

И. В. Егназаров
 действ. член АН Армянской ССР

Задачи научных исследований по изучению режимов работы гидроэнергосистем и их автоматического регулирования

О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
В в е д е н и е	
А. Краткий обзор состояния теории автоматического регулирования применительно к энергосистемам.	10
Б. Развитие теории устойчивости автоматического регулирования	16
В. Состояние теории расчета скорости и частоты при переходных режимах энергосистемы	18
Г. Экспериментальные исследования на действительных энергосистемах в натуре	19
Д. Недостаточность существующих лабораторных методов экспериментальных исследований по переходным режимам энергосистем	20
Е. Требования, предъявляемые к лабораторному исследованию энергосистем при их автоматическом регулировании	23
Ж. Программа предстоящих лабораторных исследований на динамических моделях энергосистем	25
З. Динамическое моделирование энергосистем и состав моделей	32
И. Лаборатория динамического моделирования гидроэнергосистем Водно-энергетического института Академии наук Армянской ССР.	35

В в е д е н и е

В настоящей работе делается попытка наметить те основные задачи, которые стоят перед исследователями в области изучения режимов энергосистем и их автоматического регулирования. Одновременно делается попытка вскрыть основные причины медленного развития теории автоматического регулирования энергосистем и наметить пути лабораторного исследования, которые будут способствовать дальнейшему развитию теории в целом и разрешению поставленных прикладных вопросов.

Поэтому настоящая работа не может претендовать, наряду с широкой охвата многочисленных вопросов, подлежащих освещению, на глубокое рассмотрение каждого из них в отдельности.

До последнего времени почти все работы, посвященные изучению энергосистем и их автоматического регулирования, ограничивались рассмотрением отдельных участков этой обширной области.

Проводя довольно глубокие исследования по таким отдельным участкам, исключалась возможность отразить в этих работах влияние соседних участков данной области. Если и учитывалось влияние их, то при весьма произвольных допущениях.

Поэтому основная цель этой работы — наметить научную программу исследования в области изучения режимов гидроэнергосистем и их автоматического регулирования на основе материала, который может дать современное состояние его развития. Одновременно показать, что быстрое развитие теории и ее приложение возможно только при широкой постановке лабораторных исследований на действующих динамических моделях, причем таких, которые охватывали бы все основные элементы энергосистем в целом.

Высшая техника, на достижениях которой должно базироваться развитие народного хозяйства, неизбежно во всех отраслях, во всех областях применения, прямо или косвенно связана с электрификацией и с применением электрической энергии.

Бурный рост строительства гидроэлектростанций выдвигает необходимость развития существующих энергосистем и их объединения. Предстоит создание гигантских энергосистем. Такое развитие и количественный рост электростанций привели к значительным качественным изменениям в области внедрения новой техники и автоматики. Эти изменения требуют перехода на новый этап развития совершенно иными темпами, чем это делалось до сих пор. Такое развитие должно быть подкреплено ускорением научного изучения режимов работы энергосистем и их автоматического регулирования.

А. Краткий обзор состояния теории автоматического регулирования применительно к энергосистемам

1. Совместная работа электростанций в современной энергосистеме определяется условиями автоматического регулирования, так как требует быстрого перераспределения активных и реактивных мощностей при поддержании частоты и напряжений, а следовательно, и угловой скорости электросиловых агрегатов.

Требуется умение ограничить колебания системы, вышедшей из равновесия под влиянием нового распределения активных и реактивных мощностей (аварии) или под влиянием планируемого диспетчером меняющегося распределения этих мощностей в результате колебания графика нагрузки.

2. Основными элементами воздействия на силовые агрегаты электростанций энергосистемы при перераспределении активных и реактивных мощностей являются автоматические регуляторы скорости (АРС) первичных двигателей, автоматические регуляторы частоты (АРЧ) и автоматические регуляторы напряжения (АРН).

3. Нужно учесть, что автоматические регуляторы частоты своими импульсами воздействуют на автоматические регуляторы скорости и следует считать, что АРЧ и АРС составляют одно целое в общем воздействии

на подачу рабочей жидкости к первичному двигателю. Более того, как тахометр, так и регулятор частоты воздействуют через золотник на один общий сервомотор.

4. Собственно, современный АРС вместе с АРЧ давно уже переросли свою первоначальную роль регулятора скорости, связанного только с первичным двигателем в изолированно работающем агрегате. Даже на отдельных изолированных станциях, где параллельно работает несколько агрегатов, роль современных АРС значительно шире.

5. Современные автоматические регуляторы, обслуживающие энергосистемы, превратились в регуляторы частоты и активной и реактивной мощности и должны выполнять очень много дополнительных функций, если связаны с гидростанциями. Помимо уже отмеченных функций, современный регулятор должен вести регулирование по уровню воды, регулирование по среднему расходу, производить невыгоднейшее распределение нагрузки между станциями для повышения их эффективности и для уменьшения удельного расхода воды, и ряд других функций.

6. В середине XVIII века была решена задача прямого регулирования паровых машин. Но теория регулирования была создана значительно позже, почти на 100 лет. За время, которое истекло с 1868—1894 гг., когда появились основные классические работы по теории регулирования хода машин: И. А. Вышнеградского (1831—1895), К. Максвелла (1831—1879) и Аурела Стодола (1859—1942) и по теории устойчивости: Рауса (1877), А. М. Ляпунова (1892) и Гурвица (1893), значительно изменились задачи регулирования и неизмеримо расширилось применение автоматики.

Эти работы были в то время вызваны к жизни требованиями, предъявлявшимися техникой использования быстроходных паровых машин, большей частью связанных с трансмиссией, без генерирования электрической энергии. В таких машинах возможно было использование прямого регулятора отнюдь больших размеров, с большими массами и неизбежным жестким трением, при отсутствии заметного саморегулирования, самовыравнивания как со стороны первичных двигателей, так и со стороны нагрузки.

Несмотря на это, названные выше работы сохранили свое большое значение благодаря разработанным обобщенным методам исследования.

8. Большое число практических задач и схем регулирования, решенных классиками, отошло в прошлое и потеряло значение для энергетики, как, например, все виды прямого регулирования (остается применение прямого регулирования к малым турбинам-микрогэсам, при регулирующем органе турбины в виде конуса или цилиндра), регулирование на гидростанциях с трубопроводами, снабженными воздушными колпаками и ряд других.

Потеряли свое доминирующее значение большие исследования, связанные с влиянием масс тахометра и его жесткого и вязкого трения, а также вопросы устойчивости регулирования при тахометре без катаракта, вызвавшие столь большую дискуссию в середине прошлого века и неза-

служенную критику И. А. Вышнеградского, даже со стороны Н. Е. Жуковского [1].

9. В первой работе А. Стодола, который развил теорию Вышнеградского и ввел в теорию регулирования постоянные времени (1893), разработаны такие случаи:

Для прямого регулирования

а) Гидротурбина без воздушного колпака при пренебрежении трением жидкости в напорном трубопроводе.

б) Турбина без воздушного колпака при наличии трения в напорном трубопроводе; этот случай не имеет практического значения, потому что при явлениях гидравлического удара, неизбежно возникающих при регулировании, трением в трубопроводе практически можно пренебречь.

в) Турбина с воздушным колпаком и с исчезающе малой вращающейся массой; этот случай не имеет значения для современных гидроагрегатов с генератором на одном валу с турбиной, когда, разумеется, маховым моментом ротора генератора пренебрегать нельзя.

г) Турбина без трубопровода (открытая турбина) и без воздушного колпака.

д) Общий случай. Турбина при трубопроводе, воздушном колпаке и с значительной приведенной вращающейся массой; и этот случай не имеет значения для гидростанций, так как воздушные колпаки не получили применения в связи с вызываемыми ими резонансными явлениями.

Для непрямого регулирования

Турбина с трубопроводом, с учетом трения в трубопроводе, с значительными вращающимися массами, с воздушным колпаком и сервомотором для непрямого регулирования.

Рассмотренный в этом случае сервомотор носит особый характер, так как не имея выключателя и изодрома, все же снабжен свойствами практически ему неприсущими, так как без учета влияния самовыравнивания как самого первичного двигателя, так и нагрузки (если турбина связана с гидрогенератором), не может дать затухающих колебаний.

Этот случай непрямого регулирования можно было бы по современному состоянию вопроса упростить, отбросив не получивший применения воздушный колпак и рассматривая трубопровод без трения. Тогда четыре совместных уравнения, определяющие регулирование, превратятся в два уравнения. Стодола уменьшает число уравнений, отбросив уравнения воздушного колпака, но не по существу, а «...так как характеристическое уравнение будет четвертой степени, то сделать из него общие выводы будет не так легко; мы ограничимся поэтому случаем, когда воздушный колпак отсутствует» [2].

Но в дополнение к введенному Стодолой уравнению сервомотора нужно ввести уравнение выключателя с изодромом, т. е. жесткой обратной связью, и получится та задача, которую в 1930 г. решал инж.

В. А. Тиме [3], но без учета влияния гидравлического удара и самовыравнивания.

Несмотря на такую характеристику рассмотренных случаев, эти работы сохраняют свое большое значение, так как дан обобщенный метод решения задачи регулирования, использован метод Вышнеградского по линеаризации процесса с правильным переходом к малым колебаниям, и так как впервые введены постоянные времени, облегчающие построение совокупности однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (постоянными времени).

10. Во втором своем исследовании Стодола рассматривает более сложный процесс, представленный семью дифференциальными уравнениями первого порядка и, следовательно, характеристическим уравнением седьмой степени, которое ему помог проанализировать Гурвиц.

Эти уравнения суть: а) тахометра, б) сервомотора, в) турбины, г) трубопровода, д) участка трубопровода между воздушным колпаком и турбиной, е) воздушного колпака, ж) неразрывности.

По современному состоянию наших знаний два уравнения можно было бы не писать; это уравнение для воздушного колпака и участка трубы между колпаком и гидротурбиной; если отказаться от воздушного колпака и участка трубы от колпака до турбины, то отпадает три переменных и останется четыре уравнения.

Но в этой системе нет уравнения жесткой обратной связи (выключателя с изодромом) и не учтено влияние самовыравнивания первичного двигателя. Следовательно, добавляется еще одно уравнение и станет более сложным уравнение движения машины.

Получится только пять уравнений, так как Стодола не охватывает влияние электротехнической части энергосистемы и влияние нагрузки (потребителя электрической энергии), которые в свою очередь должны привести к добавлению целого ряда новых уравнений.

Эти уравнения: а) генератора, т. е. электромеханических процессов, б) электромагнитных процессов системы возбуждения с учетом воздействия автоматического регулятора возбуждения (напряжения) на электромагнитные процессы, в) электромеханических процессов в нагрузке (у потребителя) и самовыравнивающего влияния нагрузки; влияние электромагнитных процессов в агрегатах потребителя могут не учитываться.

С учетом электротехнической части получится семь уравнений, так как процессы, рассматриваемые в нагрузке, приводят к уравнению машины (уравнение движения агрегата-потребителя), которое может быть объединено с основным уравнением генерирующего агрегата (уравнение турбины по Стодола) и не меняет порядка этого уравнения.

Стодола отмечает возможность решения предложенных им семи уравнений, пользуясь детерминантом Гурвица, но так как он стремится к анализу устойчивости, то упрощает системы, отбрасывая два уравнения, а затем для большей наглядности анализа рассматривает отдельные случаи, решаемые уравнением третьего порядка, а именно случаи:

а) регулятор при наличии массы, маховика, трубопровода, б) регулятор при наличии массы, маховика, медленно действующего сервомотора, в) регулятор при массе, катаракте, маховике, г) наличие катаракта при малой массе регулятора, д) не имеющий массы регулятор, катаракт, маховик, трубопровод.

11. Что же привело нас теперь к исключению лишних уравнений, к добавлению и развитию старых, сохранивших свое значение?

Эти изменения оказались возможными благодаря новым опытным данным и новым исследованиям в соседних областях, которые изучены за время после 1894 года, т. е. после основных работ Стодола.

Для того, чтобы отказаться от воздушного колпака, ввести влияние трубопровода более полно потребовалось развитие теории гидравлического удара, блестяще разрешенное работами основоположника аэродинамики Н. Е. Жуковского (1897), работами Алиева (1903) и большими опытными исследованиями на действительных трубопроводах, проведенными в первой половине XX века. Кроме того, современные центробежные тахометры-маятники настолько чувствительны и обладают столь малыми массами, что в уравнении тахометра оказалось возможным пренебречь обоими постоянными времени и свести это уравнение к простой алгебраической связи.

Если развитие классической теории заняло период 1868—1894 гг., т. е. 26 лет, то отмеченное выше изменение числа уравнений для исследования устойчивости колебаний заняло около 60 лет, несмотря на то, что научные исследования, в связи с ускоренным развитием техники, развиваются в XX веке более ускоренно. К сказанному нужно добавить, что вопросы самовыравнивания и до сих пор не получили достаточно полного освещения, так как опытных данных по динамическим частотным характеристикам потребителя и электросистемы еще слишком мало.

Как это ни странно, при очень большом развитии математической теории электрических явлений, теория переходных электрических процессов, не пренебрегающая изменениями скорости, а следовательно, и изменениями частоты, развита очень слабо.

12. Дальнейшее развитие и обобщение внесено в классическую теорию автоматического регулирования в 1930—1946 гг. работами члена-корреспондента АН СССР И. Н. Вознесенского. Классическая теория регулирования дополнена Вознесенским теоретическим анализом разности момента вращения и момента сопротивления агрегата электрической станции М, в самом общем виде [4]. Эта разность моментов М представлена в виде суммы частных дифференциалов от функций, характеризующих процесс. Таким образом, дано более содержательное и более полное уравнение машины, учитывающее все виды саморегулирования, чем это было сделано Толле (1921) и рядом последующих исследователей. Попутно отметим, что Толле, использовавший метод линеаризации и теорию Вышнеградского, совершенно не сослался на Вышнеградского.

На отмеченной выше базе И. Н. Вознесенским показано, что можно

не ограничиваться только определением критериев устойчивости колебаний Гурвица, а продолжать анализ по способу, указанному И. А. Вышнеградским еще в 1877 году, и выйти на путь правильного выбора схемы регулирования. И. А. Вышнеградский строго сформулировал задачу динамики регулирования как анализ устойчивости регулирования и возможности представить ее уравнениями малых колебаний. Но впоследствии в более современных работах строгость формулировок сгладилась и анализ линейных систем стал рассматриваться как приближенный для всех случаев.

На базе линеаризованных дифференциальных уравнений Вышнеградским проведен анализ устойчивости регулируемой системы. Получив характеристическое уравнение третьей степени, он привел его к двухпараметрическому виду и показал, что приняв эти два параметра за координатную систему, условия устойчивости можно представить графически с выделением областей устойчивой и неустойчивой работы, и можно разделить область устойчивости на зоны аperiodической и колебательной устойчивости.

В 1878 г. Вышнеградский от исследования прямого регулирования перешел к исследованию непрямого регулирования с обратной жесткой связью. Для этого случая получилось дифференциальное уравнение четвертой степени с нелинейными членами. Вышнеградский решил и эту нелинейную задачу.

В восьмидесятых годах прошлого столетия существовали только грузовые регуляторы с тяжелой муфтой. Пружинные регуляторы с легкой муфтой появились позже; вместе с тем величина приведенной массы оказывает сильное влияние на устойчивость системы, лишенной катаракта. Применяя пружинный регулятор можно обеспечить устойчивый процесс без катаракта; для грузовых регуляторов без катаракта устойчивости добиться нельзя. Поэтому отмеченная выше критика работы Вышнеградского была ошибочна.

И. Н. Вознесенский, в отмеченной выше работе, вернулся к строгому представлению о физическом смысле анализа принципиальной схемы регулирования на устойчивость, и точно определил область задач, решаемых линейным анализом, выделив задачи, требующие нелинейного анализа, для которых приходится прибегать к численному интегрированию.

13. Рассматривая случай сложного регулирования (например, теплофикационной турбины с регулируемым отбором пара) И. Н. Вознесенский ставит вопрос о регулировании давления рабочей жидкости так, чтобы регулятор давления не вмешивался в регулирование скорости агрегата; доказывает, что невыполнение конструктором кинематических связей вне машины превращает эти связи в динамические и тем самым в неподдающиеся влиянию конструктора. И. Н. Вознесенский показывает как определить коэффициенты связи и как ими распорядиться так, чтобы машина не вмешивалась в распределение, но подчинялась ему; как получить такую схему механизма, которая ни при каких возмущениях не позволяет машине колебаться; оговаривается, что анализ проведен при-

нительно к идеальной схеме в идеальных условиях; но анализ несовершенства регулирующего устройства, влияния масс, трений, мертвых ходов и пр. получает другой смысл и значение в системе, которая сама по себе в идеальных условиях безусловно устойчива.

И. Н. Вознесенским рассмотрены также условия регулирования машин с большим числом регулируемых параметров [5] в самом общем виде для химических, физических, механических процессов и в стремлении решить «задачу поддержания в требуемых местах рассматриваемой системы, наперед заданных количественных характеристик перерабатываемых машиной энергии и материи при любых, отпускаемых во вне, их количествах».

И. Н. Вознесенский показал, что при решении столь сложной задачи, несмотря на то, что система дифференциальных уравнений представляет сложный колебательный процесс, за счет рационально выбранного механизма передачи от чувствительных элементов к регулирующим органам, удается сделать рассматриваемую систему неспособной к колебаниям.

14. Нельзя не отметить большую роль И. Н. Вознесенского, а также акад. А. А. Андропова в деле популяризации классической теории автоматического регулирования [2] и в борьбе за правильное дальнейшее развитие науки в этой области, в критических статьях [7 и 8], а также в комментариях к отмеченному выше труду [2].

Большое внимание уделил И. Н. Вознесенский регулированию паросиловых установок, где регулируется одновременно несколько параметров. Введя условия автономности он показал, что можно применить расчленение сложных дифференциальных уравнений на несколько простейших.

Б. Развитие теории устойчивости автоматического регулирования

15. К изложенному в предыдущем разделе нужно прибавить, что все исследования классиков теории регулирования, и большинство более поздних и современных исследований, связано не с решением дифференциальных уравнений регулирования и получением скорости или частоты в функции от времени, а с возможностями анализа дифференциальных уравнений для проверки устойчивости регулирования.

Блестящее подтверждение возможности приведения задачи устойчивости регулирования к изучению отклонений и, следовательно, возможности линеализовать дифференциальные уравнения, вытекает из теории устойчивости, разработанной знаменитым А. М. Ляпуновым [6]. Из теории А. М. Ляпунова следует, что для целого ряда случаев, если при малых отклонениях система будет устойчивой, то она будет устойчивой и при конечных отклонениях [10, стр. 120].

Рассмотрение малых колебаний приводит к линейным дифференциальным уравнениям с постоянными коэффициентами (постоянными времени Стодола), для решения которых имеется детально разработанный математический аппарат.

16. В области исследований устойчивости колебаний отечественной наукой за последнее время сделано очень много.

Вопрос о сходимости сводится к вопросу о стабильности функции, определяемой характеристическим уравнением рассматриваемой системы дифференциальных уравнений. Понтрягиным стабильность такой функции, для случая с распределенными постоянными, была рассмотрена в 1942 г. и получен критерий, который, к сожалению, приводит к сложным и громоздким вычислениям, также как и более простой критерий Соколова (1946).

Критерий Гурвица почти невозможно применять к функциям выше пятой степени. Для таких случаев легче пользоваться критерием Михайлова (1933) и характеристической кривой или иначе годографом характеристического уравнения. Блох (1947) разработал графоаналитический метод, ценность которого заключается в том, что удается оценить влияние на устойчивость каждого из коэффициентов характеристического уравнения.

Михайлов показал, что метод амплитудно-фазовых характеристик можно применять не только к электронным регуляторам, но и к замкнутым, автоматически регулируемым системам. Михайлов не только дал свой критерий, но и показал, что он применим к большому классу систем регулирования, и, что этот критерий дает возможность учесть влияние каждого отдельного параметра.

Солодовников (1941) исследовал возможность применения критерия Найквиста к системе с распределенными постоянными и решил задачу Найквиста к системе с распределенными постоянными при регулировании гидротурбины с учетом упругости стенок трубопровода и сжимаемости воды. Работы Солодовникова за последние годы позволяют определить и качество регулирования при заданных параметрах.

Отмеченные новые работы в основном базируются на исследовании частотных характеристик систем автоматического регулирования.

Решение задачи устойчивости для нелинейных характеристик было дано Боголюбовым и Крыловым, а с применением частотных характеристик развито Гольдфарбом.

17. Эти новые современные идеи и методы получили широкое распространение и применение при исследованиях электрических и электронных систем регулирования.

Но применение этих методов в исследованиях систем регулирования, используемых в энергосистемах и на гидростанциях, еще не получило должного развития.

18. Н. А. Картвелишвили, пользуясь методами операторного исчисления, в своей докторской диссертации (1948) дает обобщенный критерий сходимости, т. е. критерий, учитывающий не только сходимость колебательного процесса, но и качество регулирования при малых колебаниях для системы с сосредоточенными постоянными и при изолированной работе гидростанции. Частным случаем этого обобщенного критерия является критерий устойчивости Найквиста. Там же Картвелишвили дает

исследование устойчивости регулирования при системе из параллельно работающих агрегатов или электрических станций.

Таким образом, по вопросам сходимости, устойчивости процесса и даже качества регулирования теория получила большое развитие и признанием, главным образом, в СССР.

19. Решение задачи нелинейной механики применительно к вопросам устойчивости регулирования восходит, как было отмечено выше, к И. А. Вышнеградскому. Дальнейшее углубление исследований с учетом нелинейности получило у нас особое развитие после 1940 года. Здесь нужно отметить метод точечных преобразований, разработанный акад. А. А. Андровым и его учениками.

Нелинейная задача сводится к рассмотрению нескольких систем линейных дифференциальных уравнений, с последовательным припасовыванием постоянных интегрирования.

Все эти теоретические работы предстоит еще широко внедрить в практику работы производственных учреждений, и особенно в практику гидроэнергосистем, где новые методы еще мало применяются.

В. Состояние теории расчета скорости и частоты при переходных режимах энергосистемы

20. До сих пор очень мало внимания уделялось полному расчету колебаний скорости, и, следовательно, частоты при переходном процессе. В. А. Тиме [3] дал такой расчет для системы без трубопровода, т. е. считая напор постоянным, и для системы без самовыравнивания как со стороны первичного двигателя, так и со стороны моторных потребителей электрической энергии.

Но и при этих ограничениях в этой работе никак не обоснована возможность использования линеаризованных уравнений, относящихся к малым колебаниям, к расчету конечных изменений скорости, достигающих, в рассмотренных инж. Тиме примерах, 15 процентов.

Можно сомневаться в такой возможности, но нельзя доказать неприемлемость такого расчета, потому что нет опытных проверок.

21. Н. А. Картвелишвили в своих работах [9] приходит к выводу, что полученная система дифференциальных уравнений не поддается интегрированию в конечном виде и дает упрощенную схему численного интегрирования. Н. А. Картвелишвили, в связи с исследованиями по общей задаче регулирования гидроэнергосистем, также рассмотрены вопросы [10]: гидравлического удара и расхода реактивной гидротурбины, зависимости механического момента гидротурбины от напора, закона регулирования турбины, закона действия холостых выпусков гидротурбин и его влияние на гидравлический удар, и влияние колебаний в уравнительных резервуарах. На этой базе дается решение задачи построения кривой частоты по времени приведением нелинейного уравнения регулируемой энергосистемы к линейному виду, принимая только первые два члена ряда для разложения $\varphi^2 = 1 + 2\Delta\varphi + \dots$ и $\frac{1}{\varphi} = 1 - \Delta\varphi + \dots$ (остальные члены отбрасываются).

В работах 1950 и 1951 гг. [11, 12]. Н. А. Картвелишвили, пользуясь операторным изображением, дает критерий устойчивости; этот критерий приводится к такой форме, что получается возможность количественного анализа процесса регулирования и построения кривой изменения частоты по времени; при этом приходится пренебречь зависимостью расхода воды гидротурбины от частоты, т. е. от числа оборотов, что не вносит заметных искажений в процесс регулирования. Для решения этой задачи им используется способ В. В. Солодовникова [13] замены «активной частотой характеристики», в некотором интервале значений угловой скорости, ломанной линией; таким образом, частотная характеристика приближенно представляется в виде суммы трапециoidalных частотных характеристик, что позволяет провести все построение кривой изменения частоты во времени.

Г. Экспериментальные исследования на действительных энергосистемах в натуре

22. Экспериментальные исследования в натуре на действительных энергосистемах, благодаря трудности проведения опытов во время самой эксплуатации энергосистем и благодаря ограничениям в постановке эксперимента с выделением отдельных факторов, очень немногочисленны и трудно анализируемы.

Нужно отметить интересный ряд исследований, произведенный на энергосистемах Марковичем и Соваловым, Стернинсоном, Сыромятниковым, кандидатскую диссертацию инж. А. Бабахаяна и за рубежом работы Гадена.

23. Расчет изменений частоты по времени А. Бабахаян ведет, задаваясь изменением мощности возмущения по времени, исходя из экспериментальных данных по двум гидроэнергосистемам. На этой же экспериментальной базе зиждется и принимаемая им для расчета зависимость для мощности регулирования и для времени запаздывания регулирующего действия. Таким образом обходятся те очень большие трудности, которые связаны с теоретическим расчетом времени запаздывания, мощности возмущения и мощности регулирования в зависимости от времени; следовательно, обходятся все многочисленные дифференциальные уравнения отдельных элементов регулятора и энергосистемы. Остается только основное дифференциальное уравнение движения гидроагрегата, которое используется для графического приема построения кривой частоты в функции времени.

24. В работе А. Бабахаяна уделено внимание гидроэнергетической системе с энергоемкой нагрузкой, связанной с большим развитием в СССР, и в особенности в Армянской ССР, электрохимической промышленности. Поведение электрохимической нагрузки и ее отношение к изменению частоты освещаются впервые. Существенен вывод о том, что руднотермическую печь и установку можно представить в виде эквивалентной схемы замещения, состоящей из эквивалентного реактивного и эквивалентного активного сопротивлений; такое положение основывается

на линейной связи между током и сопротивлением дуги и на том положении, что мощность электродуговой печи изменяется обратно изменению частоты.

25. Существенно, что Бабаханяном проведены опыты на двух гидроэнергосистемах с большим преобладанием гидроэлектростанций. Исследована работа системы при изменениях рабочей мощности, вплоть до 15% мощности всей системы.

В результате экспериментальных данных получены зависимости изменения частоты от мощности возмущения как за время запаздывания, так и вне этого времени и зависимость коэффициента саморегулирования системы от изменения частоты. В целом ряде случаев эти характеристики близки к линейным, что очень существенно для дальнейшего развития теории регулирования.

26. Возможность экспериментально выявить величину времени запаздывания и зависимости мощности возмущения и мощности регулирования от времени, позволила, применив «метод последовательных интервалов», дать расчет изменения частоты по времени и сопоставлять его с опытом с хорошим результатом. Следовательно, установление этих зависимостей достаточно для возможности расчета. Но зависимости эти определены, и притом достаточно грубо, для двух энергосистем и без возможности дифференцированного анализа влияния отдельных факторов на эти зависимости. Экспериментальное определение величины кинетической энергии дало величину в три раза большую, чем расчетная, что, разумеется, требует проверки. Зависимость мощности регулирования получена интегрально и учитывает и влияние гидравлического удара и всех элементов регулятора и характеристик турбин (т. е. их способности к самовыравниванию). Необходимо получить возможность дифференцированного анализа влияния отдельных факторов.

Зависимость мощности возмущения от особенности генератора и отдельных элементов электросистемы и потребителя, также должна быть дифференцирована, чтобы получить правильное представление о процессе самовыравнивания и о тех элементах электросистемы и потребителя, которые могут влиять.

Такое дифференцирование возможно только в лабораторном опыте.

Д. Недостаточность существующих лабораторных методов экспериментальных исследований по переходным режимам энергосистем

27. Особо нужно отметить отсутствие достаточных лабораторных экспериментальных исследований, которые могли бы способствовать развитию теории автоматического регулирования. Большинство опытных данных, полученных в прошлом, за небольшими исключениями, относится к разным конструкциям регуляторов, а не к принципам их работы.

Трудностью постановки широких исследований в лабораторных условиях и ограниченными возможностями исследований в натуре, на

совместно работающих электростанциях, объясняется долгий путь перехода от классической теории к современному состоянию, которое все еще далеко не удовлетворяет запросам техники.

Относительно большее совершенство современных автоматических регуляторов объясняется в основном их эмпирическим развитием в течение почти двухсот лет; только вопросы устойчивости регулирования получили свое развитие под влиянием глубоко проработанной теории устойчивости, безусловно оказавшей большее влияние на современную технику регулирования.

28. Даже такой теоретически четко поставленный и проработанный вопрос, как принципиальный выбор типа центробежного маятника, оказывается по новым исследованиям (1951—1952) еще недостаточно разрешенным.

Совершенно четкие теоретические положения указывают на то, что реакция маятника на: а) угол смещения его оси θ , б) на изменение угловой скорости $\frac{d\theta}{dt} = \omega$ и в) на изменение ускорения, $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ тем быстрее, чем выше производная, т. е. реакция маятника, наибольшая для маятников акселерометрических.

Следовательно, акселерометрический маятник должен был бы создать наилучшие условия регулирования. Но, оказывается, сервомотор вносит свои ограничения в акселерометрическое регулирование и в связи с угрозой неустойчивости колебаний не должен перемещаться с той быстротой, которую допускает акселерометрический маятник. С другой стороны, неустойчивость колебания, при быстрых перемещениях поршня сервомотора, не угрожает тахометрическому регулированию, т. е. регулированию по изменению скорости, и может применяться очень мощный сервомотор почти мгновенного действия.

Таким образом, те преимущества скорости воздействия, которые дает акселерометрический маятник, компенсируются сервомотором и, как показал Штейн [14], компенсация получается полная; движение сервомотора по времени получается одинаковым в обоих случаях.

Выдвинуты и разработаны были новые акселерометрические маятники лет 20 тому назад, на основе теоретических рассуждений и теоретических преимуществ, но потребовалось 20 лет для того, чтобы убедиться на опыте в неполноте теоретически решенной задачи, чтобы понять необходимость учета влияния компенсации преимуществ акселерометрического маятника сервомотором.

29. В настоящее время получили применение электрогидравлические регуляторы с электрическим маятником и гидравлической рабочей частью (злотник, сервомотор). Принцип электрического регулирования угловой скорости имеет большую давность, но не получил применения вследствие ряда недостатков [15, 16].

Новые электрогидравлические регуляторы оказались применимыми, так как используют современные достижения электронной техники. Вос-

принимающим изменения частоты элементом регулятора является вспомогательный генератор (с постоянными магнитами) синхронно вращающийся с валом регулируемого агрегата. Этот генератор воздействует своей меняющейся, с изменением угловой скорости гидроагрегата, частотой на двойной электронный выпрямитель и на чувствительный к изменению частоты контур. Токи двух электронных ламп направлены друг против друга в электромагнитном устройстве, которое перемещает поршни первого золотника. А дальше все элементы регулятора остаются те же, что у механико-гидравлических регуляторов, т. е. имеются вспомогательный сервомотор, приводящий в движение поршни второго золотника и мощный сервомотор, непосредственно воздействующий на направляющий аппарат турбины. Роль выключателя с изодромом выполняет электрическая цепь с сопротивлением и емкостью, питаемая потенциометром, который механически связан с вспомогательным сервомотором, а не с главным, как это принято в обычных регуляторах.

Этот тип регулятора может быть универсальным, так как имеет возможность менять статизм и регулировать мощность перемещением регулировочной характеристики (или характеристики статизма), может регулировать на постоянство уровня, на средний расход, на оптимальное распределение мощностей между агрегатами и станциями.

Чувствительность такого электронного тахометра с электрическим изодромом очень велика и реакция очень быстрая.

Но возможно, что те же ограничения, которые не позволяют, согласно изложенному в п. 28, использовать все преимущества акселерометрического маятника, т. е. возможно, что неустойчивость при быстрых движениях сервомотора не позволит использовать все преимущества почти безинерционного электронного маятника. Поэтому необходимы исследования по мерам обеспечения устойчивости при быстрых перемещениях сервомотора для акселерометрического регулятора и проверка устойчивости нового электрогидравлического регулятора при таких же быстрых движениях сервомотора.

30. Вся слабость и медленное развитие практически применимой проверенной теории автоматического регулирования агрегатов энергетической системы объясняется отсутствием широко и специально поставленного лабораторного опыта.

Только такие лабораторные исследования могут привести к проверке существующих методов теоретического расчета и к проверке их настоящей значимости.

Если, как то видно из вышеизложенного обзора, некоторый опыт, накопленный за ряд десятилетий, позволил отказаться от рассмотрения целого ряда факторов и устройств и выдвинул новые факторы, ранее не учитывавшиеся, то нужно ожидать от широко поставленного лабораторного исследования значительного ускорения такого процесса отсеивания и выявления основных решающих факторов.

