

А. Х. Халпахчян

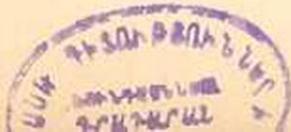
К вопросу об истечении жидкости через донные отверстия*

I. Осесимметричное радиальное истечение жидкости

Впервые задачей об истечении жидкости из отверстий начал заниматься в конце 15-го века Леонардо-да-Винчи. Значительно позже эта же задача стала предметом исследований учеников Галилея—Кастелли (1640) и Торричелли (1644), после которых Даниил Бернулли и другие продолжали экспериментальную и теоретическую разработку задачи. Исследования перечисленных авторов преследовали цель—определить расход жидкости, скорость истечения, коэффициенты расхода и скорости, величину сжатия струн по выходе из отверстия и форму поперечного сечения струн. Эти вопросы вытекали из требований практики и имели целью уточнить формулу для скорости истечения ($v = \sqrt{2gH}$), называемую формулой Торричелли, которая позже, в 1738 г., была выведена в более общем виде Даниилом Бернулли. Многочисленными исследованиями формула Торричелли была уточнена применительно к реальным жидкостям введением в нее коэффициента φ , называемого коэффициентом скорости ($v = \varphi\sqrt{2gH}$); этим коэффициентом учитываются интегрально различные факторы: форма отверстия, влияние насадок, положение отверстия относительно стенок сосуда и др.

Если практическая гидравлика достигла значительных успехов в уточнении расчетной формулы для истечения из отверстий и в приближении ее к опытным данным, то теоретически эта задача для тяжелой жидкости еще не имеет решения. Получение гидромеханического решения важно для установления зависимости между кинематическими элементами потока в камере и параметрами, определяющими истечение жидкости из отверстия. На существование такой зависимости указывает, например, тот факт, что при возрастании напора и размеров отверстия наблюдается снижение коэффициента расхода, а при значительном уменьшении напора возникает вихревая воронка с засосом через нее воздуха, что также приводит к резкому снижению коэффициента расхода.

* Публикуя настоящую работу, автор не может не вспомнить со скорбью память безвременно скончавшегося учителя—академика Н. Е. Кочина, который проявлял большой интерес к настоящей работе.



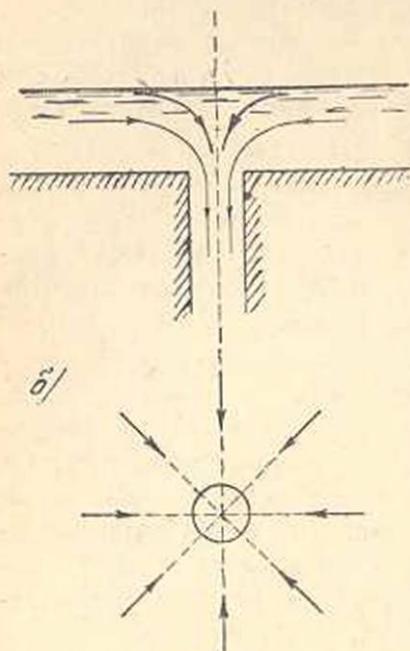
Существенным отличием настоящей работы от известных уже работ по истечению из отверстий является то, что нами изучаются не гидравлические характеристики истечения, а движение жидкости в самой камере, которое влияет в конечном итоге на гидравлические характеристики (скорость, расход и т. д.). Так как исследований в этом направлении в литературе не имеется и характер течения также не известен, то нами было проведено экспериментальное исследование, результаты которого приводятся ниже.

1. Экспериментальное исследование осесимметричного радиального истечения жидкости через донное отверстие

Перед экспериментом нами были поставлены следующие вопросы:

1. Как изменяется форма свободной поверхности потока в камере при изменении расхода истечения и глубины потока? 2. Какова картина течения вблизи отверстия? 3. Является ли устойчивым истечение с осевой симметрией с радиальными линиями тока? 4. Какое влияние оказывают на устойчивость течения временные возмущения

в потоке и сила Кориолиса? 5. Каков характер перехода из напорного истечения в безнапорное типа шахтного водослива? Для ответа на эти вопросы были проведены опыты на специальной экспериментальной установке, воспроизводившей модель бесконечно большого в плане сосуда с горизонтальным дном.* На дне имелось круглое отверстие, через которое жидкость вытекала в присоединенную к отверстию вертикальную трубу (фиг. 1). Система вентилей и холостой водоспуск позволяли поддерживать постоянными глубину потока в камере и расход истечения. Глубина воды в камере могла изменяться от нуля до 150 мм, а расход — от нуля до 3,0 л/сек.



Фиг. 1.

Приток воды к отверстию осуществлялся точно в радиальном направлении, что удалось достичь благодаря равномерному подводу воды к периметру круга, в центре которого находилось отверстие, а также специальной системой гашения возможных вихреобразований и общей закрутки потока в камере.

* Эта же установка была использована для исследования воронкообразного истечения с водоворотами (См. гл. II).

Дно камеры было сделано из круглого диска диаметром 60 см, а диаметр отверстия мог по желанию быть трех размеров: 26,5 мм, 40 мм и 52,5 мм.

Свойство радиально сходящегося потока жидкости сохранять ламинарный режим даже при значительных скоростях течения обеспечивало возможность наблюдений формы линий тока внутри потока методом окрашивания струек, а линии тока на свободной поверхности наблюдались по перемещениям пылинок алюминиевой пудры.

Фотоснимки опытов, приведенные в работе, были сделаны также с применением алюминиевой пудры.

2. Форма свободной поверхности и ее изменения

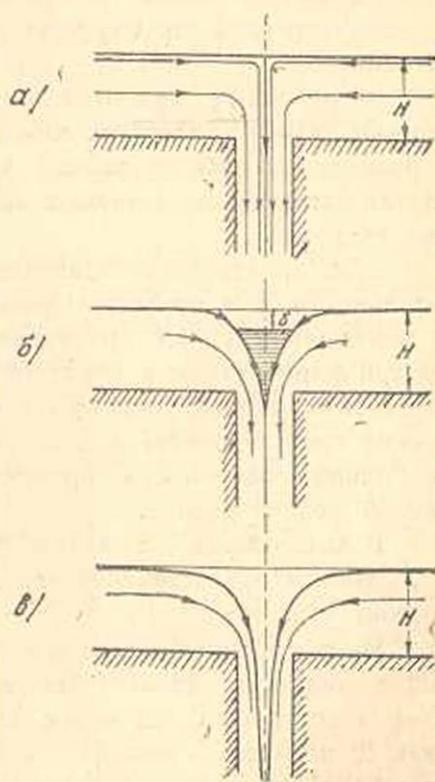
В зависимости от соотношения величин расхода и глубины потока в камере (см. фиг. 7, § 5) свободная поверхность может иметь три резко отличающихся друг от друга формы (фиг. 2).

При малых расходах истечения и соответственно малых скоростях течения в камере, свободная поверхность почти не отличается от горизонтальной плоскости (фиг. 2 а). При увеличении расхода до определенной величины над отверстием образуется чашеобразная впадина с горизонтальным дном (фиг. 2 б). Наконец, при дальнейшем увеличении расхода глубина чаши возрастет и при некотором критическом состоянии образуется уходящая вниз глубокая воздушная полость (фиг. 2 в), что сопровождается также изменением структуры потока в камере (см. сл. параграф).

Как установлено опытами, такая смена форм свободной поверхности вполне закономерна, и каждая из форм вполне устойчива.

Следует отметить, что критическое состояние потока, при котором наблюдается смена одной формы свободной поверхности другой, зависит от таких факторов, как расход, глубина потока, диаметр отверстия и поверхностное натяжение жидкости.

Увеличение поверхностного натяжения, осуществлявшееся с помощью тончайшей пленки поверхностно-активной инородной жидкости, вызывало зазавдывание смены формы свободной поверх-



Фиг. 2.

ности. Например, переход от второй к третьей форме происходил при больших глубинах чаши— δ (фиг. 2 б), чем в том случае, когда поверхностное натяжение было меньше.

Опытами установлено также существенное влияние на описываемое явление диаметра отверстия, глубины потока в камере и расхода. При постоянных диаметре и расходе смена форм поверхности происходит при уменьшении глубины потока в камере. При постоянных диаметре и глубине смена форм происходит при увеличении расхода истечения. При постоянных глубине и расходе смена форм наблюдается не при всех диаметрах. При малых диаметрах отверстия явление может быть не заметным, а иногда и совершенно не будет наблюдаться (в пределах уменьшения диаметра до нуля—точечный сток). Так, наибольший эффект смены форм наблюдался в наших опытах при диаметре $d=52,5$ мм, хуже—при $d=40$ мм и значительно хуже при $d=26,5$ мм. Это объясняется совокупностью влияния трех величин—расхода истечения, глубины потока и диаметра отверстия, которые определяют скорость частиц жидкости в области потока вблизи отверстия, так как от скоростей потока зависит внутренняя структура его, о чем говорится в следующем параграфе.

В реальных гидротехнических водоприемных сооружениях обычно диаметр отверстия может достигать нескольких метров при соразмерных глубинах потока над отверстием. Вследствие этого в случае затопленных шахтных водосливов имеет место рассматриваемое явление.

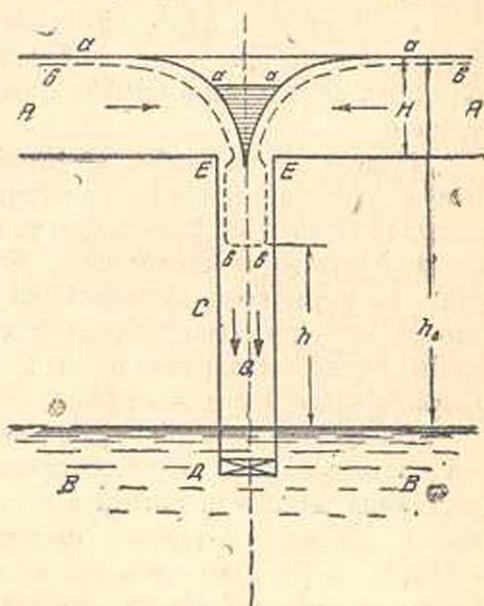
Если производить описанный выше опыт в обратной последовательности, т. е. от максимального расхода постепенно переходить к минимальному, то свободная поверхность потока приобретает все три формы также в обратной последовательности. Это указывает на закономерность, зависящую исключительно от физико-кинематических свойств потока и, как это будет ясно из дальнейшего, форма свободной поверхности органически связана со структурой физической модели потока.

В дальнейшем мы будем пользоваться терминами: „напорное“ и „безнапорное“ истечение через донное отверстие, смысл которых состоит в следующем.

На фиг. 3, изображающей принципиальную схему модели установки, жидкость вытекает из верхней камеры А—А через отверстие Е—Е и по трубе С, на конце которой имеется регулирующий вентиль Д, попадает в нижний сосуд ВВ. При этом возможны два случая: 1. когда расход истечения Q зависит от напора h_0 и определяется формулой напорного истечения $Q=\mu\omega\sqrt{2gh_0}$, где ω —площадь отверстия вентиля, а μ —коэффициент расхода, и 2. расход истечения в трубу определяется по формуле водослива и зависит от глубины потока в камере Н. Излив жидкости во втором случае происходит как в случае водослива с широким порогом круговой формы

в плане. В этом случае сплошности потока между верхней и нижней камерами нет, а в трубе С имеется разрыв потока, и уровень в ней устанавливается на некоторой высоте h от свободной поверхности жидкости в нижней камере и зависит от расхода излива из верхней камеры и от пропускной способности вентиля Д.

Первый из описанных случаев мы называем „напорным изливом“, при котором свободная поверхность потока изображена сплошной линией $a-a$ на фиг. 3, а второй случай — „безнапорным изливом“, свободная поверхность, при котором изображена на фиг. 3 штриховым пунктиром $b-b$.



Фиг. 3.

3. Физическая модель радиального осесимметричного истечения; „conoид обтекания“

Рассмотренным в предыдущем параграфе трем формам свободной поверхности потока соответствуют три модели радиального осесимметричного излива через донное отверстие. Первые две модели относятся к напорному истечению а третья — к безнапорному. Первая модель характеризуется едва уловимым понижением свободной поверхности к оси симметрии, а внутри потока сохраняется сплошность течения и плавное обтекание углов без отрыва от стенок и свободной поверхности. Вторая модель отличается от первой не только изменением свободной поверхности, на которой образуется воронка понижения с горизонтальной площадкой над отверстием, но и возникновением внутри потока поверхности разрыва формы коноида вращения, осью которого является ось симметрии течения в камере, а жидкость внутри коноида остается в покое.

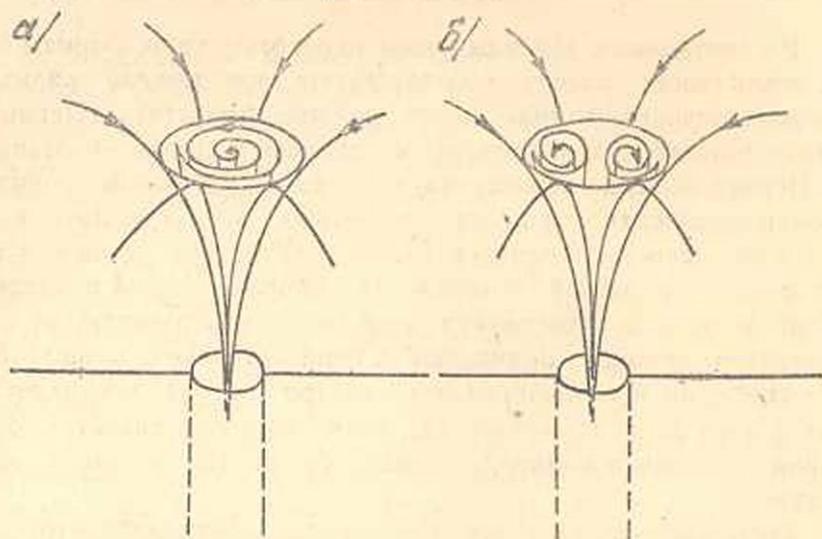
Третья модель является следствием вырождения второй. Свободная поверхность вблизи отверстия постепенно переходит в воронку, которая, прорезая всю глубину потока, уходит в отверстие.

Первая модель изображена в разрезе на фиг. 2 а. Линии тока течения плавно обтекают углы и лежат в вертикальных диаметральных плоскостях. Линия пересечения свободной поверхности с вертикальной плоскостью, а также ось симметрии и твердые стенки дна являются граничными линиями тока. Эта модель сохраняется, од-

нако, только при весьма малых скоростях течения. При увеличении скоростей, с момента образования на свободной поверхности воронки понижения, характер течения резко изменяется; образуется вторая модель истечения, которая является одним из наиболее интересных результатов опытов с радиальным осесимметричным истечением.

Появление на свободной поверхности воронки понижения связано с возникновением внутри потока поверхности разрыва (фиг. 2 б). Заштрихованная на рисунке часть является областью застойной жидкости; поток же в камере обтекает „коноид“, устремляясь в отверстие. Размеры коноида зависят от кинематических и геометрических элементов. При больших расходах дно коноида становится меньшего диаметра, но одновременно весь коноид опускается ниже, так что глубина чаши δ увеличивается.

Выпуском в поток окрашенных струек было установлено, что жидкость в самом коноиде оставалась чистой и заметного обмена частицами жидкости потока и застойной области не было. В то же время жидкость в самом коноиде не оставалась в полном покое, а находилась в медленном вращении вокруг оси симметрии. Направление вращения было неустойчивым и зависело от случайных причин. Нередко наблюдалось возникновение в коноиде одновременно двух вихрей противоположных знаков (фиг. 4). Эти опыты подтверждают неустойчивый характер равновесия жидкости в коноиде.



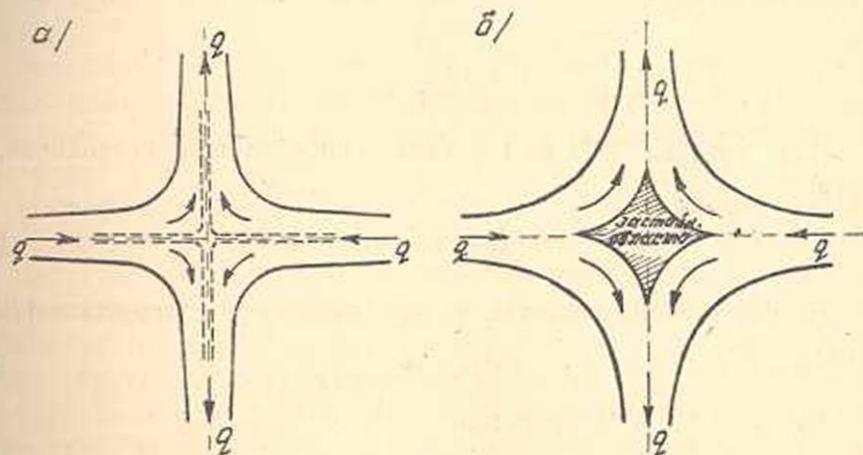
Фиг. 4.

Своеобразной особенностью второй модели осесимметричного истечения является возникновение поверхности разрыва не вблизи твердых границ потока, а у свободной поверхности. Кроме того, так как мы имеем дело с тяжелой жидкостью, то второй особенностью является способность потока поддерживать на своей поверхности

тяжелое „инородное“ тело формы коноида. Если искать аналогию этому в плоском движении жидкости, то нечто подобное наблюдается, например, при сопряжении ниспадающей с водослива струи с нижним бьефом, либо при истечении из-под щита. В случае затопленного прыжка в нижнем бьефе образуется валец, поддерживаемый струей.

В связи со сказанным выше интересно отметить, что нашим первым двум моделям пространственного потока с осевой симметрией можно привести в соответствие две возможные модели плоского течения невесомой жидкости в теории струй.

На фиг. 5 изображены две возможные формы встречи двух струй: а) — без застойной области и б) — с застойной областью. Эти задачи имеют математическое решение для плоского течения невесомой жидкости. [1] При этом первый случай (а) может быть получен из второго предельным переходом — стягиванием застойной области в точку.



Фиг. 5.

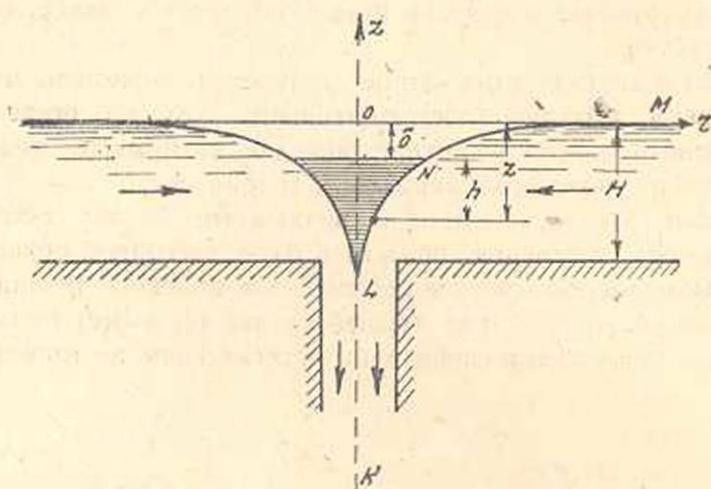
Опыты показали, что причиной образования поверхности разрыва и „коноида“ при напорном осесимметричном истечении является, помимо резкого искривления потока вблизи оси симметрии, также поверхностное натяжение, которое наряду с вязкостью жидкости вызывает торможение поверхностных слоев потока. Последнее приводит к созданию значительного градиента скоростей и поверхности разрыва коноидальной формы.

Для качественной оценки поведения „коноида“ при возрастании скоростей частиц в потоке рассмотрим уравнение полной энергии в форме Бернулли для поверхностных линий тока.

Выбрав оси цилиндрических координат, как то показано на фиг. 6, мы, пренебрегая потерями, будем иметь:

$$E = -z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{Const} \quad (1)$$

На свободной поверхности потока линия тока MN в точке N переходит на боковую поверхность „conoида“, а в точке L сопрягается с осью симметрии течения.



Фиг. 6.

Для участка MN из (1) после определения постоянной, получим:

$$\frac{v^2}{2g} - z = 0 \quad (2)$$

На участке NL давление распределяется по гидростатическому закону:

$$p = p_{\text{атм}} + \gamma h \quad (3)$$

Тогда из (1) и (3) получим:

$$\frac{v^2}{2g} = z - h \quad (4)$$

Так как $z - h = \delta$ (фиг. 6), то на участке NL

$$\frac{v^2}{2g} = \delta = \text{Const} \quad (5)$$

Откуда следует, что вдоль линии тока величина скорости постоянна, а глубина чаши δ является мерой скоростного напора.

Формула (4) показывает, что для иного установившегося состояния потока с большей величиной скорости (т. е. при пропуске через сечение большего расхода) глубина воронки δ также возрастет, а „conoид“ опустится ниже от свободной поверхности, что подтверждается опытом.

Наконец, третья модель осесимметричного истечения—безнапорного—с достаточной полнотой описана в литературе и известна как шахтный водослив.

Хорошо изученный в лабораторных условиях шахтный водослив тем не менее не имеет еще точного гидромеханического решения. Известные решения [2] имеют тот недостаток, что для упрощения кольцевая форма водослива в плане заменяется прямолинейным водосливом и, следовательно, сходящийся к центру поток заменяется плоским. Это, однако, допустимо лишь при больших диаметрах отверстия. При малых диаметрах отверстия сведение задачи к плоской становится недопустимой, а отсюда следует, что задача становится значительно труднее, ввиду невозможности использования метода конформного отображения и теории функций комплексного переменного.

4. Об устойчивости осесимметричного истечения

Исследование вопроса устойчивости радиального истечения важно не только для полного описания самого явления, но и для понимания причин вырождения данного течения в истечение с вихревой воронкой, о котором говорится во второй главе настоящей работы.

Нарушение устойчивости рассматриваемого течения жидкости вообще возможно от: 1. непрерывно действующих на поток возмущающих сил и, 2. от временных или мгновенных возмущающих импульсов.

Постоянно действующие возмущающие силы в свою очередь могут быть разделены на: а) возмущающие силы, исключить которые мы не можем; например, сила Кориолиса, учитывающая влечущее воздействие вращения земли, и б) силы, воздействие которых на поток мы можем устранить. Примером последних может быть общая закрутка потока, вызываемая плановыми очертаниями направляющих поток твердых стенок, а также наличие в самом потоке источников, непрерывно отдающих в поток вихревые импульсы (подробнее об этом говорится во второй главе).

Нашы опыты преследовали цель учесть влияние временных возмущений и силы Кориолиса на устойчивость радиального истечения.

1. Схема опытной установки позволяла иметь поток в камере с полной осевой симметрией. Таким образом, если влияние силы Кориолиса может нарушить устойчивость радиального течения, то со временем в потоке должны появляться циркуляционные скорости частиц жидкости вблизи отверстия с вращением против часовой стрелки (в нашем полушарии).

Отрегулировав установившееся течение*, когда соблюдалось постоянство расхода истечения и глубины потока в камере, нами в течение долгих часов наблюдался характер течения в камере. При

* Неустановившееся истечение само может служить источником вихреобразования.

этом оказалось, что течение с осевой симметрией не нарушалось во все время опытов. Контроль за характером течения производился окрашиванием струек жидкости на различной глубине потока и по различным радиусам камеры. Во все время опытов окрашенные и хорошо наблюдаемые струйки сохраняли прямолинейную в плане форму, оставаясь точно в диаметральном сечении потока. Это имело место при любых расходах и глубинах в камере, т. е. при всех трех моделях течения, рассмотренных выше. Эти опыты экспериментально доказывают устойчивость радиального истечения через донное отверстие и неспособность силы Кориолиса нарушить устойчивость. Количественная оценка влияния силы Кориолиса приводится во второй главе.

2. Исследование влияния временных возмущений на устойчивость радиального истечения производилось нарушением установленного радиального истечения временной закруткой жидкости над отверстием помощью совка. При этом нарушалось радиальное истечение. Дальнейшее наблюдение за потоком показало, что возмущенное движение не усиливалось и не распространялось дальше области возмущения, а наоборот, постепенно ослабевало и после определенного промежутка времени, определяемого временем истечения через отверстие жидкости из области возмущения, восстанавливалось радиальное течение с осевой симметрией.

3. В случае модели с „коноидом“, мгновенное разрушение „коноида“ (изъятием его совком) вызывает нарушение формы течения вблизи отверстия, а в удалении от последнего течение сохраняет радиальность. Поток, притекающий к отверстию с прежней интенсивностью из невозмущенной области, вытесняет жидкость возмущенной области в отверстие и, таким образом, размеры области возмущенного потока постепенно уменьшаются вплоть до полного ее исчезновения. После этого течение приобретает вновь осевую симметрию, а над отверстием восстанавливается течение с „коноидом“.

Следует подчеркнуть, что чем больше протяженность потока, подвергшегося возмущению, тем длительнее сохраняется возмущенное течение. Если бы можно было подвергнуть возмущению весь поток, имеющий границы в бесконечности, то восстановление первоначального невозмущенного потока было бы невозможно. Этим, собственно, объясняется следующее явление. Если мы имеем цилиндрический сосуд круглого сечения, из которого жидкость вытекает через центральное донное отверстие, то сообщив мгновенный малый вращательный импульс всей массе жидкости в сосуде, мы можем убедиться на опыте, что ранее радиальное течение в сосуде начинает постепенно нарушаться; возникает движение по спиральям с образованием воронки—водоворота и этот характер течения сохраняется в дальнейшем вплоть до полного опорожнения сосуда.

Итак, опыты по исследованию устойчивости радиального истечения через донное отверстие позволяют сделать следующие общие выводы:

1. При действии на радиально-сходящийся поток жидкости только силы Кориолиса движение с осевой симметрией не нарушается и является устойчивым.

2. Если в результате приложенных возмущающих сил поток выведен из радиального течения, то такое не восстанавливается вплоть до момента полного истечения через отверстие всей массы жидкости, выведенной из первоначального своего состояния. И только после того, когда притекающая к отверстию жидкость из невозмущенной области полностью вытеснит жидкость возмущенной области, восстанавливается устойчивое радиальное истечение, бывшее до возмущения потока.

3. Течение теряет устойчивость, если возмущению подвергнута вся область потока.

Таким образом можно сделать заключение, что устойчивость радиального симметричного истечения через донное отверстие является следствием непрерывного притекания к отверстию невозмущенного потока из „бесконечности“. Нарушенный же поток не в состоянии восстановить свое первоначальное невозмущенное радиальное течение, т. е. не обладает устойчивостью.

5. О критических состояниях потока

Переход от первой модели истечения ко второй, т. е. от плавного течения без поверхностей разрыва к истечению с „коноидом“ над отверстием, а также переход от второй модели к третьей, т. е. к безнапорному истечению, происходит скачкообразно. В момент смены моделей течения поток переходит через критическое состояние.

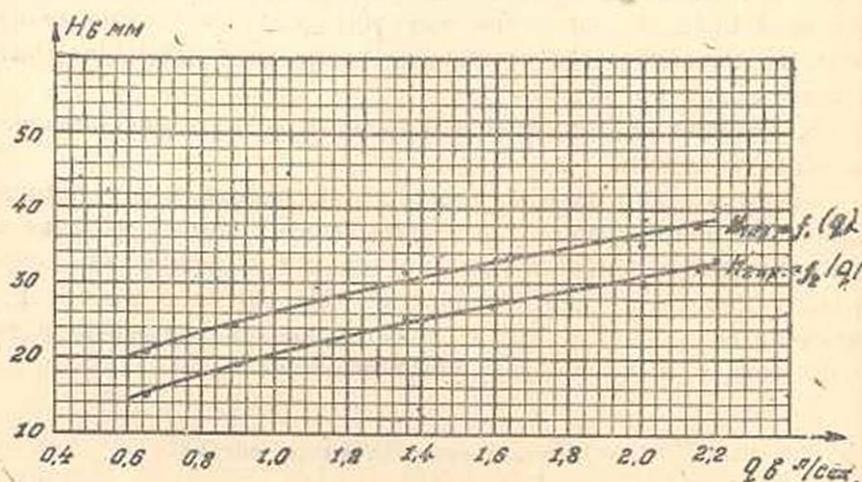
Таким образом, при увеличении расхода истечения от минимального значения до предельно возможного, при заданных размерах отверстия и напора, наблюдаются два критических состояния, при которых течение теряет устойчивость и благодаря этому происходит смена моделей истечения.

Для полного понимания природы явления число наших опытов еще недостаточно для того, чтобы можно было сделать обобщающие выводы; однако некоторые результаты представляют несомненный интерес.

В приведенном на фиг. 7 графике изображена зависимость между глубинами потока в камере $H_{1кр}$ и $H_{2кр}$ и соответствующими им расходами истечения q , полученные из опытов для обоих критических состояний потока при диаметре отверстия $d=52,5$ мм. Из фиг. 7 видно, что критические состояния потока наступают при

определенном соотношении расхода и глубины в камере. Зависимость эта выражает определенную закономерность и опытные точки располагаются на плавных кривых, приблизительно эквидистантных для первого и второго критических состояний. Графики фиг. 7 соответствуют случаю, когда критическое состояние течения определялось постепенным увеличением расхода.

В опытах с постепенным уменьшением расхода получаются, хотя и незначительно, но большие значения при тех же расходах. Это обстоятельство подлежит еще уточнению и объяснению дальнейшими опытами.



Фиг. 7.

Переход через второе критическое состояние, т. е. переход от напорного истечения в безнапорное сопровождается резким снижением расхода при заметном увеличении глубины потока в камере. Иначе говоря, глубина потока после перехода через критическое состояние становится больше критической глубины $H_{кр. II}$. Это объясняется тем, что при безнапорном истечении расход определяется уже глубиной в камере и естественно должен уменьшиться. В связи с этим уменьшается также скорость течения в камере и частично восстанавливается потенциальная энергия потока за счет уменьшения скоростного напора, что и приводит к увеличению глубины потока в камере.

Во всех опытах при изучении истечения через донное отверстие наблюдается весьма значительное влияние поверхностного натяжения жидкости, что еще более рельефно проявлялось при испытании влияния поверхностно-активной пленки инородной жидкости.

II. Истечение жидкости через донное отверстие с образованием водоворота

Рассмотренное в первой главе радиальное течение жидкости с осевой симметрией не всегда может иметь место, так как на практике условие симметричного подхода потока к отверстию может не выполняться. Часто в напорных водоприемных сооружениях донного типа на свободной поверхности над отверстием возникают вихревые движения, сопровождаемые „воронками“ или, как их иначе называют, „водоворотами“.

Сущность этого явления заключается в следующем. Вследствие свойств потока и определенных причин, о которых говорится ниже, истечение через донное отверстие сопровождается появлением вблизи вертикальной оси отверстия циркуляционных скоростей, вызывающих понижение давления, достигающее наибольшего значения на оси. Под действием атмосферного давления свободная поверхность потока понижается и над отверстием образуется воронкообразная форма. Постепенно конец воронки удлиняется книзу и образуется коноидальной формы воздушная трубка, прорезающая поток на всю его глубину. Истечение жидкости в отверстие сопровождается при этом интенсивным вращением вокруг оси и засосом воздуха в отверстие через воронку. Плавающие на поверхности тела также затягиваются потоком в отверстие.

В таких гидротехнических сооружениях как шлюзы, сифонные водоспуски, аванкамеры гидроэлектростанций и др., явление водоворотов наблюдаются довольно часто. Интенсивность и размеры водоворотов могут быть опасными для сооружений [3]. Но и помимо этого, водовороты являются во многих отношениях нежелательными. Можно, например, указать на следующие последствия водоворотов:

1. Интенсивное вращение жидкости при водоворотах увеличивает потерю энергии на внутреннее трение.
2. Засасывание через воронку водоворота воздуха уменьшает пропускную способность отверстия. По данным Гибсона [4] коэффициент расхода может снизиться до $\mu=0,178$, а при отсутствии водоворота он достигает величины $\mu=0,62$.
3. Прохождение через турбинные и насосные агрегаты засасываемого через воронку воздуха заметно увеличивает кавитационные явления и снижает к. п. д. установки [5].
4. При работе сифонного водосброса засасываемый водоворотом воздух вызывает разрыв сплошности потока и выключает сифон из работы.
5. Водовороты, возникаемые при опорожнении шлюзных камер, удлиняя время шлюзования, уменьшают пропускную способность шлюза.
6. Заглатывание через водоворот твердых плавающих тел в

ного направления в правую сторону, возникали водовороты левого вращения, а при отклонении потока влево от радиального—водоворот сопровождался вращением по часовой стрелке. Таким образом, плановое очертание потока на подходе к отверстию, вызывая общую закрутку потока, создает водоворот, а сила Кориолиса сама по себе недостаточна для образования водоворота.

В этом можно убедиться также количественной оценкой порядка величины силы Кориолиса в уравнениях гидродинамики в сравнении с другими членами тех же уравнений.

Возьмем оси цилиндрических координат, связанных с вращающейся землей. Направим ось z к зениту, а ось r , нормальную z , расположим в плоскости, касательной к поверхности земли в данной точке, принятой за начало координат. Тогда уравнения движения при учете силы веса и силы Кориолиса имеют следующий вид:

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + l v_\theta,$$

$$v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho z} \frac{\partial p}{\partial \theta} - l v_r,$$

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Здесь v_r , v_θ , v_z — компоненты скорости,
 g — ускорение силы веса,
 $l v_\theta$ и $-l v_r$ — компоненты силы Кориолиса,
отнесенные к единице массы.

Величина $l = 2\omega \sin \varphi$, где $\omega = \frac{2}{86164} = 7,292 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{сек}}$ — есть угловая скорость вращения земли; φ — широта места. Так, для Москвы $\varphi = 55^\circ$ и, следовательно, $l = 2 \cdot 7,292 \cdot 10^{-5} \cdot \sin 55^\circ = 0,0001192 \frac{1}{\text{сек}}$

В первом уравнении сопоставим инерционный член $\frac{v_\theta^2}{r}$ с $l v_\theta$, а во втором — $\frac{v_r v_\theta}{r}$ с $l v_r$; легко видеть, что их отношения дают:

$$\frac{v_\theta^2}{r} : l v_\theta = \frac{v_\theta \cdot v_r}{r} : l v_r = \frac{v_\theta}{r} : l$$

Так как во время опытов измерения скорости v_θ для двух случаев дали величины: $v_\theta = 1,57 \text{ см/сек}$ при $r = 3 \text{ см}$ и $v_\theta = 0,81 \text{ см/сек}$ при $r = 4 \text{ см}$, (при начальной стадии зарождения водоворота), то получим:

$$\frac{v_\theta^2}{r} : l = \frac{1,57}{3} : 0,0001192 = 1 : 0,000227$$

(для первого опыта) и

$$\frac{v_{\theta}}{r} : 1 = \frac{0,81}{4} : 0,0001192 = 1 : 0,00059$$

(для второго опыта).

Таким образом влияние силы Кориолиса примерно в тысячу раз меньше, чем силы инерции в одном и том же уравнении и ею можно пренебречь.

Сама сила Кориолиса, таким образом, не может вызвать водоворота вследствие своей малости и тем, что ее влияние будет нейтрализовываться силами трения от вязкости жидкости.

Иную картину мы наблюдаем в метеорологии. Масса перемещающегося воздуха, имея большую протяженность, достигающую сотен километров, имеет также значительные скорости движения — несколько десятков метров в секунду и неудивительно поэтому, что отклоняющая сила вращения земли в этом случае может приводить и приводит к образованию мощных вихрей, как то имеет место в циклонах.

2. Причины, вызывающие водовороты

Характер зарождения и протекания явления водоворота, наблюдавшихся в наших опытах, приводят к убеждению, что водовороты возникают тогда, когда над отверстием образуется достаточной мощности вихрь, который и является основной причиной изучаемого явления. Следовательно, для объяснения зарождения водоворотов необходимо указать возможные причины возникновения мощного вихря над отверстием.

Анализ этого вопроса и последующая проверка опытом показали, что *практически* такой вихрь над отверстием может возникать в следующих случаях:

1. Если поток на подходе к отверстию подвергается постоянной закрутке в ту или иную сторону вследствие соответствующих плановых форм камеры;
2. если истечение имеет наустановившийся характер;
3. если к отверстию вместе с потоком подходят непрерывно вихри, высвобождающиеся от пограничного слоя у стенок, ограничивающих поток;
4. если на пути потока в камере имеются отдельные косостоящие пластины (дужки) или решетка из них, тогда при обтекании пластины образуется непрерывная цепочка вихрей, которые перемещаются потоком к отверстию.

В этих случаях неизменно наблюдается зарождение устойчивых водоворотов, продолжающих существовать столь долго, пока сохраняется причина вихреобразований в камере.

1. Общая закрутка потока может происходить вследствие несимметричности подхода потока к отверстию, что почти всегда

имеет место в реальных водоприемных сооружениях при ограниченных размерах камеры или при расположении сооружения вблизи берегов (фиг. 8).

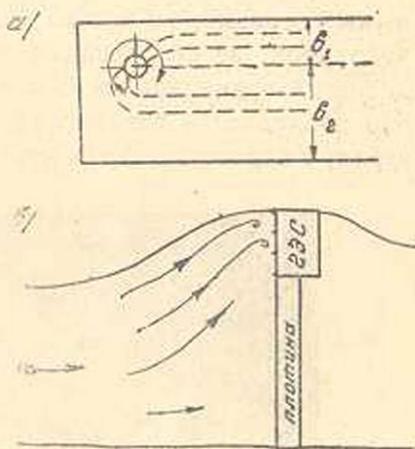
Опыт с несимметрично расположенным донным отверстием в конце канала с вертикальными стенками (фиг. 9) показал, что у правой стенки образуется застойная область ABC (см. также фото фиг. 10), которая является результатом встречи струй. Вследствие разности скоростей на контакте двух струй, направляющихся к отверстию, у выступа С области ABC зарождаются вихри. Образование этих вихрей и их последующее перемещение к отверстию хорошо наблюдалось во время опытов. На оси отверстия эти вихри суммируются и по достижении интенсивности результирующего вихря

достаточной величины над отверстием возникает водоворот с вращением, соответствующим знаку вихря [в описываемом случае (см. фото) вращение по часовой стрелке].

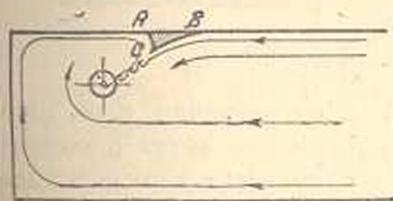
2. В настоящей статье рассматривается только установившийся поток с непрерывным притеканием жидкости к отверстию. Однако, водовороты возникают также в том случае, когда происходит опорожнение сосуда ограниченных размеров без пополнения воды в нем. Этот случай известен из лабораторных опытов, а также отмечается в литературе. Возникновение водоворота при опорожнении сосуда цилиндрической формы с центральным донным отверстием приписывается свойствам вязкой жидкости, для которой радиальное симметричное истечение через донное отверстие является неустойчивым. Случайный внешний импульс, сообщающий вращение жидкости в сосуде, вызывает прогрессирующее возрастание интенсивности циркуляции, которая и создает водоворот. Последний по мере опорожнения сосуда постепенно усиливается и сохраняется до полного опорожнения сосуда от жидкости.

Следует заметить, что математически не доказана неустойчивость симметричного радиального истечения. Тем не менее это свойство, вероятно, присуще изучаемому явлению при органических размерах сосудов и хорошо согласуется с нашими выводами

Известия I, № 2-8



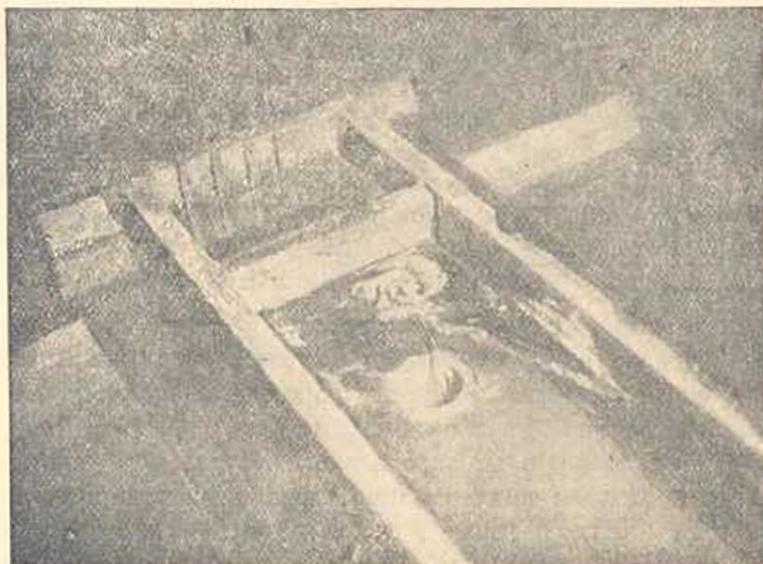
Фиг. 8.



Фиг. 9.

об устойчивости осесимметричного истечения, изложенными в первой главе настоящей работы.

3. Если наблюдать истечение через отверстие, расположенное симметрично в глухом конце прямолинейного канала с вертикальными стенками, то можно видеть, что над отверстием появляется водоворот, не обладающий устойчивой формой. Интенсивность водоворота временами ослабевает, а иногда меняется знак вращения. Это объясняется следующим. Шероховатые боковые стенки канала, наряду с вязкостью жидкости, являются причиной зарождения вихрей.



Фиг. 10.

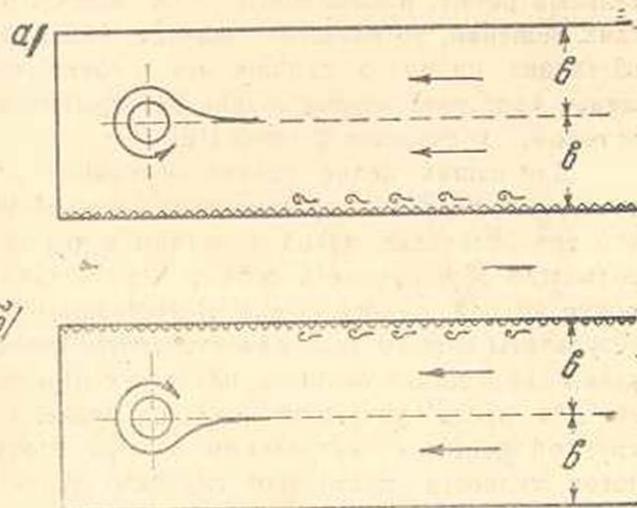
При этом у противоположных стенок в пограничном слое зарождаются вихри разного знака; попадая в поток, эти вихри переносятся затем к отверстию. Процесс зарождения, развития и высвобождения вихрей из пограничного слоя хорошо наблюдается во время опытов. Пользуясь алюминиевой пудрой, посыпанной на поверхность потока, мы наблюдали явление, описание которого можно встретить в литературе [8]. Зарождающиеся у шероховатых стенок в пограничном слое вихри турбулентным потоком высвобождаются от стенок и поступают в поток. От противоположных стенок отрываются периодически вихри разных знаков и, попадая в поток, переносятся им к отверстию. В результате к отверстию подходят вихри разных знаков. Вследствие разной шероховатости стенок интенсивность вихрей одного знака может быть больше интенсивности вихрей обратного знака и на оси отверстия, вследствие интерференции вихрей, может возникнуть результирующий вихрь, который и создает водоворот.

Исходя из сказанного можно заключить, что если искусственно

сделать шероховатость противоположных стенок различной, то очевидно явление водоворота должно проявиться более резко. Проведенные опыты явились хорошим подтверждением этого. На фиг. 11 показана схема опытов. Одна стенка канала была сделана гладкой, покрытой эмалевой краской, а другая—с повышенной шероховатостью. При испытании мы получаем водоворот, устойчивый во времени и постоянного направления вращения.

4. Рассмотрим, наконец, случай радиально сходящегося к отверстию осесимметричного потока, лишённого ограничивающих его жестких стенок и не подвергающегося общей закрутке. Как уже показано нами в первой части этой работы, мы будем иметь осесимметричное истечение без водоворота. Нашими экспериментами доказано, что при опре-

деленных условиях, в таком потоке можно вызвать существование *одной* непрерывной цепочки вихрей *одного* знака, которые перемещаются вместе с потоком к отверстию; в результате суммирования этих вихрей над отверстием возбуждается водоворот. Знак водоворота соответствует знаку вращения вихрей, последние же



Фиг. 11

могут возбуждаться либо только положительные, либо только отрицательные (по желанию экспериментатора). Вызываемый таким способом водоворот легко управляется экспериментатором: он может быть легко возбуждаем, как и в любой момент может быть погашен. Мощность водоворота легко изменяется в большую или меньшую сторону. Если в потоке уже существовал водоворот, возникший при иных обстоятельствах, то возбуждая нашим способом водоворот обратного знака легко достигается истечение без водоворота. Таким образом открытое нашими опытами явление является не только средством возбуждения водоворота, но и действенным методом борьбы с ним. Это стало возможным после того, как удалось доказать, что косо поставленная в потоке пластина может создать цепочку вихрей одного знака, вихри же другого знака локализуются вблизи пластины и не поступают в поток.

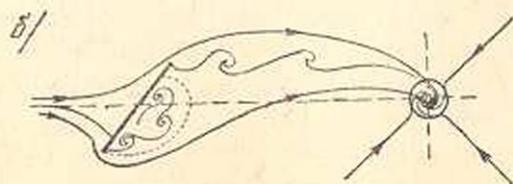
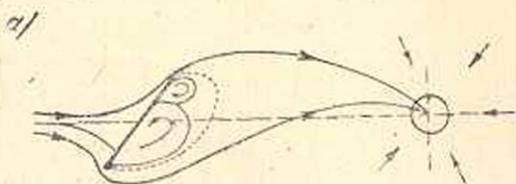
Ввиду того, что в этом случае влияние вихря на явление водоворота проявляется в чистом виде, то раньше чем перейти к опи-

санию теоретических соображений для построения физической модели вихревой теории водоворота, остановимся более подробно на результатах опытов с обтеканием пластины радиально-сходящимся потоком жидкости.

3. Обтекание косо поставленной пластины сходящимся потоком

Обтекание твердых тел плоско-параллельным потоком является одной из наиболее исследованных как экспериментально, так и аналитически задач гидродинамики. Случай же обтекания тел потоком, притекающим к отверстию, до сих пор остается мало исследованным. По крайней мере нам не известно ни одной из экспериментальных работ, посвященных этой задаче. Что касается аналитических решений, то известно решение плоской задачи безотрывного обтекания цилиндра сходящимся к точке потоком [9], а также решение пространственной задачи безотрывного обтекания эллипсоида потоком, сходящимся к точке [10].

Для наших целей задача обтекания сходящимся потоком косо поставленной пластины представляет большой интерес именно потому, что при обтекании такой пластины с отрывом струи оказывается возможно образование в потоке перемещающейся в нем одной цепочки вихрей одного знака. В настоящем параграфе мы приводим результаты нашего экспериментального исследования случая обтекания сходящимся потоком пластин с отрывом струй. Используемая для этого установка описана выше, в §1 главы I. В камере круглой формы, с центральным донным отверстием, поддерживался поток жидкости постоянной глубины. На пути потока, в некотором удалении от центра, обозначенном на фиг. 12 а буквой L,



Фиг. 12

устанавливалась в вертикальном положении пластина шириной B . Во время опыта при сохранении постоянными глубиной потока и расхода истечения жидкости через отверстие изменялся угол θ , который составляет пластина с радиальным направлением, а затем при постоянном угле θ изменялся расход истечения Q при одновременном сохранении неизменной глубины потока. Измеряемые величины были: расход жидкости Q , ширина пластины B , расстояние L , глубина потока H и угол θ . Наблюдение за характером обтекания производилось внутри потока окрашиванием струек, а на по-

верхности — перемещением пылинок алюминиевой пудры, с помощью которой производилось также фотографирование картины обтекания пластины потоком.

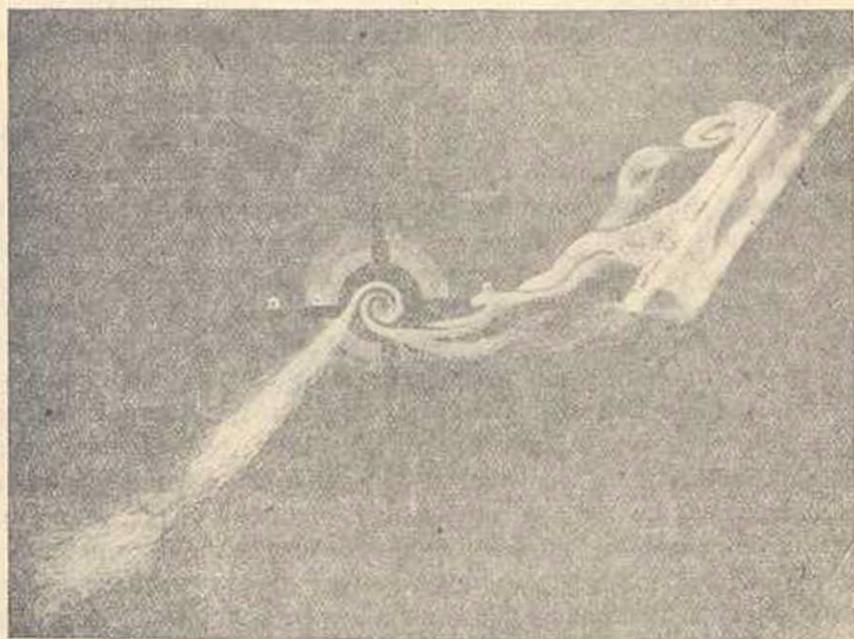
Опытами установлено, что при малых углах θ происходит плавное безотрывное обтекание пластины потоком без вихреобразований в камере.

Сохраняя параметры движения неизменными, но увеличивая угол θ до 45° , было замечено, что при малых скоростях набегающего потока на пластину сохраняется плавное обтекание ее, но при увеличении скоростей потока сперва за пластиной возникает застойная область жидкости с циркуляцией (фиг. 12а), а при дальнейшем увеличении скоростей (что практически осуществлялось увеличением расхода) размеры застойной области увеличивались и при некотором критическом состоянии с обоих концов пластины периодически отделялись вихри противоположного знака. Однако, дальнейшая судьба этих вихрей была различной. Вихри, отделявшиеся от ближнего к отверстию ребра пластины попадали в поток в свободном виде и, составляя непрерывную цепочку, перемещались вплоть до отверстия. Вихри обратного знака, отделявшиеся от противоположного ребра пластины (на фиг. 12б — нижнего), затягивались в застойную область циркулирующей за пластиной жидкости. Эти вихри совершенно не попадали в поток и не достигали отверстия. Энергия их шла на поддержание вращения жидкости застойной области и расходовалась на преодоление вязкого трения. На фигурах 13 и 14 сказанное хорошо иллюстрируется фотографиями, сделанными во время этих опытов. На этих снимках четко выявлены как застойные области за пластиной, в которых ясно видны три вихря, вовлеченные в них после отделения от заднего ребра пластины, а также вихри противоположного знака, образующиеся у переднего (на фигуре верхнего) ребра пластины, которые перемещаются к отверстию и вызывают образование водоворотов.

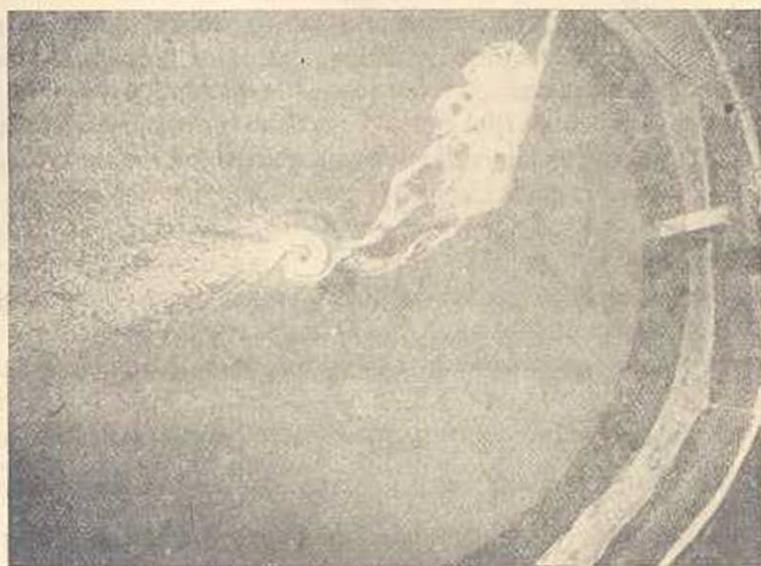
Характер вихреобразований по глубине потока наблюдался нами визуально по окрашенным струйкам и от руки делались зарисовки. Такая зарисовка изображена на фиг. 15. Эти наблюдения показали, что вихри имеют вертикальную ось, которая сохраняет вертикальность также при перемещении своем от пластины до отверстия. Верхний конец вихря все время остается на свободной поверхности потока, а нижний — упирается в дно камеры.

Напряженность вихревых нитей при заданном положении пластины в потоке ($\theta = \text{const}$) зависела от ширины пластины B , глубины потока H , от расстояния пластины до отверстия L , от расхода истечения Q и, очевидно, от вязкости жидкости μ или $\nu = \frac{\mu}{\rho}$. Так как параметры L , H , Q по существу определяют скорость набегающего потока на пластину, то указанная зависимость характеризуется тремя параметрами: скоростью v , шириной B и вязкостью ν , т. е. теми же пара-

метрами, от которых зависит напряженность вихрей при обтекании тел плоско-параллельным [11] потоком. Таким образом для характеристики явления мы можем воспользоваться безразмерным числом Рейнольдса $\frac{vB}{\nu}$.

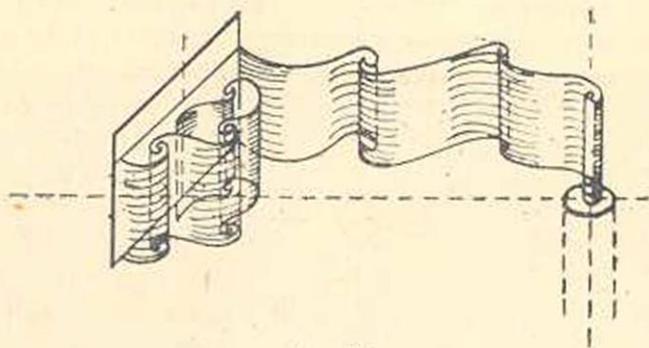


Фиг. 13.



Фиг. 14.

Переходя к вопросу о влиянии угла θ на характер явления следует отметить, что изменение угла θ вызывает изменение не только напряженности образуемых пластиною вихрей, но и качественного характера явления, наблюдаемого при этом в камере и над отверстием.



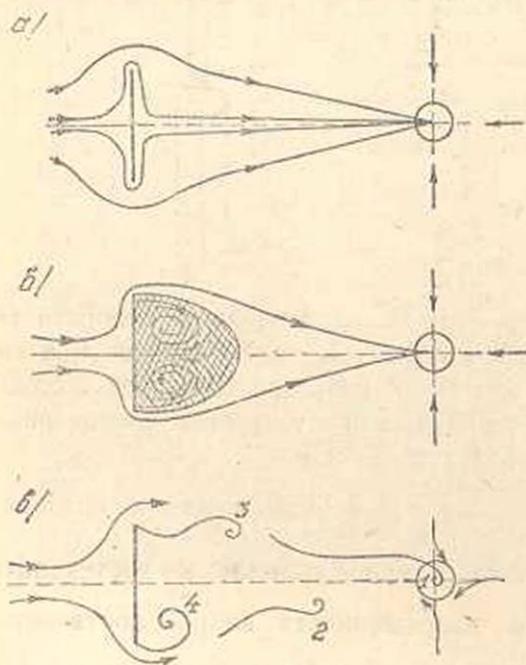
Фиг. 15.

Угол θ будем отсчитывать между направлением скорости течения при подходе к пластине в средней точке отрезка В и направлением самого В. Тогда при $\theta = 0^\circ$ пластина совпадает с одной из линий тока радиального течения и ее присутствие в потоке никаких изменений в нем не вызывает.

При значениях $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ и определенной величине критерия $\frac{vB}{\nu}$ в потоке могут появляться вихри, вызываемые обтеканием пластины. При этом максимум напряженности вихрей достигается при $\theta = 45^\circ$. При $\theta = \frac{\pi}{2}$ отрыв вихрей от ребер пластины и поступление их в поток в свободном виде происходит при значительно большей величине критерия $\frac{vB}{\nu}$. Так, при $\frac{vB}{\nu} < 1280$ обтекание происходит без образования застойной области (фиг. 16 а). При $\frac{vB}{\nu} > 1280$ за пластиной образуется застойная область с двумя стационарными вихрями (фиг. 16 б). С увеличением безразмерного критерия эта область увеличивается, удлиняясь в сторону от пластины к отверстию, и при $\frac{vB}{\nu} > 14300$ картина течения резко изменяется: с концов пластины периодически отделяются вихри разных знаков, которые образуют две цепочки вихревой дорожки, сходящейся к отверстию. Обе цепочки вихрей начинаются у концов пластины и заканчиваются в центре над отверстием (фиг. 16 в). Периодичность отрыва вихрей от противоположных концов пластины создает шахматное расположение отдельных вихрей в обеих цепочках. Но ускоренное движение потока к центру вызывает увели-

чение расстояния между соседними одноименными вихрями в одной цепочке по мере приближения к центру.

При дальнейшем увеличении угла θ сверх $\frac{\pi}{2}$ до $\theta = \pi$ картина течения получается такая, как если бы мы наблюдали зеркальное изображение изменения течения при уменьшении угла $\theta \rightarrow 0$. И при $\theta = \pi$ мы получаем замыкание цикла всех возможных изменений течения при обтекании пластины сходящимся потоком.



Фиг. 16.

Интенсивность вихреобразования при заданном потоке можно легко увеличить (удвоить, утроить и т. д.) если с другой стороны отверстия установить пластину, симметричную первой. Так, на фиг. 17 дается фотография обтекания двух симметричных относительно центра отверстия пластин, установленных в потоке, который уже был изображен на фотографии-фиг. 13. Из сравнения обеих фотографий легко видеть увеличение мощности водоворота при двух пластинах.

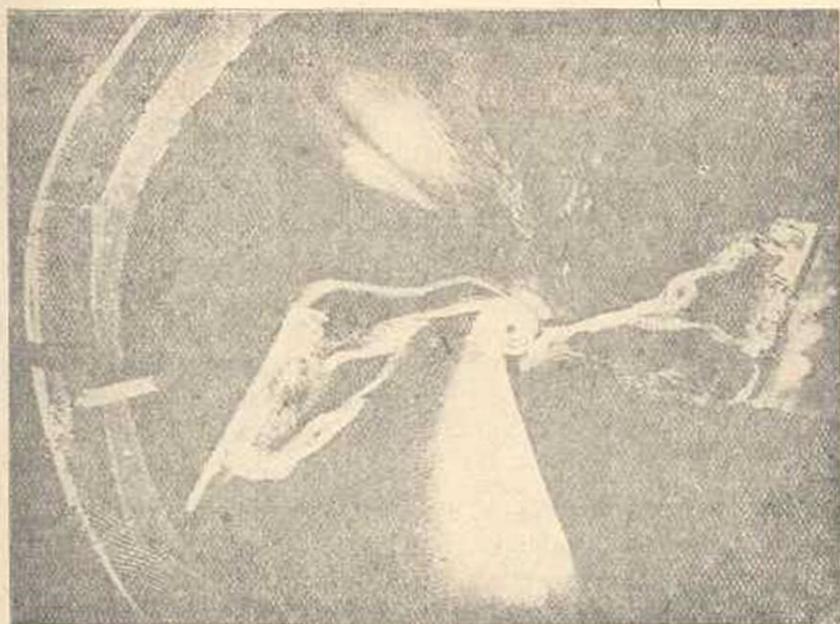
При расположении пластин в потоке, как это изображено на фиг. 18, поток будет содержать две вихревые цепочки с вихрями разных знаков. На оси отверстия эти вихри нейтрализуют друг друга и явление водоворота при этом не наблюдается.

Резюмируя изложенное мы утверждаем, что в отличие от плоско-параллельных потоков, при обтекании пластины сходящимся к центру потоком, при определенных условиях может возникать не пара цепочек вихрей, образующих вихревую дорожку, а одна цепочка, состоящая из вихрей одного знака. Вихри этой цепочки последовательно приближаются к отверстию, через которое происходит истечение жидкости из камеры и, суммируясь, образуют центральный вихревой шнур, который и вызывает водовороты.

4. Модель водоворота

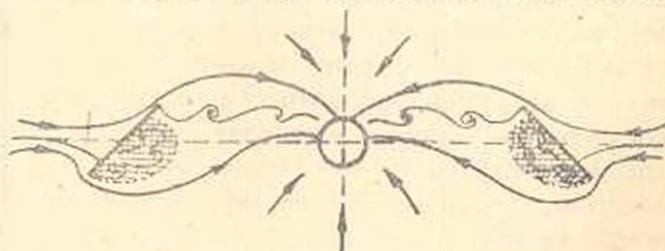
В основу теории образования водоворота мы кладем следующие положения: 1. Приток жидкости к донному отверстию происходит равномерно со всех сторон. 2. Течение в камере устано-

вившееся и имеет осевую симметрию. В некотором удалении от отверстия имеется один или несколько постоянных источников вихреобразования, от которых в поток поступают в свободном состоянии вихри одного знака, образующие цепочку, так что и к отверстию периодически и непрерывно подходят вихри одного знака и равной напряженности.



Фиг. 17.

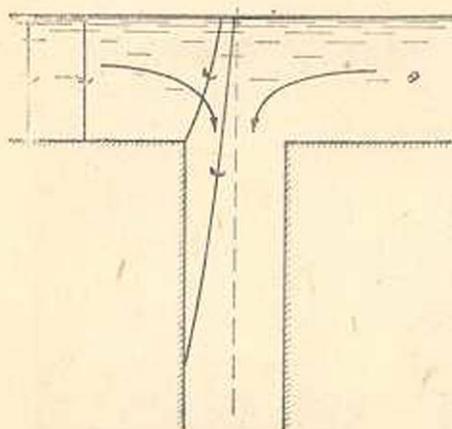
Вихри представляют собой вихревые нити с вертикальной осью и от источника они попадают в поток так, что верхний конец их упирается в свободную поверхность, а нижний в дно камеры. При подходе к отверстию верхний конец вихря задерживается на поверхности у вертикальной оси в то время, как нижний, по достижении по дну камеры края отверстия, переходит вместе с частицами жидкости на боковую поверхность отводящей



Фиг. 18.

грубы и перемещается по последней вниз. Вихрь, вследствие больших скоростей вращения частиц жидкости вблизи оси, вызывает понижение давления на оси, которое становится меньше атмосферного. Это вызывает местное понижение уровня над отверстием. Однако, обычно напряжение одной вихревой нити бывает недостаточным

для того, чтобы вызвать водоворот.* В дальнейшем за время, пока к отверстию подойдет последующий вихрь, первый вихрь подвергается диффузии за счет того, что ось вихря, перемещаясь вниз по трубе, удлиняется, а это вызывает уменьшение диаметра цилиндрического вихря, что приводит к уменьшению линейной напряженности вихревой нити. Такая диффузия от истечения жидкости в отверстие происходит равномерно и непрерывно, вследствие сплошности потока и установившегося характера истечения.



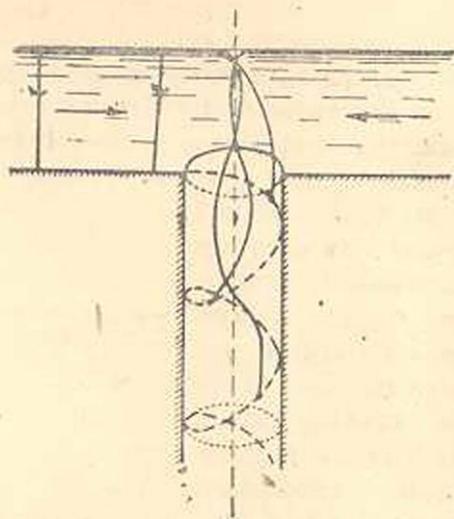
Фиг. 19.

Однако, еще до того, как напряженность первого вихря значительно уменьшится от диффузии, к отверстию подойдет второй вихрь цепочки, затем третий и т. д. (фиг. 19). Верхние концы всех вихрей остаются у поверхности, а нижние—перемещаются по трубе вниз.

Такое наложение вихрей суммирует их напряженность и увеличивает напряженность действующего на оси центрального вихря. Это увеличение напряженности происходит прерывисто, по мере подхода к отверстию очередных вихрей цепочки. Наряду с этим, вследствие взаимодействия скоростных полей суммируемых на оси вихрей, происходит навивание второго вихря на первый, на образующийся в результате шнур в последующем навивается третий вихрь, затем четвертый и т. д. (фиг. 20). В результате на оси образуется вихревой шнур, либо „центральный вихрь“, напряженность которого достигает величины, достаточной для развития таких циркуляционных скоростей частиц жидкости вблизи оси, при которых давление снижается настолько, что частицы потока вытесняются воздухом при атмосферном давлении. Развитие этого явления приводит к образованию глубокой воздушной полости над отверстием формы воронки, нижняя трубка которой, при неко-

—

—



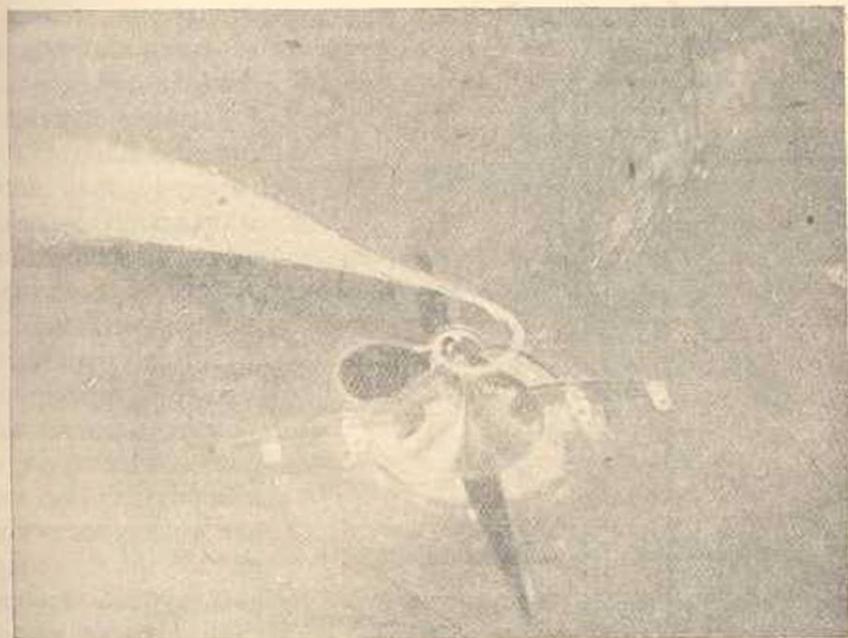
Фиг. 20.

—

* Случай, когда водоворот вызывается одним вихрем, описывается ниже, в § 5.

торых условиях может прорезать поток на всю глубину его и уходить вниз через трубу. На фотографии (фиг. 21) видна воздушная трубка водоворота, прорезающая весь поток.

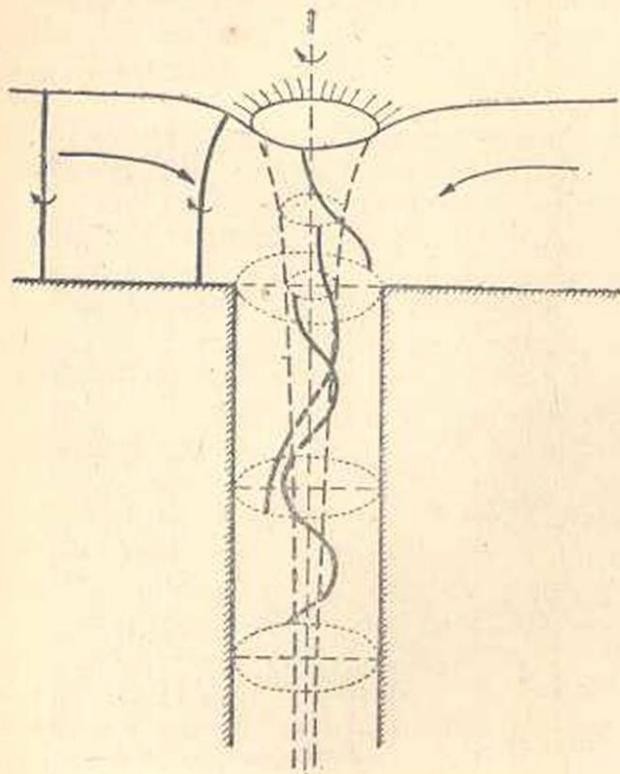
В последнем случае, который мы именуем развитой формой водоворота, меняется характер образования центрального вихревого шнура. С момента образования воздушной полости верхние концы подходящих к отверстию вихрей не задерживаются более у оси, а перемещаются по свободной поверхности потока внутрь воздушной трубки водоворота и вместе с частицами жидкости, его образующими,



Фиг. 21.

устремляются вниз по спиральной линии. Поскольку циркуляционные скорости частиц на поверхности воздушной трубки больше, чем в точках, далее отстоящих от оси вращения, то концы вихревых нитей вращаются с разными скоростями. Это вызывает навивание вихрей на воздушную трубку водоворота (фиг. 22). Как очевидно из сказанного, при развитой форме водоворота диффузия вихрей происходит не только вследствие удлинения вихревой нити, но и в результате полного засоса их в отверстие. В этом случае центральный вихрь, действующий на оси, представляет, как это ясно из фиг. 22, вихревой шнур без сердцевинки. С этого момента дальнейшее повышение напряженности центрального вихря прекращается и водоворот приобретает „установившуюся“ форму, а вновь подходящие к отверстию вихри компенсируют диффузию центрального вихря за период между подходом двух последующих вихрей цепочки.

Описанная здесь модель водоворота предполагает, что в потоке имеются вихри только одного знака. В более общем случае, возможно существование также вихрей обоих знаков. При этом все рассуждения наши остаются в силе. Следует лишь отметить, что устойчивая форма водоворота будет сохраняться до тех пор, пока напряженность вихрей какого-либо знака превышает напряженность



Фиг. 22.

приносимых к отверстию вихрей обратного знака. В противном случае водовороты не образуются, а над отверстием на свободной поверхности потока наблюдается периодически меняющегося знака циркуляция частиц жидкости, вызывающая незначительную впадину поверхности над отверстием.

Наша модель водоворота хорошо объясняет явления, которые сопутствуют водоворотам. Так, гладкая поверхность потока внутри воздушной трубки водоворота периодически нарушается и принимает форму поверхности вращающегося вокруг вер-

тикальной оси винта—штопора. Этого и следовало ожидать. Действительно, навивание вихревой нити на поверхность воздушной трубки изменяет наклон вихря относительно оси, а так как частицы жидкости вращаются в плоскостях нормальных к вихревой линии, то перемещающийся вниз и навивающийся на воронку вихрь должен вызвать именно такое перераспределение скоростей частиц жидкости, которое вызывает изменение свободной поверхности по форме, похожей на поверхность штопора. При этом опытами подтверждается, что изменение поверхности соответственно описанному происходит начиная с того момента, когда к отверстию подходит очередной вихрь цепочки.

Второе явление, которое наблюдается при водоворотах и легко объясняется нашей моделью, состоит в следующем. Существование

развитой формы водоворота с интенсивным засосом воздуха через воронку обычно сопровождается звуком засасываемого воздуха, имеющим определенный тон. Тон этот не остается постоянной частоты, а модулирует. При проведении опытов нами установлено, что при подходе к отверстию каждого очередного вихря цепочки тон звука резко понижается, а затем постепенно снова повышается до первоначального тона к моменту подхода следующего вихря.

При подходе к отверстию нового вихря скачкообразно увеличивается напряженность вихревого шнура на оси, что приводит к увеличению диаметра воздушной трубки, а следовательно, должно вызвать понижение тона звука. Затем, вследствие диффузии вихря, напряженность его равномерно падает до первоначального значения; соответственно диаметр воронки также уменьшается и повышается тон звука засасываемого воздуха. Это повторяется периодически, через равные интервалы времени, соответственно периоду образования вихрей цепочки.

Практически весьма важное и интересное также в теоретическом отношении явление водоворота, поскольку, как показано выше, мы имеем дело с проявлением действия вихря в чистом виде, а понятие вихря является одним из самых главных понятий гидромеханики, нельзя считать уже полностью изученным. Многие сопровождающие водоворот явления, над которыми мы продолжаем теоретическую и экспериментальную работу, не затронуты совершенно в настоящей работе.

5. Водовороты периодически меняющегося знака вращения

Как уже отмечалось в предыдущем параграфе, для возникновения водоворота центральный вихрь над отверстием должен обладать достаточной мощностью. Также показано, что это достигается последующим суммированием мощностей отдельных вихрей цепочки. Однако, может случиться, что мощность только одного вихря бывает достаточной для возбуждения водоворота. Такой случай, наблюдавшийся нами во время опытов и описывается здесь. В § 4 на фиг. 16в изображен случай образования дорожки вихрей в сходящемся потоке. Это имело место при значениях критерия $\frac{vB}{\nu} > 14300$.

Оказывается, что напряженность каждого вихря этой дорожки столь значительна, что каждый вихрь в отдельности вызывает водоворот. Но так как в этом случае подходящие последовательно к отверстию вихри имеют разные знаки, то наблюдается следующее, весьма эффективное явление. После подхода к отверстию первого вихря дорожки (фиг. 16в) возбуждается водоворот развитой формы с интенсивным засосом воздуха и с вращением по часовой стрелке. К моменту подхода к отверстию вихря—2 напряженность вихря—1 на оси отверстия вследствие диффузии в отверстие становится меньше напряженности вихря—2. Последний, расходуя часть своей

энергии, гасит первый вихрь, воронка водоворота исчезает, а остаточная энергия вихря—2 создает водоворот с направлением вращения против часовой стрелки, т. е. обратное водовороту от вихря—1. Затем к отверстию подходит вихрь—3. Аналогично предыдущему, он гасит водоворот от вихря—2 и вызывает водоворот обратного знака с вращением по часовой стрелке. Таким образом наблюдается



Фиг. 23 а.

периодическое, через равные интервалы времени, возникновение и исчезновение водоворотов чередующегося знака. Фотографии этого явления, сделанные рядом стоящими двумя фотоаппаратами, зафиксировали два кадра из явления соответственно двум последующим водоворотам (см. фотогр. на фиг. 23 а и б).

б. Пульсационные явления, сопровождающие водоворот

При существовании водоворотов наблюдается пульсация мощности водоворота, а в некоторых случаях имеет место также вибрация конструкций водоприемных сооружений. Это легко объясняется нашей моделью водоворота, так как выше отмечалось, что мощность

центрального вихря, вызывающего водоворот, пульсирующе изменяется, оставаясь в то же время, в среднем за длительный промежуток времени, постоянной.

Взяв замкнутый контур (фиг. 24), охватывающий отверстие и источник вихреобразования мы заключаем, что вследствие отсутствия вихрей вне контура сумма напряженностей вихрей внутри



Фиг. 23 б.

контура должна равняться нулю. Следовательно, суммарная напряженность вихрей положительного знака (с вращением против часовой стрелки), образующийся у ребра В пластины и поддерживающая циркуляцию застойной области, заштрихованной на фиг. 24, должна равняться суммарной напряженности вихрей отрицательного знака (с вращением по часовой стрелке), образующихся у ребра А пластины.

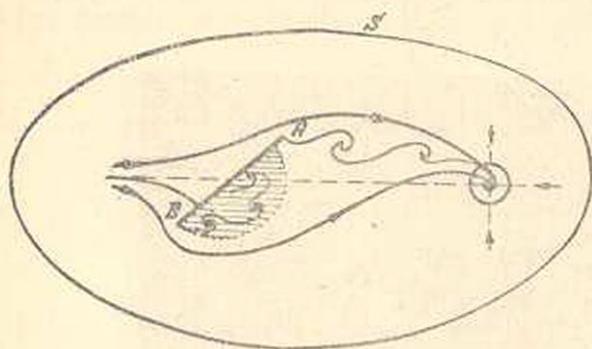
Последние вихри образуют центральный вихрь над отверстием, вызывающий водоворот.

Энергия вихрей в застойной области расходуется на вязкое трение и поддержание вращения жидкости застойной области.

Энергия центрального вихря подвергается диффузии вследствие

истечения жидкости через отверстие и поддерживает вращение части жидкости в водовороте.

Из необходимости равенства нулю циркуляции по замкнутому контуру s , мы непосредственно получаем, что диссипация энергии

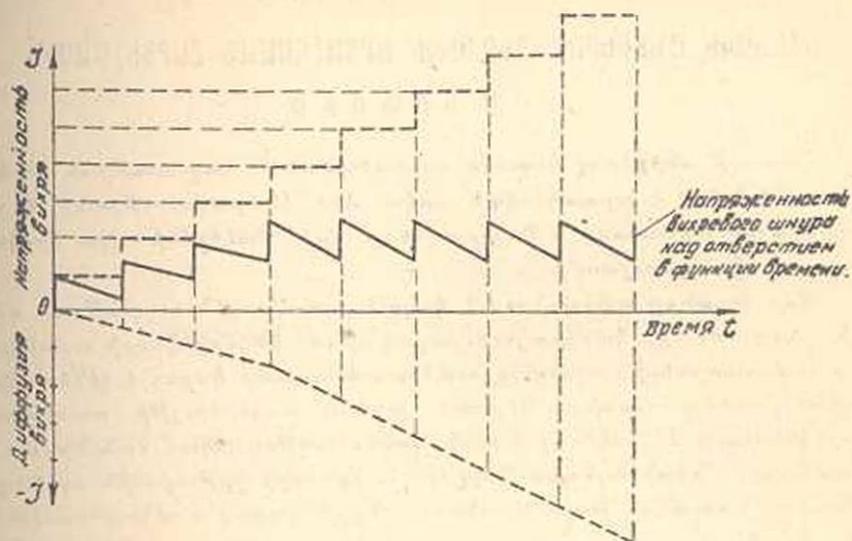


Фиг. 24.

вихрей в застойной области должна быть равной диффузии энергии центрального вихря над отверстием. Однако, это не всегда выполняется. Диффузия вихрей на оси отверстия может при больших расходах истечения также быть весьма большой, в то время как

в застойной области диссипация энергии зависит от большей или меньшей способности рассеивания энергии при вращении жидкости, что в первую очередь зависит от свойств жидкости—ее вязкости. И если в результате этого обстоятельства диссипация энергии вихрей в застойной области становится меньше диффузии вихря на оси отверстия, то тем самым нарушается закон равенства нулю циркуляции вдоль замкнутого контура s , что, вообще говоря, не может иметь места. Поэтому, в таких случаях наблюдается проскакивание отдельных единичных вихрей, образующихся у ребра B пластины в поток (вместо того, чтобы попадать в застойную область), и тогда эти единичные вихри перемещаются к отверстию, где и подвергаются диффузии.

Переходя к рассмотрению баланса энергии „центрального вихря“ над отверстием мы замечаем, что в данный момент времени напряженность „центрального вихря“ равна сумме напряженностей, поступивших в поток вихрей за вычетом диффузии их через отверстие. Пополнение энергии „центрального вихря“ происходит скачкообразно, с подходом к отверстию каждого нового вихря, а диффузия вихря, вследствие установившегося характера истечения, происходит непрерывно и равномерно (фиг. 25). Поэтому, напряженность „центрального вихря“ может быть изображена графически в зависимости от времени так, как показано на фиг. 25. Такое пульсирующее изменение мощности „центрального вихря“ вызывает периодическое изменение мощности водоворота; кроме того, также периодически меняется поле скоростей и давлений в области действия водоворота, а последнее является вероятной причиной вибрационных явлений, наблюдавшихся нами на некоторых конструк-



Фиг. 25.

циях напорных водопроводных сооружений, испытанных в лаборатории.

Автор считает своим приятным долгом принести глубокую благодарность академику А. И. Некрасову за ряд ценных замечаний по работе.

Институт Механики Академии Наук СССР,
Гидроэлектрическая Лаборатория
Академии Наук Армянской ССР.

Поступило 7 I 1948.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Umberto Cisotti—Idromecanica Piana*, ч. 1, 1921.
2. А. И. Сеско—К расчету шахтных водосливов, 1938.
3. Н. М. Шапов—Исследование Сызранской Гидростанции, 1934.
4. А. Гибсон—Гидравлика и ее приложение, 1934.
5. Л. Г. Подвидл—Влияние аэрации воды на вид гидравлических турбин. Гидротехническое строительство, № 1, 1939.
6. Л. Я. Шакунов—Метод борьбы с воронкообразованием над затопленными входными отверстиями гидротехнических сооружений. Изв. НИИГ, т. XXIII, 1938.
7. Д. Граве—В какую сторону должны вращаться горизонтальные гидравлические турбины. Изв. АН СССР, № 1, 1932.
8. Л. Прандтль и О. Тимьенс—Гиляро и агро-механика, т. II, 1935.
9. L. M. Miln-Thompson—Theoretical Hydrodynamics, 1938, London.
10. М. Д. Миллиончиков—Гидродинамический анализ эксплуатации нефтяных скважин. Докторская диссертация, Институт Механики АН СССР, 1945, Москва.
11. Н. Е. Кочин и Н. В. Розе—Введение в теоретическую гидромеханику, 1932.

Հ. Խ. Խալվախչյան

ՀԱՏԱԿԻ ԱՆՑՔԵՐՈՎ ՀԵՂՈՒԿԻ ԱՐՏԱՀՈՍՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՄԱՍԻՆ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հատակի անցքերով հեղուկի արտահոսման հետազոտութեան հետեանքով սահմանված է արտահոսման երկու ձևի հնարավորութեանը՝ 1. զուտ շառավղային արտահոսք և 2. արտահոսք ջրի մակերեսի վրա մըրկային ձագարով (ջրապտուեյտով)։

Ջրի հոսանքը պահպանուել է կայուն շառավղային ուղղութեան միայն այն դեպքում, երբ կամերայում բացակայում են մըրիկների առաջացման սկզբնապատճառները. այս դեպքում արտահոսումը կարող է լինել «ճնշումային» (առանց հոսանքի ներսում խզման մակերևութի առաջացումի, կամ «կոնտրիկ» ձև ունեցող խզման մակերևութով), կամ «անճնշումային» արտահոսում՝ նման այնպես կոչված «հանքահորի ջրթափ»-ին, որը կայսմանավորվի հոսանքի խորութեանով, անցքի չափով և արտահոսման ելքի մեծութեամբ։

Հատակի անցքի հեղուկի արտահոսման ժամանակ մըրիկներ առաջացնող սկզբնապատճառները կարող են լինել՝ 1. հոսանքի ոչ համաչափ մոտեցումը դեպի անցքը, որ պայմանավորվում է կամերային (ջրավազանի) պլանային ձևով, 2. արտահոսման անկյունացած բնույթը, 3. կամերայում հոսանքը սահմանափակող պինդ պատերի մոտ առաջացող բաճանային շերտը և 4. շառավղային հոսանքի նկատմամբ որոշակի դրութեամբ տեղավորված աղեղների կամ նրանցով կաղմած ցանցի ներկայութեանը։

Փորձերով սահմանված է, որ ի տարբերութեան հարթ-ղուզահեռ հոսանքների զուգամերձ շառավղային հոսանքներում կարող է տեղի ունենալ մեկ մըրկաշղթայիկ, որը բաղկացած կլինի միանիշ մըրիկներից։ Այս դեպքում մըրիկների նշանը և ինտենսիվութեանը կախված կլինի հոսանքի վերաբերմամբ աղեղների դիրքից։

Եթե հոսանքի նկատմամբ աղեղնակն ունի համաչափ դիրք, ապա որոշ պայմաններում հնարավոր է առաջացնել պարբերաբար փոփոխվող նշանի ջրապտուեյտ։

Աշխատութեանում հաստատված է, որ ջրապտուեյտն ունի մըրկային ձագում և առաջադրված է ջրապտուեյտների մըրկային տեսութեանը։

Փորձերը ցույց են տվել, որ ջրապտուեյտների մըրկային տեսութեանը հաստատում է բնութեան մեջ նկատվող ջրապտուեյտների ինտենսիվութեան պարբերական փոփոխումը և այլ առանձնահատկութեաններ։

Ընդգծված է, որ ջրապտուեյտի երևույթի վրա զգալի ազդեցութեան ունի հեղուկի մակերեսային լարման փոփոխումը։

Հոսանքում տեղավորված աղեղնակն ստեղծում է ջրապտուեյտի երևույթը դեկավարելու հնարավորութեան, որը և միաժամանակ հանդիսանում է նրանց մարելու կամ առաջացնելու ունիվերսալ միջոց։

ГИДРАВЛИКА

Н. А. Картелишвили

**Гидравлический удар в установках
 с реактивными турбинами**

Классическая теория гидравлического удара, изложенная в известных работах Алливи (Allievi), имеет в виду случай, когда истечение из трубопровода происходит непосредственно в атмосферу и подчиняется обычному закону истечения через сопло, согласно которому расход в конце трубопровода пропорционален площади отверстия сопла и квадратному корню из напора. Такие условия имеют место в трубопроводах, питающих турбины Пельтона. Что же касается турбин реактивных, то здесь условия истечения отличны от условий, принятых Алливи. Поэтому формулы классической теории гидравлического удара в применении к этому случаю должны рассматриваться как приближенные.

Закон истечения через реактивную турбину может быть получен из общего уравнения турбины [1]

$$A\omega^2 - B\omega Q + CQ^2 = 2gH,$$

в котором:

Q — расход турбины,

H — напор,

ω — угловая скорость вращения рабочего колеса,

c — ускорение силы тяжести,

A — постоянная для данной турбины величина,

B, C — сложные функции углов между векторами скоростей в турбине, т. е. в конечном счете, функции открытия или угла поворота лопаток направляющего аппарата.

Из уравнения 1:

$$u = a\varphi + \sqrt{(a^2 - bc)\varphi^2 + b\xi}, \quad (2)$$

где

$$u = \frac{Q}{Q_0}, \quad \varphi = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \xi = \frac{H}{H_0}, \quad a = \frac{B\omega_0}{2CQ_0}, \quad b = \frac{2gH_0}{CQ_0}, \quad c = \frac{A\omega_0^2}{2gH_0Q_0},$$

H_0 — статический напор,

Q_0 — расход турбины при полной нагрузке и напоре, равном H_0 , т. е. при номинальном режиме,

ω_0 —номинальная угловая скорость вращения турбины.

Очевидно, $c = \text{const}$, а a и b суть функции открытия направляющего аппарата турбины. Для отыскания конкретного выражения этих функций положим $\varphi = 0$, т. е. рассмотрим истечение через заторможенную турбину. Тогда формула 2 даст:

$$u = \sqrt{b\xi}. \quad (3)$$

С другой стороны, при неподвижном рабочем колесе расход, протекающий через турбину должен быть пропорционален просвету между направляющими лопатками и квадратному корню из напора, т. е. можно написать:

$$u = \sqrt{k} \alpha_1 \sqrt{\xi}, \quad (4)$$

где α_1 —открытие направляющего аппарата, выраженное отношением фактического просвета между направляющими лопатками к просвету при номинальном режиме, а \sqrt{k} —некоторая постоянная. Из формул 3 и 4 имеем $b = k\alpha_1^2$. Подставив это значение b в формулу 2 и положив $\varphi = \xi = 1$, т. е. рассматривая установившийся режим при номинальном напоре, получим:

$$u = a + \sqrt{a^2 + k(1-c)\alpha_1^2} = \alpha_2, \quad (5)$$

где α_2 —отношение фактического расхода при номинальном напоре и данном открытии направляющего аппарата к номинальному расходу.

Очевидно, что α_2 есть некоторая функция α_1 , т. е. $\alpha_2 = f(\alpha_1)$, причем крайние значения α_2 и α_1 совпадают, т. е. $f(0) = 0$ и $f(1) = 1$.

Определив a из уравнения 5 и подставив значения a и b в уравнение 2, получим:

$$u = \alpha_2 \left\{ \frac{1}{2} \left[1 - k(1-c) \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \right] \varphi + \sqrt{\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} - k(1+c) \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 + \frac{1}{2} k^2(1-c)^2 \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^4 \right] \varphi^2 + k \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \xi} \right\} \quad (6)$$

Исследуя зависимость расхода турбин от ее напора и открытия, кандидат технических наук Кривченко [2] чисто эмпирическим путем пришел к выводу, что при постоянном числе оборотов ($\varphi = 1$) эта зависимость должна иметь вид:

$$u = i(\alpha_1)F(\xi) = \alpha_2 F(\xi), \quad (7)$$

где $F(\xi)$ —некоторая функция напора*. Чтобы зависимость 6 совпала с зависимостью 7, необходимо принять $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1$. Строго говоря, такого равенства не может быть, т. к. α_1 никогда в точности не равно α_2 .

* Наши обозначения отличны от принятых в работе Кривченко.

кроме крайних значений. Но то обстоятельство, что, по данным Кривченко, расход реактивной турбины хорошо выражается зависимостями вида 7, заставляет считать, что если принять $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1$ в фигурных скобках формулы 6, то эта формула будет давать результаты практически достаточно точные. Это и понятно, т. к. по структуре формулы 6 легко усмотреть, что погрешность и вычисления отдельных членов этой формулы, вызванные погрешностью равенства $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1$, хотя-бы частично взаимно уничтожаются.

Приняв $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1$, получим из формулы 6:

$$u = \alpha_2 (m\varphi + \sqrt{n\varphi^2 + k\xi}), \quad (8)$$

т. е.

$$F(\xi) = m + \sqrt{n + k\xi}, \quad (9)$$

где m и n — постоянные зависящие от k и s . Т. к. очевидно, что $F(1) = 1$, то m , n и k должны удовлетворять условию

$$m + \sqrt{n + k} = 1 \quad (10)$$

В частном случае активной турбины имеем: $m = n = 0$, $k = 1$, $\alpha_1 = \alpha_2$.

Для определения значений m , n и k для конкретных турбин нужно заметить, что с помощью известных формул подобия теории турбин, уравнение 8 может быть приведено к виду:

$$\frac{Q_1}{Q_{I_0}} = \alpha_2 \left[m \frac{v_1}{v_{I_0}} + \sqrt{n \left(\frac{v_1}{v_{I_0}} \right)^2 + k} \right]$$

где v_1 и Q_1 — число оборотов и расход турбины, приведенные к единичному напору и единичному диаметру, а α_2 равно отношению значения Q_1 при $v_1 = v_{I_0}$ к значению Q_{I_0} . Отсюда следует, что в

координатах $x = \frac{v_1}{v_{I_0}}$ и $y = \frac{Q_1}{\alpha_2 Q_{I_0}}$ изолинии равных значений α_2

(или α_1) заводской характеристики турбины должны слиться в одну линию (практически они не сливаются точно в одну линию, а располагаются очень близко друг к другу). Нахождение значений m , n и k по этой линии, выполняемое обычными методами определения постоянных в эмпирических формулах, затруднений не встречает.

Для функции $F(\xi)$ Кривченко находит эмпирические формулы, при отыскании которых задается различными аналитическими выражениями для случаев $\xi < 1$ и $\xi > 1$. Принятие различных аналитических зависимостей для функции $F(\xi)$, выражающейся совершенно плавной кривой, не имеющей каких-либо особых свойств в точке $\xi = 1$, представляется нам искусственным приемом, не оправданным ни практическими, ни теоретическими соображениями. Формула 8, при выводе которой используется только одно, и притом очень общее, эмпирическое положение, выраженное уравнением 7, показывает, что аналитическое выражение расхода u остается одним и тем же независимо от значений напора ξ и угловой скорости φ .

Проф. Мостков [3] дает следующую формулу для расхода реактивной турбины при номинальной угловой скорости вращения:

$$\dot{Q} = Q_0 \alpha_1^r \left(\frac{H}{H_0} \right)^s$$

С помощью формул теории подобия турбин из этой формулы легко получить следующую зависимость для расхода при переменной угловой скорости:

$$u = \alpha_1^r \xi^s \varphi^{2s-1} \quad (11)$$

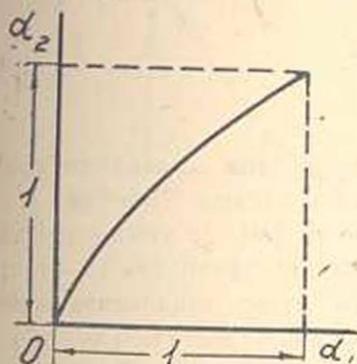
Таким образом, по Мосткову, $\alpha_2 = i(\alpha_1) = \alpha_1^r$, $F(\xi) = \xi^s$.

Формула Мосткова дает $F(0) = 0$, чего не получается ни из формулы 9, ни из результатов Кривченко. Это объясняется тем, что эмпирическая формула 11 выведена для того диапазона значений ξ , для которого даются заводские характеристики турбины, т. е. для значений ξ значительно больших нуля.

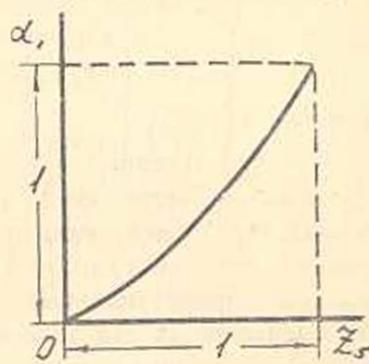
Экстраполяция этой формулы, как и вообще всякой эмпирической формулы, в область значений переменных, не охватываемую наличными экспериментальными данными—недопустима. В пределах же тех значений ξ , с которыми приходится иметь дело на практике, формула 11 дает достаточно точные результаты. Неудобство этой формулы заключается в том, что применение ее в теории гидравлического удара приводит к уравнениям, содержащим ξ в дробных степенях, не разрешимым в явной форме относительно ξ .

Для анализа гидравлического удара важен закон изменения величины α_2 по времени при регулировании турбины. Установим сначала характер зависимости α_2 от хода поршня сервомотора. Т. к. по данным Мосткова величина r в формуле $\alpha_2 = \alpha_1^r$ меньше единицы ($r = 0,7 \div 1,0$), то кривая зависимости α_2 от α_1 обращена выпуклостью вверх и имеет вид, представленный на фиг. 1, что подтверждается и данными Кривченко. Зависимость же открытия турбины α_1 от хода поршня сервомотора z_1 (выраженного в долях от полного хода) для подавляющего большинства турбин дается кривой, обращенной выпуклостью вниз (фиг. 2). Т. к. кривые зависимостей α_2 от α_1 и α_1 от z_1 обращены выпуклостями в противоположные стороны, то ясно, что зависи-

мость α_2 от z_s будет достаточно близка к прямой линии, во всяком случае, имеется гораздо больше оснований принимать эту зависимость линейной в случае реактивных турбин, когда $\alpha_2 \neq \alpha_1$, чем в случае турбин Пельтона, которые характеризуются тем, что $\alpha_2 = \alpha_1$.



Фиг. 1



Фиг. 2

Зависимость хода поршня сервомотора z_s от времени t при регулировании турбины может быть выяснена из уравнения сервомотора, которое может быть написано так [4]:

$$\frac{dz_s}{dt} = \frac{\Pi(\xi, z_s) \Phi(z_c)}{T_s} \quad (12)$$

В этом уравнении z_s — ход шпинделя золотника регулятора в долях высоты золотниковых окон, Φ — функция, зависящая от сопротивлений в масляной системе и золотнике регулятора, T_s — постоянная времени, Π — функция, определяемая формулой

$$\Pi(\xi, z_s) = \sqrt{1 - \xi \frac{Rz_s}{P}} \quad (13)$$

где P — предельное усилие, которое может развить сервомотор, $\xi R(z_s)$ — сопротивление, фактически преодолеваемое поршнем сервомотора при перемещении регулирующих органов турбины. Функция Φ в уравнении 12 обладает тем очевидным свойством, что когда окна золотника полностью открыты, т. е. когда $(z_c) > 1$, имеет место $\Phi(z_c) = \Phi(+1) = -\Phi(-1) = \text{const}$.

При частично открытых окнах золотника, когда $\Phi(z_c) \neq \text{const}$, зависимость z_s от t нельзя задать предварительно. Ее можно выяснить только в результате совместного решения всего комплекса уравнений регулирования, переходного режима машины и гидравлического удара. Это решение может быть получено численными или графическими (см. напр. [5]). Но в очень многих конструкциях регуляторов, если не в их большинстве, золотник делается так, что уже при очень небольшом перемещении муфты маятника, т. е. при очень небольшом отклонении числа оборотов машины от номинального, золотниковые окна открываются полностью, т. е. перемещение поршня сервомотора подчиняется уравнению:

$$\frac{dz_s}{dt} = -\frac{\Phi(1)}{T_s} \Pi(z_s, z_s) \quad (14)$$

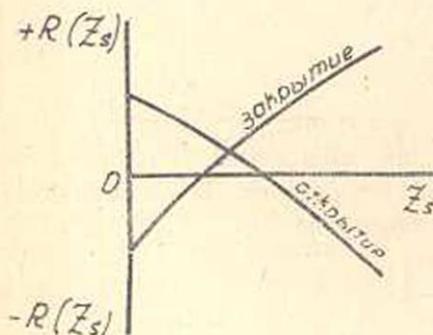
почти на всем протяжении переходного процесса.

Из уравнений 13 и 14 имеем:

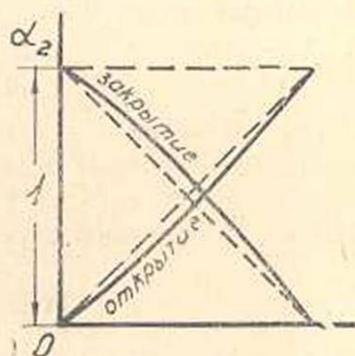
$$\frac{dt}{T_s^*} = \frac{dz_s}{\sqrt{1 - \xi \frac{R(z_s)}{P}}} \quad (15)$$

где $T_s^* = T_s : \Phi(1)$.

Для качественных суждений можно в этом уравнении принять $\xi = 1$. Тогда, имея в виду, что по данным Пинегина (1), функция $R(z_s)$ имеет вид, представленный на фиг. 3, нужно прийти к выводу, что зависимость z_s от t , на основании уравнения 15, будет иметь вид, представленный на фиг. 4. При этом, отклонения кривых, выражающих эти зависимости от прямых, незначительны, т. к. величина P обычно много больше (в 3—4 раза), чем $R(z_s)$, т. е. член $\frac{R(z_s)}{P}$ в уравнении 15, вызывающий эти отклонения, достаточно мал.



Фиг. 3.



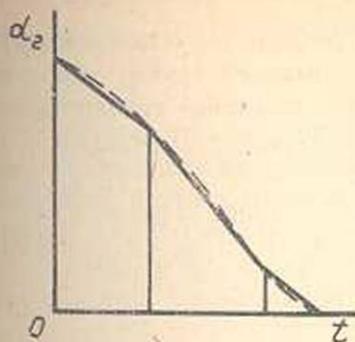
Фиг. 4.

Резюмируя изложенное, нужно прийти к выводу, что если золотник регулятора сконструирован так, что его окна открываются полностью уже при незначительном изменении угловой скорости машины, то принятие линейной зависимости величины z_2 от времени, в случае реактивных турбин, нужно считать практически достаточно обоснованным. При других конструкциях золотников, а также в случае турбин Пельтона, такое предположение более или менее произвольно.*

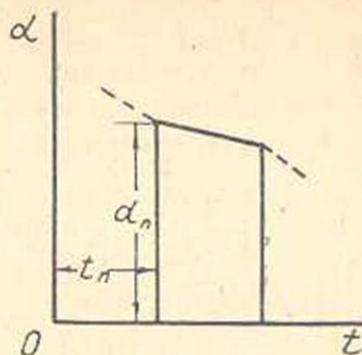
В дальнейшем мы будем или считать зависимость z_2 от t линейной или аппроксимировать ее некоторой ломаной линией, (фиг. 5), если она фактически не линейна.

Другими словами, опуская индекс 2 при z , напишем.

* В задачах, связанных с параллельной работой машины, когда изменения их угловой скорости вообще очень малы, линейная зависимость z_2 от времени не будет иметь места вообще ни при каких условиях.



Фиг. 5



Фиг. 6

$$\alpha = \alpha_n + \varepsilon \frac{t - t_n}{T_*} \quad (16)$$

где (фиг. 6 α_n — значение α при $t = t_n$, а ε — некоторая постоянная, имеющая, вообще говоря, различные значения для различных интервалов переменной t . Если рассматривать линейный закон изменения α , то в формуле 16 следует принять $t_n = 0$, $\alpha_n = \alpha_0$, где α_0 — значение α в момент $t = 0$ возникновения переходного режима, и $\varepsilon = \pm 1$, причем $\varepsilon = -1$ соответствует закрытию, а $\varepsilon = +1$ — открытию регулирующих органов турбины.

Неустановившийся режим в напорном трубопроводе с равномерно распределенными постоянными может быть выражен известным цепным уравнением Аллиев:

$$Y_{t-\mu} + Y_t - 2Y_0 = \frac{a}{g}(v_{t-\mu} - v_t), \quad (17)$$

где Y — напор в конце трубопровода,

v — скорость в конце трубопровода,

a — скорость распространения волны удара по трубопроводу,

g — ускорение силы тяжести,

$$\mu = \text{фаза гидравлического удара} = \frac{2L}{a},$$

L — длина трубопровода.

Индексы в уравнении 17 обозначают те моменты времени, к которым относятся значения Y и v .

Неустановившийся режим во всасывающей трубе цилиндрической формы можно также выразить цепным уравнением Аллиев. Но к применяемым на практике расходящимся всасывающим трубам уравнение Аллиев можно применять лишь с очень серьезными оговорками. Поэтому, лучше пренебречь влиянием упругости воды и стенок всасывающей трубы, которое при нецилиндрических трубах лишь очень приближенно учитывается уравнением Аллиев, и использовать общее уравнение одномерного неустановившегося движения абсолютно несжимаемой жидкости. Это уравнение, в противоположность уравнению Аллиев, дает совершенно точный учет

формы всасывающей трубы.* Совместив начало отсчета пьезометрических высот с начальным сечением всасывающей трубы, обозначаемым как сечение 1 и, приняв за сечение 2 выходное сечение всасывающей трубы, напишем на основании указанного уравнения:

$$Z = \frac{p}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{1-2} + \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \int_1^2 \frac{ds}{f}, \quad (18)$$

где p — давление,

γ — объемный вес жидкости,

z — высота по отношению к началу отчета пьезометрических высот,

h — потеря напора,

s — длина, отмеряемая по оси трубы,

f — площадь сечения трубы,

Z — напор в сечении 1.

Принимая во внимание, что $z_2 + \frac{p_2}{\gamma} = -h_c = Z_0$, где h_c — высота

всасывания, обозначая $\int_1^2 \frac{ds}{f} = \frac{L_A}{f_A}$, где L_A — длина, а f — средняя пло-

щадь сечения всасывающей трубы, определяемая как $f_A = L_A : \int_1^2 \frac{ds}{f}$

и пренебрегая весьма малыми членами $\frac{v_2^2}{2g}$ и h_{1-2} , перепишем уравнение 18 так:

$$Z = Z_0 + \frac{L_A}{g f_A} \frac{dQ}{dt}. \quad (19)$$

Введем обозначения:

$$\tau = \frac{t}{\mu}, \quad n = \frac{t_n}{\mu}, \quad h = \frac{Y - Y_0}{H_0}, \quad \eta = \frac{Z - Z_0}{H_0}, \quad \theta = \frac{T_s^*}{\mu},$$

$$\rho = \frac{\alpha v_0}{g H_0}, \quad \sigma_A = \frac{L_A Q_0}{g H_0 f_A T_s^*}$$

и придадим уравнениям 16, 17, и 19 такой вид:

$$\alpha = \alpha_n + \varepsilon \frac{\tau - n}{\theta}, \quad (20)$$

$$h_{\tau-1} + h_{\tau} = \rho (u_{\tau-1} - u_{\tau}), \quad (21)$$

* Решение для цилиндрической всасывающей трубы на основании уравнения Алливи см. в нашей работе [6].

$$\eta = \sigma_A \theta \frac{du}{d\tau} \quad (22)$$

Заметим, что при аппроксимации кривой зависимости α от τ ломаной линией, последнюю всегда можно подобрать так, чтобы все n были целыми числами, что мы и будем предполагать в дальнейшем.

Уравнение 22, во избежание сильного усложнения решения задачи, следует заменить приближенным уравнением в конечных разностях.

$$\frac{\eta_\tau + \eta_{\tau-1}}{2} = \sigma_A \theta \frac{u_\tau - u_{\tau-1}}{1},$$

или

$$\eta_{\tau-1} + \eta_\tau = -2\sigma_A \theta (u_{\tau-1} - u_\tau). \quad (23)$$

Вычтя уравнение 23 из уравнения 21, получим:

$$B_{\tau-1} + B_\tau = 2\sigma\theta(u_{\tau-1} - u_\tau), \quad (24)$$

где

$$B = \xi - 1 = h - \eta \quad (25)$$

и, кроме того,

$$\sigma = \sigma_T + \sigma_A, \quad \sigma_T = \frac{L v_0}{g H_0 \Gamma_0^2}$$

Будем пренебрегать влиянием изменения угловой скорости вращения турбины на ее расход, т. е. примем $\varphi=1$ в уравнении 8 и перепишем его в таком виде:

$$u = \alpha(n + \sqrt{n+k\xi}) \quad (26)$$

Без этого предположения уравнения гидравлического удара должны решаться совместно с уравнениями вращения ротора машины и уравнениями, определяющими механическую и электрическую мощность, что, повидимому, вообще исключает возможность доведения решения до конца аналитическими методами.

Предположим сначала, что $(h - \eta)$ — малая величина (меньше 0,5) и, следуя Де-Спарру (De-Sparre), примем:

$$\begin{aligned} \sqrt{n+k\xi} &= \sqrt{n+k} \sqrt{1 + \frac{k}{n+k} B} \approx \sqrt{n+k} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{k}{n+k} B \right) = \\ &= \sqrt{n+k} + \frac{k}{2\sqrt{n+k}} B, \end{aligned}$$

после чего, принимая во внимание соотношение 10, перепишем уравнение 26 так:

$$u = \alpha(1 + \delta B), \quad (27)$$

где $\delta = \frac{k}{2\sqrt{n+k}}$. Подставив в уравнение 24 значение u из уравнения 27 и α из уравнения 20, придем к уравнению:

$$(M + \tau - n - 1)B_{\tau-1} - (N + \tau - n)B_{\tau} = \frac{1}{\delta}, \quad (28)$$

в котором

$$M = -\frac{1}{\varepsilon} \left(-\frac{1}{2\delta\varepsilon} \theta_{\alpha_n} \right), \quad N = \frac{1}{\varepsilon} \left(-\frac{1}{2\delta\varepsilon} \theta_{\alpha_n} \right).$$

На основании уравнения 28 напишем для целых значений τ :

$$-(N+1)B_{n+1} = \frac{1}{\delta} - MB_n$$

$$(M+1)B_{n+1} - (N+2)B_{n+2} = \frac{1}{\delta}$$

$$(M+2)B_{n+2} - (N+3)B_{n+3} = \frac{1}{\delta}$$

.....

$$(M + \tau - n - 1)B_{\tau-1} - (N + \tau - n)B_{\tau} = \frac{1}{\delta},$$

откуда

$$B_{\tau} = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} -(N+1) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{\delta} \\ M+1 & -(N+2) & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{\delta} \\ 0 & M+2 & -(N+3) & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{\delta} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & M+\tau-n-2 & -(N+\tau-n-1) & 0 & \frac{1}{\delta} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & M+\tau-n-1 & \frac{1}{\delta} \\ -(N-1) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & MB \\ M+1 & -(N+2) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\Delta} & 0 & M+2 & -(N+3) & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & M+\tau-n-2 & -(N+\tau-n-1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & M+\tau-n-1 & 0 \end{vmatrix} \quad (29)$$

где

$$\Delta = (-1)^{\tau-n} (N+1) (N+2) \dots (N+\tau-n).$$

Как было показано в нашей работе [7], первый член выражения 29 приводится к виду:

$$\frac{1}{\delta(M-N-1)} \left[1 - N \frac{\Gamma(N)}{\Gamma(M)} \frac{\Gamma(M+\tau-n)}{\Gamma(N+\tau-n+1)} \right], \quad (30)$$

где Γ —символ гамма-функции, используя известные свойства которой, выражение 30 нетрудно преобразовать в такое:

$$\frac{1}{\delta(M-N-1)} \left[1 - \frac{M(M+1) \dots (M+\tau-n-1)}{(N+1)(N+2) \dots (N+\tau-n)} \right]$$

Второй же член выражения 29 легко преобразовать так:

$$-(-1)^{\tau-n} \frac{M(M+1) \dots (M+\tau-n-1)}{(N+1)(N+2) \dots (N+\tau-n)} B_n.$$

Следовательно, решение уравнения 28 для целых значений τ будет:

$$B_\tau = B_m - \frac{M(M+1) \dots (M+\tau-n-1)}{(N+1)(N+2) \dots (N+\tau-n)} [B_m + (-1)^{\tau-n} B_n], \quad (31)$$

где

$$B_m = \frac{1}{\delta(M-N-1)} = -\frac{\varepsilon\sigma}{1+\delta\varepsilon\sigma}. \quad (32)$$

Рассмотрим дробь:

$$\frac{M}{N+1}, \frac{M+1}{N+2}, \dots, \frac{M+\tau-n-1}{N+\tau-n}. \quad (33)$$

Т. к. всегда $(M) < (N)$ то при $\varepsilon > 0$, что соответствует открытию турбины, все дроби 33 меньше единицы и их произведение, с увеличением числа множителей, быстро уменьшается; следовательно, величина B_τ быстро приближается к величине B_m ; Вычисления показывают, что уже при $\tau-n=3-4$ величина B_τ практически не отличается от B_m .

Переходя к случаю $\varepsilon < 0$, положим $-\varepsilon = \varepsilon^*$ и придадим последней из дробей 33 такой вид:

$$\frac{M+\tau-n-1}{N+\tau-n} = \frac{\left(1 - \frac{1}{2\delta\varepsilon^*\sigma}\right) \left[\frac{\theta}{\varepsilon^*} \alpha_n - (\tau-n)\right]}{\frac{1}{2\delta\varepsilon^*\sigma} + \left[\frac{\theta}{\varepsilon^*} \alpha_n - (\tau-n)\right]} \quad (34)$$

Будем считать, что $1 - \frac{1}{2\delta\varepsilon^*\sigma} < \frac{1}{2\delta\varepsilon^*\sigma}$ т. е., что $\sigma < \frac{1}{\delta\varepsilon^*}$, т. к. случай $\sigma > \frac{1}{\delta\varepsilon^*}$ относится к длинным трубопроводам с малым напором, характеризующимся большими значениями относительно удара B , к которым ни формула 27, ни полученные с ее помощью резуль-

таты неприменимы. При этом условии произведение дробей 34 будут уменьшаться с увеличением τ до тех пор, пока $\tau - n$ будет меньше $\frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n$. До этого момента значения $V\tau$ будут приближаться к

V_m по мере увеличения τ . Когда же станет $\tau - n > \frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n$, то дроби

34 с увеличением τ начнут возрастать по абсолютной величине, что приведет к нарастающим колебаниям значений $V\tau$ около V_m . В реальных условиях может, конечно, иметь место случай, когда $\frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n$ в данном интервале τ' между точками перелома зависимости α от τ , остается всегда больше $\tau - n$; это будет в том случае, если $\tau' <$

$$< \frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n.$$

Основываясь на изложенном, можно прийти к следующим выводам.

1. При открытии турбины, с изменением α по закону ломаной линии, величина гидравлического удара стремится, в пределах каждого прямого отрезка этой ломаной, к некоторой постоянной величине, определяемой формулой 32 и не зависящей ни от начальных условий, ни от закона изменения величины удара в предыдущие моменты времени, ни от величины открытия в начале данного отрезка указанной ломаной линии.

2. Величина удара в точке перелома графика α при открытии тем ближе к указанной предельной величине, чем больше интервал между данной и предыдущей точками перелома графика открытия.

3. При закрытии турбины с изменением α по закону ломаной линии также существуют, для каждого отрезка этой ломаной, предельные значения удара, определяемые той же формулой 32. Если интервал времени τ' между соседними точками перелома графика

α меньше величины $\frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n$, то в пределах всего интервала τ' величина удара все время приближается к предельному значению. Если же

$\tau' > \frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n$, то величина удара приближается к предельному значению только до момента, после которого ее отклонения от предельного значения начинают возрастать.

4. На основании предыдущих выводов можно прийти к заключению, что понятие предельных значений удара имеет смысл только при закрытии или открытии турбины с изменением α по закону прямой или ломаной линии. При закрытии или открытии с изменением α по кривой, это понятие, строго говоря, теряет смысл.

5. При линейном, в течение всего времени действия регулятора законе закрытия ($\varepsilon = -\varepsilon^* = -1$) или открытия ($\varepsilon = 1$) величина гидравлического удара достаточно быстро приближается к предельной

величине, после чего уже практически не изменяется. В отношении открытия это ясно из положения 2, в отношении закрытия — из того, что при линейном законе $\varepsilon^* = 1$, $\alpha_n = 1$, $n = 0$ и, следовательно, $\tau - n$ всегда меньше чем $\frac{\Theta}{\varepsilon^*} \alpha_n = \Theta$. Вычисления показывают, что уже при $\tau > 3 + 4$ величина $B\tau$ практически не отличается от B_m . Таким образом, постулированное Алиеви на основании численных расчетов положение о стремлении величины удара к предельному значению при линейном закрытии и открытии вытекает, как частный случай, из гораздо более общего положения.

6. Все выводы теории Алиеви, основанные на понятии предельного удара, остаются в силе и для реактивных турбин.

7. Определение величины удара в конце времени действия регулятора, как предельного значения величины B , при нелинейном графике z при открытии или закрытии может дать количественно неточный результат (положение 2), а при закрытии оказаться и принципиально неверным (положение 3), особенно когда конец графика закрытия круто подходит к оси абсцисс.

8. Все изложенное заставляет рекомендовать проверку расчета гидравлического удара численными или графическими методами во всех случаях, когда график z при открытии или закрытии заметно отличается от прямой линии.

Выведенная выше нами формула 31, которая при линейном графике регулирования ($n = B_n = 0$) переписывается так:

$$B\tau = B_m \left[1 - \frac{M(M+1) \dots (M+\tau-1)}{(N+1)(N+2) \dots (N+\tau)} \right] \quad (35)$$

позволяет непосредственно вычислить гидравлический удар в любой момент времени и построить всю диаграмму гидравлического удара. Но эта формула является приближенной, поскольку она выведена с использованием приближенной формулы 27. Если же вместо этой формулы использовать точную формулу 26, то оказывается возможным установить лишь наиболее характерные и практически интересные, при линейном законе регулирования, значения величины удара в конце первой фазы и в конце времени действия регулятора.

Как легко убедиться, из формулы 21 и уравнения 22 можно получить следующее уравнение:

$$x_{\tau-1}^2 + x_{\tau}^2 - 2(k+n) = 2k\Theta \left[x_{\tau-1} (x_{\tau-1} + m) - x_{\tau} (x_{\tau} + m) \right], \quad (36)$$

где

$$x = \sqrt{n + k\xi} \quad (37)$$

Имея в виду определение величины x в конце первой фазы и подставляя в уравнение 23: $\tau = 1$, $x_{\tau-1} = x_0 = \sqrt{n+k}$, $m+x_0 = 1$, $x_{\tau-1} =$

$= \alpha_0, \alpha_{\tau} = \alpha_0 \pm \frac{1}{\theta}$ (-закрытие, + открытие), приходим к следующему уравнению:

$$x_1^2 + 2k\sigma(\theta\alpha_0 \pm 1)x_1 - 2k\sigma[\theta\alpha_0(1-m) \mp m] - k - n = 0,$$

из которого

$$x_1 = -k\sigma(\theta\alpha_0 - 1) + \sqrt{k+n + 2k\sigma[\theta\alpha_0(1+m) \pm m] + k^2\sigma^2(\theta\alpha_0 \pm 1)^2} \quad (38)$$

Для определения предельного удара положим в уравнении 36:

$$x_{\tau-1} = x_{\tau} = x_m, \alpha_{\tau-1} - \alpha_{\tau} = \pm \frac{1}{\theta},$$

после чего нетрудно найти:

$$x_m = \pm k\sigma + \sqrt{k+n \pm km\sigma + k^2\sigma^2} \quad (39)$$

Вычислив значения x_1 и x_m нетрудно найти величины ξ_1 и ξ_m из формулы 37.

По величине общего динамического напора ξ_{τ} или удара B_{τ} могут быть определены значения удара в трубопроводе и во всасывающей трубе. Для этого разделим уравнение 21 на уравнение 23, в результате чего получим:

$$\frac{\xi_{\tau-1} + \xi_{\tau}}{\eta_{\tau-1} + \eta_{\tau}} = -\frac{\rho}{2\sigma_{\Lambda}\theta} = -\frac{\sigma_{\Gamma}}{\sigma_{\Lambda}},$$

следовательно:

$$\frac{\xi}{\eta} = -\frac{\xi_{\Gamma}}{\sigma_{\Lambda}},$$

и, значит:

$$\xi = \frac{\sigma_{\Gamma}}{\sigma} B, \quad \eta = -\frac{\sigma_{\Lambda}}{\sigma} B. \quad (40)$$

Гидроэлектрическая Лаборатория
Академии Наук Арм. ССР

Поступило 22 II 1948 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пинегин В. М.—Гидравлические двигатели. 1934.
2. Кривченко Г. И.—уточненные методы расчета гидравлического удара. Гидротех-строительство, № 10, 1947.
3. Мостков М. А.—Гидравлический удар в гидроэлектрических станциях. 1938.
4. Картелишвили Н. А.—Неуставившийся режим работы агрегатов гидроэлек-трических станций. Изв. АН Азерб. ССР. № 4, 1946.

5. *Картвелишвили Н. А.*—Графическая проверка регулирования гидравлических турбин. Сообщ. АН. Груз. ССР, № 9, 1947.
6. *Картвелишвили Н. А.*—Расчет гидравлического удара с учетом влияния всасывающей трубы. Изв. Тбилисского Научно-Исслед. Гидро-Энергетич. Ин-та. Вып. I. 1938.
7. *Картвелишвили Н. А.*—Зависимость пара от времени при гидравлическом ударе. ДАН Арм. ССР. VIII № 1, 7, 1948.

Ն. Ա. Գարբելիեւիի

ՀԻԴՐԱՎԼԻԿ ՀԱՐՎԱԾԸ ՌԵԱԿՏԻՎ ՏՈՒՐԲԻՆՆԵՐՈՎ ՏԵՂԱԿԱՅՈՒՄՆԵՐՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ի Մ

Հողվածում քննութեան է առնվում հիդրավլիկ հարվածը ներծծող խողովակներ ունեցող ռեակտիվ տուրբիններով տեղակայումներում տուրբինի ուղղութեան ավող ապարատը փակվելու և բացվելու ժամանակ՝ ըստ բեկված դժի օրենքի: Քննութեան առնելով տուրբինների ընդհանուր համարումը, հեղինակը նրա ծախսի համար դուրս է բերում ընդհանրացված կախվածութեան, որից ընդունման կախվածութեանն Ալլիեւիի տեսութեան մեջ ստացվում է որպես աղտիվ տուրբինին համապատասխանող մասնավոր դեպք: Այդ կախվածութեանը դրված է լուծման հիմքում:

Հեղինակը դուրս է բերում բանաձևեր, որոնք արտահայտում են հիդրավլիկ հարվածի մեծութեանը ժամանակի ֆունկցիայով, անալիտիկորեն ապացուցում է իրավացիութեանն Ալլիեւիի ընդունած պոստուլատի ախմասին, որ տուրբինի փակման կամ բացման գծային օրենքի դեպքում հիդրավլիկ հարվածը ձգտում է սկզբնական պայմաններից անկախ հաստատուն մեծութեան և ցույց է տալիս, որ փակման կամ բացման ոչ գծային օրենքի դեպքում Ալլիեւիի պոստուլատը ճիշտ չէ:

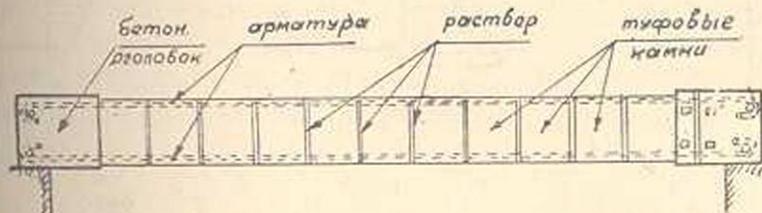
Դուրս են բերված ճշգրիտ բանաձևեր՝ դրոշխու համար հարվածի մեծութեանն առաջին ֆազի վերջում և կարգավորման պրոցեսի վերջում, երբ գործում է կարգավորիչն ըստ գծային օրենքի:

ТЕОРИЯ СООРУЖЕНИЙ

С. А. Шагинян

Расчет предварительно-напряженных армокаменных конструкций

Рассмотрим балку, изготовленную из отдельных камней, соединенных между собою раствором и предварительно натянутой двойной арматурой [3] (см. фиг. 1). Следует различить три последовательных этапа напряженного состояния такого элемента, схематически изображенных на фигуре 2.

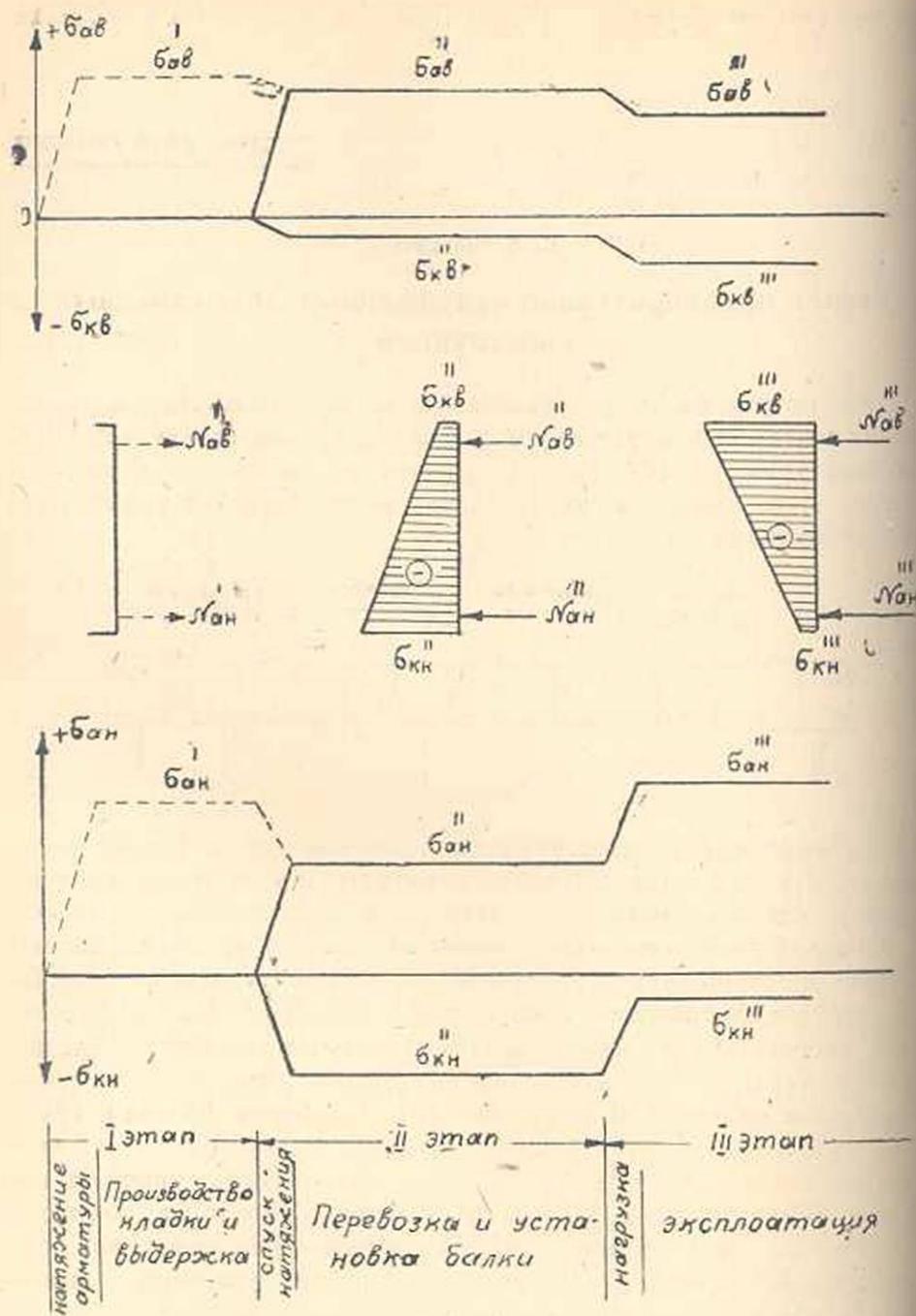


Фиг. 1

Первый этап охватывает период от момента изготовления до момента освобождения натянутой арматуры. В этом этапе арматура предварительно напрягается и оставляется в натянутом состоянии.

Второй этап охватывает период от момента освобождения натянутой арматуры (спуск натяжения) до момента приложения внешней нагрузки. В процессе освобождения арматуры, последняя стремится укоротиться и сжимает кладку; в результате обжатия кладки арматура теряет часть своего напряжения, а кладка получает предварительное сжатие. Как показали опыты и расчеты, потери натяжения от упругого обжатия кладки очень велики вследствие ее низкомодульности. Для того, чтобы иметь возможность применять арматуру обычной марки СТ-3, было решено отойти от обычного метода осуществления предварительного натяжения арматуры, производя ее после того, когда кладка приобретет достаточную прочность. В связи с этим на графиках напряженного состояния (фиг. 2) первый этап указан пунктиром.

Третий этап начинается с момента приложения внешней нагрузки. Под действием последнего появляется изгибающий момент M , который подвергает нижнюю зону балки растяжению, а верхнюю зону — сжатию. После приложения внешней нагрузки растягивающее напряжение в нижней арматуре увеличивается, а сжимающие на-



Фиг. 2

пряжения в кладке падают. Что касается верхней зоны, то там, наоборот, напряжение в арматуре падает, а в кладке увеличивается.

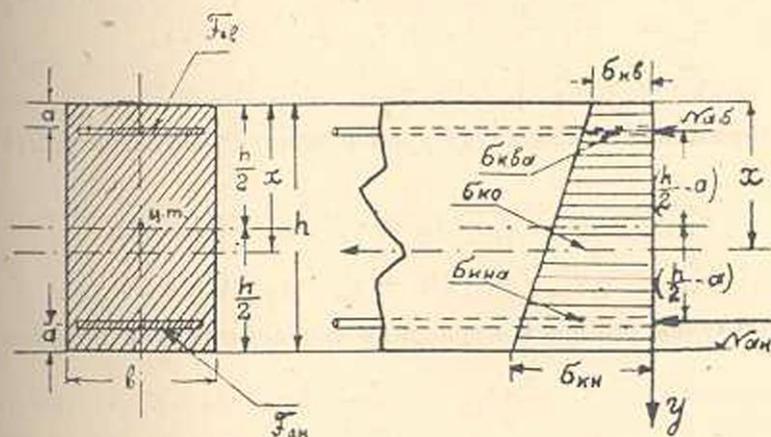
Для вывода расчетных формул примем следующие исходные предпосылки:

1) Балка проектируется так, чтобы в кладке, как в процессе предварительного натяжения, так и в рабочем этапе не появились растягивающие напряжения, т. е. чтобы кладка находилась в монолитном состоянии без трещин.

2) В период монолитности, то-есть до появления трещин в растянутой зоне, балка рассматривается как упругое тело и применяются обычные правила сопротивления материалов (гипотеза Бернулли, закон Гука).

3) Так как предельная нагрузка по стадии разрушения не зависит от предварительного натяжения, то она определяется по расчетной схеме Лолейта.

Исходя из принятых выше предпосылок, попытаемся вывести расчетные формулы для предварительно-напряженных армокаменных конструкций. Рассматривая усилия в арматуре от предварительного напряжения $N_{ан}$ и $N_{ав}$ (см. фиг. 3) как внешние силы по отношению к кладке, и допуская что $N_{ан} > N_{ав}$ для напряжений в различных волокнах кладки будем иметь:



Фиг. 3

$$\sigma_k = - \frac{N_{ас}}{F_k} - \frac{M_{ас} \cdot Y}{J_k} \quad (1)$$

Отсюда крайние напряжения в кладке будут:

$$\sigma_{кн} = - \sigma_{ан} \cdot \mu_k \cdot U_k + \sigma_{ав} \cdot \mu_a \cdot (U_k - 2), \quad (2)$$

$$\sigma_{кв} = - \sigma_{ав} \cdot \mu_a \cdot U_k + \sigma_{ан} \cdot \mu_a \cdot (U_k - 2). \quad (3)$$

Напряжения в кладке на уровнях арматуры равны:

$$\sigma_{кна} = - \sigma_{ан} \cdot \mu_n \cdot U_a + \sigma_{ан} \cdot \mu_n \cdot (U_a - 2), \quad (4)$$

$$\sigma_{квa} = - \sigma_{ав} \cdot \mu_n \cdot U_a + \sigma_{ан} \cdot \mu_n \cdot (U_a - 2). \quad (5)$$

В формулах (2)–(5) приняты следующие обозначения:

$$\mu_n = \frac{F_{ан}}{F_k}, \quad (6) \quad \mu_n = \frac{F_{ав}}{F_k}, \quad (7)$$

$$U_k = 2 \left(2 - 3 \frac{a}{h} \right), \quad (8)$$

$$U_a = 1 + 12 \left(0,5 - \frac{a}{h} \right)^2. \quad (9)$$

Рассмотрим какие изменения происходят в напряжениях кладки и арматуры в разных этапах напряженного состояния балки, указанных на фиг. 2.

Предположим, что нам известны величины предварительного напряжения арматуры $\sigma'_{ан}$ и $\sigma'_{ав}$.

В конце *первого этапа* имеем:

$$\text{напряжения в арматуре} - \sigma'_{ан} \text{ и } \sigma'_{ав}, \quad (10)$$

$$\text{напряжения в кладке} - \sigma'_{кн} = \sigma'_{кв} = 0. \quad (11)$$

В конце *второго этапа* имеем:

$$\text{напряжения в арматуре} - \sigma''_{ан} \text{ и } \sigma''_{ав}. \quad (12)$$

Краевые напряжения в кладке согласно ур. (2) и (3) будут:

$$\sigma''_{кн} = -\sigma''_{ан} \cdot \mu_n \cdot U_k + \sigma''_{ав} \cdot \mu_a \cdot (U_k - 2), \quad (13)$$

$$\sigma''_{кв} = -\sigma''_{ав} \cdot \mu_n \cdot U_k + \sigma''_{ан} \cdot \mu_a \cdot (U_k - 2). \quad (14)$$

Напряжения в кладке на уровне арматур согласно ур. (4) и (5) будут:

$$\sigma''_{кна} = -\sigma''_{ан} \cdot \mu_n \cdot U_a + \sigma''_{ав} \cdot \mu_a \cdot (U_a - 2), \quad (15)$$

$$\sigma''_{ква} = -\sigma''_{ав} \cdot \mu_n \cdot U_a + \sigma''_{ан} \cdot \mu_a \cdot (U_a - 2). \quad (16)$$

Пользуясь условием неразрывности деформаций получим:

$$\varepsilon''_{кна} = - \frac{\sigma'_{ан} - \sigma''_{ан}}{E_a}, \quad (17)$$

$$\varepsilon''_{ква} = - \frac{\sigma'_{ав} - \sigma''_{ав}}{E_a}. \quad (18)$$

Напряжения в кладке соответственно будут равны:

$$\sigma''_{кна} = \varepsilon''_{кна} \cdot E_{кл} = - \frac{\sigma'_{ан} - \sigma''_{ан}}{n}, \quad (19)$$

$$\sigma''_{ква} = \varepsilon''_{ква} \cdot E_{кл} = - \frac{\sigma'_{ав} - \sigma''_{ав}}{n} \quad (20)$$

$$\text{где } n = \frac{E_a}{E_{кл}}. \quad (21)$$

Из уравнений (19) и (20) найдем потери напряжения в арматуре от упругого обжатия кладки:

$$\sigma_{ан}^{пот} = \sigma'_{ан} - \sigma''_{ан} = -n \cdot \sigma''_{кна}, \quad (22)$$

$$\sigma_{ан}^{пот} = \sigma'_{ан} - \sigma''_{ан} = -n \cdot \sigma''_{квв}, \quad (23)$$

или, пользуясь ур. (15) и (16), найдем:

$$\sigma_{ан}^{пот} = n \cdot [\sigma''_{ан} \cdot \mu_n \cdot U_a - \sigma''_{ав} \cdot \mu_n \cdot (U_a - 2)], \quad (24)$$

$$\sigma_{ан}^{пот} = n \cdot [\sigma''_{ан} \cdot \mu_n \cdot U_a - \sigma''_{ан} \cdot \mu_n \cdot (U_a - 2)]. \quad (25)$$

Отсюда:

$$\sigma'_{ан} = \sigma''_{ан} \cdot (n \cdot \mu_n \cdot U_a + 1) - \sigma''_{ав} \cdot n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 2), \quad (26)$$

$$\sigma'_{ан} = \sigma''_{ав} \cdot (n \cdot \mu_n \cdot U_a + 1) - \sigma''_{ан} \cdot n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 2). \quad (27)$$

Или:

$$\sigma''_{ан} = \frac{(n \cdot \mu_n \cdot U_a + 1) \cdot \sigma'_{ан} + n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 2) \cdot \sigma'_{ав}}{4 \cdot n^2 \cdot \mu_n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 1) + n \cdot (\mu_n + \mu_n) \cdot U_a + 1}, \quad (28)$$

$$\sigma''_{ав} = \frac{(n \cdot \mu_n \cdot U_a + 1) \cdot \sigma'_{ав} + n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 2) \cdot \sigma'_{ан}}{4 \cdot n^2 \cdot \mu_n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 1) + n \cdot (\mu_n + \mu_n) \cdot U_a + 1}. \quad (29)$$

Имея напряжения в арматуре во втором этапе ур. (28) и (29), получим потери напряжения вследствие упругого обжатия из (24) и (25), в зависимости от предварительного напряжения:

$$\sigma_{ан}^{пот} = \frac{[4 \cdot n^2 \cdot \mu_n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 1) + n \cdot \mu_n \cdot U_a] \cdot \sigma'_{ан} - n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 2) \cdot \sigma'_{ав}}{4 \cdot n^2 \cdot \mu_n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 1) + n \cdot (\mu_n + \mu_n) \cdot U_a + 1}, \quad (30)$$

$$\sigma_{ав}^{пот} = \frac{[4 \cdot n^2 \cdot \mu_n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 1) + n \cdot \mu_n \cdot U_a] \cdot \sigma'_{ав} - n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 2) \cdot \sigma'_{ан}}{4 \cdot n^2 \cdot \mu_n \cdot \mu_n \cdot (U_a - 1) + n \cdot (\mu_n + \mu_n) \cdot U_a + 1}. \quad (31)$$

В балках из напряженно-армированной туфовой кладки толщина шва из раствора незначительна по отношению к толщине камня. Поэтому можно ожидать, что каменная кладка будет обладать относительно незначительной усадкой и ползучестью.

Испытания предварительно-напряженных железобетонных конструкций показывают, что потеря напряжения арматуры вследствие усадки и ползучести бетона не превышает 1000—1500 кг/см² [1, 2]. Для ориентировочной оценки величины потери напряжения арматуры от усадки и ползучести кладки можем поступить следующим образом: толщина шва составляет 5—7% от общей длины балки [3]; следовательно, если не учитывать ползучести самого камня можно ожидать, что $\sigma_{ан}^{пот} = (0,05 \div 0,07) \times (1000 \div 1500) = 50 \div 100$ кг/см². В настоящее время в Институте Сооружений Академии Наук Арм. ССР ставят

ся специальные опыты для выявления величин потери напряжений вследствие ползучести и усадки каменной кладки. До получения этих опытных данных, учитывая приведенные выше соображения, величиной потери напряжений от этих факторов в первой стадии исследований мы пока не учитываем.

Третий этап охватывает эксплуатационный период. Краевые напряжения в кладке в этом этапе после приложения внешней нагрузки будут равны:

$$\sigma_{кн}^{\sigma} = \sigma_{кн}^{\sigma} + \frac{M}{W_{кн}}, \quad (32)$$

$$\sigma_{кв}^{\sigma} = \sigma_{кн}^{\sigma} - \frac{M}{W_{кн}}, \quad (33)$$

а напряжения в арматуре:

$$\sigma_{ан}^{\sigma} = \sigma_{ан}^{\sigma} + \frac{M}{W_{ан}}, \quad (34)$$

$$\sigma_{ав}^{\sigma} = \sigma_{ав}^{\sigma} - \frac{M}{W_{ав}}. \quad (35)$$

В формулах (32)–(35) приняты следующие обозначения:

$$W_{кн} = \frac{J_{np}}{h-x}, \quad (36)$$

$$W_{ан} = \frac{J_{np}}{n \cdot (h-x-a)}, \quad (37)$$

$$W_{кв} = \frac{J_{np}}{x}, \quad (38)$$

$$W_{ав} = \frac{J_{np}}{n \cdot (x-a)}, \quad (39)$$

где:

$$J_{np} = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot (x - \frac{h}{2})^2 + n \cdot [F_{ан} \cdot (h-x-a)^2 + F_{ав} \cdot (x-a)^2], \quad (40)$$

$$x = \frac{0,5 \cdot b \cdot h^2 + n \cdot [F_{ан} \cdot (h-a) + F_{ав} \cdot a]}{b \cdot h + n \cdot (F_{ан} + F_{ав})}. \quad (41)$$

В момент образования трещин напряжение нижнего крайнего волокна кладки достигает временного сопротивления растяжению кладки при изгибе, следовательно:

$$\sigma_{кн}^{\sigma_{тр}} = \sigma_{кн}^{\sigma} + \frac{M_{тр}}{W_{кн}} = R_{рн}, \quad (42)$$

отсюда:

$$M_{тр} = (R_{рн} - \sigma_{кн}^{\sigma}) \cdot W_{кн}. \quad (43)$$

или, если задана $M_{гр}$:

$$\sigma_{кн}'' = R_{гн} - \frac{M_{гр}}{W_{кн}} \quad (44)$$

Рассмотрим теперь необходимые условия, которые нужно выполнить при проектировании напряженно-армированной кладки.

1. С целью обеспечения трещиностойчивости кладки в момент спуска натяжений следует принять:

$$\sigma_{кн}'' = -\sigma_{ан}'' \cdot \mu_n \cdot U_k + \sigma_{ан}'' \cdot \mu_n \cdot (U_k - 2) \leq 0 \quad (45)$$

Отсюда вытекает:

$$F_{ан} \geq \frac{\sigma_{ан}''}{\sigma_{ав}''} \cdot \beta \cdot F_{ан} \quad (46)$$

где

$$\beta = \frac{1 - 3 \cdot \frac{a}{h}}{2 - 3 \cdot \frac{a}{h}} \quad (47)$$

Исходя из условия минимального армирования сжатой зоны, следует принять треугольную эпюру предварительного сжатия кладки с вершиною в крайнем верхнем волокне кладки.

В этом случае: $\sigma_{кн}'' = 0$,

$$F_{ан} = \frac{\sigma_{ан}''}{\sigma_{ав}''} \cdot \beta \cdot F_{ан} \quad (48)$$

При совместном решении ур. (48) и (13)

$$\sigma_{кн}'' = -\sigma_{ан}'' \cdot \mu_n \cdot \Delta \quad (49)$$

где

$$\Delta = \frac{6 \cdot (1 - 2 \cdot \frac{a}{h})}{2 - 3 \cdot \frac{a}{h}} \quad (50)$$

2. Так как верхняя арматура является монтажной и в эксплуатационный период подвергается сжатию, то можно ее предварительное напряжение приблизить к пределу текучести.

На основании опытов ЦНИПС рекомендуется принимать [2]:

$$\sigma_a'' \leq 0,9 \cdot \sigma_T \quad (51)$$

Принимая максимальное значение, будем иметь:

$$\sigma_{ан}'' = 0,9 \cdot \sigma_T \quad (52)$$

Тогда из ур. (48) имеем:

$$F_{ан} = \frac{\sigma_{ан}''}{0,9 \sigma_T} \cdot \beta \cdot F_{ан} \quad (53)$$

$$\sigma''_{ан} = - \frac{F_{ан}}{F_{ав}} \cdot \beta \cdot \sigma''_{ан} \quad (54)$$

3. Во избежание раннего образования трещин в растянутой зоне кладки необходимо, чтобы в процессе загрузки балки напряжения в нижней арматуре не достигли предела текучести раньше, чем образуются трещины в указанной зоне, то-есть чтобы

$$\sigma''_{ан} + \frac{M_{тр}}{W_{ан}} \leq \sigma_T \quad (55)$$

Отсюда:

$$\sigma''_{ан} \leq \sigma_T - \frac{M_{тр}}{W_{ан}} \quad (56)$$

Пользуясь выражениями (56) (43) (49) (36) (37), после ряда преобразований находим величину предварительного напряжения нижней арматуры:

$$\sigma''_{ан} = - \frac{\sigma_T - n \cdot R_{рн}}{1 + n \cdot \mu_n \cdot \Delta} \quad (57)$$

Для приближенных подсчетов можно принять:

$$\sigma''_{ан} = \frac{\sigma_T}{1 + 3 \cdot n \cdot \mu_n} \quad (58)$$

4. Для того, чтобы гарантировать кладку от разрушения в процессе передачи на нее предварительного натяжения, нужно ограничивать величину предварительного обжатия кладки. На основании опытных данных мы можем исходить из следующего условия [2, 3]:

$$\sigma''_{кн} = - \sigma''_{ан} \cdot \mu_n \cdot \Delta < 0,7 \cdot R_{кл} \quad (59)$$

Отсюда: $\sigma''_{ан} = - \frac{0,7 \cdot R_{кл}}{\Delta \cdot \mu_n}$ или $\sigma''_{ан} = - \frac{R_{кл}}{4 \cdot \mu_n}$ (60)

Итак, для степени предварительного натяжения арматуры мы получили две формулы, из коих (57) выведена по пределу текучести арматуры, вторая (60) — по пределу прочности кладки. Для одновременного выполнения обоих условий, надо в расчетах принять меньшее значение.

5. Для обеспечения сопротивляемости кладки главным напряжениям до момента образования трещины в растянутой зоне кладки, необходимо выполнить еще следующие условия [2].

$$\sigma_{с.р.тр.} < R_p \quad (61)$$

$$\sigma_{с.с.тр.} < R_{кл} \cdot \frac{K_{тр}}{1,8} \quad (62)$$

Как известно:

$$\sigma_{\text{гр}} = \frac{1}{2} \left(\sigma_{\text{ко}} \pm \sqrt{\sigma_{\text{ко}}^2 + 4 \cdot \tau^2} \right), \quad (63)$$

где
$$\tau = \frac{Q_{\text{гр}} \cdot S_{\text{пр}}}{J_{\text{пр}} \cdot b}, \quad (64)$$

$$S_{\text{пр}} = \frac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot F_{\text{ав}} \cdot (x - a). \quad (65)$$

Из фиг. (3) вытекает, что:

$$\sigma_{\text{ко}} = \sigma_{\text{кв}}'' + (\sigma_{\text{кн}}'' - \sigma_{\text{кв}}'') \cdot \frac{x}{h}; \quad (66)$$

при треугольной эпюре, когда $\sigma_{\text{кв}}'' = 0$, получим:

$$\sigma_{\text{ко}} = \sigma_{\text{кн}}'' \cdot \frac{x}{h}. \quad (67)$$

Для упрощения расчета нами составлена таблица значений $U_{\text{к}}$, $U_{\text{с}}$, β и Δ в зависимости от $\eta = \frac{a}{h}$ (см. табл. 1), а также таблица для подбора прямоугольных сечений на основе формулы $k \cdot M = b \cdot h_0^2 \cdot R_{\text{н}} \cdot \alpha \cdot (1 - 0,5\alpha)$ (см. табл. 2).

Для проверки правильности наших теоретических предпосылок, а также для выяснения возможности практического осуществления напряженно-армированных конструкций из каменных блоков, нами были проведены экспериментальные исследования над балками из напряженно-армированных туфовых блоков. Результаты этих исследований, которые мы надеемся опубликовать, подтвердили наши теоретические предпосылки, а также доказали применимость выведенных выше формул к указанным конструкциям. В заключение необходимо отметить, что наши предпосылки, а также выведенные формулы могут быть применены и для напряженно-армированных конструкций из бетонных блоков, а также для преднапряженных железобетонных конструкций.

Институт Стройматериалов и Сооружений
Академии Наук Арм. ССР.

Поступила 30 III 1948.

ЛИТЕРАТУРА

- 1) Столяров Я. В.—Введение в теорию железобетона. 1941. Москва.
- 2) ЦНИПС—Инструкция по проектированию предварительно-напряженных железобетонных конструкций и указания по их изготовлению (проект) 1948. Москва.
- 3) Шаганян С. А.—Напряженно-армированные каменные конструкции (Исследования работы балок из напряженно-армированной туфовой кладки) 1947. (диссертация).

Таблица 1

Для расчета предварительно напряженных элементов прямоугольного сечения

η	U_x	U_a	β	Δ
0,00	4,00	4,00	0,50	3,00
0,01	3,94	3,88	0,49	2,99
0,02	3,88	3,76	0,49	2,97
0,03	3,82	3,65	0,48	2,95
0,04	3,76	3,54	0,47	2,94
0,05	3,70	3,43	0,46	2,92
0,06	3,64	3,33	0,45	2,90
0,07	3,58	3,22	0,44	2,88
0,08	3,52	3,12	0,43	2,86
0,09	3,46	3,02	0,42	2,85
0,10	3,40	2,92	0,41	2,83
0,11	3,34	2,83	0,40	2,80
0,12	3,28	2,74	0,39	2,78
0,13	3,22	2,64	0,38	2,76
0,14	3,16	2,56	0,37	2,73
0,15	3,10	2,47	0,36	2,71
0,16	3,04	2,39	0,34	2,69
0,17	2,98	2,31	0,33	2,66
0,18	2,92	2,23	0,32	2,63
0,19	2,86	2,15	0,30	2,60
0,20	2,80	2,08	0,29	2,57

$$\eta = \frac{a}{h}$$

$$U_x = 2 \cdot (2 - 3\eta)$$

$$U_a = 1 + 12(0,5 - \eta)^2$$

$$\beta = \frac{1 - 3\eta}{2 - 3\eta}$$

$$\Delta = \frac{6 \cdot (1 - 2\eta)}{2 - 3\eta}$$

Таблица 2

Для подбора прямоугольных сечений по формуле
 $K \cdot M = b \cdot h_0^2 \cdot R_n \cdot \alpha \cdot (1 - 0.5 \cdot \alpha)$.

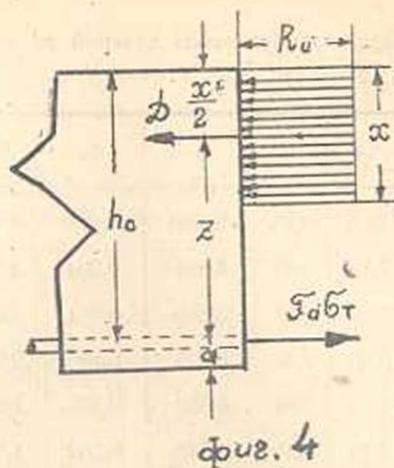
α	γ_0	S_0	C_0	α	γ_0	S_0	C_0
0,01	0,995	0,010	10,00	0,26	0,870	0,226	2,10
0,02	0,990	0,020	7,11	0,27	0,865	0,234	2,07
0,03	0,985	0,030	5,82	0,28	0,860	0,241	2,04
0,04	0,980	0,039	5,05	0,29	0,855	0,248	2,01
0,05	0,975	0,049	4,53	0,30	0,850	0,255	1,98
0,06	0,970	0,058	4,15	0,31	0,845	0,262	1,95
0,07	0,965	0,068	3,85	0,32	0,840	0,269	1,93
0,08	0,960	0,077	3,61	0,33	0,835	0,276	1,90
0,09	0,955	0,086	3,41	0,34	0,830	0,282	1,88
0,10	0,950	0,095	3,24	0,35	0,825	0,289	1,86
0,11	0,945	0,104	3,10	0,36	0,820	0,295	1,84
0,12	0,940	0,113	2,98	0,37	0,815	0,302	1,82
0,13	0,935	0,122	2,87	0,38	0,810	0,308	1,80
0,14	0,930	0,130	2,77	0,39	0,805	0,314	1,78
0,15	0,925	0,139	2,68	0,40	0,800	0,320	1,77
0,16	0,920	0,147	2,61	0,41	0,795	0,326	1,75
0,17	0,915	0,156	2,54	0,42	0,790	0,332	1,74
0,18	0,910	0,164	2,47	0,43	0,785	0,338	1,72
0,19	0,905	0,172	2,41	0,44	0,780	0,343	1,71
0,20	0,900	0,180	2,36	0,45	0,775	0,349	1,69
0,21	0,895	0,188	2,31	0,46	0,770	0,354	1,68
0,22	0,890	0,196	2,26	0,47	0,765	0,360	1,67
0,23	0,885	0,204	2,22	0,48	0,760	0,365	1,66
0,24	0,880	0,211	2,18	0,49	0,755	0,370	1,64
0,25	0,875	0,219	2,14	0,50	0,750	0,375	1,63

$$\alpha = \frac{F_n \cdot \sigma_r}{b \cdot h_0 \cdot R_n}$$

$$M = S_0 \cdot \frac{b \cdot h_0^2 \cdot R_n}{k}$$

$$z = \gamma_0 \cdot h_0$$

$$h_0 = C_0 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot M}{b \cdot R_n}}$$



Ս. Ա. Շահինյան

ՆԱԽԱԼԱՐՎԱԾ ԱՐՄԱՏՈՒՐՈՎ ԵՐԿԱՅԱՔԱՐ ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՑԻԱՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Քննության են առնված նախալարված արմատուրով երկաթաքար կոնստրուկցիաների լարված վիճակի երեք էտապ և դուրս են բերված հաշվարկի համար անհրաժեշտ բոլոր բանաձևերը: Որպես հիմք ծառայում են հետևյալ նախադրյալները. 1. Հեծանը նախադժվում է այնպես, որ շարվածքի մեջ, ինչպես նախնական լարման ընթացքում, այնպես և աշխատանքային էտապում, չառաջանան ձգող լարվածություններ, այսինքն ընդունվում է, որ շարվածքը նշված էտապներում դանվում է միաձույլ վիճակում, առանց ճաքերի: 2. Միաձույլ վիճակի ընթացքում, այսինքն մինչև ճաքերի առաջացումը, ձգված շերտում հեծանը դիտվում է իբրև առաձգական մարմին և կիրառվում են նյութերի դիմադրության սովորական օրենքները (Բեռնուլլիի հիպոթեզը, Հուկի օրենքը): 3. Սահմանային բեռնավորումը քայքայման ստադիայում ընդունվում է անկախ նախնական լարումից և որոշվում է ըստ Լոլեյտի հաշվարկային սխեմայի:

Հիշյալ նախադրյալների ճշտությունն ստուգելու համար, ինչպես նաև այսպիսի կոնստրուկցիաների պրակտիկ իրագործման հնարավորությունը պարզելու համար հեղինակը կատարել է էքսպերիմենտալ հետազոտություն՝ տուֆաբլոկներից կազմված և նախալարված արմատուր ունեցող հեծանների վրա: Այդ հետազոտության արդյունքները, որոնք կհանձնվեն սպազբուժյան, հաստատել են ընդունված տեսական նախադրյալները և ապացուցել դուրս բերված բանաձևերի կիրառելիությունը նշված կոնստրուկցիաների հաշվարկի համար:

Հեղինակի ընդունած նախադրյալները, ինչպես նաև ստացված հաշվարկային բանաձևերը կարող են կիրառվել նաև բետոնե բլոկներից կազմված նախալարված արմատուրով հեծանների, ինչպես և նախալարված երկաթաբետոն կոնստրուկցիաների հաշվարկի համար:

ТЕОРИЯ СООРУЖЕНИЙ

З. А. Ацагорян

**К расчету железобетонных конструкций
на жесткость**

Как известно, Нормы проектирования железобетонных конструкций не требуют специального расчета на жесткость. Для обеспечения надлежащей жесткости изгибаемых конструкций Нормы лишь ограничивают отношение толщины конструкций к ее пролету ($\frac{h}{l}$). Покажем, что при таком ограничении допустимая жесткость конструкций меняется в широких пределах.

Жесткость изгибаемых конструкций, как известно, характеризуется величиной относительного прогиба ($\frac{i}{l}$) при расчетной нагрузке. Прогиб изгибаемых элементов (i) при равномерно-распределенной расчетной нагрузке (q) выражается формулой

$$i = \beta_1 \frac{q l^4}{EJ}, \quad (1)$$

где β_1 — коэффициент, зависящий от условий опирания элемента, J — момент инерции поперечного сечения элемента, принятого как однородное бетонное (арматурой пренебрегается),

E — модуль упругости бетона для изгибаемых элементов, принимаемый согласно Нормам.

Величины модуля упругости в Нормам приняты условные, учитывающие трещинообразование в растянутой зоне бетона, и выведены из опытов путем приравнивания теоретических прогибов фактическим [1,2]. Конечно, эти величины нуждаются еще в уточнении, в особенности для различных видов легких бетонов. Подобная задача входит в тематический план Института Стройматериалов и Сооружений Академии Наук Арм. ССР.

Подставляя в формулу (1)

$$J = \psi b h^3,$$

где ψ — коэффициент, зависящий от формы сечения (для прямоугольного $\frac{1}{12}$), b и h — ширина и полная высота сечения, получим:

$$\frac{f}{l} = \frac{\beta_1 \left(\frac{q}{b}\right)}{\phi E \left(\frac{h}{l}\right)^3} \quad (2)$$

Из этой формулы видно, что при соблюдении данного предельного значения $\frac{h}{l}$, жесткость элемента прямо пропорциональна нагрузке на единицу ширины элемента $\left(\frac{q}{b}\right)$ и обратно пропорциональна модулю упругости бетона.

Нагрузка на единицу ширины элемента может меняться в широких пределах (например для плит обычно от 300 до 900 кг/м², т. е. трехкратное изменение), модуль упругости бетонов различных марок (как тяжелого, так и легкого бетонов) также меняется широко: двукратно и более. Следовательно допустимая жесткость элемента по формуле (2) при соблюдении ограничений Норм меняется в весьма широких пределах. Например, для плит при 3-кратном изменении нагрузки и 2-кратном изменении модуля упругости получается 6-кратное изменение допустимой жесткости. Для балок эта изменчивость еще больше (не менее чем десятикратное). Ясно, что при таком параметре жесткости элемента, как $\frac{h}{l}$, невозможно назначить такую его предельную величину, чтобы избежать чрезмерной зыбкости конструкций в одних случаях и чрезмерной жесткости в других.

Более удобным параметром является процент армирования элемента.

Действительно, подставляя в расчетную формулу

$$h_0 = r \sqrt{\frac{kM}{b}}$$

значение изгибающего момента

$$M = \beta q l^2,$$

где β —коэффициент, зависящий от условия опирания элемента, а также выразив рабочую высоту сечения через полную

$$h_0 = \frac{h}{\eta},$$

получим:

$$h = r\eta \sqrt{\frac{\beta q l^2 k}{b}},$$

откуда

$$\frac{h}{l} = r\eta \sqrt{\frac{\beta q k}{b}} \quad (3)$$

Подставляя это значение в формулу (2), получим:

$$\frac{i}{l} = \frac{\beta_1}{\eta^3 \psi E \gamma^3 \sqrt{\beta^2 k^2} \sqrt{\frac{q}{b}}} \quad (4)$$

Из этой формулы видно, что при определенном коэффициенте высоты γ , чему соответствует определенный процент армирования, жесткость элемента обратно пропорциональна квадратному корню от нагрузки на единицу ширины. Следовательно, в случае ограничения процента армирования, допускаемая жесткость будет колебаться в более узких пределах, а именно при изменении нагрузки (для плит) от 300 до 900 кг/м², изменение жесткости будет в $\sqrt{3}=1,7$ раз. Изменение же модуля упругости в некоторой мере компенсируется γ^3 , изменяющимся при этом в обратном направлении. В итоге вместо шестикратного изменения допускаемой жесткости для плит в этом случае максимальное изменение не превышает двух раз.

Для более точного ограничения жесткости можно дать таблицы предельных процентов армирования в зависимости от нагрузки и марок бетона, по типу приводимых дальше.

Установление предельного процента армирования из условия жесткости является более целесообразным также с точки зрения удобства расчета, т. к. по новой теории расчета обычно приходится заранее задаваться процентом армирования из условия экономики. При этом можно остановиться на меньшем из процентов армирования, определяемых обоими условиями. В случае же пользования параметром $\frac{h}{l}$, лишь в конце расчета выясняется вопрос достаточной жесткости конструкции, что может потребовать перерасчета.

Какая минимальная жесткость может быть допущена для железобетонных конструкций? В старой литературе по железобетону допускаемой величиной относительного прогиба считалась 1/1000 или, в крайнем случае, 1/750. Для легкого железобетона проф. Ю. Я. Штаерманом и инж. В. А. Сосулиным [3] дан график для определения допускаемой относительной толщины плит, исходя из величины относительного прогиба 1/750.

В Инструкции по легкому железобетону, составленной М. З. Симоновым [4], допускается относительный прогиб от полезной нагрузки не больше 1/750 и от полной нагрузки не больше 1/500.

Какие же прогибы получаются по Нормам (ОСТ 90003—38, У—37.—42)?

По подсчетам Таля и Костюковского [5] для балок и прогонов из тяжелого железобетона получается следующая картина максимальных прогибов при предельном армировании: (см. табл. 1).

Отношение величины прогиба к расчетному пролету для балок из тяжелого железобетона.

Таблица 1

Назначение балок	$\frac{h}{l}$	Балки однопролетные			Балки многопролетные					
		Марки бетона								
		110	140	170	110		140		170	
				$\frac{p}{k} = 0$	3	0	3	0	3	
Главные	1/15	$\frac{1}{320}$	$\frac{1}{300}$	$\frac{1}{290}$	$\frac{1}{450}$	$\frac{1}{370}$	$\frac{1}{390}$	$\frac{1}{380}$	$\frac{1}{380}$	$\frac{1}{320}$
Второстепенные	1/20	$\frac{1}{280}$	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{370}$	$\frac{1}{310}$	$\frac{1}{340}$	$\frac{1}{290}$	$\frac{1}{340}$	$\frac{1}{280}$

Как видно из этой таблицы, при ограничениях Норм в отношении жесткости, все же получаются довольно значительные прогибы, превышающие даже величины, допускаемые для деревянных конструкций. Ссылка на получение меньших деформаций в действительности, ввиду отличия расчетных схем от действительных условий работы железобетонных конструкций, не является достаточной, ибо такое явление может иметь место не во всех случаях.

Посмотрим, какие наибольшие прогибы получаются по Нормам в плитах. Для этого, прежде всего, выведем формулу наибольших прогибов, пользуясь формулой (2).

Принимая наибольшую характеристику сечения $\alpha = 0,5$, подставим это значение в основную расчетную формулу для изгибаемых элементов:

$$kM = bh_0^2 R_n \alpha (1 - 0,53\alpha),$$

тогда

$$kM = 0,367 bh_0^2 R_n.$$

Приравнявая

$$kM = k\beta q l^2,$$

имеем

$$0,367 bh_0^2 R_n = k\beta q l^2,$$

откуда

$$\frac{q}{b} = \frac{0,367 h_0^2 R_n}{k\beta l^2}.$$

Подставим это значение $\frac{q}{b}$ в формулу (2), одновременно заменив h_0 через $\frac{h}{\eta}$, тогда

$$\max \frac{f}{l} = \frac{0,367 \beta_1 R_n}{\eta^2 k \psi \beta E \frac{h}{l}} \quad (5)$$

Принимая $\psi = \frac{1}{12}$ (для прямоугольных сечений), $\eta = 1,25$ (для плит),
 $\beta = \frac{1}{8}$ и $\beta_1 = \frac{5}{384}$ (для свободно опертых балочных элементов), а
 также $\kappa = 2$, получим:

$$\max \frac{f}{l} = 0,1468 \frac{R_n}{E \frac{h}{l}} \quad (5a)$$

По этой формуле подсчитаны нами наибольшие прогибы при
 условии ограничения $\frac{h}{l} > \frac{1}{35}$ для тяжелого железобетона и $\frac{h}{l} > \frac{1}{25}$
 для легкого железобетона в соответствии с Нормами.* Результаты
 подсчетов сведены в приводимую ниже таблицу 2.

Таблица 2

Марки бетона	25	50	70	90	110	140	170	200
Тяжелый железобетон	—	—	—	$\frac{1}{238}$	$\frac{1}{222}$	$\frac{1}{206}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{195}$
Легкий железобетон**	$\frac{1}{179}$	$\frac{1}{153}$	$\frac{1}{135}$	$\frac{1}{121}$	$\frac{1}{117}$	—	—	—

Как видно из этих подсчетов, Нормами допускаются для плит
 весьма большие прогибы. Правда, эти цифры соответствуют случаю
 максимального армирования, однако для обычно принимаемых про-
 центов армирования, как увидим ниже, также получаются значитель-
 ные прогибы. Для ясности картины нами произведен подсчет от-
 носительных прогибов свободно-опертых балочных плит в зависи-
 мости от полной нагрузки на плиту. Подсчеты сделаны по формуле

(2), полагая $\beta_1 = \frac{5}{384}$, $\psi = \frac{1}{12}$ и $b=1$. Одновременно вычислены полу-
 чающиеся при этом величины процентов армирования, пользуясь
 формулой (3) и расчетными таблицами. Результаты подсчетов при-
 водим в таблице 3.

* По Нормам 1938 г. и 1942 г. (ОСТ 90003-38 и У-37-42). В нормах Мини-
 стрства строительства предприятий тяжелой индустрии 1946 г. (Н-2-46) вообще
 нет указаний о жесткости элементов.

** Если при ограничении $\frac{h}{l} > \frac{1}{25}$ (в соответствии с У-37-42) расчет вести,
 исходя из величин модулей упругости, принятых в Нормам 1946 г. (Н-2-46), то
 прогибы получатся в пределах $\frac{1}{240} \div \frac{1}{187}$.

Таблица 3.

Вид железобетона	Марки бетона		Полная расчетная нагрузка q кг/м ²						
			300	400	500	600	700	800	900
Легкий железобетон	50	$\frac{f}{l}$	1/382	1/287	1/230	1/191	1/164	1/157	1/166
		$\mu^0/\%$	0,32	0,44	0,58	0,73	0,90	1,00	1,00
	70	$\frac{f}{l}$	1/478	1/358	1/277	1/239	1/205	1,179	1/160
		$\mu^0/\%$	0,31	0,42	0,54	0,67	0,80	0,95	1,10
	90	$\frac{f}{l}$	1/546	1/410	1/328	1/273	1/234	1/205	1/182
		$\mu^0/\%$	0,30	0,41	0,52	0,65	0,77	0,90	1,03
	110	$\frac{f}{l}$	1/640	1/481	1/385	1/321	1/275	1/240	1/214
		$\mu^0/\%$	0,30	0,41	0,52	0,63	0,75	0,87	0,99
Тяжелый железобетон	90	$\frac{f}{l}$	1/549	1/412	1/330	1/275	1/235	1/254	1/270
		$\mu^0/\%$	0,63	0,82	1,15	1,46	1,80	1,80	1,80
	110	$\frac{f}{l}$	1/624	1/468	1/375	1/312	1/267	1/234	1/227
		$\mu^0/\%$	0,62	0,80	1,11	1,34	1,66	2,05	2,20
	140	$\frac{f}{l}$	1/700	1/524	1/419	1/349	1/300	1/263	1/233
		$\mu^0/\%$	0,61	0,78	1,08	1,33	1,53	1,90	2,2
	170	$\frac{f}{l}$	1/800	1/600	1/480	1/400	1/343	1/300	1/267
		$\mu^0/\%$	0,60	0,78	1,05	1,30	1,55	1,83	2,10
200	$\frac{f}{l}$	1/900	1/675	1/540	1/450	1/385	1/337	1/300	
	$\mu^0/\%$	0,60	0,78	1,05	1,29	1,50	1,78	2,03	

Таблица 3 показывает, что:

1. Допускаемый прогиб не постоянен и колеблется в весьма широких пределах.

2. Величины допускаемых прогибов значительны не только при предельном армировании, но и при обычных процентах армирования и при обычных нагрузках.

3. Ограничение относительной толщины конструкции по Нормам не дает возможности применять высокие и даже обычные проценты армирования при малых нагрузках.

Исходя из вышеизложенного, мы считаем более целесообразным для обеспечения надлежащей жесткости железобетонных конструкций назначать соответствующие предельные проценты армирования взамен принятого ограничения относительной толщины. Для этого необходимо задаться величиной допускаемого относительного прогиба. Как мы уже увидели, наши Нормы по железобетону допускают прогибы, во многих случаях превосходящие таковые для деревянных конструкций. Нам кажется, что не следовало бы перейти предел, установленный для деревянных конструкций из условия сохранности штукатурки*. Этим пределом для междуэтажных перекрытий по Нормам и Техническим Условиям проектирования деревянных конструкций (ОСТ 90001-38) является относительный прогиб

$$\frac{f}{l} = \frac{1}{350}$$

Основываясь на этой величине, дадим значения предельного армирования из условия жесткости. Из формулы (4) имеем:

$$r = \frac{1}{\eta \sqrt{\beta k}} \sqrt[3]{\frac{\beta_1}{\frac{f}{l} \psi E \sqrt{\frac{q}{b}}}} \quad (4a)$$

Для свободно опертых балочных плит, подставляя $\beta = \frac{1}{8}$,

$$\beta_1 = \frac{5}{384}, \quad \psi = \frac{1}{12}, \quad \eta = 1,25, \quad b = 1, \quad \frac{f}{l} = \frac{1}{350}, \quad k = 2,$$

имеем

$$r = 28,3 \sqrt[3]{\frac{1}{E \sqrt{q}}} \quad (4^6)$$

* Конечно при этом в железобетонных конструкциях действительная жесткость будет несколько выше, ввиду неучитываемых в расчете факторов; однако это следует считать нормальным, ибо к железобетонным конструкциям должны быть предъявлены большие требования в отношении жесткости, с целью уменьшения трещинообразования. Вообще говоря, вопрос о величине допускаемого прогиба железобетонных конструкций должен быть специально проработан. Эта величина должна быть нормирована дифференцированно для конструкций различного назначения.

где q — выражено в $кг/м^2$,
 E — в $кг/см^2$.

Определяя по формуле (4⁶) предельные величины коэффициента высоты, можно по обычным расчетным таблицам найти соответствующие предельные величины процента армирования. На основе такого расчета ниже, в таблицах 4 и 5, даны предельные проценты армирования свободно-опертых балочных плит из легкого и тяжелого железобетона при различной интенсивности нагрузки.

Таблица 4

Предельные проценты армирования для свободно-опертых балочных плит из легкого железобетона по условию жесткости (при $\frac{f}{l} = \frac{1}{350}$)

q $кг/м^2$	μ % для марок бетона:			
	50	70	90	110
300	0,34	0,39	0,42	0,46
400	0,38	0,43	0,46	0,52
500	0,41	0,47	0,50	0,56
600	0,44	0,50	0,54	0,60
700	0,47	0,53	0,57	0,63
800	0,50	0,56	0,60	0,66
900	0,52	0,58	0,63	0,69

Таблица 5

Предельные проценты армирования для свободно-опертых плит из тяжелого железобетона по условию жесткости (при $\frac{f}{l} = \frac{1}{350}$)

q $кг/м^2$	μ % для марок бетона:				
	90	110	140	170	200
300	0,88	0,94	1,00	1,10	1,18
400	1,00	1,06	1,10	1,22	1,30
500	1,10	1,16	1,20	1,33	1,42
600	1,18	1,24	1,30	1,43	1,53
700	1,26	1,32	1,39	1,51	1,62
800	1,33	1,40	1,46	1,58	1,70
900	1,40	1,47	1,53	1,65	1,78

Принимая упрощение такого же характера как и в Нормам, можно установить предельные проценты армирования плит независимо от нагрузки и марок бетона. Так, в случае свободно-опертых балочных плит, на основании таблиц 4 и 5, можно, например, установить:

для легкого бетона—0,4%,

для тяжелого бетона—1,0%.

При этом колебания допускаемого относительного прогиба будут в более узких пределах, чем по Нормам, при чем меньшие прогибы будут соответствовать большим нагрузкам, что более целесообразно, чем наоборот, как это имеет место по Нормам.

Любопытно отметить, что одни и те же предельные проценты армирования могут быть приняты как для свободно-опертых, так и для защемленных или неразрезных плит.

Действительно, из формулы (4) видно, что при изменении условий опирания относительный прогиб при данном проценте армирования и при прочих равных условиях зависит от соотношения коэффициентов

$$\frac{\beta_1}{\beta^{3/2}}$$

Для свободно-опертой балочной плиты

$$\frac{\beta_1}{\beta^{3/2}} = \frac{5}{384 \left(\frac{1}{8}\right)^{3/2}} = 0,295.$$

Для балочной плиты, защемленной на опорах

$$\frac{\beta_1}{\beta^{3/2}} = \frac{1}{384 \left(\frac{1}{24}\right)^{3/2}} = 0,306;$$

т. е. разница этих соотношений (или относительных прогибов) не превышает 4%.

Подсчеты показывают, что и в случаях упругой заделки (неразрезные плиты), при данном проценте армирования, величина наибольшего прогиба отличается мало от таковой, соответствующей случаю свободного опирания.

Для плит, опертых по контуру, получается несколько иная картина.

Пользуясь данными акад. Б. Г. Галеркина [6] о величине прогибов свободно-опертых по контуру плит (при коэффициенте Пуассона, равным нулю) и принятыми для расчета железобетонных плит таблицами Маркуса—Лезера, дающими величины наибольших изгибающих моментов для того же случая, получим:

При квадратной плите $\left(\frac{L}{l} = 1\right)$

$$\frac{\beta_1}{\beta^{3/2}} = \frac{0,00406}{\left(\frac{1}{27,43}\right)^{3/2}} = 0,580;$$

при прямоугольной плите с отношением сторон $\frac{L}{l} = 2$

$$\frac{\beta_1}{\beta^{3/2}} = \frac{0,0101}{\left(\frac{1}{10,57}\right)^{3/2}} = 0,347.$$

Из этого следует, что для плит, опертых по контуру, величину предельного процента армирования в каждом направлении необходимо снизить по отношению к таковому для рабочего направления балочных плит. С целью обеспечения той же степени жесткости, что было нами принято выше для балочных плит $\left(\frac{l}{l} < \frac{1}{350}\right)$, в этом случае можно установить следующие пределы:

для легкого железобетона 0,3^{0/0},

для тяжелого железобетона 0,6^{0/0}.

При заделанных по контуру плитах,

когда

$$\frac{L}{l} = 1,$$

$$\frac{\beta_1}{\beta^{3/2}} = \frac{0,00126}{\left(\frac{1}{55,74}\right)^{3/2}} = 0,525,$$

когда

$$\frac{L}{l} = 2,$$

$$\frac{\beta_1}{\beta^{3/2}} = \frac{0,00253}{\left(\frac{1}{27,28}\right)^{3/2}} = 0,361.$$

Как видно, в этом случае также защемление опор не изменяет существенно величину прогибов при данном проценте армирования.

Аналогичным способом нами установлены предельные проценты армирования из условия жесткости для балок.

В нормах (У-37-42) рекомендуется толщину плит подобрать

так, чтобы величина $s_0 = \frac{kM}{R_n bh_0^2}$ была в следующих пределах:

а) для балочных плит 0,1—0,2;

б) для плит с перекрестной арматурой в каждом направлении 0,1—0,15.

Из основной расчетной формулы изгибаемых элементов

$$s_0 = \alpha(1 - 0,53\alpha),$$

откуда

$$\alpha = 0,94 - \sqrt{0,88 - 1,89s_0}.$$

Из этого уравнения получается:

для балочных плит при $s_0 = 0,2$ $\alpha = 0,23$;

так как $\max \alpha = 0,5$, то $\alpha = 0,46 \max \alpha$.

для плит с перекрестной арматурой при $s_0 = 0,15$ $\alpha = 0,165$;

так как $\max \alpha = 0,5$, то $\alpha = 0,33 \max \alpha$.

Указанные высшие пределы для плит, хотя они только рекомендуются и не являются обязательными, согласуются с установленными нами пределами при низких марках тяжелого бетона (90—110 кг/см²).

При высоких же марках тяжелого бетона и при легких бетонах указанные Нормами пределы являются высокими и не обеспечивают достаточную жесткость плит.

Мы считаем необходимым, исходя из условий жесткости, уточнить в Нормам величины предельного наивысшего армирования и сделать их обязательными.

В заключение покажем, что при расчете по „классической“ теории железобетона, исходящей из определенных допускаемых напряжений и постоянного значения модуля упругости бетона, ограничение $\frac{h}{l}$ действительно гарантирует заданную жесткость конструкции. Для этого подставим в формулу (2) значение $\frac{q}{b}$ из расчетной формулы по классической теории

$$h_0 = c_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = c_1 \sqrt{\frac{\beta q l^2}{b}}$$

где коэффициент c_1 определяется по допускаемым напряжениям. Получим:

$$\frac{f}{l} = \frac{\beta_1}{\psi \beta \eta^2 E c_1 \frac{l}{h}} \quad (6)$$

Величина $\frac{\beta_1}{\psi \beta \eta^2}$ для данного типа конструкции постоянна (например, для свободно-опертой балочной плиты 1,25, для свободно-опертой по контуру плиты 1,17 и т. д.). Следовательно, при постоянном E и c_1 относительный прогиб $\left(\frac{f}{l}\right)$ данного типа конструкции однозначно определяется относительной толщиной $\left(\frac{h}{l}\right)$.

Любопытно отметить, что подобную же зависимость дают Американские Нормы по железобетону, основывающиеся также на „классической“ теории.

При испытании железобетонных конструкций под пробной нагрузкой, равной 1,5 расчетной нагрузке, Американские Нормы 1945 г. [7] требуют, чтобы величина наибольшего прогиба не превосходила (в наших обозначениях)

$$i = \frac{l^2}{12000 h}$$

Эту формулу можно представить в виде

$$\frac{i}{l} = \frac{1}{12000} \frac{h}{l}, \quad (7)$$

т. е. относительный прогиб и относительная толщина конструкции связаны постоянным коэффициентом*. Это положение станет вполне понятным, если вспомнить, что по „классической“ теории при известных допускаемых напряжениях получается постоянный процент армирования (например при $\sigma_s = 50 \text{ кг/см}^2$, $\sigma_a = 1250 \text{ кг/см}^2$ и $n = 15$, всегда $\mu = 0,75\%$).

Из вышеизложенного вытекает, что ограничение относительной толщины конструкции, пригодное при расчете по „классической“ теории, недостаточно при расчете по новой теории железобетона.

Институт Стройматериалов и Сооружений
Академии Наук Арм. ССР

Поступило 21 VIII 1947.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мурашев В. И.*—Расчет железобетонных элементов по стадии разрушения. 1938, Москва.
2. Инструкция по применению Норм и Технич. Условий проектирования железобет. конструкций, 1940, Москва.
3. *Штаерман Ю. Я. и Сосулин Б. А.*—Графики для расчета легкого армобетона 1935, Тбилиси.
4. *Симонов М. З.*—Конструкции и сооружения из легкого железобетона. (Инструкция по проектированию и возведению), 1937, Тбилиси.
5. *Таль К. Э. и Костюковский М. Г.*—Расчет и конструирование элементов железобет. конструкций, 1941, Москва.
6. *Галеркин Б. Г.*—Упругие тонкие плиты, 1933 г. Москва—Ленинград.
7. Building Regulations for Reinforced Concrete (ACI 312-41), Journal of the Am. Concr. Inst., 1945, v. 16, № 6.
8. Proposed Revision of Building Regulations for Reinforced Concrete (ACI 318-41) Journal of the Am. Concr. Inst. 1946, v. 18, № 4.

* По проекту Американских Норм 1946 г. [8] эта же формула дается при пробной нагрузке, равной двойной полезной нагрузке и 1/2 собственного веса. Однако, при этом разрешаются прогибы, превышающие до трех раз величины, получающиеся по формуле (7), если остаточные прогибы невелики.

Զ. Ա. Հալազորձյան

ԵՐԿԱՔԱԲԵՏՈՆ ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՑԻԱՆԵՐԻ ԿՈՇՏՈՒԹՅԱՆ
ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՇՈՒՐՁ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Բալարար կոշտություն ապահովելու համար երկաթաբետոն կոնստրուկցիաների նախագծման նորմաները սահմանափակում են ծռման ենթակա կոնստրուկցիաների հաստության և նրանց թռիչքի հարաբերությունը: Քննությունը ցույց է տալիս, որ այդպիսի սահմանափակման դեպքում կոնստրուկցիաների թուլաբեկի կոշտությունը տատանվում է լայն սահմաններում, փոփոխվելով զանազան դեպքերի համար մինչև 6—10 անգամ: Առաջարկվում է կոշտության նոր պարամետր՝ երկաթաժորման տեղսը, որ տալիս է թուլաբեկի կոշտության շատ ավելի փոքր տատանումներ: Տրվում են երկաթաժորման տեղսի առավելագույն մեծությունները զանազան դեպքերի համար, ելնելով կոշտության պայմանից: Ապացուցվում է, որ այդ առավելագույն մեծությունները զորձնականորեն կախված չեն էլեմենտների հենման պայմաններից:

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

Г. И. Тер-Степанян

О влиянии формы и расположения частиц на процесс сдвига в грунтах

Автором в 1933—1934 г. г. были проведены экспериментальные исследования внутреннего трения грунтов. Они коснулись одного узкого и теоретически довольно интересного вопроса о влиянии формы и расположения частиц грунта на характер зависимости между сдвигающими напряжениями и соответствующими деформациями материала. Большая часть опытов была проведена над чистыми, измельченными в порошок минералами—слюдой и кварцем, физико-механические свойства которых более или менее ясно выражены и хорошо известны. Лишь небольшая часть опытов велась над естественными грунтами, картина сдвига в которых была осложнена содержанием в них обоях типов частиц—жестких, округлых и гибких, чешуйчатых. Эта картина прояснилась только после того, как предварительно была порознь выяснена роль каждого из этих двух компонентов грунта.

Результаты этого изучения были использованы автором в его кандидатской диссертации*. За недостатком места здесь опускается сводка, содержащая теоретические соображения, принятые автором в основу своей рабочей гипотезы.

Предметом исследования автора явилось изучение влияния формы и расположения частиц на протекание процесса сдвига. При этом целью исследования являлось не столько анализ конечного результата опыта, т. е. коэффициента внутреннего трения, сколько изучение самого процесса трения, т. е. характера зависимости между коэффициентом сдвига и соответствующими деформациями. Эти задачи определили требования как к принципиальной схеме прибора, так и к степени точности измерительных приборов. Для выбора принципиальной схемы прибора автором было проведено сравнительное изучение предложенных и описанных в литературе приборов для определения угла внутреннего трения грунтов. Данные этого исследования здесь не приводятся из-за недостатка места; они сведены в отдельную работу, представляющую собой описание и кри-

* Диссертация на тему «О внутреннем трении грунтов» защищена 27 мая 1939 г. в Ленинградском Институте инженеров коммунального строительства (быв. Институт гражданских инженеров).

тическую оценку свыше сотни приборов и методов испытания [3]. В результате этого изучения автор пришел к выводу, что лучшей принципиальной схемой, отвечающей целям исследования, является схема односрезного прибора.

1. Описание прибора

Для исследований применялся специальный прибор, представляющий собой измененную конструкцию одного из первых приборов этого типа, усовершенствованную автором. Рис. 1 и 2 дают представление об устройстве прибора. Несмотря на свою простоту, он отличается большой точностью и оказался вполне пригодным для целей экспериментирования.

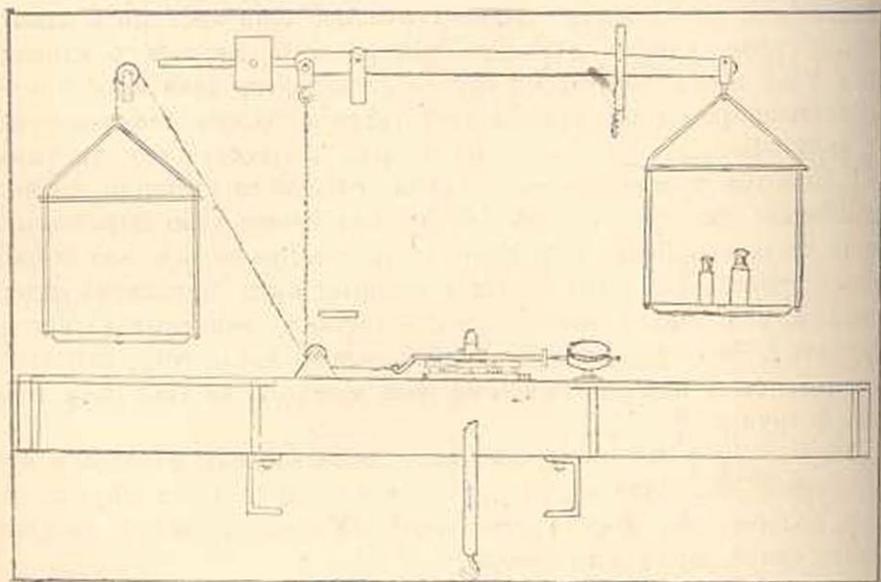


Рис. 1. Прибор для исследования внутреннего трения грунтов конструкции автора. Рычаг и правая платформа применяются при больших нагрузках, блок и левая платформа—при малых.

Средняя часть прибора состоит из цинковой ванны, на дне которой уложена бронзовая плитка, покрытая мелкой латунной сеткой. Под сеткой находится несколько слоев фильтровальной бумаги. Поверх плитки собирается формочка, состоящая из двух половинок и рамки.

Испытуемый грунт, при влажности несколько выше нижнего предела текучести, помещается в формочку и нагружается призмой с площадью 4×2 см; толщина слоя грунта—2—3 мм. Предварительно формочка обкладывается изнутри фильтровальной бумагой.

Призма состоит из двух частей; нижняя—обложена фильтровальной бумагой и заключена в латунную проволочную ванночку, верх-

вия—служит опорой для кольца с подвешенной вертикальной нагрузкой. Призма снабжена двумя стержнями, один из которых сообщает ей горизонтальное усилие, а на второй нажимает ножка индикатора, измеряющего горизонтальные деформации (цена деления 0,01 мм). На глаз отсчеты брались с точностью до 0,001 мм. Второй такой же индикатор измеряет вертикальные перемещения (осадки).

Небольшие горизонтальные усилия передаются призме через систему двух блоков. Для больших же нагрузок служит рычаг с отношением плеч 1:8; при этом отношении плеч гиря весом в 1 кг вызывает сдвигающее напряжение в 1 кг на кв. см.

Особенностью применяемого прибора является полное устранение поверхностного натяжения воды, почти полное устранение вредных сил трения в самом приборе и равномерное распределение нормальных и касательных усилий по поверхности среза.

Наиболее существенные отличия этого прибора от прибора Терцаги заключаются в следующем: 1. грунт, помещаемый в формочку, не может вытиснуться из-под нагруженной призмы, благодаря чему устраняется перекоп и фиксируется толщина слоя грунта; 2. горизонтальные усилия передаются призме в плоскости сетки, благодаря чему все усилия равномерно распределяются по сечению; 3. измерение деформации производится с большой степенью точности (до 1 микрона) и 4. специально разработанная система гирь с электрическим указателем контакта позволяет точно фиксировать время (до 1 секунды).

2. Методика испытания

Описанные ниже опыты были проведены, главным образом, над слюдяным и кварцевым порошками. Эти материалы были выбраны потому, что они в наиболее чистом виде выражают свойства различных типов частиц грунтов. Как известно, большинство грунтов состоит, в основном, из частиц двух родов—округлых и чешуйчатых.

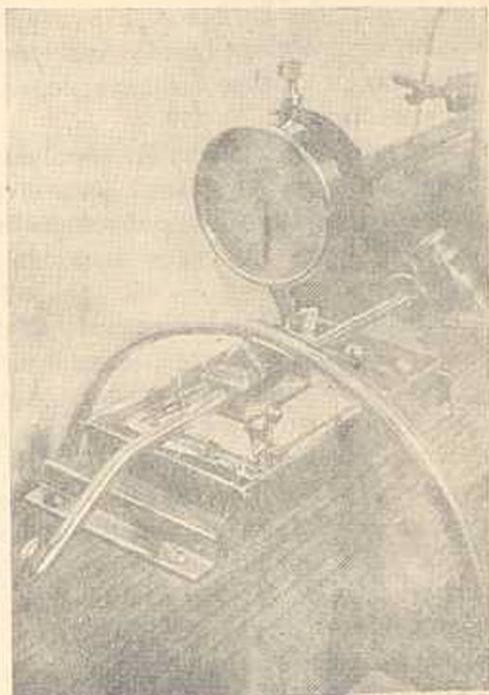


Рис. 2. Средняя часть прибора во время процесса уплотнения. Грунт еще находится в формочке: индикатор измеряет вертикальные деформации.

К первому типу относятся зерна кварца, полевого шпата и др. минералов; ко второму же типу относятся частицы минералов, обладающих слоистой сетчатой структурой, как слюда [4]. Автор рассчитывал, что экспериментированием над каждым видом материала порознь удастся резче выявить индивидуальные особенности каждого типа частиц.

Испытуемый слюдяной порошок был получен измельчением в фарфоровой ступке слюды флюопита из окрестностей Иркутска, кварцевый порошок — раздроблением чистого кварцевого песка из Вольска. В обоих случаях порошок был пропущен через сито с отверстием в 1 мм.

Способу укладки материала, в частности слюдяного порошка, в связи с задачами исследования, было уделено особое внимание. Слюдяной порошок укладывался двумя способами: хаотически или ориентированно. Хаотической была названа укладка навалом, когда плоскости чешуйчатых частиц в беспорядке располагаются в пространстве. Естественно, что после приложения вертикальной нагрузки, как бы осторожно и плавно она не прилагалась, происходит известная ориентация чешуйчатых частиц в направлении, перпендикулярном действию давления, и поэтому идеально-хаотическое расположение частиц недостижимо; цель заключалась в создании практически достижимой хаотической укладки частиц.

Ориентированной была названа укладка, при которой плоскости чешуйчатых частиц располагались преимущественно параллельно друг другу, обычно горизонтально. Ориентация слюдяных частиц достигалась просеиванием порошка с высоты [1,2]. Аналогичная картина ориентации чешуйчатых частиц получается при испытании в воде. Во время осаждения в воде чешуйчатые частицы опускаются, сохраняя горизонтальными свои плоские стороны; при этом, естественно, происходит самоориентация частиц. Поэтому результаты испытания влажного слюдяного порошка по своему характеру очень близки к результатам испытания сухого ориентированного порошка.

Результируется, что изложенное выше об ориентированной укладке материала не относится к кварцевому порошку с округлыми зернами.

Во всех описанных ниже опытах вертикальная нагрузка равнялась 1 кг на кв/см. Материал выдерживался под этой нагрузкой около 16 часов, кроме случаев, особо оговоренных ниже. Горизонтальная нагрузка обычно давалась ступенями, посредством гирек весом по 100 или 200 гр. Нагрузка увеличивалась через равные промежутки времени, обычно с интервалами от 1 до 5 минут. Записывались деформации по показаниям индикатора через 5, 15 и 30 секунд, 1, 2 и 5 минут. Отмечался характер сдвига: плавное движение, резкий скачок, затухание, полный срыв. Испытание доводилось до полного сдвига; иногда при этом призма продвигалась на несколько миллиметров.

Результаты наблюдений изображались графически в виде кривых зависимостей между напряжением и перемещением и между временем и деформацией. На графиках зависимости между напряжением и деформацией по оси абсцисс отложены коэффициенты сдвига или $k = \frac{q}{p}$, т. е. отношение горизонтального усилия q к вертикальному давлению p , а по оси ординат — перемещения в микронах.

Всего было произведено свыше 100 опытов. Все они дали сходные результаты; из них, во избежание повторений, в настоящей работе публикуются не более 20. Ни один из неопубликованных опытов не опровергает наблюдений и выводов, описанных ниже, и не наблюдалось ни одного явления, которое бы противоречило изложенной теории.

3. Опыты над сухим, хаотически уложенным слюдяным порошком

Опыты над сухим, хаотически уложенным слюдяным порошком во всех случаях привели к следующим результатам (рис. 3). До того,

как коэффициент сдвига достигает величины $k=0,175$, перемещения весьма малы и не превосходят 50—70 μ . Затем, после следующего приращения коэффициента сдвига, когда величина этого коэффициента достигает величины $k=0,200$, происходит резкое скачкообразное перемещение (около 100—150 μ). Последняя стадия кривой плавная. Если продолжить эту ветвь, то она проходит через начало координат. Таким образом, соотношение между коэффициентом сдвига k и перемещениями s для сухого, хаотически уложенного слюдяного порошка выражается двумя кривыми, одна из которых относится к начальной стадии испытания, а другая — к конечной. Приблизительно эти кривые могут быть выражены уравнением

$$s = a(e^{bk} - 1) \quad (1)$$

где a и b постоянные.

Известия I, № 2—12.

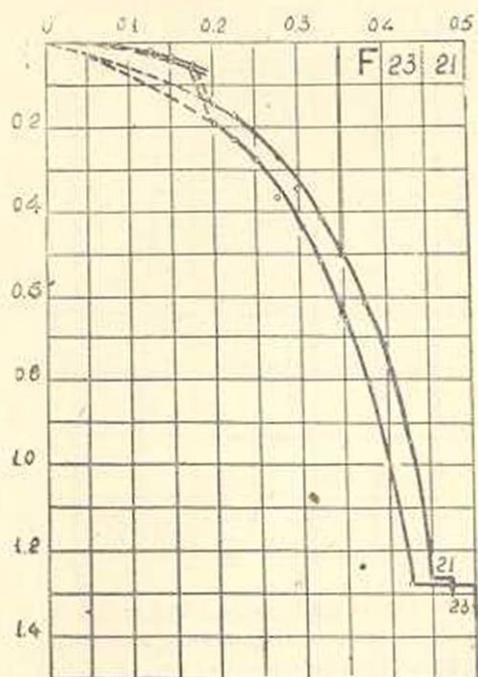


Рис. 3—Результаты опытов F21 и F23 над сухим, хаотически уложенным слюдяным порошком. Абсциссы—коэффициенты сдвига, ординаты—деформации в микронах. Скачок в интервале напряжений $k=0,175$ — $0,200$. Коэффициент трения $K_{\text{max}}=0,475$ — $0,500$

Переход от начальной кривой к конечной происходит скачкообразно, обычно в течение первых 3—7 секунд после приложения критической ступени коэффициента сдвига.

В тех случаях, когда перемещения в начальной стадии испытания меньше чем обычно, скачок происходит немного раньше (в интервале $\kappa=0,150-0,175$). С другой стороны, когда перемещения большие, чем обычно, скачки происходят позже (при $\kappa=0,200-0,225$).

Природа этих скачков выявилась после того, как были проведены испытания ориентированного материала.

4. Опыты над ориентированным слюдяным порошком

Результаты одного из опытов (F58) над ориентированным слюдяным порошком показаны на рис. 4. Кривая зависимости между коэффициентом сдвига и деформацией в начальной стадии весьма пологая и перемещения измеряются всего несколькими микронами,

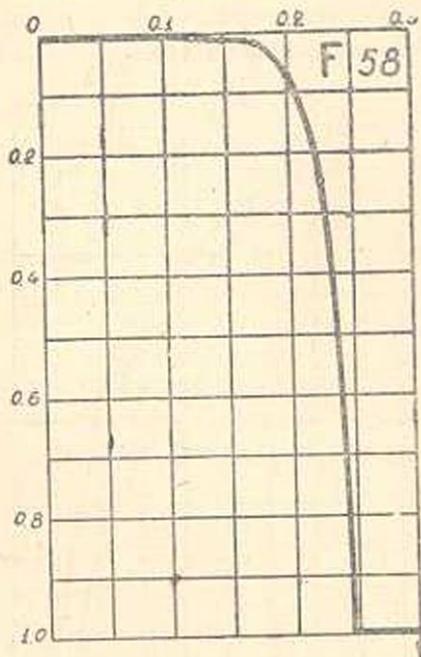


Рис. 4—Результаты опыта F58 над сухим, горизонтально-ориентированным слюдяным порошком. Обозначения см. рис. 3. Плавные деформации без скачков. Коэффициент трения $\kappa_{max}=0,30$.

т. е. гораздо менее тех перемещений, которые наблюдают при испытании неориентированного порошка.

В дальнейшей стадии опыта перемещения возрастают, и кривая постепенно переходит в крутую ветвь без всякого скачка. Аналогичная картина получается при испытании насыщенного водой порошка (рис. 5). Вследствие самоориентации частиц, кривые зависимости между коэффициентом сдвига и перемещениями для влажного слюдяного порошка напоминают кривые для сухого ориентированного материала. Весь процесс сдвига протекает весьма плавно.

Хотя вода в большинстве случаев действует как анти-смазка, уничтожая смазывающее действие загрязнений, однако, по отношению к слюдяным частицам она имеет смазывающее действие вследствие ориентации дипольных молекул в электрических полях трещин спайности [4]. Наши опыты подтвердили это явление: коэффициент внутреннего трения влажного слюдяного порошка в среднем был найден равным 0,35 вместо 0,45—0,50 для сухого порошка.

Анализируя вышеописанные опыты, автор пришел к следующим заключениям о природе сдвига в грунтах.

5. Теория избыточного коэффициента сдвига

В точках соприкосновения двух частиц грунта образуется твердый или полутвердый „мост сопротивления“, площадь которого определяется соотношением между давлением в точке контакта и временным сопротивлением материала на сжатие. Сопротивление сдвигу создается этими мостами сопротивления в результате физико-химического взаимодействия. В грунтах и мелкозернистых порошках каждый тип расположения частиц характеризуется вполне определенной системой точек контакта между частицами и, следовательно, определенной структурой. Чем больше число точек контакта, тем меньше давление в каждой точке контакта и тем выше сопротивление структуры.

В ориентированном слоистом порошке частицы касаются друг друга своими плоскими сторонами. Поэтому, в этом случае число точек контакта значительно больше, чем в случае неориентированного материала и сопротивление структуры должно быть выше. Действительно, деформации в этом случае значительно меньше (рис. рис. 3 и 4).

Большие осложнения в картину вносятся медленностью выравнивания сдвигающих напряжений. Деформации происходят с затухающей скоростью в течение нескольких часов.

Так как деформации не могут происходить без соответствующего усилия и, с другой стороны, эти деформации затухают со временем, очевидно, что сдвигающие напряжения со временем уменьшаются; однако, внешнее усилие в течение промежутка времени между двумя ступенями нагрузки остается постоянным. Отсюда мы заключаем, что во время деформации происходит преобразование напряжений или, иными словами, напряжения переходят из одной формы в другую.

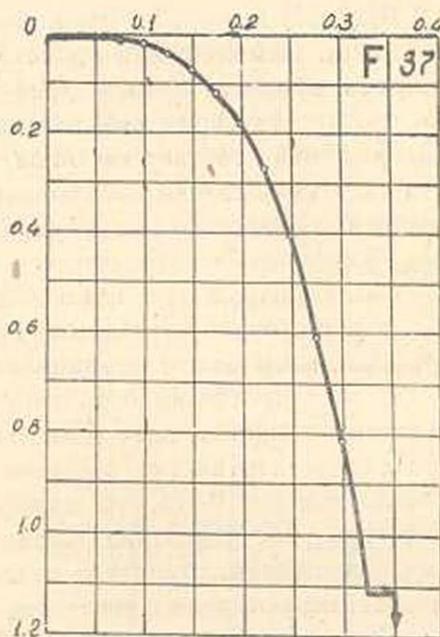


Рис. 5—Результаты опыта F37 над влажным слюдяным порошком. Обозначения—см. рис. 3. Благодаря самоориентации чешуйчатых частиц опыт протекает без скачков

Пусть κ_t будет полный коэффициент сдвига, т. е. общее касательное усилие, деленное на общее нормальное давление, и κ_a активный коэффициент сдвига. Активным коэффициентом сдвига κ_a называется коэффициент сдвига, соответствующий перемещениям на приведенной кривой испытания, т. е. на кривой зависимости между коэффициентом сдвига и деформациями в случае бесконечно медленного протекания опыта,

Разность $\kappa_e = \kappa_t - \kappa_a$ представляет собой избыточный коэффициент сдвига. Перемещения происходят под действием этого избытка. Во время процесса сдвига, требующего некоторое время, напряжения, соответствующие избыточному коэффициенту сдвига, переходят в напряжения, соответствующие активному коэффициенту сдвига, т. е. за счет уменьшения избыточного коэффициента сдвига происходит увеличение активного коэффициента сдвига. При этом равенство $\kappa_t = \kappa_a + \kappa_e$ должно сохраняться.

Когда приращения сдвигающего усилия происходят чаще, чем может происходить описанный переход напряжений из одной формы в другую, избыточный коэффициент сдвига может накапливаться.

Если сопротивляемость структуры является недостаточной по сравнению с накопленным избыточным коэффициентом сдвига, как это случается в хаотически уложенном слюдяном порошке, приблизительно, при $\kappa = 0,175$, то происходит скачкообразная перестройка структуры. Распределение частиц приравнивается к новым условиям напряжений, структура делается более устойчивой, т. е. частицы ориентируются под действием давления.

Структура ориентированного слюдяного порошка является наиболее устойчивой для этого материала и поэтому не возникает необходимости в какой-либо перестройке структуры. Вследствие этого процесс сдвига в ориентированном слюдяном порошке протекает плавно, без скачков.

6. Опыты над несовершенным уплотнившимся слюдяным порошком

Несколько опытов было проведено по следующему методу. Слюдяной порошок был хаотически уложен, затем сообщена вертикальная нагрузка и немедленно начат опыт на сдвиг.

Опыты показали, что перемещения сравнительно велики, но кривые идут весьма плавно, без скачков (рис. 6). В свете теории, изложенной выше, в этом случае одновременно происходят два процесса: выравнивание нормальных и выравнивание касательных напряжений внутреннего трения.

Активная часть обоих напряжений создается лишь со временем, и поэтому активный коэффициент сдвига (отношение между активными касательными и нормальным напряжением) гораздо выше, чем в

соответствующей стадии обычного опыта (рис. 3). Поэтому и перемещения должны быть выше (рис. 6).

С другой стороны, по тем же причинам, избыточный коэффициент сдвига должен быть ниже, чем в обычном опыте, и поэтому скачки не должны происходить, что и подтверждается произведенными опытами.

7. Опыты над кварцевым порошком

Рис. 7 изображает результаты опытов над сухим кварцевым порошком. Процесс сопровождается последовательной серией скачков. Первый скачок происходит при коэффициенте сдвига, равном $k=0,250$, следующие через меньшие интервалы. Это является результатом консервативности структуры песка, вследствие чего разрядка избыточных напряжений сопровождается, главным образом, скачкообразным, а не плавным перемещением частиц.

Аналогичная картина была получена в результате серий опытов, проведенных над тонкозернистой пылевато-глистой супесью—типичным Ленинградским пльвуном. Опыты показали довольно согласные результаты, подтверждающие вышесказанное.

Рис. 8 изображает результаты опыта над кварце-

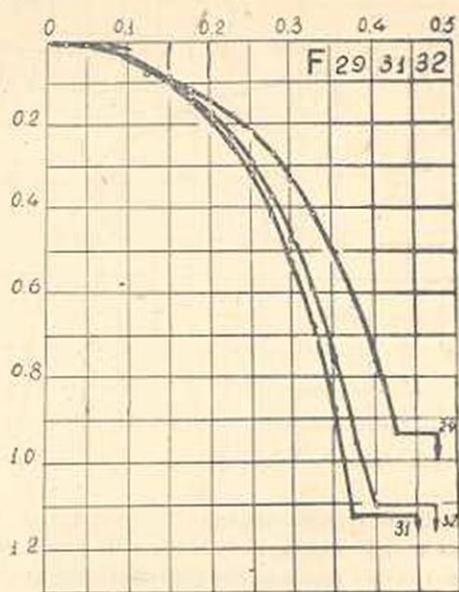


Рис. 6—Результаты опытов F 29, F 31 и F 32 над сухим хаотически уложенным слюдяным порошком, испытанным на сдвиг немедленно после приложения вертикальной нагрузки. Обозначения см. рис. 3. Благодаря небольшой величине избыточного коэффициента сдвига скачки не происходят. Коэффициент трения $K_{max}=0,450-0,475$

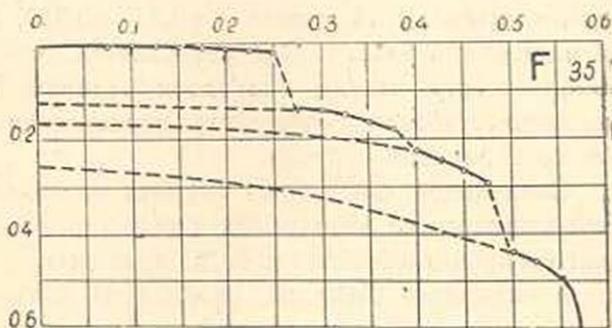


Рис. 7—Результаты опыта F 35 над сухим кварцевым порошком. Обозначения см. рис. 3. Плавная деформация до $k=0,250$. Далее участки плавных небольших деформаций, сменяемые участками резких скачкообразных смещений. Коэффициент трения $K_{max}=0,575$

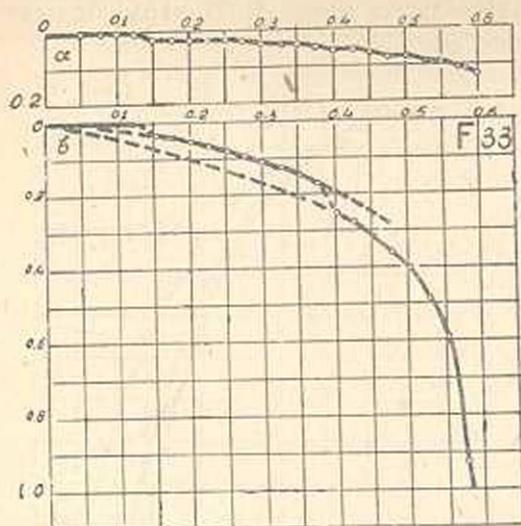


Рис. 8—Результаты опыта F 33 над сухим, кварцевым порошком, испытанным на сдвиг немедленно после приложения вертикальной нагрузки. Абсциссы—коэффициент сдвига, ординаты—вверху вертикальные и внизу горизонтальные деформации в микронах. Скачки происходят и в этом случае, но общий вид кривой более плавный, чем вид кривой опыта F 35 рис. 7.

стоянии он состоит из тонких песчаных и глинистых прослоев. Рис. 9 представляет собой результаты одного из опытов над перемятой ленточной глиной. Характер кривых зависимости между коэффициентом сдвига и деформацией легко объясним в свете вышеизложенного. Скачкообразная перестройка структуры происходит в интервале коэффициента сдвига $\kappa=0,325-0,350$. Дальнейшая часть кривой идет очень плавно. Следует указать, что здесь не наблюдалась самоориентация частиц благодаря наличию песчаных частиц, которые препятствовали свободному перемещению чешуйчатых частиц в массе перемятого грунта.

Следующий опыт (рис. 10) был проведен над серой, перемятой глиной по тому же методу, как и некоторые вышеописанные, а именно сдвиг был начат немедленно после приложения вертикальной нагрузки. Как и следовало ожидать, результаты оказались промежуточными между испытанием слюдяного и кварцевого порошков. Кривая зависимости между коэффициентом сдвига и деформацией показала большие перемещения, чем при испытании глины, в которой напряжения трения от действия вертикальной нагрузки успели выравняться к началу сдвига. Произошел один, сравнительно небольшой скачок в интервале коэффициента сдвига $\kappa=0,300-0,325$. Общий вид кривой довольно плавный.

вым порошком, причем сдвиг был начат немедленно после приложения вертикальной нагрузки. Несмотря на наличие скачков, которые также представлены здесь, кривая имеет в общем более плавное очертание. Как и раньше, деформации имеют большую величину, выше чем в случае, когда уплотнение было закончено до начала опыта на сдвиг (рис. 7).

8. Опыты над перемятой глиной.

Следующая серия опытов была проведена над перемятыми глинами. Испытуемый материал представлял собой типичную ленточную глину. В ненарушенном со-

Аналогичные результаты были получены при испытании более тяжелой коричневой перемятой ленточной глины.

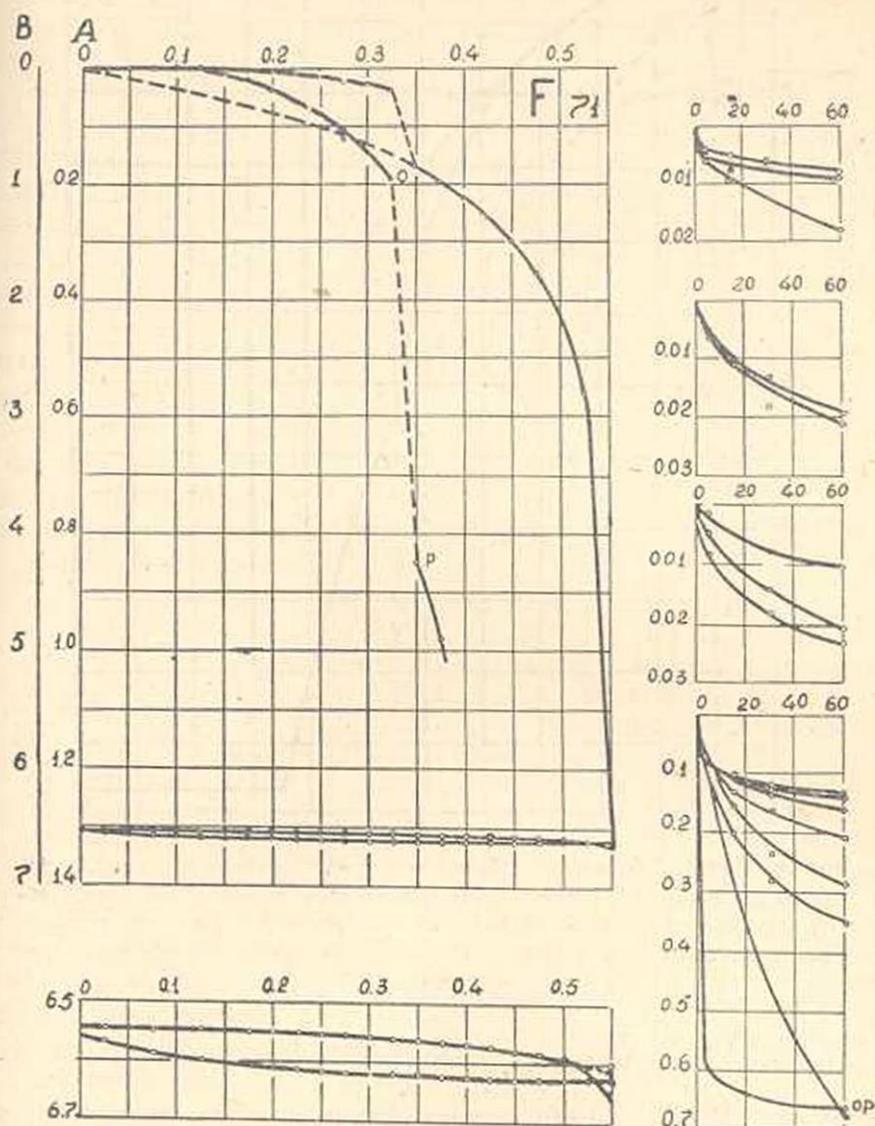


Рис. 9.—Результаты опыта F 71 над перемятой ленточной глиной из района ст. Саперная.

1. (a) кривая зависимости между усилием и деформацией. Обозначения см. рис. 3. Две вертикальные шкалы: A для начальной стадии опыта и B—для всей кривой, Скачок *ор*.

(b) Кривая усилие—деформация для петли гистерезиса, обозначения см. рис. 3. Пунктирная линия представляет собой перевернутую кривую разгрузки.
(c) до (f). Кривые время—деформация для нескольких ступеней нагрузки. Абсциссы—время в секундах, ординаты—деформации в микронах.

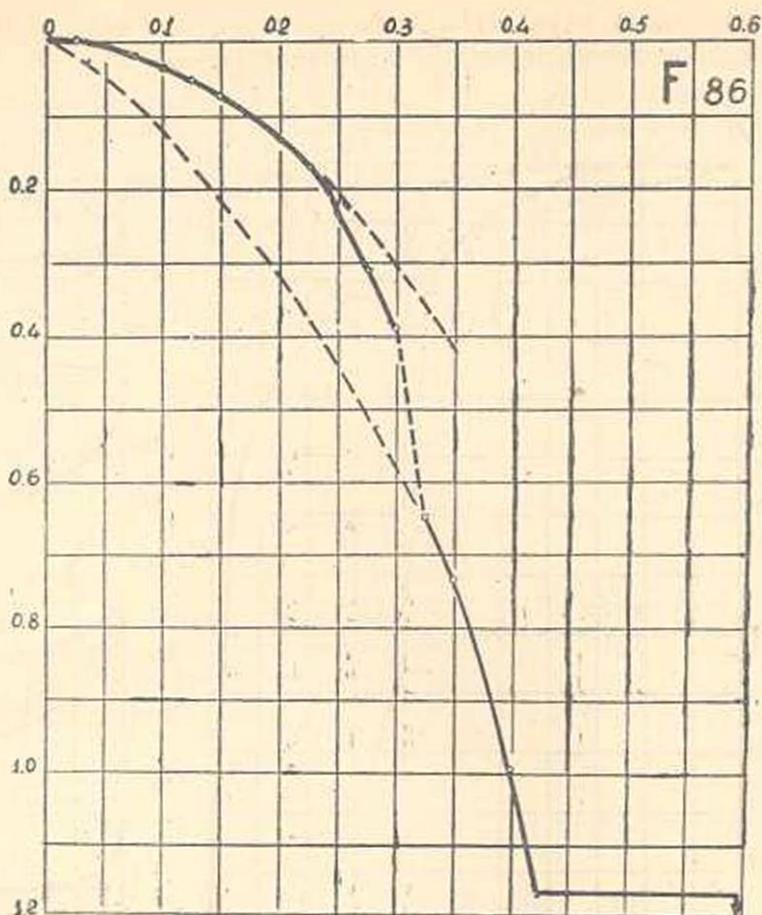


Рис. 10—Результаты опыта F 86 над перемятой ленточной глиной, испытанной на сдвиг немедленно после приложения вертикальной нагрузки. Обозначения см. рис. 8. Кривая более плавная и деформация сильнее, чем из кривой опыта F 71, рис. 9. Небольшой скачок. Коэффициент трения $K_{max}=0.60$

9. Опыты над ненарушенной глиной

Опыты над глиной в ненарушенном состоянии представляли большой интерес. Осуществление их, ввиду трудности задачи, потребовало особой тщательности. Из монолита грунта должна была быть вырезана пластинка площадью 4×2 см и толщиной 2 мм. Эта задача была выполнена с помощью алюминиевой рамки. Таким образом, удалось получать правильные образцы грунта с ненарушенной структурой, горизонтально ориентированные относительно отложения. Результаты опыта показаны на рис. 11. Бросается в глаза замечательная плавность кривой, напоминающая кривую испытания ориентированного слюдяного порошка. Ничем иным, кроме ориентации частиц при образовании отложения, это не может быть объяснено.

Этот опыт подтверждает вышесказанное о роли естественной ориентации частиц, происходящей при седиментации в бассейне.

10. Изучение характера перемещений

Во всех опытах велись наблюдения за перемещениями, в зависимости от времени. Кривые зависимости между временем и перемещениями для ряда ступеней коэффициента сдвига показаны на рис. 9 (с) до (f). Кривые на рис. 9 (с) до (f) представляют собой обычные ступени опыта кроме линии *op* (рис. 9 f), изображающей стадию скачка (рис. 9a).

Все эти кривые (рис. 9 с до f), за исключением кривой *op*, относящейся к скачку, могут быть выражены уравнением

$$s = m \ln t + n \quad (2)$$

где m и n постоянные.

Заметно, что характер кривой скачкообразной перестройки структуры (ступень от $\kappa = 0,325$ до $\kappa = 0,350$, участок *op*)

резко отличается от характера для других кривых время—перемещение. Это подтверждает мысль о различной природе обоих процессов—скачкообразной перестройки структуры и плавного перемещения частиц.

Дальнейшая серия опытов была проведена с целью более близкого изучения характера кривых время—перемещение. Надлежало установить насколько резко протекает скачок и не является ли его возникновение связанным с приложением очередной ступени нагрузки. Описываемые ниже опыты были проведены так, что сдвигающее усилие увеличивалось весьма медленно. Для этого прибор был переконструирован и горизонтальная нагрузка получалась применением тонкой водяной струи. Отсчеты за перемещением велись через каждые 15 секунд. Опыты были произведены над тремя образцами: сухим, хаотически уложенным слюдяным порошком (опыт F99), кварцевым порошком (опыт F100) и перематой серой ленточной глиной (опыт F101). Результаты этих опытов представлены на рис. 12. Опыты показали, что скачки в сухом слюдяном порошке происходят плав-

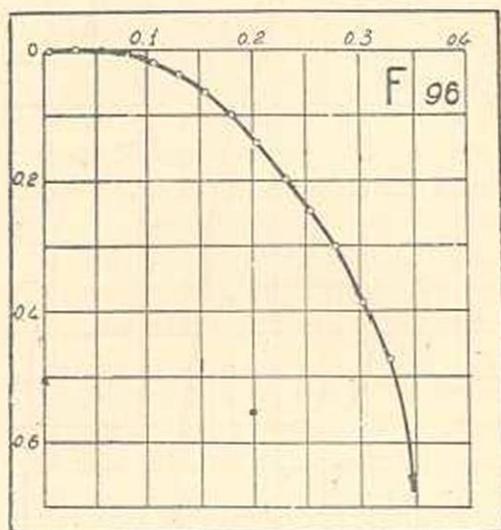


Рис. 11—Результаты опыта F 96 над ленточной глиной в ненарушенном состоянии. Обозначения см. рис. 3. Благодаря самоориентации частиц при седиментации скачки не происходят

но, замечаясь как временные ускорения перемещения и что их несколько, причем они начинаются сравнительно поздно, при $\kappa=0,260$, вместо $\kappa=0,175$ при испытании гирьками. Это объясняется тем, что

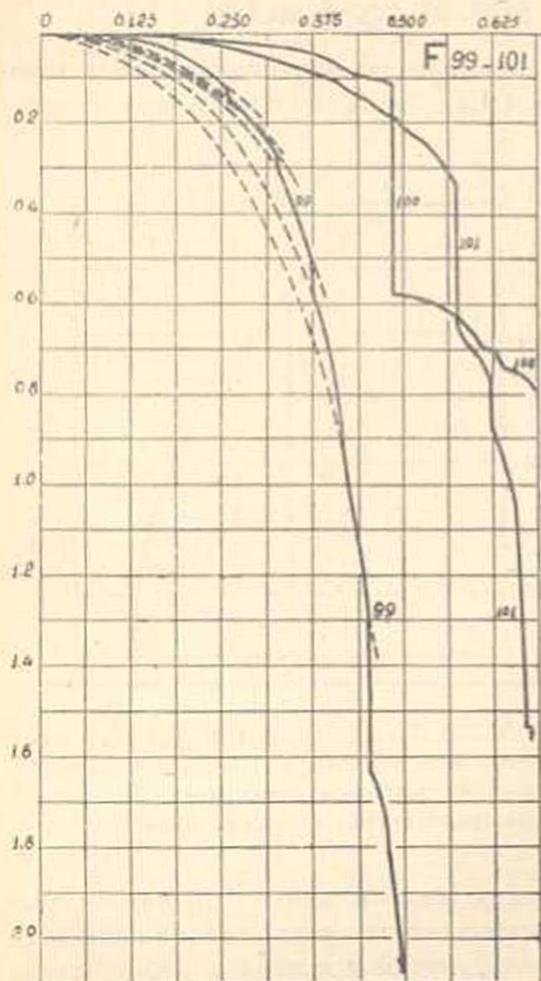


Рис. 12—Результаты опытов над сухим, хаотически уложенным слюдяным порошком (F 99), кварцевым порошком (F 100) и перематой ленточной глиной (F 101), при непрерывном повышении сдвигающих напряжений. Обозначения см. рис. 3

здесь, благодаря постепенному увеличению сдвигающих усилий, нет моментов, когда внезапно увеличивается полный коэффициент сдвига; поэтому накопление избыточного коэффициента сдвига протекает также постепенно и он позже достигает критического порога. В случае, же, когда сдвиг производится помощью гирек, полный, а следовательно и избыточный коэффициент сдвига увеличивается отдельными порциями и лишь постепенно расходуется во время ступени нагрузки. Поэтому, накопленный здесь избыточный коэффициент сдвига может раньше достичь того порога, за которым наступает перестройка структуры.

В кварцевом порошке опыт в первой стадии сопровождался рядом мелких затяжных скачков, благодаря чему кривая имеет характерный гирляндобразный вид (рис. 12) В дальнейшем, при $\kappa=0,480$ наступает резкий скачок, продолжительностью не более одной секунды, т. е. опять-таки позже, чем при испытании гирьками (ср. рис. 7, где $\kappa=0,250$).

Опыт с перематой глиной в начальной стадии сопровождался рядом небольших скачков того же типа, что и в кварцевом порошке, а затем резким скачком при $\kappa=0,570$.

Отсюда следует, что процесс перестройки структуры в системе, состоящей из гибких чешуйчатых частиц, должен в общем случае протекать плавно, тогда как в системе, состоящей из жестких округлых зерен он должен сопровождаться резкими смещениями. Из этого общего правила могут быть исключения, объясняемые характером залегания частиц и накопления избыточного коэффициента сдвига.

11. Изучение упругих явлений.

Изучение упругих явлений производилось путем постепенного устранения и повторного приложения сдвигающего напряжения. Рис. 9 иллюстрирует один из опытов этой серии. Постепенное устранение сдвигающего усилия было произведено после того, как полный коэффициент сдвига достиг величины $\kappa=0,55$ (рис. 9 внизу). Обе ветви петли гистерезиса совершенно симметричны. Пунктирная линия на рис. 9 внизу представляет собой перевернутую кривую нагрузки. Совпадение двух кривых удивительно хорошее (расхождение 1—2 μ).

Опыты F84 и F85 (рис. 13) над сухим слюдяным неориентированным порошком установили влияние упругих явлений на характер перестройки структуры. В этих опытах полный коэффициент сдвига был доведен до $\kappa=0,150$, затем сдвигающее усилие устранено и вновь сообщено (3 раза) и после этого коэффициент сдвига был доведен до $\kappa=0,300$, т. е. до величины, значительно превышающей критический полный коэффициент сдвига при обычных опытах ($\kappa=0,175—0,200$).

Однако, в этом интервале не произошло настоящего скачка, лишь в опыте F85 в интервале $\kappa=0,225—0,300$ происходили ускорения перемещения, напоминающие затяжные скачки.

По достижении величины $\kappa=0,300$ сдвигающее напряжение было снова устранено и повторно сообщено (два раза) наконец, опыт был доведен до среза. Наблюдались весьма явные скачки в интервале $\kappa=0,325—0,350$ и $\kappa=0,400—0,425$ (в опыте F 84, рис. 13) и в интервале $\kappa=0,350—0,375$ (опыт F 85).

Наблюдаемые задержки скачков объясняются тем что во время процесса разгрузки и повторного нагружения происходила разрядка избыточного коэффициента сдвига, благодаря чему накопление необходимого для скачка избыточного коэффициента задержалось.

К этой же серии относятся опыты F 80 и F 83, проведенные над влажным слюдяным порошком (рис. 14). Последовательность операции в этих опытах была следующая: 1. Постепенное увеличение сдвигающего усилия от $\kappa=0$ до $\kappa=0,100$. 2. Выдержка 45 минут. 3. Уменьшение сдвигающего усилия от $\kappa=0,100$ до $\kappa=0$. 4. Выдержка 5 минут. 5. Постепенное увеличение сдвигающего усилия от $\kappa=0$ до $\kappa=0,175$. 6. Выдержка 50—60 минут. 7. Уменьшение сдвигающего

усилия от $\kappa=0,175$ до $\kappa=0,8$. Выдержка 5 минут. 9. Постепенное увеличение сдвигающего усилия от $\kappa=0$ до $\kappa=0,250$. 10. Выдержка 90 минут. 11. Дальнейшее увеличение сдвигающего усилия и доведение опыта до среза.

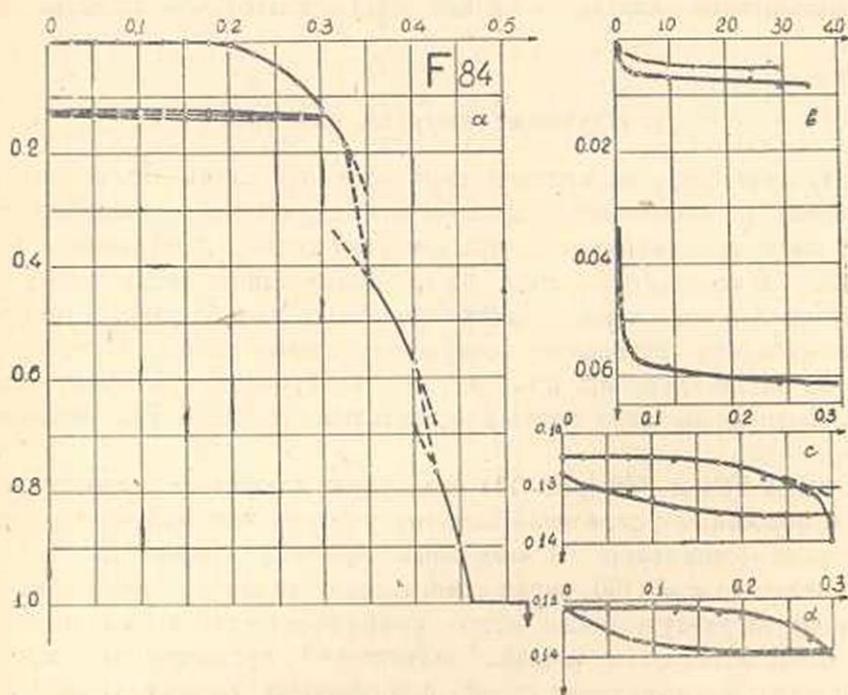


Рис. 13—Результаты опыта F 84. над сухим, хаотически уложенным слюдяным порошком.

(a) Кривая коэффициент сдвига—деформация. Обозначения см. рис. 3. Трехкратная разгрузка и повторная нагрузка до $\kappa=0,150$ исключила скачки до коэффициента $\kappa=0,300$. Вторичная двукратная разгрузка и повторная нагрузка до $\kappa=0,300$ задержала скачки до коэффициента $\kappa=0,325$. Резкие скачки в интервалах $\kappa=0,325-0,350$ и $\kappa=0,400-0,425$.

Коэффициент трения $\kappa_{max}=0,525$.

(b) Кривые время—деформация для участков выдержки. Абсциссы—время в минутах, ординаты—деформация в микровах.

(c) и (d)—Петли гистерезиса в увеличенном виде. Обозначения—см. рис. 3. Пунктирная линия представляет собой перевернутую кривую разгрузки.

Опыты имели целью изучение характера кривых разгрузки и повторного нагружения в само-ориентированном материале. Сравнение полученных кривых для различных ветвей петель гистерезиса в разных стадиях испытания свидетельствует о том, что их очертание для каждого материала является постоянным и не связанным с пределом упругости, достигнутым при предыдущем нагружении.

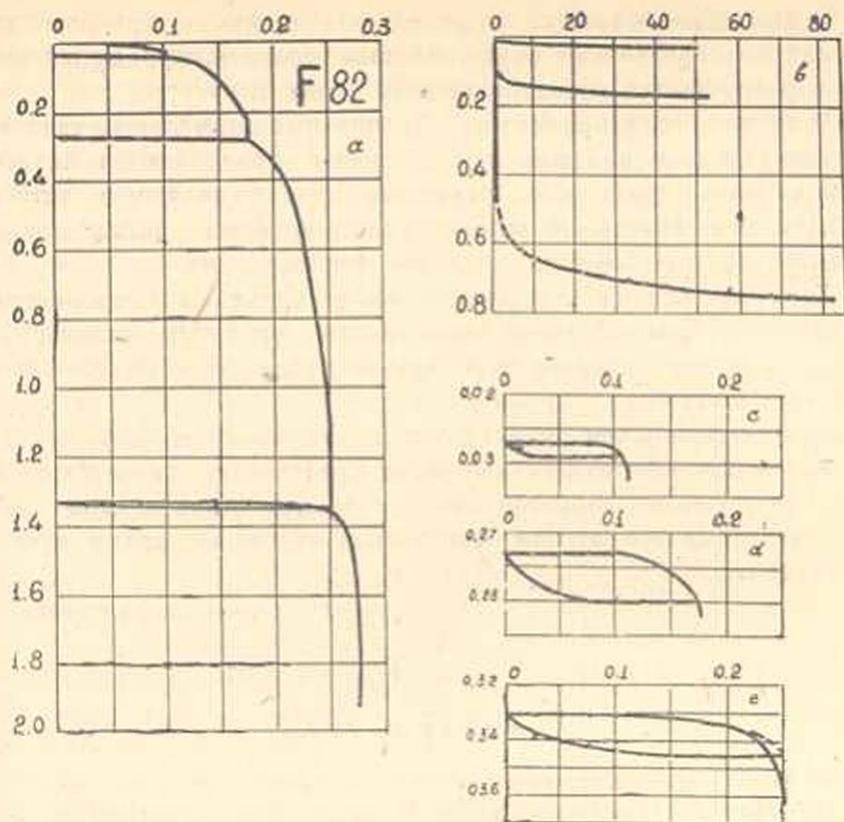


Рис. 14—Результаты опыта F 82 над влажным слюдяным порошком
 (а) Кривая коэффициент сдвига—деформация, обозначения см. рис. 3
 (б) Кривые время—деформация, обозначения см. рис. 13 б.
 (с) до (е) Кривые петель гистерезиса в увеличенном виде, обозначения см. рис. 3.

Выводы

Характер кривых зависимости между коэффициентом сдвига и перемещением в мелкозернистых порошках и грунтах определяется соотношением между прочностью структуры и величиной накопленного избыточного коэффициента сдвига. Когда прочность структуры оказывается недостаточной по сравнению с суммой накопленного избыточного коэффициента сдвига, происходит скачкообразная разрядка избыточного коэффициента сдвига и структура перестраивается.

В хаотически уложенном сухом слюдяном порошке и перемятой глине во время перестройки структуры чешуйчатые частицы ориентируются и структура делается более устойчивой.

В ориентированном слюдяном порошке и ненарушенной глине прочность структуры является наибольшей вследствие наибольшего возможного числа точек контакта, и поэтому не возникает необходимости в перестройке структуры.

В кварцевом порошке в результате процесса приспособления жестких консервативных зерен к новым условиям напряжений возникает и разрушается последовательная серия структур.

В случае, если процесс уплотнения под нормальным давлением не закончился, перемещения при сдвиге определяются активным коэффициентом сдвига т. е. разностью между полным и активным коэффициентом сдвига. Он равен отношению между активными касательными и нормальным сдвигающим напряжениями.

Характер кривых зависимости между временем и перемещением для периода скачкообразной перестройки структуры отличается от характера кривых плавных перемещений, вследствие различной природы этих процессов.

Вопрос о влиянии ориентации чешуйчатых слюдяных частиц на протекание явления сдвига в грунтах представляет значительный интерес для познания сопротивляемости глин в естественном состоянии вследствие ориентации чешуйчатых частиц во время процесса седиментации.

Поступило 8 III 1948.

ЛИТЕРАТУРА

1. Покровский Г. И.—Об ориентировке частиц в грунтах. Сб. Исследование грунтов 1928—1930 г. г. Тр. Гос. аэучно-эксперим. Ин-та Сооружений. 6, 55—57, 1930.
2. Тер-Степанов Г. И.—О проникании воды в глину. Тр. Ленингр. Ин-та Сооружений, 1, 67—71, 1934.
3. Тер-Степанов Г. И.—Исследование методов определения угла внутреннего трения грунтов. Архив Закавказского научно-исслед. Ин-та Вод. Хозяйства, 1935
4. Terzaghi K.—Festigkeitseigenschaften der Schüttungen, Sedimente und Gele. Handbuch der physik. und techn. Mechanik von Auerbach und Horn, 1931. Bd. IV, 2 Hälfte.

Գ. Ի. Տեր-Ստեփանյան

ԳՐՈՒՆՏԱՅԻՆ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ԶԵՎԵՐԻ ԵՎ ԴԱՍԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՏԵՂԱՇԱՐԺՄԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅՔՆԵՐԻ ՎՐԱ

Ա. Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

1933—34 թ.թ. հեղինակը գրունտների երկու արհեստական խմբերի՝ փայլարային և քվարցային փոշիների հետ կատարել է տեղաշարժման երկվույթների ուսումնասիրման մի շարք փորձեր, որոնք կարող են նմանվել գրունտների ճկուն, թեփուկավոր կավային և կոշտ, կլորացած ավազային աարբերակների հետ: Մի քանի փորձեր են կատարվել նաև խախտված և անխախտ սարուկաուրայով բնական գրունտների հետ:

Փորձարկումը կատարվել է հեղինակի ձևափոխած գործիքով (նկ. 1 և 2), այդ փորձերից մի քանիսի արդյունքները ներկայացված են հոդվածում:

համապատասխան բացատրութիւններով (նկ. 3—14): Հետադրութիւնները հանգեցրել են հետևյալ եզրակացութիւններին.

1. «Տեղաշարժման լարվածութիւնն ղեկորմացիա» կորի բնույթը մանրահատիկ փոշիների և գրունտների համար որոշվում է ստրուկտուրայի դիմադրութիւն և կուտակված տեղաշարժող հավելյալ լարվածութիւնների միջև եղած հարաբերութեամբ: Երբ ստրուկտուրայի կայունութիւնը կուտակված տեղաշարժող հավելյալ լարվածութիւնների նկատմամբ անբավարար է լինում, տեղի է ունենում հավելյալ լարվածութիւնների լիցքաթափում և ստրուկտուրան վերակազմվում է:

2. Փայլարի չոր փոշու խառնիճադանճ կերպով դասավորվածութիւն և խառն կալի վերակազմութիւնն ղեկորում թեփուկաձև մասնիկները կողմնորոշվում են և ստրուկտուրան դառնում է ավելի կայուն:

3. Փայլարի կողմնորոշված փոշու մեջ ստրուկտուրայի կայունութիւնն առավել մեծ է, որովհետև մասնիկների հատման կետերի թիվը մեծ է և մատերիալը ստրուկտուրային վերակառուցման կարիք չի զգում:

4. Կոշա հատիկավոր քվարցային փոշու մեջ լարվածութիւնն նոր պայմաններին հարմարվելով հատիկները վերադասավորվում են, առաջացնելով մի շարք իրար հաջորդող ստրուկտուրաներ:

5. Երբ ամբակայման պրոցեսը նորմալ ճնշման տակ դեռևս անավարտ է լինում, տեղաշարժման ղեկորմացիաները որոշվում են տեղաշարժման ակտիվ հարաբերական լարվածութիւններով, այն է՝ ակտիվ տանգենցիալ և նորմալ լարվածութիւնների քանորդով:

6. Խախտված միճակում գտնվող բնական գրունտների համար ստեղծվում են մի քանի իւրար հաջորդող ստրուկտուրաներ՝ պայմանավորված կոշտ ավազային կոնսերվատիվ հատիկների առկայութեամբ, սակայն «լարվածութիւն-տեղաշարժում» կորը համեմատած քվարցային փոշու նույն կորի հետ ավելի հարթ է:

7. Անխախտ կավերում, որոնք փորձարկվել էին շերտաղբման հարթութեամբ և որոնց մեջ բոլոր թեփուկները կողմնորոշված էին հորիզոնական ուղղութեամբ, թռիչքներ տեղի չեն ունենում, քանի որ քնական ստրուկտուրայի վերադասավորման ոչ մի հարկ չկա:

ТЕХНОЛОГИЯ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

З. А. Ацагорцян

Новый метод полевого контроля качества бетона

Современная теория проектирования состава бетона дает возможность проектировать свойства бетона с достаточной точностью. Однако правильное проектирование состава еще не обеспечивает надлежащие свойства бетона, зависящие также от ряда производственных факторов. По исследованию Института бетонов [1] эти факторы могут в определенных условиях (при недостаточно тщательном контроле) изменить прочность бетона на $\pm 42\%$, т. е. напр. бетон марки 110 может иметь прочность в пределах 64—156 кг/см².

Целью контроля качества бетона является обеспечение надлежащих свойств отвердевшего бетона, а также свежеприготовленной бетонной массы. Основными из этих свойств являются прочность бетона в месячном возрасте и консистенция бетонной массы перед ее укладкой.

Свойства свежеприготовленного бетона легко контролировать, да и производство само контролирует их в процессе работы.

Результаты же контроля свойств отвердевшего бетона обычно выявляются лишь впоследствии, при испытании контрольных кубиков или испытании бетона в сооружении. Эти испытания дают представление о качестве бетона после того, как конструкция или сооружение уже выполнено и нет возможности внести какие-либо исправления. Таким образом, обычный контроль прочности бетона не является действенным, не позволяет по ходу работ активно вмешиваться в технологию в целях обеспечения требуемой марки бетона.

Для испытания цемента существует метод экспрессного испытания, дающий результаты через сутки. Для бетона подобного метода нет, хотя нетрудно представить аналогичный метод для испытания прочности бетона на основе существующих способов ускорения твердения бетона. Однако такой метод опять-таки потребовал бы срок не менее 1—2 суток, что также не позволило бы достигнуть поставленной цели. К тому же, полученные при этом прочности все же были бы условными, так как ускоренное твердение бетона, при всем желании, не может точно воспроизвести качество бетона, твердеющего в нормальных условиях. Возникает вопрос—нельзя—ли произвести быстрый контроль прочности бетона основываясь на теории бетона?

Известно, что при данных качествах материалов прочность бетона однозначно определяется цементноводным фактором. Следовательно, если контролировать величину истинного цементноводного фактора в бетоне, то этим самым при данных качествах материалов будет контролироваться с достаточной точностью прочность бетона. Из этих качеств подлежат учету только активность цемента данной партии, которая бывает известна из нормального или ускоренного испытания, и род заполнителя. Имея эти данные, можно по известным формулам Боломея, Беляева, Симонова и др. определить истинную прочность бетона.

Подобный метод контроля может быть эффективно применен при наличии способа быстрого определения истинного цементноводного фактора.

Автором настоящей статьи предложен такой способ, основанный на возможности определения цементноводного фактора по объемному весу цементного теста.*

Прежде чем описать предложенный способ покажем, что знание объемного веса цементного теста достаточно для определения содержания в тесте цемента и воды, а следовательно и цементноводного фактора.

Обозначим:

δ —объемный вес цементного теста,

v —объем взятой пробы " "

c —количество цемента в пробе цементного теста,

w — " " воды " " "

γ —удельный вес цемента,

r —коэффициент набухания цементных зерен в тесте,

k — " " водопоглощения цементных зерен.

Тогда вес цементного теста выразится уравнением

$$\delta v = w + c \quad (1)$$

объем же теста, при учете набухания и водопоглощения цементных зерен, можно выразить следующим образом:

$$v = w + r \frac{c}{\gamma} - k \frac{c}{\gamma} \quad (2)$$

Решая совместно (1) и (2) уравнения и вводя обозначение

$$\frac{r-k}{\gamma} = \alpha,$$

получим

$$c = \frac{v(\delta-1)}{1-\alpha}, \quad (3)$$

* Сообщено на научной сессии Института Стройматериалов и Сооружений Академии Наук Арм. ССР 19 ноября 1948.

$$w = \frac{v(1 - \alpha\delta)}{1 - \alpha} \quad (4)$$

Следовательно цементноводный фактор теста

$$\frac{c}{w} = \frac{\delta - 1}{1 - \alpha\delta} \quad (5)$$

Величина коэффициента α , зависящая от удельного веса цемента и коэффициентов набухания и водопоглощения цементных зерен, может быть принята за постоянную. По нашим лабораторным определениям при различных цементноводных факторах получились следующие значения.

Таблица 1.

$\frac{c}{w}$	1,08	0,89	0,63	0,60	0,46
α	0,328	0,340	0,337	0,330	0,330

Среднее значение из этих 5 определений $\alpha = 0,333 = \frac{1}{3}$. Полученная нами цифра подтверждается данными ЦНИПС о выходе цементного теста.

По графику канд. техн. наук Миронова С. А. [2] при затворении 1 кг цемента получают следующие выходы цементного теста (v_1) при различных значениях водоцементного фактора ($\frac{w}{c}$):

Таблица 2

$\frac{w}{c}$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
v_1	0,63	0,73	0,83	0,93	1,03	1,13	1,235	1,335	1,44	1,54

Пользуясь этими данными, можно подсчитать коэффициенты α . Из формулы (3)

$$\alpha = 1 - \frac{v(\delta - 1)}{c} \quad (6)$$

Подставляя $v = v_1$, $c = 1$ кг и, в связи с этим, $\delta = \frac{1 + \frac{w}{c} \cdot 1}{v_1}$, получим

$$\alpha = v_1 - \frac{w}{c} \quad (7)$$

По этой формуле на основании данных табл. 2 получаются следующие величины.

Таблица 3

$\frac{w}{c}$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
α	0,330	0,330	0,330	0,330	0,330	0,330	0,335	0,335	0,340	0,340

Средним значением величин табл. 3 является $\alpha = 0,333 = 1/3$. Таким образом получается полное совпадение результатов наших определений с данными ЦНИПС.

Принимая значение $\alpha = 1/3$, формулы (3) и (4) запишутся

$$c = \frac{2}{3}v(\delta - 1), \quad (3a)$$

$$w = \frac{2}{3}v\left(1 - \frac{\delta}{3}\right). \quad (4a)$$

Этими двумя формулами и пользуемся мы для контроля цементноводного фактора бетона.

Методика следующая: берем пробу свежеприготовленного бетона* определенного количества, например 2 кг. Отмучиваем цементное тесто из бетона определенным количеством воды (w_1), достаточным для полного отмучивания. При этом добавляем воды настолько, чтобы объем отмученного разжиженного цементного теста ровно заполнял мерный сосуд, например 3-литровый. Взвешиванием этого теста определяем его объемный вес (δ). Кроме того определяем оставшуюся воду (влажность) в заполнителе (w_2) путем его высушивания.

Имея объем отмученного цементного теста ($v = 3$ л) и его объемный вес (δ) по формулам (3a) и (4a), определяем содержащиеся в нем количества цемента (c)* и воды (w).

Истинное количество воды во взятой пробе бетона будет

$$w - w_1 + w_2$$

Истинный цементноводный фактор в бетоне

$$u = \frac{c}{w - w_1 + w_2} \quad (8)$$

Описанный способ контроля цементноводного фактора настолько прост, что может выполняться любой полевой лабораторией в течение $1/2$ часа.

Для удобства полевой лаборатории ниже даем таблицу, в которой даны готовые значения c и w в зависимости от веса 3 литров

* Речь идет об обычном (тяжелом) бетоне.

отмученного цементного теста (g). Пользуясь этой таблицей можно без вычислений и интерполяции определять c и w , после чего, имея также w_1 и w_2 , определять значение истинного цементноводного фактора в бетоне по формуле (8).

Зная истинный цементноводный фактор (u) и активность цемента (R_c), легко проверить прочность бетона (R) по общеизвестным таблицам или формулам, как, например, формулой Болломея, имеющей вид:

$$\text{для бетона на гравии } R=0,5 R_c (u-0,5), \quad (9)$$

$$\text{для бетона на щебне } R=0,55 R_c (u-0,5). \quad (10)$$

Таблица 4

Количество цемента (c) и воды (w) в цементном тесте объемом 3 л, в зависимости от его веса (g), в граммах

g	c	w	g	c	w	g	c	w
3050	75	2975	3134	201	2933	3218	327	2891
3052	78	2974	3135	204	2932	3220	330	2890
3054	81	2973	3138	207	2931	3222	333	2889
3056	84	2972	3140	210	2930	3224	336	2888
3058	87	2971	3142	213	2929	3225	339	2887
3060	90	2970	3144	216	2928	3228	342	2886
3062	93	2969	3146	219	2927	3230	345	2885
3064	96	2968	3148	222	2926	3232	348	2884
3066	99	2967	3150	225	2925	3234	351	2883
3068	102	2966	3152	228	2924	3236	354	2882
3070	105	2965	3154	231	2923	3238	357	2881
3072	108	2964	3156	234	2922	3240	360	2880
3074	111	2963	3158	237	2921	3242	363	2879
3076	114	2962	3160	240	2920	3244	366	2878
3078	117	2961	3162	243	2919	3246	369	2877
3080	120	2960	3164	246	2918	3248	372	2876
3082	123	2959	3166	249	2917	3250	375	2875
3084	126	2958	3168	252	2916	3252	378	2874
3086	129	2957	3170	255	2915	3254	381	2873
3088	132	2956	3172	258	2914	3256	384	2872
3090	135	2955	3174	261	2913	3258	387	2871
3092	138	2954	3176	264	2912	3260	390	2870
3094	141	2953	3178	267	2911	3262	393	2869
3096	144	2952	3180	270	2910	3264	396	2868
3098	147	2951	3182	273	2909	3266	399	2867
3100	150	2950	3184	276	2908	3268	402	2866
3102	153	2949	3186	279	2907	3270	405	2865
3104	156	2948	3188	282	2906	3272	408	2864
3106	159	2947	3190	285	2905	3274	411	2863
3108	162	2946	3192	288	2904	3276	414	2862
3110	165	2945	3194	291	2903	3277	417	2861
3112	168	2944	3196	294	2902	3280	420	2860
3114	171	2943	3198	297	2901	3282	423	2859
3116	174	2942	3200	300	2900	3284	426	2858
3118	177	2941	3202	303	2899	3286	429	2857
3120	180	2940	3204	306	2898	3288	432	2856
3122	183	2939	3206	309	2897	3290	435	2855
3124	186	2938	3208	312	2896	3292	438	2854
3126	189	2937	3210	315	2895	3294	441	2853
3128	192	2936	3212	318	2894	3296	444	2852
3130	195	2935	3214	321	2893	3298	447	2851
3132	198	2934	3216	324	2892	3300	450	2850

Пример. Для проверки предложенного метода в лаборатории был приготовлен бетон с цементноводным фактором $u=1,20$, из которого была взята проба для контроля в количестве 1 литра, весом 2350 гр. При отмучивании пробы бетона добавлено было воды $w_1=2850$ гр; высушивание заполнителей показало $w_2=200$ гр. Вес отмученного цементного теста при объеме 3 л составил $g=3202$ гр. По таблице 4 этому соответствуют $s=303$ гр, $w=2899$ гр; следовательно цементноводный фактор будет по формуле (8):

$$u = \frac{303}{2899 - 2850 + 200} = 1,217$$

Как можно видеть, неточность в определении цементноводного фактора составляет всего

$$\frac{(1,217-1,2) \cdot 100}{1,2} = 1,4\%$$

Посмотрим, какая ошибка получается в определении прочности бетона. При $R_c = 285$ кг/см² по формуле (10) для $u=1,2$ имеем марку бетона $R=110$ кг/см². Подставляя полученную из опыта

$u=1,217$, получим $R=112$ кг/см², т. е. ошибка в определении прочности бетона получается всего на 2 кг/см²—точность вполне достаточная.

В заключение укажем, что в специальной литературе есть описание метода определения состава бетона путем высушивания его пробы [3]. При этом для определения содержания цемента производится отмучивание его и вторичное высушивание заполнителя. Этот метод по сравнению с нашим более хлопотлив и занимает в два раза больше времени вследствие двукратного высушивания материала. Кроме того, при высушивании бетона нет гарантии, что часть воды не войдет в химическую реакцию с цементом и не свяжется с ним.

Поступило 13 I 1948

Институт Стройматериалов
с Сооружений Академии
Наук Арм. ССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Сб.—Влияние производственных факторов на свойства бетона. Научно-Исслед. Ин-т Бетонов, 1931, Москва.
2. Миронов С. А.—Новые способы подбора состава бетона, 1944, Москва.
3. Александрин И. П.—Строительный контроль качества бетона, 1945, Ленинград.

Չ. Ա. Հագագործյան

ԲԵՏՈՆԻ ՈՐԱԿԻ ԴԱՇՏԱՅԻՆ ՎԵՐԱՀԱՎՈՂՈՒԹՅԱՆ ՆՈՐ ՄԵՅՈՂ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ի Մ

Բետոնի որակի վերանսկողութեան գոյութիւնն ունեցող մեթոդները պատկերացում են տալիս բետոնի փաստական ամբողջական մասին միայն այն ժամանակ, երբ կոնսարուկցիան կամ կառուցվածքն արդեն ավարտված է և հնարավոր չէ որևէ ուղղում մտցնել բետոնի կազմութեան մեջ:

Վերանսկողութեանն արդյունավետ դարձնելու համար հեղինակն առաջարկում է սահմանել բետոնի ամբողջական բնորոշիչի՝ ցեմենտաջրային ֆակտորի ընթացիկ ստուգում, որի համար տալիս է պարզ մեթոդ:

Առաջարկված մեթոդը հիմնված լինելով ցեմենտի խմորի ծավալային կշռի և ցեմենտաջրային ֆակտորի փոխադարձ կախման վրա, հնարավորութիւն է տալիս դաշտային լաբորատորիայի պայմաններում $\frac{1}{2}$ ժամում որոշել իրական ցեմենտաջրային ֆակտորը:

Լաբորատոր ստուգումը ցույց է տվել մեթոդի գործնականութիւնը և բավարար ճշտութիւնը:

