

Տպագրվում է Հայկական ՍՍՏ Գիտությունների Ակադեմիայի
Նախագահության կարգադրությամբ:
Պրեզիդենտ Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ

*Печатается по распоряжению Президиума Академии
Наук Армянской ССР.
Президент В. А. АМБАРЦУМЯН*



ԽՄԲԱՐՉԱԿԱՆ ԿՈՂԵԳԻԱ՝ Վ. Դ. Ազատյան (պատ. քարտուղար), Ա. Ա. Արարատյան,
ՀՍՍՏ ԳԱ իսկական անդամ Ի. Վ. Եղիազարով, ՀՍՍՏ ԳԱ իսկական անդամ Մ. Գ. Թուման-
յան (պատ. խմբագիր), ՀՍՍՏ ԳԱ իսկական անդամ Կ. Ն. Պաֆֆենգոլց, Ա. Ա. Բելասեր:

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ: В. Д. Азатян (ответ. секретарь), А. Г. Араратян,
действительный член АН Арм. ССР И. В. Егназаров, действительный член АН
Арм. ССР К. Н. Паффенгольц, А. А. Рихтер, действительный член АН Арм. ССР
М. Г. Туманян (ответ. редактор).

ГИДРАВЛИКА-ГИДРОМЕХАНИКА

И. В. Егназаров

Действ. член Академии Наук Армянской ССР

**Теория подобия и применения законов подобия
к явлениям неустановившегося движения**

В в е д е н и е

Теоретическое исследование явлений

Система дифференциальных уравнений математической физики представляет собою математическую модель механизма, не отдельного определенного явления, а *общего целому классу явлений*. Различие отдельных явлений этого класса заключается в чертах, утерянных в процессе абстракции и обобщения, а общность отдельных явлений заключается в тех существенных принципиальных сторонах, которые определяются основными уравнениями. Следовательно отправной точкой нужно считать составление системы уравнений, характеризующих свойства целого класса явлений.

Но решение дифференциального уравнения не однозначно, а многозначно, т. к. уравнение определяет не одно явление, а целый класс. Дополнительные условия, позволяющие выделить из всего множества явлений данного класса единичное конкретное явление, называются *условиями однозначности*.

Условия однозначности должны определять: геометрические признаки рассматриваемой системы; численные значения тех физических констант, которыми характеризуются физические свойства, существенные для исследуемого процесса; поля всех переменных для начального момента (т. е. начальное состояние системы); и условие на границах системы. Таким образом *явление вполне определено совокупностью системы уравнений и условиями однозначности*.

Но как правило строгое решение дифференциальных уравнений невозможно. Приходится вносить упрощения, но *без возможности*, в большинстве случаев, составить представление о физическом смысле и о влиянии этих упрощений; *не удастся получить количественную оценку искажающего влияния упрощений на конечные результаты вычислений* (поэтому обычно требуется сопоставление результата с опытом.)

Поэтому основные черты методов математической физики заключаются в том, что *исходные представления отличаются большой общностью и хорошо обоснованы опытом, но конечные результаты, за малыми исключениями, не отвечают строго этим представлениям и обладают часто невысокой практической ценностью.*

Экспериментальное исследование явлений

Достоверность количественных значений, полученных из опыта, если этот опыт доброкачествен, *бесспорна*; степень точности всегда может быть оценена. Но это справедливо только в той мере, в какой результаты опыта прилагаются к *исследуемому частному случаю*. Суждение на основании полученных данных о свойствах какого либо другого явления совершенно *незакономерно*. Область приложения результатов исследования, строго говоря, ограничивается теми частными случаями, которые действительно являются непосредственным объектом эксперимента. Таким образом те знания, которые содержатся непосредственно в результатах опыта, *практически бесполезны*, если нет достаточных оснований для распространения их на другие явления. Следовательно всякое экспериментальное исследование *должно опираться на научно обоснованный метод обобщения*. Основание для обобщения результатов опыта нужно искать в основных дифференциальных уравнениях.

Следовательно задача заключается в нахождении такой формы обработки непосредственных данных опыта, которая отвечает основным уравнениям. Эта задача в ее общем виде решается теорией подобия.

Теория подобия

Следовательно *теория подобия—это синтез методов теоретической и экспериментальной физики.*

Опираясь данными непосредственного опыта, теория подобия приводит их к соотношениям, которые отвечают основным уравнениям и, вследствие этого, эти соотношения получают большую общность.

Дифференциальным уравнением охватывается класс явлений; условия однозначности сужают этот класс явлений до одного явления.

Понятие условий однозначности видоизменяем таким образом, чтобы охватить целую группу родственных, подобных явлений.

Принадлежность к одной группе явлений означает не только тождественность их механизма, но и подобие условий однозначности.

Группа подобных явлений есть та область, в пределах которой возможно закономерное распространение данных единичного опыта.

Одновременное существование двух признаков—тождественности дифференциального уравнения и подобия условий однозначности—есть основание необходимое и достаточное для утверждения подобия явлений.

Переход от одного явления (модель) к другому явлению (натура) связан с тем, что величины, характеризующие явление, умножаются на некоторые постоянные числа—коэффициенты—масштабы.

Ясно, что уравнение не может одновременно удовлетворяться при подстановке значения величин и тех значений, которые получаются в результате умножения этих величин на произвольно выбранные числа.

Следовательно эти постоянные множители нужно выбрать так, чтобы в обоих случаях дифференциальное уравнение удовлетворялось.

Математически выражая это требование, должно определить те условия, при выполнении которых система уравнений обладает свойством инвариантности по отношению к подобным преобразованиям величин, входящих в состав уравнений. Иначе говоря, достаточным основанием для утверждения подобия явлений служит подобие условий однозначности при инвариантности основных уравнений по отношению к подобному преобразованию переменных, входящих в состав этих уравнений.*

Математический аппарат теории подобия

Пусть уравнение, определяющее класс явлений:

$$F(u_1, u_2 \dots \dots \dots u_n) = 0$$

где $u_1, u_2 \dots \dots \dots u_n$ различные переменные, в том числе и производные разных порядков. Взяв два каких либо явления этого класса (скажем модель и натуру), напомним для каждого из них:

$$F(u'_1, u'_2 \dots \dots \dots u'_n) = 0$$

$$F(u''_1, u''_2 \dots \dots \dots u''_n) = 0$$

Если эти два явления подобны, то $u'_1 = A_1 u_1$; $u''_2 = A_2 u'_2$ где $A_1, A_2 \dots$ постоянные множители. Следовательно нужно множители $A_1, A_2 \dots$ подобрать так, чтобы обеспечить существование уравнений

$$F(u_1, u_2 \dots \dots \dots u_n) = 0$$

$$F(A_1 u_1, A_2 u_2 \dots \dots \dots A_n u_n) = 0$$

* Во всем вышесказанном автор следовал формулировкам проф. А. Гухмана, который в „Физических основах теплопередачи“ (1934) настолько хорошо, четко и красиво изложил классические положения теории подобия, что было бы неразумно излагать эти положения другими словами.

Оба эти уравнения могут быть удовлетворены одновременно, если оба тождественно обращаются в ноль, когда переменные (u) принимают значения, удовлетворяющие первое уравнение. В таком случае оба явления будут подобны.

Для подобия этих двух явлений помимо необходимости существования и постоянства множителей A_1, A_2, \dots должно быть совершенно требование о равенстве этих множителей, т. е. должно быть

$$A_1 = A_2 = \dots = A_n$$

Определение постоянных масштабов подобия

Так как в общие уравнения могут входить дифференциальные операторы, нужно рассмотреть прием составления множителей преобразования таких операторов.

Если масштаб для длин α_x , а масштаб для скоростей α_v , то

$$x_2 = \alpha_x x_1 \text{ и } v_2 = \alpha_v v_1$$

$$\text{и след. } \frac{dv_2}{dx_2} = \frac{\alpha_v dv_1}{\alpha_x dx_1} = \frac{\alpha_v}{\alpha_x} \frac{dv_1}{dx_1}$$

$$\frac{d^2 v_2}{dx_2^2} = \frac{\alpha_v d^2 v_1}{(\alpha_x dx_1)^2} = \frac{\alpha_v}{\alpha_x^2} \frac{d^2 v_1}{dx_1^2}$$

$$\text{и следовательно } \frac{d^n v_2}{dx_2^n} = \frac{\alpha_v}{\alpha_x^n} \frac{d^n v_1}{dx_1^n}$$

$$\text{и } \frac{d^n v_2}{dy^r dx^{n-r}} = \frac{\alpha_v}{\alpha_y^r \alpha_x^{n-r}} \frac{d^n v_1}{dy_1^r dx_1^{n-r}}$$

В общем случае дифференциальное уравнение может состоять из суммы членов

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = 0$$

в частном случае уравнение может быть степенное, т. е. вида

$$u_1^n + u_2^m + \dots + u_n^r = 0$$

Для общего случая требование удовлетворения второго дифференциального уравнения (после подстановки постоянных множителей масштабов (α)) одновременно с основным уравнением, равносильно требованию, чтобы комплексы этих постоянных — масштабов $\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \dots \cdot \alpha_k = A_i$, стоящие перед каждым членом дифференциального уравнения, были равны друг другу.

Действительно, в таком случае каждый из этих комплексов может быть заменен одним из них A_i , и все комплексы могут быть

вынесены за скобку уравнения, т. е. уравнение может быть написано так:

$$\begin{aligned} & (u_1^n + u_2^n + \dots + u_n^n) = \\ & = A_1 u_1' + A_2 u_2' + \dots + A_n u_n' = \\ & = A_i (u_1' + u_2' + \dots + u_n') = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Т. к. A_i постоянная величина, то те значения u_1, u_2, \dots, u_n , которые удовлетворяют уравнение протитипа явления

$$u_1' + u_2' + \dots + u_n' = 0 \quad (1)$$

удовлетворяют и уравнение модели явления (2)

Следовательно получаем совершенно общий прием определения масштабов моделирования разделением почленно уравнений для натур (1) и для модели (2), приравнивая эти дроби друг другу, и заменяя соотношения полученных величин и дифференциалов соответствующими масштабными коэффициентами.

Иначе говоря пишем, что должно быть соблюдено условие:

$$\frac{u_1'}{u_1^n} = \frac{u_2'}{u_2^n} = \dots = \frac{u_n'}{u_n^n} \quad (3)$$

где каждая из комплексных величин u_1', \dots, u_n' может состоять из констант, которыми характеризуются физические свойства, существенные для исследуемого процесса, из зависимых (искомых) переменных, из независимых переменных, и соответствующих полных и частных производных любого порядка.

Согласно вышеизложенному методу приведения вычеркиваются все символы, характеризующие компоненты вектора, все символы дифференцирования, все постоянные числовые коэффициенты. Иначе говоря, всякая дифференциальная сумма заменяется простым степенным комплексом.

Для каждой такой дроби получим степенный комплекс постоянных множителей и следовательно равенства

$$A_1 = A_2 = \dots = A_k = \dots = A_n \quad (4)$$

Каждый комплексный множитель будет состоять из произведения соответствующих масштабов α_i : число этих элементарных масштабов будет равно числу всех величин, входящих в соответствующий член u_i основного уравнения.

Для упрощения вычислений по определению масштабных коэффициентов α_i можно равенства (4) разделить на любой из комплексов множителей, напр. A_k ; тогда получатся отношения одноименных комплексов множителей:

$$\frac{A_1}{A_k} = 1; \quad \frac{A_2}{A_k} = 1 \dots \dots = \frac{A_n}{A_k} = 1$$

Т. к. каждый множитель A_i равен комплексному отношению $\frac{u'_i}{u''_i}$, то следовательно если заменить каждый комплексный множитель соответствующими элементарными масштабами α_i , а эти последние соответствующими величинами x, y, z , входящими в комплекс $\frac{u'_i}{u''_i}$, то число их со знаком ('') получится равным числу со знаком (''). Если бы было взято несколько разных, по масштабу, моделей, то можно было бы прибавить еще несколько уравнений типа

$$F(u_1 + u_2^m + \dots + u_n^m) = 0.$$

Если например $u'_i = x^n y^m z^p$

$$\text{и } u''_i = x^n y^m z^p,$$

$$\text{то т. к. } \alpha_x = \frac{x'}{x''}; \alpha_y = \frac{y'}{y''}; \alpha_z = \frac{z'}{z''},$$

$$\text{то } A_i = \alpha_x^n \alpha_y^m \alpha_z^p.$$

$$\text{Если при этом } A_k = \alpha_x^r \alpha_y^s \alpha_z^t,$$

$$\text{то } \frac{A_i}{A_k} = 1 = \alpha_x^{n-r} \alpha_y^{m-s} \alpha_z^{p-t}$$

$$\text{и следовательно } \frac{x'^{n-r}}{x''^{n-r}} \cdot \frac{y'^{m-s}}{y''^{m-s}} \cdot \frac{z'^{p-t}}{z''^{p-t}} = 1$$

$$\text{или } x'^{(n-r)} \cdot y'^{(m-s)} \cdot z'^{(p-t)} = x''^{(n-r)} \cdot y''^{(m-s)} \cdot z''^{(p-t)} =$$

$$= x'''^{(n-r)} \cdot y'''^{(m-s)} \cdot z'''^{(p-t)} = \text{idem},$$

так как можно рассматривать подобие не только двух явлений, но целой группы явлений.

Произведение типа $x^{n-r} y^{m-s} z^{p-t} = \text{idem}$ называется *критерием подобия*.

Полученные уравнения отнюдь не утверждают постоянство комплексов хуз; комплексы изменяются и во времени и в пространстве в каждой системе в отдельности; но изменения их сопряжены между собою так, что в любой точке и в любой момент времени комплексы равны друг другу. Поэтому пишем не =const, а =idem.

Таких критериев подобия может получиться столько, сколько получится отношений $\frac{A_i}{A}$, за вычетом тех отношений, которые дадут $1=1$. Все эти критерии, полученные из дифференциального уравнения, должны быть все одновременно удовлетворены для получения подобия между рассматриваемыми явлениями.

Особенный интерес представляют эти критерии еще и потому, что размерность их, т. е. произведение $L^a M^b T^c$, равно единице, т. е.

такие критерии безразмерны и позволяют охватить одним уравнением, одним безразмерным числом, все многообразие явления.

Сопоставление масштабов α_i между собой показывает, что не все масштабы могут быть произвольно заданы; некоторые из множителей получаются зависимыми друг от друга.

Для суждения о числе критериев необходимо рассмотреть строение каждого из членов уравнения; поэтому *определение числа критериев возможно только в каждом отдельном частном случае.*

Только в тех случаях (наиболее часто встречающихся) когда уравнение представляет собою простую сумму степенных комплексов, число критериев на единицу меньше числа членов уравнения—это *первоначальные* критерии; из них можно образовать еще целый ряд *производных* критериев.

Явления, определяемые одночленными уравнениями не имеют, следовательно, ни одного критерия. Следовательно, для этого случая подобное преобразование условий однозначности автоматически приводит к подобию самих явлений.

Такие явления называются *автомодельными*.

Условия, необходимые и достаточные для утверждения существования подобия явлений, заключаются в подобии условий однозначности, при равенстве критериев, построенных из *усредненных* значений *только тех величин, которые входят в состав условий однозначности.*

Применения законов подобия к явлениям неустановившегося движения

Определение критериев подобия

В качестве примера рассмотрим сложный случай неустановившегося волнового движения турбулентного потока в самом общем виде, т. е. при учете влияния трения и уклона.

Этот класс волновых явлений представлен системой из двух дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных с переменными коэффициентами, одно из которых—уравнение движения—нелинейно, благодаря наличию свободного члена, учитывающего влияние трения и уклона, второе—уравнение неразрывности.

Это так называемые дифференциальные уравнения Сен-Венана:

$$i_0 - \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{dh}{dx} + \frac{v}{g} \frac{dv}{dx} + \frac{1}{g} \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

$$F \frac{dv}{dx} + V \frac{dF}{dx} = - \frac{dF}{dt} \quad (2)$$

с той разницей, что уклон потока выражен нами в функции глубины h и уклона русла i_0 и в выражение для уклона трения $\frac{v^2}{c^2 h}$ введен

гидравлический радиус R , для большей общности уравнения. Эти уравнения решены Сен-Венаном только для случая $i_0 - \frac{v^2}{C^2 h} = 0$, когда уравнение (1) получается линейным.

Так как может быть найдена такая функция φ , которая удовлетворяет условиям:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -h \text{ и } \frac{\partial \varphi}{\partial t} = q,$$

то, для прямоугольного русла, система уравнений (1) и (2) может быть преобразована в одно нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка (гиперболического типа)

$$\left(\frac{v^2}{gh} - 1 \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2 \frac{v}{gh} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + \frac{1}{gh} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = i_0 - \frac{v^2}{C^2 R} \quad (3)$$

Система уравнений (1) и (2) или уравнение (3) не может быть решена, т. е. проинтегрирована в конечном виде, но краевые задачи могут быть решены методом последовательных приближений.

Такое решение дал академик Христианович (1) пользуясь уравнением характеристик вышеприведенных дифференциальных уравнений, заменяя дифференциалы конечными разностями и строя две сетки характеристик в системах (x, t) и (F, v) .

Приближенные решения для подпертых боефов и верхних и нижних, с учетом влияния трения и уклона, а также влияния многократных отражений, даны автором (6,7) а для неподпертых нижних боефов при прямой волне, распространяющейся в одном направлении—инж. Архангельским (2).

Решение Христиановича очень громоздко и кропотливо, хотя оно неизмеримо проще арифметического постепенного интегрирования, предложенного Херенсом (3) в 1899 году и примененного в 1921 году, несмотря на ужасающую громоздкость, Рейнеке (10) для расчета приливов и отливов р. Везер.

Как решение Христиановича так и приближенные решения, отмеченные выше, хотя позволяют решить большое число достаточно сложных случаев неустановившегося движения и проверены мною на опыте в лаборатории и в натуре (6,7), все же не являются исчерпывающими. Поэтому возникает необходимость моделировать явление. Ниже изложен предложенный автором метод моделирования и результаты его применения к волновым явлениям на гидростанциях: Нива III, Таландиской, Озерной (Севанской), В. Свирской и Гюмушской.

Применяя изложенный выше метод постоянных множителей к величинам, входящим в состав уравнений (1) и (2), можем написать:

$$\frac{i'_0}{i''_0} = \alpha ; \frac{v'}{v''} = \alpha_v ; \frac{C'}{C''} = \alpha_c ; \frac{R'}{R''} = \alpha_R ; \frac{h'}{h''} = \alpha_h ;$$

$$\frac{x'}{x''} = \alpha_x, \quad \frac{b'}{b''} = \alpha_b; \quad \frac{g'}{g''} = \alpha_g; \quad \frac{t'}{t''} = \alpha_t; \quad \frac{F'}{F''} = \alpha_F$$

Масштабный коэффициент для R можно видоизменить, пользуясь выражением для

$$R = \frac{bh}{b + 2h} = h \frac{1}{1 + 2\frac{h}{b}}$$

$$\text{След. } \frac{R'}{R''} = \alpha_R = \frac{h'}{h''} \left(\frac{1 + 2\frac{h''}{b''}}{1 + 2\frac{h'}{b'}} \right) \cong \frac{h'}{h''} \left(1 + 2\frac{h''}{b''} \right) = \alpha_h \left(1 + 2\frac{h''}{b''} \right),$$

т. к. если для природы можно пренебречь величиной $2\frac{h'}{b'}$ по сравнению с единицей, то, для общего случая искаженной модели, нельзя (4).

Отношение

$$\alpha_F = \frac{F'}{F''} = \frac{\int_0^{h'} b' dh'}{\int_0^{h''} b'' dh''} = \alpha_b \alpha_h$$

Подставляя полученные множители в дифференциальные уравнения для модели можем написать

$$(1') \quad \alpha_{i_0} i'_0 - \frac{\alpha_v^2}{\alpha_c^2 \alpha_R} \cdot \frac{v'^2}{C'^2 R'} = \frac{\alpha_h}{\alpha_x} \frac{\partial h'}{\partial x'} + \frac{\alpha_v^2}{\alpha_g \alpha_x} \frac{v'}{g'} \frac{\partial v'}{\partial x'} + \frac{\alpha_v}{\alpha_g \alpha_t} \frac{1}{g'} \frac{\partial v'}{\partial t'}$$

$$(2') \quad \frac{\alpha_F}{\alpha_x} F' \frac{\partial v'}{\partial x'} + \frac{\alpha_v \alpha_F}{\alpha_x} v' \frac{\partial F'}{\partial x'} = - \frac{\alpha_F}{\alpha_t} \frac{\partial F'}{\partial t'}$$

Для природы останутся уравнения (1) и (2) с индексом (').

Для того, чтобы (1') и (2') удовлетворялись тождественно с уравнениями (1) и (2) необходимо, согласно изложенному выше, чтобы все комплексы постоянных множителей равнялись друг другу, т. е. чтобы

$$\alpha_{i_0} = \frac{\alpha_v^2}{\alpha_c^2 \alpha_R} = \frac{\alpha_h}{\alpha_x} = \frac{\alpha_v^2}{\alpha_g \alpha_x} = \frac{\alpha_v}{\alpha_g \alpha_t} \quad (1'')$$

$$\text{и} \quad \frac{\alpha_F \alpha_v}{\alpha_x} = \frac{\alpha_v \alpha_F}{\alpha_x} = \frac{\alpha_F}{\alpha_t} \quad (2'')$$

или разделив уравнение комплексов множителей (1'') на $\frac{\alpha_h}{\alpha_x}$, а

(2'') на $\frac{\alpha_F}{\alpha_t}$ получим следующие безразмерные соотношения:

$$(1''') \quad \frac{\alpha_{i_0} \alpha_x}{\alpha_h} = 1; \quad \frac{\alpha_v^2 \alpha_x}{\alpha_h \alpha_R \alpha_c^2} = 1; \quad \frac{\alpha_v^2}{\alpha_g \alpha_h} = 1; \quad \frac{\alpha_v \alpha_x}{\alpha_g \alpha_h \alpha_t} = 1$$

$$(2''') \quad \frac{\alpha_v \alpha_t}{\alpha_x} = 1; \quad \frac{\alpha_v \alpha_t}{\alpha_x} = 1$$

Как видно будет ниже, уравнение неразрывности (2) приводит к критерию (Струхалю), который получается и из пятого члена уравнения движения, т. е. уравнение неразрывности новых критериев не дает.

В критериях по уравнению движения, т. е. в соотношениях (1'''), первое уравнение дает выражение для уклонов, при произвольных масштабах для x и для h ; при неискаженных масштабах, т. е. при $\alpha_x = \alpha_h$ получится $\alpha_{i_0} = 1$, т. е. $i''_0 = i'_0$.

$$\text{Заменяя (см. выше) } \alpha_R = \alpha_h \left(1 + \frac{2h''}{b''} \right),$$

получим из второго уравнения (1'''):

$\frac{\alpha_v^2 \alpha_x}{\alpha_h^2 \alpha_c^2} \left(1 + 2 \frac{h''}{b''} \right)$, что для модели неискаженной в поперечном сечении дает $\frac{\alpha_v^2 \alpha_x}{\alpha_h^2 \alpha_c^2} = 1$, т. к. $\frac{\alpha_h}{\alpha_x} = i_0$ (см. 1'''), то получится критерий $\frac{v^2}{C^2 h} \cdot \frac{1}{i_0} = \frac{i_{\text{мп}}}{i_0} = \text{idem}$, где C коэффициент Шези, т. е. величина, зависящая от шероховатости и вводящая влияние трения в уравнение движения. Следовательно полученный нами критерий есть критерий трения для турбулентного потока* и отвечает критерию Райнольдса (Re) для ламинарного потока.

Полученный для трения комплекс множителей дает возможность определить масштаб для пересчета коэффициента Шези от природы к модели

$$\alpha_c = \frac{\alpha_v^{1/2} \alpha_x^{1/2}}{\alpha_h} \quad \text{и} \quad \alpha_c = \frac{\alpha_v \alpha_x^{1/2}}{\alpha_h \left(1 + 2 \frac{h''}{b''} \right)^{1/2}}$$

Третье уравнение (1''') дает критерий $\frac{V^2}{gh} = \text{idem} = Fr$, т. е. критерий Фроуда. Уравнение четвертое (1''') дает критерий $\frac{vx}{gh} = \frac{v^2}{gh} \cdot \frac{x}{vt} = Fr \cdot Str. = \text{idem}$. Следовательно $\frac{x}{vt} = \text{idem} = Str.$ = некоторому отрезку пути, деленному на путь, проходимый за время t скоростью v , также является критерием и носит имя Струхалю.

Таким образом последний критерий состоит из произведения двух критериев. Он является следствием последнего члена уравнения движения (1) и, следовательно, связан с неустановившимся движением.

Все критерии должны быть одновременно удовлетворены, чтобы можно было считать явления первое и второе подобными, причем, что особенно важно, они не противоречат друг другу, если ускоре-

* Несмотря на то, что при моделировании турбулентного потока, с учетом влияния трения, уравнение Шези использовалось издавна, понятие о критерии трения в виде $\frac{i_{\text{мп}}}{i_0} = \text{idem}$ введено повидимому впервые.

ние силы тяжести (g) одно и то же для модели и природы, и если применяется одна и та же жидкость.

Для установившегося движения последний член дифференциального уравнения отсутствует и критерий подобия будет только два: критерий трения и критерий Фроуда.

Если бы можно было пренебрегать трением, то остался бы только один критерий подобия — критерий Фроуда.

Необходимо оговорить, что в уравнение движения введен член, учитывающий влияние трения $\frac{v^2}{C^2 R}$ гидравлически, а не гидромеханически, и притом в той форме, как он получен для равномерного движения.

Возможность распространения на неравномерное, медленно изменяющееся движение была доказана Бусинеком и многочисленными опытными проверками уравнения неравномерного движения.

Возможность распространения этого же выражения на медленно изменяющееся неустановившееся движение доказана экспериментально совпадением с натурой теоретических расчетов приливов и отливов, проведенных Рейнеке (10) для Везера по методу арифметического постепенного интегрирования дифференциальных уравнений (1) и (2), предполагающих медленно изменяющееся движение.

Для волновых явлений, связанных с резким изменением режима, нужно было экспериментально показать, что уравнения (1) и (2) не теряют своего значения. Такое доказательство было дано автором (5) в 1930 г. опытами на лотке длиной 30 м, и в 1934 г. на лотке длиной 75 м (6,7).

Доказательство применимости выражения $\frac{v^2}{C^2 R}$, для учета влияния трения при волновых явлениях с резким изменением режима, дано автором в 1936 г. и опубликовано в 1937 (6) и 1940 годах (7) сопоставлением как метода расчета данного автором, так и метода академика Христиановича, с многочисленными экспериментами и в лаборатории и в натуре.

Полученные три критерия указывают на зависимость, определяемую уравнением

$$f(x, h, v, C, g, t) = 0$$

или группируя по критериям

$$f\left(\frac{i_{mp}}{i_0}, Fr, Str\right) = 0$$

Для того, чтобы определить являются ли критерии: трения, Fr и Str определяющими, необходимо проверить входят ли определяющие их величины в условия однозначности.

Так как величины x , h , v и t определяют начальное поле ско-

рости, g является численной физической константой, а C определяет условия на границах, то все эти величины должны входить в условия однозначности. Следовательно критерии Фруда, Струхала и трения являются определяющими критериями подобия для неустановившегося движения.

Полученные нами критерии можно вывести и из теории размерностей с той разницей, что не будет оснований для установления—которые из критериев являются определяющими.

Для использования теории размерностей самое существенное—настолько разобраться в изучаемом явлении, чтобы правильно установить какие из факторов, величин, определяют явление.

Если мы установили, что явление определяется величинами W , g , m , v , x , t , где W —сила трения, то явление определяется уравнением

$$f(W, g, m, v, x, t) = 0$$

Для облегчения задачи примем систему единиц, состоящую из трех входящих в уравнение величин.

Тогда, выражая уравнение в этой система единиц, получим число величин, входящих в уравнение на три меньше, т. е. вместо 6 величин всего три и притом безразмерных.

Примем за систему единиц x , t , m ; тогда ускорения выразятся через $\frac{x}{t^2}$, силы через $\frac{mx}{t^2}$, скорости через $\frac{x}{t}$, потери напора на трение через— $h = \frac{Wx}{j\omega dx} = \frac{\varphi}{j} \frac{1}{R} x = \frac{v^2}{C^2 R} x$;

$$\text{получим } f\left(\frac{Wt^2}{mx}, \frac{gt^2}{x}, 1, \frac{vt}{x}, 1, 1\right) = 0$$

$$\text{Т. к. } t = \frac{x}{v}, \text{ то } \frac{gt^2}{x} = \frac{xg}{v^2} = Fr$$

$$\text{Соотношение } \frac{vt}{x} = Str.$$

$$\text{След. } f\left(\frac{Wt^2}{mx}, Fr, Str\right) = 0$$

$$\text{Но } W = \frac{v^2}{C^2 R} j\omega dx = mg \frac{v^2}{C^2 R}$$

т. к. $j\omega dx$ —вес элементарного элемента, а следов.

$$\frac{Wt^2}{mx} = \frac{gt^2}{x} \cdot \frac{v^2}{C^2 R} = Fr \cdot \frac{v^2}{C^2 R}$$

и можно написать:

$$f\left(\frac{v^2}{C^2 R}, Fr, Str\right) = f\left(\frac{i_{mp}}{i_0}, Fr, Str\right) = 0$$

Критерий трения здесь получен для случая неискаженной модели, когда $\alpha_x = \alpha_b = \alpha_h$ и кога $\sigma_0 = 1$; к этому же значению может быть приведен и полученный раньше критерий трения, если ввести такое же ограничение.

Определение масштабов для моделирования

В действительном моделировании, за исключением случаев экспериментирования на вращающихся платформах, опыт ограничен требованием $\alpha_g = 1$, т. к. на модели получаем, то же ускорение силы тяжести, что и для природы. При этих условиях критерий Фроуда дает $\alpha_v = \alpha_h^{1/2}$ Критерий Струхала $\frac{x}{vt} = \text{idem}$, при под-

становке $\alpha_v = \alpha_h^{1/2}$ дает: $\frac{\alpha_x}{\alpha_h^{1/2} \alpha} = 1$ или $\alpha_l = \frac{\alpha_x}{\alpha_h^{1/2}}$

Критерии трения дает:

$$\alpha_c = \frac{\alpha_v \alpha_x^{1/2}}{\alpha_h} = \frac{\alpha_h^{1/2} \alpha_x^{1/2}}{\alpha_h} = \frac{\alpha_x^{1/2}}{\alpha_h^{1/2}}$$

масштаб для расхода воды получим как

$$\alpha_Q = \alpha_F \cdot \alpha_v = \alpha_h \alpha_b \alpha_v = \alpha_h^{3/2} \alpha_b$$

и для случая, когда нельзя считать $\alpha_R = \alpha_h$, а

нужно считать $\alpha_R = \alpha_h \left(1 + 2 \frac{h''}{b''}\right)$

$$\alpha_c = \frac{\alpha_x^{1/2}}{\alpha_h^{1/2} \left(1 + \frac{2h''}{b''}\right)^{1/2}}$$

Таким образом масштабы для скорости течения и для расхода воды получаются независимыми от α_x т. е. от масштаба длин; масштаб скорости не зависит и от α_b , тогда как масштаб расхода зависит от масштаба ширины.

В случае когда на модели нельзя пренебречь отношением $\frac{2h''}{b''}$ по сравнению с единицей, масштаб для гидравлических радиусов α_R , и, следовательно, масштаб для шероховатостей α_c будет непостоянным для модели по ее длине и непостоянным по наполнению, т. к. отношение $2 \frac{h''}{b''}$ будет меняться, что вносит большую неопределен-

ность и крайне затрудняет моделирование, что было показано автором еще в 1933 году (4).

Таким образом если иметь ввиду ограничение, вносимое величиной $\left(1 + 2\frac{h''}{b''}\right)$, при моделировании турбулентного потока получается свобода в выборе всех трех линейных масштабов:

$$\alpha_x, \alpha_b, \alpha_h.$$

При моделировании установившегося движения получается возможность выделить из потока любой его участок и отдельно его моделировать.

Объясняется это тем, что при установившемся движении состояние потока зависит только от граничных условий, и от времени не зависит. Если на границах потока, в пределах выделенного участка, поле скоростей правильно моделировано, то все явления в пределах участка будут протекать независимо от выше и нижележащих участков.

Иначе создаются условия при неустановившемся волновом движении. *Ограничение участка потока на модели полностью нарушает граничные условия.*

Рассмотрим явление на примере гидростанции, имеющей длинную подводную и отводящую деривацию. Всякое изменение режима, расхода воды на станции, вызывает возникновение неустановившегося движения, волны, распространяющегося с волновой скоростью как вверх по течению в подводной воде деривации, так и вниз по течению в отводящей деривации. Что будет если мы ограничим участок потока на модели, и подав воду через водослив, сильно ограничим длину подводной деривации? Волна, распространяющаяся вверх по подводной деривации, отразится от стенки водослива, чего не будет в натуре, и совершенно исказит явление; явление будет соответствовать натуре только в течении того времени, когда волна будет распространяться до водослива.

То же относится и к нижнему бьефу, т. е. к отводящей деривации, если ограничить участок отводящей деривации и закончить ее резервуаром; идущая по течению волна будет отражаться от большой свободной поверхности с обратным знаком, чего не будет в натуре; если закончить короткий участок отводящей деривации водосливом, то волны частично отразятся не меняя знака, чего также не будет в натуре.

Вот почему при исследованиях неустановившегося движения на моделях нельзя ограничивать участок воспроизводимый на модели. Модель должна охватывать все протяжение обоих дериваций до тех мест, где прекращается волновое движение в натуре, т. е. до таких стенок, где волна отражается в натуре и за пределы которых не имеет возможности распространяться; или до таких свободных по-

верхностей воды, где благодаря наличию водосливов или больших площадей, волна не в состоянии изменить уровня. Следовательно на модели должны быть представлены подводящие и отводящие деривации по всей своей длине.

Кроме того условия на границах дериваций должны быть созданы такие, чтобы на модели граничные условия отвечали условиям в натуре—это отвечает условиям однозначности.

Для гидростанции Нива III это означает представить на модели участок длиной около 6 км. и примерно такой же участок для Озерной ГЭС (Севан), имеющей относительно короткую подводящую и длинную отводящую деривацию.

Можно ли при этих условиях принять один и тот же масштаб для линейных размеров модели?

Как бы велики ни были размеры лаборатории, они не превосходят 50—100 м по длине.

При предельной возможной длине модели около 50 м на долю деривации получим возможность использовать не больше 40 м; получится масштаб для длин $6000:40=150=\alpha_x$.

Если примем тот же масштаб для поперечных сечений, то при высоте штольни для Нивы III в 10 м получим на модели 6,6 см, что недостаточно для проведения достаточно точных измерений, т. к. колебания уровня при неустановившемся движении будут происходить в пределах одного сантиметра. Возникает необходимость использовать возможность задания линейных масштабов произвольно. Если линейные масштабы равны друг другу, то модель называется неискаженной. Тогда полученные нами выше общие выражения для частного случая неискаженной модели дают:

$$\alpha_{i0} = 1; \quad \alpha_v = \alpha_h^{1/2}; \quad \alpha_t = \alpha_h^{1/2}; \quad \alpha_c = 1; \quad \alpha_Q = \alpha_h^{3/2}$$

Если исказить модель только по длине, не искажая поперечного сечения т. е. принять два масштаба α_x и $\alpha_h = \alpha_b$, то отношение

$$\frac{1 + 2 \frac{h'}{b'}}{1 + 2 \frac{h''}{b''}} = 1 \text{ и } \alpha_R = \alpha_h; \text{ следовательно отпадают отмеченные выше}$$

недостатки, связанные с влиянием отношения $2 \frac{h''}{b''}$.

Для искажения только по длине получаются следующие масштабы:

$$\alpha_{i0} = \frac{\alpha_h}{\alpha_x}; \quad \alpha_v = \alpha_h^{1/2}; \quad \alpha_t = \frac{\alpha_x}{\alpha_h^{1/2}}; \quad \alpha_c = \frac{\alpha_x^{1/2}}{\alpha_h^{1/2}}; \quad \alpha_Q = \alpha_h^{5/2}$$

т. е. по скоростям и по расходам воды получают те же масштабы, что и для неискаженной модели.

Таким образом получается полная возможность не нарушая законы подобия исказить модель по длине, и, например, для рассмотренного выше случая принять масштабы: $\alpha_x = 150$; $\alpha_h = \alpha_b = 50$ т. е. трехкратное искажение, что дает вполне приемлемую для измерений высоту штольни в 20 см.

$$\text{При этом } \alpha_{i_0} = \frac{\alpha_h}{\alpha_x} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$$

$$\text{т. е. } \frac{i'_0}{i''_0} = \frac{1}{3} \text{ или } i''_0 = 3i'_0$$

т. е. уклон модели больше уклона природы в отношении масштабов длины и глубины.

$$\text{Масштаб времени } \alpha_t = \frac{150}{\sqrt{150}} = 21,4$$

$$\text{Масштаб коэффициента Шези } \alpha_c = \frac{\sqrt{150}}{\sqrt{50}} = 1,73,$$

$$\text{или } C'' = \frac{C'}{1,73},$$

т. е. коэффициент Шези для модели должен быть меньше чем для природы.

Если принять C по Манингу, т. е.

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}, \text{ то } \alpha_c = \frac{1}{\alpha_n} \alpha_R^{1/6} = \frac{\alpha_h^{1/6}}{\alpha_n}$$

$$\text{и } \alpha_n = \frac{\alpha_h^{1/6}}{\alpha_c} = \alpha_h^{1/6} \sqrt{\frac{\alpha_h}{\alpha_x}} = \frac{\alpha_h^{2/3}}{\alpha_x^{1/2}} = 1,12$$

$$\text{т. е. } \frac{n'}{n''} = 1,12 \text{ (если } n' = 0,014, \text{ то } n'' = 0,0125)$$

Если бы не было искажения, то

$$\alpha_n = \alpha_h = \sqrt[6]{150} = 2,3 \text{ или } \frac{n'}{n''} = 2,3$$

Если для штольни в природе $n' = 0,014$, то для модели получим $n'' = 0,006$, т. е. неосуществимую шероховатость, т. к. требуется такая гладкость модели, которая физически не может быть создана.

Таким образом в результате искажения модели по длине сразу достигли двух преимуществ: обеспечили относительно большую точность измерений, благодаря большому поперечным размерам штольни и реальную возможность к осуществлению должной шероховатости.

Эту особенность искаженной по длине модели следует использовать и при моделировании установившегося движения для сооружений (типа трубопроводов, каналов и штолен) с гладкими стенками в натуре, если трение должно заметно влиять на результаты исследования, независимо от наличия места в лаборатории.

Возможность комбинирования модели из частей неискаженных и искаженных

Еще одно огромное достоинство имеет искажение модели по длине. Это преимущество вытекает из полученных масштабов для скоростей течения и расходов воды, которые получились одинаковыми для искаженной и неискаженной модели.

Следовательно на границах моделей как искаженной, так и неискаженной, при условии одного и того же поперечного масштаба $\alpha_n = \alpha_b$, поля скоростей и расходов одни и те же, и следовательно можно продолжение неискаженной части модели вести с искажением по длине, и продолжение искаженной модели осуществлять в неискаженном виде.

Можно модель создавать из перемежающихся искаженных и неискаженных частей.

На это обстоятельство впервые было указано автором при исследовании АцГЭС-а в 1931—32 г. (8), но полное обоснование было дано в 1936 г. (6), и этот способ моделирования был широко применен для исследований неустановившегося движения для гидростанции Нива III.

Искажение модели по длине при неискаженном поперечном сечении было предложено автором и осуществлено в Гидро-Электрической Лаборатории в 1931—32 гг.*

Если бы не было возможности комбинировать модель из частей искаженных и не искаженных, то идея искажения модели по длине осталась бы бесплодной.

Действительно очень редки те случаи, когда сооружение состоит только из одномерного (линейного) элемента—трубы, штольни, канала.

Во всех случаях исследования неустановившегося движения вместе с простыми линейными элементами сооружений необходимо осуществлять и сложные пространственные элементы, как здание станции, уравнильный бассейн или башня, водоприемное сооружение, водосброс, вододелитель и др.

Эти последние сооружения искажать по длине означает искажать направление потока в них и кривизну струй, а следовательно и действие центробежных сил и создавать несоответствующую натуре поперечную циркуляцию. Поэтому искажение модели по длине

* Для модели штольни гидростанции АцГЭС, исполненной в двух вариантах: неискаженном и искаженном в четыре раза.

без искажения поперечного сечения оказалось возможным только после того как было доказано, что можно комбинировать одну и ту же модель из искаженных и неискаженных частей.

Влияние поворотов трассы деривационных сооружений

Как поступить в тех случаях, когда длина модели не размещается по длине лаборатории, или имеются повороты трассы дериваций в натуре?

Если можно без заметного влияния на результаты исследования выпрямлять трассу сооружений (дериваций) как это сделано для модели Нива III, или наоборот прямой участок трассы изгибать в плане, то можно было бы вести модель по периметру лаборатории и раза в два, а может быть и больше, увеличить длину модели, как это сделано для модели Озерной ГЭС (Севан) в ТнисГЭИ.

Изменение поворота в плане линейного сооружения *влияет* при установившемся и неустановившемся движении на *общие потери*, т. к. потери могут уменьшиться при выпрямлении и наоборот увеличатся при усилении поворота или его применении в лаборатории для прямого участка.

Следовательно строго моделировать при поворотах трассы нельзя.

Практически *все зависит от степени влияния поворота на свободную поверхность потока и на центробежное ускорение.*

Если, как предлагает кандидат технических наук Картвелишвили, задать допустимый процент дополнительных потерь вызванных поворотом, то можно используя для выражения потерь на повороте формулу

$$\Delta h = 2,23 \frac{b}{\rho''} (n + \sin \alpha) \frac{v^2}{2g}$$

где $\alpha = \beta - \frac{\pi}{2}$, n , b — максимальная ширина потока, n — число целых прямых углов в общем угле поворота β , определить следующее условие для радиуса закругления на модели $\rho'' \geq 0,275 n$

$\sqrt{\frac{b}{\delta i_0}}$ где i_0 уклон дна потока.

Если в натуре имеется закругление и $\frac{\rho'}{\alpha_x} > \rho''$, где ρ'' радиус закругления для модели, то нужно чтобы

$$\frac{\alpha_x}{\rho'} + \frac{1}{2g} > \frac{1}{\rho''} > \frac{\alpha_x}{\rho'} - \frac{1}{\rho''}$$

Правильнее решать задачу не о малости дополнительных потерь, а задачу получения по возможности не искаженного уклона свободной поверхности, за счет уменьшения трения, по длине на участке закругления, т. е. за счет некоторого уменьшения шероховатости на

закруглении, как это предлагает кандидат техн. наук. Чанишвили А. Г. (ТНИИГЭИ).

Т. е. необходимо стремиться к тому, чтобы сумма уклонов трения и поворота, относенных к равномерному движению, равнялась заданному условиям природы уклону потока на модели i_0 т. е. $i_{\text{тр}} + i_{\text{пов}} = i_0$. Шероховатость на повороте можно определить из условия

$$\frac{v^2}{C^2 R''} + A \frac{b'' v^2}{\rho''^2} = i_0$$

где $A = \frac{2,23}{\pi g}$ по формуле Миловича, ρ —радиус закругления, b —наибольшая ширина участка.

Используя для C формулу Маннинга, Чанишвили получает для

$$n = \sqrt{p_0^2 - \rho'^{4/3}} \frac{Ab''}{\rho''^2}$$

$$\rho'' = \left(\frac{Ab'' \rho'^{4/3}}{p_0^2 - n^2} \right)^{1/2}$$

Таким образом при длине закругления около 12 м было получено, что (n) модели должно быть на закруглении $n=0,013$, тогда как на прямом участке, по ранее приведенным формулам получилось $n=0,0167$.

Необходимо также добиться, чтобы в закруглении центробежное ускорение не составило большого процента от ускорения силы тяжести g , т. е. чтобы $\frac{1}{g} \frac{v^2}{R''} < \text{tg } \lambda$, где λ — должно быть мало и задано.

При малом λ можно написать:

$$R'' > \frac{v^2}{g\lambda}$$

Влияние поворота на неустановившееся волновое движение до сих пор недостаточно изучено. Исследования поставленные на моделях лаборатории Антверпена с поворотом трассы на 180° , при радиусе закругления в 2 м не дали для приливно-отличных явлений заметного искажения явления.

При исследованиях на моделях неустановившегося движения в безнапорных штольнях, во особенности в случаях когда возможно, в процессе распространения волны, *захлебывание штольни, может возникнуть вопрос о влиянии сжимаемости воздуха в штольне на все явление протекания потока.*

Такое влияние следует вводить для тех случаев, когда скорости воздуха в штольне могут достигь значений, при которых сжимаемостью газа пренебрегать нельзя. Как известно сжимаемость приходится учитывать при скоростях превышающих 50 мет. в сек. Т. к. такие скорости воздуха в штольне мало вероятны (скорость воздуха должна быть связана со скоростью распространения волны

в момент захлебывания—эта скорость например для установки Wettin-ген достигает 24 м в сек.[9]), то введение в расчет сжимаемости воздуха не требуется.

Несмотря на это инженер *Картвелишвили* (ТНИСГЭИ) сделал попытку ввести в систему дифференциальных уравнений потока, при неустановившемся движении, влияние сжимаемости воздуха, но пришел к противоречивым критериям подобия, невозможности моделировать явление в целом, и к необходимости не моделировать давление воздуха и температуру и считать воздух несжимаемым.

Искажать по длине модель таких гладких в натуре сооружений, как тоннели, трубопроводы и облицованные каналы необходимо не только по недостатку места (протяженности) в лаборатории, но и для того, чтобы можно было обеспечить правильную шероховатость, что нельзя сделать при неискаженной модели.

Это обстоятельство четко видно из приведенной ниже таблицы:

	$\alpha_x = \alpha_b =$ $= \alpha_k = 200$	$\alpha_h = \alpha_b = 50$ $\alpha_x = 200$	$\alpha_h = \alpha_b =$ $= \alpha_x = 500$	$\alpha_h = \alpha_b = 50$ $\alpha_x = 500$	$\alpha_h = \alpha_b =$ $= \alpha_x = 50$
i_0''	i_0'	$4 i_0'$	i_0'	$10 i_0'$	i_0'
α_t	14,1	28,25	22,3	70,5	7,1
α_c	1,0	2,0	1,0	3,16	1,0
α_n	2,42	0,97	2,83	0,63	1,92
n''	0,0058	0,014	0,0050	0,022	0,0073
α_t	14,1	7,1	22,3	7,1	7,1
α_q	565.000	17.700	5.600.000	17.700	17.700

Моделирование явлений, сопровождающих переход штольни из безнапорного в напорное состояние безусловно возможно, т. к. получающиеся абсолютные значения вакуума недостаточно велики, чтобы можно было говорить о явлениях сопровождающих кавитацию: раз это так, то подобие соблюдается, тем более, что играет роль перепад давлений, а не абсолютная его величина.

Участие воздуха в этом процессе не влияет на результат, т. к., как уже было отмечено, сжимаемость воздуха не может играть роль; максимальные скорости у шалыги свода доходят до 25—30 м в сек., т. е. значительно ниже тех, при которых необходим учет сжимаемости воздуха.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. С. А. Христианович—Тр. Гидролог. Ин-та. 1937, вып. 5, стр. 25—53.
Некоторые новые вопросы механики сплошной среды. 1938, стр. 15—154.
2. В. А. Архангельский—Изв. ВНИИТ, т. XXVII, 1941. Ивж. сб. т. I, вып. 1, 1941, т. II, вып. 1, 1943, т. II, вып. 2, 1946.
3. E. Haerens—Annales des Travaux publiques de Belgique. 2-me Serie, t. IV, fevrier, 1899, p. 1—19.
4. И. В. Егнazarов—Изв. НИИГ, т. IX, 81—85, 1933.
5. И. В. Егнazarов—К суточному регулир. гидроэл. станций. Изд. Научно-Мелиорат. Ин-та, вып. XXIII, 1931.
6. И. В. Егнazarов—Неустановившееся движ. в длинных боефах. Изв. НИИ Гидротехники, т. XXI, 1937.

7. И. В. Егуазаров — Сопоставление расчетов неустановившегося волнового движ. с опытом. Изв. НИИ Гидротехники, т. XXVI, 1940.
8. И. В. Егуазаров — Изв. НИИГ, т. XXI, 118—120, 1937.
9. Calame—Calcul de l'onde de translation, 1932, стр. 42, фиг. 13, Meyer, Peter u. Favre—Schw. Bauz. B. 100, Abb. 20, Juli 1938.
10. H. Reineke — Jahrbuch für die gewässerkunde Norddeutschlands. Besondere Mitteilungen, B. 3, № 4, Berlin, 1921.

Ի. Վ. Եղիազարյան

Հայկական ՍՍԻ Գիտությունների Ակադեմիայի իսկական անդամ

**ՆՄԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ՆՄԱՆՈՒԹՅԱՆ ՕՐԵՆՔՆԵՐԻ
ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ՉՀԱՍՏԱՏՎԱԾ ՇԱՐԺՄԱՆ ԵՐԵՎՈՒԹՅՆԵՐԻ ՆԿԱՏՄԱՍԲ
Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ի Մ**

Հողվածում բերված են նմանություն տեսության հիմնական դրույթները, մի տեսություն, որը հանդիսանում է տեսական և էքսպերիմենտալ ֆիզիկայի մեթոդների սինթեզը:

Դիֆերենցիալ հավասարումով ընդգրկվում է երևույթների դասը. միարժեքության պայմանները երևույթների այդ դասը նեղացնում են մինչև մեկ երևույթը. միարժեքության պայմանների գաղափարը ձևափոխվում է այնպես, որ ընդգրկվեն մի ամբողջ խումբ համասեռ նման երևույթներ:

Մոդելից բնականին անցումը իրագործվում է նրանով, որ երևույթները ընտրող մեծությունները բազմապատկվում են որոշ հաստատուն թվերով—մասշտաբներով (α). այդ մասշտաբներն ընտրվում են այնպես, որ ինչպես բնականի, այնպես էլ մոդելի համար դիֆերենցիալ հավասարումները բավարարվեն:

Մոդելի դիֆերենցիալ հավասարմանը բավարարելու համար, արտադրիչները—մասշտաբների (α_i) տեղադրումից հետո, բնականի համար հիմնական դիֆերենցիալ հավասարման հետ միաժամանակ, անհրաժեշտ է, որպեսզի դիֆերենցիալ հավասարման առանձին անդամների առջևում գտնվող $A_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ արտադրիչները կոմպլեքսները հավասար լինեն միմյանց:

Եթե արտադրիչները այդպիսի կոմպլեքսներ չուրաքանչյուրը բաժանենք նրանցից մեկի վրա, ապա կստանանք նույնանուն կոմպլեքսների հարաբերություններ, որոնք հավասար են մեկի, այսինքն՝ կստացվեն վերացական նոր կոմպլեքսներ:

Այդ կոմպլեքսները մասշտաբային գործակիցների (α) տեղադրումից, իսկ մասշտաբները գործակիցների փոխարեն ֆիզիկական մեծությունների և գործոնների այդ գործակիցները կազմող հարաբերությունների տեղադրումից հետո, բերում են հետևյալ տիպի արտահայտություններին.

$x^{m-1} y^{n-s} z^{p-t} = \text{idem}$, որոնք կոչվում են նմանության հայտանիշներ, որտեղ x, y, z -ը հետադարձվող մեծությունները և գործոններն են, որոնց համար

$$\alpha_x = \frac{x'}{x^n}; \alpha_y = \frac{y'}{y^n}; \alpha_z = \frac{z'}{z^n}$$

(') ինդեքսները վերաբերում են բնականին, իսկ (") ինդեքսները՝ մոդելին:

Այնուհետև շարադրվում է նմանություն օրենքների կիրառումը չհաստատված, ալիքային շարժման երևույթների նկատմամբ, օգտագործելով Սեն-Վենանի առաջին կարգի, փոփոխական գործակիցներով, երկու դեֆերենցիալ հավասարումները (1) և (2), որոնցից շարժման հավասարումը դժային չէ՝ այսինքն՝ դիտարկվում է շարժման ընդհանուր դեպքը, հաշվի առնելով թեքություն ու շփման ազդեցությունը:

Մնդիրները ընդհանուր տեսքով լուծելով այն դեպքի համար, երբ տրված են կամայական և անհավասար մասշտաբային գործակիցներ α_x երկարության, α_b լայնության և α_l խորության համար, սպացված են նմանության հետևյալ հայտանիշները.

$$I. \text{ Շփման հայտանիշը՝ } \frac{\alpha_v^2 \alpha_x}{\alpha_l^2 \alpha_c^2} \left(1 + 2 \frac{h''}{b''} \right) = 1, \text{ որը } \alpha_b = \alpha_l \text{ դեպքի}$$

համար, այսինքն ընդլայնական կտրվածքի չաղավաղման դեպքի համար առկա է՝

$$\frac{\alpha_v^2 \alpha_x}{\alpha_l^2 \alpha_c^2} = 1, \text{ որտեղ } C\text{-ն Շեդիի գործակիցն է:}$$

$$II. \text{ Ֆրոուդի հայտանիշը՝ } \frac{\alpha_v^2}{\alpha_g \alpha_l} = 1$$

$$III. \text{ Ֆրոուդի-Ստրուխալի հայտանիշը՝}$$

$$\frac{\alpha_v \alpha_x}{\alpha_g \alpha_l \alpha_t} = 1 = \frac{\alpha_v^2}{\alpha_g \alpha_l} \cdot \frac{\alpha_x}{\alpha_v \alpha_t}$$

Հետևաբար ստացվում է հայտանիշների հետևյալ տեսքի հավասարում՝

$$f \left(\frac{v^2}{C^2 h}, \frac{x}{h}, Fr, Str \right) = 0 = f \left(\frac{i_{mp}}{i_b}, Fr, Str \right)$$

Այդ նույն կախումները կարելի է ստանալ կիրառելով չափելիության տեսությունը:

Իականն այն է, որ այդ երեք հայտանիշները միմյանց չեն հակասում և կարող են միաժամանակ բավարարվել:

Ինչպես երևում է I հայտանիշից, ընդլայնական կտրվածքի աղավաղումը, այսինքն՝ այն դեպքերը, երբ մոդելի համար կիրառվում է $\alpha_b \neq \alpha_l$, մեծ բարդություն է մտցնում. որպես արդյունք հնարավոր է միայն չափազանց հոգեմաշ աշխատանքի հետ կապված մոտավոր մոդելավորումը, եթե մոդելի համար չի ստացվում $2 \frac{h''}{b''}$ փոքր՝ միավորի համեմատությունը:

Այդ դժվարությունները չեն ստացվում հեղինակի կողմից առաջարկված միայն ըստ երկարության աղավաղման համար, այսինքն՝ այն դեպքի համար, երբ $\alpha_x \neq \alpha_b = \alpha_l$.

Հաստատված շարժումը մոդելավորելիս, երբ վերանում է III հայտանիշը (Str), հնարավոր է դառնում հոսանքից անջատել նրա ամեն մի մասը, սակեղծելով անհրաժեշտ սահմանային պայմաններ:

Չհաստատված շարժումը մոդելավորելիս՝ հոսանքի մասի սահմանափակումն ամբողջովին խախտում է սահմանային պայմանները, որովհետև

ստացվում են տարածվող ալիքի՝ ընականին անհամապատասխան անդրադարձումներ:

Հետևաբար, չհաստատված շարժման երևույթները հետադոսելու համար, անհրաժեշտ է հիդրոսիստեմի (դերիվացիայի) առերևոյ և հետացնող մասերը մոդելավորել ամբողջութամբ առած: Այդպիսի մոդելավորումը առանց մասշտաբն աղավաղելու, այսինքն՝ $\alpha_x = \alpha_b = \alpha_{11}$ դեպքում, հնարավոր չէ, որովհետև պահանջում է մոդելի շատ մեծ երկարութուն և, դրա հետ մեկտեղ, թույլ չի տալիս ճիշտ, ըստ նմանութան I հայտանիշի պահանջներին, մոդելավորել C-ն, այսինքն՝ մոդելավորել անհարթութունը:

Ինչպես վերը նշվել է, $\alpha_x = \alpha_b \neq \alpha_{11}$ աղավաղման դեպքում մոդելավորումը հարկ է լինում կատարել նմանութան օրենքների խախտումով, որովհետև $\alpha_R \neq \alpha_{11}$, և, բացի դրանից, չկատարելով նմանութան I հայտանիշի պահանջները նաև ըստ անհարթութան:

Միայն մոդելի ըստ երկարութան աղավաղման դեպքում, այսինքն $\alpha_x \neq \alpha_b = \alpha_{11}$ դեպքում, բավարարվում են նշված բոլոր պայմանները:

Մի հսկայական առավելութուն ևս ունի մոդելի աղավաղումն ըստ երկարութան, որը բխում է նրանից, որ $\alpha_b = \alpha_{11}$ դեպքում, մասշտաբը արագութան համար ստացվում է $\alpha_v = \alpha_{11}^{1/2}$ և մասշտաբը ջրի ծախսի համար՝ $\alpha_Q = \alpha_{11}^{5/2}$, այսինքն՝ երկու մասշտաբները կախված չեն α_x մասշտաբից, և ստացվում են այնպես, ինչպես և երկրաչափորեն բոլորովին չաղավաղված մոդելի դեպքում, այսինքն այնպես, ինչպես այն դեպքի համար, երբ

$$\alpha_x = \alpha_b = \alpha_{11}$$

Հետևաբար, հիդրոսիստեմի ամբողջ մոդելը կարելի է իրագործել իրար հետ միացած, ըստ երկարութան աղավաղված և բոլորովին չաղավաղված մասերից:

Եթե ապացուցված չլինեն մոդելը աղավաղված և չաղավաղված մասերից համակցելու հնարավորութունը, ապա մոդելի ըստ երկարութան աղավաղման գաղափարը կմնար ապարդյուն:

Սակավ են այն դեպքերը, երբ կառուցվածքը կաղմված է միայն միաչափ (գծային), էլեմենտից--խողովակից, տոնելից, ջրանցքից: Կառուցվածքների այդ էլեմենտների հետ մեկտեղ՝ հարկ է լինում մոդելավորել նաև տարածական բարդ էլեմենտներ, ինչպես՝ հիդրոկայանի շենք, հավասարակշռող ավազան, ջրընկալ կառուցվածք, ջրթափ և այլն:

Հիդրոսիստեմի այդ մասերը, ամբողջ հիդրոսիստեմը մոդելավորելիս, չի կարելի աղավաղել ըստ երկարութան:

Նկարագրված համակցական մոդելավորման մեթոդը, հիդրոսիստեմի գծային մասերի ըստ երկարութան աղավաղմամբ հանդերձ, մեծ հաջողութամբ կիրառվել է Նիվա III և Iճային (Սևանի) հիդրոկայանների համար և առանց աղավաղման՝ Տալանդինի և Վերին Սվիրի հիդրոկայանների համար:

Այդպիսի մոդելավորումը հնարավորութուն է ընձեռել Նիվա III-ի և Iճայինի մոդելները կրճատել 3—4 անգամ և, դրա հետ մեկտեղ, ապահովել նմանութան տեսութամբ պահանջվող անհարթութունը:

Ինչպես աղյուսակից (էջ 22) երևում է, $\alpha_x = 200$ մասշտաբի դեպքում,

հարկավոր է չաղավաղված մոդելի վրա իրագործել $n'' = 0,006$ անհարթությունը, որ ֆիզիկապես հնարավոր չէ (եթե բնականի համար $n = 0,014$), չորս անգամ աղավաղելու դեպքում, այսինքն՝ $\alpha_a = \alpha_b = 50$ և $\alpha_x = 200$ դեպքում մոդելի համար կստանանք $n'' = 0,014$.

Չաղավաղված մոդելի մասշտաբը մինչև $\alpha_x = \alpha_b = \alpha_c = 50$ մեծացնելն անգամ՝ չի լուծում խնդիրը, որովհետև մոդելի համար ստացվում է $n'' = 0,007$, որը նույնպես անիրագործելի է:

Հոդվածում ցույց է տրված նաև, թե ինչպես է մոտավոր կերպով լուծվում խնդիրը, եթե պլանում ոլորաններ ունեցող դերվացիան ուղղվում է մոդելի վրա, կամ, ընդհակառակն, եթե մոդելի երկարությունը մեծացնելու համար մոդելի վրա ստեղծվում են բնականի մեջ գոյությունն ունեցող ոլորաններ: Այդ լուծումներն առաջարկված են Քարթվիլաշվիլու և Չանիշվիլու կողմից (Քրեիխի հիդրոլարորատորիա—ТНЦГЭИ): Լճային հիդրոկայանի համակցված մոդելն այդ լարորատորիան իրականացրել է հեղինակի կողմից շարադրված մեթոդով, Նիվա III հիդրոկայանի այն համակցական մոդելի վրա հաջող փորձեր կատարելուց հետո, որն իրագործվել է հեղինակի լարորատորիայում:

I. V. Egiazarov

Member of the Academy of Sciences of the Armenian SSR

The Theory of Similarity and the Application of the Laws of Similarity to the Phenomena of Unsteady Motion

S u m m a r y

The article deals with the principal conditions of the theory of similarity representing a synthesis of methods of theoretical and experimental physics.

A class of phenomena is embraced by a differential equation; the conditions of uniformity narrow this class of phenomena to one phenomenon; the conception of conditions of uniformity is changed so as to make possible embracing the whole group of related similar phenomena.

A transition from model to nature (prototype) is put into practice by multiplying the values, characterizing the phenomenon, by certain constant quantities-scales (α); these scales being selected so that the differential equations both for nature and model are satisfied.

To satisfy the differential equation of the model (the factors—scales (α_i) having been substituted) simultaneously with the differential equation for the nature, complexes of the factors $A_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, placed before the separate members of the differential equation, should be equal to one another.

Each of such complexes of factors being divided by one of them, their ratio becomes equal to unit, i. e.—new sizeless complexes are obtained.

These complexes after substitution of the scale coefficients (α), and

thereafter of the corresponding ratios of values forming these coefficients, lead to expressions of the type $x^{m-r} y^{n-s} z^{p-t} = \text{idem}$ those are called the criteria of similarity; where x, y, z are values and factors investigated, for which

$$\alpha_x = \frac{x'}{x''}; \alpha_y = \frac{y'}{y''}; \alpha_z = \frac{z'}{z''}$$

indexes (') refer to the nature while indexes (")—to the model.

Further, there is given an account of the application of the laws of similarity to the phenomena of unsteady wave motion using the two Saint-Venant's differential equations (1) and (2) of the first order with variable coefficients; the equation of motion (1) being non linear for the general case, taking into account the influence of slope and friction.

Solving the problems in a general form for the case when arbitrary and unequal scale coefficients for length α_x , width α_b , and depth α_h , are given, the following criteria of similarity are obtained.

I. Criterion of friction:
$$\alpha_v \alpha_x \frac{1}{\alpha_h^2 \alpha_c^2} \left(1 + 2 \frac{h''}{b''} \right) = 1$$

which for case $\alpha_b = \alpha_h$ i. e. for the case of undistorted cross-section provides $\frac{\alpha_v^2 \alpha_x}{\alpha_h^2 \alpha_c^2} = 1$ where C is the Chezy's coefficient.

II. Froude's criterion
$$\frac{\alpha_v^2}{\alpha_g \alpha_h} = 1$$

III. Froude-Strouhal criterion
$$\frac{\alpha_v \alpha_x}{\alpha_g \alpha_h \alpha_l} = \frac{\alpha_v^2}{\alpha_g \alpha_h} \cdot \frac{\alpha_x}{\alpha_v \alpha_l} = 1$$

Consequently, an equation of criteria* in the form of

$$f \left(\frac{v^2}{c^2 h}, \frac{x}{h}, Fr, Str \right) = 0 = f \left(\frac{i_r}{i_0}, Fr, Str \right) \text{ is obtained.}$$

The same equations may be obtained by the application of the dimensional theory.

It is essential that these three criteria are not in contradiction and may simultaneously be satisfied.

As seen from the criterion I, the cross-section distortion, i. e. for cases when $\alpha_b \neq \alpha_h$, leads to serious complications; as a result only approximate modelling is possible, connected with a spade-work, if for the model $2 \frac{h''}{b''}$ is not small as compared with unity.

These difficulties are not faced with in case of only length distortion proposed by the author, i. e. when $\alpha_x \neq \alpha_b = \alpha_h$. In modelling steady motion when the criterion III (Str) drops off, any section of the

* The use of Chezy's equation in modeling friction losses has been used extensively, but as to the knowledge of the author the idea of friction criterion in the form of $\frac{i \text{ friction}}{i_0} = \text{idem}$, was not introduced before.

flow may be isolated and modelled separately, creating boundary conditions wanted.

When modelling unsteady motion the limitation of length of the prototype model part completely breaks boundary conditions, for there arise reflections of the translating wave not occurring in the prototype.

Consequently, the investigation of the phenomena of unsteady motion, leads to the necessity of modelling of the whole hydrosystem.

Such modelling without distortion of the scale, i. e. when $\alpha_x = \alpha_b = \alpha_h$, is impossible, for it requires a model of a very great length, and does not allow to model C, i. e. to model roughness correctly according to the requirements of the similarity criterion I.

As it has already been mentioned above, the distorted modelling when $\alpha_x = \alpha_b \neq \alpha_h$ is forced to be conducted breaking the laws of similarity, for $\alpha_R \neq \alpha_h$, and besides the requirements of the similarity of criterion I, regarding roughness, are not satisfied. Only in case of model length distortion i. e. when $\alpha_x \neq \alpha_b = \alpha_h$ all conditions mentioned are satisfied.

Distortion of the model length has another great merit. This advantage comes out of the fact that when $\alpha_b = \alpha_h$ a scale for velocity is $\alpha_v = \alpha_h^{1/2}$ and a scale for water discharge is $\alpha_Q = \alpha_h^{5/2}$ i. e. both scales being independent on the scale α_x ; they become the same as when the model is, perfectly, geometrically undistorted, i. e. when.

$$\alpha_x = \alpha_b = \alpha_h.$$

Consequently, the whole model may be made of the different sections connected with each other; sections distorted through length and sections fully undistorted.

The idea of length distortion would have remained fruitless, if the possibility of combining the model of distorted and undistorted sections had not been proved.

Those cases when a construction consists only of a single sized (linear) element, namely, of a pipe, a tunnel, a canal, rarely occur together with linear elements of a hydrosystem, other non-linear more complete parts are to be modelled, such as a power house of a hydroelectric power plant system, a surge chamber, a water intake, a spillway and others.

These non-linear sections of a hydro-system, when modelling, should not be distorted through length. The described method of a combine modelling with length distortion of the linear sections of a hydrosystem has, with a great success, been applied for the Niva III Hydroelectric Plant and for that of Lake Sevan (Armenia).

Such modelling allowed to shorten the length of the models of the Niva and Lake Sevan from 3 to 4 times, and at the same time to provide the roughness required by the theory of similarity.

As the table (page 22) shows, for a scale $\alpha_x = 200$, the roughness $n'' = 0,006$ for the undistorted model is required, this being physically impossible (if for the prototype $n' = 0,014$); for a model distorted four times, i. e. when $\alpha_h = \alpha_b = 50$ and $\alpha_x = 200$, $n'' = 0,014$ is obtained.

Even an increase of the scale of the undistorted model up to $\alpha_x = \alpha_h = \alpha_b = 50$ does not solve the problem because for the model $n'' = 0,007$ is obtained, which is also impossible to be realised.

It is also shown how problems of a derivation (canal) having turnings in plan, which are straightened on the model, are solved; and vice versa, how to enlarge the length of the model turnings, lacking in nature are made on the model. These solutions are proposed by Kartvelishvili and Tchanishvili, Hydro-Laboratory of Tbilisi (Georgia); the combine model of the Lake Sevan Hydroelectric Plant has been designed in this laboratory according to the author's method herein described, after the successful experiments on the combine model of the Niva III Hydroelectric Plant, constructed in the author's Leningrad laboratory.

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

А. Г. Назаров

Член-корреспондент АН Арм. ССР

Инструментальное определение сейсмических сил для расчета сооружений

Наиболее опасными для сооружения, в первом приближении, являются колебания почвы в горизонтальном направлении. Это позволяет, при решении большинства задач теории сейсмостойкости, пренебрегать вертикальными составляющими колебания почвы. Далее принимается, что сооружение ведет себя как упругое тело, подчиняющееся закону Гука и, не учитываются, для начала, силы трения.

Пусть колебание почвы при землетрясении известно; требуется вычислить силы инерции в различных элементах сооружения. Для этой цели составим дифференциальные уравнения колебания сооружения, выраженные в нормальных координатах. Фундаментальные функции сооружения обозначим через $\varphi_i(x, y, z)$, причем ось y направим вдоль направления колебания почвы. Соответствующие этим функциям нормальные координаты обозначим через $q_i(t)$. Тогда деформированное состояние D сооружения можем изобразить посредством ряда

$$D = \sum_{i=1}^{\infty} q_i \varphi_i \quad (1)$$

Смещение почвы обозначим через $y_0(t)$.

Для вычисления координат q_i воспользуемся уравнениями Лагранжа [1]. :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial V}{\partial q_i} \quad (2)$$

Потенциальная энергия V рассматриваемой упругой системы должна иметь вид:

$$2V = \sum_{i=1}^{\infty} a_i q_i^2, \quad (3)$$

где a_i — некоторые постоянные, получаемые в результате интегрирования. Произведения различных координат отсутствуют, ввиду поставленного выше условия, что q_i представляют собой нормаль-

ные координаты системы. Вычислим теперь кинетическую энергию. Ее выражение в прямоугольных координатах имеет вид:

$$2T = \int [u'^2 + (v' + y'_0)^2 + w'^2] dm = \int [u'^2 + v'^2 + w'^2] dm + 2y'_0 \int v' dm + My'_0{}^2, \quad (4)$$

где u, v, w — компоненты смещений вдоль осей x, y, z .

а M — масса всего сооружения в целом. Следовательно, выражение (4) в нормальных координатах примет вид:

$$2T = \sum c_i q_i'^2 + 2y'_0 \sum b_i q_i' + My'_0{}^2 \quad (5)$$

где b_i и c_i — постоянные, полученные в результате интегрирования. Подставляя (5) и (3) в (2) найдем систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} c_1 q_1'' + a_1 q_1 &= -b_1 y_0''; \\ c_2 q_2'' + a_2 q_2 &= -b_2 y_0''; \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ c_i q_i'' + a_i q_i &= -b_i y_0''; \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \end{aligned} \right\} (6')$$

Получившаяся система характерна тем, что уравнения решаются независимо друг от друга и, что свободные члены содержат, в различных масштабах, одну и ту же функцию от времени.

Системе ¹ придадим более удобный вид:

$$\left. \begin{aligned} q_1'' + k_1^2 q_1 &= -\alpha_1 y_0''; \\ q_2'' + k_2^2 q_2 &= -\alpha_2 y_0''; \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ q_i'' + k_i^2 q_i &= -\alpha_i y_0''; \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \end{aligned} \right\} (6)$$

$$\text{где } k_i^2 = \frac{a_i}{c_i}; \alpha_i = \frac{b_i}{c_i}.$$

Как известно, k выражает собою i -ую круговую частоту свободных колебаний.

Общее решение этих уравнений:

$$q_i = A_i \cos k_i t + B_i \sin k_i t - \frac{\alpha_i}{k_i} \int_0^t y_0''(\xi) \sin k_i(t - \xi) d\xi \quad (7)$$

где A_i и B_i произвольные постоянные, определяемые начальными условиями (2). В частности, как это обычно и бывает, если в начальный момент землетрясения смещение и скорость сооружения равны нулю, то уравнение (7), как не трудно убедиться, примет вид:

$$q_i = - \frac{\alpha_i}{k_i} \int_0^t y_0''(\xi) \sin(k_i(t-\xi)) d\xi. \quad (7^1)$$

Найдя значения q_i из (7¹) и подставив в (1), получим общее решение задачи, т. к. определение сейсмических сил, возникших в сооружении, уже не представляет затруднений.

Чтобы довести до конца решение задачи, необходимо знать закон изменения ускорения почвы $y_0''(t)$ и решить уравнения (7¹).

Инженерная сейсмология, в современном ее состоянии, не может доставить исчерпывающие сведения о природе этого ускорения. Записи, доставляемые сейсмографами, не пригодны для этой цели по следующим причинам: сейсмограмма не дает записанное в известном масштабе смещение почвы. Она фиксирует его в искаженной форме, в зависимости от соотношения между периодом свободного колебания сейсмографа и периодом гармонической составляющей колебания почвы, а также в зависимости от принятого для данного прибора коэффициента затухания.

Расшифровать сейсмограмму просто лишь при условии, что колебания почвы следуют установившемуся гармоническому закону, т. к. в этом случае коэффициент искажения записи сейсмографа постоянен на всем протяжении. Определить приближенно истинное смещение почвы по сейсмограмме, в общем случае, возможно например при применении метода почленного интегрирования уравнения движения инертной массы сейсмографа [3].

В нашем случае такое приближенное определение смещения почвы не допустимо, т. к. ее следует еще дважды продифференцировать для получения ускорения почвы и последующего интегрирования уравнений (7¹). Как известно, при этом могут возникнуть существенные погрешности. Например, участок синусоиды, возле максимума, можно с большой точностью заменить отрезком параболы второй степени. Вторые же их производные резко отличаются друг от друга. Если бы даже удалось, путем почленного интегрирования, получить точное смещение почвы, то это же затруднение, связанное с необходимостью продифференцировать полученную кривую дважды каким-либо приближенным методом, останется в силе. Действительно, даже незначительные зазубрины на диаграмме смещения почвы могут дать весьма большие значения ускорения; они же при применении численного дифференцирования могут вовсе выпасть из рассмотрения. Можно было бы попытаться из сейсмограммы непосредственно определить ускорение почвы путем решения интегрального уравнения Вольтерра. Но и здесь возникают существенные затруднения в связи с графическим заданием функции. Целесообразнее было бы, поэтому, непосредственно записывать сейсмическое ускорение почвы. Для этой цели применяется акселерограф, являющийся тем же сейсмографом, но с коротким периодом собственных колебаний [4]. Работа акселерографа базируется на том принципе,

Известия 3.—3

что чем короче период свободных колебаний упругой или маятниковой системы, тем точнее ее смещение, в некотором масштабе, изображает ускорение почвы. В настоящее время подобные приборы установлены в ряде пунктов Японии и Америки, подверженных землетрясениям.*

Как показали имеющиеся записи акселерографов, наблюдается резкая разница между величиной ускорения, зарегистрированной этим прибором, и таковой же, вычисленной на основе расшифровки сейсмограммы в предположении, что почва совершает чисто гармонические колебания. В частности акселерограммы обычно показывают меньший период колебания почвы, нежели сейсмограммы, что объясняется преобладающим значением, для величины ускорения, малых составляющих периодов колебания. Однако и акселерограммы, несмотря на их значительное преимущество перед сейсмограммами, не являются бесспорными данными, на основании которых можно определить ускорение почвы и произвести вычисление сил инерции в сооружении. Действительно, неискаженная запись ускорения почвы возможна лишь в том случае, если период свободных колебаний акселерографа на много менее периодов *всех* гармонических компонентов смещения почвы. Применяемые ныне акселерографы обладают периодом свободных колебаний около 0,15 сек. Это значит, что гармонические составляющие колебания почвы менее или порядка 0,15 сек. записываются уже в искаженном виде. Даже более того, для гармонической компоненты колебания почвы на много менее 0,15 сек. акселерограф выступает в роли сейсмографа, т. е. регистрирует ее на акселерограмме уже *в виде смещения почвы, а не ускорения*. Применение же акселерографов с ничтожно малым периодом свободных колебаний, например, пьезокварцевых, затруднительно в том отношении, что высокочастотные составляющие периодов колебания почвы не являясь опасными для сооружений, могут дать столь значительные величины ускорений, иногда превышающих ускорение силы тяжести, что будут забивать меньшие компоненты ускорений, более важных с инженерной точки зрения (5).

Существенным недостатком акселерограмм является также то, что они не в состоянии зарегистрировать могущие иметь место разрывы ускорений почвы (скачки в ускорении, вызывающие толчки), длительность которых равна нулю. Скачки же эти играют значительную роль в жизни сооружения, поскольку они вызывают в нем свободные колебания, усиливая этим эффект воздействия сейсмических сил. Но если даже все эти затруднения были преодолены и мы получили бы истинное ускорение почвы, то трудности, связанные с

* См. напр. „United States Earthquakes“, в которых систематически приводятся акселерограммы землетрясений.

интегрированием уравнений (7) сохраняются в значительной мере.* Таким образом, ни акселерограммы, ни тем более сейсмограммы не позволяют расшифровать истинное смещение сооружения по уравнениям (7).

Итак, *основная задача теории сейсмостойкости, заключающаяся в установлении действительного закона ускорения почвы при землетрясении и, на основании этого, в вычислении инерционных сил в сооружении, встречает на своем пути значительные трудности.*

Эти трудности заключаются в практической невозможности установления действительного закона ускорения почвы и, в невозможности вычисления инерционных сил в сооружении, если даже его упругие свойства определены; например, установлены его фундаментальные функции. Эти трудности вынудили некоторых исследователей, наиболее яркими представителями которых являются Terada и Benioff, в искании путей, позволяющих решить проблему сейсмостойкости эмпирическим путем.

Сущность предложения Terada заключается в следующем [6]. Степень повреждения здания оценивается коэффициентом

$$\gamma = \frac{n}{N},$$

где n —число поврежденных элементов сооружения, а N —число всех его элементов. Далее принимается, что степень повреждения γ является некоторой функцией от S -интенсивности сейсмического колебания, представляемого как

$$S = \int_0^{\tau} | \alpha - \alpha_0 | dt$$

где: α —ускорение почвы, α_0 —постоянная, t —время, τ —продолжительность землетрясения.

Далее допускаются дополнительные упрощающие соображения для возможности построения функции $\gamma=f(S)$. Рассматриваемый метод нам представляется искусственным. Само понятие „элемент“ сооружения, общее количество „ N элементов“ из которых складывается все сооружение в целом, относительно. Наконец роль этих элементов чрезвычайно разнообразна и, вместе с тем они не одинаково ответственны для жизни сооружения. Впрочем, мы не будем далее приковывать внимание к этому методу, коль скоро попытки его применения к изучению последствий разрушительных землетрясений не привели к успешным результатам.

Более интересным с нашей точки зрения, является метод, пред-

* Заслуживает внимания предложенный Вiot механический интегратор для решения (7); хотя не совсем ясно, в какой мере он может осуществлять интегрирование при высокочастотном ускорении u''_0 .

ложенный Benioff'ом. [7]. Сущность этого метода заключается в следующем.

Положим, что мы имеем систему сейсмографов с различными частотами свободных колебаний в пределах от частоты самой низкой для сооружений до предельно высокой. При землетрясении каждый из приборов даст определенную сейсмограмму. Зафиксируем на каждой сейсмограмме величину максимального отклонения y и построим график зависимости их от частоты свободных колебаний сейсмографов ν_0 . В результате получим, для спектра, функцию*

$$y = \psi(\nu_0).$$

Benioff предлагает принять за меру сейсмического воздействия на сооружение интеграл

$$S = \int_a^b y d\nu_0, \quad (8)$$

при чем пределы a и b , совпадающие с наименьшим и наибольшим частотами свободных колебаний сооружения, должны быть определены опытным путем. В основе построения этой теории лежит безусловно ценная идея, получившая однако, в процессе разработки мало-обоснованный результат в виде (8). Обстоятельство это, повидимому, учитывалось и автором, предлагавшим пользоваться величиной S для анализа влияния определенного сейсмического толчка для города стандартного типа, состоящего из стандартных зданий простой конструкции. И это вполне естественно, если учесть, что могут существовать два совершенно различных сооружения, но с одинаковыми $\nu_{\min} = a$ и $\nu_{\max} = b$, ведущих себя различно при одном и том же S .

Но все-же не подлежит сомнению, что спектральная кривая $y = \psi(\nu_0)$ должна довольно хорошо описать исследуемое землетрясение и привести к более четкому представлению о природе его воздействия на сооружение. Этой цели, как известно, подчинен и анализатор сейсмических колебаний Suyehiro [4].

Мы здесь попытаемся заново решить проблему, поставленную Benioff'ом и показать, что действительно система сейсмографов с различными частотами свободных колебаний даст возможность эффективного решения проблемы сейсмостойкости. Положим, что в сейсмически опасной местности установлено достаточное количество сейсмографов с различными периодами свободных колебаний, охватывающими весь диапазон возможных периодов свободных колебаний вблизи расположенных сооружений. Требуется, по записям этих сейсмографов, определить элементы деформаций в сооружениях. Поставим дополнительным условием, идущим в запас, что относительные силы демпфирования в этих сейсмографах предельно малы, во всяком случае не превышают соответствующих сил, действующих в

* Здесь нами сохранены обозначения Benioff'a.

сооружениях. Пусть фундаментальные функции сооружения $\varphi_i(x, y, z)$ и соответствующие им круговые частоты свободных колебаний k_i известны. Колебания же сооружения следуют уравнениям (6). Положим теперь, что в нашем распоряжении имеется ряд сейсмографов, частоты свободных колебаний которых также равны k_i .

Уравнения колебаний этих сейсмографов, без учета сил демпфирования, при том же землетрясении, запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_1'' + k_1^2 u_1 &= -\beta_1 y_0''; \\ u_2'' + k_2^2 u_2 &= -\beta_2 y_0''; \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ u_i'' + k_i^2 u_i &= -\beta_i y_0''; \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \end{aligned} \right\} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (9)$$

где u_i —координаты перемещений сейсмографов, а β_i —некоторые постоянные. Они оба зависят от конструкции прибора. Сравнивая уравнения колебания сооружения (6), с уравнениями колебаний системы сейсмографов (9), видим, что численное значение главной координаты q_i сооружения должно быть равно:

$$q_i(t) = u_i(t) \frac{\alpha_i}{\beta_i} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (10)$$

Таким образом, не трудно находить элементы смещения сооружения, если известны соответствующие смещения сейсмографов, при том же землетрясении. Смещение сооружения в целом, согласно (1), примет вид:

$$D = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\alpha_i}{\beta_i} u_i(t) \varphi_i \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (11)$$

Ясно, что выражение (11) включает в себе как вынужденные, так и свободные колебания. Получив (11), можем вычислить напряженное состояние рассматриваемого сооружения в любой момент времени.*

Мы до сих пор исходили из условия, что периоды свободных колебаний сейсмографов совпадают с периодами колебания сооружения. При установке достаточно большого количества сейсмографов, с различными периодами свободных колебаний, это ограничение отпадает, т. к. появляется возможность в интерполяции между их показаниями.

Конструктивное устройство сейсмографов, предназначенных для этой цели, как представляется нам, должно быть аналогично анализатору сейсмических колебаний, предложенного Suyehiro. Анали-

* По существу мы осуществили инструментальное решение системы дифференциальных уравнений (6), к которым приводит проблема теории сейсмостойкости.

затор этот состоит из серии маятников различных периодов, снабженных глушителями, для гашения свободных колебаний, и записывающих свои колебания при землетрясении, на одном общем регистрирном барабане. Прибор этот предназначен для установления преобладающих периодов свободных колебаний местности при землетрясении. Если удалить демпферное устройство или относительные силы демпфирования принять такими же как и для сооружения, и осуществить несколько более точную запись колебаний маятника, анализатор этот может быть приспособлен для нашей цели.

Рассмотренная схема анализа поведения сооружения при землетрясении может быть полезна для исследовательских целей, но не для практических надобностей. Наиболее неудобным моментом изложенного приема является следующее. Из выражений (10) и (11) следует, что максимальные значения $u_i(t)$ не совпадают во времени. Чтобы оценить работу сооружения при действии максимальных сил, необходимо улавливать из сейсмограмм отдельные значения u_i и искать соответствующие им максимальные деформации сооружения. При сооружении, схема которого приближается к упругой системе с одной степенью свободы, затруднение это отпадает. В таком случае выражение (11) принимает вид:

$$D = \frac{\alpha_1}{\beta_1} u_1(t) \varphi_1. \quad (12)$$

Мы видим, что максимальное смещение D совпадает во времени с максимальным смещением сейсмографа u_1 .

Введя обозначения:

$$\begin{aligned} D_{i \max}^i &= \bar{f}_1, \\ u_{1 \max}^i &= F_1, \end{aligned}$$

получим

$$\bar{f}_1 = \frac{\alpha_1 F_1}{\beta_1} \varphi_1 \quad (13)$$

В выражении (13) время отсутствует.

Для сооружения же, схема которого приводится к упругой системе с несколькими степенями свободы, нет такого простого соотношения. Мы предлагаем пойти на следующее упрощение. Оценка сейсмических сил, ввиду возможного различия закона их проявления в разные периоды времени, осуществима лишь приближенно. Откажемся, поэтому, от задачи отыскания максимальных напряжений в данной точке сооружения, что зависит от невыгоднейших сочетаний главных координат. Невыгоднейшая суперпозиция этих членов различна для различных точек сооружения и определение их встречает известные трудности. Мы предлагаем остановиться, если так можно выразиться, на средне-невыгоднейших комбинациях φ_i , которые в

среднем давали бы наибольшие напряжения для всего сооружения в целом. Для этого пойдем на следующее упрощение, идущее в целом в запас. Именно, предположим, что все максимумы смещений сейсмографов

$$F_i = u_i|_{\max} \quad \dots \quad (14)$$

имеют место в один и тот же момент времени и один и тот же знак. Тогда и смещения элементов сооружения, в среднем, будут иметь один и тот же знак. Нам кажется, что такое упрощение не должно давать результатов, сильно отклоняющихся от действительности. Основанием этому являются следующие соображения. Установлено, что землетрясение наиболее разрушительно в первые моменты его возникновения [4,8]. Отсюда следует, что отдельные максимальные значения q_i не слишком рассеяны во времени, и могут быть приблизительно совмещены в одну точку. Далее, колебание q_i , в силу нерегулярности колебания почвы, имеет преобладающую частоту, приближающуюся к частоте k_i . Стало быть, в силу обычно резкого различия между частотами k_1, k_2, \dots , возможно одновременное достижение максимумов q_i , имеющих один и тот же знак, что совпадает с принятым нами допущением.* Наконец, обычно имеет место преобладание первой формы колебаний, отвечающей члену $q_1\varphi_1$, на долю которого и приходится значительная часть сейсмических сил инерции. На этом основан даже приближенный прием определения инерционных сил, действующих в сооружении, по методу Релея [11]. Поэтому, приурочивая максимальные значения $q_i\varphi_i$, при $i \neq 1$, к максимуму $q_1\varphi_1$, мы, как правило, не допустим большой погрешности. Если обозначить через f_i максимальное смещение сооружения, отвечающее фундаментальной функции φ_i , то согласно (11) суммарное максимальное смещение сооружения f , должно быть равно:

$$D|_{\max} = f = \sum f_i = \sum \frac{\alpha_i F_i}{\beta_i} \varphi_i(x, y, z). \quad (15)$$

Введя обозначение

$$\psi_i = \frac{F_i}{\beta_i}, \quad \dots \quad (16)$$

выражение (15) перепишем в виде

$$f = \sum \alpha_i \psi_i \varphi_i. \quad \dots \quad (17)$$

Величины ψ_i вычисляются на основании максимального смещения сейсмографа, частота которого k_i , а постоянная α_i , т. е. являются определенными для данного землетрясения. Вычислив все значения ψ_i , доставленных серий сейсмографов, построим следующий график.

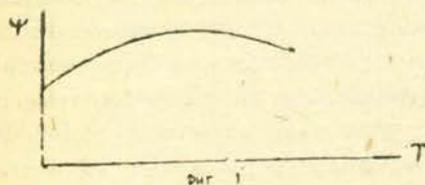
* См. об этом также [9,10]

Вдоль оси абсцисс отложим периоды свободных колебаний сейсмографов

$$T_i = \frac{2\pi}{k_i} \quad (18)$$

а вдоль оси ординат величины ψ_i .

Соединив полученные значения ординат, получим кривую зависимости $\psi(T)$ (см. фиг. 1).



Имея серию таких кривых, доставленных различными землетрясениями, можно построить объемлющую кривую $\psi(T)$, которая должна быть положена в основание расчета сооружений на сейсмостойкость. Самый расчет производится следующим образом.

Определяются фундаментальные функции $\varphi_i(x, y, z)$ сооружения и соответствующие значения α_i , k_i и T_i . Тогда на основании (17) нетрудно определить максимальное смещение \bar{i} найдя предварительно необходимые значения ψ_i из графика, представленного на фиг. 1. Зная смещение \bar{i} , выраженное в виде разложения в ряд по фундаментальным функциям $\varphi_i(x, y, z)$, можем вычислить действующие в сооружении усилия. Из формулы (17) следует, что значение \bar{i} максимально, т. е. для наиболее напряженных участков сооружения напряжения определяются с запасом, а для других, менее напряженных участков, может быть, достаточного запаса нет. В этом можно убедиться, если учесть, что некоторые коэффициенты ψ_i могли бы на самом деле иметь, в противоположность принятому допущению, различные знаки, что привело бы к некоторым местным максимальным напряжениям по высоте сооружения.*

Данные, доставленные сейсмографами, могли бы быть обработанными и по иному методу, который должен представлять большее удобство. С этой целью приведем понятие о приведенном сейсмическом ускорении. Оно может быть получено непосредственно из предыдущих рассуждений, но для наглядности, приведем другую интерпретацию. Предположим на один момент, что сейсмическое ускорение $[y_0'']_{cm}$ меняется медленно или что эквивалентно, жесткость сооружения, характеризуемая частотой k_i достаточно велика. Тогда согласно уравнений (6), ускорением q_i'' можно пренебречь в сравнении с $k_i^2 q_i$. В результате найдем значение обобщенной координаты $[q_i]_{cm}$, при статическом действии сейсмического ускорения $[y_0'']_{cm}$.

$$[q_i]_{cm} = \frac{\alpha_i [y_0'']_{cm}}{k_i} \quad (19)$$

* См. об этом также [10].

с другой стороны, действительное (динамическое) смещение равно:

$$q_i = -\frac{\alpha_i y_0''}{k_i^2} - \frac{q_i''}{k_i^2} \quad (20)$$

Ускорение $[y_0'']_{cm}$ эквивалентно ускорению y_0'' , если вызываемые ими смещения в сооружении равны между собой, или, что то же, равны между собой напряженные состояния системы в обоих случаях. Стало быть для выполнения условия эквивалентности должно быть:

$$[q_i]_{cm} = q_i$$

Отсюда эквивалентное, статически действующее ускорение равно:

$$[y_0'']_{cm} = y_0'' + \frac{q_i''}{\alpha_i} \quad (21)$$

Для различных фундаментальных функций сооружения, приведенные ускорения, в предположении их статического действия, различны. Если такое же вычисление приведенного ускорения осуществить и по показаниям сейсмографа с той же частотой свободных колебаний, получим (см.(9)):

$$[y_0'']_{cm} = y_0'' + \frac{u_i''}{\beta_i} \quad (22)$$

$$\text{Но, как следует из (10)} \quad \frac{q_i''}{\alpha_i} = \frac{u_i''}{\beta_i}$$

Стало быть $[y_0'']_{cm} = [y_0'']_{cm}$.

К этому же результату придем, если рассмотрим смещение сейсмографа при статическом ускорении

$$[u^i]_{cm} = -\frac{\beta^i [y_0'']_{cm}}{k_i^2}$$

и примем во внимание (10).

Итак, приведенное ускорение $[y_0'']_{cm}$ является величиной, постоянной для всех упругих систем, имеющих одну и ту же частоту свободных колебаний.

Если по показаниям системы сейсмографов, частоты свободных колебаний которых различны, определим приведенные ускорения, то они могут быть рассматриваемы как статически действующие и для других упругих систем, при условии совпадения частот свободных колебаний с соответствующими частотами сейсмографов. Это же справедливо и для одной системы со многими степенями свободы, поскольку, согласно (6), оно может быть представлено, как совокупность упругих систем, каждая из которых имеет лишь одну степень свободы, с характеристиками k_i и β_i . Введение понятия о приведенном ускорении, действие которого расценивается как статическое,

облегчает анализ действия сейсмических сил в сооружении. Определив по сейсмограммам смещения u_i , найдем по ним приведенные ускорения по формуле

$$[y_0'']_{cm}^i = - \frac{u_i k_i^2}{\beta_i} \quad (23)$$

По этим ускорениям, в предположении их статического действия, находятся смещения и напряжения в сооружении при условии, что период свободного колебания его совпадает с периодом свободного колебания сейсмографа.

Смещение сооружения при одной степени свободы или смещение, отвечающее фундаментальной функции $\varphi_i(x_1, y_1, z)$, определится по приведенному ускорению $[y_0'']_{cm}$ по формуле (19). Полное смещение сооружения, если оно имеет несколько степеней свободы, запишется так:

$$D = \sum q_i \varphi_i = - \sum \frac{\alpha_i [y_0'']_{cm}^i \varphi_i}{k_i^2} \quad (24)$$

Таким образом, на основании сейсмограмм определяются приведенные ускорения. Смещения подсчитываются в предположении статического действия приведенных ускорений, согласно формулы (24).

Будем теперь исходить из того же допущения, что все максимальные смещения имеют место в один и тот же момент. В этом случае имеем:

$$f = - \sum \frac{\alpha_i \tau_i}{k_i^2} \varphi_i, \quad (25)$$

где

$$\tau_i = \max [y_0'']_{cm}^i \quad (26)$$

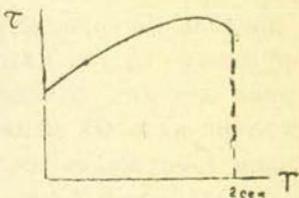
Сравнивая (17) и (25) находим, что

$$\psi_i = \frac{\tau_i}{k_i^2} \quad (27)$$

Поскольку нас интересуют максимальные значения приведенных сейсмических ускорений τ_i , отвечающие частоте свободных колебаний k_i , то необязательно прибегать к записям во времени, доставляемым сейсмографами; достаточно фиксировать лишь их максимальные смещения. Это позволяет внести существенное упрощение в конструкции сейсмографа, отказавшись от регистрирующего барабана. Этим сейсмограф заменяется сейсмометром (измерителем амплитуды сейсмических колебаний) позволяющим с достаточной точностью регистрировать смещение пера.

Получив, в результате землетрясения, максимальные смещения маятников, не трудно, на основании (25) вычислить максимальные приведенные ускорения в предположении, что сейсмические силы действуют статически. Отложив вдоль оси абсцисс периоды свобод-

ных колебаний маятников, а вдоль оси ординат соответствующие значения вычисленных максимальных приведенных ускорений τ_i , можем вычертить кривую зависимости $\tau(T)$ (фиг. 2.). Период колебаний сооружений обычно меняется в пределах 0—2 сек. Поэтому периоды свободных колебаний сейсмометров должны меняться также в этих пределах. График этот дает возможность, при данном землетрясении, установить расчетные величины ускорений почвы, в зависимости от периода колебаний сооружений. Особенно важно, что полученный график позволяет одновременно разрешить давно наболевший вопрос о сейсмических шкалах. Недостатки существующих сейсмических шкал общеизвестны [12]. В настоящее время преимущественно пользуются шкалой Меркалли-Канкани. Для трех наиболее интересных для инженеров баллов—VII, VIII и IX, приводятся описания повреждений сооружений и устанавливаются максимальные сейсмические ускорения, соответственно равные 250, 500 и 1000 *м.м*—сек². Известно также, что величины этих ускорений весьма условны. Помимо того, как это следует из уравнений (6), имеет значение не только максимальное ускорение, но и закон его изменения во времени. В зависимости от этого и от упругих свойств сооружения, в последнем возникают инерционные силы, величины которых не могут быть определены только на основании максимального сейсмического ускорения. Нужно еще иметь в виду свободные колебания, возникающие в сооружении, обусловленные начальными условиями колебания почвы. Эффект этих факторов может быть весьма велик, существенным образом влияя на величины инерционных сил в сооружении. Все эти факторы не учитываются шкалой Меркалли-Канкани, дающей лишь максимальные сейсмические ускорения и то—определенные весьма условно. Предлагаемый метод обходит все эти затруднения. Максимальные приведенные сейсмические ускорения автоматически учитывают и максимальное ускорение и закон изменения ускорения во времени, а стало быть и свободные колебания сооружения, в зависимости от упругих свойств последних. Удобство этого метода заключается также в том, что максимальная амплитуда i_1 , отвечающая фундаментальной функции φ_1 , вычисляется в предположении статического действия приведенного ускорения. Получив систему графиков $\tau(\tau)$ от различных землетрясений в данной местности, в течение длительных наблюдений, можно построить окончательную кривую приведенных максимальных ускорений. Мы полагаем, что кривые эти, по своей форме, не должны сильно различаться между собой. Основанием для этого предположения является то, что каждая местность, повидимому, имеет определенный преобладающий период свободных колебаний почвы. Ясно, что это



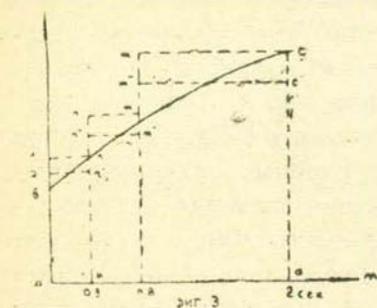
фиг. 2

обстоятельство должно сообщить также устойчивость и форме кривой приведенных ускорений.*

Для практического пользования описанным выше графиком при определении инерционных сил в сооружении, надо знать фундаментальные функции $\varphi_i(x, y, z)$ и коэффициенты α_i . Задача эта в общем случае, представляет значительные трудности. Мы можем ее довести до предельной простоты, если предпримем следующее: разобьем сооружения на три класса: жесткие, средне-гибкие и гибкие. К категории жестких отнесем сооружения, период основных свободных колебаний которых меняется в пределах 0—0,3 сек; средне-гибкими назовем сооружения, если период их свободных колебаний меняется в пределах 0,3—0,8 сек, и наконец, к гибким отнесем сооружения, имеющие период колебаний свыше 0,8 сек. Преобразуем график для приведенных ускорений $\tau(T)$ следующим образом:

Зависимость τ от периода колебаний на фиг. 3 изображена сплошной линией.

Площадь, ограниченную криволинейной трапецией $abcd$, разобьем на три участка, соответствующие жестким, средне-гибким и гибким сооружениям. В пределах каждого участка примем постоянное ускорение. Оно может быть получено из условия, чтобы в пределах каждого участка имело максимальное значение; тогда приведенное ускорение очертится ступенчатой линией $aa''pp'm'm''c$. Ясно, что расчет сооружений на сейсмостойкость при таком приближенном представлении приведенного ускорения будет производиться с запасом. Возможен и другой путь. В пределах каждого участка принимается осредненное приведенное ускорение таким образом, чтобы, например, площади $abpk$ и $aa''p''k$ и, т. д., были равны между собой. Тогда мы получим ступенчатую линию $aa''p''p'''m'''m''''c'$.



фиг. 3

Расчет сооружений в этом случае, при некоторых периодах свободных колебаний, будет производиться в запас, при других же с недостатком запаса, в среднем же—без запаса.

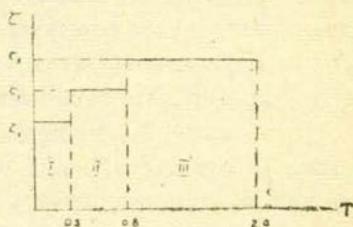
Трудно заранее установить, какой из этих способов предпочтительнее, т. к. это зависит от вида зависимости $\tau(T)$. Мы полагаем, что последний способ—т.е. установление осредненных приведенных

* Вот были получены кривые приведенных ускорений на основе записи механического анализатора по акселерограммам землетрясений. Поскольку акселерограф обладал периодом свободных колебаний 0,15 сек, то кривая приведенных ускорений, в особенности для высоких частот, должна быть весьма груба. Кроме того, неизвестно как автор предполагает использовать в практически приемлемой форме полученные результаты для расчета сооружений. [15].

ускорений предпочтительнее, если τ показывает сильные колебания в пределах каждого участка. Надо также отметить, что деление сооружений на 3 класса, с указанными выше интервалами периодов их колебаний, нами принято условно. Самый вид функции $\tau(T)$ может подсказать наиболее подходящий способ разбиения сооружений на классы. Повидимому, это будет зависеть и от рода местности, поскольку ей свойственен определенный период колебания почвы при землетрясениях. Не исключена возможность, если $\tau(T)$ мало меняется в среднем с ростом T , что достаточным окажется разбиение сооружений на два класса (жесткие и гибкие) всего с двумя осредненными приведенными ускорениями или даже на протяжении всей области изменения периода свободных колебаний, установить лишь одно значение приведенного ускорения. В последнем случае разбиение сооружений на классы становится излишним.

Выясним теперь каким образом придется производить расчет сооружений на сейсмостойкость, при принятом ступенчатом изменении приведенного ускорения (фиг. 4).

Рассмотрим сначала случай жестких сооружений. Пусть период основных свободных колебаний T не превышает 0,3 сек. Тогда все остальные периоды обертонов будут менее 0,3 сек, т. е. периоды, соответствующие всем фундаментальным функциям сооружения, будут находиться в пределах первого участка графика. Приведенное сейсмическое ускорение будет постоянно для всех обертонов. Тогда максимальное смещение, согласно (25), примет вид:



фиг. 4

$$f = -\tau_1 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\alpha_i \varphi_i}{k_i^2} \dots \dots \dots (28)$$

Выражение (28) представляет собой прогиб сооружения от статического действия приведенного ускорения, изображенного в виде разложения в ряд по фундаментальным функциям.*

Отсюда следует, что если какой-либо элемент сооружения весит Q , то расчетная сила инерции, действующая на этот элемент и приложенная к центру ее тяжести, равна по абсолютной величине

$$P = \frac{\tau_1}{g} Q \dots \dots \dots (29)$$

Формула эта, по своему внешнему виду, совпадает с форму-

* Это можно непосредственно установить из (6) и (1), если принять, что при статическом действии ускорений $q_i \rightarrow 0$.

лой Омори, составленной в предположении статического приложения сейсмических сил. В принципе же она резко отличается от нее, т. к. приведенное ускорение учитывает всю динамику явления, в том числе и свободные колебания. Зная величины сил инерции, имеющих место в сооружении, не трудно, по правилам строительной механики, рассчитать сопротивление сооружения действию сейсмических сил.

Значительная ценность рассмотренного приема для жестких сооружений заключается в том, что фундаментальные функции совершенно выпадают из рассмотрения. Именно как раз для жестких сооружений, например для обычных зданий, вычисление их представляет почти непреодолимые трудности. Для того, чтобы рассчитать сооружение, по предлагаемому способу, достаточно примерно знать период его основных свободных колебаний с тем, чтобы убедиться, что он попадает в первую зону графика $\tau(T)$, показанного на фиг. 4. Перейдем теперь к установлению приема расчета среднегибких и гибких сооружений. К таким относятся, вообще говоря, сооружения башенного типа, весьма высокие здания и т. д. Как раз для этих сооружений, фундаментальные функции $\varphi_i(x)$ для первой или второй частот свободных колебаний уже могут быть вычислены, или определены из опыта. Пусть например период основных свободных колебаний сооружения более 0,8 сек., т. е. сооружение относится к классу гибких. Тогда соответствующее приведенное ускорение равно τ_3 , согласно фиг. 4; фундаментальная функция при этом φ_1 . Пусть второй период свободных колебаний попадает на второй участок (интервал 0,3—0,8 сек.): соответствующая фундаментальная функция φ_2 , приведенное ускорение τ_2 . Наконец, все остальные периоды свободных колебаний менее 0,3 сек., т. е. попадают в интервал менее 0,3 сек. при приведенном ускорении τ_1 .

Обращаясь тогда к формуле (25) запишем:

$$\ddot{f} = -\frac{\alpha_1 \varphi_1}{k_1^2} \tau_3 - \frac{\alpha_2 \varphi_2}{k_2^2} \tau_2 - \tau_1 \sum_{i=3}^{\infty} \frac{\alpha_i \varphi_i}{k_i^2} \quad (30)$$

или

$$\ddot{f} = -\tau_1 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\alpha_i \varphi_i}{k_i^2} - (\tau_3 - \tau_1) \frac{\alpha_1 \varphi_1}{k_1^2} - (\tau_2 - \tau_1) \frac{\alpha_2 \varphi_2}{k_2^2} \quad (30)$$

Первый член этого выражения представляет собой по-прежнему статический прогиб сооружения, под действием приведенного ускорения τ_1 . Усилия в сооружении, отвечающие первому члену, могут быть опять таки непосредственно определены согласно формуле (29). Усилия, соответствующие второму и третьему члену выражения (30), также определены, раз известны фундаментальные функции φ_1 и φ_2 . Нам представляется, что во многих случаях достаточно будет ограничиться лишь одной фундаментальной функцией φ_1 ; тогда тре-

тий член выражения (30) отпадает. В этом случае расчеты можно значительно упростить, пользуясь каким-либо приближенным приемом определения частот свободных колебаний, например по методу Релея. Тогда взамен фундаментальной функции φ_1 , примем функцию, изображающую изогнутую ось сооружения, использованную при вычислении частот основных свободных колебаний.

До сих пор нами рассматривались колебания сооружений без учета сил трения. Пренебрежение последними идет в запас. В случае, если мы хотим учесть также и силы трения, то все предыдущие построения сохраняют свою силу, при обычно принятом допущении, что сопротивление пропорционально первой степени скорости. В этом можно убедиться, сравнивая динамические уравнения:

$$q_i'' + 2n_i q_i' + k_i^2 q_i = -\alpha_i y_0''$$

$$u_i'' + 2n_i u_i' + k_i^2 u_i = -\beta_i y_0''$$

соответственно для i -ой фундаментальной функции сооружения и для сейсмографа той же частоты и с той же относительной силой затухания $2n_i$.^{*} Таковы, в основном, черты предлагаемого нами метода исследования воздействия сейсмических сил на сооружения.

В антисейсмической литературе постоянно выдвигаются соображения о возможных преимуществах строительства жестких или гибких сооружений.^{**} По вполне естественным причинам мнения об этом разделяются. Одни авторы являются сторонниками жестких сооружений, другие же сторонниками гибких.

Кривая зависимость приведенных ускорений $\tau(T)$ позволит четко решить этот вопрос применительно к данной местности. Ясно, что в общем выгодно сооружение с таким периодом колебаний $T = T_1$, при котором $\tau(T_1)$ принимает наименьшее значение. Таким образом сама структура кривой $\tau(T)$, будет подсказывать, какую конструкцию следует принять для обеспечения сейсмостойкости сооружению при наименьших затратах.

Для возможности использования предлагаемой здесь идеи должна быть осуществлена большая комплексная работа сейсмолога, геолога и инженера по проектированию и размещению аппаратуры, а также по обработке их показаний.

^{*} Конечно, здесь принято упрощающее допущение о независимости относительных сил затухания от колебаний, отвечающих другим фундаментальным функциям.

^{**} См. например (13, 14).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. С. П. Тимошенко—Теория колебаний в инженерном деле. 1932 Москва
2. Н. А. Крылов—О некоторых дифференц. уравнениях математич. физики
Изд. АН СССР, 1933, Ленинград.
3. Голицын—Лекции по сейсмометрии.
4. К. Suyehiro—Engineering Seismology, Proc. Am. Soc. Civ. Eng., vol. 58, 1932
5. А. Г. Назаров—Сейсмические „толчки“ и „удары“ и их действие на соору-
жения. Тр. Бюро антисейсмич. стр-ва Груз. ССР. 1946.
6. T. Terada—On the Nature of Destructive Earthquakes, Bull. Earthq. Res
Inst., vol. VIII, March, № 1, 1920.
7. H. Beinhoff—The physical evaluation of Seismic Destructiveness, Bull. of
the Seism. Soc. of America, vol. 24, 4, 1934.
8. P. Briske—Die Erdbebensicherheit von Bauwerken. (Русск. перевод—М. Д.
Зворыкина, Гостехиздат, 1928).
9. К. С. Завриев—Динамич. теория сейсмостойкости. 1937, Тбилиси.
10. А. Г. Назаров—Вынужденные колебания стоек при сейсмич. явлениях, Тр.
Зак. Ин-та Сооруж., вып. III, 1931, Тифлис.
11. А. Г. Назаров—Расчет сооруж. башенного типа с учетом упругости осно-
вания. ТНИС, вып. XXVIII, 1937, Тбилиси.
12. В. А. Быховский—О сейсмич. шкалах. Тр. Сейсмич. Ин-та, № 33, 1936,
Москва-Ленинград.
13. R. R. Martel—The Effects of Earthquakes on Buildings with a Flexible First
Story, Bull. of the Seism. Soc. of America, vol. 19. IX, 3, 1929.
14. K. Mashima—On Earthquake and Building Construction, Proc. of World
Eng. Congr., Vol. VIII, 1929, Tokyo.
15. M. A. Biot—A Mechanical Analyzer for the Prediction of Earthquake Stresses
Bull. of the Seism. Soc. of America, Vol. 31, 2, April, 1941.

Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ

ՀՍՍՒ ԳԱԹ, ԹԳԹԱԿԻԳ-ՆՆՂԱԺ

ՍԵՅՍՄԻԿ ՈՒԺԵՐԻ ԻՆՍՏՐՈՒՄԵՆՏԱԼ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐԻ
ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՀԱՄԱՐ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Քանի ղեռ սեւալ պատկերացում չկա երկրաշարժի ժամանակ ղեռնի
տատանումների օրենքի մասին, սեյսմակայունության տեսություն ստեղ-
ծելու փորձերը պայմանական են: Այդ պատճառով մենք ստիպված ենք
որոնել խնդրի լուծման այլ ուղիներ: Այս տեսության հիմքում մենք դնում
ենք հետևյալ նկատառումները: Կառուցվածքների տատանումները երկրա-
շարժի ժամանակ ենթարկվում են (7) հավասարումներին, որտեղ

q_1 -ն նորմալ կոորդինատներ են,

k_1 -ն շրջանային հաճախականության համապատասխան դորժակից-
ներն են,

$y_0(t)$ —գետնի արագացումն է երկրաշարժի ժամանակ,

α_1 -ն որոշ հաստատուն մեծություններ են՝ պայմանավորված կառույց-
վածքի առաձգական հատկություններով:

Նույն k_1 հաճախականությամբ և α_1 ընդհանրացված կոորդինատներով
սեյսմոգրաֆների սխեմերը նույն երկրաշարժի ժամանակ ենթարկվում է
(9) օրենքին, որտեղից հետևում է (10) հարաբերությունը: Կնշանակի կա-

ուղղվածքի դեֆորմացիան վիճակը (1) և (10)-ի հիման վրա կընդունի (11) տեսքը:

Գործնականորեն վերջինից չի կարելի օգտվել կառուցվածքի զինամիկ վիճակը բնութագրելու համար, քանի որ նրա յուրաքանչյուր կետի համար ժամանակի տարրեր մոմենտներում տեղի կունենա մաքսիմալ լարվածություն:

Մենք առաջարկում ենք կանգ առնել, եթե կարելի է այսպես արտահայտվել, Q_i -ի միջին անձեռնտու կոմբինացիաների վրա, որոնք միջին հաշվով կտային առավելագույն լարվածությունները որչ կառուցվածքի համար ամբողջությամբ: Այդ նպատակով առաջարկում ենք կատարել հետևյալ պարզացումը, որը, ընդհանուր առմամբ, գնում է հօգուտ ամբողջյան պաշարի. ենթադրենք որ սեյսմոգրաֆների տեղաշարժների բոլոր մաքսիմումները (տես (14)) տեղի են ունենում միաժամանակ և ունեն միևնույն նշանը: Այդ դեպքում կառուցվածքների էլեմենտների տեղաշարժերն էլ միջին հաշվով, կունենան միևնույն նշանը: Սեյսմոգրաֆների մաքսիմալ տեղաշարժներով կարելի է որոշել ստատիկորեն կիրառված այն արագացումները, որոնք տալիս են նույն տեղաշարժը: Այդ արագացումները պայմանավորվենք անվանել «բերված արագացումներ», զրանք որոշվում են (23)-ի, (25)-ի և (26)-ի հիման վրա:

Գծանկար 2-ից գործնականորեն օգտվելու համար պետք է զիտենալ $\varphi(x, y, z)$ ֆունկցիաներում ֆունկցիաները և α_i գործակիցները: Այդ խնդիրը, ընդհանուր դեպքում զգալի դժվարություն է ներկայացնում: Մենք կարող ենք այն հասցնել սահմանային պարզություն, եթե գծանկարը փոխարինենք աստիճանաձև դժով, ինչպես ցույց է տրված գծանկարներ 3-ի և 4-ի վրա, որ համապատասխանում է կոշտ, միջակ-ձկուն և ճկուն կառուցվածքներին: Այդ դեպքում կոշտ կառուցվածքների համար մենք կունենանք դարձյալ Օմորիի ստատիկական բանաձևը (28, 29) — այն տարբերությամբ, որ «բերված արագացումը» հաշվի է առնում երևույթի զինամիկայի ամբողջ բարդությունը: Աշտարակային տիպի կառուցվածքների համար կստանանք (30') կամ (30) բանաձևերը, որը նույնպես առանձին բարդություն չի ներկայացնում, քանի որ առաջին և երկրորդ հաճախականություններին համապատասխանող դեֆորմացիաները համեմատաբար հեշտ են որոշվում: Պարզ է, որ կառուցվածքների բաժանումը երեք կատեգորիաների — այստեղ նշված է պայմանական կերպով. նրանք իրենք նշանակելի չափով կախված են τ (T)-ի զրաֆիկից, որը որոշվում է զիտումների հիման վրա:

A. G. Nazarov

Correspondent-Member of Academy of Sciences of the Armenian SSR

Instrumental Determination of Seismic Forces for Structural Design

S u m m a r y

The difficulty of setting up a seismic resistance theory without a real knowledge about soil oscillations at earthquakes compels us to look for other ways to solve this problem. This theory is based by the author, on the following considerations.

The seismic oscillations of a structure are expressed by the equations (7)

where

q_i —normal coordinates,

K_i —the corresponding coefficient of circular frequencies,

$y_0''(t)$ —the seismic soil acceleration,

α_i some constants determined by the elastic properties of the structure.

The systems of seismographs with same frequencies „ K_i “ and the common coordinates „ U_i “ are subjected at a same earthquake to the law (9), hence follows the relation (10). Consequently the strained state of the structure on the basis of (1) (10) becomes (11).

Practically the latter cannot be used for the dynamic characteristic of the structure, as for every point of the latter a maximum stress will occur at different moments.

We suggest to take into consideration, if we may say, the „average disadvantage“ conditions „ q_i “ which in the average would give maximum stresses for the whole structure. Therefore we suggest to admit the following simplifications, which will on the whole go to the safe side. Let us suppose, that all maxima of seismograph displacements occur (14) at the same moment and have the same sign. In this case the element displacements of the structure will have in the average the same sign on the basis of maximum seismograph displacements we may determine the statically applied accelerations, giving the same displacement. Let us denominate such accelerations „Reduced accelerations“ (23), (25), (26).

For the practical use of the graphs fig. (2) we have to know the fundamental functions $\varphi_i(x,y,z)$ and the coefficients α_i . The problem presents in the general case considerable difficulties. We may reduce it to the utmost simplicity, if we substitute the graph by a stepped line, as it is shown on figs. 3 and 4, corresponding to rigid, mean-flexible and flexible structures. In this case we shall have again for rigid structures the statical formula of Omori (28,29) with the difference that the reduced acceleration accounts for the dynamic complication of the case. For tower-type structures we shall have the formulae (30¹) or (30), which also do not involve any special complications, as deformations corresponding to the first and second frequencies may be relatively easily determined. The classification of the structures into three categories are obviously indicated here conditionally, as they themselves depend to a high degree on the graph $\tau(T)$ determined on the basis of observations.

ТЕОРИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА

Г. С. Григорян

Экспериментальное исследование работы железобетонной статически-неопределимой системы в упругой и упруго-пластической областях*

Цель экспериментального исследования

Основываясь на данных экспериментальных исследований Гелера и Амоса (1), исследований ЦНИПС 1938 г. (2), и опытов Томаса 1939 г. (3), а также на данном проф. А. А. Гвоздевым доказательстве распорности кольцевых железобетонных плит, претерпевающих пластические деформации (4), можно было предполагать, что в изгибаемых элементах статически-неопределимых систем в стадии пластических деформаций, т. е. незадолго перед разрушением, должен быть довольно значительный распор, не учитываемый расчетом упругой системы. Можно было сказать также, что благодаря распорности имеет место значительное перераспределение усилий в железобетонных, статически-неопределимых системах. Никаких других указаний и данных о распорности железобетонных конструкций не было в литературе. Значительное увеличение несущей способности элементов, благодаря распорности (см., например, данные по испытаниям кольцевых плит ЦНИПС'а (2), или крестовин Томаса (3)) указывает на то, что с точки зрения экономии материалов и в первую очередь металла, проблема изучения распорности железобетона представляет большой интерес. Здесь и всюду в дальнейшем, если это специально не оговорено, речь идет не об обычном распоре, определяемом расчетом рамы как упругой системы, а о продольной силе, появляющейся в изгибаемых элементах железобетонных статически-неопределимых систем вследствие несовпадения нейтрального слоя изгибаемого элемента с геометрической осью еще до появления трещин в растянутой зоне бетона, и несовпадения центров пластических шарниров с геометрической осью изгибаемого элемента в стадии разрушения (5).

В первую очередь вопрос должен был быть, конечно, изучен экспериментально.

Перед экспериментальными работами стояли следующие задачи:

* Из кандидатской диссертации автора, выполненной в 1940—41 г. г. в ЦНИПС, под руководством проф. А. А. Гвоздева.

1. Установить непосредственным измерением, что в изгибаемом прямолинейном элементе железобетонной статически-неопределимой системы возникает распор.

2. Установить начало появления распора и закономерность его развития.

3. Изучить влияние распора на работу опытного образца под нагрузкой, во всех стадиях работы конструкции.

Было решено испытать один опытный образец (раму). Однако при испытании опытного образца, несущая способность его была исчерпана вследствие разрушения ригеля, а стойки остались целыми. Это позволило вырезать разрушенный ригель, забетонировать на его месте новый ригель с бетоном более высокой марки и раму испытать снова. Так возникли „рама № 1“ и „рама № 2“; таким образом, стойки у рам № 1 и № 2 были одни и те же, ригели разные.

Выбор схемы и назначение генеральных размеров опытного образца

Схема опытного образца показана на рис. 1. Опытный образец представлял собой основной конструктивный элемент, из которого состоят многоярусные многопролетные рамы каркасных зданий.

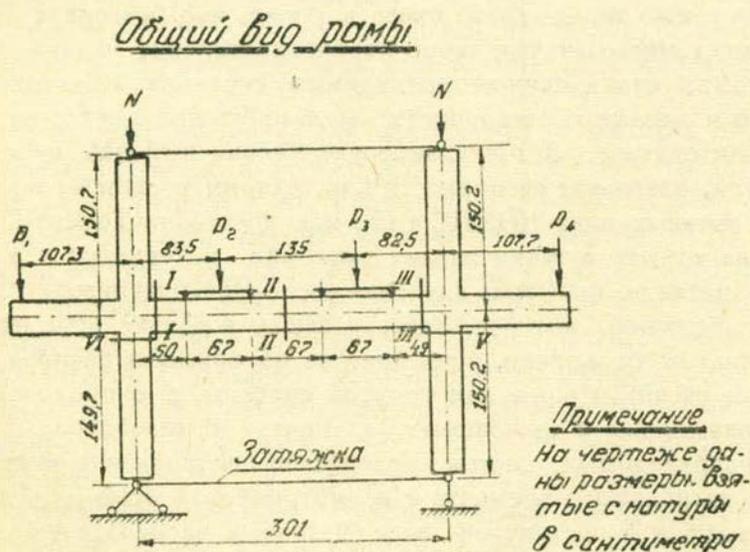


Рис. 1.

Условия работы ригеля опытного образца, благодаря монолитной связи со стойками, были достаточно близки к условиям, в которых находится изгибаемый элемент в железобетонных рамах каркасных зданий. Концы стоек были связаны между собой металлическими затяжками.

На рис. 2 показан общий вид опытной рамы.

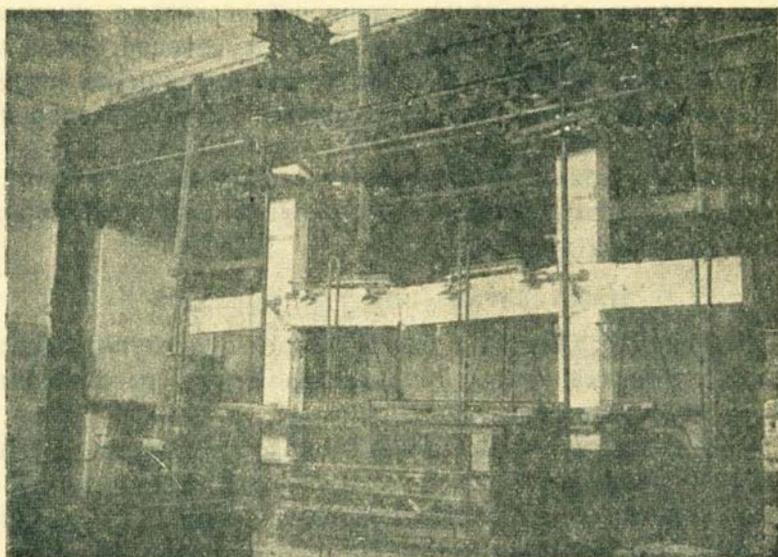


Рис. 2.

Размеры опытного образца были назначены из следующих соображений. Была взята нормальная железобетонная рама каркасного промышленного сооружения с пролетами 6 м, высотой этажей 3,4 м и расстоянием между рамами 6 м, рассчитанная под постоянную нагрузку (собственный вес рамы, и вес перекрытия) $q=2500$ кг/пог м и полезную нагрузку $p=2400$ кг/пог. м.* Для облегчения экспериментов было решено испытывать модель такой рамы в масштабе 1: 2 н. в. Таким образом, получились следующие размеры: сечение ригеля 18×30 см, пролет 300 см, сечение стоек 18×18 см, полная высота стоек (соответствующая высоте двух этажей) 340 см. После этого размеры стоек были еще несколько изменены по следующим соображениям.** Естественно было бы считать, что появление распора и процесс его роста зависят в первую очередь от податливости (в горизонтальном направлении) опор ригеля, т. е. от того, в какой степени будут стойки сопротивляться прогибам (в горизонтальном направлении). Поэтому, желая приблизить условия работы ригеля опытного образца, стойки которого имеют шарниры на концах, к условиям работы действительной рамы (в смысле горизонтальной податливости стоек), стойки которой можно считать заделанными на концах, следует размеры стоек опытного образца назначить из усло-

* Так как такого рода испытания проводились впервые и отсутствовали какие-либо экспериментальные данные, то в стараниях приблизить условия работы ригеля опытного образца к условиям работы ригеля действительной рамы, приходилось действовать ощупью, руководствуясь чисто теоретическими соображениями.

** Стойки были рассчитаны на вертикальную нагрузку от двух этажей.

вия одинаковых (со стойками действительной рамы) прогибов от сосредоточенной горизонтальной силы приложенной в середине высоты. Таким образом, длину стоек пришлось несколько уменьшить и окончательные размеры стоек были приняты: сечение 18×32 см, высота 300 см. Длина консолей была назначена с таким расчетом, чтобы под действием собственного веса ригеля упругий распор в раме равнялся нулю.

Считаем необходимым обратить внимание на то, что по обычному расчету опытного образца как упругой системы, нормальная сила в ригеле равна нулю.

Изготовление опытных образцов

а) *Бетон.* Для рамы № 1 был применен пуццолановый портландский цемент активностью 200 кг/см^2 , и для ригеля рамы № 2 портландский, активностью 400 кг/см^2 .

Гравий—из карьеров местечка Тучково (под Можайском).

Песок—речной (из Москва-реки) со ст. Шелепиха.

Гранулометрический состав инертных—нормальный (в пределах кривой Абрамса).

Бетон изготовлялся вручную, в металлическом корыте; укладывался при помощи штыкового электро-вibratorа.

Среднее временное сопротивление бетона контрольных кубиков рамы № 1; $R=126 \text{ кг/см}^2$. Ригеля рамы № 2; $R=300 \text{ кг/см}^2$.

б) *Арматура.* Арматура для рамы была из обычного торгового железа: для стоек $\varnothing 16$ мм, для ригеля $\varnothing 9,7$ мм. Хомуты как в стойках, так и в ригеле $\varnothing 6$ мм.

Рабочая арматура для ригеля была изготовлена из катанки $\varnothing 9,7$ мм. Армирование опытных образцов см. рис. 3. В середине пролета ригеля и на опорах была одинаковая рабочая арматура—по 4 $\varnothing 9,7$ мм в растянутой зоне и 2 $\varnothing 9,7$ мм в сжатой зоне. Арматура стоек: 6 $\varnothing 16$ мм.

Железо, предназначенное для рабочей арматуры ригеля рамы, было вытянуто при помощи ручной лебедки силой 2650 кг. Этим был создан наклеп в арматуре с целью приблизить диаграмму растяжения к диаграмме идеально пластического тела, для более четкого получения пластических шарниров.

Учитывая, что предел текучести предварительно вытянутой арматуры с течением времени меняется (Герм. бетон. союз, (6) стр. 98; более подробно этот вопрос исследован Кострицем), из наиболее напряженной растянутой зоны арматуры ригеля были выразаны образцы и испытаны на разрыв в дни испытания рамы.

Одновременно были испытаны образцы из арматурного железа, заготовленные при предварительной вытяжке арматуры. Испытания показали примерно одинаковые результаты. Среднее усилие в одном стержне при пределе текучести равнялось 3160 кг (по данным испытания 18 образцов). Из арматуры рамы № 2 было испытано шесть

приварив наглухо сердечник к затяжке; но при этом был бы осложнен демонтаж затяжки. Кроме того, предварительным натяжением были заранее вызваны местные деформации, сопровождающие непосредственное приложение силы; следовательно, в дальнейшем, при приложении внешней силы, возникновение этой категории деформаций было исключено вовсе.

б) *Кольцевой динамометр.* Усилие в затяжке измерялось усовершенствованным ЦНИПС'ом тензометром Гугенбергера, вмонтированным в кольцо (рис. 5). Предварительной тщательной тарировкой колец была установлена зависимость между деформацией кольца и силой, приложенной к нему.

Схематический вид затяжки.

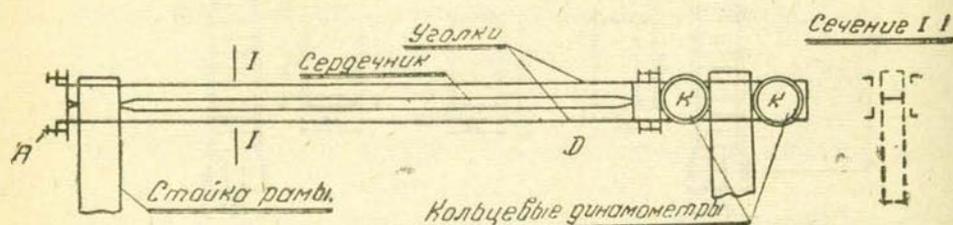


Рис. 4.

Кольцевые динамометры применялись целым рядом экспериментаторов, как у нас в Союзе (в лаборатории металлических конструкций ЦНИПС'а), так и за границей (Гленвиль, Томас и др.), но для из-

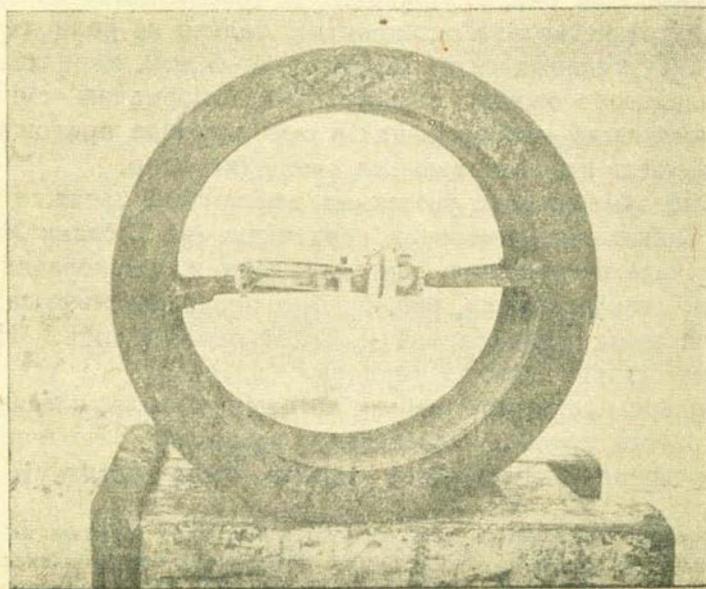


Рис. 5.

мерения деформаций кольца применялась мессура. В наших испытаниях впервые в кольцевой динамометр был вмонтирован тензометр, благодаря этому точность измерений силы возросла в 10 раз. На основе результатов тарировки динамометров было получено среднее значение одного деления тензометра ($\delta = 10^{-3}$ см), равное 27,5 кг, как при нагружении, так и при разгрузении кольца. Учитывая, что отсчеты по тензометру берутся „на глаз“ с точностью до 0,2 деления шкалы, получаем точность динамометра 5,5 кг.

в) *Конструкция опор.* При конструировании опор особое внимание уделялось тому, чтобы свести к минимуму трение с тем, чтобы весь распор передавался на затяжки. С этой целью одна из опор была выполнена подвесной, вторая — шарнирно-неподвижной формы. Специальная конструкция подвесной опоры давала возможность подтягивать подвески (по мере необходимости) с тем, чтобы ликвидировать относительную осадку опор, неизбежно возникающую при испытаниях.

г) *Закрепление опытного образца.* Рама удерживалась в своей плоскости специальным креплением на шариковых подшипниках. Препятствуя деформациям рамы из своей плоскости, крепление это не накладывало никаких ограничений на деформации в плоскости рамы.

д) *Рычаги.* Загружение ригеля производилось при помощи рычагов. В пролете сила от каждого рычага передавалась на ригель в двух точках при помощи специального распределительного устройства. Таким образом, в пролете ригель нагружался двумя рычагами в четырех точках. На консолях нагрузка от каждого рычага передавалась на ригель в одной точке (см. рис. 1).

Методика испытаний

А. Порядок нагружения рамы № 1. Помимо половины всей нагрузки ригеля (как среднего пролета, так и консолей), передаваемой на каждую стойку в виде опорной реакции, последние нагружались еще и отдельной центральной нагрузкой $N = 24000$ кг каждая.

Загрузка колонн центральной нагрузкой производилась при помощи специальных тяжей. Натяжение осуществлялось гидравлическими домкратами. Эта дополнительная нагрузка имела целью предотвратить раннее появление трещин в растянутой зоне колонн, вызывающее резкое снижение их жесткости.

В первую очередь были приложены центральные нагрузки на стойки. Нагрузка на ригель передавалась небольшими ступенями* в два цикла. Первый цикл испытаний имел целью исследование работы рамы под обычной эксплуатационной нагрузкой: исследование появления и раскрытия трещин в ригеле, их влияние на жесткость ригеля, распределение усилий в раме и на величину распора. В со-

* Каждая ступень нагрузки составляла около 25% расчетной нагрузки ригеля с учетом $\sigma_t = 2500$ кг/см² и при коэффициенте запаса $k=2$.

ответствии с этим и был принят определенный порядок нагружения, при котором нагрузка неоднократно прикладывалась и снималась, причем отсчеты по всем приборам брались после каждого нагружения и разгружения ригеля.

В первой стадии работы конструкции (см. ниже) нагружение ригеля производилось (отсчеты № 1—8) следующим образом: в первую очередь нагружалась середина, затем консоли, причем, нагрузка на консоли увеличивалась до тех пор, пока клинометры КЛ1 и КЛ6 не показывали нулевые углы поворотов опорных сечений. Таким образом, для среднего пролета ригеля рамы создавались условия полной заделки концов.

Однако, такая методика нагружения не оправдала себя; очень трудно было добиться того, чтобы углы поворота опорных сечений действительно равнялись нулю. Крайне чувствительная к внешней нагрузке рама, от малейшей несимметричности нагрузки (до некоторой степени неизбежной) отклонялась в сторону, вызывая повороты опорных сечений.* Поэтому, начиная с отсчета № 9, на консоли передавались нагрузки $P_1=370$ кг, $P_4=430$ кг, заранее определенные расчетным путем из условия получения нулевых углов поворота опорных сечений, независимо от фактических показаний клинометров КЛ1 и КЛ6.

Второй цикл испытаний имел целью изучение работы рамы уже до самого разрушения: появление пластических деформаций (образование пластических шарниров) и их влияние на распределение усилий в раме, появление и рост распора, определение разрушающей нагрузки. Нагрузка при этом прикладывалась такими же ступенями (25% от расчетной нагрузки). Разгружение рамы (неполное) производилось лишь с целью не оставить раму, на время перерывов в испытаниях, под большой нагрузкой.

Применялись две различные схемы нагружения.

а) Загружение всех рычагов—основная схема нагружения (рис. 1)—с таким соотношением грузов в пролете и на консолях, при котором углы поворотов опорных сечений ригеля были незначительны;

б) Загружение только средних, или только крайних рычагов.

При первом цикле испытаний (отсчеты № № 1—49) нагрузка была доведена до 1,5 расчетной.

Б. *Порядок нагружения рамы № 2.* Стойки были нагружены (центрально) силой $N=35000$ кг каждая. Нагрузка на ригель передавалась при отсчетах № 2 и № 5 только от собственного веса средних рычагов ($P_2=508$ кг, $P_3=500$ кг), при отсчете № 7—от веса

* В опытных исследованиях Баха и Графа [7], откуда позаимствована эта методика нагружения, нет указаний о подобного рода затруднениях; нам кажется, что они возникают именно вследствие смещения узлов рамы. В случае же испытания неразрезных балок смещения опор, конечно, отсутствуют (в упругой стадии).

рычагов и платформ ($P_1=807$ кг, $P_2=1831$ кг, $P_3=1830$ кг, $P_4=807$ кг), а затем равными ступенями по $P_1=230$ кг, $P_2=515$ кг, $P_3=515$ кг, $P_4=230$ кг. Разгрузка производилась только при отсчетах № 4 и № 6.

В. Измерения. При каждой ступени измерялись:

1. Распор—кольцевыми динамометрами (K_1, K_2, K_3, K_4)
2. Прогибы ригеля—мессурами Цейсса (P_1, P_2, \dots, P_6)
3. Относительные горизонтальные смещения опор и прогибы стоек—мессурами Цейсса (M_1, M_2, \dots, M_8);
4. Удлинения растянутой арматуры ригеля в середине пролета и на опорах—тензометрами Гугенбергера ($Ж_1, Ж_2, \dots, Ж_{16}$)
5. Углы поворота поперечных сечений ригеля на опорах и в четырех точках в пролете—клинометрами Стоппани (КЛ1, КЛ2, ..., КЛ6).

Кроме того, для общего контроля над работой рамы, были установлены тензометры на бетоне: на стойках и на ригеле.

Распределение усилий в статически-определимой системе зависит только от одного параметра—внешней нагрузки. Каждой данной внешней нагрузке соответствует некоторое распределение усилий, вполне определяемое условиями равновесия. В статически-неопределимых системах дело обстоит намного сложнее.

В экспериментальных исследованиях железобетонных статически-неопределимых железобетонных балок и рам, очевидно, нельзя оперировать величинами лишних неизвестных, определенных из уравнений упругости, т. к. с появлением трещин они теряют всякий смысл. Между тем трещины в железобет. конструкциях появляются уже при сравнительно небольших нагрузках и далеко еще не означают разрушение конструкции. В свете сказанного становится ясным стремление экспериментаторов стать на путь непосредственного измерения лишних неизвестных усилий. В наших испытаниях, целью которых было исследование работы статически-неопределимых железобетонных рам вплоть до разрушения и, в частности, исследование перераспределения усилий в результате пластических деформаций и появления распора в ригеле, мы вовсе не могли для определения лишних неизвестных обратиться за помощью к уравнениям упругости и должны были стать на путь непосредственного их измерения. Так появились кольцевые динамометры, установленные в затяжках и измеряющие распор.

Измеряя величину лишних неизвестных (усилий в затяжках), задачу определения напряженного состояния опытного образца мы превратили в задачу статически-определимую.

Из сказанного ясно, что измерение распора должно было занимать центральное место в наших испытаниях и должно было быть произведено с особенной тщательностью.

Краткое описание работы рамы № 1 под нагрузкой*

Уже при нагрузке от собственного веса и веса рычагов ($P_1=370$ кг, $P_2=460$ кг, $P_3=510$ кг, $P_4=410$ кг) в раме появился незначительный распор. До образования первых трещин распор был крайне незначителен. При отсчете № 13 ($P_1=531$ кг, $P_2=892$ кг, $P_3=860$ кг, $P_4=468$ кг) образовались первые трещины у опор (в сечениях I и III, рис. 1) распор увеличился, оставаясь все еще незначительным; началось перераспределение усилий (отступление от расчета упругой системы). При отсчете № 99 ($P_1=3922$ кг, $P_2=8934$ кг, $P_3=8917$ кг, $P_4=3762$ кг) в середине пролета ригеля образовался первый пластический шарнир (при этом распор уже равнялся 2493 кг); при отсчете № 108 ($P_1=4618$ кг, $P_2=10476$ кг, $P_3=10462$ кг, $P_4=4446$ кг) сильно раскрылись трещины в опорных сечениях (I и III), бетон в сжатой зоне, над наиболее раскрывшейся в середине пролета ригеля трещиной раздробился, прогибы ригеля достигли 2 см и продолжали расти при постоянной нагрузке. При этом растянутая арматура опор текла. На этом дальнейшее нагружение рамы было прекращено, т. к. несущая способность ригеля была уже исчерпана (стойки рамы не разрушились и были в дальнейшем, как уже указывалось, использованы для опытной рамы № 2). При этом распор равнялся 4550 кг. Таким образом, работу рамы № 1 под нагрузкой можно разбить на следующие три стадии:

I стадия—до образования первых трещин;

II стадия—от образования первых трещин до образования первого пластического шарнира;

III стадия—от образования первого пластического шарнира в середине пролета ригеля (в сечении II) до образования шарниров у опор (в сечениях I и III).

II и III стадии—стадии упруго-пластической работы конструкции.

Анализ распределения усилий в различных стадиях работы конструкции

Первая стадия. Ниже приводится таблица 1, где даны расчетные (по расчету упругой системы) и измеренные величины усилий в затяжках в рассматриваемой стадии работы конструкции. Знак (—) означает сжатие затяжки.

Строка таблицы, где даны суммы усилий в затяжках, показывает величины распора. При работе рамы как упругой системы в этой строке должны были стоять нули (сб этом см. стр. 54)

В нижней строке таблицы приведены прогибы стоек, определенные по формуле:

* Опытная рама № 1 была испытана 23—31 августа 1940 г., опытная рама № 2 5—7 марта 1941 г.

Таблица 1

		№ № о т с ч е т о в										
		2	3*	4	5*	6	7*	9	10*	11	12*	13
Усилие в верхней за- тяжке в кг	По расчету	0	0	0	0	0	0	+45,5	-45,5	+45,5	-45,5	+13,5
	Измерено	-27,5	+13,75	-8,25	+13,75	-13,75	+11,0	+13,75	-22,0	+16,5	-5,5	-33,0
Усилие в нижней за- тяжке в кг	По расчету	0	0	0	0	0	0	-45,5	+45,5	-45,5	+45,5	-13,5
	Измерено	+30,25	-38,5	+11,0	-16,5	+16,5	-13,75	-27,5	+49,5	-41,25	+5,5	+5,5
Сумма измеренных усилий в затяжках		+2,75	-24,75	+2,75	-2,75	+2,75	-2,75	-13,75	+27,5	-24,75	0	+38,5
Прогибы Δf в 10^{-4} см.		+7,75	-1,5	+4,0	-2,0	+7,0	-4,0	-7,0	-5,75	-8,0	+10,25	+12,25

1. Даны приращения усилий от данной степени нагружения.

2. * Данный отсчет взят при разгрузке. Знак (+) в прогибах означает расхождение узлов рамы.

$$\Delta f = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2} + \frac{\Delta_5 + \Delta_6}{2} - \frac{\Delta_3 + \Delta_4}{2}$$

где $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_6$ — смещения (расхождения) соответствующих точек стоек по показаниям мессур M_1, M_2, \dots, M_6 (рис. 6).

Схема расположения приборов на раме.

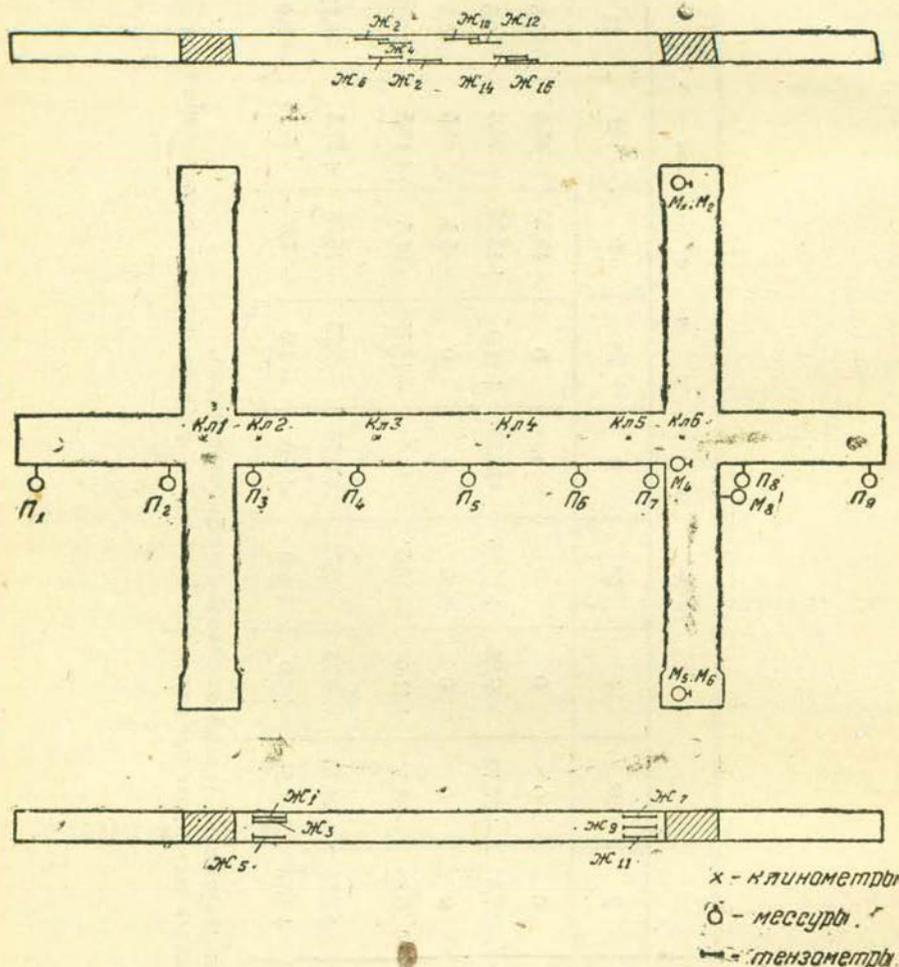


Рис. 6.

Если стойки прогибаются, показывая расхождение узлов рамы, т. е. удлинение ригеля, то ясно, что имеем положительный распор (и наоборот).

Из приведенных в таблице 1 данных по одиннадцати отсчетам (шесть взяты при загрузке и пять при разгрузке ригеля рамы) в семи случаях имеем наличие нормальной силы в ригеле, как по измеренным усилиям в затяжках, так и по прогибам стоек. Кроме того, в одном случае (отсчет № 10) наличие распора подтверждается только по прогибам стоек. При отсчетах № 9, 11, 12 имеется на-

рушение закономерности. Следует, однако, учесть, что усилия в рассматриваемой стадии работы конструкции, имели величины такого же порядка, что и точность динамометров, поэтому возможны значительные относительные ошибки в измерениях величины распора, могущие не только существенно изменить величину, но также и знак его. Более достоверны данные о прогибах стоек. Приведенные в таблице 1 данные позволяют сделать следующий вывод: *еще до образования первых трещин в изгибаемом железобетонном элементе возникает некоторый распор.*

Однако, в рассматриваемой стадии работы конструкции распор был крайне незначителен и не вызывал заметного перераспределения усилий в раме.

Образование первых трещин

Первые трещины в растянутой зоне бетона образовались у опор при отсчете № 13. Момент образования первых трещин был установлен по графикам, построенным на основании показаний тензодетекторов, установленных на растянутой арматуре в пролете и на опорах. С образованием первых трещин часть усилий в растянутой зоне, ранее воспринимаемая бетоном, переходит на арматуру. Вследствие этого, в удлинениях арматуры происходит резкий скачок в сторону увеличения.

Появление первых видимых трещин в опорных сечениях при испытаниях было отмечено при повторном приложении той же нагрузки, что и при отсчете № 13, т. е. при отсчете № 15.

В пролете первые невидимые трещины образовались при отсчете № 29.

В таблице 2 приведены некоторые данные, относящиеся к моменту образования первых трещин в ригеле рамы.

Таблица 2

Сечения	№ отсчета, при котором в данном сечении образовались трещины	Изгибающий момент (по расчету) упругой системы в кгм	Максимальное растяжение в бетоне (по I стадии работы железобетон. сечения) в кг/см ²	Напряжения в растянутой арматуре в кг/см ²			Отношения нагрузки, при которой образовались трещины, к расчетной в %
				По формулам I стадии работы железобетон. сечения	По формулам II стадии	Измеренные напряжения	
1	2	3	4	5	6	7	8
Сечение I (M ₁)	13	372,5	13,0	168	566	325	33
Сечение III (M ₃)	13	311,6	10,9	141	473	249	33
Сеч. II (M _{np})	29	394,0	13,8	178	600	328	65

Подсчеты по I и II стадиям работы железобетонного сечения произведены с учетом $m = \frac{E_a}{E_b} = 15$. В графе 7 (измеренные напряжения в растянутой арматуре), учтены также и напряжения от собственного веса ригеля (разумеется уже не измерением, а расчетным путем). Модуль упругости железа принят $2,1 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$. В графе 8 нагрузки при образовании первых трещин сравнены с расчетной, полученной делением на $k = 2$ разрушающей нагрузки ригеля, определенной с учетом обычного перераспределения моментов, как в неразрезных балках и при $\sigma_r = 2500 \text{ кг/см}^2$.

Из таблицы 2 видно, что первые трещины появились при очень небольших нагрузках (33% от расчетной), что следует объяснить низкой маркой бетона. Это были еще не видимые трещины; лишь при повторном приложении тех же нагрузок они стали видимыми.

Обратившись, после достоверного установления начала образования первых трещин, к таблице 4 и сравнивая приведенные в ней величины распора с таковыми из таблицы 1 замечаем, что образование трещин сопровождается резким увеличением распора.

Вторая стадия. С образованием первых трещин происходит перераспределение усилий, распор возрастает более интенсивно; начинается новая стадия работы конструкции.

На рис. 7а даны эпюры суммарных изгибающих моментов в раме по расчету упругой системы, к отсчету № 96,* на рис. 7б даны эпюры суммарных измеренных моментов, причем для ригеля даны эпюры отдельно относительно центра верхней и нижней арматур.** По тем же данным составлена таблица 3. Она не требует особых разъяснений; укажем лишь, что последняя строка ее служит для проверки данных измерений и показывает расхождение лишь на 5,2%, что следует считать приемлемым.

Из таблицы 3 видно, что еще до появления первого пластического шарнира имеет место значительное перераспределение моментов (28—32%).

В таблице 4 приведены данные по тем отсчетам рассматриваемой стадии, в которых измеренные величины распора были наиболее достоверны—оправдывались показаниями остальных приборов.

В таблице 4 M_0 —приращение момента от данной ступени нагрузки в соответствующей простой балке H —приращение распора (суммы растягивающих усилий в затяжках); M_n —изгибающий момент воспринимаемый распором. Принято $z = 0,223 \text{ м}$.

* При этом в раме еще не было пластического шарнира (см. стр. 67—68).

** В дальнейшем работа стоек не рассматривается; поэтому эпюры для стоек построены как обычно—относительно геометрической оси.

Эпюры суммарных моментов в раме №1
и отчету №96

/до образования первого пластического шарнира/

а/ по расчету рамы как упругой системы

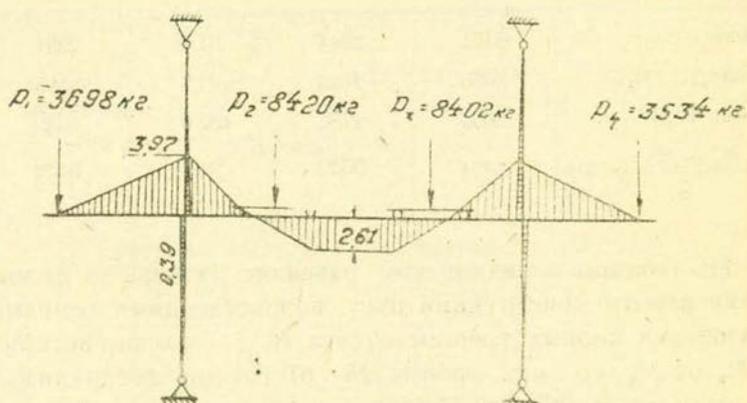


Рис. 7а.

б/ по данным измерений.

/для ригеля даны моменты отдельно относительно верхней и нижней арматур в тоннометрах/

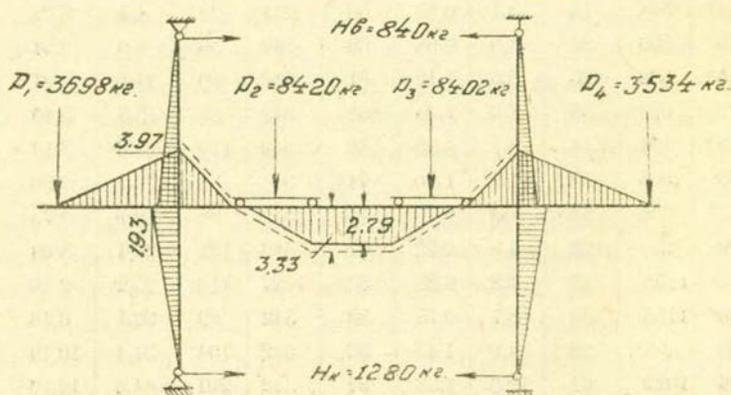


Рис 7б

Таблица 3

Суммарные изгиб. моменты в ригеле рамы № 1 к отсчету № 96

Сечения	Теоретические моменты (по рас-чету упругой системы) в кг·м	Измеренные моменты			
		Относит. верхн. арма-туры		Относит. нижней арматуры	
		В кг·м	В % от теорети-ческого	В кг·м	В % от теорети-ческого
Сечение I (M_1)	3374	2844	84,4	2294	68,0
Сечение III (M_3)	3083	2655	82,7	2105	63,0
Сечение II ($M_{пр}$)	2606	2785	107,0	3332	128,0
$M_0 = \frac{M_1 + M_3}{2} + M_{пр}$	5834	5532	94,8	5532	94,8

Из таблицы 4 видно, что развитие распора в рассматриваемой стадии работы конструкции шло возрастающими темпами. Если до образования первых трещин (отсчет № 13) распор воспринимал лишь 1,43% от M_0 , то при отсчете № 81 распор воспринимал 8,60%, а при отсчете № 96 уже 16,0% (от приращения момента M_0 от данной ступени нагрузки).

Таблица 4

Распор во второй стадии работы рамы № 1

№ № отсчетов	M_0 кг·м	Н изме-рен. кг	$M_{н}$ кг·м	$\frac{M_{н}}{M_0} \times 100$	№ № отсчетов	M_0 кг·м	Н изме-рен. кг	$M_{н}$ кг·м	$\frac{M_{н}}{M_0} \times 100$
13	594	38	8,5	1,43	52	288	22	4,9	1,70
14*	594	14	3,1	0,52	56	221	22	4,9	2,22
15	500	22	4,9	0,98	59	342	36	8,0	2,34
16*	500	25	5,6	1,12	61	342	50	11,2	3,27
17	594	36	8,0	1,35	63	342	83	18,5	5,40
18*	594	14	3,1	0,52	69	342	110	24,6	7,19
26	935	50	11,2	1,20	71*	904	80	17,9	1,98
27*	935	33	7,4	0,79	79	342	88	19,7	5,75
29	221	22	4,9	2,22	81	342	132	29,4	8,60
34*	1158	17	3,8	0,33	83*	1027	113	25,2	2,46
36	1158	39	8,7	0,75	88	342	99	22,1	6,46
38	342	22	4,9	1,43	92	342	154	34,4	10,10
46	1029	61	13,6	1,33	94	342	201	44,8	13,10
47*	1840	129	28,8	2,10	96	342	245	54,6	16,00

* Разгрузка.

Образование первого пластического шарнира. В таблице 5 даны суммарные изгибающие моменты, для опорных (I и III) и пролетного (II) сечений при отсчетах №№ 94, 96, 98, 99, определенные по расчету упругой системы. Для возможности проверки приведены также значения суммарных нагрузок P_1, P_2, P_3, P_4 .

Предельные (разрушающие) моменты, определенные по формуле

$$M_p = bh^2_0 R_n [\beta(1-0,53\beta) + \alpha'(1-\delta)]$$

равны: для опорных сечений $M_p = 3310 \text{ кг м}$ (при $b=18 \text{ см}, h_0=28 \text{ см},$

$R_n = 122 \text{ кг/см}^2, \alpha' = \beta = \frac{2.3165}{18.28.122} = 0,103^*; \alpha' = 2 \text{ см}$) для пролетного сече-

ния $M_p = 3270 \text{ кг м}$ (при тех же данных, за исключением временного сопротивления бетона сжатию при изгибе R_n , принятого равным 80 кг/см^2 (по ряду соображений)).

Таблица 5

№ отсчетов	Суммарная нагрузка в кг (схему нагрузок см. рис. 1)				Суммарные изгибающие моменты по расчету упругой системы в кгм		
	P_1	P_2	P_3	P_4	M_1 (в сечении I)	M_2 (в сечении III)	$M_{пр}$ (в сечении II)
94	3468	7906	7887	3306	3179	2892	2456
96	3698	8420	8402	3534	3374	3083	2606
98	3470	8934	8917	3762	3322	3462	2786
99	3928	8934	8917	3762	3569	3274	2756

Как видно из таблицы, по расчету упругой системы наиболее напряженными являются сечения I и III (опорные сечения); при отсчетах № 96 или № 98 в этих сечениях должны были образоваться пластические шарниры. В действительности же первый пластический шарнир образовался в пролете (сечение II) при отсчете № 99. Достаточно четко это видно как по показаниям клинометров (рис. 8), так и тензометров. Объясняется это тем, что перераспределение усилий в раме наступает задолго до образования первого пластического шарнира. С образованием первого пластического шарнира рама начинает работать по совершенно новой схеме (рис. 9б). Наступает следующая стадия работы конструкции. К началу образования первого пластического шарнира суммарный распор $H=2493 \text{ кг}$; при этом $M_n = 2493.0,223 = 555 \text{ кгм}$, что составляет 9,1% от $M_0 = 6100 \text{ кгм}$. Анализ второй стадии работы конструкции (до образования первого пластического шарнира) показывает на следующее существенное различие работы статически-неопредели-

* Усилие в одном стержне при текучести принято 3165 кг. По данным последнего испытания образцов, вырезанных из наиболее напряженных, при загрузке рамы, участков растянутой арматуры.

мой железобетонной системы от металлической. В то время, как в металлических конструкциях определенная расчетным путем последовательность образования пластических шарниров, как правило, экспериментально подтверждается (см. напр. Меламент (8), стр. 150), в железобетонных конструкциях, вследствие образования трещин и появления распора, отступление от работы упругой системы (перераспределение усилий) наступает задолго до образования первого пластического шарнира. Вследствие этого последовательность образования пластических шарниров, определенная известными методами последовательного выключения из работы наиболее напряженных сечений, путем подстановки в них пластических шарниров, нарушается.

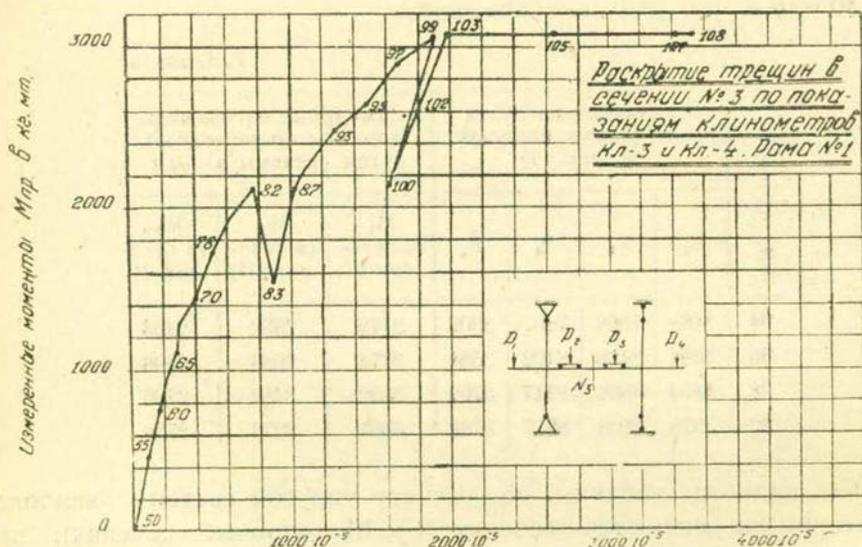


Рис. 8.

Третья стадия. После образования первого пластического шарнира рама была частично разгружена, т. к. наступал конец рабочего дня, и нецелесообразно было оставлять раму под большой нагрузкой. Была снята нагрузка, соответствующая нагрузке 6 ступеней. Как видно из рис. 8, при этом пластический шарнир закрылся, и в последующем, при отсчетах № 102 и № 103, когда нагрузка увеличивалась (до достижения той нагрузки, при которой ранее образовался первый пластический шарнир), пролетное сечение работало упруго.*

При отсчете № 104 образовавшийся ранее пластический шарнир снова раскрылся (рис. 8).

* Объясняется это тем, что, как известно, после разгрузки доведенной до состояния текучести арматуры, деформации последней при дальнейших приращениях нагрузок снова следуют закону пропорциональности.

Эпюры расчетных моментов в раме №1
в упруго-пластической области работы
конструкции /суммы приращений по отсче-
там №104,106,108/ по расчету рамы, как упругой
системы.

а/ без учета пластического шарнира

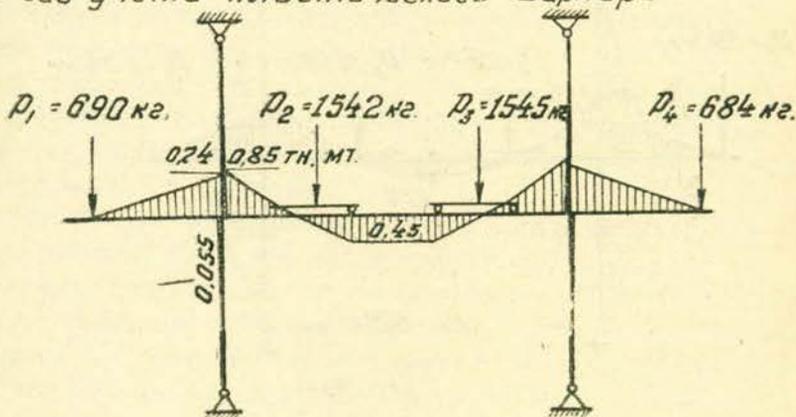


Рис. 9а.

б/ с учетом пластического шарнира

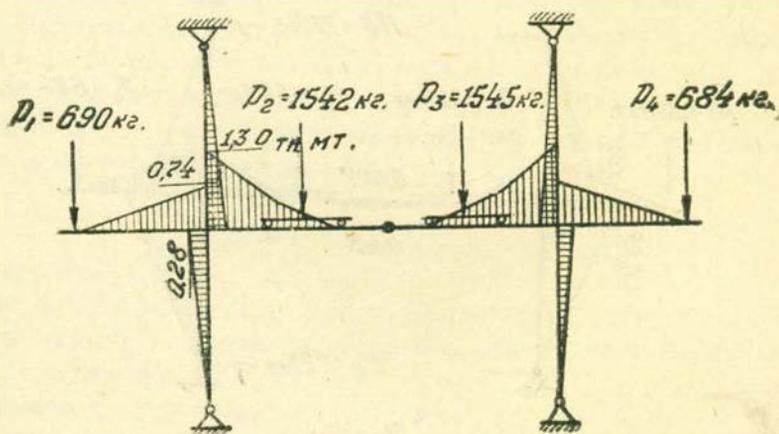


Рис. 9б.

Эпюры измеренных моментов в раме №1
в гирзго-платиновой обрешетке
конструкций /суммы полученных по точке/

Том № 104, 106, 108/

а/ Моменты относительно геометрич. осей элементов

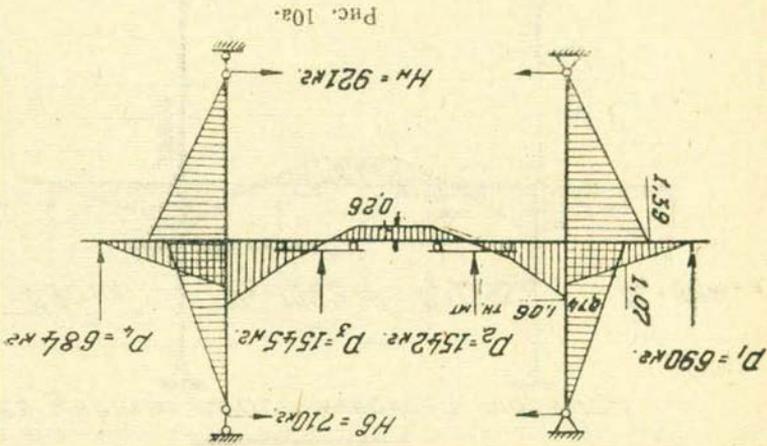


Рис. 10а.

б/ Для учета габ. моменты отбрасывались
вверх и вниз от опорной оси

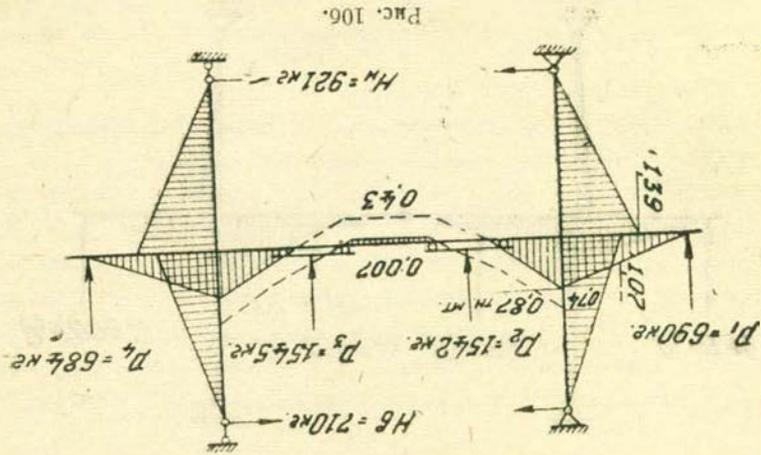


Рис. 10б.

На рисунках 9а и 9б приведены эпюры суммарных изгибающих моментов в раме (по отсчетам № 104, 106, 108). На рис. 9а даны эпюры моментов, определенных расчетом упругой системы (без учета пластического шарнира), на рис. 9б—эпюры расчетных моментов, определенных с учетом пластического шарнира в середине пролета ригеля (в сечении II).

Далее, на рис. 10а, для всех участков рамы даны эпюры измеренных моментов относительно их геометрической оси, а на рис. 10б—для ригеля даны эпюры моментов отдельно относительно центров верхней и нижней арматур. Эпюры измеренных моментов, данные на рис. 10б, более правдиво отражают действительную работу рамы и распределение усилий в ней в упруго-пластической области.

Выше было показано (стр. 67), что при отсчете № 99 (103) в сечении II образовался пластический шарнир. Предварительной вытяжкой арматуры (об этом см. стр. 54) была исключена возможность дальнейшего, после достижения предела текучести, значительного увеличения усилий в арматуре.

По средней части эпюры моментов относительно верхней арматуры (для средней части это будет уже эпюрой относительно сжатой арматуры) мы видим очень незначительное (лишь на 1,38%) увеличение моментов в сечении пластического шарнира. По эпюре же моментов относительно геометрической оси ригеля получается, что и после образования пластического шарнира в сечении II, моменты в нем продолжали сильно расти.

На рис. 9 и 10 видно отличное совпадение, в середине пролета, эпюр измеренных моментов (относительно верхней арматуры) и тех же моментов, определенных расчетом при наличии шарнира в сечении II; на опорах—тех же моментов относительно нижней арматуры.

Следует также отметить совпадение, по всей длине ригеля, эпюры измеренных моментов и моментов определенных расчетом упругой системы (без учета пластического шарнира). Это объясняется следующим образом: усилие в верхней затяжке (сумма приращений по отсчетам: № № 104, 106, 108) $N_v = 710$ кг, в нижней затяжке $N_n = 921$ кг, равнодействующая $N = 1631$ кг проходит на уровне выше центра нижней затяжки на

$$\frac{710 \cdot 310}{1631} = 131 \text{ см, т. е. почти по центру нижней}$$

арматуры ригеля. Вследствие этого, влияние распора, являющегося основным фактором, вызывающим несоответствие расчетных и измеренных моментов, исключается, если последние определяются относительно центра нижней арматуры.

Приводимая ниже таблица 6 характеризует действительную работу рамы в рассматриваемой стадии по отдельным ступеням. Данные по ступени № 105 не включены в таблицу, т. к. при этом один из динамометров случайно оказался выключенным. На суммарных

№№ отсчетов	M_0 в кг.м	Н в кг (Распор)	$M_{II} = H \cdot z$ ($z = 0,223 м$)	Опорные сечения				Пролетное сечение				$\frac{100}{2} \frac{M' + M_0 + M'_{пр} + M_{II}}{M_0}$	
				$\frac{M_{II}}{M_0} \times 100$	Сечение I M_1 (нижн. армат.) кг.м.	$\frac{M_1}{M_0} \times 100$	Сечение III	M_3 кг.м	$\frac{M_2}{M_3} \times 100$	M пр (нижн. арм.) кг.м	$\frac{M_{пр}}{M_0} \times 100$		M пр кг.м
По расчету рамы как упругой системы													
На одну ступень	343	0	0	0	194,6	56,6	191,2	55,7	150,0	43,7	150,0	43,7	99,85
По расчету упругой системы с учетом шарнира в сечении II													
На одну ступень	343	0	0	0	343	100,0	343	100,0	0	0	0	0	0
По данным измерений													
По отсчету № 104	343	495	110,5	32,2	173,6	50,5	170,2	49,5	46,4	13,5	64,8	18,9	101,1
По отсчету № 106	343	646	144,2	42,0	132,7	38,6	129,3	27,6	49,0	14,3	72,9	21,3	96,4
Среднее.	343	570	127,2	37,1	153,2	44,6	149,8	43,6	47,7	13,9	68,9	20,1	101,3

данных, по которым были построены приведенные выше эпюры, это мало отражалось.

В таблице 10 M_1 , M_2 и $M_{пр}$ означают моменты относительно сжатой арматуры в сечениях I, III и II;

$M'_{пр}$ — означает момент относительно точки сжатой зоны, отстоящей от центра растянутой арматуры на $0,223 \text{ м}^*$ (действительное плечо внутренней пары в сечении II); последний столбец таблицы служит для проверки данных измерений и расчетов. Как видно из этого столбца, точность измерений мало уступает (расхождение до 3,6%) точности расчетов, выполненных на логарифмической линейке и показывающих в данном случае расхождение на $0,15\%$.

Из таблицы 6 видно, что в рассматриваемой стадии распор уже играет очень существенную роль в работе системы. Приращение распора ΔH воспринимает 32,2—37,1% от приращения момента ΔM_0 .

Жесткость ригеля. Прогибы

По измеренным углам поворотов опорных сечений φ_1 , φ_2 (по показаниям клинометров КЛ1 и КЛ6) и прогибам f ригеля была определена жесткость его решением системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} EJ(\varphi_1 - \varphi_1^0) &= \frac{1}{6}(2M_1 + M_2) \\ EJ(\varphi_2 - \varphi_2^0) &= \frac{1}{6}(2M_2 + M_1) \\ EJ(f - f^0) &= \frac{l^3}{16}(M_1 + M_2) \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

где M_1 и M_2 — опорные моменты, φ_1^0 , φ_2^0 и f^0 — углы поворотов опорных сечений и прогиб в середине пролета простой (опертой по концам) балки, l — пролет ее.

По полученным результатам построен график (рис. 11) изменения EJ с возрастанием нагрузки. Из графика следует, что

1. До образования трещин жесткость ригеля имеет постоянное значение.

2. С образованием первых трещин в ригеле жесткость его начинает падать.

3. После образования трещин, при повторном загрузении ригеля (после полной разгрузки) начальная жесткость его ниже, чем при первоначальном загрузении. Объясняется это тем, что при этом ригель нагружается при наличии трещин в растянутой зоне бетона в то время, как при первоначальном загрузении трещины отсутствуют.

Если определить M_1 и M_2 из системы уравнений (1) и сравнить их с моментами, полученными по измеренным усилиям в затяжках, то

* Обоснование величины $z=0,223 \text{ м}$ не приведено за отсутствием места.

получаются значительные расхождения. Моменты, определенные измерением усилий в затяжках, более достоверны благодаря значительной точности динамометров; моменты же, определенные из системы уравнений (1), очевидно, менее точны, т. к. предполагают постоянную по всей длине ригеля жесткость EJ . Между тем, с появлением трещин жесткость ригеля становится не одинаковой по длине и, строго говоря, теряет смысл. В силу этого, нельзя по полученным значениям EJ определить моменты M_1 и M_2 и, наоборот, по измеренным моментам нельзя определить EJ . Приведенный ниже график (рис. 11) следует рассматривать не в буквальном смысле как график изменения EJ ригеля, а как некоторая условная характеристика изменения деформируемости его.

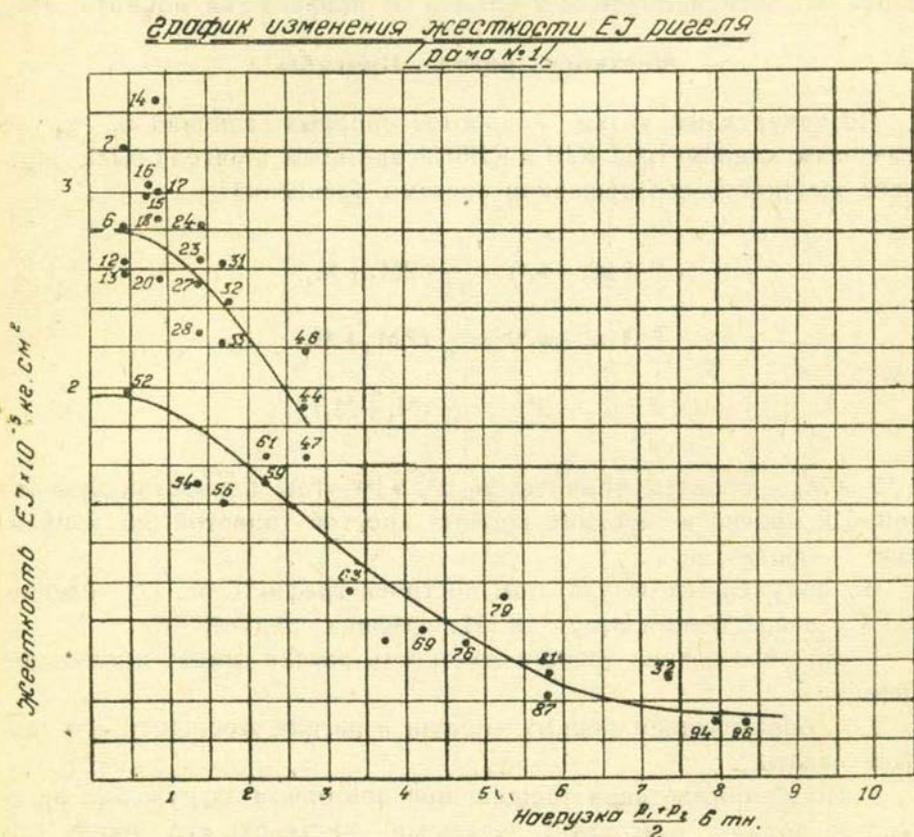


Рис. 11.

Рама № 2. Подробного анализа распределения усилий в различных стадиях работы рамы № 2 под нагрузкой — не приводим, поскольку в основном это было бы повторением того, что сказано о работе рамы № 1.

Остановимся лишь на том новом, что дали испытания рамы № 2.

Усиленный рост распора (нормальной силы в ригеле) в раме № 1, после образования первого пластического шарнира в середине пролета ригеля привел к тому, что разрушение сжатой зоны бетона в середине пролета произошло в самом начале образования пластических шарниров в опорных сечениях. Рама № 2, начиная с отчета № 23 работала в условиях наличия текучести арматуры как в опорных сечениях (сечение I и III), так и в середине пролета (сечение II). Таким образом, в работе рамы № 2 имела место еще одна стадия, при которой вся нагрузка воспринималась распором. Разрушение ригеля наступило лишь после отсчета № 28. На рис. 12а дана эпюра моментов в раме № 2 от последних пяти ступеней загрузки (отсчеты № 23, 24, 26, 27, 28) по расчету рамы как упругой системы, а на рис. 12б—действительная эпюра моментов, построенная по измеренным распорам. Если по расчету упругой системы ригель работает почти как неразрезная балка, и лишь очень незначительная доля опорного момента передается на стойки, то в действительности, в силу наличия пластических шарниров в рассматриваемой стадии, ригель работает как обыкновенная трехшарнирная арка, передавая всю нагрузку на стойки. Принимая расстояние между центрами верхней и нижней арматур $z = h_0 - \alpha'$ за стрелу подъема трехшарнирной арки, имеем:

$$H = \frac{M_0}{h_0 - \alpha'} \quad \dots \quad (2)$$

Подстановка в (2) $M_0 = 5 \times 343$ кг м—момент от нагрузок пяти ступеней, и $z = 26$ см, имеем:

$$H = \frac{5 \times 343}{0,26} = 6600 \text{ кг}$$

Измеренный распор при этом равнялся 6520 кг; расхождение лишь на

$$\frac{6600 - 6520}{6600} 100 = 1,21\%$$

Резюме

По теоретическим соображениям и, косвенно, по данным ряда экспериментальных исследований, можно было предполагать, что в изгибаемых элементах железобетонных статически-неопределимых систем появляется распор (продольная сила). Экспериментально никак это не было доказано. Тщательно подготовленные и проведенные автором в ЦНИПС в 1940—41 гг. опыты над двумя $\#$ -образными рамами подтвердили появление распора. В упругой стадии работы железобетона распор имеет незначительные размеры.

Распределение усилий в статически-неопределимой системе в упругой стадии, с достаточной для практических целей точностью, совпадает с данными расчета по общепринятым методам строитель-

Эпюры расчетных моментов в раме № 2 в упруго-пластической области работы конструкции
 (суммы приращений по отчетам №№ 23, 24, 26, 27, 28) по расчету рамы как упругой системы

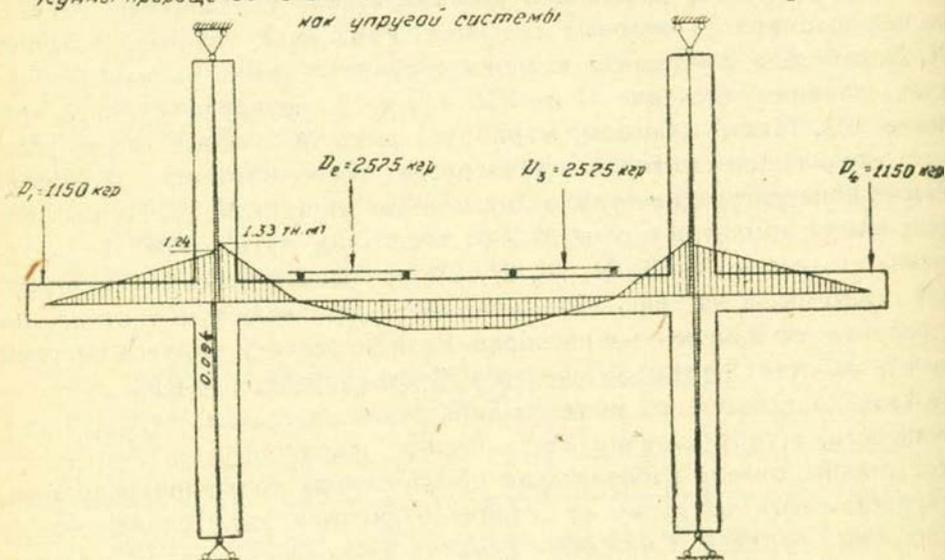


Рис. 12а.

Эпюры измеренных моментов в раме № 2 в упруго-пластической области работы конструкции

(суммы приращений по отчетам №№ 23, 24, 26, 27, 28)

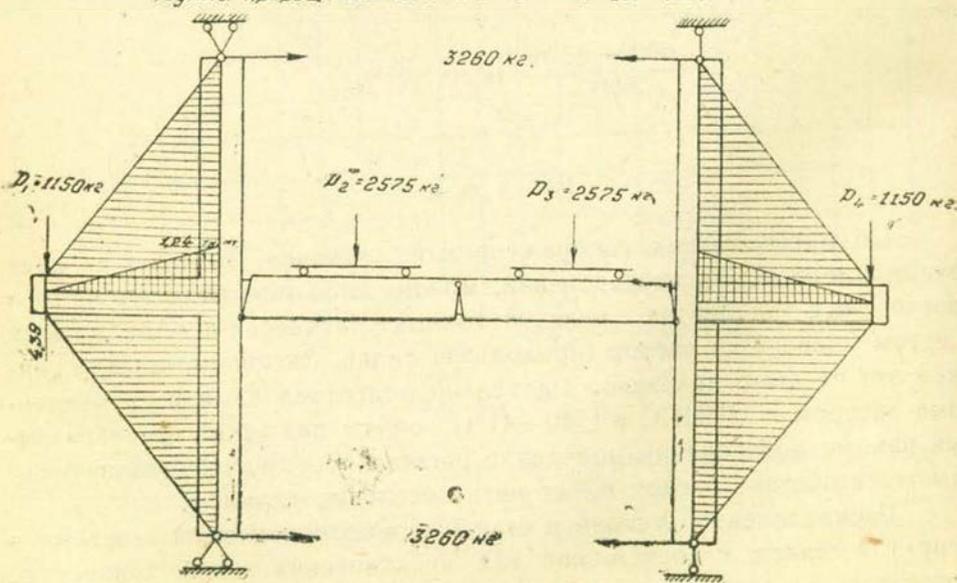


Рис. 12б.

ной механики. С появлением трещин падает жесткость элемента там, где появились трещины, рост распора усиливается и удельный вес его участия в работе системы настолько увеличивается, что нарушается порядок образования пластических шарниров, определенный обычно принятыми методами, без учета распорности.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. W. Gehler und Amos unter Mitwirkung von M. Bergstässer—Versuche mit Kreuzweise bewehrten Platten. Deutsch. Ausschuss für Eisenbeton, Heft 70, 1932, Berlin.
2. А. А. Гвоздев—Обоснование § 33 Норм проектирования железобетонных конструкций. Строит. пром., 3, 1939.
3. Thomas—The Strength and Deformation of Some Reinforced Concrete Slabs to Concentrated Loading. Studies in Reinforced Concrete, VIII. 1939, London.
4. А. А. Гвоздев—Определение величины разруш. нагрузки для статич. неопределимых систем, претерпевающих пластич. деформации. Тр. конф. по пластич. деформациям, 1938.
5. Г. С. Григорян—Распор в изгибаемых элементах железобет. статич.-неопределимых систем, Изв. АН Арм. ССР, Естеств. науки, № 6, 57, 1946.
6. Герм. Бетон. Союз—Проектир. и расчет железобет. сооруж., т. I, 1926, Москва.
7. G. Bach und O. Graf—Deutsch. Ausschuss für Eisenbeton, Heft 45.
8. Л. Н. Меламент—Исследование работы металл. рам в упругопластич. стадии. Сб. „Расчет металлич. конструкций с учетом пластич. деформаций“ (под ред. С. А. Бернштейн), 1938, Москва.

Գ. Ս. Գրիգորյան

ՍՏԱՏԻԿՈՐԵՆ-ԱՆՈՐՈՇ ԵՐԿԱԹԱԲԵՏՈՆ ՍԻՍՏԵՄԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՓՈՐՁԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆՆ ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ԵՎ ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ-ՊԼԱՍՏԻԿ ՓՈՒԼԵՐՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Տեսականորեն և մի շարք փորձնական հետազոտությունների ավյալներով կարելի էր ենթադրել, որ ստատիկորեն անորոշ երկաթարետոն սխառնանքի ծովող էլեմենտներում առաջանում է ընդերկայնական ուժ: 1940—41 թթ. հեղինակի կատարած փորձերն առաջին անգամ որոշակիորեն հաստատեցին այդ Առաձգական փուլում ընդերկայնական ուժն աննշան չափեր ունի և զգալի ազդեցություն չի ունենում սխառնի ներքին ուժերի բաշխման վրա, որոնք զորձնական նպատակների համար բավարար ճշտությամբ համընկնում են շինարարական մեխանիկայում ընդունված մեթոդներով կատարված հաշվման ավյալների հետ: Ճաքվածքների առաջացման հետ ճաքած էլեմենտի կոշտությունն ընկնում է, ընդերկայնական ուժի աճն ուժեղանում և սխառնի աշխատանքում նրա մասնակցություն տեսակարար կշիռն այնքան է ավելանում, որ հիմնովին փոխվում է սխառնի ներքին ուժերի բաշխման պատկերը:

G. S. Grigorian

Experimental Investigation of Statically Indeterminate Reinforced Concrete System, Working in the Elastic and Elastic-Plastic Stage

S u m m a r y

According to theoretical considerations and a certain degree partly to data of experimental investigations we may suppose that in reinforced concrete members in bending of statically indeterminate systems occurs a thrust (a longitudinal force).

During 1940--41 carefully prepared tests with $\#$ -shaped frames which were carried out by the author at the Institute for Building Research (ZNIPS) confirmed the presence of a longitudinal force (thrust). In the elastic stage the thrust is but of little importance.

The stress distribution in the elastic stage of a statically indeterminate system agrees accurately enough for practical use with the designed data of commonly used structural mechanics methods. With the appearance of cracks the rigidity of the member decreases in places where cracks occur whilst the thrust increases and its relative share in the working of the system increases to such a degree that the order of the elastic hinge formation, as defined by common methods without taking into consideration the thrust, becomes disturbed.

ТЕОРИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА

М. З. Симонов

**Вопросы расчета обычного и легкого железобетона
на изгиб по моменту появления трещин***

**Нормированная формула расчета гидротехнического
железобетона по моменту появления трещин для изгибаемых
элементов с одиночным армированием**

По своему назначению и условиям службы, изгибаемые элементы железобетонных гидротехнических сооружений (за исключением надводных частей) не должны иметь трещин. В соответствии с этим, согласно Т.У. 24—21—40 Главгидроэнергостроя [1], при расчете изгибаемых элементов необходимо производить проверку на предупреждение появления трещин в растянутой зоне бетона. Проверка производится путем расчета сечения в предположении упругой работы железобетона в пределах первой стадии, по формуле

$$M_T = R_{pu} \frac{I_{np}}{y_p} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (1)$$

где I_{np} -момент инерции приведенной площади сечения железобетонного элемента относительно нейтральной оси, y_p - расстояние крайнего растянутого волокна от нейтральной оси.

На заседаниях экспертной комиссии по рассмотрению и утверждению Т. У. 24—21—40 Главгидроэнергостроя вначале 1941 г. было признано, что формула (1) является устаревшей, поскольку недостаточно учитывает дополнительный момент, воспринимаемый арматурой и, следовательно, приводит к излишним запасам. Тем не менее, за неимением к тому времени другого, более обоснованного решения, формула (1) была включена в стандарт.

Произведя анализ экспериментальных данных и учитывая действительные свойства железобетона, мы здесь выдвигаем другую расчетную формулу, которая, давая более экономичные решения чем формула (1), в то же время не основывается на такого рода допущениях, которые в действительности могли бы не оправдаться.

* Работа выполнена по заданию „Севанстрой“.

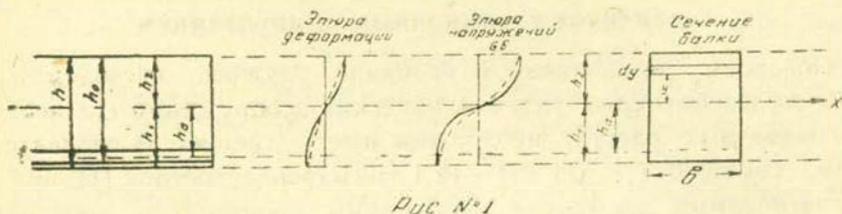
Общие уравнения внутренних сил при изгибе железобетонного элемента

Рассмотрим железобетонную балку с прямоугольным сечением и одиночной арматурой.

Из условия равновесия левой отсеченной части балки следует

$$b \int_{-h_1}^{+h_2} \sigma_b dy + \sigma_a F_a = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$M - b \int_{-h_1}^{+h_2} \sigma_b y dy - \sigma_a y_a F_a = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$



В приведенных уравнениях приняты следующие обозначения: σ —напряжение в бетоне; σ_a —напряжение в арматуре; F_a —площадь сечения арматуры; h_1 и h_2 —расстояние от нейтральной оси до крайней сжатой и растянутой волокон; h_a —расстояние от оси арматуры до нейтральной оси; b —ширина балки.

Ясно, в силу симметрии, что при чистом изгибе железобетонной балки, во всяком случае до появления трещин, гипотеза плоских сечений вполне применима, независимо от пластических и упругих свойств материала. Искривлением же поперечного сечения от касательных напряжений, как это обычно и делается, можем пренебречь.

Исходя из этой гипотезы можем написать:

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho} \quad \dots \dots \dots (4)$$

и

$$dy = \rho d\varepsilon$$

где ρ —радиус кривизны нейтрального слоя балки.

В соответствии с гипотезой Бернулли эпюры деформации и напряжений примут вид, показанный пунктирной линией на рис. 1.

Уравнения (2) и (3) могут быть переписаны в следующем виде:

$$b\rho \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sigma d\varepsilon + \sigma_a F_a = 0 \quad \dots \dots \dots (5)$$

и

$$M - b\rho^2 \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sigma \varepsilon d\varepsilon - \sigma_a F_a \varepsilon_a = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

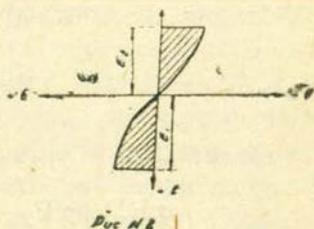
Дадим толкование интегралам, входящим в уравнения (5) и (6): Пусть экспериментальным путем установлена зависимость между напряжениями (σ) бетона и его относительными удлинениями (ε). Построим кривые деформаций бетона при сжатии и растяжении так, как это показано на рис. 2.

Направление абсциссы σ направо и ординаты ε вверх будем считать отрицательными и противоположные им направления положительными. Рассмотрим рисунки 1 и 2 совместно.

Исходя из гипотезы Бернулли эпюру деформации железобетонной балки будем принимать прямолинейной, как это показано пунктиром на рис. 1. Тогда, для каждого значения ε из этой эпюры, соответственно знаку (сжатие или растяжение) на рис. 2, мы можем находить отвечающее ей напряжение σ . Так, например, для крайних волокон балки, удаленных от нейтральной оси на расстоянии h_2 и h_1 , имеющих удлинения ε_2 и ε_1 , соответствующие этим удлинениям (укорочениям) напряжения будут σ_b и σ_{b2} . Перенесем, не поворачивая, рис. 2 до совпадения с сечением железобетонной балки (см. рис. 1) так, чтобы ось σ совпала с нейтральной осью балки. Кроме того, значения ординаты ε рис. 2 отложим в таком масштабе, чтобы отрезок ε_2 был равен h_2 и отрезок ε_1 был равен h_1 . Таким образом мы получим эпюру напряжений железобетонной балки при изгибе, где для каждого волокна, удаленного от нейтральной оси на расстоянии u и имеющего удлинение ε , имеется соответствующее ему напряжение σ .

Теперь легко убедиться, что интеграл, входящий в уравнение (5), представляет из себя величину площади заштрихованного участка на рис. 2 между значениями удлинений ε_2 и ε_1 . Условимся этот участок, для краткости, называть „эпюрой деформаций“, не забывая, конечно, что подлинная эпюра деформаций представляется прямолинейной.

Нужно, однако, иметь ввиду, что площадь „эпюры деформаций“ выше нейтральной оси (сжатая зона) будет иметь отрицательный знак и ниже нейтральной оси (растянутая зона) положительный знак. Тогда, обозначая абсолютные значения этих площадей через F_2 (сжатая зона) и F_1 (растянутая зона) можем написать:



$$\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sigma dz = -F_2 + F_1$$

Легко также убедиться, что интеграл, входящий в уравнение (6) представляет из себя сумму статических моментов этих площадей относительно нейтральной оси. При этом, знак статических моментов для обеих площадей будет положительным, так как для каждой из них σ и z имеют одинаковые знаки. Тогда, обозначая статический момент площади F_2 через S_2 и площади F_1 через S_1 , можем написать:

$$\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sigma z dz = S_1 + S_2$$

Подставляя в уравнения (5) и (6) получим:

$$\sigma_a F_a = b\rho(F_2 - F_1) \quad (7)$$

и

$$M - b\rho^2(S_1 + S_2) - \sigma_a F_a \rho \varepsilon_a = 0 \quad (8)$$

Подставляя значение $\sigma_a F_a$ из уравнения (7) получим,

$$M - b\rho^2(S_1 + S_2) - b\rho^2(F_2 - F_1)\varepsilon_a = 0 \quad (9)$$

В уравнение (9) сделаем подстановку значения ρ .
Из уравнения (4) можем написать:

$$\varepsilon_2 + \varepsilon_1 = \frac{h_2 - h_1}{\rho}$$

Введем обозначение $h = h_2 - h_1$; тогда

$$\rho = \frac{h}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}$$

Подставляя в уравнения (7) и (9), получим:

$$\sigma_a F_a = b \frac{h}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} (F_2 - F_1) \quad (10)$$

и

$$M = b \frac{h}{(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)^2} (S_2 + S_1) - b \frac{h^2}{(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)^2} (F_2 - F_1)\varepsilon_a = 0 \quad (11)$$

Уравнения (10) и (11) являются общими уравнениями внутренних сил при изгибе железобетонной балки.

Растяжимость бетона с учетом влияния усадочного фактора и временное сопротивление бетона растяжению

Использование кривых полных деформаций бетона на растяжение и сжатие для решения интегралов, является наиболее правильным на сегодняшний день, приближением, но не совсем отвечающим действительной картине. Действительно, кривые полных (сумма упругих и пластических) деформаций бетона даже для одного и того же испытуемого образца, имеют различный вид, в зависимости от продолжительности загрузки образца, повторности нагрузок и др. В частности следует остановиться на определении растяжимости бетона. До сих пор было предложено два метода: непосредственное определение растяжимости армированного или неармированного бетонного элемента и косвенное определение растяжимости при испытании бетонной балки на изгиб по методу Фере.

Ни первый и ни второй методы не дают действительной кривой растяжимости бетона при работе железобетонной балки на изгиб. Опыты ряда исследователей, в особенности Лоссье и Фори (2) показали, что растяжимость бетона зависит также от шага арматуры.

Надо еще отметить, что в уравнениях внутренних сил не отражено влияние усадочных явлений на работу арматуры. Между тем усадочному фактору начинают придавать большое значение (3,4). Влияние означенного фактора представляется в следующем виде: усадочные явления, развивающиеся в бетоне после его укладки, приводят к уменьшению объема балки. Арматура, благодаря сцеплению с бетоном, препятствует укорочению балки, создавая в бетоне растягивающие напряжения, сама же при этом оказывается сжатой еще до приложения к балке какой либо нагрузки. Для того, чтобы арматуру балки, подвергшейся усадке довести до рабочего напряжения, сначала необходимо погасить в ней сжимающие напряжения до нуля, а затем еще довести напряжения от нуля до рабочей величины. Бетон же растянутой зоны, подверженный растягивающим усилиям еще до начала загрузки, после нагружения балки продолжает растягиваться до момента разрыва (т. е. появления трещин в балке). Когда же бетон трескается, с исчезновением растягивающих напряжений, в бетоне исчезают и соответствующие им сжимающие напряжения в арматуре и влияние усадки прекращается.

Таким образом, отрицая возможность влияния усадочного фактора на напряжения в арматуре, начиная с момента появления в растянутой зоне трещин и, в особенности, влияние его на величину разрушающего момента, мы все таки не можем не учитывать, что до появления трещин усадочные явления в известной мере разгружают арматуру и ложатся дополнительной нагрузкой на бетон в растянутой зоне изгибаемого железобетонного элемента.

В связи со сказанным, для того, чтобы из общих уравнений (10) и (11) вывести формулу для расчета железобетона по моменту

появления трещин, необходимо руководствоваться следующими соображениями: „эпюры деформаций“ сжатия и растяжения имеют в общем виде криволинейное очертание, располагаясь между треугольником и прямоугольником. В начальной стадии напряженного состояния, „эпюра деформации“ приближается к треугольнику и в конечной стадии или в критическом состоянии—к прямоугольнику. Проф. Лолейт, при выводе формулы изгибаемых элементов по стадии разрушения для расчета, принял „эпюру деформации“ сжатой зоны в виде трапеции. Его формула, как известно, введена в ОСТ 90003—38. В нашем случае, когда к моменту появления трещины в балке критического состояния достигает растянутая зона бетона, „эпюру деформации“ растянутой зоны также следует принять в виде трапеции. Для „эпюры деформации“ сжатой зоны, поскольку в момент появления в балке трещины она относительно слабо напряжена, эпюру следует принять в виде треугольника.

Что касается влияния усадочного фактора, то таковой может быть учтен путем уменьшения значения предельной растяжимости бетона ϵ_1 , вводимого в расчет.

При отсутствии усадки предельная величина ϵ_1 должна быть больше. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Опытные данные, опубликованные различными авторами показывают, что ϵ_1 может меняться в пределах 0,00007—0,00017. Французский исследователь Консидер опубликовал в 1899 г. статью в журнале „Genie Civil“, в которой, на основе проведенных им опытов утверждал, что в присутствии арматуры значительно увеличивается деформация бетона при растяжении без появления трещин. Поставленные Клейнлогелем в 1904 г. проверочные опыты над балками показали, что наибольшая растяжимость бетона не превзошла 0,131—0,146 мм: на 1 пог. метр, т. е. арматура существенно не изменила растяжимость бетона, хотя некоторое увеличение растяжимости и наблюдалось при значительном содержании арматуры в балке. В 1906 г. проф. Шюле сравнил растяжимость армированного и неармированного бетона на образцах, работающих непосредственно на растяжение при содержании арматуры от 0,1 до 5,6%. Ряд цифр вновь подтвердили положение Консидера. Дальнейшие опыты были поставлены Бахом в штуртгардской лаборатории и Пробстом. Для обнаружения разрывов в бетоне ими был использован так называемый метод „водяных пятен“. Испытываемая балка продолжительное время хранится в воде, затем высушенная промокательной бумагой поверхность растянутой зоны бетона покрывается тонким слоем мела. При нагрузке балки в местах образования видимых трещин появляются сначала темные водяные пятна, легко заметные для невооруженного глаза на гладкой белой поверхности балки. Эти опыты показали, что водяные пятна появляются при нагрузках, отвечающих моменту разрыва неармированного бетона, а видимые трещины—гораздо позднее, при значительно больших нагрузках. Из своих опытов Пробст делает

вывод, что значительная растяжимость армированного бетона является кажущейся. В чистом бетоне деформации разрыва сразу локализуются в наиболее слабом месте; арматура вовлекает в работу большие массы бетона и поэтому появление видимых трещин задерживается и тем дольше, чем лучше распределены стержни арматуры в бетоне. В этих же опытах было обнаружено, что балки хранившиеся во влажной среде или в воде, показали большую растяжимость бетона, чем балки хранящиеся в сухом воздухе. Это объясняется тем, что в первых усадка бетона проявляется значительно меньше и растянутая зона бетона имеет меньшие начальные удлинения.

Учитывая, что гидротехнические железобетонные конструкции, для которых требуется проверка момента появления трещин, работают в условиях воздействия влаги или воды, а также и то, что предельная растяжимость бетона редко когда наблюдалась меньше 0,000095, мы можем принять в своих дальнейших расчетах значение $\epsilon_1 = 0,000095$.

Остается еще сказать о временном сопротивлении бетона растяжению. В Т. У. 24—21—40 Главгидроэнергостроя, также как и в ОСТ—90003—38, значение временного сопротивления бетона растяжению R_p определено в зависимости от марки бетона R по известной формуле Фере

$$R_p = \frac{1}{2} \sqrt[3]{R^2}$$

В 1936 году Фере опубликовал (5) большую работу под заглавием „Зависимость между временными сопротивлениями растяжению и сжатию у растворов и бетона“. В этой интересной и насыщенной опытными данными работе показано, что хотя у известных серий бетона, различающихся между собой ограниченным количеством факторов, временные сопротивления растяжению связываются с \sqrt{R} линейным уравнением, параметры соответствующих аналитических выражений колеблются в слишком широких пределах, в зависимости от условий испытаний.

В общем, из этой работы можно сделать вывод, что приведенная выше формула может быть изменена только при получении иных данных в результате испытания данного бетона в виде образцов, размерами мало разнящимися от тех, которые применяются на строительстве и сохраняемых в той же производственной среде.

Вывод расчетных формул изгибаемых железобетонных элементов по моменту появления трещин, при различных очертаниях „эпюры деформации“ растянутой зоны

Для установления влияния „эпюры деформации“ растянутой зоны изгибаемого железобетонного элемента на величину изгибаемого

момента при котором появляется в балке трещина, приведем вывод формулы для эпюры треугольного, трапециoidalного и прямоугольного очертаний. Эпюру сжатой зоны во всех случаях, по изложенным выше причинам, примем только треугольного очертания. Для определения положения нейтральной оси используем общее уравнение. (10) Примем обозначение $F_2 = \mu b h$

$$\sigma_a \cdot \mu = \frac{1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} (F_2 - F_1) \quad (12)$$

Для случая, когда „эпюра деформации“ сжатой зоны имеет вид треугольника и „эпюра деформации“ растянутой зоны бетона также имеет вид треугольника—будем иметь:

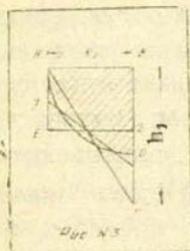
$$F_2 = \frac{\sigma_b \varepsilon_2}{2}$$

$$F_1 = \frac{\sigma_{bz} \varepsilon_1}{2}$$

Делая подстановку в уравнении (12) после некоторых преобразований получим

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} = \frac{2\sigma_a h + \sigma_{bz}}{\sigma_b + \sigma_{bz}} \quad (13)$$

Для случая, когда эпюра сжатой зоны имеет вид треугольника, а эпюра растянутой зоны—вид трапеции, определим сперва характеристики самой трапеции. Площадь ОАВ криволинейной эпюры напряжений (заштрихованную на рис. 3) заменим равновеликим треугольником САВ с высотой ВС= h_1 ; легко видеть, что всякая наклонная прямая, проведенная через середину гипотенузы, отсекает на прямых АЕ и ВС отрезки, соответствующие параллельным сторонам трапеции равновеликих площади треугольника АВС. Выберем трапецию САВ, как наиболее близко подходящую к площади криволинейной эпюры напряжений ОАВ. Точка О лежит между точками С и D, определяющими соответственно высоты $h_1 = BC$ и $BD = 0,5h_1$ треугольника и прямоугольника, равновеликих площади криволинейной эпюры напряжений, причем ближе к D, чем к С.



$$\text{Примем } BO = 0,55h_1$$

$$\text{Тогда } AF = 0,45h_1$$

и расстояние центра тяжести трапеции от АВ

$$\gamma = \frac{1.55}{3}$$

$$\text{Тогда } e_2 = h_1 \left(\frac{0.45}{2} + \frac{0.05 \times 1.55}{3} \right) = 0,251h_1$$

Согласно (13) найдем

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = \frac{2,2\sigma_a \mu + 2\sigma_{bz}}{1,1\sigma_b + 2\sigma_{bz}} \quad (14)$$

Для случая, когда эпюра сжатой зоны имеет треугольное очертание, а эпюра растянутой зоны прямоугольное очертание, будем иметь;

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = \frac{2(\sigma_a \mu + \sigma_{bz})}{\sigma_b + 2\sigma_{bz}} \quad (15)$$

Из выражения (4) можно видеть, что

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = \frac{h_2}{h}$$

Примем обозначение $h_2 = \xi h$.

Поскольку появление трещины в растянутой зоне происходит в тот момент, когда деформации крайних волокон растянутой зоны бетона достигают предельной величины ε_1 , примем $\sigma_{bz} = R^p$

Напряжение в растянутой арматуре при пренебрежении толщиной защитного слоя, что идет в запас, равно

$$\sigma_a = E_a \varepsilon_1$$

Напряжения в крайнем волокне сжатой зоны бетона равны

$$\sigma_b = \varepsilon_1 E_0 \frac{h_2}{h - h_2}$$

Из уравнения (3) следует

$$\xi = \frac{2\varepsilon_1 E_a \mu + R^p}{\varepsilon_1 E_0 (1 - \xi) + R^p}$$

Деля числитель и знаменатель правой части равенства на $2R^p$ и принимая обозначение $\frac{\varepsilon_1 E_a \mu}{R^p} = \alpha_p$, получим после преобразования

$$\left(0,5 - \frac{\varepsilon_1 E_0}{2K} \right) \xi^2 - (1 + \alpha_p) \xi + \alpha_p + 0,5 = 0 \quad (16)$$

Из уравнения (14) следует

$$\xi = \frac{2,2\varepsilon_1 E_a \mu + 2R_p}{\varepsilon_1 E_0 \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\xi}\right) + 2R_p}$$

После подстановок и преобразования получаем

$$\left(0,91 - \frac{\varepsilon_1 E_0}{2R_p}\right) \xi^2 - (1,82 + \alpha_p) \xi + 0,91 + \alpha_p = 0 \quad (17)$$

Из уравнения (15) следует

$$\xi = \frac{2(\varepsilon_1 E_a \mu + R_p)}{\varepsilon_1 E_0 \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\xi}\right) + 2R_p}$$

После подстановок и преобразования получаем

$$\left(1 - \frac{\varepsilon_1 E_0}{2R_p}\right) \xi^2 - (2 + \alpha_p) \xi + \alpha_p + 1 = 0 \quad (18)$$

Согласно опубликованных в литературе данных, предельная растяжимость бетона ε , может меняться от 0,00007 до 0,00017, а $\frac{E_0}{R_p}$ для обычных бетонов меняется от 14000 до 18000.

Таким образом, значение $\frac{\varepsilon_1 E_0}{2R_p}$ может меняться в пределах от 1,53 до 0,49.

Как показал И. В. Мурашов (6) коэффициент $\frac{\varepsilon_1 E_0}{2R_p}$ влияет на величины ξ и M_T несущественно. Колебание $\frac{\varepsilon_1 E_0}{2R_p}$ в возможных пределах вызывает изменение величины M_T не более чем на 25%, т. е. в пределах возможной точности расчета. В связи с этим можно принять среднее значение $\frac{\varepsilon_1 E_0}{2R_p} = 1$. Величина α_p также мало влияет на высоту сжатой зоны и еще меньше отражается на плече внутренней пары. Она сказывается только на величине момента при появлении трещин. Поэтому при определении значения ξ можно принять $\alpha_p = 0$.

Делая подстановки в (16), (17) и (18) получим для ξ общее значение 0,5.

Таким образом для всех принятых вариантов очертаний „эпюр деформаций“ растянутой зоны получаем значение $\xi = 0,5$.

Тогда изгибающие моменты M_T , при которых появляются трещины, при принятых вариантах очертаний „эпюры деформации“ растянутой зоны могут быть определены непосредственно:

а) Треугольное очертание „эпюры деформации“ растянутой зоны

$$M_T = \mu b h \varepsilon_1 E_a \left[(h_1 - a) + \frac{2}{3} h_2 \right] + R_p b \left(\frac{h - h_2}{2} \right) \left(\frac{2}{3} h_1 + \frac{2}{3} h_2 \right) =$$

$$= 0,733 \mu b h^2 \varepsilon_1 E_a + 0,167 R_p b h^3$$

откуда

$$M_T = R_p b h^3 (0,167 + 0,733 \alpha_p) \quad (19)$$

значение толщины защитного слоя принято равным $a = 0,1h$

б) Трапециoidalное очертание „эпюры деформации“ растянутой зоны

$$M_T = R_p b h^3 (0,275 + 0,733 \alpha_p) \quad (20)$$

в) Прямоугольное очертание „эпюры деформации“ растянутой зоны

$$M_T = R_p b h^3 (0,292 + 0,733 \alpha_p) \quad (21)$$

В последнем виде формула предложена Мурашовым.

Анализ расчетных формул, выведенных при различных очертаниях „эпюры деформации“ растянутой зоны

Одной из проверок правильности расчетных формул (19), (20) и (21) может послужить применение их к расчету неармированных бетонных изгибаемых элементов.

В этом случае следует принять $\alpha_p = 0$. Тогда уравнения (19), (20) и (21) примут вид:

$$\text{Из уравнения (19)} \quad M_T = 0,167 R_p b h^3 \quad (22)$$

$$\text{Из уравнения (20)} \quad M_T = 0,275 R_p b h^3 \quad (23)$$

$$\text{Из уравнения (21)} \quad M_T = 0,292 R_p b h^3 \quad (24)$$

Момент появления трещин для неармированных бетонных изгибаемых элементов соответствует разрушающему моменту.

Как известно, разрушающий момент для неармированного изгибаемого бетонного элемента определяется по формуле

$$M_T = \frac{b h^3}{6} R_{pu} \quad (25)$$

где R_{pu} — прочность бетона на растяжение при изгибе. Согласно Т. У. Главгидроэнергостроя

$$R_{pu} = 1,67 R_p$$

Делая подстановку в уравнение (25), получим

$$M_T = \frac{b h^3}{6} 1,67 R_p = 0,278 R_p b h^3 \quad (26)$$

Сравнивая выражение (26) с уравнениями (22), (23) и (24) устанавливаем, что уравнение (23) дает вполне идентичный результат, уравнение (25) дает несколько повышенное значение для M_T , и, наконец, уравнение (22) дает значительно сниженное значение для M_T .

Таким образом данная проверка показывает, что расчетная формула (20), при выводе которой „эпюра деформации“ сжатой зоны была принята треугольного очертания и „эпюра деформации“ растянутой зоны—трапециoidalного очертания, дает наиболее правильный ответ! Правильность расчетных формул (19) и (20) установим еще путем сравнения экспериментальных значений величины $M_T: bh^2R_p$ с теоретическими, вычисленными по означенным формулам. Воспользуемся экспериментальными данными, приведенными Мурашовым в упомянутой выше статье.

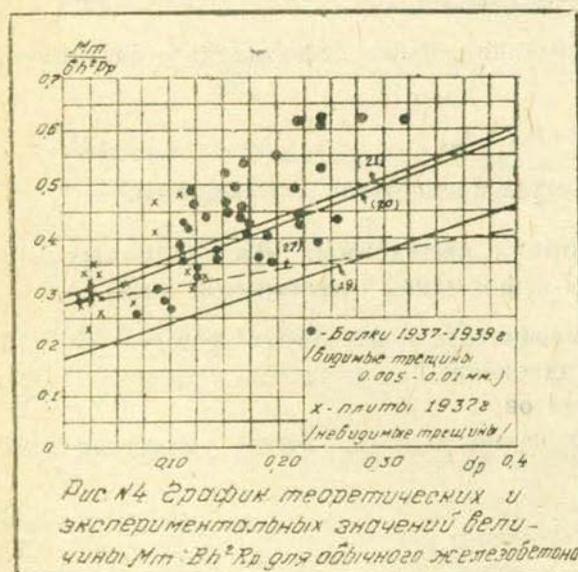


Рис. № 4 График теоретических и экспериментальных значений величины $M_T: bh^2 R_p$ для обычного железобетона

На рис. 4 нанесены значения $M_T: bh^2 R_p$ (точки), полученные при испытании балок и плит и $M_T: bh^2 R_p$, подсчитанные по формуле (19), (20) и (21). При нанесении опытных точек значение α исчислялось исходя из напряжения в арматуре $\epsilon_s E_s = 200$ кг/см². Величины $M_T: bh^2 R_p$, полученные при испытании, наиболее хорошо группируются около теоретических значений, подсчитанных по формуле (20), удовлетворительно группируются около значения, подсчитанных по формуле (21) и группируются значительно выше подсчитанных по формуле (19).

Эта проверка вновь подтверждает правильность формулы (20). Некоторое завышение отдельных точек И. В. Мурашов объясняет тем, что трещины вероятно были замечены с некоторым запозданием, а также тем, что ступени загрузки были взяты исходя из возможной величины разрушающей нагрузки и что для некоторых балок эти ступени по отношению к нагрузке при появлении трещин составляли большой процент.

На рис. 4 нанесена также прямая, построенная по формуле, предлагаемой Т. У. Главгидроэнергостроя. Означенная формула, для сравнения, приведена к такому же виду, как и формула (19), (20) и (21) следующим путем.

Формула, приведенная в Т. У. Главгидроэнергостроя, имеет вид

$$M_T = R_{pu} \frac{J_{np}}{y_p}$$

Подставляя значения $R_{pu} = 1,67 R_p$ и $y_p = 0,5h$, получим

$$M_T = 3,34 R_p \frac{J_{np}}{h}$$

$$J_{np} = \frac{bh^3}{12} + \mu bh(0,4h)^2 \frac{E_a}{E_b} = bh^3 \left(\frac{1}{12} + 0,16\mu \frac{E_a}{E_b} \right)$$

и $E = 2100000 = \varepsilon_1 E_a 10500$

Руководствуясь данными Т. У. Главгидроэнергостроя можно показать, что

$$E_b = 15500 R_p \pm 10^6$$

Тогда

$$J_{np} = bh^3 \left(\frac{1}{12} + 0,16\mu \frac{10500\varepsilon_1 E_a}{16500 R_p} \right) = bh^3 \left(\frac{1}{12} + 0,102\alpha_p \right)$$

$$M_T = 3,34 R_p \frac{J_{np}}{h}$$

Подставляя значение J_{np} получим

$$M_T = bh^2 R_p (0,278 + 0,340\alpha_p) \quad (27)$$

Сравнивая между собой формулы (20) и (27) легко видеть, что формула (20) дает более выгодные решения, чем формула (27). Результаты сравнения приведены в таблице 1.

Таблица 1

Значение $\frac{M_T}{bh^2 R_p}$ подсчитанные по различным формулам					
	$\alpha_p = 0$	$\alpha_p = 0,1$	$\alpha_p = 0,2$	$\alpha_p = 0,3$	$\alpha_p = 0,4$
Формула Т. У. Главгидроэнергостроя (принята за единицу)	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Новая расчетная формула	1,0	1,12	1,22	1,31	1,39

Значение α_p можно написать в виде

$$\alpha_p = \mu \frac{\sigma_a}{R_p} = 200 \frac{\mu}{R_p}$$

Для бетона марки $R=110 \text{ кг/см}^2$, $R_p=11,5 \text{ кг/см}^2$

$$\text{и } \alpha_p = 17,4\mu$$

Тогда при $\alpha_p = 0,4\mu = \frac{0,4}{17,4} = 0,023 = 2,3\%$, что является пре-

дельным случаем армирования при данной марке бетона.

Таким образом, для предельного случая армирования новая расчетная формула допускает значение M_T примерно на 40% больше, чем формула Т. У. Главгидроэнергостроя.

Новые расчетные формулы, предлагаемые другими авторами

В выведенной нами формуле (20) возможность использования арматуры до момента появления трещины ограничивается напряжением 200 кг/см^2 . Это ограничение основано на том, что предельная растяжимость бетона в момент разрыва, с учетом усадочных явлений в железобетонном элементе принимается равной $\varepsilon_1 = 0,00095$. Лоссье и Фори, на основе проведенных ими опытов над центрально растянутыми железобетонными элементами утверждают, что чем меньше шаг арматуры, тем больше растяжимость бетона и соответственно выше напряжение в железе. Они дали следующую формулу для определения усилия N в момент появления трещины

$$N = F_6 R_p + 100 F_a \left(\frac{100 - e^2}{e + 4} - \frac{e^2}{300} \right) \quad (28)$$

где e — шаг арматуры

Первый член формулы представляет сопротивление бетонного элемента и второй — сопротивление арматуры. Согласно формулы (28) получается, что если принять, например, шаг арматуры $e = 6 \text{ см}$, что обычно имеет место на практике, то сопротивление арматуры в растянутом железобетонном элементе будет равно:

$$100 F_a \left(\frac{100}{e + 4} - \frac{e^2}{300} \right) = 998$$

откуда напряжение в железе составляют 998 кг/см^2 против 200 кг/см^2 согласно Т. У. Главгидроэнергостроя. Наши опыты показали, что расстредоточение арматуры, если судить по моменту появления видимых трещин, действительно влияет на отдаление появления трещины, но все же значительно меньше, чем это получается по формуле Лоссье и Фори. В литературе есть указания о том, что при мелких диаметрах арматуры трещины располагаются чаще и мельче, а при крупных диаметрах арматуры наоборот, трещины располагаются реже, но больших размеров. Объяснение запоздания трещин в железобетонных элементах приведено также выше.

Вообще говоря гидротехническое сооружение должно быть

Влияние повышенной растяжимости легких бетонов на момент появления трещин

До сих пор мы имели в виду обычные бетоны. Но в гидротехническом строительстве могут быть применены и так называемые легкие бетоны. В практике судостроения (например американской) применение легких бетонов имело место. Легкие бетоны обладают повышенной растяжимостью. В нашей брошюре „Вопросы расчета обычного и легкого железобетона“ (9) указывается, что предельная растяжимость легкого бетона составляет 0,0003—0,0005. Опыты проводились над центрально-растянутыми армированными элементами. Принимая для изгибаемых железобетонных элементов более осторожную величину $\varepsilon_1 = 0.00025$, получаем напряжение в арматуре, в момент появления трещины, равное

$$\sigma_a = \varepsilon_1 E_a = 500 \text{ кг/см}^2 \quad (31)$$

На рис. 5 нанесены результаты испытаний балок из легкого железобетона. Для большей наглядности на этом рисунке нанесены как данные, характеризующие момент появления трещин, так и данные, характеризующие величину разрушающего момента. Там же нанесены их теоретические значения, вычисленные по формуле для определения разрушающего момента (ОСТ 90003—38) по формуле (20), с принятием напряжения в арматуре в момент появления трещин в размере $\sigma_a = 200 \text{ кг/см}^2$ и $\sigma_a = 500 \text{ кг/см}^2$ и по формуле (27).

Для совмещения всех этих данных на одном рисунке формулы (20) и (27) мы привели к такому же виду, как и формула для определения разрушающего изгибающего момента по ОСТ 90003—38, путем следующих подстановок и преобразований.

Согласно таблице 3 Главгидроэнергостроя

$$R_p = 0.1R_u + 10 \text{ \%} \quad (32)$$

$$\alpha_p = \mu \frac{\varepsilon_1 E}{R_p}$$

Делая подстановку из выражений (31) и (32) получим

$$\alpha' = \mu \frac{500}{0.1R_u} \quad (33)$$

Обычно на строительстве применяется арматура с пределом текучести $\sigma_a = 2500 \text{ кг/см}^2$.

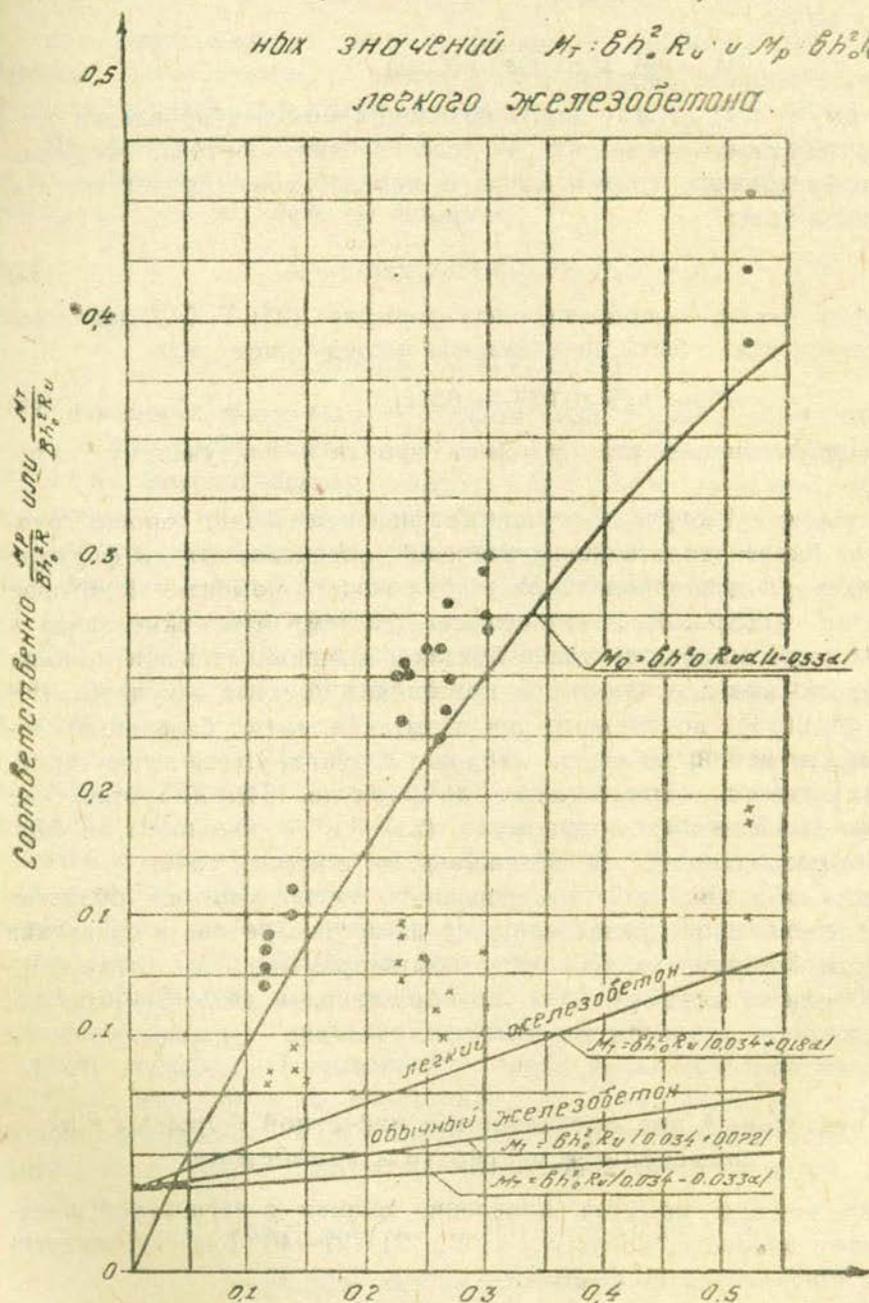
Тогда выражение (33) можно переписать так:

$$\alpha_p = \mu \frac{0.2\sigma_a}{0.1R_u} = 2\alpha$$

где $\alpha = \mu \frac{\sigma_a}{R_u}$ согласно ОСТ 90003—38

График

теоретических и экспериментальных значений $M_T = \delta h^2 R_u$ и $M_p = \delta h^2 R_u$ для легкого железобетона.



• - разрушение
x - появление трещин

Рис. № 5.

Примем во внимание, что:

$$h_0 = 0,9h$$

Тогда формулу (20) путем преобразований и подстановок получим в виде:

$$M_T = bh_0^2 R_u (0.0342 + 0.18\alpha) \quad (34)$$

Формула (34) служит для определения момента появления трещин в изгибаемых элементах из легкого железобетона. Формула (21), преобразованная для обычного железобетона представится в следующем виде:

$$M_T = bh_0^2 R_u (0.034 + 0.072\alpha) \quad (35)$$

Точно также преобразованная формула (27) Т. У. Главгидроэнергостроя может быть представлена в следующем виде

$$M_T = bh_0^2 R_u (0.034 + 0.033\alpha) \quad (36)$$

Из рассмотрения рис. 5 можно прийти к следующему заключению:

Величины $M_T: bh_0^2 R_u$, полученные при испытании, хорошо группируются около теоретических значений, определенных по формуле ОСТ 90003—38 для определения разрушающего момента. Некоторое завышение отдельных точек объясняется тем, что примененная в дело арматура была получена в бухтах и выпрямлялась при помощи лебедки, что вызвало некоторое повышение предела текучести. Величины $M_T: bh_0^2 R_u$, полученные при испытании, имеют большие отклонения между собой, но все же хорошо группируются выше теоретических значений, вычисленных по формуле (34). Теоретические значения, вычисленные по формуле (35) и в особенности по формуле (36) располагаются значительно ниже опытных точек.

Таким образом, для армированного легкого бетона, обладающего более высокой предельной растяжимостью бетона в сравнении с обычным бетоном, также может быть применена расчетная формула (20) или та же формула в преобразованном виде (34), однако, с напряжением арматуры в момент появления трещины, равным 500 кг/см^2 .

Окончательный вид предлагаемой расчетной формулы и ее применение в частности к армобетону

Определение момента появления трещин в изгибаемой железобетонной элементе, согласно Т. У. 24—21—40 Главгидроэнергостроя, производится по формуле

$$M_T = R_{pu} \frac{J_{np}}{J_p}$$

В преобразованном виде эта формула может быть представлена так:

$$M_T = bh_0^2 R_p (0,278 + 0,34\alpha_p)$$

или

$$M_T = bh_0^2 R_u (0,034 + 0,033\alpha)$$

Как было показано выше, означенная формула неправильно отражает действительную работу изгибаемого железобетонного элемента в стадии появления трещин.

На основании доказательств, приведенных в настоящей работе, мы предлагаем определять момент появления трещин в изгибаемом железобетонном элементе по формуле

$$M_T = bh^2 R_p (0,275 + 0,733\alpha_p)$$

или в виде

$$M_T = bh_0^2 R_u (0,034 + 0,072\alpha)$$

Применение формулы в последнем виде более удобно, так как значения α , bh_0^2 и R_u можно получить из расчета железобетонного сечения по разрушающему моменту. Как было показано выше, предлагаемая нами формула дает более экономичные решения. Для предельного случая армирования значение M_T , вычисленное по этой новой формуле, превышает значение M_T , вычисленное по формуле Т. У. 24—21—40 Главгидроэнергостроя примерно на 40%.

Руководствуясь новой расчетной формулой можно сделать более четкое разграничение между бетоном, армированным бетоном и железобетоном.

Согласно Т. У. 24—21—40 Главгидроэнергостроя, конструкции с содержанием арматуры менее 0,05% относятся к бетонным, с содержанием арматуры от 0,05% до указанных в таблице 5 (0,2—0,4%) относятся к конструкциям из армированного бетона и наконец, с более высоким содержанием арматуры—к конструкциям из железобетона. Легко видеть, что при содержании арматуры менее 0,2—0,4% формула ОСТ 90003—38 для определения разрушающего момента не применима, так как значение разрушающего момента получается ниже, чем значение изгибающего момента, при котором появляются трещины. Приравнявая значение M , вычисленное по формуле ОСТ 9003—38 и M_T , вычисленное по новой формуле, найдем значение, при котором будет иметь место одновременное появление трещины и разрушение изгибаемого железобетонного элемента:

$$M_p = M_T = bh_0^2 R_u \alpha (1 - 0,53\alpha) = bh_0^2 R_u (0,034 + 0,072\alpha);$$

$$0,53\alpha^2 - 0,928\alpha + 0,034 = 0$$

$$\text{откуда } \alpha_1 = 1,71,$$

$$\alpha_2 = 0,04.$$

Значение $\alpha = 1,71$ выходит за пределы допускаемого армирования и поэтому откидывается как не имеющее реального смысла.

Поэтому мы принимаем значение $\alpha=0.04$ как определяющую интересующую нас точку. Можно теперь вычислить значения коэффициентов армирования μ или соответственно процентов армирования „ ρ “, при которых должно иметь место одновременное появление трещин и разрушение.

$$\alpha=0,04=\mu \frac{\sigma_a}{R_a}$$

$$\text{При } \sigma_a = 2500 \text{ кг/см}^2 \quad \mu = \frac{0,04R_a}{2500}$$

$$\text{и } \rho = \frac{4R_a}{2500} \quad \dots \quad (37)$$

В таблице 2 сопоставлены значения $\rho\%$, вычисленные согласно выражения (37) и приведенные в Т. У. Главгидроэнергостроя.

Таблица 2

Марки бетона	„90“—„140“	„170“—„200“	„250“—„300“
Р % вычисл. согласно выражения (37)	0,14—0,22	0,25—0,29	0,35—0,40
Р % по Т. У. Главгидроэнерг.	0,2	0,3	0,4

Из рассмотрения табл. 2 можно видеть, что граница между армобетоном и железобетоном достаточно точно определяется согласно выражения (37). Граница между бетоном и армобетоном также может быть выражена через α . Принимая значение $\sigma_a=2500 \text{ кг/см}^2$ и среднее значение марок бетона, применяемых для бетонных конструкций („90“—„200“) получаем для $\rho=0,05\%$:

$$\alpha=0,0005 \frac{2500}{150}=0,008$$

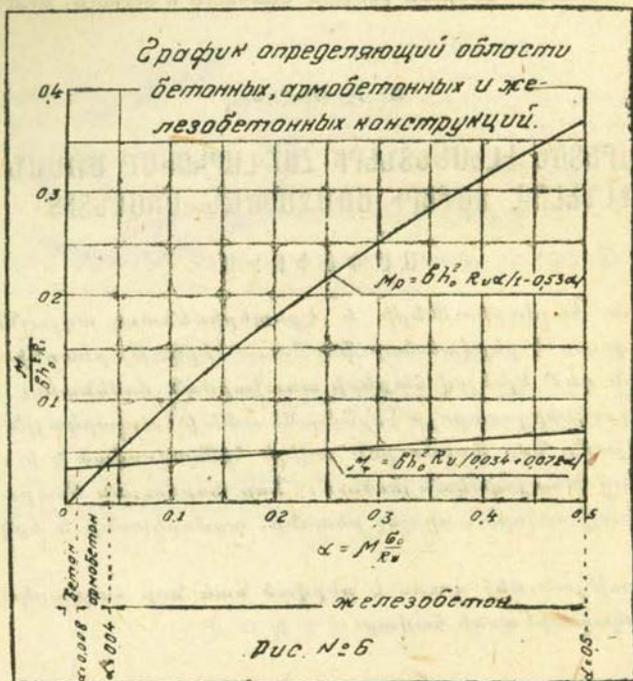
Таким образом границей между бетоном и армобетоном является значение $\alpha=0,008$. На рис. 6 нанесены пределы, разграничивающие между собой бетонные, армобетонные и железобетонные конструкции.

В соответствии с изложенным, можно установить следующие пределы применимости новой расчетной формулы.

Конструкции с относительной силой армирования $\alpha < 0,008$ должны рассчитываться как бетонные, без учета работы арматуры. Конструкции с относительной силой армирования α в пределах от 0,008 до 0,04 рассчитываются по новой расчетной формуле. Учитывая однако, что в указанных пределах появление трещин и разрушение наступают одновременно, и что имеет место так называемое „хрупкое“

разрушение, коэффициенты запаса должны быть приняты те же, что и при расчете на достижение бетоном временного сопротивления растяжению при скалывании без постановки хомутов и косых стержней (K_3).

Конструкции с относительной силой армирования $\alpha > 0,04$ долж-



ны рассчитываться для определения момента появления трещин по новой расчетной формуле и для определения разрушающей нагрузки по ОСТ 90003—38.

* Ввиду того, что сжатая арматура и сжатие в полках элементов таврового очертания оказывают незначительное влияние на сопротивляемость растянутой зоны, величина M для этих случаев определяется также как и для изгибаемых элементов с одиночным армированием и прямоугольного очертания.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Технические условия и нормы Главгидроэнергостроя-ТУ 24—21—40.
2. H. Lossier et I. Foury—La fissuration du beton armé. Influence de la qualité des ciments et de la répartition des armatures. Annales de l'Institut technique. Bâtiment № 3, 1939.
3. Гебауер—Расчет железобет. балок с учетом усадочных напряжений в бетоне. „Beton und Eisen“, 5 мая 1934.
4. И. С. Подольский—Расчет железобет. констр., с учетом нек. физ. факторов. 1938. Москва.
5. Р. Фере—Зависимость между временными сопротивлениями растяжению и сжатию у растворов и бетонов. La Revue des Matériaux de construction et de Travaux Publics, ряд намеров за 1936.

6. И. В. Мурашов—Теория появления и вскрытия трещин в железобетоне, расчет жесткости. Строит. пром., № 11, 1940.

7. А. П. Коровкин—Опытно-теорет. исследование железобет. конструкций. НИИПС НКПС, 1940, Москва.

8. Н. Ладыгин—Формулы для расчета железобет. элементов по стадии образования трещин. 1940. Москва.

9. М. З. Симонов—Вопросы расчета обычного и легкого железобетона. 1935, Тбилиси.

Մ. Յ. Սիմոնով

ԵՐԿԱԹԱԲԵՏՈՆ ԷԼԵՄԵՆՏՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿՈՒՄԸ ԾՌՄԱՆ ԴԵՄ՝ ԵԼՆԵԼՈՎ ՃԱԲԵՐԻ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ՄՈՄԵՆՏԻՑ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Տեսական հաշվարկումների և էքսպերիմենտալ ավյույնների անալիզի հիման վրա դուրս է բերված նոր ֆորմուլա՝ երկաթարետոնի հաշվարկման համար ծռման դեմ՝ ելնելով ճաքերի առաջացման մոմենտից:

Գլավհիդրոէներգոստրոյի ԿՄ 24—21—40-ի հաշվարկային ֆորմուլայի համեմատությամբ նոր ֆորմուլան ավելի հիմնավորված է և միաժամանակ տալիս է ավելի խնայողական լուծում: Նոր ֆորմուլան հնարավոր է դարձնում նաև անալիտիկորեն որոշել բետոնի, արմորետոնի և երկաթարետոնի սահմանները:

Աշխատության մեջ դուրս է բերված նաև նոր հաշվարկային ֆորմուլա՝ թեթև երկաթարետոնի համար:

M. Z. Simonov

The Design of Reinforced Concrete Members in Bending on the Basis of Crack Appearance

S u m m a r y

On the basis of theoretical calculations and an experimental data analysis a new formula has been deduced for reinforced concrete designing in bending taking into account the appearance of cracks. In comparison with the design formula suggested by the technical office of the administration for Hydro-Energo-Construction T. U. 24—21—40, the new formula is more reliable and gives at the same time a more economic solution. It also enables to determine analytically the limits between concrete, armoured concrete and reinforced concrete.

In this article the deduction of a formula for designing light reinforced concrete is also given.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒՅՅՈՒՆ

Հիդրավիկա-հիդրոմեխանիկա

- Ի. Վ. Եղիազարով—Հայկական ՍՍՌ ԳԱ իսկական անդամ.—Նմանություն տեսությունը և նմանություն օրենքների կիրառումը չհաստատված շարժման երկվորյակների նկատմամբ 3

Ինժեներական սեյսմոլոգիա

- Ա. Գ. Նազարով—ՀՍՍՌ ԳԱ թղթակից-անդամ.—Սեյսմիկ ուժերի ինստրումենտալ որոշումը կառուցվածքների հաշվարկի համար 31

Մրկաբարեանի սեյսմոլոգիա

- Գ. Ս. Գրիգորյան—Մասաչուսեթսի տնտեսական հետազոտությունների կենտրոնի աշխատանքի փորձնական ուսումնասիրությունն առաջադեպի և առաջադեպ-պլաստիկ փուլերում 51
- Ֆ. Զ. Սիմոնով—Երկաթաբետոնի կոմպոզիտների հաշվարկումը ծուխի դեմ՝ կլանելով հարվածի առաջացման մոմենտից 79

С о д е р ж а н и е

Гидравлика-гидромеханика

- И. В. Егизаров—Действ. член. АН Арм. ССР.—Теория подобия и применения законов подобия к явлениям неустановившегося движения 3

Инженерная сейсмология

- А. Г. Назаров—Член-корр. АН Арм. ССР.—Инструментальное определение сейсмических сил для расчета сооружений 31

Теория железобетона

- Г. С. Григорян—Экспериментальное исследование работы железобетонной, статически-неопределимой системы в упругой и упруго-пластической областях 51
- М. З. Симонов—Вопросы расчета обычного и легкого железобетона на изгиб по моменту появления трещин 79

C O N T E N T S

Hydraulics - Hydromechanics

- I. V. Egizarov—Member of the Academy of Sciences of the Armenian SSR—The Theory of Similarity and the Application of the Laws of Similarity to the Phenomena of Unsteady Motion 3

Engineering Seismology

- A. G. Nazarov*—Correspondent Member of the Academy of Sciences of the Armenian SSR —Instrumental Determination of Seismic Forces for Structural Design 31

Theory of Reinforced Concrete

- G. S. Grigorian*—Experimental Investigation of the Statically Indeterminate Reinforced Concrete System, Working in the Elastic and Elastic-Plastic Stage 51
- M. Z. Simonov*—The Design of Reinforced Concrete Members in Bending on the Basis of Crack Appearance 79



Подписано к печати 30/V 1947 г. Объем 6 $\frac{1}{2}$ п/л. в п. л. 53-500 печ. зн.
Тираж 1000. ВФ 01925, зак. 333, изд. 405

Типография Академии Наук Арм. ССР, Ереван, ул. Абовяна, № 104