

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. А. Амбарцумян

Температурные напряжения в слоистых анизотропных оболочках¹

1. *Основные формулы и соотношения.* Рассмотрим тонкую многослойную оболочку, собранную из нечетного числа однородных ортотропных слоев, симметрично расположенных относительно срединной поверхности оболочки.

Под симметричностью понимаем как геометрическую симметричность, так и симметричность упругих свойств.

Предполагается также, что все слои при деформировании остаются упругими и работают совместно, т. е. скольжения слоев по поверхностям контакта невозможны.

Пусть α и β являются криволинейными, ортогональными координатами, совпадающими с линиями главной кривизны срединной поверхности, γ — расстояние по нормали от точки (α, β) координатной поверхности до точки (α, β, γ) оболочки.

Как известно, ортотропные материалы обладают тремя взаимно перпендикулярными плоскостями упругой симметрии. Пусть одна из плоскостей упругой симметрии материала каждого слоя будет параллельна срединной поверхности оболочки, а остальные две перпендикулярны к координатным линиям $\alpha = \text{const}$, $\beta = \text{const}$.

Пусть оболочка подвергается действию температуры. В этом случае обобщенный закон Гука для m -го слоя оболочки примет следующий вид [1]

$$\begin{aligned} e_{\alpha}^m &= b_{11}^m \sigma_{\alpha}^m + b_{12}^m \sigma_{\beta}^m + b_{13}^m \sigma_{\gamma}^m + \alpha_1^m t, \\ e_{\beta}^m &= b_{21}^m \sigma_{\alpha}^m + b_{22}^m \sigma_{\beta}^m + b_{23}^m \sigma_{\gamma}^m + \alpha_2^m t, \\ e_{\gamma}^m &= b_{31}^m \sigma_{\alpha}^m + b_{32}^m \sigma_{\beta}^m + b_{33}^m \sigma_{\gamma}^m + \alpha_3^m t, \\ e_{\beta\gamma}^m &= b_{44}^m \tau_{\beta\gamma}^m, \quad e_{\alpha\gamma}^m = b_{55}^m \tau_{\alpha\gamma}^m, \quad e_{\alpha\beta}^m = b_{66}^m \tau_{\alpha\beta}^m. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь, как известно:

$$b_{11}^m = \frac{1}{E_{\alpha}^m}, \quad b_{22}^m = \frac{1}{E_{\beta}^m}, \quad b_{33}^m = \frac{1}{E_{\gamma}^m},$$

¹ Основные положения работы доложены на Всесоюзном совещании по теории упругости, теории пластичности и строительной механике в декабре 1950 года в Институте механики Академии наук СССР.

$$b_{44}^m = \frac{1}{G_{\beta 1}^m}, \quad b_{55}^m = \frac{1}{G_{\alpha 7}^m}, \quad b_{66}^m = \frac{1}{G_{\alpha 3}^m}, \quad (1.2)$$

$$\mu_{1\beta}^m = -\frac{b_{23}^m}{b_{33}^m}, \quad \mu_{\alpha 7}^m = -\frac{b_{31}^m}{b_{11}^m}, \quad \mu_{\beta\alpha}^m = -\frac{b_{12}^m}{b_{22}^m},$$

где E_i^m , G_{ik}^m , μ_{ik}^m — «технические постоянные» материала каждого слоя оболочки.

Остальные коэффициенты определяются исходя из симметрии матрицы коэффициентов b_{ik} .

α_i^m — коэффициенты температурного расширения.

Принимаем, что температура по толщине оболочки меняется по линейному закону, а именно:

$$t = t_0(\alpha, \beta) + \frac{\gamma}{2\delta} \Delta t(\alpha, \beta), \quad (1.3)$$

где 2δ — толщина оболочки, $t_0 = \frac{1}{2}(t' + t'')$ — средняя температура элемента оболочки, $\Delta t = t' - t''$ — нормальный перепад температуры.

Здесь $t' = t'(\alpha, \beta)$, $t'' = t''(\alpha, \beta)$ — заданные температуры соответственно на внешней ($\gamma = \delta$) и внутренней ($\gamma = -\delta$) поверхностях оболочки.

Как основную предпосылку, для всего пакета оболочки в целом, принимаем гипотезу недеформируемых нормалей, согласно которой нормальный к срединной поверхности прямолинейный элемент оболочки, после деформации, остается прямолинейным, нормальным к срединной поверхности и сохраняет свою первоначальную длину [2, 3].

Строго говоря, эта гипотеза не вполне справедлива и безоговорочно не применима к слоистым анизотропным оболочкам, в особенности у свободных краев ее. Однако, как явствует из исследований [4, 5, 6, 7], дополнительные погрешности основной гипотезы, связанные со слоистостью оболочки, локализованы вблизи свободных краев и в случае, когда оболочка достаточно тонка $\left(\frac{h}{R} \leq \frac{1}{30}\right)$,

h — толщина оболочки, R — минимальный радиус кривизны срединной поверхности оболочки) и отношения модулей упругости отдельных слоев не превышают 10—15, гипотеза недеформируемых нормалей в первом приближении применима и в случае анизотропной слоистой оболочки.

В силу основной гипотезы, в уравнениях (1.1), пренебрегая напряжениями σ_i^m , получим:

$$\sigma_\alpha^m = B_{11}^m e_\alpha^m + B_{12}^m e_\beta^m - (B_{11}^m \alpha_1^m + B_{12}^m \alpha_2^m) t,$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\beta}^m &= B_{22}^m e_{\beta}^m + B_{12}^m e_{\alpha}^m - (B_{22}^m \alpha_2^m + B_{12}^m \alpha_1^m) t, \\ \tau_{\alpha\beta}^m &= B_{66}^m e_{\alpha\beta}^m,\end{aligned}\quad (1.4)$$

где, в силу (1.2), как известно [1, 8]:

$$\begin{aligned}B_{11}^m &= \frac{E_{\alpha}^m}{1 - \mu_1^m \mu_2^m}, \quad B_{22}^m = \frac{E_{\beta}^m}{1 - \mu_1^m \mu_2^m}, \\ B_{12}^m &= \frac{\mu_2^m E_{\alpha}^m}{1 - \mu_1^m \mu_2^m} = \frac{\mu_1^m E_{\beta}^m}{1 - \mu_1^m \mu_2^m}, \quad B_{66}^m = G_{\alpha\beta}^m, \\ \mu_1^m &= \mu_{\alpha\beta}^m, \quad \mu_2^m = \mu_{\beta\alpha}^m.\end{aligned}\quad (1.5)$$

Остальные три составляющие тензора напряжений, $\tau_{\alpha\gamma}^m$, $\tau_{\beta\gamma}^m$ и σ_{γ}^m , как показали наши исследования [5, 6], расчетного интереса не представляют и поэтому ими не будем интересоваться вовсе.

Учитывая, что в силу основной гипотезы:

$$e_{\alpha}^m = \varepsilon_1 + \gamma z_1, \quad e_{\beta}^m = \varepsilon_2 + \gamma z_2, \quad e_{\alpha\beta}^m = \omega + \gamma \tau, \quad (1.6)$$

где, как известно [2, 9]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} v + k_1 w, \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} u + k_2 w, \\ \omega &= \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) + \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right)\end{aligned}\quad (1.7)$$

являются относительными удлинениями и сдвигом срединной поверхности, а

$$\begin{aligned}z_1 &= -\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - \frac{u}{R_1} \right) - \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} - \frac{v}{R_2} \right), \\ z_2 &= -\frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} - \frac{v}{R_2} \right) - \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - \frac{u}{R_1} \right), \\ \tau &= -\frac{2}{AB} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} - \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right) + \\ &+ \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \left[\frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) - \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right) \right]\end{aligned}\quad (1.8)$$

являются параметрами, характеризующими изменения кривизны и кручения срединной поверхности. Обозначив приведенный коэффициент температурного расширения через

$$\bar{\rho}_i^m = B_{11}^m \alpha_1^m + B_{21}^m \alpha_2^m, \quad (1.9)$$

а также учитывая (1.3), для напряжений из (1.4) получим:

$$\begin{aligned}\sigma_x^m &= B_{11}^m \varepsilon_1 + B_{12}^m \varepsilon_2 - \beta_1^m t_0 + \gamma \left(B_{11}^m x_1 + B_{12}^m x_2 - \beta_1^m \frac{\Delta t}{2\delta} \right), \\ \sigma_y^m &= B_{22}^m \varepsilon_2 + B_{12}^m \varepsilon_1 - \beta_2^m t_0 + \gamma \left(B_{22}^m x_2 + B_{12}^m x_1 - \beta_2^m \frac{\Delta t}{2\delta} \right), \\ \tau_{xy}^m &= B_{66}^m \omega + \gamma B_{66}^m \tau.\end{aligned}\quad (1.10)$$

Эти напряжения вызывают статически им эквивалентные усилия и моменты [2, 10], которые, с точностью основной гипотезы, определяются посредством следующих формул; для тангенциальных усилий:

$$\begin{aligned}T_1 &= C_{11} \varepsilon_1 + C_{12} \varepsilon_2 - C_{1t} t_0, \\ T_2 &= C_{22} \varepsilon_2 + C_{12} \varepsilon_1 - C_{2t} t_0, \\ S &= C_{66} \omega,\end{aligned}\quad (1.11)$$

где

$$C_{ik} = 2 \left[B_{ik}^{n+1} \delta_{n+1} + \sum_{m=1}^n B_{ik}^m (\delta_m - \delta_{m+1}) \right], \quad (1.12)$$

$$C_{it} = 2 \left[\beta_i^{n+1} \delta_{n+1} + \sum_{m=1}^n \beta_i^m (\delta_m - \delta_{m+1}) \right], \quad (1.13)$$

для моментов:

$$\begin{aligned}G_1 &= - \left(D_{11} x_1 + D_{12} x_2 - D_{1t} \frac{\Delta t}{2\delta} \right), \\ G_2 &= - \left(D_{22} x_2 + D_{12} x_1 - D_{2t} \frac{\Delta t}{2\delta} \right),\end{aligned}\quad (1.14)$$

где

$$D_{ik} = \frac{2}{3} \left[B_{ik}^{n+1} \delta_{n+1}^3 + \sum_{m=1}^n B_{ik}^m (\delta_m^3 - \delta_{m+1}^3) \right], \quad (1.15)$$

$$D_{it} = \frac{2}{3} \left[\beta_i^{n+1} \delta_{n+1}^3 + \sum_{m=1}^n \beta_i^m (\delta_m^3 - \delta_{m+1}^3) \right]. \quad (1.16)$$

Здесь введены следующие обозначения [8, 6, 11]: число слоев — $(2n+1)$ (крайние слои имеют номера 1 и $(2n+1)$, средний слой имеет номер $(n+1)$ и является m по счету), $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n+1}$ — расстояния от срединной поверхности до границ слоев.

Приведем уравнения равновесия при $X=Y=Z=0$ [2, 9]:

$$\frac{\partial}{\partial x} (B T_1) - T_2 \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \beta} (A S) + S \frac{\partial A}{\partial \beta} + A B \frac{N_1}{R_1} = 0,$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \beta} (AT_2) - T_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} + \frac{\partial}{\partial \alpha} (BS) + S \frac{\partial B}{\partial \alpha} + AB \frac{N_2}{R_2} &= 0, \\
-\left(\frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2}\right) + \frac{1}{AB} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} (BN_1) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AN_2) \right] &= 0, \\
\frac{\partial}{\partial \alpha} (BH) + H \frac{\partial B}{\partial \alpha} - \frac{\partial}{\partial \beta} (AG_2) + G_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} - ABN_2 &= 0, \\
\frac{\partial}{\partial \beta} (AH) + H \frac{\partial A}{\partial \beta} - \frac{\partial}{\partial \alpha} (BG_1) + G_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} - ABN_1 &= 0,
\end{aligned} \quad (1.17)$$

и уравнения неразрывности деформаций [12], из которых нас будет интересоваться:

$$\begin{aligned}
\frac{\varepsilon_1}{R_2} + \frac{\varepsilon_2}{R_1} + \frac{1}{AB} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left\{ \frac{1}{A} \left[B \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \alpha} + \frac{\partial B}{\partial \alpha} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - \frac{A}{2} \frac{\partial \omega}{\partial \beta} - \frac{\partial A}{\partial \beta} \omega \right] \right\} + \\
+ \frac{1}{AB} \frac{\partial}{\partial \beta} \left\{ \frac{1}{B} \left[A \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \beta} + \frac{\partial A}{\partial \beta} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - \frac{B}{2} \frac{\partial \omega}{\partial \alpha} - \frac{\partial B}{\partial \alpha} \omega \right] \right\} = 0. \quad (1.18)
\end{aligned}$$

Аналогично соотношениям (1.7) и (1.8), уравнения (1.17) и (1.18) ничем не отличаются от соответствующих уравнений и соотношений «статической» задачи [13].

2. *Оболочки вращения.* Положение какой-либо точки М на срединной поверхности оболочки вращения будем определять углом φ , являющимся азимутом плоскости, проведенной через точку М и ось вращения z и меридиональной дугой s [14].

Для данной системы координат главные кривизны поверхности будут:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{d\alpha}{ds}, \quad \frac{1}{R_2} = \frac{\cos \alpha}{r}, \quad (2.1)$$

где R_1 — радиус кривизны меридиана, R_2 — радиус кривизны нормального сечения, r — радиус кривизны параллельного круга, α — угол между радиусом кривизны нормального сечения и радиусом кривизны параллельного круга.

В принятой системе координат параметры первой квадратичной формы определяются формулами [14, 10]:

$$A = 1, \quad B = r, \quad \frac{dB}{ds} = -\sin \alpha. \quad (2.2)$$

Здесь следует отметить, что принятая система координат и метод решения задач настоящего параграфа в основном аналогичны системе и методу, использованным А. И. Лурье [14] для решения задач изотропных симметрично нагруженных оболочек вращения.

Полагая, что температура t и граничные условия являются функциями лишь координаты s , получим задачу симметричного напряженного состояния оболочки вращения, для которой,

$$S = 0, \quad H = 0, \quad N_2 = 0. \quad (2.3)$$

В этом случае уравнения равновесия (1.17) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} (rT_1) + T_2 \sin \alpha + \frac{r}{R_1} N_1 &= 0, \\ - \left(\frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} \right) + \frac{1}{r} \frac{d}{ds} (rN_1) &= 0, \\ \frac{d}{ds} (rG_1) + G_2 \sin \alpha + rN_1 &= 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Принимая:

$$T_2 = \frac{dV}{ds}, \quad T_1 = -\frac{\sin \alpha}{r} V, \quad N = \frac{\cos \alpha}{r} V, \quad (2.5)$$

тождественно удовлетворим первым двум уравнениям равновесия (2.4), при этом третье уравнение примет вид:

$$\frac{d}{ds} (rG_1) + G_2 \sin \alpha + V \cos \alpha = 0. \quad (2.6)$$

Принимая $W = \frac{dw}{ds} - \frac{u}{R_1}$, из соотношений (1.7) и (1.8), для деформаций и изменений кривизны получим:

$$\varepsilon_1 = \frac{du}{ds} + \frac{1}{R_1} w, \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{r} (w \cos \alpha - u \sin \alpha), \quad (2.7)$$

$$\kappa_1 = -\frac{dW}{ds}, \quad \kappa_2 = W \frac{\sin \alpha}{r}.$$

Подставляя значения ε_1 и ε_2 из (2.7) в (1.18), после некоторых преобразований получим известное уравнение неразрывности для симметрично нагруженной оболочки вращения:

$$r \frac{d\varepsilon_2}{ds} - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \sin \alpha - W \cos \alpha = 0. \quad (2.8)$$

Решая совместно первые два соотношения (1.1!) относительно деформаций, при этом учитывая (2.7), получим:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= -\frac{C_{22}}{\Omega} \frac{\sin \alpha}{r} V - \frac{C_{12}}{\Omega} \frac{dV}{ds} + \frac{C_{22}C_{11} - C_{12}C_{21}}{\Omega} t_0, \\ \varepsilon_2 &= \frac{C_{11}}{\Omega} \frac{dV}{ds} + \frac{C_{12}}{\Omega} \frac{\sin \alpha}{r} V + \frac{C_{11}C_{21} - C_{12}C_{11}}{\Omega} t_0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Подставляя, с учетом (2.7), значения изгибающих моментов (1.14) и деформаций (2.9) в уравнения (2.6) и (2.8), получим следующую систему уравнений:

$$L_d(W) - \frac{D_{12}}{D_{11}} \frac{1}{R_1 R_2} W + \frac{1}{D_{11}} \frac{1}{R_2} V = -\frac{D_{11}}{D_{11}} \frac{d}{ds} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right) - \frac{D_{21} - D_{11}}{D_{11}} \frac{\Delta t \sin \alpha}{2\delta r},$$

$$L_c(V) + \frac{C_{12}}{C_{11}} \frac{1}{R_1 R_2} V - \frac{\Omega}{C_{11}} \frac{1}{R_2} W = - \frac{C_{11} C_{21} - C_{12} C_{13}}{C_{11}} \frac{dt_0}{ds} + \\ + t_0 \left[C_{21} + \frac{C_{11} + C_{12}}{C_{11}} - C_{11} \frac{C_{22} + C_{12}}{C_{11}} \right] \frac{\sin \alpha}{r} \quad (2.10)$$

относительно искоемых $W=W(s)$ и $V=V(s)$.

В этих формулах и уравнениях введены следующие обозначения:

$$L_k(i) = \frac{d^2(i)}{ds^2} - \frac{d(i)}{ds} \frac{\sin \alpha}{r} - \frac{K_{22}}{K_{11}} \frac{\sin^2 \alpha}{r} (i), \quad (2.11)$$

$$\Omega = C_{11} C_{22} - C_{12}^2. \quad (2.12)$$

Таким образом, «температурная» задача теории анизотропной слоистой оболочки вращения сводится к решению линейной системы (2.10). Как известно, общее решение системы линейных дифференциальных уравнений является суммой общего решения соответствующей однородной системы и частного решения.

Решением соответствующей однородной системы здесь не будем заниматься [10, 15]. Укажем, что с точностью первого приближения асимптотического интегрирования [9, 14, 16], решение соответствующей однородной системы представляется посредством следующих формул [9, 10, 14]:

$$W = (E_1 \cos \beta - F_1 \sin \beta) e^{-\beta} + (E_2 \cos \beta + F_2 \sin \beta) e^{\beta}, \quad (2.13)$$

$$V = - \frac{\Omega}{A C_{11}} \left[(E_1 \sin \beta + F_1 \cos \beta) e^{-\beta} - (E_2 \sin \beta - F_2 \cos \beta) e^{\beta} \right], \quad (2.14)$$

где
$$\beta = \sqrt{\frac{A}{2}} \int_{s_0}^s \frac{ds}{\sqrt{R_2}}, \quad A = \sqrt{\frac{\Omega}{C_{11} D_{11}}}, \quad (2.15)$$

E_1, F_1, E_2, F_2 — постоянные, которые должны быть определены из краевых условий.

Частное решение системы (2.10) ищем в виде рядов по степеням $\frac{\delta}{R}$ [14]:

$$W = W_0 + \frac{\delta}{R_2} W_1 + \dots \quad V = V_0 + \frac{\delta}{R_2} V_1 + \dots \quad (2.16)$$

Однако, учитывая точность наших исходных предпосылок [14, 9], а также точность общего решения соответствующей однородной системы, частное решение даем лишь в первом приближении, т. е. в полученных результатах уже не удерживаем членов с множителем $\frac{\delta}{R}$ [9, 14].

С указанной точностью для частного решения получим:

$$W_0 = t_0 (K_{11} - K_{21}) \operatorname{tg} \alpha + \frac{dt_0}{ds} R_2 K_{21}, \quad (2.17)$$

$$V_0 = \frac{\Delta t}{2\delta} (D_{11} - D_{21}) \operatorname{tg} \alpha - \frac{d}{ds} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right) R_2 D_{11}, \quad (2.18)$$

где для краткости письма введены следующие обозначения:

$$K_{11} = \frac{C_{22}C_{11} - C_{12}C_{21}}{\Omega}, \quad (2.19)$$

$$K_{21} = \frac{C_{11}C_{21} - C_{12}C_{11}}{\Omega}.$$

Напряжения, соответствующие частному решению, могут быть определены с помощью следующих формул:

$$\begin{aligned} \sigma_x^m = & \frac{C_{11}B_{12}^m - C_{12}B_{11}^m}{\Omega} \frac{dV_0}{ds} - \frac{C_{22}B_{11}^m - C_{11}B_{12}^m}{\Omega} \frac{\sin \alpha}{r} V_0 - \\ & - \gamma \left(B_{11} \frac{dW_0}{ds} - B_{12}^m \frac{\sin \alpha}{r} W_0 \right) - \gamma \beta_1^m \frac{\Delta t}{2\delta} + \\ & + (B_{11}^m K_{11} + B_{12}^m K_{21} - \beta_1^m) t_0, \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y^m = & \frac{C_{11}B_{22}^m - C_{12}B_{12}^m}{\Omega} \frac{dV_0}{ds} + \frac{C_{12}B_{22}^m - C_{22}B_{12}^m}{\Omega} \frac{\sin \alpha}{r} V_0 + \\ & + \gamma \left(B_{22} \frac{\sin \alpha}{r} W_0 - B_{12}^m \frac{dW_0}{ds} \right) - \gamma \beta_2^m \frac{\Delta t}{2\delta} + \\ & + (B_{22}^m K_{21} + B_{12}^m K_{11} - \beta_2^m) t_0, \end{aligned} \quad (2.21)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{dW_0}{ds} = & K_{21} R_2 \frac{d^2 t_0}{ds^2} + \left[K_{21} \left(\frac{R_2}{R_1} - 2 \right) + K_{11} \right] \operatorname{tg} \alpha \frac{dt_0}{ds} + \\ & + (K_{11} - K_{21}) \frac{1}{R_1} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) t_0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_0}{ds} = & -D_{11} R_2 \frac{d^2}{ds^2} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right) - \left[D_{11} \left(\frac{R_2}{R_1} - 2 \right) + D_{21} \right] \operatorname{tg} \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right) + \\ & + (D_{11} - D_{21}) \frac{1}{R_1} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \frac{\Delta t}{2\delta}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

При решении конкретных задач, как известно, возникает необходимость удовлетворения краевым условиям, с этой целью приводим значения внутренних усилий, моментов и радиального (по направлению r) перемещения, соответствующие частному решению:

$$T_1 = D_{11} \operatorname{tg} \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right) - (D_{11} - D_{21}) R_2 \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} \frac{\Delta t}{2\delta}, \quad (2.24)$$

$$T_2 = -D_{11}R_2 \frac{d^2}{ds^2} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right) - \left[D_{11} \left(\frac{R_2}{R_1} - 2 \right) + D_{21} \right] \frac{d}{ds} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right) \operatorname{tg} \alpha + \\ + (D_{11} - D_{21}) \frac{1}{R_1} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \frac{\Delta t}{2\delta}, \quad (2.25)$$

$$N = -D_{11} \frac{d}{ds} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right) + (D_{11} - D_{21}) \frac{1}{R_2} \operatorname{tg} \alpha \frac{\Delta t}{2\delta}, \quad (2.26)$$

$$G_1 = D_{11}K_{21}R_2 \frac{d^2 t_0}{ds^2} + \left\{ D_{11} \left[K_{11} + K_{21} \left(\frac{R_2}{R_1} - 2 \right) \right] - \right. \\ \left. - D_{12}K_{21} \right\} \operatorname{tg} \alpha \frac{dt_0}{ds} + (K_{11} - K_{21}) \left[D_{11} \frac{1}{R_1} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \right. \\ \left. - D_{12}R_2 \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} \right] t_0 + D_{11} \frac{\Delta t}{2\delta}, \quad (2.27)$$

$$G_2 = D_{12}K_{21}R_2 \frac{d^2 t_0}{ds^2} + \left\{ D_{11} \left[K_{11} + K_{21} \left(\frac{R_2}{R_1} - 2 \right) \right] - \right. \\ \left. - D_{22}K_{21} \right\} \operatorname{tg} \alpha \frac{dt_0}{ds} + (K_{11} - K_{21}) \left[D_{12} \frac{1}{R_1} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \right. \\ \left. - D_{22}R_2 \frac{\sin^2 \alpha}{r^2} \right] t_0 + D_{21} \frac{\Delta t}{2\delta}, \quad (2.28)$$

$$e_r = -\frac{r}{\Omega} \left\{ \left\{ C_{11}D_{11}R_2 \frac{d^2}{ds^2} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right) + \left\{ C_{11} \left[D_{11} \left(\frac{R_2}{R_1} - 2 \right) + \right. \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + D_{21} \right] + C_{12}D_{11} \right\} \operatorname{tg} \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right) + \left[C_{11} \frac{1}{R_1} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) + \right. \right. \\ \left. \left. + C_{12} \frac{1}{R_2} \operatorname{tg}^2 \alpha \right] (D_{11} - D_{21}) \frac{\Delta t}{2\delta} \right\} + rK_{21}t_0, \quad (2.29)$$

3. *Пологие оболочки.* Как показали многочисленные исследования [2, 17, 18, 19, 20], коэффициенты первой квадратичной формы $A(\alpha, \beta)$ и $B(\alpha, \beta)$ некоторой малой части произвольной оболочки при дифференцировании ведут себя почти как постоянные. Учитывая, что пологие оболочки по сути являются частью какой-либо оболочки, в дальнейшем, при дифференцировании, параметры $A(\alpha, \beta)$ и $B(\alpha, \beta)$ будем рассматривать как постоянные.

Таким образом, считая $A = \text{const}$, $B = \text{const}$, мы внутреннюю геометрию срединной поверхности полой оболочки подчиняем законам евклидовой геометрии на плоскости. С точностью первой гипотезы принимаем второе допущение о том, что кривизны k_1 и k_2 при дифференцировании также ведут себя как постоянные.