В таком ускорении развития теории расчета автоматического регулирования безусловно нуждается наша бурно развивающаяся энергетика,

которая идет по пути не только создания мощных энергосистем, но и объединения этих энергосистем в общую единую систему в недалеком будущем для всей Европейской части СССР, а в дальнейшем и с системами Западной Сибири и Средней Азии.

Поэтому темпы и этапы развития теории автоматического регулирования энергосистем, не только те, которые пройдены в прошлом столетии и в дореволюционный период XX века, но и темпы развития теории за последние советские 35 лет не могут удовлетворить планируемому в СССР развитию энергосистем; эти темпы должны быть значительно ускорены для возможности перехода на ступень «высшей техники».

Е. Требования, предъявляемые к лабораторному исследованию энергосистем при их автоматическом регулировании

31. Чем объясняется отставание и отсутствие столь существенной лабораторной базы?

Такое отставание объясняется трудностями лабораторной постановки необходимых исследований.

Для решения поставленных задач нельзя ограничиться исследованием регулятора скорости и частоты в лаборатории как механизма или конструкции.

Необходимо рассмотреть регулятор в действительных, эксплуатационных условиях его работы, при режимах, которые можно было бы доводить до случаев, которые приводят к авариям и которых в действительной энергосистеме никто не допустит в качестве опыта.

Следовательно, необходима действующая динамическая модель целой гидроэнергосистемы, которая позволила бы проверить в широких пределах условия работы и работу регулирующих устройств и сходимость теоретических расчетов с опытом.

Проверить на лабораторной установке регулирующие устройства энергосистемы, значит проверить не только скоростные, т. е. частотные ее показатели, но и проверить и режимы работы энергосистемы в целом.

Поэтому модель энергосистемы со всеми регулируемыми устройствами позволит проверить и устойчивость системы как статическую, так и динамическую, распределение токов при коротких замыканиях; и при перераспределениях нагрузки, распределение напряжений, степень его постоянства и роль регуляторов напряжения. Динамическая модель должна позволить проверить влияние основного фактора, определяющего неустойчивость гидроэнергосистемы, влияние гидравлического удара и положительное влияние саморегулирования гидротурбины. Самое главное, все эти проверки можно будет осуществить при переменной скорости и частоте в переходном процессе, если значения постоянных времени этого потребуют.

32. Хотя начала теории подобия восходят к Ньютону и получили математическое развитие в работах Бертрана, Афанасьевой-Эренфест, Федермана, В. Л. Крипичева, отчасти у Н. Е. Жуковского, ее более

поясное и уверенное развитие нужно отнести к XX веку, к работам академика М. В. Кирпичева, обосновавшего необходимость не только тождества дифференциальных уравнений, но и подобия условий однозначности.

Основанное на теории подобия практическое моделирование гидравлических процессов начинает свое действительное развитие в конце XIX века в работах О. Рейнольдса по моделированию, и притом в очень сложной постановке, на сильно геометрически искаженной модели для исследования приливных явлений в устьях рек, и даже при размываемом русле. Эти опыты можно считать еще непревзойденными.

За прошедшую половину XX века теория и практика гидромеханического и аэромеханического, а также (благодаря работам М. В. Кирпичева и его школы) и теплотехнического моделирования, получили большое развитие и довольно надежно обеспечивают возможность создания модели гидроэнергосистемы в ее гидравлической части.

Развиты также вопросы моделирования волновых явлений и движения влекомых наносов [23, 24, 25].

Но до сих пор не решена задача моделирования гидравлического удара.

Методика и практика моделирования электротехнических процессов еще недостаточно развиты, хотя теоретические основы такого моделирования принципиально ясны.

Методы теории подобия остаются теми же, но практика электротехнического моделирования еще только начинает свое развитие.

33. Приоритет в вопросах моделирования электрической части системы также принадлежит СССР, так как еще в 1936 году доцент В. А. Веников [17, 18, 19] построил первую динамическую модель изолированно работающего агрегата, а в 1942 г. член-корр. АН СССР проф. М. П. Костенко построил более развитую модель Узбекской энергосистемы [20], которая в 1951 г. получила свое дальнейшее развитие.

В. А. Вениковым в 1949 г. издана монография [21]: «Применение теории подобия и физического моделирования в электротехнике», а в 1951 г., по поручению Водно-энергетического института АН Армянской ССР,—статья, «Исследование режимов сбросов и набросов мощности в электрических системах» [22].

В обоих случаях гидравлическая часть гидроэнергосистем не была представлена на модели, а первичный двигатель заменен регулируемым электромотором.

За время с 1945 года организована лаборатория моделирования электросистем при Энергетическом факультете МЭИ, где моделируется электропередача Куйбышев—Москва, а теперь уже моделируется и генератор, специально изготовленный заводом «Электросила»

При Украинской АН также ведутся аналогичные работы, но на агрегате очень большой (не лабораторной) мощности около 100 квт. Эти работы, ведущиеся под руководством акад. Лебедева, должны быть интересны для анализа внутренних процессов в генераторе при переходных режимах, тогда как при динамическом моделировании нас интере-

суют внешние процессы, что несколько облегчает моделирования генератора. Но такая мощная установка не дает возможности варьирования ее параметров и, следовательно, не имеет желательной гибкости.

На конференции по большим электросистемам в 1952 году в Париже выяснилось, что только в последние годы по аналогичным путям динамического моделирования электросистем пошли за рубежом (Франция, отчасти Швеция и США).

Идея и начало создания объединенной комплексной модели, моделирующей и гидравлическую и электрическую части системы и проведения исследований при взаимодействии обеих частей, с учетом влияния гидравлического удара и самовыравнивания как со стороны первичного двигателя, так и со стороны нагрузки потребителя, с использованием моделей водяных турбин, была выдвинута автором в 1944 году, при организации и определении структуры Ереванской гидроэлектрической лаборатории.

Такая модель к 1952 году создана в названной лаборатории Водно-энергетического института АН Армянской ССР (см. ниже).

Ж. Программа предстоящих лабораторных исследований на динамических моделях энергосистем

34. Какова первоочередная программа лабораторных исследований?

Так как лабораторные исследования должны быть поставлены на модели гидроэнергосистемы, то необходимо рассмотреть условия моделирования на базе теории подобия, так, чтобы эти условия в гидравлической, механической и электрической части не противоречили бы друг другу. Такие противоречия действительно возникают и создают большие трудности.

35. Явления электрические, электромеханические и механические моделируются без искажения времени, при сохранении масштаба времени равным 1, т. е.

$$\alpha_t = \frac{t_{\text{нат.}}}{t_{\text{мод.}}} = 1.$$

Так моделируются все постоянные времени электросистемы, потребителя, электропередачи, генератора и постоянные инерции гидроагрегата.

36. Обычное моделирование гидравлических явлений в турбине, трубопроводе, уравнильной башне, безнапорной деривации и в русле реки верхнего и нижнего бьефов производится без искажения геометрического масштаба, т. е. с изменением времени по масштабу $\alpha_t = \sqrt{\alpha_h}$, где $\alpha = \alpha_h = \alpha_x$ — геометрический масштаб модели.

37. Изменить масштаб времени для электромеханической части модели можно только в случае перехода от нормальной частоты к повышенной.

Переход к повышенной частоте нежелателен и очень затрудняет моделирование, так как требует специального конструирования для модели всех регулирующих устройств и отчасти и измерительных приборов.

38. При сохранении $\alpha_i = 1$ должна моделироваться, т. е. менять масштаб, только энергосистема, генераторы, передачи, потребитель, а вся аппаратура и регуляторы используются те же, которые применяются на действительных установках.

39. Следовательно, нужно суметь изменить гидравлическое моделирование так, чтобы $\alpha_i = 1$ и для гидросистемы.

Моделирование гидравлической части энергосистемы

40. Для турбины необходимость $\alpha_i = 1$ не вызывает затруднений, так как переходный процесс очень слабо отражается при прохождении потока в рабочем колесе.

В основном уравнении удельной работы рабочего колеса при переходном, неустановившемся процессе, появляется один дополнительный член, зависящий от времени

$$\mp \frac{1}{g} \frac{d\omega}{dt} \int_{r_2}^{r_1} r^2 d\theta = \pm \frac{2A}{g} \cdot \frac{d\omega}{dt},$$

где ω — угловая скорость агрегата, θ — угол ротора,

$$A = \frac{1}{2} \int_{r_2}^{r_1} r^2 d\theta.$$

По сравнению с остальными членами уравнения удельной работы этот член очень мал, так как мал интеграл A , благодаря тому, что лопасти рабочего колеса турбин всех типов очень слабо развиты по длине. Это положение служит основанием использования во всех случаях исследования переходных процессов обычных статических характеристик турбины, снятых при установившемся режиме. Следовательно, турбина должна быть смоделирована так, чтобы эти обычные характеристики модельной турбины были подобны характеристикам натурной турбины. Изложенное выше позволяет моделировать турбину геометрически, т. е. так, как это делается при обычных испытаниях модельных турбинных колес.

41. Но турбина может быть моделирована не только гидравлически модельной турбиной, но и электрически — электродвигателем постоянного тока.

Получение необходимых характеристик проще всего может быть осуществлено или вольтдобавочной машиной, или соответственно регулируемым сопротивлением в цепи ротора (см. ниже разд. II) см. также [21].

42. Регулятор скорости при турбине может не моделироваться, т. е. можно использовать регулятор скорости натурной турбины.

Работоспособность такого регулятора будет, разумеется, несоответственно велика, но необходимо так отрегулировать органы регулятора, чтобы перемещение поршня сервомотора соответствовало бы скорости поршня в натуре. Большая регулируемость самого регулятора облегчает его приспособление для модели. Возможная степень приспособляемости

для моделирования доступных для лаборатории регуляторов скорости, в том числе и электрических, требует проработки и исследования.

Электрическое моделирование регулятора скорости, если турбина моделируется электродвигателем, было начато еще в 1936 г. Вениковым по упрощенной схеме; в настоящее время в лаборатории следящих систем Ленинградского отделения института автоматики и телемеханики проводится более полное электрическое моделирование регулятора. Необходимо развитие такого исследования и в направлении электрогидравлического регулирования, о котором говорилось в п. 29. Исследования чисто электрического и электрогидравлического регулирования необходимы не только для того, чтобы можно было моделировать гидроэнергосистемы, но и для проверки возможности внедрения электрического и электрогидравлического регулирования на гидростанциях.

43. При поставленном в пп. 34—39 условии о необходимости соблюдения масштаба времени $\alpha_1 = 1$, вопрос о моделировании трубопровода приобретает особую остроту.

Если α_1 должно равняться 1, то скорость распространения волны гидравлического удара a должна быть во много раз уменьшена для того, чтобы возможность моделирования трубопровода была реальной.

Разумеется, имеется в виду моделирование всего трубопровода (всех его ниток) эквивалентной трубой, так как сама гидростанция обычно вся моделируется одним генератором и одним первичным двигателем, а иногда одним агрегатом моделируется несколько станций.

Моделирование трубопровода с уменьшением скорости распространения волны давления a возможно, если ввести в трубопровод упругие элементы, которые позволили бы увеличить знаменатель в формуле Жуковского для скорости a в несколько раз. Попытка такого решения прорабатывается в настоящее время в Водно-энергетическом институте. Вопросами возможности влияния на значения величины a занимался также проф. М. А. Мостков, а за границей Remenieras (Франция). Есть основание считать, что найден путь не только уменьшения скорости a , но и возможности изменения этой уменьшенной скорости в широких пределах.

Моделировать трение в трубопроводе нет необходимости, так как имеющиеся исследования по гидравлическому удару показали, что практически вполне допустимо пренебрежение влиянием трения.

44. Моделирование уравнильной башни обычно не требуется и уровень в резервуаре, питающем трубопровод, может оставаться постоянным. Изменение уровня в уравнильной башне происходит так медленно, что это изменение будет обычно пренебрежимо мало. Исключением является уравнильная башня с очень узкой шахтой, в пределах которой подъем уровня отличается большой скоростью. Но и в таком случае, так как узкие шахты получаются при больших напорах, обычно высота подъема мала по сравнению с напором. В тех случаях, когда возможны резонансные явления между колебаниями в уравнильной башне и колебаниями автоматического регулирования, задача осложняется и требует

специального рассмотрения. Попытки рассмотрения таких особых случаев получили некоторое отражение в зарубежной научной литературе.

45. Следовательно, при наличии напорной деривации, при относительно больших напорах нет необходимости проводить моделирование самой деривации и волновых явлений в водоприеме и русле реки в верхнем бьефе по причине малого влияния на напор, действующий на турбину.

46. При уравнительном бассейне и безнапорной деривации, а также связанных с ними водоприемнике и русле в верхнем бьефе, волновые колебания обычно настолько малы по сравнению с напором на турбинах, что этими колебаниями также можно пренебречь.

47. Необходимость учета волновых колебаний верхнего бьефа может получить значение для русловых низконапорных гидростанций. В таких случаях отпадает трубопровод, но остается влияние спиральной турбинной камеры и всасывающей трубы, а волновые колебания напора, действующего на турбину, могут достигать 10—20%. Но такие колебания уровней настолько медленные, что при масштабе времени $\alpha_1 = 1$ нет необходимости моделировать эти колебания, если они связаны с изменениями нагрузки, и можно проверить регулирование при нескольких уровнях верхнего бьефа.

Только в случае аварийных, очень резких изменениях мощности возможно начальное быстрое снижение или повышение уровня. Такое изменение уровня очень легко рассчитывается. Дальнейшее изменение уровня происходит медленно и, следовательно, возможна проверка условий регулирования при нескольких установившихся уровнях.

Модель можно приспособить так, чтобы одновременно с изменением той мощности, которая требуется от гидростанции в результате аварийного изменения ее нагрузки, тот же лабораторный импульс снижал бы уровень верхнего бьефа с заданной скоростью до заданного наперед рассчитанного значения.

Моделирование генератора и электрпередачи

48. Промежуточным звеном между гидравлической частью системы и потребителем электрической энергии является генератор, обычно расположенный на одном валу с турбиной. Генератор включает в себя не только основную, преобладающую часть махового момента агрегата, но отражает и влияние махового момента системы (потребителя). Промежуточным звеном является и линия электропередачи, которая для гидростанций может играть существенную роль.

Изменения, возникающие в электросистеме, у потребителя, создающие переходный процесс, в первые моменты времени отражаются только на работе генератора и электрической системы.

Начальное перераспределение электрических величин, в течение первых нескольких периодов после возникновения возмущения, не может отразиться на возбуждении. Несмотря на ничтожно малую постоянную времени самого регулятора возбуждения (напряжения), постоянная вре-

мени возбудителя лежит в пределах десятых долей секунды, а постоянная времени обмотки возбуждения мощного генератора—в пределах до нескольких секунд. Тем более это начальное перераспределение не может отразиться на скорости вращения агрегата и частоте, так как инерция вращающихся масс задерживает разгон или торможение ротора.

Следовательно, все явления этого первого этапа переходного режима могут рассматриваться только со стороны процессов перераспределения напряжений и электромагнитных воздействий при постоянной скорости вращения и постоянном возбуждении. За это время никаких переходных явлений в гидросистеме (турбина, трубопровод и пр.) еще нет. Инерция масс этих элементов гидроэнергосистемы слишком велика и еще не позволяет изменениям, вызвавшим возмущение, отразиться на гидросистеме.

49. Дальнейший ход процесса осложняется работой меняющегося возбуждения под влиянием регулятора напряжения; этот этап осуществляется за 0,1—0,25 сек от начала возмущения, т. е. в пределах времени запаздывания в действии тахометра автоматического регулятора скорости.

В течение этого времени осуществляется некоторое, относительно небольшое изменение скорости, но при естественном регулировании, т. е. при неизменном открытии турбины. Регулятор скорости еще не действует.

В течение этого же времени начинается выбег ротора генератора рассматриваемой электростанции.

50. Еще несколько позже начинает действовать маятник (тахометр) автоматического регулятора скорости, но по ряду причин изменение момента вращения первичного двигателя продолжает запаздывать (время запаздывания в гидроэнергосистеме достигает 3 и даже 4,5 секунд). В этом периоде, а может быть отчасти и в предыдущем, выбег ротора может достичь значений опасных для удержания агрегата в синхронизме. Возможно, что в это время осуществляется переход от синхронного к почти асинхронному режиму, но с дальнейшим возвращением к синхронизму.

51. Следующий этап развития процесса характеризуется работой всей системы автоматического регулятора скорости. В этот период времени можно, повидимому, считать процесс изменения напряжения в основном законченным, также как в основном законченным и регулирование возбуждения.

Следовательно, основными участниками процесса можно считать: изменение открытия турбины, влияние ее самовыравнивания, влияние гидравлического удара и влияние самовыравнивания нагрузки (потребителя).

52. Наконец, дальнейшее развитие процесса относится к затуханию колебаний скорости вращения агрегата и к входу в действие автоматического регулятора частоты, который в небольшом диапазоне изменений частоты влияет на перераспределение мощностей между агрегатами.

53. Вот это, описанное в пп. 48—52, различное влияние факторов, определяющих переходный процесс в разные моменты времени, и прева-

лирование одних факторов над другими пока еще не может быть выявлено теоретически, и только качественно, и нужно полагать недостаточно полно, точно и верно отражено изложенной в пп. 48—52 схемой явления.

Роль динамической модели—выявить и разделить эти явления, а следовательно, облегчить последующее теоретическое, математическое решение задачи.

Из изложенного в предыдущих пунктах следует, что число уравнений, определяющих процесс, будет меняться в зависимости от того, какая фаза переходного процесса подвергается анализу. Поэтому предстоит очень существенная задача—опытами на динамической модели выявить значимость тех или иных факторов и тем самым облегчить математический анализ.

54. Для такого анализа необходимо сделать попытку опытного построения характеристики генератора при разных нагрузках, возбуждениях и оборотах, т. е. получение опытной «универсальной» статической характеристики генератора, так, как это делается для водяных турбин.

55. Такая же характеристика необходима и по линиям электропередачи при разных длинах и параметрах.

Моделирование электрической нагрузки (потребителя)

56. Самовыравнивающая роль нагрузки (потребителя) должна изучаться дифференцированно для отдельных характерных видов потребителя. Изучению подлежат различные объекты электропривода, их типовые комбинации, для определения возможных пределов колебания самовыравнивания для энергосистем в динамике их развития и объединения и для получения необходимых характеристик.

57. Для решения задачи по п. 56 необходимы: моделирование нагрузки, а также исследование в натуре на предприятиях. Начиная с омического сопротивления и простого индуктивного сопротивления и индуктивного сопротивления с железом (трансформатор), переходя к моторам асинхронным и синхронным, с приводом разных машин-орудий, необходимо получить частотные характеристики и установить их влияние на регулирование на модели. Такие частотные характеристики должны быть получены для каждого из названных объектов в отдельности при прочих равных условиях.

58. Наиболее резко на самовыравнивание нагрузки должен влиять привод центробежных насосов при противодействии, когда может быть получена зависимость мощности привода от угловой скорости, пропорциональная этой скорости в степени, превышающей вторую и доходящей до пятой.

Необходимо проверить влияние такого большого самовыравнивания на регулирование. С этого может быть следует начинать, наряду с исследованием работы на омическую нагрузку, чтобы для начала получить наиболее четкий и резкий эффект.

59. Влияние отключения отдельных видов нагрузки на частотную

характеристику и самовыравнивание требует исследования для выявления наихудших условий для регулирования.

60. Роль и влияние маховых моментов электропроводов и машин-орудий очень мало изучены. Требуется определение процентного соотношения приведенного махового момента потребителя к маховому моменту гидрогенератора и турбогенератора для отдельных видов нагрузки и для типовых энергосистем. Требуется анализ влияния развития энергосистем и влияние их объединения на структуру маховых моментов у потребителя.

61. Частотная характеристика ртутных выпрямителей и ее, повидимому, положительное влияние на систему требует анализа и изучения.

62. Частотная характеристика электрической печной нагрузки (рудно-термической печи) и влияние автоматического регулирования печи на работу системы и на частотную характеристику также требует изучения и моделирования.

63. Моделирование всех видов электрической нагрузки требует разработки методов этого нового типа лабораторного исследования.

Исследования по работе энергосистем в целом

64. Исследования влияния частоты и напряжения с учетом влияния частоты на напряжение, на изменение мощности и момента сопротивления, охвачено предыдущими пунктами, но необходим отдельный анализ

влияния $\frac{\partial P}{\partial \omega}$ и $\frac{\partial P}{\partial U}$, для правильной оценки $\frac{dP}{d\omega}$, так как

$$\frac{dP}{d\omega} = \frac{\partial P}{\partial \omega} + \frac{\partial P}{\partial U} \cdot \frac{dU}{d\omega},$$

где: ω — угловая скорость, P — мощность, U — напряжение.

Имеющиеся в литературе данные для $\frac{dP}{d\omega}$ слишком противоречивы, и для энергосистем даются в пределах значений 1,5 до 12. Такой диапазон слишком велик и требует определения влияния $\frac{\partial P}{\partial U}$. В свою очередь $\frac{dU}{d\omega}$ при постоянной нагрузке требует особого исследования.

65. Из освещения задач по п. 64 вытекает распределение роли между АРС, АРЧ и АРН. Необходимость строгого поддержания полного постоянства напряжения должна быть, на основе анализа уравнения п. 64, подвергнута сомнению, потому что неравенство нулю производной $\frac{dU}{d\omega}$ приводит к увеличению $\frac{dP}{d\omega}$, а, следовательно, и к ухудшению условий регулирования.

66. Необходимы также исследования для распределения роли между АРС и АРЧ при регулировании скорости агрегата и по влиянию автоматических отключений АРЧ.

67. Только исследование совокупности поставленных выше вопросов позволит определить роль и число ведущих по частоте агрегатов и электрических станций в данной энергосистеме, т. е. позволит решить такой большой вопрос, как определение роли отдельных станций в энергосистеме.

68. Отмеченный выше дифференцированный анализ возможен только в лабораторных условиях на модели; экспериментальные проверки в натуре необходимы для того, чтобы получить уверенность в правильности методов и приемов моделирования.

После внесения ясности в результате лабораторного экспериментирования, после определения влияния отдельных факторов и получения ряда новых экспериментальных зависимостей, можно будет вернуться к уточнению и развитию существующей теории автоматического регулирования, а следовательно, создать и теорию работы сложной энергосистемы, которой пока еще нет.

Выше отмеченное, разумеется, не означает прекращение теоретических исследований впредь до получения достаточных экспериментальных данных.

3. Динамическое моделирование гидроэнергосистем и состав модели

69. В соответствии с изложенным в разделах Е и Ж основы для моделирования гидравлической части энергосистемы заложены почти пятьдесят лет тому назад. Теория и техника моделирования хорошо разработаны для установившихся режимов. Теория и практика моделирования переходных процессов неустановившегося движения в гидросистемах разработана автором и опубликована в 1937 и в 1947 гг. [23 и 24].

Моделирование водяных турбин для исследования не представляет затруднений, так как, как уже было указано в разделе Ж, переходный процесс очень слабо отражается на работе рабочего колеса турбины, и так как для исследования могут быть использованы характеристики, снятые при установившемся режиме, т. е. обычные статические характеристики.

Поэтому вся трудность задачи на новом этапе развития, когда требуется моделировать гидроэнергосистему в целом, вместе с электрической ее частью, заключается в моделировании гидравлического удара и в методике моделирования электрической части гидроэнергосистемы, в частности, в методике моделирования генераторов электрических станций.

70. Как уже было отмечено, первые попытки создания динамических моделей электросистем относятся к 1935 году; в ЭНИН'е АН СССР (В. А. Веников), в ВЭИ (Р. А. Майер) и в ЛПИ в 1939—41 гг. (В. А. Толвинский и В. И. Иванов). Модель электросистемы, построенная В. А. Вениковым, была впоследствии им усовершенствована в МЭИ в целях обеспечения изменяемости параметров модели в соответствии с требованиями теории подобия и для универсальности генератора модели, которой получил увеличенные габариты. В настоящее время в МЭИ установлены новые генераторы, требующие небольшой компенсации активного сопротивления в роторе, с несколькими сменными роторами.

Член-корр. АН СССР проф. М. П. Костенко подошел к вопросам моделирования генераторов электрических станций несколько проще и дал схему решения задачи, облегчающую моделирование генераторов. Эта схема была применена им для моделирования в 1942 году Узбекской электросистемы и облегчила создание модели Армянской гидроэнергосистемы (см. ниже, раздел II).

71. Для того, чтобы малый по своим размерам модельный генератор, с относительно очень большим активным сопротивлением, с относительно большими реактанцами и с малым числом пар полюсов, моделировал большую машину, необходимо использование такой машины, которая в несколько раз превышает бы требуемую мощность модельной машины. Необходимо изменение обмотки машины и даже железа статора и ротора. Но все же легче реконструировать стандартную фондовую машину, чем построить новый малый генератор, удовлетворяющий условиям моделирования, если новая конструкция не освоена заводом.

Если реконструируемый модельный генератор превышает требуемую на модели мощность раз в пять, то этого недостаточно для приведения к модели активного сопротивления к необходимой величине. В соответствии со схемой М. П. Костенко необходимы дополнительные агрегаты-компенсаторы для уменьшения оставшегося недокомпенсированным активного сопротивления; эти агрегаты должны давать ток как в цепь ротора, так и в цепь статора модельного генератора.

Агрегаты-компенсаторы—стандартные, фондовые машины постоянного тока, которые должны быть реконструированы с соответственным изменением обмотки, и изменением железа и статора и ротора, и которые приводятся во вращение электродвигателями постоянного тока.

Таким образом, создание динамической модели в части моделирования генераторов действительной станции представляет большие трудности, требует значительного времени и участия электромеханического завода.

Без специального компенсирования активного сопротивления можно решать задачу только в случае использования для модели такого генератора, мощность которого раз в 30 превышает требуемую для модели мощность. Такой путь намечен Ленинградским отделением Института автоматики и телемеханики, которому удалось обеспечить получение необходимых мощных машин. Но большие массы роторов при таком моделировании могут привести к преувеличенной постоянной времени агрегата.

72. Моделирование линии передачи не представляет затруднений. Модель состоит из ряда элементов, представляющих отдельные участки линии, заключающих самоиндукцию, емкость и сопротивление. Расчет такой линии впервые был произведен автором в 1919 г. для Ленинградского электротехнического института в целях постройки модели Волховской электропередачи. Такая модель действительно была создана несколько позже в лаборатории высокого напряжения этого Института, под руководством проф. А. А. Смурова.

В настоящее время над вопросами моделирования линий передачи усиленно работают ЛЭТИ (Иванов, Рыжов), МЭИ (Веников), ИАТ (Костенко); начинает работать в этом направлении ЭНИН АН АзССР (Адонц).

В лаборатории энергосистем МЭИ и в ЛОИАТ в настоящее время созданы модели электропередачи Куйбышев—Москва, на которых ведутся большие экспериментальные исследования. Исследуются устойчивость и различные режимы при работе различных регуляторов возбуждения (потребителя), релейная защита при коротких замыканиях, влияние демпферных обмоток, динамические перенапряжения и ограничители перенапряжений.

Таким образом, новые методы исследования уже находятся на службе великих строек коммунизма.

73. Почти не имеется опыта по моделированию электрической нагрузки (потребителя). Задача очень сложная, так как потребитель очень многообразен и модель потребителя неизбежно должна схематизировать действительность. В этой области первые, не совсем уверенные, шаги начинает Лаборатория гидроэнергосистем Водно-энергетического института, разделившая потребитель на пять категорий.

Отдельно моделируются активная, ламповая нагрузка, моторная с моментом сопротивления, пропорциональным первой степени скорости, моторная с моментом сопротивления, пропорциональным более высокой степени скорости и притом поддающейся изменению, выпрямительная (футная) нагрузка и электропечная (руднотермическая нагрузка).

74. Моделированием гидротурбин гидравлически начинает заниматься МЭИ; моделированием гидротурбины электромотором с вольтодобавочной машиной и с электрическим регулятором скорости успешно занимается ЛОИАТ АН СССР.

Поэтому ВЭНИ АН Армянской ССР необходимо освоить достижения МЭИ и ИАТ в вопросах чисто электрического моделирования, но вместе с тем необходимо особенно развить моделирование комплексной и гидравлической частей модели, моделирование гидравлического удара и моделирование электрических нагрузок.

75. Все отмеченные исследования возможны при наличии необходимых измерительных и регистрирующих приборов. К таким приборам относятся в первую очередь:

а) приборы, записывающие механически и электрически скорость вращения и частоту.

Механические тахографы существуют давно, но хотя и изготавлиются, однако недоступны для лаборатории; точность их невелика. Запись на осциллограф с использованием тахогенератора также принципиально разрешена, но также требует изготовления аппаратуры своими средствами в каждом частном случае.

б) приборы, записывающие механически и электрически момент вращения первичного двигателя.

Известно применение тензометрических датчиков для определения

момента вращения по скручиванию вала, но наличие контактных колец и щеток и необходимость большого электронного усиления приводит к плохой повторяемости записей одного и того же опыта. Разработанная ЭНИМС'ом система индукционного динамометра, также расположенного на валу агрегата, должна в каждом случае приспособляться к данным условиям и аппаратура должна изготавливаться средствами заинтересованной лаборатории. Разработанный МЭИ индукционный динамометр не требует усиления, довольно устойчив, но сложен в наладке и в изготовлении.

Другая возможность—это автозапись мощности генератора исследуемого агрегата-модели вибраторами (шлейфами) мощности, хотя и изготавливаемыми нашей промышленностью, но недоступными для лабораторий. По мощности и угловой скорости можно определить вращающий момент.

Большие трудности возникают в связи с возможностью остаточных деформаций вала агрегата и необходимостью искусственно приводить регистрирующий прибор к нулю.

в) приборы, записывающие угол сдвига ротора изучаемого агрегата по сравнению с нормально вращающимся и с другими агрегатами, работающими параллельно.

Известны стробоскопические методы определения угла выбега ротора, а также устройства с вспомогательным генератором, но и здесь приходится констатировать отсутствие готовой изготавливаемой промышленностью аппаратуры.

И. Лаборатория динамического моделирования гидроэнергосистем Водно-энергетического института Академии наук Армянской ССР

76. В разделе Е была отмечена роль отечественной науки в вопросах развития динамического моделирования энергосистем.

Приоритет в этом вопросе принадлежит СССР, но необходимо констатировать, что весь вопрос находится лишь в начальной стадии своего развития. Задача новая, большая и трудная.

77. К числу лабораторий, закончивших первый, подготовительный, этап развития (см. выше, раздел Е), следует отнести лабораторию гидроэнергосистем Водно-энергетического института Академии наук Армянской ССР, которая к концу 1952 года закончила оборудование первой очереди и приступила к экспериментированию.

78. Основной целью лаборатории является моделирование гидроэнергосистемы и изучение ее режимов и автоматического регулирования во взаимодействии гидравлической и электрической частей гидроэнергосистемы, а также изучение вопросов, возникающих при объединении энергосистем, с охватом и потребителя электрической энергии.

В соответствии с профилем Института особый упор должен быть сделан на исследования, облегчающие моделирование гидросистемы.

79. Начальной стадией работ лаборатории является моделирование Армянской гидроэнергосистемы и изучение ее режимов и автоматического

регулирования, с учетом влияния работы основных станций в каскаде Севан—Занга.

Так как в будущем неизбежно объединение энергосистем Кавказа (объединение энергосистем только Закавказья, как показала проработка вопроса, произведенная энергетическими институтами трех Закавказских Академий, не может дать необходимого эффекта из-за большого дефицита по энергии и по мощности в Азербайджанской ССР), а в дальнейшем и всех энергосистем Европейской части СССР, то предусматривается возможность охвата и вопросов, связанных с таким объединением энергосистем.

Динамическое моделирование энергосистем может быть поставлено так, что при некотором дополнительном приспособлении и оборудовании можно будет решать задачи не только Армянской гидроэнергосистемы, а и ряда других, в том числе и энергосистем, связанных с великими стройками коммунизма.

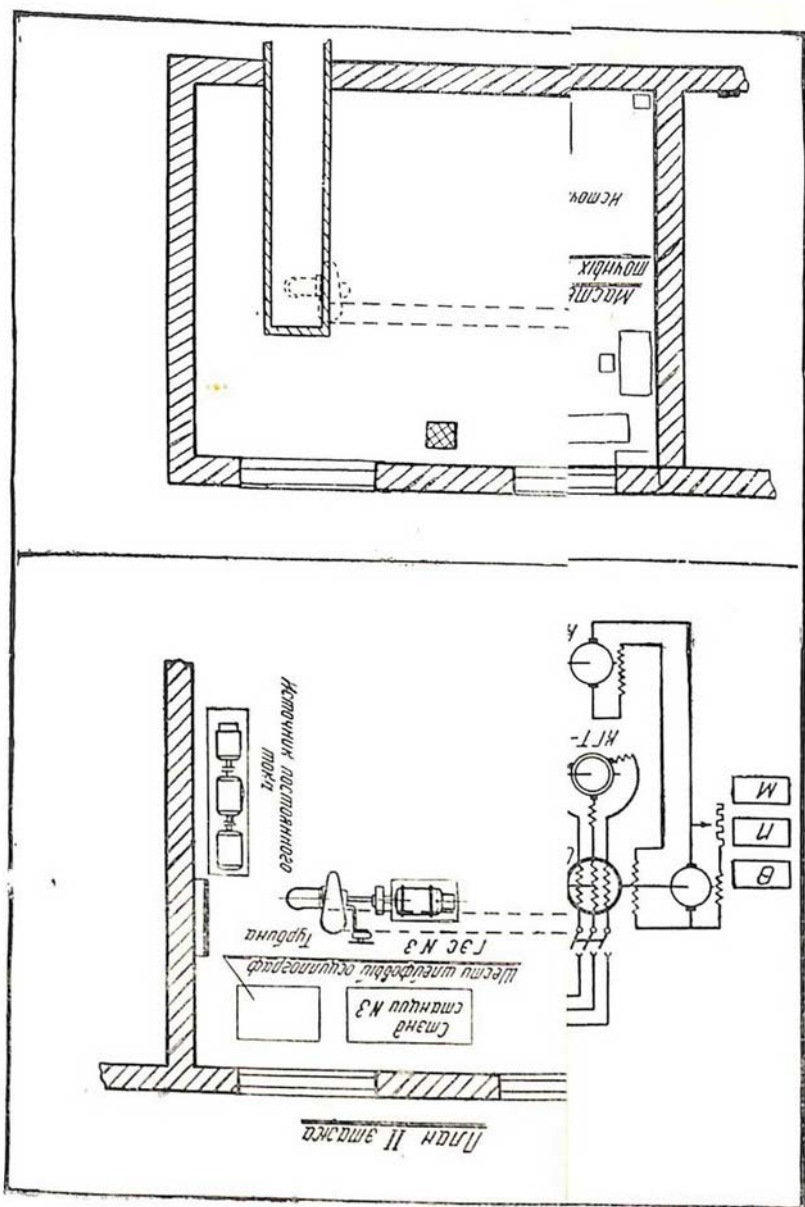
80. На фиг. 1 представлен план расположения оборудования и основная схема Лаборатории гидроэнергосистем. Лаборатория в настоящее время располагает тремя модельными комплексами агрегатов, представляющих гидростанции № № 1, 2 и 3. Первые два комплекса (см. фиг. 2—6), станции № № 1 и 2, представлены синхронными генераторами № 1 с демпферной обмоткой и № 2—без демпферной обмотки.

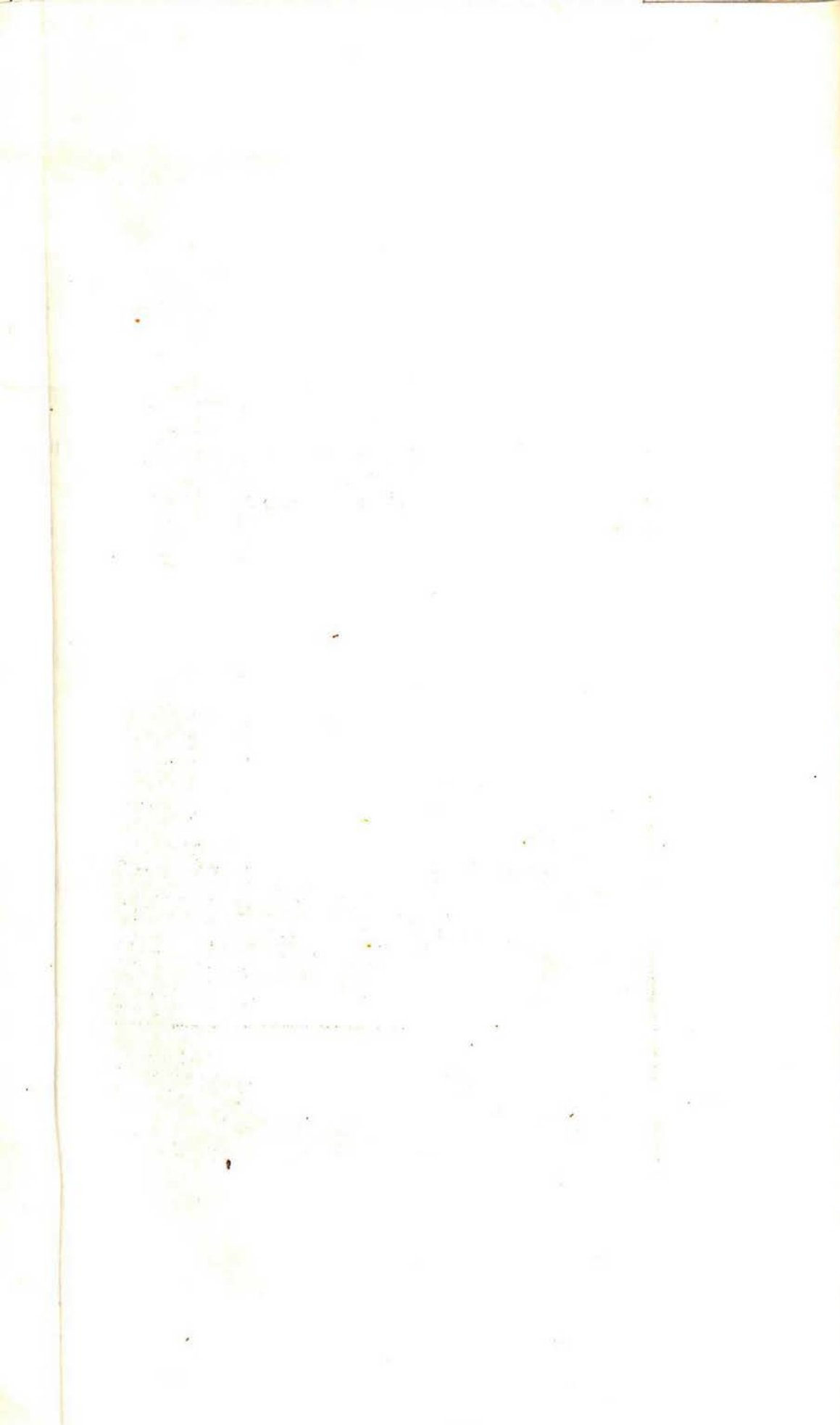
Первичные двигатели этих станций, гидравлические турбины представлены электромоторами, характеристики которых могут быть регулируются так, чтобы представить турбины разных типов (см. выше). Третий комплекс агрегатов представляет станцию № 3; синхронный генератор снабжен демпферным воротником, а первичный двигатель представлен водяной спиральной турбиной (см. фиг. 7) с трубопроводом.

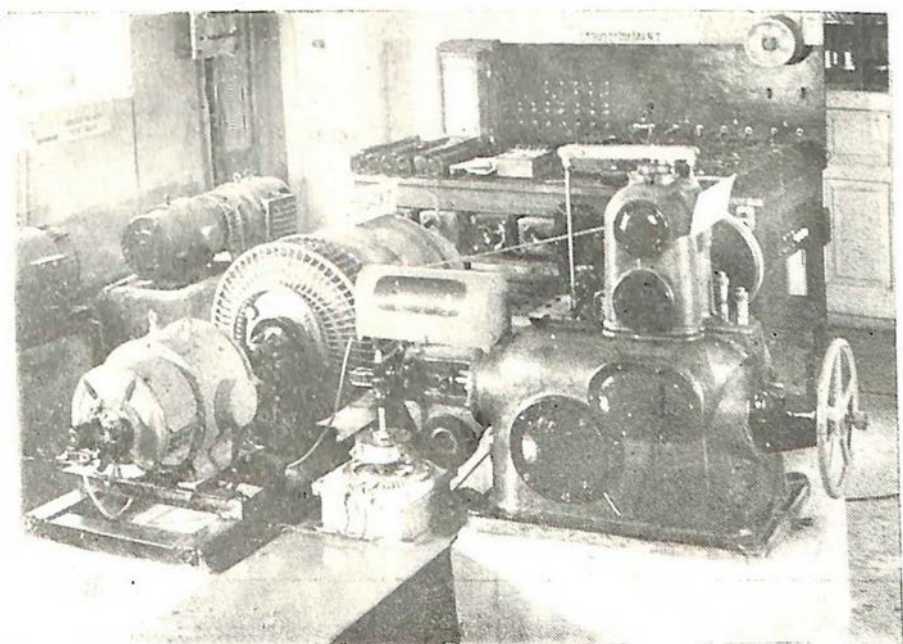
81. Активное сопротивление синхронных генераторов модели компенсировано тем, что мощности использованных для реконструкции стандартных генераторов примерно в 5 раз больше той мощности, которую они должны представлять на модели. Кроме того эти генераторы снабжены дополнительными агрегатами-компенсаторами активного сопротивления (см. фиг. 1, 3 и 5), о которых было сказано в предыдущем разделе.

82. Один из модельных комплексов—гидростанция № 2—снабжен обычным автоматическим регулятором скорости с масляным изодромным сервомеханизмом. Этот автоматический регулятор непосредственно воздействует на реостат, последовательно соединенный с первичным двигателем-электромотором. Этим реостатом, по схеме М. П. Костенко характеристики электродвигателя приводятся к характеристике турбины и осуществляется автоматическое регулирование открытия турбины, т. е. переход от одной характеристики электродвигателя к другой. Для приведения характеристик электродвигателя к характеристикам водяной турбины принята схема с последовательно включенным сопротивлением, так как специальные схемы Веникова, Гохберга, стремящиеся к универсальности, слишком сложны.

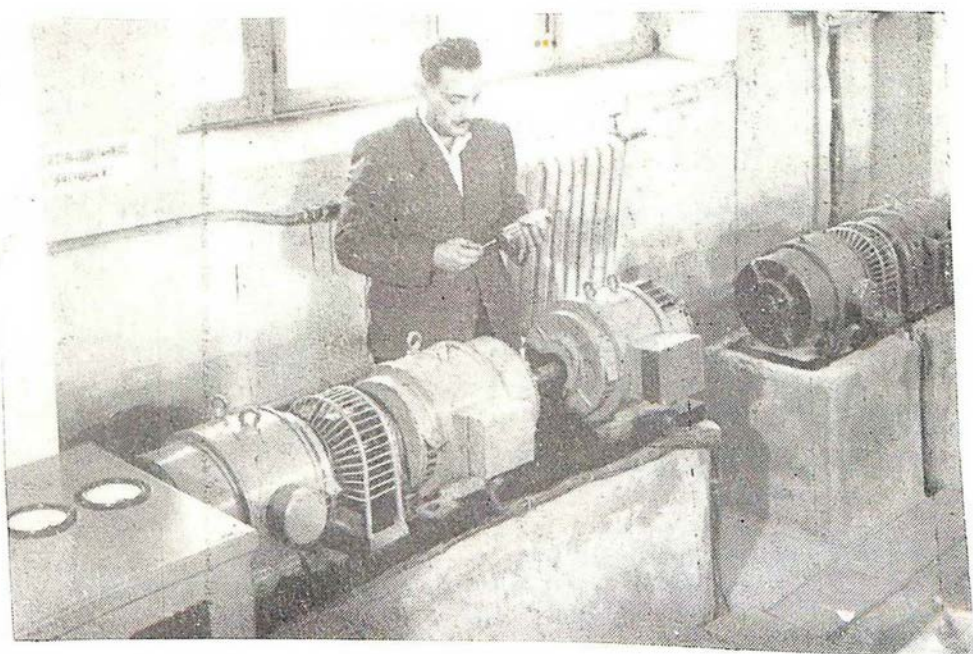
Остальные агрегаты-комплексы, т. е. гидростанции № № 1 и 3, пред



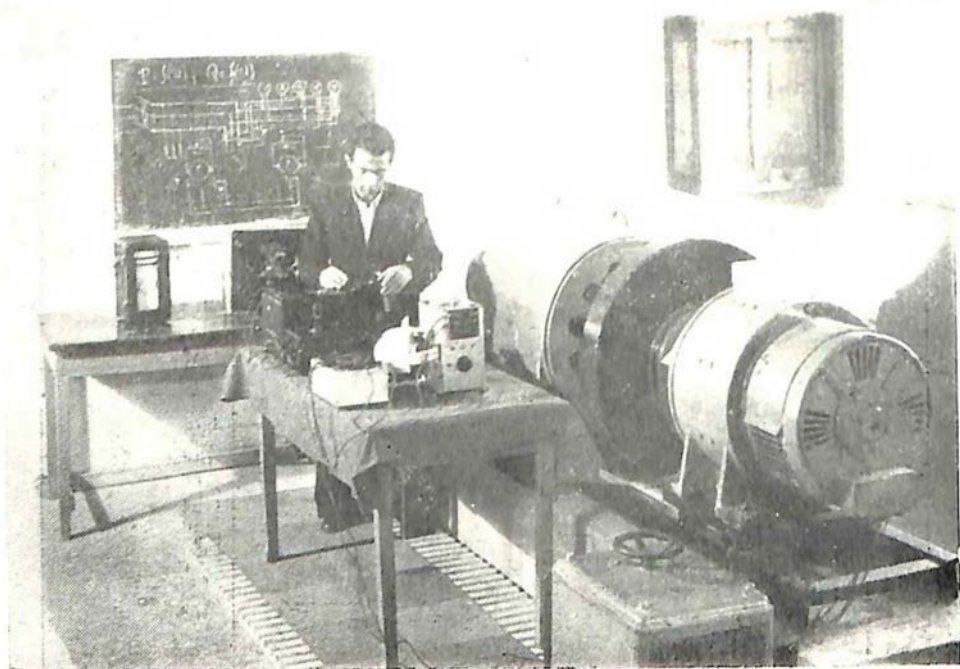




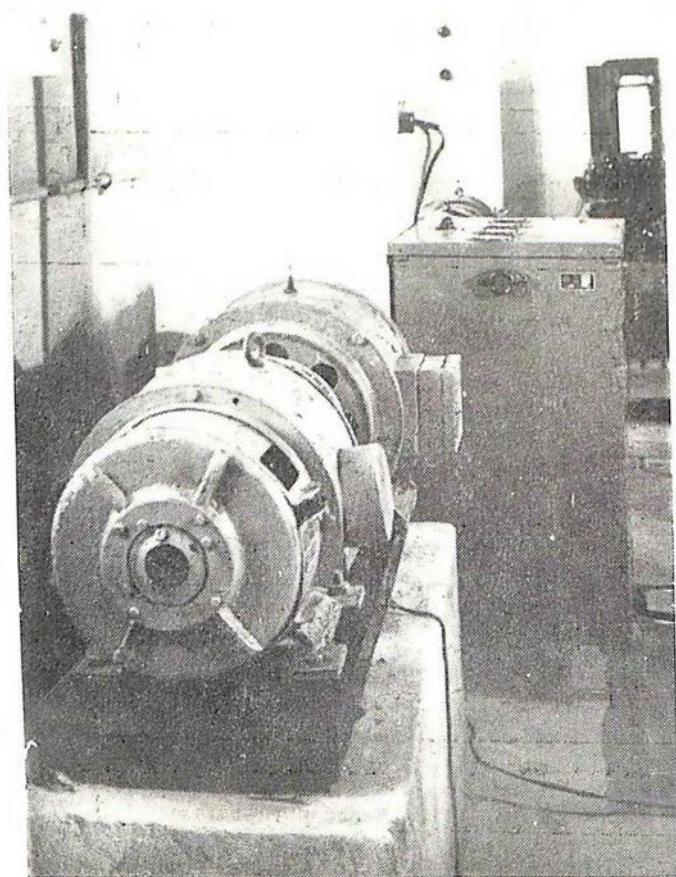
Фиг. 2. Модельный комплекс агрегатов станции № 2 с автоматическим регулятором скорости и измерительным стендом.



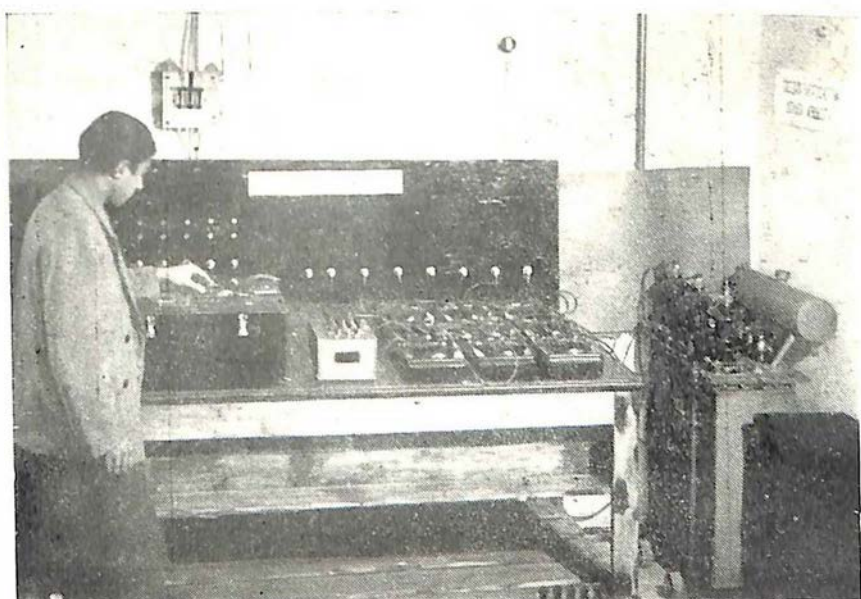
Фиг. 3. Компенсаторы активных сопротивлений статора и ротора синхронного генератора станции № 2.



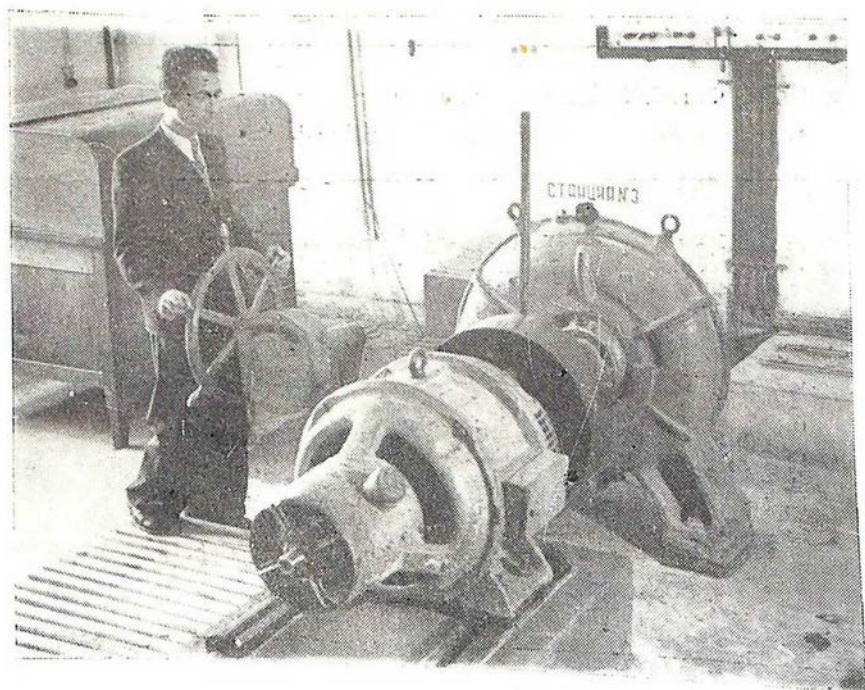
Фиг. 4. Модельный комплекс агрегатов станции № 1.



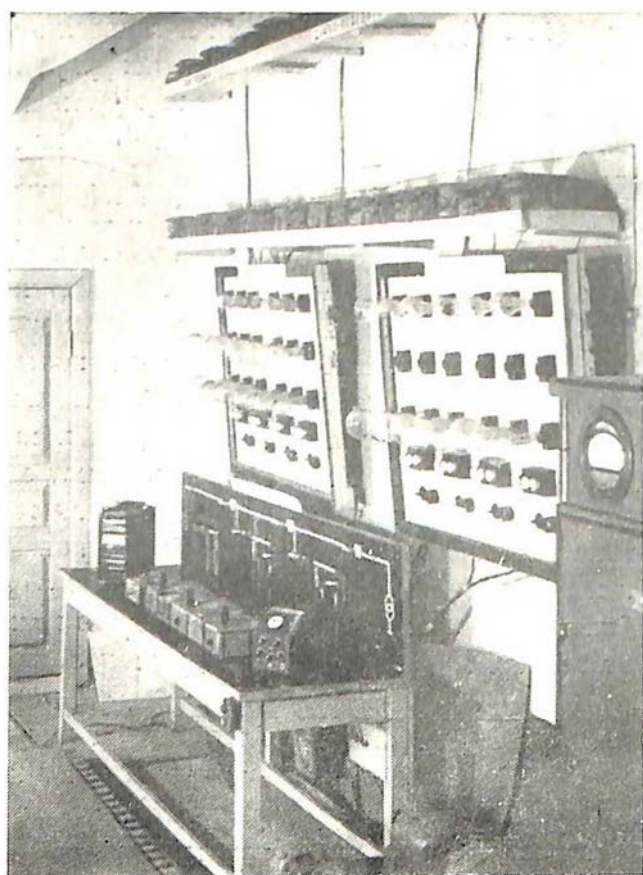
Фиг. 5. Компенсатор активного сопротивления ротора синхронного генератора станции № 1



Фиг. 6. Измерительный стенд станции № 1.



Фиг. 7. Модельный комплекс агрегатов станции № 3 с гидротурбиной



Фиг. 8. Модель линии передачи, ламповая нагрузка
и стэнд линии и нагрузок,



Фиг. 9. Моторная нагрузка.

полагается снабдить электронно-электромеханическими автоматическими регуляторами скорости, что позволит сравнить работу механического масляного регулятора с электронно-электромеханическим регулятором.

83. Изготовлен регулятор частоты системы Острого, для воздействия на механический масляный регулятор, с дальнейшим переходом на регуляторы частоты системы ЭНИН АН СССР и системы ЭНИН АН УССР.

84. Модель линии передачи представлена соответствующим набором самоиндукций, сопротивлений и емкостей и расположена в том же помещении на полках (фиг. 8). В настоящее время моделирована электропередача, соединяющая Канакирскую и Дзорагетскую гидростанции Армянской гидроэнергосистемы. В дальнейшем эта передача будет развита в более полную электросистему с учетом связи с Южной Арменией и будущей связи с общей энергосистемой Кавказа.

85. Нагрузка представлена в четырех ее разновидностях, характерных для Армянской энергосистемы: Активная нагрузка (ламповая) представлена на фиг. 8; моторная, для разновидности с моментом пропорциональным первой степени скорости, на фиг. 9, а для нагрузки с моментом сопротивления, пропорциональным ω^x , нагрузка представлена моторным агрегатом с центробежным насосом с переменным противодавлением, т. е. с возможностью варьировать показатель x . Выпрямительная нагрузка представлена трехфазным ртутником (фиг. 10). Печная, рудно-термическая нагрузка представлена регулируемыми импедансами.

86. Агрегаты, моделирующие станции, снабжены маховиками с возможностью широкого изменения момента инерции (сменные диски); диапазон возможных изменений постоянной времени составляет от 5 до 20 сек (см. фиг. 2, 4 и 7).

87. Делается попытка внесения таких конструктивных изменений в трубопровод, питающий гидротурбину агрегата № 3 (фиг. 1 и 7), чтобы можно было варьировать в широких пределах скорости распространения волны давления и, следовательно, моделировать гидравлический удар.

Так как лаборатория динамического моделирования гидроэнергосистем входит в состав Гидроэлектрической лаборатории Водно-энергетического института, то и другие моменты, связанные с влиянием гидравлической части системы, о которых была речь выше (в разделе Ж), могут получить отражение в моделируемой гидроэнергосистеме, если это окажется необходимым; разумеется при некотором приспособлении оборудования.

88. Очень существенен вопрос аппаратуры, возможности измерения всех величин, влияющих на процесс автоматического регулирования, и возможности регистрации соответствующих показаний.

Этому вопросу, а также конструированию и изготовлению приборов собственными силами было уделено, в особенности в 1952 году, большое внимание.

89. Для регистрации изменения скорости вращения был сконструиро-

ван тахогенератор с передачей на осциллограф (фиг. 11) и приобретен прецизионный регистрирующий частотомер.

90. Попытки конструирования и изготовления тензометрического регистрирующего динамометра привели к неудаче, так как не получилось повторности показаний. Изготовленный лабораторией индукционный динамометр системы ЭНИМС'а (фиг. 12) дал удовлетворительные результаты, но требует очень тщательной проверки до и после опыта. Фотоэлектрический динамометр конструкции сотрудника Института механика Б. С. Тихонова (фиг. 13) дает возможность более уверенной работы, при достаточной точности, но еще окончательно не проверен.

Получается возможность сопоставления трех методов определения момента вращения: индукционного, фото-электрического и вибраторами мощности, которые также изготовлены Б. Тихоновым.

В лаборатории Ф. Григорьян проработана схема регистрирования мощности на осциллографе без вибраторов мощности, с использованием обычных вибраторов тока. В этой схеме используется кольцевой модулятор, основанный на нелинейности вентильных сопротивлений, с возможностью регистрировать мощность при любом виде кривых тока и напряжения.

91. Для измерения «угла выбега» лаборатория располагает двумя сконструированными и изготовленными приборами. Электро-стробоскопический регистратор угла выбега, конструкции Б. Тихонова, представлен на фиг. 14, электрический угломер конструкции молодого сотрудника лаборатории Ф. Григорьян представлен на фиг. 15. Сопоставление работы обоих приборов дало удовлетворительное совпадение (фиг. 16).

92. Лаборатория довольно хорошо оснащена обычными электротехническими измерительными приборами высокого класса точности (вплоть до 0,2), благодаря наличию в Ереване завода точных электроприборов, автором и конструктором которых является главный инженер завода А. А. Давыдов. Лаборатория гидроэнергосистем располагает несколькими осциллографами.

93. Таким образом, созданы условия для возможности моделирования с учетом влияния гидросистемы на электросистему и обратно, т. е. вести исследования при взаимодействии этих двух систем друг на друга.

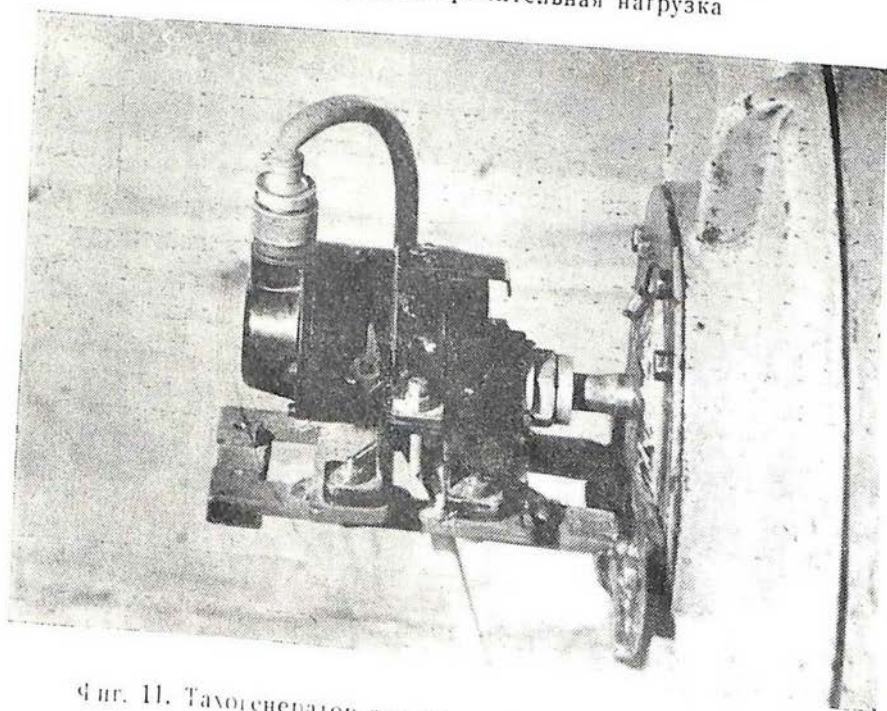
Такая задача была поставлена автором еще в 1944 году и осуществлена коллективом лаборатории после четырех лет теоретической и расчетной подготовки (1946—1949) и трех лет (1950—1952) конструирования агрегатов, оборудования и аппаратуры, монтажа и испытаний.

94. В этой работе приняли большое участие и молодые сотрудники лаборатории: К. Овсепян, В. Джрбашян, Г. Геворкян, Ф. Григорян, Р. Аванян под руководством кандидатов наук Г. А. Атанасяна и Х. Р. Паляна. Большую помощь в работе по приборам оказал механик-конструктор Б. С. Тихонов. Особо нужно отметить целеустремленную работу К. Овсепяна.

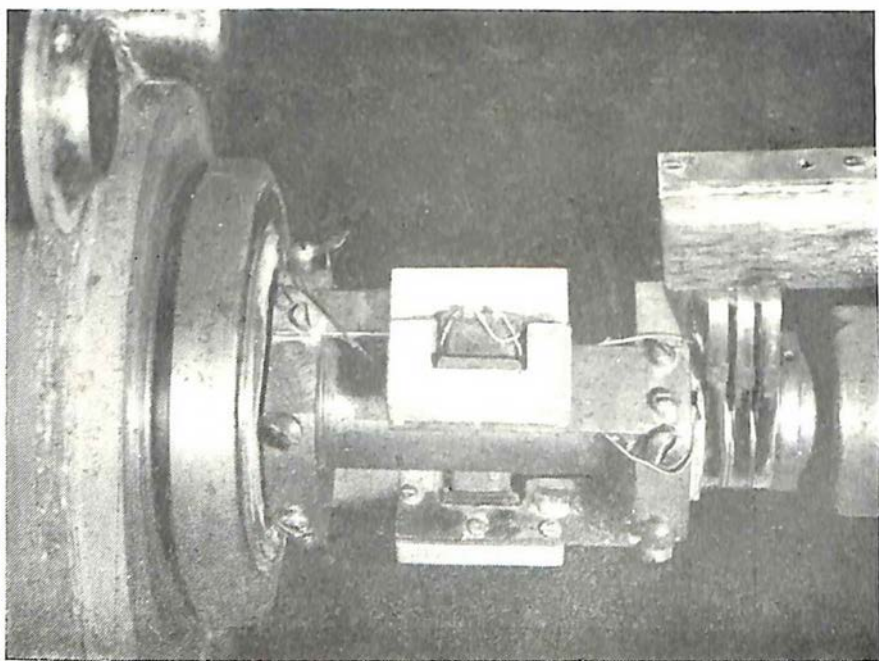
95. В. А. Веников—один из первых исследователей в области электро-



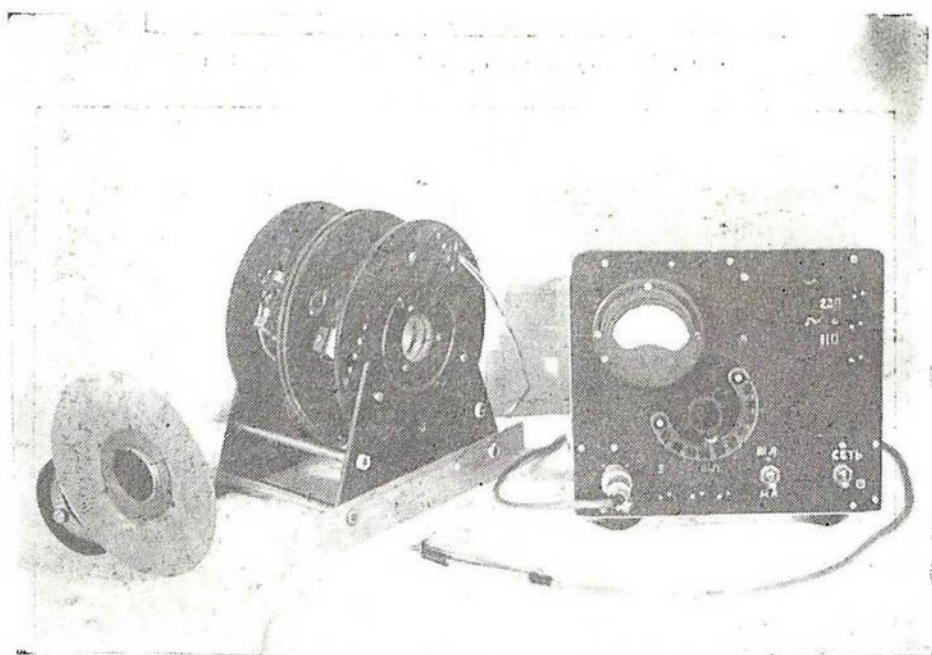
Фиг. 10. Ртутно-выпрямительная нагрузка



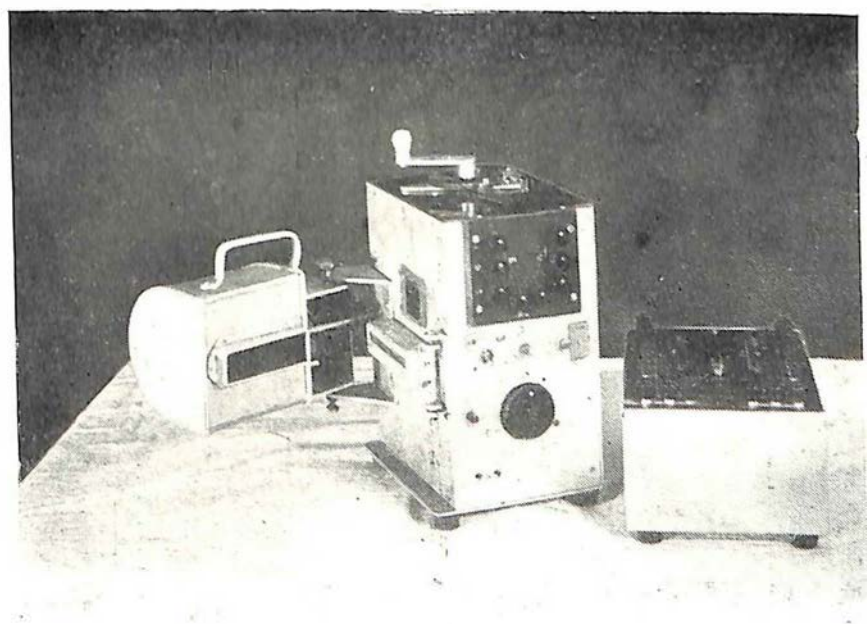
Фиг. 11. Тахогенератор для регистрации скорости агрегата на осциллограф.



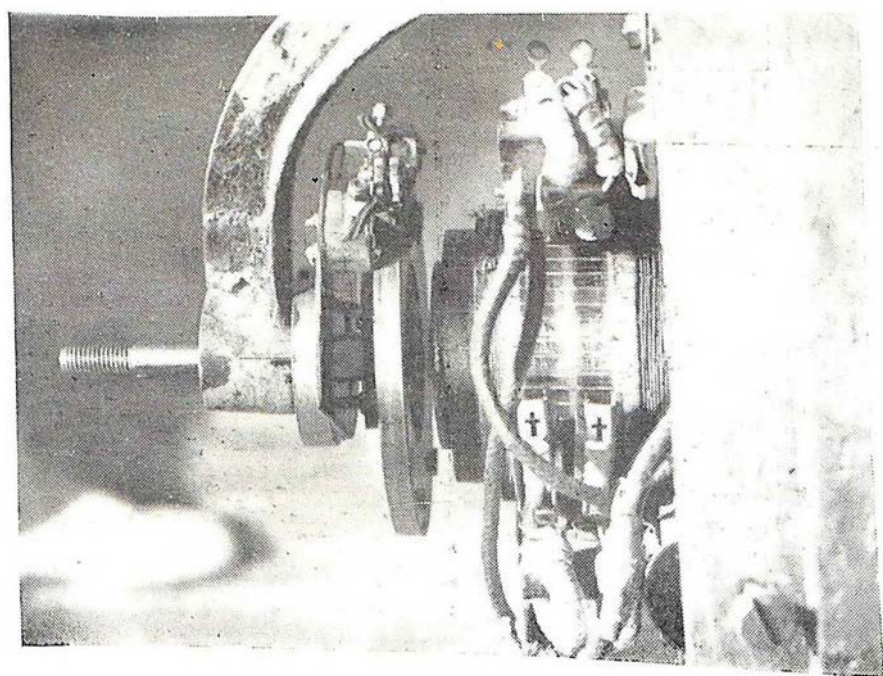
Фиг. 12. Индукционный динамометр.



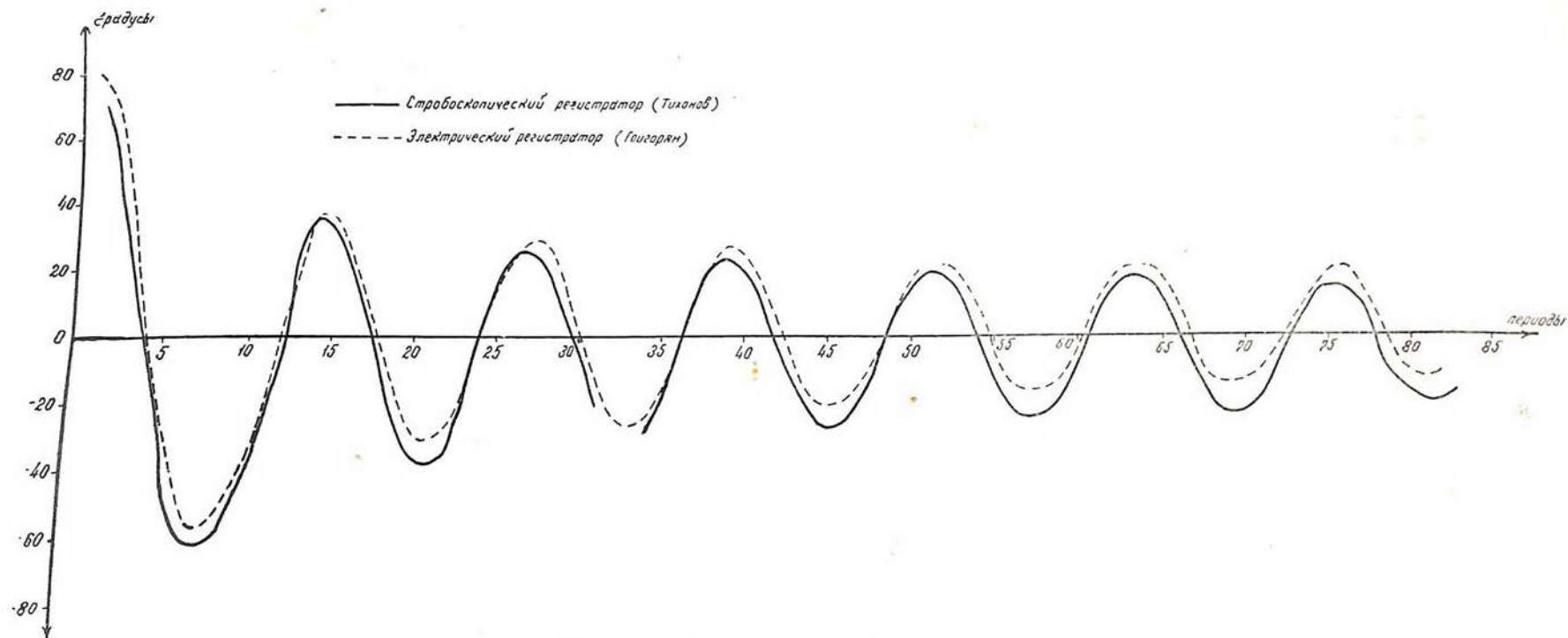
Фиг. 13. Фотоэлектрический динамометр.



Фиг. 14. Электростробоскопический регистратор угла выбега.



Фиг. 15. Контактное кольцо электрического регистратора угла выбега.



Фиг. 16. Сопоставление кривых записей угла выбега электростробоскопическим и электрическим регистраторами угла.

технического моделирования, в течение ряда лет консультировал и направлял электротехническую часть работы нашей лаборатории.

Для моделирования генераторов электрических станций была принята система, предложенная членом-корреспондентом АН СССР М. П. Костенко, и использованы любезно представленные им данные по параметрам и конструктивным особенностям моделируемых электрических машин.

96. Вся реконструкция многочисленных электрических машин для получения необходимых для моделирования параметров была произведена Ереванским электромеханическим заводом, благодаря активной помощи директора этого завода, инженера Г. Т. Чолахян

Водно-энергетический институт
АН Армянской ССР

Поступило 3 I 1953

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуковский Н. Е. Полное собрание сочинений, вып. 4. Лекции, изд. 1939, стр. 309.
2. Теория автоматического регулирования. АН СССР, 1949, стр. 131, 253, 302, 392, 400, 411, 419.
3. Тимме В. А. К расчету регулятора водяной турбины с механическим фракционным изодромом. Журнал "Тепло и сила", № 11, 1930, стр. 62.
4. Вознесенский И. Н. К вопросу о выборе схемы регулирования теплофикационных турбин. Труды Л. политехн. института, 1948, № 2, стр. 86.
5. Везнесенский И. Н. О регулировании машин с большим числом регулируемых параметров. Труды Л. политехн. института, 1948, № 2, стр. 96.
6. Ляпунов А. Н. Общая задача устойчивости движения, Харьков, 1892.
7. Заключение ученого совета Института механики Академии наук СССР по работам, опубликованным в журнале "Автоматика и телемеханика" за 1937—1941 гг., по теории автоматического регулирования. Известия ОТН АН СССР 1941, № 9.
8. Лженаучные работы Института автоматики и телемеханики, АН СССР. Журнал "Большевик", № 9, 1941, стр. 90.
9. Картвелишвили Н. А. Неустановившийся режим работы агрегатов гидроэлектрических станций. Известия АН Азербайджанской ССР, 1946, № 4, стр. 81.
10. Картвелишвили Н. А. Неустановившиеся режимы в силовых узлах гидроэлектрических станций, М., 1951.
11. Картвелишвили Н. А. Переходные режимы первичных двигателей в энергетических системах. Известия ТНЕСГЭИ, т. III, 1950, стр. 99.
12. Картвелишвили Н. А. Количественная оценка регулирования первичных двигателей энергетических систем. Известия ТНЕСГЭИ, т. IV, стр. 45.
13. Солодовников В. В. О применении трапецидальных частотных характеристик к анализу систем автоматического регулирования. Журнал "Автоматика и телемеханика", 1949, т. X, № 5.
14. Stein. Die optimale Regelung von Wasserturbinen. Schweizerische Bauzeitung, 1952, 17/V, стр. 287.
15. Есьман И. Г. Гидравлические двигатели, 1928, стр. 202.
16. Tenot. Turbines hydrauliques et regulateurs automatiques de vitesse. 1935, т. IV, стр. 85.

17. Веников В. А. Моделирование электрических систем при помощи вращающихся машин. Журнал „Электричество“, 1939, № 5, стр. 48.
18. Веников В. А. Изучение электрических систем на моделях с вращающимися машинами. Журнал „Электричество“, 1941, № 2, стр. 22.
19. Веников В. А. Критерии подобия электромеханических явлений и их применение к моделированию электросистем. Журнал „Электричество“, 1945, № 4, стр. 30.
20. Костенко М. П. и Трейвиш Е. Д. Моделирование электрических машин и трансформаторов при экспериментальном исследовании устойчивости параллельной работы электрических станций. Труды Л. политехн. института, 1946, № 1
21. Веников В. А. Применение теории подобия и физического моделирования в электротехнике. М., 1949.
22. Веников В. А. Исследование режимов сбросов и набросов мощности в электрических системах. Изв. АН. Армянской ССР (Физ.-мат., естеств. и техн. науки), 1951, № 1, стр. 85.
23. Егиазаров И. В. Неустойчившееся движение в длинных бьефах. Известия ВНИИГ, т. XXI, 1937, § 10, стр. 118.
24. Егиазаров И. В. Теория подобия и применение законов подобия к явлениям неустойчившегося движения. Известия АН Армянской ССР, 1947, № 3, стр. 3.
25. Егиазаров И. В. Моделирование горных потоков, влекущих донные наносы. Известия АН Армянской ССР, т. VIII, № 5, 1948, стр. 193.

Ի. Վ. Եզիագարյան

ՀԻԴՐՈԷՆԵՐԳՈՍԻՍՏԵՄՆԵՐԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԱՅԻՆ ՈՒՇԻՄՆԵՐԻ ԵՎ ՆՐԱՆՑ ԱՎՏՈՄԱՏԻԿ ԿԱՐԳԱՎՈՐՄԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ ԳԻՏԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

ՍՍՈՒՄ-ում հիդրոէներգոսիստեմների մեծ զարգացման և նրանց առաջիկա միավորման կապակցությամբ որակական նշանակալի փոփոխություններ են կատարվել նոր տեխնիկայի, այդ թվում նաև ավտոմատիկայի ներդրման բնագավառում:

Մեր էներգոսիստեմների և, մասնավորապես, հիդրոէներգոսիստեմների զարգացումը չի կարող պատշաճ կերպով առաջ շարժվել, եթե այդ զարգացումը չամրացվի էներգոսիստեմների աշխատանքային ռեժիմների և նրանց ավտոմատիկ կարգավորման արագ գիտական ուսումնասիրությամբ:

Հոգվածում փորձ է արվում առաջին մոտավորությամբ տալու հարցի գրվածքը և համապատասխան հետազոտությունների ծրագիրը:

Միաժամանակ արվում է էներգոսիստեմների համար կիրառելի ավտոմատիկ կարգավորման թեորիայի վիճակի համառոտ տեսությունը, ավտոմատիկ կարգավորման կայունությունը, թեորիայի զարգացման տեսությունը և արագությունը ու հաճախականությունը հաշվարկման թեորիայի վիճակի անցման ռեժիմների և էքսպերիմենտալ հետազոտությունների ժամանակ:

А. К. Аняня

Поперечная циркуляция при изгибе турбулентного потока в водоводах круглого и прямоугольного сечений

Структура турбулентного потока столь сложна, все величины, входящие в уравнения движения (уравнение Навье-Стокса), испытывают столь значительные изменения во времени и в пространстве, что если эти уравнения для мгновенных истинных скоростей и применимы к отдельной частице, то нахождение их интегралов является весьма трудным.

Трудность эта, главным образом, заключается в невозможности пока установления начальных и граничных условий интегрирования. Приборы, которыми измеряются скорости и давления, дают осредненные их значения. Этим и объясняется стремление многих исследователей составить такие дифференциальные уравнения турбулентного потока, которые были бы основаны на осредненных величинах скоростей и давлений.

Рейнольдс, исходя из уравнения Навье-Стокса, и отказавшись от точного воспроизведения картины турбулентного потока в любой точке пространства, в любой момент времени, получил осредненные уравнения турбулентного потока [1]:

$$\left. \begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} (\bar{p}_{xx} - \rho \overline{u'u'}) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} (\bar{p}_{xy} - \rho \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{p}_{xz} - \rho \overline{u'w'}), \\ \rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} (\bar{p}_{xy} - \rho \overline{u'v'}) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} (\bar{p}_{yy} - \rho \overline{v'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{p}_{yz} - \rho \overline{v'w'}), \\ \rho \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} (\bar{p}_{xz} - \rho \overline{u'w'}) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} (\bar{p}_{yz} - \rho \overline{v'w'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{p}_{zz} - \rho \overline{w'w'})^*. \end{aligned} \right\} (1)$$

Из системы (1) видно, что уравнения турбулентного потока, написанные для средних величин скоростей и давлений, имеют такой же вид, как уравнения Навье-Стокса, с той лишь разницей, что компоненты тензора напряжений увеличены всюду на величину $\tau_{xx} = -\rho \bar{u}'^2$, $\tau_{xy} = -\rho \bar{u}'v'$, $\tau_{xz} = -\rho \bar{u}'w'$, $\tau_{yy} = -\rho \bar{v}'^2$, $\tau_{yz} = -\rho \bar{v}'w'$, $\tau_{zz} = -\rho \bar{w}'^2$, которые носят название добавочного напряжения.

Многие исследователи [14] принимали, что эти дополнительные напряжения можно выразить через производные по координатам от средних скоростей, т. е.

$$\begin{aligned} -\rho \bar{u}'u' &= 2A \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}, & -\rho \bar{v}'v' &= 2A \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}, & -\rho \bar{w}'w' &= 2A \frac{\partial \bar{w}}{\partial z}, \\ -\rho \bar{u}'v' &= A \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right), & -\rho \bar{u}'w' &= A \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right), \\ -\rho \bar{v}'w' &= A \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где A зависит не только от координат и времени (x, y, z и t), но и от самих функций $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$. Такая замена вызвана сходством некоторых внутренних свойств ламинарного и турбулентного движения [1].

После подстановки значения дополнительных турбулентных напряжений из (2) в (1) получаем окончательное выражение для осредненного турбулентного потока:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \right], \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \right. \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(A \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) \left. \right] + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) + \right. \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(A \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \left. \right], \\ \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Присоединяя к этой системе уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

получаем не замкнутую систему, так как число неизвестных w , u , $\bar{v}$, Λ и $\bar{p}$ превышает число уравнений.

При решении практических задач об изгибе потока, мы принимаем заданным поле продольных скоростей, тогда из системы (3) можно получить отдельные составляющие скорости, давления и величину Λ , которая носит название коэффициента турбулентной вязкости. Необходимо указать, что этот коэффициент для изогнутого потока приближается к скалярной величине, так как в циркуляционном потоке градиентные характеристики скоростного поля меняются слабо [2]. Принимая движение жидкости на повороте осесимметричным, из уравнения неразрывности следует существование такой функции $F(x, y)$, при которой*

$$\bar{u} = \frac{\partial F}{\partial y}, \quad \bar{v} = -\frac{\partial F}{\partial x}. \quad (5)$$

Подставляя значения $\bar{u}$ и $\bar{v}$ из уравнения (5) в систему (3), после преобразования ее в полярных координатах, дифференцирования первого уравнения по y , а второго уравнения по x , исключения $\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y}$ и отбрасывания величины $O\left(\frac{1}{R^2}\right)^{**}$, получим окончательное дифференциальное уравнение изогнутого в плане турбулентного потока [13]

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\Lambda \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\Lambda \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\Lambda \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\Lambda \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right) + \\ + 4 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\Lambda \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right) = f_1 \end{aligned} \quad (6)$$

В. М. Маккавеев при анализе турбулентного движения на поворотах водовода, на основании данных экспериментов А. В. Караушева [3], пренебрегает производными от коэффициента турбулентной вязкости по координатам ввиду их малости (во вторых слагаемых в квадратных скобках правых частей системы уравнений (3)).

Надо отметить, что такое допущение содержит некоторый произвол, так как можно было бы с таким же успехом отбросить

* После приведения системы (3) и уравнения (4) к цилиндрическим координатам (R, θ, y) и замены $x = R - R_0$ (R_0 — радиус оси закругления водовода), отбросив $O\left(\frac{1}{R^2}\right)$ [13].

** Рассматриваем повороты с большим радиусом закругления.

производные от A по координатам и в остальных членах правой части системы (3).

В. М. Маккавеев предполагает, что сохранение производных от A в некоторых членах правой части системы (3) все же больше приближает задачу к анализу турбулентного движения, чем тогда, когда пренебрегать всеми производными от A . Необходимо отметить, что в динамической метеорологии в основном пользуются усеченными уравнениями турбулентного движения [4] в том виде, в каком принимает В. М. Маккавеев. Многие задачи гидравлики и динамической метеорологии решены на основе усеченных уравнений турбулентного потока и получены положительные результаты [5, 6, 7, 8].

Учитывая вышеуказанные упрощающие предположения, основное дифференциальное уравнение циркуляционного потока (6) можно представить в следующем виде [13]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} A \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} A \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} A \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = f_1. \quad (7)$$

Наша задача заключается в том, чтобы теоретически и экспериментально показать, что хотя уравнение (7) является приближенным (так как при этом несколько нарушается условие симметричности тензора турбулентных касательных напряжений в потоке), но результаты, получаемые при решении полного уравнения (6), с переменными и осредненными значениями A и усеченного уравнения (7), с переменным A , практически очень близки.

Для интегрирования уравнений (6) и (7) необходимо установить граничные условия. Предположим, что весь поток состоит из турбулентного ядра и весьма тонкой ламинарной пленки. Наличие ламинарной пленки вводит существенные изменения в теоретический анализ вообще, и для циркуляционного потока, в частности. При этом необходимо составить две самостоятельные системы дифференциальных уравнений. Одно уравнение будет относиться к турбулентной зоне (уравнение (6) или (7)), второе к ламинарной зоне. Это второе уравнение очевидно будет иметь следующий вид:

$$\mu \left[\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \right] = f_2. \quad (8)$$

Граничные условия (напр., для круглого водовода) будут следующие:

1) условие прилипания частиц жидкости к твердой поверхности водовода

$$F_x \Big|_{r=r_0} = 0, \quad \frac{\partial F_x}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = 0,$$

2) условие равенства скоростей на контакте двух слоев (турбулентное ядро и ламинарная пленка)

$$\left. \frac{\partial F_m}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \left. \frac{\partial F_a}{\partial r} \right|_{r=r_0},$$

3) условие неразрывности циркуляционного потока

$$\int_0^{r_0} \frac{\partial F_m}{\partial r} dr + \int_{r_0}^{r_1} \frac{\partial F_a}{\partial r} dr = 0,$$

4) условие равенства касательных напряжений на контактной поверхности

$$\Lambda \left(\frac{\partial^2 F_m}{\partial r^2} - \frac{1}{r_0} \frac{\partial F_m}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_0} = \mu \left. \frac{\partial^2 F_a}{\partial r^2} \right|_{r=r_0}.$$

Вышеуказанные граничные условия (равенства касательных составляющих скоростей и напряжений на контактной поверхности) можно представить и в следующем виде [9], [13]:

$$F \Big|_{r=r_0} = 0, \quad \delta \frac{\Lambda}{\mu} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{\partial F}{\partial r} \left(1 - \frac{\Lambda \delta}{\mu r_0} \right) \Big|_{r=r_0} = 0. \quad (9)$$

При решении задачи о поперечной циркуляции в напорных водоводах круглого сечения, Л. А. Оганесян [9], основываясь на полных уравнениях осредненного турбулентного потока (6), получает следующее уравнение:

$$4\Lambda y - r \frac{d}{dr} \Lambda r \frac{d}{dr} y = \frac{1}{R_0} \int r \left[\bar{u} - \frac{d(u^2 r)}{dr} \right] dr + c,$$

где $y = \chi r$, $\chi = \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \right)$, $F(r, \theta) = \bar{f}(r) \cos \theta$. (10)

Принимая эллиптический закон распределения продольных скоростей ($\bar{u}$) по Караушеву [3] и взяв коэффициент турбулентной вязкости из опытов Никурадзе [10], путем численного интегрирования уравнения (10) получаем компоненты скоростей поперечной циркуляции. Результаты подсчетов представлены силовыми линиями на фиг. 1.

Перейдем к решению той же задачи, пользуясь усеченным уравнением осредненного турбулентного потока (7).

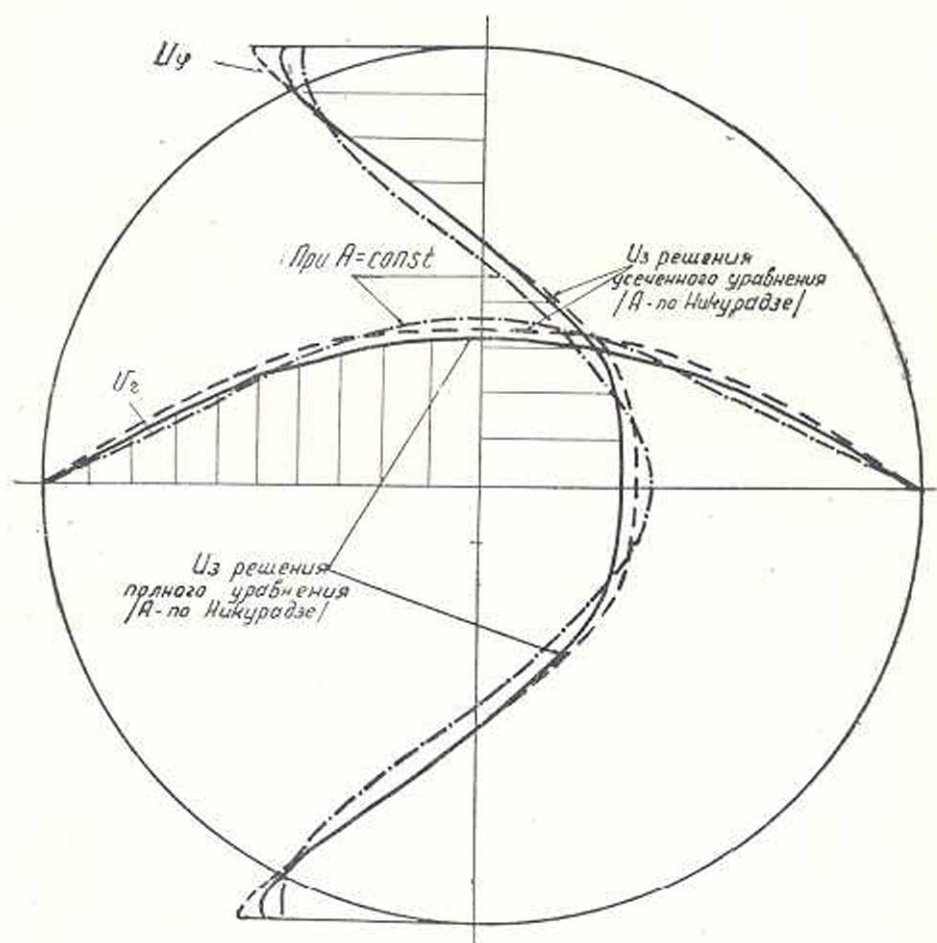
Вариационный интеграл уравнения (7) можно представить в следующем виде:

$$\Lambda(F, F) = \iint_S \Lambda \left\{ \left[\nabla \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 \right] + \left[\nabla \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dS - 2 \int_{\Gamma} f_1 F dl = \min.$$

Осуществляя переход от декартовой системы координат к полярной

* Решение задачи о поперечной циркуляции равносильно решению вариационной задачи о минимуме функционала $\Lambda(F, F)$. [13].

и принимая $F = f(r) \cos \theta$, минимизирующей функционал можно представить в следующем виде:



Фиг. 1.

Распределение поперечных скоростей в трубе.

$$\begin{aligned} \Lambda(F, F) = \int_0^{r_0} \Lambda \left\{ \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta \left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{f}{r} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \right. \\ \left. + \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{f}{r} \right) \right]^2 \sin^4 \theta + 4 \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{f}{r} \right) \right]^2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \right\} + \\ \left. + \left[\frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} \left(\frac{f}{r} \right)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right] + \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{f}{r} \right) \right]^2 \cos^2 2\theta \right\} r dr d\theta. \quad (11) \end{aligned}$$

Проинтегрировав (11) по θ и записав уравнение Эйлера в функционале $\Lambda(F, F)$, получим:

$$\left[3A\chi - 3Ar \frac{d\chi}{dr} - Ar^2 \frac{d^2\chi}{dr^2} - \left(r \frac{d\chi}{dr} + 2\chi \right) r \frac{dA}{dr} \right] r = \\ = \frac{1}{R_0} \int r \left[u^2 - \frac{d(u^2 r)}{dr} \right] + C = \psi, \quad (12)$$

$$\text{где} \quad \chi = \frac{d}{dr} \left(\frac{i}{r} \right). \quad (13)$$

Принимая эллиптический закон распределения продольных скоростей по Караушеву, а коэффициент турбулентного перемешивания по данным опытов Никурадзе (эти данные хорошо аппроксимируются кривой $rc(r-1)$), уравнение (12) можно представить в следующем виде:

$$r^2(r-1) \frac{d^2\chi}{dr^2} + r^2(5r-4) \frac{d\chi}{dr} - r(r-1)\chi = 0. \quad (14)$$

Делая подстановку

$$\chi = yr^{p_0}, \quad (15)$$

уравнение (14) можно представить в следующем виде:

$$r(r-1) \frac{d^2y}{dr^2} + [(2p_0+5)r - (2p_0+4)] \frac{dy}{dr} + (p_0+2)y = \psi. \quad (16)$$

Это есть гипергеометрическое дифференциальное уравнение Гаусса, решение которого известно [11].

После решения уравнения (16) получаем значение функции y , а по уравнению (15) — функции χ . Путем последовательного интегрирования определяется функция поперечной циркуляции, а из уравнения неразрывности — компоненты скоростей поперечной циркуляции*. Окончательные результаты показаны на фиг. 1 пунктиром.

Решение той же задачи, с осредненными значениями коэффициента турбулентной вязкости, приводит к решению уравнения

$$\Delta^2 F = \frac{\rho}{A_{cp}} u \frac{\partial u}{\partial y} = Br \cos \theta. \quad (17)$$

Сохраняя прежние граничные условия интегрирования и распределение продольных скоростей, окончательные выражения для компонента скоростей поперечной циркуляции можно представить в следующем виде.

Радиальная составляющая:

$$u_r = \frac{\rho \rho u_{max}^2}{12 A_{cp} R_0} r_0^2 \left\{ \frac{1}{5} \lambda^4 + \frac{\left(-\frac{4}{5} - 4\kappa_1 \right)}{2(1+3\kappa_1)} \lambda^2 + \right. \\ \left. + \left[\frac{\left(\frac{4}{5} + 4\kappa_1 \right)}{2(1+3\kappa_1)} - \frac{1}{5} \right] \right\} \sin \theta. \quad (18)$$

* Уравнение (12) было проинтегрировано также численным методом.
Известия VI, № 1—4

Касательная составляющая:

$$u_0 = \frac{\rho \rho_0 u_{\max}^2}{12 A_{\text{ср}} R_0} r_0^2 \left\{ \lambda^4 + \frac{3 \left(-\frac{4}{5} - 4k_1 \right)}{2(1+3k_1)} \lambda^2 + \left[\frac{4}{5} + 4k_1 \right] \frac{1}{2(1+3k_1)} - \frac{1}{5} \right\} \cos \theta \quad (19)$$

где

$$\lambda = \frac{r}{r_0}; \quad k_1 = \frac{A \cdot \delta}{\mu r_0}$$

δ — толщина ламинарной пленки, которая определяется по формуле автора [13]:

$$\delta = \frac{8\mu(1,8 \lg Re - 1,5)^2}{\rho v_{\text{ср}}}$$

$$A = - \frac{\gamma r}{2 \frac{du}{dr}}$$

Результаты подсчетов, произведенных по последним формулам, представлены на фиг. 1 пунктиром с точкой.

Как видно из фиг. 1, все три варианта решения одной и той же задачи (при одинаковых граничных условиях и одинаковом распределении продольных скоростей) практически приводят к одному результату.

Из вышеприведенных расчетов можно сделать следующий вывод: для расчета поперечной циркуляции в круглых водоводах приближенно можно пользоваться усеченными уравнениями осредненного турбулентного потока или уравнениями системы (3) с осредненным значением коэффициента A . Такой вывод имеет практически очень важное значение, так как решение задачи поперечной циркуляции для других форм водовода, основанных на полных уравнениях с переменным коэффициентом A , связано с весьма громоздкими вычислительными операциями, требующими много времени.

Как было показано выше, особенно упрощается решение задачи (без чувствительного ущерба для точности результатов), если в системе уравнений (6) принять среднее значение для коэффициента турбулентной вязкости. Может возникнуть сомнение, что в этом случае уравнение циркуляционного движения ничем не будет отличаться от уравнения ламинарного движения. Такое сомнение лишено всякого основания по следующим причинам.

При решении задачи о циркуляции в турбулентном потоке мы задаемся законом изменения продольных скоростей и, в соответствии с этим, определяем среднее значение для коэффициента A . Нельзя утверждать, что (например, для трубы) в ламинарном потоке продольные скорости могут быть описаны логарифмическими или иными кривыми, отличными от параболы.

Введение в наши уравнения среднего значения коэффициента A дает возможность приближенно учесть эффект перемешивания, который имеет место только при турбулентном движении. Это положение приводит к весьма существенным изменениям (качественным, и количественным) конечных результатов, так как в скоростном поле отражаются все основные особенности турбулентного потока.

Но главная причина заключается не в этом. При решении задачи для ламинарного движения мы должны были принимать, что все компоненты скоростей у стенки водовода равны нулю. При решении же задачи для турбулентного движения принимаем, что ни одна компонента скорости на "стенке" не равна нулю.

Ясно, что различные граничные условия не только приводят к различным методам решения одних и тех же уравнений, но дают как качественно, так и количественно, принципиально различные результаты.

Результаты решения многочисленных задач, произведенного исходя из осредненного значения коэффициента A при граничных условиях (9), хорошо совпадают с результатами экспериментов, произведенных при $Re=20000-250000$.

Решение задачи о поперечной циркуляции для прямоугольных водоводов с осредненным коэффициентом турбулентной вязкости сводится к решению бигармонического уравнения Пуассона

$$\Delta^2 F = B \cdot y^*, \quad (20)$$

с граничными условиями

$$F|_{\Gamma} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial F}{\partial n} + \frac{A \cdot \delta}{\mu} \frac{\partial^2 F}{\partial n^2} \Big|_{\Gamma} = 0.$$

Задача решается вариационными методами [13]. Функцию поперечной циркуляции будем искать в следующем виде:

$$F = A_1 \left[\lambda \cos \frac{\pi x}{2a} + (x^2 - a^2) \right] \left[\mu_1 \sin \frac{\pi y}{b} + y(y^2 - b^2) \right] + \\ + B_1 \left[\lambda_1 \cos \frac{3\pi x}{2a} + (x^2 - a^2) \right] \left[\mu_2 \sin \frac{3\pi y}{b} + y(y^2 - b^2) \right]. \quad (21)$$

где коэффициенты A_1 и B_1 определяются из минимизирующего функционала

$$\Lambda(F, F) = \iint_S \left\{ \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right)^2 - B y F \right\} ds.$$

Беря производные от минимизирующего функционала один раз по A_1 , а второй раз по B_1 и приравнявая каждую в отдельности нулю, получаем два уравнения, из которых определяем A_1 и B_1 .

* При этом принят эллиптический (по Караушеву) закон распределения поперечной скорости.

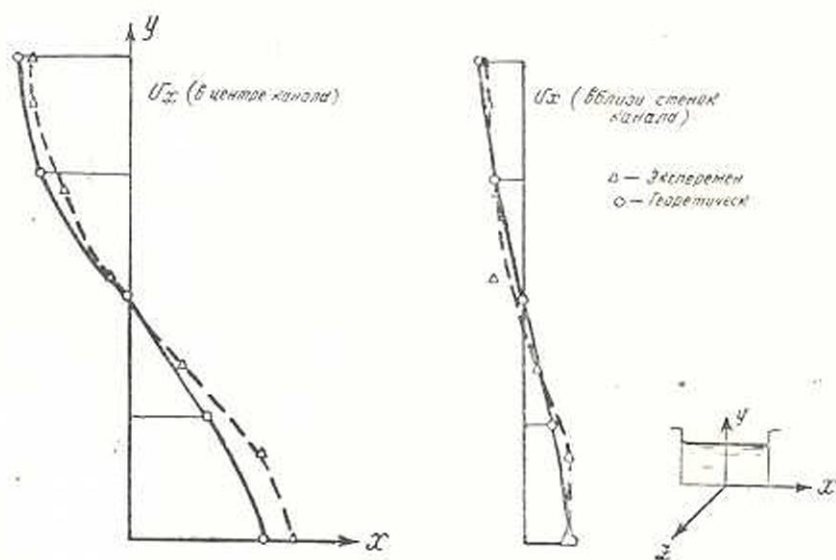
Компоненты скоростей поперечной циркуляции окончательно можно представить в следующем виде:

$$u_x = -\frac{B}{2R} \left\{ M \left[\lambda \cos \frac{\pi x}{2a} + \left(\frac{x}{a} \right)^2 - 1 \right] \left[8 \cos \frac{\pi y}{b} + 3 \left(\frac{y}{b} \right)^3 - 1 \right] + \right. \\ \left. + M_1 \left[\lambda_1 \cos \frac{3\pi x}{2a} + \left(\frac{x}{a} \right)^2 - 1 \right] \left[-8 \cos \frac{3\pi y}{b} + 3 \left(\frac{y}{b} \right)^3 - 1 \right] \right\} \quad (22)$$

$$u_y = \frac{B}{2R} \left\{ M \left[-\lambda \sin \frac{\pi x}{2a} + 2 \left(\frac{x}{a} \right) \right] \left[\frac{8}{\pi} \sin \frac{\pi y}{b} + \left(\frac{y}{b} \right)^3 - \left(\frac{y}{b} \right) \right] + \right. \\ \left. + M_1 \left[\lambda_1 \sin \frac{3\pi x}{2a} + 2 \left(\frac{x}{a} \right) \right] \left[-\frac{8}{3\pi} \sin \frac{3\pi y}{b} + \left(\frac{y}{b} \right)^3 - \left(\frac{y}{b} \right) \right] \right\}, \quad (23)$$

где безразмерные коэффициенты M , M_1 , λ , λ_1 зависят только от соотношений глубин и ширины водовода и легко определяются.

Результаты теоретических подсчетов приведены на фиг. 2. На той же фигуре даны компоненты скоростей поперечной циркуляции, полученные из опытов автора, произведенных в Гидравлической лаборатории Водно-энергетического института АН Армянской ССР.



Фиг. 2.

Распределение поперечных скоростей для прямоугольного водовода.

На основании изложенного выше приходим к выводу, что поперечную циркуляцию для водоводов круглого и прямоугольного сечений можно приближенно определить из усеченного уравнения осредненного турбулентного потока или из полного дифференциального уравнения с осредненным значением коэффициента A , так как погрешности, получаемые при этом (по сравнению с данными, полу-

чаемыми из полного дифференциального уравнения), практически никакой роли не играют. Этот вывод подтверждается также данными экспериментов.

Водно-энергетический институт
АН Армянской ССР

Поступило 3 I 1953

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Динамическая метеорология, часть II, под ред. Извекова Б. И. и Кочина Н. Е. Гидрометеиздат, М.—Л., 1937.
2. Монин А. С. Динамическая турбулентность атмосферы (представл. академиком Колмогоровым). Известия АН СССР, серия географическая и геофизическая, том XIV, № 3, 1950.
3. Карпушев А. В. Распределение скоростей и коэффициентов турбулентного обмена по вертикали. Труды ГГИ, выпуск 2 (56), Гидрометеиздат, Ленинград, 1947.
4. Белинский Б. И. Динамическая метеорология. Гостехиздат, М.—Л., 1948.
5. Маккавеев В. М. Поперечные течения в призматическом русле и их возбуждение. Труды ГГИ, выпуск 2 (56), Гидрометеиздат, Ленинград, 1947.
6. Маккавеев В. М. и Коновалов И. М. Гидравлика, М.—Л., 1940.
7. Боголюбова И. В. Опыт расчета поперечной циркуляции на закруглении русла. Труды ГГИ, вып. 8 (62), Гидрометеиздат, Ленинград, 1948.
8. Розовский И. П. Определение поперечных скоростей на повороте русла. Вестник Института гидрологии и гидротехники, том 6 (XIII), из-во АН Украинской ССР, Киев, 1950.
9. Оганесян Л. А. О поперечной циркуляции в напорной трубе на ее повороте. Доклады АН Армянской ССР, том XV, № 3, 1952.
10. Никурадзе Н. Закономерности турбулентного движения в гладких трубах. Проблемы турбулентности. Сборник статей под редакцией М. А. Великанова и И. Г. Швейковского, Гостехиздат, М.—Л., 1937.
11. Гурса Э. Курс математического анализа, том II, НТИ, НКТП СССР, М.—Л., 1936.
12. Потапов М. В. Винтовое движение жидкости в прямом открытом канале прямоугольного сечения. Сборник ВНИИГиМ, 1936, Гостехиздат, М.—Л.
13. Аняня А. К. Поперечная циркуляция при изгибе турбулентного потока. Автореферат диссертации, Ереван, 1952.
14. Кочин Н. Е. Об упрощении уравнений гидромеханики общей циркуляции атмосферы. Собрание сочинений, стр. 287, 1949, М.—Л.

Ա. Կ. Աճառյան

ԼԱՅՆԱԿԱՆ ՑԻՐԿՈՒԼԱՑԻԱՆ՝ ԿԼՈՐ ԵՎ ՈՒՂՂԱՆԿՑՈՒՆ ՀԱՏՎԱԾՔ
ՈՒՆԵՑՈՂ ԶՐԱՏԱՐՆԵՐՈՒՄ ՏՈՒՐԲՈՒԼԵՆՏ ՀՈՍՔԻ ԾՈՒՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Լայնական ցիրկուլացիան՝ աուրբուլենտ հոսքի ծոման ժամանակ
մոտավոր ճշտությամբ կարելի է որոշել, ելնելով (3) դիֆերենցիալ հավա-
նորոշների սխեմայից:

Ձևափոխելով այդ հավասարումները, առանցքային սիմետրիկ շարժման համար կարելի է բերել երկու տիպի դիֆերենցիալ հավասարումների (6, 7): Դրանցից մեկը (6) ստացված է (3) հավասարումներից, լրիվ պահանջելով նրանց աջ մասերը, իսկ մյուսը (7) ստացված է այդ նույն հավասարումներից, պահանջելով նրանց աջ մասում միայն առաջին գումարելիները, Լուծելով (6) և (7) հավասարումները նույն պայմանների դեպքում (փոփոխական և հաստատուն Λ գործակցի համար), ստացվում են մոտավորապես համընկնող արդյունքներ:

ГИДРОМЕХАНИКА

Л. А. Оганесян

Уравнение распределения поперечных скоростей
и коэффициент турбулентного перемешивания при
движении жидкости на повороте

А. К. Ананяном [4] изложена теория циркуляции турбулентного потока на повороте, в которой проводится мысль о необходимости учета вертикальных составляющих поперечных скоростей и формы водовода.

Исходя из системы уравнений диффузионной теории турбулентности и откидывая в ней величины порядка квадрата кривизны оси водовода, А. К. Ананян получил для поворота, очерченного по дуге окружности, уравнение, служащее для определения поперечных скоростей. Для замыкания системы им вводится допущение о слабой изменяемости коэффициента турбулентного перемешивания.

Автором в предыдущей работе [3] в основу исследования были положены уравнения, отличающиеся от уравнений А. К. Ананяна тем, что входящий в них тензор напряжений симметричен. При этом было получено уравнение, подобное уравнению А. К. Ананяна. Замыкание системы там достигалось благодаря использованию опытных данных по распределению продольных скоростей. Поставленные граничные условия отличались от таковых, принятых А. К. Ананяном. Было показано, что в пределах принятой точности, уравнение справедливо для поворота, очерченного по любой плоской кривой.

Настоящая статья является развитием указанной работы автора.

Применением метода малого параметра учитываются величины порядка высших степеней кривизны. На каждом m -ом шагу определение поперечных скоростей сведено к решению сравнительно простого линейного дифференциального уравнения 4-го порядка, а определение давлений и коэффициента турбулентного перемешивания сведено к квадратурам.

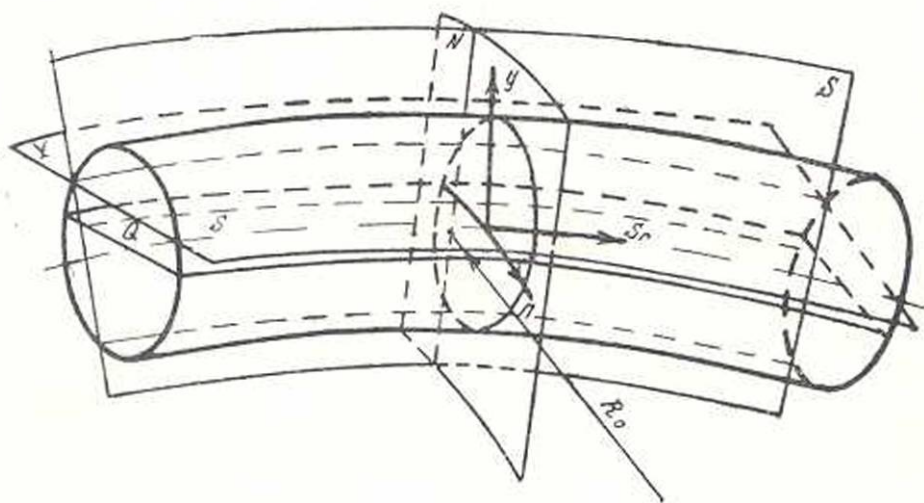
В основу исследований положены уравнения диффузионной теории турбулентности, записанные в криволинейных координатах [1, стр. 438, 439].

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{H_1 H_2 H_3}{H_i} V_{xi} \right) &= 0 \\ \rho \left\{ \frac{\partial V_{xi}}{\partial t} + \sum_{k=1}^3 \frac{V_{xk}}{H_k} \frac{\partial V_{xi}}{\partial x^k} - \sum_{k=1}^3 \frac{V_{xk}}{H_i H_k} \frac{\partial H_k}{\partial x^i} + \right. \\ + \sum_{k=1}^3 \frac{V_{xk} V_{xi}}{H_k H_i} \frac{\partial H_i}{\partial x^k} \Big\} - \rho F_{xi} + \frac{1}{H_i} \frac{\partial \rho}{\partial x^i} - \frac{1}{H_i} \sum_{k=1}^3 \left\{ \frac{H_i}{H_k} \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x^k} + \right. \\ \left. + \frac{\tau_{ik}}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\frac{H_1 H_2 H_3 H_i}{H_k} \right) - \tau_{kk} \frac{\partial}{\partial x^i} (\ln H_k) \right\} \Big\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где: } \tau_{ik} = \Lambda \left\{ \frac{1}{H_k} \frac{\partial V_{xi}}{\partial x^k} + \frac{1}{H_i} \frac{\partial V_{xk}}{\partial x^i} - \frac{1}{H_i H_k} \left[V_{xi} \frac{\partial H_i}{\partial x^k} + V_{xk} \frac{\partial H_k}{\partial x^i} \right] + \right. \\ \left. + 2 \varepsilon_{ik}^i \sum_{\lambda=1}^3 \frac{V_{x\lambda}}{H_\lambda} \frac{\partial}{\partial x^\lambda} (\ln H_i) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

За координатные поверхности приняты:

- 1) цилиндрические поверхности S , равноотстоящие от поверхности, проходящей через ось водовода s_0 и перпендикулярные к плоскости Q , содержащей эту ось;
- 2) семейство плоскостей Y , параллельных плоскости Q ;
- 3) цилиндрические поверхности N , перпендикулярные к плоскости Q и проходящие через кривые n , ортогональные к семейству кривых s (см. фиг. 1).



Фиг. 1.

В качестве малого параметра взята величина $\lambda = \frac{1}{R_0}$,

где R_0 — радиус кривизны оси s_0 .

Если ширина водовода есть $O(1)$ (где $O(x)$ означает величину порядка x), то при больших R_0 можно утверждать: всякая производная вдоль линии s от функции, исчезающей при $s \rightarrow -\infty$ и $s \rightarrow \infty$, имеет более высокий порядок малости по параметру λ , чем сама функция.

В [3] доказано, что с точностью до $O\left(\frac{1}{R_0^2}\right)$ принятые криволинейные координатные поверхности могут быть заменены следующими:

- 1) коосвыми цилиндрами,
- 2) плоскостями, нормальными к оси цилиндров,
- 3) плоскостями, проходящими через ось цилиндров.

За единицу длины по оси s_0 примем дугу, длиной в единицу. Тем самым установим параметр для поверхностей N .

Параметр для поверхностей S получим, взяв на кривой n , проходящей через $(0, 0, 0)$, в качестве параметра длину дуги, отсчитанную от точки $(0, 0, 0)$.

Для поверхностей Y за параметр примем координату точки пересечения Y с осью y .

Так как кривые n с точностью до $O\left(\frac{1}{R_0^2}\right)$ могут быть заменены прямыми, а кривые s — дугами окружностей, то:

$$1) H_n = \frac{1}{|\text{grad} q_n|} = 1 + O\left(\frac{1}{R_0^2}\right),$$

$$2) H_y = 1,$$

$$3) H_s = \frac{1}{h_s},$$

$$\text{где } h_s = |\text{grad} q_s| = \frac{R_0 \cdot \theta}{R \cdot \theta} + O\left(\frac{1}{R_0^2}\right) = 1 - \frac{h}{R_0} + O\left(\frac{1}{R_0^2}\right).$$

$$\text{Следовательно: } H_s = 1 + \frac{h}{R_0} + O\left(\frac{1}{R_0^2}\right), \quad \frac{\partial H_s}{\partial n} = \frac{1}{R_0} + O\left(\frac{1}{R_0^2}\right).$$

Пусть известны $\bar{V}$, p , A с точностью до $O\left(\frac{1}{R_0^{m-1}}\right)$ и V_s с точностью до $O\left(\frac{1}{R_0^m}\right)$ (задаемся распределением V_s для замыкания системы (1)).

Пусть $\bar{V}$, p и A имеют достаточное число производных. Напишем уравнения, связывающие величины $O\left(\frac{1}{R_0^m}\right)$, выделяя послед-

ние из основной системы уравнений (1) и приравнявая их нулю. Перенесем известные величины в правую часть равенства.

Для осуществления указанного выделения удобно $\vec{V}$, p , A , H_i представить в виде рядов:

$$V_i = \sum_{m=1}^{\infty} V_i^{(m)}, \quad p = \sum_{m=1}^{\infty} p^{(m)}, \quad A = \sum_{m=1}^{\infty} A^{(m)}, \quad H_i = \sum_{m=1}^{\infty} H_{im}.$$

При этом можно принимать $V_n^{(0)} = V_s$, $H_{10} = H_1$, $V_s^{(l)} = H_{1l} = 0$ для $l \geq 1$.

В уравнении (1) введем новые обозначения:

$$x_1 = s, \quad x_2 = n, \quad x_3 = y.$$

Уравнение m -го приближения, полученное из уравнения проекции количества движения на „ s “ обозначим (I), на „ n “ — (II), на „ y “ — (III), уравнение неразрывности обозначим (IV).

Нетрудно показать, что слагаемые, входящие в выражение ускорения, имеющие порядок $\frac{1}{R_0^m}$, являются величинами известными, и, как указывалось выше, переносятся в правую часть.

Так как в (2) знаменатель каждого слагаемого $O(1)$, то неизвестные $O\left(\frac{1}{R_0^m}\right)$ входят лишь в $\tau_{ik}^{(m)}$.

$$\text{Отсюда следует, что слагаемые } \frac{\tau_{ik}}{H_1 H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\frac{H_1 H_2 H_3 H_i}{H_k} \right)$$

и $\tau_{ik} \frac{\partial \ln H_k}{\partial x^i}$ не входят в левую часть.

Из выражения для $\tau_{ik}^{(m)}$ в левую часть уравнения войдет лишь член

$$A^{(0)} \left\{ \frac{1}{H_k} \frac{\partial V_{xi}^{(m)}}{\partial x^k} + \frac{1}{H_i} \frac{\partial V_{xk}^{(m)}}{\partial x^i} \right\} + A^{(m)} \left\{ \frac{1}{H_k} \frac{\partial V_{xi}^{(0)}}{\partial x^k} + \frac{1}{H_i} \frac{\partial V_{xk}^{(0)}}{\partial x^i} \right\},$$

т. е. из выражения для $\frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x^k}$ в левую часть войдет лишь член

$$\frac{\partial}{\partial x^k} A^{(0)} \left(\frac{\partial V_{xi}^{(m)}}{\partial x^k} + \frac{\partial V_{xk}^{(m)}}{\partial x^i} \right) + \frac{\partial}{\partial x^k} A^{(m)} \left(\frac{\partial V_{xi}^{(0)}}{\partial x^k} + \frac{\partial V_{xk}^{(0)}}{\partial x^i} \right).$$

Итак, запишем систему уравнений:

$$2 \frac{\partial}{\partial n} A^{(0)} \cdot \left(\frac{\partial V_n^{(m)}}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial y} A^{(0)} \cdot \left(\frac{\partial V_y^{(m)}}{\partial n} + \frac{\partial V_n^{(m)}}{\partial y} \right) - \frac{\partial p^{(m)}}{\partial n} = f_2, \quad (II)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} A^{(0)} \left(\frac{\partial V_n^{(m)}}{\partial y} + \frac{\partial V_y^{(m)}}{\partial n} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} A^{(0)} \left(\frac{\partial V_y^{(m)}}{\partial y} \right) - \frac{\partial p^{(m)}}{\partial y} = f_3, \quad (\text{III})$$

$$\frac{\partial V_n^{(m)}}{\partial n} + \frac{\partial V_y^{(m)}}{\partial y} = f_4. \quad (\text{IV})$$

Здесь в f_1, f_2, f_3 входят лишь $V_s^{(k)}, V_n^{(k)}, V_y^{(k)}, p^{(k)}, A^{(k)}$,

где $k = 1, 2, \dots, m-1$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n} A^{(0)} \left(\frac{\partial V_s^{(m)}}{\partial n} + \frac{\partial V_n^{(m)}}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial y} A^{(0)} \left(\frac{\partial V_s^{(m)}}{\partial y} + \frac{\partial V_y^{(m)}}{\partial s} \right) - V_n^{(m)} \frac{\partial V_n^{(0)}}{\partial n} - \\ - V_y^{(m)} \frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial n} A^{(m)} \frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial y} A^{(m)} \frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial y} - \frac{\partial p^{(m-1)}}{\partial s} = f_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{или } \frac{\partial}{\partial n} A^{(m)} \frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial y} A^{(m)} \frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial y} - \frac{\partial p^{(m-1)}}{\partial s} + V_n^{(m)} \frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial n} + V_y^{(m)} \frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial y} + \\ + \frac{\partial}{\partial y} A^{(0)} \frac{\partial V_s^{(m)}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial n} A^{(0)} \frac{\partial V_n^{(m)}}{\partial n} = f_2. \end{aligned}$$

Итак, на каждом m -ом шагу получаем систему (I, II, III, IV).

Поставим граничные условия для этой системы таким образом, чтобы решение ее определялось единственным способом.

Пусть поверхность Γ означает переходной слой между турбулентным ядром и ламинарным подслоем, который считаем достаточно тонким, чтобы пренебречь его толщиной по сравнению с диаметром водовода.

Согласно сказанному в [3] принимаем, что по обе стороны от

$\Gamma \left. \frac{\vec{V}}{V} \right|_{\Gamma} = \left. \frac{\vec{V}}{V} \right|_{\Gamma}$, тогда для m -ого приближения имеем $\left. \frac{\vec{V}}{V} \right|_{\Gamma}^{(m)} = \left. \frac{\vec{V}}{V} \right|_{\Gamma}^{(m)}$ (скорость со значком „л“ означает скорость в ламинарном подслое, со значком „т“ — в турбулентном ядре).

Принимаем на Γ равными касательные напряжения, лежащие на поверхности $S = \text{const}$.

Разложим $\vec{V}_l^{(m)}$ в строку Тейлора на Γ (здесь V_l — компонент скорости по направлению криволинейной координатной линии l^* , „параллельной“ стенке водовода и лежащей на поверхности $S = \text{const}$.)

$$0 = \vec{V}_l^{(m)}(l_0) = \vec{V}_l^{(m)}(\Gamma) + \Delta N \cdot \frac{\partial}{\partial N} \vec{V}_l^{(m)}(\Gamma) = \vec{V}_l^{(m)} + \left(\frac{\partial \vec{V}_l}{\partial N} + \frac{\partial \vec{V}_N}{\partial l} \right) \Delta N + O(\Delta N)$$

(здесь $N \perp l$).

При этом можно ограничиться членом при ΔN в первой степени, так как $\frac{\partial^2 \vec{V}_l^{(m)}}{\partial N^2}$ — величина $O\left(\frac{1}{\Delta N}\right)$.

Для ламинарного слоя действительны уравнения I, II, III и IV с $A = \text{const} = \mu$.

Учитывая, что с точностью до $O\left(\frac{1}{R^2}\right)$ выполняются равенства:

$$V_n^{(m)} = V_N^{(m)} \cos(N, n) + V_l^{(m)} \cos(l, n),$$

$$V_y^{(m)} = V_N^{(m)} \cos(N, y) + V_l^{(m)} \cos(l, y),$$

$$\frac{\partial}{\partial n} = \cos(n, N) \frac{\partial}{\partial N} + \cos(n, l) \frac{\partial}{\partial l},$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \cos(N, y) \frac{\partial}{\partial N} + \cos(l, y) \frac{\partial}{\partial l},$$

получим, что $\frac{\partial^2 V_l^{(m)}}{\partial N^2}$ является величиной $O\left(\frac{1}{\Delta N}\right)$, если $V_l^{(m-1)} \sim O(1)$,

$$\text{а } \frac{\partial V_k^{(m-1)}}{\partial x^i} \text{ и } \frac{\partial^2 V_k^{(m)}}{\partial x^i \partial x^j} \sim O\left(\frac{1}{\Delta N}\right).$$

Таким образом, индукцией по m получим, что

$$\frac{\partial^2 V_l^{(m)}}{\partial N^2} \sim O\left(\frac{1}{\Delta N}\right).$$

Из предыдущих формул следует также, что с точностью до $O\left(\frac{1}{R_0^2}\right)$

$$\Delta N \cdot \left(\frac{\partial V_l^{(m)}}{\partial N} + \frac{\partial V_N^{(m)}}{\partial l} \right) = \frac{\Delta N}{\mu} \tau_{Nl}^{(m)} + \psi,$$

где ψ функция $V_k^{(k)}$, $\frac{\partial V_j^{(k)}}{\partial x^i}$, $\frac{\partial^2 V_j^{(k-1)}}{\partial x^i \partial x^k}$ $k = 1, 2 \dots m$.

Но так как $V_l^{(m)} \sim O(1)$, то $\Delta N \cdot V_l^{(m)}$ может быть откинута. Из условия $\tau_{Nl}^{(m)} = \tau_{Nl}^{(m)}$ получаем граничное условие:

$$\left. V_l^{(m)} + \frac{\Delta N}{\mu} \tau_{Nl}^{(m)} \right|_r = \psi(\Gamma).$$

Этим граничным условием учитывается динамический эффект влияния ламинарного подслоя.

Итак, имеем систему (I, II, III, IV) с граничными условиями:

$$V_N^{(m)}(\Gamma) = 0,$$

$$\left. V_l^{(m)} + \frac{\delta}{\mu} \tau_{Nl}^{(m)} \right|_r = \psi(\Gamma),$$

где δ — толщина ламинарного подслоя.

Уравнения (II) (III) и (IV) могут быть приведены к сравнительно простому уравнению 4-го порядка вида

$$\frac{\partial^2}{\partial n^2} \left(A^{(0)} \frac{\partial^2 F^{(m)}}{\partial n^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial n^2} \left(A^{(0)} \frac{\partial^2 F^{(m)}}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(A^{(0)} \frac{\partial^2 F^{(m)}}{\partial n^2} \right) + \\ + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(A^{(0)} \frac{\partial^2 F^{(m)}}{\partial y^2} \right) + 4 \frac{\partial^2}{\partial y \partial n} \left(A^{(0)} \frac{\partial^2 F^{(m)}}{\partial y \partial n} \right) = f \quad (3)$$

с граничными условиями:

$$F^{(m)}(\Gamma) = \varphi_1$$

$$\frac{A^{(0)} \delta}{\mu} \frac{\partial^2 F^{(m)}}{\partial N^2} + \left(1 - \frac{A^{(0)} \delta}{\mu r_0} \right) \frac{\partial F^{(m)}}{\partial N} \Big|_1 = \varphi_2.$$

Решение этого уравнения служит для определения компонентов поперечных скоростей. В [3] дано решение уравнения первого приближения в случае, когда поперечное сечение водовода есть круг. Автором показано, что для водовода прямоугольного сечения оператор уравнения (3) для первого приближения положительно определен, тем самым это уравнение можно решать методом Рунге.

Нетрудно доказать единственность решения этого уравнения, вытекающую из однородности граничных условий [2, § 10], когда

$$\varphi_2 = 0 \text{ и } \varphi_1 = 0.$$

Из уравнений (II) и (III) можно определить также $p^{(m)}$ с точностью до произвольной функции $\pi(s)$.

Подставляя в уравнение (I) $p^{(m)} = p + \pi(s)$, получим:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(A^{(m)} \frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A^{(m)} \frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial y} \right) = \pi'(s) + \tilde{f}_1.$$

Определим из этого уравнения $A^{(m)}$.

Запишем уравнение в виде:

$$\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial n} \frac{\partial}{\partial n} A^{(m)} + \frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} A^{(m)} + A^{(m)} \Delta V_s^{(0)} = \pi'(s) + \tilde{f}_1$$

Пусть в точке $(n=0, y=0)$ $V_s^{(0)}$ достигает максимума (очевидно, что этим мы не ограничиваем общности наших рассуждений).

В окрестности $(n=0, y=0)$ $V_s^{(0)}$ может быть разложена так:

$$V_s^{(0)} = c + kn^2 + 2mny + ly^2 + b,$$

где в b входят величины более высокого порядка. Приведем ортогональным преобразованием квадратичную форму к главным осям η и ξ .

Учитывая, что в уравнении (I) левая часть является инвариантом ортогонального преобразования, получим:

$$\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial A^{(m)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial A^{(m)}}{\partial \eta} + A^{(m)} \cdot \Delta V_s^{(0)} = \pi'(s) + \bar{f}_1$$

$$V_s^{(0)} = c + p\zeta^2 + q\eta^2 + R.$$

Напишем уравнение характеристик для уравнения (1), умножив обе части его на e^z .

Получим:

$$\frac{d\zeta}{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \zeta}} = \frac{d\eta}{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \eta}} = \frac{dz}{\Delta V_s^{(0)}} = \frac{dz}{\bar{f}_1}. \quad (4)$$

Здесь $x = A^{(m)} \cdot e^z$, $\bar{f}_1 = e^z (\pi'(s) + \bar{f}_1)$.

Уравнение $\frac{d\zeta}{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \zeta}} = \frac{d\eta}{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \eta}}$ легко интегрируется.

Действительно:

$$\frac{d\eta}{d\zeta} = \frac{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \eta}}{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \zeta}}. \quad (5)$$

Напишем уравнение семейства кривых $\vartheta(\zeta)$, ортогональных к $\eta(\zeta)$:

$$\frac{d\vartheta(\zeta)}{d\zeta} = - \frac{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \zeta}}{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \vartheta}}.$$

Интегралом этого уравнения является $V_s^{(0)}(\zeta, \vartheta) = \text{const}$.

Итак, $\eta(\zeta)$ — это кривые, ортогональные к изотаксам $V_s^{(0)}$.

Подставив $\eta(\zeta)$ в систему (4) и решив уравнение

$$\frac{d\zeta}{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \zeta}} = \frac{dz}{\Delta V_s^{(0)}},$$

получим:

$$z = \int \frac{\Delta V_s^{(0)}(\zeta, \eta(\zeta))}{\frac{\partial V_s^{(0)}(\zeta, \eta(\zeta))}{\partial \zeta}} d\zeta + C.$$

Наконец, решив уравнение $\frac{dz}{\Delta V_s^{(0)}} = \frac{dz}{\bar{f}_1}$ (6), получим:

$$x = \int \frac{\bar{f}_1}{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \zeta}} d\zeta + C. \text{ Отсюда определим } A^{(m)}:$$

$$A^{(m)} = \left[\int_{\varepsilon}^{\zeta} \frac{\exp \left(\int_s^{\zeta} \frac{\Delta V_s^{(0)}}{\partial V_s^{(0)}} dt \right)}{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial s}} \bar{f} ds + C \right] \times \\ \times \exp \left(- \int_{\varepsilon}^{\zeta} \frac{\Delta V_s^{(0)}}{\partial V_s^{(0)}} dt \right).$$

Нужно выбрать C так, чтобы

$$\lim_{\substack{\eta \rightarrow 0 \\ \zeta \rightarrow 0}} |A^{(m)}(\zeta, \eta)| < +\infty.$$

Выражение для $A^{(m)}$ говорит о том, что $A^{(m)}$ удовлетворяет линейному дифференциальному уравнению, решение которого можно записать и так:

$$A^{(m)} = \int_{\varepsilon}^{\zeta} \frac{\exp \left(- \int_s^{\zeta} \frac{\Delta V_s^{(0)}}{\partial V_s^{(0)}} dt \right)}{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial s}} \bar{f} ds + \\ + A^{(m)}(\varepsilon) \exp \left(- \int_{\varepsilon}^{\zeta} \frac{\Delta V_s^{(0)}}{\partial V_s^{(0)}} dt \right).$$

При $\varepsilon \rightarrow 0$ $A^{(m)}$ должно оставаться ограниченным.

В силу (5) имеем:

$$\frac{d\zeta}{d\eta} = \frac{p \cdot \zeta + Q_1}{q \cdot \eta + Q_2}, \text{ где в } Q_1 \text{ и } Q_2 \text{ входят величины второго порядка от } \eta \text{ и } \zeta.$$

Поэтому в окрестности $(0,0)$ при p и $q \neq 0$ можно вместо последнего уравнения рассмотреть уравнение

$$\frac{d\zeta}{d\eta} = \frac{p}{q} \frac{\zeta}{\eta}.$$

Особая точка этого уравнения — узел, так как p и q одного знака.

Не ограничивая общности будем считать, что в случае, когда особая точка является неособым узлом, интегральные кривые касаются оси ζ .

Тогда $\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial \zeta} = p\zeta + Q$ для всех кривых, за исключением одной.

Имея в виду это, преобразуем $e^{-\int_{\zeta}^{\xi} \frac{\Delta V_s^{(0)}}{\partial V_s^{(0)}} dt}$, входящее в выражение $A^{(m)}$.

Имеем:

$$\begin{aligned} \exp \left(- \int_{\zeta}^{\xi} \frac{\Delta V_s^{(0)}}{\partial V_s^{(0)}} dt \right) &= \exp \left(- \int_{\zeta}^{\xi} \left(\frac{\Delta V_s^{(0)}}{\partial V_s^{(0)}} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\Delta V_s^{(0)}(0)}{p \cdot t} \right) dt \right) \cdot \exp \int_{\zeta}^{\xi} \frac{-\Delta V_s^{(0)}(0)}{p \cdot t} dt = \left(\frac{\xi}{\zeta} \right)^{-\frac{\Delta V_s^{(0)}(0)}{p}} \times \\ &\quad \times \exp \left(- \int_{\zeta}^{\xi} \psi(t, \eta(t)) dt \right). \end{aligned}$$

При $\xi \rightarrow 0$ этот член стремится к 0.

Преобразуем первый член в выражении для $A^{(m)}$.

$$\begin{aligned} &\int_{\zeta}^{\xi} \frac{\exp \left(- \int_{\zeta}^{\xi} \frac{\Delta V_s^{(0)}}{\partial V_s^{(0)}} dt \right) \cdot i \cdot ds}{\frac{\partial V_s^{(0)}}{\partial s}} = \\ &= \int_{\zeta}^{\xi} \frac{\exp \left(- \int_{\zeta}^{\xi} \psi dt \right)}{p(s + Q_3)} \left(\frac{s}{\zeta} \right)^{-\frac{\Delta V_s^{(0)}(0)}{p}} i \cdot ds = \\ &= \frac{1}{\zeta^{\lambda}} \int_{\zeta}^{\xi} \exp \left(- \int_{\zeta}^{\xi} \psi dt \right) s^{\lambda-1} \cdot P(s, \eta(s)) ds. \end{aligned}$$

При $\xi \rightarrow 0$ последнее выражение ограничено (здесь $\lambda = \frac{\Delta V_s^{(0)}(0)}{p}$).

Итак, искомое выражение для $A^{(m)}$ имеет вид:

$$A^{(m)} = \frac{1}{\zeta^{\lambda}} \int_0^{\xi} e^{-\int_{\zeta}^{\xi} \psi dt} s^{\lambda-1} P(s, \eta(s)) ds. \quad (7)$$

В случае, особого узла рассуждения ведутся совершенно аналогично.

Исследование особой точки уравнения характеристик (6) привело бы нас к заключению, что особая точка этого уравнения типа „седло“. Это дало возможность определить $A^{(m)}$ из единственного условия ограниченности. $A^{(m)}$ определяется или при помощи величин, доступных измерению (продольные скорости), или вычисленных в предыдущих приближениях.

Определим, наконец, $\pi(s)$.

У нас имеется еще неиспользованное граничное условие

$$0 = V_s^{(m)} + \delta \frac{\partial V_s^{(m)}}{\partial N}.$$

Член $\frac{\partial^2 V_s^{(m)}}{\partial N^2}$ откидывается так же, как и раньше.

Получаем:

$$0 = V_s^{(m)} + \frac{\delta}{\mu} \left. \frac{\partial V_s^{(m)}}{\partial N} \right|_{\Gamma},$$

или:

$$0 = V_s^{(m)} + \frac{\delta}{\mu} A^{(m)} \frac{\partial V_s^{(o)}}{\partial N} + \psi_2 \Big|_{\Gamma}.$$

Это равенство даст изменение $A^{(m)}$ по s ; (в ψ_2 входят лишь известные величины).

Так как мы имеем граничное условие

$$0 = V_s^{(o)} + \frac{\delta}{\mu} A^{(o)} \frac{\partial V_s^{(o)}}{\partial N},$$

то $\frac{\partial V_s^{(o)}}{\partial N} \neq 0$ (т. к. $V_s^{(o)}|_{\Gamma} \neq 0$).

Поэтому $A^{(m)} = G(\Gamma)$, где $G(\Gamma)$ известная функция.

Из этого равенства определяем $\frac{\pi(s) \cdot A^{(o)}}{\gamma \cdot I}$, входящее в $A^{(m)}$ как слагаемое.

Но это граничное условие дает несколько больше, чем только изменение $A^{(m)}$ по s .

Ведь $A^{(m)}$ в сечении известно с точностью до постоянной. А это граничное условие должно выполняться и в фиксированном сечении.

Последнее граничное условие может явиться контрольным при выборе эмпирической зависимости для распределения продольных скоростей. Мы будем откидывать все выражения для V_s , не удовлетворяющие этому граничному условию.

Итак, единственность решения обеспечена. Нетрудно видеть, что выполняется условие интегрируемости уравнений.

Из изложенного выше следует, что беря достаточно большое число приближений можно вычислять скорости и давления с большой точностью.

Последовательность вычисления такова: зная величины $\bar{V}$, ρ и A в $(m-1)$ -ом приближении, из (3) находим поперечные скорости в m -ом приближении, из (II) и (III)—давления $p^{(m)}$ и из (7)—значение коэффициента турбулентного перемешивания.

Водно-энергетический институт
АН Армянской ССР

Поступило 3 I 1953

Լ Ի Թ Ե Դ Ա Դ Ա Ր Ա

1. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. ГОНТИ, 1938.
2. Михлин С. Г. Прямые методы в математической физике. Изд. техн.-теор. лит., Л., 1950.
3. Օգանեսյան Ա. Ա. Օ պոփրեչնոյ ցիրկուլյացիոն յա վարտոյտ վոճովոճ. ԴԱՆ Արմյանսկոյ ՍՍՐ, տ. XV, № 3, 1952.
4. Անանյան Ա. Կ. Սոփրեչնոյ ցիրկուլյացիոն յա յաճիտ տուրբուլենտնոյ յոտոյ (ԱւտոՐեֆերատ դիսսերտացիոն), Երեւան, 1952.

Լ. Ա. Օգանեսյան

ԼԱՅՆԱԿԱՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԲԱՇԽՄԱՆ ՇԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ
ԵՎ ՏՈՒՐԲՈՒԼԵՆՏ ՄԱԾՈՒՑԻԿՈՒԹՅԱՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑԸ ՇԵՂՈՒԿԸ
ՈԼՈՐԱՆՈՎ ՇԱՐԺՎԵԼՈՒ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Տուրբուլենտնոյ յոտոյ յիֆուզիոն տեսութեան համաաւարտման յոտոճիտ համար հոգիւածում կիրաւութեամ է փոքր պարամետրի մեթոդը:

Եթէ երկայնական արագութեանները բաշխումը տարած է, ապա վերոնշխյալ համաաւարտմանի սխառութեամ յարաքանչյուր ռէ-րդ քայլում բերում է մասնակի ածանցյալներով համեմատաբար պարզ զօտային 4-րդ կարգի մեկ համաաւարտման (3) (արագութեանները որոշելու համար) եւ մեկ կիւադրատութեան (տուրբուլենտ մաճուցիկութեան գործակիցը որոշելու համար):

А. Г. Назарян

Уравнение свободной поверхности открытого потока при искривлении струек в вертикальной плоскости

Исследованием свободной поверхности при неравномерном медленно изменяющемся движении занималось очень много авторов и хотя нельзя считать вопрос окончательно разрешенным, однако имеющиеся решения более или менее удовлетворительны для целей практики.

Что же касается движения с сильно искривленными в вертикальной плоскости струйками, то можно сказать, что этим вопросом почти не занимались.

При составлении дифференциального уравнения неравномерного медленно изменяющегося движения обычно исходят из следующего уравнения

$$-dz = dh_v + dh_f \quad (1)$$

которое показывает, что энергия, затрачиваемая на понижение dz уровня свободной поверхности на участке бесконечно малой длины ds , расходуется частично на изменение кинетической энергии течения dh_v жидкости на участке ds и на работу dh_f силы трения на том же участке. Как видно, уравнением (1) не учитывается работа сил инерции.

Прибавляя к (1) величину dh' , выражающую влияние центробежных сил, получим:

$$-dz = dh_v + dh_f + dh' \quad (2)$$

Это и будет дифференциальным уравнением неравномерного движения, учитывающим влияние сил инерции, возникающих благодаря искривлению струек жидкости в вертикальной плоскости.

Точность уравнения (2) зависит, в основном, от правильного определения величины dh' .

Первая попытка определения влияния искривления струек жидкости сделана Г. И. Сухомелом [1], который, применив выражение для кривизны любой кривой, пренебрегает членом $\left(\frac{dz}{ds}\right)^2$ и приняв, согласно фиг. 1:

$$z = h + t - ids, \text{ получил:}$$

Здесь λ' — некоторый коэффициент.

Из (6), с учетом (5), можно определить значение h'_{cp}

$$h'_{cp} = \lambda' h \frac{a}{g} \quad (7)$$

Учитывая вышесказанное, а также равенства $dh_v = d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right)$ и

$$dh_f = \frac{v^2}{C^2 R} ds, \text{ Г. И. Сухомел получает дифференциальное уравнение}$$

свободной поверхности жидкости при неравномерном движении с искривлением струек в вертикальной плоскости. Это уравнение, например, для весьма широкого русла прямоугольной формы имеет вид:

$$\frac{d^2 y}{d\sigma^2} + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{g}{i C_0^2} - \alpha \right) \frac{dy}{d\sigma} - \frac{3}{\alpha} \frac{g}{C_0^2} y = 0, \quad (8)$$

где $\alpha = \lambda' \cdot \lambda^2$.

При известной α уравнение (8) легко интегрируется, причем интеграл представляет собой уравнение свободной поверхности потока. Влияние величины коэффициента α сильно сказывается на характере движения. Это следует из того, что коэффициентом α учитывается влияние сил инерции. Поэтому точное определение этого коэффициента весьма важно.

Г. И. Сухомел не дает указаний на способ определения α , вернее на способ определения коэффициентов λ и λ' и ограничивается указанием на то, что $\alpha \approx \frac{1}{3}$.

Кроме того остается невыясненным физический смысл коэффициента λ' .

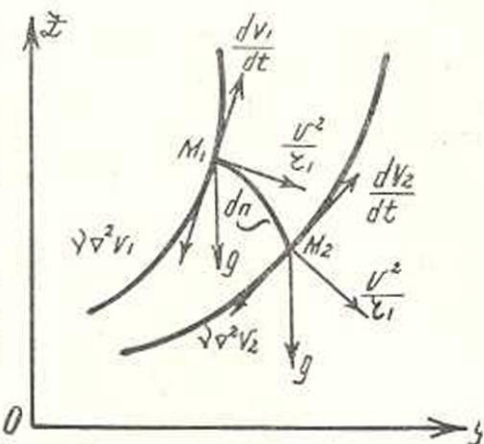
Автором дан способ определения коэффициента α исходя из данных экспериментов [2].

В настоящей работе ставится цель аналитического определения коэффициентов λ и λ' и выяснения физического смысла λ' .

Благодаря наличию кривизны струй давление по глубине потока изменяется не по закону гидростатики.

Связь между изменением давления и кривизной струек проанализирована А. А. Сабанеевым [3], который, принимая координатную систему согласно фиг. 2,

дал следующее выражение для приращения пьезометрического давления при переходе от одной точки сечения к другой:



Фиг. 2.

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{1}{g} \int_1^2 \left[-g dz - \frac{dv}{dt} ds \cos(v, ds) - \frac{v^2}{r} dn + \right. \\ \left. + v \nabla^2 v_s ds \cos(v, ds) \right]. \quad (9)$$

Пренебрегая силами вязкости и учитывая, что $\cos(v, ds) = 0$ и что направление нормали n противоположно оси OZ , получим:

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{1}{g} \int_1^2 \left[-g dz + \frac{v^2}{r} dz \right]. \quad (10)$$

Так как на свободной поверхности избыточное давление равняется нулю $\left(\frac{p_2}{\gamma} = 0 \right)$, то давление в точке будет равно:

$$\frac{p}{\gamma} = h - z - \int_z^h \frac{v^2}{gr} dz. \quad (11)$$

Из этого выражения видно, что $\int_z^{h_m} \frac{v^2}{gr} dz$ представляет собой

то увеличение (или уменьшение) давления, которое вызывает центробежное ускорение в сечении, где имеется искривление струек, т. е.

$$h' = \int_z^{h_m} \frac{v^2}{gr} dz. \quad (12)$$

Задаемся законом изменения величины радиуса кривизны, исходя из того соображения, что на поверхности потока радиус кривизны равняется некоторой конечной величине r_0 , а на дне водоеда—бесконечности. Пусть этот закон имеет следующий вид:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_0} \cdot \frac{z}{h_m}. \quad (13)$$

Подставляя из (13) значение r в (12), получим:

$$h' = \int_z^{h_m} \frac{v^2}{gr_0} \cdot \frac{z}{h_m} dz. \quad (14)$$

Закон распределения скоростей по глубине обязательно должен каким-то образом отразить влияние искривления струек. С этой точки зрения будет весьма удобным использовать вывод, полученный В. С. Муромовым и Р. Э. Виноград [4] при рассмотрении вопроса, касающегося критической глубины в криволинейном потоке. Авторы,

сделав допущение, что $v_x = v_y = 0$ и приняв $v_z = v(r, z)$, получили следующее соотношение между скоростью, радиусом кривизны струек и ординатой z :

$$v \frac{dv}{dz} = - \frac{v^2}{r}. \quad (15)$$

Подставляя в (15) значение r из (13) и интегрируя от нуля до h_m , получим:

$$\ln v = - \frac{1}{h_m r_0} \frac{z^2}{2} + \ln C. \quad (16)$$

Постоянную интегрирования находим из условия, что при

$$z = h_m, \quad v = v_{\text{нов}}.$$

Определив постоянную C и подставляя ее в (16), получим:

$$v = v_{\text{нов}} \cdot e^{\frac{h_m^2 - z^2}{2h_m r_0}}. \quad (17)$$

Подставляя это значение v в (14), получим:

$$h' = \int_z^{h_m} \frac{z v_{\text{нов}}^2}{g r_0 h_m} \cdot e^{\frac{h_m^2 - z^2}{h_m r_0}} dz = \left(e^{\frac{h_m^2 - z^2}{h_m r_0}} - 1 \right) \frac{v_{\text{нов}}^2}{2g}. \quad (18)$$

Таким образом, выражение (18) может служить для определения того добавочного давления, которое получается благодаря наличию центробежного ускорения.

Среднюю величину изменения давления на данной вертикали можно получить интегрируя выражения (18) в пределах от 0 до h_m :

$$h'_{\text{ср}} = \frac{1}{h_m} \int_0^{h_m} h' dz = \frac{1}{h_m} \int_0^{h_m} \frac{v_{\text{нов}}^2}{2g} \left(e^{\frac{h_m^2 - z^2}{h_m r_0}} - 1 \right) dz. \quad (19)$$

Вводя обозначение $\frac{z^2}{h_m r_0} = \frac{t^2}{2}$, уравнение (19) выражаем через интеграл вероятности

$$\begin{aligned} h'_{\text{ср}} &= \frac{v_{\text{нов}}^2}{2g} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{r_0}{h_m}} e^{\frac{h_m}{r_0}} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\sqrt{\frac{2h_m}{r_0}}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - 1 \right] = \\ &= \frac{v_{\text{нов}}^2}{2g} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{r_0}{h_m}} e^{\frac{h_m}{r_0}} \Phi \left(\sqrt{\frac{2h_m}{r_0}} \right) - 1 \right], \end{aligned} \quad (20)$$

где $\int_0^{\sqrt{\frac{2h_m}{r_0}}} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \Phi\left(\sqrt{\frac{2h_m}{r_0}}\right)$ — интеграл вероятности.

С другой стороны, согласно выводам Г. И. Сухомела, средняя для данного поперечного сечения высота давления, получающаяся благодаря наличию центробежного ускорения, равна:

$$h'_{cp} = \frac{a_{cp}}{g} \lambda' h, \quad (21)$$

$$\text{где: } a_{cp} = \frac{1}{h_m} \int_0^{h_m} a dz = \frac{1}{h_m} \int_0^{h_m} \frac{v^2}{r_0} dz = \frac{v_{пов}^2}{2} \frac{e^{\frac{h_m}{r_0}} - 1}{h_m}. \quad (22)$$

Подставляя значение a_{cp} из (22) в (21) и приравнявая значения h'_{cp} по (19) и (21), получим:

$$\lambda' = \frac{\frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{r_0}{h_m}} e^{\frac{h_m}{r_0}} \Phi\left(\sqrt{\frac{2h_m}{r_0}}\right) - 1}{e^{\frac{h_m}{r_0}} - 1}. \quad (23)$$

Перейдем к определению значения λ .

Установим связь между средней и поверхностной скоростями, используя выражение (17).

Имеем:

$$\begin{aligned} v_{cp} &= \frac{1}{h_m} \int_0^{h_m} v dz = \frac{1}{h_m} \int_0^h v_{пов} e^{\frac{h_m^2 - z^2}{2h_m r_0}} dz = \\ &= \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{\frac{h_m}{2r_0}} \left[\Phi\left(\sqrt{\frac{h_m}{r_0}}\right) \right]}{\sqrt{\frac{h_m}{r_0}}} v_{пов}, \end{aligned} \quad (24)$$

где $\Phi\left(\sqrt{\frac{h_m}{r_0}}\right)$ — интеграл вероятности.

Из уравнения (24) можно усмотреть, что отношение поверхностной и средней скорости (т. е. λ) не является постоянной величиной, а есть функция как максимальной глубины, так и радиуса кривизны.

Из (24) определяем значение λ :

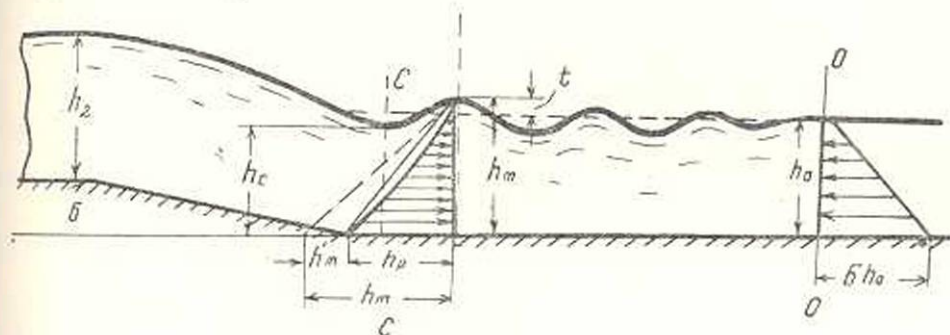
$$\lambda' = \frac{V_{пол}}{V_{ср}} = \frac{\sqrt{\frac{h_m}{r_0}}}{\sqrt{\frac{\pi}{2} e^{\frac{h_m}{2r_0}} \left[\Phi \left(\sqrt{\frac{h_m}{r_0}} \right) \right]}} \quad (25)$$

При известных h_m и r_0 , λ становится вполне определенной величиной.

Как видно, коэффициенты λ и λ' нами выражены через одну и ту же величину $\frac{h_m}{r_0}$.

Возникает вопрос—в каких пределах будет изменяться это отношение?

Для этого рассмотрим гидравлическую схему, изображенную на фиг. 3 и представляющую движение жидкости на отрезке прямоугольного канала непосредственно следующем за переходом. Для этого случая составим уравнение приращения количества движения на участке между сечениями 1—1 и 0—0.



Фиг. 3.

При этом сделаем допущение, что закон распределения давления в начальном сечении может быть представлен прямой линией, т. е. пренебрежем отклонением линии действительного давления от прямой (фиг. 4).

Из действующих сил учитываем только гидродинамическое давление, а влиянием сил тяжести, ввиду малости уклона канала, пренебрегаем.

Таким образом, выражение для изменения количества движения будет иметь следующий вид:

$$\frac{\gamma h_m (h_m - h'_m)}{2} - \frac{\gamma h_0^2}{2} = \frac{\gamma q^2}{g} \left(\frac{1}{h_m} - \frac{1}{h_0} \right), \quad (26)$$

где: h'_m — максимальное отклонение действительного давления от гидростатического, т. е. значение этого отклонения на дне водовода;

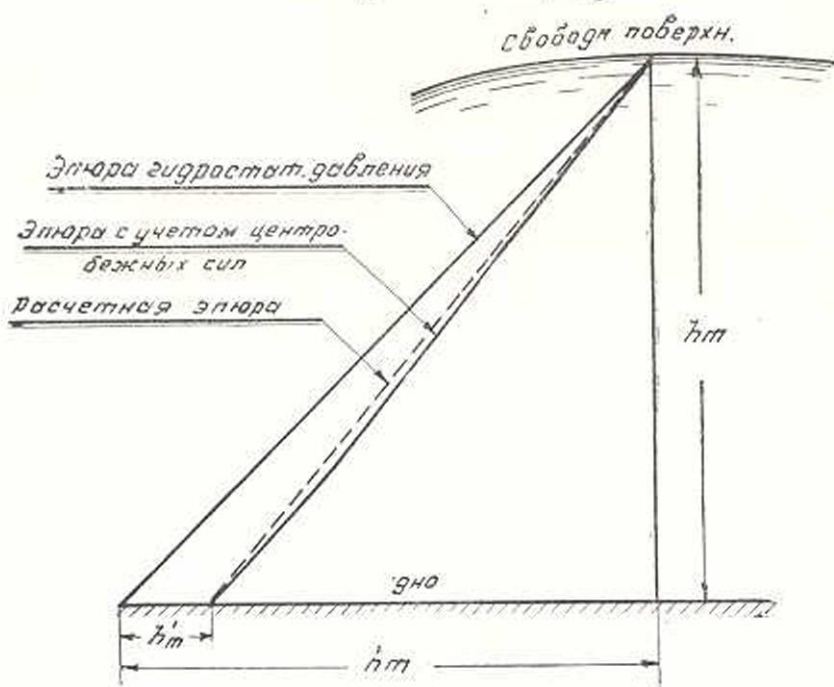
h_0 — нормальная глубина (глубина в сеч. 0—0),

h_m — максимальная глубина (глубина в сеч. 1—1),

$q = v_{cp}$. h_0 — расход на единицу ширины потока.

Принимая $z = 0$, из выражения (18) получаем значение для h'_m :

$$h'_m = \left(e^{\frac{h_m}{r_0}} - 1 \right) \frac{v_{пов}^2}{2g}. \quad (27)$$



Фиг. 4.

Обозначим через t разность между максимальной и нормальной глубинами

$$t = h_m - h_0. \quad (28)$$

Подставляя (27), (28) и (24) в (26), после преобразований получим:

$$\frac{\frac{h_m}{r_0} \left(e^{\frac{h_m}{r_0}} - 1 \right)}{e^{\frac{h_m}{r_0}} \left[\Phi \left(\sqrt{\frac{h_m}{r_0}} \right) \right]^2} = \pi \frac{t}{2h_m} \left[\left(1 - \frac{t}{h_m} \right) \left(4 + \frac{h_m}{\frac{v_{cp}^2}{2g}} \right) + \frac{h_m}{\frac{v_{cp}^2}{2g}} \right]. \quad (29)$$

Если считать известными h_m и t , то из (29) методом подбора можно получить отношение $\frac{h_m}{r_0}$ и затем, пользуясь формулой (23), определить значение коэффициента λ' .

При нахождении h_m и t сначала нужно выяснить взаимоотношения между глубинами h_2 , h_c и $h_{кр}$, где h_2 — глубина до перехода (в сеч. 2—2), h_c — сжатая глубина (в сеч. С—С).

Если выяснится, что глубина h_2 является сопряженной h_c , то в этом случае имеет место совершенный прыжок. Если же окажется, что глубины h_c и h_2 больше критической, то сопряжение будет в виде прыжка-волны.

Как в первом, так и во втором случаях для определения h_m и t необходимо определить глубину h_c (фиг. 3).

Напишем уравнение Бернулли для сечений 2—2 и С—С (фиг. 3).

$$h_2 + \delta + \frac{\alpha v_2^2}{2g} = h_c + \frac{v_c^2}{2g} + h_w. \quad (30)$$

Левая часть (30) при данной схеме известна и равна H_0 .

Потери напора выразим в долях скоростного напора, отнеся ее к скорости в сжатом сечении:

$$h_w = \xi' \frac{v_c^2}{2g}.$$

Тогда из (30) получим:

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi'}} \sqrt{2g(H_0 - h_c)}. \quad (31)$$

Умножая обе части выражения (31) на площадь сжатого сечения (ω_c), получим:

$$Q = \frac{\omega_c}{\sqrt{1 + \xi'}} \sqrt{2g(H_0 - h_c)}. \quad (32)$$

Отсюда определяем глубину h_c .

Критическую глубину определяем из общеизвестного выражения:

$$h_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g}}. \quad (33)$$

Если $h_c < h_{кр}$, то

$$t = \frac{h_c}{2} (Fr - 1), \quad (34)$$

где:

$$Fr = \frac{Q^2}{gh_c^3}.$$

Если же $h_c > h_{кр}$, то имеет место беспрыжковое сопряжение; в этом случае для определения t сделаем допущение, что глубина потока в сжатом сечении меньше нормальной глубины настолько, насколько максимальная глубина больше нормальной.

Тогда можно написать, что

$$h_0 - h_c = h_m - h_0. \quad (35)$$

Это допущение возможно потому, что если бы разность $h_m - h_0$ была бы большой, то имел бы место первый из разобранных случаев.

Из (35) и (28) имеем:

$$t = \frac{h_m - h_c}{2} = h_0 - h_c. \quad (36)$$

Умножая числитель и знаменатель выражения (23) на $\frac{v_{\text{нов}}^2}{2g}$ и учитывая при этом (20) и (27), получим:

$$\lambda' = \frac{h_{\text{ср}}}{h'_{\text{м}}}. \quad (37)$$

Следовательно, λ' представляет собой отношение среднего по сечению отклонения давления от гидростатического к максимальному его значению.

Таким образом, уравнение неравномерного движения, учитывающее кривизну струй, данное в общем виде Г. И. Сухомелом, оказывается возможным для практического применения в результате выяснения как физического смысла коэффициента λ' , так и способа определения значений λ и λ' , входящих через коэффициент λ в уравнение (8).

Водно-энергетический институт
АН Армянской ССР

Поступило 3 I 1953

ЛИТЕРАТУРА

1. Сухомел Г. И. Вопросы гидравлики открытых русел и сооружений. Киев, 1949.
2. Назарян А. Г. О свободной поверхности потока на переходных участках открытой деривации. Известия АН Армянской ССР, № 6, 1949.
3. Сабаньев А. А. О распределении давления в установившемся потоке жидкости. Известия ВНИИ, т. I, 1931.
4. Муромов В. С., Виноград Р. Э. О критической глубине криволинейного потока. "Гидротехническое строительство", № 11, 1949.

Ա. Գ. Նազարյան

ԲԱՅ ՀՈՍՔԻ ԱԶԱՏ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅՑԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ ՈՒՂՂԱԶԻԳ ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՄԵՋ ՇԻԹԵՐԻ ԿՈՐԱՑՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա. Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Բայ կանաչներում, ուղղաձիգ հարթության մեջ շիթերի կորացումների հետևանքով, առաջ են գալիս իներցիոն ուժեր, Այդ պատճառով ճշնշումների՝ ըստ խորության բաշխման հիդրոստատիկ օրենքը խախտվում

[illegible]

А. О. Гамбарян

Ви́ражи на бы́стротоках

Расчетная схема виража, устраиваемого на поворотах быстротоков, впервые была предложена и разработана в 1936—39 гг. Н. Е. Кондратьевым [1] в Гидроэлектрической лаборатории ВНИИГ под руководством И. В. Егизарова.

Для расчета виражей Н. Е. Кондратьев предложил следующее дифференциальное уравнение, которое справедливо для движения твердой частицы по вынужденной криволинейной траектории, и лишь с известными допущениями может быть применено к движению струйчатой жидкости:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{\rho \left(\frac{z''}{1+z'^2} - \frac{1}{2z} \right)}, \quad (1)$$

где $\frac{\partial z}{\partial y}$ — поперечный уклон элементарного участка свободной поверхности в плоскости YZ (фиг. 1),
 ρ — радиус кривизны траектории частицы,

$$z' = \frac{\partial z}{\partial s}, \quad z'' = \frac{\partial^2 z}{\partial s^2},$$

z — вертикальная ордината (за положительное принято направление вверх).

Для интегрирования уравнения (1) необходимо найти функции $z_0 = \varphi(s)$ и $\rho_0 = f(s)$, удовлетворяющие условиям, перечисленным Н. Е. Кондратьевым, а именно:

1. Продольный профиль струй не должен иметь кривизну, обращенную выпуклостью вверх и равную или превышающую кривизну свободного падения.

Это условие в равной мере относится как к начальной, так и к последующим поверхностным струйкам потока.

2. Не должны допускаться условия, при которых в потоке может возникнуть прыжок.

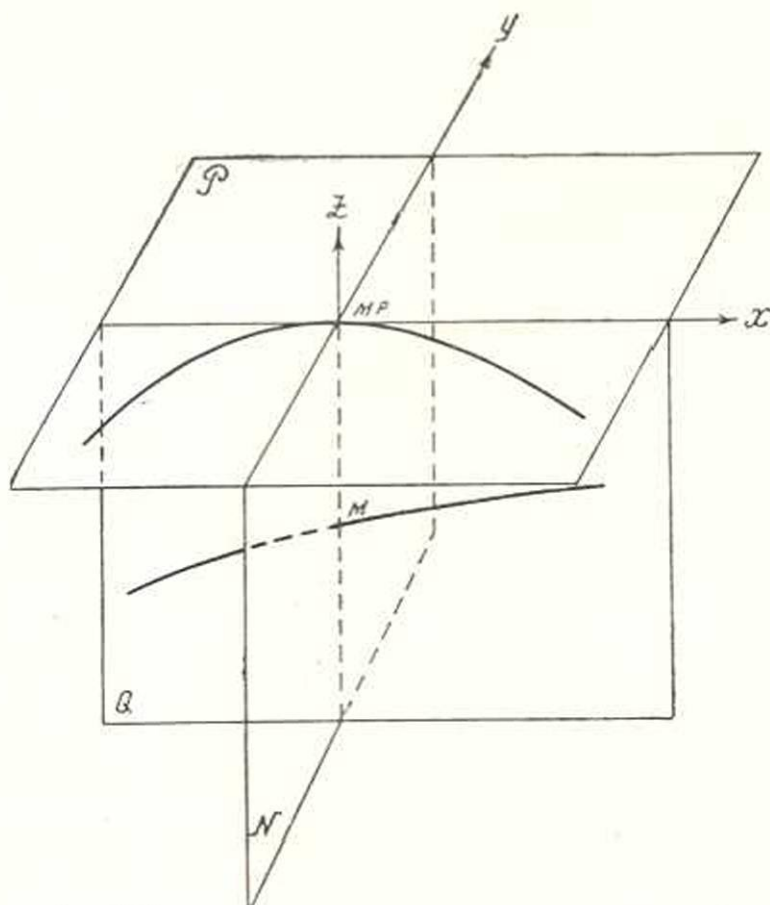
3. Функции $z_0 = \varphi(s)$ и $\rho_0 = f(s)$ должны быть выбраны так, чтобы они и входящие в расчет их производные были непрерывны во всем рассматриваемом интервале.

4. Аналитические выражения для z_0 и p_0 должны содержать достаточное количество постоянных, позволяющих приспособить выраж к заданным частным условиям.

Для частного случая выража, начинающегося с водосливной плотины (где имеется начальное большое падение дна водовода), Н. Е. Кондратьев предлагает следующий вид функций z_0 и p_0 :

$$z_0 = \frac{ks}{s+a} + z_*, \quad (2)$$

$$p_0 = \frac{m(s+a)}{ks}. \quad (3)$$



Фиг. 1. Траектория движения частицы в пространственной координатной системе.

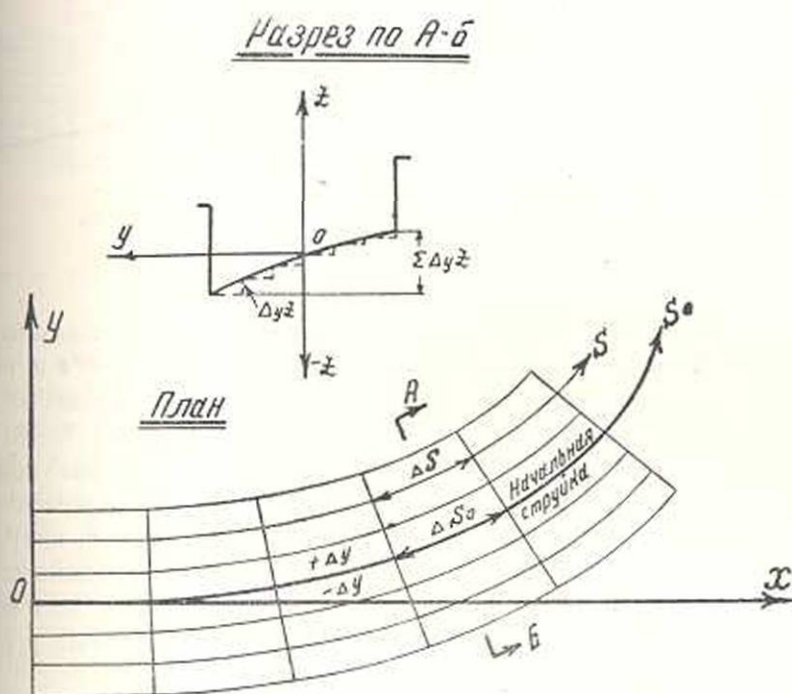
Выраж, рассчитанный по этим формулам, оправдал себя как при испытании в лаборатории, так и в натуре.

Численное интегрирование уравнения (1) легко осуществить, записав его в конечных разностях:

$$\Delta_y z = \frac{\Delta y}{\rho \left(\frac{z_0''}{\eta + z_0'^2} - \frac{1}{2z} \right)}, \quad (1a)$$

где индекс „0“ при производных от z указывает на их принадлежность к начальной струйке, которая принимается за исходную для расчета остальных струй;

$\eta = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2$, где ρ_0 — радиус кривизны начальной струйки, а ρ — радиус кривизны последующих струек (фиг. 2).



Фиг. 2. План параллелоструйного ви́ража.

В Гидроэлектрической лаборатории Водно-энергетического института Академии наук Армянской ССР автором были рассчитаны и исследованы модели ви́ража, устраиваемого в середине длинного быстотока одной из строящихся гидроэлектростанций Армении (фиг. 3).

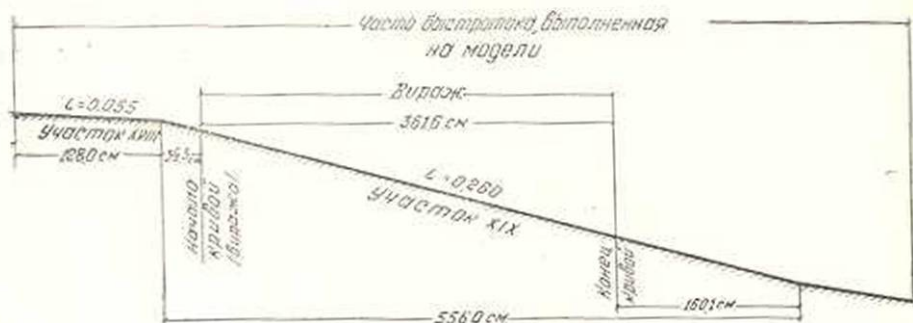
Попытки применить для этого случая функцию $z_0 = \varphi(s)$ в виде (2) не дали положительных результатов (произведенные расчеты показали, что при этом получается глубокая выемка), так как предложенная Н. Е. Кондратьевым функция относится к тем ви́ражам, в начале которых имеется очень резкое падение.

Исходя из местных условий, для нашего быстотока представляется более целесообразным продольный профиль оси канала за-

дать в виде прямой линии: в таком случае в (1а) превращается в нуль z''_0 и уравнение принимает следующий вид:

$$\Delta_y z = - \frac{2z \Delta y}{\rho}. \quad (16)$$

Этим упрощенным уравнением мы пользовались в наших расчетах.



Фиг. 3. Продольный профиль по оси быстротока в районе расположения выража
(на схеме указаны модельные размеры)

Если при построении кривой оси выража в плане пользоваться формулой (3), то наибольшая кривизна кривой достигается в конце выража, что вызывает необходимость в устройстве перехода от криволинейного участка (в плане) к прямолинейному [1, стр. 79—81].

Для изображения оси выража в плане нами применена кривая, у которой радиус кривизны плавно изменяется от бесконечности в начале выража до минимального значения в середине и опять до бесконечности в конце выража. Этим обеспечивается плавное сопряжение выража с прямолинейными участками быстротока до и после выража (т. е. соблюдается условие непрерывности функции $\rho_0 = f(s)$ на всем протяжении выража).

Одновременно отпадает необходимость в устройстве переходного участка в конце выража, что упрощает конструкцию сооружения.

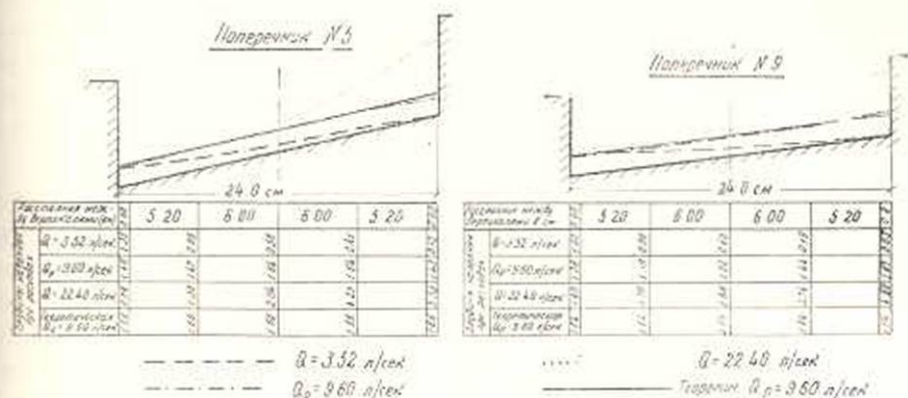
При выполнении первой модели выража в лаборатории продольный профиль выража и изображение его оси в плане были построены графически, причем продольный профиль, исходя из топографических условий местности, был принят по прямой линии. Расчет поперечных сечений выража сделан по уравнению (16).

Исходя из режима работы ГЭС, расчетным расходом модели был выбран $Q_p = 9,6$ л/сек, который близок к среднему значению расхода системы.

Произведенные опыты показали, что при этом расходе во всех поперечных сечениях выража глубины оказались почти одинаковыми. То же получилось и при расходах близких к расчетному ($Q = 7$ —

—12,8 л/сек), а при расходах, отличающихся от расчетного—в 2—3 раза, наполнение становится неодинаковым.

На фиг. 4 приведены два поперечных сечения виража, на которых показано наполнение при различных расходах, а также расчетные (теоретические) глубины.



Фиг. 4. Глубины наполнения характерных поперечных сечений виража при различных расходах.

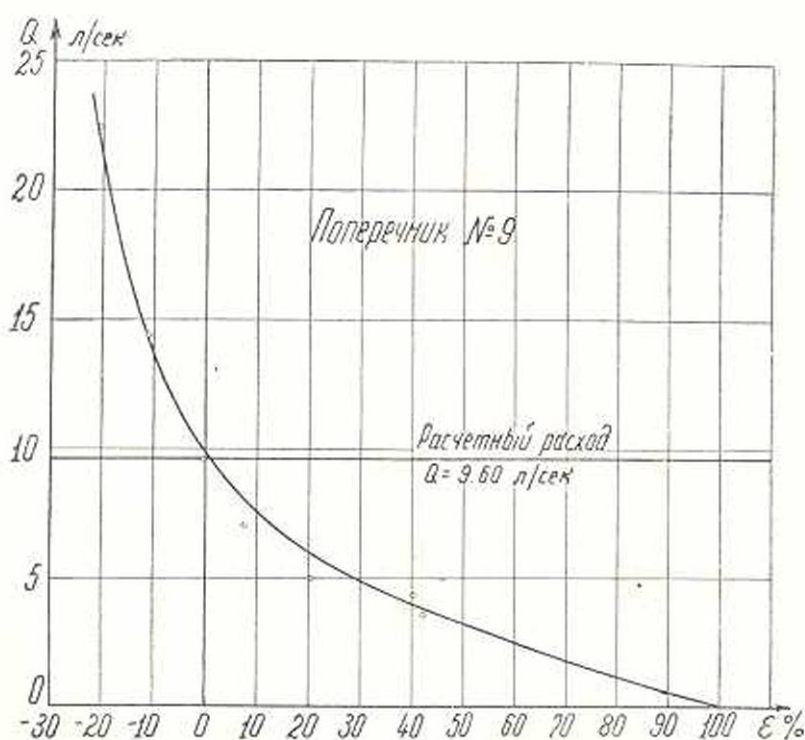
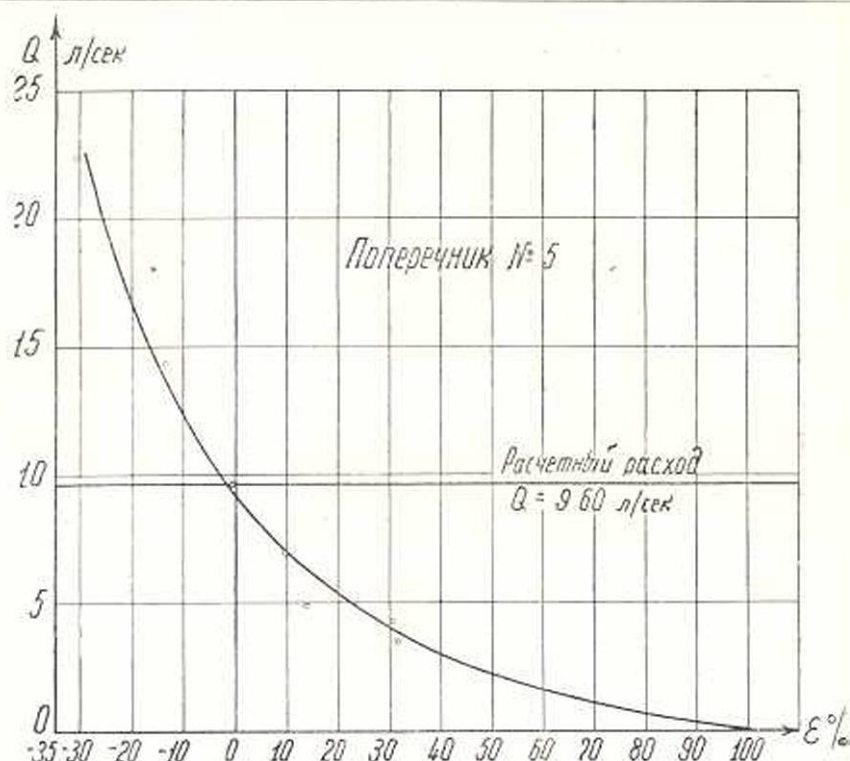
Как видно из фигуры, при $Q_{\text{max}} = 22,4$ л/сек основная масса потока прижимается к вогнутой (наружной) стенке, где глубина наполнения доходит до 4,8—5,5 см, а у выпуклой (внутренней) стенки—до 1,0—1,20 см.

При расходах, меньших $Q_p = 9,60$ л/сек, основная масса потока, наоборот, прижимается к выпуклой стенке. Начиная с расхода $Q = 4,96$ л/сек и менее, наполнение виража в поперечном направлении происходит по треугольнику, а при расходе 4,32 л/сек поток начинает отходить от вогнутой стенки, обнажая дно.

При пропуске расчетного расхода центр тяжести живого сечения потока на любом поперечнике должен находиться на геометрической оси канала. При изменении расхода происходит смещение центра тяжести живого сечения потока относительно геометрической оси канала.

На фиг. 5 приведены кривые зависимости эксцентриситетов (смещений) центров тяжести живых сечений виража (поперечника № 5, находящегося в середине, и № 9—в конце виража) причем за 100% эксцентриситета принята половина ширины канала.

Эти кривые дают наглядное представление о картине устойчивости потока на вираже при определенном диапазоне расходов. Само собой разумеется, что невозможно построить вираж, который одинаково хорошо работал бы при всех расходах. Здесь под „хорошей“ работой понимается такая, при которой в определенном диапазоне расходов указанные выше эксцентриситеты достаточно малы.



Фиг. 5. Кривые эксцентриситетов центра тяжести живого сечения потока на выраже относительно геометрической оси водовода (при графически заданном плане).

Как видно из кривых на фиг. 5, для расходов, отличающихся от расчетного на $\pm 50\%$, эксцентриситет колеблется в пределах $\pm 15 - 20\%$. Примерно такая же картина работы наблюдалась на выражах Комсомольской и Тавакской ГЭС, исследованных Н. Е. Кондратьевым.

На основании сказанного выше считаем возможным рекомендовать для пользования формулу (16) при расчете выражей в тех случаях, когда они не имеют начального большого сосредоточенного падения и, кроме того, когда продольный профиль оси выража по условиям местности можно выполнить прямым.

Графический метод получения очертаний выража в плане и в продольном профиле, наряду с некоторыми достоинствами (быстрота построения, возможность полнее учесть местные условия и т. д.), имеет ряд недостатков в точности определения некоторых геометрических элементов (радиусов кривизны, углов поворота поперечных сечений относительно заданной оси), очень важных при осуществлении выража в натуре.

Поэтому необходимо иметь аналитическое выражение для соответствующих кривых (особенно для $\rho_0 = f(s)$). Было бы ошибочно полагать, что заданием тех или иных аналитических выражений для функций $z_0 = \varphi(s)$ и $\rho_0 = f(s)$ можно разрешить задачу построения выража при любых местных условиях. На это обстоятельство обращено внимание и Н. Е. Кондратьевым [1].

Для исследованного выража, а также для подобных случаев следует считать, что при назначении кривой оси выража в плане можно применить косинусоиду или параболу (первая кривая, на наш взгляд, является более подходящей).

Для назначения продольного профиля по оси выража удобнее пользоваться графическим методом, приспособлявая кривую к продольному профилю линии грунта во избежание излишних земляных работ (разумеется, соблюдая перечисленные выше условия).

Что же касается определения z'_0 и z''_0 , то это с достаточной точностью может быть выполнено графически.

В лаборатории были проведены расчеты и исследования выража, построенного по следующему уравнению для оси канала в плане:

$$y = a \cos \omega t, \quad (4)$$

где: $\omega = \frac{\pi}{2t_0}$; t_0 — максимальная ордината по оси t (фиг. 6)

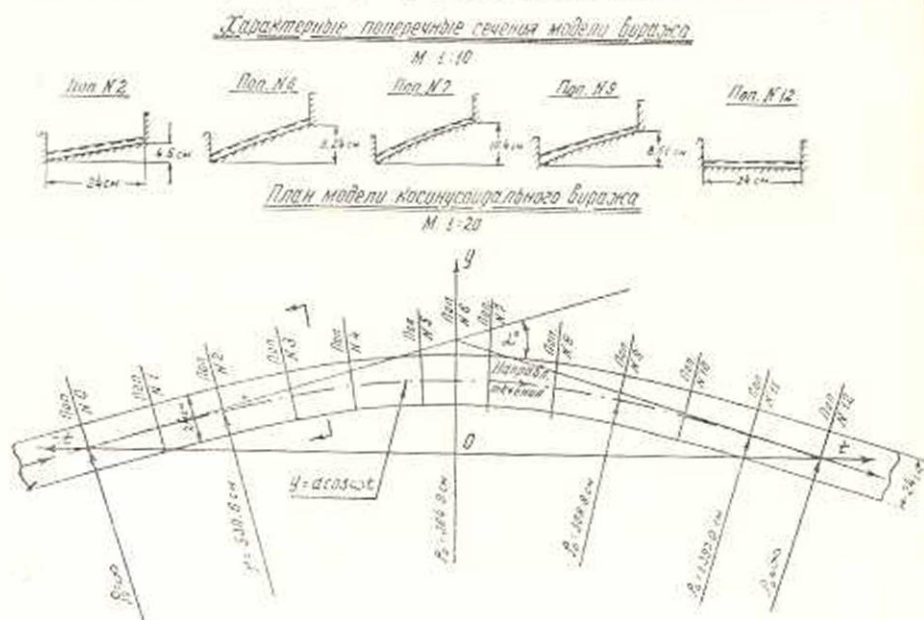
$$a = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\omega} = \frac{2t_0 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\pi};$$

α — угол поворота быстротока на выраже.

За ось y принято направление внешней нормали, совпадающее с биссектрисой угла поворота, а за ось t — направление хорды. На-

чало координат совпадает с точкой пересечения хорды и биссектрисы.

Произведенные исследования показали, что для расчетного и близких к нему расходов этот выраж также работает вполне хорошо, т. е. эксцентриситет центра тяжести живого сечения потока относительно геометрической оси поперечного сечения канала при расчетном расходе достигает $\pm (1-4)\%$, и лишь при расходах, отличающихся от расчетного в 2-3 раза, эксцентриситет увеличивается до $\pm (20-35)\%$.



Фиг. 6. План и характерные поперечники косинусоидального виража.

На фиг. 7 для двух поперечных сечений виража даны кривые зависимости эксцентриситетов от расхода воды, а на фиг. 8—распределение глубин наполнения для разных расходов. Поперечник № 6 находится в середине виража и совпадает с биссектрисой угла поворота, поперечник № 12—в конце виража.

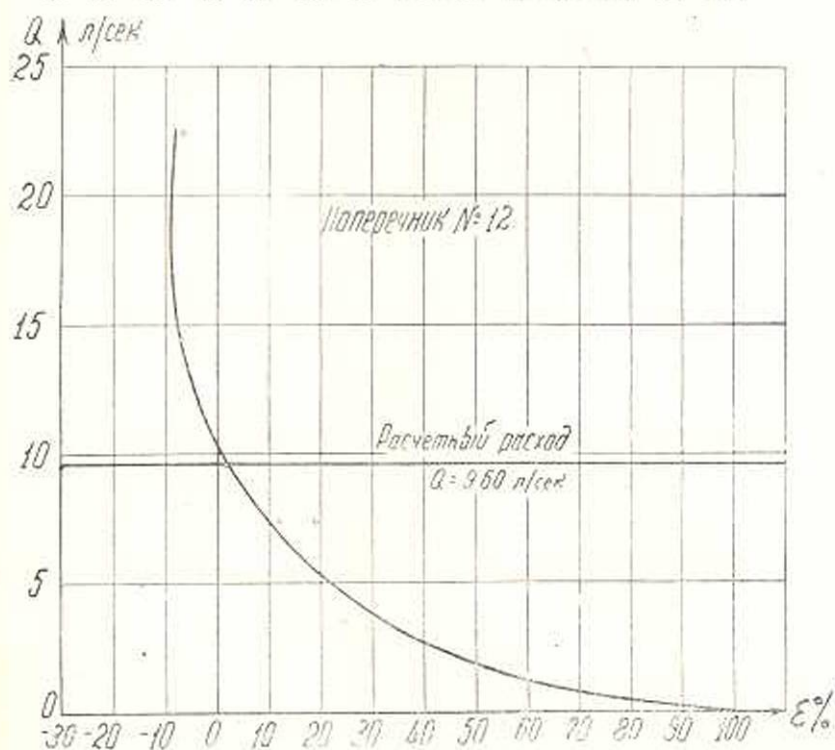
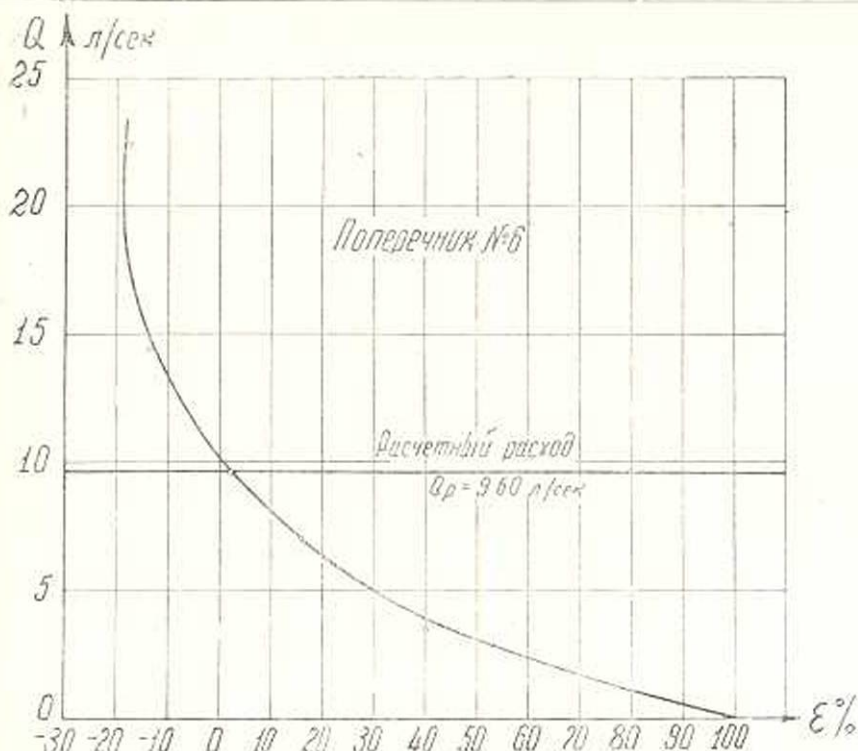
Таким образом, вышеприведенные расчетные методы дают возможность компенсировать влияние центробежных сил на повороте за счет изменения очертания дна быстротока и обеспечить условие одинакового наполнения водовода на кривом участке.

Глубины наполнения водовода на участке виража Н. Е. Кондратьев рекомендует определять по формуле:

$$h = \frac{q}{\sqrt{1-2gz}}, \quad (5)$$

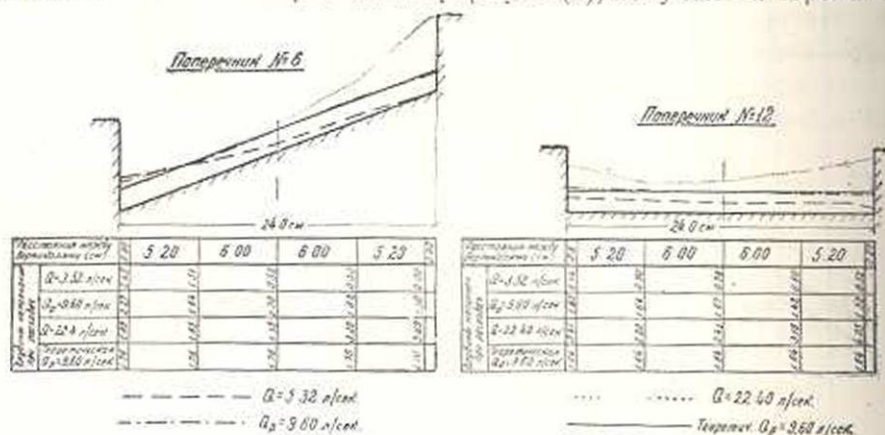
а для учета потерь он рекомендует пользоваться формулой Шези (пренебрегая потерями на изгиб потока):

$$\Delta h = \frac{v_{cp}^2}{C_{cp}^2 R_{cp}} \Delta s. \quad (6)$$



Фиг. 7. Кривые эксцентриситетов центра тяжести живого сечения потока на вираже относительно геометрической оси водовода (для косинусоидального виража).

При пользовании формулой (5) необходимо учесть, что при наличии большого падения на быстротоке формула дает очень маленькие наполнения, и, следовательно, очень большие скорости. Потери, рассчитанные по этим скоростям по формуле (6), получаются огромными.



Фиг. 8. Глубины наполнения характерных поперечных сечений косинусоидального виража при различных расходах.

Для случая, когда вираж начинается почти с гребня водосливной плотины, т. е. когда поток поступает на участок поворота со сравнительно маленькими начальными скоростями и пока еще не имеет бурного характера в начале виража (Н. Е. Кондратьев исследовал именно такие виражи на Комсомольской и Тавакской ГЭС), формула (5) может быть применена без больших погрешностей.

Что же касается виражей, находящихся где-то на середине длинного быстротока, а также в случаях большого падения, то формула (5) была бы очень удобной*, если бы ею можно было непосредственно учесть всякого вида потери, введением коэффициента скорости φ , переменного по длине виража. Однако очень трудно установить закономерность изменения φ по длине виража.

Пока нет достаточно простых и точных формул для учета потерь в бурном потоке и тем более — на повороте бурного потока, где поперечная кривизна дна водовода непрерывно меняется.

Полагая, что потери в бурном потоке на его изгиб все же малы по сравнению с путевыми потерями, считаем возможным применить, для определения глубин наполнения или, иначе говоря, для построения кривой свободной поверхности при неравномерном движении, общезвестные формулы для расчета прямых быстротоков.

Расчеты, сделанные по методу акад. Павловского, дали удовлетворительные результаты: глубины, полученные экспериментальным путем, при наличии виража, оказались бо́льшими расчетных на 10—12%.

* Очень важно то обстоятельство, что по этой формуле расчет глубин можно произвести с учетом поперечного уклона каждого сечения (через ординату z).

Если предположить, что потери на изгиб могут быть порядка нескольких процентов от расчетных глубин, то разность между экспериментальными и расчетными глубинами приблизится к пределу точности измерений и расчетов.

При расчете и проектировании виражей существенное значение приобретает вопрос о правильном учете аэрации.

Можно рекомендовать следующий метод расчета виража с учетом аэрации:

1. Рассчитать кривую свободной поверхности для всего быстрого потока (в том числе и для виража), пренебрегая кривизной виража и пользуясь формулой акад. Павловского, учитывая аэрацию по методу проф. Ничипоровича или Эренбергера.

2. По полученным с учетом аэрации глубинам наполнения в различных сечениях (поперечниках) определить средние скорости.

3. Видоизменив уравнение (1а) восстановлением второго члена в скобках знаменателя правой части в его первоначальном виде—

$-\frac{1}{2z} = \frac{g}{v^2}$, получим:

$$\Delta_y z = \frac{\Delta y}{\rho \left(\frac{z_0''}{\eta + z_0'^2} + \frac{g}{v^2} \right)} \quad (1в)$$

4. Подставляя найденные средние скорости в уравнение (1в), построить свободную поверхность потока.

Затем, имея глубины наполнения, построить очертания дна виража.

В частном случае, когда продольный профиль по оси виража представляет прямую линию, z_0'' превратится в нуль, и уравнение (1в) переписется в виде:

$$\Delta_y z = \frac{v^2 \Delta y}{g \rho} \quad (1г)$$

Предложенная схема расчета имеет некоторые преимущества по сравнению со схемой Н. Е. Кондратьева (где наполнения определяются по формуле (5)) с точки зрения более полного учета влияния потерь и аэрации, и может быть применена для расчета виражей.

В ы в о д ы

1. Уравнение (1) может быть применено для расчета виражей на поворотах бурного потока, что подтверждается экспериментами.

2. Для многих случаев можно применить очертание в плане оси водотока на вираже в виде косинусоиды по формуле (4), чем отпадает необходимость в устройстве переходного участка.

3. Наполнение на выраже целесообразнее считать по методу акад. Павловского, где непосредственно учитываются потери на трение по длине водовода. Определение глубин по формуле (5) при больших падениях дает очень малые значения глубин наполнения, а потери, определенные по формуле (6), оказываются большими.

4. По схеме, предложенной в настоящей статье, имеется возможность учета влияния аэрации.

Водно-энергетический институт
АН Армянской ССР

Поступило 3 I 1953

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Коворатъев Н. Е. Поворот бурного потока на выраже. Известия НИИГ, № 26, 1940.

2. 2. Չափարկանք

ՎԵՐԱԺՆԵՐԸ ԱՐԱԳԱՀՈՍՔԵՐԻ ՎՐԱ

Ա Մ Փ Ո Փ ՈՒ Մ

Հոգվածը նվիրված է արագանքի կորացման տեղում վերածի նախադժմանը և հաշվարկային սխեմայի լարորատոր էքսպերիմենտալ ստուգման հարցին:

Որպես հիմք ընդունված է Ն. Ե. Կոնդրատևի առաջարկած հաշվարկային սխեման, որտեղ վերածի լայնական հատվածքներին ձևի հաշվարկման համար կիրառվում է հարկադրյալ կորագիծ տրայեկտորիայով պինդ մասնիկի շարժման դիֆերենցիալ հավասարումը (1):

Հոգվածում վերածի լցվածքի խորութունը հաշվելու համար, նկատի ունենալով նաև կորուստները, առաջարկվում է Ն. Ե. Կոնդրատևի մեթոդից ապրեր մեթոդ, որը տալիս է բավարար համընկնում փորձերի հետ:

ГИДРОЭНЕРГЕТИКА

М. С. Торгомян

Влияние осреднения месячных расходов на величину расчетной выработки электроэнергии незарегулированной гидростанции

Высокие темпы развития гидроэнергетического строительства в нашей стране предъявляют повышенные требования к проектированию гидроэлектростанций. При этом возникает необходимость разработки методов водно-энергетических расчетов с целью, с одной стороны, уменьшить затрату времени и труда при подсчетах, а с другой стороны, увеличить точность и надежность этих расчетов.

При проектировании основных параметров ГЭС одного наличия графика обеспеченности средне-суточных расходов еще не достаточно, нужно также построить хронологические годовые графики расходов и мощностей, при помощи которых можно установить, насколько потребность системы в электрической энергии и мощности в каждый отрезок времени может быть эффективно удовлетворена ГЭС различных типов.

Данный вопрос рассматривается применительно к деривационным ГЭС среднего и высокого напоров, когда можно допустить, что мощность и выработка пропорциональны соответственно расходу и стоку реки, ограниченных пропускной способностью деривации, т. е. когда напор ГЭС считается постоянным.

В технической литературе и при проектировании, для определения многолетних хронологических графиков выбираются характерные годы: многоводный, маловодный и средний. При этом выбираются в качестве расчетных лет некоторые реальные годы [3].

Необходимо указать, что при выборе, по данным многолетних наблюдений, какого-либо конкретного года в качестве среднего возникают серьезные затруднения.

„Самое понятие „среднего“ года,—писал Д. И. Кочерин,—оказывается неопределенным и неустановленным. Известно, что конкретный год „средний“—по суммарному годовому стоку (или среднему годовому расходу) обычно обладает далеко не средним распределением расходов в году“ [3].

Иногда вместо реального среднего года за расчетный выбирается средний фиктивный год [4]. При этом выработка энергии по

среднему фиктивному году получается больше, чем средняя выработка за многолетний период, потому что среднесуточные величины расходов искажают картину [1].

Нужно отметить, что получение хронологического графика в практике проектирования встречает затруднения, потому что если построить гидрограф по среднесуточным данным, то он получится громоздким и потому будет неудобен для пользования и не нагляден. Гидрограф же, построенный по осредненным данным, преувеличивает располагаемый ресурс.

По этим причинам в большинстве случаев отказываются от построения хронологических графиков и считают достаточным использование кривых обеспеченности среднесуточных расходов, построенных для отдельных сезонов.

Автор поставил перед собой задачу получить такой хронологический годовой график ГЭС, который для любого периода характеризовал бы средние-многолетнюю выработку ГЭС, в том числе суммарную годовую выработку ее.

Учитывая, что (при выборе расчетного года) используются среднемесячные расходы (благодаря чему сглаживается неравномерность распределения средне-суточных расходов внутри месяца), в первую очередь необходимо определить влияние этого осреднения, которое приводит к увеличению реальной выработки ГЭС. Этот учет позволит задать расчетный график ГЭС с предельной точностью.

Ошибки расчета по месячным расходам. При рассмотрении этого вопроса принято, что расход Q_c в течение суток не меняется.

При использовании среднемесячных расходов ошибка, которая допускается при определении месячной выработки ГЭС по одному году, будет выражаться следующим образом:

$$\Delta_c = \left(1 - \frac{\frac{\sum_1^t Q_{сд}}{t}}{Q_{ма}} \right), \quad (1)$$

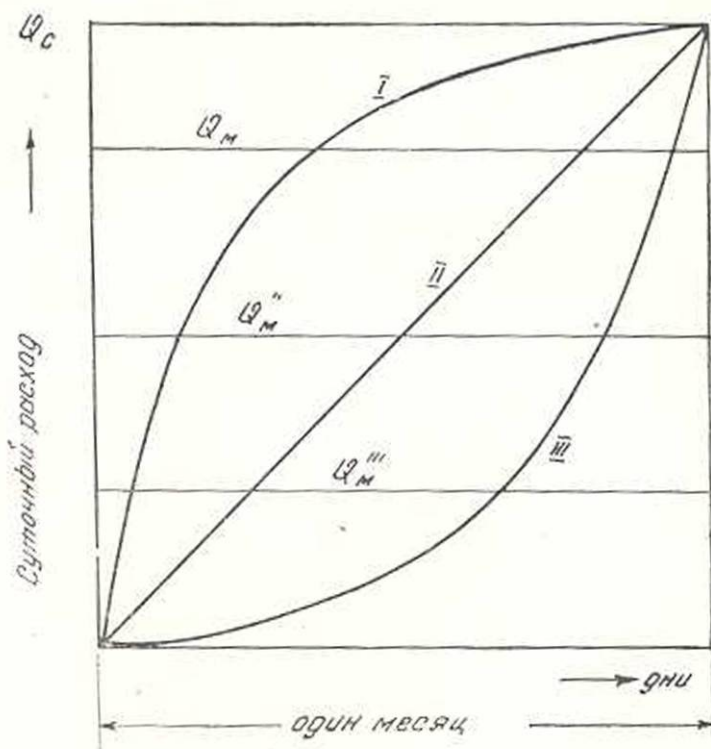
где: $\sum_1^t Q_{сд}$ — сумма среднесуточных расходов в пределах пропускной способности деривации,

t — число дней в месяце,

$Q_{ма}$ — среднемесячный расход воды в реке, ограниченный пропускной способностью деривации (со срезкой по среднемесячному расходу).

Формула (1) показывает, что величина ошибки зависит от неравномерности распределения среднесуточных расходов внутри месяца. При постоянстве расхода в течение всего месяца, ошибка будет

равняться нулю. Из фиг. 1 видно, что если изменение среднесуточных расходов будет изображаться прямой линией, то при $Q_d = Q_m''$, $\Delta_c = 25\%$.



Фиг. 1.

Если кривая I изменения суточных расходов лежит выше прямой II, то Δ_c уменьшается. В обратном случае (кривая III) Δ_c повышается при одной и той же пропускной способности деривации. При одном и том же изменении среднесуточных расходов внутри месяца (см. также фиг. 2) Δ_c будет равняться нулю, если:

$$\text{а) } Q_d \leq Q_{c_{\min}} \text{ и б) } Q_d \geq Q_{c_{\max}}$$

где: Q_d — расчетный (предельный) расход деривации.

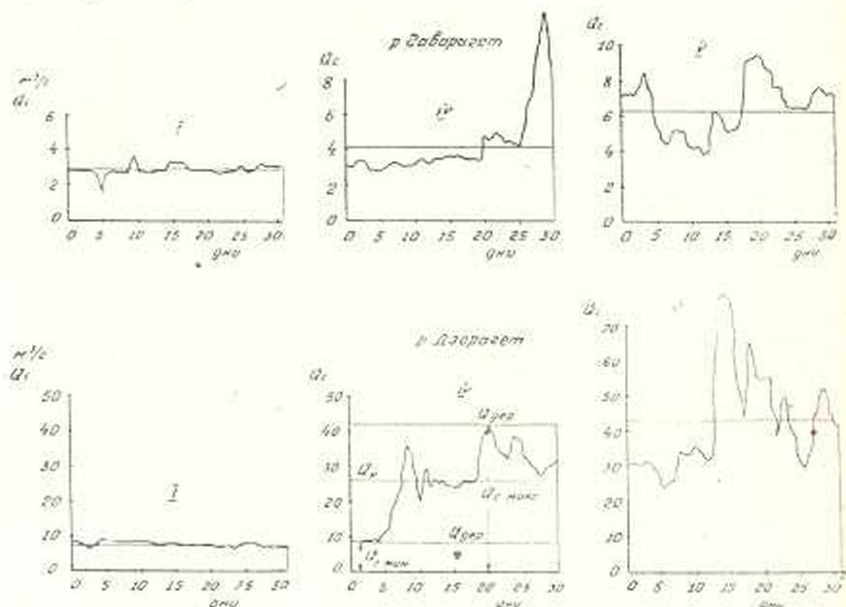
В первом случае используемый средний месячный расход

$$Q_{\text{ис}} = \frac{\sum_1^t Q_{c_d}}{t} = Q_d,$$

т. е. в течение данного месяца по деривации поступает на ГЭС постоянный расход, потому что большие расходы срезаются.

Во втором случае $Q_{ис} = \frac{1}{t} \sum Q_c$, т. е. никакая срезка не имеет

места, и все естественные расходы данного месяца поступают в деривацию (фиг. 2.).



Фиг. 2. Колебание среднесуточных расходов в пределах одного месяца.

При изменении расчетного расхода деривации в пределах $Q_{с мин} \leq Q_d \leq Q_{с макс}$ для одного и того же месяца значение Δ_c тоже меняется.

Из фиг. 3 видно, что когда $Q_d > Q_m$, то формулу (1) можно дать в следующем, более развернутом, виде:

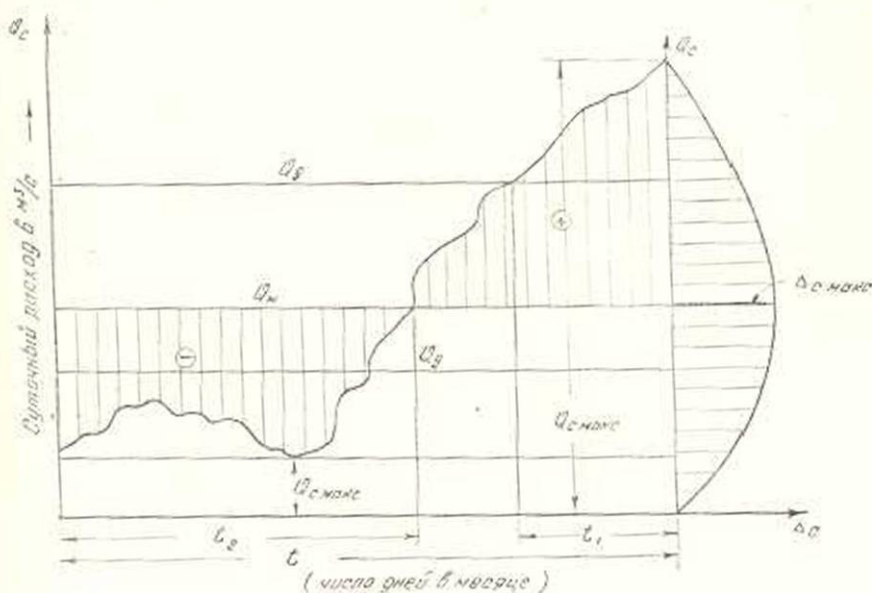
$$\Delta_c = \left[1 - \frac{Q_m t - \sum_{t=t_1}^t (Q_c - Q_d)}{Q_m t} \right], \quad (2)$$

когда $Q_d < Q_m$, то $\Delta_c = \left[1 - \frac{Q_d t - \sum_{t=t_1}^{t_2} (Q_d - Q_c)}{Q_d t} \right]. \quad (3)$

Очевидно, что при $Q_d = Q_m$ формулы (2) и (3) примут одинаковый вид и значение Δ_c будет одинаковым, так как суммы отрицательных и положительных отклонений от Q_m равны друг другу, ибо при этом $t - t_1 = t_2$ и $\sum_{t_1}^t (Q_c - Q_d) = \sum_{t_2}^{t_2} (Q_d - Q_c)$, причем эти суммы выражают величины площадей ниже и выше Q_m .

С другой стороны Δ_c имеет максимальное значение при $Q_d = Q_m$, потому что сумма отклонений при этом получается наибольшей.

Таким образом, при изменении Q_d от $Q_{c\max}$ до $Q_{c\min}$ значение Δ_c меняется от нуля до максимума; при дальнейшем уменьшении Q_d ошибка Δ_c уменьшается до нуля (при $Q_d = Q_{c\min}$).



Фиг. 3.

Следовательно, при использовании среднемесячных расходов значение Δ_c будет зависеть от вида графика среднесуточных расходов в пределах каждого месяца и от отношения расчетного расхода деривации к среднемесячному расходу данного месяца, т. е. от обеспеченности расчетного расхода деривации (p_k).

Для практического применения этого вывода взамен ошибки Δ_c берется поправочный коэффициент $\eta_c = 1 - \Delta_c$, значение которого будет $\leq 1,0$. При этом реальный месячный, возможный к использованию расход на ГЭС по одному году будет: $Q_{ис} = \eta_c Q_m$ при $Q_d > Q_m$ и $Q_{ис} = \eta_c Q_d$ при $Q_d < Q_m$.

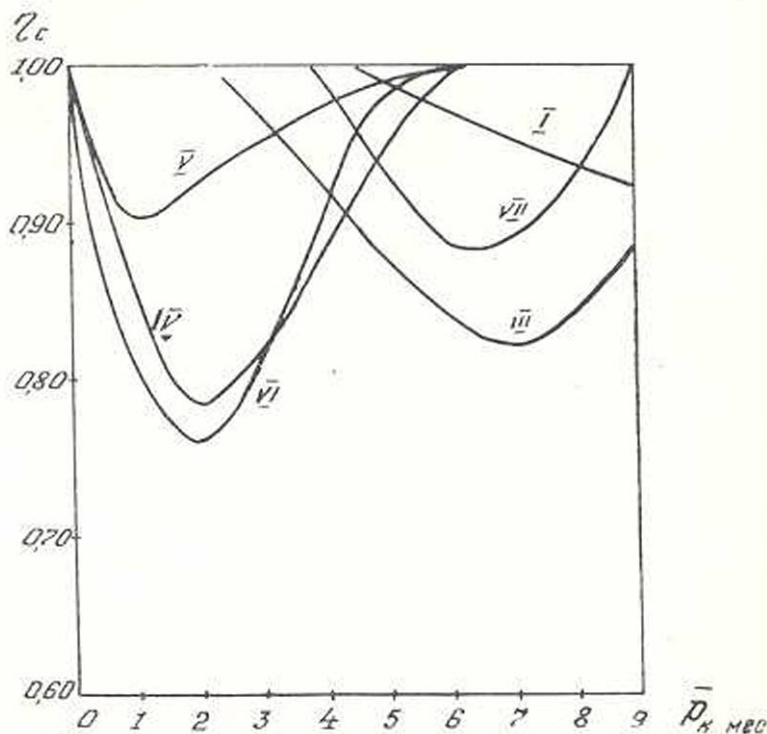
Одновременно η_c принимает значение коэффициента использования: среднемесячного расхода, когда $Q_d > Q_m$, и пропускной способности деривации, когда $Q_d < Q_m$.

На фиг. 4 показан характер изменения значений поправочного коэффициента для некоторых месяцев одного года.

Для каждого года многолетнего ряда значения η_c будут различными, но характер изменения этого коэффициента в зависимости от Q_d для каждого фазово-гидрологического периода (зимние месяцы,

переходные весенние, летне-осенние месяцы и т. д.) будет идентичным.

Из вышесказанного становится очевидным, что в водно-энергетических расчетах для ГЭС, работающих на бытовом стоке реки, при использовании среднемесячных расходов необходимо уточнять расчеты, вводя поправочные коэффициенты, учитывающие изменение среднесуточных расходов внутри месяца.



Фиг. 4. Кривые $\eta_c = f(\bar{P}_k)$ для характерных месяцев.

Способ составления таблиц поправочных коэффициентов при наличии среднемесячных расходов. Водно-энергетические расчеты для получения среднего графика среднемесячных выработок ГЭС, работающих на бытовом стоке реки, производятся при составлении технического проекта по данным для длительного гидрологического ряда и по среднемесячным расходам.

При этом средний многолетний график среднемесячных выработок правильнее определить как среднеарифметический график среднемесячных выработок для всего ряда наблюдений. Ясно, что уточнять расходы или выработку энергии введением поправочного коэффициента η_c по каждому году многолетнего ряда не целесообразно, и необходимо установить среднюю величину коэффициента для всего многолетнего периода, т. е. принять:

$$\eta_c = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Q_{cl}}{t}}{\sum_{i=1}^n Q_{ml}} \quad (4)$$

где: $\frac{\sum_{i=1}^n Q_{cl}}{n}$ — среднемесячный используемый расход ГЭС в пределах пропускной способности деривации, рассчитанной по суточным расходам одного года,
 n — число лет наблюдений,
 $\sum_{i=1}^n Q_{ml}$ — сумма среднемесячных расходов реки, ограниченных пропускной способностью деривации (со срезкой по среднемесячным расходам).

Таким образом, реальный используемый на ГЭС среднемесячный расход в среднем за многолетие будет:

$$Q_{ис} = \eta_c \frac{\sum_{i=1}^n Q_{ml}}{n} \quad (5)$$

Для практического применения поправочных коэффициентов необходимо разработать способ составления расчетных таблиц этих коэффициентов для всех степеней зарегулированности стока рек по всем месяцам и при различных пропускных способностях деривации с использованием среднесуточных расходов за многолетний период по горным рекам с весенним половодьем.

Исследованные реки отличаются друг от друга степенью естественной зарегулированности, характеризующейся коэффициентом $\bar{\varphi}_0^*$, что является главной характеристикой рек вышеуказанного типа [5].

Исследованы следующие реки Армянской ССР:

1. Дзыкнагет $\bar{\varphi}_0=0,477$ $n=8$ лет	4. Дзорагет $\bar{\varphi}_0=0,720$ $n=11$ лет
2. Агстев " 0,590 " 11 "	5. Азат " 0,793 " 8 "
3. Памбак " 0,656 " 10 "	6. Гаварагет " 0,872 " 10 "

Рассмотренные реки являются характерными с точки зрения степени зарегулированности стока.

Для каждой степени зарегулированности и для различных пропускных способностей дериваций по месяцам получены значения η_c и

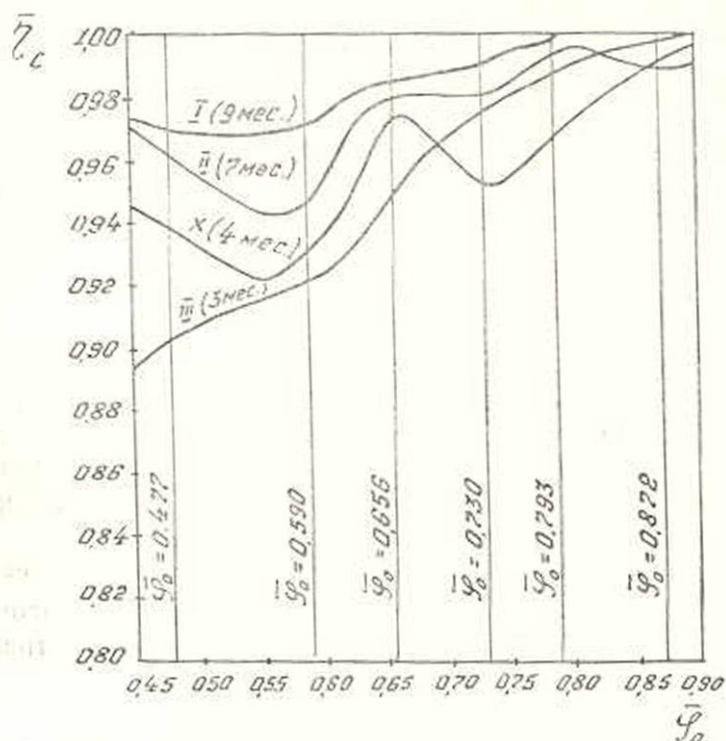
* $\bar{\varphi}_0$ — отношение площади части гидрографа, ограниченной средним расходом к полной его площади.

$\bar{\eta}_c$. Обеспеченность расчетного расхода взята с месячными интервалами по многолетней кривой обеспеченности среднесуточных расходов.

Обеспеченности в процентах приведены к продолжительностям, выраженным в месяцах с интервалами в один месяц. $\bar{p}_k$ меняется от 1 до 9 мес.

Анализ полученных коэффициентов $\bar{\eta}_c$ для рассмотренных рек показал, что значение их для различных рек зависит от коэффициентов естественной зарегулированности ($\bar{\varphi}_0$), который, как показали наши исследования, характеризует зарегулированность реки для всех интервалов (месяц, сезон, год, многолетие).

На фиг. 5 приведен график изменения $\bar{\eta}_c$ в зависимости от $\bar{\varphi}_0$ для различных месяцев и пропускных способностей деривации.



Примечание. Цифры в скобках показывают обеспеченность Q деривации

Фиг. 5. Зависимость $\bar{\eta}_c$ от коэффициента естественной зарегулированности ($\bar{\varphi}_0$) реки.

Кривые $\bar{\eta}_c = f_1(\bar{\varphi}_0)$ весьма разнообразны; они изменяются для различных месяцев и пропускных способностей деривации в ту или иную сторону и могут иметь максимум. Это говорит о том, что сток данного месяца может быть более зарегулированным. Но в

связи с тем, что Q_d близко подходит к Q_m , коэффициент $\bar{\eta}_c$ получается меньше, чем для месяца с менее зарегулированным стоком.

На основании анализа графиков $\bar{\eta}_c = f_1(\bar{\varphi}_0)$ для всех месяцев года и для различных значений $\bar{p}_k$ составлены расчетные таблицы для трех основных степеней зарегулированности рек Армянской ССР при $\bar{\varphi}_0 < 0,60$, $\bar{\varphi}_0 = 0,60 - 0,75$ и $\bar{\varphi}_0 > 0,75$ (см. таблицу 1).

Таблица 1

Значения поправочных коэффициентов $\bar{\eta}_c$
Слабо зарегулированные реки ($\bar{\varphi}_0 < 0,60$)

$\bar{p}_k$	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	1,00	1,00	0,99	0,92	0,93	0,94	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	1,00	0,99	0,94	0,90	0,99	0,93	0,96	1,00	0,99	0,94	0,95	1,00
3	1,00	0,98	0,92	0,86	1,00	0,94	0,95	1,00	0,97	0,93	0,91	1,00
4	1,00	0,97	0,91	0,95	1,00	0,96	0,97	0,98	0,95	0,92	0,96	1,00
5	0,99	0,96	0,91	0,96	1,00	0,98	0,98	0,97	0,96	0,93	0,97	0,98
6	0,98	0,95	0,92	0,96	1,00	0,99	0,98	0,96	0,96	0,94	0,98	0,98
7	0,98	0,94	0,93	0,97	1,00	1,00	0,98	0,95	0,97	0,95	0,98	0,97
8	0,98	0,96	0,94	0,98	1,00	1,00	0,99	0,97	0,97	0,96	0,98	0,96
9	0,97	0,98	0,95	0,99	1,00	1,00	1,00	0,98	0,98	0,97	0,98	0,99

Средне-зарегулированные реки ($\bar{\varphi}_0 = 0,60 - 0,75$)

$\bar{p}_k$	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	1,00	1,00	1,00	0,90	0,92	0,94	0,95	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	1,00	1,00	0,99	0,89	0,98	0,93	0,95	1,00	0,99	1,00	0,98	1,00
3	1,00	1,00	0,97	0,92	0,99	0,96	0,94	1,00	0,97	0,98	0,97	1,00
4	1,00	1,00	0,95	0,94	1,00	0,99	0,96	0,99	0,97	0,95	0,97	1,00
5	0,99	1,00	0,94	0,97	1,00	0,99	0,96	0,99	0,96	0,98	0,98	0,99
6	0,99	0,99	0,94	0,99	1,00	0,99	0,97	0,98	0,96	0,99	0,99	0,98
7	0,99	0,98	0,95	0,99	1,00	1,00	0,98	0,97	0,97	0,99	0,99	0,98
8	0,99	0,97	0,96	0,99	1,00	1,00	0,99	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99
9	0,99	0,97	0,97	0,99	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	1,00	1,00	0,99

Сильно зарегулированные реки ($\bar{\varphi}_0 > 0,75$)

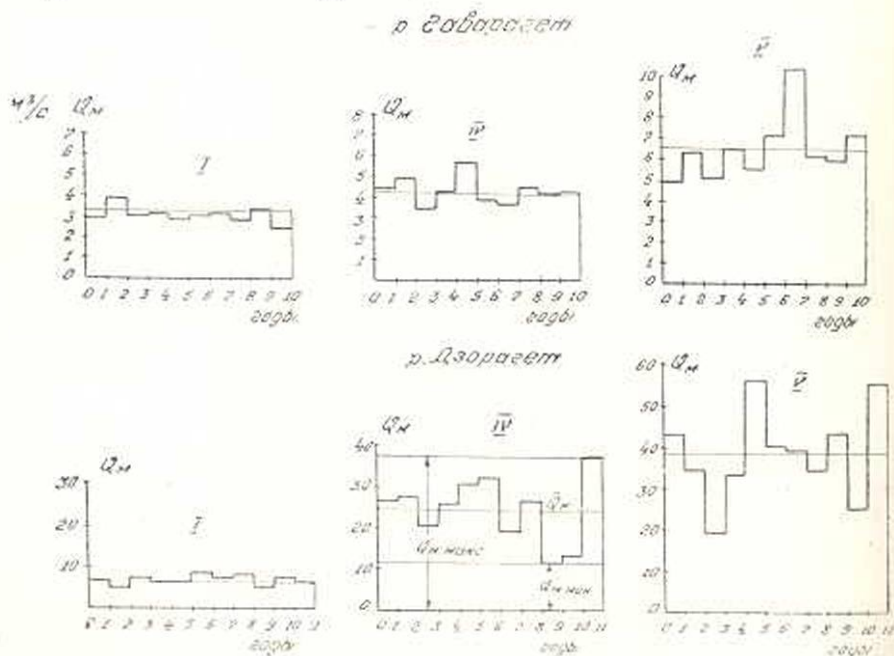
$\bar{p}_k$	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	1,00	1,00	1,00	0,89	0,97	0,95	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	1,00	1,00	1,00	0,93	0,98	0,98	0,99	1,00	0,99	1,00	0,99	0,99
3	1,00	0,99	0,99	0,98	0,99	1,00	0,98	0,99	0,98	0,97	0,99	0,99
4	1,00	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	0,97	0,98	0,98	0,97	0,98	0,98
5	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	0,97	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99
6	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	0,97	0,98	0,98	0,99	1,00	0,99
7	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	0,97	0,97	0,98	1,00	1,00	1,00
8	0,98	1,00	0,99	1,00	1,00	1,00	0,98	0,98	0,99	1,00	1,00	1,00
9	1,00	1,00	0,99	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00

В таблице 1 значения $\bar{\eta}_c$ несколько округлены и даны с точностью до 1%, хотя есть возможность дать их с точностью до 0,1%.

Из таблицы видно, что поправочный коэффициент особенно необходимо учитывать для переходных месяцев половодья, а также для летне-осеннего периода, когда $\bar{\eta}_c = 0,98-0,85$. В зимние же месяцы $\bar{\eta}_c$ колеблется от 1,00 до 0,95.

Способ составления таблиц поправочных коэффициентов при наличии среднемесячных расходов по среднему году. Для предварительных стадий проектирования гидроэлектростанций расчетные графики среднемесячных выработок получают на основе среднего фиктивного (среднеарифметического) года или по реальному гидрологическому году. К такому способу часто прибегают также потому, что для большинства рек, не имеющих данных гидрологических наблюдений, имеются только восстановленные фиктивные гидрографы среднемесячных расходов.

Как указывалось выше, применение такого гидрографа приводит к графику ГЭС, дающему увеличенную выработку, потому что в этих графиках имеется искажение вследствие осреднения не только суточных расходов внутри месяца, но и среднемесячных расходов за многолетие (фиг. 6).



Фиг. 6. Колебания среднемесячных расходов за многолетие.

Влияние первого осреднения было рассмотрено выше.

Поправочный коэффициент для второго осреднения (среднемесячных расходов за многолетие) будет выражаться так:

$$\eta_m = \frac{\sum_{i=1}^n Q_{m,i}}{n \cdot \bar{Q}_m}, \quad (6)$$

где: $\sum_{i=1}^n Q_{m,i}$ — сумма среднемесячных расходов за многолетний период в пределах пропускной способности дериваций, $\bar{Q}_m$ — среднемесячный расход для средне-многолетнего (фиктивного) года, меньший пропускной способности дериваций.

Для всего периода по каждому месяцу получается одна кривая изменения $\eta_m = f(\bar{p}_k)$, характер которой зависит от колебаний среднемесячных расходов за многолетие.

Максимальное же значение η_m получается при $Q_d = \bar{Q}_m$, как и в случае осреднения суточных расходов за месяц (см. формулу 2).

Таким образом, поправочный коэффициент, учитывающий оба осреднения, равен:

$$\bar{\eta}_{cm} = \bar{\eta}_c \cdot \eta_m, \quad (7)$$

значит $\bar{\eta}_{cm} \leq \bar{\eta}_c$, так как $\eta_m \leq 1,00$.

После получения для тех же степеней зарегулированности $\bar{\varphi}_0$ и периодов n значений $\bar{\eta}_{cm}$, построены графики зависимости $\bar{\eta}_{cm} = f_2(\bar{\varphi}_0)$, аналогично графикам $\bar{\eta}_c = f_1(\bar{\varphi}_0)$.

На основании этих зависимостей составлена вторая расчетная таблица 2 для тех же степеней зарегулированности $\bar{\varphi}_0$ и $\bar{p}_k$.

Отсюда, используемый на ГЭС среднемесячный расход, исчисленный по данным фиктивного года, будет:

$$Q_{ис} = \bar{\eta}_{cm} Q_d \quad \text{при } Q_d < \bar{Q}_m, \quad (8)$$

$$Q_{ис} = \bar{\eta}_{cm} \cdot \bar{Q}_m \quad \text{при } Q_d > \bar{Q}_m. \quad (9)$$

Здесь $\bar{Q}_m$ — среднемесячный расход фиктивного года.

Поправочные коэффициенты $\bar{\eta}_c$ и $\bar{\eta}_{cm}$ для всех степеней зарегулированности ($\bar{\varphi}_0$) и обеспеченности пропускных способностей деривации ($\bar{p}_k$) меняются от 1,00 до значений, приведенных в таблице 3.

Предельные же значения $\bar{\eta}_c$ и $\bar{\eta}_{cm}$ для различных месяцев получаются при различных $\bar{p}_k$, как доказано было выше, при значениях $Q_d = \bar{Q}_m$, т. е. для зимних месяцев при низких Q_d (высокая обеспеченность), для весенних месяцев при высоких Q_d (низкая обеспеченность) и для переходных летне-осенних месяцев — при средних значениях Q_d (средняя обеспеченность).

Таблица 2

Значения поправочных коэффициентов $\bar{\gamma}_{\text{см}}$ Слабо зарегулированные реки ($\bar{\gamma}_0 < 0,60$)

$\bar{P}_k$	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	1,00	1,00	1,00	0,82	0,86	0,89	0,94	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	1,00	0,99	0,96	0,80	0,95	0,80	0,96	1,00	0,99	0,93	0,94	1,00
3	1,00	0,98	0,90	0,89	1,00	0,89	0,92	1,00	0,97	0,88	0,87	1,00
4	1,00	0,96	0,84	0,94	1,00	0,95	0,86	0,98	0,93	0,82	0,84	1,00
5	0,97	0,92	0,76	0,95	1,00	0,98	0,88	0,94	0,89	0,81	0,85	0,97
6	0,93	0,86	0,80	0,86	1,00	0,99	0,93	0,86	0,86	0,82	0,86	0,93
7	0,89	0,82	0,84	0,97	1,00	1,00	0,97	0,83	0,83	0,85	0,88	0,89
8	0,88	0,84	0,87	0,93	1,00	1,00	0,98	0,88	0,85	0,89	0,91	0,87
9	0,89	0,86	0,92	0,99	1,00	1,00	1,00	0,97	0,92	0,95	0,94	0,89

Средне-зарегулированные реки ($\bar{\gamma}_0 = 0,60 - 0,75$)

$\bar{P}_k$	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	1,00	1,00	1,00	0,89	0,84	0,90	0,97	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	1,00	1,00	0,99	0,83	0,97	0,86	0,90	1,00	0,99	1,00	0,98	1,00
3	1,00	1,00	0,96	0,88	0,99	0,92	0,83	0,99	0,97	0,98	0,96	1,00
4	1,00	1,00	0,95	0,94	1,00	0,97	0,87	0,97	0,95	0,94	0,91	1,00
5	0,99	1,00	0,91	0,97	1,00	0,95	0,92	0,95	0,92	0,91	0,90	0,96
6	0,99	0,98	0,86	0,99	1,00	0,99	0,95	0,93	0,90	0,89	0,88	0,94
7	0,98	0,96	0,88	0,99	1,00	0,93	0,98	0,96	0,92	0,91	0,90	0,95
8	0,97	0,95	0,92	0,99	1,00	0,99	0,99	0,97	0,95	0,95	0,94	0,97
9	0,96	0,92	0,96	0,99	1,00	1,00	1,00	0,97	0,98	0,98	0,97	0,98

Сильно зарегулированные реки ($\bar{\gamma}_0 > 0,75$)

$\bar{P}_k$	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	1,00	1,00	1,00	0,85	0,97	0,93	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	1,00	1,00	1,00	0,88	0,98	0,97	0,98	1,00	0,99	1,00	0,98	0,99
3	1,00	0,99	0,92	0,98	0,99	1,00	0,90	0,95	0,98	0,92	0,94	0,99
4	1,00	0,98	0,91	0,99	1,00	1,00	0,89	0,92	0,94	0,93	0,97	0,98
5	0,97	0,98	0,93	0,99	1,00	1,00	0,92	0,91	0,95	0,96	0,93	0,98
6	0,96	0,97	0,95	1,00	1,00	1,00	0,94	0,94	0,95	0,98	0,93	0,98
7	0,95	0,96	0,97	1,00	1,00	1,00	0,97	0,96	0,97	1,00	1,00	0,99
8	0,97	0,96	0,98	1,00	1,00	1,00	0,98	0,97	0,98	1,00	1,00	0,99
9	0,98	0,98	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	0,98	0,98	1,00	1,00	0,99

Таблица 3

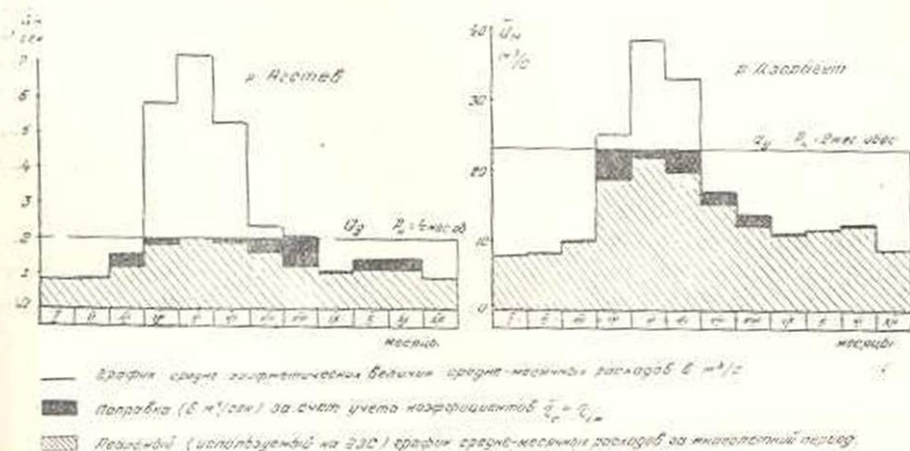
Коэффициент	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
$\bar{\gamma}_{\text{с}}$	0,97	0,94	0,91	0,86	0,90	0,92	0,94	0,95	0,95	0,92	0,91	0,96
$\bar{\gamma}_{\text{см}}$	0,88	0,82	0,77	0,80	0,84	0,80	0,83	0,83	0,83	0,81	0,84	0,87

Применение таблиц поправочных коэффициентов для выбора расчетного графика ГЭС. На основании всего сказанного выбор

средне-многолетнего графика ГЭС по месячным величинам производится следующим образом.

При наличии среднемесячных расходов за ряд лет требуемый расчетный график, который характеризует среднюю за многолетие выработку каждого месяца, получается как график среднеарифметических величин среднемесячных выработок за большой ряд лет. Затем, в зависимости от значения коэффициентов $\bar{\eta}_c$ и $\bar{\eta}_k$, согласно таблице 1, подбирается $\bar{\eta}_c$ и по формуле (5) подсчитывается значение $Q_{ис}$. С целью сокращения объема вычислений при предварительных расчетах можно расчетный график получить из графика по среднему году, учитывая в этом случае только коэффициент $\bar{\eta}_{см}$ согласно таблице 2.

На фиг. 7 приведены примеры учета поправочных коэффициентов $\bar{\eta}_{см}$ по двум рекам Армянской ССР при различных обеспеченностях расчетного расхода деривации.



Фиг. 7. Примеры учета поправочных коэффициентов ($\bar{\eta}_{см}$) при установлении средне-многолетнего графика расходов.

Проверка полученных таблиц для коэффициентов $\bar{\eta}_c$ и $\bar{\eta}_{см}$ по рекам Армянской ССР показала надежность и точность рекомендуемых таблиц и их пригодность для практических расчетов.

Необходимо подчеркнуть, что рекомендуемый способ является обобщенным для любых условий питания горных рек. Что касается таблиц поправочных коэффициентов, полученных на основе материалов по рекам Армянской ССР, то они имеют практическое значение для рассматриваемых условий и дают представление о размерах и характерах допускаемых при обычном проектировании ошибок.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Егизаров И. В. Гидроэлектрические силовые установки, ч. I. Энергоиздат, Л.—М., 1934.
2. Кочерин Д. И. Вопросы инженерной гидрологии. Энергоиздат, 1932.
3. Мостков М. А. Основы теории гидроэнергетического проектирования. Госэнергоиздат, М.—Л., 1949.
4. Потапов М. В. Сочинения, том III. Сельхозгиз, М., 1951.
5. Торгомян М. С. Известия АН Армянской ССР (серия ФМЕТ наук), т. IV, № 4, 1951.

Մ. Ս. Թորգոմյան

ԱՄՍՎԱ ԵԼՔԵՐԻ ՄԻՋԻՆԱՑՄԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԶԿԱՐԳԱՎՈՐՎԱԾ
ՀԻԴՐՈԿԱՅԱՆԻ ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ՀԱՇՎԱՅԻՆ ԱՐՏԱԴՐԱՆՔԻ ԶԱՓԻ ՎՐԱ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում քննարկվում է էլեկտրաէներգիայի արտադրանքի հաշվարկման սխալը, որը ստացվում է գետի ամրիա ելքերի միջինացման հեռանկարով, որոնց հիման վրա նախագծվում է չկարգավորված հիդրոէլեկտրակայանը:

Այդ նպատակով հեղինակը կատարել է միջինացման սխալի վերլուծությունը, ցույց տալով, որ այդ սխալը զգալի է և անհրաժեշտ է այն հաշվի առնել նախագծման պրակտիկայում:

Կազմված են ճշման գործակիցների հաշվային աղյուսակներ, որոնք հնարավորություն են տալիս ստանալու հիդրոէկայանի ամսական արտադրանքի հաշվային դրաֆիկը, որն ստացվում է յուրաքանչյուր ամսվա, ինչպես և ամբողջ տարվա համար, միջին բազմամյա արտադրանքը, հաշվի առնելով գերվաղիայի թողարկման ունակությունը: