

Տպագրվում է Հայկական ՍՍՌ Գիտությունների Ակադեմիայի  
Նախագահության կարգադրությամբ:

Պրեզիդենտ Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ

Печатается по распоряжению Президиума Академии  
Наук Армянской ССР.

Президент В. А. АМБАРЦУМЯН

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՂԵԳԻԱ՝ Վ. Գ. Ազատյան—պատ. քարտուղար, Ա. Գ. Արարատյան,  
ՀՍՍՌ ԳԱ իսկական անդամ Բ. Վ. Եղիազարով, ՀՍՍՌ ԳԱ իսկական անդամ Մ. Գ. Թուման-  
յան—պատ. խմբագիր, ՀՍՍՌ ԳԱ իսկական անդամ Կ. Ն. Պաֆֆենհոլց, Ա. Ա. Բիխաեր:

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ: В. Д. Азатян—ответ. секретарь, А. Г. Араратян,  
действительный член АН Арм. ССР И. В. Егиазаров, действительный член АН  
Арм. ССР К. Н. Пзффенгольц, А. А. Рихтер, действительный член АН Арм. ССР  
М. Г. Туманян—ответ. редактор.

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. Г. Назаров

Член-корреспондент АН Арм. ССР

**Основные соотношения операционного исчисления и импульсивные функции**

Здесь покажем, что основные соотношения операционного исчисления могут быть непосредственно установлены из простейших свойств импульсивных функций [1,2].

**1. Простейшие свойства импульсивных функций**

Функцию

$$\Gamma(t-\tau) = \begin{cases} 0, & t < \tau, \\ 1, & t > \tau, \end{cases} \quad (1)$$

назовем разрывным множителем или единичной импульсивной функцией нулевого порядка.

Оператор  $\Gamma^{(n)}(t-\tau)$ , повсюду тождественно равный нулю и имеющий в точке  $t=\tau$  такую особенность, что удовлетворяет формально следующему соотношению («формуле n-кратного интегрирования»):

$$\int_{b < \tau}^t \frac{(t-\eta)^{n-1}}{(n-1)!} \Gamma^{(n)}(\eta-\tau) d\eta = \Gamma(t-\tau), \quad (2)$$

называется единичной импульсивной функцией n-го порядка.

Отсюда следует, что

$$\frac{d\Gamma(t-\tau)}{dt} = \Gamma^{(1)}(t-\tau),$$

$$\frac{d\Gamma^{(k)}(t-\tau)}{dt} = \Gamma^{(k+1)}(t-\tau) \quad (3)$$

и обратно

$$\int_{b < \tau}^t \Gamma^{(k)}(t-\tau) dt = \Gamma^{(k-1)}(t-\tau), \quad (4)$$

$$\int_{b < \tau}^t \Gamma^{(1)}(t-\tau) dt = \Gamma(t-\tau).$$

Полезно рассмотреть дальше процесс интегрирования:

$$\int_{b < \tau}^t \Gamma(t-\tau) dt = \Gamma(t-\tau) \int_{\tau}^t dt = \Gamma(t-\tau) \cdot (t-\tau) = \Gamma^{(-1)}(t-\tau),$$

$$\int_{b < \tau}^t \Gamma^{(-k)}(t-\tau) dt = \Gamma^{(-k-1)}(t-\tau) \cdot \frac{(t-\tau)^{k+1}}{(k+1)!}. \quad (5)$$

По аналогии функции  $\Gamma^{(-k)}(t-\tau)$  можем назвать единичными импульсивными функциями отрицательных порядков с точкой особенности  $t=\tau$ . Они связаны между собою единообразным процессом дифференцирования или интегрирования независимо от знака  $k$ .

Рассмотрим функцию

$$\Gamma(t-\tau)f(t) = 0, \quad t < \tau, \\ = f(t), \quad t > \tau. \quad (6)$$

Контурная производная  $n$ -го порядка этой функции равна [2]:

$$[\Gamma(t-\tau)f(t)]^{(n)} = \Gamma^{(n)}(t-\tau)f(\tau) + \Gamma^{(n-1)}(t-\tau)f'(\tau) + \Gamma^{(n-2)}(t-\tau)f''(\tau) \\ \dots + \Gamma^{(1)}(t-\tau)f^{(n-1)}(\tau) + \Gamma(t-\tau)f^{(n)}(t). \quad (7)$$

Интегрируя обе стороны  $n$  раз получим:

$$\Gamma(t-\tau)f(t) = \Gamma(t-\tau)f(\tau) + \Gamma^{(-1)}(t-\tau)f'(\tau) + \Gamma^{(-2)}(t-\tau)f''(\tau) \dots \\ + \Gamma^{(-n+1)}(t-\tau)f^{(n-1)}(\tau) + \Gamma(t-\tau) \int_{\tau}^t \frac{(t-\eta)^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n)}(\eta) d\eta. \quad (8)$$

Таким образом мы пришли к разложению  $f(t)$  в ряд Тейлора с точным значением остаточного члена.

Окончательно для рядов Тейлора и Маклорена:

$$\Gamma(t-\tau)f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \Gamma^{(-k)}(t-\tau) f^{(k)}(\tau),$$

$$\Gamma(t)f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \Gamma^{(-k)}(t) \cdot f^{(k)}(0). \quad (9)$$

## 2. Основная формула операционного исчисления

Известно, что исходной точкой для построения операционного исчисления является преобразование Карсона

$$\frac{1}{p} F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt, \quad (10)$$

где  $f(t)$  определена при положительных значениях аргумента  $t$  и принимается равной нулю при  $t < 0$  или, говоря на нашем языке, рассматривается  $\Gamma(t)f(t)$ ;  $p$  — является комплексной переменной.

По правилу (10) сопоставляем заданной функции  $\Gamma(t)f(t)$  — оригиналу, функцию  $F(p)$ , называемую изображением оригинала. Для обозначения операций сопоставления изображения оригиналу применяется символ

$$F(p) \overset{\circ}{\leftrightarrow} \Gamma(t)f(t) \text{ или } \Gamma(t)f(t) \overset{\circ}{\leftarrow} F(p). \quad (11)$$

Между  $F(p)$  и  $\Gamma(t)f(t)$  имеется одно—однозначное соответствие. Определенным операциям над оригиналом  $\Gamma(t)f(t)$  соответствуют вполне определенные же операции, вообще говоря, более простые над  $F(p)$ . Поэтому появляется возможность перевести сложный язык оригинала на более простой язык изображения и в результате найти ту функцию  $F(p)$ , которая определяет собой искомую функцию  $\Gamma(t)f(t)$ . Введем для импульсивных функций  $\overset{(k)}{\Gamma}(t)$ , где  $k \leq 0$ , символ  $p^k$ , причем относительно  $p$  мы не делаем пока никаких предположений. Соответствие между  $\overset{(k)}{\Gamma}(t)$  и  $p^k$  будем обозначать, как и выше, таким образом:

$$\overset{(k)}{\Gamma}(t) \overset{\circ}{\leftrightarrow} p^k, \quad (12)$$

хотя мы пока не знаем, что  $p^k$  является изображением  $\overset{(k)}{\Gamma}(t)$  в смысле (10) и (11).

## 3. Изображение оригинала $\Gamma(t)f(t)$ .

Разлагая  $f(t)$  в ряд и имея в виду (9), найдем:

$$\Gamma(t)f(t) \overset{\circ}{\leftrightarrow} F(p) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(0)}{p^i}, \quad (13)$$

мы получили известное разложение  $F(p)$  в ряд. Из самого построения  $F(p)$  следует его одно—однозначное соответствие с  $\Gamma(t)f(t)$ .

Приведем примеры:

$$\Gamma(t)e^{\alpha t} \overset{\circ}{\leftrightarrow} \sum_{i=0}^{\infty} \Gamma(t) \alpha^i.$$

Поэтому

$$\Gamma(t)e^{zt} \leftrightarrow \sum_{i=0}^{\infty} \frac{z^i}{p^i} = \frac{p}{p-z}.$$

$$\Gamma(t) \cos \alpha t \leftrightarrow \Gamma(t) - z^2 \overset{(-2)}{\Gamma(t)} + z^4 \overset{(-4)}{\Gamma(t)} \dots$$

Поэтому

$$\Gamma(t) \cos \alpha t \leftrightarrow 1 - \frac{\alpha^2}{p^2} + \frac{\alpha^4}{p^4} - \dots = \frac{p^2}{p^2 + \alpha^2}$$

и аналогично

$$\Gamma(t) \sin \alpha t \leftrightarrow \frac{\alpha p}{p^2 + \alpha^2},$$

$$\Gamma(t) \operatorname{ch} \alpha t \leftrightarrow \frac{p^2}{p^2 - \alpha^2}, \quad \Gamma(t) \operatorname{sh} \alpha t \leftrightarrow \frac{\alpha p}{p^2 - \alpha^2} \quad \text{и т. д.}$$

#### 4. Некоторые зависимости между изображением и оригиналом

а) Пусть  $\alpha > 0$  и  $\Gamma(t)f(t) \leftrightarrow F(p)$ , найдем изображение  $\Gamma(t)f(\alpha t)$ .  
Имеем

$$\Gamma(t)f(\alpha t) = \sum \overset{(-i)}{\Gamma(t)} \overset{(i)}{\alpha^i f(0)}.$$

Отсюда, на основании (5):

$$\Gamma(t)f(\alpha t) \leftrightarrow \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\overset{(i)}{f(0)}}{\left(\frac{p}{\alpha}\right)^i} = F\left(\frac{p}{\alpha}\right).$$

б) Имеет место очевидное равенство, выражающее линейную связь между изображением и оригиналом:

$$F(p) = \sum_{i=1}^n A_i F_i(p) \leftrightarrow \sum_{i=1}^n A_i \Gamma(t) f_i(t) = \Gamma(t)f(t).$$

в) Изображение производных  $\Gamma(t)f(t)$ .

Контурная производная  $n$ -го порядка от  $\Gamma(t)f(t)$  запишется следующим образом:

$$[\Gamma(t)f(t)]^{(n)} = \left[ \sum_{i=0}^{\infty} \overset{(-i)}{\Gamma(t)} \overset{(i)}{f(0)} \right]^{(n)} = \sum_{i=0}^{\infty} \overset{(-i+n)}{\Gamma(t)} \overset{(i)}{f(0)}.$$

Стало быть, соответствующее изображение, согласно (12), равно:

$$\sum_{i=0}^{\infty} p^{-i+n} \overset{(i)}{f(0)} = p^n \sum_{i=0}^{\infty} p^{-i} \overset{(i)}{f(0)} = p^n F(p).$$

Таким образом,

$$[\Gamma(t)f(t)]^{(n)} \leftrightarrow p^n F(p). \quad (14)$$

Найдем теперь изображение производной  $n$ -го порядка в обычном смысле.

Имеем:

$$\Gamma(t)f(t) = [\Gamma(t)f(t)] - \Gamma(t)f(0) - \Gamma^{(1)}(t)f'(0) \dots - \Gamma^{(n-1)}(t)f^{(n-1)}(0).$$

Отсюда:

$$\Gamma(t)f(t) \leftrightarrow p^n \left( F(p) - f(0) - \frac{f'(0)}{p} - \frac{f''(0)}{p^2} \dots - \frac{f^{(n-1)}(0)}{p^{n-1}} \right). \quad (15)$$

Мы получили известное соотношение, которое является, как следует из вывода, естественным следствием понятия контурной производной. При начальных нулевых условиях, изображения  $[\Gamma(t)f(t)]$  и  $\Gamma(t)f(t)$  совпадают, поскольку в этом случае производные в контурном и обычном смысле равны между собой.

г) Изображение интегралов оригинала.

$$\int_0^t \Gamma(t)f(t) dt = \int_0^t \sum_{i=0}^{\infty} \Gamma^{(-i)}(t) f^{(i)}(0) dt = \sum_{i=0}^{\infty} \Gamma^{(-i-1)}(t) f^{(i)}(0) \leftrightarrow \frac{F(p)}{p}$$

и аналогично

$$\underbrace{\int_0^t dt \int_0^t dt \dots \int_0^t \Gamma(t)f(t) dt}_{n \text{ раз}} \leftrightarrow \frac{F(p)}{p^n}. \quad (16)$$

Из сопоставления (14) и (16) следует, что  $p$  приобретает характер оператора, умножение изображения на  $p$  соответствует контурному дифференцированию оригинала\*, деление — интегрированию оригинала.

### 5. Теорема смещения

Пусть  $F(p) \leftrightarrow f(t)$ ; найдем оригинал  $g(t)$  для  $F(p+\lambda)$ , где  $\lambda$  — положительный вещественный параметр.

Согласно (13)

$$F(p+\lambda) = \sum_{i=0}^{\infty} (p+\lambda)^{-i} f^{(i)}(0).$$

Разлагая  $(p+\lambda)^{-i}$  в ряд, после некоторых преобразований двой-

\* Неправильно утверждение, принятое в руководствах по операционному исчислению, что умножение изображения на  $p$  соответствует дифференцированию функции. Дифференцирование должно быть понимаемо именно в контурном смысле.

ного ряда, опускаемых здесь вследствие их элементарности и громоздкости, найдем:

$$F(p+\lambda) \div g(t) = \Gamma(t) e^{-\lambda t} f(t) + \lambda \Gamma(t) \int_0^t e^{-\lambda t} f(t) dt.$$

Из тех же преобразований вытекает, что

$$\frac{F(p+\lambda)}{p+\lambda} \div \Gamma(t) \int_0^t e^{-\lambda f(t)} dt$$

и

$$\frac{p}{p+\lambda} \cdot F(p+\lambda) \div \Gamma(t) e^{-\lambda f(t)}.$$

6. Доказательство  $p \left( \frac{F(p)}{p} \right)' \div (-1)^n t^n \Gamma(t) f(t).$

До настоящего момента мы не предъявляли никаких требований к  $p$ , кроме того, что он символизирует  $P^{(1)}(t)$ , а степени его — импульсивные функции соответствующего же порядка. Положим теперь, что  $p$  — переменная величина, необязательно комплексная, и найдем оригинал, соответствующий изображению:

$$p \left( \frac{F(p)}{p} \right)' = F'(p) - \frac{F(p)}{p},$$

полагаем, что  $F(p)$  имеет производную).

Согласно (13), получим:

$$F'(p) - \frac{F(p)}{p} = - \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) p^{-(i+1)} f^{(i)}(0),$$

но

$$(i+1) p^{-(i+1)} \div (-i+1) \Gamma(t) = t^i \Gamma(t).$$

Следовательно,

$$p \left[ \frac{F(p)}{p} \right]' = - \Gamma(t) t f(t).$$

Доказательство для производных высшего порядка аналогично.

### 7. Преобразование Карсона

Положим теперь, что  $p$  — вещественная переменная более нуля или комплексная переменная.

Найдем, чему равен

$$\Gamma(t) \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt = \Gamma(t) \int_0^{\infty} e^{-pt} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{t^i}{i!} f^{(i)}(0) dt \dots \quad (*)$$

Поскольку

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} dt = \frac{1}{p},$$

то дифференцированием по  $p$ , как по параметру, найдем

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot t^i dt = i! p^{-i-1}.$$

Следовательно, (\*) равно

$$\frac{1}{p} \sum_{i=0}^{\infty} p^{-i} f^{(i)}(0) = \frac{F(p)}{p}.$$

Итак, окончательно получим

$$\Gamma(t) \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt = \frac{F(p)}{p}. \quad (10)$$

Стало быть, введение символического обозначения  $p^{(i)}$  для  $\Gamma(t)$  вполне обеспечивает построение операционного исчисления. Одновременно мы получили подтверждение в справедливости (12) именно в операционном смысле, т. е.  $p^k$  является действительно изображением  $\Gamma^{(k)}(t)$ .

Из формулы (10), как это обычно и осуществляется, можно вывести все предыдущие соотношения. Она становится особенно плодотворной, если  $p$  принять комплексной переменной. Тогда  $F(p)$  является аналитической функцией, что позволяет существенно расширить область применения операционного исчисления.

Полагая далее в (10)

$$f(t) = \Gamma^{(1)}(t - \tau),$$

найдем

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} \Gamma^{(1)}(t - \tau) dt = e^{-p\tau}.$$

Следовательно

$$\Gamma^{(1)}(t - \tau) \div -p e^{-p\tau}$$

и аналогично

$$\Gamma^{(k)}(t - \tau) \div -p^k e^{-p\tau},$$

причем  $k$  — любое целое число.

Таким образом, и для запаздывающих на  $\tau$  импульсивных функций  $\Gamma(t-\tau)$  распространяется правило умножения и деления изображения при интегрировании или контурном дифференцировании оригинала  $\Gamma(t-\tau)$ . Отсюда же нетрудно вывести теорему запаздывания в общем виде. Мы ограничимся этими замечаниями, преследующими лишь цель—указать на прямую связь теории импульсивных функций с операционным исчислением.

### 8. Пример

Рассмотрим свободные колебания груза с одной степенью свободы при начальных условиях:  $t=0$ ;  $x=x_0$ ,  $v=v_0$ .

Дифференциальное уравнение в контурных производных имеет вид:

$$[x]'' + k^2 x = \overset{(2)}{\Gamma(t)} x_0 + \overset{(1)}{\Gamma(t)} v_0,$$

где  $x_0$  и  $v_0$  начальное смещение и скорость.

Пусть  $x(t) \leftrightarrow F(p)$ . Тогда, согласно изложенному выше, имеем:

$$p^2 F(p) + k^2 F(p) = x_0 p^2 + v_0 p.$$

Отсюда

$$F(p) = x_0 \frac{p^2}{p^2 + k^2} + v_0 \frac{p}{p^2 + k^2}.$$

Но согласно § 3

$$\frac{p^2}{p^2 + k^2} \leftrightarrow \cos kt; \quad \frac{p}{p^2 + k^2} = \frac{1}{k} \cdot \frac{kp}{p^2 + k^2} \leftrightarrow \frac{1}{k} \sin kt.$$

Итак, окончательно:

$$x(t) = x_0 \cos kt + \frac{v_0}{k} \sin kt.$$

Здесь повсюду для сокращения опущен символ  $\Gamma(t)$ . Этот простой пример наглядно иллюстрирует как тесную связь теории импульсивных функций с операционным методом, так и изящество последнего.

Институт Стройматериалов  
и Сооружений АН Арм. ССР

### ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Лурье—Операционное исчисление в приложениях к задачам механики. ОНТИ, 1938.
2. А. Г. Назаров—ДАН Арм. ССР, VII, № 1, 1947.

**Ա. Գ. Նազարյան**

Հայկական ՍՍՌ ԳՍ. բարակից-անչում

**ՕՊԵՐԱՑԻՈՆ ՆԱՇՎԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՀԱՐԱԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԵՎ  
ԻՄՊՈՒԼՍԻՎ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԸ**

**Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ**

Աշխարհանքում ցույց է տրվում, որ օպերացիոն հաշվի բոլոր հարաբերություններն ուղղակի ձևով կարող են դուրս բերվել իմպուլսիվ ֆունկցիաների հատկություններից: Բացի այդ, կոնտուրային ածանցյալի գաղափարը, որը սերտ կերպով կապված է իմպուլսիվ ֆունկցիաների հետ և արված է հեղինակի կողմից, հնարավորություն է տալիս ավելի ճիշտ ձևակերպել օպերացիոն հաշվի մի շարք գրությունները:

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. Г. Назаров

Член-корреспондент АН Арм. ССР

**Интеграл Стильтьеса и импульсивные функции**

При решении задач техники часто возникает необходимость в применении интеграла Стильтьеса. Однако теория последнего мало доступна для инженерных кругов. Мы покажем, что для многих практически важных случаев интеграл Стильтьеса может быть в простой и наглядной форме интерпретирован с помощью импульсивных функций. Приведем предварительно некоторые свойства последних, необходимые для дальнейшего.

Функции

$$\begin{aligned} \overset{0}{\Gamma}(x-a) &= 0, \quad x \leq a, & \overset{1}{\Gamma}(x-a) &= 0, \quad x < a, \\ &= 1, \quad x > a, & &= 1, \quad x \geq a \end{aligned} \quad (1)$$

условимся называть соответственно правым и левым разрывными множителями. Операторы  $\overset{0}{\Gamma}(x-a)$ ,  $\overset{1}{\Gamma}(x-a)$ , повсюду тождественно равные нулю и имеющие в точке  $x=a$  такие особенности, что формально удовлетворяют соотношениям

$$\int_{c < a}^x \overset{0}{\Gamma}(x-a) dx = \overset{0}{\Gamma}(x-a), \quad \int_{c < a}^x \overset{1}{\Gamma}(x-a) dx = \overset{1}{\Gamma}(x-a) \quad (2)$$

и как следствие

$$\int_a^{a+0} \overset{0}{\Gamma}(x-a) dx = \int_{a-0}^a \overset{1}{\Gamma}(x-a) dx = 1; \quad (3)$$

называются соответственно правым и левым единичными импульсивными функциями первого порядка [1].

Из (2) вытекают такие формальные соотношения:

$$\frac{d\overset{0}{\Gamma}}{dx} = \overset{0}{\Gamma}^{(1)}, \quad \frac{d\overset{1}{\Gamma}}{dx} = \overset{1}{\Gamma}^{(1)}. \quad (4)$$

Из приведенных определений следует, что  $\overset{0}{\Gamma}(x-a)$  как бы является „функцией“, имеющей значения, отличные от нуля в „правом интервале“  $(a, a+0)$ , а  $\overset{1}{\Gamma}(x-a)$  является „функцией“, отличной от нуля

в „левом интервале“  $(a-0, a)$  в соответствии со скачками  $\overset{0}{\Gamma}(x-a)$  и  $\overset{1}{\Gamma}(x-a)$ , причем поведение их на рассматриваемых условных интервалах как бы ничем не отличается от обычных дифференцируемых функций.

Всякую функцию  $u(x)$ , обладающую конечным или счетным множеством точек разрыва первого рода, можно представить в виде суммы некоторой непрерывной функции  $u_{\text{cont}}(x)$  и разрывной функции  $u_{\text{disc}}(x)$ :

$$u(x) = u_{\text{cont}}(x) + u_{\text{disc}}(x). \quad (5)$$

Если скачки слева и справа функции  $u(x)$  в точках разрыва  $x = c_k$  равны

$$\bar{\delta}_k = u(c_k) - u(c_k - 0),$$

$$\underline{\delta}_k = u(c_k + 0) - u(c_k),$$

то

$$u_{\text{disc}}(x) = \sum_{k=1}^n \bar{\delta}_k \overset{1}{\Gamma}(x - c_k) + \sum_{k=1}^n \underline{\delta}_k \overset{0}{\Gamma}(x - c_k). \quad (6)$$

Если положим, что  $u(x)$  дифференцируема в обычном смысле, то

$$\frac{du(x)}{dx} = \frac{du_{\text{cont}}(x)}{dx}. \quad (7)$$

Пользуясь вышеприведенными формальными соотношениями, можно смысл производной теперь расширить, добавив к производной в обычном смысле „производную“ от разрывной функции. Такую новую производную условимся называть контурной производной и обозначать символом  $[u(x)]'$  или  $\frac{d[u(x)]}{dx}$ .

Тогда

$$[u(x)]' = u'(x) + \sum_{k=1}^n \bar{\delta}_k \overset{1(1)}{\Gamma}(x - c_k) + \sum_{k=1}^n \underline{\delta}_k \overset{0(1)}{\Gamma}(x - c_k). \quad (8)$$

Примитивная этой функции в точности восстанавливает первоначальный облик  $u(x)$  и в точках разрыва  $x = c_k$ .

Далее представляют интерес следующие соотношения:

$$\int_{-\infty}^x \overset{1}{\Gamma}(x-a) f(x) dx = \int_a^x f(x) dx; \quad \int_{-\infty}^x \overset{0}{\Gamma}(x-a) f(x) dx = \int_a^x f(x) dx. \quad (9)$$

Если  $f(x)$  непрерывна в окрестности точки  $x = a$ , то

$$\overset{1(1)}{\Gamma}(x-a) f(x) = \overset{1(1)}{\Gamma}(x-a) f(a), \quad \overset{0(1)}{\Gamma}(x-a) f(x) = \overset{0(1)}{\Gamma}(x-a) f(a). \quad (10)$$

Отсюда — известное соотношение Хевисайда — Дирака [2,3]:

\* Операторы эти можно трактовать так же, как специальным способом подобранные расходящиеся ряды [1]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \overset{1}{\Gamma}(x-a) i(x) dx = i(a). \quad (11)$$

Полезно для дальнейшего следующее соотношение:

$$\overset{0}{\Gamma}(x-a) \overset{1}{\Gamma}(x-b) = \overset{1}{\Gamma}(x-b), \quad b > a, \quad (12)$$

$$\overset{1}{\Gamma}(x-a), \quad b \leq a.$$

Нетрудно убедиться, что это равенство не нарушается и при дифференцировании.

Далее, в силу односторонней непрерывности, можем написать:

$$\overset{0(1)}{\Gamma}(x-a) \overset{1}{\Gamma}(x-a) = \overset{0(1)}{\Gamma}(x-a),$$

$$\overset{1(1)}{\Gamma}(x-a) \overset{0}{\Gamma}(x-a) = 0 \quad (13)$$

Произведениям же  $\overset{1(1)}{\Gamma}(x-a) \overset{1}{\Gamma}(x-a)$  и  $\overset{0(1)}{\Gamma}(x-a) \overset{0}{\Gamma}(x-a)$  мы *здесь* не приписываем смысла в силу полного совпадения точек особенностей членов произведений и поэтому неопределенности последних.

Рассмотрим интеграл Стильтьеса непрерывной функции  $i(x)$  с интегрирующей функцией ограниченной вариации  $u(x)$

$$I = \int_a^b f(x) du(x). \quad (14)$$

В зависимости от поставленной задачи, крайние точки  $a$  и  $b$  могут быть включены или не включены в пределы интеграла. Интегрирующая функция  $u(x)$  задана (5). Поскольку она содержит дискретную часть, то дифференциал  $u(x)$  должен быть понимаем теперь в континуум смысле. На основании предыдущего имеем:

$$I = \int_a^b f(x) d[u(x)] = \int_a^b i(x) du_{\text{cont}}(x)$$

$$+ \int_a^b f(x) \left[ \sum_{k=1}^n \overset{1(1)}{\delta}_k \Gamma(x-c_k) + \sum_{k=1}^n \overset{0(1)}{\delta}_k \Gamma(x-c_k) \right] dx$$

$$= \int_a^b f(x) du_{\text{cont}}(x) + \sum_{k=1}^n \overset{0}{\delta}_k f(c_k),$$

где

$$\overset{0}{\delta}_k = \overset{+}{\delta}_k + \overset{-}{\delta}_k = u(c_k + 0) - u(c_k - 0).$$

Каноническое разложение приобретает существенное практическое значение в случае дифференцируемости  $u_{\text{cont}}(x)$ .

Тогда

$$I = \int_a^b f(x) u'_{\text{cont}}(x) dx + \sum_{k=1}^n \delta_k f(c_k). \quad (16)$$

Этот же интеграл может быть выражен в контурном смысле:

$$I = \int_a^b f(x) [u(x)]' dx. \quad (17)$$

Легко убедиться, что (17) обладает всеми чертами, присущими интегралу Стильтьеса. Например, формула интегрирования по частям, как нетрудно убедиться непосредственной подстановкой, выразится таким образом:

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) d[u(x)] &= [f(x)u(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)u(x) dx = \\ &= f(b)u(b) - f(a)u(a) - \int_a^b f'(x)u(x) dx. \end{aligned}$$

Перейдем теперь к разбору случая, когда интегрируемая функция  $f(x)$  имеет точки разрыва первого рода. Поставим дополнительным требованием, чтобы точки разрыва  $f(x)$  не совпадали с точками разрыва  $u(x)$ , или если совпадают, то в смысле (13). Функцию  $f(x)$  можно представить в виде:

$$f(x) = f_{\text{cont}}(x) + \sum_{i=1}^m \delta_i \Gamma(x - c_i).$$

Здесь для сокращения записи мы не делаем различия между правыми и левыми импульсивными функциями.

Интеграл Стильтьеса примет вид:

$$\int_a^b f(x) d[u(x)] = \int_a^b f_{\text{cont}}(x) d[u(x)] + \int_a^b \sum_{i=1}^m \delta_i \Gamma(x - c_i) d[u(x)] = I_1 + I_2.$$

Первое слагаемое  $I_1$  правой части равенства было изучено выше. Остановимся, поэтому, на втором слагаемом  $I_2$  при том условии, что  $u(x)$  имеет контурную производную.

Тогда

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_a^b \sum_{i=1}^m \delta_i \Gamma(x - c_i) [u'_{\text{cont}}(x) + \sum_{k=1}^n \delta_k \Gamma^{(1)}(x - c_k)] dx = \\ &= \sum_{i=1}^m \int_a^b \delta_i u'_{\text{cont}}(x) dx + \int_a^b \sum_{i=1}^{i-m} \delta_i \Gamma(x - c_i) \sum_{k=1}^{k-n} \delta_k \Gamma^{(1)}(x - c_k) dx \end{aligned}$$

Имея в виду, что

$$\Gamma(x-c_i) \overset{(1)}{\Gamma}(x-c_k) = 0, \text{ при } c_i > c_k$$

$$\Gamma(x-c_i) \overset{(1)}{\Gamma}(x-c_k) = \overset{(1)}{\Gamma}(x-c_k), \text{ при } c_i < c_k,$$

найдем

$$I_2 = \sum_{i=1}^m \delta_i [u_{\text{cont}}(b) - u_{\text{cont}}(c_i)] + \sum_{c_i < c_k} \delta_i \delta_k. \quad (19)$$

Нетрудно убедиться, что все свойства обобщенного интеграла Стильтьеса могут быть здесь воспроизведены при поставленных выше исходных предпосылках. Остановимся для примера на формуле интегрирования по частям, которая, в силу разрывности  $f(x)$ , запишется с заменой  $f'(x)$  на  $[f(x)]'$ :

$$\int_a^b f(x) d[u(x)] = f(b)u(b) - f(a)u(a) - \int_a^b [f(x)]' u(x) dx. \quad (20)$$

Формулу эту достаточно проверить для разрывной части  $f(x)$ , т. е.

$$f_{\text{disc}}(x) = \sum_{i=1}^{i=m} \delta_i \Gamma(x-c_i)$$

при  $c_i > a$ .

Тогда левая часть (20) попрежнему выражается формулой (19). Правая же часть (20) запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} & u_{\text{cont}}(b) \sum_{i=1}^m \delta_i + \sum \delta_i \delta_k - \int_a^b \sum_{i=1}^m \delta_i \overset{(1)}{\Gamma}(x-c_i) [u_{\text{cont}}(x) \\ & + \sum_{k=i}^n \delta_k \overset{(1)}{\Gamma}(x-c_k)] dx = u_{\text{cont}}(b) \sum_{i=1}^m \delta_i + \sum \delta_i \delta_k \\ & - \int_a^{i=m} \sum_{i=1}^m \delta_i \overset{(1)}{\Gamma}(x-c_i) u_{\text{cont}}(x) dx - \int_a^b \sum_{i=1}^m \delta_i \overset{(1)}{\Gamma}(x-c_i) \sum_{k=i}^n \delta_k \overset{(1)}{\Gamma}(x-c_k) dx \\ & = u_{\text{cont}}(b) \sum_{i=1}^m \delta_i + \sum \delta_i \delta_k - \sum_{i=1}^m \delta_i u_{\text{cont}}(c_i) - \sum_{c_i > c_k} \delta_i \delta_k. \end{aligned}$$

Но, поскольку

$$\sum \delta_i \delta_k - \sum_{c_i > c_k} \delta_i \delta_k = \sum_{c_i < c_k} \delta_i \delta_k,$$

мы вновь приходим к выражению (19), чем доказывается справедливость формулы интегрирования по частям и в случае разрывного  $f(x)$ .

В заключение отметим, что с точки зрения физической импульсивные функции дают аналитическое изображение меры, сосредоточенной в точке.

В качестве простейшего приложения, изложенного выше, рассмотрим оператор

$$f(x) = \lambda \int_a^b f(\xi) K(x; \xi) \mu(\xi) d\xi.$$

Такой вид имеет, например, интегральное уравнение для свободных колебаний упругой системы, причем  $\mu(\xi)$  означает интенсивность распределенной массы в точке  $\xi$ . Функция  $K(x; \xi)$  изображает прогиб системы в точке  $x$  от единичной силы, приложенной в точке  $\xi$ . Функция  $f(x)$  изображает амплитуду колебаний. На основании изложенного выше, мы под  $\mu(\xi)$  можем понимать не только сплошным образом распределенную массу, но и сосредоточенные массы  $m_i$ , приложенные в точках  $x = \eta_i$ .

$$\mu(x) = \mu_1(x) + \sum_{i=1}^n m_i \Gamma(x - \eta_i).$$

Тогда

$$\begin{aligned} f(x) &= \lambda \int_a^b f(\xi) K(x; \xi) \cdot [\mu_1(\xi) + \sum_{i=1}^n m_i \Gamma(\xi - \eta_i)] d\xi \\ &= \lambda \int_a^b f(\xi) K(x; \xi) \mu_1(\xi) d\xi + \lambda \sum_{i=1}^n m_i f(\eta_i) K(x; \eta_i). \end{aligned}$$

Институт Стройматериалов  
и Сооружений АН Арм. ССР

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Назаров—ДАН Арм. ССР, VII, № 1, 1947.
2. Dirac—The Physical Interpretation of the Quantum Dynamics. Proc. of the Royal Soc., vol. 113, p. 621.
3. А. И. Лурье—Операционное исчисление в приложении к задачам механики. ОНТИ, 1923.

#### Ա. Գ. Նազարովան

Հայկական ՍՍԻ ԳԱ Քղթակերց-անդամ

#### ԻՄՊՈՒԼՍԻՎ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԸ ԵՎ ՍՏԻՆՏԵՍԻ ԻՆՏԵԳՐԱԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատանքում բերված են Ստիլանսի ինտեգրալի արտահայտման ձևերը խզվող բազմադասականների և նրանց ֆորմալ ածանցյալների միջոցով աշխինքն առաջին կարգի իմպուլսիվ ֆունկցիաների միջոցով: Միաժամանակ ցույց է տրված Ստիլանսի ինտեգրալի արժեքի որոշումն ինչպես խզվող ախպես էլ անխզվելի ինտեգրվող և ինտեգրող ֆունկցիաների դեպքում:

ГИДРОЭНЕРГЕТИКА

А. М. Осеян

**К вопросу о направлении развития электропотребления республик и областей, бедных запасами минерального топлива**

(По материалам Армянской ССР)

В энергетическом балансе многих промышленно развитых стран важнейшее место занимает минеральное топливо; что же касается гидроэнергии, то удельный вес ее в общем энергетическом и топливном балансе пока еще не высок. Удельный вес гидроэнергии в электроэнергетическом балансе промышленно развитых стран в 1937 году составлял: СССР—14,6%, Германия—16,0%, Великобритания—3,2%, Бельгия—2,8%.

Однако, в ряде стран гидроэнергия в электробалансе заняла значительно большее место, несмотря на лучшую их обеспеченность топливными ресурсами. Так, например, удельный вес гидроэнергии в электробалансе по США составляет 34%, а по Канаде—98,5%. Это объясняется тем, что среди современных энергетических установок гидростанции являются наиболее совершенными.

Закон о пятилетнем плане восстановления и развития народного хозяйства СССР на 1946—1950 г. г. обязывает: „Развернуть строительство гидроэлектростанций, обеспечив всемерное повышение удельного веса гидроэлектроэнергии в выработке электроэнергии по народному хозяйству“ (1).

Советский Союз—страна богатых гидроэнергетических ресурсов и по этому показателю занимает первое место среди промышленно развитых стран.

Армянская ССР по показателю потенциальных запасов гидро-ресурсов на душу населения уступает средним показателям Советского Союза на одну треть, а считая на квадратный километр территории—превышает средний показатель Советского Союза в 3,2 раза. По степени освоения потенциальных запасов электроресурсов Армения, среди республик Советского Союза, занимает второе место, уступая только Украинской ССР. В 1945 г. выработка электроэнергии на душу населения превысила данные 1913 г. в 63 раза, 1927/28 г. г.—в 14 раз, 1932 г.—в 6 раз, 1937 г.—в 1,54 раза. С пуском

отдельных отраслей промышленности по трем показателям: по занимаемому ее месту в промышленности Республики по основным средствам, валовой продукции, числу занятых рабочих.

|  | Занимаемое место      |                      |                          |
|--|-----------------------|----------------------|--------------------------|
|  | По основным средствам | По валовой продукции | По числу занятых рабочих |
| <b>1. Тяжелая индустрия</b>                            |                       |                      |                          |
| 1. Электростанции (включ. сети и подстанции) . . . . . | 1                     | 4                    | 13                       |
| 2. Медная (включ. добычу медн. руды) . . . . .         | 4                     | 7                    | 5                        |
| 3. Химическая . . . . .                                | 2                     | 3                    | 3                        |
| 4. Металлообрабатывающая . . . . .                     | 7                     | 6                    | 6                        |
| 5. Производство стройматериалов . . . . .              | 6                     | 8                    | 4                        |
| 6. Топливодобывающая . . . . .                         | 13                    | 14                   | 14                       |
| <b>2. Легкая индустрия</b>                             |                       |                      |                          |
| 1. Текстильная . . . . .                               | 3                     | 2                    | 1                        |
| 2. Кожевенно-обувно-меховая . . . . .                  | 9                     | 9                    | 8                        |
| 3. Швейная . . . . .                                   | 11                    | 5                    | 7                        |
| 4. Деревообрабатывающая . . . . .                      | 10                    | 10                   | 11                       |
| 5. Лесозэксплоатация . . . . .                         | 12                    | 13                   | 10                       |
| 6. Пищевкусовая . . . . .                              | 5                     | 1                    | 2                        |
| 7. Мыловаренная . . . . .                              | 14                    | 12                   | 12                       |
| 8. Полиграфическая . . . . .                           | 8                     | 11                   | 9                        |

Уровень обеспеченности топливными и энергоресурсами Армянской ССР примерно в 4 раза ниже среднего уровня Советского Союза. Если в освоенных энергетических и топливных ресурсах Советского Союза удельный вес угля, нефти и торфа доходит до 85%, то в Армянской ССР эти важнейшие отрасли топливной промышленности по удельному весу занимают только 1,2%. С другой стороны, в общем производстве топливной и энергетической промышленности Советского Союза электроэнергия занимает только 2,1%, а в Армянской ССР 98,8%.

Потенциальные и освоенные топливно-энергетические ресурсы Армянской ССР имеют следующую картину. (См. стр. 22).

В этих условиях приобретает актуальное значение максимальное использование гидроресурсов Республики путем использования сезонной гидроэнергии, с одной стороны, и повышения коэффициента использования гидростанций в том числе и станций, по техническим условиям способных выполнять роль регуляторов сезонных графиков, с другой.

отдельных отраслей промышленности по трем показателям: по занимаемому ее месту в промышленности Республики по основным средствам, валовой продукции, числу занятых рабочих.

|  | Занимаемое место      |                      |                          |
|--|-----------------------|----------------------|--------------------------|
|  | По основным средствам | По валовой продукции | По числу занятых рабочих |
| <b>1. Тяжелая индустрия</b>                  |                       |                      |                          |
| 1. Электростанции (включ. сети и подстанции) | 1                     | 4                    | 13                       |
| 2. Медная (включ. добычу медн. руды)         | 4                     | 7                    | 5                        |
| 3. Химическая                                | 2                     | 3                    | 3                        |
| 4. Металлообрабатывающая                     | 7                     | 6                    | 6                        |
| 5. Производство стройматериалов              | 6                     | 8                    | 4                        |
| 6. Топливодобывающая                         | 13                    | 14                   | 14                       |
| <b>2. Легкая индустрия</b>                   |                       |                      |                          |
| 1. Текстильная                               | 3                     | 2                    | 1                        |
| 2. Кожевенно-обувно-меховая                  | 9                     | 9                    | 8                        |
| 3. Швейная                                   | 11                    | 5                    | 7                        |
| 4. Деревообрабатывающая                      | 10                    | 10                   | 11                       |
| 5. Лесозаготовка                             | 12                    | 13                   | 10                       |
| 6. Пищевкусовая                              | 5                     | 1                    | 2                        |
| 7. Мыловаренная                              | 14                    | 12                   | 12                       |
| 8. Полиграфическая                           | 8                     | 11                   | 9                        |

Уровень обеспеченности топливными и энергоресурсами Армянской ССР примерно в 4 раза ниже среднего уровня Советского Союза. Если в освоенных энергетических и топливных ресурсах Советского Союза удельный вес угля, нефти и торфа доходит до 85%, то в Армянской ССР эти важнейшие отрасли топливной промышленности по удельному весу занимают только 1,2%. С другой стороны, в общем производстве топливной и энергетической промышленности Советского Союза электроэнергия занимает только 2,1%, а в Армянской ССР 98,8%.

Потенциальные и освоенные топливно-энергетические ресурсы Армянской ССР имеют следующую картину. (См. стр. 22).

В этих условиях приобретает актуальное значение максимальное использование гидроресурсов Республики путем использования сезонной гидроэнергии, с одной стороны, и повышения коэффициента использования гидроэлектростанций в том числе и станций, по техническим условиям способных выполнять роль регуляторов сезонных графиков, с другой.

| Источники                          | Единица изме-<br>рения                  | Потенциальные<br>запасы |                    | Число лет<br>использования | Максимальные<br>возможности Рес-<br>публики в освое-<br>нии энергетич.<br>ресурсов |                    | Фактическая<br>добыча (до<br>войны) |                    |
|------------------------------------|---|-------------------------|--------------------|----------------------------|--|--------------------|-------------------------------------|--------------------|
|                                    |   | количе-<br>ство         | в %/о/о к<br>итогу |                            | количе-<br>ство  | в %/о/о к<br>итогу | количе-<br>ство                     | в %/о/о к<br>итогу |
| У г о л ь                          | тыс.<br>тонн<br>услов-<br>ного<br>топл. | 50,0                    | 0,04               | 10                         | 5,0  | 0,04               | 4                                   | 0,8                |
| Т о р ф                            | "                                       | 1500,0                  | 1,1                | 30                         | 50,0   | 0,4                | 6                                   | 1,3                |
| Древесное<br>топливо               | "                                       | 27,0                    | 0,02               | вечно                      | 27,0   | 0,02               | 15                                  | 3,2                |
| Гидроэнер-<br>гетика рек           | "                                       | 11,000,0                | 8,33               | вечно                      | 11,000,0   | 81,7               | 450                                 | 94,7               |
| оз. Севан                          | "                                       | 120,000,0               | 90,51              | 50                         | 2,400,0  | 17,84              |                                     |                    |
| В с е г о<br>в условном<br>топливе |   | 132.577,0               | 100,0              | —                          | 13,482,0   | 100,0              | 475                                 | 100,0              |

Проблема специальных потребителей гидроэнергии имеет принципиальный научный интерес в силу сложного характера энерго-экономических взаимосвязей во всем комплексе ГЭС—потребитель, с учетом особенностей топливно-энергетического баланса районов размещения ГЭС. В конкретных условиях Армянской ССР эта проблема имеет также и сугубо практическое значение. Изучение этой проблемы должно дать материал для определения эффективности работы электроемкой промышленности на сезонном и нормальном энергетическом графике в комплексе завод—сезонная ГЭС, завод—сезонная и регулирующая ГЭС и дать разрешение вопроса экономической целесообразности перевода ряда электроемких производств, работающих на сезонном графике—на постоянный режим энергоснабжения путем создания гидроэнергетического резерва при регулирующей ГЭС.

Автором настоящей статьи, впервые в энергетической литературе, на базе первичных заводских материалов, проведен анализ условий, определяющих экономическую эффективность производства карбида-кальция как потребителя сезонной гидроэнергии (2).

Проведенный анализ позволил установить ряд важных для решения основной задачи зависимостей, экономических показателей (удельных капиталовложений, производительности труда, удельных расходов электроэнергии, себестоимости продукции).

Экономический предел использования сезонной гидроэнергии в производстве карбида-кальция для различных условий работы гидростанций и тепловых станций, выявленных на основе этих зависи-

мостей, определен в следующих минимально предельных показателях для  $\frac{hc}{ho}$  (т. е. степени обеспеченности завода гидроэнергией)

| При цене гидро-<br>энергии за квтч. | При цене тепло-<br>вой электроэнер-<br>гии за квтч. | 5 коп. | 6 коп. | 8 коп. |
|-------------------------------------|---|--------|--------|--------|
|                                     | 1 коп.  |        | 60%    | 50%    |
| 2 „                                 |   | 70%    | 60%    | 50%    |
| 3 „                                 |   | 70%    | 60%    | 60%    |

Аналогичные исследования проводятся по производству ферросплавов и по аммиачному производству.

\* \* \*

Закон о пятилетнем плане восстановления и развития народного хозяйства СССР на 1946—1950 г. г. гласит:

„Обеспечить первоочередное восстановление и развитие тяжелой промышленности и железнодорожного транспорта, без которых невозможно быстрое и успешное восстановление и развитие всего народного хозяйства СССР“ (1).

Отсутствие в Армянской ССР базы для развития угольной промышленности и черной металлургии привело к тому, что индустриализация Республики пошла по линии организации электроемкой промышленности, т. е. карбида-кальция, электролитной меди и т. д.

Закон о пятилетнем плане обязывает: „Расширить применение электротехнологии в производстве легких и цветных металлов, легированных сталей, химических продуктов и в металлообработке“ (1).

На базе электроемкой промышленности в Армении организованы и организуются такие важнейшие отрасли тяжелой промышленности, как резиновая, электротехническая, машиностроительная, ацетиленцеллюлозная, искусственный шелк, высококачественные пластические массы, азотистые удобрения и т. д.

Без создания электроемкой промышленности, т. е. основной базы для развития тяжелой индустрии, промышленность Армении влачила бы жалкое существование и была бы вынуждена ограничиться в своей производственной деятельности только переработкой сельскохозяйственного сырья или работать на базе завозных материалов.

Это положение требует создания в Республике мощного источника промышленного сырья — полуфабрикатов, т. е. продуктов основной химии и цветной металлургии, которые дадут возможность развить в Республике машиностроение, электропромышленность, резиновую,

азотно-туковую промышленность, производство искусственного шелка, высокоценные пластические массы и т. д.

Исследование вопроса направления развития электропотребления народного хозяйства при недостатке местного топлива представляет большой интерес как с точки зрения экономики и проектирования гидростанций, так и развития важных для страны электроемких отраслей тяжелой промышленности.

Поскольку проблема размещения электроемкой промышленности в республиках, бедных минеральным топливом, в энергоэкономической литературе не изучена, то некоторые проектирующие организации при разрешении практических вопросов развития и размещения электроемких производств допускали ошибки.

До 1939 г. в проектирующих организациях (бюро ВЭС Закавказья, Гидроэнергопроект) существовало не совсем полное и правильное представление о перспективе развития тяжелой индустрии в Армении.

Бюро ВЭС Закавказья недооценило вопрос организации в Армянской ССР производства алюминия (3), а Гидроэнергопроект еще в 1939 г. высказывался против развития в Армении электроемкой промышленности, что видно из следующего данного им заключения:

„Постановка новых энергоемких производств в виде алюминия, содааммонийного завода, расширение завода СК до планируемых размеров не вытекает непосредственно из жизненных интересов Армении, т.к. эти производства не являются трудоемкими и лишь в малой степени связаны с ее природными ресурсами (4).

Исследования, проведенные автором настоящей статьи в Водно-Энергетическом Секторе Армянского Филиала Академии Наук СССР в 1939 г., доказали ошибочность этих заключений (5).

Необходимо отметить, что до сего времени не разработан метод экономического расчета, который мог бы дать нам полное представление о размещении проектируемого предприятия вблизи от источников сырья по сопоставлению с существующим положением пространственных связей между районами производства и потребления.

Совершенно недостаточно эти вопросы, имеющие столь крупное экономическое значение, освещать только в денежных показателях, т.е. ограничиваться приведением расчетов, отражающих влияние денежных затрат по железнодорожным перевозкам сырья на себестоимость конечной продукции проектируемого завода.

Необходимо учесть, что в социалистическом хозяйстве транспортабельность продукции не соответствует ее денежной стоимости. Так, например, исходя из денежной стоимости, транспортабельность хлебных грузов должна сильно превысить транспортабельность таких грузов, как каменный уголь, лес и т. д. В действительности, по довоенному плану железнодорожных перевозок дальность пере-

возки для хлебных грузов установлена 680 км, для каменного угля—665 км и лесоматериалов—950 км.

В наших исследованиях мы выдвинули новый показатель— „коэффициент средней дальности перевозок сырья проектируемого завода“ (КДП).

Этот показатель не претендует на полноту охвата вопроса и он неспособен дать достаточно полную картину пространственных связей между районами размещения сырьевых ресурсов и проектируемым заводом, являющимся потребителем этого сырья; но как вспомогательный, предложенный показатель, по нашему мнению, является вполне удовлетворительным.

КДП представляет собою частное от деления фактической средней взвешенной дальности пробега сырья и топлива, необходимых проектируемому заводу на нормальную дальность пробега аналогичного сырья, установленного планом железнодорожных перевозок на данный отрезок времени.

Показатель КДП вполне гармонирует с методикой планирования железнодорожных перевозок. В планах и отчетах железнодорожных перевозок для характеристики географии грузовых потоков и пространственных связей между районами производства и потребления служит показатель „средняя дальность пробега 1 тонны груза“, исчисляемый как частное от деления общего пробега грузов в тонно-километрах на число перевезенных грузов в тоннах.

КДП > 1 означает, что организация данного производства должна привести к перевозкам, превышающим установленные нормативы.

Произведенные подсчеты показали, что минеральное сырье Армении обеспечивает, с учетом нагрузок прочих отраслей промышленности и народного хозяйства, организацию электроемких производств в объеме, превышающем энергетические ресурсы Республики.

Организация в Армении производства карбида-кальция и производных от него продуктов в размерах, соответствующих энергетическим ресурсам Республики, потребует перевозки около 245 млн. тонно-километров грузов, сырья и топлива, в то время как общий пробег этих грузов в Советском Союзе, исходя из существующей географии грузовых потоков и пространственных связей между районами производства и потребления, составит 274 млн. тонно-километров. Отсюда средняя дальность расстояния по этому производству составляет 562 км, против 627 км средней дальности перевозки аналогичного сырья, установленной по довоенным нормам по Союзу в целом. КДП составляет 0,896.

При организации дальнейшей обработки алюминиевых чушек на месте КДП алюминиевого производства в комплексе с прокатным производством значительно улучшается и снижается ниже единицы.

Исключительно благоприятный КДП получается по производству аммиачной селитры.

В результате приведенных подсчетов доказано, что организация электроемких производств в Армении, вопреки существовавшим ранее мнениям, не должна привести к дальним перевозкам и чрезмерно загрузке транспорта.

Потребные для производства электроемких отраслей промышленности сырье и топливо обеспечиваются: из Армении 59,3%, из Грузии и Азербайджана—29%, из вне пределов Закавказья—11,7%.

Составленный материально-топливный баланс показал, что средняя дальность перевозки тонны сырья, материалов и топлива для организации этих производств составляет 487 км, в то время как средняя дальность перевозки аналогичных материалов, установленная по нормам НКПС до войны по Советскому Союзу, составляла 633 км; следовательно КДП=0,77.

Производство алюминия распадается на два процесса: выработка глинозема и электролиз глинозема.

Производство глинозема—это высокое теплоемкое производство (на 1 тн. глинозема необходимо около 8 тн. пара), и его необходимо организовать у источников дешевого тепла, в частности при ТЭЦ, где имеется комбинированное использование пара для производства электроэнергии и в качестве тепла.

Общеизвестно, что комбинированная выработка тепловой электрической энергии значительно повышает коэффициент полезного действия станции. Если КПД по лучшим конденсационным станциям Министерства Электростанций равен 20—25%, то КПД в комбинированном процессе достигает 65—70%, благодаря чему производство глинозема получается высокоэкономичным. Также целесообразно организовать производство глинозема на базе природных газов (Сумгаит). Процесс же электролиза целесообразно организовать у источников дешевой гидроэнергии.

Перевозка материалов к источникам энергии (по алюминиевому производству) значительно экономичнее передачи электроэнергии на большие расстояния, т.к. потери электроэнергии при этих передачах ни в коей степени не компенсируют затраты по перевозке сырья по железной дороге, учитывая, с одной стороны, высокий расходный коэффициент электроэнергии на тонну алюминия (18—20 тыс. квтч), а с другой стороны—то положение, что на тонну алюминия требуется всего две тонны сырья—глинозема.

Организация производства алюминия на расстоянии 200—300 км от гидростанции приведет к потере электроэнергии, в пересчете на тонну алюминия, в количестве 1—2 тыс. квтч, которая в денежном выражении составит около 80—150 рублей, и отдельные расходы на содержание линии передачи около 500 рублей на тонну

алюминия. Перевозка же глинозема на тонну алюминия на указанное расстояние обойдется около 20 рублей.

\* \* \*

Развитие электроемкой промышленности в Армении приводит к тому, что на эту отрасль расходуется около 50—60% всей электроэнергии Республики, в то время как по Советскому Союзу в целом удельный вес электроэнергии, расходуемой в электрохимической промышленности, в 1940 г. составил 18%.

Темпы роста энергетического хозяйства Армянской ССР превышают средние темпы роста Советского Союза, и этот повышенный рост компенсирует недостаток Республики в минеральном топливе.

Приведем несколько примеров, иллюстрирующих высокий расход электроэнергии, вызванный отсутствием в Республике запасов минерального топлива.

Стекольное производство в Советском Союзе организовано на базе нефти или газа, а в Армянской ССР на электроэнергии. Сталелитейное производство в Республике организуется на базе плавки металла электрической энергией. Плавку штейна в медной промышленности намечается перевести на электроэнергию.

При производстве азотистых удобрений, в зависимости от метода получения водорода, имеются три основных способа производства полуфабриката—аммиака. Первые два метода применяются при производстве коксохимической промышленности. Основной процесс получения азотноводородной смеси по методу конверсии состоит в газификации кокса и обогащении получаемого водяного газа водородом. Другой метод извлечения водорода из коксового газа состоит в фракционировании последнего. Расходный коэффициент электроэнергии по этим двум методам колеблется от 2000 до 2500 квтч.

В странах, где отсутствует коксохимическая промышленность, производство синтетического аммиака организуется методом электролиза воды. В этом случае расход электроэнергии в 4—5 раз больше, чем при первых двух методах.

Как видим, организация в Армении азототукового производства приводит к крупному дополнительному расходу электроэнергии из-за отсутствия местного топлива.

Наконец, бедность Армении топливом приводит к тому, что электроэнергия все шире и шире внедряется в быт населения, заменяя собой широко применяемый в благоустроенных городах газ.

В Армении должны быть широко применены рефрижераторы, кондиционирование воздуха и т. д., что, в свою очередь, приведет к большему потреблению электроэнергии в быту.

Вследствие развития в Республике электроемкой промышленности на 1 квтч электроэнергии по Армянской ССР приходится

валовой продукции значительно меньше, чем по Советскому Союзу.

Приведенные показатели говорят о том, что при использовании гидроресурсов необходимо развитию промышленности дать такое направление, чтобы наряду с индустриализацией максимально расширить общий выпуск продукции по Республике.

Наряду с развитием промышленности, перерабатывающей сельскохозяйственное сырье, необходимо развивать тяжелую промышленность Республики по линии насаждения производств по переработке на месте первичных продуктов электроемкой промышленности, т.е. доведения продукта карбида-кальция до производства резиновых изделий, кинопленок, ценных лаков, шелкового полотна, высокоценных видов пластмасс, а цветные металлы—до сложных изделий машиностроения и электропромышленности.

Законом о пятилетнем плане по Армянской ССР предусмотрено большое развитие промышленности по переработке на месте продукции электроемкой промышленности, что приведет к тому, что на 1 квтч электроэнергии к концу пятилетки будет выработано значительно больше продукции по сравнению с довоенным периодом.

Выработка валовой продукции в неизменных ценах на 1 квтч электроэнергии по Армянской ССР в 1940 г., с учетом коммунально-бытового потребления, составляло 36%, считая к среднему уровню Советского Союза, или другими словами—на 1 квтч электроэнергии по Армении получалось на 64% меньше продукции, чем на то же количество электроэнергии в среднем по Советскому Союзу.

В конце послевоенной пятилетки, ввиду большого роста промышленности, перерабатывающей продукцию электроемкой промышленности, выработка валовой продукции на 1 квтч электроэнергии по Армении даст рост на 30% и достигнет 56%, считая к среднему уровню Советского Союза.

Предварительные подсчеты показывают, что с пуском в эксплуатацию Гюмушской гидроэлектростанции на полную мощность выработка валовой продукции на 1 квтч повысится до 70%, считая к среднему уровню Советского Союза.

ГюмушГЭС даст возможность довести выпуск цветных металлов до размеров, обеспечивающих рентабельное использование их на месте.

#### В ы в о д ы

1. Армянская ССР является страной, обладающей высокоценными энергетическими ресурсами, но крайне бедной запасами минерального топлива.

По обеспеченности запасами топлива и энергоресурсов Армянская ССР стоит, считая на душу населения, примерно в 4 раза ниже среднего уровня Советского Союза. По обеспеченности гидроресурсами она на одну треть уступает средним показателям Совет-

ского Союза, считая на душу населения; на квадратный же километр территории превышает средний показатель Советского Союза в 3,2 раза.

По показателю освоения гидроресурсов среди всех республик Советского Союза Армения занимает второе место и, наконец, по электровооруженности труда она значительно превосходит средний уровень Советского Союза.

2. Индустриализация стран, бедных запасами минерального топлива, в том числе Армянской ССР, обеспечивается организацией электроемких отраслей промышленности, без чего невозможно развитие народного хозяйства Республики.

3. Проблема направления развития электропотребления народного хозяйства в странах, бедных минеральным топливом, представляет большой интерес как с точки зрения индустриализации этих стран, так и развития важных для Советского Союза электроемких отраслей тяжелой промышленности.

Проведенные нами в этой области исследования дают нам возможность установить следующие технико-экономические положения при размещении электроемких отраслей промышленности:

а) производство теплоемких полуфабрикатов электроемких производств (например, глинозем для алюминия) целесообразно размещать у источников дешевой тепловой энергии, т.е. за пределами района размещения электроемкого завода, однако, возможно ближе к нему;

б) для высокoeлектроемких производств с низким расходным коэффициентом топлива и материалов перевозка материалов к источникам электроэнергии экономичнее передачи электроэнергии к источникам сырья и топлива;

в) для исследования вопроса — насколько проектируемое электроемкое производство связано с природными ресурсами данной республики или экономического района, в качестве вспомогательного метода можно применять способ сравнительных показателей средне-взвешенной дальности перевозки сырья и топлива, необходимого для организации данного производства, с установленными по Советскому Союзу нормативами средней дальности перевозки аналогичного сырья.

4. В странах, бедных минеральным топливом, гидроэлектроэнергия все шире и шире внедряется в промышленную технологию и в быт населения. Недохват минерального топлива частично компенсируется дополнительным расходом электроэнергии, что приводит к тому, что на квтч электроэнергии вырабатывается меньше продукции по сравнению с республиками и областями, обеспеченными запасами минерального топлива.

5. Для развития общего уровня промышленности в республике, бедной запасами минерального топлива, но с развитой электроемкой

промышленностью, необходимо максимально развить отрасли производства по переработке на месте первичных продуктов электроемкой промышленности.

Водно-Энергетический Институт  
АН Арм. ССР.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Закон о пятилетнем плане восстановл. и развития народн. хоз-ва СССР на 1946—1950 г.г.
2. А. М. Осепян—Использование сезонной гидроэнергии в производстве карбида-кальция. ДАН Арм. ССР. № 2, 1945.
3. Водно-энергетич. схема Закавказья, т. III. Производит. силы и электропотребление нар. хоз. II. Промышленность. Составлена Бюро Уполномоч. ВЭС Закавказья при ГрузГИДЭП-е 1935 г. ст. 117. Архив ТбидГИДЭП-а. Тбилиси.
4. Современ. состояние и перспективы развития электропотребл. Закавказских республик, на основе гипотез развития отраслей их хозяйств. 1939 г. Составл. Гидроэнергопроектом, Бюро ВЭС. Стр. 34. Архив гидроэнергопроекта, Москва.
5. А. М. Осепян—Экономика современ. состояния и перспективы развития электроемкой пром. на базе гидроресурсов и-минер. сырья Арм. ССР—1939/1940 г. г. Схема генерального плана Севан-Занги, т. IV. Водно-Энергетич. Сектор Арм. Филиала Академии Наук СССР. Стр. 37—41. Ереван. Архив Водно-Энергетич. Ин-та АН Арм. ССР.

#### Ա. Մ. Հովսեփյան

### ԷԼԵԿՏՐՈՍՊԱՌՄԱՆ ԶԱՐԳԱՑՄԱՆ ՈՒՂՂՈՒԹՅՈՒՆԸ ՎՍՈՒԵԼԱՆՅՈՒԹԻ ՊԱՇՏԱՐՆԵՐՈՎ ԱՂՔԱՏ ՌԵՍՊՈՒԲԼԻԿԱՆԵՐՈՒՄ ԵՎ ՄԱՐԶԵՐՈՒՄ

#### Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոգիվածուժ արված է Հայկական ՍՍՌի սոցիալիստական շինարարութեան փորձի ընդհանրացման հիման վրա հանքային վառելանյութով ազատ սեսպուլիկանների և մարդերի էլեկտրասպառման զարգացման ուղղութեանը:

Այդ բնագավառում մեր կատարած հետազոտութեանները մեզ հարավորութեան են տալիս սահմանելու տեխնիկա-տնտեսական հետևյալ դրույթները արտադրութեան էլեկտրատարողական բնագավառների տեղաբաշխման հարցերում:

ա) էլեկտրոտարողական արտադրութեան ջերմատարողական կիսաֆարրիկատների արտադրութեանը (օրինակ՝ ալյումինի օքսիդ) նպատակահարմար է տեղավորել ջերմային էթանպին էներգիայի աղբյուրների մոտ, այսինքն էլեկտրոտարողական գործարանի սահմաններից դուրս, ըստ հնարավորին նրան մոտիկ:

բ) Վառելանյութի և այլ նյութերի ծախսման ցածր գործակից ունեցող բարձր էլեկտրոտարողական արտադրութեանների համար տնտեսապես ավելի նպատակահարմար է նյութերի տեղափոխումը էլեկտրէներգիայի աղբյուրների մոտ, քան էլեկտրէներգիայի հաղորդումը հումույթի և վառելանյութի աղբյուրների մոտ:

գ) Ուսումնասիրելու համար այն հարցը, թե նախագծվող էլեկտրոտարողական արտադրութիւնը որքանով է կապված տվյալ ռեսպուբլիկայի կամ տնտեսական ռայոնի բնական ռեսուրսների հետ, որպես օժանդակ մեթոդ կարելի է կիրառել տվյալ արտադրութեան կազմակերպման համար անհրաժեշտ հումքի և վառելանյութի տեղափոխման միջին կշռային հեռավորութեան համեմատական ցուցանիշների եղանակը՝ Սովետական Միութեանում սահմանված նման հււժույթի տեղափոխման միջին հեռավորութեան նորմատիւներով:

դ) Հանքային վառելանյութով աղքատ երկրներում հիզրոէներգետիկան ավելի ու ավելի լայն է արժատանում արդյունաբերական տեխնոլոգիայի և աղղարնակչութեան կենցաղի մեջ: Հանքային վառելանյութի պակասը մասամբ լրացվում է էլեկտրոէներգիայի լրացուցիչ ծախսումով: Այդ հանգամանքը բերում է այն բանին, որ էլեկտրոէներգիայի մեկ կիլովատ ժամով մշակվում է ավելի պակաս արտադրանք, քան այն ռեսպուբլիկաներում և մարզերում, որոնք ապահովված են հանքային վառելանյութի պաշարով:

Հանքային վառելանյութով աղքատ, բայց էլեկտրոտարող արտադրութեամբ զարգացած ռեսպուբլիկայում արդյունաբերութեան ընդհանուր մակարդակի զարգացման համար անհրաժեշտ է մաքսիմալ կերպով զարգացնել արդյունաբերութեան այն ճյուղերը, որոնք հիմնված են էլեկտրոտարող արդյունաբերութեան սկզբնական արտադրանքներ մշակելու վրա:

ГИДРОЭНЕРГЕТИКА

В. П. Мартынов

**К вопросу суточного регулирования в Армянской энергетической системе\***

Армянская энергетическая система объединяет только гидроэлектрические станции, главным образом высоконапорные, расположенные на реках с резко выраженным сезонным графиком водотока.

Регулирующая станция системы (ГЭС № 1), являющаяся первой сооруженной ступенью Севан—Разданского (Севан—Зангинского) каскада гидростанций, использует кроме бытового стока Раздан (Занги) еще попуски воды из озера Севан, т. е. имеет зарегулированный режим водотока. По мере расходования севанской воды горизонт озера понижается, что соответствует первому периоду осуществления севанской проблемы.

В настоящее время в энергосистемах, содержащих гидроэлектрические станции, особенно актуальными являются вопросы разработки и организации правильного водно-энергетического режима работы как отдельных гидроэлектрических станций, так и энергосистем в целом. Планирование работы ГЭС носит весьма часто условный и случайный характер и приводит местами к неправильному использованию ГЭС при работе их в системах.\*\* Одновременно с этим, масштаб научно-исследовательских работ, связанных с улучшением эксплуатации гидростанций и, в частности, режима их работы—недостаточен.

Специфические особенности Армянской энергосистемы делают весьма актуальной и не легко разрешимой проблему суточного регулирования, ввиду крайне ограниченной емкости бассейнов суточного регулирования и одновременно с этим наличия требования максимально эффективного использования водотоков рек и экономного расходования севанской воды. Научная проработка проблемы суточного регулирования ГЭС Армении проводится в настоящее время в Гидроэлектрической Лаборатории Академии Наук Арм. ССР.

Гидрографы рек Армении имеют резко выраженный сезонный характер. Период паводка весной весьма непродолжителен и падает на май и отчасти на апрель и июнь месяцы. Период маловодья

\* Доложено на XIII Научной сессии ЕРПИ 23/XI—1946 г. и в сокращенном виде—на семинаре ГЭЛ АН Арм. ССР, 30/1—1947 г. Доложено в Техсовете МЭС СССР VII—1946 г.

\*\* См. материалы II Всесоюзного Совещания по эксплуатации Гидростанций.

продолжителен и мало отличается по расходам воды от минимума в зимние месяцы. Это обстоятельство, во-первых, ставит весьма узкие границы для сезонной энергии, ограничивая наличие ее периодом 1—1,5 месяца, и, во-вторых, вызывает необходимость дотации воды из озера Севан в значительных размерах на протяжении 10 месяцев в году.

Опыт использования сезонной энергии паводковых вод на ГЭС № 1 впервые был проведен в 1946 г. и выразился в форсированной работе в весенние месяцы основных потребителей, главным образом химической промышленности. Опыт 1946 г. подтвердил полную реальность освоения сезонной энергии потребителями химической промышленности, при соответствующей их подготовке.

Величина годовых попусков севанской воды за последние три года почти равна полному естественному стору р. Раздан, в створе регулирующей ГЭС, включая паводковые воды и родники, и в среднем превышает 500 мл. м<sup>3</sup>.

В таблице 1 показано распределение полного стока р. Раздан за последние 4 года.

Таблица 1

В процентах

| Г о д ы | Полный сток р. Раздан | В том числе                         |                      | Паводковые воды, вошедшие в величину естественного стока и сброшенные | Попуски для нужд Чирчир* ГЭС, в период паводка, вошедшие в величину полного стока и сброшенные |
|---------|-----------------------|-------------------------------------|----------------------|---|--|
|         |                       | естеств. сток р. Раздан с родниками | попуски из оз. Севан |   |  |
| 1943    | 100,0                 | 51,5                                | 48,6                 | 12,5  | 5,2  |
| 1944    | 100,0                 | 51,2                                | 48,8                 | 7,4   | 3,7  |
| 1945    | 100,0                 | 48,5                                | 51,5                 | 1,3   | 3,7  |
| 1946    | 100,0                 | 53,0                                | 47,0                 | 5,3   | 3,9  |

Второй особенностью Армянской энергосистемы является комплексное использование одной и той же воды как для энергетики, так и для ирригации, что чрезвычайно усложняет работу системы.

В вегетационный период некоторые ГЭС системы почти полностью разгружены из-за отбора воды для полива. Имеют место также чисто ирригационные попуски воды из озера, которые отбираются из деривации ГЭС № 1, не проходя через турбины станции. За последние 4 года величина этих чисто ирригационных попусков составляла ежегодно 6,5—17% от полных попусков. В таблице 2 показано распределение попусков севанской воды для нужд ирригации за последние 4 года.

\* ЧирчирГЭС—небольшая, временная, изолированно работающая гидростанция, расположенная в конце временного канала Севанского водозабора и снабжающая энергией только строительство Озерной ГЭС.

Таблица 2  
В миллионах м<sup>3</sup>

| Г о д ы | Величина попусков для ирригации | В т о м ч и с л е          |                      |
|---------|---------------------------------|----------------------------|----------------------|
|         |                                 | Дополнительно ниже ГЭС № 1 | Из деривации ГЭС № 1 |
| 1943    | 86,63                           | 58,77                      | 27,86                |
| 1944    | 61,07                           | 17,85                      | 43,22                |
| 1945    | 46,36                           | 1,38                       | 44,98                |
| 1946    | 38,67                           | —                          | 38,67                |

В период интенсивных поливов расход воды, проходящий через турбины ГЭС № 1, бывает недостаточным для нужд ирригации, вследствие чего приходится производить дополнительные попуски, сбрасываемые на ГЭС № 1. Уменьшение величины общих попусков для ирригации и дополнительных попусков для ирригации ниже ГЭС № 1 объясняется возрастанием величины общих попусков для энергетики за эти годы, что требовало меньшую дотацию воды для ирригации сверх того количества воды, которое проходило через турбины ГЭС № 1.

Возрастание попусков для нужд ирригации из деривации ГЭС № 1 вызвано расширением площади орошаемых земель и сети каналов, питаемых водой из деривации.

На рис. 1 и 2 представлены гидрографы рек Армянской энергосистемы за 1944 и 1945 г. г. На рис. 2—гидрографы р. Раздан—показаны также попуски из оз. Севан, как общие, так и для нужд ирригации. Попуски в период паводка представляют собою потребность ЧирчирГЭС.

Приведенные графики наглядно иллюстрируют изложенные выше положения.

Третьей особенностью энергосистемы является наличие мощной электрохимической печной нагрузки, составляющей 50—60% всей нагрузки системы. Своеобразное расположение центров приложения печной нагрузки создает ряд трудностей в установлении рациональных режимов эксплуатации системы. Кроме того, неравномерная работа потребителей химической промышленности вызывает непроизводительные потери воды (холостые сбросы). С другой стороны, печная нагрузка может представить собой, в известных пределах, удобный суточный регулятор нагрузки. Так, например, снижение нагрузки карбидной печи на 10—15% на протяжении 1—2 часов или полное кратковременное (30—40 минут) отключение печи не приводит к заметному уменьшению КПД печи—перерасходу электроэнергии.

Четвертой особенностью энергосистемы является неблагоприятное соотношение между мощностями всей системы и отдельных

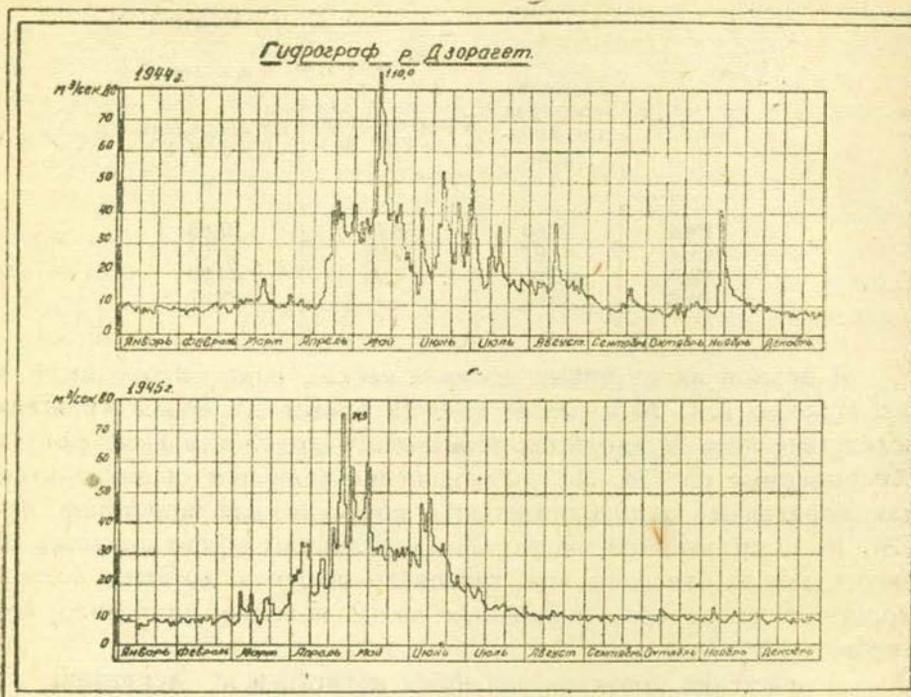


Рис. 1

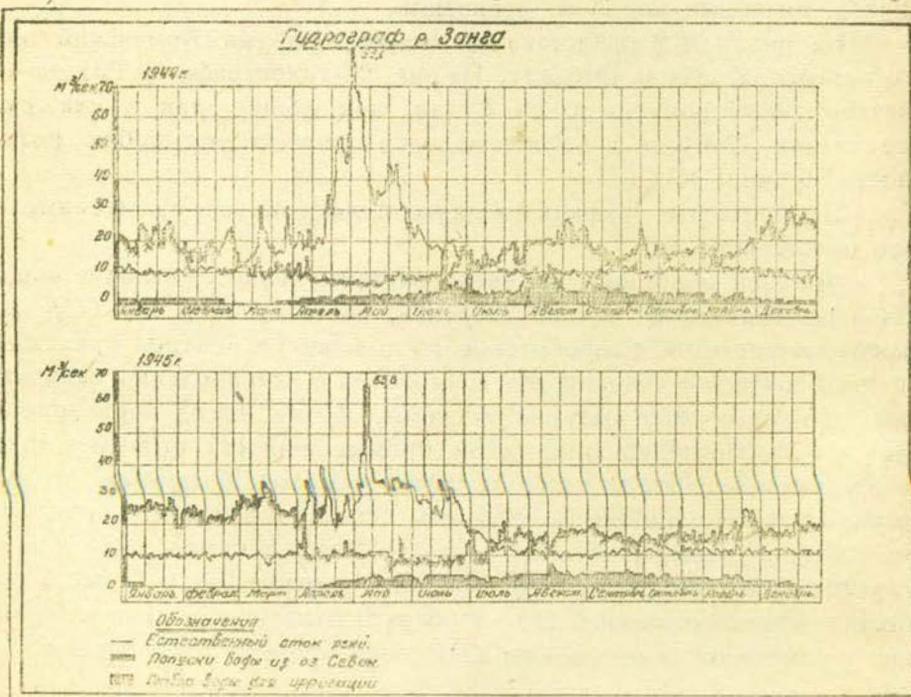


Рис. 2

агрегатов. До соответствующего роста нагрузок куста, что связано с пуском постоянного Севанского водозабора, а также с сооружением других ступеней каскада ГЭС, мощность наибольшего из имеющихся в настоящее время в системе агрегатов составляет значительный процент к мощности нагрузки, вследствие чего соблюдение положенного вращающегося резерва в размерах, примерно, мощности наибольшего агрегата вызывает снижение загрузки агрегатов в такой мере, что сильно влияет на эффективность работы агрегатов, приводя к перерасходу воды (повышению удельных расходов воды). Так, при изменении загрузки агрегата первой очереди ГЭС № 1 от 50% до 100% удельный расход соответственно уменьшается от 3,34 до 2,70 м<sup>3</sup>/квтч.

Ниже приводятся значения средних удельных расходов воды по машинному залу ГЭС № 1 за последние 4 года (без учета расхода воды на промывы, утечки и пр.).

|             |      |                  |      |
|-------------|------|------------------|------|
| За 1943 год | 3,46 | м <sup>3</sup> / | квтч |
| " 1944 "    | 3,30 | "                | "    |
| " 1945 "    | 3,20 | "                | "    |
| " 1946 "    | 3,15 | "                | "    |

Снижение удельных расходов произошло главным образом за счет повышения загрузки агрегатов (приведшей к увеличению КПД агрегатов), то есть уменьшения вращающегося резерва в системе при данном ее состоянии.

Пятой особенностью энергосистемы является крайняя ограниченность емкостей бассейнов суточного регулирования на ГЭС, не обеспечивающих обычным способом регулирование даже при небольшой неравномерности графика нагрузки, что, ввиду значительного времени добегающей волны попусков из Севана до ГЭС № 1 (в среднем 14 часов), ставит весьма жесткие условия для суточного регулирования и создает трудности в использовании ежесуточных севанских попусков воды без потерь.

Наконец, следует отметить, что гидростанции Армении испытывают серьезные затруднения в работе в зимних условиях, вследствие шуги и льда на реках, главным образом по р. р. Ахурян и Раздан. Зимние ледовые затруднения вызывают недоиспользование водотоков рек и потери севанской воды на сброс шуги или из-за неточности прогноза шуги.

В таблице 3 показана величина потерь севанской воды из-за шуги за последние 4 года.

Таблица 3

| Годы | Холодные сливы<br>из-за неточн.<br>прогн. шуги<br>в милл. м <sup>3</sup> | Расход воды на<br>сброс шуги<br>в милл. м <sup>3</sup> |
|------|--|--|
| 1943 | —  | 0,2  |
| 1944 | 8,2  | 3,0  |
| 1945 | 1,9  | 0,4  |
| 1946 | 0,3  | 1,8  |

Шугоносных дней в 1944 и 1945 г. было 6 в год, а в 1946 г.—14.

### Первоначальный режим покрытия графика нагрузки водой

#### Источники потерь воды

С момента организации Армянского куста ГЭС № 1, как имеющая широкие возможности регулирования мощности по водотоку, используется в качестве регулирующей станции системы. Она, как правило, покрывает верхнюю часть графика нагрузки системы. Остальные гидростанции работают по водотоку с максимальным его использованием, покрывая нижнюю часть графика нагрузки системы (см. рис. 3-а).

Сеть гидрометрических постов в бассейне р. Раздан включает, кроме поста на временном Севанском канале, еще три поста выше ГЭС № 1 (включая основной приток р. Мармарик (Маман)). Посты имеют постоянно действующие лимниграфы и вполне удовлетворяют требованиям информации и прогнозов (кроме поста Арзни).

В бассейнах рек Дзорагет и Ахурян гидрометрические посты самописцами не располагают. Контроль за горизонтами и расходами производится по рейке в тарированном створе и вполне удовлетворяет требованиям информации.

Сеть метеорологических станций в указанных бассейнах страдает недостатком самописцев осадков.

Учет воды на гидростанциях производится, главным образом, по рейке в тарированном створе деривации и по открытию щита соответственно тарированного отверстия. На ГЭС имеются также лимниграфы, но в недостаточном количестве. На всех турбинах ГЭС № 1 установлены расходомеры (диф. манометры). Состояние учета воды удовлетворяет необходимым требованиям.

Отбор воды на ирригацию контролируется по открытию тарированного щита шлюза—регулятора ГЭС № 1. На главнейших оросительных каналах имеются лимниграфы.

Бытовой сток рек при планировании работы системы определяется по прогнозам месячной и двухдневной заблаговременности, даваемым БРИС УГМС. Однако прогнозы нуждаются в поправках. Прогнозы шуги вообще отсутствуют.

Недостаточность сети гидрометрических постов, особенно на притоках, не позволяет с достаточной для практического использования заблаговременностью определить те резкие колебания расходов, которые наблюдаются на всех реках, на которых расположены гидростанции системы. Первоначально по плановым заявкам на потребную мощность потребителей и расходов воды на ирригацию, средним располагаемым мощностям по воде других ГЭС системы и средним прогнозам естественного стока р. Раздан определялись потребные попуски севанской воды. При этом для регулирующей ГЭС был определен и принят средний удельный расход  $3,46 \text{ м}^3$  на киловатт-час. Регулирование пусков воды из озера производилось на сравнительно длительный промежуток времени в несколько дней (не суточное, а недельное регулирование). Неравномерность суточного графика нагрузки в часы пика покрывалась за счет бассейна суточного регулирования ГЭС № 1, нормально находившегося в заполненном состоянии.

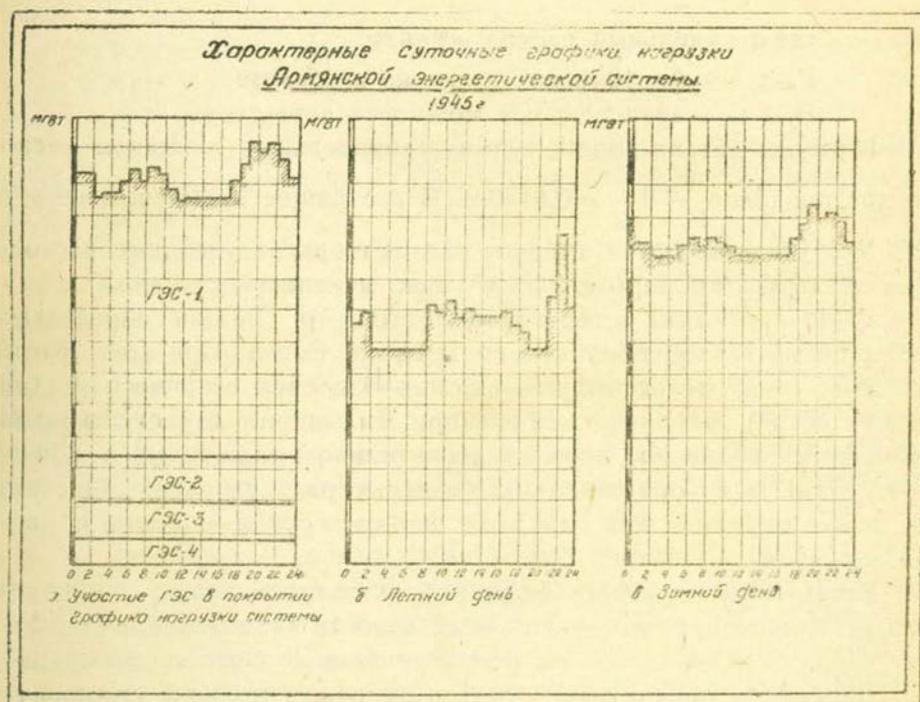


Рис. 3

Такой способ регулирования водотока для ГЭС № 1 приводил к значительным холостым потерям воды и недоиспользованию водотоков на других ГЭС системы.

В дальнейшем режим покрытия суточного графика нагрузки системы с середины 1943 г. до середины 1945 года планировался и осуществлялся, как обычно принято, в соответствии с „Правилами технической эксплуатации“, следующим образом:

а) Все гидростанции, кроме ГЭС № 1, работали по водотоку по

прогнозам естественного стока рек в размерах располагаемой мощности. Предусматривался вращающийся резерв на этих ГЭС на случай деления системы (отключения магистральной линии передачи).

б.) Для регулирующей ГЭС, покрывавшей верхнюю часть графика нагрузки системы, намечались определенные агрегаты для покрытия нагрузки, в зависимости от чего определялись потребные расходы воды исходя из удельных расходов, вычисляемых по приближенным эмпирическим формулам, учитывающим загрузку агрегатов. Принимался во внимание также необходимый вращающийся резерв.

Эмпирические формулы были выведены статистическим методом для удельных расходов агрегатов первой и второй очереди регулирующей ГЭС на основании данных фактической работы. В начале 1945 г. формулы были уточнены и приняли следующий вид:

$$q_1 = (1,68 - 1,07 \frac{P_{\text{нагр.}}}{P_{\text{уст. раб.}}}) \cdot 3600 \text{ м}^3/\text{квтч} \text{ для агрегатов } 10,5 \text{ мвт}$$

$$q_2 = (1,033 - 0,316 \frac{P_{\text{нагр.}}}{P_{\text{уст. раб.}}}) \cdot 3600 \text{ м}^3/\text{квтч} \text{ для агрегатов } 23 \text{ „}$$

где  $q$  — удельный расход  $\text{м}^3/\text{квтч}$ .

$P_{\text{нагр.}}$  — фактическая нагрузка агрегатов

$P_{\text{уст. раб.}}$  — вращающаяся мощность агрегатов.

Формулы давали вполне удовлетворительные величины расходов для пределов  $\frac{P_{\text{нагр.}}}{P_{\text{уст. раб.}}} = 0,6 - 0,9$ . В настоящее время на агрегатах ГЭС № 1 установлены и пущены расходомеры и удельные расходы воды по агрегатам определяются точно и непосредственно.

в.) По прогнозам естественного стока р. Раздан определялся необходимый расход попусков воды из оз. Севан. При этом график попусков, ввиду недостаточной емкости бассейна суточного регулирования (БСР) регулирующей станции, был принят двухступенчатый, повышенный в дневное время и значительно пониженный в ночное время суток (в створе станции). Удельные расходы воды для станции также определялись для двух периодов суток — ночных и дневных нагрузок.

Таким образом озеро Севан использовалось также для суточного регулирования, как отдаленный бассейн (водохранилище). Участие озера Севан в суточном регулировании ограничено пропускной способностью деривации ГЭС № 1 и неравномерностью графика нагрузки\*.

г.) Энергосистема располагает двумя бассейнами суточного регулирования на ГЭС № 1 и на ГЭС № 2. Объем воды бассейна суточного регулирования (БСР) ГЭС № 1 создает резерв выработки

\* Идея многобассейнового суточного регулирования использована при проектировании ГюмшГЭС с целью оптимального распределения затрат между бассейном суточного регулирования и деривацией путем частичной передачи регулирования Ахпаридскому водохранилищу.

45 тыс. квтч, а с учетом призмы воды в деривации, используемой при предельном снижении горизонта БСР до 3 м — около 60 тыс. квтч. Объем воды в БСР ГЭС № 2, находящейся на другой реке, не имеющей сезонного регулирования, создает резерв выработки около 10—12 тыс. квтч в зависимости от состояния верхнего бьефа.

Работа БСР ГЭС № 1 планировалась и протекала таким образом, что БСР, как правило, был целиком заполнен и происходила его сработка лишь во время утреннего и вечернего пиков нагрузки в размерах порядка 1/5 его объема. Таким образом предусматривался максимальный запас выработки на случай деления системы, например, при отключении ГЭС № 2, создающего наброс нагрузки на ГЭС № 1, или на случай отклонения величины попусков и естественного стока в меньшую сторону против планируемых.

д) БСР ГЭС № 2 нормально не вводился в работу и был заполнен на случай деления системы, создающего наброс нагрузки на ГЭС № 2, а также на случай отклонения величины естественного стока рек или попусков в меньшую сторону.

Несмотря на ряд преимуществ такого режима, потери севанской воды и при этом режиме имели значительную величину по нижеследующим причинам:

1. В случае отклонения бытового стока рек или величины попусков в большую сторону происходил слив воды из-за наличия заполненных БСР.

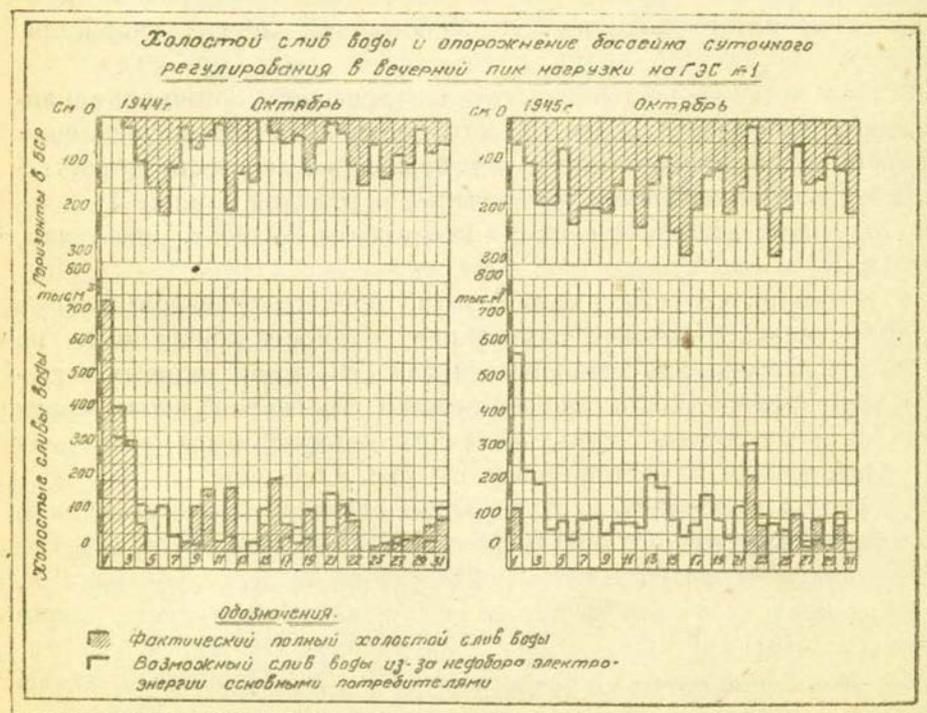
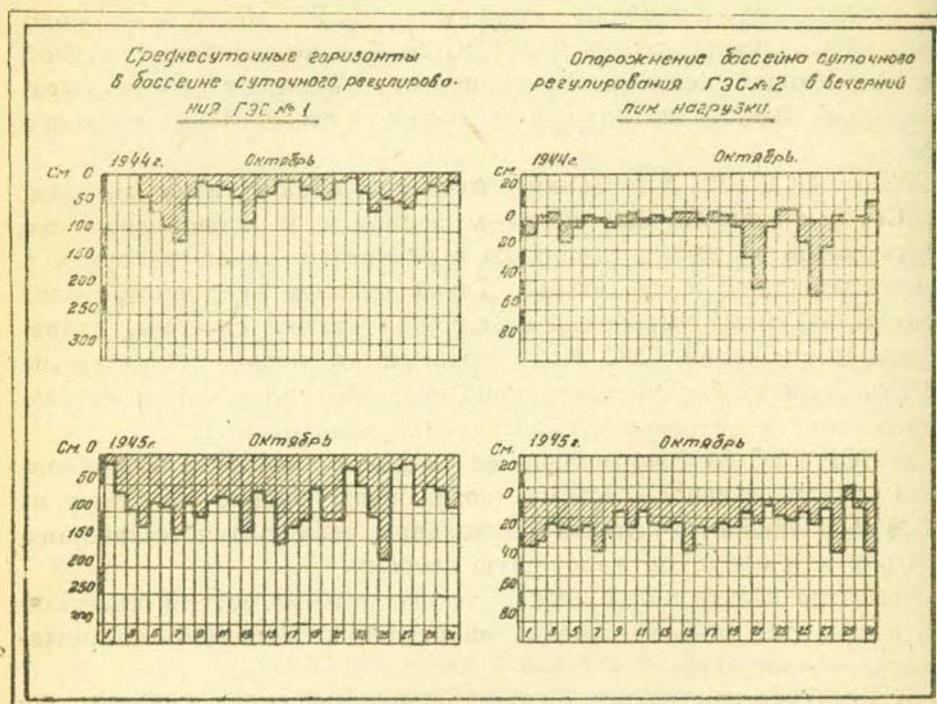
2. Недобор электроэнергии потребителями обязательно вызывал холостые потери воды на ГЭС № 1 или на других гидростанциях.

3. При наличии отклонений от планированной суточной неравномерности работы потребителей, даже если суточное потребление энергии было не меньше заявки, неизбежно имели место холостые потери воды. Так, например, отключения карбидной печи на 1—2 часа, вызывающие снижение графика нагрузки на 3—4 мвт, приводили, как правило, к сливу воды.

4. В зимних условиях, кроме того, предусматривался запас в попусках севанской воды на случай необходимости сброса шуги на ГЭС № 1 или снижения мощности других ГЭС из-за ледовых и шуговых затруднений. Ввиду несовершенства прогнозов шуги имели место холостые сбросы воды, величина которых была приведена выше. Изложенное иллюстрируется на рис. 4, 5, 6, и 7.

На рис. 4 в верхнем ряду показаны среднесуточные горизонты воды в бассейне суточного регулирования ГЭС № 1 за октябрь месяц 1944 г. а также опорожнение бассейна суточного регулирования ГЭС № 2 после вечернего пика за тот же месяц, характеризующие режим работы системы при максимально заполненных бассейнах в 1944 г.

На рис. 5 показано опорожнение БСР ГЭС № 1 после вечернего пика и холостые сливы воды за тот же месяц 1944 г. Ха-



рактерна незначительная сработка воды БСР в часы пика и почти полное совпадение возможных сливов воды из-за недобора энергии потребителями с фактическими сливами.

На рис. 6 дан график работы регулирующей гидростанции за 10 октября 1944 г. На графике видно, как работа с высокими горизонтами воды в БСР неизбежно приводит к холостому сливу воды.

Недоиспользование энергии водотоков происходит как вследствие наличия прямых потерь воды—холостых сливов, утечек, так и по причине повышенных удельных расходов воды на выработанный киловатт-час из-за неблагоприятных режимов работы агрегатов и соблюдения требуемого общепринятыми условиями эксплуатации вращающегося резерва.

Как видно из изложенного, применявшийся водно-энергетический режим не обеспечивал необходимую экономию воды, приводя к значительным ее потерям. В таблице 4 дана величина прямых потерь попусковых вод в процентах к полным попускам за последние четыре года. (С 1945 г. был введен новый разработанный режим).

Таблица 4

| Годы | Попуски из оз. Севан | Величина потеря | В том числе      |                                    |                              |                          |   |                                |                 |                    |
|------|----------------------|-----------------|------------------|------------------------------------|------------------------------|--------------------------|---|--------------------------------|-----------------|--------------------|
|      |                      |                 | из за Чирчир ГЭС | из-за недобора энерг. потребителем | из-за неточности регулировки | из-за недобора ирригации | из-за неточности прогно. естеств. стока | из-за неточности прогноза шуги | для сброса шуги | по особым причинам |
| 1943 | 100                  | 27,0            | 10,80            | 8,05                               | 3,34                         | 0,24                     | 4,40                                    | —                              | 0,05            | —                  |
| 1944 | 100                  | 22,7            | 7,74             | 6,83                               | 2,06                         | 0,36                     | 3,14                                    | 1,66                           | 0,62            | 0,24               |
| 1945 | 100                  | 16,2            | 7,08             | 6,33                               | 0,69                         | 0,03                     | 1,15                                    | 0,36                           | 0,08            | 0,49               |
| 1946 | 100                  | 10,9            | 8,35             | 1,45                               | 0,05                         | 0,00                     | 0,55                                    | 0,05                           | 0,31            | 0,12               |

Основными источниками потерь воды являются следующие:

1. Выпуск воды из озера в паводковый период исключительно для обеспечения работы ЧирчирГЭС.

2. Недобор электроэнергии потребителями. Значительная неравномерность работы против планового графика нагрузки основных энергоемких потребителей, а также зачастую несоответствие заявок на потребную мощность реальным производственным возможностям вызывает потери воды. Энергоемкие потребители, часто выполняя суточный план по выработке, все же вызывают потери воды, т. к. работая некоторое время ниже заявленной мощности при заполненном БСР, неизбежно вызывают слив воды, а в дальнейшем, работая выше заявленной мощности—покрывает недобор энергии.

3. Неточность прогноза естественного стока р. Раздан и других рек. Получаемые от БРИС УГМС прогнозы естественного стока не вполне удовлетворяют требованиям оперативного водно-силового регулирования. При определении потребной заявки на попуски се-

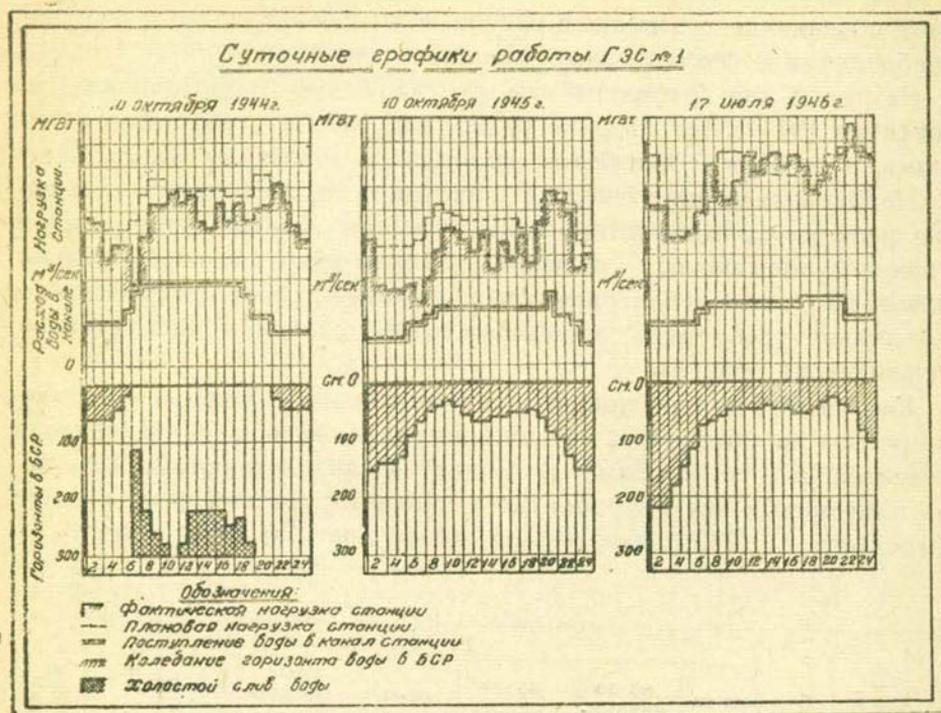


Рис. 6

ванской воды величина прогнозируемого естественного стока корректируется оперативной службой по соображениям фактических расходов за прошедшие сутки, ожидаемых изменений погоды и др., что представляет собою также ориентировочное приближение и носит субъективный характер. На величину слива воды оказывает влияние главным образом неточность прогноза естественного стока р. Раздан вследствие большего значения гидростанций, расположенных на р. Раздан. Перераспределение мощностей отдельных ГЭС против запланированного графика носит временный характер и падает на период неустойчивой погоды главным образом в бассейне р. Дзорает.

Второстепенными, в настоящее время, источниками потерь воды являются следующие:

1. Неточность прогноза шуги и дополнительные попуски для сброса шуги. Сколько-нибудь удовлетворительный прогноз шуговых явлений отсутствует вовсе и лишь производится ориентировочное предположение по оценке действительных и предполагаемых температур воздуха и воды в бассейне реки. Снижение потерь на шугу вызвано осуществлением на ГЭС № 1 весьма удачных устройств для сброса шуги. Ледовые и шуговые затруднения на ГЭС № 4 (р. Ахурян) чрезвычайно велики и ежегодно вызывают длительное снижение мощности ГЭС. Однако, ввиду незначительной мощно-

сти станции, особенно в зимних условиях, влияние ГЭС № 4 на общий график куста сравнительно мало.

2. Сброс воды, вызванный ремонтами гидротехнических сооружений и плановыми остановками ГЭС. Слив воды при плановых остановках, главным образом ГЭС № 1, необходимый для обеспечения работы ГЭС № 3, а также в процессе заполнения деривации и набора нагрузки потребителями после остановки ГЭС, носит характер единичных случаев и вполне оправдан. При ремонтах гидротехнических сооружений, связанных с уменьшением регулирующей способности бассейна суточного регулирования, получаются значительные дополнительные потери воды, т. к. попуски озерной воды должны соответствовать не средней, а максимальной нагрузке.

3. Недоиспользование воды вследствие несоответствия фактического удельного расхода воды на ГЭС № 1 принятым удельным расходам при определении величины заявки на воду резко снижено, т. к. планирование производится в настоящее время при соблюдении минимального вращающегося резерва, отвечающего при данном состоянии системы загрузке агрегатов, близкой к оптимальной; кроме того, установка расходомеров на турбинах ГЭС № 1 позволяет непосредственно контролировать режим их работы.

4. Неточность регулирования пусков воды на Севанском водозаборе. Фактически выпущенный из озера расход воды несколько отличается от заданного. Погрешность невелика и происходит по причине примитивности шлюзовых устройств. Выпущенный расход контролируется по лимниграфу, расположенному в расстоянии 1,5 км ниже шлюза. На величину выпущенного расхода воды при одном и том же открытии щитов сильное влияние (порядка  $2 \text{ м}^3/\text{сек}$ ) оказывает ветер, в зависимости от его направления. Корректировка расхода производится персоналом, обслуживающим шлюзы.

5. Недобор воды на ирригацию из деривации ГЭС № 1 вызывает незначительные потери воды и происходит, главным образом, от снижения потребления воды на ирригацию (отбираемой из деривации ГЭС № 1), против заявки.

6. Холостой сброс воды, вызванный авариями в системе, носит случайный характер и составляет в общем ничтожную величину.

7. Потери вследствие снижения напора при суточном регулировании весьма малы, учитывая высокий напор регулирующей станции (170 м) и весьма малые колебания горизонта в верхнем бьефе (1-2 м).

Величина потерь воды по причинам, не связанным с регулированием и режимом, как-то вследствие протечек через уплотнения, фильтрации, промывов гидротехнических сооружений и др., значительно снижены проведением ряда инженерных мероприятий.

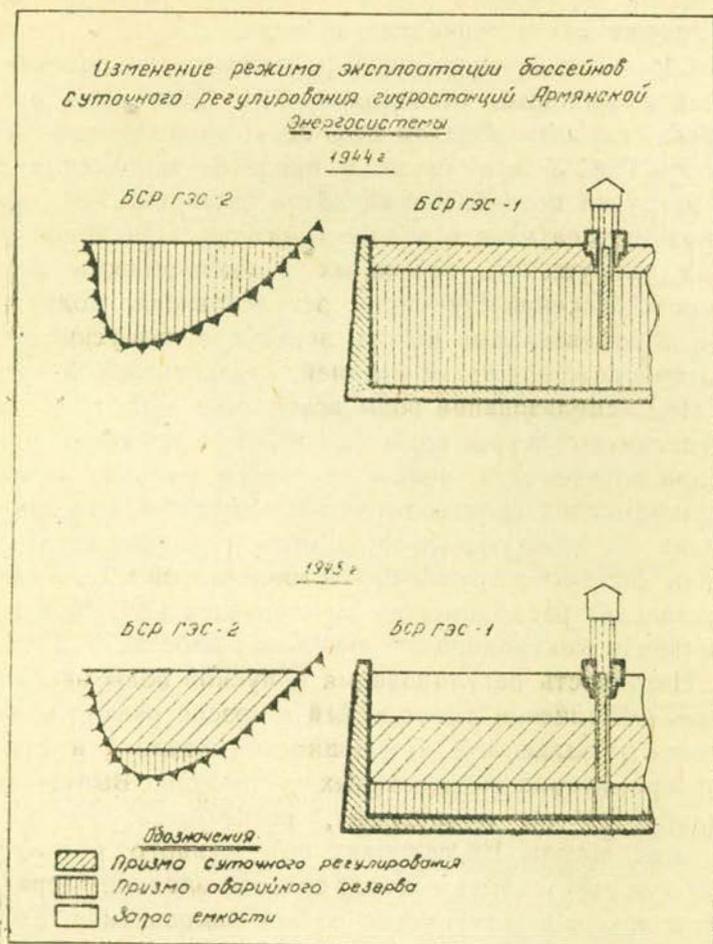


Рис. 7

### Новый режим покрытия графика нагрузки водой

Исходным положением при разработке нового режима суточного регулирования служило то, что основным показателем для оценки водно-энергетического режима в системе является удельный расход воды брутто на 1 квтч выработанной электроэнергии за заданный промежуток времени. Этот показатель учитывает как прямые потери воды в виде холостых сбросов, так и недоиспользование ее из-за работы агрегатов при низких КПД. Величина удельного расхода брутто должна быть возможно минимальной, что свидетельствует об эффективном использовании водотока на ГЭС.\*

Введенный с середины 1945 г. новый водно-энергетический режим заключается в следующем:

\* Этому вопросу посвящается самостоятельная работа.

Качественные показатели электропотребления энергоёмких потребителей Армянской энергосистемы за октябрь 1945 год.

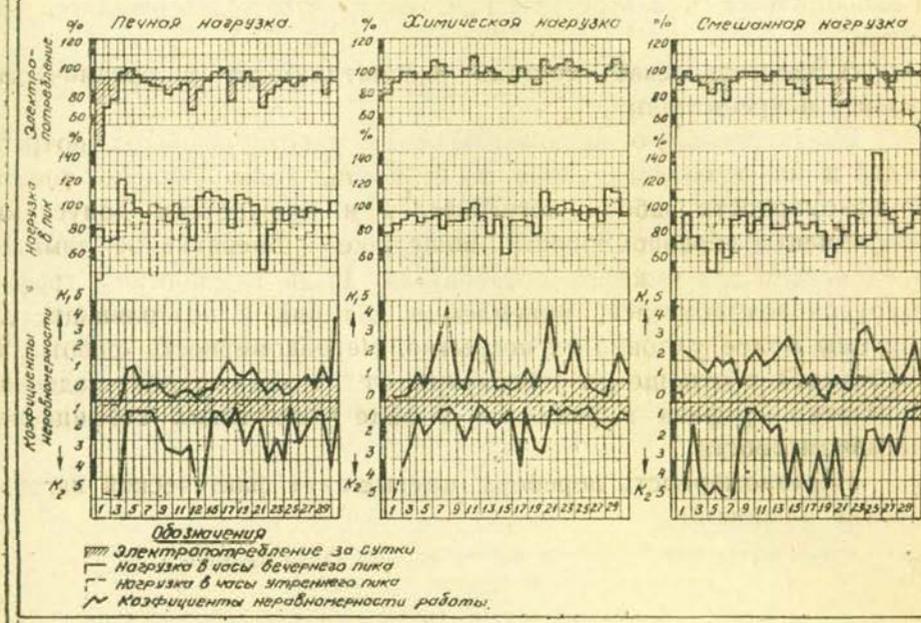


Рис. 8

а) Нормально бассейн суточного регулирования регулирующей станции опорожнен на  $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{5}$  своего объема (понижение горизонта около 80—100 см) и при этом горизонте вводится в работу перед вечерним пиком нагрузки, в результате чего происходит более глубокая сработка БСР, достигающая 1,8—2,0 м. Напор станции составляет 170 м и колебание горизонта верхнего бьефа в пределах 1—2 м практически не сказывается на мощностях турбин.

б) График попусков воды из озера также был принят двухступенчатый, повышенный в дневные и пониженный в ночные часы (в створе гидростанций), т. е. суточное регулирование частично производилось с помощью оз. Севан, ввиду недостаточной емкости БСР.\* Применение трехступенчатого графика со значительно повышенным расходом третьей ступени на период вечернего пика в данном конкретном случае не дало ожидаемого эффекта, т. к. кратковременная волна попусков для пика, проходя около 60 км от Севана до ГЭС № 1, в сильной мере сглаживалась, само же производство трехкратного регулирования, ввиду примитивности шлюзовых устройств, вызывало ряд трудностей.

\* Как правило, при выборе емкости БСР и при осуществлении суточного регулирования исходят из поступления воды в БСР по ровному графику.

в) В покрытии вечернего пика, как правило, принимает участие также БСР ГЭС № 2, что снижает величину опорожнения БСР регулирующей станции и приводит к более благоприятному режиму загрузки в часы пика агрегатов регулирующей ГЭС, более мощных и экономичных, чем агрегаты ГЭС № 2, что подтверждается расчетом.

г) Энергетическая система рассматривается в органической связи с потребителями.

Были тщательно проанализированы работа основных потребителей и их технологические особенности. Было введено понятие неравномерности работы потребителей и разработаны допустимые коэффициенты неравномерности, вошедшие в оперативное лимитное предписание для каждого потребителя. Были разработаны графики нагрузок потребителей, приемлемые для них и позволяющие для системы более удобное их покрытие. Неравномерность работы потребителей в отношении отклонений от часовых ординат заданного суточного графика выражается в виде следующих коэффициентов неравномерности:

Неравномерность перебора (превышение фактической нагрузки против плановой)

$$K_1 = \frac{\text{сумма почасовых переборов вне часов пика сверх графика}}{\text{допускаемый перебор вне часов пика}}$$

$K_2$  — аналогичный коэффициент для недобора.

Значение коэффициентов  $K_1$  и  $K_2$ , равное или меньшее единицы, характеризует качественную работу потребителя в смысле соблюдения графика нагрузки (заштрихованная область на рис. 8).

Нагрузка в часы пика, согласно инструкции МЭС СССР, задается лимитным предписанием, исходя из технологических особенностей потребителя и возможностей системы.

д) Планирование числа работающих агрегатов производилось с учетом минимального вращающегося резерва, необходимого для нормального регулирования частоты, обеспечивающего оптимальные или близкие к таковым КПД агрегатов.

е) Запас воды в зимний период работы на возможный сброс шуги не предусматривался, за исключением случаев бесспорных признаков необходимости сброса шуги.

Введение нового водно-энергетического режима работы системы привело к значительному сокращению потерь севанской воды и повысило эффективность использования водотоков рек последующим причинам:

1. В случае отклонения бытового стока рек или величины пусков в большую сторону против планируемых, потери воды, как правило, не имели место или значительно снижались.

2. Недобор энергии потребителями не обязательно вызывал холостые потери воды, а при значительных недоборах, холостые по-

тери воды намного были меньше возможных потерь, потому что избыточная вода улавливалась БСР, имеющим нормально пониженный горизонт.

3. Избыточный расход воды, вследствие кратковременных снижений нагрузки потребителей, не вызывал потерь воды по той же причине. Министерство Электростанций СССР, на основании опыта Арменэнерго, установило впервые по Союзу для Арменэнерго на 1946 г. удельный расход воды брутто на 1 киловатт-час по ГЭС № 1— $3,25 \text{ м}^3/\text{квтч}$ , без выделения холостых сбросов по каким бы то ни было причинам, считая на основании опыта Арменэнерго, что использование воды на гидростанции необходимо планировать и учитывать по удельному расходу брутто.

4. Потери воды из-за неточности прогноза шуги значительно снизились.

Ниже приводятся значения удельных расходов воды по ГЭС № 1 брутто станции, а также нетто (т. е. машинного зала). Резкое повышение эффективности использования воды с 1945 г. связано с введением нового режима.

|            |            |      |              |                 |      |              |      |
|------------|------------|------|--------------|-----------------|------|--------------|------|
| За 1943 г. | брутто ст. | 3,91 | $\text{м}^3$ | квтч. маш. зала | 3,46 | $\text{м}^3$ | квтч |
| " 1944 г.  | " "        | 3,66 | "            | " "             | 3,30 | "            | "    |
| " 1945 г.  | " "        | 3,42 | "            | " "             | 3,20 | "            | "    |
| " 1946 г.  | " "        | 3,24 | "            | " "             | 3,15 | "            | "    |

Изложенное иллюстрируется на рис. 4,5,6,7 и 8.

На рис. 4 в нижнем ряду показаны среднесуточные горизонты воды в БСР ГЭС № 1 за октябрь м-ц 1945 г. и опорожнение БСР ГЭС № 2 после вечернего пика, за тот же месяц, характеризующие режим работы системы при пониженных горизонтах в бассейнах в 1945 г.

На рис. 5 показаны опорожнение БСР ГЭС № 1 после вечернего пика и холостые сливы воды за тот же месяц 1945 г. Характерно резкое снижение холостых сливов воды как по абсолютной величине, так и по сравнению с возможными сливами воды из-за недобора энергии потребителями при допущении пониженных горизонтов и большего опорожнения БСР ГЭС № 1.

На рис. 6 дан график работы регулирующей гидростанции за 10 октября 1945 г. На нем видно, как работа с пониженным горизонтом БСР приводит к работе без холостых сливов воды даже при беспокойной нагрузке. Там же показана работа регулирующей ГЭС при трехступенчатом регулировании пусков за 17 июля 1946 г.

На рис. 7 показано изменение режима эксплуатации бассейнов суточного регулирования гидростанций, заключающееся, как указывалось выше, в увеличении призмы регулирования и введении запаса емкости для улавливания избыточной воды.

На рис. 8 представлены качественные показатели работы основных энергоемких потребителей системы за октябрь 1945 года.

Изложенные выше мероприятия удалось успешно применить в энергосистеме благодаря работе ГЭС № 1 в условиях незаполненной деривации, то есть при среднесуточной нагрузке станции меньшей, чем наибольшая среднесуточная нагрузка ГЭС по пропускной способности деривации.

#### Результаты применения нового режима

Новый водно-энергетический режим был постепенно введен во втором полугодии 1945 г. и оправдал возложенные на него ожидания:

1. Число дней без холостого слива воды на ГЭС № 1 повысилось в 3 раза (см. таблицу 4).

Таблица 4

Сравнительные данные числа дней со сливом и без слива на ГЭС № 1

| Название                                | Число дней за II полугодие |         |
|---|----------------------------|---------|
|   | 1944 г.                    | 1945 г. |
| Без слива                               | 30                         | 96      |
| Со сливом до 1 м <sup>3</sup> /сек      | 49                         | 48      |
| Со сливом от 1 до 2 м <sup>3</sup> /сек | 39                         | 23      |
| Со сливом более 2 м <sup>3</sup> /сек   | 66                         | 17      |
| Всего                                   | 184                        | 184     |

2. Годовая экономия севанской воды по причине снижения потерь воды из-за недобора энергии потребителями составляет более 30 милл. м<sup>3</sup>, при наличии более плохих показателей работы потребителей в 1945 г., чем в 1944 г., в смысле недобора и неравномерности работы.

3. Потери на шугу снижены более чем на 6,0 милл. м<sup>3</sup> при одинаковом числе шугоносных дней.

4. Экономия севанской воды вследствие уменьшения удельного расхода воды по машинному залу (повышение загрузки агрегатов) превышает 27,0 милл. м<sup>3</sup>.

5. Величина потерь воды из-за неточности прогнозирования естественного стока уменьшилась более чем на 3,0 милл. м<sup>3</sup>, хотя постановка прогнозирования в 1945 г. не претерпела изменений по сравнению с 1944 годом.

Разработанный новый водно-энергетический режим работы системы вносит некоторый производственный риск, т. к. система имеет меньший запас выработки, особенно после вечернего пика, на случай аварийного деления системы. Аварийное ограничение раз в год или два года, из-за нехватки воды в БСР, при делении системы вполне оправдывается той значительной экономией воды, которая имеет место ежедневно при режиме работы БСР с пониженными горизонтами.

За 2 года, прошедшие с момента применения нового режима в системе, не было ни одного случая аварийного ограничения из-за нехватки воды в БСР при делении системы.

Также является оправданной работа с минимальным вращающимся резервом. С середины 1945 г., в течение двух лет, недоотпуск энергии из-за недостатка вращающейся мощности при делении системы или при отключении генерирующей мощности составил лишь 4200 квтч.

### З а к л ю ч е н и е

В результате применения нового водно-энергетического режима была достигнута значительная экономия воды и снижены удельные расходы.\*

Опыт применения нового режима на протяжении 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub> лет подтвердил следующие положения:

1. Одним из существенных показателей качества водно-энергетического режима энергосистемы, имеющей гидростанцию с зарегулированным стоком, является удельный расход воды брутто на 1 квтч выработанной электроэнергии с учетом суточного регулирования и регулирования частоты.

2. Применяемая в энергосистеме оценка работы потребителей коэффициентами неравномерности является рациональной.

3. Является вполне доказанной целесообразность работы высоконапорных гидростанций со сниженными горизонтами бассейнов суточного регулирования. В связи с этим Тех. Совет МЭС СССР считает желательным уточнение § 972 „Правил Технической Эксплуатации“.

4. Для других энергосистем, имеющих высоконапорные гидроэлектрические станции, может быть рекомендован режим работы бассейнов суточного регулирования с пониженным горизонтом, предусматривая нормально резервную емкость для улавливания избыточной воды при сбросах нагрузки и отклонениях расходов в большую сторону.

Дальнейшая практическая и научно-исследовательская работа по улучшению водно-силового регулирования проводится в следующем направлении:

1. Уточнение количественных соотношений оптимальных условий водно-энергетического регулирования.

2. Изучение явлений прохождения воды пусков на участке оз. Севан—регулирующая ГЭС.

3. Увязка водно-силового режима системы с электрическими режимами.

4. Улучшение гидрометеорологического обслуживания гидростанции в системе в части прогноза стока и шуговых явлений.

\* Все мероприятия, проведенные по улучшению водно-энергетического режима системы, одобрены Тех. Советом МЭС СССР.

5. Упорядочение работы потребителей; выявление потребителей—регуляторов и потребителей сезонной энергии.

6. Разработка методики расчета суточного регулирования и оперативного регулирования.

7. Моделирование всей системы Севан—Раздан.

8. Применение полученных результатов к разработке водно-энергетического режима работы Севан—Разданского каскада ГЭС, при наличии других ступеней.

Успешное разрешение поставленных вопросов гидро-энергетиками Армении позволит значительно повысить народно-хозяйственный эффект использования оз. Севан и рек Республики в новой пятилетке.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. И. В. Егиазаров—Гидроэлектростанции, ч. I, 1934.
2. И. В. Егиазаров—Неустановившееся движение в длинных бьефах. Изв. НИИГ, т. XXI, 1937 и т. XXVI, 1939.
3. Потапов—Регулирование стока, 1940.
4. Т. Л. Золотарев—Гидроэлектростанция в электроэнергетической системе. 1939.
5. Ф. Л. Вейтков и В. Н. Мешков—Диспетчерское управление энергосистемами. 1936.
6. В. П. Мартынов—Водно-энергетическое регулирование в Армянской энергосистеме. Доклад на II Всесоюзном совещании по эксплуатации гидроэлектростанций и в Техн. Совете МЭС СССР. Июнь 1946.
7. В. П. Мартынов—Об улучшении водно-энергетического режима системы Арменэнерго в 1945 г. с целью экономии воды оз. Севан. Апрель 1946 г. (не опубликовано).
8. А. А. Ходжа-Эйнатов—Вывод эмпирических формул зависимости удельных расходов воды от загрузки агрегатов КанакирГЭС Арменэнерго. Февраль 1945 (не опубликовано).
9. Правила технико-эксплуатации электрических станций и сетей. 1940.
10. Резолюция II Всесоюзного совещания по эксплуатации гидроэлектростанций и тезисы докладов на совещании. Июнь 1946.

### Վ. Պ. Մարտինով

## ՀԱՅԿԱԿՆ ՍՍՐ ԷՆԵՐԳԵՏԻԿ ՍԻՍՏԵՄՈՒՄ ՄԻՕՐՅԱ ԿԱՆՈՆԱՎՈՐՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ՇՈՒՐՋԸ

### Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հայկական ՍՍՐ Էներգետիկ սիստեմի սպեցիֆիկ առանձնահատկությունները՝ միմիայն հիդրոէլեկտրոկայանների առկայությունը, Սևանա լճի դարավոր պաշարների օգտագործումը հիդրոկայանների կասկադի և ոռոգման համար, էլեկտրոկայանների միօրյա կանոնավորման ավազանների տարողություն ծալրահղ սահմանափակվածությունը, վառարանային բեռնավորման գերակշռությունը սիստեմում և մի շարք ուրիշ առանձնահատկություններ, խիստ աղտուալ են դարձնում միօրյա կանոնավորման պրոբ-

լեմը, սիստեմը պատշաճ կերպով միօրյա կանոնավորումով ապահովելու տեսակետից, միաժամանակ ապահովելով նաև գետերի ջրահոսքերի էֆեկտիվ օգտագործումը և Սևանի ջուրը անտեսելով ծախսելը: Վերջին հանգամանքը ժողովրդական անտեսութան համար ունի հատուկ կարեւոր նշանակութիւն և առաջին հերթին լուծվում է ուսցիոնալ ջրաէներգետիկ ռեժիմի սահմանումով:

Միօրյա բեռնվածութան գրաֆիկի ծածկման հանրաճանաչ ռեժիմը ստեղծում էր գետերի ջրահոսքերի ոչ բավարար էֆեկտիվ օգտագործում և առաջ էր բերում ջրի զգալի պարապուրդային կորուստներ:

1945 թ. ապրիլից մշակվեց և գործածութան մեջ մտցրվեց Հայաստանի հիդրոէլեկտրակայանների աշխատանքի ջրաուժային սկզբունքորեն նոր ռեժիմը, որը հանգում է հետևյալին.

1. Էլեկտրոէլեկտրակայանների աշխատանքը միօրյա կանոնավորման ոչ լրիվ լցված ավազանների առկայութեամբ, որը հնարավոր է դարձնում խուսափել անօգուտ ջրաթափումներից:

2. Սիստեմի սպառողներին որպես սիստեմի հետ օրգանապես կապված մի օղակ դիտելը և նրանց աշխատանքի գնահատման համար անհամաչափութեան գործակիցների սահմանումը, որը հնարավորութիւն կտա նորմավորել և խստիվ հաշվի առնել սպառողների աշխատանքի բնույթը սիստեմում:

3. Սիստեմի ջրաէներգետիկ ռեժիմի որակը գնահատելու համար, որպես հիմնական ցուցանիշ, արտադրված էլեկտրոէներգիայի 1 կիլովատտ-ժամի վրա ծախսվող ջրի բրուտտո տեսակարար ծախսի կիրառումը, հաշված՝ միօրյա կանոնավորումը և հաճախականութեան կանոնավորումը նկատի առնելով:

4. Պատվող ռեզերվի մնածութեան նվազեցումը սիստեմում:

Հայկական ՍՍՌ էներգոսիստեմում նոր ռեժիմի ներմուծումը տվեց ջրի զգալի անտեսում (էլեկտրոէներգիայի արտադրանքի բարձրացում) և տեսակարար ծախսերի նվազեցում:

Հոգվածում նշված են բարձր ճնշման հիդրոէլեկտրակայանների ջրաուժային ռեժիմի ուսցիոնալացման խնդրում գիտահետազոտական հետազա աշխատանքի ուղղութիւնները:

С. А. Амбарцумян

## Некоторые вопросы теории анизотропных оболочек

За последние годы покрытия типа оболочек находят широкое применение в промышленных и гражданских сооружениях. Оболочки применяются также и в судостроении, авиации и в машиностроении.

Многочисленные работы, посвященные расчету оболочек, в основном, ограничиваются рассмотрением изотропных оболочек.

Настоящая работа имеет целью способствовать развитию теории оболочек в области задач, связанных с использованием анизотропных материалов.

### 1. Исходные предпосылки

Будем рассматривать тонкостенную, достаточно пологую и анизотропную оболочку, материал которой в каждой точке имеет одну плоскость упругой симметрии, параллельной срединной поверхности оболочки. (Аналогичная задача для пластинки решена С. Г. Лехницким [1]).

За координатную поверхность этой оболочки примем срединную поверхность, данную в криволинейных ортогональных координатах  $\alpha$  и  $\beta$ , совпадающих с линиями кривизны.

Пусть:  $k_1 = k_1(\alpha, \beta)$ ,  $k_2 = k_2(\alpha, \beta)$  — главные кривизны координатной поверхности на линиях соответственно  $\beta = \text{const}$ ,  $\alpha = \text{const}$  (рис. 1).

$A = A(\alpha, \beta)$ ,  $B = B(\alpha, \beta)$  — коэффициенты первой квадратичной формы.

В отношении такой оболочки принимаем следующие упрощающие предпосылки:

а) Гипотезу Кирхгоффа—Лява [2] о том, что нормальные к срединной поверхности прямолинейные элементы оболочки после деформации оболочки сохраняют свою первоначальную длину, остаются прямолинейными и нормальными к этой поверхности.

Погрешность этой гипотезы, как доказано [3], имеет величину порядка  $(\delta k)$  по сравнению с единицей.

Здесь  $\delta$  — постоянная толщина оболочки.

б) Параметры  $A(\alpha, \beta)$  и  $B(\alpha, \beta)$  при дифференцировании рассматри-

ваем как постоянные [4], для оболочек с нулевой гауссовой кривизной это допущение отпадает.

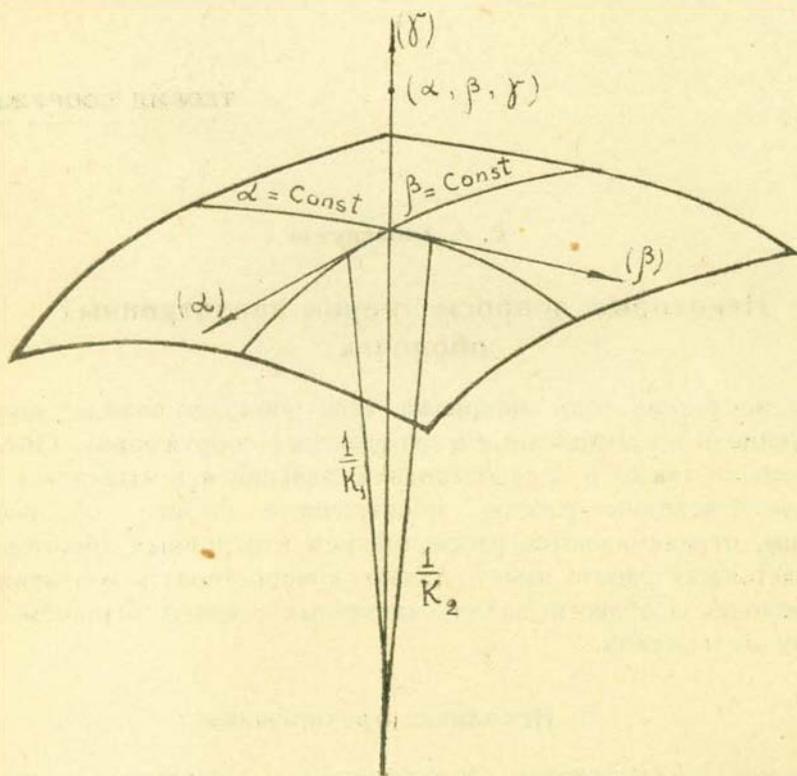


Рис. 1

## 2. Уравнения равновесия

Условия равновесия бесконечно малого элемента, выделенного из оболочки, при наших исходных предпосылках, выражаются уравнениями:

$$\begin{aligned}
 B \frac{\partial T_1}{\partial \alpha} + A \frac{\partial S}{\partial \beta} + ABX &= 0 \\
 A \frac{\partial T_2}{\partial \beta} + B \frac{\partial S}{\partial \alpha} + ABY &= 0 \\
 -(k_1 T_1 + k_2 T_2) + \frac{1}{AB} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} (BN_1) + \frac{\partial}{\partial \beta} (AN_2) \right] + Z &= 0 \quad 2.1 \\
 B \frac{\partial H}{\partial \alpha} - A \frac{\partial G_2}{\partial \beta} - ABN_2 &= 0 \\
 -A \frac{\partial H}{\partial \beta} + B \frac{\partial G_1}{\partial \alpha} + ABN_1 &= 0 \\
 S_1 + S_2 + k_1 H_1 + k_2 H_2 &= 0
 \end{aligned}$$

Из них шестое в силу формул, выражающих условия и моменты через деформации срединной поверхности, является тождеством.

Написанная система несколько отличается от существующих, однако мы допускаем погрешность того же порядка, что и имеет место при применении гипотезы Кирхгофа—Лява.

Система уравнений (2.1) недостаточна для расчета оболочек. Чтобы задача стала разрешимой, необходимо дополнительно дать соотношения, связывающие усилия с перемещениями срединной поверхности.

### 3. Перемещения и деформации

Пусть  $u = u(\alpha, \beta)$ ,  $v = v(\alpha, \beta)$  — проекции смещения произвольной точки  $(\alpha, \beta)$  срединной поверхности на направления касательных к линиям  $\beta = \text{const}$ ,  $\alpha = \text{const}$ , т. е. тангенциальные смещения,  $w = w(\alpha, \beta)$  — проекция смещения произвольной точки  $(\alpha, \beta)$  на нормаль к поверхности в этой точке, т. е. нормальное перемещение (рис. 2).

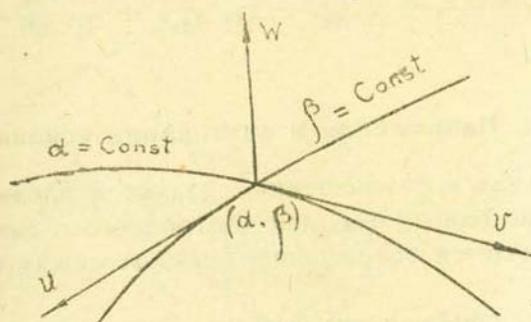


рис. 2

Тогда, учитывая наши предположения, приходим к следующим соотношениям между смещениями, удлинениями и изменением кривизны срединной поверхности:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + k_1 w,$$

$$\omega = \frac{1}{B} \frac{\partial u}{\partial \beta} + \frac{1}{A} \frac{\partial v}{\partial \alpha} \quad 3.1$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + k_2 w,$$

$$\chi_1 = -\frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2},$$

$$\tau = -\frac{2}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} \quad 3.2$$

$$\chi_2 = -\frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2}.$$

Соотношения (3.2) ничем не отличаются от соответствующих выражений, данных для пластинок.

Это соответствие объясняется тем, что мы в формулах для  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \tau$  значениями компонентов  $u$  и  $v$  (тангенциальной деформации) по сравнению с компонентом  $w$  (нормальной деформации) пренебрегли. Иначе говоря, компоненты  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  и  $\tau$ , с точностью гипотезы Кирхгоффа—Лява, являются функциями одного лишь нормального смещения. Такая интерпретация изменения кривизны для общего случая впервые дана В. З. Власовым [5].

Кроме указанных соотношений в дальнейшем мы должны воспользоваться также условиями неразрывности деформаций срединной поверхности.

Из трех дифференциальных соотношений А. Л. Гольденвейзера [6] для нашей задачи необходимо только последнее, которое после некоторых преобразований представляется формулой:

$$k_2 \varepsilon_1 + k_1 \varepsilon_2 + \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 \varepsilon_2}{\partial \alpha^2} - \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \alpha \partial \beta} + \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 \varepsilon_1}{\partial \beta^2} = 0 \quad 3.3$$

#### 4. Напряжения и внутренние усилия

Все уравнения и соотношения, данные в предыдущих параграфах, совершенно одинаковы для изотропного и анизотропного тела. Последнее отличается более общей связью между напряжениями и деформациями.

Уравнения обобщенного закона Гука, отнесенные к триортogonalной системе координат  $\alpha, \beta, \gamma$ , выразятся в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= A_{11} e_\alpha + A_{12} e_\beta + A_{13} e_\gamma + A_{16} e_{\alpha\beta}, \\ \sigma_\beta &= A_{12} e_\alpha + A_{22} e_\beta + A_{23} e_\gamma + A_{26} e_{\alpha\beta}, \\ \sigma_\gamma &= A_{13} e_\alpha + A_{23} e_\beta + A_{33} e_\gamma + A_{36} e_{\alpha\beta}, \\ \tau_{\beta\gamma} &= A_{44} e_{\beta\gamma} + A_{45} e_{\alpha\gamma}, \\ \tau_{\alpha\gamma} &= A_{45} e_{\beta\gamma} + A_{55} e_{\alpha\gamma}, \\ \tau_{\alpha\beta} &= A_{16} e_\alpha + A_{26} e_\beta + A_{36} e_\gamma + A_{66} e_{\alpha\beta}, \end{aligned} \quad 4.1$$

где  $A_{ik}$  — упругие постоянные.

Количество независимых упругих постоянных для нашего случая, т. е. когда имеем одну плоскость упругой симметрии, равно 11.

Из третьего уравнения (4.1) в силу исходных предпосылок получим:

$$e_\gamma = - \frac{1}{A_{33}} [A_{13} e_\alpha + A_{23} e_\beta + A_{36} e_{\alpha\beta}] \quad 4.2$$

Подставляя значение  $e_\gamma$  из (4.2) в первые два и в последнее уравнения системы (4.1), получим:

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha &= B_{11} e_\alpha + B_{12} e_\beta + B_{16} e_{\alpha\beta}, \\ \sigma_\beta &= B_{12} e_\alpha + B_{22} e_\beta + B_{26} e_{\alpha\beta}, \\ \tau_{\alpha\beta} &= B_{16} e_\alpha + B_{26} e_\beta + B_{66} e_{\alpha\beta},\end{aligned}\quad 4.3$$

где, как и у С. Г. Лехницкого[1],

$$B_{ik} = (A_{ik}A_{33} - A_{i3}A_{k3}):A_{33} \quad (i, k=1, 2, 6)$$

Эти напряжения вызывают внутренние обобщенные силы; тангенциальные  $T$ ,  $S$ , изгибающие и крутящие моменты  $G$ ,  $H$ . Все эти усилия определяются так же, как и в обычной теории упругих изотропных оболочек [5] (рис. 3 и 4).

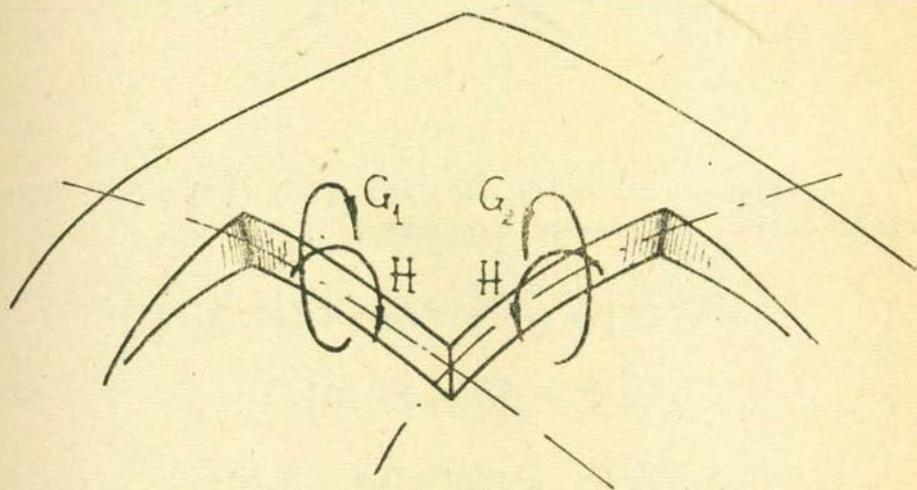


Рис. 3

Для внутренних сил на двух основных сечениях  $\alpha = \text{const}$   $\beta = \text{const}$  получим следующие формулы:

$$T_1 = \delta[B_{11}\varepsilon_1 + B_{12}\varepsilon_2 + B_{16}\omega], \quad 4.4$$

$$T_2 = \delta[B_{22}\varepsilon_2 + B_{12}\varepsilon_1 + B_{26}\omega], \quad 4.5$$

$$S_1 = -S_2 = S = \delta[B_{66}\omega + B_{16}\varepsilon_1 + B_{26}\varepsilon_2] \quad 1.6$$

Далее для моментов:

$$G_1 = -\frac{\delta^3}{12}[B_{11}\chi_1 + B_{12}\chi_2 + B_{16}\tau], \quad 4.7$$

$$G_2 = -\frac{\delta^3}{12}[B_{22}\chi_2 + B_{12}\chi_1 + B_{26}\tau], \quad 4.8$$

$$H_1 = -H_2 = H = -\frac{\delta^3}{12}[B_{66}\tau + B_{16}\chi_1 + B_{26}\chi_2] \quad 4.9$$

Кроме указанных внутренних сил в оболочке появляются поперечные силы, которые определяем из условий равновесия (рис. 4).

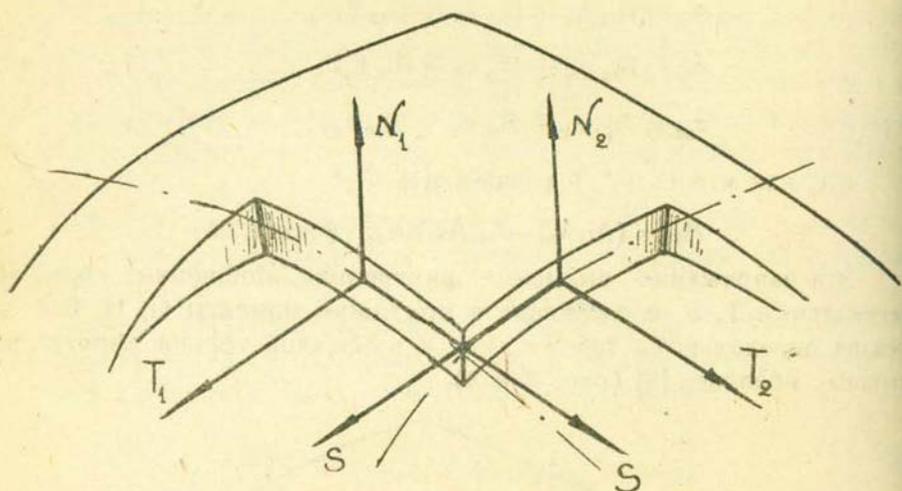


Рис. 4

Подставляя значения  $G_1$ ,  $G_2$  и  $H$  из (4.7), (4.8) и (4.9) соответственно в 4-е и 5-е уравнения системы (2.1), получим:

$$N_1 = \frac{\delta^3}{12} \left[ \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} [B_{66}\tau + B_{16}x_1 + B_{26}x_2] + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} (B_{11}x_1 + B_{12}x_2 + B_{16}\tau) \right], \quad 4.10$$

$$N_2 = \frac{\delta^3}{12} \left[ \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} (B_{66}\tau + B_{16}x_1 + B_{26}x_2) + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} (B_{21}x_2 + B_{12}x_1 + B_{26}\tau) \right] \quad 4.11$$

В формулы (4.10) и (4.11) подставляя значения  $x_1$ ,  $x_2$  и  $\tau$  из (3.2) и введя обозначения:

$$C(B_{ik}) = B_{11} \frac{1}{A^3} \frac{\partial^3}{\partial \alpha^3} + 3B_{16} \frac{1}{A^3 B} \frac{\partial^3}{\partial \alpha^2 \partial \beta} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{1}{AB^2} \frac{\partial^3}{\partial \alpha \partial \beta^2} + B_{26} \frac{1}{B^3} \frac{\partial^3}{\partial \beta^3}, \quad 4.12$$

$$D(B_{ik}) = B_{22} \frac{1}{B^3} \frac{\partial^3}{\partial \beta^3} + 3B_{26} \frac{1}{B^2 A} \frac{\partial^3}{\partial \beta^2 \partial \alpha} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{1}{BA^2} \frac{\partial^3}{\partial \beta \partial \alpha^2} + B_{16} \frac{1}{A^3} \frac{\partial^3}{\partial \alpha^3}, \quad 4.13$$

получим:

$$N_1 = -\frac{\delta^3}{12} C(B_{ik})w, \quad 4.14$$

$$N_2 = -\frac{\delta^3}{12} D(B_{ik})w.$$

### 5. Основные дифференциальные уравнения

Пусть искомыми неизвестными будут компоненты перемещения  $u(\alpha, \beta)$ ,  $v(\alpha, \beta)$  и  $w(\alpha, \beta)$ .

Определяя из (4.4)+(4.9)  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $S$ ,  $G_1$ ,  $G_2$  и  $H$  как функции  $u$ ,  $v$ ,  $w$  путем подстановки значений  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\omega$ ,  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ ,  $\tau$  из (3.1) и (3.2), получим:

$$T_1 = \delta \left[ \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} (B_{11}u + B_{16}v) + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} (B_{12}v + B_{16}u) + (B_{11}k_1 + B_{12}k_2)w \right], \quad 5.1$$

$$T_2 = \delta \left[ \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} (B_{22}v + B_{26}u) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} (B_{12}u + B_{26}v) + (B_{22}k_2 + B_{12}k_1)w \right], \quad 5.2$$

$$S = \delta \left[ \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} (B_{16}u + B_{66}v) + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} (B_{26}v + B_{66}u) + (B_{16}k_1 + B_{26}k_2)w \right], \quad 5.3$$

$$G_1 = \frac{\delta^3}{12} \left[ B_{11} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + B_{12} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\alpha \beta^2} + B_{16} \frac{2}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} \right], \quad 5.4$$

$$G_2 = \frac{\delta^3}{12} \left[ B_{23} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + B_{12} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + B_{26} \frac{2}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} \right], \quad 5.5$$

$$H = -\frac{\delta^3}{12} \left[ B_{66} \frac{2}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} + B_{16} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + B_{26} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} \right] \quad 5.6$$

Эти формулы совместно с (4.14) дают выражения всех внутренних сил как функции от  $u$ ,  $v$ ,  $w$ .

Из 3-го уравнения равновесия исключая поперечные силы  $N_1$  и  $N_2$ , а также введя обозначение для оператора 4-го порядка:

$$L(B_{ik}) = B_{11} \frac{1}{A^4} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + 4B_{16} \frac{1}{A^3 B} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^3 \partial \beta} + 2(B_{12} + 2B_{66}) \frac{1}{A^2 B^2} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + 4B_{26} \frac{1}{AB^3} \frac{\partial^4}{\partial \alpha \partial \beta^3} + B_{22} \frac{1}{B^4} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4}, \quad 5.7$$

получим:

$$(k_1 T_1 + k_2 T_2) + \frac{\delta^3}{12} L(B_{ik})w - Z = 0. \quad 5.8$$

Далее подставляя значения  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $S$  в первые два уравнения равновесия и в третье уравнение равновесия, представленное в виде (5.8), получаем полную систему дифференциальных уравнений (5.9) относительно трех основных искомых параметров  $u$ ,  $v$ ,  $w$ . К этим уравнениям в каждом частном случае необходимо присоединить граничные условия, которые в зависимости от задачи могут быть кинематические, статические или смешанные.

Граничные условия ничем не отличаются от таковых, данных для изотропной оболочки.

Уравнения (5.9), представленные с помощью табл. 1, образуют симметричную дифференциальную матрицу, что безусловно, как и в изотропных оболочках, является результатом обобщенной теоремы взаимности работ [5].

Следуя В. З. Власову [5], рассмотрим случай, когда  $k_1 = k_2 = 0$ . При этом из уравнений (5.9) получим:

$$\begin{aligned} & B_{11} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha^2} + 2B_{16} \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha \partial \beta} + B_{66} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \beta^2} + \\ & + B_{16} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha^2} + (B_{12} + B_{66}) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha \partial \beta} + B_{26} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \beta^2} + \frac{X}{\delta} = 0 \end{aligned} \quad 5.10$$

$$\begin{aligned} & B_{22} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \beta^2} + 2B_{26} \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha \partial \beta} + B_{66} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha^2} + \\ & + B_{26} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \beta^2} + (B_{12} + B_{66}) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha \partial \beta} + B_{16} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha^2} + \frac{Y}{\delta} = 0 \end{aligned}$$

и уравнение изгиба анизотропной пластинки [1],

$$\begin{aligned} & B_{11} \frac{1}{A^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^4} + 4B_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^3 \partial \beta} + 2(B_{12} + 2B_{66}) \frac{1}{A^2 B^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \\ & + 4B_{26} \frac{1}{AB^3} \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha \partial \beta^3} + B_{22} \frac{1}{B^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \beta^4} = \frac{12}{\delta^3} \cdot Z \end{aligned} \quad 5.11$$

При этом, как не трудно заметить, (5.10) представляет уравнение плоского напряженного состояния пластинки.

В заключение параграфа отметим, что эти три уравнения (5.9), связывающие искомые неизвестные  $u$ ,  $v$ ,  $w$  совместно с граничными условиями, дают нам возможность решить задачу о равновесии тонкостенных, пологих и анизотропных оболочек методом перемещений. Однако интегрирование этой системы для решения многочисленных

Таблица 1

| u ( $\alpha, \beta$ )   | v ( $\alpha, \beta$ )   | w ( $\alpha, \beta$ )  |                              |
|---|---|--|------------------------------|
| $B_{11} \frac{\partial^2}{A^2 \partial \alpha^2} + 2 B_{16} \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} +$ $+ B_{66} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}$                    | $B_{16} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + (B_{12} + B_{66}) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} +$ $+ B_{26} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}$ | $\frac{1}{A} (B_{11} k_1 + B_{12} k_2) \frac{\partial}{\partial \alpha} +$ $+ \frac{1}{B} (B_{16} k_1 + B_{26} k_2) \frac{\partial}{\partial \beta}$ | $\frac{X}{\delta}$           |
| $B_{16} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + (B_{12} + B_{66}) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} +$ $+ B_{26} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}$ | $B_{22} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 2 B_{26} \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} +$ $+ B_{66} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}$          | $\frac{1}{B} (B_{22} k_2 + B_{12} k_1) \frac{\partial}{\partial \beta} +$ $+ \frac{1}{A} (B_{26} k_2 + B_{16} k_1) \frac{\partial}{\partial \alpha}$ | $\frac{Y}{\delta} \quad 5.9$ |
| $\frac{1}{A} (B_{11} k_1 + B_{12} k_2) \frac{\partial}{\partial \alpha} +$ $+ \frac{1}{B} (B_{16} k_1 + B_{26} k_2) \frac{\partial}{\partial \beta}$  | $\frac{1}{B} (B_{22} k_2 + B_{12} k_1) \frac{\partial}{\partial \beta} +$ $+ \frac{1}{A} (B_{26} k_2 + B_{16} k_1) \frac{\partial}{\partial \alpha}$  | $(B_{11} k_1^2 + 2 B_{12} k_1 k_2 + B_{22} k_2^2) +$ $+ \frac{\delta^2}{12} L(B_{16})$   | $\frac{Z}{\delta}$           |

задач анизотропных оболочек, в силу ее громоздкости, связано со многими затруднениями.

Покажем более удобные формы решения поставленной задачи.

## 6. Смешанный метод

Смешанный метод для изотропных оболочек предложен В. З. Власовым. Путем введения двух потенциальных функций общая задача пологих изотропных оболочек приводится к системе двух совместных дифференциальных уравнений.

Покажем применение смешанного метода к задачам анизотропных оболочек.

Совместно решая уравнения (4.4), (4.5) и (4.6) относительно  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $\omega$ , получим:

$$\omega = \frac{1}{\delta B_{66} \Omega} \left[ (B_{11} B_{22} - B_{12}^2) S - (B_{22} B_{16} - B_{12} B_{26}) T_1 - (B_{11} B_{26} - B_{12} B_{16}) T_2 \right],$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{\delta B_{66} \Omega} \left[ (B_{22} B_{66} - B_{26}^2) T_1 - (B_{12} B_{66} - B_{16} B_{26}) T_2 - (B_{26} B_{16} - B_{12} B_{26}) S \right], \quad 6.1$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{\delta B_{66} \Omega} \left[ (B_{11} B_{66} - B_{16}^2) T_2 - (B_{12} B_{66} - B_{16} B_{26}) T_1 - (B_{11} B_{26} - B_{12} B_{16}) S \right],$$

$$\text{где } \Omega = \frac{1}{B_{66}^2} \left[ (B_{11} B_{66} - B_{16}^2)(B_{22} B_{66} - B_{26}^2) - (B_{12} B_{66} - B_{16} B_{26})^2 \right] \quad 6.2$$

Учитывая (6.1) и (3.3) уравнения неразрывности, можем представить в усилиях и изменениях кривизны:

$$\begin{aligned} & k_2 x_1 + k_1 x_2 + \frac{1}{\delta B_{66} \Omega} \left\{ (B_{11} B_{66} - B_{16}^2) \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 T_2}{\partial \alpha^2} - \right. \\ & - (B_{12} B_{66} - B_{16} B_{26}) \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \alpha^2} - (B_{11} B_{26} - B_{12} B_{16}) \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha^2} - \\ & - (B_{11} B_{22} - B_{12}^2) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 S}{\partial \alpha \partial \beta} + (B_{22} B_{16} - B_{12} B_{26}) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \alpha \partial \beta} + \\ & + (B_{11} B_{26} - B_{12} B_{16}) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 T_2}{\partial \alpha \partial \beta} + (B_{22} B_{66} - B_{26}^2) \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \beta^2} - \\ & \left. + (B_{12} B_{66} - B_{16} B_{26}) \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 T_2}{\partial \beta^2} - (B_{22} B_{16} - B_{12} B_{26}) \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 S}{\partial \beta^2} \right\} = 0 \quad 6.3 \end{aligned}$$

Здесь мы рассматриваем случай, когда  $X=Y=0$ , т. е. имеем только поверхностную нагрузку,  $Z=Z(\alpha, \beta)$ , направленную по нормали.

Полагая:

$$T_1 = \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2}, \quad T_2 = \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2}, \quad S = -\frac{1}{AB} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha \partial \beta}, \quad 6.4$$

тождественно удовлетворим первым двум уравнениям равновесия. Далее учитывая формулы (3.2) и (6.4) и введя обозначение:

$$L_1(B_{ik}) = \frac{1}{B_{66}} \left\{ (B_{11}B_{66} - B_{16}^2) \frac{1}{A^4} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + 2(B_{11}B_{26} - B_{12}B_{16}) \frac{1}{A^2B} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \right. \\ \left. + [(B_{11}B_{22} - B_{12}^2) - 2(B_{12}B_{66} - B_{16}B_{26})] \frac{1}{A^2B^3} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \right. \\ \left. + 2(B_{22}B_{16} - B_{12}B_{26}) \frac{1}{AB^3} \frac{\partial^4}{\partial \alpha \partial \beta^3} + (B_{22}B_{66} - B_{26}^2) \frac{1}{B^4} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \right\}, \quad 6.5$$

из уравнения неразрывности (6.3) и третьего уравнения равновесия (5.6) получим:

$$-\left( k_2 \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + k_1 \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} \right) + \frac{1}{\delta \Omega} L_1(B_{ik}) \varphi = 0, \\ \left( k_1 \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2} + k_2 \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} \right) + \frac{\delta^3}{12} L_1(B_{ik}) w - Z = 0, \quad 6.6$$

или введя обозначение:

$$\nabla_R = k_1 \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + k_2 \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}, \\ \nabla_R^2 = \nabla_R \nabla_R \quad 6.7$$

окончательно получим:

$$\frac{1}{\delta \Omega} L_1(B_{ik}) \varphi - \nabla_R w = 0, \\ -\nabla_R \varphi - \frac{\delta^3}{12} L_1(B_{ik}) w + Z = 0. \quad 6.8$$

Здесь  $\varphi = \varphi(\alpha, \beta)$  — искомая функция напряжений, аналогичная в плоской задаче функции Эри;  $w = w(\alpha, \beta)$  — искомая функция перемещений.

Из уравнений (6.8) при  $k_1 = k_2 = 0$  получаем известные уравнения для плоского напряженного состояния пластинки:

$$L_1(B_{ik}) \varphi = 0 \quad 6.9$$

и для изгиба анизотропной пластинки:

$$L(B_{ik})w = \frac{12}{\delta^3} Z \quad 6.10$$

Таким образом, пользуясь смешанным методом проф. В. З. Власова[5], мы получили более компактное представление дифференциальных уравнений теории анизотропных оболочек.

Однако система двух уравнений (6.8) может быть приведена к эквивалентному ей одному уравнению восьмого порядка, путем введения новой искомой функции  $\Phi = \Phi(\alpha, \beta)$ .

Полагая:

$$w = L_1(B_{ik})\Phi, \quad \varphi = \delta\Omega \nabla_R \Phi \quad 6.11$$

тождественно удовлетворим первому уравнению (6.8), а из второго уравнения легко получим разрешающее уравнение нашей задачи:

$$L_1(B_{ik})L(B_{ik})\Phi + \frac{12\Omega}{\delta^2} \nabla_R^2 \Phi = \frac{12}{\delta^3} Z. \quad 6.12$$

Это уравнение является обобщением разрешающего уравнения, данного В. З. Власовым[7] для изотропных цилиндрических оболочек. Оно обобщает также разрешающее уравнение, данное нами[8] для очень пологих изотропных оболочек.

При этом случае для внутренних сил на основе формул (4.14), (5.4), (5.5), (5.6), (6.4) и (6.11) получаем:

$$T_1 = \delta\Omega \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \nabla_R \Phi, \quad 6.13$$

$$T_2 = \delta\Omega \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \nabla_R \Phi, \quad 6.14$$

$$S = -\delta\Omega \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \nabla_R \Phi, \quad 6.15$$

$$G_1 = \frac{\delta^2}{12} \left[ B_{11} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{12} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + B_{16} \frac{2}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \right] L_1(B_{ik})\Phi, \quad 6.16$$

$$G_2 = \frac{\delta^2}{12} \left[ B_{22} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + B_{12} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{26} \frac{2}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \right] L_1(B_{ik})\Phi, \quad 6.17$$

$$H = -\frac{\delta^2}{12} \left[ B_{66} \frac{2}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} + B_{16} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{26} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right] L_1(B_{ik})\Phi, \quad 6.18$$

$$N_1 = -\frac{\delta^3}{12} C(B_{ik}) L_1(B_{ik})\Phi, \quad 6.19$$

$$N_2 = -\frac{\delta^3}{12} D(B_{ik}) L_1(B_{ik})\Phi \quad 6.20$$

Для компонентов перемещения произвольной точки срединной поверхности получаем следующие формулы:

$$w = L_1 (B_{1k}) \Phi \quad 6.21$$

$$u = -\frac{1}{B_{66}} \left\{ \left[ (B_{11}B_{66} - B_{16}^2) k_1 + (B_{12}B_{66} - B_{16}B_{26}) k_2 \right] \frac{1}{A^3} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \alpha^3} + \right. \\ \left. + \left[ 2(B_{11}B_{26} - B_{12}B_{16}) k_1 - (B_{22}B_{16} - B_{12}B_{26}) k_2 \right] \frac{1}{A^2 B} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \alpha^2 \partial \beta} + \right. \\ \left. + \left[ (B_{11}B_{22} - B_{12}^2) - (B_{12}B_{66} - B_{16}B_{26}) \right] k_1 - \right. \\ \left. - (B_{22}B_{66} - B_{26}^2) k_2 \right] \frac{1}{AB^2} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \alpha \partial \beta^2} + (B_{22}B_{16} - B_{12}B_{26}) k_1 \frac{1}{B^3} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \beta^3} \left. \right\} \quad 6.22$$

$$v = -\frac{1}{B_{66}} \left\{ \left[ (B_{22}B_{66} - B_{26}^2) k_2 + (B_{12}B_{66} - B_{16}B_{26}) k_1 \right] \frac{1}{B^3} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \beta^3} + \right. \\ \left. + [2(B_{26}B_{16} - B_{12}B_{26}) k_2 - (B_{11}B_{26} - B_{12}B_{16}) k_1] \frac{1}{B^2 A} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \beta^2 \partial \alpha} + \right. \\ \left. + \left[ (B_{11}B_{22} - B_{12}^2) - (B_{12}B_{66} - B_{16}B_{26}) \right] k_2 - (B_{11}B_{66} - B_{16}^2) k_1 \right] \frac{1}{AB^2} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \beta \partial \alpha^2} + \right. \\ \left. + (B_{11}B_{26} - B_{12}B_{16}) k_2 \frac{1}{A^3} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \alpha^3} \right\} \quad 6.23$$

Разрешающее уравнение (6.12) можно было получить с помощью системы трех уравнений (5.9).

Наши исследования, как и следовало ожидать, показали, что при  $X=Y=0$  и при подстановке значений  $u$ ,  $v$ ,  $w$  из (6.21), (6.22) и (6.23) в первые два уравнения системы (5.9) последних тождественно удовлетворяем. При этом третье уравнение (5.9) дает наше разрешающее уравнение (6.12). Этим путем В. Г. Галеркин[9] получил разрешающее уравнение изотропной цилиндрической оболочки.

Как и в предыдущем параграфе, отметим, что в каждом частном случае краевой задачи к основным уравнениям (6.8) или (6.12) необходимо присоединить граничные условия.

Так как в последнем случае все искомые величины представлены посредством одной функции  $\Phi$ , то граничные условия также могут быть выражены через функцию  $\Phi = \Phi(\alpha, \beta)$ .

## 7. Уравнения локальной устойчивости и колебаний

В работах[10,11,12], посвященных расчету устойчивости анизотропных оболочек, авторы ограничиваются лишь рассмотрением ортотропных оболочек. Однако интересны также задачи устойчивости оболочек с более общими формами анизотропии.

Для нашего случая, т. е. когда материал оболочки имеет лишь одну плоскость упругой симметрии, уравнения устойчивости получим из приведенных выше уравнений (5.9), (6.8), (6.12). Для этого необходимо все статические и кинематические величины, входящие в эти уравнения, отнести к вариациям напряженного и деформированного состояния оболочки, возникающим при потере устойчивости. Далее, ввиду того, что уравнения (5.9), (6.8), (6.12) рассматриваются как уравнения такого состояния оболочки, когда под действием критических напряжений она становится неустойчивой и переходит в новое деформированное состояние, необходимо под компонентами  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  подразумевать приведенные поверхностные силы нового деформированного состояния [5].

Повторяя анализ, проделанный В. З. Власовым и учитывая исходные предпосылки для компонентов  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , получим:

$$X = -T_1^0 k_1^2 u + T_1^0 k_1 \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - S^0 k_1 k_2 v + S^0 k_1 \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta}, \quad (7.1)$$

$$Y = -T_2^0 k_2^2 v + T_2^0 k_2 \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} - S^0 k_1 k_2 u + S^0 k_2 \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha}, \quad (7.2)$$

$$Z = -T_1^0 k_1 \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + T_1^0 \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} - S^0 k_2 \frac{1}{A} \frac{\partial v}{\partial \alpha} + S^0 \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} - T_2^0 k_2 \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + T_2^0 \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} - S^0 k_1 \frac{1}{B} \frac{\partial u}{\partial \beta} + S^0 \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta}, \quad (7.3)$$

где  $T_1^0$ ,  $T_2^0$ ,  $S^0$  — компоненты внутреннего усилия в начальном напряженном состоянии, которое считаем безмоментным.

Теперь на основе (7.1), (7.2) и (7.3) система уравнений (5.9) принимает вид, данный в табл. 2. Эта система (7.4), как и предыдущая (5.9), симметрична относительно побочных операторов.

В формулах (7.1), (7.2) и (7.3), отбрасывая члены с тангенциальными смещениями  $u$ ,  $v$ , как мало влияющие на изменение формы оболочки, для компонентов  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  получим:

$$X = k_1 \left( T_1^0 \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} + S^0 \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \beta} \right), \quad (7.5)$$

$$Y = k_2 \left( T_2^0 \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} + S^0 \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} \right) \quad (7.6)$$

$$Z = \left( T_1^0 \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + 2S^0 \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} + T_2^0 \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} \right) \quad (7.7)$$

Таблица 2

| $u(\alpha, \beta)$   | $v(\alpha, \beta)$   | $w(\alpha, \beta)$   |
|--|--|--|
| $B_{11} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + 2B_{10} \frac{1}{AB} \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{\partial}{\partial \beta} +$ $+ B_{06} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - k_1^2 \Gamma_1^0$                                    | $B_{10} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + (B_{12} + B_{66}^*) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} +$ $+ B_{20} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - k_1 k_2 S^0$  | $\frac{1}{A} (B_{11} k_1 + B_{12} k_2) \frac{\partial}{\partial \alpha} + k_1 \Gamma_1^0 \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} +$ $+ \frac{1}{B} (B_{10} k_1 + B_{20} k_2) \frac{\partial}{\partial \beta} + k_1 S^0 \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta}$ |
| $B_{10} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + (B_{12} + B_{66}) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} +$ $+ B_{20} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - k_1 k_2 S^0$  | $B_{22} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 2B_{20} \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} +$ $+ B_{06} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - k_2^2 \Gamma_2^0$   | $\frac{1}{B} (B_{22} k_2 + B_{12} k_1) \frac{\partial}{\partial \beta} + k_2 \Gamma_2^0 \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} +$ $+ \frac{1}{A} (B_{20} k_2 + B_{10} k_1) \frac{\partial}{\partial \alpha} + k_2 S^0 \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha}$ |
| $\frac{1}{A} (B_{11} k_1 + B_{12} k_2) \frac{\partial}{\partial \alpha} + k_1 \Gamma_1^0 \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} +$ $+ \frac{1}{B} (B_{10} k_1 + B_{20} k_2) \frac{\partial}{\partial \beta} + k_1 S^0 \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta}$ | $\frac{1}{B} (B_{12} k_2 + B_{10} k_1) \frac{\partial}{\partial \beta} + k_2 \Gamma_2^0 \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} +$ $+ \frac{1}{A} (B_{20} k_2 + B_{10} k_1) \frac{\partial}{\partial \alpha} + k_2 S^0 \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha}$ | $\frac{1}{B} (B_{22} k_2 + B_{12} k_1) \frac{\partial}{\partial \beta} + k_2 \Gamma_2^0 \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} +$ $+ \frac{1}{A} (B_{20} k_2 + B_{10} k_1) \frac{\partial}{\partial \alpha} + k_2 S^0 \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha}$ |

(7.4)

Эти формулы приближенные, но точности их не ниже наших исходных предположений.

Так как из трех компонентов  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  первые два пропорциональны кривизнам  $k_1$  и  $k_2$ , то они могут быть пренебрежены. Тогда на основе (7.7) из (6.8) получим:

$$\frac{1}{\delta_2 \Omega} L_1(B_{ik})\varphi - \nabla_R w = 0$$

7.8

$$\nabla_R \varphi + \frac{\delta^2}{12} L(B_{ik})w - \left[ T_1 \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + 2S^0 \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta \partial \alpha} + T_2 \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} \right] = 0.$$

Таким образом, общая задача локальной устойчивости достаточно пологих анизотропных оболочек приводится также к решению системы двух совместных дифференциальных уравнений относительно двух функций—функции напряжений  $\varphi$  и функции перемещений  $w$ . Однако уравнение устойчивости может быть представлено в виде одного однородного уравнения восьмого порядка относительно одной функции.

Из (6.12), учитывая (7.7) и (6.21), получим:

$$L_1(B_{ik})L(B_{ik})\Phi + \frac{12\Omega}{\delta_2} \nabla_R^2 \Phi - \frac{12}{\delta^3} \left[ T_1^0 \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + 2S^0 \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} + T_2^0 \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right] L_1(B_{ik})\Phi = 0 \quad 7.9$$

Приведенные здесь уравнения (7.4), (7.8), (7.9) представляют общие уравнения локальной устойчивости тонкостенных, достаточно пологих анизотропных оболочек ненулевой гауссовой кривизны. Эти уравнения позволяют определить критические усилия при разнообразных внешних силах и однородных граничных условиях.

Из уравнений (7.8) и (7.9) легко можно получить также уравнения нормальных колебаний анизотропных пологих оболочек.

Для этого необходимо, во-первых, принимать  $T_1^0 = T_2^0 = S^0 = 0$  и, во-вторых, принять еще в расчет инерционные силы д'Аламбера[13].

Обозначая:  $\gamma$ —объемный вес оболочки,  $g$ —ускорение силы тяжести, получим уравнения движения.

Из (7.8),

$$\frac{1}{\delta_2 \Omega} L_1(B_{ik})\varphi - \nabla_R w = 0$$

7.10

$$\nabla_R \varphi + \frac{\delta^2}{12} L(B_{ik})w + \frac{\gamma \delta}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0.$$

Аналогично из (7.9) получим:

$$L_1(B_{ik}) L(B_{ik}) \Phi + \frac{12}{\delta^2} \nabla_R^2 \Phi + \frac{\gamma \delta}{g} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [L_1(B_{ik}) \Phi] = 0. \quad 7.11$$

Эта задача для пологих изотропных оболочек в такой форме впервые разрешена В. З. Власовым [7]. К этим уравнениям присоединяя граничные условия, можно дать решение весьма разнообразных задач колебания анизотропных оболочек.

В частном случае при  $k_1 = k_2 = 0$  из наших уравнений легко можно получить основные уравнения устойчивости и колебаний анизотропных пластинок.

Из (7.8) получим уравнение устойчивости:

$$\frac{\delta^3}{12} L(B_{ik}) w - \Gamma_1^0 \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} - 2S^0 \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} - \Gamma_2^0 \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} = 0. \quad 7.12$$

Из (7.10) получим уравнение изгибных колебаний пластинки

$$\frac{g \delta^2}{12 \gamma} L(B_{ik}) w + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad 7.13$$

или обозначая через  $\rho = \frac{\gamma}{g}$  — плотность пластинки, окончательно получим:

$$\frac{\partial^3 w}{\partial t^2} + \frac{\delta^3}{12\rho} L(B_{ik}) w = 0. \quad 7.14$$

В этих уравнениях принято  $A = B = 1$ .

Полученные уравнения являются известными уравнениями устойчивости и колебаний анизотропной пластинки в прямоугольных координатах.

## 8. Оболочки из ортотропного материала

Вышеприведенные формулы и уравнения значительно упрощаются при наличии какой-либо упругой симметрии, в силу чего некоторые из постоянных обращаются в нуль.

Значительный интерес представляет случай, когда материал оболочки имеет три взаимно перпендикулярные плоскости упругой симметрии.

Этот случай наиболее часто встречается в практике проектирования анизотропных оболочек.

Пусть одна из плоскостей упругой симметрии, материала оболочки, будет параллельна срединной поверхности, а остальные два перпендикулярны к координатным линиям  $\alpha = \text{const}$ ,  $\beta = \text{const}$  в данной точке  $(\alpha, \beta)$ .

В этом случае будем иметь [1]:

$$A_{10} = A_{20} = A_{30} = A_{40} = 0,$$

в силу чего

$$B_{10} = B_{20} = 0. \quad 8.1$$

Остальные координаты через так называемые «Технические постоянные» выразятся посредством формул:

$$B_{11} = \frac{E_\alpha}{1 - \mu_{\alpha\beta} \mu_{\beta\alpha}}, \quad B_{22} = \frac{E_\beta}{1 - \mu_{\alpha\beta} \mu_{\beta\alpha}},$$

8.2

$$B_{12} = \frac{E_\alpha \mu_{\beta\alpha}}{1 - \mu_{\alpha\beta} \mu_{\beta\alpha}} = \frac{E_\beta \mu_{\alpha\beta}}{1 - \mu_{\alpha\beta} \mu_{\beta\alpha}}, \quad B_{00} = G_{\alpha\beta},$$

где  $E_\alpha$ ,  $E_\beta$  — модули Юнга в направлении координат  $\beta = \text{const}$ ,  $\alpha = \text{const}$ ,  $G_{\alpha\beta}$  — модуль сдвига для плоскостей касательных координат  $\beta = \text{const}$ ,  $\alpha = \text{const}$  в точке  $(\alpha, \beta)$ ;  $\mu_{\alpha\beta}$  и  $\mu_{\beta\alpha}$  коэффициенты Пуассона (первый индекс показывает направление действия усилий).

При этих условиях уравнения равновесия (2.1) остаются без изменений. Усилия, входящие в эти уравнения, принимают вид:

$$T_1 = B_{11} \delta \varepsilon_1 + B_{12} \delta \varepsilon_2, \quad T_2 = B_{12} \delta \varepsilon_1 + B_{22} \delta \varepsilon_2, \quad S = B_{00} \delta \omega, \quad 8.3$$

$$G_1 = -\frac{\delta^2}{12} [B_{11} x_1 + B_{12} x_2], \quad G_2 = -\frac{\delta^2}{12} [B_{12} x_1 + B_{22} x_2], \quad H = \frac{\delta^2}{12} B_{00} \tau, \quad 8.4$$

$$N_1 = \frac{\delta^2}{12} \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} [B_{11} x_1 + (B_{12} + 2B_{00}) x_2],$$

8.5

$$N_2 = \frac{\delta^2}{12} \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} [B_{22} x_2 + (B_{12} + 2B_{00}) x_1].$$

Здесь значения деформаций  $\varepsilon_1 \dots \tau$  берем из формул (3.1) и (3.2).

Если искомыми переменными считать компоненты полного смещения  $u$ ,  $v$  и  $w$ , то уравнения упругого равновесия примут вид, представленный в табл. 3. Уравнения (8.6) относительно побочных

коэффициентов и в этом частном случае обладают симметричной структурой.

В отличие от системы (5.9) здесь оператор четвертого порядка имеет вид:

$$L^{opm}(B_{ik}) = B_{11} \frac{1}{A^4} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + 2(B_{12} + 2B_{66}) \frac{1}{A^2 B^2} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + B_{22} \frac{1}{B^4} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4}. \quad 8.7$$

При смешанном методе, когда искомыми функциями являются функции напряжений  $\varphi(\alpha, \beta)$  и функции перемещения  $w = w(\alpha, \beta)$ , то основная система, состоящая из двух совместных дифференциальных уравнений относительно двух потенциальных функций, примет вид:

$$\frac{1}{\delta(B_{11}B_{22} - B_{12}^2)} L_1^{opm}(B_{ik})\varphi - \nabla_R w = 0, \quad 8.8$$

$$-\nabla_R \varphi - \frac{\delta^2}{12} L^{opm}(B_{ik})w + Z = 0.$$

Здесь  $\nabla_R$  — то же самое, что и в (6.8),

$$L_1^{opm}(B_{ik}) = B_{11} \frac{1}{A^4} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + \left[ \frac{B_{11}B_{22} - B_{12}(B_{12} + 2B_{66})}{B_{66}} \right] \frac{1}{A^2 B^2} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + B_{22} \frac{1}{B^4} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4}. \quad 8.9$$

В этом случае внутренние силы определяются посредством формул (6.4), (8.4) и (8.5); в последних двух формулах (8.4) и (8.5) значения изменений кривизны берем из (3.2).

В силу (8.1) из (6.12) получим:

$$L_1^{opm}(B_{ik})L^{opm}(B_{ik})\Phi + \frac{12(B_{11}B_{22} - B_{12}^2)}{\delta^2} \nabla_R^2 \Phi = \frac{12}{\delta^3} Z. \quad 8.10$$

Это есть разрешающее уравнение тонкостенной оболочки из ортотропного материала.

В этом случае внутренние силы определяются формулами:

$$T_1 = \delta (B_{11}B_{22} - B_{12}^2) \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \nabla_R \Phi, \\ T_2 = \delta (B_{11}B_{22} - B_{12}^2) \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \nabla_R \Phi, \quad 8.11$$

| u (α,β)  | v (α,β)  |
|--|--|
| $B_{11} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{66} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}$ | $(B_{12} + B_{66}) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta}$                                     |
| $(B_{11} + B_{66}) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta}$                                     | $B_{22} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + B_{66} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}$ |
| $\frac{1}{A} (B_{11} k_1 + B_{12} k_2) \frac{\partial}{\partial \alpha}$   | $\frac{1}{B} (B_{22} k_2 + B_{12} k_1) \frac{\partial}{\partial \beta}$  |

Таблица 3

| $w(\alpha, \beta)$   |                              |
|--|------------------------------|
| $\frac{1}{A}(B_{11}k_1 + B_{12}k_2) \frac{\partial}{\partial z}$                             | $\frac{X}{\delta}$           |
| $\frac{1}{B}(B_{22}k_2 + B_{12}k_1) \frac{\partial}{\partial \beta}$                         | $\frac{Y}{\delta} \quad 8.6$ |
| $\frac{\partial^2}{12} L^{\text{opm}}(B_{ik}) + (B_{11}k_1^2 + 2B_{12}k_1k_2 + B_{22}k_2^2)$ | $-\frac{Z}{\delta}$          |

$$S = -\delta \left( B_{11} B_{22} - B_{12}^2 \right) \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta^2} \nabla_R \Phi,$$

$$G_1 = \frac{\delta^2}{12} \left( B_{11} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{12} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) L_1^{\text{орпм}}(B_{ik}) \Phi,$$

8.12

$$G_2 = \frac{\delta^2}{12} \left( B_{22} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + B_{12} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \right) L_1^{\text{орпм}}(B_{ik}) \Phi,$$

$$H = -\frac{\delta^3}{6} B_{66} \frac{1}{AB} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta^2} L_1^{\text{орпм}}(B_{ik}) \Phi,$$

$$N_1 = -\frac{\delta^3}{12} C^{\text{орпм}}(B_{ik}) L_1^{\text{орпм}}(B_{ik}) \Phi,$$

8.13

$$N_2 = -\frac{\delta^3}{12} D^{\text{орпм}}(B_{ik}) L_1^{\text{орпм}}(B_{ik}) \Phi,$$

где

$$C^{\text{орпм}}(B_{ik}) = B_{11} \frac{1}{A^2} \frac{\partial^3}{\partial \alpha^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{1}{AB^2} \frac{\partial^3}{\partial \alpha \partial \beta^2}$$

8.14

$$D^{\text{орпм}}(B_{ik}) = B_{22} \frac{1}{B^2} \frac{\partial^3}{\partial \beta^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{1}{BA^2} \frac{\partial^3}{\partial \beta \partial \alpha^2}.$$

В этом случае для компонентов перемещения получим следующие формулы:

$$u = - \left( B_{11} k_1 + B_{12} k_2 \right) \frac{1}{A^3} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \alpha^3} -$$

$$- \left[ \frac{B_{11} B_{22} - B_{12} (B_{12} + B_{66})}{B_{66}} k_2 - B_{22} k_1 \right] \frac{1}{B^2 A} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \beta^2 \partial \alpha}$$

8.15

$$v = - \left( B_{22} k_2 + B_{12} k_1 \right) \frac{1}{B^3} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \beta^3} -$$

$$- \left[ \frac{B_{11} B_{22} - B_{12} (B_{12} + B_{66})}{B_{66}} k_2 - B_{11} k_1 \right] \frac{1}{A^2 B} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \alpha^2 \partial \beta}$$

8.16

$$w = L_1^{\text{орпм}}(B_{ik}) \Phi$$

8.17

Из уравнений устойчивости и колебаний легко можно получить общие уравнения локальной устойчивости и колебаний пологих ортотропных оболочек. Например, на основе (8.1) из (7.8) получим следующие уравнения устойчивости:

$$\delta \left( \frac{1}{B_{11} B_{22} - B_{12}^2} \right) L_1^{\text{орпм}}(B_{ik}) \varphi - \nabla_R w = 0$$

8.18

$$\nabla_R \varphi + \frac{\delta^2}{12} L_1^{\text{орпм}}(B_{ik}) w - \left( T_1 \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} + 2S \frac{1}{AB} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} + T_2 \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} \right) = 0$$

или из (7.10) получим уравнения колебаний:

$$\frac{1}{\delta(B_{11}B_{22} - B_{12}^2)} L_1^{\text{opm}}(B_{ik})\varphi - \nabla_R w = 0, \quad 8.19$$

$$\nabla_R \varphi + \frac{\delta^0}{12} L^{\text{opm}}(B_{ik})w + \frac{\gamma\delta}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0.$$

С помощью приведенных формул и уравнений можно дать решения многочисленных задач теории ортотропных оболочек.

### 9. Заключительные замечания

Предлагаемая в данной работе теория носит общий характер. Она с точки зрения структуры, именно анизотропии и неоднородности механических свойств материала оболочки, обобщает известные результаты исследований проф. В. З. Власова.

Полученные нами результаты позволяют разрешить ряд важных инженерных задач по прочности, устойчивости и колебаниям анизотропных, тонкостенных и весьма пологих оболочек.

Частные проблемы, которые разрешимы с помощью вышеизложенной теории, могут быть не только в смысле геометрических, кинематических или статических характеристик оболочки, но и в смысле неоднородности упругих свойств материала или особенностей конструкции.

В заключение считаю нужным с глубокой благодарностью отметить внимание проф. А. Г. Назарова к настоящей работе.

Институт Стройматериалов и  
Сооружений АН Арм. ССР

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. Лехницкий— о некоторых вопросах, связанных с теорией изгиба тонких плит. Прикл. мат. и мех. т. II, вып. 2, 1938.
2. А. Ляв—Математическая теория упругости. ОНТИ, 1935.
3. В. В. Новожилов—О погрешности одной из гипотез теории оболочек. ДАН СССР, т. XXXVIII, № 5—6, 1943.
4. Ю. Н. Работнов—Уравнения пограничной зоны в теории оболочек. ДАН СССР, т. XLVII, № 5, 1945.
5. В. З. Власов—Основные дифференц. ур. общей теории упругих оболочек. Прикл. мат. и мех. т. VIII, вып. 2, 1944.
6. А. Л. Гольденвейзер—Ур. теории тонких оболочек. Прикл. мат. и мех. т. IV, вып. 2, 1940.
7. В. З. Власов—Некоторые новые задачи стронт. механики оболочек и тонкостенных конструкций. Изв. АЧ СССР, отд. тех. наук, № 1, 1947.
8. С. А. Амбарцумян—Приближ. метод расчета пологих тонких оболочек. ДАН АН Арм. ССР, т. VI, № 3, 1947.

9. В. Г. Галеркин—Равновесие упругой цилиндрич. оболочки. Сб. тр. Ленингр. Ин-та Сооруж. ОНТИ. 1935.

10. И. Я. Штаерман—Устойчивость цилиндрич. труб и сводов. Прикл. мат. и мех., т. II, вып. 2, 1938.

11. Х. М. Муштари—Некоторые обобщения теории тонких оболочек с применением к решению задач устойчивости упругого равновесия. Прикл. мат. и мех., т. II, вып. 4, 1939.

12. Н. В. Зволинский—Приближ. решение некоторых задач устойчивости цилиндрич. оболочки. Тр. ЦАГИ, вып. 246.

**Ս. Ս. Համբարձումյան**

**ԱՆԻՋՈՏՐՈՊ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԻ ՔԱՆԻ ՀԱՐՑԵՐ**

**Ս Մ Փ Ո Փ Ո Ի Մ**

Աշխատանքում բերված են անիզոտրոպ թաղանթների հաշվման հիմնական ընդհանրությունները և հավասարումները.

Այդ հավասարումները հնարավորություն են ապրիս լուծելու անիզոտրոպ թաղանթների ամրությունը, կայունությունը և ճնճումներին նվիրված մի շարք կարևոր ինժեներական խնդիրներ:

ТЕОРИЯ СООРУЖЕНИЙ

В. В. Пинаджян

**К вопросу усиления изгибаемых железобетонных конструкций**

**I. Состояние вопроса**

Усиление имеет целью повышение несущей способности или восстановление первоначальной прочности конструкций.

В настоящее время проблема усиления железобетонных конструкций приобрела актуальное значение в связи с многочисленными случаями повреждения или частичного разрушения их в период войны, а также в связи с необходимостью продления срока службы старых железобетонных сооружений, работающих в условиях прогрессивного роста эксплуатационной нагрузки.

Немаловажным является также вопрос об усилении ряда железобетонных конструкций, грузоподъемность которых оказывается недостаточной вследствие имеющихся в них существенных дефектов, допущенных при производстве работ и возникших в процессе эксплуатации сооружения (наличие в конструкции недоброкачественного бетона; коррозия арматуры и бетона; большие трещины в бетоне; расстройство стыков арматуры; нарушение сцепления арматуры с бетоном).

За последнее десятилетие в строительной литературе опубликован ряд исследований по вопросу усиления железобетонных сооружений и конструкций. В СССР наиболее значительные исследования в этом направлении были произведены в Центральном Научно-Исследовательском Институте Промышленных Сооружений (ЦНИПС) проф. А. А. Гвоздевым, проф. В. В. Михайловым, инж. Судариковым [5, 6, 9, 15], в Харьковском Научно-Исследовательском Институте Строительных Материалов (ЦНИСМ) кандидатом технических наук И. М. Литвиновым [8], Всесоюзным Научно-Исследовательским Институтом Железнодорожного Транспорта [4, 7, 10, 11] и, наконец, в лаборатории строительства Московского Метрополитена [16].

Комплексное и систематизированное изложение вопроса усиления железобетонных конструкций впервые в СССР приводится в труде проф. К. В. Сахновского [12].

Предложенные методы капитального усиления изгибаемых железобетонных конструкций могут быть подразделены следующим образом:

1. Усиление конструкции замкнутой или корытообразной обоймой из стальной сетки с последующим оштукатуриванием конструкции цементным раствором или же покрытием торкрет-бетоном.

Совместная работа основной и дополнительной конструкции обеспечивается:

а) сцеплением старого и нового бетона; б) сцеплением старого и нового бетона, а также штырями, заделанными одним концом в старый бетон, а другим—прикрепленным посредством сварки к арматуре усиления (ЦНИИЖТ).

2. Усиление конструкции наращиванием сверху, снизу и с боков дополнительным слоем железобетона с постановкой прямой продольной, и при необходимости, косой арматуры. Связь между старым и новым железобетоном в этом случае осуществляется одним из приведенных ниже способов:

а) Арматура усиления приваривается или подвешивается к арматуре усиливаемой конструкции посредством наклонных или прямых U-образных хомутов, с крюками на концах (предложение инж. Литвинова); б) продольная арматура усиления приваривается к крайнему (горизонтальному) ряду продольной арматуры усиливаемой конструкции посредством коротышей круглого или швеллерного сечения (предложение ЦНИИЖТ).

3. Усиление конструкции предварительно-напряженной шпренгельной арматурой, с последующим обетонированием или торкретированием усиленной конструкции.

4. Усиление растянутой зоны конструкции предварительно-напряженной продольной арматурой с повышенным пределом текучести.

5. Усиление конструкции мощными прямыми или наклонными предварительно-напряженными хомутами, разгружающими балки в работе на главные растягивающие напряжения (предложение Лоссье).

6. Усиление элементов железобетонных сооружений металлическими или железобетонными разгружающими конструкциями (подпирающие балки, стойки, рамы).

Критическая оценка рассмотренных методов усиления дана в заключительной части статьи.

При усилении железобетонных конструкций наиболее сложными вопросами являются закрепление концов растянутой арматуры усиления и обеспечение надежного сцепления нового бетона со старым.

Некоторые эффективные конструктивные приемы заанкеривания концов растянутой арматуры приводятся на рисунках 1—8. Как правило, концы растянутой арматуры усиления привариваются к арматуре основной конструкции (рис. 1—3).

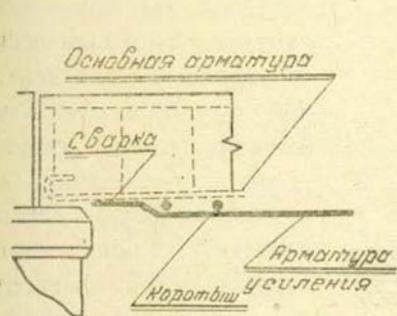


Рис. 1

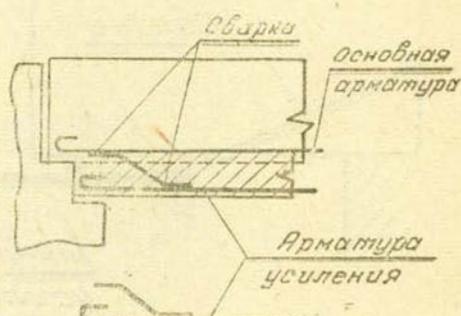


Рис. 2

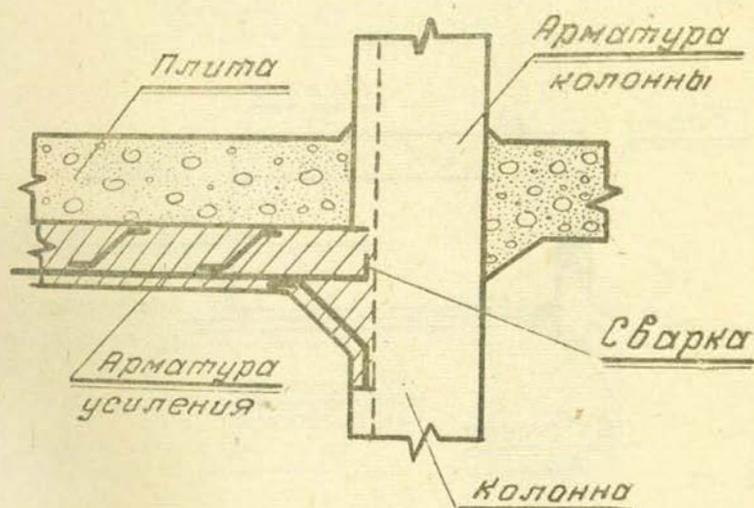


Рис. 3

В ребристых перекрытиях, при недостаточном количестве точек закрепления арматуры усиления, применяются объемлющие хомуты (рис. 4).

С целью создания предварительного натяжения в арматуре усиления применяются способы закрепления, показанные на рисунках 5—8.

Для обеспечения надежной связи нового бетона со старым

рекомендуют применять следующий порядок замоноличивания конструкций. Поверхность усиливаемой конструкции на-секается зубилом, обра-батывается металличе-скими щетками (или песча-ной струей), а затем очи-щается сильной струей воды или воздуха; на подготовленную слегка влажную поверхность старого бетона наносит-ся связующий цемент-ный раствор состава 1:1—1:2,5. Раствор набра-сывается с силой и оставляется без затирки. Бетонирование, ошту-катуривание или торкретирование усиливаемой конструкции произ-водится через 1—1,5 часа после укладки раствора.

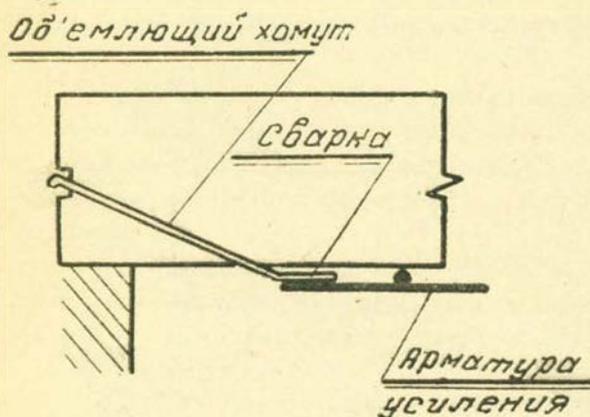


Рис. 4

сывается с силой и оставляется без затирки. Бетонирование, ошту-катуривание или торкретирование усиливаемой конструкции произ-водится через 1—1,5 часа после укладки раствора.

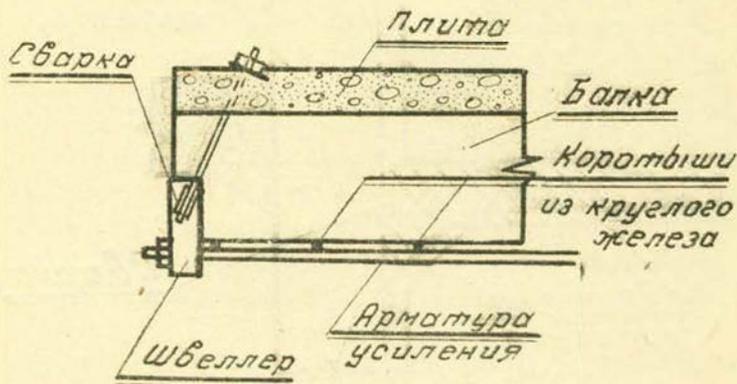


Рис. 5

Попутно отметим, что при усилении железобетонных сооруже-ний, в случае необходимости, осуществляются следующие меро-приятия:

а) Устранение причин, вызывающих появление дефектов (умень-шение динамического воздействия эксплуатационной нагрузки путем балансирования нецентрированных масс; рациональное переустрой-ство опорных частей; переустройство водоотвода и гидроизоляции конструкции и т. д.).

б) Подъем и правка элементов поврежденных конструкций; установка в проектное положение сместившихся конструкций.

в) Исправление арматуры (сварка стыков и закрепление концов усиливаемой арматуры; замена сильно поврежденной от коррозии арматуры).

г) Цементация трещин в целях предотвращения коррозии и нарушения монолитности конструкций.

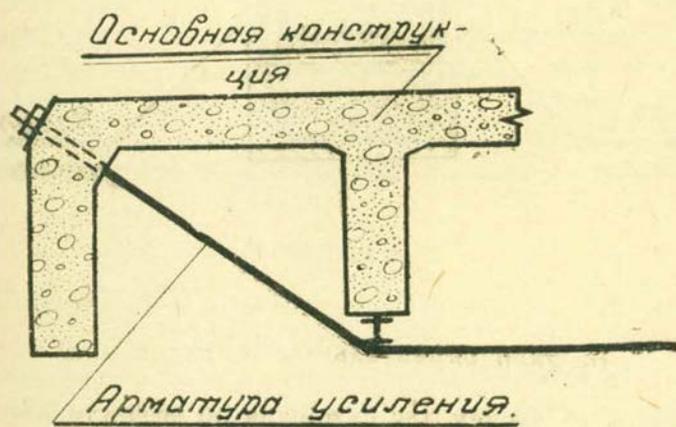


Рис. 6

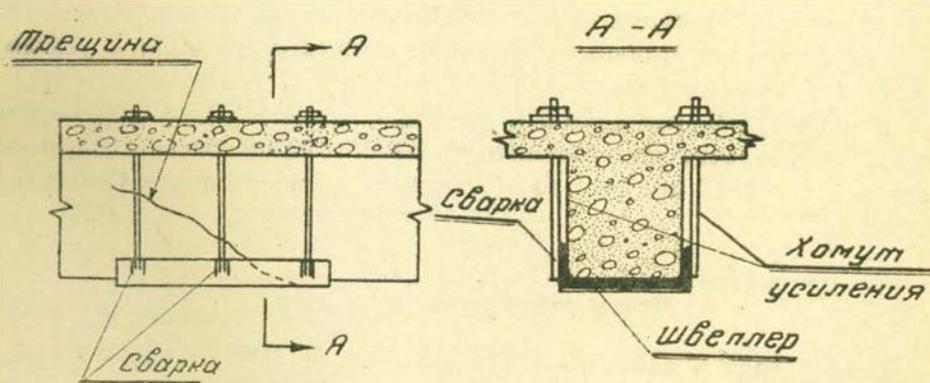


Рис. 7

Считаем излишним детализировать затронутые вопросы, т. к. в этом направлении имеются довольно обстоятельные исследования, а также ряд технических рекомендаций и указаний в литературе восстановительного строительства [1, 2, 3, 5].

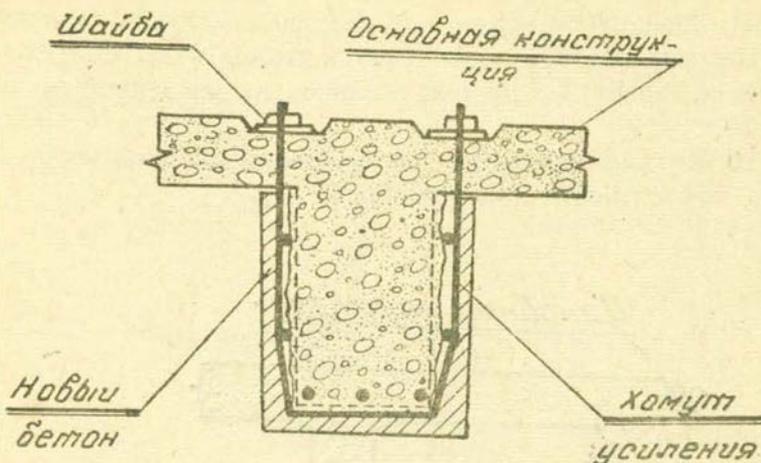


Рис. 8

## II. Экспериментальные исследования

Надежным критерием для суждения об эффективности тех или иных методов усиления служит величина несущей способности жесткости конструкции до и после ее усиления. В этом отношении опыт восстановительного строительства и эксплуатации усиленных сооружений, как правило, не может дать прямого ответа на вопрос. Эффективность конструктивных приемов усиления может быть установлена экспериментальными исследованиями с доведением усиленной конструкции до разрушения.

В этой статье мы кратко изложим основные результаты экспериментальных работ по усилению железобетонных конструкций, произведенных с 1937 по 1940 годы в ведущих лабораториях Советского Союза.

### Опыты лаборатории Метростроя

В 1937 году в лаборатории строительства Московского Метрполитена инж. И. Ф. Шаровым была произведена экспериментальная проверка несущей способности усиленных железобетонных балок таврового сечения [16]. Усиление балок достигалось постановкой по нижней гранью тавра продольной прямой арматуры и последующим обетонированием балок торкрет-бетоном. При этом в балках типа I торкрет-бетоном толщиной до 7 см покрывались верхняя грань полки и нижняя грань тавра. В балках типа II—торкрет-бетоном покрывались нижние грани свесов полки и нижняя грань тавра. В балка

типа III и IV, помимо продольной арматуры усиления, были установлены хомуты, охватывающие ребра балок, а торкрет-бетон наносился на боковые и нижнюю грани тавра.

В опытах Шарова связь между основной и усиливающей конструкцией осуществлялась только за счет сцепления торкрет-бетона со старым бетоном.

При испытании было получено увеличение несущей способности усиленных балок типа I, III и IV на 65—70% по сравнению с неусиленной, эталонной балкой; несущая способность усиленных балок типа II увеличилась лишь на 28—32%. Расчеты показали, что усиленные балки типа I, III и IV работали как монолитные до момента полного разрушения балки. Усиленные балки типа II имели заниженную несущую способность по сравнению с нормативной расчетной разрушающей нагрузкой вследствие нарушения сцепления по контактной поверхности торкрет-бетона и старого бетона.

#### Опыты ЦНИСМ

В 1937—38 годах в Харькове, в лаборатории ЦНИСМ под руководством кандидата технических наук И. М. Литвинова была произведена лабораторная проверка предложенного им метода усиления железобетонных конструкций [8]. Железобетонные балки с расчетным пролетом 150 см прямоугольного сечения и размерами сторон  $12 \times 15$  м усиливались по методу Литвинова наращиванием железобетона со стороны растянутой зоны с доведением сечения после усиления до  $12 \times 25$  см (типы балок 3—8). Несколько балок с сечением  $12 \times 15$  см были усилены железобетоном со стороны сжатой зоны, с доведением размеров сечения после усиления до  $12 \times 27$  см (типы балок 9 и 10). Для установления эффективности метода усиления Литвинова одновременно с усиленными балками были изготовлены контрольные, монолитные балки типа 2 сечением  $12 \times 25$  см.

Испытания производились статической, сосредоточенной нагрузкой, приложенной в середине пролета.

Основные характеристики опытных балок и результаты испытаний Литвинова сведены в таблицу 5.

Опытные исследования показали, что метод усиления Литвинова обладает высокой эффективностью, т. к. все усиленные железобетонные балки вплоть до момента разрушения работали как монолитные.

#### Опыты ЦНИПС

В 1938 году в лаборатории ЦНИПС инж. Судариковым, при участии проф. Нилендер, были произведены испытания железобетонных балок, усиленных дополнительной прямой и косой армату-

рой, с последующим обетонированием конструкции [15]. Эти опыты показали, что при нагрузке, равной половине разрушающей, жесткость усиленных балок мало отличается от теоретически вычисленной жесткости, в предположении слитной работы основной и дополнительной конструкций.

#### Опыты ЦНИИЖТ

В 1939—1940 годах в механической лаборатории Всесоюзного Научно-Исследовательского Института Железнодорожного Транспорта, под руководством автора настоящей статьи, при непосредственном участии кандидатов технических наук И. И. Казей и П. М. Кичаева, были произведены опытные исследования над усиленными железобетонными балками [10, 11]. Основной целью этих исследований являлось выявление эффективных методов усиления дефектных изгибаемых элементов железобетонных мостов (пролетные строения балочных мостов, ригеля рам надарочного строения арочных мостов и т. д.).

Прежде чем перейти к описанию опытов следует отметить, что исследования ЦНИИЖТ несколько отличались по методике от предшествующих экспериментальных исследований. В опытах ЦНИИЖТ учтены реальные условия, при которых осуществляется усиление железобетонных сооружений. На практике, как правило, усиление конструкций производится при наличии в них напряжений от собственного веса. В связи с этим в опытах ЦНИИЖТ усиление и обетонирование большинства балок производилось под нагрузкой, равной примерно 0,16—0,2 от разрушающего усилия.

Испытание моделей железобетонных конструкций может привести к существенному искажению качественных и количественных характеристик. Например, сцепление арматуры с бетоном с уменьшением диаметра арматуры возрастает; механические характеристики арматурной стали, как правило, повышаются с уменьшением диаметра арматуры. В связи с этим основные опыты были произведены над железобетонными высокоробристыми балками расчетным пролетом 4 метра.

В настоящее время приобрела актуальность проблема усиления, в кратчайший срок, дефектных железобетонных сооружений, работающих под воздействием динамической нагрузки (эксплуатируемые подкрановые балки, перекрытия промышленных цехов, рамные фундаменты турбогенераторов и т. д.). На транспорте приобретает немаловажное значение проблема усиления железобетонных мостов без устройства обхода и перерыва движения.

Между тем известно, что рамные и балочные железобетонные конструкции чувствительно реагируют на воздействие динамической нагрузки, а процесс твердения молодого бетона под такой нагрузкой не изучен. В связи с указанным программа экспериментальных

исследований ЦНИИЖТ предусматривала предварительное изучение поведения усиленной железобетонной балки под повторной нагрузкой.

В зависимости от конструкции, методов усиления и способа загрузки, железобетонные балки были разбиты на 3 серии. В каждую серию испытаний входили 3—4 совершенно одинаковые балки. При этом одна балка каждой серии служила эталоном и доводилась до разрушения в неусиленном виде. Установленные при испытании в неусиленной балке прогибы и напряжения, а также величина разрушающей нагрузки сопоставлялись с аналогичными данными для остальных усиленных балок исследуемой серии. Одновременно с бетонированием опытных балок изготавливались контрольные бетонные кубики размерами сторон  $20 \times 20 \times 20$  см. Бетон для образцов первых двух серий был изготовлен на гранитном щебне и речном песке с применением портланд-цемента марки 250; водоцементное отношение  $V/c = 0,61$ . Расход цемента составлял  $280-300$  кг/м<sup>3</sup> бетона. Балки и контрольные кубики выдерживались в деревянной опалубке (формах) в течение трех суток. До пятнадцатидневного возраста опытные образцы периодически поливались водой. В таблице 1 приводятся результаты испытания контрольных бетонных кубиков.

Таблица 1

Результаты испытания на сжатие контрольных бетонных кубиков.  
(Опыты ЦНИИЖТ)

| Серия испытаний | Номер балки | Временное сопротивление сжатию контрольных кубиков $20 \times 20 \times 20$ см в кг/см <sup>2</sup> |                          | Временное сопротивление бетона на сжатие при изгибе в кг/см <sup>2</sup> в момент испытания балки* |
|-----------------|-------------|---|--------------------------|--|
|                 |             | В возрасте 23 суток   | В момент испытания балки |  |
| I               | I-1         | 122   | 122                      | 120  |
|                 | I-2         | 140   | 140                      | 135  |
|                 | I-3         | 142   | 142                      | 135  |
|                 | I-5         | 142   | 142                      | 135  |
| II              | II-1        | 121   | 121                      | 120  |
|                 | II-2        | 95  | 120/220**                | 120/195  |
|                 | II-5        | 172   | 172                      | 155  |
| III             | III-6       | 175   | 328                      | 265  |
|                 | III-13      | 165   | 372                      | 290  |
|                 | III-19      | 156   | 240                      | 200  |
|                 | III-22      | 168   | 296                      | 250  |

\* Значения  $R_u$  вычислены в зависимости от кубиковой прочности по таблице ЦНИПС  $R_u = \Phi(R)$ , с округлением третьей цифры.

\*\* В числителе дана кубиковая прочность к началу опытов (июнь 1939 г.), а в знаменателе — к моменту окончания динамических испытаний (май 1940 г.).

При изготовлении опытных железобетонных балок была применена немаркированная круглая арматура. Испытаниями на универсальной разрывной машине Амслера были установлены следующие величины предела текучести:

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| для арматуры диаметром $d=22$ мм | $\sigma_T = 2420-2560$ кг/см <sup>2</sup> ; |
| „ „ $d=12$ мм                    | $\sigma_T = 2860$ кг/см <sup>2</sup> ;      |
| „ „ $d=9,5$ мм                   | $\sigma_T = 2470$ кг/см <sup>2</sup> ;      |
| „ „ $d=8$ мм                     | $\sigma_T = 3000$ кг/см <sup>2</sup> ;      |
| „ „ $d=6,5$ мм                   | $\sigma_T = 2200$ кг/см <sup>2</sup> ;      |
| „ „ $d=6,0$ мм                   | $\sigma_T = 3200$ кг/см <sup>2</sup> ;      |

Габариты испытательных машин механической лаборатории ЦНИИЖТ не позволяли производить испытания балок пролетом в 4 метра, вследствие чего для балок первой и второй серии был изготовлен специальный стенд. Статическая нагрузка в этом испытательном стенде создавалась двумя спаренными 100-тонными гидравлическими домкратами с ручным насосом. В процессе испытаний гидравлическая установка стенда тарировалась на универсальном 500-тонном прессе фирмы Лозенгаузен. На этом же прессе были испытаны балки серии III, имеющие расчетный пролет 1,3 м. При статических испытаниях на изгиб прогибы балок замерялись мессурами Цейсс-а, а напряжения в арматуре и бетоне—тензометрами Гуггенбергера. Ширина раскрытия трещин измерялась переносным микроскопом с увеличением в 80 раз.

Заканчивая на этом краткое описание методики исследований ЦНИИЖТ, перейдем к изложению результатов испытаний балок.

В первую серию испытаний вошли четыре железобетонные балки таврового сечения (рис. 9). Балки до усиления имели следующие размеры: расчетный пролет  $l=400$  см; высота балки  $h=60$  см

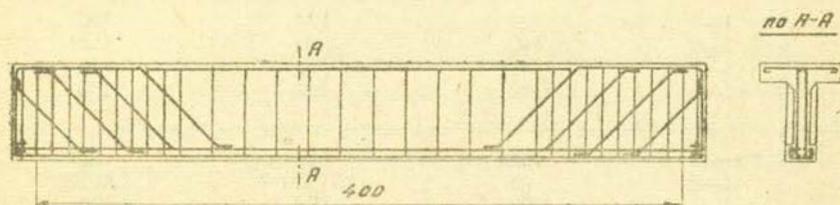


Рис. 9

полезная высота сечения  $h_0 = 56$  см; ширина полки тавра  $b_n = 50$  см; толщина вертикального ребра тавра  $b = 10$  см; толщина полки  $h_n = 12$  см; площадь поперечного сечения растянутой арматуры в зоне чистого изгиба балки  $F_a = 9,04$  см<sup>2</sup> (8  $\varnothing 12$ ).

Испытания балок производились двумя одинаковыми сосредоточенными силами  $P$ , расположенными на расстоянии 220 см друг от друга. Расстояние от опоры балки до точки приложения ближайшего груза  $a = 90$  см. С целью обеспечения разрушения балок в зо

не чистого изгиба (между силами  $P$ ) опорные участки балок были сильно армированы. Балка I—1 (рис. 9) не усиливалась и служила эталоном для балок I—2, I—3 и I—5.

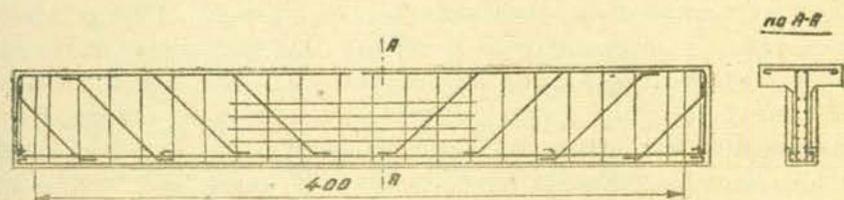


Рис. 10

Основные результаты испытания неусиленной балки I—1 приведены в таблице 2.

Разрушение этой балки произошло в зоне чистого изгиба под грузом  $N_{кр} = 2P_{кр} = 31,5$  тонн.

Балка I—2 до усиления была испытана под статической ступенчато-возрастающей нагрузкой, изменявшейся в пределах от 0 до  $2P = 14,2$  тонны.

Балка I—2 была усилена металлической сетчатой обоймой (рис. 11), по которой наносилась цементная штукатурка толщиной 2,5 см

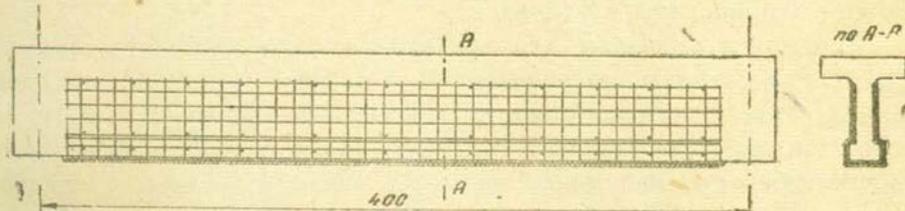


Рис. 11

Полка тавра не усиливалась. Усиление балки производилось в следующем порядке. На ребре балки при помощи шлямбуров были сделаны шпury глубиной 4—5 см. В шпury, заполненные цементным раствором состава 1:2 жесткой консистенции, вдавливались оправками стальные коротыши (штыри) диаметром 8 мм. Шаг штырей по вертикали составлял 10—15 см; по горизонтали—50 см. Поверхность усиливаемой балки насекалась зубилом, обрабатывалась металлическими щетками и промывалась сильной струей воды. Вслед за этим на балку, находившуюся под нагрузкой  $2P = 5,2$  тонны, была установлена сварная сетка из стальных прутьев диаметром 6,5 мм с ячейками  $10 \times 10$  см. Сварная сетка приваривалась к коротышам, заделанным в бетон, а затем на подготовленную, слегка влажную поверхность старого бетона наносился цементный раствор—состава

1:1 толщиной 8 мм для первого связующего слоя и состава 1:3— для последующих двух слоев той же толщины. Твердение железобетонной обоймы происходило под той же нагрузкой  $2P=5,2$  тонны. На седьмые сутки, когда прочность нанесенного цементного раствора достигла  $90 \text{ кг/см}^2$ , балка I—2 статической ступенчато-возрастающей нагрузкой была доведена до разрушения. Результаты испытания балки I—2 приводятся в таблице 2. Разрушение балки произошло в зоне чистого изгиба под грузом  $N_{кр}=2P_{кр}=44,8$  тонны.

Балка I—3 была усилена тремя продольными предварительно напряженными стальными прутьями диаметром 9,5 мм, расположенными по подошве тавра — в зоне растянутой арматуры. Концы арматуры усиления, снабженные резьбой, были заанкерены посредством гаек в коротыши—швеллера. Последние были установлены вертикально в торцах балки. До усиления балка I—3 была подвергнута статическим испытаниям под нагрузкой, изменявшейся в пределах от 0 до 14,2 тонны ( $M=6,4 \text{ т. м.}$ ). После этого под нагрузкой  $2P=5,2$  тонны ( $M=2,34 \text{ т. м.}$ ) балка была усилена предварительно напряженной арматурой. Предварительное напряжение в арматуре усиления было доведено до  $110 \text{ кг/см}^2$ ; при этом напряжение в растянутой арматуре основной конструкции составляло  $300\text{—}365 \text{ кг/см}^2$ . На следующий день, после нанесения цементной штукатурки на арматуру усиления, балка I—3 под статической нагрузкой была доведена до разрушения. Последнее произошло в зоне чистого изгиба под нагрузкой  $N_{кр}=2P_{кр}=34$  тонны. Основные результаты испытания балки I—3 приведены в таблице 2.

Испытания показали, что предварительно напряженная арматура усиления эффективно включилась в работу. Например, при действии на балку I—3 изгибающего момента  $M=6,4 \text{ т. м.}$  ( $0,4 M_p$ ) в растянутой арматуре основной конструкции напряжение  $\sigma=550 \text{ кг/см}^2$ , а в арматуре усиления  $\sigma=630 \text{ кг/см}^2$ . В усиленной балке, по сравнению с неусиленной, напряжение в растянутой арматуре основной конструкции уменьшилось на 50%.

Балка I—5 (рис. 12) была усилена стальной сетчатой обоймой, а также предварительно напряженной арматурой, состоящей из трех

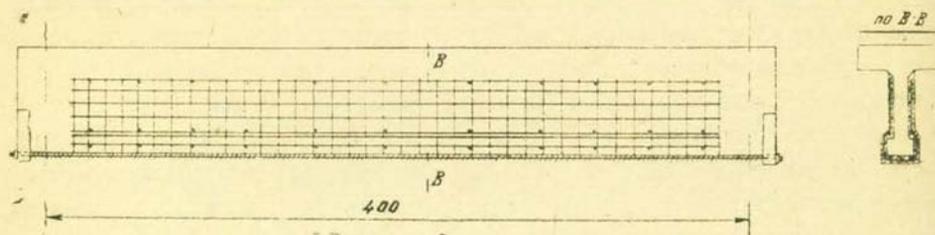


Рис. 12

путьев диаметром 9,5 мм, расположенных по подошве тавра в зоне растянутой арматуры. Таким образом, в балке I—5 одновременно

Результаты испытания железобетонных балок первой серии (опыты ЦНИИЖТ)

Таблица 2

| Конструкция опытных железобетонных балок   | R <sub>и</sub><br>в<br>кг/см <sup>2</sup> | σ <sub>т</sub><br>в<br>кг/см <sup>2</sup> | Полезная вы-<br>сота сечения<br>h <sub>0</sub> в см | Площадь попе-<br>речн. сечения<br>растянутой<br>арматуры<br>F <sub>а</sub> в см <sup>2</sup> | Напряжения в растянутой<br>арматуре в зоне чистого<br>изгиба балки в кг/см <sup>2</sup> при |                |                 | Отношение стрелы проги-<br>ба балки к расчетному<br>пролету при |                |                 | N <sub>кр</sub> в тоннах | M <sub>y</sub> в т. м. |
|--|---|---|---|--|---|----------------|-----------------|---|----------------|-----------------|--------------------------|------------------------|
|  |   |   |   |  | M=2,34<br>т. м.   | M=6,4<br>т. м. | M=14,2<br>т. м. | M=2,34<br>т. м.   | M=6,4<br>т. м. | M=14,2<br>т. м. |                          |                        |
| Балка I—1 эталон (см. рис. 9)  | 120                                       | 2860                                      | 56  | 9,04   | 460   | 1280           | 2860            | 1/4350  | 1/1050         | 1/360—<br>1/150 | 31,5                     | 14,2                   |
| Балка I—2 до усиления (см. рис. 9)   | 135                                       | 2860                                      | 56  | 9,04   | 395   | 1180           | —               | 1/4650  | 1/1015         | —               | —                        | —                      |
| Балка I—2 после усиления свар-<br>ной сеткой (см. рис. 11)   | 135                                       | 2860                                      | 56  | 12,04  | —   | 520/<br>670**  | 1950            | 1/5750  | 1/1430         | 1/705           | 44,8                     | 20,2                   |
| Балка I—3 до усиления<br>(см. рис. 9)  | 135                                       | 2860                                      | 56  | 9,04   | 365   | 1090           | —               | 1/3960  | 1/1250         | —               | —                        | —                      |
| Балка I—3 после усиления пред-<br>варительно напряженной про-<br>дольной арматурой                                 | 135                                       | 2860                                      | 56,5  | 10,36*   | —   | 550**<br>630   | 2520            | 1/4350  | 1/1670         | 1/590           | 34,0                     | 15,3                   |
| Балка I—5 до усиления (см. рис. 9)   | 135                                       | 2860                                      | 56  | 9,04   | 420   | 1400           | —               | 1/4750  | 1/1080         | —               | —                        | —                      |
| Балка I—5 после усиления свар-<br>ной сеткой и продольной пред-<br>варительно напряженной арма-<br>турой (рис. 12) | 135                                       | 2860                                      | 56  | 14,2   | —   | 515/**<br>625  | 1590            | 1/6200  | 1/2570         | 1/820           | 55,6                     | 25,0                   |

\* С учетом ослабления арматуры усиления резьбой.

\*\* В числителе дано напряжение в продольной арматуре основной конструкции, в знаменателе—напряжение в арматуре усиления.

были использованы конструкции усиления балок типа 1—2 и 1—3. Результаты испытания балки 1—5 до усиления (под нагрузкой, изменявшейся в пределах от 0 до 14,2 тонны) и после усиления приводятся в таблице 2.

Балка 1—5 разрушилась в зоне чистого изгиба под нагрузкой  $N_{кр} = 2P_{кр} = 55,6$  тонны.

Во вторую серию опытов ЦНИИЖТ вошли 3 одинаковые по конструкции железобетонные балки таврового сечения (рис. 10). Эти балки до усиления имели следующие размеры: расчетный пролет  $l = 400$  см; высота балки  $h = 60$  см; полезная высота сечения  $h_0 = 55$  см; ширина ребра тавра  $b = 10$  см; ширина полки тавра  $b_n = 50$  см; толщина полки тавра  $h_n = 12$  см; площадь поперечного сечения растянутой продольной арматуры в середине пролета —  $F_a = 37,4$  см<sup>2</sup> ( $8\varnothing 22$ ) в опорных участках балки —  $F_a = 22,8$  см<sup>2</sup>.

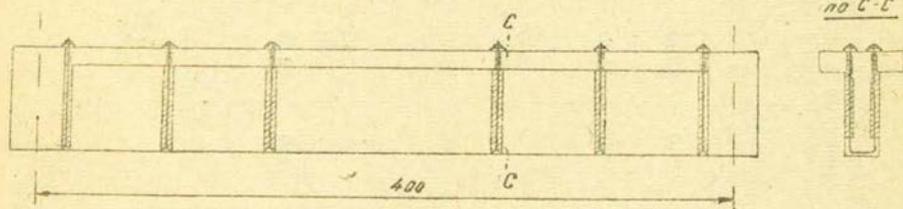


Рис. 10

Для отогнутых стержней была применена арматура диаметром 12 мм; хомуты из 6,5 мм арматуры, двухсрезные, расставленные с шагом 20 см. Балки второй серии были сконструированы с таким расчетом, чтобы разрушение неусиленных балок произошло в опорных участках от главных растягивающих напряжений. С этой целью зона чистого изгиба балок была сильно армирована (рис. 10).

Испытание балок второй серии производилось двумя сосредоточенными одинаковыми силами  $P$ , расположенными на расстоянии 1 м друг от друга; расстояние от опоры до точки приложения ближайшего груза  $a = 1,5$  м.

Балка II—1 (рис. 10) не усиливалась и была доведена до разрушения ступенчато-возрастающей статической нагрузкой. Разрушение этой балки произошло под нагрузкой  $N_{кр} = 2P_{кр} = 32,5$  тонны вследствие разрушения сжатой зоны бетона в конце кривой трещины у опоры. В процессе испытания балки II—1 было установлено следующее:

1. Первые, видимые невооруженным глазом, трещины появились на вертикальной стенке тавра у опор под нагрузкой, составляющей 20—25% от разрушающего усилия. Эти трещины непосредственно у опор были расположены под углом 28—30° к продольной оси балки. В зоне чистого изгиба видимые невооруженным глазом трещины появились под нагрузкой, составляющей 45—50% от разрушающего усилия.

2. При нагрузке  $0,56 N_{кр} = 18,2$  тонны напряжения в крайнем ряду отогнутых стержней, у опор, достигли  $1450 \text{ кг/см}^2$ ; в продольной растянутой арматуре, в зоне чистого изгиба —  $870 \text{ кг/см}^2$ . Хомуты начали работать только после появления новых трещин при нагрузке, равной  $6,5$  тонны; при нагрузке, равной  $0,56 N_{кр} = 18,2$  тонны напряжения в хомутах достигли  $1640 \text{ кг/см}^2$ ;

3. При разрушающей нагрузке  $N_{кр} = 32,5$  тонны напряжения в отогнутых стержнях и в хомутах у опор достигли предела текучести ( $\sigma_T \approx 2500 \text{ кг/см}^2$ ); при этой же нагрузке напряжение в растянутой продольной арматуре в зоне чистого изгиба составляло  $1600 \text{ кг/см}^2$ .

Балка II—2 на специальном стечде до и после усиления подвергалась динамическим испытаниям. В лабораторной обстановке при помощи пульсатора 200-тонной машины Амслера для балки II—2 была воспроизведена нагрузка, подобная динамическому воздействию подвижного состава на пролетное строение моста. На рис. 14 показана диаграмма динамического прогиба балочного пролетного строения моста при проходе по нему поезда; на том же рисунке показана диаграмма прогиба балки II—2 от четырех циклов, воспроизведенной в лаборатории динамической нагрузки. Обе диаграммы записаны вибрографом Гейгера.

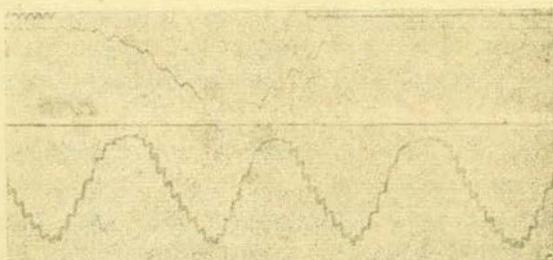


Рис. 14

Балка II—2 до усиления была подвергнута 35000 циклам загрузений, при изменении нагрузки в пределах от  $0,175$  до  $0,55 N_{кр}$ . ( $N_{кр} = 32,5 \text{ т}$ . разрушающая нагрузка, полученная при испытании балки—близнеца).

Циклическая нагрузка повторялась от 12 до 16 раз в минуту. После нескольких тысяч повторений нагрузки пульсатор прессы выключался и производились статические испытания балки. Статическими и динамическими испытаниями неусиленной балки II—2 было установлено следующее:

1. Динамический коэффициент по прогибам оказался равным  $1 + \mu = 1,1$ .

2. Под повторной нагрузкой, изменявшейся в пределах от  $0,175$  до  $0,55 N_{кр}$ , при динамическом коэффициенте 1,1, в ребре балки на-

блюдалось развитие трещин как по длине, так и по ширине раскрытия. Одновременно в балке возникли новые трещины. При 21000 повторений нагрузки развитие трещин прекратилось.

3. При повторных нагрузках, наряду с развитием трещин, наблюдалось уменьшение жесткости балки (см. табл. 3).

При 21000 повторений нагрузки жесткость балки стабилизировалась.

Таблица 3

| п—число загружений неусиленной балки II—2   | 1    | 5000 | 10000 | 21000 | 35000 |
|---|------|------|-------|-------|-------|
| Стрела прогиба балки в мм от статической нагрузки<br>$N_{кр}=2P_{кр}=17,8$ т.                   | 1,34 | 1,37 | 1,53  | 1,86  | 1,80  |
| Жесткость балки при повторных нагрузках, принимая первоначальную жесткость EJ равной за единицу | 1    | 0,98 | 0,88  | 0,72  | 0,74  |

4. В процессе 35000 загружений балки II—2 (такое число загружений пролетное строение моста испытывает в течение 3—5 лет нормальной эксплуатации) наблюдалось увеличение напряжений в хомутах в среднем на 50%; в отогнутых стержнях, расположенных непосредственно у опор—на 17%; в продольной прямой растянутой арматуре на—5%.

Анализ опытных данных приводит нас к выводу, что основной причиной развития трещин в ж. б. балке II—2 явилось нарушение сцепления между бетоном и арматурой под повторной динамической нагрузкой. Вследствие развития трещин произошло понижение жесткости балки, а также увеличение и перераспределение напряжений в арматуре конструкции.

В железобетонной балке, работающей под повторной динамической нагрузкой, развитие трещин может произойти также вследствие превышения растягивающих и главных растягивающих напряжений в бетоне предела выносливости. Этим, по нашему мнению, можно объяснить увеличение напряжений в хомутах и отогнутых стержнях при повторных нагрузках.

Как было отмечено выше, после 21000 повторений нагрузки в балке II—2 наступило стабильное состояние: развития трещин и дальнейшего понижения жесткости конструкции после указанного цикла нагрузок не наблюдалось. Результаты опыта лишний раз подтвердили данные мосто-испытательной лаборатории ЦНИИЖТ, производившей длительные наблюдения над рядом высокоремонтных пролетных строений железобетонных балочных мостов. Балка II—2 после испытания под повторной динамической нагрузкой была уси-

лена металлической сетчатой обоймой, с последующим оштукатуриванием ее цементным раствором. Конструкция арматуры усиления показана на рис. 11.

Способ усиления балки II—2 был принят такой же, как для балки II—1, с той лишь разницей, что оштукатуривание балки производилось раствором состава 1:3 (по весу), с применением быстротвердеющего глиноземистого цемента, активностью  $450 \text{ кг/см}^2$ .

Спустя 1 час после оштукатуривания, балка II—2 была подвергнута в течение одних суток 25 циклам загрузжений, при изменении нагрузки в пределах от 5,7 до 18 тонн. Подобные испытания повторялись в дальнейшем в течение трех суток. На пятые сутки (считая с момента оштукатуривания балки) после статических испытаний усиленная балка II—2 была подвергнута 22000 циклам загрузжений. Прогиб ее в середине пролета, после 22000 повторений нагрузки, под статической нагрузкой  $N=2P=18$  тонн оказался равным 1,5 мм. Отношение момента инерции усиленной балки II—2 к моменту инерции балки до усиления  $\eta_1=1,21$ . Отношение стрелы прогиба неусиленной балки II—2 после 35000 (см. табл. 3) к стреле прогиба усиленной балки после 22000 циклов загрузжений

$$\eta_2 = \frac{1,80}{1,50} = 1,2.$$

Сопоставление  $\eta_1$  и  $\eta_2$  приводит к выводу, что балка II—2, усиленная железобетонной обоймой, несмотря на жесткие условия испытания, работала как монолитная.

Балка II—2 была доведена до разрушения ступенчато-возрастающей статической нагрузкой. Разрушение балки произошло под нагрузкой  $N_{кр}=2P_{кр}=56$  тонн.

Таким образом, несущая способность усиленной балки на 70% превышала несущую способность неусиленной балки—эталона II—1.

Балка II—5 была усилена в соответствии с предложением Лосье (20), предварительно напряженными хомутами (рис. 13).

Двухсрезные хомуты из арматурного железа диаметром 9,5 мм были размещены с шагом 75 см. В зоне чистого изгиба хомуты не ставились. Анкеровка и натяжение хомутов с интенсивностью  $200 \text{ кг/см}^2$  производилось гайками. Между гайками и горизонтальной полкой балки устанавливались металлические шайбы размером  $60 \times 60 \times 8$  мм. Напряженные хомуты были оштукатурены цементным раствором состава 1:3.

При испытании под статической ступенчато-возрастающей нагрузкой первые трещины появились между хомутами усиления при  $2P=20$  тонн; трещины в опорных участках были направлены под углом  $30^\circ$  по отношению к продольной прямой арматуре балки.

Балка II—5 разрушилась под нагрузкой  $N_{кр}=2P_{кр}=36$  тонн в результате разрушения сжатой зоны бетона в конце косой трещины у опоры.

В третью серию опытов ЦНИИЖТ вошли 4 одинаковые по конструкции железобетонные балки прямоугольного сечения. Эти балки до усиления имели следующие размеры: полная длина—150 см; расчетный пролет  $l_p = 130$  см; высота  $h = 24$  см; ширина  $b = 12$  см; полезная высота сечения  $h_0 = 22,5$  см. Площадь поперечного сечения растянутой продольной арматуры в середине пролета  $F_a = 1,51$  см<sup>2</sup> ( $3\varnothing 8$  мм). В опорных участках балки— $F_a = 1,0$  см<sup>2</sup> ( $2\varnothing 8$ ).

Испытание балок третьей серии производилось двумя сосредоточенными одинаковыми силами  $P$ , расположенными на расстоянии 60 см друг от друга. Расстояние от опоры до точки приложения ближайшего груза  $a = 35$  см.

Конструкция и схема загрузки балок третьей серии были приняты с таким расчетом, чтобы разрушение их происходило в зоне чистого изгиба между грузами  $P$ .

Все балки третьей серии испытывались статической нагрузкой на универсальном 500-тонном прессе Лозенгаузена.

*Балка III—19* не усиливалась и служила эталоном для остальных трех балок третьей серии опытов. Основные результаты испытания балки приведены в таблице 4. Разрушение балки произошло в зоне чистого изгиба под грузом  $N_{кр} = 2P_{кр} = 6$  тонн.

*Балка III—6* до усиления была испытана под ступенчато-возрастающей нагрузкой в пределах от 0 до  $2P = 4$  тонны. Балка была усилена тремя прямыми прутьями диаметром 6 мм, длиной 150 см, расположенными вдоль нижней, растянутой грани балки. В поперечном направлении, между арматурой основной конструкции и арматурой усиления были установлены с шагом 17—18 см коротыши из круглого железа, диаметром 8 мм, приваренные к продольной арматуре. Концы продольной арматуры усиления не были заанкерены. Передача усилий от арматуры усиления к основной конструкции осуществлялась только через приваренные коротыши.

Во избежание пережога продольной арматуры сварочные работы производились с исключительной осторожностью, высококвалифицированным сварщиком. Результаты испытания балки приведены в таблице 4. Данные таблицы показывают, что при увеличении площади сечения растянутой арматуры на 56% несущая способность усиленной балки III—6 повысилась только на 16%. Незначительное увеличение несущей способности является следствием слабого закрепления концов растянутой арматуры усиления.

*Балка III—13* была усилена наращиванием с двух боков дополнительного слоя железобетона, с доведением размеров сечения после усиления до  $18 \times 24$  см. Связь между основной и дополнительной конструкциями обеспечивалась только сцеплением нового бетона со старым. Боковые грани усиливаемой балки сечением  $18 \times 24$  см насакались и обрабатывались металлической щеткой. Арматура усиления состояла из двух прутьев диаметром 6 мм и длиной 150 см, снабженных по концам крюками Консидера. Эти прутья устанавли-

вались по бокам усиливаемой балки на уровне существующей продольной растянутой арматуры. После установки арматуры усиления балка была оштукатурена цементным раствором состава 1:3.

Результаты испытания балки III—13 приведены в таблице 4. Разрушение балки произошло вследствие нарушения сцепления в волокнах сопряжения старого и нового бетона.

Балка III—22 до усиления была испытана под нагрузкой, изменявшейся в пределах от 0 до  $2P=3$  тоннам.

Вслед за этим балка была усилена объемлющей предваритель-но-напряженной шпренгельной арматурой, состоящей из двух прутьев диаметром 6 мм. Концы арматуры усиления были закреплены в торцах балки посредством коротышей из уголков и натяжных гаек (рис. 15). Ветви шпренгельной арматуры были заведены под нижнюю

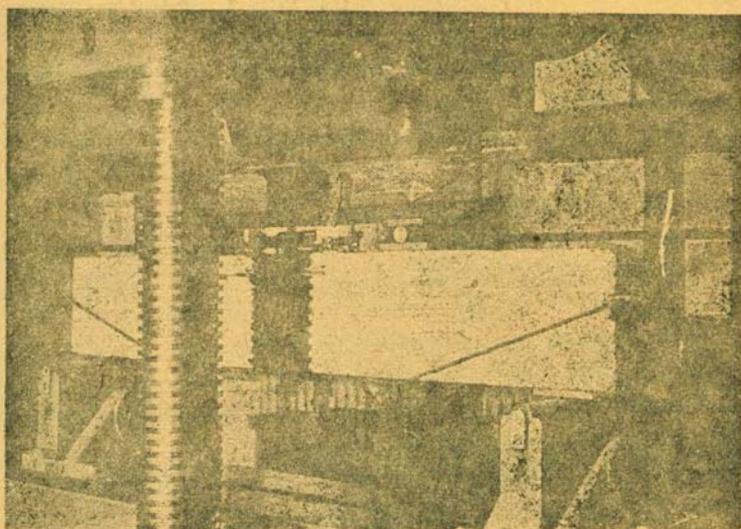


Рис. 15

грань балки и связаны между собой двумя замкнутыми хомутами. Предварительное напряжение в арматуре усиления составляло  $250 \text{ кг/см}^2$ . Результаты испытания балки III—22 приведены в таблице 4.

Опытные данные показывают высокую эффективность предварительно-напряженной шпренгельной арматуры усиления.

### III. Расчетные формулы; сопоставление расчетных формул с опытными данными

При выводе приближенных расчетных формул для усиленных изгибаемых железобетонных элементов нами приняты следующие допущения:

1. В усиленной конструкции обеспечено надежное закрепление концов растянутой арматуры; обеспечена надежная связь новой конструкции со старой.

2. В стадии разрушения усиленной конструкции напряжение в растянутой арматуре достигает предела текучести; одновременно сжимающие напряжения в бетоне достигают временного сопротивления сжатию при изгибе. Бетон не участвует в передаче растягивающих усилий. Эпюра нормальных напряжений бетона в сжатой зоне представляет собой прямоугольник [13, 14].

3. Растянутая арматура основной конструкции и арматура усиления имеют одинаковый предел текучести.

Для дальнейших расчетных построений принимаем следующие условные обозначения:

$b$ —ширина плиты или балки прямоугольного сечения; толщина вертикального ребра тавра;

$b_n$ —ширина полки тавра;

$h_0$ —полезная высота элемента до его усиления;

$h_n$ —толщина полки тавра;

$x$ —расстояние от нейтрального слоя до крайнего сжатого волокна, в опасном сечении изгибаемого элемента;

$S$ —кратчайшее расстояние от центра тяжести продольной растянутой арматуры основной конструкции до центра тяжести продольной растянутой арматуры усиления;

$f_1$ —площадь поперечного сечения растянутой продольной арматуры изгибаемого элемента до его усиления;

$f_2$ —площадь поперечного сечения арматуры усиления;

$R_u$ —временное сопротивление (предел прочности) бетона сжатию при изгибе;

$\sigma_r$ —предел текучести арматуры;

$M_p$ —разрушающий изгибающий момент;

$K$ —коэффициент запаса прочности.

Переходим к определению расчетного разрушающего момента  $M_p$  для усиленного железобетонного изгибаемого элемента прямоугольного поперечного сечения с одиночной продольной арматурой.

Из условия равновесия между внешними и внутренними силами можем написать

$$R_u bx - f_1 \sigma_r - f_2 \sigma_r = 0 \quad (a)$$

$$M_p = \frac{R_u bx^2}{2} + \sigma_r f_1 (h_0 - x) + \sigma_r f_2 (h_0 + s - x) \quad (б)$$

Решая совместно уравнения (а) и (б), находим следующую расчетную формулу для разрушающего момента при поперечном изгибе элемента прямоугольного сечения:

$$M_p = bh^2_0 R_u \alpha (1 - 0,5 \alpha) + f_2 s \sigma_T, \quad (1)$$

где 
$$\alpha = \frac{(f_1 + f_2) \sigma_T}{R_u b \cdot h_0} < 0,50.$$

В случае расположения арматуры усиления в плоскости продольной растянутой арматуры основной конструкции в формуле (1) следует принять  $S=0$ .

Переходим к определению расчетного разрушающего момента для усиленной железобетонной балки таврового сечения с одиночной продольной арматурой.

В случае, когда  $(f_1 + f_2) < \frac{b_n h_n R_u}{\sigma_T}$ , тавровое сечение рассчитывается как прямоугольное ширины  $b_n$  по формуле (1).

В случае, когда  $(f_1 + f_2) > \frac{b_n h_n R_u}{\sigma_T}$ , из условия равновесия внутренних и внешних сил можем написать:

$$R_u bx + R_u h_n (h_n - b) - \sigma_T (f_1 + f_2) = 0 \quad (в)$$

$$M_p = \frac{R_u bx^2}{2} + R_u \left( xh_n - \frac{h_n^2}{2} \right) (b_n - b) + \sigma_T (f_1 + f_2) (h_0 - x) + f_2 s \sigma_T$$

Решая совместно уравнения (в) и (г), находим следующую расчетную формулу для разрушающего момента при поперечном изгибе элемента таврового сечения:

$$M_p = F_{ан} \sigma_T (h_0 - 0,5h_n) + bh^2_0 R_u \alpha_1 (1 - 0,5\alpha_1) + f_2 S \sigma_T. \quad (2)$$

где 
$$F_{ан} = \frac{(b_n - b)h_n R_u}{\sigma_T};$$

$$\alpha_1 = \frac{(f_1 + f_2 - F_{ан}) \sigma_T}{R_u bh_0}.$$

Проверка усиленных изгибаемых железобетонных элементов на главные растягивающие напряжения производится по нормативным формулам [3], полученным на основании исследований ЦНИПС.

При усилении элементов железобетонных сооружений разгружающими конструкциями усилия в элементах старой и дополнительной конструкции следует определять по правилам строительной механики.

Сопоставим установленную нами расчетную формулу (1) разрушающего момента с результатами испытания опытных железобетонных балок, несущая способность которых лимитируется нормальными напряжениями.

В таблице 5 результаты исследований Литвинова над усиленными

ми железобетонными балками прямоугольного сечения сопоставлены с расчетной формулой (1). По таблице нетрудно заметить, что расхождение между расчетными величинами разрушающего момента и опытными величинами колеблется в пределах от +11,5% до -6,9%.

В таблице 6 сопоставлены результаты опытов ЦНИИЖТ над балками I и III серии с расчетной формулой (1). Следует отметить, что балки серии I ЦНИИЖТ имели тавровое сечение. Для этих балок  $(f_1 + f_2) < \frac{b_n h_n k_n}{\sigma_z}$ . Поэтому результаты испытаний балок серии I ЦНИИЖТ сопоставлялись с расчетной формулой (1) для балок прямоугольного сечения.

По данным таблицы 6 нетрудно заметить, что расхождение между расчетными и опытными величинами разрушающего момента колеблется в пределах от -4,4% до 17,4%.

Таким образом, между расчетными величинами разрушающего момента, вычисленными по формуле (1) и аналогичными опытными величинами, полученными ЦНИИЖТ и Литвиновым, существует удовлетворительная согласованность. При этом формула (1) в большинстве случаев дает заниженную величину  $M_p$  по сравнению с опытными данными.

Как было указано выше, усиление балок первой серии ЦНИИЖТ (балки 1-2, 1-3, 1-5) производилось под нагрузкой, равной 0,16-0,2 от разрушающего усилия; при этом действительная несущая способность этих балок оказалась выше расчетной, вычисленной по формуле (1).

На основании произведенных исследований можно констатировать, что расчет железобетонных элементов, усиливаемых эффективными методами, следует производить в предположении слитной работы новой и старой конструкции на полную постоянную и временную нагрузку, независимо от напряженного состояния старого сечения.

Перейдем к анализу результатов испытания балок второй серии ЦНИИЖТ, несущая способность которых лимитировалась величиной главных растягивающих напряжений.

Согласно действующим Указаниям (V-37-42) в изогнутом железобетонном элементе разрушающий момент по косому сечению и разрушающая поперечная сила при срезе бетона в конце косой трещины определяются по следующим формулам:

$$M'_p = f_a \sigma_a z + \sum f_{от} \sigma_{от} Z_{от} + \sum f_x \sigma_x Z_x \quad (3)$$

$$Q_p = \sum f_{от} \sigma_{от} \sin \varphi + \sum f_x \sigma_x + \frac{0,15bh^2 \sigma_{Rn}}{Z \operatorname{ctg} \alpha} \quad (4)$$

Применительно к балкам серии II ЦНИИЖТ расчетная разрушающая нагрузка определяется по той из приведенных ниже формул, которая дает минимальное значение  $N$ :

Результаты испытания железобетонных балок

| №№<br>балок | Конструкция опытных железобетонных<br>балок  | R <sub>и</sub><br>в<br>кг/см <sup>2</sup> | σ <sub>т</sub><br>в<br>кг/см <sup>2</sup> |
|-------------|--|---|---|
| III-19      | Контрольная неусиленная балка; l=180 см;<br>b=12 см; h=24 см;<br>F <sub>a</sub> = 3 Ø 8 мм.  | 200                                       | 3000                                      |
| III-6       | До усиления; l=180 см; b=12 см; h=24 см;<br>F <sub>a</sub> = 3 Ø 8 мм.<br><br>Растянутая зона балки усилена тремя прямыми прутьями диаметром 6 мм, длиной по 120 см.<br>Арматура усиления приварена к основной арматуре посредством коротышей    | 265                                       | 3000                                      |
| III-18      | До усиления; l=180 см; b=12 см; h=24 см;<br>F <sub>a</sub> = 3 Ø 8 мм.<br><br>Балка усилена наращиванием с боков нового слоя железобетона; арматура усиления 2 Ø 6 мм; связь новой конструкции со старой обеспечивается только сцеплением бетона | 290                                       | 3000                                      |
| III-22      | До усиления; l=180 см; b=12 см; h=24 см;<br>F <sub>a</sub> = 3 Ø 8 мм.<br><br>Балка усилена предварительно напряженной шпренгельной арматурой; арматура усиления 2 Ø 6 мм (см. рис. 15).   | 250                                       | 3000                                      |

| Но<br>в<br>см | F <sub>a</sub><br>в<br>см <sup>2</sup> | N <sub>кр</sub><br>в тон-<br>нах | M <sub>p</sub><br>в<br>т. м. | Стрела прогиба балки в миллиметрах при<br>нагрузке N=2 P в тоннах. |      |      |      |      |      |     |
|---------------|--|----------------------------------|------------------------------|--|------|------|------|------|------|-----|
|               |  |                                  |                              | 1  | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7   |
| 22,5          | 1,51                                   | 6,0                              | 1,05                         | 0,15   | 0,31 | 0,47 | 0,65 | 1,0  | —    | —   |
| 22,5          | 1,51                                   | —                                | —                            | 0,16   | 0,34 | 0,52 | 0,71 | —    | —    | —   |
| 23,0          | 2,36                                   | 7,0                              | 1,22                         | 0,1  | 0,2  | 0,31 | 0,42 | 0,55 | 0,68 | —   |
| 22,5          | 1,51                                   | —                                | —                            | —  | —    | —    | —    | —    | —    | —   |
| 22,5          | 2,07                                   | 6,8                              | 1,19                         | —  | —    | —    | —    | —    | —    | —   |
| 22,5          | 1,51                                   | —                                | —                            | 0,07   | 0,13 | 0,22 | —    | —    | —    | —   |
| 24,0          | 2,07                                   | 9,6                              | 1,68                         | —  | 0,04 | 0,13 | 0,25 | 0,38 | 0,54 | 0,8 |

Сопоставление опытных данных Литвинова с расчетной формулой (1)

Таблица 5

| Тип балок | Конструкция опытных железобетонных балок   | Опытные величины  |                   |                 |               |                      |                           | Колич. испытанных балок в шт. | Разрушающий изгибающий момент в т. м.                              |                          | Расхождение в % |
|-----------|--|-------------------|-------------------|-----------------|---------------|----------------------|---------------------------|-------------------------------|--|--------------------------|-----------------|
|           |  | $f_1$<br>в $см^2$ | $f_2$<br>в $см^2$ | $h_0$<br>в $см$ | $S$<br>в $см$ | $R_u$<br>в $кг/см^2$ | $\Sigma T$<br>в $кг/см^2$ |                               | Из опыта (начальная стадия разрушения)                             | По расчетной формуле (1) |                 |
|           |  | Опыты 1937 года   |                   |                 |               |                      |                           |                               |  |                          |                 |
| 2         | Неусиленные контрольные балки прямоугольного сечения расчетным пролетом 1,5 м; $h=25$ см; $b=12$ см.<br>Арматура в растянутой зоне в середине пролета 3 $\varnothing$ 10.                                    | 2,36              | 0                 | 23,5            | 0             | 110                  | 3000                      | 4                             | 1,51<br>(Осредненная величина)<br>min $M_p=1,44$<br>max $M_p=1,58$ | 1,49                     | +1,4            |
| 3-6       | Балки сечением $12 \times 15$ см, усиленные по способу Литвинова со стороны растянутой зоны с доведением размеров сечения после усиления до $12 \times 25$ см. (т. е. до размеров контрольных балок типа 2). | 1,28              | 2,36              | 13,8            | 9,7           | 110                  | 3000                      | 12                            | 1,62<br>(Осредненная величина)<br>min $M_p=1,59$<br>max $M_p=1,71$ | 1,74                     | -6,9            |
|           |  | Опыты 1938 года   |                   |                 |               |                      |                           |                               |  |                          |                 |
| 2         | Неусиленные контрольные балки прямоугольного сечения ( $h=25$ см; $b=12$ см; $l=150$ см.)  | 2,36              | 0                 | 23,5            | 0             | 110                  | 3500                      | 2                             | 1,91   | 1,69                     | +11,5           |
| 3-8       | Балки сечением $12 \times 15$ см, усиленные по способу Литвинова в растянутой зоне, с доведением размеров сечения после усиления до $12 \times 25$ см.   | 1,28              | 2,36              | 13,8            | 9,7           | 110                  | 3500                      | 10                            | 2,12<br>min $M_p=2,08$<br>max $M_p=2,24$                           | 1,94                     | +9,8            |
| 9 и 10    | Балки сечением $12 \times 15$ см, усиленные по способу Литвинова со стороны сжатой зоны, с доведением размеров сечения после усиления до $12 \times 27$ см.  | 0,56              | 1,25              | 12              | 13,8          | 110                  | 8000                      | 2                             | 1,09   | 1,04                     | +4,5            |

Сопоставление опытных данных ЦНИЖТ с расчетной формулой (1) (балки I и III серии)

Таблица 6

| № балок | Конструкция железобетонных балок.  | Опытные величины |           |                        |           |                            |                            |                             |                                  | Разрушающий изгибающий момент $M_p$ в т. м. |                          | Расхождение в % |
|---------|--|------------------|-----------|------------------------|-----------|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------------|---|--------------------------|-----------------|
|         |  | l<br>в см        | b<br>в см | h <sub>0</sub><br>в см | S<br>в см | $f_1$<br>в см <sup>2</sup> | $f_2$<br>в см <sup>2</sup> | $R_u$<br>кг/см <sup>2</sup> | $\Sigma_T$<br>кг/см <sup>2</sup> | Из опыта                                    | По расчетной формуле (1) |                 |
| I-1     | Неусиленная балка—эталон (рис. 9)  | 400              | 50        | 56                     | 0         | 9,04                       | 0                          | 120                         | 2860                             | 14,2  | 13,9                     | +2,2            |
| I-2     | Балка типа I-1, усиленная стальной сетчатой обоймой, с последующим оштукатуриванием конструкций цементным раствором (рис. 11).                 | 400              | 50        | 56                     | 0         | 9,04                       | 3,0                        | 135                         | 2860                             | 20,2  | 18,3                     | +10,4           |
| I-3     | Балка типа I-1, усиленная со стороны растянутой зоны предварительно напряженной продольной арматурой.  | 400              | 50        | 56                     | 0,5       | 9,04                       | 1,32                       | 135                         | 2860                             | 15,3  | 16,0                     | -4,4            |
| I-5     | Балка типа I-1, усиленная одновременно железобетонной сетчатой обоймой и предварительно напряженной продольной растянутой арматурой (рис. 12). | 400              | 50        | 56                     | 0         | 9,04                       | 5,16                       | 135                         | 2860                             | 25,0  | 21,4                     | +16,7           |
| III-19  | Неусиленная балка—эталон.  | 180              | 12        | 22,5                   | 0         | 1,51                       | 0                          | 200                         | 3000                             | 1,05  | 0,97                     | +8,3            |
| III-22  | Балка типа III-19, усиленная предварительно напряженной шпренгельной арматурой (рис. 15).  | 180              | 12        | 22,5                   | 1,5       | 1,51                       | 0,56                       | 250                         | 3000                             | 1,68  | 1,43                     | +17,4           |

Сопоставление опытных данных ЦНИИЖТ с расчетными формулами (балки серии II)

| Характеристика балок.  | Опытные константы балок серии II   | Площадь поперечного сечения в $см^2$      |  |  | b в $см$ | R <sub>и</sub> в $кг/см^2$ | Разрушающая нагрузка в тоннах |                               |                               | Разрушающая нагрузка в тоннах |            | Расхождение в % |
|--|--|---|--|--|----------|----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------|-----------------|
|  |  | растянут. прямой арматуры в пролете $f_a$ | растянут. прямой арматуры у опоры $f'_a$ | хомутов, пересеченных косой трещиной $f_x$ |          |                            | N <sub>1</sub> по формуле (5) | N <sub>2</sub> по формуле (6) | N <sub>3</sub> по формуле (7) | из опыта                      | по расчету |                 |
| Балка II—1 (эталон) не усиленная.  | $h=60$ см;<br>$h_0=55$ см;<br>$h_p=12$ см;                                     | 30,4                                      | 22,8                                     | 2,64                                       | 10       | 120                        | 49                            | 50,5                          | 34,4                          | 32,5                          | 34,4       | -5,5            |
| Балка II—2 до усиления (рис. 10).  | $b_p=50$ см;<br>$a=150$ см;<br>$z=h_0-0,5h_p=49$ см;                           | 30,4                                      | 22,8                                     | 2,64                                       | 10       | 120                        | 49                            | 50,5                          | 34,4                          | —                             | 34,4       | —               |
| Балка II—2 после усиления ж. б. облойкой с сетчатой арматурой (рис. 11). | $\sin\varphi=0,71$ ;<br>$\operatorname{ctg}\alpha=1,5$ ;                       | 33,4                                      | 25,8                                     | 6,6  | 15       | 195                        | 56,6                          | 56,8                          | 78,2                          | 56                            | 56,6       | -1,06           |
| Балка II—5 до усиления (рис. 10).  | $f_{отк}=1,13$ $см^2$<br>$f_{отс}=1,13$ $см^2$<br>$\sigma_{от}=2860$ $кг/см^2$ | 30,4                                      | 22,8                                     | 2,64                                       | 10       | 155                        | 51,5                          | 50,5                          | 38,8                          | —                             | 38,8       | —               |
| Балка II—5, усиленная по методу Лосье (рис. 13).                         | $\sigma_x=2200$ $кг/см^2$<br>$\sigma_{отк}=1,75 \times 2860=2140$ $кг/см^2$    | 30,4                                      | 22,8                                     | 3,8*                                       | 10       | 155                        | 51,5                          | 52                            | 41,6                          | 86                            | 41,6       | -18,4           |

\* С учетом ослабления площади поперечного сечения хомутов усиления разбой.

$$N_1 = \frac{2M_p}{a}; \quad (5)$$

$$N_2 = \frac{2M'_p}{a}; \quad (6)$$

$$N_3 = 2Q_p. \quad (7)$$

В этих формулах  $M_p$  вычисляется по формуле (1) или (2);  $M'_p$  и  $Q_p$  вычисляются соответственно по формулам (3) и (4).

В таблице 7 результаты опытных исследований ЦНИИЖТ составлены с расчетными формулами (5), (6) и (7).

Анализ табличных данных позволяет констатировать, что опытные величины разрушающей нагрузки несколько меньше расчетных величин, вычисленных по нормативным формулам (V-37-42). При усилении балки II-5 предварительно-напряженными хомутами, по методу Лоссье, не было получено ощутимого эффекта. Существенное увеличение несущей способности наблюдается в балке II-2, усиленной железобетонной обоймой.

### З а к л ю ч е н и е

Произведенные опытно-теоретические исследования работы усиленных железобетонных конструкций позволяют сделать ряд практических выводов. Опыты показали, что эффективного увеличения несущей способности и жесткости изгибаемых железобетонных конструкций можно достигнуть:

а) усилением конструкции тонкостенной железобетонной обоймой с сетчатой арматурой;

б) усилением растянутой зоны конструкции предварительно-напряженной продольной (или шпренгельной) арматурой, с последующим обетонированием усиленного элемента;

в) увеличением сечения дополнительным слоем железобетона с постановкой прямой и отогнутой продольной арматуры, а также хомутов (метод усиления Литвинова, ЦНИИЖТ, ЦНИПС).

При применении указанных способов усиления, обеспечении надлежащего закрепления концов растянутой арматуры, а также постановки надежных связей в плоскостях сопряжения нового бетона со старым, железобетонная усиленная конструкция работает как монолитная.

При усилении железобетонных конструкций связи между новой и старой конструкцией должны назначаться с таким расчетом, чтобы они полностью воспринимали сдвигающую силу, действующую в плоскостях сопряжения. Надежная связь может быть создана приваркой арматуры дополнительной конструкции к арматуре основной конструкции, с постановкой вспомогательных коротышей или хомутов.

При отсутствии в усиливаемом элементе достаточного количества точек для приварки арматуры дополнительной конструкции, в качестве связей, с успехом могут быть применены стальные штыри диаметром  $d=8-20$  мм, заделываемые в старый бетон. Штыри заделываются в пробуренные в теле бетона шпурсы полусухим цементным раствором состава 1:3 на глубину 8—10 d; к свободным концам штырей приваривается арматура конструкции усиления.

Кстати отметим, что при условном расчете на „срез“ на один штырь можно передать сдвигающее усилие  $T=350d^2 * кг$  (d—диаметр штыря в сантиметрах).

Результаты опытов лаборатории Метростроя позволяют констатировать, что при усилении сжатой зоны изгибаемых элементов торкрет-бетоном на тех участках конструкции, где  $\tau \leq 0,2\sqrt{R_p \cdot R_{np}}$  ( $\tau$ —расчетное напряжение на срез при разрушающем усилии;  $R$ —предел прочности бетона при осевом растяжении;  $R_{np}$ —призменная прочность бетона), никаких дополнительных связей ставить не следует, поскольку монолитная работа усиленной конструкции обеспечивается сцеплением нового бетона со старым.

В опытах ЦНИИЖТ, при испытании балки II—5, усиленной по методу Лоссье предварительно-напряженными хомутами, получился незначительный эффект.

Результаты испытания балки I—5 (опыты ЦНИИЖТ) выявили высокую эффективность комплексного метода усиления конструкции с одновременным применением железобетонной обоймы и предварительно-напряженной продольной арматуры в растянутой зоне изогнутого элемента.

Результаты испытания балки II—2 доказали техническую осуществимость усиления, в кратчайший срок, железобетонных конструкций, работающих под повторной динамической нагрузкой. В частности, технически осуществимой является задача усиления железобетонных эксплуатируемых мостов без длительного перерыва движения и устройства обхода.

Опыт восстановительного строительства показал эффективность метода усиления сооружений разгружающими железобетонными или металлическими конструкциями. Основным недостатком этого метода усиления является его неэкономичность и необходимость существенного стеснения габаритов и полезной площади усиливаемого сооружения. Поэтому метод усиления разгружающими конструкциями должен быть рекомендован к применению лишь в исключительных случаях, связанных в основном с условиями производства работ.

Следует отметить, что проблема усиления железобетонных сооружений в целом требует дальнейшего изучения с целью разра-

\* Формула получена в предположении, что штырь работает как балка на упругом основании, при действии сил  $T$  поперек балки в плоскости сопряжения основной и дополнительной конструкций.

ботки более совершенных конструктивных решений и рациональных методов производства работ. Достижения послевоенной строительной техники создают замечательные перспективы в отношении широкого применения, при усилении сооружений, торкрет-бетона, расширяющегося цемента, цельносварных заводских стальных сеток и, наконец, предварительно-напряженной арматуры усиления, с применением которой дефектные сооружения приобретают высокую прочность, трещиностойчивость и жесткость.

В заключение считаем необходимым выразить благодарность доктору технических наук профессору А. Г. Назарову за ценные советы при рецензировании этой статьи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Инструкция по усилению железобетонных конструкций (И—54—41)*. Стройиздат. Москва, 1942.
2. *Указания по восстановлению промышленных зданий и сан.-технических систем в условиях военного времени*. Стройиздат. Москва, 1943.
3. *Указания по проектированию и применению бетонных и железобетонных конструкций в условиях военного времени*. Стройиздат. Москва, 1943.
4. *Василевский В. Ф.*—Методы ремонта и усиления железобет. балочных конструкций. Тр. ЦНИС НКПС—Опытно-теоретические исследования ж. б. конструкций. Сб. статей под ред. В. В. Пинаджян. Трансжелдориздат. Москва, 1940.
5. *Гвоздев А. А., Васильев А. П. и Дмитриев С. А.*—Изучение сцепления нового бетона со старым. ОНТИ. Москва—Ленинград, 1936.
6. *Гвоздев А. А.*—Восстановление железобет. сооружений и конструкций. (Материалы технич. конф. по восстановительному строительству). Наркомстрой, Москва, 1941.
7. *Казей И. И.*—Усиление жел.-дор. балочного железобет. моста. Тр. ЦНИС НКПС—Опытно-теоретические исследования ж. б. конструкций. Трансжелдориздат. Москва, 1940.
8. *Литвинов И. М.*—Усиление и восстановление железобет. конструкций. Стройиздат Наркомстроя. Москва, 1942.
9. *Михайлов В. В.*—Восстановление железобет. конструкций, с применением расширяющегося цемента. (Сообщение 63/23) Стройиздат. Москва, 1945.
10. *Пинаджян В. В. и Кичаев П. М.*—Лабор. проверка основных методов усиления железобет. балок. Тех. отчет ЦНИС НКПС. 1940. (Рукопись).
11. *Пинаджян В. В., Казей И. И. и Василевский В. Ф.*—Ремонт и усиление железобет. балочных мостов. Тех. отчет ЦНИС НКПС. 1941. (Рукопись).
12. *Сахновский К. В.*—Железобет. конструкции. ГИЗ строит. литературы, Москва—Ленинград, 1946.
13. *Симонов М. З.*—Вопросы расчета обычного и легкого железобетона. Тифлис, 1935.
14. *Столяров Я. В.*—Введение в теорию железобетона. Стройиздат. Москва, 1941.
15. *Судариков А. А.*—Экспериментальная проверка усиления ж.б. конструкций методом обетонирования. Тех. отчеты ЦНИПС № 8705, 1939; № 7205, 1937. (Рукопись).
16. *Шаров И. Ф.*—Метрострой, № 2. 1938.

## Վ. Վ. Փինայան

ՇՈՒՄԱՆ ԵՆԹԱԿԱ ԵՐԿԱԹԱԲԵՏՈՆ ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՑԻԱՆԵՐԻ ՈՒԺԵՂԱՑՄԱՆ  
ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՁԸ

## Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հողվածում արված է ծածան ենթակա երկաթաբետոն կոնստրուկցիաների ուժեղացման հիմնական մեթոդների կրասիֆիկացիան. շարադրված են ուժեղացված երկաթաբետոն հեծանների աշխատանքի վերաբերյալ այն էքսպերիմենտալ հետազոտությունների հիմնական արդյունքները, որոնք կատարված են Սովետական Միության խոշոր լաբորատորիաներում:

Հողվածում բերվում են կրկնական դինամիկ բեռնավորման տակ աշխատող երկաթաբետոն հեծանի նախնական հետազոտության արդյունքները: Էքսպերիմենտալ ավյալների վերլուծությունը հողվածի հեղինակին հանգեցնում է այն եզրակացությունը, որ ուժեղացված երկաթաբետոն հեծանները, արդյունավետ կոնստրուկտիվ լուծումներ կիրառելու դեպքում, կարող են դիտվել իբրև միաձույլ ֆորմերը ցույց են տալիս, որ երկաթաբետոն կառուցվածքների ղեֆեկտավոր էլեմենտների բեռնունակությունը և կոշտությունը կարող է հաջողությամբ բարձրացվել՝ գործադրելով ցանցավոր արմատուր ունեցող նուրբ պարույր, ուժեղացնելով հատվածքը երկաթաբետոնի լրացուցիչ շերտով և, մանավանդ, կիրառելով նախալարված արմատուր:

Հեղինակն առաջարկում է միակի արմատուր ունեցող ուղղանկյուն և տավրային հատվածքով հեծանների քայքայող մոմենտը, երբ նրանք ուժեղացվում, են որոշել, (1) և (2) ֆորմուլաներով:

Աղյուսակներ 5, 6, 7-ում բերված տեսական և էքսպերիմենտալ արվյալներն ապացուցում են հեղինակի մեթոդի և հաշվարկային կառուցումների համարացիությունը:



## ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒՅՑՈՒՆ

### Կիրառական մաթեմատիկա

- Ա. Գ. Նազարյան—Հայկական ՍՍՌ ԳԱ թղթակից-անդամ—Օպերացիան հաշվի հիմնական հարաբերությունները և իմպուլսիվ ֆունկցիաները . . . . . 3
- Ա. Գ. Նազարյան—Հայկական ՍՍՌ ԳԱ թղթակից անդամ—Իմպուլսիվ ֆունկցիաները և Ստերանսի ինտեգրալը . . . . . 13

### Հիդրոէներգետիկա

- Ա. Մ. Հովսեփյան—Հանքային վառելյան յուղերի պաշարներով աղքատ սեռազուրկ հանքեր և մազզերի էլեկտրոսպասման դարձացման ուղղութիւն հարցի շուրջը . . . . . 19
- Վ. Գ. Մարտիմով—Հայկական ՍՍՌ էներգետիկ սխոտեմում միջոցա կանոնադրման խնդրի շուրջը . . . . . 33

### Կառուցումների սեռաբյուր

- Ս. Ա. Համբարձումյան—Անիդարոսյ թաղանթների տեսութան մի քանի հարցեր . . . . . 55
- Վ. Գ. Փինոչյան—Մոման ենթակա երկաթաբեռան կոնստրուկցիաների ուժեղացման հարցի շուրջը . . . . . 79

## С о д е р ж а н и е

### Прикладная математика

- А. Г. Назаров—Член-корреспондент АН Арм. ССР—Основные соотношения операционного исчисления и импульсивные функции. . . . . 3
- А. Г. Назаров—Член-корреспондент АН Арм. ССР—Интеграл Стильтьеса и импульсивные функции . . . . . 13

### Гидроэнергетика

- А. М. Осепян—К вопросу о направлении развития электропотребления республик и областей, бедных запасами минерального топлива. . . . . 19
- Вя. П. Мартынов—К вопросу суточного регулирования в Армянской энергетической системе . . . . . 33

### Теория сооружений

- С. А. Амбарцумян—Некоторые вопросы теории гнзотропных оболочек . . . . . 55
- В. В. Пинаджян—К вопросу усиления изгибаемых железобетонных конструкций . . . . . 79