С учетом этих предположительных гипотез для деформаций и параметров изменения кривизны получим:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + k_1 w, & \varepsilon_2 &= \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + k_2 w, & \omega &= \frac{1}{A} \frac{\partial v}{\partial \alpha} + \frac{1}{B} \frac{\partial u}{\partial \beta}, \\ \kappa_1 &= -\frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2}, & \kappa_2 &= -\frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2}, & \tau &= -\frac{2}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta}.\end{aligned}\quad (3.1)$$

Исключая из уравнений (1.17) N_1 и N_2 , при этом учитывая точность теории пологих оболочек и формулы (1.14) и (3.1), получим:

$$B \frac{\partial T_1}{\partial \alpha} + A \frac{\partial S}{\partial \beta} = 0, \quad A \frac{\partial T_2}{\partial \beta} + B \frac{\partial S}{\partial \alpha} = 0, \quad (3.2)$$

$$\left(\frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} \right) + L(D_{ik})w + \nabla_{dt} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right) = 0,$$

где

$$L(D_{ik}) = D_{11} \frac{1}{A^4} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{1}{A^2 B^2} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + D_{22} \frac{1}{B^4} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4}, \quad (3.3)$$

$$\nabla_{dt} = D_{11} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + D_{22} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}. \quad (3.4)$$

Решая совместно уравнения (1.11) относительно деформаций, получим:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= a_{22} T_1 - a_{12} T_2 + a_{2t} t_0, \\ \varepsilon_2 &= a_{11} T_2 - a_{12} T_1 + a_{1t} t_0, \\ \omega &= a_{66} S,\end{aligned}\quad (3.5)$$

где
$$a_{11} = \frac{C_{11}}{\Omega}, \quad a_{22} = \frac{C_{22}}{\Omega}, \quad a_{12} = \frac{C_{12}}{\Omega}, \quad a_{66} = \frac{1}{C_{66}}, \quad (3.6)$$

$$a_{1t} = \frac{C_{11}C_{2t} - C_{12}C_{1t}}{\Omega}, \quad a_{2t} = \frac{C_{22}C_{1t} - C_{12}C_{2t}}{\Omega}. \quad (3.7)$$

Подставляя значения деформаций из (3.1) и (3.5) в уравнение неразрывности (1.18), получим:

$$\begin{aligned}-\nabla_r w + \left(a_{11} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - a_{12} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) T_2 + \left(a_{22} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - a_{12} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \right) T_1 - \\ - a_{66} \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha \partial \beta} + \left(a_{1t} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + a_{2t} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) t_0 = 0.\end{aligned}\quad (3.8)$$

Следуя В. З. Власову [2, 21] и полагая

$$T_1 = \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2}, \quad T_2 = \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2}, \quad S = -\frac{1}{AB} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha \partial \beta}, \quad (3.9)$$

где $\varphi(\alpha, \beta)$ — функция напряжений, тождественно удовлетворим пер-

вым двум уравнениям (3.2). Из третьего уравнения (3.2) и уравнения (3.8) получим:

$$L(D_{ik})w + \nabla_r \varphi = -\nabla_{at} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right), \quad (3.10)$$

$$L(a_{ik})\varphi - \nabla_r w = -\nabla_{at} t_0,$$

где

$$L(a_{ik}) = a_{11} \frac{1}{A^4} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + (a_{66} - 2a_{12}) \frac{1}{A^2 B^2} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + a_{22} \frac{1}{B^4} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \quad (3.11)$$

$$\nabla_r = \frac{1}{R_2} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{R_1} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}, \quad (3.12)$$

и аналогично (3.4):

$$\nabla_{at} = a_{11} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + a_{22} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}. \quad (3.13)$$

Таким образом, температурная задача теории анизотропных слоистых и пологих оболочек сводится к решению линейной системы (3.10) при заданных граничных условиях.

Здесь искомыми являются функция напряжений $\varphi(\alpha, \beta)$ и функция перемещений $w(\alpha, \beta)$, посредством которых могут быть представлены все расчетные величины задачи, а именно—тангенциальные силы, которые определяются формулами (3.9), моменты

$$\begin{aligned} G_1 &= D_{11} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + D_{12} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + D_{1t} \frac{\Delta t}{2\delta}, \\ G_2 &= D_{22} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + D_{12} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + D_{2t} \frac{\Delta t}{2\delta}, \\ H &= -2D_{66} \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

поперечные силы

$$\begin{aligned} N_1 &= -E(D_{ik})w - D_{1t} \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right), \\ N_2 &= -F(D_{ik})w - D_{2t} \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right), \end{aligned} \quad (3.15)$$

где [5, 22]

$$\begin{aligned} E(D_{ik}) &= D_{11} \frac{1}{A^3} \frac{\partial^3}{\partial \alpha^3} + (D_{12} + 2D_{66}) \frac{1}{AB^2} \frac{\partial^3}{\partial \alpha \partial \beta^2}, \\ F(D_{ik}) &= D_{22} \frac{1}{B^3} \frac{\partial^3}{\partial \beta^3} + (D_{12} + 2D_{66}) \frac{1}{BA^2} \frac{\partial^3}{\partial \beta \partial \alpha^2}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

напряжения

$$\sigma_{\alpha}^m = (a_{11}B_{12}^m - a_{12}B_{11}^m) \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} + (a_{22}B_{11}^m - a_{12}B_{12}^m) \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2} - \\ - \gamma \left(B_{21}^m \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + B_{12}^m \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + \beta_1^m \frac{\Delta t}{2\delta} \right) + (B_{11}^m a_{21} + B_{12}^m a_{11} - \beta_1^m) t_0, \quad (3.17)$$

$$\sigma_{\beta}^m = (a_{11}B_{22}^m - a_{12}B_{12}^m) \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} + (a_{22}B_{12}^m - a_{12}B_{22}^m) \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2} - \\ - \gamma \left(B_{12}^m \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + B_{22}^m \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + \beta_2^m \frac{\Delta t}{2\delta} \right) + (B_{22}^m a_{11} + B_{12}^m a_{21} - \beta_2^m) t_0, \quad (3.18)$$

$$\tau_{\alpha\beta}^m = -a_{66}B_{66}^m \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha \partial \beta} - 2\gamma B_{66}^m \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta}. \quad (3.19)$$

Рассмотрим два частных случая. Первый случай: пусть Δt постоянно или по координатам α, β изменяется по линейному закону. Полагая:

$$w = \nabla_r V, \quad \varphi = -L(D_{ik})V \quad (3.20)$$

тождественно удовлетворим первому уравнению (3.10). Из второго уравнения (3.10) получим:

$$L(D_{ik})L(a_{ik})V + \nabla_r^2 V = \nabla_{at} t_0. \quad (3.21)$$

Расчетные формулы для этого случая можно получить из вышеприведенных формул общего случая (3.9)–(3.19) с учетом (3.20).

Второй случай. Пусть аналогично первому случаю t_0 постоянно или по координатам α, β изменяется по линейному закону. Полагая:

$$w = L(a_{ik})W, \quad \varphi = \nabla_r W, \quad (3.22)$$

как и в первом случае, получим:

$$L(D_{ik})L(a_{ik})W + \nabla_r^2 W = -\nabla_{at} \left(\frac{\Delta t}{2\delta} \right). \quad (3.23)$$

Подставляя значения φ и w из (3.22) в соответствующие формулы (3.9)–(3.19), получим все расчетные формулы этого случая.

В уравнениях (3.21) и (3.23), а также в дальнейшем:

$$\nabla_r^2 = \frac{1}{R_1^2} \frac{1}{A^4} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + \frac{2}{R_1 R_2} \frac{1}{AB} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \frac{1}{R_1^2} \frac{1}{B^4} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4}. \quad (3.24)$$

Рассматривая эти случаи заключаем, что температурная задача теории анизотропной слоистой оболочки, в общем случае, сводится к решению известного и достаточно изученного однородного уравнения [22] и к разысканию частных решений уравнений (3.21) и (3.23).

Практически важным является случай линейного распределения как t_0 , так и Δt одновременно.

В этом случае полагая

$$w = L(a_{ik})\Phi, \quad \varphi = \nabla_r^2 \Phi, \quad (3.25)$$

из (3.10) получаем:

$$L(D_{ik}) L(a_{ik})\Phi + \nabla_r^2 \Phi = 0, \quad (3.26)$$

т. е. известное однородное уравнение теории анизотропных слоистых оболочек. Таким образом, задача сводится к решению однородного уравнения (3.26); что же касается частных решений, то они в явном виде будут фигурировать в расчетных формулах, которые, как было указано выше, получаются из (3.9) — (3.19) после подстановки значений w и φ из (3.25).

Для примера рассмотрим температурную задачу многослойной цилиндрической оболочки, составленной из различных изотропных слоев. Пусть оболочка подвергается действию постоянной (по α, β) температуры $t_0 = \text{const}$, $\Delta t = \text{const}$.

В случае, когда оболочка состоит из изотропных слоев, имеем [5]: для B_{ik}

$$B = B_{11} = B_{22} = \frac{E^m}{1 - (\mu_m)^2}, \quad B_{12} = \frac{E^m \mu_m}{1 - (\mu_m)^2}, \quad B_{66} = \frac{E^m}{2(1 + \mu_m)}; \quad (3.27)$$

для жесткостей C_{ik}

$$C = C_{11} = C_{22} = C_{12} + 2C_{66},$$

$$\begin{aligned} C &= 2 \left[\frac{E^{n+1} \delta_{n+1}}{1 - (\mu_{n+1})^2} + \sum_{m=1}^n \frac{E^m}{1 - (\mu_m)^2} (\delta_m - \delta_{m+1}) \right], \\ C_{12} &= 2 \left[\frac{E^{n+1} \delta_{n+1} \mu_{n+1}}{1 - (\mu_{n+1})^2} + \sum_{m=1}^n \frac{E^m \mu_m}{1 - (\mu_m)^2} (\delta_m - \delta_{m+1}) \right], \\ C_{66} &= 2 \left[\frac{E^{n+1} \delta_{n+1}}{2(1 + \mu_{n+1})} + \sum_{m=1}^n \frac{E^m}{2(1 + \mu_m)} (\delta_m - \delta_{m+1}) \right]; \end{aligned} \quad (3.28)$$

для жесткостей D_{ik} [5, 8]

$$D = D_{11} = D_{22} = D_{12} + 2D_{66},$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{2}{3} \left[\frac{E^{n+1} \delta_{n+1}^3}{1 - (\mu_{n+1})^2} + \sum_{m=1}^n \frac{E^m}{1 - (\mu_m)^2} (\delta_m^3 - \delta_{m+1}^3) \right], \\ D_{12} &= \frac{2}{3} \left[\frac{E^{n+1} \delta_{n+1}^3 \mu_{n+1}}{1 - (\mu_{n+1})^2} + \sum_{m=1}^n \frac{E^m \mu_m}{1 - (\mu_m)^2} (\delta_m^3 - \delta_{m+1}^3) \right], \\ D_{66} &= \frac{2}{3} \left[\frac{E^{n+1} \delta_{n+1}^3}{2(1 + \mu_{n+1})} + \sum_{m=1}^n \frac{E^m}{2(1 + \mu_m)} (\delta_m^3 - \delta_{m+1}^3) \right]. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Приведенные коэффициенты Пуассона принимают вид:

$$\nu = \nu_1 = \nu_2 = \frac{C_{12}}{C}, \quad \mu = \mu_1 = \mu_2 = \frac{D_{12}}{D}. \quad (3.30)$$

В силу (3.27), (3.28) и (3.30), для коэффициентов a_{ik} получим:

$$a = a_{11} = a_{22} = \frac{1}{C(1-\nu^2)}, \quad a_{12} = \frac{\nu}{C(1-\nu^2)}, \quad a_{33} = \frac{1}{C_{33}},$$

$$(a_{33} - 2a_{12}) = 2a_{11}, \quad \Omega = C^2(1-\nu^2). \quad (3.31)$$

Из (1.9), (1.13), (1.15) и (3.7), учитывая, что $\alpha_1 = \alpha_2$, получим:

$$\beta^m = \beta_1^m = \beta_2^m = \alpha^m \frac{E^m}{1 - \mu_m^m}, \quad (3.32)$$

$$C_t = C_{1t} = C_{2t} = 2 \left[\beta^{n+1} \delta_{n+1} + \sum_{m=1}^n \beta^m (\delta_m - \delta_{m+1}) \right],$$

$$D_t = D_{1t} = D_{2t} = \frac{2}{3} \left[\beta^{n+1} \delta_{n+1}^3 + \sum_{m=1}^n \beta^m (\delta_m^3 - \delta_{m+1}^3) \right], \quad (3.33)$$

$$a_t = a_{1t} = a_{2t} = \frac{C_t}{C(1+\nu)}. \quad (3.34)$$

Пусть для круговой цилиндрической оболочки координатами α, β будут расстояния до рассматриваемой точки соответственно вдоль образующей и по дуге поперечного сечения срединной поверхности.

Коэффициенты первой квадратичной формы в этой системе координат равны единице. Главными кривизнами будут:

$$k_1 = 0, \quad k_2 = \frac{1}{R} = k. \quad (3.35)$$

В этой системе координат, учитывая вышеприведенные значения постоянных и полагая:

$$w = \nabla^4 \Phi, \quad \gamma = \frac{1}{R} C(1-\nu^2) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \alpha^2}, \quad (3.36)$$

из (3.10) получим:

$$\nabla^4 \nabla^4 \Phi + k^2 \frac{C(1-\nu^2)}{D} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \alpha^4} = 0. \quad (3.37)$$

При этом для расчетных величин имеем:

$$T_1 = k C(1-\nu^2) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2}, \quad T_2 = k C(1-\nu^2) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \alpha^4} \quad (3.38)$$

$$G_1 = D \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) \nabla^4 \Phi + D_t \frac{\Delta t}{2\delta}, \quad (3.39)$$

$$G_2 = D \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \nabla^4 \Phi + D_t \frac{\Delta t}{2\delta},$$

$$N_1 = -D \frac{\partial}{\partial x} \nabla^6 \Phi, \quad N_2 = -D \frac{\partial}{\partial \beta} \nabla^6 \Phi, \quad (3.40)$$

$$\sigma_x^m = \frac{E^m}{1-\mu_m^2} \left\{ k \left[(\mu_m - \nu) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + (1-\mu_m \nu) \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \gamma \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \mu_m \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) \nabla^4 \Phi \right\} - \frac{E^m}{1-\mu_m} \left\{ \gamma \alpha^m \frac{\Delta t}{2\delta} - \left[\frac{C_1}{C(1+\nu)} - \alpha^m \right] t_0 \right\}, \quad (3.41)$$

$$\sigma_\beta^m = \frac{E^m}{1-\mu_m^2} \left\{ k \left[(\mu_m - \nu) \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + (1-\mu_m \nu) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \beta^2} - \gamma \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \mu_m \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \nabla^4 \Phi \right\} - \frac{E^m}{1-\mu_m} \left\{ \gamma \alpha^m \frac{\Delta t}{2\delta} - \left[\frac{C_1}{C(1+\nu)} - \alpha^m \right] t_0 \right\}, \quad (3.42)$$

$$\tau_{x\beta}^m = - \frac{E^m}{2(1+\mu_m)} \left[2k(1+\nu) \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial \beta^2} + 2\gamma \frac{\partial^2}{\partial x \partial \beta} \nabla^4 \Phi \right], \quad (3.43)$$

$$u = k \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - \nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \Phi + \frac{C_1}{C(1+\nu)} t_0 \alpha, \quad (3.44)$$

$$v = -k \frac{\partial}{\partial \beta} \left[\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + (2+\nu) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \Phi + \frac{C_1}{C(1+\nu)} t_0 \beta. \quad (3.45)$$

Сравнивая уравнение (3.37) и расчетные формулы (3.36)–(3.45) с соответствующими формулами и соотношениями однородной изотропной оболочки, замечаем, что они принципиально не отличаются друг от друга. Отличие их заключается лишь в коэффициентах, которые представляют жесткости и пуассоновы отношения. В отличие от изотропных оболочек, здесь вместо обычных жесткостей и коэффициента Пуассона фигурируют приведенные жесткости C и D и приведенные коэффициенты ν и μ , играющие роль коэффициента Пуассона.

Таким образом, температурная задача рассмотренной изотропной слоистой оболочки сводится к решению однородного уравнения (3.37), которое детально изучено многими авторами [2, 9, 14].

Институт строительных материалов и сооружений
АН Армянской ССР

Поступило 24 XI 1952

ЛИТЕРАТУРА

1. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. Гостехиздат, 1950.
2. Власов В. З. Общая теория оболочек. Гостехиздат, 1949.

3. Амбарцумян С. А. ДАН Армянской ССР, т. XIII, № 5, 1948.
4. Ерохин И. П. Труды Ленинградского института инженеров пром. строительства, в. 5, 1938.
5. Амбарцумян С. А. Известия АН Армянской ССР (серия ФМЕТ наук) т. IV, № 6, 1951.
6. Амбарцумян С. А. Известия АН Армянской ССР (серия ФМЕТ наук), т. IV, № 5, 1951.
7. Рабинович А. Л. Труды Мин. авиационной промышленности СССР, № 675, 1948.
8. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. Гостехиздат, 1947.
9. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. Судпромгиз, 1951.
10. Амбарцумян С. А. ДАН Армянской ССР, т. XI, № 2, 1949.
11. Амбарцумян С. А. Известия АН Армянской ССР, т. I, № 6, 1948.
12. Гольденвейзер А. Л. Сб. Пластинки и оболочки. Гостройиздат, 1939.
13. Гольденвейзер А. Л. Труды ЦАГИ, № 618, 1947.
14. Лурье А. И. Статика тонкостенных упругих оболочек. Гостехиздат, 1947.
15. Амбарцумян С. А. ДАН Армянской ССР, т. IX, № 5, 1948.
16. Штаерман И. Я. Известия Киевского политехнического и сельскохозяйственного института, 1924.
17. Работнов Ю. Н. ДАН СССР, Нов. серия, т. XLVII, № 4, 1945.
18. Гольденвейзер А. Л. ПММ, т. IX, в. 6, 1945.
19. Гольденвейзер А. Л., Лурье А. И. ПММ, т. XI, в. 5, 1947.
20. Амбарцумян С. А. ПММ, т. XI, в. 5, 1947.
21. Власов В. З. ПММ, т. VIII, в. 2, 1944.
22. Амбарцумян С. А. ПММ, т. XII, в. 1, 1948.

Ս. Ա. Համբարձումյան

ԶԵՐՄԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐՆ ԱՆԻՋՈՏՐՈՊ ՇԵՐՏԱՎՈՐ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ քննվում են անիզոտրոպ շերտավոր թաղանթներում առաջացող ջերմային լարումները որոշելու համար հիմնական հավասարումները և հաշվարկային բանաձևերը:

Ընդունված է, որ թաղանթի յուրաքանչյուր շերտի նյութը օրոտտրոպ է և առաջադիմության սիմետրիայի գլխավոր ուղղությունները համընկնում են կոորդինատային օրտոգոնալ սիստեմի առանցքների ուղղությունների հետ:

Որպես մասնավոր դեպքեր գիտված են պտտման և փոքր կորություն ունեցող թաղանթները: Ցույց է արված, որ այդ դեպքերում խնդիրը բերվում է հայտնի դիֆերենցիալ հավասարումների լուծմանը:

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Е. А. Александрия

Кручение двутавровой балки

Задача о чистом кручении двутавровой балки служила предметом исследований многих авторов.

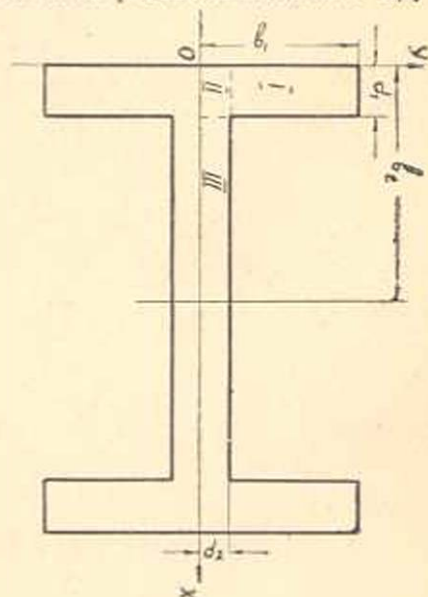
Приближенные теоретические решения этой задачи приведены в работах С. П. Тимошенко [1], Л. В. Канторовича [2] и А. С. Боженко [3].

Экспериментальные исследования задачи о кручении двутавровой прокатной балки проводились Фепилем [4], Инге-Лязом [5] и в ЦНИИПС [6]. Были даны приближенные эмпирические формулы для определения жесткости при кручении.

В настоящей работе приводится точное решение задачи о кручении призматического стержня с полигональным поперечным сечением в форме двутавра с произвольной толщиной его стенок. Решение получено на основании того же метода, которым мы пользовались в предыдущей нашей работе [7].

§ 1. *Постановка задачи.* Известно, что задача о кручении призматического стержня с двутавровым поперечным сечением приводится к нахождению функции напряжений $U(x, y)$, удовлетворяющей внутри области уравнению Пуассона $\nabla^2 U = -2$ и принимающей на границе области значения равные нулю.

Пусть поперечное сечение стержня является двутавр с двумя осями симметрии (фиг. 1). Тогда достаточно найти функцию напряжений $U(x, y)$ только в одной четверти сечения, потребовав при этом, чтобы на осях симметрии профиля нормальная производная функции $U(x, y)$ равнялась нулю.



Фиг. 1.

Функцию напряжений $U(x, y)$ будем искать в виде:

$$U(x, y) = \begin{cases} U_1(x, y) & \text{в области I + II,} \\ U_2(x, y) & \text{в области II + III,} \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\text{где } U_1(x, y) = H_1(x, y) + \begin{cases} 0, & y > d_2, \\ \Phi_1(x, y), & y \leq d_2, \end{cases}$$

$$U_2(x, y) = H_2(x, y) + \begin{cases} 0, & x > d_1, \\ \Phi_2(x, y), & x \leq d_1. \end{cases} \quad (1.2)$$

Тогда для функций $H_i(x, y)$ и $\Phi_i(x, y)$ ($i = 1, 2$) получим следующие условия:

$$\nabla^2 H_1 = \nabla^2 H_2 = -2, \quad \nabla^2 \Phi_1 = \nabla^2 \Phi_2 = 0, \quad (1.3)$$

$$H_1(x, y) \Big|_{x=0} = H_1(x, y) \Big|_{x=d_1} = H_1(x, y) \Big|_{y=b_1} = 0, \quad (1.4)$$

$$H_2(x, y) \Big|_{y=d_2} = \frac{\partial H_2}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial H_2}{\partial x} \Big|_{x=b_2} = 0, \quad (1.5)$$

$$\left[\frac{\partial H_1}{\partial y} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \right]_{y=0} = 0, \quad [H_2(x, y) + \Phi_2(x, y)]_{x=0} = 0, \quad (1.6)$$

$$\Phi_1(x, y) \Big|_{y=d_2} = \Phi_1(x, y) \Big|_{x=0} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \Big|_{y=d_2} = 0, \quad (1.7)$$

$$\Phi_2(x, y) \Big|_{x=d_1} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \Big|_{x=d_1} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad (1.8)$$

$$\Phi_1(x, y) \Big|_{x=d_1} = H_2(x, y) \Big|_{x=d_1}, \quad \Phi_2(x, y) \Big|_{y=d_2} = H_1(x, y) \Big|_{y=d_2}. \quad (1.9)$$

§ 2. Дифференциальные уравнения и их решения. Функции $H_i(x, y)$ и $\Phi_i(x, y)$ ($i = 1, 2$) ищем в виде:

$$H_1(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(y) \cdot \sin \frac{k\pi x}{d_1}, \quad (2.1)$$

$$H_2(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_{2k-1}(x) \cdot \cos \frac{(2k-1)\pi y}{2d_2},$$

$$\Phi_1(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} v_k(y) \sin \frac{k\pi x}{d_1}, \quad \Phi_2(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} w_{2k-1}(x) \cdot \cos \frac{(2k-1)\pi y}{2d_2}, \quad (2.2).$$

$$\text{где } v_k(y) = \frac{2}{d_1} \int_0^{d_1} \Phi_1(x, y) \sin \frac{k\pi x}{d_1} dx,$$

$$w_{2k-1}(x) = \frac{2}{d_2} \int_0^{d_2} \Phi_2(x, y) \cdot \cos \frac{(2k-1)\pi y}{2d_2} dy.$$

В силу (1.5) и (1.6) из условий (1.3) для $f_k(y)$, $\varphi_{2k-1}(x)$, $v_k(y)$ и $w_{2k-1}(x)$ получим следующие дифференциальные уравнения:

$$f_k''(y) - \left(\frac{k\pi}{d_1} \right)^2 f_k(y) = -\frac{4}{k\pi} \left[1 + (-1)^{k+1} \right],$$

$$\varphi_{2k-1}''(x) - \left[\frac{(2k-1)\pi}{2d_2} \right]^2 \varphi_{2k-1}(x) = - \frac{8(-1)^{k-1}}{\pi(2k-1)},$$

$$v_k''(y) - \left(\frac{k\pi}{d_1} \right)^2 v_k(y) = \frac{2}{d_1} (-1)^k \left(\frac{k\pi}{d_1} \right) \sum_{p=1}^{\infty} \varphi_{2p-1}(d_1) \cos \frac{(2p-1)\pi y}{2d_2},$$

$$w_{2k-1}''(x) - \left[\frac{(2k-1)\pi}{2d_2} \right]^2 w_{2k-1}(x) = - \frac{2(-1)^{k-1}}{d_2} \left[\frac{(2k-1)\pi}{2d_2} \right] \sum_{p=1}^{\infty} f_p(d_2) \sin \frac{p\pi x}{d_1}.$$

Решая эти уравнения и пользуясь граничными условиями (1.4), (1.5), (1.7), (1.8) и (1.9) получим следующие выражения:

$$i_k(y) = A_k \left[\operatorname{ch} \frac{k\pi y}{d_1} - \operatorname{cth} \frac{k\pi b_1}{d_1} \operatorname{sh} \frac{k\pi y}{d_1} \right] + \frac{4d_1^2}{k^3\pi^3} [1 + (-1)^{k+1}] \left[1 - \frac{\operatorname{sh} \frac{k\pi y}{d_1}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b_1}{d_1}} \right], \quad (2.3)$$

$$\varphi_{2k-1}(x) = C_{2k-1} \left[\operatorname{ch} \frac{(2k-1)\pi x}{2d_2} - \operatorname{th} \frac{(2k-1)\pi b_2}{2d_2} \cdot \operatorname{sh} \frac{(2k-1)\pi x}{2d_2} \right] + \frac{32(-1)^{k-1}d_2^2}{\pi^2(2k-1)^3}, \quad (2.4)$$

$$v_k(y) = \frac{2(-1)^k}{\pi} \left(\frac{2d_2}{d_1} \right) \left[\operatorname{ch} \frac{k\pi y}{d_1} \cdot \operatorname{sh} \frac{k\pi d_2}{d_1} - \operatorname{sh} \frac{k\pi y}{d_1} \operatorname{ch} \frac{k\pi d_2}{d_1} \right] \times \\ \times \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p-1} (2p-1) \varphi_{2p-1}(d_1)}{(2p-1)^2 + \left(\frac{2d_2 k}{d_1} \right)^2} - \frac{2k(-1)^k}{\pi} \left(\frac{2d_2}{d_1} \right)^2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\varphi_{2p-1}(d_1) \cos \frac{(2p-1)\pi y}{2d_2}}{(2p-1)^2 + k^2 \left(\frac{2d_2}{d_1} \right)^2}, \quad (2.5)$$

$$w_{2k-1}(x) = \frac{4(-1)^k}{\pi} \left(\frac{d_1}{2d_2} \right) \left[\operatorname{ch} \frac{(2k-1)\pi x}{2d_2} \cdot \operatorname{sh} \frac{(2k-1)\pi d_1}{2d_2} - \operatorname{sh} \frac{(2k-1)\pi x}{2d_2} \cdot \operatorname{ch} \frac{(2k-1)\pi d_1}{2d_2} \right] \sum_{p=1}^{\infty} \frac{p(-1)^p f_p(d_2)}{p^2 + (2k-1)^2 \left(\frac{d_1}{2d_2} \right)^2} + \\ + \frac{4(-1)^{k-1} (2k-1)}{\pi} \cdot \left(\frac{d_1}{2d_2} \right)^2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{f_p(d_2) \sin \frac{p\pi x}{d_1}}{p^2 + (2k-1)^2 \left(\frac{d_1}{2d_2} \right)^2}. \quad (2.6)$$

§ 3. *Исследование и решение бесконечной системы.* Из условий (1.6) для определения A_k и C_{2k-1} получим совокупность двух бесконечных систем. Предварительно введем обозначения:

$$\alpha p(-1)^{p-1} \frac{A_p}{\operatorname{ch} \frac{p\pi d_2}{d_1}} = A_p^*,$$

$$(2p-1)(-1)^{p-1} \frac{C_{2p-1}}{\operatorname{sh} \frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}} = C_{2p-1}^*, \quad (3.1)$$

где α — пока неизвестный коэффициент. Тогда будем иметь:

$$A_k^* = -\frac{4\alpha d_1^2}{\kappa^2 \pi^3} \frac{[1 + (-1)^{k+1}]}{\operatorname{ch} \frac{\kappa \pi b_1}{d_1} \cdot \operatorname{ch} \frac{\kappa \pi d_2}{d_1}} + \frac{4\alpha d_1 d_2}{\kappa \pi^2} \cdot \operatorname{th} \frac{\kappa \pi b_1}{d_1} \left[1 - \frac{d_1}{\kappa \pi d_2} \operatorname{th} \frac{\kappa \pi d_2}{d_1} \right] +$$

$$+ \frac{4\alpha \kappa d_2}{\pi d_1} \operatorname{th} \frac{\kappa \pi b_1}{d_1} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{C_{2p-1}^* \operatorname{sh} \frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}}{(2p-1)^2 + \kappa^2 \left(\frac{2d_2}{d_1} \right)^2} \cdot \left[\operatorname{ch} \frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{th} \frac{(2p-1)\pi b_1}{2d_2} \cdot \operatorname{sh} \frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2} \right], \quad (3.2)$$

$$C_{2k-1}^* = -\frac{32d_2^2}{\pi^3(2\kappa-1)^2} \cdot \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{(2\kappa-1)\pi d_1}{2d_2}} + \frac{16d_1^3}{\pi^4 \cdot d_2} \left[\frac{\pi^2}{8(2\kappa-1)} \left(\frac{2d_2}{d_1} \right)^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{\pi}{4(2\kappa-1)^2} \cdot \left(\frac{2d_2}{d_1} \right)^3 \cdot \operatorname{th} \frac{(2\kappa-1)\pi d_1}{4d_2} - \right.$$

$$\left. - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(2\kappa-1)}{(2p-1)^2 \left[(2p-1)^2 + (2\kappa-1)^2 \left(\frac{d_1}{2d_2} \right)^2 \right]} \frac{\operatorname{sh} \frac{(2p-1)\pi d_2}{d_1}}{\operatorname{sh} \frac{(2p-1)\pi b_1}{d_1}} \right] +$$

$$+ \frac{4(2\kappa-1)}{\alpha \pi} \left(\frac{d_1}{2d_2} \right) \sum_{p=1}^{\infty} \frac{A_p^* \cdot \operatorname{ch} \frac{p\pi d_2}{d_1}}{p^2 + (2\kappa-1)^2 \left(\frac{d_1}{2d_2} \right)^2} \left[\operatorname{ch} \frac{p\pi d_2}{d_1} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{cth} \frac{p\pi b_1}{d_1} \operatorname{sh} \frac{p\pi d_2}{d_1} \right]. \quad (3.3)$$

Эти две бесконечные системы можно написать в виде одной

$$Z_k^* = \gamma_k^* + \sum_{p=1}^{\infty} c_{k,p}^* Z_p^*, \quad (3.4)$$

где

$$Z_{2k-1}^* = C_{2k-1}^*, \quad Z_{2k}^* = A_k^*,$$

$$\begin{aligned} \gamma_{2k-1}^* = & -\frac{32d_2^2}{\pi^2(2k-1)^2} \cdot \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{(2k-1)\pi d_1}{2d_2}} + \frac{16d_1^3}{\pi^4 d_2} \left\{ \frac{\pi^2}{8(2k-1)} \left(\frac{2d_2}{d_1} \right)^2 - \right. \\ & \left. - \frac{\pi}{4(2k-1)^2} \cdot \left(\frac{2d_2}{d_1} \right)^3 \cdot \operatorname{th} \frac{(2k-1)\pi d_1}{4d_2} - \right. \\ & \left. - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(2k-1)}{(2p-1)^2[(2p-1)^2 + (2k-1)^2 \left(\frac{d_1}{2d_2} \right)^2]} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{(2p-1)\pi d_2}{d_1}}{\operatorname{sh} \frac{(2p-1)\pi b_1}{d_1}} \right\}, \quad (3.5) \end{aligned}$$

$$\gamma_{2k}^* = -\frac{4\alpha d_1^2}{\kappa^2 \pi^3} \frac{[1 + (-1)^{k+1}]}{\operatorname{ch} \frac{\kappa \pi b_1}{d_1} \cdot \operatorname{ch} \frac{\kappa \pi d_2}{d_1}} + \frac{4\alpha d_1 d_2}{\kappa \pi^2} \operatorname{th} \frac{\kappa \pi b_1}{d_1} \left[1 - \frac{d_1}{\kappa \pi d_2} \operatorname{th} \frac{\kappa \pi d_2}{d_1} \right],$$

$$c_{2k-1, 2p-1}^* = 0, \quad c_{2k, 2p}^* = 0,$$

$$\begin{aligned} c_{2k-1, 2p}^* = & \frac{4(2k-1)}{\alpha \pi} \left(\frac{d_1}{2d_2} \right) \frac{\operatorname{ch} \frac{p\pi d_2}{d_1}}{p^2 + (2k-1)^2 \left(\frac{d_1}{2d_2} \right)^2} \left[\operatorname{ch} \frac{p\pi d_2}{d_1} - \right. \\ & \left. - \operatorname{cth} \frac{p\pi b_1}{d_1} \operatorname{sh} \frac{p\pi d_2}{d_1} \right], \quad (3.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{2k, 2p-1}^* = & \frac{2\alpha \kappa}{\pi} \left(\frac{2d_2}{d_1} \right) \operatorname{th} \frac{\kappa \pi b_1}{d_1} \frac{\operatorname{sh} \frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}}{(2p-1)^2 + \kappa^2 \left(\frac{2d_2}{d_1} \right)^2} \left[\operatorname{ch} \frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2} - \right. \\ & \left. - \operatorname{th} \frac{(2p-1)\pi b_2}{2d_2} \cdot \operatorname{sh} \frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2} \right]. \end{aligned}$$

Докажем, что система (3.4) вполне регулярна. Для этого, как известно, достаточно доказать, что

$$\sum_{p=1}^{\infty} |c_{k,p}^*| \leq 1 - \theta, \quad \text{где } \theta > 0 \text{ для всех значений } k \geq 1.$$

Сначала оценим сумму $\sum_{p=1}^{\infty} |c_{k,p}^*|$ при нечетных значениях k .

В силу соотношений (3.6) имеем:

$$\sum_{p=1}^{\infty} |c_{2k-1, p}^*| = \frac{4(2k-1)}{\alpha \pi} \cdot \left(\frac{d_1}{2d_2} \right) \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} \frac{p\pi d_2}{d_1}}{p^2 + (2k-1)^2 \left(\frac{d_1}{2d_2} \right)^2} \times$$

$$\times \left[\operatorname{ch} \frac{p\pi d_2}{d_1} - \operatorname{cth} \frac{p\pi b_1}{d_1} \operatorname{sh} \frac{p\pi d_2}{d_1} \right] \leq \frac{1}{\alpha} \left(1 + e^{-\frac{2\pi d_2}{d_1}} \right). \quad (3.7)$$

Для четных k будем иметь:

$$\sum_{p=1}^{\infty} |c_{2k,p}^*| = \frac{2k\alpha}{\pi} \left(\frac{2d_2}{d_1} \right) \operatorname{th} \frac{k\pi b_1}{d_1} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}}{(2p-1)^2 + k^2 \left(\frac{2d_2}{d_1} \right)^2} \left[\operatorname{ch} \frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2} - \operatorname{th} \frac{(2p-1)\pi b_2}{2d_2} \operatorname{sh} \frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2} \right] \leq \frac{\alpha}{4} \left[1 + e^{-\frac{\pi}{d_2}(b_2-d_1)} \right]. \quad (3.8)$$

Принимая

$$\alpha = 2 \sqrt{\frac{1 + e^{-\frac{2\pi d_2}{d_1}}}{1 + e^{-\frac{\pi}{d_2}(b_2-d_1)}}}, \quad (3.9)$$

для всех $k \geq 1$ получим:

$$\sum_{p=1}^{\infty} |c_{k,p}^*| \leq \frac{1}{2} \sqrt{\left(1 + e^{-\frac{2\pi d_2}{d_1}} \right) \left(1 + e^{-\frac{\pi}{d_2}(b_2-d_1)} \right)}. \quad (3.10)$$

§ 4. *Определение жесткости при кручении.* Как известно, жесткость профиля C через функцию напряжений $U(x,y)$ выражается следующим образом:

$$C = 2G \iint_{\Omega} U(x,y) dx dy. \quad (4.1)$$

В силу условий (1.1), (1.2), (2.3), (2.4), (2.5) и (2.6) будем иметь:

$$\begin{aligned} C &= 8G \left\{ \iint_{I+II} U_1(x,y) dx dy + \iint_{III} U_2(x,y) dx dy \right\} = \\ &= 8G \left\{ \int_0^{d_1} dx \int_{d_2}^{b_1} H_1(x,y) dy + \int_0^{d_1} dx \int_0^{d_2} [H_1(x,y) + \right. \\ &\quad \left. + \Phi_1(x,y)] dy + \int_{d_1}^{b_2} dx \int_0^{d_2} H_2(x,y) dy \right\}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

или, подставляя значения $H_1(x,y)$, $\Phi_1(x,y)$ и $H_2(x,y)$ из соотношений (2.1) и (2.2) в (4.2), в силу (2.3), (2.4) и (2.5) для C окончательно получим следующее выражение:

$$C = 8G \left\{ \frac{2d_1^2}{\alpha\pi^2} \sum_k^{1,3,5} \frac{Z_{2k}^*}{k^3} \left[\operatorname{cth} \frac{k\pi b_1}{d_1} - \frac{\operatorname{ch} \frac{k\pi d_2}{d_1}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b_1}{d_1}} \right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2d_2^2}{\pi^2} \sum_k^{1,3,5} \frac{Z_k^*}{K^3} \left[1 - \operatorname{ch} \frac{\kappa \pi d_1}{d_2} + \operatorname{th} \frac{\kappa \pi b_2}{2d_2} \cdot \operatorname{sh} \frac{\kappa \pi d_1}{d_2} + \operatorname{th} \frac{\kappa \pi d_1}{4d_2} \left(\operatorname{th} \frac{\kappa \pi b_2}{2d_2} + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \operatorname{sh} \frac{\kappa \pi d_1}{d_2} - \operatorname{th} \frac{\kappa \pi b_2}{2d_2} \cdot \operatorname{ch} \frac{\kappa \pi d_1}{d_2} \right) \right] + \frac{b_1 d_1^3}{6} + \frac{2}{3} d_2^3 (b_2 - d_1) + \\
& + \frac{128}{\pi^5} d_2^4 \sum_k^{1,3,5} \frac{1}{K^5} \operatorname{th} \frac{\kappa \pi d_1}{4d_2} - \frac{16d_1^4}{\pi^5} \sum_k^{1,3,5} \frac{1}{K^5} \left[\operatorname{cth} \frac{\kappa \pi b_1}{d_1} - \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{\kappa \pi b_1}{d_1} \cdot \operatorname{ch} \frac{\kappa \pi d_2}{d_1}} \right] \Bigg\},
\end{aligned}$$

где Z_k^* — решения бесконечной вполне регулярной системы (3.4).

Ниже приводится расчет для случая $b_1 = b_2 = b$, $d_2 = \frac{d_1}{2} = d$.

Тогда формула жесткости C при кручении примет вид:

$$\begin{aligned}
C = 16Gbd^3 & \left\{ 1 - \frac{2}{3} \left(\frac{d}{b} \right) + \frac{64}{\pi^5} \left(\frac{d}{b} \right) \sum_k^{1,3,5} \frac{1}{K^5} \operatorname{th} \frac{\kappa \pi}{2} - \right. \\
& - \frac{128}{\pi^5} \left(\frac{d}{b} \right) \sum_k^{1,3,5} \frac{1}{K^5} \left[\operatorname{cth} \frac{\kappa \pi b}{2d} - \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{\kappa \pi b}{2d} \operatorname{ch} \frac{\kappa \pi}{2}} \right] + \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{d}{b} \right) \times \\
& \times \sum_k^{1,3,5} \frac{Z_k^{**}}{K^3} \left[\operatorname{cth} \frac{\kappa \pi b}{2d} - \frac{\operatorname{ch} \frac{\kappa \pi}{2}}{\operatorname{sh} \frac{\kappa \pi b}{2d}} \right] + \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{d}{b} \right) \sum_k^{1,3,5} \frac{Z_k^{**}}{K^3} \operatorname{sh} \kappa \pi \times \\
& \times \left[\operatorname{th} \frac{\kappa \pi b}{2d} - \operatorname{th} \frac{\kappa \pi}{2} \right] \Bigg\},
\end{aligned}$$

где

$$Z_k^{**} = \frac{Z_k^*}{d^2}.$$

Величины жесткостей при различных значениях отношения $\frac{b}{2d}$ сведены в таблицу 1.

Таблица 1

$b/2d$	2	3	4	5	10
$\bar{C}$	14,095 Gbd^3	14,740 Gbd^3	15,055 Gbd^3	15,244 Gbd^3	15,622 Gbd^3
$\tilde{C}$	13,832 Gbd^3	14,560 Gbd^3	14,921 Gbd^3	15,136 Gbd^3	15,568 Gbd^3
C	13,963 Gbd^3	14,650 Gbd^3	14,988 Gbd^3	15,190 Gbd^3	15,595 Gbd^3

Данные таблицы 1 показывают, что в случае тонкостенного двутаврового профиля ($b/2d \geq 8$) значения C , вычисленные по обще-

известной полуэмпирической формуле $C = \alpha \sum_{i=1}^n \frac{b_i d_i^3}{3}$, хорошо сов-

падают с найденными нами, в результате точных расчетов, значениями жесткости.

Сектор математики и механики
АН Армянской ССР

Поступило 21 XI 1952

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Тимошенко С. П. Теория упругости. Л-М, ОНТИ, 1934.
2. Канторович Л. В. и Крылов Н. И. Приближенные методы высшего анализа. Москва, ОНТИ, 1941.
3. Боженко А. С. Изгиб (по Сен-Венану) стержней с поперечным сечением из прямоугольных областей при действии поперечной силы в плоскости симметрии. Инженерный сборник, т. V, вып. I, 1948.
4. Förpl A. Vorlesungen 5, 1922.
5. Inge Lyse Bruce G. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Vol. 61, 469—508, 1925.
6. Бычков Д. В. и Мрошинский А. К. Кручение металлических балок. Москва, Стройиздат, 1944.
7. Александрян Е. А. О кручении некоторых призматических стержней. Известия АН Армянской ССР (серия ФМЕТ наук), т. V, № 2, 1952.

Ե. Ա. Ալեքսանդրյան

ԵՐԿՏԱՎՐ ՇԵԾԱՆԻ ՈԼՈՐՈՒՄԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոգովածում բերվում է պատերի կամավոր հաստությամբ երկտավր լայնական հատվածք ունեցող հեծանի ոլորման խնդրի ճիշտ լուծումը:

Խնդիրը բերվում է հաստատուն գործակիցներով երկրորդ կարգի սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների լուծմանը, իսկ ինտեգրման գործակիցները որոշվում են լիովին սեղուկյալ հավասարումների անվերջ սխառեմից: Կոշտությունը հաշվված է՝ կախված երկտավրի երկրաչափական պարամետրերից:

Л. В. Мирзоян

К вопросу о законе космического поглощения

После открытия явления поглощения* света в межзвездном пространстве были проведены многочисленные исследования по изучению физических и кинематических характеристик межзвездного поглощающего вещества. По современным представлениям поглощение вызвано присутствием в межзвездном пространстве поглощающей среды, состоящей из отдельных облаков различной плотности и поглощательной способности. Среди работ по структуре межзвездной поглощающей среды следует указать на оригинальные исследования В. А. Амбарцумяна и его учеников [1, 2, 3].

Вследствие неоднородного состава межзвездной поглощающей среды влияние ее на результаты фотометрических измерений проявляется различным образом:

а) отдельные атомы и молекулы межзвездного газа, поглощая монохроматически, производят дополнительные линии и полосы поглощения в спектрах звезд;

б) пылевые частицы различных размеров, форм и физических свойств поглощают как нейтрально, так и избирательно общее излучение звезд. Нейтральное поглощение одинаково для всех длин волн, в то время как избирательное поглощение изменяется с длиной волны и искажает истинную картину распределения энергии излучения в непрерывном спектре звезд, подверженных межзвездному поглощению.

Для учета влияния избирательного поглощения на распределение энергии в непрерывном спектре звезд необходимо знание закона зависимости избирательного поглощения света от длины волны. Знание этого закона важно также при вычислении отношения полного поглощения к избирательному с целью определения величины полного поглощения. Наконец, знание этого закона должно дать возможность изучения физических характеристик частиц межзвездного поглощающего вещества.

Вид зависимости избирательного поглощения света со стороны межзвездной материи от длины волны определяется физическими

* Под словом „поглощение“ подразумеваются все процессы, связанные с ослаблением света от звезды после прохождения сквозь материю в межзвездном пространстве.

и химическими свойствами (размеры, форма, оптические свойства, состав и т. д.) частиц, составляющих космическое поглощающее вещество. Различия в свойствах этих частиц обуславливают многообразие элементарных процессов поглощения и рассеяния в межзвездном пространстве.

Вследствие этого выведенный из наблюдений закон избирательного поглощения будет интегральным законом лишь в среднем представляющим общую макроскопическую картину избирательного поглощения света со стороны совокупности частиц различного состава, размеров, формы и свойств.

Выводом закона космического избирательного поглощения занимались многие исследователи. Для этой цели они пользовались фотометрией непрерывного излучения горячих звезд, показывающих покраснение. Общеизвестный метод исследования следующий.

При справедливости приближения Вина к закону Планка разность звездных величин, покрасневшей и нормальной звезд, с температурами T_1 и T_2 , для определенной длины волны λ выражается формулой

$$\Delta m_\lambda = c_1 \left(\frac{c_2}{\lambda T_2} - \frac{c_2}{\lambda T_1} - \frac{c_3}{\lambda^\alpha} \right) + \text{const}, \quad (1)$$

где c_1 , c_2 и c_3 — постоянные, а $\frac{c_3}{\lambda^\alpha}$ выражает изменение распределения энергии в непрерывном спектре покрасневшей звезды по закону $\lambda^{-\alpha}$ со стороны межзвездной материи.

Сравнение наблюдаемого распределения энергии в непрерывном спектре покрасневшей звезды с распределением нормальной звезды позволяет это относительное распределение аппроксимировать при помощи формулы (1) соответствующим выбором α . Значение α , при котором достигается наилучшее согласие, определяет закон избирательного поглощения.

О. А. Мельников [4] в 1936 г., исследовав распределение энергии покрасневших c -звезд в двойном скоплении χ и h Персея, показал, что показатель α порядка единицы для фотографической области спектра. Позднее этот вывод был подтвержден многими исследованиями.

В 1940 г. Стеббинс, Хаффер и Уитфорд [5] по фотоэлектрическим наблюдениям O и B звезд нашли, что $\alpha=1$ для области от $\lambda=4000\text{Å}$ до $\lambda=9000\text{Å}$. В 1943 г. Стеббинс и Уитфорд [6] показали, что $\alpha=1$ приблизительно подходит для спектральной области $\lambda=3530-10300\text{Å}$, однако наблюдаются небольшие отклонения. Уитфорд [7] заметил отклонение от $\alpha=1$ в участке около $\lambda=20000\text{Å}$.

Подтверждение справедливости закона λ^{-1} в среднем получили: Б. В. Кукаркин [8] на основе фотоэлектрических показателей цвета, Холл [9] и Бекер [10] на основе колориметрических измерений, Грин-

штейн [11] на основе спектрофотометрических градиентов и др., для различных спектральных участков.

Однако все исследователи сходятся в мнении, что закон λ^{-1} справедлив лишь в среднем, и наблюдаются реальные отклонения от него.

В 1946 г. О. А. Мельников [12], на основе спектрофотометрических измерений, опубликованных до того времени, определил значения α для разных спектральных участков и показал, что они возрастают в сторону длинных волн. Эти значения около $\lambda\lambda$ 3500, 4400, 5500 и 8000 Å соответственно равны 0,5, 1,0, 1,2, и 1,5.

Обзор литературы по данной проблеме, а также наиболее важные результаты исследований содержатся в интересной работе О. А. Мельникова [12].

Основная трудность спектрофотометрических определений закона избирательного поглощения заключается в том, что не всегда возможен выбор звезды сравнения, не отягощенной покраснением (межзвездным или присущим самой звезде—эффект абсолютной величины).

Ниже предложен статистический метод вывода закона избирательного поглощения света, который позволяет избежать эту основную трудность. Для этой цели использована зависимость: спектрофотометрический градиент—избыток цвета покрасневших горячих звезд.

§ 1. Статистический метод определения закона избирательного поглощения. Если имеются звезды: покрасневшая (вследствие избирательного поглощения) и нормальная, данного спектрального класса и светимости, то разность Δm_λ характеризует величину избирательного поглощения для данной длины волны, а ее изменения с последней—закон избирательного поглощения.

Так, формула (1) при $T_1=T_2$ преобразуется в

$$\Delta m_\lambda = \frac{c}{\lambda^\alpha} + \text{const.} \quad (2)$$

Изменение Δm_λ с длиной волны в этом случае обусловлено исключительно избирательным космическим поглощением. Это справедливо при любом законе распределения энергии в непрерывном спектре звезд.

Спектрофотометрический градиент, соответствующий наблюдаемому „искаженному“ покраснением распределению, превышает нормальный спектрофотометрический градиент на величину $\Delta\Phi$. Эта разность, согласно определению спектрофотометрического градиента и формуле (2), равна:

$$\Delta\Phi = 0,921 \frac{d(\Delta m_\lambda)}{d(1/\lambda)} = 0,921 \frac{\alpha c}{\lambda^{\alpha-1}}, \quad (3)$$

где λ —средняя длина волны спектральной области определения $\Delta\Phi$. Дифференцирование выражения (2) выполнено в предположении по-

стоянства s и α . Однако известно, что как s , так и α изменяются с изменением длины волны. В первом приближении дифференцирование будет законным, если s и α изменяются достаточно медленно. В этом случае фигурирующие в (3) s и α будут средние значения этих величин в области определения $\Delta\Phi$. Постоянная s является функцией оптической толщины избирательно поглощающей материи на пути луча и, как известно, $s=1,086 k_\lambda H$. Здесь k_λ — коэффициент в законе избирательного поглощения, а H — однородная толщина поглощающего слоя в см.

Уравнение (3), после замены в нем s его значением, примет вид

$$\Delta\Phi = k_\lambda H \frac{\alpha}{\lambda^{\alpha-1}}. \quad (4)$$

С другой стороны, величина избирательного поглощения характеризуется избытком цвета покрасневшей звезды:

$$\text{ИЦ} = \Delta m_1 - \Delta m_2,$$

где Δm_1 и Δm_2 — разности звездных величин покрасневшей и нормальной звезд для эффективных длин волн λ_1 и λ_2 системы избытков цвета.

Не допуская большой ошибки, для λ_1 и λ_2 можно принять одинаковый закон избирательного поглощения: $\alpha = \beta = \text{const}$ и $k_\lambda = \text{const} = k$. Тогда, согласно определению ИЦ и (2),

$$\text{ИЦ} = 1,086 \bar{k} (\lambda_1^{-\beta} - \lambda_2^{-\beta}) H. \quad (5)$$

Исключая H из уравнений (4) и (5), получим:

$$\Delta\Phi = 0,921 \frac{\lambda_1^\beta \lambda_2^\beta}{\lambda_2^\beta - \lambda_1^\beta} \cdot \frac{k_\lambda}{k} \cdot \frac{\alpha}{\lambda^{\alpha-1}} \text{ИЦ}. \quad (6)$$

Рассмотрение формулы (6) приводит к следующим выводам.

1. Зависимость $\Delta\Phi$ от ИЦ прямолинейная, независимо от принятого закона избирательного космического поглощения. При любом законе поглощения прямая проходит через начало координат (разность $\Delta\Phi$, обусловленная избирательным поглощением, превращается в нуль, когда нет избирательного поглощения).

2. Коэффициент при ИЦ (тангенс угла наклона прямой) для данного спектрального участка изменяется в зависимости от закона избирательного поглощения. В свою очередь наклон прямой, изображающей зависимость $\Delta\Phi$ от ИЦ, однозначно определяет закон избирательного поглощения.

3. При данном законе избирательного поглощения величина наклона прямой изменяется с изменением λ — средней длины волны области определения $\Delta\Phi$. Исключение составляет случай $\alpha=0$ (поглощение нейтральное).

Вышеотмеченные свойства зависимости величины изменения спектрофотометрического градиента вследствие избирательного поглощения от избытка цвета — ИЦ, являются основой статистического

исследования и определения закона избирательного поглощения света межзвездной поглощающей средой.

Прежде чем перейти к применениям вышеизложенного метода для вывода закона избирательного поглощения следует отметить, что непосредственное определение $\Delta\Phi$ связано с большими трудностями, обусловленными, как было указано выше, трудностью выбора звезды сравнения (покраснение, эффект абсолютной величины). Поэтому, целесообразно использовать формулу (6) в следующем виде

$$\Phi = 0,921 \frac{\lambda_1^\beta \lambda_2^\beta}{\lambda_2^\beta - \lambda_1^\beta} \cdot \frac{k_\lambda}{k} \alpha \lambda^{1-\alpha} \text{ ИЦ} + \text{const.} \quad (7)$$

Здесь Φ — наблюдаемый спектрофотометрический градиент звезды, а постоянная справа есть величина смещения прямой (Φ , ИЦ) по оси ординат (Φ). В этом случае прямые, представляющие зависимость (Φ , ИЦ) для звезд различных спектральных классов, не проходят через начало координат и неодинаково смещены по оси ординат. Величина смещения, как правильно отмечено Петри [12], определяет величину нормального спектрофотометрического градиента звезд соответствующего спектрального класса.

Наклон прямых (Φ , ИЦ) для звезд различных спектральных классов одинаковый, т. е. коэффициент при ИЦ в формуле (7) имеет постоянное значение для данной средней длины волны. Это позволяет для определения закона избирательного поглощения использовать среднее взвешенное значение коэффициента при ИЦ из всех его определений для разных спектральных классов.

На основе определений спектрофотометрических градиентов и цветовых избытков можно с большой точностью (методом наименьших квадратов) определить как коэффициент при ИЦ в формуле (7), следовательно α (т. е. закон избирательного поглощения), так и нормальные спектрофотометрические градиенты.

Одновременно используя спектрофотометрические градиенты, определенные в различных спектральных областях, можно следить за ходом изменения закона избирательного поглощения (α) с длиной волны (λ).

§ 2. Сравнение с наблюдениями. Для определения α автором были использованы фотоэлектрические избытки цвета Стеббинса, Хаффера и Уитфорда [5].

Величины спектрофотометрических градиентов взяты из работ Барбье и Шалонжа [14], автора [15] для двух спектральных областей со средними длинами волн $\lambda = 0,350\mu$ и $\lambda = 0,425\mu$, и Гривса, Дэвидсона и Мартина [16] для области с $\lambda = 0,500\mu$.

Из работы Барбье и Шалонжа были выбраны 68 звезд, из работы автора — 22 и из работы Гривса, Дэвидсона и Мартина — 70 звезд спектральных классов О и В, для которых имеются фотоэлектрические избытки цвета в системе Стеббинса, Хаффера и Уитфорда [5].

Для всех выбранных звезд системы уравнений, представляющих зависимость спектрофотометрического градиента от избытка цвета, были решены способом наименьших квадратов (было составлено по системе для каждого спектрального класса). В таблице 1 приведены полученные результаты: A —коэффициент при ИЦ в формуле (7), причем приведенные значения A —средние взвешенные значения для всех спектральных классов, p —вес определения A , а λ —средняя длина волны области определения спектрофотометрического градиента Φ .

Таблица 1

λ в μ	A	p	Источник
0,350	1,82	3,4	Барбье и Шалонж [14]
0,350	1,80	1,3	Мирзоян [15]
0,425	2,88	3,4	Барбье и Шалонж [14]
0,425	2,51	0,8	Мирзоян [15]
0,500	4,10*	2,5	Гривс, Дэвидсон и Мартин [16]

Среднее взвешенное значение A для трех спектральных участков соответственно равно:

$$\begin{aligned} 0,350\mu &- 1,81, \\ 0,425\mu &- 2,81, \\ 0,500\mu &- 4,10. \end{aligned}$$

Для интерпретации полученных результатов вычислим значение коэффициента A , воспользуясь его аналитическим выражением из формулы (7).

Коэффициент A при ИЦ в формуле (7) является произведением двух множителей, которые зависят от законов поглощения в области эффективных длин волн системы избытков цвета и в области определения спектрофотометрических градиентов.

Первый множитель в нашем случае $0,921 \frac{\lambda_1^{\beta} \lambda_2^{\beta}}{\lambda_2^{\beta} - \lambda_1^{\beta}}$ легко вычисляется: в области эффективных длин волн системы Стеббинса и др. $\lambda_1 = 0,426\mu$ и $\lambda_2 = 0,477\mu$, а показатель β λ , согласно многочисленным исследованиям**, в среднем равен единице ($\beta = 1$). Следовательно

* В работе Петри [13] приводится график зависимости Φ (в системе гриничских градиентов) от ИЦ (по Стеббинсу и др.) для группы звезд классов О и В. Среднее значение A по графику для этих звезд равно 3,30, что значительно меньше полученного нами значения—4,10. Возможны два объяснения этого факта: 1) список Петри изобилует звездами с особенностями в спектрах, что может значительно менять значение коэффициента A и 2) данные Петри относятся в основном к области Лебеда, в то время, как гриничские, а также парижские и бюраканские градиенты дают статистическое среднее значение A для многих направлений. В этом случае значительная разность в значениях A говорит о том, что закон избирательного поглощения зависит в общем также от направления.

** См., напр., табл. 39 в работе О. А. Мельникова [12].

$$0,921 \frac{\lambda_1^3 \lambda_2^3}{\lambda_2^3 - \lambda_1^3} = 3,67. \quad (8)$$

Величина этой постоянной не изменяется с изменением области определения Φ . Теперь выражение коэффициента при ИЦ в формуле (7) напишется в виде:

$$A = 3,67 \frac{k_\lambda}{k} \propto \lambda^{1-\alpha}. \quad (9)$$

Если в первом приближении примем $k_\lambda = \bar{k}$ (что на самом деле очень грубо), то для данного α и λ можем вычислить A . Значения A , вычисленные для этого случая по формуле (9), приведены в таблице 2.

Таблица 2

$\alpha \backslash \lambda \text{ в } \mu$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
0,350	0,77	1,10	1,47	1,87	2,39	2,97	3,67	4,48	5,43
0,425	0,88	1,21	1,58	1,98	2,50	3,05	3,67	4,40	5,21
0,500	0,97	1,30	1,67	2,09	2,56	3,08	3,67	4,32	5,06

Значения A , полученные на основе спектрофотометрических градиентов и избытков цвета (табл. 1), согласно таблице 2, соответствуют следующим значениям α :

$$0,69 (\lambda=0,350\mu), 0,86 (\lambda=0,425\mu) \text{ и } 1,03 (\lambda=0,500\mu).$$

Несмотря на грубость нашего допущения ($k_\lambda = \text{const}$), полученные результаты качественно доказывают значительное изменение α для сравнительно небольшого интервала длин волн.

Для большей точности воспользуемся определениями О. А. Мельникова [12]:

$$\frac{k_{0,44}}{k_{0,35}} = 0,58, \frac{k_{0,44}}{k_{0,55}} = 1,15 \text{ и } \frac{k_{0,44}}{k_{0,80}} = 1,41.$$

Интерполируя эти значения для интересующих нас длин волн, получим (принимая $\bar{k} = k_{0,45}$):

$$\frac{k_{0,35}}{k_{0,45}} = 1,54, \frac{k_{0,425}}{k_{0,45}} = 1,10 \text{ и } \frac{k_{0,50}}{k_{0,45}} = 0,87.$$

Умножая соответствующие строки таблицы 2 на эти числа, получим значения A строго по формуле (9). Эти значения приведены в таблице 3.

Значение A по наблюдениям в этом случае согласуются с $\alpha=0,52, 0,81$ и $1,15$ соответственно, в хорошем согласии с результатами работы О. А. Мельникова. Таким образом, учет изменения k_λ с

Таблица 3

α λ в μ	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
0,350	1,19	1,69	2,26	2,88	3,68	4,57	5,65	6,90	8,36
0,425	0,97	1,33	1,74	2,18	2,75	3,36	4,04	4,84	5,73
0,500	0,84	1,13	1,45	1,82	2,23	2,68	3,19	3,76	4,40

длиной волны показывает, что α изменяется с длиной волны в действительности быстрее, чем в случае $k_\lambda = \text{const}$.

Для дополнительной проверки полученных результатов был применен метод, использованный Гринштейном [11] для определения α по известным спектрофотометрическим градиентам.

Отношение $C = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Phi_{\text{ср}}} \left(\Phi_1 \text{ и } \Phi_2 - \text{спектрофотометрические градиенты звезды для спектральных областей со средними длинами волн } \lambda_1 \text{ и } \lambda_2, \text{ а } \Phi_{\text{ср}} = \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} \right)$ определяется однозначно, если известен закон избирательного поглощения. Если допустим в первом приближении, что в области (λ_1, λ_2) действует неизменный закон поглощения $c\lambda^{-\alpha}$ ($\alpha = \text{const}$), то

$$C = \frac{\lambda_2^{1-\alpha} - \lambda_1^{1-\alpha}}{\lambda_{\text{ср}}^{1-\alpha}}. \quad (10)$$

Это справедливо если Φ_1 и Φ_2 приведены к одинаковой длине волны и одинаковому нуль-пункту.

Величина C была вычислена на основе спектрофотометрических градиентов парижских и гринических исследователей [14, 16]. Для получения однородных результатов не использованы градиенты звезд гигантов, карликов и с особенностями в спектрах.

Для 102 звезд спектральных классов В и А из списка Барбье и Шалонжа среднее значение C равно $-0,10$ ($\lambda_1 = 4250\text{Å}$, $\lambda_2 = 3500\text{Å}$). Значения C вычисленные для разных α по формуле (10) приведены в таблице 4. Как видно $C = -0,10$ соответствует случаю $\alpha = 0,5$.

Таблица 4

α	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
C	-0,12	-0,10	-0,08	-0,06	-0,04	-0,02	0

Для 66 звезд классов В и А, общих в списках парижских и гринических градиентов, $C = 0,036$ ($\lambda_1 = 5000\text{Å}$, $\lambda_2 = 4250\text{Å}$). Согласно Барбье и Шалонжу их градиенты ($\lambda_2 = 4250\text{Å}$) после приведения к $\lambda_1 = 5000\text{Å}$ нуждаются в поправке нуль-пункта, равной 0,06 для

достижения наилучшего согласия между двумя системами градиентов. После внесения этой поправки C становится равным $-0,021$. Следует указать, что часть этой поправки обусловлена избирательным межзвездным поглощением. Следовательно истинное значение C заключается между пределами: $-0,021$ и $0,036$. Согласно таблице 5, содержа-

Таблица 5

α	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
C	-0,03	-0,02	0	0,02	0,03	0,05

щей значения C по формуле (10) для $\lambda_1 = 5000\text{Å}$ и $\lambda_2 = 4250\text{Å}$, соответствующие предельные значения α равны 0,9 и 1,2.

Таким образом, мы убеждаемся в выводе о значительном изменении α с длиной волны даже для сравнительно узких интервалов длин волн.

В этой связи результат Гринштейна [17], согласно которому наилучшее согласие с наблюдательными данными Стеббинса и Уитфорда по шестичветной фотоэлектрической фотометрии О и В звезд [6, 18] на всем протяжении области от 4220Å до 10300Å получается при $\alpha=0,56$ ($\alpha=\text{const}$), следует считать спорным.

§ 3. *Общие замечания.* Результаты исследований О. А. Мельникова и данные предыдущего параграфа показывают значительное изменение закона избирательного поглощения с длиной волны в той его форме, в какой представляют его в настоящее время

$$\Delta m_\lambda = \frac{1,086}{\lambda^*} k_\lambda H + \text{const.} \quad (2)$$

С изменением длины волны в этой формуле быстро изменяются, как указывают наблюдательные данные, оба параметра: k_λ и α . Это говорит о том, что такое аналитическое представление закона поглощения нельзя считать удачным.

Здесь мы приводим некоторые соображения о возможности представления закона избирательного поглощения некоторой определенной функцией длины волны $\varphi(\lambda)$ и о том, как можно определить вид этой функции на основе статистического метода § 2.

Пусть в общем случае разность Δm_λ представляется формулой

$$\Delta m^\lambda = \sigma \varphi(\lambda) + \text{const}, \quad (2a)$$

где σ — постоянная.

Тогда спектрофотометрический градиент вследствие избирательного поглощения изменится на величину:

$$\Delta\Phi = 0,921\sigma \frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)}. \quad (3a)$$

Для избытка цвета имеем:

$$\text{ИЦ} = \sigma[\varphi(\lambda_1) - \varphi(\lambda_2)]. \quad (5a)$$

После исключения σ из двух последних уравнений, получим:

$$\Delta\Phi = \frac{0,921}{[\varphi(\lambda_1) - \varphi(\lambda_2)]} \cdot \frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)} \text{ИЦ}. \quad (6a)$$

Зависимость спектрофотометрического градиента от избытка цвета в этом общем случае имеет вид:

$$\Phi = \frac{0,921}{[\varphi(\lambda_1) - \varphi(\lambda_2)]} \cdot \frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)} \text{ИЦ} + \text{const.} \quad (7a)$$

Формула (7a) показывает, что зависимость спектрофотометрического градиента от избытка цвета прямолинейная при любых законах распределения энергии в непрерывном спектре звезд и межзвездного избирательного поглощения.

С другой стороны, каждое определение этой зависимости из наблюдений одновременно есть определение величины $\frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)}$ с точностью до постоянного множителя $C_1 = \varphi(\lambda_1) - \varphi(\lambda_2)$.

В таблице 6 приведены значения $\frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)}$ с точностью до C_1 , вычисленные с помощью таблицы 1.

Таблица 6

$1/\lambda$	2,86	2,35	2,00
$\frac{1}{C_1} \cdot \frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)}$	1,97	3,05	4,45

Имея достаточно большое число определений $\frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)}$ для различных длин волн, можно получить функцию $\varphi(\lambda)$ интегрированием кривой зависимости $\frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)}$ от $1/\lambda$. Следовательно, в этом случае задача определения закона избирательного поглощения сводится к интегрированию кривой зависимости $\frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)}$ от $1/\lambda$, выведенной из наблюдений.

К сожалению, в настоящее время спектрофотометрические определения градиентов распространяются на очень узкий интервал длин волн, что сильно затрудняет осуществление этой идеи.

Нетрудно убедиться в справедливости равенства

$$\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} \frac{\frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)}}{\varphi(\lambda_1) - \varphi(\lambda_2)} = 1.$$

Это равенство может служить контролем при определениях $\frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)}$ на основании зависимости спектрофотометрического градиента от избытка цвета.

В частном случае, когда $\varphi(\lambda) = c\lambda^{-\alpha}$, где α и c постоянные:

$$\alpha = \frac{\frac{1}{\lambda} \frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)}}{\varphi(\lambda)} \quad \text{и} \quad \alpha - 1 = \frac{\frac{1}{\lambda} \frac{d^2\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)^2}}{\frac{d\varphi(\lambda)}{d(1/\lambda)}}.$$

Можно надеяться, что распространение определений спектрофотометрических градиентов на длинноволновую часть спектров звезд даст возможность в будущем вывести общий закон избирательного поглощения $\varphi(\lambda)$ с постоянными параметрами для всех длин волн.

Автор выражает свою глубокую благодарность В. А. Амбарцумяну за ценную дискуссию затронутых в настоящей статье вопросов.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория АН Армянской ССР

Поступило 28 XI 1952

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Амбарцумян В. А., Горделадзе Ш. Г. Бюлл. Абаст. обс. **2**, 37, 1938.
2. Амбарцумян В. А. Бюлл. Абаст. обс. **4**, 17, 1940.
3. Амбарцумян В. А. Сообщ. Бюраканск. обс. вып. **6**, 1950.
4. Мельников О. А. Цирк. ГАО **21**, 3, 1937.
5. Stebbins J., Huffer C., Whitford A. Ap. J. **91**, 20, 1940.
6. Stebbins J., Whitford A. Ap. J. **98**, 20, 1943.
7. Whitford A. Ap. J. **107**, 102, 1948.
8. Кукаркин Б. В. Астр. журн. **17**, № 1, 13, 1940.
9. Hall J. Ap. J. **85**, 145, 1937.
10. Becker W. AN. **275**, 145, 229, **276**, 1, 1947.
11. Greenstein J. Ap. J. **87**, 151, 1938.
12. Мельников О. А. Труды ГАО **64**, 91, 1950.
13. Petrie W. Pub. Dom. Ap. Obs. Victoria, **7**, 383, 1948.
14. Barbier D., Chalonge D. Ann. d'Ap. **4**, 30, 1941.
15. Мурзоян Л. В. Астр. журн. (в печати).

16. Greaves W., Davidson C., Martin E. MN 100, 189, 1940.
 17. Greenstein J. Ap. J. 104, 403, 1946.
 18. Stebbins J., Whitford A. Ap. J. 102, 318, 1945.

Լ. Վ. Միրզոյան

ԿՈՍՄԻԿԱԿԱՆ ԿԼԱՆՄԱՆ ՕՐԵՆՔԻ ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՁԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Լույսի կլանման* երևույթը միջաստղային տարածության մեջ պայմանավորված է առանձին կլանող ամպերից կազմված կլանող միջավայրի տեղայնությամբ։ Առանձնապես մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում միջաստղային ընտրական կլանումը, որի մեծությունը փոխվում է ալիքի երկարության հետ միասին։ Ընտրական կլանման հետևանքով էներգիայի դիսպոզիցիան կլանմանը ենթակա աստղերի անընդհատ սպեկտրներում զգալիորեն տարբերվում է իրական բաշխումից։ Այդ իրական պատկերը վերականգնելու համար անհրաժեշտ է գիտենալ ընտրական կլանման օրենքը միջաստղային տարածության մեջ։ Մյուս կողմից, եթե հայտնի է այդ օրենքը, ապա հնարավոր է զբաղվել կլանող նյութի հատկությունների ուսումնասիրությամբ։ Այդ հատկությունների տարբերությամբ է պայմանավորված կլանման և ցրման էլեմենտար պրոցեսների բազմազանությունը միջաստղային տարածության մեջ։ Հետևաբար, աստղոֆիզիկական դիտումների հիման վրա ստացված կլանման օրենքը հանդիսանում է ինտեգրալ օրենք, որը միայն միջին իմաստով է ներկայացնում լույսի ընտրական կլանման ընդհանուր մոտեցիկ պատկերը միջաստղային տարածության մեջ։

Ընտրական կլանման օրենքի ուսումնասիրությունը տարբեր հետազոտողների կողմից ցույց է տվել, որ այն կարելի է ներկայացնել $\epsilon \lambda^{-2}$ տեսքով, ըստ որում սպեկտրի լուսանկարչական մասում ճիշտ է $\alpha = 1$ մոտավորությունը։ Օ. Ա. Մելնիկովը և ուրիշները ցույց են տվել, որ նկատվում են α -ի ունեւ փոփոխությունները λ -ի հետ միասին։ Մելնիկովը ցույց է տվել, որ α -ն աճում է դեպի երկար ալիքները և որոշել է α -ի արժեքները՝ $\lambda = 3500 - 8000 \text{ \AA}$ տիրույթի համար։

Ներկա հոդվածում առաջադրված է նոր մեթոդ ընտրական կլանման օրենքի որոշման համար՝ կլանմանը ենթակա աստղերի սպեկտրոֆոտոմետրիկ զբաղիենտների և զույնի ավելցուկների միջև զույնության ունեցող դեպքին առնչության հիման վրա։

Կլանման օրենքի վերաբերյալ հայտնի աշխատությունների արդյունքների համառոտ քննարկումից հետո դուրս է բերված տեսականորեն սպեկտրոֆոտոմետրիկ զբաղիենտ-զույնի ավելցուկ առնչությունը $\epsilon \lambda^{-2}$ օրենքի գեպըում (§ 2)։ Այնուհետև ջնքմ աստղերի դիտված զբաղիենտների և զույնի ավելցուկների միջոցով ստացված է նույն առնչությունը $\lambda = 0,35 \mu$,

* Էկլանում է բառի տակ հասկացվում են այն բոլոր պրոցեսները, որոնք կապված են աստղի լույսի թուլացման հետ, երբ նա անցնում է նյութի միջով՝ միջաստղային տարածության մեջ։

0,42 μ և 0,50 μ դեպքերի համար, Ստացված արդյունքների համեմատությամբ տեսականորեն ստացված առնչության հետ ցույց է տալիս, որ ալիքի երկարության հետ միասին արագ փոփոխվում է α -ն և որ այդ փոփոխությունը զգալի է համեմատաբար նեղ՝ $\lambda=3500-5000$ Å սպեկտրալ տիրույթում: Նույն բանը ապացուցված է մի այլ հայտնի եղանակով (§ 2):

Քանի որ Օ. Ա. Մեյնիկովի, ինչպես նաև § 2-ում ստացված արդյունքները ցույց են տալիս, որ $C\lambda^{-\alpha}$ օրենքում երկու պարամետրներն էլ (C և α) արագ փոփոխվում են ալիքի երկարության հետ միասին, հետևաբար՝ օրենքը այդ տեսքով ներկայացնելու ոչ նպատակահարմար լինելը, ապա հոգվածի վերջում (§ 3) ցույց է տրված կոսմիկական կլանման օրենքն այնպիսի անտրիտիկ տեսքով ներկայացնելու հնարավոր ճանապարհը, որի դեպքում պարամետրերը հաստատուն են և ընդհանուր λ -ի բոլոր արժեքների համար:

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

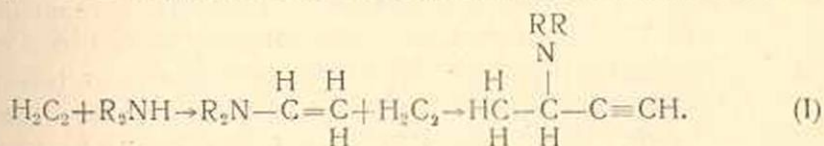
А. Т. Бабалян, Н. Г. Вартанян

Синтез некоторых бутиниламинов

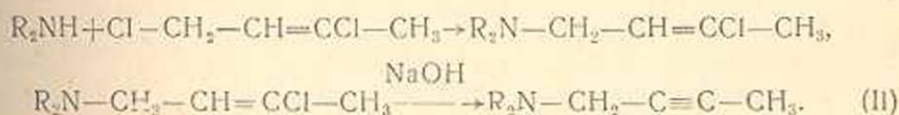
Ацетиленовые амины во многих отношениях представляют большой интерес. Первые представители этого ряда были получены дегидробромированием β - γ -дибромалкиламинов этилатом натрия [1]. В дальнейшем синтез этих соединений осуществлялся и по реакции Манниха взаимодействием аминов с муравьиным альдегидом и однозамещенными ацетиленами, как-то: фенилацетилен [2], винилацетилен [3], алкилацетилены и ацетиленовые спирты [4].

Конденсация самого ацетилена с муравьиным альдегидом и вторичными аминами производилась под давлением в присутствии катализаторов [5].

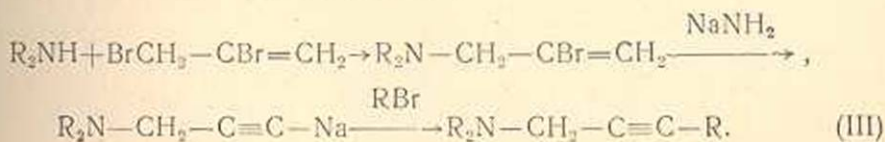
Непосредственная конденсация ацетилена с аминами осуществлялась под давлением в присутствии медного катализатора [6], по схеме:



Одним из авторов совместно с А. Г. Терзян [7] были синтезированы диалкиламинбутины дегидрохлорированием γ -хлоркротиламинов. Последние получались взаимодействием 1,3-дихлорбутена-2 со вторичными аминами:



Впоследствии Парселем и Полардом [8] был разработан в первой своей части аналогичный нашему, но более общий способ получения ацетиленовых аминов, по схеме:



В настоящей статье описываются получение дибутиниламина, трибутиниламина и дифенилбутиниламина по схеме (II).

В ранней работе одного из авторов, совместно с А. Григорян [9], изучалась реакция 1,3-дихлорбутена-2 с аммиаком как в отсутствии растворителя, так и в среде спирта, эфира и бензола. Взаимодействие 1,3-дихлорбутена-2 с аммиаком независимо от нас изучал и Вихтерле [10]. Нами установлено, что эта реакция лучше всего протекает в водной среде. В концентрированном водном аммиаке при хорошем перемешивании реакция практически заканчивается уже через 3—4 часа. Конец реакции проверяется растворением пробы в соляной кислоте. В зависимости от количественного соотношения 1,3-дихлорбутена-2 к аммиаку получаются в различной степени алкилированные амины. Общий выход аминов 72—77% теоретического. Взаимодействие дифениламина с 1,3-дихлорбутеном-2 в отсутствии растворителя происходит с неудовлетворительным выходом (30—35%). В присутствии воды выход достигает 45%. Еще выше выход в спиртовой среде (60—62%). В присутствии водной щелочи взаимодействие дифениламина с 1,3-дихлорбутеном-2 не происходит. В результате получаем дифениламин обратно и 3-хлорбутен-2-ОЛ-1, т. е. продукт гидролиза 1,3-дихлорбутена-2.

Экспериментальная часть

1. *Взаимодействие 1,3-дихлорбутена-2 с водным раствором аммиака.* К 1125 мл 35% водного раствора аммиака добавлено 250 г 1,3-дихлорбутена-2. Смесь перемешивалась до окончания реакции. Последнее определялось растворением пробы в соляной кислоте. Продолжительность реакции 4 часа. Водный и аминный слои были отделены. Из водного слоя эфиром извлечено 22,05 г (10,45%) монохлорбутениламина. Затем к водному слою добавлена щелочь и экстракция повторена — получено 17,5 г (8,3%) γ -хлоркротиламина. Аминный слой высушен над едким кали и дважды перегнан в вакууме.

Получены фракции.

1. 130—140° (680 мм) 6,6 г — моно-(γ -хлоркротил)-амин — 3,1% т. пл. хлористоводородной соли [9, 10] 218°.
2. 105—116° (6 мм) 41,5 г — ди-(γ -хлоркротил)-амин — 21,4%, т. пл. хлористоводородной соли [10] 204—205°.
3. 140—153° (4,5 мм) 63,5 г — три-(γ -хлоркротил)-амин — 33,72%, т. пл. хлористоводородной соли [9, 10] 184—186°.

Общий выход составляет 76,9% теоретического.

2. *Дибутиниламин.* Смесь 39 г ди-(γ -хлоркротил)-амина, 28 г КОН и 60 мл (91%) спирта в течение 10 часов кипятилась на водяной бане с обратным холодильником. Выпавший осадок отфильтрован. После удаления растворителя продукт промыт водой, высушен и дважды перегнан в вакууме. Получено 22,3 г (91,8%) жидкости, кипящей при 79—81° (3 мм).

d_4^{20} 0,9361, n_D^{20} 1,4905. Найдено: MR_D 37,3978.

$C_8H_{11}N$ $\bar{F}_2$. Вычислено: MR_D 38,739.

0,1113 г вещ.: 11,8 мл N_2 (17°, 682 мм). Найдено %: N 11,20. $C_8H_{11}N$.
Вычислено %: N 11,57.

*3. *Трибутилами́н*. Смесь 56,6 г три-(γ -хлоркротил)-амина, 60,3 г КОН и 100 мл (91%) спирта в течение 10 часов кипятилась на водяной бане с обратным холодильником. Выпавший осадок отфильтрован. После удаления растворителя продукт промыт водой, высушен и дважды перегнан в вакууме. Получено 31,05 г жидкости (89,58%), кипящей при 127–128° (3 мм).

d_4^{20} 0,9365, n_D^{20} 1,5112. Найдено: MR_D 55,36.

$C_{12}H_{15}N$ $\bar{F}_3$. Вычислено: MR_D 55,55.

0,1099 г вещ.: 8,7 мл N_2 (19°, 668 мм). Найдено %: N 8,13. $C_{12}H_{15}N$.
Вычислено %: N 8,09.

4. *Дифенилхлорбутениламин*. Смесь 25 г 1,3-дихлорбутена-2, 68 г дифениламина и 20 мл спирта нагревалась на кипящей водяной бане с обратным холодильником в течение 17 часов. Выпавший осадок отфильтрован. Т. пл. 174–176°, с солянокислым дифениламином не дает депрессии. После отгонки растворителя продукт дважды перегнан в вакууме. Получено 32 г жидкости (62,15%), кипящей при 170–172° (1,5 мм).

d_4^{20} 1,1314, n_D^{20} 1,6149. Найдено: MR_D 79,4

$C_{16}H_{16}NCl$ $\bar{F}_7$. Вычислено: MR_D 78,75.

0,1143 г вещ.: 0,3134 г CO_2 0,0668 г H_2O . Найдено %: C 74,77. N 6,49. $C_{16}H_{16}NCl$. Вычислено %: C 74,57, N 6,21.

Смесь 17 г дифениламина, 12,5 г 1,3-дихлорбутена-2 и 20 мл воды время от времени перемешиваясь нагревалась на кипящей водяной бане в течение 17 часов. Масляный слой перегнан в вакууме. Первая фракция 148–169° (1,5 мм) 5,25 г полностью закристаллизовалась, т. пл. 53–54°, в смеси с дифениламином не дает депрессии. Вторая фракция 175–180° (2,5 мм) 11,55 г жидкости n_D^{20} 1,6151—дифенил-(γ -хлоркротил)-амин (выход 45%). В водном слое титрацией найдено 56% теоретического количества хлористого водорода. Из воды получено также и небольшое количество кристаллов с т. пл. 173–175°; в смеси с солянокислым дифениламином не дает депрессии.

5. *Дифенилбутилами́н*. Смесь 12,9 г дифенил-(γ -хлоркротил)-амина, 3,4 г КОН, 10 мл полиэтиленгликоля нагревалась на голом огне в течение 2,5 часов. Выпавший осадок отфильтрован. Продукт промыт водой и дважды перегнан в вакууме. Получено 9,3 г (84%) кристаллического вещества с т. пл. 53–54° с т. кип. 167–168° (2,5 мм).

0,10778 г вещ.: 6,5 мл N_2 (16,5°, 680 мм). Найдено %: N 6,36.
0,01010 г вещ.: 6,4 мл N_2 (17°, 680 мм). Найдено %: N 6,46.
 $C_{16}H_{15}N$. Вычислено %: N 6,33.

Выводы

1. Взаимодействием 1,3-дихлорбутена-2 с дифениламином впервые получен дифенил-(γ -хлоркротил)-амин.

2. Дегидрохлорированием соответствующих γ -хлоркротиламинов впервые получены дибутинил-, трибутинил- и дифенилбутинилмины.

Химический институт АН
Армянской ССР

Поступило 18 X 1952

ЛИТЕРАТУРА

1. Paal C., Hermann C. B. 22. 3090. (1889). Paal C., Heupel A. B. 24. 3045, (1891).
2. Mannich C., Chang. B. 66. 418. (1933).
3. Coffman D. D. Am. Chem. Soc. 51, 1978, (1935). Corothers, Du-Pont. Амер. пат. 2110. 199, (1938).
4. Jones E. R. H., Marszak I., Bader H. Chem. Soc. 1578, (1947).
5. Франц. пат. 839875 (1939). Амер. пат. 2273141 (1942). Англ. пат. 510904 (1948).
6. Gardner C., Kerrigan V., Rose L. D., Weedon B. C. L. chem. Soc. 780 (194).
7. Бабаян А. Т., Терзян А. Г. ДАН Армянской ССР, т. IX, № 3, 105, (1948.)
8. Parcell R. F., Pollard C. B. Am. Chem. Soc. 72, 6, 2485, (1950); 72, 7, 312 (1950).
9. Бабаян А. Т., Григорян А. А. ДАН Армянской ССР, т. VI, № 5, 143, (1947).
10. Wichterle O., Hudlicky. M. Ch. Abs. 4149. (1947).

Ա. Թ. Բաբայան, Ն. Գ. Վարդանյան

ՄԻ ՔԱՆԻ ԲՈՒՏԻՆԻԼԱՄԻՆՆԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Ուսումնասիրված է 1,3-դիքլորբուտեն-2-ի սեռացիան ամիակի հետ՝ ջրային միջավայրում: Ստացվող մոնո-(γ -քլորիլբուտիլ) — և դի-(γ -քլորիլբուտիլ) — և տրի-(γ -քլորիլբուտիլ)-ամինների ընդհանուր հլուրդը հասնում է 72—77%-ի:

Դի-(γ -քլորիլբուտիլ) — և տրի-(γ -քլորիլբուտիլ)-ամինների գենիդրոքլորացմամբ ստացված են՝ դիբուտինիլամին — 91,80% հլուրդով և տրիբուտինիլամին — 89,50% հլուրդով:

1,3-դիքլորբուտեն-2-ի և դիֆենիլամինի փոխազդեցությամբ, ինչպես լուծիչի մեջ, այնպես էլ առանց նրան, ստացված է դիֆենիլ-(γ -քլորիլբուտիլ)-ամին՝ առանց լուծիչի — 30—35%, սպիրտային լուծույթով — 60—62%, ջրայինում — 45% հլուրդով:

Դիֆենիլ-(γ -քլորիլբուտիլ)-ամինի գենիդրոքլորացմամբ ստացված է դիֆենիլբուտինիլամին տեսականի 84% հլուրդով:

Ստացված միացություններից՝ դիբուտինիլամինը, տրիբուտինիլամինը, դիֆենիլքլորբուտինիլամինը և դիֆենիլբուտինիլամինը նկարագրվում են առաջին անգամ:

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Л. М. Джанполадян

Молекулярные соединения хлористого магния с
аллиловым, бензиловым, фенил этиловым
и фурфуроловым спиртами

Задачей исследования было получение молекулярных соединений $MgCl_2$ со спиртами непредельными, ароматическими и гетероциклическими. Для этого были взяты спирты: аллиловый, фенил этиловый и фурфуроловый.

Молекулярные соединения со спиртами этих групп, за исключением непредельных спиртов, не известны. Ормонт [1] получил с $MgCl_2$ и аллиловым спиртом соединение, где число молекул аллилового спирта координированных с Mg равно двум, трем, четырем и пяти. Пфейффером [2] получено молекулярное соединение $MgCl_2$ с двумя молекулами линалоола.

Экспериментальная часть

Кристаллоалкоголят хлористого магния с аллиловым спиртом. Хлористый магний образует непрочное молекулярное соединение с аллиловым спиртом. Для получения соединения 5,6 г хлористого магния было растворено в 30 г аллилового спирта. Реакция протекала бурно с выделением тепла. После нагревания в течение 1 часа при 100° горячий раствор был отфильтрован. Фильтрат в приемнике быстро закристаллизовался. Полученное соединение было вновь перекристаллизовано из аллилового спирта. Соединение представляло собой мелкие пластинчатые кристаллы, не действующие на поляризованный свет. Кристаллы очень гигроскопичны. При хранении вещество не выветривалось.

Анализ соединения на Cl отвечает следующей формуле:

$MgCl_2 \cdot 6CH_2=CHCH_2OH$ 0,2245 г вещ.: 9,8 мл 0,1 н $AgNO_3$
0,090 г вещ.: 3,98 мл 0,1 н $AgNO_3$.

Найдено %: Cl 15,80; 16,00.

$MgCl_2 \cdot 6C_3H_6O$. Вычислено %: Cl 15,99.

Температура плавления $62-64^\circ$; d_4^{20} — 1,110. Молекулярный объем: найдено 99,73, вычислено 448,39. Сжатие на одну молекулу 8,11. Коэффициент сжатия 0,1194. Теплота образования 28,67 ккал.

Таким образом, кроме описанных ранее соединений, $MgCl_2$ образует кристаллалкоголят с шестью молекулами аллилового спирта.

Для определения влияния двойной связи на комплексообразование, полученное соединение можно сопоставить с аналогичным кристаллалкоголятом пропилового спирта— $MgCl_2 \cdot 6C_3H_7OH$ [3], который очень неустойчив, быстро выделяет спирт, образуя $MgCl_2 \cdot 5C_3H_7OH$ и $MgCl_2 \cdot 2C_3H_7OH$. Теплота образования $MgCl_2 \cdot 6C_3H_7OH$ равна 16,89 ккал, а $MgCl_2 \cdot 6C_3H_5OH$ —28,67 ккал. Очевидно, влияние двойной связи сказывается на прочность молекулярного соединения и энергии комплексообразования.

Кристаллалкоголят хлористого магния с бензиловым спиртом. Из ароматических спиртов получены молекулярные соединения с бензиловым и фенил этиловым спиртами.

1,32 г хлористого магния нагревался с 20 г бензилового спирта. После фильтрации к реакционной смеси приливали 50 мл четыреххлористого углерода. Выделившиеся в течение трех дней игольчатые прозрачные кристаллы промывались четыреххлористым углеродом, затем петролейным эфиром, ставились в эксикатор для сушки.

По анализу состав полученного продукта отвечает $MgCl_2 \cdot 6C_6H_5CH_2OH$.

0,2495 г вещ.: 6,7 мл 0,1 н $AgNO_3$,

0,1467 г вещ.: 4,0 мл 0,1 н $AgNO_3$,

0,5643 г вещ.: 0,0855 г $Mg_2P_2O_7$,

0,5640 г вещ.: 0,1833 г $Mg_2P_2O_7$.

Найдено %: Cl 9,92; 9,66; Mg 3,31; 3,42.

$MgCl_2 \cdot 6C_6H_5O$. Вычислено %: Cl 9,56; Mg 3,27.

Температура плавления 122—126; d_4^{20} 1,2346. Молекулярный объем: найдено 602,32; вычислено 661,45. Сжатие на одну молекулу 11,52. Коэффициент сжатия 0,1110. Теплота образования 34,11 ккал.

Полученный кристаллалкоголят после хранения в эксикаторе над хлористым кальцием в течение 3-х месяцев имел состав: $MgCl_2 \cdot 4C_6H_5CH_2OH$.

0,5740 г вещ.: 21,00 мл 0,1 н $AgNO_3$,

0,4362 г вещ.: 16,17 мл 0,1 н $AgNO_3$,

0,5336 г вещ.: 0,1173 г $Mg_2P_2O_7$,

0,5740 г вещ.: 0,1252 г $Mg_2P_2O_7$.

Найдено %: Cl 12,97; 13,18; Mg 1,80; 4,76.

$MgCl_2 \cdot 4C_6H_5O$. Вычислено %: Mg 4,61; Cl 13,44.

Кристаллы растворенные в бензиловом спирте и вновь выкристаллизованные, снова образовали $MgCl_2 \cdot 6C_6H_5CH_2OH$. При хранении две молекулы спирта выветрились и получилось соединение: $MgCl_2 \cdot 4C_6H_5CH_2OH$.

Таким образом, можно считать доказанным образование двух молекулярных соединений хлористого магния с бензиловым спиртом: $MgCl_2 \cdot 6C_6H_5CH_2OH$ и $MgCl_2 \cdot 4C_6H_5CH_2OH$.

Кристаллалкоголят хлористого магния с фенил этиловым спиртом. Безводный свежеперегнанный фенил этиловый спирт нагревался с 1,5 г хлористого магния. К профильтрованному раствору приливалось 50 мл петролейного эфира. Через 24 часа образовались гигроскопические непрочные удлиненные игольчатые кристаллы, которые имели следующий состав: $\text{MgCl}_2 \cdot 5\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_2\text{OH}$.

0,1698 г вещ.: 4,84 мл 0,1 н AgNO_3 ,

0,2980 г вещ.: 8,08 мл 0,1 н AgNO_3 .

Найдено %: Cl 10,11; 9,61.

$\text{MgCl}_2 \cdot 5\text{C}_6\text{H}_5\text{O}$. Вычислено %: Cl 10,05; Т. пл. 107—109°.

Второй опыт был проделан с 30 г фенил этилового спирта, слегка увлажненного несколькими каплями воды. В фенил этиловом спирте при нагревании растворилось 4,3 г хлористого магния. После фильтрации от нерастворенного остатка к реакционной смеси было прибавлено 100 мл петролейного эфира и смесь нагревалась 1,5 часа при 100—110°. При охлаждении выпала кристаллическая порошкообразная масса, которая соответствовала формуле:

$\text{MgCl}_2 \cdot 4\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_2\text{CH}_2\text{OH} \cdot 3\text{H}_2\text{O}$. Вещество стойкое, негигроскопическое. Водой разлагалось довольно медленно.

0,2141 г вещ.: 6,68 мл 0,1 н AgNO_3 ,

0,2216 г вещ.: 7,00 мл 0,1 н AgNO_3 ,

0,5828 г вещ.: 0,0813 г $\text{Mg}_2\text{P}_2\text{O}_7$,

0,3966 г вещ.: 0,6820 г $\text{Mg}_2\text{P}_2\text{O}_7$,

0,1317 г вещ.: 0,2965 г CO_2 0,0900 г H_2O ,

0,1263 г вещ.: 0,2823 г CO_2 0,0837 г H_2O .

Найдено %: Mg 3,81; 3,76; Cl 11,06; 11,20; C 61,40; 60,95; H 7,61; 7,41.

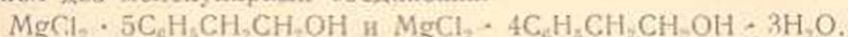
$\text{MgCl}_2 \cdot 4\text{C}_6\text{H}_5\text{O} \cdot 3\text{H}_2\text{O}$. Вычислено %: Mg 3,81; Cl 11,12; C 61,18; H 7,27. Т. пл. 103—105°, d_4^{20} 1,1826. Молекулярный объем: найдено 539,14; вычислено 557,27, коэффициент сжатия 0,0222. Теплота образования 35,52 ккал.

Полученный результат показывает, что фенил этиловый спирт образует молекулярное соединение, в состав которого входят 3 молекулы воды.

Строение полученного соединения можно представить следующим образом: $\text{MgCl}_2 \cdot 4\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_2\text{CH}_2\text{OH} \cdot 3\text{H}_2\text{O}$



Следовательно, фенил этиловый спирт образует с хлористым магнием два молекулярных соединения:



Кристаллалкоголят хлористого магния с фурфуроловым спиртом. Фурфуроловый спирт перед опытом был перегнан под вакуумом. К 20 г спирта было прибавлено 2,1 г MgCl_2 , смесь нагревалась под вакуумом 10 мм при 80° .

По мере растворения хлористого магния температура кипения жидкости повышалась, достигнув в конце реакции 108° .

После полного растворения хлористого магния реакционная смесь фильтровалась. К фильтрату было прибавлено 30 мл четыреххлористого углерода. Выпал кристаллический осадок. Кристаллы гигроскопичны, на свету желтеют, водой разлагаются. Полученный продукт промывался четыреххлористым углеродом и петролейным эфиром. По анализу вещество соответствовало $\text{MgCl}_2 \cdot 5\text{C}_4\text{H}_5\text{OCH}_2\text{OH}$.

0,1131 г вещ.: 4,65 мл 0,1 н AgNO_3 ,
 0,1054 г вещ.: 4,37 мл 0,1 н AgNO_3 ,
 0,3948 г вещ.: 0,931 г $\text{Mg}_2\text{P}_2\text{O}_7$,
 0,4215 г вещ.: 0,0940 г $\text{Mg}_2\text{P}_2\text{O}_7$,
 0,1217 г вещ.: 0,2178 г CO_2 0,0569 г H_2O ,
 0,1178 г вещ.: 0,2149 г CO_2 0,0525 г H_2O .

Найдено %: Mg 4,87; 5,15; Cl 14,58; 14,52; C 48,83; 49,07; H 5,23; 5,03.

$\text{MgCl}_2 \cdot 5\text{C}_4\text{H}_5\text{O}$. Вычислено %: Mg 4,98; Cl 14,551; C 49,23; H 4,96.

Температура плавления $103-104^\circ$; d_4^{20} 1,2680. Молекулярный объем: найдено 396,82, вычислено 433,25. Сжатие на 1 мол. 9,11; коэффициент сжатия 0,1230. Теплота образования 29,57 ккал.

Реакцию получения кристаллалкоголята можно вести и при атмосферном давлении, но в присутствии большого количества четыреххлористого углерода. Без этого растворителя кристаллы не выделяются, а реакционная смесь быстро темнеет. Результат описанного опыта показывает, что фурфуроловый спирт образует молекулярное соединение $\text{MgCl}_2 \cdot 4\text{C}_4\text{H}_5\text{OCH}_2\text{OH}$, где число молекул алкоголя равно четырем.

Очевидно с Mg координируется кислород спиртовой группы, а гетероциклический кислород в комплексообразовании не участвует.

В ы в о д ы

1. Хлористый магний образует молекулярные соединения со спиртами непредельными, ароматическими и гетероциклическими.

2. Аллиловый спирт образует с хлористым магнием молекулярное соединение состава $\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{CH}_2=\text{CHCH}_2\text{OH}$.

3. Бензиловый спирт выделяет с хлористым магнием два соединения: $MgCl_2 \cdot 6C_6H_5CH_2OH$ и $MgCl_2 \cdot 4C_6H_5CH_2OH$.

4. Фенил этиловый спирт безводный выделяет с хлористым магнием молекулярное соединение с пятью молекулами спирта $MgCl_2 \cdot 5C_6H_5CH_2CH_2OH$.

При увлажнении спирта образуется прочное негигроскопическое соединение $MgCl_2 \cdot 4C_6H_5CH_2CH_2OH \cdot 3H_2O$.

5. Фурфуриловый спирт с хлористым магнием выделяет соединение, в состав которого входят 4 молекулы спирта $MgCl_2 \cdot 4C_4H_3OCH_2OH$; с Mg координируется кислород спиртовой группы.

Московская сельскохозяйственная
академия им. К. А. Тимирязева

Поступило 3 III 1952

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ormont B. Acta Physicochimica V, 93 (1936).
2. Pfeiffer P. Organische Molekülverbindungen, 148 (1927).
3. Джанполадян Л. М. Известия АН Армянской ССР (серия ФМЕТ наук), т. V, № 5, 1952.

1. Մ. Զանգիազյան

ՄԱԳՆԵԶԻՈՒՄ ՔԼՈՐԻԴԻ ՍՈԼԵՎՈՒԼԱՐ ՄԻԱՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԱԼԼԻԼ,
ԲԵՆԶԻԼ, ՖԵՆԻԼ ԷԹԻԼ ԵՎ ՖՈՒՐՖՈՒՐԻԼ ՍՊԻՐՏՆԵՐԻ ՀԵՏ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Ալլիլ սպիրտը մագնեզիում քլորիդի հետ ապրիս է $MgCl_2 \cdot 6C_3H_5OH$: Այդ միացությունը անկայուն է, հեշտությամբ անջատում է սպիրտ և առաջացնում $MgCl_2 \cdot 5C_3H_5OH$: Էքսիկատորում երկար ժամանակ պահելիս սպիրտի ղղալի մասը հեռանում է և զոյանում է ալիլի կայուն միացություն 2 մոլեկուլ սպիրտով՝ $MgCl_2 \cdot 2C_3H_5OH$:

Միացության առաջացման ջերմությունը $MgCl_2 \cdot 6C_3H_5OH$ -ի համար հալասար է 28,67 կկալ, իսկ պրոպիլ սպիրտի և $MgCl_2$ -ի մոլեկուլար միացության համար ($MgCl_2 \cdot 6C_3H_7OH$)՝ 16,89 կկալ: Այսպիսով, կրկնակի կապի առկայությունը ազդում է կոմպլեքսառաջացման էներգիայի վրա:

Բենզիլ սպիրտը մագնեզիում քլորիդի հետ ապրիս է $MgCl_2 \cdot 6C_6H_5CH_2OH$: Այս միացությունը անկայուն է, կորցնում է սպիրտը և առաջացնում կայուն $MgCl_2 \cdot 4C_6H_5CH_2OH$:

Ֆենիլ էթիլ սպիրտի հետ ստացված են $MgCl_2 \cdot 5C_6H_5CH_2CH_2OH$ -ի հիդրոկոպիլի բյուրեղներ: Երբ սեռակցիան առավում է ջրով խոնավացրած ֆենիլ էթիլ սպիրտի հետ, պետքով էթերի միջավայրում զոյանում է $MgCl_2 \cdot 4C_6H_5CH_2CH_2OH \cdot 3H_2O$:

Այսպիսով, ստացվում է մոլեկուլար միացություն, որտեղ մազնեղիում քլորիդի հետ կոորդինացված է 4 մոլեկուլ ֆենիլ էթիլ սպիրտ և 3 մոլեկուլ ջուր:

Ֆուրֆուրիլ սպիրտը մազնեղիում քլորիդի հետ տեսրաքլորածխածնի միջավայրում տալիս է մի միացություն, որտեղ մազնեղիում քլորիդի մեկ մոլեկուլի հետ կոորդինացված է 4 մոլեկուլ սպիրտ՝ $\text{MgCl}_2 \cdot 4\text{C}_6\text{H}_5\text{OCH}_2\text{OH}$:

Այստեղ, հալանական է, կոորդինացվում է միայն սպիրտային խմբի թթվածինը. Հետերոցիկլիկ թթվածինը կամպլեքսառաջացմանը չի մասնակցում:

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Л. А. Варданянц

чл.-корр. Академии наук Армянской ССР

Ревизия кубо-октаэдрического двойникового закона
 алюмо-калиевых квасцов

Кубо-октаэдрический двойниковый закон был выведен для алюмо-калиевых квасцов М. Шаскольской и А. В. Шубниковым [5], но проведенный ими опыт является не вполне объективным, в связи с чем некоторые их выводы не имеют научной ценности.

В их опыте горизонтально расположенная октаэдрическая грань большого кристалла алюмо-калиевых квасцов, погруженного в раствор, обсыпалась большим количеством мелких кубических кристаллов тех же квасцов, и вслед за этим производилось сильное встряхивание сосуда с раствором. В результате, на поверхности большого кристалла оказывались прилипшими в некотором количестве мелкие кристаллы кубов. Исследуя их ориентировку по отношению к большому кристаллу, авторы опыта обнаружили, что в 40,7% случаев ориентировка эта характеризуется тем, что у обоих кристаллов — октаэдра и куба — оказывались совмещенными друг с другом, притом с точностью до 3° , векторы $[110]$, перпендикулярные к граням ромбического додекаэдра. В большом, октаэдрическом кристалле вектор этот лежит в его горизонтальной плоскости.

Подсчитывая вероятность такого совмещения при обсыпании грани октаэдра мелкими кубическими кристалликами, авторы получили для нее значение, равное 20%. Поскольку в опыте совмещение было получено в 40,7% случаев, т. е. в два раза чаще, чем по подсчитанной вероятности, постольку авторы сочли возможным расценить такую ориентировку как особый двойниковый закон, характеризующийся срастанием индивидов разноименными гранями, а именно — гранью куба к грани октаэдра.

В этом исследовании авторами был допущен ряд методических ошибок. Во-первых, авторы совершенно не учитывают того, что в данном опыте срастание кристаллов может происходить только гранью куба к грани октаэдра. Такое срастание является здесь случайным и не содержит в себе ничего такого, что можно было бы рассматривать как функцию каких-то специфических особенностей, присущих самим граням куба и октаэдра. С равным правом здесь

можно было бы взять вместо грани октаэдра искусственную грань ромбического додекаэдра или даже грань с иррациональными индексами, и по всей вероятности были бы получены результаты того же порядка, т. е. какое-то, якобы закономерное, срастание.

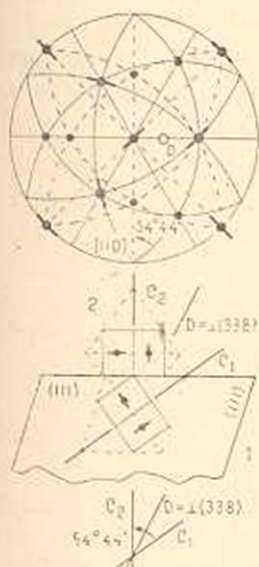
Во-вторых, авторы очень односторонне и даже предвзято принимают, что кристаллик куба, падая на грань октаэдра, будет при этом поворачиваться именно так (и только так!), чтобы занять положение кубо-октаэдрического двойника. Но если кристаллик куба, находясь близ большого кристалла, вообще способен поворачиваться до положения кубо-октаэдрического двойника, то что же может помешать ему повернуться так, чтобы занять положение двойника октаэдрического, принадлежащего к числу более обычных явлений у квасцов. Авторы оставляют это обстоятельство безо всяких объяснений, и для читателя становится совершенно непонятным, почему кристалл должен притти к одному из наименее вероятных положений, минуя положения, гораздо более вероятные.

В-третьих, не принято во внимание, что если малый кристалл будет находиться по отношению к большому в каком-то любом двойниковом положении, то в этом случае оба кристалла обязательно будут иметь по три общих вектора, перпендикулярных порознь к той или иной четной оси симметрии кристаллов и лежащих в плоскости, перпендикулярной к двойниковой оси. При любом повороте одного из кристаллов вокруг того или иного из этих трех векторов кристаллы будут находиться неизменно в двойниковом взаиморасположении, причем двойниковой осью будет служить всегда биссектриса угла между одноименными концами четных осей симметрии, т. е. считая этот угол по направлению поворота кристалла. В случае кубо-октаэдрического двойника такими двойниковыми осями являются векторы, близкие к $\perp$ (338) или к $\perp$ (443). Подробнее об этом сказано ниже.

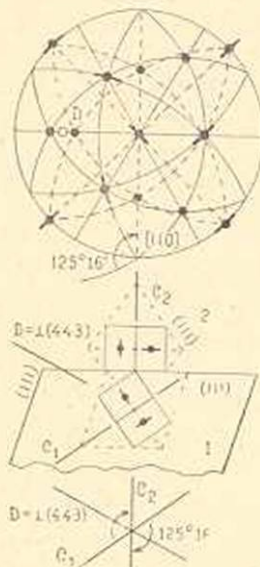
В-четвертых, авторы не обратили должного внимания на то, что их кубо-октаэдрический двойник объединяет в одно целое два разнородных сростка, чередующихся через каждые 90° при повороте кубика на грани октаэдра. Обусловлено это тем, что у алюмо-калиевых квасцов нет осей симметрии четвертого порядка, поэтому два положения их куба, повернутые одно относительно другого на 90° , не совмещаются друг с другом. В связи с этим угол взаимного поворота индивидов куба и октаэдра вокруг общего вектора [110] имеет в этих двух случаях разные знаки и разную величину, а соответственно меняется и символ двойниковой оси. При одном из этих двух положений (фиг. 1) двойниковая ось почти совпадает с вектором $\perp$ (338), а в другом (фиг. 2)—с вектором $\perp$ (443), которые перпендикулярны друг к другу. Если же кристалл имеет четверные оси симметрии, то обе эти двойниковые оси присутствуют одновременно. Таким образом, кубо-октаэдрический двойник М. Шаскольской и А. В. Шубникова представляет ошибочное объединение двух

разных двойников, в кристаллографическом отношении не тождественных один другому.

В-пятых, неправильно подсчитана вероятность возникновения этого рода сростков. Авторы не обратили внимания на то, что слияние кристаллов зависит, кроме ориентировки их, еще и от ряда дополнительных факторов и может не произойти даже и при точном



Фиг. 1. Первый тип кубо-октаэдрического сростка, с двойниковой осью, близкой к вектору $\perp (3\bar{3})$. Угол поворота от первого положения кристалла ко второму $54^\circ 44'$.



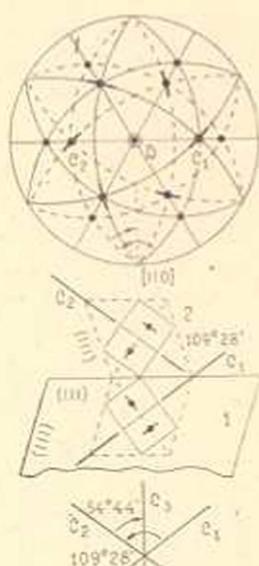
Фиг. 2. Второй тип кубо-октаэдрического сростка, с двойниковой осью, близкой к вектору $\perp (44\bar{3})$. Угол поворота от первого положения кристалла ко второму $125^\circ 16'$.

кубо-октаэдрическом взаиморасположении кристаллов. Найденные авторами цифры показывают процент случаев определенной ориентировки, считая по отношению к числу только прилипших кристаллов, между тем как нужно было бы считать по отношению ко всему числу кристалликов куба, упавших на грань октаэдра. Во всяком случае, опыт показывает абсолютно убедительно, что кристаллы способны срастаться (слипаться) не только при их взаимной закономерной, но даже и при совершенно произвольной ориентировке друг относительно друга. Это обстоятельство полностью обесценивает главный вывод, сделанный М. Шаскольской и А. В. Шубниковым из их опыта.

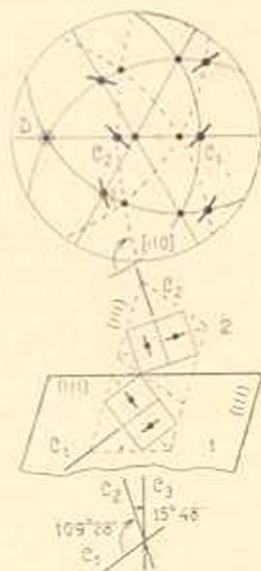
После этих предварительных замечаний перейдем к изложению результатов нашей ревизии.

Проводя ревизию опыта и выводов М. Шаскольской и А. В. Шубникова, мы признаем в согласии с их высказываниями [5, стр.

61—62], а также в согласии с мнением и других исследователей [4], что малый кристалл, приближаясь к более крупному, почти обязательно будет принимать по отношению к нему то или иное закономерное расположение, поскольку такую же или близкую к этому ориентировку должны принимать вблизи большого кристалла и частицы растворенного вещества. Это подтверждается также и нашими исследованиями комплексных двойников плагиоклаза [1, 2]. Для алюмо-калиевых квасцов такими закономерными положениями могут быть, повидимому, почти исключительно лишь следующие: параллельное положение, а также двойниковые положения по закону октаэдрическому и



Фиг. 3. Первый тип первоначальной ориентировки кубического кристаллика. Двойниковая ось D перпендикулярна к горизонтальной грани октаэдра большого кристалла. Окончательная ориентировка по типу фиг. 1.



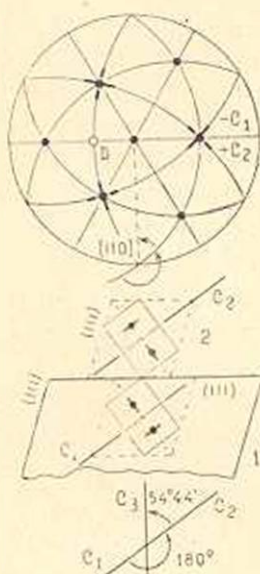
Фиг. 4. Второй тип первоначальной ориентировки кубического кристаллика. Двойниковая ось D перпендикулярна к наклонной грани октаэдра большого кристалла. Окончательная ориентировка по типу фиг. 2.

по закону перпендикуляра к грани ромбического додекаэдра. Из них параллельное положение (сюда же входят и практически неотличимые от них при малой величине кристаллов двойники по ромбическому додекаэдру), судя по статистике самих авторов, распространены более всего. Октаэдрический же двойниковый закон представляет обычное явление у кристаллов кубической сингонии, не обладающих четверными осями симметрии.

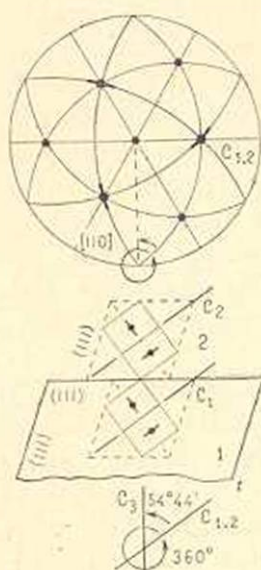
Основываясь на этой предпосылке, можно вывести десять положений первоначальной ориентировки кубического кристаллика по

отношению к грани октаэдра большого кристалла. Эти десять положений объединяются в четыре типовых положения.

К первому типу относится одно положение с двойниковой осью, перпендикулярной к горизонтальной грани октаэдра большого кристалла (фиг. 3). Второй тип объединяет три одинаковых положения, представляющих также октаэдрические двойники но у них двойниковая ось перпендикулярна к наклонным граням октаэдра большого кристалла (фиг. 4). Третий тип, охватывающий также три, тождественных друг другу положения, соответствует двойникам по перпендикуляру к грани ромбического додекаэдра (фиг. 5). Наконец, четвертый тип, тоже объединяющий три одинаковых положения, представлен тремя возможными параллельными положениями кристаллов (фиг. 6).



Фиг. 5. Третий тип первоначальной ориентировки кубического кристаллика. Двойниковая ось D перпендикулярна к возможной грани ромбического додекаэдра. Окончательная ориентировка по типу фиг. 2.



Фиг. 6. Четвертый тип первоначальной ориентировки кубического кристаллика. Параллельное положение малого и большого кристаллов. Окончательная ориентировка по типу фиг. 1.

Степень вероятности каждого из первых четырех положений (первый и второй типы) совершенно одинакова. Для трех положений третьего типа вероятность тоже одинакова и, повидимому, выше, чем в первых двух типах. Во всяком случае она не ниже, так как двойник по нормали к грани ромбического додекаэдра приводит к образованию блок-кристаллов с общей симметрией полногранного

класса кубической системы. Для последнего же типа вероятность, повидимому, наиболее высока. На долю второго и третьего типов может приходиться около 50–60% всех случаев, а на долю четвертого типа—до 30–40%, случаев закономерной ориентировки в первоначальном взаиморасположении кристаллов куба и октаэдра.

Во всех десяти положениях первоначальной ориентировки, независимо от ее типа, система двух кристаллов имеет кроме двойниковой оси еще три общих вектора $[110]$, перпендикулярных к двойниковой оси и являющихся по отношению к ней осями поворотов. Эти оси поворотов позволяют вывести второй индивид двойника из первого, в данном случае малый кристалл из большого, посредством его поворота на тот или иной угол. Ввиду того, что все три оси поворотов совершенно тождественны друг другу, мы рассмотрим только одну из них, притом ту, которая лежит в горизонтальной грани октаэдра большого кристалла.

Для первого типа первоначальной ориентировки (фиг. 3) нужен поворот кристалла на угол $109^\circ 28'$, причем нормаль к грани куба должна пройти через зенит, через который проходит двойниковая ось этого положения $\perp (111)$. Для второго типа первоначальной ориентировки (фиг. 4) нужен тот же угол поворота, но уже в обратную сторону. Для третьего типа (фиг. 5) нужен поворот на угол в 180° , и здесь, в частном случае, двойниковой осью становится и сама ось поворотов. Наконец, для четвертого типа первоначальной ориентировки (параллельное положение кристаллов) нужен угол поворота в 360° .

Согласно разработанной нами теории поворотов [3], можно, изменяя произвольно угол поворота, перейти от одного из указанных выше двойниковых положений к другому, и при этом все промежуточные (переходные) взаиморасположения будут неизменно двойниковыми. В условиях опыта М. Шаскольской и А. В. Шубникова (срастание куба с октаэдром) предельное значение угла поворота, при котором малый кристалл уже ляжет гранью куба на грань октаэдра большого кристалла, будет равно для первого типа ориентировки $54^\circ 44'$, для второго типа— $125^\circ 16'$, для третьего типа— $125^\circ 16'$ и для четвертого типа— $54^\circ 44'$ (см. фиг. 3–6). В связи с этим в первом, третьем и четвертом типах ориентировки кристалл должен будет повернуться еще на $54^\circ 44'$, а во втором типе—на $15^\circ 48'$ в ту или иную сторону, в зависимости от типа ориентировки.

Рассмотрим теперь более детально, как будут изменяться индексы двойниковой оси при повороте малого кристалла в разных типах первоначальной ориентировки.

Первый тип (фиг. 3). При предельном угле поворота в $54^\circ 44'$ двойниковая ось занимает положение, очень близкое к $\perp (388)$, и к этому положению ее приводит изменение угла поворота (см. таблицу I) от первоначальной ориентировки $\perp (111)$ через промежуточные значения индексов: $\perp (445)$, $\perp (334)$, $\perp (223)$, $\perp (112)$ и $\perp (225)$. Здесь

двойниковая ось от первоначального поворота грани куба в $109^{\circ} 28'$ до окончательного в $54^{\circ} 44'$ описывает угол в $27^{\circ} 22'$ и на этом интервале она через каждые $5-6^{\circ}$ получает рациональные и простые значения. Поскольку в природных двойниках отклонения от точной ориентировки в пределах $2-3^{\circ}$ являются вполне обычными, постольку нужно признать, что на всем пути поворота кристалла, от угла в $109^{\circ} 28'$ до $54^{\circ} 44'$, все положения малого кристалла по отношению к большому будут нормально двойниковыми. Рациональные положения двойниковой оси могут быть и дальше, но они недостижимы, так как малый кристалл будет уже лежать на большом.

Второй тип (фиг. 4). Здесь при первоначальной ориентировке, с двойниковой осью, перпендикулярной к наклонной грани октаэдра, угол поворота кристалла равен $109^{\circ} 28'$, а до предельного угла в $125^{\circ} 16'$ требуется дополнительный поворот еще на угол $15^{\circ} 48'$. Этому предельному углу поворота соответствует двойниковая ось, очень близкая к вектору $\perp (443)$, промежуточному между $\perp (332)$ и $\perp (554)$. При таком дополнительном повороте кристалла, от угла $109^{\circ} 28'$ до угла $125^{\circ} 16'$, двойниковая ось описывает угол около 8° (см. таблицу I) и проходит через положение $\perp (554)$ к положению $\perp (443)$.

Третий тип (фиг. 5). При двойниковой ориентировке по закону $\perp (110)$, малый кристалл, чтобы занять предельное положение, должен сделать дополнительный поворот на угол $54^{\circ} 44'$. Двойниковая ось опишет при этом угол в $27^{\circ} 22'$ и на этом интервале пройдет (см. таблицу I) через положения $\perp (661)$, $\perp (551)$, $\perp (441)$, $\perp (331)$, $\perp (221)$, $\perp (332)$ и получит предельное значение $\perp (443)$. Таким образом, и здесь имеется почти непрерывная серия нормальных двойниковых положений, при точности их до 3° .

Четвертый тип (фиг. 6). В этом случае для приведения малого кристалла к предельному положению нужен дополнительный поворот на угол $54^{\circ} 44'$. При этом двойниковая ось опишет угол в $27^{\circ} 22'$ и пройдет (см. таблицу I) через значения $\perp (119)$, $\perp (118)$, $\perp (116)$, $\perp (115)$, $\perp (114)$, $\perp (113)$ к значению $\perp (338)$. На всем этом пути двойниковая ось получает систематически, через короткие интервалы, простые рациональные значения.

Проследим теперь, как малый кристалл будет менять свое положение, после того как он, приняв ту или иную первоначальную ориентировку по одному из четырех типов, придет в соприкосновение с большим кристаллом одной из вершин куба. При такой постановке малого кристалла, единственно возможной в начальный момент, он будет находиться в положении неустойчивого равновесия или даже в неравновесном положении и поэтому неизбежно должен будет упасть гранью куба на грань октаэдра большого кристалла. Иначе говоря, любой вариант первоначальной ориентировки малого кристалла и его соприкосновения с большим неминуемо должен закончиться каким-то кубо-октаэдрическим сrostком.

Таблица 1

Индексы двойниковой оси при разных углах поворота кристалла около вектора [110]. Угол поворота считается от кристаллографической оси, т. е. от нормали к грани куба. Значения углов в градусах, с точностью до 0,1°.

Угол поворота нормали к грани куба	Угол между двойниковой осью и нор- мально к грани куба	Индексы двой- никовой оси (нормаль к грани)	Тип ориентировки и направление перемещения двойник. оси	Окончательное положение двой- никовой оси
0,0 или 360	0,0	(001)	↓ 4-й тип, фиг. 6	по фиг. 1
17,9	8,9	(119)		
26,8	13,4	(116)		
31,5	15,75	(115)		
39,0	19,5	(114)		
50,4	25,2	(113)		
56,0	28,0	(338)		
58,8	29,4	(225)		
70,5	35,25	(112)		
80,8	40,4	(335)		
86,5	43,25	(223)	↑ 1-й тип, фиг. 3	
90,0	45,0	(557)		
93,5	46,75	(334)		
97,4	48,7	(445)		
109,5	54,75	(111)	↓ 2-й тип, фиг. 4	
121,2	60,6	(554)		
124,0	62,0	(440)		
129,6	64,8	(332)		
141,0	70,5	(221)	↑ 3-й тип, фиг. 5	по фиг. 2
148,5	74,25	(552)		
153,4	76,7	(331)		
164,0	82,0	(551)		
180,0	90,0	(110)		

Для второго типа первоначальной ориентировки переход от неустойчивого к устойчивому положению может произойти только одним путем, так как вертикальная линия через центр тяжести малого кристалла, лежащая в одной вертикальной плоскости с наклонно расположенной двойниковой осью, не проходит через точку опоры—вершину куба. В силу этого данная первоначальная ориентировка всегда должна окончиться предельным двойниковым положением, с двойниковой осью, очень близкой к $\perp$ (443), по фиг. 2.

В случаях первоначальной ориентировки по остальным типам переход к устойчивому положению возможен, вообще говоря, разными путями, так как равнодействующая тяжести малого кристалла проходит через точку опоры—вершину куба. Поэтому центр тяжести малого кристалла может опускаться в любой вертикальной плоскости, и падение малого кристалла может происходить в любом направлении. Но в действительности это будет происходить, повидимому, не так.

Дело в том, что плоскость, перпендикулярная к оси поворотов, характеризуется тем, что в ней все векторы представляют либо кристаллографические, либо геометрические двойниковые оси. Следовательно, если центр тяжести малого кристалла будет опускаться в этой плоскости, то потенциальная энергия системы двух кристаллов

будет изменяться все время по некоторой кривой минимальных ее значений для каждой данной высоты расположения центра тяжести.

Если сравнивать несколько таких положений малого кристалла, при которых высота расположения его центра тяжести одна и та же, то наименьшее значение потенциальной энергии будет, надо полагать, тогда, когда центр тяжести совпадет с плоскостью, перпендикулярной к оси поворотов, т. е. когда оба кристалла составляют двойниковую пару. Для всего же ряда разных высот расположения центра тяжести малого кристалла геометрическое место значений потенциальной энергии будет представлять жолоб, тальвег которого должен совпадать с плоскостью, перпендикулярной к оси поворотов.

На этом основании можно думать, что малый кристалл, получив ту или иную первоначальную ориентировку по первому, третьему или четвертому типам, и став на поверхность большого кристалла вершиной куба, должен после этого приходить к устойчивому положению преимущественно только одним путем, а именно так, чтобы его центр тяжести перемещался в плоскости, перпендикулярной к оси поворотов, т. е. по осевой линии жолоба значений потенциальной энергии. Поэтому при любой из таких первоначальных ориентировок малый кристалл, упав на большой, будет оказываться в большинстве случаев в положении кубо-октаэдрического двойника, с двойниковой осью, либо $\perp$ (338) для первого и четвертого типов ориентировки, либо же $\perp$ (443) для третьего типа. Эти два положения практически неотличимы одно от другого, так как при малых размерах кубического кристалла невозможно установить его кристаллографическую ориентировку.

Таким образом, все случаи первоначальной закономерной ориентировки малого кристалла куба по отношению к большому кристаллу октаэдра должны приводить к кубо-октаэдрическому двойнику. Этим подтверждается, что такое взаиморасположение не является следствием тех или иных особенностей самих граней куба и октаэдра. Все дело заключается здесь лишь в том, что в силу специфических, неудачных условий опыта один из двух кристаллов, стремящихся к устойчивому взаиморасположению энергетических полей их пространственных решеток, неизбежно приходит к такой первоначальной ориентировке, которая является положением неустойчивого равновесия или даже неравновесным положением, так как малый кристалл должен стоять на большом, опираясь только на вершину куба. Поэтому устойчивое взаиморасположение энергетических полей пространственных решеток неизбежно и немедленно изменяется или нарушается под влиянием более значительных, по величине, сил тяжести, заставляющих малый кристалл упасть на поверхность большого. Следовательно кубо-октаэдрическая комбинация двух кристаллов, описанная М. Шаскольской и А. Б. Шубниковым, должна рассматриваться не как закономерное двойниковое срастание, а всего лишь как закономерно-неизбежный результат разрушения каких-то системати-

чески возникающих правильных взаиморасположений двух кристаллов—куба и октаэдра.

Здесь будет уместным напомнить, что еще в 1902 г., т. е. за 30 лет до опыта М. Шаскольской и А. В. Шубникова, в статье Виоля [6] были высказаны критические замечания по поводу такой именно организации опыта, и было отмечено, что посредством подобных опытов можно получить, при желании, какое угодно число сростков, кажущихся закономерными. Наша ревизия опыта и выводов М. Шаскольской и А. В. Шубникова показывает, что Виоля был совершенно прав.

Принятая М. Шаскольской и А. В. Шубниковым постановка опыта является неудачной, так как при ней то или иное, кристаллографически закономерное первоначальное взаиморасположение кристаллов осуществимо, повидимому, только при условии неустойчивого (в смысле физического равновесия) стояния одного из кристаллов на другом.

При правильной же постановке подобных опытов они должны проводиться так, чтобы любое, закономерное в кристаллографическом отношении, взаиморасположение кристаллов не могло быть нарушено силами тяжести, которые, по их величине, более значительны, чем силы взаимодействия энергетических полей пространственных решеток кристаллов.

Заканчивая на этом ревизию и критический анализ того образования, которое М. Шаскольская и А. В. Шубников определили как кубо-октаэдрический закон срастания, мы приходим к окончательному выводу: 1) что опыт их был поставлен в методическом отношении неправильно и 2) что такого рода закон срастания не существует.

Институт геологических наук
АН Армянской ССР

Поступило 26 IX 1952

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Варданянц Л. А. Триадная теория двойниковых образований минералов. Издание АН Армянской ССР, Ереван, 1950.
2. Варданянц Л. А. Комплексные двойники плагиоклаза. Издание АН Армянской ССР, Ереван, 1952.
3. Варданянц Л. А. Теория поворотов кристалла в двойниках. Известия АН Армянской ССР (серия ФМЕТ наук), т. V, № 4, 1952.
4. Леммлейн Г. Г. О закономерных сращениях порфировых кварцев на грани (10—11). Труды Лаборатории кристаллографии АН СССР, вып. 2, 1940.
5. Шаскольская М. и Шубников А. В. Об искусственном получении закономерных сростков кристаллов алюмо-кальциевых квасцов. Труды Ломоносовского института АН СССР, вып. 3, 1933.
6. Viola C. Beitrag zur Zwillingsbildung. Zeltschr. f. Kryst. und Miner., Bd. 36, 1902.

Լ. Ա. Վարդանյանց

ԱԼՈՒՄԻՆԱ-ԿԱԼԻՈՒՄԱՅԻՆ ՇԻՔԻ ԽՈՐԱՆԱՐԴ-ՕԿՏԱԵԴՐԻԿ
ԿՐԿՆԱԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ ՕՐԵՆՔԻ ՎԵՐԱՔՆՆՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Խորանարդ-օկտաեդրիկ կրկնաբյուրեղային օրենքը ալումինա-կալիումային շիքի համար էմպիրիկ կերպով արտածված է եղել Մ. Շասկուլ-սկայայի և Ա. Վ. Շալունկովի կողմից, սակայն նրանց փորձը լիովին օրեկ-տիվ չի եղել և, բացի այդ, ուղեկցվել է մեթոդական սրտ ախալներով: Այդ իսկ պատճառով, գիտական արժեք ունեն նրանց սչ բոլոր եզրակացություն-ները:

Հոգիածում ցույց է տրված, որ երկու բյուրեղների (նրանցից մեկը օկտաեդր է, իսկ փոքրը՝ խորանարդ) կրկնականման այս տեսակ միակցում-ների առաջացումն ստիպողական է, լինելով այն բանի հետևանքը, որ բյու-րեղների սիստեմատիկորեն առաջացող սկզբնական օրինաչափ այս կամ այն փոխադարձ դասավորումները իսկույն, անխուսափելիորեն և կանոնավոր կերպով խախտվում են ծանրության սեփ ազդեցության տակ: Ընդ որում բյուրեղների սկզբնական օրինաչափ փոխադարձ դասավորման ամենահավա-նական արդյունքն առաջանում են՝ կամ նրանց զուգահեռ դիրքը և կամ թե նրանց կրկնակները ըստ օկտաեդրի կամ սեփական զոդեկաեդրի նիստի-առդոհայացների օրենքի:

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

В. Л. Егоян

Представители рода *Pinna* Lin. из верхнемеловых отложений юго-западной части Армянской ССР

Представители рода *Pinna* Lin. редки в меловых отложениях Средней Азии и Закавказья, а из Армении до сего времени не описывались. Поэтому находка в 1951 г. большого числа экземпляров этого рода представляет определенный интерес.

Ядра и отпечатки раковин пинн были обнаружены в очень большом количестве (вместе с частыми *Baculites bohemicus* Fritsch et Schloenb., *Panopea rustica* Zitt., *Neithea quadricostata* Sow., *Trigonoarca* aff. *quadrans* Renng., *Hemiaster* sp. и др.) в низах песчанной толщи верхнемелового разреза Агверана (ераносская свита—турон-нижний коньяк). В меньшем числе ядра и отпечатки пинн были найдены в песчаниках, залегающих на хосровской толще (эффузивная толща верхнего мела бассейна р. Веди) и перекрытых айриджинским горизонтом красноцветных высококарбонатных мергелей и известняков (верхний коньяк-сантон). Поскольку в бассейне р. Хосров эффузивы хосровской толщи подстилаются рудистовыми известняками ахсуинского горизонта (турон), то трансгрессивный горизонт конгломератов и песчаников (с бакулитами, *Pinna* sp., *Trigonoarca* ex gr. *quadrans* Renng., *Neithea quadricostata* Sow. и др.) вероятнее всего залегает либо в самых верхах верхнего турона, либо же в основании коньяка.

Приуроченность этих находок к туронским и нижнеконьякским отложениям совпадает, в общем, с распространением сходных видов пинн в верхнемеловых отложениях Болгарии и Зап. Европы.

Ниже приводится описание новых видов рода *Pinna* Lin. из сборов 1951 года.

Сем. *Pinnidae* Gray.

Род *Pinna* Lin. 1758.

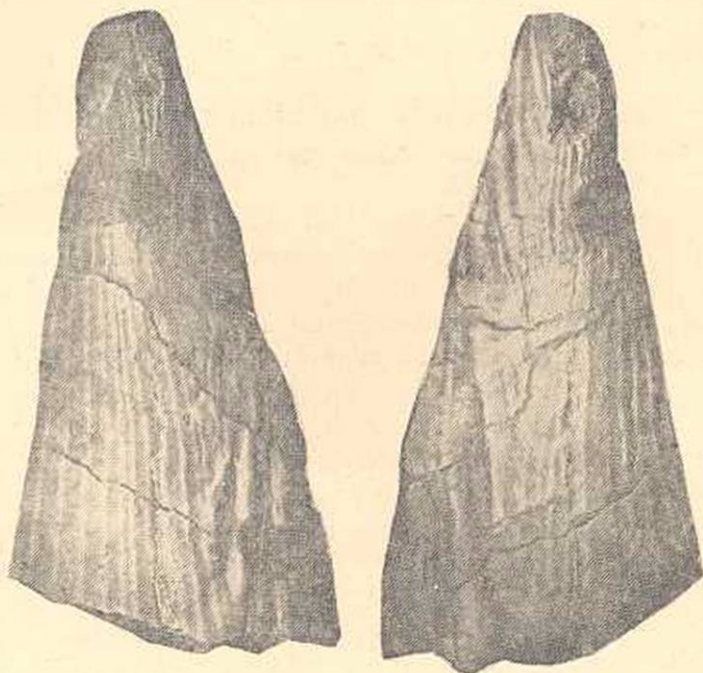
Генотип *Pinna rudis* Lin.

Pinna armenocretacea sp. nov.

Определение вида.

Раковина крупная, имеет форму широкого кинжала, асимметрична, грани слабо выпуклые. Длина раковины значительно больше ширины. Коэффициент „постоянства“—0,1. Коэффициент изменения выпуклости—0,35. Углы схождения створок $\leq 45^\circ$, углы перегиба ство-

рок около 120° . Скульптуру раковины составляют: на передней части—резко выраженные крупные концентрические ребра, переходящие на задней части в грубую концентрическую струйчатость; на задней части—резко выраженные крупные продольные ребра в комбинации со струйчатостью. Поперечное сечение—косоугольно-ромбическое.



Фиг. 1а, 6.

Pinna armenocretacea sp. nov. Голотип (1×1).

Голотип хранится в Музее ИГН АН Армянской ССР.

Описание.

Раковина сильно вытянутая, плоская, быстро увеличивающаяся по длине к брюшному свободно зияющему концу. Длина раковины значительно больше ширины. Передний край в сохранившихся экземплярах длиннее заднего. Раковина асимметрична—передняя часть левой створки значительно (в 1,6—1,7 раза) шире задней, в меньшей степени (в 1,3 раза) задняя часть правой створки шире передней. Диагональ длины и диагональ ширины пересекаются (в брюшном конце) под углом в $50-60^\circ$ ($130-120^\circ$). Углы схождения створок по переднему краю—около 37° , по заднему—около 45° . Углы перегиба створок около 120° . Макушка, как обычно у ядер *Pinna*, не сохранилась. Судя по очертанию концентрических ребер макушка была маленькой, слабо выделяющейся.

Скульптура раковины состоит из продольных и концентрических ребер. Больше половины передней части обеих створок покрыто концентрическими крупными ребрами, сходящимися к макушке и быстро расходящимися к брюшному концу. Примерно треть перед-

них частей створок покрыта, как и задняя часть раковины, продольными ребрами. Число продольных ребер—24, по семи на задних частях створок и по пяти на передних. Углы схождения концентрических ребер с передним краем раковины и с продольными ребрами равны 30—35°. По направлению к брюшному концу углы эти почти не изменяются. На площади раковины, занятой продольными ребрами, концентрические ребра, резко преломляясь, переходят в грубые, значительно удаленные друг от друга, гребневидные струйки. Струйки эти выделяются лишь на продольных ребрах в виде бугорков и вздутий. В промежутках между этими ребрами они обычно не замечаются. Угол между продольными ребрами и концентрическими струйками (являющимися, вместе с концентрическими ребрами, следами роста) равен примерно 90°.

Учитывая стереометрическую форму раковин рода *Pinna*, а также значительное сходство общих очертаний различных видов, нужно обратить особое внимание на числовые параметры раковин. Для характеристики формы раковин в настоящей работе приняты коэффициент „постоянства“ формы раковины и коэффициент изменения выпуклости.

Коэффициент „постоянства“ представляет собою отношение разности ширины раковины в двух произвольных сечениях к разности длин ее в тех же сечениях.

Коэффициент изменения выпуклости раковины представляет собою отношение разности расхождений в длине и ширине раковины в двух сечениях к расстоянию между ними по переднему краю раковины. Сечения в обоих случаях берутся перпендикулярно оси, соединяющей макушку раковины с точкой пересечения диагоналей длины и ширины в сечении брюшного конца.

Коэффициент выпуклости (отношение ширины к длине одного какого-либо сечения) вообще использовать нельзя, так как он очень сильно изменяется по росту раковины. Так, для голотипа описываемого вида в брюшном конце раковины он равен 0,37, в 30 мм от него—0,39, а в спинной части раковины—0,8. Коэффициент удлиненности для данного вида определить не удалось, так как значительная часть макушечного конца у голотипа отсутствует.

Ниже, в таблице 1, приводятся результаты измерений трех экземпляров описываемого вида (размеры в мм).

Средний коэффициент „постоянства“—0,21, пределы колебания—0,18—0,24.

Средний коэффициент изменения выпуклости—0,34, предел колебания—0,32—0,37.

Последующее изучение большего числа экземпляров позволит уточнить эти параметры и установить пределы и степень их применимости. Нужно отметить, что при определении этих параметров следует обратить особое внимание на степень деформированности раковины.

Таблица 1

Ширина	Длина	Расстояние между сечен.	Разность длины и ширины	Разность ширины	Разность длины	Коэффициент постоянства*	Коэффициент изменения выпуклости
Голотип 16,3	43,2		27,0				
		29,1		3,0	12,2	$\frac{3,0}{12,2}=0,24$	$\frac{27,0-17,8}{29,1}=0,32$
13,2	31,0		17,8				
		43,6		3,4	18,8	$\frac{3,4}{18,8}=0,18$	$\frac{17,8-2,4}{43,6}=0,35$
9,8	12,2		2,4				
Для крайних сечений		72,7		6,4	31,0	$\frac{6,4}{31,0}=0,21$	$\frac{27,0-2,4}{72,7}=0,34$
Паратип (фрагмент)							
13,8	27		14,2				
		16,9		1,1	5,8	$\frac{1,1}{5,8}=0,19$	$\frac{14,2-8,5}{16,9}=0,34$
12,7	21,2		8,5				
		10,1		1,0	4,7	$\frac{1,0}{4,7}=0,21$	$\frac{8,5-4,8}{10,1}=0,37$
11,7	16,5		4,8				
Для крайних сечений		27,0		2,2	10,5	$\frac{2,2}{10,5}=0,21$	$\frac{14,2-14,8}{27,0}=0,35$
Паратип (фрагмент)							
18,3	46,5		27,6				
		7,2		0,6	3,1	$\frac{0,6}{3,1}=0,19$	$\frac{27,6-25,1}{7,2}=0,36$
18,3	43,4		25,1				
		6,3		0,6	2,6	$\frac{0,6}{2,6}=0,23$	$\frac{25,1-23,1}{6,3}=0,32$
17,7	40,8		23,1				
Для крайних сечений		13,5		1,2	5,7	$\frac{1,2}{5,7}=0,21$	$\frac{27,6-23,1}{13,5}=0,33$

Описанный вид представлен в нашей коллекции одним довольно полным экземпляром и большим числом фрагментов различных размеров (все в ядрах).

Сравнения.

Из меловых отложений Европы и Сев. Америки различными авторами были описаны многие виды *Pinna*. Описания их приводятся в целом ряде работ.

P. galliennei d'Orb. [2]—из турова Франции—отличается равномерной частой струйчатостью, несколько более широкой (у брюшного конца) раковиной, округленным задним краем и симметричным сечением.

P. moreana d'Orb. [2]—из турона Франции—резко отличается груборебристой скульптурой и правильным, овально заостренным сечением.

P. neptuni d'Orb. [2]—из верхнего мела Франции—очень резко отличается своей круглой сфероидальной формой и очень малым зиянием брюшного конца.

P. quadrangularis Goldf. [2], встречающаяся в туроне Франции, отличается малыми размерами, мелкой скульптурой и правильным овальным сечением.

P. ligerieusis d'Orb. [2]—из турона Франции—отличается отсутствием сколько-либо заметных продольных ребер и симметричным сечением при малом зиянии брюшного конца.

P. laqueata Conrad, описанная П. Уайтфилдом [4] из сенона Сев. Америки (штат Нью-Джерси), отличается отсутствием продольных ребер на передней стороне створок и общими очертаниями раковины.

P. rostriformis Morton, из того же разреза сенона [4], отличается слабой продольной ребристостью, отсутствием перегибов на створках и оригинальной „лопаточной“ формой.

P. cretacea Schloth.—по описанию Циттеля [6]—часто встречается в туроне Гозау (Австрия), реже—в нижнем сеноне других районов. Вид этот, чрезвычайно сходный с описываемым, несомненно родственен ему. Сходство это подчеркивает родство фауны туронских отложений Юго-Западной Армении с фаунистической ассоциацией Гозау. Оно особенно заметно при сравнении многочисленной фауны гастропод из этих районов.

Примерно такое же сходство наблюдается и при сравнении туронской и сенонской фауны Болгарии с гастроподовыми ассоциациями Армении и Гозау. Вид *P. cretacea* Schloth. (или очень сходный с ним) встречается и в Болгарии. К сожалению, в работе Ш. Т. Желева [1] приводится лишь очень краткое упоминание о нем, без иллюстрации.

Сравниваемый вид отличается значительно большими размерами, несколько большей выпуклостью раковины, меньшей шириной ее у брюшного конца, характером сечения и деталями скульптуры: большим углом схождения концентрических ребер с продольными и, наоборот, меньшим углом схождения концентрических ребер с передним краем раковины, а также значительно более плавным переходом (перегибом) от концентрической ребристости передних частей створок к концентрической струйчатости задних. К сожалению, в описаниях сравниваемого вида не приводятся числовые показатели, а также поперечные сечения раковин, что сильно затрудняет сопоставление деталей.

Местонахождение и стратиграфическое положение. Армянская ССР, Ахтинский район, западные истоки р. Даллярка (правый приток р. Раздан), в 8 км к запад-северо-западу от Агверанского мраморного карьера. Туронские песчаники в основании трансгрессивного мелового разреза.

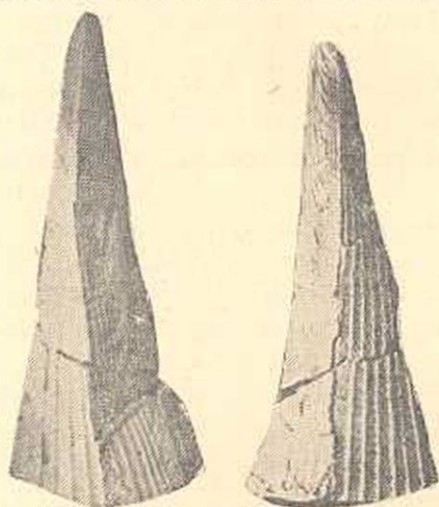
Pinna armenopyramidalis sp. nov.

Определение вида.

Раковина небольшая, вытянутая, имеет форму четырехгранной пирамиды с квадратным основанием, слабо асимметрична, грани слабо выпуклые или плоские. Длина примерно равна ширине. Коэффициент „постоянства“—0,85, коэффициент изменения выпуклости—0,02. Коэффициент удлиненности в крайнем (сохранившемся) брюшном сечении—3, при высоте 63—64 мм. Углы схождения створок несколько меньше 85° , углы перегиба створок несколько больше 95° . Скульптура раковины состоит из продольных ребер на задних сторонах створок и на части передних и из концентрических ребер и продолжений их—струек, на остальной, большей части передних сторон створок. Концентрические струйки и продольные ребра образуют неравномерную сетку—продольные ребра много выше и значительно резче выражены.

Поперечное сечение слабо скошено. Макушка маленькая, плавно заостряющаяся, слабо выделяется.

Голотип хранится в Музее ИГН АН Армянской ССР.



Фиг. 2а, б.

Pinna armenopyramidalis sp. nov. Голотип (1×1).

Описание.

Раковина сильно вытянутая, медленно расширяющаяся к брюшному концу. Сечение близко к квадратному. Грани слабо выпуклые или плоские. Передний край по длине примерно равен заднему. Раковина несколько асимметрична: передняя часть правой створки примерно в 1,3—1,4 раза шире задней, а задняя часть левой створки в 1,2 раза шире передней части ее. Диагональ длины и диагональ ширины пересекаются в брюшном сечении раковины под углом $75-80^\circ$ ($105-100^\circ$). Углы схождения створок по переднему краю около 75° , по заднему—около 85° . Углы перегиба створок—около 100° . Макушка мелкая, слабо выделяющаяся, несколько наклоненная вперед.

Скульптура раковины состоит из продольных и концентрических ребер. Большая часть передних сторон створок покрыта тонкими концентрическими ребрами, сходящимися к макушке и быстро, почти прямыми линиями, расходящимися к брюшному концу. Остальная часть передних сторон створок покрыта, как и задние, тонкими, очень четкими продольными ребрами в комбинации с чрезвычайно тонкой, изящной концентрической струйчатостью. Число продольных ребер: на задней стороне левой створки—8, на передней—5¹ (и очень слабо выраженное, местами совершенно расплывающееся, шестое); на задней стороне правой створки продольных ребер 6, на передней—7 (и одно, очень слабо выраженное). Всего продольных ребер 26 (+2), по 13 (+1) на каждой створке. Ширина продольных желобков правой створки заметно больше ширины желобков левой. Кроме того, ширина продольных желобков на задних частях створок значительно больше ширины их на передних. От макушки к брюшному краю ширина желобков увеличивается в очень малой степени. Отношение ширины продольных ребер к ширине желобков между ними—1:3 на задней части раковины и 1:2—на передней.

Углы схождения концентрических ребер с передним краем раковины и с продольными ребрами в средней части раковины равны примерно 35°. С удалением от макушки углы эти медленно уменьшаются.

В контакте с продольными ребрами концентрические ребра довольно резко (под углом в 120—130°) преломляются, переходя в мелкую, очень ясно выраженную концентрическую струйчатость. По высоте своей (от точек пересечения осей продольных и концентрических желобков) они вдвое ниже продольных ребер. Пересечение струек с продольными ребрами образует мелкую бугорчатость, более заметную в брюшной части раковины. Струйчатость на задней стороне раковины наклонена к брюшному концу и образует с продольными ребрами угол в 65—70°.

В нашей коллекции описанный вид представлен одним экземпляром ядра раковины, вполне удовлетворительной сохранности, и несколькими небольшими фрагментами.

Сравнения.

P. lanceolata Sow. [3, 5]—описанная из верхнего мела Англии (турон-нижний сенон)—отличается громадными размерами, отсутствием сколько-нибудь четко выраженной продольной скульптуры на большей части раковины, особенно на передней стороне, и редкими, слабо выраженными концентрическими ребрами.

P. decussata Goldf.—по описанию, из верхнего альба Англии [5]—сильно отличается большой величиной, очень грубой ребристостью, широкими продольными желобками и значительно меньшей удлиненностью.

¹ Ребра на перегибе створок отнесены к передним сторонам.

P. tetragona Brocchi—по описанию Соверби [3], из баррема—отличается от описанного вида, главным образом, округленностью нижней половины раковины, пропорционально большими размерами ее и сильной удлинненностью.

P. renauxiana d'Orb. [2]—из турона Франции—очень близка к описываемой *P. armenopyramidalis* sp. nov. Виды эти очень сходны по форме поперечного сечения. Сравнимый вид отличается несколько большими размерами, большой удлинненностью (коэффициент удлинненности около 4) и нерельефной, более редкой скульптурой.

P. pyramidalis Münst.—из турона Шандау (Австрия)—чрезвычайно близка к описываемому виду и несомненно родственна ему. Отличается значительно большими (в 3,5 раза) размерами и сравнительно слабо выраженной струйчатостью, образующей с продольными ребрами углы, близкие к 90° .

Местонахождение и стратиграфическое положение.

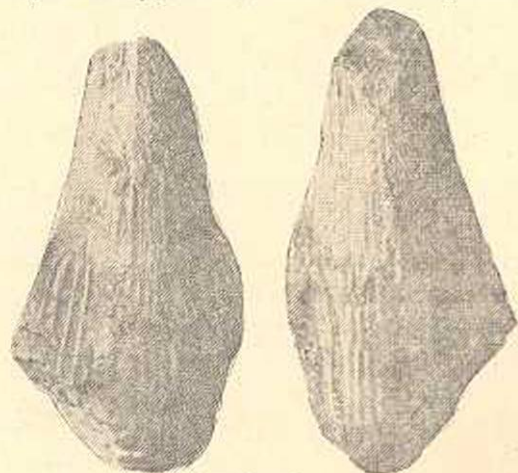
Армянская ССР, Ахтинский район, западные истоки р. Даллярка (правый приток р. Раздан), в 8 км к запад-северо-западу от Агверанского мраморного карьера. Туронские песчаники в основании трансгрессивного мелового разреза.

Примечание.

Приведенный в описании коэффициент удлинненности представляет собою отношение высоты раковины (считая с макушки) к полусумме диагоналей ширины и длины. Он применим лишь для сравнения с экземплярами, высота которых не меньше описанного. Определение удлинненности надо производить на равноудаленных от макушки сечениях сравниваемых экземпляров.

Pinna sp.

Раковина средних размеров с четырехугольным, почти квадратным сечением, пирамидальная. Края створок сходятся под углом в 90° , перегибы створок закруглены, особенно в брюшной части. Для



Фиг. 3а, б.

Pinna sp. Оригинал описания (1×1).

на раковины в спинной части примерно равна ширине, в брюшной — заметно больше. Передний и задний края расходятся к брюшному концу изогнутыми во внутрь линиями. Скульптура задних частей створок из продольных мощных четких ребер. Концентрическая струйчатость выражена здесь лишь на самих продольных ребрах в виде слабо заметных бугорков. Большую часть передних частей створок занимают столь же четкие концентрические ребра, имеющие очень небольшой наклон к продольным ребрам и часто почти параллельные им. Передняя часть раковины с макушкой не сохранилась.

Местонахождение и стратиграфическое положение.

Армянская ССР, Вединский район, правобережье среднего течения р. Хосров, в 4 км к северо-востоку от слияния ее с р. Веди. Песчаники в основании верхней трансгрессивной части верхнемелового разреза, нижний коньяк.

В заключение следует отметить, что судя по характерной форме раковин описанных выше видов, имеющих узкие макушечные части и сравнительно сильно расширенные брюшные, виды эти, как, вероятно, и все представители рода *Pinna* Lin., были зарывающимися формами. Об этом же говорят и условия нахождения раковин пинн в породе, где они располагаются под большим углом к плоскостям напластования.

Институт геологических наук

АН Армянской ССР

Поступило 26 VI 1952

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Желев Ш. Т. Геология на Плевенските околости. Спис. на Българ. Геол. Друж. год VI, кн. 3, 1934.
2. d'Orbigny A. Paléontologie française, terrain crétacé. 1847—1852.
3. Sowerby I. Mineral conchology of Great Britain. London, 1812—1830.
4. Whitfield R. P. Paleontology of the Cretaceous and Tertiary, 1886—1892.
5. Woods H. A. Monograph of the Cretaceous Lamellibranchia of England, 1899—1913.
6. Zittel K. Die Bivalven der Gosaugebilde in den Nordöstlichen Alpen. Wien, 1864—1866.

Վ. Լ. Եղոյան

Pinna Lin. ՅԵՂԻ ՆԵՐԿԱՅԱՑՈՒՑԻԶՆԵՐ ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ
ՀԱՐԱՎ-ԱՐԵՎՄՏՅԱՆ ՄԱՍԻ ՎԵՐԻՆ ԿԱՎՃԱՅԻՆ ՆՍՏՎԱԾՔՆԵՐԻՑ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոգիածում նկարագրվում են ՍՍՌ-ի հարավի կավճային նստվածքներում սակավ հանդիպող *Pinna* Lin. ցեղի երեք ներկայացուցիչները՝ Երանցից երկուսը հեղինակը դիտում է որպես նոր տեսակներ՝ *P. armenocretacea* sp. nov. և *P. armenopyramidalis* sp. nov.:

Այդ տեսակները չափազանց մոտ են Արևելյան Եվրոպայի տուրոնյան (հիմնականում) տեսակներին և Հայաստանի վերին-կավճային նստվածքների կտրվածքում դրավում են նույնպիսի ստրատիգրաֆիկ դիրք, որը հաստատվում է նաև այլ ֆաունայով: Նկարագրված ձևերից երրորդը, հեղինակի կարծիքով, բնորոշ է ստորին կոնյակային նստվածքների համար:

Հաշվի առնելով նկարագրված տեսակների խեցիների խիստ երկարած, գագաթի մոտ սրված ձևը և նրանց դիրքը ապարում, ուր նրանք դասավորվում են շերտադրման հարթությունների նկատմամբ մեծ անկյունների տակ, հեղինակը հանգում է այն եզրակացությանը, որ *Pinna* Lin. ցեղի ներկայացուցիչները եղել են թաղվող ձևեր:

ТЕХНОЛОГИЯ ЦЕМЕНТА

О. А. Мартиросян

**Кинетика образования и связывания извести при обжиге
портландцементной шихты с карбидным шламом**

Процесс обжига портландцементной сырьевой шихты, составленной на основе карбидного шлама, представляет интерес с точки зрения его специфики, связанной с особенностями известкового компонента: его химическим составом и тонкой дисперсностью.

В работе автора по получению портландцемента из карбидного шлама и шенгавитской глины [8], был высказан ряд предположений о механизме процессов, которые должны протекать во вращающейся печи при обжиге указанной шихты.

С целью экспериментальной проверки этих предположений и выяснения некоторых особенностей процесса обжига шихты, было проведено настоящее исследование кинетики процесса образования и связывания извести в зависимости от температуры обжига образцов сырьевой смеси.

Влияние тонкости помола исходных материалов и, в частности известкового компонента шихты, на кинетику реакций образования силикатов и алюминатов кальция и вообще на реакции в твердой фазе, достаточно изучено.

Известно [1], в частности, что на способность веществ реагировать друг с другом и на ход реакций в твердом состоянии, помимо самого состава исходных веществ, оказывает влияние размер их частиц. С увеличением тонкости помола увеличивается поверхность зерен реагирующих веществ, а следовательно и контактов, через которые могут диффундировать элементы их кристаллических решеток. Кроме того, диффузия на поверхностях идет скорее. Поэтому возрастает одновременно скорость реакции.

По данным П. П. Будникова и Д. П. Бобровника [2], скорость реакций в твердом состоянии между окисью кальция и кремнеземом возрастает с увеличением дисперсности окиси кальция, что согласуется с данными А. С. Бережного, установившего, что количество прореагировавшего вещества в большей степени зависит от размера зерен "покрывающего" компонента, чем покрываемого. В то же время известно [1], что в реакции между окисью кальция и кремнеземом, первый компонент является более подвижным, "покрывающим" зерна кремнезема и гораздо быстрее диффундирующим

через слой продуктов реакции по направлению от непрореагировавшей окиси кальция к кремнезему.

Выводы из всех этих и многих других исследований влияния крупности зерен исходных компонентов на скорость связывания извести, сводятся к тому, что уменьшение радиуса частиц компонентов благоприятствует протеканию реакции.

Зависимости процесса усвоения извести от температуры обжига портландцементной шихты и изучению процесса образования силикатов и алюминатов кальция на различных стадиях обжига посвящено также немало исследований.

Выяснен, в частности, характер кривой „свободная известь—температура“ при обжиге портландцементного клинкера. М. И. Стрелков [3] приводит схематический график изменения содержания свободной извести при прохождении сырьевой смеси во вращающейся печи от места поступления материала до максимальной температуры зоны спекания. Указанная кривая составлена на основании работ ряда исследователей (Лоренца, Вейера, Шпона, Ширлея и Лассея, Гиги). Достаточно уяснен ход усвоения извести при обжиге портландцементной шихты во вращающейся печи в исследованиях Наккена, приводимых В. Н. Юнгом [4].

В исследованиях Т. М. Дюко [5] изучен ход минералообразования в портландцементной шихте на разных стадиях ее обжига. обстоятельные исследования кинетики реакций образования силикатов и алюминатов кальция проведено В. Ф. Журавлевым [6] и т. д.

Однако во всех этих исследованиях в качестве известкового компонента сырьевых смесей служил карбонат кальция (мел, мрамор, известняк), между тем наш известковый компонент представляет собой материал иного химического состава — гидрат окиси кальция.

Построение кривой „свободная известь—температура“ при обжиге сырьевой смеси с карбидным шламом имеет значение для некоторого уяснения процесса обжига клинкера из этого вида сырья и для установления разницы в ходе усвоения извести по сравнению с случаями обжига шихты из обычного сырья.

Поэтому, наряду с изучением кинетики процесса образования и связывания извести при обжиге шихты с карбидным шламом параллельно изучалась кинетика этого же процесса в шихте с карбонатным известковым компонентом.

При этом, в качестве последнего был принят осажденный мел (являющийся так же, как и карбидный шлам, чистым и тонкодисперсным материалом) с целью получения сравнимых данных для сопоставления результатов обжигов обоих видов смесей, различающихся только по химическому составу известкового компонента.

1. *Исходные материалы.* В качестве исходных материалов для исследований служили карбидный шлам завода им. С. М. Кирова глина I участка Шенгавитского месторождения и осажденный мел Московского мело-совелитового завода.

Химический состав сырьевых материалов приводится в таблице 1.

Содержание окиси кальция в шламе, как видно из таблицы, значительно выше чем в меле, однако, осажденный мел, как карбонатное сырье, является весьма чистым материалом с высоким содержанием окиси кальция. Глиноземные модули обоих известковых компонентов чрезмерно высоки, что не имеет существенного значения, так как абсолютное содержание кислотных окислов и в шламе, и в меле незначительно.

Таблица 1

Химический состав сырья				
Показатели		Карбидный шлам	Осажденный мел	Шенгавитская глина
Химический состав в проц.	SiO ₂	1,52	0,36	49,16
	Al ₂ O ₃	0,97	0,23	17,22
	Fe ₂ O ₃	0,20	0,06	6,61
	CaO	72,37	55,38	8,42
	MgO	0,26	0,59	4,01
	SO ₂	1,20	0,57	0,46
	R ₂ O	—	—	4,40
	П. п. п.	24,06	43,22	0,50
	Сумма	100,58	100,41	99,78
Модули	Силикатный	1,3	1,2	2,1
	Глиноземный	4,8	3,6	2,5

Модули глины несколько необычны: глиноземный модуль выше силикатного. Химический состав глины таким образом неблагоприятный. Однако в данном случае этим обстоятельством можно пренебречь тем более, что абсолютные значения модулей не выходят за пределы допустимых величин.

Недостатком примененного вида глины является также высокое содержание щелочей.

Наиболее важно, что оба известковых компонента по химическому составу являются одинаково чистыми материалами с соответственно высоким содержанием окиси кальция.

Тонкость помола известковых компонентов определялась мокрым просевом их через сита № 0085 (4900 отв./см²) и № 0060 (10000 отв./см²).

Результаты определений приводятся в таблице 2.

Остаток на ситах при просеве карбидного шлама представляет собой в основном механическую примесь мелких частиц кокса, попадающего в шлам в процессе его образования.

Как видно из таблицы 2, тонкость помола обоих известковых компонентов является достаточно высокой. В этом отношении мел имеет даже некоторое преимущество перед карбидным шламом.

Таблица 2

Показатели		Карбидный шлам	Осажден- ный мел
Остатки в проц.	0085	1,52	0,32
на ситах №№	0060	4,08	0,48

2. *Приготовление и обжиг образцов.* Соотношение между компонентами в сырьевых смесях определялось исходя из заданного коэффициента насыщения $KH=0,87$.

Результаты расчета двухкомпонентных сырьевых шихт приводятся в таблице 3.

Результаты расчета сырьевых смесей

Таблица 3

Показатели		Смесь 1 (шлам+глина)		Смесь 2 (мел+глина)	
		шихта	клинкер	шихта	клинкер
Количественное соотношение компонентов в процентах	известковый компонент	68,08	—	71,95	—
	глинистый компонент	31,92	—	28,05	—
Химический состав в процентах	SiO_2	16,72	20,72	14,05	21,17
	Al_2O_3	6,16	7,63	5,00	7,54
	Fe_2O_3	2,25	2,79	1,89	2,85
	CaO	51,67	64,04	42,04	63,35
	MgO	1,46	1,81	1,54	2,32
	SO_2	0,96	1,19	0,54	0,81
	Прочие	1,47	1,82	1,32	1,96
	П. п. п.	19,31	—	33,64	—
	Сумма	100,00	100,00	100,00	100,00
	KH	—	0,87	—	0,87
Модули	n	—	2,0	—	2,0
	p	—	2,7	—	2,6
	C_2S	—	48	—	49
	C_3S	—	23	—	24
Минералогический состав в процентах	C_3A	—	15	—	16
	C_4AF	—	8	—	9
	$CaSO_4$	—	2	—	1

Из исходных материалов, с учетом их влажности, были заготовлены смеси в полученных по расчету соотношениях. Смеси были подвергнуты мокрому помолу в фарфоровых шаровых мельницах до одинаковой тонкости помола, соответствующей 1,5% остатка на сите № 0085. После подсушки смесей из них формовались брикеты в форме полувосьмерок, толщиной 6 мм.

Обжиг брикетов производился при температурах 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1100, 1200, 1300 и 1475°.

Повышенная температура обжига клинкера (1475°) была принята в связи с высоким содержанием в глине щелочей, затрудняющих процесс спекания.

При каждой температуре обжигались одновременно брикеты из смесей 1 и 2. Обжиг до температуры 1000° производился в муфельной электропечи, от 1100° до 1300° — в силитовой печи и при 1475° — в лабораторном керамическом горне. При обжиге давалась выдержка при максимальной температуре в 1 час, за исключением обжига до 1475° , при котором была дана трехчасовая выдержка.

По окончании обжига все брикеты быстро извлекались из печей и охлаждались при комнатной температуре.

3. *Результаты обжигов.* Все образцы обеих смесей, прошедшие термическую обработку при разных температурах, были измельчены. В навесках, взятых из средних проб измельченных образцов, определялись свободная известь (по глицератному методу) и нерастворимый остаток. Были отобраны также пробы из кусков обожженных брикетов для петрографического изучения.

На основании результатов определения свободной извести и нерастворимого остатка составлены кривые образования и связывания извести для обеих смесей, в координатах: процент свободной извести, температура (фиг. 1), а также кривые содержания нерастворимого остатка в обожженных образцах сырьевых смесей (фиг. 2).

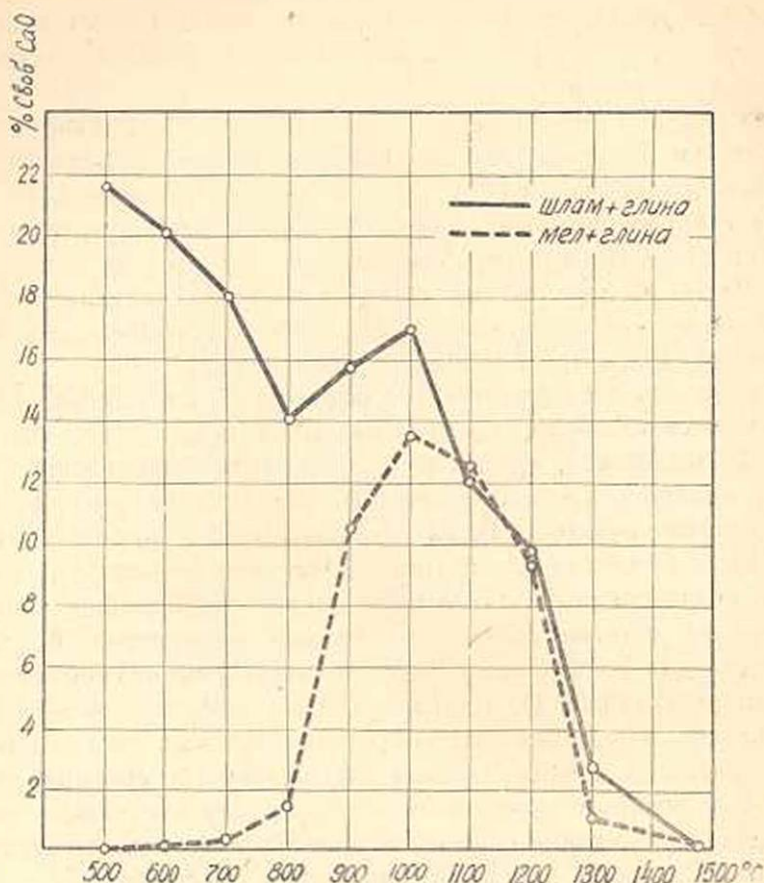
На фиг. 2 указанные кривые образования и связывания извести сопоставляются с кривыми содержания нерастворимого остатка в образцах. Содержание свободной извести и нерастворимого остатка отложено на оси ординат в одинаковом масштабе.

Сопоставление кривых 1 и 3, а также 2 и 4, показывает усвоение извести кремнеземом шихт, т. е. процесс образования силикатов кальция.

Как видно из кривых, температура обжига оказывает большое влияние на процесс образования и связывания извести в обеих смесях и, в частности, на образование силикатов кальция.

По кривой 2 (фиг. 1) можно проследить тот период реакций в твердой фазе в шихте мела с глиной (смесь 2), когда скорость образования свободной извести превышает скорость ее связывания (восходящая ветвь кривой). Этот процесс делается заметным еще в интервале температур $600-800^{\circ}$. В интервале температур $800-1000^{\circ}$ и, особенно — $800-900^{\circ}$, свободная известь образуется с наибольшей скоростью за счет интенсивно протекающей декарбонизации мела.

При 1000° наступает перелом кривой: скорость связывания извести с дальнейшим повышением температуры, превышает скорость ее образования за счет продолжающейся еще диссоциации карбоната кальция. В этот период, т. е. от 1000 до 1200° , скорость связывания извести резко возрастает, а начиная с 1300° — замедляется. При температуре 1300° , повидимому, полностью заканчивается про-

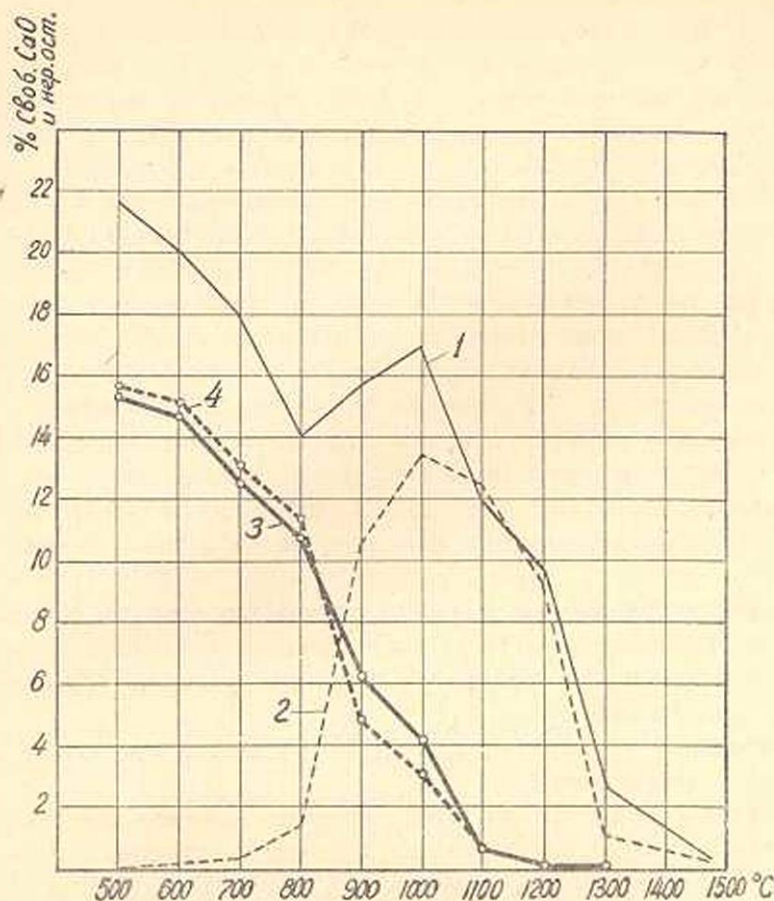


Фиг. 1. Ход образования и связывания извести в сырьевых смесях шлама с глиной и мела с глиной.

цесс декарбонизации мела и появляется жидкая фаза. Дальнейшее усвоение извести в спеках идет за счет насыщения двухкальциевого силиката до трехкальциевого.

Следует отметить, что усвоение извести в смеси 2 в течение всего процесса обжига высокое. Тонкая дисперсность и чистота осажденного мела обеспечивают большую интенсивность процесса связывания извести, и материал хорошо подготовлен к процессу спекания.

Кривая 1 носит иной характер. В исследованном температурном интервале она не имеет восходящей ветви, которая бы фиксировала превышение скорости образования свободной извести за счет дегидратации шлама над скоростью ее связывания. Уже при 500° повышение содержания свободной извести в смеси 1 за счет дегидратации гидроокиси кальция перекрывается ее усвоением. Первый перелом кривой лежит, повидимому, при значительно более низких температурах, когда интенсивность колебания элементов кристаллических решеток, составляющих смеси 1, еще недостаточна для их интенсивных взаимных перемещений и внутренней диффузии, т. е.



Фиг. 2. Содержание нерастворимого остатка и свободной извести в обожженных образцах сырьевых смесей.

для заметного течения реакций в твердой фазе. Но кривая 1 имеет 2-й перелом при 800°, объясняющийся интенсивно идущей диссоциацией карбоната кальция. Последний неминуемо образуется в шихте вследствие усвоения шламом углекислоты из воздуха, а кроме того, небольшая примесь карбоната кальция (известняка) имеется в глине. При дальнейшем повышении температуры образование свободной извести в смеси 1 непрерывно повышается, а начиная с 1000°—вновь перекрывается ее усвоением, о чем свидетельствует третий перелом кривой 1. В соответствии с наступающим при дальнейшем повышении температуры периодом интенсивно протекающих реакций в твердой фазе, связывание извести в смеси 1 протекает так же интенсивно, как и в смеси 2.

Как мы и предполагали, в интервале температур 1100—1200° химический состав обеих смесей делается примерно одинаковым [8]. Этот момент зафиксирован на кривых 1 и 2 при температуре 1150°. Содержание свободной извести при этой температуре соответствует 10,7% в обеих смесях.

Начиная с температуры 1300° , т. е. с появления жидкой фазы, усвоение извести замедляется, но не так резко, как в смеси 2. При температуре 1300° в смеси 1 остаток свободной извести больше, чем в смеси 2, однако в период спекания клинкера, так же как и в смеси 2, свободная известь усваивается почти полностью.

Как видно из фиг. 2, силикатообразование в смеси 1 (кривая 3), начиная с 500° и, повидимому, еще раньше, протекает полнее, чем в смеси 2 (кривая 4) до температуры 800° . Начиная с совпадающего в обеих смесях периода интенсивной диссоциации карбоната кальция, т. е. с 800° , по мере роста образования свободной извести в смеси 2, скорость силикатообразования в ней начинает увеличиваться и при температуре 830° количество непрореагировавшего с известью кремнезема в обеих смесях делается одинаковым (9,2%). С дальнейшим повышением температуры более интенсивное образование силикатов наблюдается в смеси 2, вплоть до температуры 1100° , при которой обе кривые содержания нерастворимого остатка совмещаются.

По характеру кривые 3 и 4 не отличаются друг от друга.

Итак, усвоение извести за счет реакций в твердой фазе и, в частности, образование силикатов кальция в смеси 1, начинается раньше, чем в смеси 2.

При низких температурах, до 1150° , усвоение извести в смеси 1 протекает интенсивнее.

Начиная с температуры 1100° скорость усвоения извести в смеси 2 возрастает и к 1300° превышает скорость усвоения извести в смеси 1. Происходит это, повидимому, вследствие более раннего образования продуктов реакций, замедляющих внутреннюю диффузию частиц реагирующих веществ смеси 1, т. е. с увеличением толщины слоя новообразований на поверхностях ее зерен.

Повидимому, по этой же причине, в интервале температур $830-1150^{\circ}$ скорость силикатообразования в смеси 2 выше, чем в смеси 1.

Так или иначе, в период спекания клинкера, т. е. в интервале температур $1300-1475^{\circ}$, скорость усвоения извести двухкальциевым силикатом в смеси 1 делается больше, чем в смеси 2 и остаток свободной извести в обоих клинкерах практически незначителен.

Таким образом, условия для процесса усвоения извести и, в частности для силикатообразования, в обеих смесях практически одинаковы.

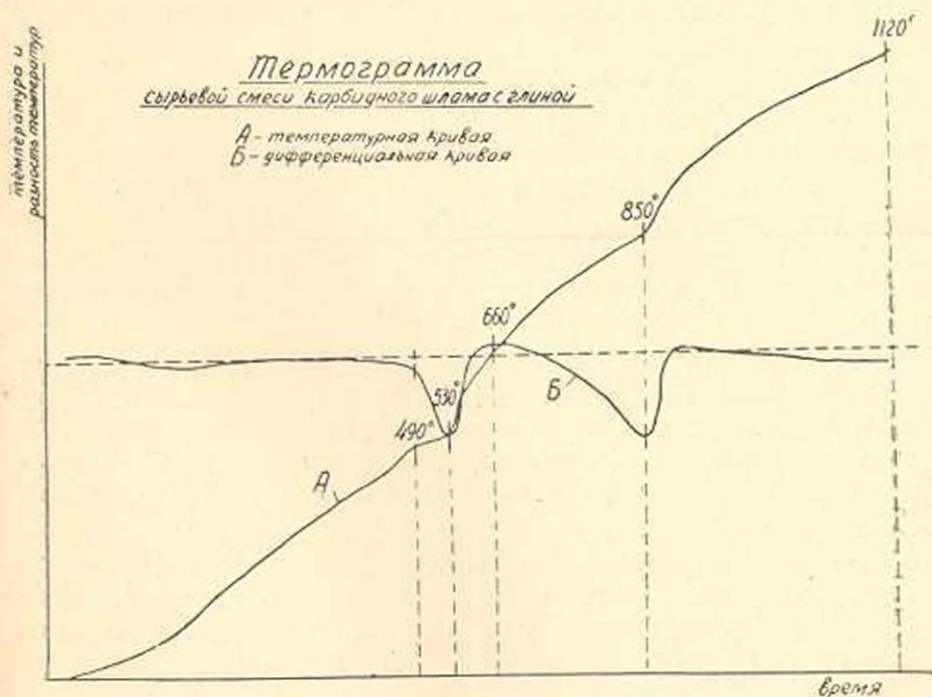
Благоприятные условия усвоения извести и хорошая подготовленность смеси 2 к процессу спекания объясняется тонкой дисперсностью химически чистого осажденного мела. В смеси 1, в начальной стадии обжига, при низких температурах, помимо тонкой дисперсности карбидного шлама, влияет также его химическая природа, т. е. наличие гидроокиси кальция. При средних и высоких температурах второй фактор усвоения извести уже не имеет практического значения.

4. *Термический анализ сырьевой смеси.* Как указывалось выше, кривая „свободная известь—температура“, в исследованном интервале температур не фиксирует того периода обжига шихты с карбидным шламом, в котором образование свободной извести превосходит ее связывание.

Для определения температурной области, в которой должна происходить дегидратация гидроокиси кальция, при обжиге портландцементной сырьевой шихты с карбидным шламом и уточнения границ других тепловых превращений в этой шихте до температур порядка $1000-1100^{\circ}$, был произведен термический анализ образца сырьевой смеси 1.

С помощью термографа Н. С. Курнакова были засняты: температурная кривая в координатах температура—время и дифференциальная кривая в координатах разность температур—время. В качестве эталона для получения разности температур служил прокаленный каолин, у которого в заданном интервале температур не могло произойти никаких тепловых превращений.

На фиг. 3 приводится термограмма с изображением указанных кривых.



Фиг. 3.

Как показывает термограмма, температурная кривая сырьевой смеси плавно повышается до 490° , после чего, как об этом свидетельствует изгиб ее в сторону абсциссы, наступает остановка в повышении температуры, вызванная эндотермической реакцией дегидратации гидроокиси кальция карбидного шлама. Одновременно, по

этой же причине, дифференциальная кривая, идущая до того горизонтально, при 490° дает резкий изгиб вниз. Дегидратация происходит до 530° , после чего обе кривые резко поворачивают и идут вверх, причем дифференциальная кривая поднимается даже несколько выше нулевой линии (эталоны).

Эндотермический эффект тепловых (а следовательно и химических) превращений в сырьевой смеси, зарегистрированный термограммой в интервале температур $490-530^\circ$, объясняется, повидимому, не только дегидратацией шлама. Вполне вероятно, что происходящая в этом же температурном интервале дегидратация каолинита глины, также сопровождаемая поглощением тепла, как бы накладывается на тепловой эффект дегидратации шлама.

Что касается начала процесса дегидратации шлама, то оно, по всей вероятности, находится несколько раньше достижения образцом температуры 490° . Вполне возможно, что реакции в твердой фазе между начавшей освобождаться окисью кальция и кремнеземом, уже протекающие в этот период, вызывая тепловой эффект противоположного знака, несколько компенсируют эндотермический эффект начинающейся дегидратации. В интервале же температур $490-530^\circ$ дегидратация происходит наиболее интенсивно, в соответствии с чем термограмма четко регистрирует это тепловое превращение в образце сырьевой смеси.

Окись кальция, обильно освобождающаяся в период наиболее интенсивной дегидратации шлама, сразу же „жадно“ реагирует с кремнеземом, что сказывается на резком подъеме дифференциальной кривой, переходящей при 660° даже вверх от нулевой линии.

При дальнейшем нагревании шихты, температурная кривая, а еще более четко дифференциальная, в температурном интервале $680-850^\circ$ регистрируют второй эндотермический процесс — диссоциацию карбоната кальция (о причинах наличия которого в шихте говорилось выше). Однако, как мы видим, после 660° спад дифференциальной кривой происходит не так резко, что, повидимому, также следует приписать положительному тепловому эффекту реакций в твердой фазе, протекающих в этот период достаточно интенсивно.

В области температур $1000-1100^\circ$ кривые нагревания шихты несколько необычны. Здесь можно было ожидать подъема кривых вследствие экзотермического эффекта реакций в твердой фазе, достигающих в интервале температур $1100-1200^\circ$ наибольшей интенсивности. Надо полагать однако, что вследствие раннего начала этих реакций в сырьевой смеси, к температурной области, соответствующей экзотермической зоне, слой новообразований из продуктов реакций на зернах реагирующих веществ делается настолько значительным, что интенсивность реакций, вследствие затрудненной внутренней диффузии, снижается.

В температурном интервале $950-1100^\circ$ можно было ожидать

также экзотермического эффекта, вызываемого тепловыми превращениями каолинита глины. Однако, судя по литературным данным [7], для глин, отличающихся значительным содержанием щелочей, характерно отсутствие на кривой нагревания экзотермического эффекта, вследствие минерализующего действия щелочей.

Итак, с помощью кривых нагревания удалось установить границы интенсивно идущей дегидратации гидроокиси кальция шлама в составе портландцементной сырьевой смеси, находящихся в интервале температур 490—530°.

Эту температурную область, ввиду важности ее для процесса обжига указанной сырьевой смеси, мы считаем нужным выделить из температурного интервала, соответствующего при обычном сырье зоне подогрева, и назвать ее „зоной дегидратации“.

Таким образом, при обжиге сырьевой смеси с карбидным шламом, в отличие от обычного сырья, имеются две температурные зоны, напряженные в отношении потребления тепла: зона дегидратации и зона кальцинирования. Однако в первой зоне, находящейся, как мы видим, в области низких температур, потребление тепла меньше, чем на разложение карбоната, а во второй зоне, в связи со сравнительно небольшим количеством карбоната кальция в шихте, потребление тепла на его диссоциацию невелико.

Следовательно, наше предположение о сравнительно меньшем расходе тепла на эндотермические процессы, связанные с разложением известкового компонента при обжиге сырьевой смеси с карбидным шламом [8], можно считать подтвержденным.

5. *Петрографическое изучение обожженных образцов.* Петрографическому изучению в тонких шлифах подверглись образцы обеих смесей, обожженные при температурах 500, 700, 900, 1100, 1300 и 1475°.

Микрооптическое исследование шлифов позволило выявить образование алюминатов силикатов и кальция лишь в образцах, обожженных при температуре 1100° и выше. Характер изменения микроструктуры образцов обеих смесей с повышением температуры выше 1100° оказался обычным.

При низких температурах обжига в тонкозернистой анизотропной массе шлифов продуктов реакций в твердой фазе обнаружить не удалось, по видимому, вследствие их чрезвычайно мелкой кристаллизации.

Результаты микрохимических реакций на свободную известь, в общем подтвердили результаты определений, приведенных выше.

6. *Результаты испытания цементов.* Клинкеры 1 и 2 (полученные из смесей карбидного шлама с глиной и мела с глиной) были размолоты, выдержаны в соответствии с требованиями ГОСТ и испытаны в малых образцах.

Результаты испытаний портландцементов 1 и 2, полученных соответственно из клинкеров 1 и 2, приведены в таблице 4.

Таблица 4

Механическая прочность цементов
(в малых образцах)

Показатели	Возраст в днях	Результаты испытаний цементов	
		1	2
Предел прочности при сжатии в кг/см^2	3	118	122
	7	155	150
	28	235	237
Предел прочности при растяжении в кг/см^2	3	24	29
	7	29	31
	28	38	37

Как видно из таблицы 4, рост прочности у обоих цементов примерно одинаков. Разница в механической прочности у цементов 1 и 2 незначительна.

Показательно, что при одинаковом составе сырьевой смеси цемент 1, полученный на основе карбидного шлама, почти идентичен с цементом 2, полученным на основе осажденного мела.

Однако, как известно, материал по качеству подобный осажденному мелу в практике цементного производства не применяется, а обычное известковое сырье не может обеспечить при одинаковых условиях такого качества портландцемента, какое возможно получить на основе осажденного мела.

Что касается карбидного шлама, то как видно из результатов исследований, в лабораторных условиях он обеспечивает получение такого цемента.

Следовательно, преимущество карбидного шлама перед обычным известковым сырьем совершенно очевидно.

В ы в о д ы

Лабораторные опыты позволяют считать установленными следующие особенности процесса обжига портландцементной сырьевой смеси, составленной на основе карбидного шлама.

1. Интенсивное образование свободной извести за счет разложения гидроокиси кальция происходит в зоне дегидратации, в интервале температур 490—530°.

2. Свободная известь образуется интенсивно также в интервале температур 750—850° за счет диссоциации карбоната кальция, который имеется в шихте вследствие усвоения карбидным шламом углекислоты из воздуха в процессе подготовки сырьевой смеси и наличия известняковых включений в глине.

3. Связывание извести за счет реакций в твердой фазе начинается с дегидратации гидроокиси кальция, т. е. значительно раньше, чем при обычном сырье.

4. Благоприятные условия усвоения извести в области низких температур (до 1150°) объясняются как химической природой карбидного шлама, в частности содержанием в его составе гидроокиси кальция, так и ее тонкой дисперсностью.

В области средних и высоких температур химическая природа карбидного шлама уже не имеет значения; сохраняет свое положительное влияние лишь тонкая дисперсность материала.

5. При обжиге обеспечиваются степень усвоения извести, характер образования силикатов кальция и качество вяжущего, как и для портландцемента, изготовленного на основе химически чистого, тонкодисперсного осажденного мела.

Институт строительных материалов
и сооружений АН Армянской ССР

Поступило 19 VII 1952

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Куколев Г. В. Химия кремния и физическая химия силикатов. Промстройиздат, М., 1951.
2. Будников П. П., Бережной А. С. Реакции в твердых фазах. Промстройиздат, М., 1949.
3. Стрелков М. И. К вопросу кривой связывания извести при обжиге портланд-клинкерной сырьевой смеси. Сборн. работ., посвящ. 60-летию со дня рожд. П. П. Будникова. Бюро технич. информац. МПСМ РСФСР, М., 1946.
4. Юнг В. Н. Основы технологии вяжущих веществ. Промстройиздат, М., 1951.
5. Дюко Т. М. Изучение минералообразования в портландцементной шихте на разных стадиях обжига. Сборн. тезисов диссертаций, защищенных в ЛХТИ с 1935 по 1940 г. Госхимиздат, Л., 1941.
6. Журавлев В. Ф. Кинетика реакций образования силикатов и алюминатов кальция и роль минерализаторов в этом процессе. Труды V совещ. заводских лабораторий цемента. Промстройиздат, М.—Л., 1950.
7. Иванова В. П. О термической характеристике минералов из группы алюмосиликатов и магнезиальных силикатов. Труды III совещ. по эксперимент. минералогии и петрографии, 31—1—4—II—1939 г. Изд. АН СССР, М., 1940.
8. Мартиросян О. А. Портландцемент из отходов промышленности. Известия АН Армянской ССР, т. II, № 5, 1949.

Օ. Ա. Մարտիրոսյան

ԿԱՐԲԻԴԱՅԻՆ ՇԼԱՄՈՎ ՊՈՐՏԼԱՆԴԵՄԵՆՏԱՅԻՆ ՇԻԽՏԱՅԻ ԹՐԾՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ԿՐԻ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ԵՎ ՇԱՂԿԱՊՄԱՆ ԿԻՆԵՏԻԿԱՆ

Ա. Մ. Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հաղվածում լուսարանվում է կարբիդային շլամի հիման վրա պատրաստված պորտլանդցեմենտի հումքային խառնուրդի թրծման պրոցեսի սպեցիֆիկան:

Կրի առաջացման և շաղկապման պրոցեսի կինետիկան ուսումնասիրվել է ինչպես կարբիդային շլամի, այնպես էլ կարբոնատային հումքի (նստեցված կալճի) հիման վրա կազմված հումքային խառնուրդները:

թրծման ջերմաստիճանից կախված: Տարրեր ջերմաստիճաններում շիփտաների թրծման հետևանքով ստացված թրծուկները ենթարկվել են քիմիական, ջերմային և պետրոգրաֆիկ անալիզի:

Կառուցված են կրի առաջացման ու շաղկապման, այդ երկու շիփտաների փոխկապառաջացման կոըները և կարրոնատային շլամով շիփտայի տերմազրամբ, որոնք վկայում են այդ շիփտաների թրծման ժամանակ տեղի ունեցող պրոցեսների սկզբունքային տարբերություններին: