

ՀԱՅԿ ԴԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՇԽԵՈՒԱՅԻ ՀԱՅԱԿԱՆ ՖԻԼԻԱԼ,
АРМЯНСКИЙ ФИЛИАЛ АКАДЕМИИ НАУК СССР

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ
ԱՍՏՂԱԴԻԻՏԱՐԱՆԻ
ԱՇԽԱՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ԲՅՈՒԼԵՏԵՆ

II

БЮЛЛЕТЕНЬ
ГОСУДАРСТВЕННОЙ
АСТРОНОМИЧЕСКОЙ
ОБСЕРВАТОРИИ АРМ. ССР

II

Հանձնարարական խմբագիր Վ. Ն. ՇԱՄՐԱՆՈՒՄՅԱՆ
Отвественный редактор В. А. АМБАРЦУЯНИ

ՅԵՐԿՈՒ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ (ԱՆՇԱՐԺ) ԿԵՆՏՐՈՆՆԵՐԻ ՊՐՈՔԼԵՍԸ

Գ. Բ Ա Դ Ա Լ Յ Ա Ն

Գ. ՄԱՍ

ՆԵՐԱՄԱԿԱՆ.—Ներկա հոգիածուժ մենք տալիս ենք մեր աշխատանքի[»] առաջին մասի շարունակությունը, կամ ավելի ճիշտ յերկու հաստատուն կենտրոնների պրոքլեմի ուսումնասիրությունն ապարեզում մինչև այժմ ստացված արդյունքները, վորովհետև ցավոք սրտի պետք է խոստովանել, վոր հարցի վերջնական յեվ լրիվ լուծումը մեր առաջ աշխտիսի դժվարություններ հարուցեց, վորոնց հաղթանարելն առայժմ մեր ուժերից վեր էր։

Իկող և սլառաառը, վոր մեզ չհաջողվեց աշխատանքը տանել այն պլանով և իրականացնել այնուհետ, ինչպես այդ մենք նախատեսել էինք և արտահայտվել աշխատությունն առաջին մասում, Ըստ այդ պլանի մենք պետք է մեր աշխատության յերկրորդ մասում դրադովելներ հարցի վորակական անալիզով, խորացնելով ու զարդանելով առաջին մասում ստացած արդյունքները, այլ խոսքով՝ պետք է ավելի կոնկրետացրած ու ճշտված ձևով նշելինք մեր պրոքլեմում հնարավոր շարժումների քնորոշ առանձնահատկությունները, ինչպես նաև պերիոդիկ շարժումների զոյությունն ապացույցն ու նրանց հնարավոր լինելու հատկանիշները և այլն և այլն։

Սակայն մեր պրոքլեմի վորակական անալիզն առաջադրեց, ինչպես առաջինը, չափազանց մեծ, բոլորովին չնախատեսված և մինչև այժմ էլ չհաղթահարված մաթեմատիկական դժվարություններ։ Այսպես որինակ՝ մեր պրոքլեմում հնարավոր տրանկտորիաների շրջման կետերի յերկրաչափական տեղն ուսումնասիրելիս, մենք ստացանք 16—առտիճանի միատեղ հավասարումներ, վորոնք

[»] Տե՛ս հոգիածի վերջում զետեղված զրեկանությունը (Է, 3)։

ընդգրկում էլ ինն Ռ անհատյա մեծաթիվներ և 4 (սղստ) պարամետրներ, և վորոնց ընդհանուր յուծում աալն աչգոյիսով դարձով գտեթէ անհետար (կարելի չեր, աանդ, թեկյալ թվական հաշվումներէ յեղանակով դառնել աչգ հաստատուններէ յուծա մեկրի թվական աբախները, բաղց աչն հեկայական աշխատանքը և անհրամեղա մամանականիջայք, վորը պահանջում էր և պետք էր զործադրել պատ համար, յերեւել չեր սորդարացիի ստացվելիք աղյուսներով):

Նույնիսկ այնպիսի մի ամեղ և սորդանաովեա մեթոդի կիրառումը, ինչպիսին և ելիլ. Դմ. Մոխսեյեվի հարմարի բնորոշողների մեթոդը*, չափեց պրակտիկ, պրեթիկ վոյ մի շոյափելի հեաեանք և մեղը հարկապարձած յեղոնք անպամ աչգ բեղմնավոր յեղանակը մի կողմ թողնել, Մյաա կողմից խնդրի վորակական առաջիկի աապարկում ունեցած աչգ անհաջող յեղից հետո, մեղը վորոշեցին, աչն յեղը, ազից վնտուելուն պադրեթալ սկսել մեր աշխատանքի յերրորդ մասով պրոդվել, Դո կարելի չէ կատարել անկախ յերկարոյ մասն ափաշուելուց, մերրորդ մասում մեղը պետք և յա սորոտնելին ինչրի յանտեղական անալիզի հարցիքը, աչսինքն՝ պետք և ստացված շարժման ինտեգրումները, վորոնք մեր պրոյեկում էլիպսիկ են և հետեապես վերջնական յուծում աեաք յունեն, յեմանդրան նորմալ աեալի բերեթինը, մի աեալի, վորը շաա հարմար և կոնկրեա հաշվա մեղ կատարելու համար, Դրանից հետո մեր ինչիքն և յինելու աալ աչգ ինտեգրացիներ հաշվելու յեղոնակները, վորը հենց վատսորեն հանդիսանում և քանակական անալիզի կենտրոնական հարցը և վորը դալիա և փոխարինելու սորիտան հաշվելու յեղանակներին յերկա մարմինների (մի հաստատուն կենտրոնի) յանցում և երկա հոդվածում մեղը հրապարակում ենք մեր ստացած սորդուսներն՝ ալիսատանքի յերրորդ մասից, վորն ընդգրկում և աչգ մասի միայն կեալ, վորովհեա մի շարք պատճառներով չկարողացանք վերջացնել մի

* Метод константных характеристик, մի մեթոդ, վորն ի ղեկ աեալ աեր կապ աեն և շաղկապում և Պուանկարեյի կիրառած մեթոդ Դարվինի, հաղածրի, իսկ մյուս կողմից և հայանի ոուս մաթեմատիկա լյադ. նոգի կալուսության տեաությանը նգիրած հեապոսություններում գործաչած մեթոդը:

Այդ մասին հեաքքքդոշները կարող են մանրամասնորեն ծանոթանալ ելի. Դմ. Մոխսեյեվ աշխատանքների հեա սույնի վերջում նաա հրատարակությաններէ միջոցով. (աեա. 3 և 4):

ամբողջ տարի կտրված լինելով դիտական աշխատանքից և հնարավորաբար խոսն չունենալով աշխատանքը շարունակել:

Սակայն մյուս կողմից չքանկանալով ավելի յեղև հետա-
ձուկ պատրաստաթի մասի Նրատարակումը մենք վերոշեցինք այն
յույս քննության առանձին հողմածուր

§ 1. ՀԱՐՔՄԱՆ ԴԻՖԶԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐՆ ՈՒ ԻՆ-
ՏԵՐԻԱԼԻՆԵՐԸ, ԻՆՏԵՐԻՄԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒՄՆԵՐԻ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒ-
ԹՅՈՒՆՆԵՐՆ՝ ԱՐՏԱՀԱՅՏԱԾ ՆԱԽԱԿԱՆ (ՍԿԶԲՆԱԿԱՆ)
ՏՎԵԱԼՆԵՐՈՎ

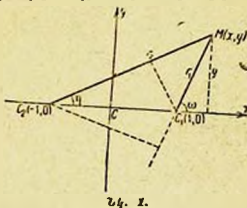
Ես իմ պարզ խոհորի հիմնական դրամաքան ու ընդունած
հայաստակույն մեկը:

Ունենալ յերկու հաստատուն (անշարժ) կենտրոններ C_1 և C_2 ,
 փոքանց զանդրթմեններն են (մաստաները) համապատասխանաբար՝

(1 — m) և m (բառ վարում, իրրելով մասսայի միավոր վերջ-
ված և յերկու կենտրոնների մասսաների պուժարք), և վերոնք
շարժվող մարմինն, կամ աղելի ճիշտ կ լինի տակ Նյուտթական
կետին (վարովհետև վերջինի մասսան յենթադրվում է շատ փոքր),
այսու ևն նյուտթի սրենքի համաձայն:

Լինդոնած հիմնական դրություններից մեկն է, այն է, վեր
մարմնի սկզբնական արագությունը համընկած է յենթադրվում այն
հարթության հետ, վերն անցնում է յերեք մարմինների (յերկու
ձողող կենտրոնների և շարժվող մարմնի) կենտրոններով և հետե-
վապես հետագա շարժման ընթացքում շարժվող մարմինը միշտ
դանվելու յն ու մնալու այդ հարթության վրա, մի հարթութույն,
վերջ հենց մենք ընտրել ենք,
վերապես կտրդկնատային հար-
թություն:

Իրերով հետալորդու թյան միա-
վոր ընդունված և յերկու հաս-
տատուն կենտրոնների հետալոր-
դու թյան կեսը, այնպես վոր
դեպքերով կոորդինատների սկզբ-
հանկետը կենտրոնները միացնող
հատվածի միջնակետում և օք ա-
ռանցքի զրահյան սկզբով յունեն
սկզբիցով դիպի մեծ մաստա ուն



սերքի համար կա՛նենանք հետեւյալ կոորդինատները՝ $C_1(1,0)$ և $C_2(-1,0)$ (աւել հետք t -ին)։ Վերջապէս նշանակենք շարժող մարմնի ունեցած հետադարձ թիւներ կենտրոններից համապատասխանաբար r_1 և r_2 ն բա կոորդինատները x և y , իսկ պատշաճ ձեւադրանքով k^2 ավ։

Այժմ մենք կտրուկ ենք դրել մարմնի շարժման պիֆֆերենցիալ համաարտմները՝

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= x - k^2(1-m) \frac{x}{r_1^3} - k^2m \frac{x}{r_2^3} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= y - k^2(1-m) \frac{y}{r_1^3} - k^2m \frac{y}{r_2^3} \end{aligned} \right\} \dots \dots (1,1)$$

$$\text{ժարակց } r_1 = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}, \quad r_2 = \sqrt{(x+1)^2 + y^2} \dots \dots (1,2)$$

Այս տրորւածով պարզօրէն դանտարան հեղինակներ շարժման ինտեգրացիոնն առանալու համար շարժողքի ևն դանտարան յեղանակներ։

Այդ շեղանակներից մեկն է հանդիսանում էւս վիբի (Lecvill) և (6) թեւերմի ոչաւագործումը։

Նախ և աւաջ պէտք է նշել, ժար համադրուաւ էլիպսների և հիպէլաքսների շնամելքը, ժարունց կենտրոնը համայնիւնում և կարգինատների սկզբնակետի հետ յեւ վարունց համար իրրիւ վեւելանէր ձաւաւում են մեր սնշարմ կենտրոնները, սղաւնապէս սերա կապ աւնի մեր պարրիմի հետ, ժարը րդում և հենց տրորւմի բնույթից և ժարը հայտաւորում և Բոննէյի (Bonnat)՝) Թեւերմի կերաւումով յերկու հասաւաւն կենտրոնների նկաւամար, հետեւապէս միանդամայն բնական ու նալաւակաւարմար և ներմուծել էլիպսիկ կոորդինատները։

Այդ պաւաւաւով հետեւելով մի շարք հետադոտողների որինուսկին, մենք յեւս պարմաղրել ենք հետեւյալ ամենապարզ էլիպսիկ կոորդինատները՝

$$\lambda = \frac{1}{2}(r_1 + r_2) \quad \text{և} \quad \mu = \frac{1}{2}(r_1 - r_2) \quad \dots \dots (1,3)$$

* Լուսիի Թեւերմի աղաւալը կարելի չէ գտնել Շարլէյի գրքում (էջ 80) կամ Վեւէկերի (էջ 50) աղաւաւթյունում (էջ 97)։ (Տես հագգածը վերջում գեւեղած գրադանաթյան ջաւերը)։

զնայրից յերևում է, զոր i -ն և μ -ն փոփոխվում են հետևյալ սահմաններում՝

$$1 < \lambda < \infty \text{ և } -1 < \mu < 1 \quad (1,4),$$

իսկ ղեկաբության կոորդինատները λ -ի և μ -ի միջոցով արտահայտվում են հետևյալ ձևովով՝

$$x = \lambda \mu \text{ և } y = V(\lambda^2 - 1)(1 - \mu^2) \quad (1,5)$$

փոխարինելով այս նոր փոփոխականներով x -ը և y -ը ու նրանց սժանցյալներն բոտ ժամանակի, մենք տեսնում ենք, զոր կինեմատիկ եներգիտն՝

$$T = \frac{v^2}{2} = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad (1,6)$$

և ուժային ֆունկցիտն՝

$$U = \frac{k^2(1-m)}{r_1} + \frac{k^2 m}{r_2} \quad (1,7)$$

արտահայտած այդ նոր փոփոխականներով բազարարում են L -ովի թերեմի պայմոններին. իսկտղես կունենանք՝

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{\lambda^2 - \mu^2}{2} \left[\frac{\dot{\lambda}^2}{\lambda^2 - 1} + \frac{\dot{\mu}^2}{1 - \mu^2} \right] \\ U &= \frac{k^2}{\lambda^2 - \mu^2} [\lambda - (1 - 2m)\mu] \end{aligned} \right\} \quad (1,8)$$

Իսկ յեթե այգպես և, ապա նույն այդ թերեմի հիման վրա կարող ենք գրել մեր պրորբեմի բուր չորս ինակգրալները՝

$$T = u + h \quad (1,9)$$

$$\frac{\dot{\lambda}}{V z(\lambda)} = \frac{\dot{\mu}}{VM(\mu)} = \frac{V^2}{\lambda^2 - \mu^2} \quad (1,10)$$

$$\int \frac{d\lambda}{V z(\lambda)} + \theta = \int \frac{d\mu}{VM(\mu)} \quad (1,11)$$

$$V^2 (t + t_0) = \int \frac{\lambda^2 d\lambda}{V z(\lambda)} + \int \frac{\mu^2 d\mu}{VM(\mu)} \quad (1,12)$$

վորակի համաստեղային համար քննարկում է՝

$$z(\lambda) = (\lambda^2 - 1)(h\lambda^2 + k^2\lambda + \alpha) - (\lambda^2 - 1)R(\lambda) \quad (1,13)$$

$$M(\mu) = (\mu^2 - 1)(h\mu^2 + k_1^2\mu + \alpha) - (\mu^2 - 1)S(\mu) \quad (1,14)$$

իսկ $k_1^2 = k^2(1 - zm) = 0 \quad (1,15)$

$$R(\lambda) = h\lambda^2 + k^2\lambda + \alpha \quad (1,16)$$

$$S(\mu) = h\mu^2 + k_1^2\mu + \alpha \quad (1,17)$$

բայց վերում խնամելով ման հաստատուններն ու նեն հետևյալ արտահայտությունները՝

$$h = \frac{V_{\infty}^2}{z^2} \cdot k^2 \cdot \frac{m}{r_{10}} - k^2 \cdot \frac{m}{r_{20}} \quad (1,18)$$

$$\alpha = \frac{(\lambda_{\infty}^2 - \mu_{\infty}^2) \cdot \lambda_{\infty}^2 - h\lambda_{\infty}^2 - k^2\lambda_{\infty}}{2(\lambda_{\infty}^2 - 1)} = \frac{(\mu_{\infty}^2 - \lambda_{\infty}^2) \cdot \mu_{\infty}^2 - h\mu_{\infty}^2 - k^2\mu_{\infty}}{2(\mu_{\infty}^2 - 1)} \quad (1,19)$$

վորակի V_{∞} -ն սկզբնական (մոմանտի սկզբնական մոմենտին համապատասխանող) արագություն է, r_{10} և r_{20} սկզբնական շառավիղ վեկտորների արժեքներն են, իսկ λ_{∞} , μ_{∞} և μ_{∞} նշանակված են λ -ի և μ -ի ու նրանց սահմանայինների արժեքները՝ սկզբնական մոմենտի համար:

Առաջին խնուրալը (1,9) դա էներգիայի խնուրալն է, յերկրորդը՝ միջանկյալ խնուրալ է, վորք համապատասխանում է յերկու մարմինների հարցում ստացվող մակերևույթների խնուրալին, յերրորդը առյալ յե λ -ի և μ -ի կապը յեվ նետվտակա վալայլ յինչ է, յեթև վոչ արտեկտոբիայի համասարումը, և վերջապես յորրորդը հանդիսանալով մոմանտի և կորդինատների կապը՝ հնարավորաւթյուն է ստալա վորոշելալ մարմնի դիրքն որրիտայի վրա:

§ 2. ԽՆԴՐԻ ԴՐՎԱՅՔՆ ՈՒ ԿԱՏԱՐՎԱԾ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԱՌԱՋԻՆ ՄԱՍՈՒՄ

Մեր աշխատանքի ստաջին մասում մենք հարկադրված էյինք գրադվել հնարավոր շարժման տիրույթների ու ստանալորությալ, մի հարց, վորով մեզանից առաջ գրադվել էյին Շարլեն (Charlier)⁴ և Ֆինլանդացի Տալգվիստը (Hj. Tallqvist)⁵:

Սակայն պետք է ասել, վոր թե առաջինը և թե վերջինը իրենց աշխատանքներում թույլ եյին տվել զանազան սխալներ, մանավանդ Charlier-ն, վորի սխալները նկատել եր Tallqvist-ը զեռ եռ 1927 թվին, բայց նա ինքն ես, այնուամենայնիվ, թույլ եր տվել վորոշ սխալներ:

Այդ սխալների հիմնական պատճառը վերահիշյալ հեղինակների բնարած դուռ անալիտիկական մեթոդն եր, վորին հետեւելով՝ նրանք ստիպված եյին քննության տոնել մի շարք անհասարություններ, և այդ պոլմին զդուշորեն շմտեւալով՝ նրանք, հետեւեալս Charlier-ն չեր նկատել, վար այդ անհավասարությունները համաանդելի չեն, այսինքն՝ չեն կարող տեղի ունենալ նրանց մեջ մանող պարամետրների միւնույն արժեքների համար: Թողնելով մի կողմ այդ դուռ անալիտիկական մեթոդը, մենք մեր աշխատանքի առաջին մասում կիրառելիք յերկրաչափական — անալիտիկական մի խառը մեթոդ և կարողացանք յերկրաչափական պատկերացման միջոցով պարզ կերպով ցույց տալ պարամետրների (ալիւի ճիշտ լնտեղուման հաստատունների) արժեքների տիրույթը, վարոնց համար շարժումը հնարավոր չե, ինչպես նաեւ շարժման դանադան հնարավոր արեւերի միջե յեղած կադն ու նրանց միմիւրնց փոխանցելը:

Ալիւի կոնկրետ և հատկանալի լինելու համար յերկու խոսքով բացատրենք մեր կիրառած մեթոդի հիմնական դադափարը:

Շտրժման արեւերի ամբողջ ուսումնասիրությունը հիմնվում և շարժման յերկրորդ լնտեղումի՝ այն և (1,10)-ի հետադոտման վրա:

Ըստ վարում այդ հետադոտման համար յեւակեւ և հանդիսանում շարժման արողության մասին Հիլլի (Hill) տված զադափարը, Իսկ Hill-ի այդ թեւ սարդ, բայց սրամիտ ու խորը իմաստ պարանոսկող պոզափարն հետեւալում և կայանում: Պարզ և, վար շարժվող մարմնի արողությունը ուալ շարժման համար չի կարող լինել կեղծ մեծություն, նա պետք և ունենա իրական արժեքներ, այսինքն՝ պետք և լինի $v^2 > 0$ կամ համաձայն (1,0) և (1,0) պետք և $U + h > 0$:

Դիտելով ի-ն իրեւ փոփոխական պարամետր, մենք հավասարության նշանն ի նկատի ունենալու պեպքում կատանանք ի հափրժացումս Hill-ի այդ դադափարի՝ այսպես կոչված Հիլլյան կորերի հավասարումը, վորովհետեւ ի-ի տվյալ արժեքի համար այդ հավասարման ձախ մասը ֆունկցիոալ յե միայն շարժվող

մարմնի կոորդինատներին, Իսկ կարող մարմնի շարժման հարթա-
 թյանը կրամանի այնպիսի մասերի, ժութանյից մի մասում (սրբի-
 նակ կարի նկատմամբ արտաքին մասում) կլինի $v^2 = 0$, իսկ մյուս
 (կարող ուսմանախաղի) մասում կլինի $v^2 = 0$, և հետևապես
 այդ կարի արտաքին մասում բնկնող արտաքինում շարժումն ան-
 հնար է, իսկ կարող ներքինիում արտաքինում՝ հնարագույն:

Այսպիսով կատարելով (1) և (2) համարադրումն ունեցող
 կորերի բնութաները՝ մենք հնարագույն թյան ունենք ասելու թե
 ի՞նչ ախտն արժեքի համար (x, y) հարթաթյան վրա մասումն և
 շարժումը հնարագույն և վրա մասում անհնար:

Հետևելով Հիլբի այդ պարզ մեխանիկ, մենք կարող ենք մեր
 պարբերական հոսքի դասակարգումները ներման վրա քաղաքակ-
 վոր, ժութակալի շարժումը լինի հնարագույն պետք և արտաքին
 բաղադրություններ, ժութանք են՝ $\frac{dx}{dt} = i$ և $\frac{dy}{dt} = u$ լինեն իրական մե-
 ծու թյաններ, այսինքն՝ համաձայն (1,10) պետք և լինի՝

$$\lambda^2(\lambda^2 - u^2)^2 - z(\lambda) = (t^2 - t)(h\lambda^2 + k^2t + z) = 0$$

և

$$u^2(\lambda^2 - u^2)^2 - M(u) = (u^2 - t)(h\lambda^2 + k^2u + z) = 0,$$

Այսպեղից ի նկատի ունենալով, ժութ

$$t < \lambda < \infty$$

և

$$-1 < u < 1$$

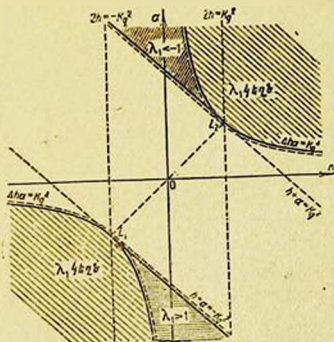
կարող ենք ասել վրա միշտ $\lambda^2 - t > 0$, իսկ $u^2 - t < 0$ և հետևա-
 պես՝ ժութակալի t^2 և u^2 լինեն դրական, պետք և լինի՝ $k(\lambda) =$
 $= h(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = 0$ (2,1) և $S(u) = h(u - u_1)(u - u_2) < (2,2)$,
 ժութակ $\lambda_1, \lambda_2, u_1$ և $u_2, R(\lambda)$ և $S(u)$ բազմանդամների արժանանքն
 են, ժութանք ինտեգրման հաստատուններից կախված են հետևյալ
 ձևով՝

$$\lambda_{1,2} = \frac{t}{2h} \left(-k^2 \pm \sqrt{k^4 - 4hz} \right) \quad \dots \dots (2,3)$$

$$u_{1,2} = \frac{t}{2h} \left(-k^2 \pm \sqrt{k^4 - 4hz} \right) \quad \dots \dots (2,4)$$

(2,1) և (2,2) պայմանների իրականացման համար անհրա-
 ժեշտ և պարզիլ թե λ_1 և λ_2 մեծ են մեկից թե ժութ, հոսքնպես

և λ_1 և λ_2 բացարձակ մեծություններ մեծ են մեկից թե փոքր են։
 դրանից U_1 և u_2 բաժանված լինելու պարագայում u_1 և u_2 մասերը
 դրանից և կախված այն, թե կարող են արդյոք λ_1 և λ_2 և μ_1 և μ_2 ըն-
 դունել λ_1 և λ_2 , μ_1 և μ_2 արժեքները թե փոքր, այլ կերպ ասած՝
 դա նշանակում է պարզել թե h -ի և a -ի խնչդիմի արժեքների
 համար λ_1 և λ_2 կլինեն 0, փոքրվեա՞ն $\lambda_1 = \lambda_2$ և $\mu_1 = \mu_2$ ($1 = 1, 2$)
 առկա են $\lambda_1 = 0$ կամ $\mu_1 = 0$, Բսկ դրա համար նախ և առաջ
 պետք է ուսումնասիրել λ_1 -ի, λ_2 -ի, μ_1 և μ_2 -ի փոփոխությունները
 h -ից և a -ից կախված։ Ահա այսակեզ էր, փոքր Charlier-ի և Tall-
 gvisտ-ի դաս առնալիս մեկուղի փոխարեն, մենք նախընտրեցինք
 չեղյալաշարժական պատկերացման մեկուղի։ Այլ կերպ ասած զերց-
 նելով (h , a) հարթությունը, մենք նախ և առաջ պարզեցինք, թե
 այդ հարթության վրա մասու՞ն են λ_1 , λ_2 , μ_1 և μ_2 արժատները
 մեծ մեկից, փոքր մասում փոքր (-1)-ից և այլն, փոքրվեա՞ն
 ուտայված արդյունքներն աշխատանքի այս մասում ևս ողտադար-
 ձելու յենք, ուստի անհրաժեշտ է մեջ բերել այդ հետադասու թյան
 վերահիշյալ արդյունքները։



Նկ. 3

Աշխատանքի ստաջին մասում մենք ցույց ենք տվել փոքր
 λ_1 կամայեքս և $\Delta ha = k^2$ հաշվարարկողմ հիպերբոլի ներքև։

կամբինացիաները (զուգորդումները), մորոնք տեղի ունեն (h, a) հարթության հետևյալ տիրույթներում՝

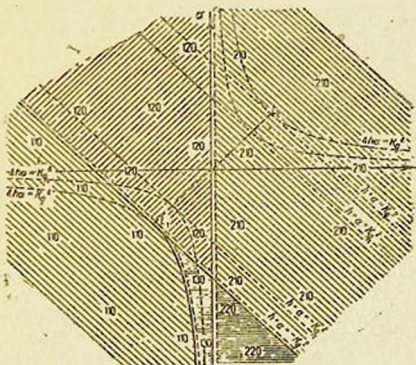
130. $\lambda_1 > \lambda_2 > 1$, $h + a = -k^2$ գծից ցած և $2h = -k^2$ գծից դեպի աջ, ըստ վորում միայն $h < 0$ հարթամասի համար:

120. $\lambda_1 < 1 < \lambda_2$, $h + a = -k^2$ գծից վերև, ըստ վորում նույն-պես միայն $h < 0$ դեպքում:

110. λ_1 և λ_2 կամայնքս են՝ կամ յերկուսն և 1-ից՝

210. տեղի ունի $h < 0$ դեպքի համար $h + a = -k^2$ ուղղից ներքև և $2h = -k^2$ գծից ձախ, իսկ $h > 0$ դեպքում $h + a = k^2$ ուղղից վերև բնկած տիրույթներում և համասարակողմ հիպերբոլի յերկու ճյուղերի ներսում:

220. $\lambda_1 > 1 > \lambda_2$, $h + a = k^2$ ուղղից ցած $h > 0$ դեպքում: (Տես նկ. 4)



Նկ. 4

Այսպիսի յերկրաչափական պատկերացման շնորհիվ պարզ յերևում է, վոր որինակ յի կարող լինել $\lambda_1 < -1 < \lambda_2 < 1$ կամբինացիան, վորովհետև նկ. 2-ից և 3-ից յերևում է, վոր (h, a)

հարթության այն ախրայքները, վարանցում ունի ունեն վերահի-
շայ անհատապարտ թյունները, չունեն բնականոր մասեր (մի-
շյունը չեն ծածկում մերադրելիս), այլ կերպ տեսած է, $\lambda_1 < 1$ և
 $\lambda_2 < 1$ գեղարվեր համառակելի չեն, այսինքն չեն կարող ունի
անհնայ հ-ի և Գ-ի միևնույն տրվելների համար, ետևի կարելի
չէ առել նույն λ_1 -ի և λ_2 -ի նկատմամբ:

Այսինքն Charlier-ն λ_1 և λ_2 մեծությունների համար հենց այդ
գեղարք բնութայն և սահման միջնակետի $\lambda_1 < 1 < \lambda_2 < 1$ կոմ-
բինացիան և գրելով h ու g -ի համար այն անհատապարտ թյուն-
ները, վարանք պետք և ունի ունենալ այդ՝ այսինքն $\lambda_2 < 1$
 $< \lambda_1 < 1$ գեղարքի իրավանցման համար, և վարանքի նրա բնու-
թյան անախարհ-անհատ պարտ ներքի կոմբինացիան մեկտեղ
խորթին էր ու հնարավոր թյուն չէր բնականում նկատելու կատա-
րած ախարք, ուստի Charlier-ն չի նկատում, վար h և g -ի
համար ստացվող անհատապարտ թյունները միմյանց հակասում
են, այսինքն՝ ունի չեն կարող ունենալ h -ի և g -ի միևնույն
տրվելների համար [չեն բնականում (h, g) հարթության միևնույն
մասերում]:

Ահա հիմնականում այդ բնութային Charlier-ի թույլ տված
մասն սխալները եւ, վարանք վրա այնու ծանրաշարժ, հարկ չենք
ղղում, և վարանքով հնարավորություններ կարող են լրիվ դադարա-
ստանալ գրանց մասին՝ ծանուցանալով մեր ուղիստանքի ատալին
մասի հետ:

Ինչ վերաբերում է Tallqvist-ի թույլ տված սխալներին,
այստ պետք և նշել, վար այդպիսի նրա ուղիստանքում քանակով
շատ ավելի սահմանափակ են (թվով մոտ 11 սխալ) և բացի
զրանից, վերաբերում են միմյանց մարմնի ուղից քան շարժվելու
ղեղներին, բայց վարում այդ սխալները կայունում են հեռացվում:
Ինչպես մեր լերկրորդ ուղիստանքում ենք ընդ ափել, (h, g)
հարթության վարող մասերում, վարանքում Hj Tallqvist-ը նշում
է իրեն հնարավոր շարժում — ուղիստանք շարժումը, շարժումն
առհասարակ (բոլորովին) հնարավոր չէ: Մեր ասածներն ամփո-
փելու համար նշենք ստացվող շարժումների ափերը, վարանք հե-
տևյալներն են՝

111. Այս գեղարքում շարժումն անհնար է:

114. Այս գեղարքում նույնպես շարժումը հնարավոր չէ:

121. Շարժումը սահմանափակված է $\lambda_2 = 1$ էլիպսով:

122. Այս ախարքում են շարժումն անհնար է:

123. Շարժումը սահմանափակված է $\lambda = \lambda_1$, ելիսյսով և $\mu = \mu_2$ հիպերբոլով, Կետը կարող է շարժվել միայն C_1 կենտրոնի շուրջը:

124. Շարժումը սահմանափակված է $\lambda = \lambda_2$ ելիսյսով և $\mu = \mu_1$ առ $\mu = \mu_2$ հիպերբոլներով, Կետը կարող է շարժվել կամ C_1 և կամ ել C_2 կենտրոնի շուրջը:

131. Հնարավոր շարժման տիրույթը սահմանափակված է յերկու ելիսյաներով, Կետը կարող է շարժվել $\lambda = \lambda_1$ և $\lambda = \lambda_2 > \lambda_1$ ելիսյաների միջև:

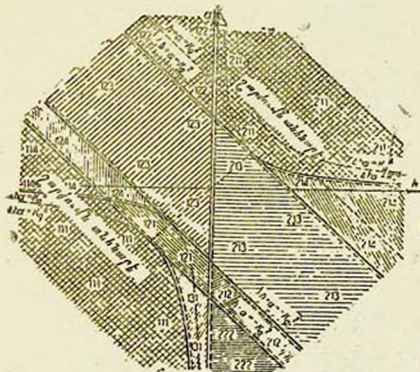
211. Այս դեպքում շարժումն անհնար է:

212. Շարժումը վոչնչով սահմանափակված չէ և կետը կարող է շարժվել վողջ (x, y) հարթության վրա:

213. Շարժումը սահմանափակված է $\mu = \mu_1$ հիպերբոլով:

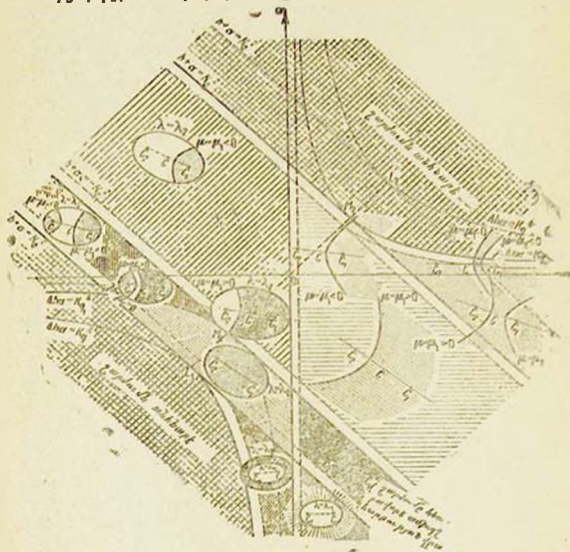
214. Շարժման տիրույթն ընդհանուր է $\mu = \mu_1$ և $\mu = \mu_2$ հիպերբոլների միջև:

222. Այս դեպքում շարժումը հնարավոր է ամբողջ (x, y) հարթության վրա, բացի $\lambda = \lambda_1$ ելիսյան շերտն ընկած տիրույթից (սեռ նկ. 5):



Նկ. 5.

Ի վերջո հնարավոր շարժումների լրիվ պատկերը առյու-
համար, մենք պետեղան մենք ոչստույգ աշխատութան առաջին
մասից վերջրան ամփոփող նկարը: (Տես նկ. Ո):



Նկ. Ծ

§ 3. ԵԼԼԻՊՏԻԿ ԻՆՏԵՐՐԱԼՆԵՐԻՆ ԼԵԺԱՆԴՐԾԱՆ ՆՈՐՄԱԼ ՏԵՍՔ ՏԱԼԸ

Այս խնդրով, այսինքն՝ լեբկու. հաստատուն կենտրոնների
պրոբլեմի ինտեգրալների կոնկրետ հաշվումներ կատարելու հա-
մար նորմալ տեսք տալու խնդրով, ընդհուպ կերպով մինչ այժմ
վաղ վաղ չի զբաղվել:

Ճիշտ է, այս հարցով զրադիոլոգներից մեկ անմիջականորեն նախորդողը այն է՝ Hj Tallgvist-ն իր մեծածավալ աշխատություն մեջ տալիս է նաև առանձին շարժման դեպքերի համար այն տեղադրությունները (ղծային-կոտորակային), վորոնց շնորհիվ ինտեգրալները (մասնավորապես տրանսկտորիայի հավասարումը, վորն է՝ (1,9) բերվում են նորմալ տեսքի, վորի միջոցով և նա կատարել և կոնկրետ հաշվումներ:

Սակայն պետք է ասել, վոր Tallgvist-ն ևս այդ կատարում է միայն այն չափով և այն դեպքերի համար միայն, վորոնց համար նա կատարել է հաշվումներ տրանսկտորիաների մոտավոր տեսքի մասին դադափար կազմելու համար^{*)}:

Այդ է սլատառոր, վոր Ն. Դ. Մոխսեյևի խորհրդով մենք մեր ստաջ խնդիր դեցինք տալ այն լրիվ և վերջնական տեղադրման բանաձևերը, վորոնց էլիպտիկ ինտեգրալներին տալիս են նորմալ տեսք: Ըստ վորում, թեև մենք ևս հետեւիւով Tallgvist-ին սկզբում փնտրում էյինք զծային-կոտորակային տեղադրումներ՝ յնկնելով նրանց ամենաընդհանուր տեսքից, սակայն վորովհետև ստացվող արտահայտությունները բավականաչափ պարզ չեյին, ուստի և մենք ձեռնարկեցինք քառակուսի կոտորակային տեղադրումները:

Նյխտիկ ինտեգրալներին նորմալ տեսքի բերելու հիմնական դադափարը կայանում է հետեւյալում:

Մենք ունենք տրանսկտորիայի հավասարումը՝ (1,11)

$$J = \int \frac{d\lambda}{Vz(\lambda)} = \int \frac{d\mu}{VM(\mu)} - \beta,$$

վորտեղ

$$z(\lambda) = (\lambda^2 - 1)(h\lambda^2 + k^2\lambda + a) = (\lambda^2 - 1) \cdot R(\lambda) \dots (1,13)$$

$$M(\mu) = (\mu^2 - 1)(h\mu^2 + k_1^2\mu + a) = (\mu^2 - 1) \cdot S(\mu) \dots (1,14),$$

թեկ β -ն ինտեգրման հաստատունն է:

Կոնկրետ հաշվումների համար այդ ինտեգրալներին անհրա-

^{*} Այդպիսի դեպքերի թիվը թեև շատ չէ, բնագծենք 16 դեպք է, վորոնց համար և նա իր աշխատանքում զետեղել է տրանսկտորիաների զծագրերը, ապայն պետք է ասել, վոր զրանով հենց Tallgvist-ի աշխատանքն առանձնապես զնահանա է, և էպքի, և ընդհամայն հեղինակների աշխատանքների մեջ, վորպես միտք, յեթե չհաշվենք Charlier-ի սգծ տրանսկտորիաների, ևնթ-զրահան տեսքը. վորոնց մի մասը, ինչպես ցույց է տվել իր աշխատանքում Ն. Դ. Մոխսեյևը, միանգամայն անհնար է և չի գտող տեղի ունենալ:

մեղա և առաջ *Լեմանյոր*յան նորմալ տեսք, ալոխըն՝ պետք և ձ-ն և լս-ն փոխարինել աշխարհի ինտեգրման նոր փոփոխականներով, վեր ինտեգրալներն ստանան հետևյալ տեսքը՝

$$J = \int \frac{dz}{\Delta(z)} \dots \dots \dots (3,1),$$

$$\text{Վորտեզ՝ } \Delta(z) = V(1-z^2)(1-z^2\xi^2) \dots \dots \dots (3,2),$$

իսկ ինտեգրալի մաղույր՝ $z^2 < 1$, բառ վորում ինտեգրման փոփոխականը պետք և ունենա փոփոխման հետևյալ ինտեգրալը (միջակայքը)՝ $0 < \xi^2 < 1$ կամ $(\xi) < 1$,

Ելլիպսիկ ինտեգրալները վերոխշալ նորմալ տեսքին բերելու խնդրով առաջին անգամ բազմակողմնորեն զբաղվել և ինքը *Լեմանյոր*ը (A. Legendre), վորից հետո ելլիպսիկ ինտեգրալներին վերաբերող հետազոտապատկերով աշխատություններում* կարելի չեղանել նորմալ տեսքի բերելու զանազան յեղանակներ, բայց պետք և նշել, վոր այդ աշխատանքների մեծագույն մասում տրված և խնդրի դուռ մասնավորական լուծումը, առանց կոնկրետ կիրառումների զանազան հնարավոր զեղբերը բնութայն առնելու, մասնավորապես մենք մեր փընտառումների (ծանոթությունների) հիման վրա կարող ենք ռանել, վոր վոյ վորքի մոտ չի բննարկված ինտեգրման փոփոխականի փոփոխման սահմանները վորոշելու հարցը, այն իմաստով, վոր պեսզի նորմալ տեսքի բերելուց հետո փոփոխման սահմաններն անպայման ընդգրկված լինեն ($-1,1$) ինտեգրալում:

Անդրադատնալով մեր ինտեգրալներին, մենք նկատում ենք, վոր նրանց տեսքը տարրերվում և նորմալ տեսքից նախ և առաջ նրանով, վոր ($1,13$) և ($1,14$) արտահայտությունների յերկրորդ բազմապատկիչները պարունակում են փոփոխականի առաջին աստիճանը և, այդ պատճառով նորմալ տեսքի բերելու համար նախ և առաջ անհրաժեշտ և կատարել աշխարհի մի տեղադրություն, վորի շարժիվ հնարավոր լինի ստանալ մի բիկվադրատիկ արտահայտություն ($1,13$)-ի և ($1,14$)-ի փոխարեն՝ ինտեգրման նոր փոփոխականի նկատմամբ:

* Բնչպես որինալ Halphen-ի, Durege-ի և ուրիշների աշխատությունները, վորոշեցե ելլիպսիկ ինտեգրալների հիմնական տեսակներից շատ լավ և զգաժված և աշխի յե Բնչնում Montesus de Balloro-ի աշխատանքը (տես զբաղնաւթյան ցուց-կը՝ Ծ):

Այդ նպատակով կատարենք կոտորակային-քառակուսի
(կվադրատիկ) տեղադրություն:
Ամենաընդհանուր ձևով՝

$$\lambda = \frac{a_0 + a_1 x + a_2 x^2}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2} \quad (3,3)$$

վորտեղ x -ը նոր փոփոխականն է, իսկ a_i և b_i ($i = 0, 1, 2$) ան-
բոշ՝ առաջիմ միանգամայն կամավոր պորձակիցներ են:

Նախ և առաջ նշենք, վոր տեղադրումը և նորիալ տեսքի
բերումը մենք կկատարենք միայն $z(\lambda)$ -ի նկատմամբ, ի նկատի
ռենենալով, վոր $M(\mu)$ ճիշտ նույնպիսի տեսք ունի, ինչպես
 $z(\lambda)$ -ն միայն k^2 հաստատունը փոխարինված և k^2 -ով, իսկ փոփո-
խականի փոփոխման ինտերվալն առաջիմ մեկ չի հետաքրքրում:
Կատարելով (3,3) տեղադրումը մենք ստանում ենք

$$d) = \frac{a_1 b_0 - a_0 b_1 + 2(a_2 b_0 - a_0 b_2)x + (a_2 b_1 - a_1 b_2)x^2}{(b_0 + b_1 x + b_2 x^2)^2} \cdot dx \quad (3,4)$$

$$\lambda^2 - z = \frac{a_0^2 - b_0^2 + 2(a_0 a_1 - b_0 b_1)x + (a_1^2 - b_1^2 +$$

$$+ 2a_0 a_2 - 2b_0 b_2)x^2 + 2(a_1 a_2 - b_1 b_2)x^3 + (a_2^2 - b_2^2)x^4}{(b_0 + b_1 x + b_2 x^2)^2}$$

$$z(\lambda) = \frac{b_0^2 R(l_0) + [b_1^2 R(l_1) + 2ha_0 a_2 + k^2(a_0 b_2 +$$

$$+ b_0 a_2) + 2ab_0 b_2]x^2 + b_2^2 R(l_2)x^4}{(b_0 + b_1 x + b_2 x^2)^2}$$

վարտեղ համառոտության համար նշանակված է՝

$$l_i = \frac{a_i}{b_i} \quad (i = 0, 1, 2)$$

ըստ վորում այստեղ կիրառված են՝ $z(\lambda)$ -ի համարիչում յեղում
աբաահայտության բիկվադրատիկ տեսք ունենալու պայմանե-
բը, վորոնք են՝

$$\begin{cases} 2ha_0 a_1 + k^2 a_0 b_1 + k^2 a_1 b_0 + 2b_0 b_1 = 0 \\ 2ha_1 a_2 + k^2 a_2 b_1 + k^2 a_1 b_2 + 2ab_1 b_2 = 0 \end{cases} \quad (3,5)$$

Ընդունենք նախ և առաջ, վոր a_i և b_i մեծություններից և
վոչ մեկը զերո չե, այսինքն՝ տեղի ունի հետևվյալ պայմանը՝

$$a_0 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2 \neq 0$$

Այն ժամանակ սկզբում առաջին համասարույթը բաղմոշառակելով l_2 -ով, իսկ յերկրորդը — l_0 -ով, և գումարելով, ապա առաջինը — a_2 -ով, իսկ յերկրորդը a_0 -ով և նույնպես գումարելով՝ կստանանք հետևյալ յերկու նոր համասարույթները՝

$$b_0 b_1 b_2 (l_0 - l_2) (2l_1 - k^2) = 0$$

$$b_0 b_1 b_2 (l_0 - l_2) (2a - k^2 l_1) = 0$$

$$\text{Այստեղից կամ 1) } l_0 = l_2 \text{ և կամ 2) } l_1 = -\frac{k^2}{2l_0} = -\frac{2x}{k^2},$$

այստեղից հետևում է, զոր $4lx = k^4$ և ուրեմն 2)-ը անդի ունի միայն (l_1, x) հարթության համասարակողմ հիպերբոլի վրա և հետևփապես, իբրև մի մասնավոր դեպք, կտրելի յն քննության չառնել:

Այսպիսով մնում է քննության առնել միայն առաջինը, այսինքն քննելու, զոր $l_0 - l_2 = 0$ կամ $a_2 b_0 - a_0 b_2 = 0$ (3,6)

Սա ստացվեց $x(\lambda)$ -ի բիկվարատիկ արտահայտության ինքնու պայմանից, սակայն դա քիչ է, պետք է պահանջել նաև, զորպեսզի $(\lambda^3 - 1)$ -ի համարիչն իրենից ներկայացնի լրիվ քառակուսի և արժատ հանելուց հետո կրճատվի $d(\lambda)$ -ի համարիչի հետ:

Այդ իրադրոճելու համար պետք է անդի ունենան հետևյալ համասարույթունները՝

$$1) a_0^2 - b_0^2 = A^2$$

$$2) a_0 a_1 - b_0 b_1 = AB$$

$$3) a_1^2 - b_1^2 + 2(a_0 a_2 - b_0 b_2) = 2AC + B^2$$

$$4) a_1 a_2 - b_1 b_2 = BC$$

$$5) a_2^2 - b_2^2 = C^2$$

$$mA = a_1 b_0 - a_0 b_1 = b_0 b_1 (l_1 - l_0)$$

$$mB = 2(a_2 b_0 - a_0 b_2) = 2b_0 b_2 (l_2 - l_0)$$

$$mC = a_2 b_1 - a_1 b_2 = b_1 b_2 (l_2 - l_1)$$

Վերանդ (3,7) համասարույթունները ներկայացնում են $(\lambda^3 - 1)$ -ի արտահայտության համարիչի լրիվ քառակուսի լինելու պայմանները, իսկ վերջին յերեքը $(\lambda^3 - 1)$ -ի և $d(\lambda)$ -ի համարիչների կրճատման պայմանները, ըստ վերում՝ Գ-ը կրճատումից հետո ստացվող հաստատունն է:

Իսկապես յեթև վերահիշյալ սլայմանները տեղի ունեն
ապա՝

$$\frac{d\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} = \frac{mA + mBx + mCx^2}{(b_0 + b_1x + b_2x^2)^2} : \sqrt{\frac{(A + Bx + Cx^2)^2}{(b_0 + b_1x + b_2x^2)^2}} = \frac{m}{\sum_{i=0}^2 b_i x_i}$$

Այժմ ի նկատի ունենալով (3,5), ստանում ենք՝ $B=0$ և
հետևապես (3,7) հավասարումներն ստանում են հետևյալ տեսքը՝

- 1) $m^2 b_0 (l_0^2 - 1) = b_0^2 b_1^2 (l_1 - l_0)^2$
- 2) $b_0 b_1 (l_0 l_1 - 1) = 0$
- 3) $m^2 [b_1^2 (l_1^2 - 1) + 2b_0 b_2 (l_0^2 - 1)] = -2b_0 b_1^2 b_2 (l_1 - l_0)^2$
- 4) $b_1 b_2 (l_1 l_0 - 1) = 0$
- 5) $m^2 b_2^2 (l_0^2 - 1) = b_1^2 b_2^2 (l_0 - l_1)^2$

Այստեղից լերելում է, վոր 1)-ը նույնն է, ինչ վոր 5)-ը
և 2)-ը նույնը, ինչ վոր 4)-ը, ևստ վորում 2)-ից ստանում ենք
 $l_0 = l_2 = \frac{1}{l_1}$, իսկ 1)-ից $b_1^2 (l_1 - l_0)^2 = m^2 (l_0^2 - 1)$ տեղադրելով
այժմ 3)-ի մեջ կունենանք՝

$$3) m^2 [b_1^2 (l_1^2 - 1) + 2b_0 b_2 (l_0^2 - 1)] = -2m^2 b_0 b_1 [l_0^2 - 1] \text{ կամ}$$

$$b_1^2 \frac{1 - l_0^2}{l_0^2} = -4b_0 b_2 (l_0^2 - 1) = 4b_0 b_2 (1 - l_0^2) \text{ և կամ վերջապես}$$

$$b_1^2 = 4b_0 b_2 \cdot l_0 l_2 = 4a_0 a_2$$

Այսպիսով մենք a_i և b_i գործակիցների միջև ստացանք
հետևյալ առնչությունները՝ $\frac{a_0}{b_0} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{b_1}{a_1} = n$ և $b_1^2 = 4a_0 a_2$,
կամ սրան համազոր՝ $a_1^2 = 4b_0 b_2$ այստեղից հետևում է, վոր
 $a_1 a_2 > 0$ և $b_0 b_2 > 0$ այսինքն a_0 և a_2 նույնպես և b_0 և b_2 պետք
է ունենան նույն նշանը,^{*} և վերջապես՝

$$m^2 = \frac{b_1^2}{n^2} (n^2 - 1) = a_1^2 (n^2 - 1)$$

Այսպիսով յիբր $a_0 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2 \neq 0$ մեր ամենաընդհանուր ձե-
վով վերցրած (3,3) տեղադրությունը վեր է ածվում հետևյալին՝

$$\lambda = \frac{\frac{a_0}{b_0} + \frac{a_1}{b_0} x + \frac{a_2}{b_0} x^2}{1 + \frac{b_1}{b_0} x + \frac{b_2}{b_0} x^2} = \frac{n + 2x + nx^2}{1 + 2nx + x^2}$$

* Վերսկես-է մենք ինկատի ունենք միայն իրական գործակիցներով
տեղադրություններ:

գործող ընդունված է $z^2 = \frac{b_2}{b_0} x^2$ կամ $x = \sqrt{\frac{b_0}{b_2}} \cdot z$ և հետև-
 ցաբար

$$\frac{a_1}{b_0} x = \frac{a_1}{\sqrt{b_0 b_2}} \cdot z = \frac{3}{\sqrt{b_0 b_2}} \sqrt{b_0 b_2} z = 3z$$

$$\frac{a_2}{b_0} x^2 = \frac{a_2}{b_0} \frac{b_0}{b_2} z^2 = n z^2$$

$$\frac{b_1}{b_0} x = \frac{b_1}{\sqrt{b_1 b_2}} z = \frac{3}{\sqrt{b_0 b_2}} \sqrt{a_0 a_2} \cdot z = 2nz$$

Այժմ պահենք J -ի արտահայտությունը նոր փոփոխականով՝
 հանենք

$$dx = \frac{3(n^2 - 1)(1 - z^2)}{(1 + 2nz + z^2)^2} \cdot dz$$

$$z^2 - 1 = \frac{(n^2 - 1)(1 - z^2)}{(1 + 2nz + z^2)^2}$$

$$R(\lambda) = h\lambda^2 + k^2 + \alpha = \frac{R(n) + 2[R(n) + 2n^2 R\left(\frac{1}{n}\right)] \cdot z^2 + R(n)z^4}{(1 + 2nz + z^2)^2}$$

և ուրեմն

$$J = \int \frac{dx}{V(\lambda^2 - 1)R(\lambda)} =$$

$$= \int \frac{-3 \sqrt{n^2 - 1} \cdot dz}{V R(n) + 2 \left[R(n) + 2n^2 R\left(\frac{1}{n}\right) \right] \cdot z^2 + R(n)z^4}$$

Այսպիսով մենք տեսնում ենք, Վոր այդ տեղադրություն
 շնորհիվ ելևիպտիկ ինտեգրալի ստացած արտահայտությունը բա-
 վականին բարդ է և հետևիպակես կոնկրետ հաշվումների համար
 աննպատակահարմար, այդ պատճառով մենք թննություն կառ-
 նենք այլ հնարավոր տեղադրություններ:

Այժմ ընդունենք, Վոր տմենաընդհանուր տեղադրությամբ
 (3,3)-ի մեջ զործակիցներից վորևև մեկն ուր $b_1 = 0$ այն ժամա-
 նակ մեր ունեցած (3,3) հավասարումները՝

$$a_0(2ha_1 + k^2b_1) + b_0(k^2a_1 + 2ab_1) = a_1(2ha_0 + k^2b_0) + b_1(k^2a_0 + 2ab_0) = 0$$

$$a_1(2ha_1 + k^2b_1) + b^2(k^2a_1 + 2ab_1) = a_1(2ha_2 + k^2b^2) + b_1(k^2a_2 + 2ab_2) = 0$$

ցույց են տալիս, Վոր, յեր $b_1 = 0$ ապա a_1 ևս $= 0$, այսինքն $(3,3)$ տեղադրության մեջ համարելում և հայտարարում x -ի միևնույն աստիճանը պարունակող ածականները պետք և բացակայեն միաժամանակ, այդ պատճառով մենք կուենենանք հետևյալ յերևեր հնարավոր դեպքերը՝

$$1) b_0 = a_0 = 0 \quad \text{այն ժամանակ} \quad \lambda = \frac{a_1 + a_2x}{b_1 + b_2x}$$

$$2) b_2 = a_2 = 0 \quad \text{այն ժամանակ} \quad \lambda = \frac{a_0 + a_1x}{b_0 + b_1x}$$

$$3) a_1 = b_1 = 0 \quad \text{այն ժամանակ} \quad \lambda = \frac{a_0 + a_2x^2}{b_0 + b_2x^2}$$

Այսպիսով 1) և 2)-ը կվադրատիկ կոտորակային տեղադրությունը վեր են ածում զծային կոտորակային տեղադրության, Վորի վրա, ինչպես ասացինք, այստեղ կանգ չենք առնի, ուստի այդ պատճառով 1) և 2) դեպքերը քննության չենք առնի, իսկ ինչ վերաբերում և 3)-ին՝ ապա դա թեև կվադրատիկ-կոտորակային տեղադրությունն է, բայց իր մեջ չի պարունակում նոր

² Իսկապես յեր 1) $b_0 = 0$ իսկ $a_0 \neq 0$, ապա կամ a) $2ha_1 + k^2b_1 = k^2a_1 + 2ab_1 = 0$ և կամ և) $2ha_1 + k^2b_1 = b_2 = 0$, այստեղից բխում և $b_1 = -\frac{k^2}{2h} = -\frac{2a}{k^2}$, այսինքն $2ha = k^2$, Վորն. ինչպես ասել ենք, ածական և և քննության չենք առնի, իսկ ինչ վերաբերում և b) դեպքին, ապա ինչպե՞ս ուենում, (3,7) հաժաարումներն ստանում ենք $b_1 = 0$ և հետևապես (3,2) տեղադրության հայտարարի վրա գործակիցները՝ a_1 և b_1 $b_0 = b_1 = -b_2 = 0$, Վորը նույնպես ածական է:

Վոր և, Վոր յեր 2) $b_2 = 0$ իսկ $a_2 \neq 0$, ապա մենք ստանում ենք ճիշտ նույն հնարավոր դեպքերը, ինչ Վոր 1) դեպքում, Վորովհետև թե (3,5) և թե (3,7) հաժաարումները սիմետրիկ են a_0 , b_0 և a_2 նկատմամբ, և հետևապես այս դեպքը ես քննության չպետք և առնվի: Յեղ վերջապես կարելի չի ցույց տալ, Վոր III հնարավոր դեպքը ես, այսինքն յեր 3) $b_1 = 0$, իսկ $a_1 \neq 0$ -ի, նույնպես բերում և ածական հետևանքի:

Ճիշտ նույն արդյունքները կստանայինք յեր բնական յեր $a_1 = 0$ իսկ $b_1 \neq 0$:

փոփոխականի առաջին աստիճանը, առափ և մենք հանգումենք այն վայրի՝ կոպուլատիվ-կոստրակային տեղադրության՝ Կոստրակով այդ տեղադրությունը, հաստնանք՝

$$\lambda^2 - 1 = a_0^2 - b_0^2 + 2(a_0b_2 - b_0b_2)x^2 + (a_2^2 - b_2^2)x^4 \\ (b_0 + b_2x^2)^2$$

$$R(\lambda) = - \frac{b_0^2 R(b_0) + 2b_0b_2 \left[b_0b_2 - 1 + \frac{k^2}{2}(b_0 + b_2) \right] x^2 + b_2^2 R(b_2)x^4}{(b_0 + b_2x^2)^2}$$

$$d\lambda = \frac{2x(a_2b_0 - a_0b_2)}{(b_0 + b_2x^2)^2},$$

Այստեղից հետևում է, զոր $(\lambda^2 - 1)$ -ի և $d\lambda$ -ի համարիչները փոխադարձ կրճատման համար ահաբեկչու և, զորոպեսզի տեղի ունենան հետևյալ համասարությունները՝ $a_0^2 - b_0^2 = a_2^2 - b_2^2 = 0$, կամ հետևյալ չորս հնարավոր դեպքերը՝

$$1) a_1 = b_1; \quad 2) a_1 = -b_1 \quad (i=0,2); \quad 3) a_0 = -b_0; \quad a_2 = b_2; \\ 4) a_0 = b_0; \quad a_2 = -b_2$$

Սրանցից առաջին յերկուսն իմաստ չունեն, զորովհետեւ նրանք տալիս են $\lambda = 1$ և $\lambda = -1$ համադասականարար, իսկ 3) և 4)-ը տալիս են հետևյալ տեղադրությունները՝

$$3) \lambda = \frac{a_0 + a_2x^2}{-a_0 + a_2x^2} \quad \text{և} \quad 4) \lambda = \frac{a_0 + a_2x^2}{a_0 - a_2x^2}$$

բայց 3)-ը կհամընկնի 4)-ի հետ, յեթե ընդունենք $x = -y^2$, մյուս կողմից ի նկատի ունենալով այն, զոր $\lambda \gg 1$ կարող ենք ընդունել՝ $a_0a_2 > 0$ և $x^2 = \frac{a_0}{a_2} p^2$, զորի հետևանքով՝ կունենանք՝

$$\lambda = \frac{1+p^2}{1-p^2}$$

զորի շնորհիվ մենք ներմուծում ենք հենց այն փոփոխականը՝ Այսինքն ստացանք ալգորիթի մի տեղադրություն, զորը

* Տես այլառանրի առաջին մաս էջ 369, բայց զորում պետք է նշել, զոր այլառանրի առաջին մասում սխալմամբ λ -ի համարիչն ա. հայտարարը տեղափոխված են, Այդ մասին մեզ մասնաշնչե՝ Ա Յա Որլովը՝ զեռես զի-ստեղծիչի պատգամած տեղեկ, զորի առթիվ այստեղ մի ալգամ ես պետք է նրան հայտնեք մեր խորին շնորհակալությունը:

կատարել և իր ժամանակին Euler-ը պրոբլեմի լնտեգրալներն ստանալու համար՝

Միաժամանակ նախապես պետք է նշել, Վոր հենց այդ տեղադրությունը մեզ հասցնում է մեր նպատակին, (ինչպես շուտով կտեսնենք) և պետք է միայն նշել Վորի մտքի հանճարեղությունը վերագրել այն, Վոր նա սկզբից ևեթ յեղնելով Վորոշ յերկրաչափական դառողություններից՝ մտքերը և այդպիսի նպատակահարմար փոփոխական:

§ 4. ԻՆՏԵԳՐԱԼՆԵՐԻ ՆՈՐՄԱԼ ՏԵՍԲԻ ԲԵՐՈՒՄԸ ԵՑԼԵՐԻ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆՆԵՐԻ ՄԻՋՈՑՈՎ.

Կատարելով տեղադրություն՝

$$\lambda = \frac{1+p^2}{1-p^2} \quad \dots \dots (4.1)$$

կ'ստանանք՝

$$J = \int \frac{2 \, dp}{\sqrt{R(\lambda) [1-P_1 p^2] [1-P_2 p^2]}} \quad \dots \dots (4.2)$$

վորտեղ P_1 և P_2 հետևյալ բազմանդամի արմատներ են՝

$$R(\lambda) \cdot P^4 + 2(h-a) \cdot P^2 + R(-1) = 0 \quad \dots \dots (4.3)$$

և ուրեմն ունեն ներքոհիշյալ արտահայտությունները h -ից և a -ից կախված՝

$$P_1 = \frac{a-h-\sqrt{k^2-4ha}}{h+a+k^2} \quad \text{և} \quad P_2 = \frac{a-h+\sqrt{k^2-4ha}}{h+a+k^2}$$

կամ հետևյալները λ_1 -ից և λ_2 -ից կախված՝

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{4ha - 4h^2 - 4h\sqrt{k^2-4ha} + k^4 - k^4}{4h^3 + 4ha + 4hk^2 + k^4 - k^4} = \\ &= \frac{-[4h^3 - k^4 + (4h + k^2 - k^2)\sqrt{k^2-4ha} + (\sqrt{k^2-4ha})^3]}{(2h + k^2)^2 - (V_{k^2-4ha})^2} = \\ &= \frac{-(2h + k^2 + \sqrt{k^2-4ha})(2h - k^2 + \sqrt{k^2-4ha})}{(2h + k^2 + \sqrt{k^2-4ha})(2h + k^2 - \sqrt{k^2-4ha})} = \\ &= \frac{-\left(2 + \frac{-k^2 + \sqrt{k^2-4ha}}{2h}\right)}{1 - \frac{-k^2 + \sqrt{k^2-4ha}}{2h}} \end{aligned}$$

և հասեալեա՝ $V_1 = \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1 + 1}$, ճիշտ նույն կերպ կարելի չի ցույց

առաջ, զորս $V_2 = \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_2 + 1}$:

Այժմ, վարպետի մեր ելլիպսիկ ինտեգրալը բերենք վերջնական նորմալ տեսքի, պետք և պարզենք թե V_1 և V_2 -ն ինչպիսի նշաններ ունեն, զորովհետև ելլիպսիկ ինտեգրալին (3,8) տեսքից վերջնական նորմալ տեսքի բերելու համար, պետք և կատարենք ևս մեկ տեղադրություն, զորի տեսքը կախումն և հենց V_1 -ի և V_2 -ի նշաններից: Իսկ ելլիպսիկ ինտեգրալները բնականորեն տեսությանից հայտնի չեն հետևյալը՝

Նշանակենք բնականորեն ձևով ելլիպսիկ ինտեգրալը՝

$$J = \int P(x) dx$$
 զորտեղ $P(x) = H(1 - Ax^2)(1 - Bx^2)$ բնորոշենք նախ և առաջ $a^2 = |A|$, $b^2 = |B|$ և զորոշության համար բնորոշենք նաև $a^2 > b^2$:

Այժմ քննության առնենք H , A և B դրժակիցների դասադան նշաններ ունենալու դեպքերը և այդ դեպքերին համապատասխանող տեղադրութիւնները:

$$1. H > 0, A < 0, B < 0$$

այն ժամանակ՝ $P(x) = H(1 + a^2x^2)(1 + b^2x^2)$, Այժմ կատարենք հետեւյալ տեղադրությունը՝ $x^2 = \frac{1}{b^2} \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)$, զորտեղից

$$dx = \frac{-d\xi}{b\xi^3 \sqrt{1 - \xi^2}}, \quad 1 + a^2x^2 = \frac{a^2}{b^2} \frac{1}{\xi^2} \left(1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \xi^2 \right),$$

$$1 + b^2x^2 = \frac{1}{\xi^2} \text{ և հասեալեա՝}$$

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{-d\xi}{a \sqrt{H} \cdot V(1 - \xi^2)(1 - x^2\xi^2)} = \int \frac{-d\xi}{a \sqrt{H} \cdot \Delta(x, \xi)},$$

$$\text{զորտեղ ելլիպսիկ ինտեգրալի մոդուլը՝ } x^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \geq 0, \quad \leq 1,$$

իսկ $\Delta(x, \xi) = V(1 - \xi^2)(1 - x^2\xi^2)$, 2. $H > 0, A < 0, B > 0$ այն ժամանակ $P(x) = H(1 + a^2x^2)(1 - b^2x^2)$ բնորոշենք՝ $x^2 = \frac{1}{b^2} (1 - \xi^2)$

$$\text{այտաեղից՝ } dx = \frac{-\xi d\xi}{b \sqrt{1 - \xi^2}}, \quad 1 + a^2x^2 = \frac{a^2 + b^2}{b^2} \left(1 - \frac{a^2}{a^2 + b^2} \xi^2 \right)$$

$$1 - b^2x^2 = \xi^2$$

և ուրեմն

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{-d\xi}{\sqrt{H(a^2 + b^2) \Delta(x, \xi)}},$$

վորակ

$$x^2 = \frac{a^2}{a^2 + b^2} > 0$$

3. $H > 0, A > 0, B < 0$ ախտնքն՝

$$P(x) = H(1 - a^2 x^2)(1 + b^2 x^2)$$

և ուրեմն այս դեպքը կը վերածվի նախորդին, յեթե a -ի և b -ի տեղերը փոխենք, իսկ այդ նշանակում է, վոր պետք է կառարել հետևյալ տեղադրությունը

$$x^2 = \frac{1}{a^2}(1 - \xi^2),$$

վորը մեզ կտա՝

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{-d\xi}{\sqrt{H(a^2 + b^2) \cdot \Delta(x, \xi)}}$$

ըստ վորում մոդուլը հավասար կլինի՝

$$x^2 = \frac{b^2}{a^2 + b^2} > 0$$

4. $H > 0, A > 0, B > 0$ այն ժամանակ՝

$$P(x) = H(1 - a^2 x^2)(1 - b^2 x^2)$$

այս դեպքում կ'ընդունենք՝

$$x^2 = \frac{\xi^2}{a^2}, \quad dx = \frac{d\xi}{a}, \quad 1 - a^2 x^2 = 1 - \xi^2,$$

և ուրեմն

$$1 - b^2 x^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \cdot \xi^2$$

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{d\xi}{a \sqrt{H \cdot \Delta(x, \xi)}}, \quad x^2 = \frac{a^2}{b^2} < 1$$

5. $H < 0, A > 0, B > 0$ այսինքն՝

$$P(x) = H/(a^2 x^2 - 1)(1 - b^2 x^2)$$

ընդունենք $1 - b^2 x^2 = \frac{x}{z^2}$ այստեղից՝

$$x^2 = \frac{1}{b^2} \left(1 - \frac{1}{z^2} \right), \quad dx = \frac{-dz}{b^2 \sqrt{z^2 - 1}},$$

$$\begin{aligned} a^2 x^2 - 1 &= \frac{a^2 - b^2}{b^2} - \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{1}{z^2} = \\ &= -\frac{a^2}{b^2} \frac{1}{z^2} \left[1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot z^2 \right], \text{ և ուրեմն,} \end{aligned}$$

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{-dz}{a \sqrt{H \Delta(z, \xi)}}, \quad x^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} > 0,$$

$$6. H < 0, A > 0, B < 0$$

հետևություն 4 էինք՝

$$P(x) = |H| (a^2 x^2 - 1)(1 - b^2 x^2),$$

այժմ ընդունենք՝ $1 - b^2 x^2 = \xi^2, \quad x^2 = \frac{1}{b^2} (\xi^2 - 1)$

$$\begin{aligned} dx &= \frac{1}{b} \cdot \frac{\xi d\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}}, \quad a^2 x^2 - 1 = \frac{a^2}{b^2} \xi^2 - \frac{a^2}{b^2} - 1 = \\ &= -\frac{a^2 + b^2}{b^2} (1 - \xi^2), \quad x^2 = \frac{a^2}{a^2 + b^2} > 0, \end{aligned}$$

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{a \xi}{\sqrt{H(a^2 + b^2) \Delta(\xi)}}.$$

7. $H < 0, A < 0, B > 0$ և ուրեմն՝ $P(x) = |H| (1 - a^2 x^2)(b^2 x^2 - 1)$ Լամբմատելով նախորդ դեպքի հետ տեսնում ենք, վեր միայն a -ն և b -ն միմյանց տեղերն են փոխել, իսկ մյուս կողմից, վերոգրյալն, ինչպես յերևում և նախորդ դեպքից, տեղադրման որոշումները փոփոխություն չեն կրի. յեթև մենք a -ն և b -ն փոխարինենք մեկը մյուսով, ուստի և մենք կկատարենք հետևյալ տեղադրությունը՝ $1 - a^2 x^2 = z^2$ կամ $x^2 = \frac{1}{a^2} (z^2 - 1)$ և կ'ստանանք՝

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{dz}{\sqrt{H(a^2 + b^2) \cdot \Delta(z, \xi)}}, \quad x^2 = \frac{b^2}{a^2 + b^2} > 0.$$

Այսպիսով բոլոր հնարավոր դեպքերը (բոլոր հնարավոր կոմ-
բինացիաները I-ի, A-ի և B-ի տարբեր նշաններ ունենալու
խմաստով) ընդգրկված են, ուստի և կարող ենք անցնել կոնկրետ
մեր տեղադրմանը: Սակայն, նախքան նախորդ արդյունքը
ողտադործելը, դրազվենք մեր՝ P_1 և P_2 արժամանների ուսումնասի-
րությամբ, դիտելով նրանց վարպես h-ի և a-ի ֆունկցիա:

I. Ընդունենք՝ $R(-1) = h - k^2 + a > 0$, այսինքն՝ $h + a > k^2$
այն ժամանակ $R(1) = h + k^2 + a$ կլինի 0-ից մեծ առավել ևս,
վերոզեռեալ $R(1) = R(-1) + 2k^2$ և այս դեպքում, ինչպես յերե-
վում է (4,3)-ից, P_1 -ը և P_2 -ը կլինեն նույն նշանի, վերոզեռեալ՝

$$P_1 P_2 = \frac{R(-1)}{R(1)} > 0.$$

Սակայն մենք պետք է տարբերենք յերկու հնարավոր դեպք՝

I a. յերբ $h > a$ այն ժամանակ $P_1 + P_2 = \frac{2(h-a)}{-R(-1)} < 0$ և ուրեմն
 $P_1 < 0$, $P_2 < 0$, I b. $h < a$ այն ժամանակ՝ $P_1 + P_2 > 0$ և ուրեմն՝
 $P_1 > 0$, $P_2 > 0$.

II. $R(-1) < 0 < R(1)$ այն ժամանակ $P_1 P_2 < 0$ և ուրեմն՝
 $P_1 > 0$, $P_2 < 0$ ըստ վերում $P_1 > |P_2|$.

III. $R(-1) < R(1) < 0$ այն ժամանակ նախից $P_1 P_2 > 0$
և ուրեմն պետք է քննել՝ յերկու դեպք՝

III a. յերբ $h > a$ այսինքն $P_1 + P_2 > 0$ և ուրեմն $P_1 > 0$,
 $P_2 > 0$:

III b. $h < a$ ուստի և $P_1 + P_2 < 0$ հետևապես՝ $P_1 < 0$, $P_2 < 0$,
նշենք նաև հետևյալը, վոր $|P_1| > |P_2|$, յեթե $a < h$ և
 $|P_1| < |P_2|$, յեթե $a > h$:

Այժմ պարզենք, թե (h, a) հարթության, վոր մասերում են
ընկած մեր քննության առած դեպքերը:

I a. Այս դեպքում $h + a > k^2$ և $h > a$, այսինքն (h, a) հար-
թության վրա այդ տեղի ունի $h + a = k^2$ գծից վերև և $h = a$
ուղղից աջ ընկած տիրույթում:

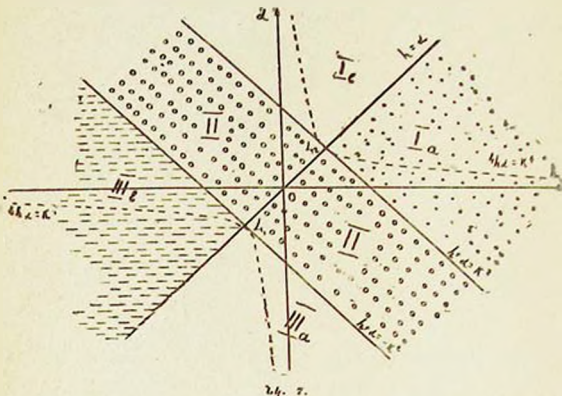
I b. Այստեղ դարձյալ $h + a > k^2$, բայց $h < a$ և հետևապես
զա ընկած է $h + a = k^2$ գծից վերև և $h = a$ ուղղից ձախ:

II. Այս դեպքում $h + a < k^2$ և $h + a > -k^2$ և ուրեմն դա
ընկած է $h + a = k^2$ և $h + a = -k^2$ ուղիղների միջև:

III a. Տվյալ դեպքում $h + a < -k^2$ և $h > a$, այսինքն այդ
տեղի ունի $h + a = -k^2$ գծից ցած և $h = a$ ուղղից աջ ընկած
տիրույթում:

III b. Այստեղ նախ $h \mid x < k^2$, ապա $h \mid a$ և a բևեռացում է $h \mid a = k^2$ ուղղից ցած, իսկ $h \mid a$ ուղղից ձախ կողմում բնկած ախրա-ցիւմ: (Տես. նկ. 7):

Այս պարզեցուց հետո նախ և առաջ նշենք, թոր I և II և III և զեպերն ինչպես յերևում է նկ. 7 և աշխատանքի առաջին մասում առաջած տրոյանքներից, բնկում են (h, a) հարթութան աշն մասերում, թորտեղ շարժումն անհետք է և, հետևաբար, այդ զեպերի հետագա քննարկումն անիմաստ է:



Այժմ նշանակելով՝ $|P_i| = p_i^2$ ($i=1,2$) կունենանք՝

$$I \text{ a. } P(p) = R(I)(I + p_1^2 p_2^2)(I + p_1^2 p_2^2)$$

և հետևաբար պետք է կատարենք տեղադրման առաջին զեպեր, այսինքն պետք է բնդունենք՝ $p^2 = \frac{I}{p_1^2} \left(\frac{I}{p_1^2} - 1 \right)$,

թորովհետև $p_1^2 > p_2^2$

և կատարենք՝

$$J = \int \frac{2d\xi}{p_1 \sqrt{R(I)\Delta(x, \xi)}}, \quad x^2 = \frac{p_1^2 - p_2^2}{p_1^2} > 0$$

Այժմ վորոշենք ξ -ի փոփոխման սահմանները. (4,2)-ից ունենք՝ $p^2 = \frac{\lambda - 1}{1 + 1}$ և $\xi^2 = \frac{1}{p_2^2 p^2 + 1}$, ըստ վորում (h,2) հարթության 1 ա. տիրույթում $1' < \lambda < \infty$ և հետևապես $0 < p^2 < 1$, Այժմ կողմից $\frac{dp^2}{d\lambda} = \frac{2}{(\lambda + 1)^2} > 0$ և հետևապես p^2 -ն λ -ի միշտ մեծող ֆունկցիա չէ, այստեղից հետևում է, վոր $1 > \xi^2 > \frac{1}{1 + p_2^2}$ այսինքն փոփոխման սահմանների տեսակետից ևս ξ -ի փոփոխման ինտերվալը բավարարում է ելլիպտիկ ինտեգրալի նորմալ սևորի պահանջներին և այդպիսով մեր տեղադրությունը միանգամայն նպատակահարմար էր:

$$\text{II. } P(p) = R(1)(1 - p_1^2 p^2)(1 + p_2^2 p_2)$$

այստեղից հետևում է, վոր պետք է կատարել տեղադրում համաձայն 3 դեպքի, այսինքն պետք է ընդունենք $p^2 = \frac{1}{p_1^2}(1 - \xi^2)$ և ուրեմն կունենանք

$$J = \int \frac{-x d\xi}{VR(1)(p_1^2 + p_2^2) \cdot \Delta(x, \xi)}, \quad x^2 = \frac{p_1^2}{p_1^2 + p_2^2} > 0$$

վորպեսզի վորոշենք ξ -ի փոփոխման սահմանները, մենք պետք է տարբերենք յերկու հնարավոր դեպք:

II a. $h > 0$ այն ժամանակ $1 < \lambda < \infty$ և ուրեմն (4,1)-ը տալիս է՝ $0 < p^2 < 1$, իսկ վորովհետև $\xi^2 = 1 - p_2^2 p^2$, ուստի ξ -ի համար ստացվում է փոփոխման հետևյալ ինտերվալը (միջակայքը)՝ $1 > \xi^2 > 1 - p_2^2$, վորտեղ $p_2^2 = -\frac{(1 + \lambda_2)}{1 - \lambda_2} < 1$, վորովհետև սվյալ դեպքում, ինչպես յերևում է նկ. 3-ից, $\lambda_2 < -1$:

II b. $h < 0$ այն ժամանակ $1 < \lambda < \lambda_2$ և ուրեմն՝ $0 < p^2 < \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_2 + 1} = p^2_{\max}$, ըստ վորում $\lambda_2 > 1$ (տես նկ. 3) և հետևապես $1 > \xi^2 > 1 - p_2^2 p^2_{\max}$, բայց $p^2_{\max} = p \frac{1}{p_2^2}$ այսինքն՝ $1 - p_1^2 p^2_{\max} = 0$, այսպիսով ξ -ի համար ստացվում է փոփոխման հետևյալ ինտերվալը (միջակայքը)՝ $1 > \xi^2 > 0$:

$$\text{III a. } R(1) < 0, h > a \text{ և ուրեմն՝}$$

$$P(p) = (R(1)) \cdot (p_1^2 p^2 - 1)(1 - p_2^2 p^2)$$

հետևապես պետք է հասարակ տեղադրում համաձայն Ξ զեպքի, այսինքն՝ պետք է բնորոշենք՝ $p^2 = \frac{1}{p_2^2} \left(1 - \frac{1}{\xi^2} \right)$ և հաստատենք՝

$$J = \int \frac{d\xi}{p_1 \sqrt{K(\xi) \cdot \Delta(x, \xi)}}, \quad p_1^2 - p_2^2 \frac{p_2^2}{p_1^2} > 0, \quad p_1^2 < 1,$$

(զորովհետև սովոր զեպքում $\alpha < 1$ և ուրեմն՝ $p_1^2 > p_2^2$),

Այժմ քննություն առնենք ξ -ի փոփոխման սահմանների հարցը: Մենք պարզապես պետք է տարբերենք յերկու զեպք՝ III a_1 , յերբ $h < 0$ և III a_2 , յերբ $h > 0$:

III a_1 $h < 0$, այն ժամանակ համաձայն աղյուսակների 1 մասի ունենք՝ $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$ և ուրեմն՝

$$p_{\min}^2 = \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1 + 1} < p^2 < \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_2 + 1} = p_{\max}^2,$$

Այդ պատճառով ξ -ի համար հաստատենք փոփոխման հետևից սովոր միջակայքը (խտերվարը)՝

$$\frac{1}{1 - p_2^2 p_{\min}^2} < \xi^2 < \frac{1}{1 - p_2^2 p_{\max}^2},$$

զորտեղ՝ $p_{\min}^2 = \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1 + 1}$, $p_{\max}^2 = \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_2 + 1}$, բայց քիչ առաջ տեսանք, զոր $p_{\max}^2 = \frac{1}{p_2^2}$ և հետևապես $1 - p_1^2 p_{\max}^2 = 0$, մյուս կողմից ճիշտ նույն կերպ $1 - p_1^2 p_{\min}^2 = 0$, և ուրեմն կունենանք՝

$$1 < \frac{1}{1 - \frac{p_1^2}{p_2^2}} < \xi^2 < \infty,$$

Այսինքն այս զեպքում ξ^2 փոփոխման սահմանները չեն բաժարարում պահանջվող պայմաններին:

III a_2 այն ժամանակ ունենք՝ (տես 1 մաս)՝ $\lambda_1 < \lambda < \infty$ և ուրեմն $\frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1 + 1} = \frac{1}{p_1^2} < p^2 < 1$, այստեղից հետևում է, զոր $\xi_{\max}^2$ համար կունենանք՝

$$1 < \frac{1}{1 - \frac{p_2^2}{p_1^2}} < \xi^2 < \frac{1}{1 - p_1^2}$$

Սյսինքն այս դեպքում ևս պահանջվող պայմանները չեն բավարարում:

Ինչպիսիով մենք կարող ենք յիշրակացնել հետևյալը, վոր ելլերյան փոփոխականը (p-ն), վորը միակն եր մեր փնտռած տեղագրություններէց, իբրև մի այնպիսի տեղագրություն, վորի շնորհիվ մեր ելլիպտիկ ինտեգրալները (ինտեգրալը), բերվում էյին նորմալ — Լեժանդրյան տեսքի, անդամ այդ տեղագրությունը հնարավորություն չի տալիս հնարավոր շարժման տիպերի բոլոր դեպքերում ինտեգրալներին ցանկացած տեսքը տալու: Շարժման այդպիսի տիպերից են հանդիսանում (հձ) հարթության III և III և III և III մասերում ընկնող տիպերը, կամ համաձայն աշխատության I մասում ընդունած նշանակման՝ 131 և 222 դեպքերը, վորոնցում պետք է նշել (վորովհետև այդ բնորոշ է), վոր շարժումը «ներքին» սահմանափակված է $\lambda = \lambda_1$ ելիպսով, իսկ օվի-րովից կամ սահմանափակված է $\lambda = \lambda_2$ ելիպսով, և կամ բոլորովին սահմանափակված չեն (222): Վերահիշյալ պատճառով մենք ստիպված յեղանք զբաղվել նաև այլ տեղագրություններով, վորոնց մասին և կտեղեկացվի ներկա հոդվածի հաջորդ պարագրաֆում (§ 5):

§ 5.

ԵԼԼԻՊՏԻԿ ԻՆՏԵԳՐԱԼՆԵՐԻՆ ՆՈՐԾԱԼ ՏԵՍԲ ՏԱԼԸ ԱՅԼ ԿՎԱԴՐԱՏԻԿ—ԿՈՏՈՐԱԿԱՅԻՆ ՏԵՂԱԴՐՈՒԹՅԱՆ ԵՆՈՐՀԻՎ

Վորպեսզի մի նոր կվադրատիկ կոտորակային տեղագրություն գտնենք՝ նախ և առաջ վերհիշենք § 3-ի սկզբում $R(\lambda)$ -ի և $(\lambda^2 - 1)$ -ի նկատմամբ կիրառած հիմնական պայմանները, իսկ այդ պայմանները կալանում եյին նրանում, վոր (3,4) հավասարություններում մենք պահանջեցինք, վորպեսզի $R(\lambda)$ -ի համարիչը տեղագրություն կատարելուց հետո իրենից ներկայացնի մի բիկվադրատիկ արտահայտություն նոր փոփոխականի՝ x -ի նկատմամբ, իսկ $(\lambda^2 - 1)$ -ի արտահայտության համարիչը պահանջեցինք, վոր լինի լրիվ քառակուսի և արմատի տակից դուրս գալուց հետո կրճատվի $d\lambda$ -ի համարիչի հետ: Բայց մենք կարող ենք վարվել և հակառակը՝ $R(\lambda)$ -ի և $(\lambda^2 - 1)$ -ի արտահայտություններին վրա կիրառած պայմանները փոխելով միմյանցով, այսինքն՝ կարող ենք պահանջել, վորպեսզի $R(\lambda)$ -ի համարիչը լինի լրիվ քառակուսի, իսկ $(\lambda^2 - 1)$ -ի համարիչն իրենից ներկայացնի բիկվադրատիկ արտահայտություն նոր փոփոխականի նկատմամբ:

կատարելով ամենաընդհանուր առաքի կատարակային կլիպ-
քառակ սեղադրության՝

$$\lambda = \frac{a_0 + a_2 x^2}{b_0 + b_2 x^2} \quad (5,1)$$

կունենանք՝

$$d(\lambda) = \frac{2(a_2 b_0 - a_0 b_2)x}{(b_0 + b_2 x^2)^2} \cdot dx$$

$$\lambda^2 - 1 = \frac{a_0^2 - b_0^2 + 2(a_0 a_2 - b_0 b_2)x^2 + (a_2^2 - b_2^2) \cdot x^4}{(b_0 + b_2 x^2)^2}$$

$$R(\lambda) = \frac{b_0^2 R(l_0) + 2b_0 b_2 \left[h l_0 l_2 + 1 + \frac{k^2}{2} (l_0 + l_2) \right] x^2 + b_2^2 R(l_2) \cdot x^4}{(b_0 + b_2 x^2)^2}$$

Նախ պահանջենք, Վուրպեպի $R(\lambda)$ -ի համարիչն իրենից ներ-
կայացնի լրիվ քառակուսի և կրճատվի ժ-ի համարիչի հետ, դրա
համար պետք է աւելի ունենան հետևյալ հաղասարումները՝

$$R(l_0) = h l_0^2 + k^2 l_0 + \alpha = 0 \text{ և } R(l_2) = h l_2^2 + k^2 l_2 + \alpha = 0$$

Այստեղից յեզրակացնում ենք, Վոր l_0 և l_2 -ը պետք է իրեն-
ցից ներկայացնեն $R(\lambda)$ բաղմանդամի արմատները, այսինքն՝
պետք է լինի՝

$$a) l_0 = \lambda_1, \quad l_2 = \lambda_2;$$

$$b) l_0 = \lambda_2, \quad l_2 = \lambda_1;$$

$$c) l_0 = l_2 = \lambda_1;$$

$$d) l_0 = l_2 = \lambda_2;$$

Իսկ հեշտ և ցուշ տալ, Վոր c) և d) դեպքերն անիմաստ
են և քննության առնելու կարիք չկա: Իսկապես դրենք (5,1)
սեղադրության հետևյալ ձևով՝

$$\lambda = \frac{\frac{a_0}{b_0} + \frac{a_2}{b_2} \cdot \frac{b_2}{b_0} x^2}{1 + \frac{b_0}{b_2} x^2} = \frac{l_0 + l_2 \frac{b_2}{b_0} x^2}{1 + \frac{b_2}{b_0} x^2} \quad (5,2)$$

այստեղից c) և d) դեպքերի համար -- ստացվում է՝

$$l = \lambda_1 \quad \text{կամ} \quad l = \lambda_2$$

Վորսնք ակնհայտորեն անիմաստ են:

Ինչ վերաբերում է b_1 դեպքին, ապա պետք է ասել, վոր այն եւս առանձին շննության առնելու կարիք չկա, վորովհետեւ այդ դեպքը ըզխում է a_1 -ից: յետեւ այս վերջինում λ_1 -ը և λ_2 -ը փոխարինենք միմյանցով և հետևողեւս բաժական է միայն a_1 դեպքին համապատասխանող տեղադրություններում λ_1 -ի փոխարեն վերցնել λ_2 , իսկ λ_2 -ի փոխարեն՝ λ_1 :

Անդրադասանք a_1 դեպքին. ինկատի ունենալով (5,2)-ը կարող ենք գրել՝

$$\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 \frac{b_1}{b_0} x^2}{1 + \frac{b_1}{b_0} x^2}.$$

Այժմ x -ի փոխարեն ներմուծենք նոր փոփոխական: Դրա համար պետք է տարբերել յերկու դեպք (վորովհետեւ մենք միշտ ինկատի ունենք իրական տեղադրություններ),

A. $\frac{b_2}{b_0} > 0$, այսինքն b_{11} և b_{12} ունեն նույն նշանները, այն ժամանակ կրնդունենք՝

$$x^2 = \frac{b_0}{b_2} y^2,$$

վորակց y -ը մի նոր փոփոխական է:

I. $\frac{b_2}{b_0} < 0$, այն ժամանակ կվերցնենք՝ $x^2 = -\frac{b_0}{b_2} t^2$,

Այսպիսով մենք կունենանք a_1 դեպքին համապատասխանող յերկու հնարավոր տեղադրություններ՝

$$a. \quad \lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 y^2}{1 + y^2} \quad (5,3)$$

$$I. \quad \lambda = \frac{\lambda_1 - \lambda_2 t^2}{2 - t^2} \quad (5,4)$$

Սակայն ակնհայտ է, վոր այս վերջիններն եւս միմիանցից անկախ տեղադրություններ չեն, վորովհետեւ (5,4)-ը կստացվի (5,3)-ից՝ ընդունելով այդ վերջինում $y^2 = -t^2$, այսինքն՝ կատարելով կեղծ տեղադրություն:

* Իհարկե y -ն առանց, ինչպես է x -ը (նախորդ յերկու պարագրաֆներում է) զեմքաբառ կորգինառներէց մեկը չէ, այլ սակ մի նոր փոփոխական, վորը համաձայն աշխատանքի 2-րդ մասի, իրենից ներկայացնում է b_1 -ը պարզ կորգինառներէց մեկը:

Այդ պատճառով եւ մենք բոլոր զեպքերում կդարձադրենք (5,3) տեղադրությանը, միայն համապատասխան տեղերում կնշխարք։ Քն ինչ զեպքերում նա զիւր և անվում կեղծ տեղադրության։

ա. Կատարելով՝ $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 y^2}{1 + y^2}$ տեղադրությանը և ի նկատի ու-

նենալով, զոր $R(\lambda_1) = R(\lambda_2) = 0$, կստանանք՝

$$d\lambda = \frac{2y(\lambda_2 - \lambda_1)}{(1 + y^2)^2} \cdot dy$$

$$\lambda^2 - 1 = \frac{\lambda_1^2 - 1 + 2(\lambda_1 \lambda_2 - 1) \cdot y^2 + (\lambda_2^2 - 1)y^4}{(1 + y^2)^2}$$

$$R(\lambda) = \frac{(2h\lambda_1\lambda_2 + k^2\lambda_1 + k^2\lambda_2 + 2\alpha)y^2}{(1 + y^2)^2},$$

որից

$$\begin{aligned} 2h\lambda_1\lambda_2 + k^2\lambda_1 + k^2\lambda_2 + 2\alpha &= h\lambda_1^2 + k^2\lambda_1 + \alpha + h\lambda_2^2 + \\ &+ k^2\lambda_2 + \alpha + 2h\lambda_1\lambda_2 - h\lambda_1^2 - h\lambda_2^2 = R(\lambda_1) + \\ &+ R(\lambda_2) - 2h(\lambda_1 - \lambda_2)^2 = -2h(\lambda_2 - \lambda_1)^2, \end{aligned}$$

այնպես զոր ստացվում է՝

$$R(\lambda) = \frac{-2h(\lambda_2 - \lambda_1)^2}{(1 + y^2)^2} \cdot y^2$$

և հետևապես՝

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{V\lambda(\lambda)} &= \frac{d\lambda}{V(\lambda^2 - 1)R(\lambda)} = \\ &= \frac{V2 \cdot dy}{V(-h(\lambda_1^2 - 1) \cdot V(1 - Y_1 y^2)(1 - Y_2 y^2))}, \end{aligned}$$

* Այսպէս մենք արժան հանկուց հետս վերցրել ենք մի-ին զբաղան նշանը, զորս անհմտ (բացասական) նշանը պայք կտա միայն, զոր լ-ն ք-ի նվազող և վ-ն աճող (կամ հակասակը՝ աճող և վ-ն թե նվազող) Ֆունկցիոն յե, իսկ յենթադնեղորալ Ֆունկցիոն փոփոխության չի յենթադրել ջ-ը՝ (-y)-ով փոփոխելուց. զա թղթում և նենց մեր վերցրած տեղադրության բնութից, զորում ք-ը մանուշ և միայն քառակուսի առաինանով։

Այդ պատճառով մենք միշտ տեղադրության աստիճանց հետս ստաց-վող բառահայտությանը կվերցնենք զբաղան նշանով։ Այսպէս որ, յեթե կա-

վորակի՝ Y_1 և Y_2 հանդիսանում են՝

$$Y^2 + 2 \frac{\lambda_1 \lambda_2 - 1}{\lambda_1^2 - 1} \cdot Y_1 + \frac{\lambda_2^2 - 1}{\lambda_1^2 - 1} = 0$$

համասարման արժատներն ունեն և հետևյալ արժեքները՝

$$Y_1 = -\frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1}, \quad Y_2 = -\frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_1 - 1},$$

$$\text{իսկ } y^2 = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda} = \frac{1}{Y}.$$

Նախ քննության առնենք Y_1 և Y_2 արժատների նշանները.

ա) $Y_1 < 0$, այդ տեղի կունենա այն ժամանակ, յերբ $\lambda_2 + 1$ և $(\lambda_1 + 1)$ արտահայտությունները լինեն միևնույն նշանի, այսինքն յերբ տեղի ունենան միաժամանակ հետևյալ պայմանները.

$$\begin{array}{l} \lambda_2 > -1 \quad \text{կամ} \quad \lambda_2 < -1 \\ \lambda_1 > -1 \quad \text{կամ} \quad \lambda_1 < -1 \end{array}$$

նկ. 2 և 3-ից լերևում է, վոր այդ տեղի ունի $h < 0$ կիսահորթության համար՝ $h + \alpha = k^2$ գծից ներքև ընկած տիրույթում, իսկ $h > 0$ դեպքի համար՝ $h + \alpha = k^2$ գծից վերև գտնվող տիրույթում (իհարկե առանց հիպերբոլի ճյուղերի ներսն ընկնող հարթամասի).

Գորդ է, վոր (h, α) հարթութլան մնացած մասում կլինի՝
 80) $Y_1 > 0$; (տես նկ. 8).

02) $Y_2 < 0$, այս տեղի կունենա այն ժամանակ, յերբ λ_1 և λ_2 միաժամանակ մեծ են մեկից, կամ փոքր են դրանից (մեկից), այսինքն յերբ՝

$$\begin{array}{l} \lambda_1 > 1 \quad \text{կամ} \quad \lambda_1 < 1 \\ \lambda_2 > 1 \quad \text{կամ} \quad \lambda_2 < 1 \end{array}$$

Իսկ այդ տեղի ունի, ինչպես յերևվում է նույն նկ. 3 և 3-ից (h, α) հարթության այն մասերում, վորոնք $h < 0$ դեպքի

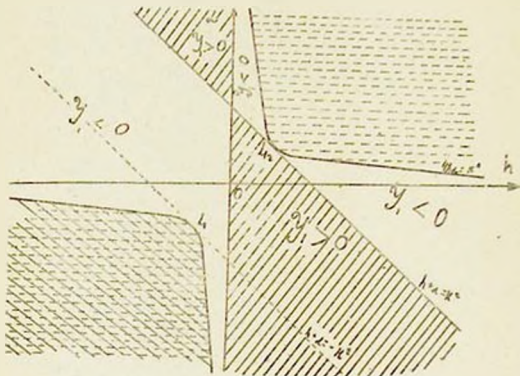
առերևից (Ճ.Ժ) տեղ-գրությունն, այսինքն ընդունելիքն՝ $y^2 = -1$, ապա թեև ճկ-ի արտահայտությունն իր նշանը կփոխի, բայց $q = k^2$ չի ի նկատի չառնել, ուստի պարզ է, $R(\lambda) = \frac{2h(\lambda_2 - \lambda_1)^2}{(1 - \epsilon^2)}$. Եւ, վոր այդ դեպքում

$$R(\lambda) = \frac{2h(\lambda_2 - \lambda_1)^2}{(1 - \epsilon^2)} \cdot \epsilon^2.$$

համար ընկած են $h + \alpha = -k^2$ գծից ներքև (չհասնում Հիպերբոլի
 ճյուղերի ներսում գտնվող հարթամասը) իսկ $h > 0$ կիսահար-
 թաթյան համար՝ $h + \alpha = -k^2$ գծից վերև:

Այնչափ է, Վոր (h, α) հարթության մեացած մասերում
 կլինի՝ 0) $Y_2 > 0$ (տես նկ. 9):

Այժմ վորպեսզի վորոշենք թե Y_1 -ի և Y_2 -ի նշանների տար-
 րեր կոմբինացիաները (զուգորդումները) h -ի և α -ի վոր արժեք-
 ների գեպում են հնարավոր, մենք պետք է դործադրենք այն



նկ. 8.

հիմնական լեղանակը, վորով դեկավարվել և վորն ոգտագործել
 ենք աշխատանքի I մասում, այսինքն՝ պետք է վերադրենք R
 և θ նկարները միմյանց վրա: Կատարելով այդ՝ կունենանք հե-
 տեվյալ պատկերը՝

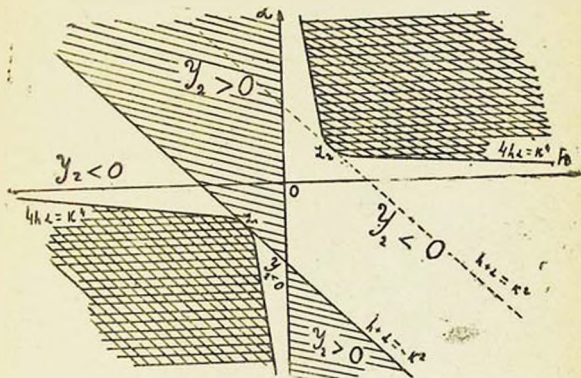
ա) $Y_1 < 0, Y_2 < 0$ տեղի ունի՝

1) $h < 0$ կիսահարթաթյան համար՝ $h + \alpha = -k^2$ գծից ներքև

2) $h > 0$ գեպի համար՝ $h + \alpha = k^2$ գծից վերև (հնարկե
 ասանք Հիպերբոլի ներսն ընկած հարթամասի):

α) $Y_1 < 0, Y_2 > 0$ սա տեղի ունի միայն $h < 0$ կիսահարթության այն մասում, վորն ընկած է $h + a = k^2$ և $h + a = -k^2$ գծերի միջև (իսկ $h > 0$ դեպքում տեղի չի կարող ունենալ, վորովհետև այդ կիսահարթության վրա $Y_1 < 0$ և $Y_2 > 0$ դեպքերին համապատասխանող տիրույթները միմյանց վրա չեն ընկնում, այսինքն չունեն ընդհանուր մասեր)։

β) $Y_1 > 0, Y_2 < 0$ այս դեպքն էլ տեղի ունի միայն $h > 0$ կիսահարթության այն տիրույթում, վորը նույնպես ընկած է



Զգ. 8.

$h + a = k^2$ և $h + a = -k^2$ գծերի միջև, այսինքն $h + a = k^2$ գծից ներքև և դեպքում, իսկ $h + a = -k^2$ ուղղից վերև։

β) $Y_1 > 0, Y_2 > 0$ սա տեղի ունի՝

1) $h < 0$ դեպքում $h + a = k^2$ գծից վերև, և

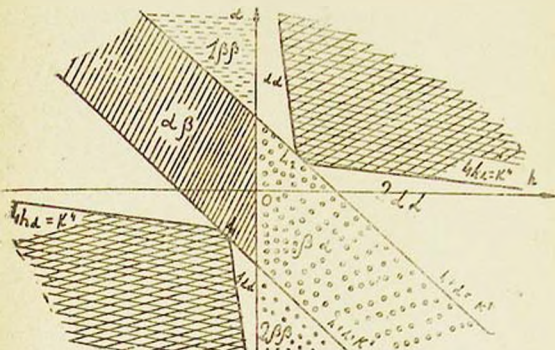
2) $h > 0$ դեպքում $h + a = -k^2$ ուղղից ներքև (տես նկ. 10)։

Ի վերջո նշենք նաև, վոր յեթե մենք կատարենք տեղադրություն համաձայն b) դեպքի, այսինքն, յեթե λ_1 -ը և λ_2 -ը միմյանցով փոխարինենք, ապա պարզ է, վոր Y_1 -ը և Y_2 -ը իրենց նշանները չեն փոխի, և կփոխվեն միայն նրանց բացար-

և մի արժեքները՝ դասնայով նրանց հակադարձ մեծությունները։
Ընդհանուսապես (5,4) տեղադրությունը գեպտոմ արժանաները
բացարձակ արժեքներով կլինան նույնը և կփոխվեն միայն նրանց
շնչանքը։

Այժմ ահջները վերջնական նորմալ տեսք ապրանք, դրա
համար մենք պետք և ամեն մի գեպտոմ տեսնելիս քննություն
առնենք։

ա) $Y_1 < 0$ և $Y_2 < 0$, բնորոշներ՝ $(Y_1) = y_1^2$, $(Y_2) = y_2^2 - j^2$



Նկ. 10.

ժամանակ 1ա), յերբ $h < 0$ կունենանք՝

$$z(\lambda) = |h|(\lambda_1^2 - 1)(1 + y_1^2 y^2)(1 + y_1^2 y^2)$$

առաջի $Vz(\lambda)$ -ի արտահայտությունը կլինի իրական, յեթե $\lambda_1 > 1$
(իհարկե y -ի իրական արժեքների համար միայն, իսկ մեզ հենց
այդ և հետաքրքրում), իսկ $h < 0$ կհստակաբարթության միայն 130
տիրույթում և, զոր այդ տեղի ունի, իսկ 110 տիրույթում ու
նենք $\lambda_1 < 1$ և հետևապես $Vz(\lambda)$ կլինի այնպիսի կեղծ. բայց 110 տի-
րույթում, ինչպես սույն հենց ազել աշխատանքի առաջին մասում,

չաբժուժը հնարագոր չե, և հետևապես տեղադրման յեղանակի հետադա քննարկումն այդ ղեպքի համար միանգամայն անիմաստ է: Այժմ անդրադառնանք $\lambda_1 > 1$ ղեպքին, վորն ըն նում է 130 ախրույթում: Վարպեսդի այդ ղեպքի համար կարողանանք ինտեգրալին տալ վերջնական նորմալ տեսք. պետք է կատարենք նոր տեղադրություն, համաձայն նախորդ §-ի (§ 4) 1 ղեպքի, վորովհետև համեմատելով $x(\cdot)$ -ի արտահայտությունը $P(x)$ -ի հետ կանոններ, դոր՝ $H = |h|(\lambda_1^2 - 1)$, $A = Y_1$ և $B = Y_1$, իսկ սվլալ գեպքում անենք $\lambda_1 > 1$, $Y_2 < 0$ և $Y_1 < 0$ և ուրևնն ավետք է ընդունենք՝ $1 + y_1^2 y^2 = \frac{1}{\xi^2}$ կամ $y^2 = \frac{1}{y_1^2} \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)$, վորովհետև

սվլալ ղեպքում $y_1 < y_2^2$, իսկակես $y_1^2 < y_2^2$ պայմանը տեղի հունենա, յեթև իննի՝ $\frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1} < \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_1 - 1}$ կամ ի նկատի ունենալով, վոր $\lambda_1^2 - 1 > 0$, յեթև՝ $(\lambda_2 + 1)(\lambda_1 - 1) < (\lambda_2 - 1)(\lambda_1 + 1)$, իսկ տյտեղիք կրդիթի՝ $\lambda_2 > \lambda_1 > 1$, վորը բավարարում է հենց 130 ախրույթում:

Պատարելով զերոյի յայլ տեղադրությունը կստանանք՝

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{V_2(\lambda)} &= \frac{+V_2 \cdot d\xi}{y_2 V - \lambda(\lambda_1^2 - 1) \cdot \Delta(x, \xi)} = \\ &= \frac{+V_2 \cdot d\xi}{V - \lambda(\lambda_1 + 1)(\lambda_2 - 1) \cdot \Delta(x, \xi)}, \end{aligned}$$

վորտեղ՝

$$x^2 = \frac{y_2^2 - y_1^2}{y_2^2} > 0, \quad \Delta(x, \xi) = V(1 - \xi^2)(1 - x^2 \xi^2),$$

Այժմ քննությունն առնենք է-ի փոփոխման սահմաններն ունենք՝

$$\xi^2 = \frac{1}{1 + y_1^2 y^2}, \quad y^2 = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda},$$

ըստ վորում λ -ն փոփոխվում է հետևյալ սահմաններում՝

$$\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \quad \text{ուստի կունենանք՝}$$

$$0 < y^2 < \infty \quad \text{հետևապես՝}$$

$1 \geq \xi^2 \geq 0$ և ուրևնն ղահանջվող պայմանները բավարարում են:

Պարզ է, վոր այլ տեղադրություն կատարելն ընդունելուց

$y^2 = -t^2$ կամ λ_1 և λ_2 գոտարկնելով միմյանցից ուղիղա Իմաստ
 չունի:

Այժմ քննում թյան տուն՝ Նր 2) $h > 0$ ղեկդար 222) $h > 0$, այս
 ղեկդարում ունենա՝ $z(\lambda) = -1(t_1^2 - 1)(1 + y_1^2 y^2)(1 + y_2^2 y^2)$ բառ
 գորում այս ղեկդարում $z(\lambda)$ ր կու նենա Իբադան աբմերեն, գորով
 հետև ալդ բնկում և (λ, a) հարթում թյան 210 (II) 2) ախում յթում,
 գորակ $\lambda_1 < 1$ և հետևապես $\lambda_1^2 - 1 < 0$. Կատարենք նույն տեղադ
 րում թյան ր ինչ գոր նախորդ ղեկդարում, գորովհետև այս ղեկդարում
 ևս $y_1^2 < y_2^2$:

Իբար 210 ախում յթում ունենա՝ $-1 < \lambda_1 < \lambda_2 < 1$, այստեղից
 և առող կեր $2\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 + 1 < 2\lambda_1 - \lambda_1 \lambda_2 + 1$ կամ
 $(\lambda_2 + 1) \cdot (1 - \lambda_1) < (1 - \lambda_2)(1 + \lambda_1)$ անհավասարում թյան յերկու մասն
 էլ բաժանելով $1 - \lambda_1^2 > 0$ -ի գրա, կստանանք $\frac{\lambda_2 + 1}{1 - \lambda_1} < \frac{1 - \lambda_2}{1 - \lambda_1}$, այս
 ախում իսկապես $y_1^2 < y_2^2$:

Կատարելով $y^2 = \frac{1}{y_1^2} \left(\frac{1}{t^2} - 1 \right)$ տեղադրում թյան ր, կու նե
 նանք՝

$$\frac{d\lambda}{V_2(t)} = \frac{-1 \cdot V_2 \cdot dt}{y_2 V_1(t - \lambda_1^2) \Delta(t_1^2)}$$

$$= \frac{-1 \cdot V_2 \cdot dt}{V_1(t - \lambda_2)(1 + \lambda_1) \cdot \Delta(t_1^2)} \quad x^2 = \frac{y_1^2 - y_2^2}{y_2^2} > 0,$$

բառ գորում $\xi^2 = \frac{1}{1 + y_1^2 y^2}$, գորակ $y^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$ բայց, գորովհետև
 այս ղեկդարում $1 < \lambda_1 < \lambda_2$, իսկ $\lambda_2 < \lambda_1 < 1$, ուստի առաջգում և
 $y^2 < 0$ և ուրեմն $\xi^2 > 1$ ախումքն է-ի գորովհետև ինտերվալն ախ
 չէ, ինչ անհրաժեշտ էր, և հետևապես (3, 7) տեղադրում թյանը
 բնովելիք ղեկդար համար ախմաստ և Կատարենք (3, 4) տեղադրում թյանը, գ
 րովհետև $y^2 < 0$, բայց ղեկդար λ_1 ցուց տալ, գոր այդ ղեկդարում ևս ξ^2 -ի
 առմանները λ_1 ն բաղադրում պահանջող պայմաններին:

Իսկապես, յեթև կատարենք (5, 4) տեղադրում թյանը (5, 3)-ում
 ղեկդարելով $y^2 = -t^2$, ապա կու նենանք՝

$$z(\lambda) = h(1 - \lambda_1^2)(1 - t_1^2 t^2) \cdot (t_2^2 t^2 - 1),$$

գորակ՝

$$t_1^2 = -Y_1 = y_1^2 = \frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1} > 0, \quad t_2^2 = -Y_2 = y_2^2 = \frac{1 - \lambda_2}{1 - \lambda_1} > 0,$$

և վորովհետև $t_1^2 < t_2^2$, ուստի համաձայն 3 դեպքի (§ 4) կընդունենք $\frac{1}{t_1^2} = 1 - t_1^2 t_2^2$, վորը մեզ կտա՝

$$\frac{d\lambda}{V_2(\lambda)} = \frac{+V_2 \cdot d\xi}{t_2^2 V_1(\lambda + \lambda_1) \Delta(x, \xi)} = \frac{V_2}{V_1(\lambda + \lambda_1)(1 - \lambda_2)} \cdot \frac{d\xi}{\Delta(x, \xi)}$$

վորտեղ $x^2 = \frac{t_2^2 - t_1^2}{t_1^2} > 0$, իսկ ξ^2 փոփոխման սահմանները կլինեն

$$\frac{1}{1 - t_1^2} < \xi^2 < \frac{1}{1 - t_1^2}, \text{ վորովհետև } 1 < \lambda < \infty, \text{ ուստի ստաց-}$$

վում է $\frac{1}{t_1^2} < \xi^2 < 1$, վորից էլ բխում են ξ^2 -ու փոփոխման վերահաս սահմանները, իսկ վորում հեշտ է ցույց տալ, վոր $t_1^2 > 1 > t_2^2$,

Այսպիսով մենք տեսնում ենք, վոր $\xi^2 > 1$ է հետևապես (5.4) տեղադրութունը ևս այս դեպքի համար անիմաստ է դառնում, $\alpha_3^2) Y_1 < 0, Y_2 > 0$, և ուրեմն պետք է ընդունենք

$$y_1^2 = -Y_1 = \frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1} \quad y_2^2 = Y_2 = \frac{\lambda_2 - 1}{1 - \lambda_1}$$

հետևապես կունենանք՝

$$\begin{aligned} z(\lambda) &= -h(\lambda_1^2 - 1)(1 + y_1^2 y_2^2)(1 - y_2^2 y_2^2) = \\ &= h/(1 - \lambda_1^2)(1 + y_1^2 y_2^2)(y_2^2 y_2^2 - 1), \end{aligned}$$

այստեղ $h < 0$, իսկ $\lambda_1 < 1 < \lambda_2$ և ուրեմն $z(\lambda)$ -ն իրական կլինի, յեթև $y_1^2 y_2^2 - 1 > 0$,

Այս դեպքում պետք է կատարենք տեղադրություն համաձայն 6) կամ 7) դեպքի (§ 4), այսինքն կընդունենք՝

$$y^2 = \frac{\lambda}{y_1^2} (\xi^2 - 1) \text{ կամ } \xi^2 = 1 + y_1^2 y^2, \text{ այն ժամանակ կստանանք՝}$$

$$\frac{d\lambda}{V_2(\lambda)} = \frac{V_2 \cdot d\xi}{V h(\lambda_1^2 - 1) V y_1^2 + y_2^2 \cdot \Delta(x, \xi)} = \frac{d\xi}{V h/(\lambda_2 - \lambda_1) \cdot \Delta(x, \xi)},$$

վորտեղ $x^2 = \frac{y_2^2}{y_1^2 + y_2^2} > 0$, իսկ ξ^2 -ն կունենա փոփոխման հե-

տեղալ միջակայքը՝ $1 + \frac{y_1^2}{y_2^2} = \frac{1}{x^2} < \xi^2 < \infty$, վորովհետև այս

զեղարում $1 < \lambda < \lambda_2$ և հետևապես $\frac{1-\lambda_1}{\lambda_2-1} = \frac{1}{y_2^2} < y^2 < \dots$ վերադից
և քղիում են է-ի փոփոխման վերահիշյալ սահմանները Այսպիսով
տեսնում ենք, վառ մեր վերջրած տեղադրությանն այս զեղքի
համար եռ պիտանի չէ:

Եւ այն յեթե մենք մեր դարձադրած տեղադրման մեջ λ_1 -ը և
 λ_2 -ը փոխարինենք միմյանցով, ապա հեշտ և նկատելի, վառ y^2 -ն
կընդունի իր հետեղարած մեծության արժեքները և հետևապես նրա
փոփոխման սահմանները կլինեն հենց այն, ինչ վառ պետք է:

Եւ հետևաբար, յեթե մենք λ_1 -ը և λ_2 -ը միմյանցով փոխարինելով
գործադրենք

$$j = \frac{\lambda_2 + \lambda_1 z^2}{1 + z^2}$$

տեղադրությանը, ապա կստանանք՝

$$x(t) = -h(\lambda_2^2 - 1)(1 + z_1^2 z^2)(1 - z_2^2 z^2) - \\ - (h)(\lambda_2^2 - 1)(1 + z_1^2 z^2)(1 - z_2^2 z^2),$$

վերադից $\lambda_2 > 1$, $z^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda - \lambda_1} = \frac{1}{y^2}$, $z_1^2 = \frac{\lambda_1 + 1}{\lambda_2 + 1} = \frac{1}{y_1^2}$,

$z_1^2 = \frac{1-\lambda_1}{\lambda_2-1} = \frac{1}{y_2^2}$ և հետևապես նորմալ տեքսի բերելով համար
տեքստի հշտ և կտաարել ևս մեկ տեղադրության, համաձայն նա-
խորդ պարադրաֆի 2-րդ զեղքի՝ բնորոշելով՝ $z^2 = \frac{1}{x_2^2} (1 - \xi^2)$ այ-
սինքն՝ $\xi^2 = 1 - z_2^2 z^2$ և կստանանք,

$$\frac{d\lambda}{Vz(\lambda)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot d\xi}{V[h(\lambda_2^2 - 1)(z_1^2 + z_2^2) \cdot \Delta(x, \xi)]} = \\ = \frac{d\xi}{V[h(\lambda_2 - \lambda_1) \cdot \Delta(x, \xi)]},$$

վերադից՝ $z^2 = \frac{z_1^2}{z_1^2 + z_2^2} > 0$, իսկ է-ի փոփոխման սահմանները
վերաշխիւս համար ունենք՝

$$1 < \lambda < \lambda_2, \text{ վառից հետևում է՝ } \frac{1}{y_1^2} > z^2 > 0 \text{ և ուրեքն՝}$$

$$0 < \xi^2 < 1,$$

Այսպիսով x_1^2 ղեկավարում հնարավոր յեղավ ինտեգրալին տալ նորմալ տեսք (5,3) տեղադրություն փոխարեն

$$\lambda = \frac{\lambda_2 + \lambda_1 x^2}{1 + x^2} \quad \dots \dots \dots (5,3 \text{ b})$$

տեղադրման միջոցով, այսինքն (5,3)-ում λ_1 -ը և λ_2 -ը մեծացնելով փոխարինելով նորոշիվ, վերով և մենք ոգտադործեցինք փաստորեն տեղադրություն համաձայն այս §-ի սկզբում նշած b) ղեկքի, երբ բնական էլինք՝ $\lambda_2 = \lambda_1$ և $\lambda_1 = \lambda_1$,

3a) $Y_1 > 0$, $Y_2 < 0$, այսպիսով պետք է ընդունենք՝

$$y_1^2 = Y_1 = -\frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1}, \quad y_2^2 = -Y_2 = \frac{1 - \lambda_2}{1 - \lambda_1}$$

և ուրեմն կստանանք՝

$$z(\lambda) = h(1 - \lambda_1^2)(1 - y_1^2 y^2)(1 + y_2^2 y^2),$$

բայ վերում $h > 0$, իսկ $\lambda_1 < 1$:

Այսպիսով նորից պետք է կատարենք տեղադրություն՝ համաձայն 2 ղեկքի § 4-ի, այսինքն պետք է ընդունենք $\xi^2 = 1 - y_1^2 y^2$, վերով կստանանք՝

$$\frac{d\lambda}{Vz(\lambda)} = \frac{2d\xi}{Vh(1 - \lambda_1^2)(y_1^2 + y_2^2) \cdot \Delta(x, \xi)} = \frac{d\xi}{Vh(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot \Delta(x, \xi)},$$

$x^2 = \frac{y_2^2}{y_1^2 + y_2^2} > 0$, իսկ ξ -ի փոփոխման միջակայքը վերոշեղում

համար՝ առնենք՝ $y^2 = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} < 0$, վերովհետև տվյալ ղեկքում՝

$\lambda_2 < \lambda_1 < 1$ իսկ $1 < \lambda < \infty$ և ուրեմն՝ $\xi^2 = 1 - y_1^2 y^2 > 1$, վերով և այս ղեկքի համար (5,3) տեղադրությունն անիմաստ է դառնում: Սակայն այս դեպքում ևս մենք կարող ենք կատարել տեղադրություն համաձայն (5,4)-ի, վերովհետև տվյալ ղեկքում $y^2 < 0$: Կատարելով այդ՝ կստանանք՝

$$z(\lambda) = h(\lambda_1^2 - 1)(1 + t_1^2 t^2)(1 - t_2^2 t^2) = h(1 - \lambda_1^2)(1 + t_1^2 t^2)(t_2^2 t^2 - 1),$$

վերտեղ՝ $t_1^2 = -\frac{1 + \lambda_2}{1 + \lambda_1} = Y_1 = y_1^2$, $t_2^2 = \frac{1 - \lambda_2}{1 - \lambda_1} = -Y_2 = y_2^2$.

Իսկ՝ $t^2 = -y^2 = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$,

Համեմատելով չՆ(1)-ի արտահայտությունը § 4-ում գերցրած էլիիպտիկ ինտեգրալի բնօրինակի արտահայտությանը հետ, կնկատենք, թե փերցնական նարմալ ուղղորդված շարժումը պետք է կատարվի նոր տեղադրություններում համեմատյալ 7 դեղքի (5.4), այսինքն պետք է բնօրինակներ՝ $\xi^2 = 1 - \frac{1}{1+\xi^2}$, թեք ուղղությամբ՝

$$\frac{d\lambda}{V\lambda(\lambda)} = \frac{V\lambda \, d\xi}{V\lambda(1-\lambda_1^2) \cdot V(1+\lambda_2^2) \cdot \Delta(\lambda, \xi)} = \frac{d\xi}{V\lambda(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot \Delta(\lambda, \xi)},$$

գործելով՝ $\lambda^2 = \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda^2} > 0$, Բոկ 5-ի փոփոխման ինտեգրալի համար ունենք՝ $\lambda^2 > 0$ և հեռանալիս մեղա $\xi^2 > 1$, գործի և (5.4) տեղադրություններում նորիցև այս դեղքի համար դասնում է անհայտատկանարժույթ ու անբնական:

Թ) $Y_1 > 0$, $Y_2 > 0$ այն մասնակի կվերցնենք՝ $Y_1 = y_1^2$, $Y_2 = y_2^2$ և ուրեմն՝

$$\lambda(\lambda) = \lambda(\lambda_1^2 - 1)(y_1^2 y_2^2 - 1)(1 - y_2^2 y_1^2),$$

գործելով պետք է բնօրինակ 2) $\lambda > 0$, գործի հետևելով $\lambda < 0$ դեղքն բնօրինակ է (λ, α) հարթության վրա այնպիսի մասում, գործելով շարժումն անհնար է (տես նկ. 6 և 7)։

ԹԹ) Այժմ վերցնելով $\lambda > 0$ պետք է համեմատյալ 6 դեղքի (5.1) բնօրինակներ՝ $\xi = \frac{1}{1-y_1^2 y_2^2}$, գործի հետևելով այս դեղքում՝

$$2\lambda_1 > 2\lambda_2 \text{ կամ } \lambda_1 + \lambda_1 \lambda_2 - 1 - \lambda_2 > \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_2 - 1 - \lambda_1$$

իսկ այստեղից՝ վերածելով բաղադրյալ կիշների և բաժանելով անհայտատկանությանը վրա յեղիս մասն էլ $\lambda_1^2 - 1 > 0$ -ի վրա կստանանք՝

$$\frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1} > \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_1 - 1}, \text{ այսինքն՝ } -y_1^2 > -y_2^2, \text{ կամ } y_1^2 < y_2^2, \text{ թեք և}$$

հետևում է վերահիշյալ տեղադրություններում հատարելով այդ տեղադրությունները և ունենանք՝

$$\frac{d\lambda}{V\lambda(\lambda)} = \frac{V\lambda \, d\xi}{y^2 V\lambda(\lambda_1^2 - 1) \cdot \Delta(\lambda, \xi)} = \frac{V\lambda \, d\xi}{V\lambda(\lambda_1 + 1)(1 - \lambda_2) \cdot \Delta(\lambda, \xi)}$$

գործելով՝ $\lambda^2 = \frac{y_1^2 - y_2^2}{y_2^2} > 0$

Իսկ ξ -ի փոփոխման ինտերվալը կրդիի հետևալից՝
 $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$ և ուրեմն $0 > y^2 > -1$, այստեղից կ'հետևի

$1 > \xi^2 > 1 + \frac{1}{y_1^2}$, վերով և պահանջիող պայմանները բավարար-
 փում են: Սակայն այս դեպքում հենց ակնհայտորեն նկատում
 ենք, զոր լեվել մենք սահմանափակվելիսք միայն իրական տեղա-
 դրու թյուններով ապա պետք է կատարել նրա (3,4) և վու թի
 (3,3) տեղադրությունը, վերովհետև թեև ստացանք՝ $\xi^2 < 1$, բայց
 տենենք $y^2 < 0$, Այդ պատճառով ալ մի կկատարենք (3,4) տեղադ-
 րությունը, զորը տվյալ դեպքի համար մեզ կտա՝

$$z(\lambda) = h(\lambda_1^2 - 1)(1 + t_1^2 t_2^2)(1 - t_2^2 t_1^2),$$

զորտեղ՝ $t_1^2 = y_1^2 = Y_1 = -\frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1}$, $t_2^2 = y_2^2 = Y_2 = -\frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_1 - 1}$
 և $t^2 = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda - \lambda_2} = -y^2$,

Համեմատելով՝ $z(\lambda)$ -ի արասնայտությունը՝ $P(x)$ -ի (§ 4)
 հետ տեսնում ենք, զոր պետք է կատարել նոր տեղադրություն
 համաձայն 1 դեպքի, այսինքն պետք է ընդունենք՝

$\xi^2 = 1 + \frac{1}{t_1^2 t_2^2}$, վերովհետև՝ $t_1^2 < t_2^2 >$,
 Այդպիսով կունենանք՝

$$\frac{d\lambda}{Vz(\lambda)} = \frac{V\bar{x} \cdot d\xi}{t^2 Vh(\lambda_1^2 - 1) \cdot \Delta(x, \xi)} = \frac{V\bar{x} \cdot d\xi}{Vh(\lambda_1 + 1)(1 - \lambda_2) \cdot \Delta(x, \xi)},$$

$$\text{զորտեղ՝ } x^2 = \frac{t_2^2 - t_1^2}{t_2^2} > 0,$$

Իսկ ξ -ի փոփոխման միջակայքի համար ունենք՝ $\lambda_1 < \xi < \infty$
 և ուրեմն՝ $0 < t^2 < 1$, հետևապես՝ $1 > \xi^2 > \frac{1}{1 + t_1^2}$, վերով պարզ է,
 զոր պահանջիող պայմանը և ը բավարարվում են, վերովհետև ξ -ի
 համար ստացվեցին հիշյալ նույն սահմանները, ինչ զոր (3,3) տե-
 ղադրությունը պետք է ընդունենք:

Այսպիսով մենք կարող ենք հետևյալ յեղրակացություններ
 բերն հանելու: Այս պարագրաֆում մենք տեսնենք, զոր բացի
 ելլելույան տեղադրությունից դուրս թյուն ունեն այլ կվադրատիկ
 կոտորակալին տեղադրություններ, զորոնք սխալաբխ են մեր
 պրոբլեմի ինտեգրալներին նորմալ տեսք տալու տեսակետից: Մենք

ցույց տվինք, զոր աշգրիտ աեղադրությաններ յերկուսն են՝ (5,3)-ը և (5,1)-ը⁶, բոս զորս մ գրանցից յաբաքանչյաւում փախարինելով՝ 1₁ և 1₂ արժատները միմյանցով, կարելի չե առանալ յերկուսնս աեղադրությաններ, հետեւորար և փաստարեն առուցվում են շարս նար աեղադրությաններ, սակայն գրանցից մենք ողատարձեցինք միայն յերկրք:

Ընչ վերաբերում է այց աեղադրությաններին վերջրած առանձին-առանձին, ապա կարող ենք տակ զոր (5,3) աեղադրությանը պիտանի չե 1₁ և 1₂ գեարի համար միայն (բացառությամբ 2^{րդ} գեարի, բայց այց վերջինում և յ տեսանք, զոր փաստարեն պետք է կատարել (1,1) աեղադրությանը), այսինքն՝ համաձայն աշխատանքի առաջին մասում ուղղում արդյունքներ՝ շարժման աշխարհի տիպերի համար, վարնցում շարժմար միշտ ժվերելոց ուհամանափակիւմ և 1₁ և 1₂ կլիպումով, իսկ 12^{րդ} գեարում նա աւհամանափակիւմ և նախ Բեերքելից՝ 1₁ և 1₂ կլիպումով, Այս մենք նշում ենք վարժանեալ զս րնարս և (5,3) աեղադրության համար, բոս վարում պետք է միաժամանակ հիշատակել, զոր 2^{րդ} գեարի համար հնարաւոր չեղած կլիպակի ինտելլեկտիւ նարժալ տարիքերի (5,3) աեղադրության մեջ 1₁-ը և 1₂-ը միմյանցով փախարինելու շնորհիւ, վարկիսի զարժողությանն այց վերջերի համար ևս չկատարելը պետք է բացատրել նրանով, զոր մենք չենք զտնկալել զրանով տվելի ևս մեծացնել մեր հողմունի ծավալը Դրանով պետք է բացատրել նա յնպիս և այն հանդիմանքը: զոր և վար մի գեարի համար մենք 1₁ և 1₂ մեծությանները չենք փատարինել միմյանցով՝ (3,4) աեղադրության մեջ, Ընչ վերաբերում է իրեն՝ (5,4) աեղադրության, ապա պետք է տակ զոր այն պիտանի չե 1₁ > 0 հարթամասում, բայց զոյ իսկ իսկը գեարի համար, բացառությանն են կողմում 2^{րդ} և 3^{րդ} գեարերը, վարնցում ինտելլեկտ աեղադրությամբ նա յնպիս նարժալ տեարի յերկից (5,3): Այսպիսով, լեթի (3,3) և (5,4) աեղադրությանները միասին վերջրած մենք զանկանայինք նրանց միջոցով ծած և յամուղ (h,2) հարթությանը, կամ ափելի ճիշտ ձգտելիք նրանց սիլոնով

⁶ Իհարկե x(1)-ի արժատների մեր գերրած կար հնարքները պետքում միայն, զորովհետեւ հեշտ և Նկատել, զոր նման աեղադրությաններ կրտացվելն նաև ալ գեղեցեւում, յեթի մենք չառանձնադնելենք x(1)-ի (1-2) և R(1) բազմապատկիւնը այլ x(1)-ի արժատների, այսինքն՝ (-1)-ի, -2-ի, 1₁-ի և 1₂-ի սիլի գերեցնելենք մի այլ կարքիւնքիւ՝ գերեցնելով՝ արիւնք (1-2)(1-1) իրի մեկ բազմապատկիլ, իսկ (1-1)(1-1) - 2^{րդ} սյուս:

ինտեղրալներին տալ նորմալ տեսք շարժման բոլոր ախտերի համար, ապա այդ մեղ շեր հաջողվի, ինչպես այս մեղ շահողվեց կատարել միայն ելլեր, ան տեղադրություն միջոցով:

Ընայ յեթև մենք ինդրին մոտենալինք ֆորմալ տեսակետով, ապա մաստորեն պետք է սահմանափակվելինք (3,3) և (3,4) տեղադրություն ունենալ կատարումով միայն 122) և 233) (նախորդ նշանակումով՝ 111 a) ղեկավարի համար, կամ ընդհանրապես, կարելի էր ելլերի տեղադրությունը դործադրել միայն 32) (կամ 11a h>0) պեղքի համար: Ասկայն խուսափելով այդ ձևական մոտեցումից և միաժամանակ շղանկանալով շատ ծանրաբեռնել ղեկավարի բազմաթանկությունը սույն աշխատությունը, մենք ընտրեցինք մի միջին ուղի: Յեղ քննություն առնելով (3,3) և (3,4) տեղադրությունները մոդ (h,2) հարթություն համար*, մենք ընայ տվինք, թե ինչպես վորոշ ղեկավարում պիտանի յև մեղ [որ. 122 (3,3)], իսկ վորոշ ղեկավարումն ել մյուս տեղադրությունը [որ. 233 (3,4)], և վերջապես վորոշ ղեկավարումն ել նրանցից և վոր մեղը պիտանի յև (ինչպես որ. 32): Ըստ վորում պետք է նշել, վոր այս պարադոքսում մեր լերկրորդ նպատակն է յեղել ցույց տալ, մասնանշել ինչ այդ հանդամանքը:

Ասայիսով յեղրափակելով՝ մենք կարող ենք ասել, վոր շարժման վորոշ ախտերի համար ինտեղրալներին նորմալ տեսք տալու տեսակետից մենք ունենք միայն մեղ հնարավորություն՝ մեղ տեղադրություն (որ. 32 ղեկավարում միայն ելլերյան, իսկ 1 22 և 233 ղեկավարում միայն (3,3) կամ (3,4) տեղադրությունը), իսկ վորոշ ղեկավարումն ել մենք կարող ենք այդ կատարել և՛ ելլերյան, և՛ (3,3) կամ (3,4) տեղադրություն միջոցով (ինչպես որ. 33 ղեկավարում):

* Բացառությամբ իհարկե (h,2) հարթություն այն մասերի, վորոշում շարժումն անհնար է (133 և այլն):

РЕЗЮМЕ

В настоящей части нашей работы мы должны были заняться построением общей теории определения положения движущегося тела по его орбите и дать способы конкретных вычислений. Однако затруднения, возникшие при исполнении этого нашего намерения, об осуществлении которого мы обещали еще в первой части нашей работы, заставили нас несколько изменить план работы. Об этих затруднениях и происшедших изменениях как раз и говорится во введении настоящей статьи. Далее в § 1-м даются дифференциальные уравнения движения, способ приведения их к каноническому и получения интегралов проблемы с помощью теоремы Луивилля. Здесь дается также выражения постоянных интегрирования через начальные данные. В § 2-м дается краткое содержание первой части работы, излагая полученные результаты в общих чертах. Это делается с двух точек зрения; во-первых, для ознакомления армянского читателя с полученными до сих пор результатами нашей работы, и во-вторых, для непосредственного использования этих результатов в настоящей части работы, с каковой целью и из первой части взяты часть рисунков, помещенные здесь (рис. 1, 2, 3 и т. д.).

В § 3-м мы ищем те дробно-квадратные подстановки, с помощью которых, интеграл нашей проблемы приведет к нормальному-лежандровому виду, причем берем сначала самый общий вид такой подстановки и затем наложением необходимых условий получаем пригодные подстановки.

В § 4-м мы даем результаты подстановки $\lambda = \frac{1+p^2}{1-p^2}$, которая была употреблена впервые Эйлером и которая с точки зрения требуемых условий и полученных результатов предыдущего §-а является одной из самых удобных подстановок.

В этом же параграфе даются формулы приведения эллип-

тических интегралов к нормальному виду и самом общем случае с целью привести к удобному для конкретных вычислений виду: которые, к сожалению, именно с точки зрения конкретных приложений эллиптических интегралов, редко встречаются в литературе, и которые взяты нами из книг: Monjasuss de Ballore (см. список литературы № 9)

Вопросу остальных видов дробно-квадратной подстановки посвящен как раз следующий параграф (§ 5), где мы рассматриваем две подстановки [(5,3) и (5,4)], при помощи которых удалось привести эллиптические интегралы к нормальному виду не только для случая III а (по новому обозначению Iаа и 233), но и для остальных случаев за исключением случая II А (3,4) и таким образом для большинства случаев, кроме эйлеровой, имеем еще одну подстановку (5,3) или (5,4). Результаты этого параграфа показаны на рис. 8,9 и 10.

В заключении мы выражаем свою признательность Ник Дм. Моисееву, который явился вдохновителем нашей работы с самого начала и который не отказывается и оказывает всемерную помощь нам до сих пор не только своими советами, но и консультациями и обсуждениями вопросов, возникающих в ходе работы.

1. "Астрономический журнал" т. XI, вып. 4, стр. 341 - 375.
Москва, 1934.
2. "Commentationes" Soc. Scient. Fennicae, t. VIII 2,
Helsinki 1935.
3. "Труды" Гос. Научн.—Исслед. Астрономического ин-
ститута им. Пулковского (ГАНИИ), т. VII, в. 1, Мо-
сква, 1936.
4. "Астр. журн." за 1935 г.
5. Charlier L. "Die Mechanik des Himmels", II auf., t. I,
(s. 50, 117—163.) 1927.
6. Whittaker E.T. "A treatise on the Analytical Dynamics"
(p. 67, 94) III-d edition.
7. Tallqvist Hj.—
"Acta Soc. Scient. Fennicae, Nov. Ser. A № 1.
Helsinki, 1927.
8. A. Legendre. — "Traité des fonctions elliptiques et des
intégrales Euleriennes", Paris, 1825.
9. Montesuss de Ballore. — "Leçons sur les Fonctions ellip-
tiques en vue de leurs applications".

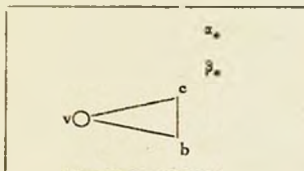
CAPRICORNUS (ԱՅԾԵՂՋՅՈՒՐ) ՀԱՄԱՍՏԵՂՈՒԹՅԱՆ ԱՍՏՂԻԴԻՏ ԻՄՆԵՐԸ

Capricornus համաստեղության փոփոխական աստղի դիտումներն սկսել են 1936 թ. սեպտեմբերի 9-ից և մինչև 1936 թ. նոյեմբերի 21-ը կատարել են 104 դիտում:

Պայծառության կոորդինատիվները α և δ առաջին փոփոխական աստղի դիտումների հիմամբ հաշվարկվել են $\alpha = 21^h 58^m 30^s$ և $\delta = +36^\circ 58'$:

Ուսումնասիրության ընթացքում առաջին փոփոխական աստղի մասին հայտնաբերվել են 7,58 աստղային մեծության ($m = 7,58$), իսկ մինիմումի ժամանակ՝ 8,02 աստղային մեծության ($m = 8,02$) փոփոխական աստղի տեսակի համապատասխան $P = 0,44$:

Դիտումները և հաշվարկները կատարված են Արգելանդերի մեթոդով:



Նկ. 1.

*) Հիմնական չափերը են և չենթադրյալ են հետազոտության:

	α	δ	m
h	h m s 20 12 52,8	$\begin{smallmatrix} ^{\circ} & ' & '' \\ -15 & 51 & 00 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} m \\ 7,4 \end{smallmatrix}$
v	h m s 20 11 16,8	$\begin{smallmatrix} ^{\circ} & ' & '' \\ -15 & 57 & 00 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} m \\ 8,0 \end{smallmatrix}$
e	h m s 20 12 36	$\begin{smallmatrix} ^{\circ} & ' & '' \\ -15 & 55 & 12 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} m \\ 8,9 \end{smallmatrix}$

I. D.	m		I. D.	m	
2429					
419,846	8,60		431,846	7,80	
900	7,80		895	7,80	
895	8,02		432,858	7,80	
420,404	7,59		895	7,80	
866	7,58		433,812	7,58	
020	7,58		181	7,80	
421,822	7,80		900	7,80	
854	7,81		434,812	7,81	
181	7,80		858	7,80	
895	7,80		437,885	7,58	
422,805	7,80		900	7,58	
810	8,02		440,819	8,02	
854	8,02		858	7,80	
881	7,80		441,864	7,80	
929	7,80		895	7,80	
423,805	7,58		900	7,58	
846	7,80		443,828	7,80	
854	7,80		850	7,80	
426,854	7,58		885	7,80	
870	7,58		908	7,80	
895	7,58		444,777	7,80	
928	7,58		812	7,58	
427,822	7,80		858	7,58	
854	7,80		445,885	8,02	
900	7,80		900	8,02	
428,820	8,02		447,786	7,80	
987	8,02		804	7,80	
428,867	7,80				
854	7,80				
912	7,58				

I. D.	m		I. D.	m	
2429					
449,754	7,50		475,767	7,50	
801	7,58		881	7,58	
827	7,58		476,775	8,02	
854	7,58		854	8,02	
450,819	7,50		479,834	7,58	
915	7,50		482,784	7,59	
452,847	7,50		770	7,58	
861	8,02		858	7,50	
900	7,50		484,700	7,58	
453,756	7,50		488,770	7,02	
812	7,50		812	7,02	
455,804	7,58		489,581	7,58	
845	7,58		908	7,50	
855	7,58		491,767	7,50	
461,770	7,50		784	7,50	
827	7,50		354	8,02	
854	7,58		493,770	7,59	
867	7,50		838	7,50	
464,770	8,02				
820	7,50				
881	7,31				
890	7,50				
895	7,58				
467,835	7,50				
908	7,91				
470,775	7,56				
864	7,58				
478,804	7,01				
864	8,02				



1. Բաղադրյալն Դ. «Յերկու հասանալիս կենտրոնների պար-
զեմի մասին» Գ. Մաս.

2. Բաղադրյալն Հ. «Capricornus (Այծեղջյուր) համաստեղային
թյան օբսերվացիան ստացիվ գերարեքսյու մի շարք նախնական
աղյուսիներ:

1. Бадалян Г. К. «О проблеме двух неподвижных цент-
ров» Գ. III.

2. Бадалян А. С. Некоторые предварительные данные
об одной переменной в созвездии Capricornus.

Յերբարդի՝ Ա. Արգաթանյան

Պատկերի թիվը՝ Ա. 4 132 . Հրատ. № 4424.

Պատկեր 85. Տրամ 500.

Բաղք 63x94 . Տպույթ 3/4 մամ.

Մեղ մամ 28.6x0 նյան.

Հանձնում է տպագրության 20 հունի 1938 թ.

Ստորագրում է տպագր. թյան համար 39 նոյեմբ. 1938 թ.