

Журнал издается с 5.01. 1948 г.

Выходит 3 раза в год

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒԵԳԻԱ

Ռ. Մարտիրոսյան (գլխավոր խմբագիր), Ռ. Աթոյան (գլխ. խմբ. տեղակալ), Տ. Թերզյան (գլխ. խմբ. տեղակալ), Ս. Ղազարյան, Ռ.Մարուխյան, Ն. Մանուկյան, Ֆ. Սարգսյան, Յու. Սարգսյան, Վ Սարգսյան, Մ Ստակյան (գլխ իմբ. տեղակալ), Զ. Ստեփանյան (պատասխանատու քարտուղար), Վ. Խաչատրյան, Տ. Զոչինյան:

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Р.М. Мартиросян (главный редактор), Р.В. Атоян (зам. глав. редактора), С.М. Казарян,

Г.А. Кочинян, Н.В. Манукян, В.З. Марухян,

В.С. Саркисян, Ф.Т. Саркисян, Ю.Л. Саркисян,

М.Г. Стакян (зам. глав. редактора), З.К. Степанян

(ответственный секретарь), А.А. Терзян (зам. глав. редактора), В.С. Хачатрян.

EDITORIAL BOARD

R.M. Martirosyan (Editor-in-Chief), R.V. Atoyan (Vice-Editor-in-Chief),

S.M. Ghazaryan, V.S. Khachatryan,

H.J. Kochinyan, N.V. Manoukyan, V.Z. Maroukhyan,

F.T. Sarkissyan, V.S. Sarkissyan, Yu.L. Sarkissyan,

M.G. Stakyan (Vice-Editor-in-Chief), Z.K. Stepanyan (Secretary in-Chief),

H.A. Terzyan (Vice-Editor-in-Chief)

**ՀԱՆՂԵՍԸ ԳՐԱՏԱՐԱԿՎԱԾ Է ԱՍԵՐԻԿԱՅԻ ՀԱՅ ԿՐԹԱԿԱՆ
ՀԻՄՆԱՐԿՈՒԹՅԱՆ ՆՎԻՐԱՏՎՈՒԹՅԱՄԲ ՀԻՄՆԱԴՐՎԱԾ
ՀԱՄԱԿԱՐԳՉԱՅԻՆ ԳՐԱՏԱՐԱԿՉԱԿԱՆ ԿԵՆՏՐՈՆՈՒՄ**

THE JOURNAL IS PUBLISHED IN THE COMPUTER PUBLISHING
CENTER ESTABLISHED BY THE DONATION OF THE ARMENIAN
EDUCATIONAL FOUNDATION (USA)

Հրատ. խմբագիր՝ ԺԱՆՆԱ ՍԵՅՐԱՆՅԱՆ
Համակարգչային շարվածքը եւ ձեւավորումը՝
ԼԻԼԻԹ ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆԻ

© Издательство ГИУА

Известия НАН и ГИУ Армении (сер. техн. наук), 1999

Պատվեր 1194

Տպարանակ՝ 290

Տպագրված է Նախատանի Պետական Հայաստագիտական
Տամախարանի տպարանում, Տերյան 105

ԹՈՐԳՈՍ ԹՈՐՈՍԻ ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ՕԳՍԵՆ ՍՈՒՐԱԴԻ ՍԱՊՈՆՋՅԱՆ

(ԾՆՆԴՅԱՆ 90 - ԱՄՅԱԿԻ ԱՌԹԻՎ)

Լրացավ Չայաստանում ճարտարագիտական կադրերի պատրաստման երկու երախտավորների 90 տարին. գիտության վաստակավոր գործիչ, տեխնիկական գիտությունների դոկտոր, պրոֆեսոր ԹՈՐԳՈՍ ԹՈՐՈՍԻ ԽԱՉԱՏՐՅԱՆԻ, որը 40 տարուց ավելի ղեկավարել է Երեւանի պոլիտեխնիկական ինստիտուտի տեսական մեխանիկայի ամբիոնը եւ գիտության վաստակավոր գործիչ, տեխնիկական գիտությունների դոկտոր, պրոֆեսոր, ՀԳԱԿ Թղթակից-անդամ ՕԳՍԵՆ ՍՈՒՐԱԴԻ ՍԱՊՈՆՋՅԱՆԻ, որը շուրջ 48 տարի ղեկավարել է Երեւանի պոլիտեխնիկական ինստիտուտի նյութերի դիմադրության ամբիոնը: Նրանց միավորել են ոչ միայն հոբբելյանական տարեթիվը եւ կյանքի ու ստեղծագործական ուղիները, այլեւ դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկայի բնագավառում կատարած ու միջազգային ճանաչման արժանացած աշխատանքները:

Նրանց պատրաստած գիտական կադրերը հետագայում դարձել են Չայաստանում մեխանիկայի զանազան բնագավառների հիմնարար հետազոտությունների հեղինակներ եւ իրենց ներդրումն ունեն նոր գիտական կադրերի պատրաստման հայրենանվեր գործում: 1980-ական թվականներին պրոֆեսորներ Թ. Խաչատրյանի եւ Օ. Սապոնջյանի կողմից ղեկավարվող ամբիոններից յուրաքանչյուրում արդեն աշխատում էին մի քանի պրոֆեսորներ եւ 20-ից ավելի դոցենտներ:

Օ. Սապոնջյանը եւ Թ. Խաչատրյանը, լինելով հիմնարար մեխանիկայի, մասնավորապես, մաթեմատիկական առաձգականության տեսության բնագավառում ճանաչված գիտնականներ, մեծ աշխատանք էին կատարում Չայաստանում ճարտարագիտական մեխանիկայի զարգացման համար: 1980-ական թվականներին նրանք փորձում էին Երեւանի պոլիտեխնիկական ինստիտուտում բացել «Մեքենաների դինամիկա եւ ամրություն» մասնագիտությունը, որը Երեւանի պետական համալսարանում տարիներ ի վեր դասավանդվող դեֆորմացվող պինդ մարմնի մեխանիկայի ճարտարագիտական տարբերակն է: Տավրջ սրտի, նրանց չհաջողվեց իրականացնել այն իրենց կենդանության օրոք: Չորս տարի առաջ միայն այդ մասնագիտությունը բացվեց Չայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարանի մեխանիկայի եւ մեքենագիտության դեպարտամենտում:

Պրոֆեսորներ Թ. Խաչատրյանի եւ Օ. Սապոնջյանի ծննդյան 90-ամյակի կապակցությամբ Չայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարանի

գիտատեխնիկական խորհրդի ընդլայնված նիստում տեղի ունեցան գիտական ընթերցումներ, որոնց նյութերը տեղ են գտել Տեղեկագրի այս համարում:

Տեղեկագրի խմբագրական կոլեգիան եւ պրոֆեսորներ Թորգոմ Խաչատրյանի եւ Օգսեն Սապոնջյանի բազմաթիվ աշակերտները խոր երախտագիտությամբ նշում են նրանց անգնահատելի ավանդը պինդ մարմնի մեխանիկայի զարգացման գործում:



ԽԱՇԱՏՐՅԱՆ ԹՈՐԳՈՄ
ԹՈՐՈՍԻ
(1908-1980)

1939 - ին նշանակվում է Երեւանի պոլիտեխնիկական ինստիտուտի տեսական մեխանիկայի ամբիոնի վարիչ: Սկսվում է Մեծ Հայրենականը, որին իր մասնակցությունն է բերում նաեւ Թ. Խաչատրյանը. իսկ զորացրվելուց հետո նորից նշանակվում է ամբիոնի վարիչ, որտեղ եւ պաշտոնավարում է մինչեւ կյանքի վերջը:

Թ. Խաչատրյանը դոկտորական ատենախոսություն պաշտպանել է 1947 թ. - ին «Փոքր կորություն ունեցող գլանային թաղանթներ» թեմայով: Պրոֆեսորի կոչում նրան շնորհվել է 1948-ին:

Թ. Խաչատրյանի գիտական աշխատանքները վերաբերում են առաձգականության տեսության տարբեր բնագավառներին: Կորագիծ ձողերի, սալերի, թաղանթների տեսությանը նվիրված գիտական հետազոտությունների արդյունքները մեծ կիրառություն են գտել ճարտարագիտական զանազան կառույցների եւ կառուցվածքների նախագծման եւ հաշվարկման աշխատանքներում: Առանձնահատուկ տեղ են զրավում թաղանթների տեսությանը նվիրված աշխատանքները, որոնց արդյունքներն ամփոփված են «Ցածրանիստ գլանային թաղանթներ» մենագրության մեջ: Կյանքի վերջին

Թ. Խաչատրյանը ծնվել է 1908 թվականին. Ղարսի նահանգի Շատրվան գյուղում, զաղթել է Արեւլյան Հայաստան, ապրել որբանոցում:

Միջնակարգ դպրոցն ավարտելուց հետո, 1928-ին ընդունվել է Երեւանի պետական համալսարանի տեխնիկական ֆակուլտետը, որտեղ 1930-ին, ցուցաբերելով արտակարգ ընդունակություններ, դեռեւս ԲՈՒՀ-ը չավարտած, նշանակվել է տեսական մեխանիկայի եւ նյութերի դիմադրության ամբիոնի ասիստենտ:

1932-ին, ավարտելով Հայաստանի շինարարական ինստիտուտը, շարունակել է աշխատել որպէս ասիստենտ. իսկ երկու տարի անց ընդունվել է Մոսկվայի ինժեներա-շինարարական ինստիտուտի ասպիրանտուրան: 1937-ին պաշտպանել է թեկնածուական ատենախոսություն «Առաձգական հիմքի վրա դրված շրջանային հեծանի հաշվարկը» թեմայով:

տասնամյակում նա զբաղվում էր էլեկտրադինամիկայի եւ շարժման կայունության մի շարք խնդիրների լուծմամբ:

1950-ական թ. սկզբներին Թ. Խաչատրյանը եղել է Երեւանի պոլիտեխնիկական ինստիտուտի հիդրոտեխնիկական ֆակուլտետի դեկան, իսկ 1954 - 1959 թ.թ. զբաղեցրել է ինստիտուտի ուսումնական, ապա գիտական աշխատանքների գծով պրոռեկտորի պաշտոնները:

Օ. Սապոնջյանը ծնվել է 1908-ին, Վանա լճի հյուսիսային ափին գտնվող Արճեշ քաղաքում, գաղթել է Արեւելյան Հայաստան, ապրել է որբանոցում, ավարտել միջնակարգ դպրոցը:

1928թ. Օ. Սապոնջյանն ընդունվում է Երեւանի պետական համալսարանի տեխնիկական ֆակուլտետը եւ 1932թ. ավարտում շինարարական ինստիտուտի հիդրոտեխնիկական կառուցվածքների շինարարության բաժինը ստանալով ինժեներ-հիդրոշինարարի որակավորում:

Դեռեւս ուսանող, 1931-ից աշխատում է շինարարական ինստիտուտի տեսական մեխանիկայի ու նյութերի դիմադրության ամբիոնում, որպէս ասիստենտ: 1936-ին ընդունվում է Մոսկվայի ինժեներա-շինարարական ինստիտուտի ասպիրանտուրան շինարարական մեխանիկա մասնագիտությամբ իսկ 1939-ին պաշտպանում թեկնածուական ատենախոսություն «Բարակ սալերի ծռման մի քանի խնդիրների լուծումը» թեմայով:

1939-ին նշանակվում է Երեւանի պոլիտեխնիկական ինստիտուտի նյութերի դիմադրության ամբիոնի վարիչ եւ պաշտոնավարում մինչեւ կյանքի վերջը:

Օ. Սապոնջյանը տեխնիկական գիտությունների գիտական աստիճան ստանում է 1950թ.-ին, նույն թվականին շնորհվում է նաեւ պրոֆեսորի կոչում:

Օ. Սապոնջյանի աշխատությունները հիմնականում նվիրված են էլիպտական, կիսաէլիպտական, բազմանկյուն եւ կիսաշրջանային եզրագծերով բարակ սալերի ծռման դեպքում նրանց լարվածային-դեֆորմացիոն վիճակի ուսումնասիրությանը: Բարակ սալերի ծռման տեսությունում նա զարգացրել է կոմպլեքս փոփոխականի ֆունկցիաների կիրառման սկզբունքները, առաջարկել է Սեն-Վենանի սկզբունքի ձեւակերպում տեղափոխությունների համար:

Օ. Սապոնջյանը 1960 թ. ընտրվել է ՀԳԱՍ թղթակից-անդամ: Եղել է Ակադեմիայի «Ձեկուցումներ» հանդեսի խմբագրական խորհրդի նախագահ, տերմինաբանական կոմիտեի անդամ: 1975 թ. -ին լույս տեսավ նրա «Բարակ սալերի ծռումը» հիմնարար մենագրությունը:



ՍԱՊՈՆՋՅԱՆ ՕԳՍԵՆ
ՄՈՒՐԱԴԻ
(1908-1987)

С.А. АМБАРЦУМЯН, М.В. БЕЛУБЕКЯН

ТОНКАЯ ПЛАСТИНКА ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОВЕРХНОСТНОЙ КАСАТЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

Անդրի լուծման համար առաջարկվում է օրոտոգրթելի կիրիստոֆի վարկածի ճշգրտված տարբերակ, որը միջանկյալ է կիրիստոֆի և լայնական տանքեր հաշվի առնող տեսությունների նկատմամբ: Վաստասովում են այն պայմանները, որոնք դեպքում հիմնական են հանդիսանում կամ ընդհանրացված հարթ լարվածային, կամ ձառան վիճակները:

Предлагается уточненный вариант гипотезы Кирхгофа, который является промежуточным между теорией пластин Кирхгофа и теориями, учитывающими поперечные сдвиги. Устанавливаются условия, при которых основными являются либо обобщенное плоское напряженное, либо изгибное состояния.

Библиогр.: 4 назв.

A refined version of Kirchhoff's hypothesis is suggested. It is an intermediate model between Kirchhoff's theory and theories accounting transverse shears. The conditions under which the generalized plane stress or bending states are basic are established.

Ref. 4.

Впервые задача определения напряженно-деформированного состояния пологой цилиндрической панели при наличии касательной нагрузки на основе гипотезы Кирхгофа-Лява была исследована в [1]. Отсюда, в частности, получено решение соответствующей задачи для тонкой пластинки. В [2] обсуждены основные проблемы, возникающие в случае наличия касательных нагрузок.

Известно, что действие поверхностных касательных нагрузок, в общем случае, приводит к появлению как планарных, так и изгибных деформаций. При использовании метода гипотез, основанных на понятии тонкостенности, задачи обобщенного плоского напряженного деформированного состояния (планарная задача) и изгиба разделяются. В случаях, когда прямоугольная пластинка не имеет свободного края (края закреплены или свободно оперты), основная доля касательной нагрузки идет на появление планарных усилий. При наличии какого-нибудь свободного края возможно, что основными будут изгибающие усилия и моменты [3].

В настоящей работе предлагается уточненный вариант гипотезы Кирхгофа. По существу, указанный вариант является промежуточным между классической теорией и теориями, учитывающими поперечные сдвиги [4]. Этот вариант является также некоторым частным случаем теории С. Амбарцумяна.

Показано, что влияние уточнения гипотезы Кирхгофа имеет порядок квадрата относительной толщины в случаях, когда основными являются либо планарные, либо изгибные усилия. Для соответствующих задач изгиба и плоского напряженного состояния указанное уточнение оказывается существенным. Например, если

края пластинки жестко закреплены, то планарные перемещения определяются с точностью квадрата относительной толщины. Однако при этом пластинка также изгибается, что невозможно по гипотезе Кирхгофа.

Пусть пластинка в прямоугольной декартовой координатной системе (x, y, z) занимает область $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $-h \leq z \leq h$. На лицевой поверхности пластинки $z=h$ приложена касательная нагрузка $\tau(x, y)$ по направлению координаты Ox . Граничные условия на лицевых поверхностях имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{11} = 0, \quad \sigma_{11} = \tau(x, y), \quad \sigma_{12} = 0 \quad \text{при } z = h, \\ \sigma_{31} = 0, \quad \sigma_{31} = 0, \quad \sigma_{32} = 0 \quad \text{при } z = -h. \end{aligned} \quad (1)$$

Относительно пластинки принимаются все допущения гипотезы Кирхгофа, кроме $\epsilon_{11} = 0$. Взамен этого допущения принимается

$$\sigma_{31} = \frac{1}{4G} \left(1 + \frac{z}{h} \right) \tau, \quad (2)$$

где G - модуль сдвига.

Обоснованием такого уточнения гипотезы Кирхгофа можно считать:

- во-первых, касательное напряжение σ_{11} , непосредственно определенное из (2), удовлетворяет граничному условию из (1).

- во-вторых, при неограниченных размерах пластинки по x и y допущение (2) соответствует точному решению.

Предлагаемый вариант уточнения гипотезы Кирхгофа можно получить также как частный случай уточненной теории С. Амбарцумяна [4], если приравнять нулю введенные там дополнительные функции, учитывающие поперечные сдвиги.

Вывод основных соотношений и уравнений с учетом (2) аналогичен соответствующему выводу классической теории пластин. При этом для перемещений получаются следующие выражения:

$$u_1 = u - z \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{z}{2} \left(1 + \frac{z}{2h} \right) \frac{\tau}{G}, \quad u_2 = v - z \frac{\partial w}{\partial y}, \quad u_3 = w(x, y) \quad (3)$$

Здесь и в дальнейшем подчеркнутые слагаемые получены в результате уточнения (2).

Уравнения равновесия в усилиях и моментах, так же, как и в классической теории пластин, имеют вид

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} + \tau = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + h\tau = N_1, \quad \frac{\partial M_2}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} = N_2, \quad (5)$$

где

$$T_1 = C \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{h}{12G} \frac{\partial \tau}{\partial x} \right), \quad T_2 = C \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\nu h}{12G} \frac{\partial \tau}{\partial x} \right), \quad (6)$$

$$S = \frac{1-\nu}{2} C \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{h}{12G} \frac{\partial \tau}{\partial y} \right), \quad C = \frac{2Eh}{1-\nu^2},$$

$$M_1 = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1}{2G} \frac{\partial \tau}{\partial x} \right),$$

$$M_2 = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{1}{2G} \frac{\partial \tau}{\partial x} \right), \quad (7)$$

$$H = -(1-\nu)D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\tau}{4G} \right), \quad D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}.$$

Выражения для перерезывающих усилий определяются из (5) в виде

$$N_1 = -D \left(\frac{\partial}{\partial x} \Delta w - \frac{1}{2G} \Delta_1 \tau \right) + h\tau, \quad (8)$$

$$N_2 = -D \frac{\partial}{\partial y} \Delta w, \quad \Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Подстановка (6) в (4) приводит к уравнениям в перемещениях, определяющим обобщенное плоское напряженно-деформированное состояние пластинки:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\tau}{C} + \frac{h}{12G} \Delta_1 \tau = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{(1+\nu)h}{24G} \frac{\partial^2 \tau}{\partial x \partial y} = 0.$$

Уравнение, определяющее прогиб пластинки, получается в виде

$$D \Delta^2 w = h \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{2h^3}{3(1-\nu)} \frac{\partial}{\partial x} \Delta_1 \tau. \quad (10)$$

Граничные условия, получаемые путем обычного осреднения, для края пластинки $x = \text{const}$ записываются следующим образом:

заделка -

$$u = -\frac{h\tau}{6G}, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\tau}{2G}, \quad (11)$$

свободное опирание -

$$T_1 = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad M_1 = 0; \quad (12)$$

скользящий контакт -

$$u = -\frac{h\tau}{6G}, \quad S = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\tau}{2G}, \quad N_1 = 0. \quad (13)$$

Соответствующие условия при $y = \text{const}$ имеют вид

$$v = 0, \quad u = -\frac{h\tau}{6G}, \quad w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0. \quad (14)$$

$$T_1 = 0, \quad u = -\frac{h\tau}{6G}, \quad w = 0, \quad M_1 = 0, \quad (15)$$

$$v = 0, \quad S = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \quad N_1 = 0. \quad (16)$$

Граничные условия для свободного края принимаются такими же, как и в классической теории пластин. Например, при $x = \text{const}$ имеем

$$T_1 = 0, \quad S = 0, \quad M_1 = 0, \quad \bar{N}_1 = 0 \left(\bar{N}_1 = N_1 + \frac{\partial H}{\partial y} \right). \quad (17)$$

Нетрудно проверить, что для всех вариантов граничных условий задачи определения обобщенного плоского напряженного состояния и изгиба пластинки отделяются. В качестве примера рассматривается напряженно-деформированное состояние пластинки-полосы (не зависящее от координаты y) в случае

$$\tau = \tau_0 = \text{const}. \quad (18)$$

Пусть края пластинки заделаны. Тогда планарное перемещение и прогиб определяются следующим образом:

$$u = \frac{\tau_0 a^2}{2C} \left[\frac{x}{a} \left(1 - \frac{x}{a} \right) - \frac{4}{3(1-\nu)} \frac{h^2}{a^2} \right], \quad (19)$$

$$w = \frac{\tau_0}{2G} x \left(1 - \frac{x}{a} \right) \left(1 - \frac{2x}{a} \right). \quad (20)$$

В этой задаче касательная нагрузка приводит в основном к планарному перемещению. Уточнение гипотезы Кирхгофа относительно перемещения имеет порядок h^2/a^2 . Необходимо отметить, что по гипотезе Кирхгофа $w = 0$.

В случае, когда край пластинки-полосы $x = 0$ заделан, а край $x = a$ свободен, касательная нагрузка в основном ведет к изгибу. Решение этой задачи имеет вид

$$u = \frac{\tau_0 a^2}{C} \left[\frac{x}{a} \left(1 - \frac{x}{2a} \right) - \frac{2}{3(1-\nu)} \frac{h^2}{a^2} \right], \quad (21)$$

$$w = -\frac{\tau_0 h a^3}{2D} x \left[\frac{x}{a} \left(1 - \frac{x}{3a} \right) - \frac{4}{3(1-\nu)} \frac{h^2}{a^2} \right].$$

Рассмотрим задачу, когда касательная нагрузка задана в виде

$$\tau = \tau_0 \sin y \quad (22)$$

и пластинка свободно оперта по всем четырем сторонам. Нетрудно проверить, что в этом случае пластинка не прогибается ($w \equiv 0$).

Граничные условия для плоского напряженного состояния, согласно (12) и (15), имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad v = 0 \quad \text{при } x = 0, a, \\ \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad u = -\frac{h\tau}{6G} \quad \text{при } y = 0, b. \end{aligned} \quad (23)$$

Решение системы уравнений (9) представляется в виде рядов Фурье

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) \sin \lambda_n y, \quad v = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x) \cos \lambda_n y, \quad \lambda_n = n\pi/b. \quad (24)$$

Заданная касательная нагрузка также представляется рядом Фурье

$$g(y) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n \sin \lambda_n y. \quad (25)$$

Приведенная здесь задача имеет следующее простое решение:

$$u = \ell \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g_n}{n^2} \left(1 - \frac{\lambda_n^2 h^2}{6} \right) \sin \lambda_n y, \quad v = 0, \quad \ell = \frac{(1+\nu)\tau_0 b^2}{\pi^2 F h} \quad (26)$$

Более сложной будет задача, для которой, в отличие от (23), края $x=0$ и $x=a$ заделаны. В этом случае касательная нагрузка приводит также к изгибу пластинки. Решение задачи плоского напряженного состояния имеет вид

$$\begin{aligned} u = -\ell \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g_n}{n^2} \left\{ \left[\left(1 - \frac{x}{a} \right) \operatorname{ch} \lambda_n x + \frac{x}{a} \operatorname{ch} \lambda_n (a-x) \right] A_n + B_n \right\} \sin \lambda_n y, \\ v = -\ell \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g_n}{n^2} \left[\left(1 - \frac{x}{a} \right) \operatorname{sh} \lambda_n x - \frac{x}{a} \operatorname{sh} \lambda_n (a-x) \right] A_n \cos \lambda_n y, \end{aligned} \quad (27)$$

где $A_n = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{\nu}{3} \right) \lambda_n^2 h^2$, $B_n = 1 - \frac{\lambda_n^2 h^2}{6}$.

Прогиб пластинки определяется по формуле

$$w = \frac{\tau_0 b}{2\pi G} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g_n}{n(\alpha_n - \operatorname{sh} \alpha_n)} \left[(\alpha_n - \zeta_n) \operatorname{sh} \zeta_n - \zeta_n \operatorname{sh}(\alpha_n - \zeta_n) \right] \sin \lambda_n y, \quad (28)$$

где $\alpha_n = \lambda_n a$, $\zeta_n = \lambda_n x$.

Таким образом, при действии касательной нагрузки вида (22) в случае, когда края пластины $x=0, a$ заделаны, а края $y=0, b$ свободно оперты, уточнение гипотезы Кирхгофа приводит к появлению планарных перемещений на величину порядка $\lambda^2 h^2$ и поперечного перемещения w . По гипотезе Кирхгофа для приведенной задачи $w \equiv 0$. Следует также отметить, что предложенный вариант уточнения гипотезы Кирхгофа позволяет

определить те задачи, для которых теория Кирхгофа достаточна, а также задачи, для которых уточнения необходимы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хачатрян Т.Т. Пологие цилиндрические оболочки // Сообщения Ин-та математики и механики. - Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1949. - Вып. 4. - 144 с.
2. Пановко Я.Г. Механика деформируемого твердого тела. - М.: Наука, 1985. - 288 с.
3. Агаловян Л.А., Саакян А.В., Саркисян А.Г. О напряженно-деформированном состоянии анизотропной полосы с переменными упругими характеристиками // Изв. НАН Армении. Механика. - 1998. - Т. 51, № 1 - С. 3-15.
4. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. - М.: Наука, 1987. - 360 с.

Ин-т механики НАН РА

10.05.1999

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. 1.П. № 3, 1999, с. 283-288.

УДК 539.3

МЕХАНИКА

Л.А. АГАЛОВЯН

АСИМПТОТИКА СОБСТВЕННЫХ И ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ АНИЗОТРОПНЫХ БАЛОК И ПЛАСТИН

Ասիմպտոտիկ մեթոդով հաստատված են սեփական և ստիգմատիկ եզրային և ստիգմատիկ սեփական ու ստիգմատիկ ստատանտների հաճախությունները և ամպլիտուդները: Արտածված են բանաձևեր լարումների սեփական և տեղափոխման վեկտորի բաղադրիչների որոշման համար: Ստեղծված են սեփականի առաջացման պայմանները:

Асимптотическим методом установлены частоты и амплитуды собственных и вынужденных колебаний анизотропных балок-полос и пластин. Выведены формулы для вычисления компонентов тензора напряжений и вектора перемещения. Установлены условия возникновения резонанса.

Библиогр.: 6 назв.

Frequencies and amplitudes of natural and forced vibrations in anisotropic beam-layers and plates are established by the asymptotic method. The formulas for calculating the components of the stress tensor and displacement vector are deduced. The conditions of resonance emergence are stated.

Ref. 6.

Для определения частот и форм собственных колебаний анизотропных балок-полос $\Omega = \{(x, y) : x \in [0, l], |y| \leq h\}$ требуется найти решение системы динамических уравнений теории упругости анизотропного тела

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = a_{11} \sigma_x + a_{12} \sigma_y + a_{16} \sigma_{xy}, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = a_{12} \sigma_x + a_{22} \sigma_y + a_{26} \sigma_{xy}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = a_{66} \sigma_x + a_{26} \sigma_y + a_{66} \sigma_{xy},$$

где a_{ik} - коэффициенты упругости; ρ - плотность слоя,

при граничных условиях: $u(\pm h) = 0, v(\pm h) = 0,$ (2)

$$\sigma_{xy}(h) = \sigma_y(h) = 0, \quad u(-h) = v(-h) = 0. \quad (3)$$

представляющих наибольший интерес, в частности, для сейсмостойкого строительства.

Решение сформулированной задачи будем искать в виде

$$\sigma_x = \sigma_{11}(x, y) e^{i\omega t}, \quad \sigma_{xy} = \sigma_{12}(x, y) e^{i\omega t}, \quad \sigma_y = \sigma_{22}(x, y) e^{i\omega t}, \quad (4)$$

$$u(x, y, t) = u_1(x, y) e^{i\omega t}, \quad v(x, y, t) = v_1(x, y) e^{i\omega t}.$$

Подставив (4) в (1) и переходя к безразмерным переменным $\xi = x/h, \zeta = y/h$ и безразмерным перемещениям $U = u_1/h, V = v_1/h$, получим сингулярно возмущенную малым параметром $\varepsilon = h/l$ систему [1], решение которой складывается из решений внутренней задачи и пограничного слоя. Для данного класса задач пограничный слой не влияет на частоты собственных колебаний [2]. Последние определяются из решения внутренней задачи, уравнения которой после вышеуказанных преобразований принимают вид

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \xi} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \omega^2 U = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial \xi} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \omega^2 V = 0,$$

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = a_{11} \sigma_{11} + a_{12} \sigma_{22} + a_{16} \sigma_{12},$$

$$\varepsilon^{-1} \frac{\partial V}{\partial \zeta} = a_{12} \sigma_{11} + a_{22} \sigma_{22} + a_{26} \sigma_{12},$$

$$\varepsilon^{-1} \frac{\partial U}{\partial \zeta} + \frac{\partial V}{\partial \xi} = a_{66} \sigma_{11} + a_{26} \sigma_{22} + a_{66} \sigma_{12}, \quad \omega^2 = \rho \omega^2 h^2.$$

Решение системы (5) имеет асимптотику

$$Q_{ik} = \varepsilon^{\chi_{ik}} Q_{ik,s}, \quad s = \overline{0, N}, \quad (6)$$

где Q_{ik} - любая из искомым величин.

Для напряжений $\chi_{ik} = -1$, а для перемещений $\chi_{ik} = 0$. После подстановки (6) в (5) получаем систему относительно неизвестных коэффициентов разложения $Q_{ik,s}$. Для ортотропной полосы

($a_{10} = a_{26} = 0$) решение этой системы можно выразить через компоненты вектора перемещения $U_{(s)}$, $V_{(s)}$ по формулам

$$\sigma_{12s} = \frac{1}{a_{26}} \left(\frac{\partial U_{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_{(s-1)}}{\partial \xi} \right), \quad \sigma_{22s} = \frac{1}{A_{11}} \left(\frac{\partial V_{(s)}}{\partial \zeta} - \frac{a_{12}}{a_{11}} \frac{\partial U_{(s-1)}}{\partial \xi} \right),$$

$$\sigma_{11s} = -\frac{1}{A_{22}} \left(\frac{a_{12}}{a_{22}} \frac{\partial V_{(s)}}{\partial \zeta} - \frac{\partial U_{(s-1)}}{\partial \xi} \right), \quad (7)$$

$$A_{11} = (a_{11}a_{22} - a_{12}^2) / a_{11}, \quad A_{22} = (a_{11}a_{22} - a_{12}^2) / a_{22}.$$

Функции же $U_{(s)}$, $V_{(s)}$ определяются из уравнений

$$\frac{\partial^2 U_{(s)}}{\partial \zeta^2} + a_{66} \omega^2 U_{(s)} = R_{u,s-1}, \quad \frac{\partial^2 V_{(s)}}{\partial \zeta^2} + A_{11} \omega^2 V_{(s)} = R_{v,s-1}, \quad (8)$$

где $R_{u,s-1}$, $R_{v,s-1}$ - известные функции, отличные от нуля, при $s \geq 1$.

Частоты собственных колебаний определяются из уравнений для исходного приближения $s=0$. Решив уравнения (8), по (7) вычисляются напряжения. Удовлетворив условиям (2) или (3), вычисляем частоты и формы собственных колебаний. Первому из уравнений (8) соответствуют сдвиговые, а второму - продольные собственные колебания. Условиям (2) соответствуют частоты

$$\omega_n^{ca} = \frac{\pi n}{2h} \sqrt{\frac{G_{12}}{\rho}} = \frac{\pi n}{2h} v_s, \quad n \in \mathbb{N},$$

$$\omega_n^r = \frac{\pi n}{2h} \sqrt{\frac{E_1}{\rho(1 - \nu_{12}\nu_{21})}} = \frac{\pi n}{2h} v_p, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (9)$$

где v_s - известная скорость распространения сейсмических сдвиговых волн; v_p - скорость распространения продольных волн в пластине.

Условиям (3) соответствуют следующие частоты собственных колебаний:

$$\omega_n^{ca} = \frac{\pi}{4h} (2n+1) v_s, \quad \omega_n^r = \frac{\pi}{4h} (2n+1) v_p, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (10)$$

Для полосы с общей в своей плоскости анизотропией ($a_{16} \neq 0$, $a_{26} \neq 0$) решение системы относительно $Q_{(s)}$ при $s=0$ можно выразить через функцию перемещений Φ_0 по формулам

$$U_{(0)} = A_{16} \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \zeta^2}, \quad V_{(0)} = \left[A_{11} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + (A_{11}A_{66} - A_{16}^2) \omega^2 \right] \Phi_0, \quad (11)$$

$$A_{16} = (a_{11}a_{26} - a_{12}a_{16}) / a_{11}, \quad A_{66} = (a_{11}a_{66} - a_{16}^2) / a_{11}.$$

Функция Φ_0 определяется из уравнения

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \omega_0^2 (A_{11} + A_{33}) \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial \xi^2} + \omega_0^2 (A_{11} A_{33} - A_{13}^2) \Phi_0 = 0 \quad (12)$$

Решив уравнение (12), вычислив компоненты тензора напряжений и вектора перемещения, а также удовлетворив граничным условиям (2) или (3), получим уравнения частот. Выясняется, что хотя в полосе возникает два типа собственных колебаний, они не являются чисто сдвиговыми и чисто продольными. Например, условиям (3) соответствуют частоты [3]

$$\omega_0^I = \frac{\pi(2n+1)}{4h\beta_1\sqrt{\rho}}, \quad \omega_0^{II} = \frac{\pi(2n+1)}{4h\beta_2\sqrt{\rho}}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (13)$$

где

$$\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{A_{11} + A_{33} - \sqrt{(A_{11} - A_{33})^2 + 4A_{13}^2}}, \quad (14)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{A_{11} + A_{33} + \sqrt{(A_{11} - A_{33})^2 + 4A_{13}^2}}.$$

Асимптотика (4), (6) остается в силе также для слоистых полос. В ортотропных двухслойных полосах-балках также возникают сдвиговые и продольные собственные колебания, однако, в отличие от однослойной полосы, нет явной связи между частотами и скоростями распространения сейсмических сдвиговых и продольных волн [4].

В ортотропных пластинах толщиной $2h$ смешанными граничными условиями

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0 \text{ при } z=h, \quad u=v=w=0 \text{ при } z=-h \quad (15)$$

порождаются две группы собственных сдвиговых колебаний с частотами

$$\omega_0^{xy} = \frac{\pi}{4h} (2n+1) \sqrt{\frac{G_{11}}{\rho}}, \quad \omega_0^{yz} = \frac{\pi}{4h} (2n+1) \sqrt{\frac{G_{21}}{\rho}}, \quad n \in \mathbb{N} \quad (16)$$

и продольные колебания с частотами

$$\omega_0^p = \frac{\pi}{4h} (2n+1) \sqrt{\frac{E_2}{\rho} \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{11}(\nu_{12}\nu_{22} + \nu_{11}) - \nu_{22}(\nu_{21}\nu_{11} + \nu_{21})}}. \quad (17)$$

Рассмотрим вынужденные колебания ортотропной полосы, вызванные сообщаемыми кромке $y=-h$ перемещениями, гармонически меняющимися во времени:

$$u(-h) = u_0(\xi) \exp(i\Omega t), \quad v(-h) = v_0(\xi) \exp(i\Omega t). \quad (18)$$

Решение динамических уравнений (1) для ортотропной полосы будем искать в виде (4) с той лишь разницей, что вместо ω следует положить Ω . Снова получим систему типа (5), где $\omega_0^2 = \rho \Omega^2 h^2$. Решение этой системы будем искать в виде (6). Оно выражается через функции U_{11} , V_{11} по формулам (7). Функции U_{11} , V_{11} определяются из уравнений (8), где

$$R_{s,s-1} = \frac{A_{26}}{A_{11}} \frac{\partial^2 V_{(s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} + \frac{a_{66}}{A_{22}} \frac{\partial^2 U_{(s-1)}}{\partial \xi^2},$$

$$R_{s,s-1} = \frac{1}{a_{66}} \left(A_{26} \frac{\partial^2 U_{(s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} + A_{11} \frac{\partial^2 V_{(s-1)}}{\partial \xi^2} \right), \quad (19)$$

$$A_{26} = (a_{11}A_{11} - a_{12}a_{66})/a_{11}.$$

Решением неоднородной системы (8) является

$$U_{(s)} = U_0^{(s)}(\xi, \zeta) - U_1^{(s)}, \quad V_{(s)} = V_0^{(s)}(\xi, \zeta) + V_1^{(s)}, \quad (20)$$

где $U_0^{(s)}$, $V_0^{(s)}$ - общие решения однородных, а $U_1^{(s)}$, $V_1^{(s)}$ - частные решения неоднородных уравнений (8).

После определения решения (20) по формулам (7) вычисляются компоненты тензора напряжений, затем удовлетворяются условия (18) и граничные условия при $y=h$. Пусть поверхность $y=h$ свободна:

$$\sigma_y(h) = 0, \quad \sigma_y(h) = 0. \quad (21)$$

Решением задачи является

$$U_{(s)} = \frac{1}{\cos 2\omega \cdot \sqrt{a_{66}}} \left[(u_0^{(s)} - U_1^{(s)}(\xi, -1)) \cos \omega \cdot \sqrt{a_{66}} (1 - \zeta) - \frac{\sqrt{a_{66}}}{\omega} f_1^{(s)}(\xi, 1) \sin \omega \cdot \sqrt{a_{66}} (1 + \zeta) \right] + U_1^{(s)}(\xi, \zeta),$$

$$V_{(s)} = \frac{1}{\cos 2\omega \cdot \sqrt{A_{11}}} \left[(v_0^{(s)} - V_1^{(s)}(\xi, -1)) \cos \omega \cdot \sqrt{A_{11}} (1 - \zeta) - \frac{\sqrt{A_{11}}}{\omega} \psi_0^{(s)}(\xi, 1) \sin \omega \cdot \sqrt{A_{11}} (1 + \zeta) \right] + V_1^{(s)}(\xi, \zeta). \quad (22)$$

где

$$f_1^{(s)}(\xi, \zeta) = \frac{1}{a_{16}} \frac{\partial U_1^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{1}{a_{66}} \frac{\partial V_{(s-1)}}{\partial \xi},$$

$$\psi_0^{(s)}(\xi, \zeta) = \frac{1}{A_{11}} \left[\frac{\partial V_0^{(s)}}{\partial \zeta} - \frac{a_{12}}{a_{11}} \frac{\partial U_{(s-1)}}{\partial \xi} \right], \quad (23)$$

$$u_0^{(s)} = u_0^{(s)}(\xi), \quad v_0^{(s)} = v_0^{(s)}(\xi), \quad u_0^{(0)} = v_0^{(0)} = 0, \quad s > 0.$$

Входящие в решение (22) частные решения $U_1^{(s)}$, $V_1^{(s)}$ уравнений (8) несложно найти, поскольку в правые части этих уравнений будут входить линейные комбинации тригонометрических функций.

Решение (6), (22) будет конечным, если $\cos 2\omega \cdot \sqrt{A_{11}} \neq 0$, $\cos 2\omega \cdot \sqrt{A_{11}} \neq 0$, т.е.

$$\Omega \neq \frac{\pi}{4h} (2n+1) \sqrt{\frac{G_{12}}{\rho}} = \frac{\pi}{4h} (2n+1) v_{12} \quad (24)$$

$$\Omega \neq \frac{\pi}{4h} (2n+1) \frac{1}{\sqrt{\rho A_{11}}} = \frac{\pi}{4h} (2n+1) \sqrt{\frac{E_1}{\rho(1-\nu_{12}\nu_{21})}} = \frac{\pi}{4h} (2n+1) v_{11}$$

Правые части соотношений (24), согласно (10), совпадают со значениями частот собственных колебаний полосы. Следовательно, при совпадении частоты Ω вынуждающего воздействия с частотами собственных колебаний произойдет резонанс. Диапазон изменения частот сейсмических воздействий при сильных землетрясениях известен [5], поэтому необходимо таким образом подобрать параметры полосы (основания, фундамента), чтобы избежать резонанса. Отправным пунктом для этого могут служить формулы (10), (24) для частот.

В заключение отметим, что асимптотическим методом, изложенным выше и в [6], могут быть рассмотрены собственные и вынужденные колебания и при иных граничных условиях, а также пространственные колебания анизотропных пластин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агаловян Л.А. О частотах собственных колебаний анизотропной полосы // Сб. тр. юбил. научн. конф. к 60-летию ГПИ. - Гюмри: Высшая школа, 1994. - С. 23-25.
2. Агаловян М.Л. О решении пограничного слоя в задаче на собственные колебания полосы // Современные вопросы оптимального управления и устойчивости систем: Сб. конф. - Ереван: Изд-во ЕГУ, 1997. - С. 132-135.
3. Агаловян М.Л. О собственных значениях и собственных функциях одного дифференциального оператора // Ученые записки ЕГУ - 1997. - № 2(187). - С. 8-14.
4. Агаловян Л.А., Саркисян Л.С. О собственных колебаниях двухслойной ортотропной полосы // Сб. тр. XVIII межд. конф. по теории оболочек и пластин. - Саратов. - 1997. - Т.1. - С.30-38.
5. Касахара К. Механика землетрясений. - М.: Мир, 1985. - 264 с.
6. Агаловян Л.А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. - М.: Наука. Физматлит, 1997. - 414 с.

Ин-т механики НАН РА

14.05.1999

В.С. САРКИСЯН, В.Ж. АЙРАПЕТЯН

К РЕШЕНИЮ ДВУХ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ АНИЗОТРОПНОГО ТЕЛА

Պատարկվել են ուղղադձափն անիզոտրոպիկալ օժտված օղակալին սեկտորի տեսք ունեցող և գլանալին անիզոտրոպիկալ օժտված ուղղանկյուն տեսք ունեցող սալերի առաձգականության տեսուչքան իտրյո խնդիրներ, երբ սալերը գտնվում են հավասարակշռության վիճակում՝ եզրերի վրա ազդող ուժերի ազդեցության տակ Էվոլյուցիոն հասար ստացված են դիֆերենցիալ հավասարումներ և անհրաժեշտ պայմաններ, լուծումները կառուցված են ըստ ներմուծված ֆիզիկական փոքր պարամետրերի, ըսյց են տրված մի շարք խնդիրների լուծման ուղիներ:

Приводится способ решения плоских задач теории упругости для прямолинейной ортотропной пластинки в виде кольцевого сектора и цилиндрически ортотропной пластинки в виде прямоугольника, находящихся в равновесии под действием сил, расположенных по краю. Введен малый физический параметр. Функция напряжений рассматриваемых задач построена по степеням этого параметра. Получены необходимые условия и рекуррентные уравнения задач.

Библиогр.: 5 назв.

A plane problem solving method for theory of elasticity is proposed for rectilinear orthotropic plate in the form of a ring sector and cylindric orthotropic plate as a rectangle being in the equilibrium by the actions of forces located at the edge. A small physical parameter is introduced. The stress function of problems to be considered is stated according to degrees of this parameter. Necessary conditions and recurrent equations of problems are obtained.

Ref. 5.

1. Рассмотрим упругую анизотропную плоскую пластинку постоянной толщины в виде кольцевого сектора ($a \leq r \leq b$, $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$), находящуюся в равновесии под действием сил, расположенных по краю: при этом объемные силы отсутствуют [1]. Предположим, что материал обладает прямолинейной ортотропией, т.е. имеет три плоскости упругой симметрии. Совместим направления осей x и y с главными направлениями анизотропии. Тогда в рассматриваемой задаче обобщенный закон Гука будет

$$\epsilon_x = \frac{1}{E_1} \sigma_x - \frac{\nu_{12}}{E_1} \sigma_y, \quad \epsilon_y = -\frac{\nu_{12}}{E_1} \sigma_x + \frac{1}{E_2} \sigma_y, \quad \gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad (1)$$

где E_1, E_2 - модули Юнга для растяжения (сжатия) по главным направлениям x и y ; $G = G_{12}$ - модуль сдвига, характеризующий угол между главными направлениями x и y ; $\nu_1 = \nu_{12}$ - коэффициент Пуассона, характеризующий сокращение в направлении y при растяжении (сжатии) в направлении x .

Известно, что составляющие напряжения определяются через функцию Эри $\psi(x, y)$ по формулам



$$\sigma_x = \partial^2 \psi / \partial y^2, \quad \sigma_y = \partial^2 \psi / \partial x^2, \quad \tau_{xy} = \partial^2 \psi / \partial x \partial y. \quad (2)$$

Здесь функция $\psi(x, y)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{1}{E_1} \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + \left(\frac{1}{G} - \frac{2\nu_1}{E_1} \right) \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{E_1} \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = 0. \quad (3)$$

Для определенности далее предположим, что $E_1 > E_2$. Теперь легко заметить, что при этом всегда присутствует малый физический параметр δ [2]:

$$\delta = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_2} \quad (0 \leq \delta < 1). \quad (4)$$

Для решения этой задачи целесообразно представить дифференциальное уравнение (3) и соответствующие граничные условия в полярной координатной системе [4]:

$$\Delta[\Phi] + \delta(B_0[\Phi] + B_1[\Phi] \cos 2\varphi + B_2[\Phi] \cos 4\varphi + B_3[\Phi] \sin 2\varphi + B_4[\Phi] \sin 4\varphi) = 0, \quad (5)$$

или в более удобном виде:

$$\Pi[F] \equiv T[F] + \delta(T_0[F] + T_1[F] \cos 2\varphi + T_2[F] \cos 4\varphi + T_3[F] \sin 2\varphi + T_4[F] \sin 4\varphi) = 0. \quad (6)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\Phi(r, \varphi) = \psi(r \cos \varphi, r \sin \varphi), \quad r = ae^t, \quad \Phi(r, \varphi) = e^t F(t, \varphi). \quad (7)$$

$$T[F] \equiv \beta \frac{\partial^4}{\partial t^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial t^2 \partial \varphi^2} + \beta \frac{\partial^4}{\partial \varphi^4} - 2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + 1, \quad (8)$$

$$T_0[F] \equiv k \left(-2 \frac{\partial^2}{\partial t^2 \partial \varphi^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - 1 \right), \quad (9)$$

$$T_1[F] \equiv \frac{\partial^2}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^4}{\partial \varphi^4} - 6 \frac{\partial^2}{\partial t \partial \varphi^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + 3, \quad (10)$$

$$T_2[F] \equiv k \left(\frac{\partial^4}{\partial t^4} - 8 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 14 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 8 \frac{\partial}{\partial t} - 13 - 6 \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial \varphi^2} + \right. \\ \left. - 20 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2 \partial t} - \frac{\partial^4}{\partial \varphi^4} - 14 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right), \quad (11)$$

$$T_3[F] \equiv -2 \frac{\partial^2}{\partial t \partial \varphi^2} - 2 \frac{\partial^2}{\partial t^2 \partial \varphi} + 4 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + 6 \frac{\partial^2}{\partial t \partial \varphi} + 4 \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad (12)$$

$$T_4[F] \equiv 2k \left(-2 \frac{\partial^4}{\partial \varphi \partial t^2} + 12 \frac{\partial^2}{\partial t^2 \partial \varphi} + 2 \frac{\partial^4}{\partial t \partial \varphi^2} - 4 \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - 14 \frac{\partial^2}{\partial t \partial \varphi^2} - 4 \frac{\partial}{\partial \varphi} \right). \quad (13)$$

а для α , β и k :

$$\alpha = \frac{E_2(E_1 - 2Gv_1)}{G(E_1 + E_2)}, \quad 1 - \alpha = 4k\delta, \quad \beta = \frac{3 + \alpha}{4} \quad (14)$$

Тогда напряжения можно представить через новую функцию $F(t, \varphi)$ в виде

$$\sigma_r = \frac{e^{-\alpha t}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial F}{\partial t} + F \right), \quad (15)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{e^{-\alpha t}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{\partial F}{\partial t} \right), \quad \tau_{r\varphi} = -\frac{e^{-\alpha t}}{a^2} \frac{\partial F}{\partial t \partial \varphi}$$

а перемещения в виде

$$u = \frac{E_1 + E_2}{2aE_1E_2} \left\{ k_1 \left(\frac{\partial F}{\partial t} + F \right) + \beta F + \beta \int \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + F \right) dt + \right. \\ \left. + \delta \left[-\frac{\cos 4\varphi}{4} \frac{\partial F}{\partial t} - F \cos 2\varphi - (\sin 2\varphi - 2k \sin 4\varphi) \frac{\partial F}{\partial \varphi} - \right. \right. \quad (16)$$

$$\left. \left. - (\cos 2\varphi - k \cos 4\varphi) \int \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + F \right) dt \right] \right\},$$

$$v = \frac{E_1 + E_2}{2aE_1E_2} \left\{ \beta \int \left(\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{\partial F}{\partial t} \right) d\varphi - \beta \int \frac{\partial F}{\partial \varphi} dt + k_1 \frac{\partial F}{\partial \varphi} - \right.$$

$$- \beta \int \int F dt d\varphi + \delta \left[\int ((\cos 2\varphi - k \cos 4\varphi) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \frac{\partial F}{\partial t} \right) - k \cos 4\varphi \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} - \right.$$

$$- (\sin 2\varphi + 2k \sin 4\varphi) \frac{\partial F}{\partial t \partial \varphi} + (\cos 2\varphi - k \cos 4\varphi) F +$$

$$\left. + (\sin 2\varphi + 2k \sin 4\varphi) \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right] dt + (\cos 2\varphi - k \cos 4\varphi) \times \quad (17)$$

$$\left. \left. \int \int \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2} + F \right) dt d\varphi \right] \right\},$$

где

$$k_1 = \frac{1}{4} \frac{E_1(E_1 + 6Gv_1)}{4G(E_1 + E_2)} \quad (18)$$

При помощи (15) и (16)-(18) можно написать соответствующие граничные условия $0 \leq t \leq t_1$, $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$ для конкретных задач [3].

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к решению дифференциального уравнения (5) или (6) в частных производных с переменными коэффициентами при соответствующих заданных граничных условиях.

В общем случае решение рассматриваемой задачи представляет математически почти непреодолимые трудности.

Способ решения задачи. Решение дифференциального уравнения (6) представим в виде ряда, по степеням малого физического параметра δ :

$$F(t, \varphi) = F_0(t, \varphi) + \delta F_1(t, \varphi) + \delta^2 F_2(t, \varphi) + \dots \quad (19)$$

Тогда для определения неизвестных $F_i(t, \varphi)$ получаются следующие рекуррентные уравнения:

$$T[F_n] = 0. \quad (20)$$

$$T[F_i] = -T_0[F_{i-1}] - T_1[F_{i-1}] \cos 2\varphi - T_2[F_{i-1}] \cos 4\varphi - \\ - T_3[F_{i-1}] \sin 2\varphi - T_4[F_{i-1}] \sin 4\varphi \quad (i \geq 1). \quad (21)$$

Принимая во внимание (19), из (15)-(17) имеем

$$\langle \sigma_r, \sigma_\varphi, \tau_{r\varphi}, u, v \rangle = \sum_{i=0}^{\infty} \langle \sigma_r^{(i)}, \sigma_\varphi^{(i)}, \tau_{r\varphi}^{(i)}, u^{(i)}, v^{(i)} \rangle \delta^i, \quad (22)$$

где

$$\sigma_r^{(i)} = \frac{e^{-i}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial F_i}{\partial t} + F_i \right), \quad \tau_{r\varphi}^{(i)} = -\frac{e^{-i}}{a^2} \frac{\partial^2 F_i}{\partial t \partial \varphi}, \quad (23)$$

$$\sigma_\varphi^{(i)} = \frac{e^{-i}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial t^2} + \frac{\partial F_i}{\partial t} \right), \quad (j=0, 1, 2, \dots),$$

$$u^{(i)} = \frac{E_1 + E_2}{2aE_1E_2} \left\{ k_1 \left(\frac{\partial F_i}{\partial t} + F_i \right) + \beta F_i + \beta \int \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial \varphi^2} + F_i \right) dt + \right. \\ \left. + \left[-\frac{\cos 4\varphi}{4} \frac{\partial F_{i-1}}{\partial t} - F_{i-1} \cos 2\varphi - (\sin 2\varphi - 2k \sin 4\varphi) \frac{\partial F_{i-1}}{\partial \varphi} - \right. \right. \\ \left. \left. - (\cos 2\varphi - k \cos 4\varphi) \int \left(\frac{\partial^2 F_{i-1}}{\partial \varphi^2} + F_{i-1} \right) dt \right] \right\}, \quad (24)$$

$$v^{(i)} = \frac{E_1 + E_2}{2aE_1E_2} \left\{ \beta \int \left(\frac{\partial^2 F_i}{\partial t^2} + \frac{\partial F_i}{\partial t} \right) \partial \varphi - \beta \int \frac{\partial F_i}{\partial \varphi} dt + k_1 \frac{\partial F_i}{\partial \varphi} - \right. \\ \left. - \beta \int \int F_i dt d\varphi + \left[\int ((\cos 2\varphi + k \cos 4\varphi) \left(\frac{\partial^2 F_{i-1}}{\partial t^2} + \frac{\partial F_{i-1}}{\partial t} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - k \cos 4\varphi \frac{\partial^2 F_{i-1}}{\partial \varphi} - (\sin 2\varphi + 2k \sin 4\varphi) \frac{\partial^2 F_{i-1}}{\partial t \partial \varphi} \right] \right\} \quad (25)$$

* Уравнение (20) при $\beta=1$ соответствует дифференциальному уравнению плоской задачи изотропной однородной пластинки, находящейся в равновесии под действием сил

$$+ (\cos 2\varphi - k \cos 4\varphi) F_{,r-1} + (\sin 2\varphi + 2k \sin 4\varphi) \frac{\partial F_{,r-1}}{\partial \varphi} + k(\varphi + \\ - (\cos 2\varphi - k \cos 4\varphi) \iint \left(\frac{\partial^2 F_{,r-1}}{\partial \varphi^2} + F_{,r-1} \right) dt d\varphi \Bigg], \quad (j=0,1,2,\dots),$$

причем $F_{,r-1} = 0$.

Таким образом решение плоской задачи теории упругости для прямолинейной ортотропной пластинки в виде кольцевого сектора, находящейся в равновесии под действием сил, сводится к решению рекуррентных дифференциальных уравнений (20)-(21) с учетом (22)-(25) при соответствующих простых граничных условиях.

2. Рассмотрим упругую анизотропную плоскую пластинку постоянной толщины в виде прямоугольника с размерами (a,b) , находящуюся в равновесии под действием сил, расположенных по краю. Предположим, что пластинка обладает цилиндрической ортотропией, причем ось анизотропии в нормальна к срединной плоскости пластинки. В каждой точке имеются три плоскости упругой симметрии, перпендикулярные оси анизотропии, все радиальные плоскости, проходящие через ось анизотропии, и тангенциальные плоскости. Примем полюс анизотропии за начало цилиндрической системы координат r, φ, z , направив полярную ось z произвольно в срединной плоскости [1],[2].

Тогда обобщенный закон Гука будет

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E_r} \sigma_r - \frac{\nu_{\varphi r}}{E_r} \sigma_{\varphi}, \quad (26)$$

$$\varepsilon_{\varphi} = -\frac{\nu_r \varphi}{E_r} \sigma_r + \frac{1}{E_{\varphi}} \sigma_{\varphi}, \quad \gamma_{r\varphi} = \frac{1}{G_{r\varphi}} \tau_{r\varphi}, \quad (G_{r\varphi} = G),$$

причем

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial \varphi^2}, \quad \sigma_{\varphi} = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}, \quad \tau_{r\varphi} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right), \quad (27)$$

где функция напряжения определяется из дифференциального уравнения

$$\frac{1}{E_r} \frac{\partial^4 F}{\partial r^4} + \left(\frac{1}{G} - \frac{2\nu_r}{E_r} \right) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 F}{\partial r^2 \partial \varphi^2} + \frac{1}{E_r} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 F}{\partial \varphi^4} + \frac{2}{E_r} \frac{1}{r} \frac{\partial^4 F}{\partial r \partial \varphi^2} - \\ - \left(\frac{1}{G} - \frac{2\nu_r}{E_r} \right) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 F}{\partial r \partial \varphi^2} - \frac{1}{E_r} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 F}{\partial r^2} + \left(\frac{2}{E_r} + \frac{1}{G} - \frac{2\nu_r}{E_r} \right) \times \\ \times \frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 F}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{E_r} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 F}{\partial r^2} = 0. \quad (28)$$

Для решения поставленной задачи удобно представить уравнение (28) в прямоугольных декартовых координатах:

$$\epsilon \nabla^2[\Phi] + \delta H[\Phi] = 0, \quad \left(\delta = \frac{E_r - E_\sigma}{E_r + E_\sigma}, 0 \leq \delta < 1 \right) \quad (29)$$

Выражения для операторов $\nabla^2[\]$ и $H[\]$ известны [5].

Затем представим (29) в виде ряда по степеням малого параметра:

$$\Phi(x, y) = \Phi_0(x, y) + \delta \Phi_1(x, y) + \delta^2 \Phi_2(x, y) + \dots \quad (30)$$

Тогда для определения неизвестных $\Phi_j(x, y)$ получим следующие рекуррентные уравнения:

$$\epsilon \nabla^2[\Phi_j] = -H[\Phi_{j-1}], \quad (j=0, 1, 2, \dots), \quad (\Phi_0 = 0, H[\Phi_0] = 0). \quad (31)$$

Далее, принимая во внимание (30), можно установить, что

$$\langle \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, u, v \rangle = \sum_{j=0}^{\infty} \langle \sigma_x^{(j)}, \sigma_y^{(j)}, \tau_{xy}^{(j)}, u^{(j)}, v^{(j)} \rangle \delta^j, \quad (32)$$

где

$$\sigma_x^{(j)} = \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2}, \quad \sigma_y^{(j)} = \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy}^{(j)} = -\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x \partial y}, \quad (j \geq 0), \quad (33)$$

$$\begin{aligned} u^{(j)} = & -\frac{v_\sigma}{E_\sigma} \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} + \frac{1}{E_r} \int \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2} dx + \\ & + \frac{E_r + E_\sigma}{E_r E_\sigma} \int \left[\frac{x y^2 (1 - k_1)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial x^2} + \frac{y^2 (y^2 + k_1 x^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial y^2} + \right. \\ & \left. + \frac{xy(2y^2 + k_1 x^2 - k_1 y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial x \partial y} \right] dx + f(y), \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} v^{(j)} = & -\frac{v_r}{E_r} \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} + \frac{1}{E_\sigma} \int \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2} dy + \\ & + \frac{E_r + E_\sigma}{E_r E_\sigma} \int \left[\frac{y^2 (kx^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial x^2} - \frac{x^2 y^2 (1 + k)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial y^2} + \right. \\ & \left. + \frac{xy(2y^2 - kx^2 + ky^2)}{(x^2 + y^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi_{j-1}}{\partial x \partial y} \right] dy + \varphi(x), \quad (j=0, 1, 2, \dots), \end{aligned} \quad (35)$$

причем $\delta k_1 = \frac{E_\sigma(E_r - 2\nu_r G - 2G)}{G(E_r + E_\sigma)}$, $\Phi_{-1} = 0$.

Таким образом, решение плоской задачи теории упругости для цилиндрически ортотропной пластинки в виде прямоугольника, находящейся в равновесии под действием сил, также сводится к решению рекуррентных дифференциальных уравнений (31) с учетом (32)-(35) при соответствующих граничных условиях.

Необходимо отметить, что, принимая во внимание теоремы вложения С.Л. Соболева, а также некоторые априорные оценки и

результаты [2, 4], доказывается, что существует решение рассматриваемой краевой задачи в виде (19) (или (30) для второй задачи), причем при $\delta < \delta_0$ (δ_0 - некоторая известная постоянная) ряд (19) и ряды производных по γ и φ (или по x и y для второй задачи) до вторых порядков сходятся равномерно в замкнутой Ω области, ряды третьих производных (19) по γ и φ (или по x и y) сходятся в любом пространстве $L_p(\Omega)$ ($p > 1$), а ряды четвертых производных сходятся в $L_2(\Omega)$. При решении конкретных практических задач обычно ограничиваются вторым или третьим приближением решения рассматриваемых краевых задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. - М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1957. - 415 с.
2. Саркисян В.С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. - Ереван: Изд-во ЕГУ, 1976. - 534 с.
3. Сапонджян О.М. Изгиб тонких упругих плит. - Ереван. Айастан, 1975. - 435 с.
4. Саркисян В.С., Айрапетян В.Ж. Новые классы задач теории упругости анизотропного тела. - Ереван: Изд-во ЕГУ, 1997. - 241 с.
5. Саркисян В.С., Айрапетян В.Ж., Овсепян Д.Л. Об одной задаче изгиба цилиндрически анизотропной пластинки в виде прямоугольника // Сб. науч. тр. конф., посвященной 90-летию со дня рождения проф. Т.Т.Хачатряна и проф. О.М.Сапонджяна / ЕрАСИ. - Ереван, 1999. - С. 176-181.

ЕГУ

10.05.1999

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. LII, № 3, 1999, с. 295-301.

УДК 539.214

МЕХАНИКА

Г.Л. ПЕТРОСЯН

О РАБОТЕ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

Իրական ծակոտիկեն նյութերի պլաստիկության մեխանիկա և սրղևկի փոշուց արտաբաժանված հասկալված գլանաձև նմուշների սեղմմանը փորձարկման օվեպմենտի կիրառումը մշակված է ծակոտիկեն նյութերի պլաստիկ դեֆորմացիան լրիվ աշխատանքի և նրա քաղաղրիկների որոշման մեթոդիկան: Պլաստիկ դեֆորմացիան հետափոխման և ծավալի փոփոխության աշխատանքները, ինչպես նաև որակագին գնահատվել են նրանց մեծությունները:

На основе зависимостей теории пластичности реальных пористых материалов и данных испытания на сжатие спеченных цилиндрических образцов из медного порошка разработана методика определения полной работы пластических деформаций пористых материалов и ее составляющих -

работ пластических деформаций формоизменения и изменения объема. Дана качественная оценка их величин.

Ил. 2 Табл. 1 Библиогр.: 5 назв.

On the basis of plasticity theory dependencies of real porous materials and test data on compression of sintered cylindrical specimens made of copper powder, a complete operation determination method for plastic deformations of porous materials and their components, i.e. plastic deformation operations for shape and volume changing, is established. The quality of their values is estimated.

Ил. 2. Табл. 1. Ref. 5.

Спеченные материалы и изделия, полученные методами порошковой металлургии, нашли широкое применение в различных отраслях промышленности. В зависимости от условий эксплуатации они могут иметь различную начальную пористость θ_0 . Известно, что как в беспористых, так и в литых материалах имеются микropopы и источники появления новых пор - трещины и неметаллические включения различного происхождения. Под действием внешних нагрузок пористость материала изменяется, что может привести к его разрушению.

Исследования показывают, что пористость материала оказывает существенное влияние на его физико-механические свойства [1]. Известны различные модели теории пластичности, учитывающие пористость материала [2-4]. Однако при их использовании возникают трудности точного учета действительных механических свойств различных пористых материалов. Анализ этих и других моделей теории пластичности показывает, что основным их отличием является использование разных функций пористости α и β . При этом в них не учитываются особенности каждого материала, так как в уравнениях этих теорий вне зависимости от типа материала используются одни и те же функции пористости α и β .

Можно предложить и другие функции пористости, обеспечивающие переход к уравнениям теории пластичности беспористых материалов и подтвержденные экспериментами. Так как особенности конфигурации пор зависят не только от свойств порошков материала, но и от параметров технологического процесса их получения, то зависимости функции пористости каждый раз могут меняться. В [1] эта проблема была решена следующим образом. Сначала выбираются известные и наиболее простые для использования функции пористости, для учета особенностей пористости реальных материалов в уравнения теории пластичности вводятся постоянные для данного материала параметры m и n , далее их величины находятся на основании экспериментальных данных.

В данной работе предлагается методика определения работы пластических деформаций пористых материалов. С этой целью используются следующие зависимости теории течения пористых материалов [1].

$$\sigma_{кр} = \frac{1}{\beta^{m+n}} \left(\frac{3}{2} S_1 S_2 + 9\alpha^n \sigma_1^2 \right)^{1/2} \quad (1)$$

$$\overline{d\varepsilon}_{\text{экв}} = \beta^{2n-1} \left(\frac{2}{3} d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 + \frac{d\varepsilon_3^2}{\alpha^n} \right)^{1/2} \quad (2)$$

$$d\theta = \frac{9\alpha^n (1-\theta) \sigma_0 \overline{d\varepsilon}_{\text{экв}}}{\beta^{2n} \sigma_{\text{экв}}} \quad (3)$$

$$d\varepsilon_0 = \frac{3\overline{d\varepsilon}_{\text{экв}}}{2\beta^{2n} \sigma_{\text{экв}}} \left[\sigma_0 - (1-2\alpha^n) \delta_{ij} \sigma_{ij} \right] \quad (4)$$

где $\sigma_{\text{экв}}$ и $\overline{d\varepsilon}_{\text{экв}}$ - эквивалентные напряжение и приращение пластических деформаций; $d\varepsilon_{ij}$ и $d\varepsilon_{ij}$, S_{ij} и σ_{ij} - компоненты девиатора и тензора приращений пластических деформаций и напряжений; $d\varepsilon_0 = \frac{1}{3} (\delta_{ij} d\varepsilon_{ij})$ - приращение средней деформации;

$\sigma_0 = \frac{1}{3} (\delta_{ij} \sigma_{ij})$ - среднее напряжение; $d\theta$ - приращение пористости; δ_{ij} - символ Кронекера.

В пределах $0 \leq \theta \leq 0.25$ сложные функции пористости α и β [2] представлены в аппроксимированном виде

$$\alpha = 0.15\theta^{0.6}, \quad \beta = 1 - 1.8\theta^{0.6}.$$

Известно, что работа пластических деформации в главных напряжениях $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ и приращениях главных деформаций $(d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\varepsilon_3)$ имеет вид

$$A^p = \int (\sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3). \quad (5)$$

Учитывая уравнение (4), имеем

$$A^p = \int \left[(\sigma_1 - \sigma_2) \sigma_{11} + 2\alpha^n \sigma_1 \sigma_{11} + \sigma_2^2 - \sigma_2 \sigma_{11} + 2\alpha^n \sigma_2 \sigma_{11} + \right. \\ \left. + \sigma_3^2 - \sigma_3 \sigma_{11} + 2\alpha^n \sigma_3 \sigma_{11} \right] \frac{3\overline{d\varepsilon}_{\text{экв}}}{2\beta^{2n} \sigma_{\text{экв}}}.$$

Преобразуем это уравнение к виду

$$A^p = \int \left[\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] + 9\alpha^n \sigma_{11} \right] \frac{\overline{d\varepsilon}_{\text{экв}}}{\beta^{2n} \sigma_{\text{экв}}}.$$

Окончательно, с учетом (1), получим

$$A^p = \int \frac{\sigma_{\text{экв}} \overline{d\varepsilon}_{\text{экв}}}{\beta^{2n-1}}. \quad (6)$$

Теперь преобразуем уравнение (5) с учетом зависимостей разложения тензора напряжения на сумму шарового тензора и девиатора напряжения:

$$\sigma_1 = S_1 + \sigma_0, \quad \sigma_2 = S_2 + \sigma_0, \quad \sigma_3 = S_3 + \sigma_0$$

где

$$S_1 + S_2 + S_3 = 0 \quad (7)$$

В результате получим

$$A^p = \int [(S_1 - \sigma_0) d\varepsilon_1 + (S_1 + \sigma_0) d\varepsilon_2 + (S_1 + \sigma_0) d\varepsilon_3] = \\ = \int (S_1 d\varepsilon_1 + S_2 d\varepsilon_2 + S_3 d\varepsilon_3 + \sigma_0 (d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3)). \quad (8)$$

Обозначим

$$d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = d\varepsilon_v, \quad (9)$$

где $d\varepsilon_v$ является объемной деформацией пористого материала

$$\text{Учитывая, что в (4) } d\varepsilon_v = \frac{3\overline{d\varepsilon}_{\text{жн}}}{2\beta^{0.5}\sigma_{\text{жн}}}(S_0 + 2\alpha^m \delta_0 \sigma_0), \text{ из (8)}$$

получим

$$A^p = \int \left\{ S_1 S_1 + S_2 S_2 + S_3 S_3 + 2\alpha^m \sigma_0 (S_1 + S_2 + S_3) \right\} \frac{3\overline{d\varepsilon}_{\text{жн}}}{2\beta^{0.5}\sigma_{\text{жн}}} + \int \sigma_0 d\varepsilon_v.$$

где $S_1 + S_2 + S_3 = 0$, $\sqrt{\frac{3}{2}(S_1 S_1 + S_2 S_2 + S_3 S_3)} = \sigma$ - интенсивность напряжений.

Следовательно, имеем

$$A^p = \int \frac{\sigma^2 \overline{d\varepsilon}_{\text{жн}}}{\beta^{0.5} \sigma_{\text{жн}}} + \int \sigma_0 d\varepsilon_v. \quad (10)$$

Таким образом, работа пластических деформаций пористых материалов, подобно работе упругих деформаций беспористых материалов, разделяется на две части - работу пластических

деформаций формоизменения $A_{\text{ф}}^p = \int \frac{\sigma^2 \overline{d\varepsilon}_{\text{жн}}}{\beta^{0.5} \sigma_{\text{жн}}}$ и работу пластических

деформаций изменения объема $A_{\text{об}}^p = \int \sigma_0 d\varepsilon_v$.

С учетом зависимостей (1) и (2) преобразуем $A_{\text{ф}}^p$ к виду

$$A_{\text{ф}}^p = \int \frac{\sigma^2 \overline{d\varepsilon}_{\text{жн}}}{\beta^{0.5} \sigma_{\text{жн}}} = \int \frac{\sigma^2 \beta^{2\alpha-0.5} \left(\overline{d\varepsilon_1^2} + \frac{d\varepsilon_v^2}{9\alpha^m} \right)^{0.5}}{\beta^{0.5} \frac{1}{\beta^{0.5-0.5}} (\sigma^2 + 9\alpha^m \sigma_0^2)^{0.5}} = \\ = \int \frac{\sigma^2 \left(1 + \left(\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} \right)^2 \frac{1}{9\alpha^m} \right)^{0.5} \overline{d\varepsilon_1}}{\sigma \left(1 + 9\alpha^m \left(\frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^2 \right)^{0.5}} = \int f(\theta, \varepsilon) \sigma \overline{d\varepsilon_1}. \quad (11)$$

где

$$f(\theta, \varepsilon) = \left(1 + \frac{1}{9\alpha^m} \left(\frac{d\varepsilon_r}{d\varepsilon_1} \right)^2 \right)^{0.5} \cdot \left(1 + \alpha^m \left(\frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_1} \right)^2 \right)^{-0.5} \quad (12)$$

$\overline{d\varepsilon_1} = \left(\frac{2}{3} d\varepsilon_{11} d\varepsilon_{22} \right)^{0.5}$ - интенсивность приращений пластических деформаций.

Из (6) и (10) с учетом (11) устанавливаем

$$\int \frac{\sigma_{\theta} \overline{d\varepsilon_{\theta\theta}}}{\beta^{n-1}} = \int f(\theta, \varepsilon) \sigma \overline{d\varepsilon_1} + \int \sigma_{\theta} d\varepsilon_1 \quad (13)$$

Приведем численные расчеты. С этой целью используем экспериментальные данные [3], где испытанию на сжатие подверглись цилиндрические спеченные образцы из меди, имеющие различную начальную пористость θ_0 (рис. 1, 2).

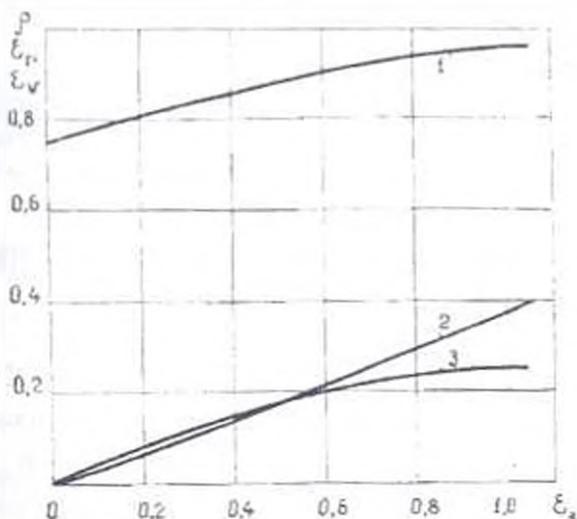


Рис. 1. Кривые изменения относительной плотности пористого материала $\rho = 1 - \theta$ (кр. 1) радиальной ε_r (кр. 2) и объемной ε_{11} (кр. 3) логарифмических деформаций в зависимости от осевой логарифмической деформации сжатия ε_2 при $\theta_0 = 0.255$.

Так как в [3] все расчеты, в том числе определение функций пористости α и β , осуществлялись для данного материала, то диаграмма его деформирования (кр. 2 на рис. 2) является действительной. Поэтому в настоящей работе дополнительно не будут определяться параметры пористости материала m и n , а вместо (12) и (13) будут применены формулы, полученные при использовании зависимостей теории пластичности пористых материалов [3]:

$$f(\theta, \varepsilon) = \left(1 + \frac{1}{6.25\theta} \left(\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon} \right) \right) \left(1 + 6.25\theta \left(\frac{\sigma_0}{\sigma} \right) \right) \quad (14)$$

$$\int \rho \sigma_{\text{акт}} d\varepsilon_{\text{акт}} = \int f(\theta, \varepsilon) \sigma d\varepsilon + \int \sigma_0 d\varepsilon_{\text{акт}} \quad (15)$$

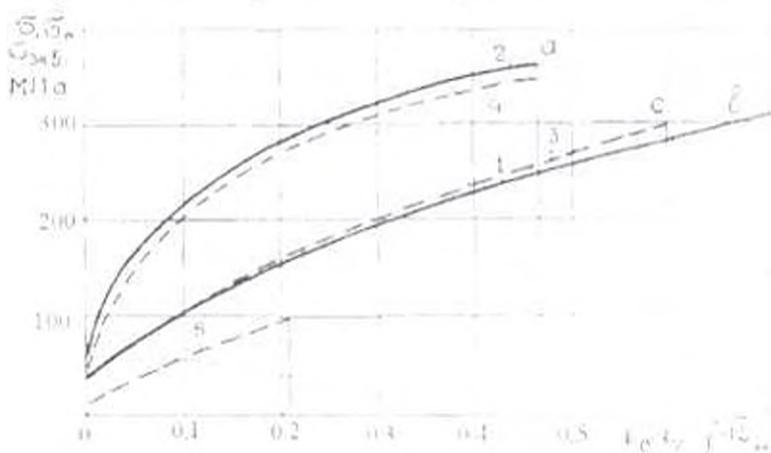


Рис. 2 Кривые изменения осевого напряжения σ (МПа) (кривые 1-5) и диаграмма деформирования материала $\sigma_0 = f(\varepsilon_{\text{акт}})$ (кривая 2) при $\theta_0 = 0,125$, рассчитанная на основании зависимостей теории пластичности листовых материалов, полученных в [3]

Используя экспериментальные данные рис. 1 и кривые 1 и 2 рис. 2 для различных значений ε ($\Delta\varepsilon = -0,125$) установлены величины $\Delta\varepsilon$, $\Delta\varepsilon_1$ и σ_1 и определены приращения окружной деформации (по формуле (9)) - $\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_0 - \Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_2$, $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma/3$, $\int d\varepsilon = \sum \Delta\varepsilon$, $\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta\varepsilon}$ (см. табл.)

Таблица

σ	$\Delta\varepsilon$	$\Delta\varepsilon_1$	$\Delta\varepsilon_2$	$\Delta\varepsilon_3$	$\sigma_1 - \sigma$ МПа	$\sigma_2 - \sigma$ МПа	ε_0	$\Delta\varepsilon_1$	$\int d\varepsilon$	σ	σ_1
0	0	0	0	0	0	13.3	0	0	0	0	0
0,125	0,125	0,05	0,04	0,035	115	38,3	0,05	0,11	0,11	0,455	0,21
0,25	0,125	0,05	0,04	0,035	175	58,3	0,10	0,11	0,22	0,455	0,21
0,375	0,125	0,04	0,045	0,04	220	73,3	0,14	0,113	0,333	0,354	0,125
0,50	0,125	0,03	0,05	0,045	260	86,7	0,17	0,117	0,45	0,256	0,065
0,625	0,125	0,03	0,05	0,045	290	96,7	0,20	0,117	0,567	0,256	0,065
0,65	0,025	0,005	0,01	0,01	300	100,0	0,205	0,023	0,59	0,217	0,047

Данные таблицы позволяют оценить поведение функции $f(\theta, \varepsilon)_1$ для различных степеней деформирования заготовки и величин составляющих уравнения (15).

С учетом обозначений, приведенных в таблице, уравнение (14) представим в виде

$$f(\theta, \varepsilon)_1 = \left(1 + \frac{c^2}{6,25\theta} \right)^{0,5} (1 + 0,7\theta)^{-0,5}.$$

Как видно, значения функции $f(\theta, \varepsilon)_1$ незначительно отличаются от единицы. Это позволяет с большой точностью принять следующее равенство:

$$\int f(\theta, \varepsilon)_1 \sigma_i d\varepsilon_i = \int \sigma_i d\varepsilon_i. \quad (16)$$

Таким образом, работа пластических деформаций формоизменения пористых и беспористых материалов определяется одной и той же формулой

$$A_{\phi}^p = \int \sigma_i d\varepsilon_i. \quad (17)$$

Однако для пористого материала ее значение будет меньше, чем для беспористого, т.к. с увеличением пористости величины $\sigma_i = \sigma$ уменьшаются.

Из (15) с учетом (16) получим

$$\int \rho \sigma_{жкп} d\varepsilon_{жкп} = \int \sigma_i d\varepsilon_i + \int \sigma_{ii} d\varepsilon_{ii}. \quad (18)$$

Для оценки величин работ полной пластической деформации $A^p = \int \rho \sigma_{жкп} d\varepsilon_{жкп}$, пластических деформаций формоизменения

$A_{\phi}^p = \int \sigma_i d\varepsilon_i$ и объема $\Lambda_{\phi}^p = \int \sigma_{ii} d\varepsilon_{ii}$, необходимо иметь диаграммы $\rho \sigma_{жкп} - \int d\varepsilon_{жкп}$ (кр.4), $\sigma_i - \int d\varepsilon_i$ (кр.3) и $\sigma_{ii} - \int d\varepsilon_{ii}$ (кр.5) (рис.2), так как величины энергий определяются как площади под соответствующими кривыми.

Отметим, что из диаграмм $\sigma - \varepsilon$, (кр.1) и $\sigma_{жкп} - \int d\varepsilon_{жкп}$, (кр.2) можно получить $\sigma_i - \int d\varepsilon_i$ (кр.3) и $\rho \sigma_{жкп} - \int d\varepsilon_{жкп}$, (кр.4), если точки кривой 1 перемещать налево (кр.3), так как $\sigma_i = \sigma$ и уменьшается только $\int d\varepsilon_i$, и точки кривой 2 - вниз (кр.4). Причем с увеличением плотности материала расхождение этих кривых незначительно. Что касается кривой 5, то она легко строится по данным таблицы.

Определенный интерес представляет построение кривой $\sigma_i - \int d\varepsilon_i$ (кр. 3). С этой целью по формулам [3] на кривой 1 была найдена точка b ($\varepsilon_{жкп} = 0,65$), соответствующая максимальной величине $\int d\varepsilon_{жкп}$, равной 0,475 (абсцисса точки a на кривой 2 из

рис. 2). Далее определяется предельная точка c на диаграмме $\sigma_1 - \int d\varepsilon_1$. При этом $(\int d\varepsilon_1)_{\text{max}} = 0.59$ (табл.).

Конкретные числовые данные величин составляющих работ пластических деформаций не были получены по двум причинам: во-первых, из-за низкой точности определения физико-механических характеристик из кривых [3], во-вторых, ввиду некоторого различия начальных пористостей материала образцов, при испытании которых были построены базовые (сплошные) кривые рис. 1 и 2 [3]. Однако эти кривые позволяют качественно оценить величины работ пластических деформаций и проанализировать их. Как уже было отмечено, величинами составляющих работ пластических деформаций являются площади под пунктирными кривыми (рис.2) 4 - (A^p - общая), 3 - ($A_{\text{ф}}^p$ - изменение формы) и 5 - ($A_{\text{об}}^p$ - изменение объема). Из рис. 2 следует, что $A_{\text{об}}^p$ - в 10 раз $< A_{\text{ф}}^p$ и $A^p > A_{\text{ф}}^p$. С другой стороны, полученные формулы показывают, что с уменьшением начальной пористости материала θ_0 , кривая 5 укорачивается и в случае беспористого материала ($\theta_0 = 0$) приравняется к нулю. При этом кривые 1 и 3 поднимаются вверх, приближаясь к кривой 2, и сливаются друг с другом. Что касается кривой 4, то она также поднимается вверх и сливается с кривой 2, которая, являясь единственной диаграммой деформирования вещества пористого материала, лишь удлиняется и становится диаграммой деформирования беспористого материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петросян Г.Л. Пластическое деформирование порошковых материалов. - М.: Металлургия, 1988 - 153 с.
2. Green R.J. A plasticity theory for porous solids // Int. J. Mech. Sci., 14(1972). - 215 p.
3. Shima S., Oyane M. Plasticity theory for porous metals // Int. J. Mech. Sci., 18 (1976) - 285 p.
4. Мартынова И.Ф., Штерн М.Б. Уравнение пластичности пористого тела, учитывающее истинные деформации материала основы // Порошковая металлургия. - 1978 - №1 - С. 23-29.
5. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. - М.: Машиностроение, 1975. - 599 с.

ГИУА

05.05.1999

М.М. ПОГОСЯН, С.С. АКОПЯН, Л.М. КАЗАРЯН, А.С. МУРАДЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЖИМНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ МЕТОДЕ ТЕРМОВЗРЫВНОЙ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛЕЙ ПУТЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Առաջարկվում է ձեռքերի հետագան և ուր եզրերի մեղման ջերմապայթուցանային մեթոդ՝ բուրդ, խաչվող, դժվարամատչ ակոսներ ունեցող դետալների լուսնար. Անտրված են մշակման մեջ ստնող բաղադրանուների նպատակահարմար փոխհարաբերությունները լավարված մեղմանային պայմաններ ապահովելու համար Նետազոտության կատարված է ստարված կիսաարտադրական նմուշի վրա մաթեմատիկական մոդելավորման միջոցով. փորձնական տվյալների հետ հետագա խամնատմամբ:

Предложен термовзрывной метод удаления заусенцев и затупления острых кромок деталей сложной формы. Выбраны соотношения компонентов реагирующего состава с целью обеспечения оптимальных режимных условий взрыва для деталей из различных материалов. Исследование проведено путем математического моделирования с последующей апробацией результатов на полупромышленном образце станка для ТВО.

Библиогр.: 3 назв.

A heat explosion method (HEM) is proposed for burr and blunting removal of sharp edges in the parts with complicated forms. The ratios of reacting compounds with components are selected to provide optimal explosion modes for components with various materials. The investigation is carried out by mathematical simulation with result testing to be followed on a semiindustrial tool for HEM.

Ref. 3.

Надежность и долговечность машин, товарный вид продукции и культура производства в значительной мере определяются уровнем решения задач по зачистке заусенцев и затуплению острых кромок деталей. Зачистка деталей сложной формы, имеющих пересекающиеся или глухие отверстия, недоступные пазы, традиционными методами (вибраобразивный, гидрообразивный, электрохимический и пр.) крайне затруднительна, поэтому зачастую вынуждены прибегать к малопроизводительной ручной обработке. За рубежом для таких операций нашел применение метод термовзрывной обработки (ТВО), который впервые был разработан в США фирмой "Сурфтран". В США, Японии, Франции, Германии применяются станки, изготовленные "Сурфтран" и по лицензии фирмой "БОШ". Станки "БОШ", установленные на крупных двух заводах России, показали целесообразность применения ТВО, однако отсутствие больших валютных средств ограничило их применение и заставило работать в направлении создания собственных станков. При этом велись работы в "Армстанке", а в ЕрПИ (ныне ГИУА) выполнялся комплекс исследовательских работ по определению оптимального состава, величины начального давления и концентрации горючей смеси при взрыве. Проводилось математическое моделирование процесса с составлением алгоритма и решением

дифференциальных уравнений на ЭЦВМ. Определены оптимальные режимные условия взрыва для обработки деталей из различных материалов.

Для процесса принималась физическая модель горения газозоодушнoй смеси в замкнутом объеме при адиабатических условиях (камера сгорания герметичная, рассчитанная для высоких давлений, где адиабатность обеспечивается быстротой протекания процесса).

Как известно [1], в условиях адиабатического процесса горения топлива в замкнутом объеме изменение концентрации газа вследствие выгорания можно выразить через изменение температуры. В начале процесса $T = T_0$, $\mu = \mu_0$, в конце $T = T_2$, $\mu = 0$. Горение протекает в кинетической области (скорость реакции не ограничивается скоростью диффузии окислителя, а лишь определяется температурным уровнем) и удовлетворительно описывается аррениусовской зависимостью. Для процесса взрыва уравнение теплового баланса записывается в виде

$$Q_{\text{н}} = Q_{\text{р}} \quad (1)$$

где $Q_{\text{н}}$ - тепловыделение, идущее на нагрев смеси; $Q_{\text{р}}$ - тепло реакции.

В развернутом виде уравнение (1) записывается в виде

$$C_{\text{с}} \frac{dt}{dt} = Q_{\text{н}} \beta C_{\text{с}} \mu K \left(\frac{T - T_0}{T_2 - T_0} \right)^{kt} \quad \text{кВг.м}^3 \quad (2)$$

Начальное условие при $t = 0$ $T = T_0$.

Здесь $Q_{\text{н}}$ - низшая теплота сгорания газа; β - стехиометрический коэффициент, $C_{\text{с}}, \mu$ - концентрации реагентов ($O_2 - H_2$ или $O_2 - C_2H_2$); R - универсальная газовая постоянная; $E, K_{\text{н}}$ - кинетические константы (энергия активации и предэкспоненциальный множитель).

Для удобства приведем уравнение (2) к безразмерной форме, применяя следующие обозначения [2]: $\theta = RT/E$ - безразмерная температура; $\psi = Q_{\text{н}} \mu_0 R / C_{\text{с}} E$ - безразмерный прирост адиабатической температуры горения; $\chi = \tau Q_{\text{н}} \beta C_{\text{с}} \mu_0 K_{\text{н}} R / C_{\text{с}} E$ - безразмерное время.

Таким образом, уравнение (2) принимает вид

$$d\theta / d\chi = \psi \left(\psi + \theta_0 - \theta \right) / \psi_0 \quad (3)$$

Начальное условие при $\chi = 0$ $\theta = \theta_0$.

Принимаем $\theta_0 = 0,07$ и два значения для ψ_0 :

а) $\psi_0 = 0,13$ (при этом $\theta_2 = \theta_0 + \psi_0 = 0,2$);

б) $\psi_0 = 0,08$ (при этом $\theta_2 = 0,15$).

Результаты расчетов представляются в виде зависимостей $\theta = f(\chi)$ и сравниваются с результатами экспериментов, проведенных на опытном образце [3].

При ТВО для полного удаления заусенцев на деталях из различных материалов и различной инертности требуются различные температурные уровни и различное количество тепла. Варьировать температурой можно путем изменения начального давления газовой смеси, либо соотношения ее компонентов. В каждом конкретном случае расчеты сопровождались серией опытов на специальных образцах прямоугольной формы, на которых заусенцы искусственно создавались путем их фрезерования и сверления. В случае, когда в качестве энергоносителя использовалась смесь кислорода с пропаном, механизм реакции которой описывается выражением



для полного сгорания парциальное давление кислорода более чем в пять раз превышало давление пропана.

Расчеты проводились при начальных давлениях газовой смеси от 4 до 2 МПа (брали четные значения) и соотношениях парциальных давлений $P_{O_2} / P_{C_3H_8} = 5, 6, 7, 8, 9, 11$. При горении, в процессе выделения тепла, газовая смесь нагревалась мгновенно до теоретической температуры сгорания, что привело к нагреву деталей, в частности из алюминиевого сплава, от 95 до 150 °С.

Для предварительной оценки значений парциальных давлений использовались зависимости:

$$P_{O_2} = P_{O_2}^0 / (A + 1), \quad (5)$$

$$P_{C_3H_8} = AP_{C_3H_8}^0 / (A + 1), \quad (6)$$

где $P_{O_2}^0$ - начальное давление газовой смеси, A - соотношение компонентов смеси.

Для алюминиевых сплавов область оптимальных начальных давлений газовой смеси с целью удаления заусенцев толщиной до 0,35 мм находилась в пределах $P_{O_2}^0 = 1,1 \dots 1,6 \text{ МПа}$, а область оптимальных соотношений газовой смеси - $A = 6,5 \dots 8,5$. В процессе обработки детали покрывались налетом Al_2O_3 , который удалялся травлением 15-процентным раствором азотной кислоты.

Цинковые детали брались с заусенцами толщиной от 0,05 до 0,5 мм. Область оптимального начального давления газовой смеси была значительно ниже, чем при алюминиевом сплаве, что объясняется различием в теплофизических характеристиках (температура плавления, теплоемкость, теплопроводность).

Оптимальные начальные давления были в пределах $P_{O_2}^0 = 0,6 \dots 1 \text{ МПа}$, соотношение компонентов - $A = 5 \dots 7,5$. В этих режимах детали в ходе обработки нагревались от 55 до 85 °С. Поверхности деталей покрывались серо-зеленым налетом окиси, который рекомендуется удалять раствором хромового ангидрида (100, 200 г/л).

Эксперименты проводились на образцах из латуни ЛЦ64-2. Толщина заусенцев составляла от 0,05 до 0,7 мм, высота до 2,4 мм. Как и ожидалось, оптимальным является поддержание более

высокого уровня температур. Область начального давления смеси составляла $P_0 = 2.65$ МПа при $A = 5,7, 7,0$. При обработке на указанных режимах заусенцы толщиной 0.25 мм полностью удалялись, а толщиной более указанной величины оплавливались, образуя на месте точечные чередующиеся оплавления (бисеры) высотой до 0.25 мм.

Результаты исследований использованы для изготовления установки по ТВО при обработке деталей машиностроительной промышленности [2]

ЛИТЕРАТУРА

1. Хзмэлян Д.М., Каган А.Я. Теория горения и топочные процессы - М Энергия, 1976. - 576 с.
2. Погосян М.М., Акопян С.С. и др. Горение газовой смеси при адиабатных условиях // Сб. Всес. конф. - Новосибирск, 1973. - С. 326-329
3. Геворкян Г.Г., Акопян С.С. и др. Разработка технологии и создание машин для ТВ удаления заусенцев. Отчет ГР627:83. Инв. № 67-77. - Ереван, 1978. - 368 с.

ГИУА

15.03.1998

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТИ), т. III, № 3, 1999, с. 306-311

УДК 921.9:531.3

МАШИНОСТРОЕНИЕ

А.В. ДАРБИНЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СТАНКА С ЧПУ

Բացահայտված են կոնտրոլի ղեկավարման համակարգի վերաբերյալ ֆունկցիոնալ մոդելավորման մեթոդը կախված շարժման արագությունից: Փոխանցման գործակիցը փոխան է կտրման գործընթացի դինամիկական բնութագրերն 6% ուլ:

Выявлены закономерности изменения передаточной функции системы управления станка в зависимости от скорости перемещения. Передаточный коэффициент уменьшает динамическую характеристику процесса резания до 6%

Ил. 2 Табл. 1 Библиогр.: 4 назв.

Transfer function variation mechanism of machine-tool control system depending on travel speed is revealed. The transfer coefficient changes the cutting process dynamic characteristics by 6%.

Ил. 2. Table 1. Ref. 4.

Исследование динамической характеристики токарного станка с ЧПУ предполагает учет закономерностей изменения сигналов от системы управления, т.е. определение ее передаточной функции.

Поставленная задача решается путем экспериментального и расчетного определения параметров переходного процесса перемещения подвижного узла, а также параметров передаточной функции.

На основе результатов экспериментов (рис.1) определяются значения периода колебаний T и амплитуд A_1 и A_2 . С учетом значения декремента затухания в стыках станков ($\delta=0,3...0,5$) [1] можно утверждать, что отношение постоянных времени характеристического уравнения $T_1/T_2 < 2$ [2]. В этом случае

$$W(P) = \frac{K}{T_2^2 P^2 + T_1 P + 1} \quad (1)$$

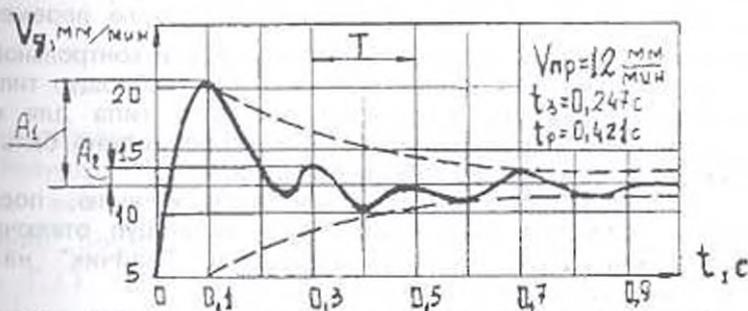


Рис. 1. Изменение скорости подачи в переходном процессе

Уравнение (1) имеет два сопряженных корня

$$P_{1,2} = -a \pm j\omega, \quad (2)$$

где $a = T_1/2T_2^2$ - постоянная интегрирования; (3)

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{T_2^2} - \frac{T_1^2}{4T_2^4}} - \text{круговая частота колебаний}; \quad (4)$$

T_1 - инерционная постоянная времени; T_2 - постоянная времени демпфирования.

С учетом (3) и (4), на основе некоторых преобразований в [2] получено выражение

$$X_{вых} = KX_{вх} \left[1 \pm \frac{e^{-at}}{\omega T_2} \sin(\omega t + \arctg \frac{\omega}{a}) \right], \quad (5)$$

которое характеризует изменение выходной величины, в нашем случае действительной скорости подачи V_g , в зависимости от входной заданной скорости подачи, по программе $V_{ин}$ при выполнении отрезных и прорезных работ. Причем коэффициент усиления K принимается равным единице. Таким образом, задача исследования сводится к определению величин a , T_2 и ω .

Эксперименты проводились при холостом ходе станка. Задаются скорости подач в пределах 9...30 мм/мин, что при частоте вращения шпинделя 500 мин^{-1} соответствует подачам

0,018...0,06 мм/об. Соответствие V_d и $V_{пр}$ контролируется данными, полученными из осциллографических записей пути перемещения подвижного узла в направлении поперечной подачи от состояния покоя до стабилизации величины действительной скорости перемещения.

В соответствии с рекомендациями ГОСТ 22267-26* [3] V_d определяется в трех контрольных точках, расположенных на расстояниях 1/5, 1/2 и 4/5 длины перемещения узла. В каждой контрольной точке измерения производятся не менее 5 раз, после чего определяются средние значения V_d . С учетом особенностей порядка осциллографирования обеспечивается запись параметров переходного процесса:

- задается $V_{пр}$ по программе, и узел после перемещения в заданном направлении останавливается в первой контрольной точке;
- устанавливаются датчик перемещения (виброщуп типа К61-А) и противоположно ему индикатор часового типа для контроля величины общего перемещения узла, которое должно быть меньше допустимого перемещения иглы виброщупа;
- измерительный канал приводится к нулю, после чего тумблером усилителя типа ТОПАЗ-3-01 виброщуп отключается от измерительной цепи. В этом состоянии "зайчик" на экране осциллографа находится в точке А (рис. 2);
- производится включение записи, после чего одновременно совмещенной кнопкой запускается станок через ЧПУ и включается виброщуп в измерительную цепь. "Зайчик" из точки А перемещается в точку Б, т.е. одновременно подаются команды на перемещение и измерение этого перемещения.

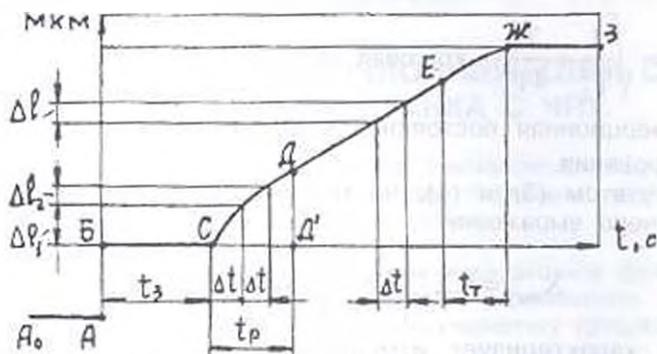


Рис. 2. Схема к определению действительной скорости подачи

Однако перемещение начинается после истечения времени t_3 в точке С. Поэтому t_3 , т.е. отрезок осциллограммы ВС, есть время запаздывания, которое определяется отметками отметчика времени. На участке СД идет разгон перемещающегося узла: равным отрезкам времени Δt соответствуют различные по величине отрезки перемещений $\Delta l_1, \Delta l_2, \dots, \Delta l_n$. На отрезке ДЕ значения перемещений $\Delta l'$ постоянны, а отрезок ЕЖ соответствует процессу

прохождения в течение времени $t_{\text{пр}}$. Момент стабилизации значения V определяется по конечной точке D того отрезка, после которого величина скорости становится постоянной. Общее время на разгон определяется отрезком CD .

Описанный порядок осциллографирования повторяется во всех контрольных точках. По средним значениям всех 75 измерений (три контрольные точки, пятикратное повторение опыта и пятикратный анализ осциллограмм) строится зависимость изменений V за время переходного процесса. Результаты анализа осциллограмм оформляются в виде временных зависимостей (рис.1), на основе которых определяются период колебаний T и декремент затухания δ . При этом используются известные зависимости:

$$T = 2\pi / \omega, \quad (6)$$

$$\delta = \frac{A_1 - A_2}{A_1} = 1 - e^{-2\pi a / \omega} \quad (7)$$

Далее определяют ω и значения соотношений a/ω из (7), по которым получают величину a . Разделив выражение (3) на (4) и приравняв его к значению отношения a/ω , определяют соотношение постоянных времени T_1/T_2 . Затем, подставив значения T_1/T_2 и a в (3), определяют T_1 . Подстановкой найденных значений a , ω и T_1 в (5) получают выражение, которое характеризует изменения V от $V_{\text{пр}}$.

Обозначив $C_1 = a$, $C_2 = \omega$, $C_3 = \omega T_2$, $C_4 = \arctg \omega / a$ и заменив $X_{\text{пр}}$ на V , а $X_{\text{пр}}$ на $V_{\text{пр}}$, выражение (5) будет иметь вид передаточной функции:

$$W_{\text{пр}} = \frac{V}{V_{\text{пр}}} = \left[1 \pm \frac{e^{C_3 t}}{C_2} \sin(C_2 + C_4) \right], \quad (8)$$

где $C_1 \dots C_4$ - коэффициенты, зависящие от $V_{\text{пр}}$, определяемые вышеописанным методом.

Разработанная методика была применена при реализации $V_{\text{пр}} = 9 \dots 30$ мм/мин. Были выведены зависимости типа (8) для всех реализованных скоростей подачи. Определены параметры переходного процесса, действительные значения V и передаточный коэффициент системы управления (табл.)

Таблица

Заданная скорость подачи, мм/мин	$V_{\text{пр}}$	9	12	15	30
Действительная скорость, мм/мин	V	9,16	12,2	15,7	30,4
Время разгона, с	$t_{\text{пр}}$	0,4	0,6	0,8	0,8
Передаточный коэффициент	$W_{\text{пр}}$	1,02	1,02	1,05	1,01

Анализ экспериментальных значений коэффициентов показал, что C_1 и C_3 изменяются от V_{np} в широких пределах, а C_2 и C_4 практически постоянны. Методом наименьших квадратов получены выражения

$$C_1 = V_{np}^{0,5} \quad (9)$$

$$C_3 = 35V_{np}^{-0,12} \quad (10)$$

Значения коэффициентов C_2 и C_4 приняты как среднеарифметические от результатов экспериментов: $C_2 = 0,976$, $C_4 = 78^\circ$. Таким образом, передаточная функция системы управления станка модели 16Б16ВЗ-31 с ЧПУ будет иметь вид

$$W_{vnp} = \frac{V}{V_{np}} = \left[1 \pm \frac{e^{-V_{np}^{0,51}}}{0,976} \sin(35V_{np}^{-0,12} + 78^\circ) \right] \quad (11)$$

Эксперименты по определению динамической характеристики станка с ЧПУ были проведены на постоянном режиме резания при частоте вращения шпинделя 500 мин^{-1} и подаче $0,1 \text{ мм/об}$, т.е. заданная скорость подачи составила 50 мм/мин . При допуске на задаваемую величину подачи $\pm 5\%$ [4] будем иметь $V_{np} = 47,5 \dots 52,5 \text{ мм/мин}$. Подставляя эти значения в (11), получим действительные значения подачи: $V_s = 48,51 \dots 51,5 \text{ мм/мин}$, т.е. $W_{vnp} = 0,97 \dots 1,03$. Это означает, что динамическая характеристика станка с ЧПУ будет понижена от 0,5 до 6%. Расчетное время разгона составило 0,5 с против экспериментального среднего 0,421 с, что показывает на достаточную точность полученного выражения (11).

Таким образом, на основании вышеизложенного можно прийти к следующим выводам:

1. Разработана экспериментально-расчетная методика вывода передаточной функции системы управления станка с ЧПУ.

2. Получены экспериментальные зависимости переходного процесса системы управления станка с ЧПУ.

3. Выведено экспериментальное выражение для определения передаточного коэффициента системы управления станка, пригодное для применения при $V_{np} \geq 15 \text{ мм/мин}$, с отклонением от экспериментальных данных не более чем на 19%.

4. Показано, что при скорости подачи 50 мм/мин система управления станка понижает его динамическую характеристику от 0,5 до 6%, в зависимости от круговой частоты колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пуш В.Э. Конструирование металлорежущих станков. - М.: Машиностроение, 1977. - 390 с.
2. Ключев А.С. Автоматическое управление. Изд. 2-е. перераб. и доп. - М.: Энергия, 1973. - 392 с.

3 ГОСТ 22267-76* Станки металлорежущие. Схемы и способы измерений геометрических параметров.

4 Справочная книга по технике автоматического регулирования. - М., - Л. Госэнергоиздат, 1962. - 784 с.

ООО "Агуяц ЛТ"

04.02.1998

Изв. АН и ГИУ Армении (сер. ТН) т. III, № 3, 1999, с. 311-314

УДК 621.9.02

МАШИНОСТРОЕНИЕ

В.Г. АДАМЯН, Г.М. ЗАИМЦЯН

ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИИ ДВУХЛЕЗВИЙНОГО РЕЗЦА

Առաջարկվում է երկրա սլիշախոր կտրող երկ անկյուն երկնորակի կտրիչի կոնստրուկցիոնալ երկ երանակ, որի շտրիվի իրականացումն են վերջինիս չափերը և լուծարված միջ.

Приводится новый метод проектирования конструкции двухлезвийного резца с двумя режущими кромками. Устанавливаются его размеры и оптимальная форма.

Ил. 3. Библиогр.: 7 назв.

A new method of two-blade cutting-tool construction design having two lips is given. Its sizes and optimal shapes are established.

Ил. 3. Ref. 7.

Для повышения эффективности производства металлообрабатывающих станков необходимо наряду с другими факторами большое внимание уделять совершенствованию конструкции режущих инструментов. Известно, что в основу развития форм режущей части инструментов положены главным образом факторы, связанные с повышением прочности и износостойкости режущих инструментов путем сочетания конструктивных и геометрических элементов формы, обеспечивающей снижение силовых и тепловых нагрузок, воздействующих на режущую часть. Помимо этого, формы режущей части инструмента должны обеспечивать также и высокое качество обрабатываемой поверхности, что, в свою очередь, оказывает значительное влияние на эксплуатационные свойства самих обрабатываемых деталей [1,2]. Как известно, почти 50% всего используемого в машиностроении режущего инструмента составляют резцы. Несмотря на свою конструктивную и технологическую простоту, во время их эксплуатации невозможно одновременно обеспечить высокую производительность и качество обработанной поверхности. Для решения этой задачи создан двухлезвийный резец с двумя режущими кромками (рис. 1а) с соответствующей геометрией режущей части (рис. 1б). Отличие двухлезвийного резца от обычного токарного состоит в том, что он имеет два режущих лезвия с двумя передними и задними гранями, благодаря которым в зоне резания образуются две стружки - основная и чистовая,

которые удаляются влево и вправо соответственно по передним граням резца [3,4]. Такая форма позволяет распределять радиальную силу на две кромки, тем самым повышая устойчивость резца во время работы. Совокупность отмеченных особенностей и оптимальной геометрии резца при высоких подачах резания обеспечивает высокое качество обработанной поверхности, что позволяет применять двухлезвийные резцы при полустачивых и чистовых операциях, где подача существенно превышает стандартные полустачивые и чистовые подачи [5].

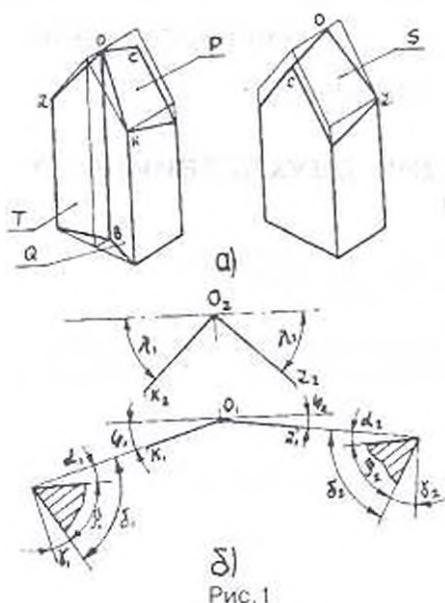


Рис.1

резания, обеспечивая тем самым высокое качество обработанной поверхности [7].

Принимая в качестве исходных результаты исследования [6,7], предложен новый метод проектирования конструкции резца, с помощью которого можно определить оптимальную форму и размеры двухлезвийного резца. Исходя из оптимальной геометрии резца: $\lambda_1 = \lambda_2 = 45^\circ$, $\varphi_1 = 10^\circ$, $\varphi_2 = 0^\circ$, с помощью проекции его левой ОК и правой OL главных режущих кромок, путем геометрических построений устанавливаем основные параметры конструкции двухлезвийного резца (рис.2). На основе метода замены плоскостей проекции известными построениями приводим левую режущую кромку ОК в проектирующее положение. Тогда в Π_2 плоскости передней P и задней Q граней будут являться проектируемыми, проходящими через левую режущую кромку ОК, строящимися по заданным значениям $\alpha_1 = 20^\circ$ и $\beta_1 = 65^\circ$ [7]. Построениями в обратном порядке определяем следы плоскостей передней P и задней Q граней в основной системе плоскостей проекции.

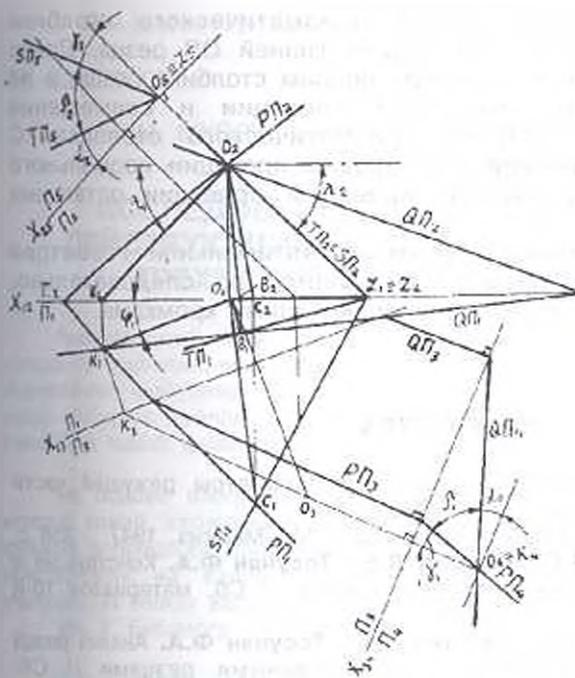


Рис. 2

Аналогичным образом в Π_5 проектируем плоскости передней S и задней T граней, проходящих через правую режущую кромку OL с заданными значениями $\alpha_2 = 20^\circ$ и $\beta_2 = 65^\circ$, и определяем следы этих плоскостей с обратными построениями.

В результате геометрических построений на рис. 2 получаем прямую OB , являющуюся линией пересечения задней левой Q и правой T граней, а также прямую OC , являющуюся линией пересечения перед-

ней левой P и правой S граней, т.е. перемычкой реза. При помощи этих прямых OB , OC , с учетом направлений левых OK и правых OL режущих кромок, определяем форму призматического столбика двухлезвийного реза.

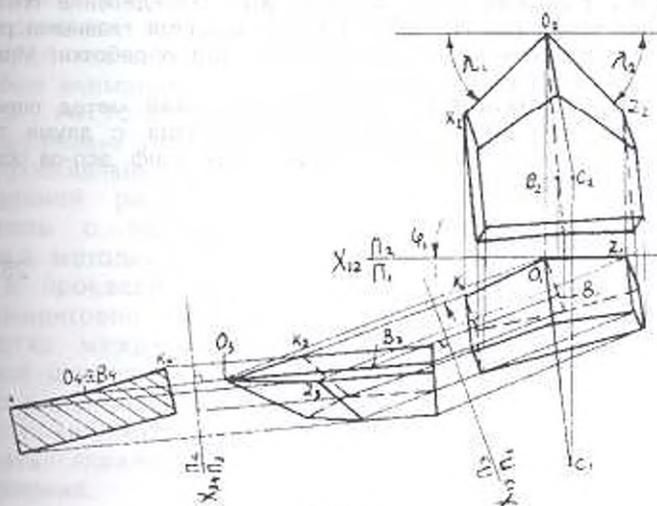


Рис. 3

Для проектирования конструкции двухлезвийного реза из рис. 2 без изменения переведем вершину реза O , левый OK и правый OL главные режущие кромки и линии пересечения задних OB и передних OC граней (рис. 3). Через произвольные точки K и L

режущей кромки проведем ребра призматического столбика параллельно прямой пересечения задних граней OB резца. Далее построим плоскость, перпендикулярную ребрам столбика резца, и на основе способа замены плоскостей проекции и совмещения определим нормальное сечение призматического столбика. С помощью обратных построений восстановим проекции нормального сечения, через вершины которых проведем проекции остальных ребер резца.

Имея проекции резца, в условиях оптимальной геометрии можно определить его размеры и форму и, следовательно, построить двухлезвийный резец с двумя режущими кромками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ларин М.Н. Оптимальные геометрические параметры режущей части инструментов. - М.: Оборонгиз, 1953. - 148 с.
2. Резников Н.И. Учение о резании металлов. - М.: Машгиз, 1947. - 358 с.
3. Касьян М.В., Бояджян Р.Е., Галстян Л.Е., Тосунян Ф.А. Конструкция и геометрия резца ДЛР-1, особенности его работы // Сб. материалов 10-й конф. ЕрПИ. - Ереван, 1976. - С. 45-46.
4. Касьян М.В., Бояджян Р.Е., Галстян Л.Е., Тосунян Ф.А. Анализ резца КБ-1 по сравнению с обычными и безвершинными резцами // Сб. материалов 10-й конф. Лен. филиала ЕрПИ. Часть 3. - Ленинакан, 1976. - С. 30-39.
5. Касьян М.В., Бояджян Р.Е., Адамян В.Г. Определение параметров нормальных сечений основной и чистовой стружек при работе двухлезвийным резцом с двумя главными режущими кромками // Оптимизация операций механической обработки: Межвуз. сб. науч. тр. - Ярославль, 1984. - С. 106-113.
6. Касьян М.В., Бояджян Р.Е., Адамян В.Г. Определение оптимальных значений задних углов двухлезвийного резца с двумя главными режущими кромками // Оптимизация операций механической обработки: Межвуз. сб. науч. тр. - Ярославль, 1984. - С. 113-119.
7. Бояджян Р.Е., Адамян В.Г. Графоаналитический метод определения оптимальных значений углов двухлезвийного резца с двумя главными режущими кромками // Тез. докл. 22-й науч.- техн. конф. асп-ов общ. асп. - Ереван, 1985. - С. 140-147.

Гюмрийский образовательный
комплекс ГИУА

25.04.1997

Л.М. МХОЯН, В.И. ОВЧИННИКОВ, Ф.С. ТОРОСЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ УСИЛИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ВАЛОК И ОПРАВКУ, ПРИ ТРЕХВАЛКОВОЙ ПРОШИВКЕ ГИЛЬЗ

Պլաստիկության տեսության հարթ խնդրի հիման վրա ստացի գծերի մեթոդի օգնությամբ լայնական-պարուրակային եռաքանակման հաստոնի վրա պարիուճների անջատման գործընթացի համար մշակված է գրունակի և կալակի (ձողիկի) վրա գործող ճիգերի մեծության որոշման մեթոդ՝ հաշվի առնելով շփումը դեֆորմացվող մետաղի և գրանկների հարման մակերևույթներում:

На основе плоской задачи теории пластичности с использованием метода линий скольжения на трехвалковом стане поперечно-винтовой прокатки в процессе прошивки гильз разработана методика расчета усилий, действующих на валок и оправку, с учетом трения на контактных поверхностях между валками и деформируемым металлом.

Ил. 3. Библиогр.: 4 назв.

A design method of forces operating on the roll and mandrel with contact surface friction between the roll and slip line technique on the three-shaft helical rolling mill for sleeve broaching process.

Ил. 3. Ref. 4.

Известно, что трубы, прошитые на трехвалковом стане поперечно-винтовой прокатки, имеют значительно меньше дефектов на внутренней поверхности, чем на двухвалковом стане. В связи с этим особое внимание уделяют прошивке гильз на трехвалковом стане. В настоящее время ведутся теоретические и экспериментальные работы по проектированию и внедрению этих станков в промышленность.

В данной работе на основе плоской задачи теории пластичности с использованием метода линий скольжения разработана методика расчета усилий, возникающих на валке и оправке в процессе прошивки гильз на трехвалковом стане поперечно-винтовой прокатки с учетом трения на контактных поверхностях между валками и обрабатываемым металлом. Применение двумерной теории пластического деформирования по сравнению с одномерной дает возможность более точно определить силовые и кинематические параметры данных процессов и исследовать локальные явления, возникающие в процессе деформирования.

Плоское пластическое течение идеального жестко-пластического тела описывается следующими уравнениями [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial x} - 2k \left(\cos 2\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \sin 2\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) &= 0, \\ \frac{\partial \sigma}{\partial y} - 2k \left(\sin 2\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} - \cos 2\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) &= 0, \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y} - \operatorname{tg} 2\alpha \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) &= 0, \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

где функции σ , α , v_x и v_y определяют напряженное и кинематическое состояния пластической области и имеют два взаимно ортогональных семейства характеристик ξ и η , дифференциальные уравнения которых в физической плоскости x, y имеют вид

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{\xi} = \operatorname{tg} \alpha; \quad \left(\frac{dy}{dx} \right)_{\eta} = -\operatorname{ctg} \alpha. \quad (2)$$

Вдоль характеристик ξ и η справедливы соотношения Генки (для напряжений) и Гейрингер (для скоростей):

$$\begin{aligned} \sigma - 2k\alpha = \operatorname{const}, \quad dv_x - v_y d\alpha &= 0 \quad \text{вдоль } \xi (\eta = \operatorname{const}), \\ \sigma + 2k\alpha = \operatorname{const}, \quad dv_x + v_y d\alpha &= 0 \quad \text{вдоль } \eta (\xi = \operatorname{const}). \end{aligned} \quad (3)$$

В выражениях (1)-(3) σ - среднее нормальное напряжение, равное $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y) / 2$; σ_x, σ_y - компоненты тензора напряжений; v_x, v_y и v_x, v_y - проекции вектора скорости движения частицы в декартовых (x, y) и криволинейных (ξ, η) координатах соответственно; α - угол наклона линии скольжения первого семейства ξ к оси x ; $k = \operatorname{const}$ - пластическая постоянная.

В [2] область деформации вдоль калибра разделяется на три зоны: I - зона поперечно-винтовой прокатки, II - зона собственно прошивки; III - зона раскатки прошивой заготовки. Там же для зоны поперечно-винтовой прокатки с учетом трения на контактных поверхностях между валками и обрабатываемым металлом построены совместные поля напряжений и скоростей и определена величина удельного безразмерного усилия, действующего на валок.

При исследовании напряженного состояния зоны раскатки (зона III), а затем и зоны собственно прошивки (зона II), ввиду малости угла наклона выходного конуса валка, принимается, что раскатка происходит между двумя цилиндрическими поверхностями. Граничные условия для процесса раскатки следующие: коэффициент трения на контактных поверхностях металла с валком принимается $\mu = 0,25$ [3], на калибрующем участке оправки в окружном направлении трение отсутствует ($\mu = 0$), так как оправка вращается

вместе с заготовкой; поле линий скольжения аналогично полю для процесса поперечно-винтовой прокатки. Ввиду симметрии рассмотрена раскатка только между одним валком и оправкой.

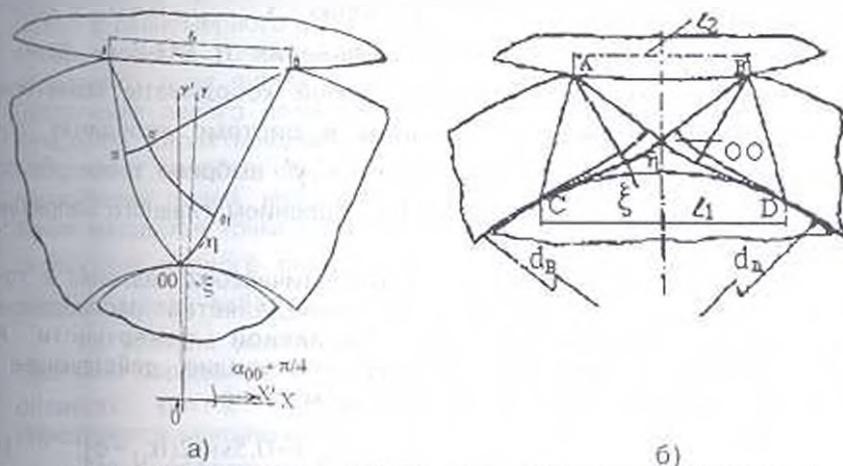


Рис. 1. Поле линий скольжения при трехвалковой раскатке. а - толстостенных гильз; б - тонкостенных гильз

С учетом граничных условий при решении краевой задачи Коши определяется область равномерного напряженного состояния А-В-11 (рис. 1а). Дальнейшим решением вырожденных и характеристических задач завершается построение поля линий скольжения в точке ОО на поверхности контакта металла с калибровочной частью оправки. В этой точке характеристики подходят к внутренней поверхности гильзы под углом 45° , что следует из граничных условий задачи.

Из анализа построенных полей выяснилось, что такое поле реализуется только при значениях отношения диаметра заготовки d к толщине стенки гильзы t , изменяющегося в интервале $2 < d/t \leq 5,9$. Назовем такие гильзы толстостенными.

Жесткие области справа и слева от жестко-пластических границ ОО-В и ОО-А свободны от внешних усилий. Условие их равновесия будет

$$\int_{(II)}^B (\sigma \sin \beta + k \cos \beta) dS_{II} + \int_{(III)}^A (\sigma \sin \gamma - k \cos \gamma) dS_{III} = 0. \quad (4)$$

Используя соотношения Генки (3), можно найти гидростатическое давление в точке ОО, отнесенное к пластической постоянной k :

$$\frac{\sigma_{00}}{2k} = \frac{1}{y'_B + y'_A} \left[\int_{(II)}^B \beta dy' + \beta_{00}(y'_{II} - y'_{III}) - \beta_{00}(y'_{II} - y'_{III}) + \int_{(III)}^A \gamma dy' + \gamma_{10}(y'_{A} - y'_{III}) - \gamma_{10}(y'_{A} + y'_{00}) - \frac{1}{2}(x'_{B} - x'_{A}) \right] \quad (5)$$

В уравнениях (4) и (5): dS_{ξ} , dS_{η} - элементы дуг линий скольжения ξ и η ; $\gamma = -\alpha + \alpha_{00} + \pi/4$ - переменный угол между линией скольжения ξ АОО и осью x' ; $\beta = \alpha + \alpha_{00} + 3\pi/4$ - переменный угол между линией скольжения η ООВ и осью x' ; x', y' с индексами представляют собой координаты характерных точек жестко-пластической границы в системе координат x', y' . Заметим, что положение новых осей x', y' выбрано таким образом, чтобы направление x' совпало с направлением главного напряжения σ_1 в точке ОО.

По найденному значению гидростатического давления в точке ОО с помощью соотношения (3) определяется распределение нормальных напряжений на контактной поверхности АВ, следовательно, и удельное безразмерное усилие, действующее на валок при раскатке гильз на трехвалковом стане:

$$\frac{q_{00}}{2k} = -\frac{\sigma_1}{2k} = -\frac{\sigma_{00}}{2k} + (2\alpha_{00} - \alpha_{\xi} - \alpha_{\eta}) - 0,5 \sin 2(\alpha_{\xi} - \varphi), \quad (6)$$

где α с индексами - углы линий скольжения первого семейства ξ с осью x' в соответствующих точках поля линии скольжения. φ - угол между нормалью контакта и осью абсцисс.

Гильзы, у которых $d/l > 5,9$, условно назовем тонкостенными. Поле линий скольжения при раскатке таких гильз существенно отличается от случая раскатки толстостенных гильз. Для его построения необходимо установить ширины контактных поверхностей r_1 и r_2 соответственно на внутренней и наружной частях заготовки. В [4] выведена формула для определения ширины внутреннего контакта заготовки с оправкой r_1 в зависимости от ширины наружного контакта заготовки с валком r_2 :

$$r_1^2 + r_2^2 - \frac{\Delta R r_2 d_0 d_1}{d_1 - d_0} = 0, \quad (7)$$

где ΔR - суммарное обжатие на сторону; d_0 - диаметр калибрующей части оправки; d_1 - внутренний диаметр гильзы.

В результате обработки данных экспериментов, проводимых во ВНИИМЕТМАШ, при прошивке гильз на трехвалковом стане установлено, что отношение d_0/d_1 , учитывающее овализацию полученных гильз, для различных значений толщины стенок и диаметров прошиваемой заготовки остается постоянным и равным $d_0/d_1 = 1,04$. Имея в виду это отношение и определив из геометрических соображений ширину наружного контакта r_2 для конкретного значения ΔR , можно затем установить величину значения r_1 при различных отношениях d/l , изменяющегося в интервале $5,9 < d/l \leq 11$, где $l = 0,5(d - 1,04d_0)$.

После установления геометрических параметров очага деформации в зоне раскатки можно перейти к построению поля

линий скольжения для этого процесса. Построение его аналогично построению поля линий скольжения для процесса осадки с конечным отношением высоты к ширине [1]. Поле линий скольжения в случае трехвалковой раскатки тонкостенных гильз показано на рис. 1б. Область равномерного напряженного состояния в виде треугольника с вершинами в точках А и С, а также особенности в этих точках определяют поля линий скольжения в виде центрированных вееров. Построение левого поля линий скольжения завершается решением начальной характеристической задачи. Аналогично производится построение правого поля. Линия равных давлений, построенная на пересечении полей, является вертикальной осью симметрии. На этой линии находится точка сопряжения OO этих полей, где углы (α) линий скольжения первого семейства ξ для обоих полей должны быть равными между собой (ввиду симметрии $\alpha_{II} = -\pi/4$).

Из условия равновесия областей равномерного напряженного состояния определяется величина гидростатического давления в этих областях $\sigma = -k$. Затем с помощью соотношения Генки определяется напряжение в каждой точке пластической области.

Для определения нормальных контактных напряжений $\sigma_{II}/2k$ на поверхности контакта металла с валком (АВ) построение поля линий скольжения по известным значениям функций σ и α на характеристиках А- OO и OO -В известным способом продолжается в жесткую зону А- OO -В при различных значениях отношения d/t . После чего определяется удельное безразмерное усилие, действующее на валок $q_{III}/2k = -\sigma_{II}/2k$. На основании этих расчетов получена зависимость изменения удельного безразмерного усилия $q_{III}/2k$ на валок от безразмерного отношения d/t как для толстостенных, так и для тонкостенных гильз (рис. 2). Как видно из графика, с уменьшением толщины стенки гильзы (с увеличением d/t) усилие на валок сначала падает (в случае толстостенных гильз), а затем возрастает (в случае тонкостенных гильз).

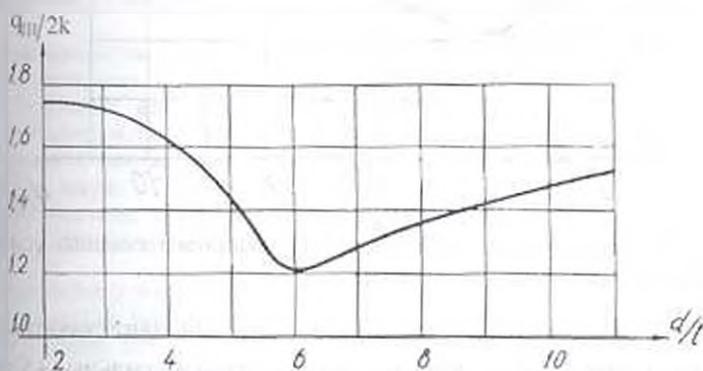


Рис. 2 Зависимость удельного безразмерного усилия, действующего на валок, от отношения d/t в зоне раскатки

Осевое усилие Q , действующее на оправку, определяется рассмотрением зоны собственно прошивки сплошной заготовки (зона II). Внедрению оправки препятствует сила, действующая со

стороны деформируемой заготовки и определяемая напряженным состоянием поперечно-винтовой прокатки (зона I). Для определения усилия Q построение поля линий скольжения для зоны поперечно-винтовой прокатки (см. рис.2 в [2]) продолжается в жесткие области. В каждой точке сетки линий скольжения с помощью соотношения Генки определяется гидростатическое давление σ , которое для плоско-деформированного состояния совпадает с напряжением σ_x , имеющим осевое направление. Криволинейные стороны четырехугольников сетки линий скольжения, находящихся в области ограниченной диаметром оправки (эта область на рис.2 [2] обозначена штрихпунктирной линией), аппроксимируем прямыми линиями. В каждом четырехугольнике гидростатическое давление σ , принимается постоянным и равным среднеарифметическому значению гидростатического давления в узловых точках четырехугольника

Осевое усилие, действующее на оправку, будет

$$Q = \sum_{i=1}^m q_i = \sum_{i=1}^m \sigma_i S_i, \quad (8)$$

где q_i - усилие на оправку со стороны каждого четырехугольника; m - число четырехугольников в области, ограниченной диаметром оправки; S_i - площадь четырехугольника, равная

$$S_i = 0,5[(x_{1i}y_{1i} - x_{1i}y_{2i}) + \sum_{m=1}^i (x_{m+1}y_{im} - x_{im}y_{m+1})]. \quad (9)$$

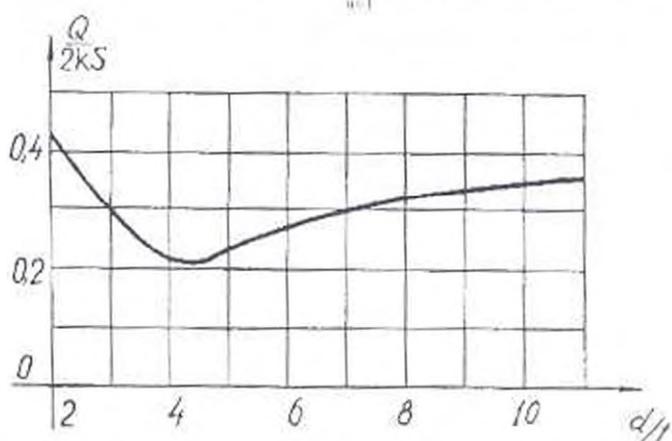


Рис. 3. Зависимость удельного безразмерного осевого усилия от отношения d/l

На основании этих вычислений получена зависимость удельного осевого усилия $Q/2kS$ от толщины стенки гильзы ($S = \pi d^2/4$ - площадь поперечного сечения калибрующей части оправки) (рис. 3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Томленов А.Д. Теория пластического деформирования металлов. - М.: Металлургия, 1972. - 408 с.
2. Чхартишвили И.В., Овчинников В.И., Мхоян Л.М., Торосян Ф.С. Пластическое напряженное состояние при прошивке заготовок на трехвалковых станах поперечно-винтовой прокатки. ИЛ. Сер. Металлургия /ГрузНИИНТИ - Тбилиси, 1985. - № 2. - С.
3. Голубев Т.М., Зайков М.А. Коэффициент трения при горячей прокатке // Сталь. - 1950. - № 3. - С. 237-241.
4. Остроушкин Г.П. Особенности пластического напряженного состояния при раскатке колец // Кузнечно-штамповочное производство. - М.: Машиностроение, 1973. - № 4. - С. 5-8.

Гюмрийский образовательный
комплекс ГИУА

05.01.1998

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. 1.11, № 3, 1999, с. 321-328

УДК 622.75; 621.762

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Н.В. МАНУКЯН, А.Н. КАЗАРЯН, В.Л. КАСЬЯН,
Г.А. ТУМАНЯН, М.К. ЗУРНАЧЯН, Г.Г. МКРТЧЯН

ТЕХНОЛОГИЯ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕРАБОТКИ МЕДНЫХ КОНЦЕНТРАТОВ

Տեխնոլոգիաներով 1 պղնձի գոտեմաթերից պղնձի, երկաթի և այլ անկարգի մետաղների կարգման նպատակահարմարությունը էկոնոմետալուրգիական գոտեմաթ-Սվճարաներային սոխնորոգիայի էությունը հետևապես 1 պղնձի խտանությունը ենթարկում են օքսիդացնող քրճման, այնուհետև վերականգնվում են էրկաթի (տաղեխական բազ գոտեմաթ) և պղնձի (էլեկտրոլիզով) հետագա կարգմամբ: Աստղված արգոմիայի որակը կախվածությունում 1 ստանդարտի պահանջներին:

Обосновывается целесообразность гидрометаллургического передела медных концентратов с извлечением меди, железа и других драгоценных металлов. Сущность альтернативной технологии заключается в следующем: медные концентраты подвергаются окислительному обжигу, затем восстановлению с последующим извлечением железа путем магнитной мокрой сепарации и меди - электролизом. Полученные продукты по качеству отвечают требованиям стандарта.

Ил 3 Табл. 3. Библиогр. 13 назв.

Hydrometallurgy process stage of copper concentrates with extraction of copper, iron and other precious metals is grounded. Alternative technology is due to the fact that copper concentrates are subjected to oxidizing roasting, then to restoration with afterextraction of iron by magnetic wet separation and copper - by electrolysis. The materials obtained meet the standard requirements by quality.

Ил. 3. Tables 3. Ref. 13.

Становление металлургического производства в Армении на основе использования местного сырья имеет особое значение. В

этой связи нужны нетрадиционные, т.е. альтернативные технологические решения, которые смогли бы реализовать имеющиеся в республике возможности.

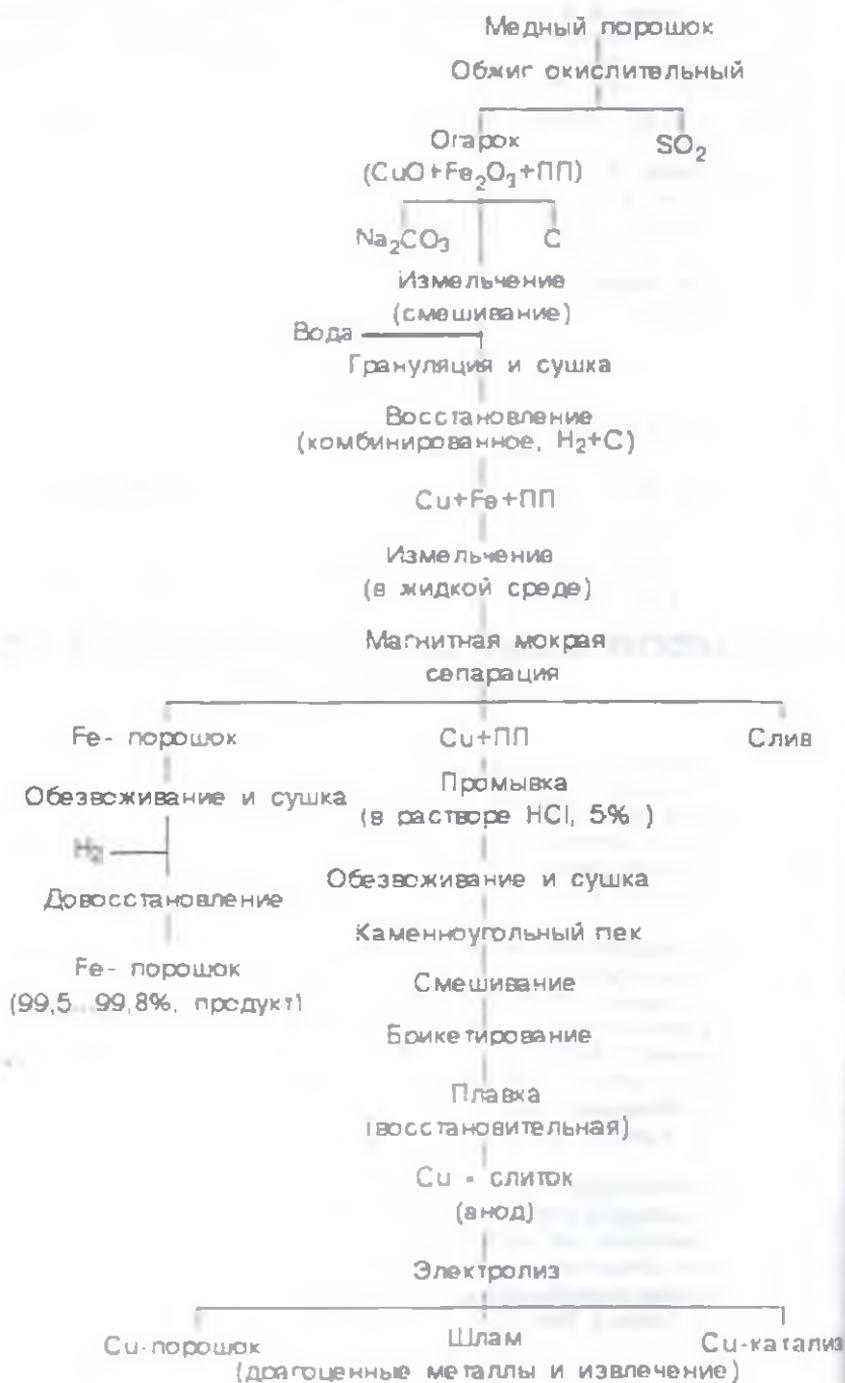


Рис. 1

По прогнозным данным [1-3], медь по-прежнему будут извлекать в основном из сульфидных полиметаллических руд. Это повышает требования к флотационному обогащению. Пирометаллургические процессы сохраняют доминирующую роль в производстве меди.

Интенсификация процессов конвертирования за счет применения дутья, обогащенного кислородом, создает возможность использования штейнов, богатых медью. Вывод конвертерного шлака из медеплавильного цикла является одной из задач в металлургии меди. В зависимости от состава шлака его можно подвергать флотационной и электротермической обработке с получением оборотного медистого сплава (сырья) для нужд черной металлургии.

Развитие гидрометаллургии меди базируется на использовании сорбционно-экстракционных и автоклавных процессов, а также применении хлоридных, азотнокислых, цианистых и органических растворителей. При этом предусматривается их полная регенерация. Сорбционно-экстракционные процессы весьма перспективны для переработки многокомпонентных растворов или селективного извлечения ценных элементов. Значительно расширится производство меди в результате внедрения кучного и подземного выщелачивания [4, 5].

Краткий анализ показывает, что возврат к традиционным технологиям, в частности к пирометаллургии (АГМК), связан с большими капитальными вложениями. В этой связи альтернативными являются автоклавный процесс (основан на восстановлении меди в виде порошка) и сульфатизирующий обжиг, разработанные ГИИцветмет и АРМНИИцветмет [5,6]. Автоклавный процесс в аппаратурном отношении сложен, и вряд ли его можно осуществить в условиях локального производства. В техническом исполнении предпочтителен сульфатизирующий обжиг, хотя и он не лишен недостатков.

По результатам анализа состояния и перспективы развития цветной металлургии в Армении предлагается нетрадиционное решение. В частности, рекомендуется переработку медных концентратов осуществить методами порошковой металлургии (рис.1). В качестве исходного сырья брали шихту, состоящую из 75% каджаранского и 25% капанского концентратов (такие соотношения применялись на АГМК). Усредненный химический состав шихты приведен в табл. 1.

По предлагаемой технологии (рис.1) медные концентраты подвергают полному обжигу [1,4,7] в печах стационарного и кипящего слоя. На рис. 2а,б показаны результаты обжига исследуемой шихты (табл. 1) в сравнении с минералами Cu_2S и FeS_2 , входящими в состав халькопирита ($CuFeS_2$). Как и следовало ожидать, обжиг в кипящем слое протекает более интенсивно, чем в стационарном. При обжиге в кипящем слое газовый поток близок к турбулентному, вследствие чего ускоряется диффузия кислорода к поверхности частиц, находящихся во взвешенном состоянии. С повышением температуры обжига и концентрации кислорода скорость окисления сульфидов возрастает. Установлен оптимальный температурный интервал окислительного обжига, который составляет 850...900°C. В этом интервале степень окисления α увеличивается в

1.5...2,0 раза. В результате обжига сульфиды переходят в оксиды, т.е. продуктами являются CuO и Fe_2O_3 .

Таблица 1
Рациональный состав концентратов (75% каджаранского и 25% капанского)

Минералы	Элементы, %								
	Cu	Fe	Zn	Pb	As	S	SiO_2	Ост.	Σ
CuS_2	4,52					1,14			5,66
CuFeS_2	13,58	11,94				13,67			39,18
FeS_2		16,18				18,55			34,37
ZnS			0,33			0,16			0,49
PbS				0,12		0,02			0,14
Al_2S_3					0,19	0,12			0,31
SiO_2							9,00		9,00
Ост.								10,48	10,48
Итого	18,10	28,12	0,33	0,12	0,19	33,66	9,00	10,48	100,00

Для восстановления CuO и Fe_2O_3 огарок смешивают с Na_2CO_3 и С и измельчают до фракции -150 мкм. Назначение соды (Na_2CO_3) исследовано в работах [8,9]. Na_2CO_3 снижает температуру восстановления на 100...150°C, разлагает сложные оксиды, взаимодействует с ними, образуя растворимые и нерастворимые алюмосиликатные соединения:



Введение в шихту углерода (графит, сажа, нефтяной кокс и др.) обеспечивает с водородом комбинированное восстановление, которое лучше, чем раздельное восстановление углеродом или водородом. Именно комбинированное восстановление в присутствии соды обеспечивает получение металлических порошков Cu и Fe при температуре 900...950°C, т.е. ниже температуры плавления меди (1083°C). Что же касается продолжительности восстановления, то она колеблется в пределах 2,0...2,5 ч.

Восстановленную шихту измельчают в жидкой (водной) среде и подвергают магнитной мокрой сепарации. В результате такой обработки значительная часть неметаллических примесей выщелачивается и уходит в слив. Магнитную фракцию (Fe -порошок) обезвоживают, сушат и довосстанавливают при температурах 800...850°C и продолжительности 1,0...1,5 ч. Чистота железного порошка находится в пределах 99,5...99,8% Fe , что отвечает лучшим сортам по стандартным требованиям.

Немагнитную фракцию (Cu-ПП, где ПП-пустая порода) обрабатывают слабым (5%-ным) раствором соляной кислоты, выщелачивая таким образом следы Fe, затем обезвоживают и сушат.

Извлечение меди (Cu) можно осуществить либо непосредственно электролизом (с диафрагмой, чтобы изолировать ПП от электролита), либо путем восстановительной плавки (получая таким образом анодную медь) и последующего электролиза. Причем продукцией электролиза могут быть либо медный порошок, либо бескислородная анодная медь. В этом случае извлекается шлам, содержащий драгоценные металлы. Электролиз с диафрагмой утрачивает этот ценный продукт. Тем не менее в отдельных случаях этим можно пренебречь, так как, минуя плавку, сильно упрощается технология. Целесообразно идти на это при получении медного порошка.

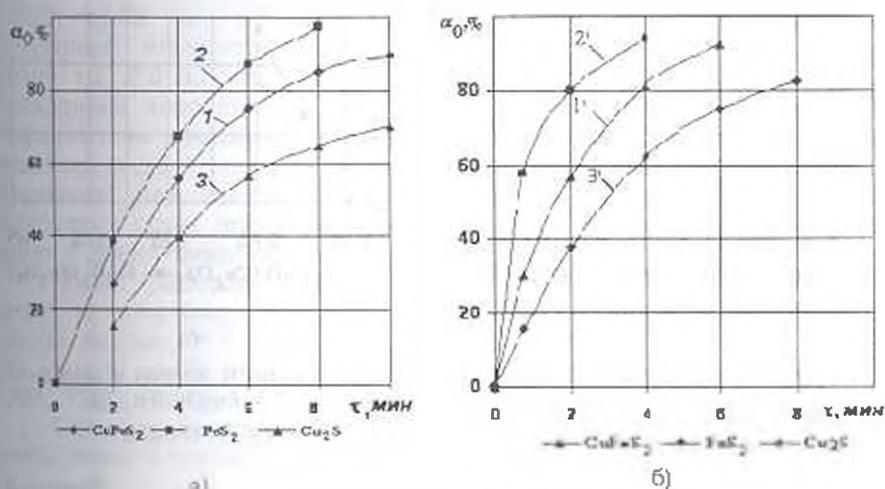


Рис 2 Влияние продолжительности обжига на степень окисления сульфидов металлов: а - в стационарном слое при 700 C: 1 - CuFeS₂, 2 - FeS₂; 3 - Cu₂S; б - в кипящем слое при 700 C: 1' - CuFeS₂, 2' - FeS₂, 3' - Cu₂S

Представляют интерес результаты комбинированного восстановления гранулированной ($\varnothing 15, 20 \text{ мм}$) шихты. Как видно из рис. 3а, б, процессы восстановления протекают в кинетической и диффузионной областях (завершающий этап). На кривых 1 и 2 не просматриваются эффекты кристаллохимических превращений, связанных с переходами $\text{CuO} \rightarrow \text{Cu}_2\text{O} \rightarrow \text{Cu}$ и $\text{Fe}_3\text{O}_4 \rightarrow \text{Fe}_2\text{O}_3 \rightarrow \text{FeO} \rightarrow \text{Fe}$. Это объясняется активностью процессов восстановления, высокие скорости которых не позволяли зафиксировать их при несовершенстве контрольно-измерительной аппаратуры, применяемой в экспериментах. Анализ полученных данных (рис. 3а, б) показывает, что для полного восстановления CuO (Cu₂O) достаточны: $T=600 \text{ C}$ и $\tau=1,5 \text{ ч.}$; для Fe₂O₃ (Fe₃O₄) - $T=900 \text{ C}$ и $\tau=1,5 \text{ ч}$ (рис. 3а). Тем не менее для промышленного производства приемлемы следующие режимы: $T=900 \dots 950 \text{ C}$, $\tau=2,0 \dots 2,5 \text{ ч.}$

В табл. 2 приведен материальный баланс концентрата, подвергнувшегося окислительному обжигу, восстановлению и магнитной мокрой сепарации (без использования Na_2CO_3 и солянокислотного выщелачивания). Как видно, немагнитную фракцию (Cu+ПП) составляют: Cu-48,17%, ПП-51,83%. Применяя содовое рафинирование и кислотное выщелачивание, удастся существенно снизить количество примесей (ПП), а следовательно, повысить содержание Cu (расчетно до 70%).

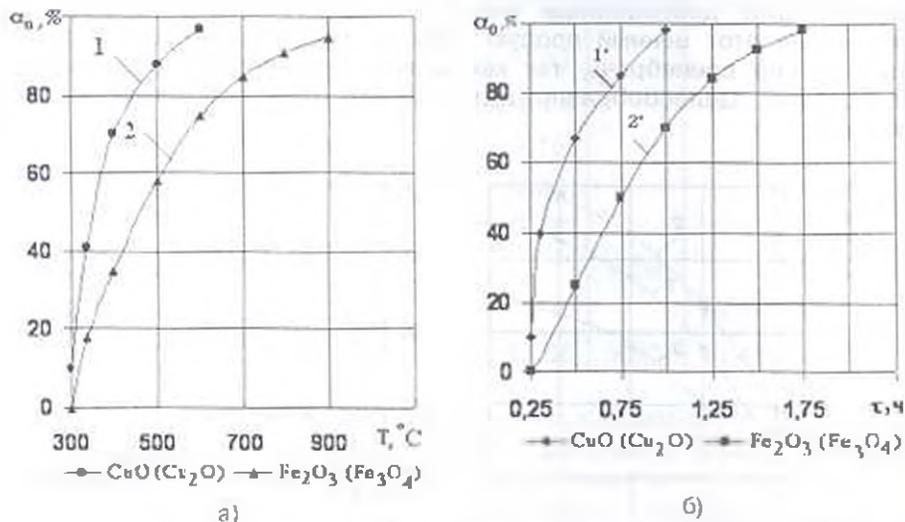


Рис. 3. Кинетика восстановления оксидов меди и железа в зависимости от: а - температуры: 1 - CuO (Cu_2O); 2 - Fe_2O_3 (Fe_3O_4), б - продолжительности: 1' - CuO (Cu_2O), 2' - Fe_2O_3 (Fe_3O_4)

Таблица 2
Материальный баланс концентратов в процессе пооперационной обработки

Операция	Элементы								
	Cu	Fe	Zn	Pb	As	S	SiO_2	Ост.	Σ
Концентрат	18,10	28,12	0,33	0,12	0,19	33,66	9,00	10,48	100,00
После окислительного обжига	CuO	Fe_2O_3	-	-	-	-	-	-	-
	22,62 г 27,50%	40,17 г 48,33%	-	-	-	-	9,00 г 10,93%	10,48 г 12,74%	82,27 г 100,00%
После комбинированного восстановления	Cu	Fe	-	-	-	-	-	-	-
	22,00 г 27,55%	34,18 г 42,81%	-	-	-	-	10,93 г 13,69%	12,74 г 15,95%	79,85 г 100,00%
После магнитной мокрой сепарации	Cu	Fe	-	-	-	-	-	-	-
	27,55 г 48,17%	-	-	-	-	-	13,69 г 23,94%	15,95 г 27,89%	57,19 г 100,00%

Получение медных порошков электролизом осуществляется при высокой плотности тока и низкой концентрации меди в электролите, что связано с обеспечением большой скорости разряда ионов меди на катоде по сравнению со скоростью их поступления в зону реакции [10,11].

Рафинированную медь разрезают на пластины размерами 0,45×0,50 м и подвешивают к анодной штанге. Катоде для осаждения медного порошка можно изготавливать не только из меди, но и из других материалов. Проще всего медный порошок снимается с сурьмянисто-свинцового катода, однако в этом случае плотность тока должна быть не больше 700...900 А/м², чтобы избежать загрязнения. Электролиз проводят в ванне (3,5×0,6×0,7 м), в которую устанавливают 23 анода и 22 катода (с интервалом 100...110 мм), после чего заполняют электролитом, содержащим в г/л: 10...13 Cu, 130...170 H₂SO₄, 0,10...0,25 Fe, 0,01...0,005 As, 0,002...0,006 Sb, 0,7...1,3 мг/л Se. Параметры электролиза следующие: плотность тока - 1000...2000 А/м², напряжение на ванне - 1,2...2,0 В, скорость циркуляции электролита - 20...40 л/мин. Осажденный порошок счищают с катодов, выгружают из ванны и направляют на промывку. С целью защиты от окисления в процессе промывки медный порошок обрабатывают раствором винной кислоты (Германия) или мылонафтом (Россия). В США и ряде других зарубежных стран после промывки медный порошок обезвоживают, сушат и довосстанавливают в среде водорода.

Нормы расхода основных материальных и энергетических затрат на получение одной тонны медного порошка электролизом: катоды медные, т - 1,60...1,65; серная кислота, т - 0,04...0,06; пар, т - 50...1,50; вода, м³ - 25,00...30,00; сжатый воздух, м³ - 1000...1200; электроэнергия, кВт·ч - 3070...3200.

Структура эксплуатационных затрат при производстве одной тонны медного порошка приведена в табл. 3.

Таблица 3

Эксплуатационные расходы на производство одной тонны медного порошка

Наименование	Катодная медь	Медный порошок
Затраты на сырье за вычетом возвратов, % от полной себестоимости	97,3	77,0
Затраты производства, % от стоимости передела:		
материалы	3,0	20,0
энергетические затраты	40,0	20,5
Заработная плата с начислениями, %	16,0	28,6
Цеховые расходы, %	36,0	28,5
Содержание оборудования, %	21,0	15,0

Как видно, основные расходы при электролизном производстве медного порошка приходятся на сырье, заработную плату, энергетические и цеховые затраты. Это объясняется высокой стоимостью сырья, низким извлечением меди в порошок (62...65%), применением ручного труда. Вот почему интенсивно ведется поиск

по подбору более дешевого сырья (концентраты, штейны, лом и др.).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Виноградов В.Н.** Комплексное использование сырья в цветной металлургии - М. Металлургия, 1987. - 79 с.
2. **Прокопов И.В.** Проблемы комплексного использования сырья и создание безотходных производств в цветной металлургии // Цветные металлы - 1985 - № 4 - С. 6-10.
3. **Шаньшуров М.И., Яценко Г.А.** Комплексное использование сырья на Среднеуральском медеплавильном заводе // Изв. вузов. Цветная металлургия - 1985 - №10. - С. 34-45.
4. **Воскобойников В.Г., Кудрин В.А., Якушев А.М.** Общая металлургия - М. Металлургия, 1985. - 480 с.
5. **Набойченко С.С., Смирнов В.И.** Гидрометаллургия меди - М. Металлургия, 1974 - 272 с.
6. **Бахчисарайцева С.А., Гукасян Ж.Г., Кочинян А.А. и др.** Переработка медных концентратов методом сульфатизирующего обжига // Сб. науч. тр. АРМНИИпромцветмет - Ереван, 1996. - С. 205-210.
7. **Попель С.И., Сотников А.И., Бороненков В.Н.** Теория металлургических процессов - М.: Металлургия, 1986. - 463 с.
8. **Борок Б.А., Тепленко Б.Г., Соловьева З.В.** Получение чистого железного порошка химико-металлургическим способом // Порошковая металлургия - Киев. - 1968. - № 9. - С. 100-104.
9. **Манукян Н.В., Андреасян А.А.** Технология получения чистых железных порошков из руд на основе содового рафинирования // Труды Всесоюзного семинара - М., 1969. - С. 69-74.
10. **Манукян Н.В.** Технология порошковой металлургии. - Ереван: Айастан, 1986. - 232 с.
11. **Анциферов В.Н., Бобров Г.В. и др.** Порошковая металлургия и покрытия - М. Металлургия, 1987 - 729 с.
12. **Чуфаров Г.И. и др.** Механизм и кинетика восстановления металлов - М. Металлургия, 1970. - 599 с.
13. **Мовсисян С.А.** Закономерности размещения рудных месторождений Армении. - М. Недра, 1979. - 219 с.

ГИУА

20.05.1999

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ФН), т. III, № 3, 1999, с. 328-334.

УДК 669.43

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

В.А. МАРТИРОСЯН, А.Р. МАЧКАЛЯН, М.Э. САСУНЦЯН

МАКРОКИНЕТИКА И МЕХАНИЗМ РЕАКЦИИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ХЛОРНОГО ЖЕЛЕЗА ВОДОРОДОМ

Երկաթի քլորիդի չրածուով վերականգնման ռեակցիայի օրինակով ստիպում է տարվրվիվանքն ռեակցիոնների ակրոկինետիկայի և մեխանիզմի վերլուծությունը. Ելնելով փորձագրական ուղիվներով, ստանումսխարայան նոր մոտեցումներով որոշվում է ռեակցիայի մեխանիզմը արագությամբ:

Дается анализ макрокинетики и механизма топохимических реакций на примере реакции восстановления хлорного железа водородом. С использованием нового подхода определяется удельная скорость реакции по экспериментальным данным.

Ил. 4. Табл. 1. Библиогр.: 10 назв.

An analysis of macrokinetics and mechanism of topochemical reactions is given on the example of FeCl_3 . A new method of investigation taking into consideration the specific rate of reaction determined by experimental data is used.

Fig. 4 Table 1. Ref. 10.

Проблема макрокинетики и механизма топохимических реакций с участием твердых веществ занимает ведущее место в химической кинетике. В основе многочисленных процессов химической промышленности, металлургии и др. лежат реакции этого типа. Возможность интенсификации этих процессов в значительной мере определяется состоянием макрокинетических исследований, развитие которых приобретает практический интерес [1-5].

В данной работе представлены макрокинетика и механизм топохимических реакций восстановления хлоридов металлов на примере реакции восстановления хлорного железа водородом, определена удельная скорость реакции с учетом экспериментальных данных [6].

Рассмотрим некоторые закономерности процессов восстановления хлорного железа водородом. Суммарный процесс восстановления может включать следующие макрокинетические акты: 1. Диффузия водорода из газового потока к внешней поверхности железа (внешняя диффузия). 2. Диффузия водорода в поры частиц FeCl_3 (внутренняя диффузия). 3. Адсорбция водорода на поверхности FeCl_3 и в твердом продукте реакции (в железе). 4. Растворение водорода в твердом продукте реакции (в железе). 5. Диффузия водорода, растворенного в железе, к поверхности раздела Fe-FeCl_3 . 6. Реакция восстановления FeCl_3 водородом на поверхности раздела твердых фаз. 7. Образование HCl и его десорбция. (Так как эти процессы кинетически эквивалентны описанным выше стадиям в обратном направлении, то их не будем рассматривать).

Рассмотрим эти стадии в отдельности применительно к кинетике восстановления хлорного железа водородом (рис. 1). Как видно, получены типичные кривые, характерные для топохимических реакций. Причем максимумы кривых с увеличением скорости подачи водорода (\dot{V}_H) смещаются влево. Этого и следовало ожидать, так как время контакта (τ_c) уменьшается. Данные таблицы показывают, что степени превращения ($\alpha_{\text{max}} = 3,0...3,3$) не зависят от скорости подачи водорода, тогда как скорость реакции \dot{V}_{max} значительно возрастает (от $0,58 \cdot 10^{-7}$ до $10,66 \cdot 10^{-7}$ моль/г·с) (табл.). Это означает, что процессы образования кристаллов железа не тормозятся внешней диффузией. При этом преобладают процессы роста

кристаллов ($\alpha_{\max} = \text{const}$), а не образования зародышей (центров кристаллизации)

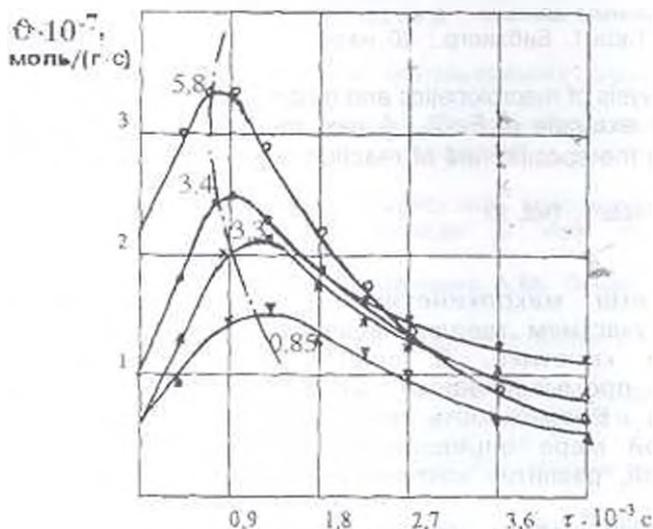


Рис. 1. Влияние скорости потока водорода v_n на кинетику восстановления FeCl_2 при 673 К (числа на кривых v_n , см/с)

Влияние внутридиффузионного торможения на процесс восстановления можно оценить сравнением максимальной скорости топохимической реакции со скоростью произвольного гетерогенного катализа, осуществляемого без внутридиффузионного торможения, например, реакции дегидрирования этилового спирта. Дегидрирование происходит в кинетической области, и его скорость составляет 10^{11} моль/см²с. В случае восстановления хлорного железа водородом $v_{\text{max}} = 10^{-7}$ моль/см²с, т.е. реакции восстановления протекают быстрее по сравнению с реакцией дегидрирования. Это означает, что внутридиффузионное торможение не может быть лимитирующим.

Таблица
Кинетические параметры восстановления FeCl_2
водородом при 673 К

v_n , см/с	Параметры максимумов		
	$\alpha_{\text{max}} \cdot 10^{-7}$, моль/г	$\tau_{\text{max}} \cdot 10^{-2}$, с	$v_{\text{max}} \cdot 10^{-7}$, моль/(г·с)
0.85	3.0	10.0	0.58
1.70	3.1	9.5	5.43
2.50	3.1	8.1	6.37
3.40	3.2	7.3	7.19
4.00	3.2	6.4	8.20
5.80	3.2	6.0	8.80
6.67	3.3	5.2	8.90
8.33	3.3	5.0	10.66

Рассмотрим теперь возможную роль стадий адсорбции, растворения и диффузии растворенного водорода в наблюдаемой кинетике реакции восстановления хлорного железа водородом. Можно принять, что концентрации хемосорбированного и растворенного в железе FeCl_2 водорода близки к равновесным [7].

Исследуем влияние процессов переноса водорода в твердом теле на кинетику реакции. По мере протекания процесса поверхность твердой фазы увеличивается, что связано с увеличением толщины слоя железа на поверхности FeCl_2 . При этом изменяется соотношение между скоростями диффузии в твердом теле и химической реакцией на поверхности раздела твердых фаз. Увеличение толщины слоя железа влечет за собой увеличение скорости диффузии. По мере протекания процесса вероятность ее перехода в диффузионную область непрерывно возрастает.

Влияние диффузионного торможения на процесс восстановления зависит от степени превращения α , поэтому при определении кинетических параметров с разными степенями превращения могут наблюдаться изменения этих величин.

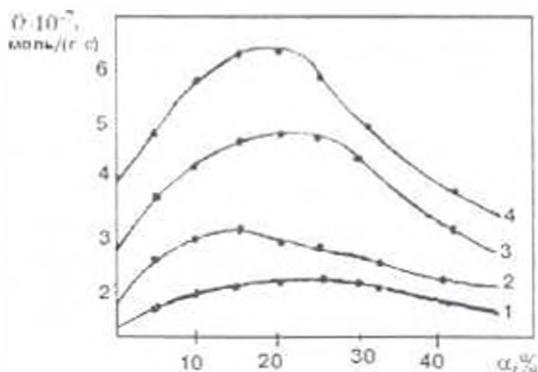


Рис. 2. Зависимость скорости реакции восстановления хлорного железа водородом от степени превращения α . 1 - 573, 2 - 673, 3 - 773, 4 - 873 К.

Как видно из кинетики восстановления " $\text{FeCl}_2 - \text{H}_2$ " в координатах " $v - \alpha$ " (рис. 2) значению v_{max} соответствует $\alpha = 20 \dots 25\%$. С увеличением степени превращения α скорость реакции закономерно снижается.

Исходя из экспериментальных данных, находим значение энергии активации $E_a = 38,27 \text{ Дж/моль}$, т.е. реакция восстановления FeCl_2 водородом при малых степенях превращения (до $\alpha = 20 \dots 25\%$) осуществляется в кинетической области. При высоких степенях превращения ($\alpha > 20 \dots 25\%$) вследствие перекрывания кристаллитами (развитыми зародышами) друг друга, а следовательно, и реакционной поверхности, процессы смещаются в диффузионную область (период торможения), что фиксируется падением кривых на рис. 2.

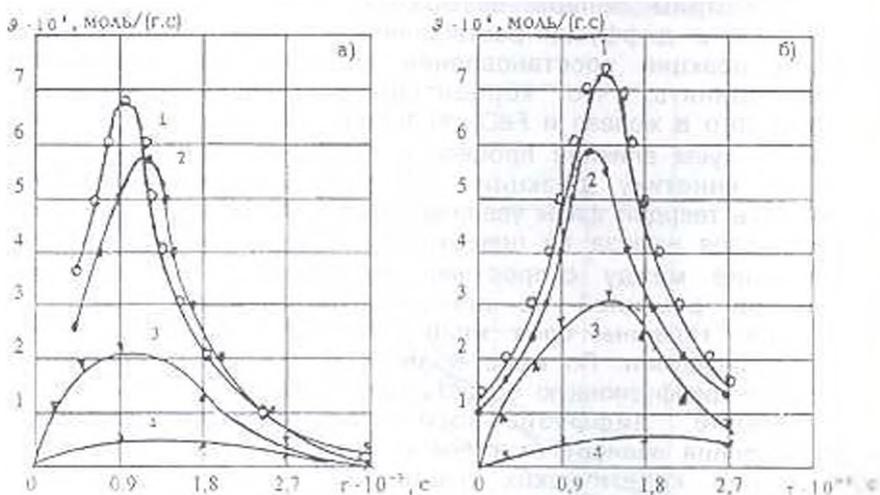


Рис.3. Кинетические кривые восстановления хлорного железа водородом а - при концентрациях водорода 1 - 100, 2 - 75, 3 - 50, 4 - 25% и T=773 К, б - при температурах 1 - 773, 2 - 673, 3 - 573, 4 - 473 и 100%-й концентрации водорода

Представляют интерес кинетические исследования "FeCl₃ + H₂" в температурном интервале 473...743К при различных концентрациях водорода (25...100%) с использованием аргона (рис. 3а, б). Как видно, характер кривых сохраняется и отвечает типично кинетическому режиму. С повышением температуры и концентрации водорода скорость реакции ϑ возрастает, кривые приобретают выраженные максимумы.

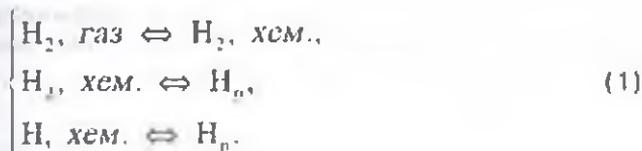
Предлагается следующее кинетическое уравнение удельной скорости реакции: $\vartheta_0 = K_0 \exp\left(\frac{957,39}{RT}\right) P_{H_2}^{0,5}$. Вид этого уравнения определяет механизм реакции и соотношение скоростей отдельных стадий реакции восстановления хлорного железа водородом. Поэтому кинетическое уравнение содержит информацию о механизме реакции.

Задача заключается в построении различных возможных схем механизма реакции восстановления хлорного железа водородом и составлении кинетического описания процесса для каждого из возможных вариантов с экспериментальными данными.

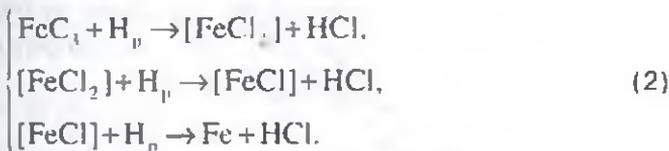
Рассмотрим возможные механизмы реакции восстановления хлорида железа. Транспорт водорода к реакционной поверхности осуществляется либо в результате адсорбции и растворения в хлориде, либо путем диффузии через слой образовавшегося продукта (α -Fe).

В системе "FeCl₃ - H₂" возможны следующие процессы:

Первая стадия:

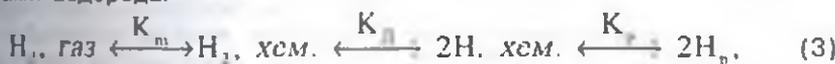


Вторая стадия:



Реакции восстановления (2) протекают в неравновесных условиях. По крайней мере, одна из стадий должна быть необратимой. В этом случае процесс будет квазистационарным, а наиболее медленная стадия - лимитирующей и практически необратимой.

При рассмотрении макрокинетики реакций восстановления, кроме стадии (2), следует учитывать равновесие между различными формами водорода:



где K_m , K_d , K_p - константы равновесия стадий: молекулярной и диссоциативной хемосорбции, растворения водорода.

Для анализа реакций (1) и (2) на вероятность их осуществления воспользуемся методикой [3, 6], в которой исследовались аналогичные топохимические реакции. Рассмотрим три возможных варианта. Лимитирующими являются:

1. Первая стадия. По данным [8, 9] получим

$$\vartheta_0 = K_1 a \sqrt{P_{\text{H}_2}}. \quad (4)$$

2. Вторая стадия, стадия I равновесна. В этом случае [5]

$$\vartheta_0 = \frac{K_1 K_2 a^2 P_{\text{H}_2}}{1 + K_1 a \sqrt{P_{\text{H}_2}}}. \quad (5)$$

3. Третья стадия, стадии I и II равновесны. По данным [8-10]:

$$\vartheta_0 = \frac{K_1 K_2 K_3 a^3 P_{\text{H}_2}^{1.5}}{1 + K_1 a \sqrt{P_{\text{H}_2}} + K_1 K_2 a^2 P_{\text{H}_2}}. \quad (6)$$

Для частных случаев:

$$\text{при } K_1 \gg K_2 \quad \vartheta_0 = \frac{K_1 K_2 a^3 P_{\text{H}_2}^{1.5}}{1 + K_1 a \sqrt{P_{\text{H}_2}}}, \quad (7)$$

$$\text{при } K_1 \ll K_2 \quad \vartheta_0 = \frac{K_1 K_2 a^3 P_{\text{H}_2}^{1.5}}{1 + K_1 K_2 a^2 P_{\text{H}_2}}, \quad (8)$$

$$\text{при } K_1 a \gg 1 \quad \vartheta_0 = \frac{K_2 K_3 a^2 P_{\text{H}_2}}{1 + K_2 a \sqrt{P_{\text{H}_2}}}. \quad (9)$$

Сопоставим полученные уравнения с экспериментальными данными. Удобнее сделать это графически, используя линеаризующие координаты. При соответствии должна получиться линейная зависимость (рис. 4)

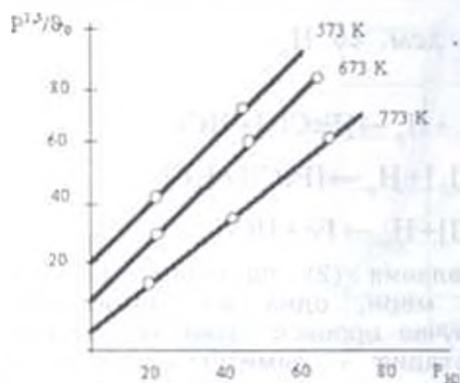


Рис 4 Проверка применимости уравнения (6) для описания кинетики восстановления хлорного железа водородом

Как видно, это достигается для стадии III. Наиболее вероятным механизмом реакции восстановления хлорида железа водородом является следующий: H_2 хемосорбируется на поверхности частиц $FeCl_3$ и растворяется в нем с образованием гидрохлорида. При этом концентрации хемосорбированного и растворенного водорода равновесны. Растворенный водород диффундирует к поверхности раздела фаз ($FeCl_3-Fe$), в области которой происходит гидрирование $FeCl_3$. Атомы водорода присоединяются последовательно, третий из них восстанавливает решетку железа до $\alpha-Fe$. Этот этап является наиболее медленным и лимитирует процесс восстановления в целом.

Таким образом, с учетом экспериментальных данных определена удельная скорость реакции на примере реакции восстановления $FeCl_3$.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Дельмон Б. Кинетика гетерогенных реакций. - М.: Мир, 1972. - 554 с.
- 2 Барре П. Кинетика гетерогенных процессов. - М.: Мир, 1976. - С. 441-445.
- 3 Розовский А.Я. Кинетика топодимических реакций. - М.: Химия, 1974. - 224 с.
- 4 Хабаши Ф. Основы прикладной металлургии. - М.: Металлургия, 1973. - 357 с.
- 5 Янт Д. Кинетика разложения твердого тела. - М.: ИЛ, 1961. - 482 с.
- 6 Джейкобс П., Томпкинс Ф. Химия твердого тела. - М.: ИЛ, 1961. - 482 с.
- 7 Эмануэль Н.М., Кнорре Д.Г. Курс химической кинетики. - М.: Высшая школа, 1984. - 463 с.
- 8 Richardson O., Nicol J., Parnell T. // Phil Mag - 1964 - V.8 - P. 52-54.
- 9 Bryan W.L., Dodge B.F. // AIChE Journal - 1963 - V.9 - P. 233-236.
- 10 Кавтарадзе Н.Н. Изв. АН СССР ОХЖ - 1958 - С. 1045-1050.

Г.А. КАРДАШЯН, А.Г. КАРДАШЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭРЦИТИВНОЙ СИЛЫ И ОСТАТОЧНОГО МАГНЕТИЗМА ФЕРРОМАТЕРИАЛОВ В ПЕРЕМЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Նվարարգրված են փոփոխական մագնիսական դաշտում բաց մագնիսական շղթայում ֆերромаգնիտական նյութերի կոերցիտիվ ուժի և սևստորդային սագնիսական ինդուկցիայի որոշման տեսական և գործնական հնարավորությունները:

Описаны возможности определения коэрцитивной силы и остаточной магнитной индукции ферромагнитных материалов в переменном магнитном поле разомкнутой магнитной цепи.

Ил. 1. Библиогр.: 6 назв.

The possibilities of coercive force and residual magnetic induction determination of ferromagnetic materials are described. They are viewed in the alternative magnetic field of an open magnetic circuit.

Ил. 1. Ref. 6.

Электромагнитное свойство ферромагнитных материалов в основном характеризуется петлей гистерезиса, магнитной индукцией, напряженностью магнитного поля, потерями, магнитной проницаемостью, коэрцитивной силой и остаточным магнетизмом. ГОСТ 12119-80 "Сталь электротехническая. Методы определения магнитных и электрических величин" предусматривает измерение всех вышеуказанных параметров, однако в разделе перемагничивания ферромагнитных материалов в симметричных переменных магнитных полях, а также в [1,2] отсутствует гарантируемый метод и средство для измерения H_c и B_r , а эти параметры определяются при намагничивании ферромагнитных материалов в постоянных и квазистатических магнитных полях.

Известно, что динамическая петля гистерезиса несколько отличается от статической, так как H_c и B_r зависят не только от намагничивающего поля, но и от внешних упругих напряжений, толщины листа, частоты, температуры и т.д. [1]. Следовательно, измеряемые коэрцитивные силы H_c и остаточные магнитные индукции B_r будут отличаться от значений, соответствующих динамической петле.

В связи с развитием электронно-измерительной техники и возможностью перемагничивания ферромагнитных материалов в разомкнутой магнитной цепи с обеспечением заданного режима магнитной индукции или напряженности магнитного поля [3,4] в испытываемых локальных областях становится возможным автоматическое измерение H_c и B_r в динамических режимах перемагничивания.

Основой для уравнения динамической петли ферромагнетика является выражение для статической петли, в котором при переменном токе

$$B = C \frac{H \pm H_c}{H + a \pm b} \quad (1)$$

все величины, кроме C и a , являются периодическими функциями времени [5]. С учетом того, что $b = H_c - H_{\text{ост}}$, уравнение (1) можно представить в виде

$$B = C \frac{H \pm H(t)}{H + a \pm b} = C \frac{H \pm H(t)}{H \pm H(t) + a \mp H_{\text{ост}}} \quad (2)$$

Для восходящей и нисходящей ветвей соответственно H представляется в виде

$$\begin{cases} H_+ = a_+ \frac{B + B(t)}{C_+ - B} \\ H_- = a_- \frac{B - B(t)}{C_- - B} \end{cases} \quad (3)$$

где

$$B(t) = \frac{C_+}{a_+} H(t) = \frac{C_-}{a_-} H(t) \quad (4)$$

Уравнение (3), аналогично (2), выражается в общем виде

$$H = a \frac{B \pm B(t)}{C - B \mp D} = a \frac{B \pm B(t)}{C - (B \pm B(t)) \pm B_{\text{ост}}} \quad (5)$$

где

$$C = 0,5(C_H + C_a), \quad D = 0,5(C_H - C_a) = B(t) - B_{\text{ост}} \quad (6)$$

Верхний знак в (2) принимается для нисходящей ветви, а в (5) - для восходящей. Постоянные C и a для восходящей и нисходящей ветвей различны.

Если напряженность магнитного поля изменяется во времени по гармоническому закону, то уравнению (2) соответствует следующая параметрическая форма:

$$\begin{cases} B = C \frac{H_m \cos(\omega t \mp \alpha_1)}{H_c \cos(\omega t \mp \alpha_1) + a \mp H_d \sin \omega t} = \\ = C \frac{H_m \cos \omega t \pm H_c \sin \omega t}{H_{\text{ост}} \cos \omega t \pm a \pm H_\phi \sin \omega t} \end{cases} \quad (7)$$

где

$$H_{\text{ост}} = H_m \cos \alpha_1, \quad H_\phi = H_c - H_d,$$

$$H_d = H_c \sin \alpha_1, \quad \alpha_1 = \arctg(H_c / H_{\text{ост}}).$$

Здесь H_{lim} - напряженность, соответствующая максимальной индукции B_m ; H_c - амплитуда напряженности, обусловленная магнитной вязкостью (вихревыми токами).

Принято, что составляющие $H(t)$ и $H_{вкл}$, обуславливающие потери в стали, должны во времени изменяться по одноименному закону B связи с этим при изменении индукции по гармоническому закону уравнению (5) будет соответствовать следующая тригонометрическая форма:

$$H = a \frac{B_m \cos(\omega t + \alpha)}{C - B_m \cos(\omega t + \alpha) \pm B_d \sin \omega t} =$$

$$= a \frac{B_{Hm} \cos \omega t \pm B_d \sin \omega t}{C - B_{Hm} \cos \omega t \mp B_d \sin \omega t}, \quad (8)$$

где $B_{Hm} = B_m \cos \alpha$, $B_d = B_c - B_d$, $B_c = B_m \sin \alpha$, $\alpha = \arctg(B_d / B_{Hm})$.

Здесь B_{Hm} - индукция, соответствующая максимальной напряженности H_m ; B_d - амплитуда индукции, обусловленная магнитной вязкостью (вихревыми токами).

После вычисления постоянных (7) и (8) представляется возможным определить мгновенные значения несинусоидальных индукций, напряженности магнитного поля и их производных во времени. Однако это сопряжено с некоторыми трудностями [5]. Поэтому даются более простые зависимости $H(B)$ и $B(H)$, имеющие вид

$$H = \frac{aB}{C-B} \pm \frac{H(t)C - B_c}{C-B} = H_{cp} \mp H_u, \quad (9)$$

$$B = \frac{CH}{a+H} \mp \frac{B(t)a + HD}{a+H} = B_{cp} \mp B_u, \quad (10)$$

В (9) верхний знак принимается для нисходящей ветви, а в (10) - для восходящей. В этих формулах

$$H_{cp} = a \frac{B_m \cos \omega t}{C - B_m \cos \omega t}, \quad (11)$$

$$H_u = \frac{H_c C_1 - H_c B_m \cos \omega t}{C - B_m \cos \omega t} \sin \omega t, \quad (12)$$

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \left(\frac{B}{B_m}\right)^2}, \quad -\pi \leq \omega t \leq \pi, \quad (13)$$

$$H = H_{cp} - H_u.$$

Примем в случае косинусоидальной индукции имеем

$$B = B_m \cos \omega t; \quad b = H_u \sin \omega t, \quad (14)$$

$$H_c = H_c \sin \omega t; \quad H_{cp} = H_c - H_u,$$

а в случае косинусоидальной напряженности -

$$H = H_m \cos \omega t; D = B_{\phi} \sin \omega t, \quad (15)$$

$$B_{\phi} = B_m \sin \omega t; B_r = B_r - B_{\phi}.$$

Однако из [6], где индукция изменяется по синусоидальному закону, напряженность магнитного поля определяется выражением

$$H(t) = \begin{cases} \frac{a_m B_m \sin \omega t + C_m H_c}{-B_m \sin \omega t + C_m}, & 0 \leq \omega t \leq \pi/2, \\ \frac{-a_m B_m \sin \omega t + C_m H_c}{B_m \sin \omega t - C_m}, & \pi/2 \leq \omega t \leq \pi, \end{cases} \quad (16)$$

где при $\omega t = 0, \sin \omega t = 0$ - $H(t) = H_c$, а при $\omega t = \pi, \sin \omega t = 0$ - $H(t) = -H_c$.

Это означает, что фиксацией значения напряженности магнитного поля в мгновение, когда синусоидально-изменяющаяся магнитная индукция приравнивается к нулю, можно определить значение коэрцитивной силы H_c . Заметим, что $H(t)$ осуществляет полное колебание в течение $0 \leq \omega t \leq \pi$ и проходит через состояние $B = 0$ дважды: один раз принимает значение H_c , когда $\omega t = 0$, во второй раз $-H_c$, когда $\omega t = \pi$. Поэтому, учитывая, что при симметричном цикле перемагничивания $H_c = |-H_c|$, достаточно измерение провести для одного состояния $B = 0$, при котором $H(t) = H_c$. Аналогично, при нулевом значении напряженности магнитного поля определяется остаточная магнитная индукция.

Описание устройства. Для измерения коэрцитивной силы и остаточной магнитной индукции испытуемого ферромагнитного материала магнитоизмерительный прибор [3,6] с выхода первичных преобразователей магнитной индукции 1 ППВ и напряженности магнитного поля 2 ППН дополнительно снабжен соответственно (рис.) усилителями 3 и 4, двумя нуль-органами 5 и 6, выполненными на интегральных микросхемах К521СА2, двумя ключевыми схемами 7 и 8 и двумя пиковыми детекторами 9 и 10.

Устройство работает следующим образом: выход первичного преобразователя магнитной индукции 1 ППВ, где формируется синусоидальное напряжение, через усилитель 3 подключен ко входу нуль-органа 5 и ключевой схемы 8. На выходе нуль-органа 5 при переходе кривой магнитной индукции через нулевое значение от положительного полупериода образуется импульсное напряжение величиной 3...3,5 В в момент времени, соответствующий нулевому значению магнитной индукции. При этом на управляющий вход ключевой схемы 7 поступает сигнал от ППН2 (через усилитель 4), соответствующий коэрцитивной силе H_c испытуемого материала. На время длительности сигнала нуль-органа 5 ключевая схема 7 пропускает сигнал на вход пикового детектора 9, на выходе которого образуется постоянное напряжение, пропорциональное коэрцитивной силе H_c .

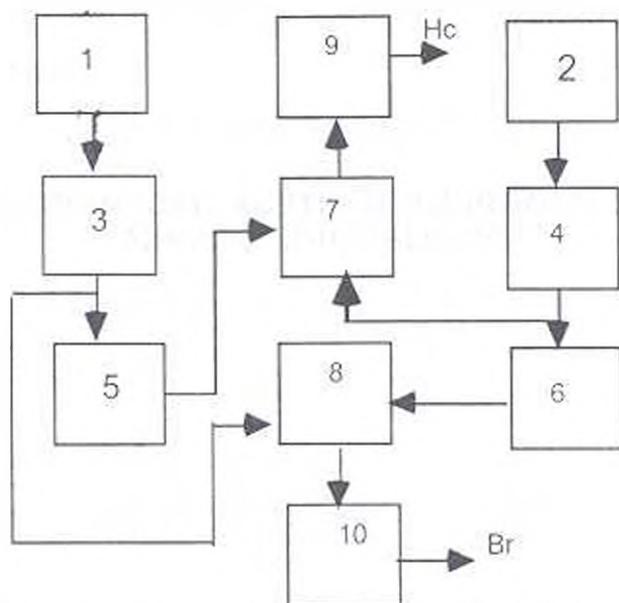


Рис. Принципиально-блочная схема устройства для измерения H_c и B_r ферромагнетиков

Аналогично измеряется остаточная магнитная индукция. При переходе $H(t)$ с положительного полупериода через нулевое значение на выходе нуля-органа 6 образуется напряжение, на некоторое время открывающее ключевую схему 8, на вход которой через усилитель 3 от ППВ поступает напряжение, по величине соответствующее B_r , которое на выходе люминового детектора 10 фиксируется в виде постоянного напряжения, пропорционального остаточной магнитной индукции B_r .

ЛИТЕРАТУРА

1. Кифер И.И. Характеристики ферромагнитных материалов - М.: Энергия, 1967. - 168 с.
2. Чернышев Е.Т., Чечурина Е.Н., Чернышева Н.Г., Студенцов Н.В. Магнитные измерения. - М.: Комитет стандартов, мер и измерительных приборов при Сов. Мин. СССР, 1969. - 248 с.
3. Кардашян Ж.А. О возможности обеспечения синусоидальных режимов перемагничивания в локальных областях электротехнических сталей // Изв. вузов. Приборостроение. - 1981 - № 6 - С. 67-72.
4. Селезнев Ю.В., Пискунов Д.К. Получение заданных режимов перемагничивания в ферромагнитных образцах // Изв. вузов. Приборостроение. - 1975 - № 2 - С. 38-41.
5. Панасенков М.А. Электромагнитные расчеты устройств с нелинейными распределенными параметрами. - М.: Энергия, 1971 - 216 с.
6. Кардашян Ж.А., Маслов Ю.Н. Измерение удельных потерь ферромагнитных материалов при близких к насыщению индукциях // Измерительная техника. - 1980 - № 3. - С. 24-26.

Г.Д. АКОПДЖАНЯН, В.С. САФАРЯН

К ПРОБЛЕМЕ СИНТЕЗА ПАССИВНОГО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

Դժարին պատճառով բազմաբնույթի սինթեզի խնդիրների լուծման համար առաջարկվում է նոր «կրող» ելման կառուցվածքային բնիկ հանրահաշիվի վրա Ստեզիվի ևն բարձր և նստների կառուցման ֆունկցիաների կառուցումն ապահովող անհրաժեշտ և բազմաբար պարզաներ Յուլյան LST-ի վրա լուծելու համար կազմված է ձրագիր՝ ըստ մշակված ալգորիթմի:

Предлагается новый метод решения задач синтеза линейных пассивных четырехполусников на основе применения алгебры структурных чисел. Получены необходимые и достаточные условия реализуемости передаточных функций четырехполусника по напряжению и току. Алгоритм реализован в виде программы для решения задач на ЭВМ

Ил. 4. Библиогр. 4 назв.

A new method is suggested for the synthesis of passive four-terminal network problem on the basis of structural algebraic numbers. Necessary and satisfactory conditions are obtained for the execution of the four-terminal network with voltage and current transmission functions on TGE basis of algorithm obtained. The algorithm is performed with a computer in the form of a program for problem solution.

Ил. 4. Ref. 4.

Существует много методов синтеза линейных пассивных электрических цепей. Однако все они обладают общим недостатком, заключающимся в требовании индивидуального подхода к каждой конкретной задаче.

Алгебра структурных чисел [1], возникшая в середине двадцатого века и развивающаяся в настоящее время создала возможность разработки общего алгоритма для решения задач синтеза электрических цепей. В [1] сделана попытка решения таких задач, однако, по признанию самих авторов, представленный ими метод не завершен и требует дальнейших исследований.

В настоящей статье применением алгебры структурных чисел предлагается новый алгоритм решения задач синтеза линейных пассивных четырехполусников, успешно реализуемый при выполнении практических задач.

Рассмотрим задачу синтеза четырехполусника относительно заданной передаточной функции по напряжению $K_v = U_2/U_1$ (рис.1). Эта функция на языке алгебры структурных чисел определяется из выражения

$$K_v = \frac{\text{Sim}(A^*D_{11}, A^*D_{12})}{\det(A^*D_{11})} \quad (1)$$

где A^* - дополнительное структурное число графа схемы четырехполюсника (при разомкнутых зажимах α и β , рис.1); D_0 и D_1 - однострочные структурные числа путей, соответственно между входными ($\alpha - \alpha'$) и выходными ($\beta - \beta'$) зажимами четырехполюсника; Z - обобщенные сопротивления ветвей схемы четырехполюсника.

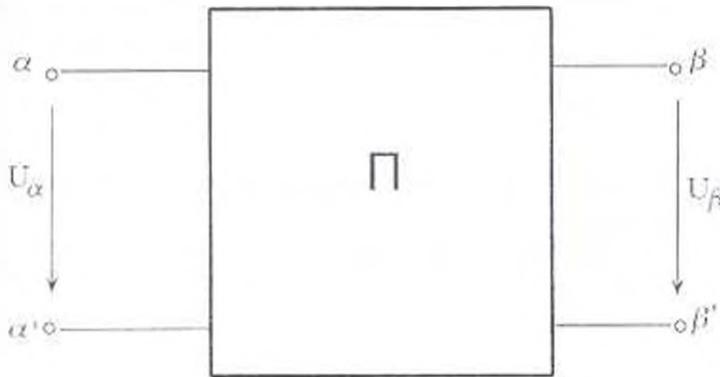


Рис.1

Примем, что все ветви электрической схемы содержат последовательно соединенные сопротивления, индуктивности и емкости. Тогда обобщенные сопротивления ветвей выразятся в виде:

$$Z(s) = r + Ls - \frac{1}{Cs} = -\frac{1}{Cs} \left(Ls^2 + rs + \frac{1}{C} \right) \quad (2)$$

Заданная передаточная функция имеет вид:

$$K_+(s) = \frac{h_m s^m + h_{m-1} s^{m-1} + \dots + h_1 s + h_0}{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (3)$$

где $a_m \neq 0$, $h_i \neq 0$, $a_i \geq 0$ ($i = \overline{0, m}$), $h_i \geq 0$ ($i = \overline{0, m}$)

При этом необходимым и достаточным условием реализуемости заданной передаточной функции является соотношение

$$a_i \geq |b_i|, \quad i = \overline{0, \dots, \min(m, n)}, \quad (4)$$

которое вытекает из (1), так как числитель последнего является подмножеством множества знаменателя. А из условия (4) следует

$$m \geq n. \quad (5)$$

Отметим, что дополнительное структурное число A^* графа схемы четырехполюсника имеет число строк, равное цикломатическому числу N графа. Следовательно, структурные числа, фигурирующие в выражении (1), будут иметь число строк, равное $N-1$. Исходя из изложенного, в числителе и знаменателе (1) будем иметь сумму произведений из $N-1$ сопротивлений $Z(s)$. Таким образом, многочлены в числителе (1) в общем случае будут иметь порядок $2(N-1)$ по степени оператора s . Они представлены ниже в левой части (6), где $q=2(N-1)$.

Задача синтеза сводится к нахождению конфигурации графа неизвестной электрической цепи и определению параметров ветвей электрической схемы, составленной по графу.

Предварительно примем, что граф схемы четырехполюсника определен, и перейдем к расчету параметров ветвей электрической схемы, удовлетворяющих заданную передаточную функцию (3). Ограничения, налагаемые на выбор графа электрической схемы четырехполюсника, рассмотрим позже.

Для решения поставленной задачи приравняем выражение (1), представленное в виде отношений многочленов порядка $q=2(N+1)$, и заданную передаточную функцию (3). В результате получим

$$\frac{f'_0 s^q + f'_{q-1} s^{q-1} + \dots + f'_1 s + f'_0}{f_0 s^q + f_{q-1} s^{q-1} + \dots + f_1 s + f_0} = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (6)$$

где f_i, f'_i ($i=\overline{0,q}$) - функции, зависящие от параметров ветвей синтезируемой цепи.

Учитывая равенство коэффициентов при соответствующих степенях оператора s в правой и левой частях выражения (6), получим

$$\begin{cases} f'_i - b_i = 0, & i = \overline{0,q}, \\ f_i - a_i = 0, & i = \overline{0,q}, \end{cases} \quad (7)$$

где $b_i = 0$ при $i > n$ и $a_i = 0$ при $i > m$.

Определение величин параметров электрической цепи сводится к решению системы из $2(q+1) = 2(2N+3)$ нелинейных алгебраических уравнений (7) с $3l$ (l - число ветвей графа) неизвестными. Задача будет иметь решение при выполнении условия

$$3l \geq 2(2N+3). \quad (8)$$

Очевидно, что поставленной задаче удовлетворяют только неотрицательные решения. Решение же задачи фиксированием избыточных неизвестных с целью приравнивания числа неизвестных числу уравнений в общем случае приводит к решению с отрицательными значениями параметров, что противоречит поставленной задаче.

Выполнение условия (8) и требование о неотрицательности искомым величин осложняют решение задачи. Традиционные методы решения нелинейных уравнений (метод простой итерации, методы Ньютона, Гаусса-Зейделя, градиентные методы и т.д.) становятся непригодными.

Учитывая сказанное, решение системы уравнений (7) целесообразно свести к нахождению минимума функционала

$$F = \sum_{i=0}^q [(f'_i - b_i)^2 + (f_i - a_i)^2] \rightarrow \min \quad (9)$$

с применением метода покоординатного спуска [2], заключающегося в фиксировании всех неизвестных, кроме одной. В этом случае выражение (9) относительно нефиксированной неизвестной (x) превращается в квадратный трехчлен:

$$F = ax^2 - bx + c \geq 0, \quad (10)$$

где

$$a > 0, c > 0, b^2 - 4ac \leq 0.$$

Из (10) явствует, что F_x будет иметь минимальное значение

$$\text{при } x_{\min} = -b/2a, \text{ равное } F_{x_{\min}} = \frac{4ac - b^2}{4a} \geq 0.$$

Поскольку нас интересует только неотрицательное значение параметра x , то при $b < 0$ принимаем $x = x_{\min} > 0$ (рис.2а), в противном случае $x = 0$ (рис.2б).

Минимизация функционала (9) производится поочередно по всем переменным (параметрам цепи) до тех пор, пока не выполнится условие $F_{x_{\min}} \leq \varepsilon$, где ε - допустимая погрешность решения задачи.

Описанным способом определяются значения всех параметров электрической цепи при известном графе.

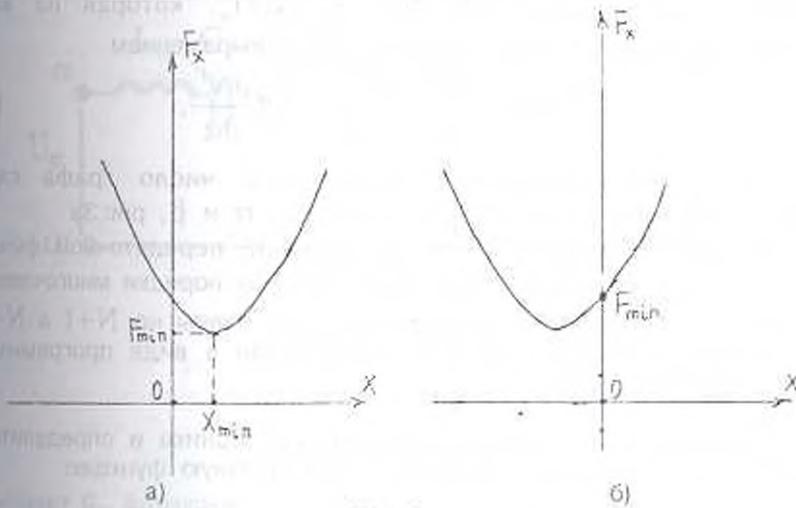


Рис.2

Важнейшим этапом решения задачи синтеза является выбор графа электрической цепи четырехполюсника, что обусловлено степенью m многочлена в знаменателе заданной передаточной функции (3).

Необходимым условием реализуемости заданной передаточной функции, с точки зрения выбора графа, является соотношение

$$2(N-1) \geq m, \quad (11)$$

Кроме этого, для построения графа цепи следует учесть (8), налагающее ограничение на число ветвей графа.

Таким образом, имеем следующие условия реализуемости передаточной функции по напряжению

$$m \geq n, \quad a_i \geq b_i, \quad (i=0, m).$$

которым должна удовлетворять заданная передаточная функция, и

$$2(N-1) \geq m, \quad 3l \geq 2(2N+3),$$

которым должен удовлетворять граф схемы четырехполюсника.

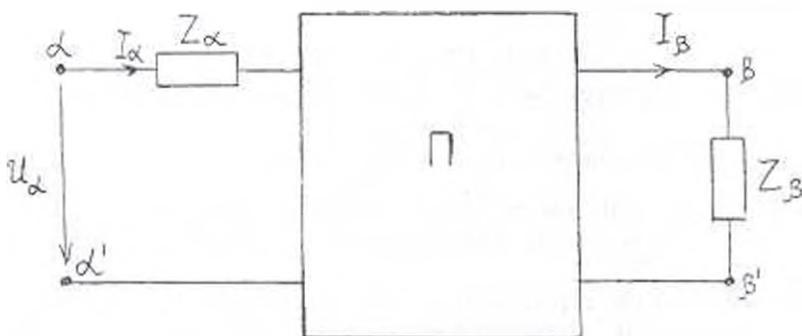


Рис.3

Аналогично решается задача синтеза в случае заданной передаточной функции по току $K_t = I_{\beta} / I_{\alpha}$, которая на языке алгебры структурных чисел представляется выражением

$$K_t = \text{Sim}_z \left(\frac{\partial \Lambda^{\alpha'}}{\partial \alpha} - \frac{\partial \Lambda^{\beta'}}{\partial \beta} \right) / \det_z \frac{\partial \Lambda^{\alpha'}}{\partial \alpha} \quad (12)$$

где $\Lambda^{\alpha'}$ - дополнительное структурное число графа схемы четырехполюсника (при замкнутых зажимах α и β , рис.3).

Решение задачи синтеза по заданной передаточной функции K_t отличается от предыдущей лишь тем, что порядки многочленов в числителе и знаменателе в выражении (12) равны не $N+1$ а $N-1$.

Вышеизложенный алгоритм реализован в виде программы на языке Turbo-Pascal 7.0

Пример. Составить схему четырехполюсника и определить ее параметры, реализующие заданную передаточную функцию:

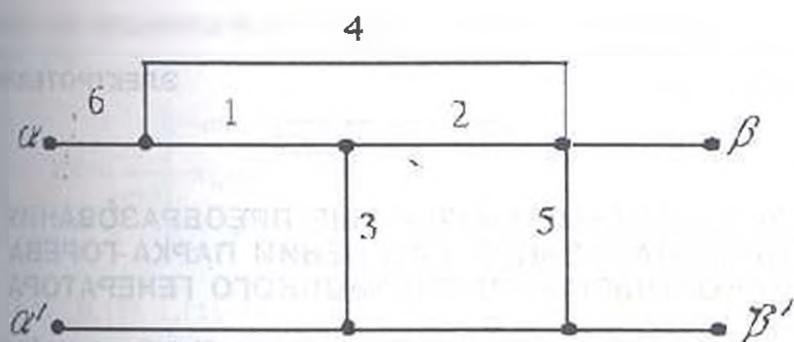
$$K_n = \frac{s+1}{2s^3+3s^2+4s+s+5}$$

Решение. Имеем $m=3$, $n=1$ (выполнены условия (4) и (5)). Учитывая условия (11) и (8), принято $N=2$ и $l=6$. Одна из разновидностей такого графа приведена на рис. 4а. По разработанной программе для выбранного графа (рис.4а) схемы четырехполюсника получены следующие значения параметров:

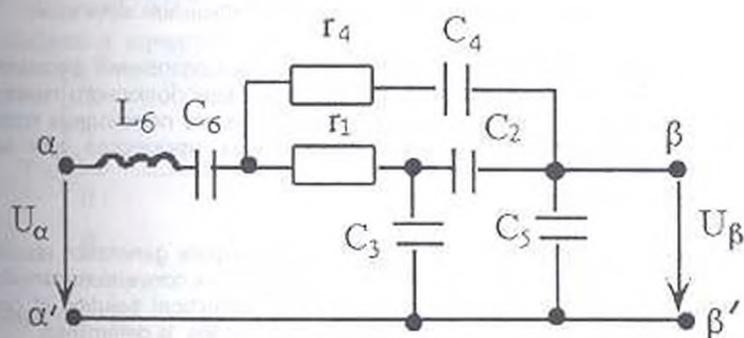
$$r_1 = 0,087, \quad 1/C_1 = 0,633, \quad 1/C_2 = 0,228, \quad r_2 = 0,396, \quad 1/C_3 = 0,092,$$

$1/C_4 = 6,053, \quad I_n = 0,594, \quad 1/C_5 = 0,864.$

Схема четырехполюсника приведена на рис. 4б.



a)



б)

Рис.4

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Беллерт С., Возняцки Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. - М.: Мир, 1972. - 330 с.
- 2 Ортега Дж., Рейболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. - М.: Мир, 1975. - 558 с.
- 3 Карни Ш. Теория цепей. Анализ и синтез. - М.: Связь, 1973. - 368 с.
- 4 Гиллемин Е.А. Синтез пассивных цепей. - М.: Связь, 1970. - 720 с.

Р.Л. ГЕВОРКЯН

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ МАТРИЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ДИАГОНАЛИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ПАРКА-ГОРЕВА ЯВНОПОЛЮСНОГО СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Տրվածով Արվարձանային սնուրիցային փոխակերպումների օգնությամբ Արկոնիայի բեռներով օրնարոն զնեդատարների հավասարումների բնույթը անկրճատագծային տեսքի լինը պարզիմանու է անցրելի գործընթացների լուծուրը հեղուկս Ա սնուրիցային գործընթացների վերաբերյալ լուծուրը բեռի առաջանուսնու է վարարան ունիմնարու:

На основании эквивалентных матричных преобразований формализовано приращение уравнений Парка-Горевы синхронного явнополюсного генератора к диагональной форме, что упрощает решение и анализ переходных процессов. Приводится аналитическое решение переходных процессов при набросе нагрузки.

Библиогр. 5 назв

Park-Gorev equations for a synchronous explicit-pole generation resulting in a diagonal form is formalized on the basis of equivalent matrix conversions simplifying the solution and analysis of transition processes. An analytical solution of generator transition processes of loading in switching on and off modes is determined.

Ref 5

Одной из задач синтеза электрических машин является получение простейшей формы системы уравнений переходных процессов. Любая методика сведения системы к более простой важна ввиду невозможности определения, является ли полученная система простейшей [1]. В теории переходных процессов электрических машин известно несколько удобных линейных преобразований [2].

Для явнополюсных синхронных генераторов широко используются преобразованные к осям d, q уравнения Парка-Горевы [3].

$$\begin{bmatrix} \chi_{\sigma} & -\chi_{\sigma\sigma} & 0 \\ \chi_{\sigma\sigma} & -\pi & 0 \\ 0 & 0 & -\pi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\sigma} \\ i_{\sigma\sigma} \\ i_{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & a & -\pi \\ -\chi_{\sigma\sigma} & \pi & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{\sigma} \\ u_{\sigma\sigma} \\ u_{\sigma} \end{bmatrix} \quad (1)$$

где $\pi = \chi_{\sigma} - \chi_{\sigma\sigma}$, $\pi = \chi_{\sigma} + \chi_{\sigma\sigma}$, $a = r_{\sigma} + r_{\sigma\sigma}$.

В общем случае векторно-матричных обозначений имеем

$$B \dot{I}(\tau) = A I(\tau) + C U_{\sigma}(\tau).$$

В пространстве состояний с учетом общепринятых допущений и уравнении активно-индуктивной нагрузки [1,3]

$$U_{\sigma} = \chi_{\sigma} I_{\sigma} - \chi_{\sigma\sigma} I_{\sigma\sigma} + r_{\sigma} I_{\sigma}$$

$$U_{\sigma\sigma} = \chi_{\sigma\sigma} I_{\sigma\sigma} - \chi_{\sigma} I_{\sigma} + r_{\sigma\sigma} I_{\sigma\sigma}$$

уравнения Парка-Горева явнополюсного синхронного генератора имеют вид

$$\dot{I}(\tau) = \frac{1}{md} \begin{pmatrix} -n\pi r_1 & -ax_{ad} & m^2 x_{ad} \\ -x_{ad} m r_1 & -amx_d & m^2 x_d \\ dx_{ad} & -dn & -da \end{pmatrix} I(\tau) + \frac{1}{d} \begin{pmatrix} n \\ x_{ad} \\ 0 \end{pmatrix} U_1, \quad (2)$$

где $I(\tau) = [I_1(\tau), I_2(\tau), I_3(\tau)]^T$, $d = nx_1 - x_{ad}^2$.

В общем случае векторно-матричных обозначений система (2) имеет вид

$$\dot{I}(\tau) = B^{-1} A I(\tau) + B^{-1} C U_1(\tau).$$

Выбрав в качестве преобразующей матрицы

$$T = \begin{pmatrix} \frac{n}{d} & \frac{n^2 r_1 + ax_{ad}}{d^2} & \frac{n}{d} \\ \frac{x_{ad}}{d} & \frac{nx_{ad} r_1 + ax_1 x_{ad}}{d^2} & \frac{x_{ad}}{d} \\ 0 & 0 & \frac{ax_{ad}}{md} \end{pmatrix}$$

и определив T^{-1} с помощью преобразования подобия $I(\tau) = TZ(\tau)$, от системы уравнений (2) в пространстве Парка-Горева можно перейти к другому базису пространства состояний

$$\dot{Z}(\tau) = [Z_1(\tau), Z_2(\tau), Z_3(\tau)]^T, \quad Z(\tau) = T^{-1} B^{-1} A T Z(\tau) + T^{-1} B^{-1} C U_1(\tau).$$

В результате эквивалентных преобразований получим

$$\dot{Z}(\tau) = \begin{pmatrix} 0 & 1 + \frac{ar_1}{d} & \frac{ad - m\pi r_1}{md} \\ -1 & -\frac{ax_1 + \pi r_1}{d} & 0 \\ 0 & -1 & -\frac{a}{m} \end{pmatrix} Z(\tau) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} U_1(\tau), \quad (3)$$

$$\dot{Z}(\tau) = A_1 Z(\tau) + B_1 U_1(\tau), \quad A_1 = T^{-1} B^{-1} A T, \quad B_1 = T^{-1} B^{-1} C.$$

Система (3), в отличие от исходной (2), проще, так как эквивалентная матрица A_1 содержит три нулевых члена

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = 0 \text{ и два единичных } a_{12} = a_{21} = -1.$$

Если $ad = n\pi r_1$, что возможно при определенных соотношениях нагрузки, то коэффициентом $a_{12} = (ad - m\pi r_1) / md$ можно пренебречь. В этом случае характеристическое уравнение матрицы A_1 удается разложить на множители и определить собственные значения

$$\lambda_{1,2} = -(ax_1 + \pi r_1) / 2d \pm \sqrt{(ax_1 + \pi r_1)^2 / 4d^2 - (1 - ar_1 / d)}, \quad \lambda_3 = -a / m. \quad (4)$$

Следует отметить, что выражения собственных значений (4) найдены для частного случая нагрузки, когда x_1 , r_1 определяются из равенства $ad = mn r_1$, при заданных значениях $\cos \varphi$ и параметров исследуемого генератора.

Для упрощения общего решения уравнений переходных процессов синхронного генератора необходимо диагонализировать матрицу A_r . С этой целью целесообразно уравнение (3) привести к канонической форме, так как в этом случае собственные векторы однозначно определяются матрицей Вандермонда.

Приведение (3) к канонической форме формализуется при помощи преобразования подобия $Z_M(\tau) = MZ(\tau)$. Преобразующая матрица $M = \|M_1, M_2, M_3\|$ определяется с помощью матрицы управляемости $A_u = \|B_1, -A_1 B_1, A_1^2 B_1\|$ [4]. Так как $M_1 = \|0 \ 0 \ 1\| A_u^{-1} = \|0 \ 0 \ 1\|$, то матрицы M^{-1} и M имеют вид

$$M = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -\frac{a}{m} \\ 1 & \left(\frac{ax_1 + nr_1}{d} + \frac{a}{m}\right) & \frac{a^2}{m^2} \end{vmatrix},$$

$$M^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{(ax_1 + nr_1)a}{dm} & \left(\frac{ax_1 + nr_1}{d} + \frac{a}{m}\right) & 1 \\ -\frac{a}{m} & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Зная M и M^{-1} , матричное уравнение (3) можно привести к канонической форме:

$$\dot{Z}_M = M A_1 M^{-1} Z_M(\tau) + M B_1 U_1(\tau), \quad Z_M(\tau) = \|Z_{M1}(\tau), Z_{M2}(\tau), Z_{M3}(\tau)\|$$

или

$$\dot{Z}_M(\tau) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \\ -a'_1 & -a'_2 & -a'_3 \end{vmatrix} Z_M(\tau) + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} U_1(\tau), \quad (5)$$

где

$$a'_1 = \frac{r_1(mn + a^2)}{md}, \quad a'_2 = \left(1 - \frac{ar_1}{d}\right) + \frac{a}{m} \left(\frac{nr_1 + ax_1}{d}\right),$$

$$a'_3 = \frac{a}{m} + \frac{nr_1 + ax_1}{d}.$$

Определив собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, а также прямую Q и обратную Q^{-1} матрицы Вандермонда [5], систему уравнений (3) с использованием преобразования подобия $Z_{0j}(\tau) = QZ_0(\tau)$ можно привести к диагональному виду:

$$Z_{0j}(\tau) = Q^{-1}MA_1M^{-1}QZ_0(\tau) + Q^{-1}MB_1U_1(\tau), \quad (6)$$

где

$$Q^{-1}MA_1M^{-1}QZ_0(\tau) = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}.$$

$$Z_0(\tau) = \|Z_{01}, Z_{02}, Z_{03}\|^T.$$

Решение (6) при произвольных входных воздействиях имеет вид

$$Z_{0j}(\tau) = \text{diag}\{\exp\lambda_1\tau, \exp\lambda_2\tau, \exp\lambda_3\tau\}Z_{0j}(0) + \int_0^\tau \text{diag}\{\exp\lambda_1(\tau-t), \exp\lambda_2(\tau-t), \exp\lambda_3(\tau-t)\}B_1U_1(t)dt, \quad (7)$$

$$\bar{B} = Q^{-1}MB_1.$$

Решение (7) при $Z_{0j}(0) = Z_0^0$ и $U_1(\tau) = 1$ имеет вид

$$Z_{0j}(\tau) = \begin{pmatrix} \exp(\lambda_1\tau) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(\lambda_2\tau) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(\lambda_3\tau) \end{pmatrix} Z_0^0 + \begin{pmatrix} \frac{1 - \exp(\lambda_1\tau)}{\lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} \\ \frac{1 - \exp(\lambda_2\tau)}{\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_3)} \\ \frac{1 - \exp(\lambda_3\tau)}{\lambda_3(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} \end{pmatrix} \bar{B}. \quad (8)$$

$$Z_0^0 = Q^{-1}TM^{-1}I^0, \quad I^0 = \|I_1(0), I_2(0), I_3(0)\|^T.$$

Если собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ действительны и различны, то система (6) имеет простейшие решения (8).

Решения в исходных координатах d, q легко определяются с помощью матричного преобразования $I(\tau) = TM^{-1}QZ_{0j}(\tau)$. В случае комплексных собственных значений с отрицательными действительными частями получим одно действительное и два комплексных решения. При этом для выделения действительных корней необходимо найти решение при таком сочетании параметров, когда мнимые части (8) взаимно уничтожаются. Это требование удовлетворяется при умножении матрицы Q на матрицу столбец решений Z_{0j} , т.е. в пространстве фазовых переменных $Z_0(\tau) = QZ_{0j}(\tau)$. Действительными будут и решения уравнений

Парка-Горева, так как обратное преобразование от нормальной системы координат $Z_M(\tau)$ к пространству d, q имеет вид

$$I(\tau) = \frac{1}{d} \begin{pmatrix} a + mn & a(m+n) & n \\ m & m & \\ x_{ul} & \frac{ax_{ul}}{m} & \\ \frac{ax_{ul}}{m} & 0 & 0 \\ m & & \end{pmatrix} Z_M(\tau). \quad (9)$$

Таким образом, хотя диагонализация уравнений Парка-Горева приводит к комплексным решениям (8), тем не менее, используя их, удается выделить действительные решения в двух базисах - в пространстве d, q (9) и канонической фазовой переменной $Z_M(t)$.

Нетрудно убедиться, что матрица преобразования подобия T является матрицей управляемости исходной системы (2). Следовательно, методика упрощения аналитического решения сводится к выбору в качестве преобразующей матрицы управляемости T , что позволяет определить эквивалентную матрицу A_1 , компактные выражения собственных значений, а также значительно облегчает последующие этапы: приведение системы к канонической форме (5), диагонализацию матрицы A_1 .

Рассмотрим в качестве примера переходный процесс при набросе части нагрузки генератора, работающего в номинальном режиме, при $\cos\varphi = 0,8$ ($r_g = 0,8$, $x_g = 0,6$). Если пренебречь импульсными составляющими U_{d1} , U_{q1} , возникающими при отключении нагрузки и зависящими также от параметров выключателей, то, подставляя полученные решения в уравнения нагрузки, можно получить решение переходного процесса в аналитическом виде. Так как уравнения нагрузки заданы в осях d, q , то решение (8) следует привести к исходным координатам

$$I(\tau) = TM^{-1} Q \text{diag} \{ \exp(\lambda_1 \tau), \exp(\lambda_2 \tau) \} Q^{-1} MT^{-1} I(\tau_0) + TM^{-1} Q x$$

$$\times \begin{pmatrix} \frac{1 - \exp(\lambda_1 \tau)}{\lambda_1 (\lambda_1 - \lambda_2) (\lambda_1 - \lambda_3)} \\ \frac{1 - \exp(\lambda_2 \tau)}{\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1) (\lambda_2 - \lambda_3)} \\ \frac{1 - \exp(\lambda_3 \tau)}{\lambda_3 (\lambda_3 - \lambda_1) (\lambda_3 - \lambda_2)} \end{pmatrix} \quad (10)$$

При $\tau_0 = 0$, $I_d(\tau_0) = 0$, $I_q(\tau_0) = 0$, $I_1(\tau_0) = I_{10} = 0$

решение (10) определяет установившиеся значения токов I_{d1} , I_{q1} , I_1 при номинальной нагрузке.

$$I'_0 = \begin{pmatrix} I_{00} \\ I_{01} \\ I_{02} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{00} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + TM^{-1}Q \begin{pmatrix} \lambda_1^{-1}(\lambda_1 - \lambda_2)^{-1}(\lambda_1 - \lambda_3)^{-1} \\ \lambda_2^{-1}(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_3)^{-1} \\ \lambda_3^{-1}(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)^{-1} \end{pmatrix} \bar{U}_1, \quad (11)$$

которые можно использовать в качестве начальных значений I'_0 при расчетах.

Подставив $I(\tau)$, I'_0 из (10) и (11), а также производную $I(\tau)$ в уравнения нагрузки, получим решение задачи наброса нагрузки:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & -x_{01} \\ 0 & x_3 & x_{02} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & x_{01} & -x_{02} \\ 0 & x_{01} & x_{02} \end{pmatrix} T_1 M_1^{-1} Q_1 \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \lambda_1^{-1}(\lambda_1 - \lambda_2)^{-1}(\lambda_1 - \lambda_3)^{-1}(1 - \exp(\lambda_1 \tau)) \\ \lambda_2^{-1}(\lambda_2 - \lambda_1)^{-1}(\lambda_2 - \lambda_3)^{-1}(1 - \exp(\lambda_2 \tau)) \\ \lambda_3^{-1}(\lambda_3 - \lambda_1)^{-1}(\lambda_3 - \lambda_2)^{-1}(1 - \exp(\lambda_3 \tau)) \end{pmatrix} \bar{U}_1 +$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{01} \\ 0 & x_{01} & 0 \end{pmatrix} T_1 M_1^{-1} Q_1 \begin{pmatrix} -\exp(\lambda_1 \tau)(\lambda_1 - \lambda_2)^{-1}(\lambda_1 - \lambda_3)^{-1} \\ -\exp(\lambda_2 \tau)(\lambda_2 - \lambda_1)^{-1}(\lambda_2 - \lambda_3)^{-1} \\ -\exp(\lambda_3 \tau)(\lambda_3 - \lambda_1)^{-1}(\lambda_3 - \lambda_2)^{-1} \end{pmatrix} \bar{U}_1,$$

где T_1 , M_1 , Q_1 , λ_1 , λ_2 , λ_3 - преобразующие матрицы и собственные значения с учетом новых параметров нагрузки x_{01} , x_{02} .

Таким образом, на основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

- в качестве преобразующей матрицы T целесообразно использовать матрицу управляемости, третий столбец которой выбирается из условий невырожденности T и получения простой структуры эквивалентной матрицы системы уравнений (4);

- полученная эквивалентная система (4) несовместна, но представляет возможности для приближений, упрощает приведение к канонической форме и диагонализацию матрицы исходного уравнения (2);

- при комплексных собственных значениях действительные решения возможно выделить в пространстве d, q и канонической комплексной переменной $Z_M(\tau)$;

- эквивалентные преобразования упрощают формализацию процесса диагонализации и облегчают решение проблемы определения начальных значений, что позволяет получить решение в общем аналитическом виде.

ЛИТЕРАТУРА

1. Леондес К.Т. Современная теория системы управления. - М.: Наука, 1979.
2. Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии - М.: Энергия, 1960.
3. Меероа М.В. Введение в динамику автоматического регулирования электрических машин. - М.: Наука, 1956.
4. Куо Б. Теория цифровых систем управления. - М.: Машиностроение, 1969.
5. Беллман Р. Введение в теорию матриц. - М.: Наука, 1969.

ГИУА

01.04.1999

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. 1.11, № 3, 1999, с. 352-356.

УДК 621.311

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Н.Н. ПЕТРОСЯН, С.Р. АБЕЛЯН

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ СИЛОВЫХ ТРАНЗИСТОРНЫХ КЛЮЧЕЙ С УЛУЧШЕННЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

Քննարկվում են ուսույին տրանզիստորների կառավարման սխեմաների ստեղծման հետ կապված խնդրեր, յուրօրինակ սխեմատեխնիկական լուծումների օգնությամբ կապի լափանոս են ուսույին բաժանների դինամիկական ցուցանիշները:

Рассматриваются вопросы, связанные с созданием схем управления силовыми транзисторами. С помощью оригинальных схемотехнических решений существенно улучшаются основные динамические показатели силовых ключей.

Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

Questions connected with power transistor management system network making are considered. By means of original schemotechnical solutions the main dynamic power key factors are essentially improved.

Ил. 2. Ref. 3.

В настоящее время в области электропитания внимание специалистов сосредоточено на создании высокоэффективных источников вторичного электропитания (ИВЭП), которые строятся на основе высокочастотного звена инвертора. Включение инвертора, работающего на высоких частотах, в структуру ИВЭП приводит, во-первых, к обеспечению гальванической развязки нагрузки от первичной сети, во-вторых, резкому улучшению массогабаритных показателей трансформаторов и дросселей, в-третьих, значительному повышению КПД ИВЭП за счет импульсного режима работы мощных транзисторов. Указанные выше показатели, а также надежность преобразователей существенно зависят от быстродействия силовых

ключей инвертора, в частности, от динамических параметров схемы транзисторов.

Настоящая статья посвящена созданию схем управления силовых транзисторов. Система управления (рис.1) состоит из мощных транзисторов VT1 - VT4 и резисторов R1, R2, а также силового ключа инвертора VT5. Причем транзисторы VT1, VT3 типа p-n, а VT2, VT4 - типа n-p-n. E - источник питания СУ.

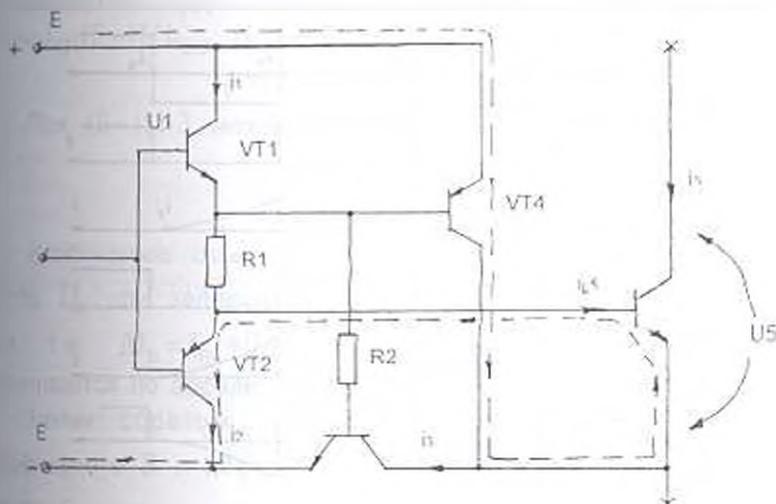


Рис.1. Система управления силового ключа

В исходном состоянии все транзисторы схемы закрыты. В момент t_0 (рис.2) на вход схемы подается положительный импульс, в результате чего VT1, VT3 форсированно открываются, тем самым создавая условия для поддержания базового тока транзистора VT5 по цепи $+E, VT1, R1, VT5_{БЗ}, VT3, -E$ на уровне

$$I_{B5} = E/R1 + I_{VT1} + I_{VT3} + I_{VT5_{БЗ}} + I_{VT3_{БЗ}} = E/R1,$$

где I_{VT1}, I_{VT3} - активные сопротивления участка коллектор-эмиттер транзисторов VT1 и VT3 соответственно в открытом состоянии; $I_{VT5_{БЗ}}, I_{VT3_{БЗ}}$ - активные сопротивления участка база-эмиттер силового транзистора.

Сопротивления R1, R2 выбираются из условия насыщения коллекторов VT5 и VT3.

В момент t_1 (рис.2) подается отрицательный перепад входного импульса, в результате чего транзисторы VT1, VT3 запираются, а VT2, VT4 открываются, и в интервале $t_1 - t_2$ создаются условия для форсированного запираания силового транзистора. Это объясняется тем, что в течение указанного времени по цепи $-E, VT4, VT5_{ЭБ}, VT2, -E$ протекает обратный базовый ток через участок эмиттер-база силового транзистора, что обеспечивает быстрое рассасывание накопленных неосновных носителей базового участка транзистора VT5. Далее в интервале $t_2 - t_3$ обеспечивается бестоковая пауза в цепи обратного тока, в результате чего транзисторы VT2, VT4 запираются. С момента t_3 процессы в схеме повторяются.

Необходимо отметить, что процесс коммутации мощных транзисторов инвертора с высоким входным напряжением (340-

600В) сопровождается значительными перегрузками мгновенной мощности (импульсной мощности), что приводит к локальному перегреву коллекторного перехода транзистора и выходу его из строя. Такой режим обусловлен инерционностью применяемых в настоящее время высоковольтных транзисторов [1].

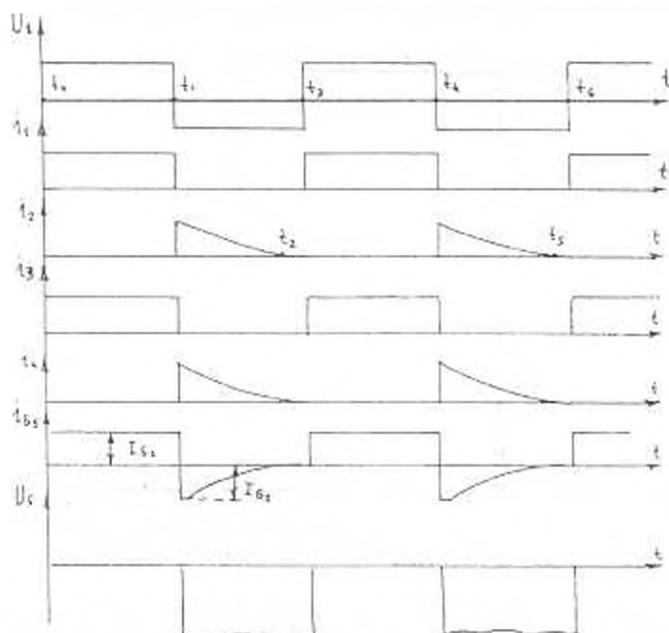


Рис.2. Временные диаграммы

Постоянную времени транзистора можно найти, зная $I_{2,3}$ на высокой частоте f и пренебрегая сопротивлением эмиттера на больших токах:

$$\tau_{VT} = 1 / (2\pi f (h_{21D})). \quad (1)$$

Работа силового транзистора характеризуется временем его отпирания и запираения, причем время запираения транзистора больше времени его отпирания на длительность процесса рассасывания t_{pVT} избыточных носителей в базовом переходе закрываемого транзистора. Время рассасывания t_p существенно зависит от степени насыщения транзистора, и оно тем больше, чем выше степень его насыщения. При этом t_p зависит также от инерционности транзистора τ_{VT} и параметров его управляющей и силовой цепей [2]:

$$t_p = \tau_{VT} \ln \frac{I_{B1} - I_{B2}}{(I_{KH} / h_{21D}) - I_{B2}}, \quad (2)$$

где I_{B1} , I_{B2} - средние значения тока базового участка при отпирании и запираении транзистора; I_{KH} - коллекторный

насыщенный ток силового транзистора: h_{213} - коэффициент передачи по току силового транзистора при включении с ОЭ.

Преобразуя выражение (2), получим

$$t_p = -\tau_{VT} \ln(1 - I_{KII}(S-1)/h_{213}\Delta I_B). \quad (3)$$

где $S = I_{BI}h_{213}/I_{KII}$ - глубина насыщения, $\Delta I_B = I_{BI} - I_{B2}$.

Разлагая (3) в ряд Тейлора и учитывая, что $\Delta I_B \gg I_{KII}(S-1)/h_{213}$, получим

$$t_p = I_{KII}(S-1)\tau_{VT}/h_{213}\Delta I_B. \quad (4)$$

При $(S-1) > 3$ можно получить более упрощенное выражение для t_p :

$$t_p = \tau_{VT}I_{BI}/\Delta I_B. \quad (5)$$

Необходимо отметить, что в разности ΔI_B ток базового участка I_{B2} при запираии транзистора принимает отрицательный знак, т.е. $\Delta I_B = I_{BI} + |I_{B2}|$, с увеличением I_{B2} эта разность увеличивается по абсолютной величине.

Таким образом, как видно из (3)-(5), t_p зависит от коэффициента S и обратного тока I_{B2} , причем чем выше I_{B2} , тем меньше t_p .

При этом t_p определяет уровень динамических потерь транзисторов $P_{ДVT}$, которые могут составить для современных транзисторов до 10% от выходной мощности преобразователя.

Мощность $P_{ДVT}$ на интервале рассасывания избыточных носителей можно определить по выражению [3]

$$P_{ДVT} = 2E_K h_{213} I_{Bнаc} t_p f_{II} \epsilon. \quad (6)$$

где E_K - питающее напряжение инвертора; $\epsilon = E_{KMAX}/E_{KMIN}$ (E_{KMAX} и E_{KMIN} - максимальное и минимальное значения E_K); f_{II} - рабочая частота инвертора; $I_{Bнаc}$ - ток базы насыщенного силового транзистора.

Расчеты проведены на базе резонансного инвертора при напряжении питания 220 В и рабочей частоте $f_{II} = 20$ кГц. Динамические потери в инверторе с выходной мощностью 200 Вт составляют 30 Вт, а $t_p = 2.2$ мкс. Следовательно, КПД инвертора составляет не меньше 85% с учетом статических потерь P_{CTVT} .

Таким образом, создание ИВЭП на основе вышеприведенной схемы управления значительно улучшит динамические показатели, следовательно, и основные энергетические показатели в целом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бас А.А. и др. Источники вторичного электропитания с бестрансформаторным входом. - М.: Радио и связь, 1987. - 160 с.
2. Ромаш Э.М. Транзисторные преобразователи в устройствах питания радиоэлектронной аппаратуры. - М.: Энергия, 1975. - 175 с.
3. Дравович Ю.Н., Комаров Н.С., Марченко Н.Б. Транзисторные источники электропитания с бестрансформаторным входом. - Киев: Наукова думка, 1984. - 158 с.

ГИУА

01.04.1998

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. III, № 3, 1999, с. 356-362.

УДК 681.3

**АВТОМАТИЗАЦИЯ И
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ**

А.А. ТЕРЗЯН, А.П. МКРТЧЯН

ВИРТУАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Ներկայացված են վիրտուալ նախագծման միջավայրի ստեղծման և բարդ էլեկտրամագնիսական համակարգերի ուսումնասիրման մոտեցումներ, ինչպես նաև լուծարանված են որոշումների ընդունման սեթուդների, էմիտացիայի մոդելների և ապարատների ստրատեգիական հարկավազան և ոչ գծային էլեկտրամագնիսական դաշտի լանդիսների լուծման բվային մեթոդների զարգացման սրբյունքները:

Представлены подходы к созданию виртуальной среды проектирования и исследования сложных электромагнитных систем. Освещены результаты развития методов принятия решений, математического моделирования электрических машин и аппаратов, численных методов решения задач нелинейного электромагнитного поля.

Ил. 3. Библиогр. 5 назв.

The approaches to virtual environment development for designing and investigating complex electromagnetic systems are presented. The results of decision-making method development, mathematical simulation of electric machines and apparatus, numerical methods of nonlinear electromagnetic field problem solving are viewed.

Ил. 3. Ref. 6

Современные системы автоматизированного проектирования основаны на традиционно используемых физических эффектах и предусматривают индивидуальное накопление и применение опыта постановки и решения задач. Такие жестко структурированные человеко-машинные системы при усложнении проектируемых изделий становятся менее эффективными и, что более важно, не позволяют принимать оптимальное решение на уровне всего спектра возможных решений.

Между тем, число различных классов технических систем удваивается в среднем через каждые 10 лет, сложность изделий по числу деталей и узлов - через каждые 15 лет, а потребность в новых технических решениях - через каждые 7 лет.

Очевидно, подобную проблему роста нельзя решить традиционными методами. В связи с этим необходимо развитие новых подходов к принятию решений при проектировании сложных технических систем.

Одним из возможных путей решения проблемы является разработка виртуальной среды [1] коллективного проектирования с широким доступом. Виртуальная среда может создать единое рабочее поле в сети Интернет, способствовать ощущению присутствия всех членов группы в одной виртуальной студии, привлечь к проектированию конкретного изделия лучших специалистов из различных стран, не отвлекая их от своих рабочих мест, наконец, сделать использование информационных ресурсов сети Интернет естественным и эффективным.

В работе представлены подходы к созданию виртуальной среды проектирования и исследования электромагнитных систем, освещены результаты развития методов принятия решений, математического моделирования электрических машин и аппаратов, численных методов решения задач нелинейного электромагнитного поля.

Идея применения виртуальной среды при решении задач проектирования весьма молода и, без сомнения, очень перспективна. Основные теоретические принципы создания виртуальных систем были предложены в середине 80-х годов. С тех пор наблюдается интенсивный рост числа применения виртуальных систем в различных областях. Наиболее быстроразвиваемое направление - виртуальные системы обучения. В подавляющем числе разработок в области создания виртуальных систем используются возможности видеоконференций, которые, очевидно, могут значительно усилить эффект "присутствия". Так, по данным [2], в восприятии информации при человеческом общении 38% составляют звуковой аспект (интонация, высота звука, паузы) и 55% лицевой аспект (мимика, выражение глаз). Тем не менее, возможности видеоконференций могут быть применены не всегда и не везде, так как они предъявляют жесткие требования к пропускной способности сети (не менее 50 Кб/с). Более того, отсутствие возможности представления видеоизображений в качестве программных объектов не позволяет динамически контролировать процесс обмена информацией.

Таким образом, системы видеоконференций могут служить приятным и полезным дополнением к виртуальным системам коллективного проектирования. Основную же нагрузку в виртуальной системе проектирования должна нести интеллектуальная программная среда.

При создании системы в качестве языка программирования принят Microsoft Visual J+++. Выбор языка программирования не нуждается в обоснованиях, так как Java является полностью объектно-ориентированным языком, который как нельзя лучше подходит для создания подобных приложений. Выбор же платформы Microsoft объясняется тем, что эта программа предоставляет

программисту всю полноту возможностей и служб, имеющихся в операционной системе Win32 (Messaging services, Registry access, full set of User Controls and so on), введением ряда программных пакетов, как, например, пакета WFC (Windows Foundation Classes). Более того, Microsoft Java обеспечивает легкость и простоту работы со всеми другими программными технологиями фирмы Microsoft.

Разрабатываемая виртуальная система дает возможность одновременной работы в режиме реального времени до восьми участников проектирования (с возможностью подключения неограниченного числа пассивных наблюдателей), при этом обеспечивая синхронизацию, то есть идентичность экранов всех участников. Обмен информацией между участниками происходит через центральный базовый компьютер (сервер) и представляет собой обмен сообщениями, которые могут нести как текстовую информацию, так и специальные командные уведомления, соответствующие определенному протоколу.

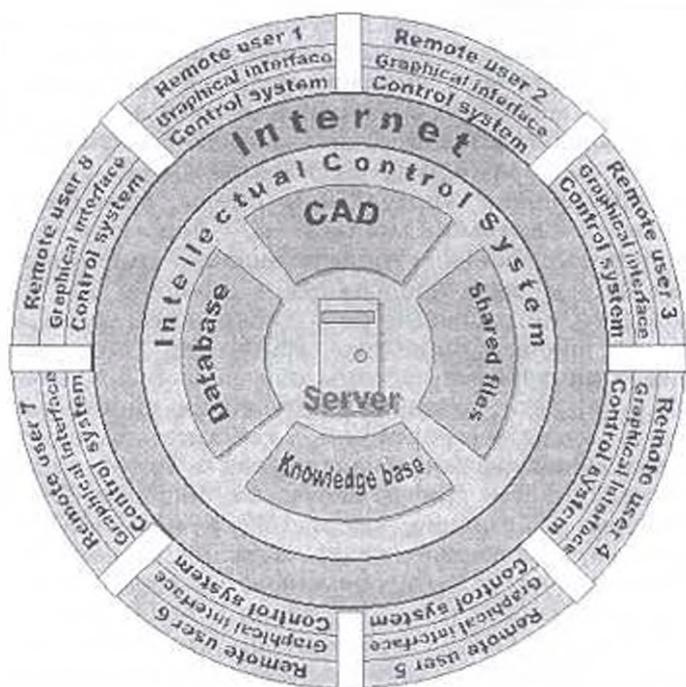


Рис. 1 Структурная схема виртуальной системы

Структурная схема виртуальной системы коллективного проектирования с удаленным доступом (рис.1) предоставляет участникам возможность:

- наблюдения за действиями "активного" (ведущего) участника (движения курсора мыши, печатаемый текст). В любой момент времени "активным" может быть только один из участников. Передача активного состояния от одного участника к другому является одной из задач, к решению которой может быть привлечен интеллектуальный посредник;

- обмена файлами. Предполагается представление файлов в виде графических объектов с возможностью проведения над ними таких операций, как drag и drop;

- ведения бесед (talk). Каждый из участников имеет отдельное поле текстового ввода - вывода, чем облегчается идентификация говорящего;

- коллективного использования имеющихся на сервере мощных прикладных программ САПР со своими базами данных;

- коллективного использования графического редактора, позволяющего оперативно получать эскизы. Представляемый редактор является упрощенным вариантом MS Paint Brush.

- коллективного использования полнофункционального браузера Internet Explorer для просмотра Web страниц и проведения Web презентаций. Для осуществления данной возможности предполагается применение технологии Dynamic HTML (DHHTML), которая позволяет динамическое изменение уже загруженной HTML-страницы, что осуществляется представлением HTML объектов в виде объектов Java.

Использование общего дискового пространства и проведение основных ресурсоемких расчетов на сервере позволяет уменьшить объем обмениваемой через сеть информации. Что же касается самообучаемых интеллектуальных агентов (посредников), то их роль заключается в облегчении работы пользователей (подыскивание и фильтрация необходимой информации, предложение перспективных вариантов и др.) управлении системой, решении конфликтных ситуаций (переключение активного/пассивного состояний, определение приоритетов в зависимости от постановки задачи, подключение нового участника во время сеанса работы группы и др.). Следует отметить, что система многопоточная, то есть завершение одного процесса не является необходимым условием для инициализации другого. Принцип многопоточного программирования и управления потоками заложен в языке программирования Java.

На рис. 2 представлен фрагмент схемы управления системой.

Сложность и комплексный характер вновь проектируемых изделий требуют не только расширения функциональных возможностей системы проектирования, но и кардинального повышения производительности труда пользователей. Большинство современных систем проектирования построены по модульному принципу, каждый из которых (модулей) ориентирован на выполнение определенного класса задач (геометрическое, расчетное, твердотельное моделирование, разработка технологии производства). Если в каждом из этих модулей реализуются собственные нестандартные способы и форматы представления данных, то это вызывает многочисленные преобразования данных для обмена информацией между проектировщиками. Положение может спасти принцип "объектного проектирования", который предусматривает создание стабильной инфраструктуры. Кроме того, подобная постановка задачи требует при создании отдельных модулей (электромагнитный, тепловой, прочностной анализ и др.) построить такие структуры данных, которые жестко не привязаны к геометрии изделия и специфике задачи и могут применяться на всем протяжении цикла проектирования.

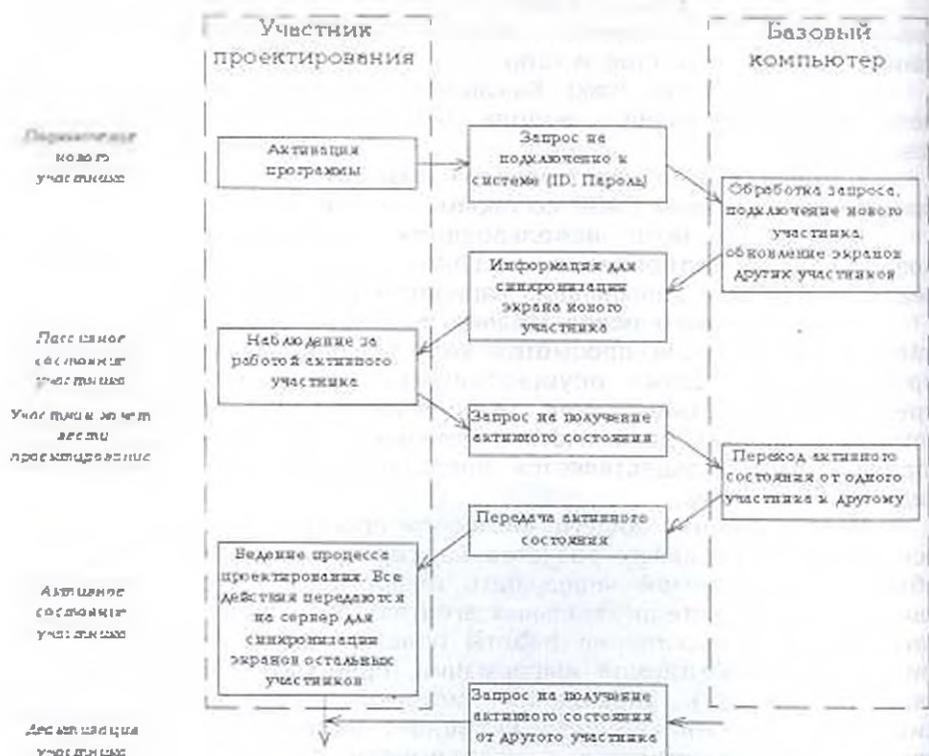


Рис. 2. Фрагмент схемы управления

В качестве базы виртуальной системы проектирования используется ранее созданная система автоматизированного проектирования сложных электромагнитных устройств [3,4]. В системе реализован эффективный пакет принятия решений [5], основанный на многочисленных эвристических и строгих математических процедурах. В частности, реализованы методы, основанные на моделировании поведения живых организмов (самообучаемые методы случайного поиска), эволюции живых организмов (генетические алгоритмы), наконец, на строгих математических процедурах (градиентные методы).

Пакет принятия решений снабжен математическим аппаратом адаптации [6] методов поисковой оптимизации к математическим моделям решаемых задач. Математический (количественный) подход к управлению процессом адаптации имеет следующую структуру. В результате решения многочисленных оптимизационных задач для каждой группы особенностей поисковой среды вырабатывается свой вектор предыстории и соответствующая интегральная оценка, которая и служит критерием управления адаптацией. По мере накопления информационной базы формальными фактами адаптационные возможности системы возрастают. При этом адаптационные средства включают в себя: адаптацию рабочего шага, объема накопления и др., адаптацию структуры алгоритма в

сделах данного подхода и адаптацию в виде выбора одного из одного набора алгоритмов.

Следующим крупным математическим и программным блоком, реализованным в рамках базовой САПР, является банк математических моделей электромагнитных систем (электрических машин и аппаратов). Если пакет принятия решений является вариативным и предназначен для решения задач оптимизации класса многопараметрических нелинейных функций при наличии нелинейных ограничений типа неравенств, то банк моделей электромагнитных систем является прикладной компонентой среды проектирования. Банк электромагнитных систем (рис.3) создан в виде "активной" входной подсистемы. В основе прикладной среды проект патентный поиск по семи ведущим промышленно развитым странам глубиной 20 лет, системный анализ структуры конструкций и их классификация.



Рис. 3. Фрагмент банка электромагнитных систем

Кроме данных о самих объектах, в базе представлены также сведения о среде, в которой существуют эти объекты. Таким образом, база электромагнитных систем представляет собой совокупность объектных знаний, реализованных в виде нетрадиционных баз данных. С инициализацией соответствующей процедурной процедуры система осуществляет выбор проектируемого объекта из банка электромагнитных систем, идентификацию с соответствующей математической моделью, задание исходных варьируемых параметров, ограничений, критерия оптимальности, выбор метода поисковой оптимизации (включая адаптацию), доверочный, либо оптимизационный расчеты. В системе предусмотрены широкий набор критериев оптимальности, возможность формирования новых критериев и др.

Исследовательский блок системы предоставляет широкие возможности по исследованию топологии целевой функции и ограничений, исследованию и численному определению двух- и трехмерных нелинейных электромагнитных полей и др. Магнитное поле, создаваемое совокупностью токов обмоток, определяет важнейшие характеристики электрических машин, как, впрочем,

любых других электромагнитных механизмов. Точность определения магнитного поля обуславливает точность расчета машины в целом. В связи с этим блок электромагнитных исследований - один из наиболее развитых в созданной системе автоматизированного проектирования. Реализованы методы конечных разностей и конечных элементов. В методе конечных элементов принципиальное значение имеет выбор базисных функций. Наряду с известными линейными и нелинейными функциями в блоке реализован новый вид переменной базисной функции, которая не только является функцией координат, но и зависит от интеграла от магнитной проницаемости. Блок электромагнитных исследований также содержит процедуры ускорения сходимости решения, минимизации необходимых вычислительных ресурсов, возможности параллельного счета и др.

В заключение отметим, что виртуальное проектирование сложных технических систем под управлением интеллектуальных посредников в рамках Миров знаний в сети Интернет значительно повысит качество проектирования, а возможность коллективного удаленного творчества превратит проектирование из узковедомственной деятельности в предмет эффективной интеграции инженеров и исследователей различных стран.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mankins J. O'Neil The Virtual Research Center: A new paradigm for collaboration among geographically - distributed NASA teams // AIAA Paper. - 1995. - №: 3856. - P. 1-15.
2. Mehrabian A. Communication Without Words // Psychology Today. - 1968, September. - P. 53-55.
3. Terzian H.A. On Creation and Development CAD of complex Technical Systems // Proceedings of the International Conference "Information Technology in Design". Part 2. - Moscow. - 1994. - P. 109-116.
4. Терзян А.А. Теория систем автоматизированного проектирования. Ереван, Лос-Анджелес, Афины. NTUA Press - 1995. - 444 с (на арм. яз.).
5. Terzian H.A. Optimization and Control in Automated Design // Preprints of the 13th World Congress International Federation of Automatic Control. - San Francisco. - 1996. - Vol. G. - P. 151-156.
6. Terzian H.A., Sukiasian H., Balyan A. Automated adaptation in decision making systems // The 4th International Scientific Conference JUZEL 97. - Yugoslavia. 1997. - P. 312-315.

Г.Т. КИРАКОСЯН

**АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ДИНАМИЧЕСКОЙ СХЕМЫ УТИЛИЗАЦИИ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ОТХОДОВ**

Պատկարված է արդյունաբերական բաժինների օգտագանման դինամիկ սխեմաների
ավտոմատիզացիայի և արդյունաբերական խնդիրը Առաջարկված են մաթեմատիկական մոդելը,
մաթեմատիկական և ստացված են օպտիմալության պայմանները, Մշակված են ալգորիթի և
ֆորմատը, կատարված է բազմից հաշվարկ

Рассмотрена задача автоматизации проектирования динамической
схемы утилизации промышленных отходов региона. Предложены
математическая модель, метод решения и получены условия оптимальности
Разработаны алгоритм и пакет программ. Произведен численный расчет.

Ил. 2 Табл. 1. Библиогр.: 3 назв.

The problem of automated dynamic circuit design for the industrial waste
utilization in the region is considered. A mathematical model and its method of solution is
proposed. The optimality conditions are obtained. The algorithm and software package
are elaborated. The numerical calculations are performed.

Ил. 2. Table 1. Ref. 3.

Потребление отходов перерабатывающих предприятий
возрастает с вовлечением большого числа предприятий,
удовлетворением спроса потребителей промышленных отходов и
т.д. Наиболее реальным на первом этапе является решение задачи
автоматизированного проектирования динамической схемы
утилизации промышленных отходов региона, при котором полная
или частичная замена первичного сырья на отходы не влечет за
собой выполнительных капитальных вложений и ухудшения качества
выпускаемой продукции [1, 2].

Задача автоматизированного проектирования динамической
схемы утилизации промышленных отходов на региональном уровне
требует проектирования оптимальной структуры взаимосвязей
«поставщик-потребитель» промышленных отходов (подзадача 1);
оптимального синтеза структуры распределения промышленных
отходов поставщиков по предприятиям-потребителям (подзадача 2).

Для математической формализации подзадачи 1 опишем
параметры модели: Z_i^0 - первоначальный объем i -го промышленного
отхода; $Z_i(t)$ - скорость изменения объема i -го промышленного
отхода во времени; n - количество разнотипных промышленных
отходов; m - количество потенциальных предприятий-потребителей
промышленных отходов; N - множество $\{1, \dots, n\}$, определяющее

количество предприятий-поставщиков промышленных отходов. M - множество $\{1, \dots, m\}$, определяющее количество предприятий-потребителей промышленных отходов; $\bar{Q}_{ij}(t)$ - долевое участие i -го промышленного отхода в единице объема сырья на j -ом предприятии-потребителе; $\bar{D}_j(t)$ - доля заменяемого компонента в единице объема сырья j -го предприятия-потребителя; $G_j(t)$ - объем потребляемого сырья на j -ом предприятии-потребителе в каждый момент времени; C_j - затраты на единицу объема сырья для каждого момента времени при использовании на j -ом предприятии-потребителе традиционного сырья; $\bar{C}_2(t)$ - затраты на единицу объема i -го промышленного отхода для j -го предприятия-потребителя в каждый момент времени; γ - постоянная скидка объема выпуска продукции; $S_i(t)$ - скорость поступления i -го объема промышленного отхода во времени.

Для того чтобы упростить систему обозначений модели, примем $Q_{ij}(t) = G_j(t)\bar{Q}_{ij}(t)$, $C_{ij}(t) = C_j(t) - \bar{C}_2(t)$, $D_j(t) = G_j(t)\bar{D}_j(t)$.

Таким образом, динамическая математическая модель подзадачи 1 представляет собой проблему максимизации без учета и выполняет только роль смещения значения целевой функции $\bar{C}_2(t)$ по вертикальной константе, если $\bar{C}_2(t) = \text{const}$, $t \in [0, \infty)$:

целевая функция -

$$\max_{Q_{ij}} \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ij}(t) Q_{ij}(t) dt; \quad (1)$$

ограничения -

$$z_i(t) = S_i(t) - \sum_{j=1}^m Q_{ij}(t), \quad i \in N, \quad (2)$$

$$z_i(0) = z_i^0, \quad i \in N, \quad (3)$$

$$z_i(t) \geq 0, \quad i \in N, \quad (4)$$

$$Q_{ij}(t) \geq 0, \quad (i, j) \in N \times M, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n Q_{ij}(t) \leq D_j(t), \quad j \in M. \quad (6)$$

Окончательный синтез структуры "поставщики-потребители" промышленных отходов производится по неотрицательной величине δC :

$$\delta C = \sum_{j=1}^m C_j - K \geq 0, \quad (7)$$

где $K = \min_{Q_{ij}} \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} \sum_{i=1}^n \left[C_j(t) \left(1 - \sum_{i=1}^n \bar{Q}_{ij}(t) \right) + \sum_{i=1}^n \bar{C}_2(t) \bar{Q}_{ij}(t) \right] G_j(t) dt$.

Прежде чем решить модель (1)-(5) посредством принципа максимума Понтрягина и определить условия оптимальности [1, 3], исключим тривиальные и частные случаи следующим простым утверждением.

Лемма 1 Если для какой-то пары $(i, j) \in N \times M$ выполняется неравенство $C_{ij} \leq 0$, то оптимальное решение $(Q_{11}(t), Q_{12}(t), \dots, Q_{nm}(t))$ будет $Q_{ij}(t) = 0$ для всех $t \geq 0$.

Доказательство. Допустим, $\bar{Q} = (\bar{Q}_{11}(t), \bar{Q}_{12}(t), \dots, \bar{Q}_{nm}(t))$ есть какое-то оптимальное решение, где $\bar{Q}_{ij} \neq 0$. Структура ограничений (2)-(4) и (6) показывает, что решение $Q = (Q_{11}(t), Q_{12}(t), \dots, Q_{nm}(t))$, определенное как

$$Q_{ij}(t) = \begin{cases} 0 & \text{для } (i, j) = (i, j), \\ \bar{Q}_{ij} & \text{для других пар,} \end{cases}$$

для всех t допустимо. Кроме того, разница между величинами этих решений представлена в виде

$$\int_0^T e^{-\rho t} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ij} [Q_{ij}(t) - \bar{Q}_{ij}(t)] dt = - \int_0^T C_{ij} \bar{Q}_{ij}(t) \lambda dt \geq 0$$

Так как решение Q доминирует над \bar{Q} , то оно оптимально, что и требовалось доказать.

Исключая эти тривиальные случаи, примем следующие две гипотезы:

Гипотеза 1. Для каждого $j \in M$ существует хотя бы одно $i \in N$, когда $C_{ij} > 0$.

Гипотеза 2. Для каждого $i \in N$ существует хотя бы одно $j \in M$, когда $C_{ij} > 0$.

Гипотеза 3. Для каждого $j \in M$ существует хотя бы одна пара (i, k) с $(i, k) \in N$ и $i \neq k$, когда $C_{ij} \neq C_{kj}$.

Из принципа максимума Понтрягина [3] следует, что оптимальное решение должно удовлетворять как ограничениям (2)-(6), так и следующим условиям:

$$(\partial / \partial Q_{ij}) L = C_{ij} - \lambda_i(t) + \mu_{ij}(t) - v_j(t) = 0, \quad (8)$$

$$\dot{\lambda}_i(t) = r\lambda_i - \eta_i(t) \text{ для всех } t, \text{ где } \lambda_i \text{ непрерывна,} \quad (9)$$

$$\lambda_i(t) - \lambda_i(t') \geq 0 \text{ для непрерывных точек } \lambda_i, \quad (10)$$

$$\eta_i(t) \geq 0, \mu_{ij}(t) \geq 0, v_j(t) \geq 0, \quad (11)$$

$$\eta_i(t)\lambda_i(t) = \mu_{ij}(t)Q_{ij}(t) = v_j(t) \left[D_j - \sum_{i=1}^n Q_{ij}(t) \right] = 0. \quad (12)$$

Учитывая, что функция Лагранжа линейная для переменных состояний (z_1, z_2, \dots, z_n) и контроля (Q_1, \dots, Q_{nm}) , выражения

(8)-(12) также достаточны для оптимальности, если выполняется гранично-поперечное условие [3]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\lambda_i t} \lambda_i(t) = 0. \quad (13)$$

Покажем справедливость утверждения, что для каждого потребителя $j \in M$ существует только один поставщик отходов, если скорость поступления i -го промышленного отхода во времени для всех i равна нулю ($S_i(t) = 0, i \in N$).

Лемма 2. Если для всех $i \in N$ действительно $\lambda_i^0 > 0$, то множество $I_i(t, \lambda_i^0)$ для всего ограниченного промежутка временного интервала $t \geq 0$ одноэлементное.

Доказательство. Предположим, что существуют хотя бы два поставщика i и k (где $i \neq k$), для которых выполняется $f_{ij}(t, \lambda_i^0) = f_{kj}(t, \lambda_k^0)$, т.е. $\lambda_i^0 e^{-\lambda_i t} - C_{ij} = \lambda_k^0 e^{-\lambda_k t} - C_{kj}$.

Отсюда

$$(\lambda_i^0 - \lambda_k^0) e^{-\lambda_i t} = C_{ij} - C_{kj}. \quad (14)$$

Если $i \neq 0, k \neq 0$, то левая сторона (14) или равняется нулю, или непостоянная, а правая сторона, наоборот, с учетом гипотезы 3, постоянная величина, отличная от нуля. Если $i \neq 0, k = 0$ (или $i = 0, k \neq 0$), то $\lambda_i^0 e^{-\lambda_i t} = C_{ij}$ (или $\lambda_k^0 e^{-\lambda_k t} = C_{kj}$). А т.к. $\lambda_i^0 > 0$ ($\lambda_k^0 > 0$), то левая сторона полученного уравнения непостоянная, а правая - постоянная. В обоих случаях имеется противоречие. Отсюда следует, что множество $I_i(t, \lambda_i^0)$ для всего $t \geq 0$ одноэлементное, т.е. лемма 2 доказана.

Из леммы 2 следует, что для $j \in M$ и всего ограниченного промежутка временного интервала $t \geq 0$ существует единственный поставщик с индексом i^* , который определяется в виде $i^* = i^*(j, t, \lambda^0)$ и для которого справедливо $f_{i^*j}(t, \lambda_{i^*}^0) = g_j(t, \lambda^0)$. Если $\lambda_i^0 > 0$ для $i \in N$, то $f_{ij}(t, \lambda_i^0) \rightarrow \infty$, поскольку $(i, j) \in N \times M$. Если $f_{i^*j} = 0$ и поскольку $i \in N$, то $T_i(\lambda^0) = \sup\{t / \exists j \in M: i = i^*(j, t, \lambda^0), t \geq 0\}$.

На графике (рис.1) оптимальные значения f_{ij} показаны жирными линиями.

Из гипотезы 2 имеем $C_i > 0$ для всех $i \in N$. Поэтому значение $T_i(\lambda^0)$ определено и положительно. Для каждого момента времени $t \in [0, \infty)$ в результате решения (1)-(6) синтезируется оптимальная структура взаимосвязей "поставщики-потребители" промышленных отходов на региональном уровне с определением оптимального объема технологически пригодного i^* -го отхода на j -ом предприятии-потребителе. Для окончательного принятия синтезированной структуры взаимосвязей "поставщики-потребители" отходов (подзадача 2) на всем промежутке времени производства

применяется критерий суммарной экономии затрат производства на сырье δC выпускаемой продукции предприятий-потребителей (7). Если, при прочих равных условиях, суммарная экономия затрат производства на сырье выпускаемой продукции предприятий-потребителей отходов отрицательная ($\delta C < 0$), то замена отходов на региональном уровне нецелесообразна, и полученная структура "поставщика-потребители" отвергается. Если же $\delta C \geq 0$, то принимается структура связей "поставщики-потребители" промышленных отходов, синтезированная при помощи (1)-(6).

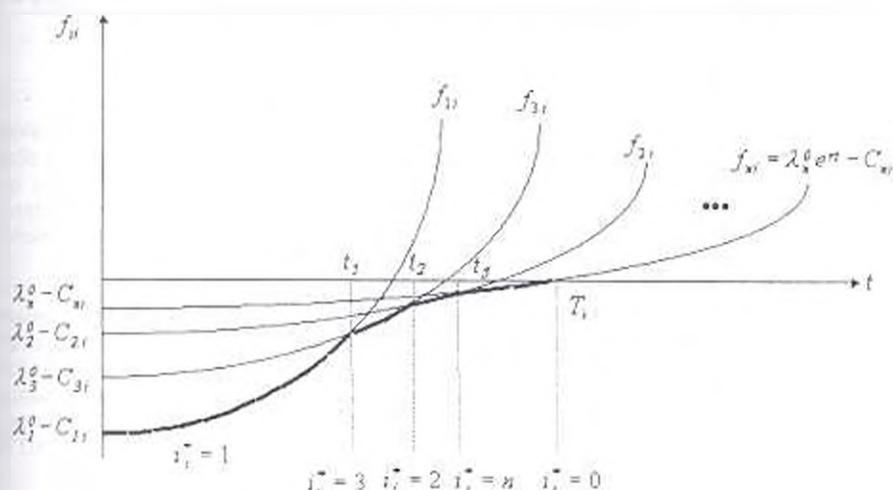


Рис. 1. График зависимости $f_{ij}(t, \lambda_{ij}^0)$ от времени t для фиксированного λ_{ij}^0 и разных C_{ij} , $i, j = \overline{1, n}$

На основе описанного алгоритма задачи разработан пакет программ **dpospotl**, который работает в среде Windows. Апробация пакета **dpospotl** проведена на числовом примере, где в качестве предприятий-потребителей промышленных отходов производства приняты предприятия цементной промышленности.

Результаты расчетов (табл.) показали, что имеющиеся промышленные отходы исчерпываются за 8 лет. Представлена динамика использования объемов отходов по потребителям (Q_{ij}) (рис. 2), где кривая 1 соответствует взаимосвязи потребителя 1 с отходом 2; кривая 2 - потребителя 2 с отходом 1; кривая 2' - потребителя 2 с отходом 2; кривая 3 - потребителя 3 с отходом 4; кривая 4 - потребителя 4 с отходом 1; кривая 5 - потребителя 5 с отходом 3; кривая 6 - потребителя 6 с отходом 3; кривая 6' - потребителя 6 с отходом 2.

Значения разностей затрат C_{II}

Отходы производства	Предприятия-потребители					
	1	2	3	4	5	6
1	900,0	1170,0	1110,0	860,0	1110,0	860,0
2	1030,0	1140,0	1160,0	830,0	1200,0	960,0
3	950,0	1110,0	1140,0	780,0	1270,0	990,0
4	970,0	1090,0	1210,0	740,0	1240,0	850,0

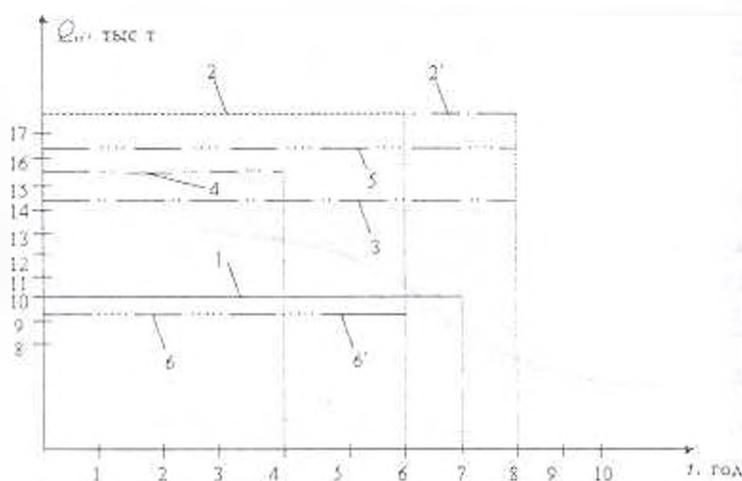


Рис. 2 Динамика использования объемов промышленных отходов по потребителям

ЛИТЕРАТУРА

1. Киракосян Г.Т., Зоргер Г. Оптимальная утилизация отходов производства на региональном уровне // Изв. вузов Горный журнал - 1991. - № 2. - С. 52-56
2. Ласкорин Б.Н., Барский Л.А., Персиц В.З. Безотходная технология переработки минерального сырья: Системный анализ - М: Недра, 1984 - 332с
3. Feichtinger G., Hartl R.F. Optimale Kontrolle oekonomischer Prozesse. Anwendungen des Maximumprinzips in den Wirtschaftswissenschaften. Berlin: de Gruyter, 1986. - 631 p.

УДК 622.765

**АВТОМАТИЗАЦИЯ И
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ**

А. Ш. АНТОНЯН

**ИССЛЕДОВАНИЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ВЗАИМОСВЯЗЕЙ ПАРАМЕТРОВ ИЗМЕЛЬЧИТЕЛЬНОГО
ОТДЕЛЕНИЯ КАПАНСКОГО ГОРНО-ОБОГАТИТЕЛЬНОГО
КОМБИНАТА**

Անալիզվում են Կապանի էներգետիկական կոմբինատի հարանցքում լողորմայի կլասին արտոնարժեքի վրա մանրացման անդամային արտոնարժեքի ազդեցության վերաբերյալ: Մեղրացվում է մասնակի բնութագրիչ անդամի համադրման անուղղակի եղանակները: Բացահայտվում էր նաև խմորի լուծման եռանկար: Առաջարկվում է օգտագործել հիստոգրաֆի մաթեմատիկական մոդելները և անվերջական ժամանակի աշխատանքի լուծարման արդյունքներն կառուցանել համար:

Рассматриваются вопросы количественной оценки влияния параметров измельчительного отделения на выходные параметры обогащения. Проводится проверка надежности метода частной информации ранее использованного для решения данной задачи. Полученные результаты можно использовать для составления математических моделей флотации и разработки алгоритма оптимизации технологической схемы флотации на КГОК.

Ил. 2. Табл. 1. Библиогр. 2 назв.

Problem of quantitative evaluation parameter influence of grinding section in Kapan works on output benefaction parameters are considered. Reliability checking of the particular information method previously used for solving the given problem is performed. The results obtained can be used for working out mathematical flotation models and developing a technological flotation circuit optimization algorithm in Kapan mining works.

Ил. 2. Table 1. Ref. 2.

Как известно, при управлении процессом флотации для выбора наиболее эффективных каналов управления и методов их осуществления необходимо установить вероятностные связи между различными технологическими параметрами [1]. С целью исследования основных статистических закономерностей произведен корреляционно-регрессионный анализ взаимосвязей технологических параметров измельчительного цикла обогатительной фабрики (ОФ) Капанского горно-обогатительного комбината (КГОК). При этом использован метод линейной корреляции с применением данных пассивного эксперимента [2], рассчитаны авто- и взаимокорреляционные функции. В результате расчетов была построена корреляционная матрица (табл.) на основе которой получены графы взаимосвязей параметров измельчения и выходных параметров флотации (рис. 1).

Параметры	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	Y _{кр} ^{кр}	Y _{кр} ^{кр}
X ₁	1	-0,35	0,18	-0,44	-0,32	0,29	-0,31	0,30	0,28	0,29	-0,32	-0,34	0,26	0,08
X ₂		1	0,09	-0,37	-0,38	-0,48	-0,35	0,28	0,49	0,31	-0,34	-0,28	0,30	0,14
X ₃			1	0,13	0,17	0,09	0,15	0,09	0,16	0,12	0,20	0,37	0,48	0,06
X ₄				1	0,30	0,32	0,41	-0,31	0,34	0,21	0,25	0,30	0,22	0,07
X ₅					1	0,43	0,47	-0,30	0,33	0,28	0,32	0,37	0,32	0,11
X ₆						1	0,38	-0,29	0,45	0,18	0,29	0,33	0,38	0,09
X ₇							1	0,70	0,65	0,38	0,40	0,75	0,39	0,26
X ₈								1	0,35	0,40	0,52	0,68	0,19	0,15
X ₉									1	0,15	0,25	0,08	0,36	0,31
X ₁₀										1	0,68	0,07	0,16	0,09
X ₁₁											1	0,09	0,44	0,28
X ₁₂												1	0,54	0,34
Y _{кр} ^{кр}													1	0,42
Y _{кр} ^{кр}														1

Анализ корреляционных связей технологических параметров выявил существенные факторы, влияющие на промежуточные и конечные технологические показатели процесса.

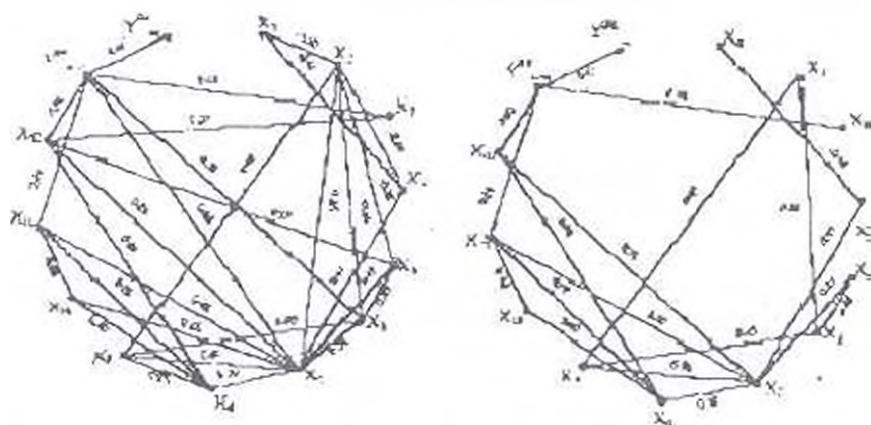


Рис. 1. Графы взаимосвязей параметров измельчения и флотации:

$$a \cdot |R_{ij}| \geq 0,35, \quad б \cdot |R_{ij}| \geq 0,4$$

Необходимо отметить, что по коэффициенту парной корреляции можно судить о тесноте связи параметров лишь приближенно, а по построенным им графам можно определить качественные показатели этих связей.

В графах взаимосвязей вершины соответствуют параметрам, а ребра - значимым взаимосвязям между ними.

Введено понятие информативности того или иного параметра. Под величиной информативности принято количество значимых взаимосвязей (ребер) данного параметра с другими. Так, например, самым информативным параметром является содержание класса -0,074 мм в сливе классификатора, %, из входных параметров - содержание класса +15 мм в исходной руде, % (рис.1 а).

Из двух выходных параметров флотации информативным является содержание меди в хвостах медной флотации, т.е. Y_{11}^{II} (содержание меди в хвостах медной флотации) не включается в математические модели процесса. Как было отмечено [2], реальный технологический процесс измельчения и классификации при КГОК протекает в условиях вероятностного характера изменения качества исходного сырья. В этой связи представляет интерес исследование количественных зависимостей типовых режимов измельчительного отделения в условиях переработки руд различной обогатимости. Были отработаны статистические данные для двух типов руд (по обогатимости). Количественные связи между содержанием класса -0,074 мм в разгрузках мельниц первой и второй стадий (X_1^I, X_2^I) и на сливе классификатора (X_3^I), а также производительностью мельницы (X_1^I) определены для различных по вещественному составу руд из уравнений регрессий

$$X_3^I = 34,2 - 0,12X_1^I, \quad R_{1,3}^I = -0,48, \quad (1)$$

$$X_3^{II} = 37,6 - 0,08X_1^{II}, \quad R_{1,3}^{II} = -0,57, \quad (2)$$

$$X_2^I = 40,3 - 0,27X_1^I, \quad R_{1,2}^I = -0,38, \quad (3)$$

$$X_2^{II} = 43,2 - 0,19X_1^{II}, \quad R_{1,2}^{II} = -0,46, \quad (4)$$

$$X_1^I = 58,6 - 0,21X_3^I, \quad R_{3,1}^I = -0,34, \quad (5)$$

$$X_1^{II} = 60,3 - 0,15X_3^{II}, \quad R_{3,1}^{II} = -0,51, \quad (6)$$

Представлены графики взаимосвязей (1)-(6) (рис.2). Как видно, при постоянстве расхода исходной руды (64 т/ч) наблюдается большое различие выхода готового класса в разгрузках мельницы первой и второй стадий и на сливе классификатора, т.е. при определенной нагрузке мельницы более благоприятной по механическим свойствам исходной руде соответствует большее значение выхода готового класса.

Другими словами, колеблемость вещественной характеристики исходного сырья обуславливает широкие пределы изменения содержания готового класса, что значительно влияет на дальнейший ход процесса флотации.

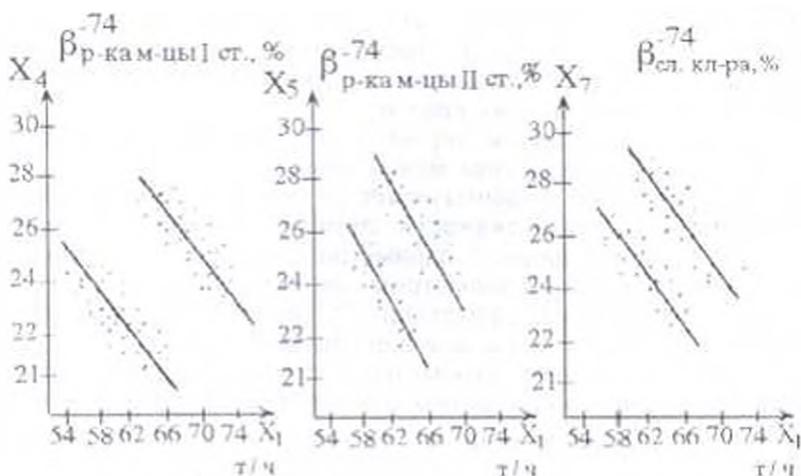


Рис.2. Графики зависимостей $X_4 = f(x_1)$; $X_5 = f(x_1)$; $X_7 = f(x_1)$

Повышения эффективности технологического процесса в этом случае можно добиться уменьшением колебаний свойств исходного сырья путем его усреднения или автоматическим регулированием работы технологического оборудования.

При этом наиболее целесообразным является второй подход. Полученные взаимосвязи (1)-(6) можно использовать для качественного определения изменения типов руды. В данном случае в процессе управления на основе информации от датчиков содержания готового класса (-0,074 мм) в разгрузках мельниц и на сливе классификатора можно определить направление изменения типа руды по физико-механическим свойствам.

Результаты проведенного анализа позволяют разработать определенные логические алгоритмы управления технологической схемой флотационного обогащения КГОК.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Антонян А.Ш., Асатурян А.Р.** Статистический анализ взаимосвязи параметров в схеме флотационного обогащения // Промышленность Армении - 1985 - № 12 - С. 34-36.
2. **Антонян А.Ш.** Оценка информационной важности параметров измельчения характеризующих показатели обогащения Капанского горно-обогатительного комбината // Изв. НАН РА и ГИУА - 1999. - Т. 52 - №1 - С. 20-24.

Капанский уч. комплекс ГИУА

29.05.1999

А.А. КАЗАНЧЯН, В.А. КАЗАНЧЯН

**ВОПРОСЫ ИЗМЕНЕНИЯ СТАТИЗМА В СИСТЕМАХ
УПРАВЛЕНИЯ РЕГУЛЯТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЯ**

Վերաբերված են ստատիզմի փոփոխման միջոցները լարման ավտոմատ
regulatorներում: Առաջարկվում են ստատիզմի փոփոխման երկու եղանակներ՝ սի
գնալը, ստատիզմի առաջադրանքային արժեքին հասնում են փոփոխելով կոմպլեքսի
զանգվածի գործակիցի մեծությունը: Տեսակարարի կայունության և անցելի գործիքների
տանի գործակիցների հետազոտությունները կոտորակ են ժամանակակից րոմիտրիզացիան
MATLAB գրադարանի փաթեթի օգնությամբ: Մյուս դեպքում, ստատիզմի առաջադրանքային
արժեքի փոփոխման հասնում են՝ օգտագործելով վրդվող ազդանշան, որի ճյուղված լարման
ստատիզմի կարգավորիչ ստաթին լարման ազդանշանի հետ մեկտեղ արվում է կոմպլեքսի
գործակիցը:

Предлагаются два способа изменения статизма в автоматических
регуляторах напряжения (АРН). В первом случае достигается необходимос
значение статизма при изменении передаточного коэффициента системы.
Стабильность и качество переходных процессов системы с этим передаточным
коэффициентом исследованы с помощью компьютерного пакета программ
MATLAB. Во втором случае требуемое значение статизма достигается
использованием возмущающего воздействия, в результате чего ко входу АРН
подаётся сигнал по току совместно с сигналом напряжения.

Ил. 4. Библиогр. 2 назв.

Statism variation means in automatic voltage regulators are discussed. Two
methods of statism changes are proposed. In the first case, the given statism value is
obtained by changing the transmission coefficient of the system. Stability and system
transmission quality with this transmission coefficient are realized by modern computer
package MATLAB. In the second case, the given statism value is reached by
using an exciting signal and as a result the current signal is given to the input of
automatic voltage regulators together with the voltage signal.

Ил. 4. Ref. 2.

Обычно в энергосистемах допускаемое отклонение
электрического напряжения, поставляемого потребителям, составляет
±5% номинала для освещения и -10%, -5% для силовых нагрузок. По
этой причине автоматические регуляторы напряжений генераторов
(АРНГ), работающие в общей энергосистеме, настраиваются на
статическую характеристику со значением статизма в пределах
1-5% [1]. Под статизмом подразумевается относительное
изменение напряжения генератора, когда ток нагрузки принимает
значения от нуля до номинального значения. При этом напряжение
генератора падает на 5%.

Как известно, АРНГ имеют следующую функциональную схему
(рис.1)

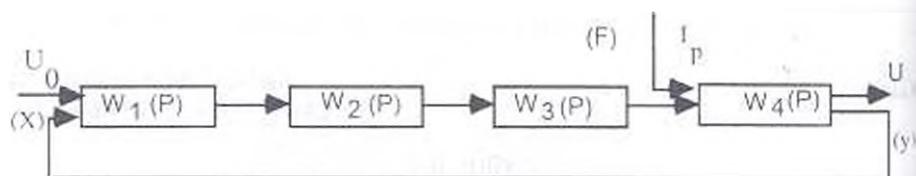


Рис. 1

Нетрудно заметить, что

$$W'_{1y}(P) = W_{1y}(P) / (1 + W(P)), \quad (1)$$

где $W(P) = W_1(P)W_2(P)W_3(P)W_4(P)$.

Здесь $W_1(P)$, $W_2(P)$, $W_3(P)$, $W_4(P)$, $W_{1y}(P)$ - передаточные функции измерительного звена, усилителя, исполнительного механизма, синхронного генератора, звеньев, начиная со звена, к которому приложено возмущающее воздействие (ток нагрузки), и до выхода.

Современные АРН, как правило, не содержат интегрирующих звеньев. Однако и генератор, и все элементы АРН имеют передаточные функции вида $W_i(P) = K_i / (T_i P + 1)$. Следовательно, в статическом режиме, т.е. при $P=0$, получаем $W_i(0) = K_i$, а выражение (1) принимает вид $W'_{1y} = K_{1y} / (1 + K)$. Откуда нетрудно

получить, что $Y = F \frac{K_{1y}}{1 + K}$, где $K = K_1 K_2 K_3 K_4 K_{1y}$, K_{1y} - коэффициент передачи в передаточной функции $W_{1y}(P)$ [2].

Если в качестве Y взять относительное изменение напряжения ΔU_{11} , а в качестве возмущающего воздействия F - относительное изменение тока ΔI_p , то получим

$$\Delta U' / \Delta I_p = K_{1y} / (1 + K), \quad (2)$$

т.е. выражение для статизма регулирования:

$$S = K_{1y} / (1 + K). \quad (3)$$

Исходя из последнего соотношения и учитывая, что $K > 1$, можно утверждать, что статизм регулирования обратно пропорционален значению коэффициента передачи системы.

Из выражения (3) следует, что для изменения статизма нужно изменить величину знаменателя (т.е. коэффициент передачи системы K) и числителя.

Рассмотрим эти два случая подробно.

Изменение статизма по знаменателю (параметру K)

Обычно у турбогенераторов постоянная времени T_i колеблется в пределах 2.5...5 с, а у гидрогенераторов - в пределах 5...10 с. Возьмем генератор с параметрами $K_i = 1$ и $T_i = 5$ с. Передаточная функция будет иметь вид

$$W_i(P) = K_i / (T_i P + 1) = 1 / (5P + 1), \quad (4)$$

для подобного объекта

$$K_{ty} = K_r = 1. \quad (5)$$

Поэтому статизм определяется следующим выражением:

$$S_s = 1/(1+K). \quad (6)$$

Допустим, при проектировании АРН поставлена задача обеспечить величину статизма $S_s = 0,03$. (Это означает, что на выходе генератора напряжение отклонится от номинального не более чем на 3%). Обсудим вопрос о том, какими параметрами должна обладать подобная система, чтобы быть устойчивой и удовлетворять качественным показателям переходного процесса. Из (6) следует: $K=32$. Обычно при проектировании АРН коэффициент передачи принимается равным $K = 0,5K_{гр\max}$ (исходя из критерия устойчивости Найквиста). Следовательно, $K_{гр\max} = 64$.

При $K = K_{гр\max}$ имеем $U(w) = -1$, $V(w) = 0$, $W(jw) = U(w) + jV(w)$, где $W(jw)$ - амплитудно-фазо-частотная характеристика системы.

В АРН обычно можно пренебречь постоянными времени усилителей. Тогда передаточная функция разомкнутой системы АРН примет вид

$$W(P) = W_1(P)W'_{yc}(P)W_2(P)W_T(P).$$

Подставляя значения $W_1(P) = K_s / (T_1 P + 1)$ и заменяя P на jw , а также учитывая, что при $K = K_{гр\max} \cdot 0,5$ - $U(w) = -1/2$, $V(w) = 0$, получим

$$\frac{1}{2} K_{гр\max} = \frac{1}{2} \frac{T_2 + T_3}{T_1} + \frac{1}{2} \frac{T_1 + T_4}{T_2} + \frac{1}{2} \frac{T_2 + T_4}{T_1} + 1, \quad (7)$$

где T_1, T_2, T_3, T_4 - постоянные времени измерительного устройства, системы возбуждения (т.е. исполнительного механизма), генератора.

Произведя в (7) замену

$$T_2 = ZT_1 \text{ и } T_4 = 5, \quad (8)$$

получим

$$(Z + Z^2)T_1^2 + (5Z^2 - 310Z + 5)T_1 + 25(Z + 1) = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) дает множество решений $(T_1, T_1, 5)$, в каждом из которых рассмотренная система устойчива, причем АФЧХ проходит через точку $(-0,5; j0)$.

Ниже приведен лишь неполный список названных решений:

$Z = 30,4$	$T_1 = 0,17$	$T_2 = 5,17$	$T_4 = 5$
$Z = 20$	$T_1 = 0,1267$	$T_2 = 2,535$	$T_4 = 5$
$Z = 15$	$T_1 = 0,1145$	$T_2 = 1,717$	$T_4 = 5$
$Z = 10$	$T_1 = 0,106$	$T_2 = 1,06$	$T_4 = 5$
$Z = 4$	$T_1 = 0,108$	$T_2 = 0,434$	$T_4 = 5$
$Z = 3$	$T_1 = 0,1138$	$T_2 = 0,3414$	$T_4 = 5$
$Z = 2$	$T_1 = 0,1262$	$T_2 = 0,252$	$T_4 = 5$
$Z = 1$	$T_1 = 0,166$	$T_2 = 0,1666$	$T_4 = 5$

Однако пока неясно, которые из них удовлетворяют качественным показателям переходного процесса. Для этого исследуем переходные процессы в указанных случаях, применяя современный пакет программы MATLAB и совмещая его с рассмотрением вопроса устойчивости. На рис. 2 изображены четыре случая из перечисленных, причем удовлетворяющие условиям устойчивости, т.к. их АФЧХ проходят через точку $(-0,5; j(0))$.

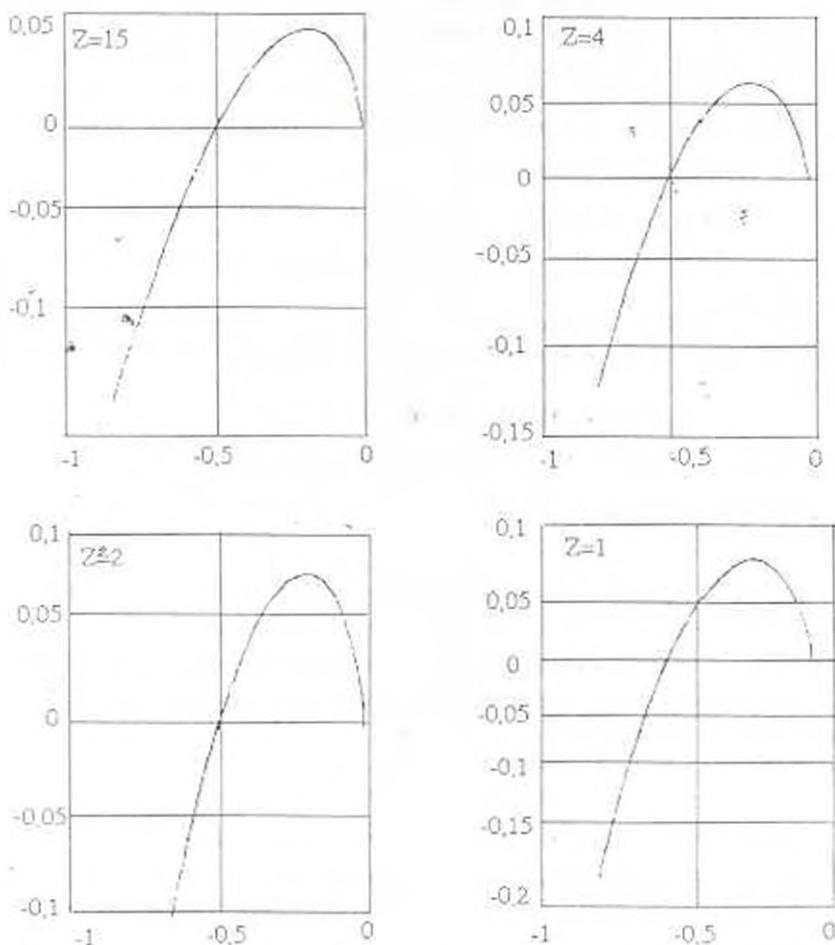


Рис. 2

На рис. 3 изображены исследованные с помощью того же пакета переходные процессы в тех же самых четырех случаях. Нетрудно сделать вывод, что требуемыми показателями качества обладает переходный процесс на последнем графике (рис. 3 г). Следовательно, в данном случае лучшей из имеющихся является тройка параметров $(0,166; 0,166; 5)$.

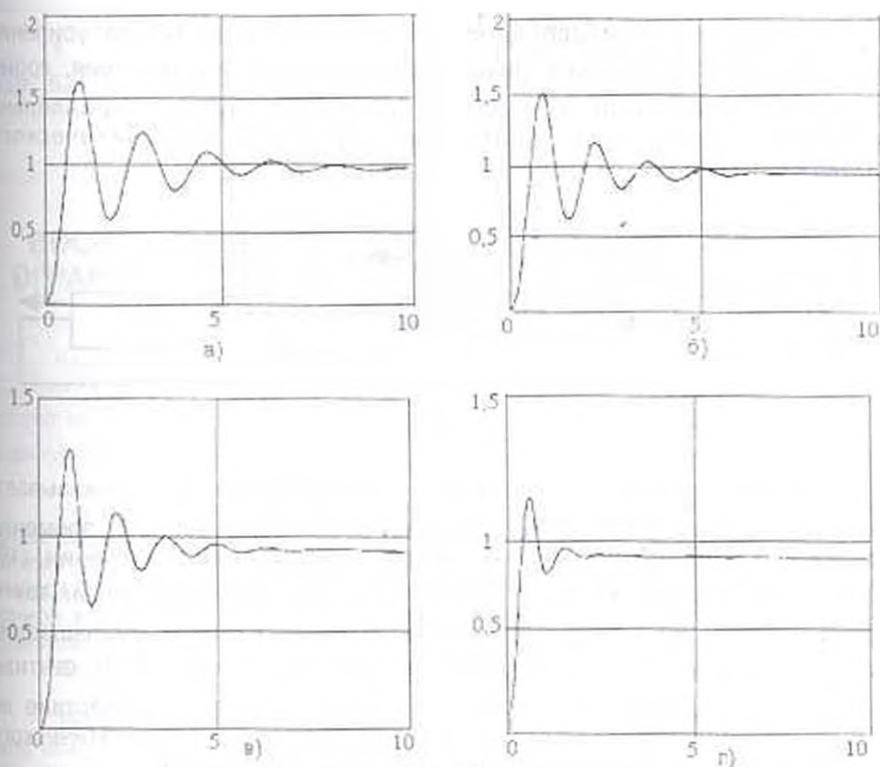


Рис. 3

Данные исследования свидетельствуют о том, что можно достичь обеспечения заданного значения статизма, изменяя величину коэффициента передачи системы. В выпускаемых современных АРН каждое звено, входящее в их состав, имеет свой коэффициент передачи и постоянную времени, поэтому, чтобы обеспечить нужное $K_{уст}$, необходимо ввести в систему жесткую обратную связь (обычно ее вводят в цепи усилителя), а для обеспечения величины $T_{уст}$ - гибкие обратные связи.

Изменение статизма по числителю. Как было отмечено выше, статизм в автоматических регуляторах напряжения можно изменить за счет изменения коэффициента передачи. Этот метод в основном не употребляется, т.к. от $K_{уст}$ зависят другие характеристики регулирования. Его выбирают, исходя из условий точности и устойчивости системы. Второй способ изменения статизма основан на использовании возмущающего воздействия. Из (6) видно, что изменения статизма можно достичь также за счет изменения числителя этого выражения. Здесь ясно, что нельзя менять коэффициент $K_{об}$, т.к. он задан для конкретного объекта. Изменения числителя можно достичь путем добавления нового компонента в числитель, т.е.

$$S = K_{1n} + K_{1m} / (1 - K). \quad (10)$$

Наличие в числителе дополнительного коэффициента усиления K_{Fny} указывает на то, что сигнал возмущающего воздействия, кроме того, что влияет на генератор (основной путь), параллельно проходит через ряд элементов системы автоматического регулирования (рис. 4).

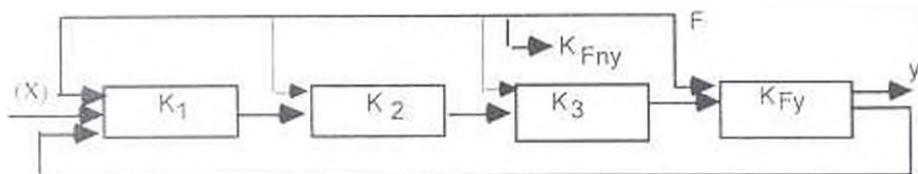


Рис. 4

Как видно из рис. 4, индекс y коэффициента K_{Fny} показывает, что сигнал возмущающего воздействия F проходит через n элементы автоматического регулятора к выходу системы. В выражении (10) перед коэффициентом K_{Fny} может быть как положительный, так и отрицательный знак. При отрицательном знаке статизм уменьшается, при положительном - увеличивается. При $K_{Fny} + (-K_{Fny}) = 0$ статизм системы равен нулю. Это значит, что возмущающее воздействие не влияет на величину выходного сигнала. В теории автоматического регулирования это именуется компенсацией возмущения.

Таким образом, кроме сигнала напряжения, на вход АРН должен подаваться также сигнал по току. Для последнего разработан ряд электрических схем.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Козиса В.Л., Овчаренко Н.И. Автоматика электроэнергетических систем. - М. Энергоиздат, 1981. - 484 с.
- 2 Беркович М.А., Комаров А.Н. Основы автоматике энергосистем. - М. Энергоиздат, 1981. - 660 с.

С.Е. ПЕТРОСЯН

ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИГНАЛА И ИЗОБРАЖЕНИЯ С ОГРАНИЧЕННЫМ ПО ПОЛОСЕ СПЕКТРОМ В БАЗИСЕ SLANT

Դիտարկվում են վերջավոր սպեկտրով սզդանշանները և ուսումնասիրվում է սահմանափակ սպեկտրով սզգանշանների վերականգնման խնդիրը Slant համակարգի քաղաի համար ընտրվում են կոստրուկտիվ սզգործիմներ ինտրոպոլյաի կետերի ընտրության ինտուակով նմանակումն խնդիրը լուծվում է նաև: $(1, 1, \dots)$ ֆունկցիա սրատների համար

Рассматриваются сигналы и изображения с финитным спектром. Ставится задача восстановления сигнала и изображения с ограниченным по полосе спектром. Для базиса Slant приводятся конструктивные алгоритмы выбора базисных точек в задаче экстраполяции, что позволяет получить точное восстановление сигнала и изображения с финитным в любом базисе спектром.

Библиогр.: 8 назв.

Signals and Images with a finite spectrum are considered. The problem of signal and image restoration with a band-limited spectrum is established. Constructive algorithms for base point selection in the extrapolation problem is given for Slant base and this permits to obtain the precise recovery of signals and images with a finite spectrum in any basis.

Ref. 8.

При передаче произвольного сигнала $f(t)$ дискретными отсчетами невозможно приближенно восстановить функцию $f(t)$, так как в промежутках между моментами отсчета такая функция может вести себя как угодно, принимая любые значения. Однако спектральные компоненты передаваемых по каналам электро- или радиосвязи сигналов, лежащие вне некоторой конечной полосы частот, не попадают в приемную аппаратуру. Таким образом, вместо всего разнообразия функций-сигналов можно рассматривать лишь сигналы с финитным спектром. При этом оказывается, что если отсчеты сигнала $f(k\Delta)$ ($k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$; Δ - определенный интервал времени) брать не слишком редко, то возможно абсолютно точное восстановление сигнала на приемном конце. Этот фундаментальный для теории передачи сигналов факт был обнаружен В.А. Котельниковым в 1933 году.

Непрерывная, ограниченная по полосе функция $y(t)$, заданная на финитном интервале $[-T, T]$, может быть экстраполирована без ошибки вне этого интервала, поскольку такой сигнал аналитический и разложение в ряд Тейлора $y(T+\Delta) = y(T) + \Delta y'(T) + \frac{\Delta^2}{2} y''(T) + \dots$ может быть использовано для установления

$y(t)$ вне $[-T, T]$. Поэтому все производные на $[-T, T]$ могут быть вычислены. Данное восстановление называется аналитическим. Однако на практике его невозможно применять, так как наблюдаемые числа содержат в себе некоторый шум, а оценка производных - чувствительный к шумам процесс.

В [1, 2] разработаны альтернативные алгоритмы. Для сигналов дискретного времени аналитические свойства исчезают, и для них разработаны алгоритмы [3, 4]. В [8] показано, что функцию с ограниченным в некотором ортогональном базисе спектром можно восстановить при помощи базисных точек. Получен аналитический вид функции в произвольной точке, не принадлежащей множеству базисных точек. Предложен метод выбора базисных точек для восстановления функций с финитным спектром в базисе Уолша [6].

В настоящей статье приводятся конструктивные алгоритмы выбора множества информативных или базисных точек для базиса Slant: сначала для функций от одной переменной, затем для функций от двух переменных.

1. Метод выбора базисных точек для восстановления функций от одной переменной с финитным спектром в базисе Slant. Пусть $f(t) \in R$, $N=2^k$, обозначим через $f=[s]f$, где $[s]$ - унитарная наклонная матрица, определенная в [7].

$f=[s]^{-1}\hat{f}$. Так как $[s]^{-1}=[s]^T$ в силу ортогональности $[s]$, то $f=[s]^T\hat{f}$. Отображение $f \rightarrow \hat{f}$ назовем наклонным преобразованием на множестве $Z^N=\{0,1,\dots,N-1\}$, $t \in N$.

Зафиксируем подмножество Ω такое, что $\Omega \subset N$, $|\Omega|=N'$, $N' < N$. Рассмотрим множество: $B_{\Omega} = \{f(t); f=[s]_{N \times N'} \hat{f}_{N'}\}$.

Построим рекуррентный метод определения информативных точек. Предположим, что в матрице $[s]_{N \times N'}$ можно по выбранным строкам выбрать столбцы, т.е. в матрице $[s]_{N \times N'}$ можно выбрать N' линейно независимых столбцов, $1 \leq N' \leq 2^{k-1}-1$. Выберем теперь N' линейно независимых столбцов в матрице порядка $N' \times 2^k$, полученной из матрицы $[s]_{N \times N'}$:

$$N = 2^k.$$

$$[s]_N = \frac{1}{2^{k/2}} \left[\begin{array}{cc|cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_N & b_N & 1_{N/2-2} & 0 & -a_N & b_N & 1_{N/2-2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -b_N & a_N & 1_{N/2-2} & 0 & b_N & -a_N & 1_{N/2-2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} s_{N/2} & 0 \\ \hline 0 & s_{N/2} \end{array} \right]$$

$$a_N = 1, b_N = |1 + 4(a_{N/2})^2|^{-1/2}, a_N = 2b_N a_{N/2}$$

Рассмотрим

$$[s]_N = \frac{1}{2^{1/2}} \left[\begin{array}{c|c|c} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ a_N & b_N & \\ 0 & & I_{N/2-2} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} s_{N/2} \\ \\ \end{array} \right] \\ \hline \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ -b_N & a_N & \\ 0 & & I_{N/2-2} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} s_{N/2} \\ \\ \end{array} \right] \\ \hline \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ a_N & b_N & \\ 0 & & I_{N/2-2} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} s_{N/2} \\ \\ \end{array} \right] \\ \hline \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ -b_N & a_N & \\ 0 & & I_{N/2-2} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} -s_{N/2} \\ \\ \end{array} \right] \end{array} \right] \times$$

Случай 1. Если $1 \leq i_1, \dots, i_{N'} \leq N/2$, то по зафиксированным N' строкам невырожденной матрицы

$$\left[\begin{array}{c|c|c} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ a_N & b_N & \\ 0 & & I_{N/2-2} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} s_{N/2} \\ \\ \end{array} \right] & a_N \neq 0, b_N \neq 0 \end{array} \right]$$

выбираем N' столбцов. Покажем, что это то же самое, если по N' строкам матрицы $[s]_{N/2}$ выбрать N' столбцов.

Если в зафиксированных строках не присутствует вторая строка, то в обеих матрицах строки совпадают. Рассмотрим случай, когда $2 \in \Omega$:

$$\left[\begin{array}{c|c|c} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ a_N & b_N & \\ 0 & & I_{N/2-2} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} s_{N/2} \\ \\ \end{array} \right] & = \left[\begin{array}{ccc|c} c_{11} & \dots & c_{1N/2} \\ a_N c_{11} + b_N c_{21} & \dots & a_N c_{1N/2} + b_N c_{2N/2} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{N/21} & \dots & c_{N/2N/2} \end{array} \right]$$

Здесь могут быть два варианта:

Вариант 1. $1 \in \Omega$

$$\begin{bmatrix} c_{111} & \dots & c_{1jN'} \\ a_N c_{1j1} + b_N c_{2j1} & \dots & a_N c_{1jN'} + b_N c_{2jN'} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{1N'1} & \dots & c_{1N'N'} \end{bmatrix} - \text{выбранная подматрица.}$$

Покажем, что строки этой подматрицы линейно независимы. Приравняем линейную комбинацию этих строк нулю:

$$\begin{cases} \alpha_1 c_{111} + \alpha_2 (a_N c_{1j1} + b_N c_{2j1}) + \dots + \alpha_{N'} c_{1N'1} = 0, \\ \alpha_1 c_{112} + \alpha_2 (a_N c_{1j2} + b_N c_{2j2}) + \dots + \alpha_{N'} c_{1N'2} = 0, \\ \dots \\ \alpha_1 c_{11N'} + \alpha_2 (a_N c_{1jN'} + b_N c_{2jN'}) + \dots + \alpha_{N'} c_{1N'N'} = 0 \end{cases}$$

Раскрыв скобки, получим линейную комбинацию строк подматрицы матрицы $[s]_{N \times 2}$, строки которой линейно независимы, т.е. коэффициенты равны нулю. Следовательно, строки преобразованной подматрицы также линейно независимы.

Вариант 2. $1 \notin \Omega$

$$\begin{bmatrix} a_N c_{1j2} + b_N c_{2j2} & \dots & a_N c_{1jN'} + b_N c_{2jN'} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{1N'1} & \dots & c_{1N'N'} \end{bmatrix} - \text{выбранная подматрица.}$$

Строки следующей подматрицы линейно независимы:

$$\begin{bmatrix} c_{2j1} & \dots & c_{2jN'} \\ c_{1j1} & \dots & c_{1jN'} \\ c_{1N'1} & \dots & c_{1N'N'} \end{bmatrix}$$

Рассмотрим линейную комбинацию строк выбранной подматрицы

$$\begin{cases} \alpha_1 (c_{1j1} a_N + c_{2j1} b_N) + \alpha_2 c_{1j1} + \dots + \alpha_{N'} c_{1N'1} = 0, \\ \alpha_1 (c_{1j2} a_N + c_{2j2} b_N) + \alpha_2 c_{1j2} + \dots + \alpha_{N'} c_{1N'2} = 0, \\ \dots \\ \alpha_1 (c_{1jN'} a_N + c_{2jN'} b_N) + \alpha_2 c_{1jN'} + \dots + \alpha_{N'} c_{1N'N'} = 0 \end{cases}$$

Представим строку $c_{1j1}, c_{1j2}, \dots, c_{1jN'}$ в виде линейной комбинации строк матрицы

$$\begin{bmatrix} c_{2j_1} & \dots & c_{2j_N} \\ c_{1_2j_1} & \dots & c_{1_2j_N} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{i_Nj_1} & \dots & c_{i_Nj_N} \end{bmatrix} \begin{cases} c_{1_1} = \beta_1 c_{2j_1} + \beta_2 c_{1_2j_1} + \dots + \beta_N c_{i_Nj_1} \\ c_{1_2} = \beta_1 c_{2j_2} + \beta_2 c_{1_2j_2} + \dots + \beta_N c_{i_Nj_2} \\ \dots \\ c_{1_N} = \beta_1 c_{2j_N} + \beta_2 c_{1_2j_N} + \dots + \beta_N c_{i_Nj_N} \end{cases}$$

Подставим это представление в систему уравнений с известными $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$:

$$(\alpha_1 a_N \beta_1 + \alpha_1 b_N) c_{2j_1} + (\alpha_2 + \alpha_1 a_N \beta_2) c_{1_2j_1} + (\alpha_N + \alpha_1 a_N \beta_N) c_{i_Nj_1} = 0,$$

$$(\alpha_1 a_N \beta_1 + \alpha_1 b_N) c_{2j_2} + (\alpha_2 + \alpha_1 a_N \beta_2) c_{1_2j_2} + (\alpha_N + \alpha_1 a_N \beta_N) c_{i_Nj_2} = 0,$$

$$\dots$$

$$(\alpha_1 a_N \beta_1 + \alpha_1 b_N) c_{2j_N} + (\alpha_2 + \alpha_1 a_N \beta_2) c_{1_2j_N} + (\alpha_N + \alpha_1 a_N \beta_N) c_{i_Nj_N} = 0$$

Из условия линейной независимости строк подматрицы

$$\begin{bmatrix} c_{2j_1} & \dots & c_{2j_N} \\ c_{1_2j_1} & \dots & c_{1_2j_N} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{i_Nj_1} & \dots & c_{i_Nj_N} \end{bmatrix}$$

следует равенство нулю коэффициентов:

$$(\alpha_1 (a_N \beta_1 + b_N)) = 0,$$

$$\alpha_2 + \alpha_1 a_N \beta_2 = 0,$$

$$\dots$$

$$\alpha_N + \alpha_1 a_N \beta_N = 0.$$

Если $\alpha_1 = 0$, то $\alpha_2 = 0, \dots, \alpha_N = 0$. Следовательно, строки подматрицы

$$\begin{bmatrix} a_N c_{1j_2} + b_N c_{2j_2} & \dots & a_N c_{1j_N} + b_N c_{2j_N} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{i_Nj_2} & \dots & c_{i_Nj_N} \end{bmatrix}$$

линейно независимые. Если же $\alpha_1 \neq 0$, но $a_N \beta_1 + b_N = 0$, т.е.

$$\beta_1 = -b_N / a_N, \text{ то}$$

$$\begin{cases} c_{1j_1} = \frac{-b_N}{a_N} c_{2j_1} + \beta_2 c_{1_2 j_1} + \dots + \beta_N c_{1_N j_1}, \\ c_{1j_2} = \frac{-b_N}{a_N} c_{2j_2} + \beta_2 c_{1_2 j_2} + \dots + \beta_N c_{1_N j_2}, \\ \dots \\ c_{1j_{N'}} = \frac{-b_N}{a_N} c_{2j_{N'}} + \beta_2 c_{1_2 j_{N'}} + \dots + \beta_N c_{1_N j_{N'}}. \end{cases}$$

Следовательно, строки выбранной подматрицы линейно независимые. В случае, если $\beta_1 = -b_N/a_N$, выбираем по N' строкам матрицы

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ \frac{-a_N}{0} & \frac{b_N}{0} & \frac{0}{I_{N/2-2}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} s_{N/2} \\ \vdots \end{array} \right], \quad a_N \neq 0, \quad b_N \neq 0$$

N' столбцов так же, как и в $[s]_{N/2}$.

Случай 2. Если $N/2 - 1 \leq i_1, \dots, i_{N'} \leq N$, то по зафиксированным строкам матрицы

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ \frac{-b_N}{0} & \frac{-a_N}{0} & \frac{0}{I_{N/2-2}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -s_{N/2} \\ \vdots \end{array} \right], \quad a_N \neq 0, \quad b_N \neq 0$$

выбираем N' столбцов. Покажем, что это то же самое если по N' строкам матрицы $[s]_{N/2}$ выбрать N' столбцов, но первый строке соответствует вторая строка матрицы $[s]_{N/2}$ и наоборот. Если в зафиксированных строках не присутствует вторая строка, то в обеих матрицах строки совпадают. Рассмотрим случай, когда вторая строка также зафиксирована

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ \frac{-b_N}{0} & \frac{-a_N}{0} & \frac{0}{I_{N/2-2}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -s_{N/2} \\ \vdots \end{array} \right] = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1N/2} \\ -b_N c_{11} - a_N c_{21} & \dots & -b_N c_{1N/2} - a_N c_{2N/2} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{N/2} & \dots & c_{N/2N/2} \end{bmatrix}$$

Здесь могут быть 2 варианта.

Вариант 1. Если первая строка зафиксирована:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} c_{11j_1} & \dots & c_{11j_{N'}} & & & \\ -b_N c_{1j_1} - a_N c_{2j_1} & \dots & -b_N c_{1j_{N'}} - a_N c_{2j_{N'}} & & & \\ \dots & \dots & \dots & & & \\ c_{1N'j_1} & \dots & c_{1N'j_{N'}} & & & \end{array} \right] - \text{выбранная подматрица.}$$

Покажем, что строки этой подматрицы линейно независимые.

Рассмотрим их линейную комбинацию, которая равна нулю:

$$\left[\begin{array}{l} \alpha_1 c_{11j_1} + \alpha_2 (-b_N c_{1j_1} - a_N c_{2j_1}) + \dots + \alpha_{N'} c_{1N'j_1} = 0, \\ \alpha_1 c_{11j_2} + \alpha_2 (-b_N c_{1j_2} - a_N c_{2j_2}) + \dots + \alpha_{N'} c_{1N'j_2} = 0, \\ \dots \\ \alpha_1 c_{11j_{N'}} + \alpha_2 (-b_N c_{1j_{N'}} - a_N c_{2j_{N'}}) + \dots + \alpha_{N'} c_{1N'j_{N'}} = 0. \end{array} \right]$$

Раскрыв скобки, получим линейную комбинацию строк подматрицы $[S]_{N'}$, строки которой линейно независимые. Следовательно, коэффициенты равны нулю. Откуда следует, что строки преобразованной матрицы также линейно независимые.

Вариант 2. Если первая строка не зафиксирована:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} -b_N c_{1j_1} - a_N c_{2j_1} & \dots & -a_N c_{1j_{N'}} - b_N c_{2j_{N'}} & & & \\ \dots & \dots & \dots & & & \\ c_{1N'j_1} & \dots & c_{1N'j_{N'}} & & & \end{array} \right] - \text{выбранная подматрица.}$$

Далее все рассуждения совпадают с доказательством, приведенным для случая 1 варианта 2. Если $\beta_1 = -a_N/b_N$, то выбираем по N' строкам матрицы

$$\left[\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ -b_N & a_N & 0 \\ 0 & 0 & I_{N'/2} \end{array} \right] \right]_{N'} \quad a_N \neq 0, \quad b_N \neq 0$$

N' столбцов так же, как и в $[S]_{N'}$.

Случай 3. Если $1 \leq i_1, \dots, i_r \leq N/2$; $N/2+1 \leq i_{r+1}, \dots, i_{N'} \leq N$, то первые r столбцов выбираем, как и в случае 1. Затем выбираем остальные $(N'-r)$ столбцов таким образом, чтобы строке $(N/2+i) \in \Omega$ соответствовал столбец с номером, равным номеру столбца, который соответствовал бы i -й строке, плюс $N/2$. Если при выборе первых r столбцов оказывается, что $\beta_1 = -b_N/a_N$, то остальные $(N'-r)$ столбцов выбираем таким образом, чтобы строке $(N/2+i)$ соответствовал столбец с номером, равным номеру

столбца, соответствующего i -й строке, минус $N/2$. Причем $i=3, \dots, N/2$. Если $i=1$, то строке с номером $(N/2+i+1)$ соответствует столбец с номером, равным $(N-1)$, минус номер столбца, соответствующего первой строке. Если $i=2$, то строке с номером $(N/2+i-1)$ соответствует столбец с номером, равным $(N+1)$, минус номер столбца, соответствующего второй строке. Аналогично выбираем, если $\beta_i = -b_N/a_N$ при $i=1, 2$. Покажем, что выбранные таким образом столбцы линейно независимые. Пусть $i=3, \dots, N/2$. Рассмотрим линейную комбинацию столбцов, которую приравняем нулю:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 c_{1,1} + \dots + \alpha_{i-1} c_{1,i-1} + \alpha_i c_{1,i} + \dots + \alpha_N c_{1,N} = 0, \\ \dots \\ \alpha_1 c_{i,i} + \dots + \alpha_i c_{i,i} + \alpha_{i+1} c_{i,i+1} + \dots + \alpha_N c_{i,N} = 0, \\ \alpha_1 c_{i+1,i+1} + \dots + \alpha_i c_{i+1,i} + \alpha_{i+1} c_{i+1,i+1} + \dots + \alpha_N c_{i+1,N} = 0, \\ \dots \\ \alpha_1 c_{i,N-1} + \dots + \alpha_i c_{i,N-1} + \alpha_{i+1} c_{i+1,i} + \dots + \alpha_N c_{i,N} = 0, \\ (\alpha_1 + \alpha_2) c_{i,j} + \dots + (\alpha_{N-1} + \alpha_N) c_{i,N-1} = 0, \\ \dots \\ (\alpha_1 + \alpha_2) c_{i,j} + \dots + (\alpha_{N-1} + \alpha_N) c_{i,N-1} = 0, \\ (\alpha_1 + \alpha_2) c_{i,j} + \dots + (\alpha_{N-1} + \alpha_N) c_{i,N-1} = 0, \\ \dots \\ (\alpha_1 + \alpha_2) c_{i,j} + \dots + (\alpha_{N-1} + \alpha_N) c_{i,N-1} = 0. \end{array} \right.$$

Из первых p уравнений имеем $(\alpha_1 + \alpha_2) = 0, \dots, (\alpha_{N-1} + \alpha_N) = 0$. Из остальных $(N-p)$ уравнений имеем $(\alpha_1 - \alpha_2) = 0, \dots, (\alpha_{N-1} - \alpha_N) = 0$. Следовательно, $\alpha_1 = 0, \dots, \alpha_N = 0$. Пусть $i=1, 2$. Тогда

$$\begin{cases} \alpha_1 c_{1j_1} + \alpha_2 c_{1j_2} + \alpha_3 c_{1(N+1)-j_1} + \alpha_4 c_{1(N+1)-j_2} = 0, \\ \alpha_1 c_{2j_1} + \alpha_2 c_{2j_2} + \alpha_3 c_{2(N+1)-j_1} + \alpha_4 c_{2(N+1)-j_2} = 0, \\ \alpha_1 c_{N/2+1j_1} + \alpha_2 c_{N/2+1j_2} + \alpha_3 c_{N/2+1(N+1)-j_1} - \alpha_4 c_{N/2+1(N+1)-j_2} = 0, \\ \alpha_1 c_{N/2+2j_1} + \alpha_2 c_{N/2+2j_2} + \alpha_3 c_{N/2+2(N+1)-j_1} + \alpha_4 c_{N/2+2(N+1)-j_2} = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\alpha_1 + \alpha_3) c_{1j_1} + (\alpha_2 + \alpha_4) c_{1j_2} = 0, \\ (\alpha_1 - \alpha_3) c_{2j_1} + (\alpha_2 - \alpha_4) c_{2j_2} = 0, \\ (\alpha_1 + \alpha_3) c_{N/2+1j_1} + (\alpha_2 + \alpha_4) c_{N/2+1j_2} = 0, \\ (\alpha_1 - \alpha_3) c_{N/2+2j_1} + (\alpha_2 - \alpha_4) c_{N/2+2j_2} = 0 \end{cases}$$

Из первых двух уравнений имеем $\alpha_1 = \alpha_3 = 0$ и $\alpha_2 = \alpha_4 = 0$

Если же $i=1$, то система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} (\alpha_1 + \alpha_3) c_{1j_1} = 0, \\ (\alpha_1 - \alpha_3) c_{N/2+2j_1} = 0. \end{cases}$$

Следовательно, $\alpha_1 = \alpha_3 = 0$.

Если же $i=2$, то система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} (\alpha_2 - \alpha_4) c_{2j_2} = 0, \\ (\alpha_2 + \alpha_4) c_{N/2+1j_2} = 0. \end{cases}$$

Следовательно, $\alpha_2 = \alpha_4 = 0$.

2. Метод выбора базисных точек для восстановления функций от двух переменных с финитным в базисе Slant спектром. Система функций наклонного преобразования является базисом для R^N , так как состоит из N ортогональных функций. Для произвольной функции $f(t_1, t_2) \in R^{N \times N}$ рассмотрим $\tilde{f} = |s| f |s|$. Так как

$|s|^{-1} = |s|^1$ в силу ортогональности $|s|$, то $\tilde{f} = |s|^{-1} f |s|^{-1} = |s|^1 f |s|^1$

Отображение $f \rightarrow \tilde{f}$ назовем наклонным преобразованием на множестве $Z^N = \{0, 1, \dots, N-1\}$, $i \in Z^N$. Зафиксируем подмножество

$\Omega \subset Z^N \times Z^N$, $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2$, $\Omega_1 \subset Z^N$, $\Omega_2 \subset Z^N$, $|\Omega_1| = N'$, $|\Omega_2| = N''$,

$N = 2^k$. Для этого множества Ω рассмотрим следующее множество

$$B_\Omega = \{(t_1, t_2); f(t_1, t_2) = |s|_{\Omega_1}^1 \tilde{f}_{\Omega_1 \times \Omega_2} |s|_{\Omega_2}^1 = |s|_{\Omega_1 \times \Omega_2}^1\}$$

Как показано в предыдущем пункте, функцию $f(t_1, t_2) \in B_\Omega$ можно восстановить, имея только $N' \times N''$ ее значений в базисных

точках. Базисные точки выбираются по номерам столбцов матрицы $(s)_{m,1}, m \in \Omega_1, t_1 \in T_{1,1}, |T_{1,1}| = N'$ и номерам строк матрицы $(s)_{1,n}, t_2 \in T_{1,2}, |T_{1,2}| = N'', n \in \Omega_2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Slepian D.S. et al. Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis and Uncertainty Principle // Bell Syst. Tech. J. - 1961. - V. 40, № 1. - P. 43-84.
2. Papoulis A. A new Algorithm in Spectral Analysis and Band-limited Extrapolation // IEEE Trans. Circuits Syst. - 1975. - V. CAS-25. - P. 735-742.
3. Sabri M.S. and Steenart W. An Approach to Band-Limited Signal Extrapolation: The Extrapolation Matrix // IEEE Trans. Circuits Syst.- February 1978. - V. CAS-25. - P 74-78.
4. Cadzow J.A. Improved Spectral Estimation from Incomplete Sampled Data Observations // Presented at the RADC Spectrum Estimation Workshop, Rome, NY, May 24-26, 1978; Also see Trans., Acoust., Speech, Signal Processing. - Feb. 1979. - V. ASSP-27. - P. 4-12.
5. Jain A.K. and Ranganath S. Extrapolation Algorithms for Discrete Signals with Application in Spectra Estimation // IEEE Trans. On Acoust., Speech, Signal Processing. - August 1981. - V. ASSP-29. - P. 830-845.
6. Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Уолша. - М.: Наука, 1987. - 344 с.
7. Pratt W.K. Slant Transform Image Coding // IEEE Trans. on Communications. - August 1974. - V. Com-22, №. 8. - P. 1075-1093.
8. Петросян С.Е. Восстановление сигнала и изображения с ограниченным по полосе спектром в базисе Уолша // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1999. - Т. 52, № 2. - С. 218-224.

ЕГУ

03.09.1997

Изв. НАН и ГИУА Армении (сер. ТН). т. 52, № 3, 1999, с. 388-392.

УДК 621.317.791

НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ
И ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Р.А. СИМОНЯН, Э.Г. ВЕЗИРЯН, О.А. МАРТИРОСЯН

БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ СИГНАЛА

Առաջարկվում է սնդրնդիալ գործող ինստրումենտ, որը նկարագրություն է ցանկացած հետևել ստատրային ազդանշանի ծայրագույն արժեքին՝ վերջիններիս հայտնվելու մեծ հավանական ինստրումենտ:

Предложено аналоговое устройство, обеспечивающее высокоточное слежение за экстремальным значением входного сигнала в широком диапазоне частоты появления экстремумов.

Ил.3. Библиогр.: 2 назв.

An analogue device is proposed providing high-precision tracking for the extreme input signal value in a wide frequency band of extremum emergence
Ил. 3. Ref.2.

В измерительной технике часто возникает вопрос быстрого измерения экстремального значения сигнала. Применение для этих целей простых амплитудных детекторов нецелесообразно, так как при возрастании входного напряжения $U_{вх}$ оно отслеживается выходным напряжением схемы, а при уменьшении $U_{вх}$ амплитудный детектор (АД) переходит в режим хранения [1]. Причем $U_{вх}$ удерживается на входе АД до появления напряжения на входе больше, чем хранившееся напряжение. Схема не реагирует на появление промежуточных экстремумов, для которых входное напряжение по величине меньше, чем выходное. В [2] предложено динамическое устройство для измерения экстремальных значений амплитуд, предназначенное для работы при инфранизких частотах (до 100 Гц). Однако это устройство непригодно для работы при более высоких частотах.

В настоящей работе предложено устройство для выделения экстремального значения, реагирующее на изменение амплитуды при значительно более высоких частотах.

В состав структурной схемы (рис.1) входят два амплитудных детектора 1 и 5 с запоминающими конденсаторами 2 и 6 и электронными ключами для разрядки конденсаторов 3 и 7. Между детекторами 1 и 5 включен электронный ключ 4, а выход устройства соединен с выходом АД5 через фильтр низких частот 8. Управление ключами 3, 4 и 7 осуществляется формирователем импульсов управления 9 и двумя блоками временных задержек 10 и 11.

Для описания работы устройства входной сигнал показан в виде пилообразного напряжения с убывающей амплитудой пилы (рис. 2а). На выходе формирователя 9 появляются прямоугольные импульсы после каждого спада входного напряжения (рис. 2б).

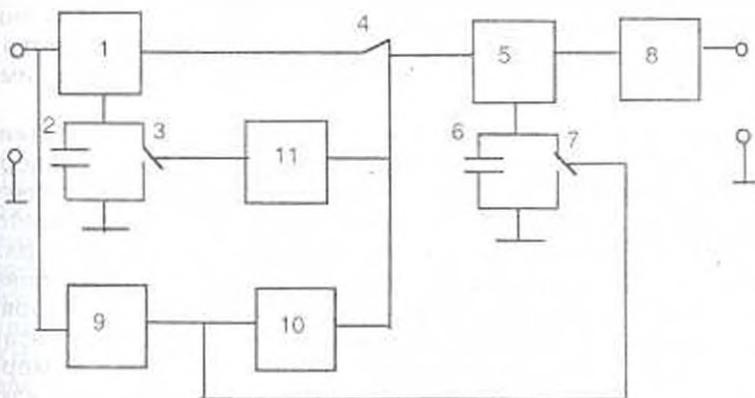


Рис. 1

Передний фронт выходного импульса блока задержки 10 совпадает с задним фронтом выходного импульса формирователя 9, а передний фронт выходного импульса блока задержки 11 совпадает с задним фронтом выходного импульса блока 10 (рис. 2в, г). Таким образом, по спаду входного напряжения формируется импульс запуска электронного ключа 7, после чего запускается импульс блока 10 для замыкания ключа 4, а в завершении процесса появляется импульс на выходе блока 11 для замыкания ключа 3.

Как уже было отмечено, на выходе АД напряжение повторяет форму входного напряжения, пока $U_{вх} > U_{вых}$. При $U_{вх} \leq U_{вых}$ напряжение на выходе АД1 остается на уровне напряжения предыдущего экстремума, пока не замыкается ключ 3 напряжением сброса с выхода блока 11 (рис. 2д). Форма напряжения на входе второго АД5 получена от тех участков напряжений выхода АД1, при которых ключ 4 находится в открытом состоянии (рис. 2е). Выходное напряжение АД5 по уровню соответствует амплитуде входных напряжений (рис. 2е) в режиме хранения и имеет почти нулевой уровень в режиме сброса (рис. 2ж). Сброс напряжения на конденсаторе 6 второго АД5 осуществляется ключом 7, который управляется выходными импульсами формирователя 9. Выходное напряжение устройства получено с выхода АД5 после сглаживания фильтром низких частот 8 (рис. 2з).

Устройство работает следующим образом. Входной сигнал подается на вход АД1 и одновременно на вход формирователя импульсов 9. Как только величина напряжения минует экстремальное значение, т.е. наступает участок спада, на выходе формирователя импульсов 9 появляется короткий импульс (рис. 2б), который после двукратной задержки в блоках 10 и 11 управляет ключом 3 первого АД1. Экстремальное значение измеряемого сигнала на выходе АД1 сохраняется до начала задержанного импульса на выходе блока задержки 11 (рис. 2д). Как только оно появляется, запоминающий конденсатор 2 разряжается открытым ключом 3 до почти нулевой величины напряжения. Однако до разрядки конденсатора 2 импульсом с выхода блока задержки 10 (рис. 2в) ключ 4 открывается, и экстремальное значение с выхода первого АД1 передается на вход второго АД5 (рис. 2е), запоминающий конденсатор 6 которого для уменьшения ошибок выборки уже разряжен ключом 7, управляемым импульсом с формирователя 9 (рис. 2ж). Для устранения ошибок, связанных со сбросом напряжения на конденсаторе 6, напряжение на выход устройства передается через фильтр 8 низких частот, что сглаживает спад в течение импульса разрядки.

Таким образом, экстремальное значение в АД1 задерживается ровно столько, сколько необходимо для полного завершения процесса сброса второго АД5 и передачи задержанного значения ко второму АД для хранения, и после этого АД1 сбрасывается для подготовки устройства к новому измерению. Так как разрядка конденсатора 6 производится непосредственно после появления экстремального значения входного напряжения, то вероятность ошибки хранения в АД1 минимальна. Сброс заряда конденсатора 6 второго АД5 непосредственно перед каждым измерением экстремального значения (перед каждым открыванием ключа 4)

обеспечивает быстрое действие без ухудшения точностных характеристик устройства.

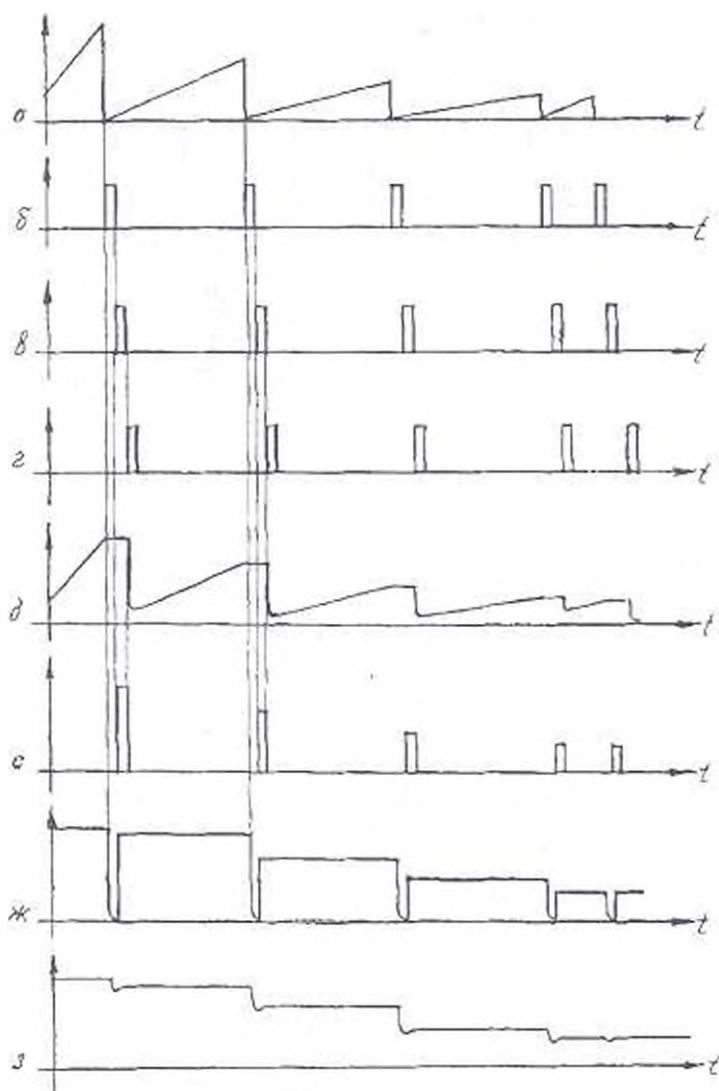


Рис. 2

Принципиальная схема блока формирования импульсов 9 содержит устройство выделения отрицательных перепадов от входных напряжений и устройство формирования импульсов управления. Блоки временных задержек 10 и 11 одинаковые и реализованы на микросхеме K155АГ1 (рис.1). Электронно управляемый ключ 4 реализован на аналоговом коммутаторе K590KH13, при этом все три ключа микросхемы включены параллельно. В качестве фильтра низких частот применялся однозвенный RC-фильтр с $\tau = 2 \cdot 10^{-5}$ с. Амплитудные детекторы 1 и 5

с запоминающими конденсаторами 2 и 6 и ключами 3 и 7 реализованы по схеме улучшенного варианта двухкаскадного амплитудного детектора [1].

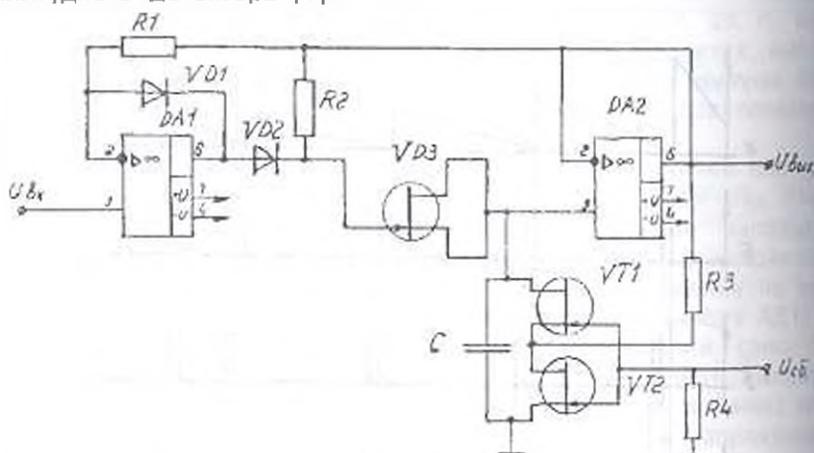


Рис.3

Как видно из принципиальной схемы АД с запоминающим конденсатором и ключом для разряда конденсатора (рис.3), для уменьшения токов утечки в режиме хранения диод VD3 реализован на полевом транзисторе КП303Е, а ключ сброса - на полевых транзисторах VT1 и VT2 марки КП303, имеющих токи утечки перехода затвор-исток меньше, чем 0,1 нА. Для уменьшения токов утечки через VT1 и VT2 в режиме хранения применена положительная связь через R3. Для минимизации токов утечки через C3 применен пленочный конденсатор К73-11. В режиме хранения когда входное напряжение управления ключами составляет 10 В максимальное значение дрейфа на выходе схемы не превышает ± 7 мВ при длительности хранения 1 мин и величине напряжения хранения 5 В.

Технические параметры разработанного измерителя экстремального значения следующие: частота входных напряжений 0,1...10⁴ Гц, амплитуда экстремумов 0...8 В, допустимая погрешность устройства $\leq 0,1\%$.

Разработанное устройство может найти применение при высокоточном выделении экстремальных значений входных напряжений в широком диапазоне повторения импульсов (радиотехнические схемы, блоки выделения экстремумов, схемы управления по экстремальному значению и т.д.).

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеенко А.Г., Коломбет Е.А., Стародуб Г.И. Применение прецизионных аналоговых микросхем. - М: Радио и связь, 1985. - 256 с.
2. Аветисян А.Г., Мириджанян М.М., Симонян Р.А. Аналоговое устройство для измерения экстремальных значений и периода инфранизкочастотного сигнала // Приборы и техника эксперимента. - 1987 - № 4. - С.123.

В.С. САРКИСЯН, С.Ш. НУРИДЖАНЫАН, Н.А. БАБАЯН,
П.А. ТЕР-ПЕТРОСЯН

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПО ПРОГНОЗУ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА В БЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Քողմանով քերված են լուծումներ, որոնք հետազոտության են առկա
ժամանակին բետոնային կոնստրուկցիանում էքսոթերմիայի ազդի անհրաժեշտ
հաշվարկը: Ստացված արդյունքների հիման վրա հետազոտվել է մշտական բետոնի
հաստի շերտերում իրականացվող թրջերի սերտիվներ:

Рассмотрено решение уравнения теплопроводности с источником тепла,
обусловленным экзотермией бетона, когда на внешних границах бетонной
стены толщиной δ температура меняется по закону трапеции.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

Heat conduction equation solution with the heat source conditioned by concrete
exothermicity is considered. The temperature on external boundaries of concrete
walls as thick as δ changes according to the law of trapezium.

Ил. 1. Ref. 5.

В зимних условиях монолитное строительство зданий и
сооружений осуществляется, как правило, при помощи греющих
опалубок. Использование рациональных режимов термической
обработки бетона на основе экспериментальных исследований
связано с проведением большого числа опытов, охватывающих весь
процесс производства работ. Поэтому большой практический и
теоретический интерес представляет разработка аналитических
методов прогноза теплового режима бетонных конструкций с учетом
экзотермии бетона, когда осуществляется тепловая обработка.

Задача сводится к решению уравнения [1-3]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + I(x,t), \quad a = \frac{\lambda}{c\rho},$$

где T - температура; t - время; a - коэффициент
температуропроводности; $I(x,t)$ - источник тепла за счет экзотермии
элемента; λ - коэффициент теплопроводности; c - удельная
теплоемкость бетона; ρ - плотность бетона.

Для получения аналитического решения осредним $I(x,t)$ по
координате и примем ее функцией времени. Тогда это уравнение
примет вид

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + DV' e^{-mt}, \quad D = \frac{mQ}{c\rho} \quad (1)$$

где m - масса цемента в бетоне; Q и B - соответственно максимальное тепловыделение и коэффициент темпа тепловыделения цемента.

Рассмотрим симметричный нагрев плиты или стеновой конструкции (рис.).

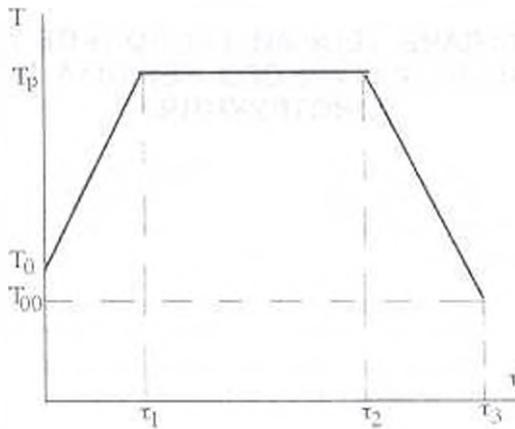


Рис.

Тогда (1) решается при следующих краевых условиях:

$$T(x, 0) = T_0 = \text{const.}$$

$$0 \leq t \leq t_1; \quad T(0, t) = T(\delta, t) = T_0 + C_1' t.$$

$$t_1 < t \leq t_2; \quad T(0, t) = T(\delta, t) = T_p. \quad (2)$$

$$t_2 < t \leq t_3; \quad T(0, t) = T(\delta, t) = C_2' - C_3' t.$$

где $C_1' = \frac{T_p - T_0}{t_1}$; $C_2' = \frac{T_p t_3 - T_0 t_2}{t_3 - t_2}$; $C_3' = \frac{T_p - T_0}{t_3 - t_2}$;

δ - толщина стенки.

Введем новые переменные: $\tau = at / \delta^2$; $z = x / \delta$.

Уравнение (1) и краевые условия (2) принимают вид

$$\frac{\partial T(z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T(z, \tau)}{\partial z^2} + B_0^2 D \tau e^{-B_0 \tau} \quad (3)$$

$$T(0, z) = T_0 = \text{const.}$$

$$T(\tau, 0) = T(\tau, 1) = \psi(\tau). \quad (4)$$

$$\psi(\tau) = \begin{cases} T_0 + C_1 \tau; & 0 \leq \tau \leq \tau_1, \\ T_p; & \tau_1 < \tau \leq \tau_2, \\ T_p - C_3 \tau; & \tau_2 < \tau \leq \tau_3. \end{cases}$$

$$C_1 = (T_p - T_0) / \tau_1; \quad C_2 = (T_p \tau_1 - T_0 \tau_2) / (\tau_1 - \tau_2);$$

$$C_3 = (T_p - T_0) / (\tau_1 - \tau_2); \quad B_0 = \delta^2 B / a.$$

Представим $T(z, \tau)$ в виде суммы двух функций:

$$T(z, \tau) = T_1(z, \tau) + T_2(z, \tau), \quad (5)$$

где $T_1(z, \tau)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial T_1(z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T_1(z, \tau)}{\partial z^2} \quad (6)$$

при краевых условиях:

$$\begin{aligned} T_1(z, 0) &= T_0 = \text{const.} \\ T_1(0, \tau) &= T_1(1, \tau) = \psi(\tau), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\psi(\tau) = \begin{cases} T_0 + C_1 \tau & 0 \leq \tau \leq \tau_1, \\ T_p & \tau_1 < \tau \leq \tau_2, \\ C_2 - C_1 \tau & \tau_2 < \tau \leq 1. \end{cases}$$

$T_2(z, \tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial T_2(z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T_2(z, \tau)}{\partial z^2} + B_0^2 D \tau e^{-\alpha z} \quad (8)$$

и решается при следующих нулевых краевых условиях:

$$T_2(z, 0) = T_2(0, \tau) = T_2(1, \tau) = 0. \quad (9)$$

Решением (6) при условиях (7) будет [4]

$$\begin{aligned} T_1(z, \tau) &= \psi(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-i^2 \pi^2 \tau} \sin(i \pi z) \left\{ 2 \int_0^1 [T_0 - \psi(0)] \sin(i \pi z) dz + \right. \\ &\left. + \frac{2}{i \pi} \int_0^1 [-\psi'(\tau) + (-1)^n \psi'(\tau)] e^{-i^2 \pi^2 \tau} d\tau \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

Согласно (7), это решение имеет вид

при $0 \leq \tau \leq \tau_1$ -

$$T_{11}(z, \tau) = T_0 + C_1 \tau - \frac{4C_1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(i \pi z)}{i^2} (1 - e^{-i^2 \pi^2 \tau}); \quad (11)$$

при $\tau_1 < \tau \leq \tau_2$ -

$$T_{12}(z, \tau) = T_p - \frac{4C_2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(i \pi z)}{i^2} [e^{-i^2 \pi^2 (\tau - \tau_1)} - e^{-i^2 \pi^2 \tau}]; \quad (12)$$

при $\tau_2 < \tau \leq 1$ -

$$\begin{aligned} T_{13}(z, \tau) &= C_2 - C_1 \tau - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(i \pi z)}{i^2} \left[C_2 (e^{-i^2 \pi^2 (\tau - \tau_2)} - e^{-i^2 \pi^2 \tau}) - \right. \\ &\left. - C_1 (1 - e^{-i^2 \pi^2 (\tau - \tau_2)}) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Решение (8) при краевых условиях (9) ищем в виде ряда Фурье:

$$T_2(z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(\tau) \sin(\pi n z). \quad (14)$$

Представим $B_0 D t e^{-\mu_n z}$ в виде

$$B_0 D t e^{-\mu_n z} = \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_n(\tau) \sin(\pi n z), \quad (15)$$

где

$$\Gamma_n(\tau) = 2 \int_0^1 B_0 D t e^{-\mu_n \xi} \sin(\pi n \xi) d\xi. \quad (16)$$

Проинтегрировав (16), получим

$$\Gamma_n(\tau) = \frac{2}{\pi n} B_0 D t e^{-\mu_n \tau} (1 - \cos(\pi n)).$$

Подставив (14) и (15) в (8), приходим к уравнению

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\pi n z) \left\{ T_n'(\tau) + \pi^2 n^2 T_n(\tau) - 2 B_0 D t e^{-\mu_n \tau} \frac{1 - \cos(\pi n)}{\pi n} \right\} = 0. \quad (17)$$

Это уравнение имеет место, если все коэффициенты разложения будут равны нулю, т.е.

$$T_n(\tau) + \pi^2 n^2 T_n(\tau) - 2(1 - \cos \pi n) B_0 D t e^{-\mu_n \tau} / (\pi n) = 0. \quad (18)$$

Из начального условия для $T_n(z, \tau)$ находим $T_n(0) = 0$.

Решением (18) с нулевым начальным условием будет [5]

$$T_n(\tau) = \frac{2(1 - \cos(\pi n))}{\pi n} \frac{B_0 D}{(n^2 \pi^2 - B_0)} \times \\ \times \left\{ (n^2 \pi^2 - B_0) \tau - 1 \right\} e^{-n^2 \tau} + e^{-\pi^2 n^2 \tau}.$$

Таким образом, для определения T_n окончательно получим

$$T_n(z, \tau) = \frac{4 B_0 D}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(i \pi z)}{(i^2 \pi^2 - B_0)} \left\{ (i^2 \pi^2 - B_0) \tau - 1 \right\} e^{-i^2 \tau} + e^{-i^2 \pi^2 \tau}, \\ 0 < \tau \leq \tau_1.$$

Тепловой поток в произвольном сечении может быть определен по формуле

$$q(t) = -\lambda \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \quad \text{или} \quad q(\tau) = -\frac{\lambda}{\delta} \frac{\partial T(z, \tau)}{\partial z}. \quad (19)$$

В частности, при $z=0$ для теплового потока получаем:

$$\text{при } 0 < \tau \leq \tau_1, \quad q_{(1)}(\tau) = \frac{4 \lambda C_1}{\pi^2 \delta} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-i^2 \tau}}{i^2};$$

$$\text{при } \tau_1 < \tau \leq \tau_2, \quad q_{(2)}(\tau) = \frac{4 \lambda C_1}{\pi^2 \delta} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-i^2 \pi^2 (\tau - \tau_1)} - e^{-i^2 \tau}}{i^2};$$

при $\tau_2 < \tau \leq \tau_3,$

$$q_{(3)}(\tau) = \frac{4 \lambda C_1}{\pi^2 \delta} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^2} \left[(e^{-i^2 \pi^2 (\tau - \tau_2)} - e^{-i^2 \tau}) - \frac{C_2}{C_1} (1 - e^{-i^2 \pi^2 (\tau - \tau_2)}) \right];$$

при $0 < \tau \leq \tau_1,$

$$q_1(\tau) = -\frac{4\lambda B_0^2 D}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[(i^2 \pi^2 - B_0) \tau - 1] + e^{-i^2 \pi^2 \tau}}{(i^2 \pi^2 - B_0)^2}$$

Полученные аналитические зависимости позволяют разработать методы определения теплофизических свойств бетона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александровский С.В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на температурные и влажностные воздействия. - М.: Стройиздат, 1966. - 443 с.
2. Бадеян Г.В., Абрамов В.С., Нуридзян Ш.А. Греющие опалубки с токопроводящими покрытиями в монолитном строительстве. - Ереван: Айастан, 1987. - 144 с.
3. Саркисян В.С., Бабаян Н.А. Тепловой режим в монолитных стеновых панелях с токопроводящими покрытиями // Изв. строит. Армении. Спец. выпуск. - 1999. - 12(29) - С. 9-11
4. Флорин В.А. Основы механики грунтов. - М.: -Л. Госстройиздат, - 1961. - Т.2. - 554 с.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики. - М.: Наука. - 1974. - Т.2. - 656 с.

ЕРАСИ

02.03.1998

Ил. НАН и ГНУ Армении (сер. ТН), т. III, № 3, 1999, с. 397-402

УДК 551.49

ГИДРАВЛИКА

С.М. КАЗАРЯН, Г.А. АЛОЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГРУНТОВО-НАПОРНЫХ ВОДОНОСНЫХ ТОЛЩ ПО ДАНЫМ ОТКАЧЕК

Պատարկում է ճշտումների և էկզտրոլիմաթիվական պարամետրների որոշման խնդիրը գրանցում ճշտումային ինդիկատորում, ճշտումային շերտից կառուցածուն կրակ փոքր լիանակով շինանան դեպքում Նախադրումների կառուցարար լուծվել է օպերացիոն հարցի սերայով, առաջարկվել են կառուցային բանուակներ, որոնք ապագայի են ճշտում վերլուծական և կառուցարարական ախտարարական լուծումների կիսան վրա երկխոս էկզտրոլիմաթիվական ինդիկատորից ոչ կառուցարար Ֆիլտրացիոնի դեպքում

Рассматривается решение задачи определения понижения уровней подземных вод и гидродинамических параметров в двухслойных грунтово-напорных водоносных толщах при постоянном расходе воды из напорного горизонта с малым временем откачки. Система уравнений решена методом операционного исчисления. Предложены расчетные формулы, полученные в результате точных аналитических и соответствующих асимптотических решений задач неустановившейся фильтрации в двухслойных гидравлически связанных толщах.

Ил. 2 Библиогр. 3 назв.

Problem solving for ground-water lowering and hydrodynamical parameter definition is viewed in double-ply ground head pressure waterbearing horizons when constant water discharge from the head pressure horizon operates during a short period of time. Simultaneous equations are solved by an operational calculation method. For the first time, design formulas obtained as a result of precise analytical and related asymptomatic problem solving of non-stationary filtration in double-ply hydraulically bound thicknesses are proposed.

1/2 Ref. 3

Рассматривается методика решения обратных фильтрационных задач для определения гидродинамических параметров верхнего напорного водоносного горизонта и простирающегося на нем так называемого покровного горизонта, где залегают грунтовые воды, имеющие связь с поверхностными и нижележащими напорными водами.

В основу методики положены формулы, которые получены в результате точных аналитических и соответствующих асимптотических решений задач неустановившейся фильтрации в двухслойных гидравлически связанных толщах.

Приводится расчетная схема двухслойной толщи для гидрогеологических условий Аракатского артезианского бассейна (рис. 1).

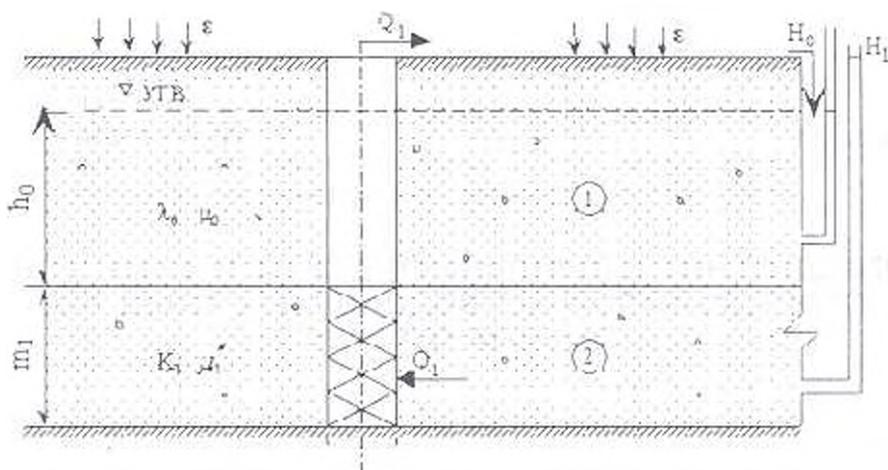


Рис. 1. Гидродинамическая расчетная схема двухслойной толщи
1 - покровный горизонт, 2 - напорный горизонт

Процесс неустановившейся фильтрации подземных вод с учетом их перетекания, упругого режима напорного горизонта 2 и жесткого режима покровного горизонта 1 (рис. 1) описывается системой дифференциальных уравнений и краевыми условиями [1]:

$$b_0(S_1 - S_0) - c = \frac{\partial S_0}{\partial t}, \quad a_1 \left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S_1}{\partial r} \right) - b_1(S_1 - S_0) = \frac{\partial S_1}{\partial t}, \quad (1)$$

$$S_1(r, t) = 0, \quad t = 0,$$

$$S_1(r, t) = 0, \quad t > 0, \quad r \rightarrow \infty, \quad (2)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial S_i}{\partial t} = -\frac{Q}{2\pi T_i} = \text{const}, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\partial S_0}{\partial r} = 0, \quad i > 0, \quad (3)$$

$$a_i = \frac{k_i m_i}{\mu_i}, \quad b_0 = \frac{\lambda_0}{h_0 \mu_0}, \quad b_i = \frac{\lambda_i}{h_i \mu_i}, \quad c = \frac{\varepsilon}{\mu_0}, \quad S_i(r, t) = H_{i0} - H_i(r, t), \quad (4)$$

где a_i, b_i - коэффициенты соответственно пьезопроводности и перетекания; $S_i(r, t)$ ($i=0, 1$) - понижение уровня грунтовых и подземных вод; ε - модуль инфильтрации поверхностных стоков; μ_0, μ_i - коэффициенты гравитационной и упругой водоотдачи покровного и напорного горизонтов; λ_0, λ_i - коэффициенты фильтрации тех же слоев; H_{i0} - пьезометрические напоры в естественных условиях, $H_i(r, t)$ - напоры в любой точке в любой момент времени; T_i - коэффициент водопроницаемости.

Принимая для (1) преобразование Лапласа относительно переменной t с учетом краевых условий и переходя от отображающей функции к ее оригиналу, для малых времен откачки при $t \leq 0,001 \frac{h_0^2}{\lambda_0} \mu_0 T_1$ получим расчетные формулы:

$$S_i(r, t) = S_{i0}(t) + \frac{Q_i}{4\pi l} R_i^{(M)}(r, t), \quad i=0, 1, \quad (5)$$

$$S_{i0}(t) = -\frac{\tau}{6} (B\tau^3 - 6c), \quad (6)$$

$$S_{i0}(t) = -\frac{B\tau^2}{2}, \quad (7)$$

где $B = cB^0$, $c = \frac{\varepsilon}{b_0}$, $B^0 = \frac{b_1}{b_0}$, $\tau = h_0 t$.

$$R_0^{(M)}(r, t) = -\varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1}, t\right), \quad R_1^{(M)}(r, t) = -E_1\left(-\frac{r^2}{4a_1 t}\right), \quad (8)$$

$$\varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1}, t\right) = \int_0^{\xi} E_1\left(-\frac{r^2}{4a_1 u}\right) du.$$

В (8) $\varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1}, t\right)$ - табулированная функция, $E_1(-x)$ -

интегральная показательная функция [2].

Для определения параметров пласта следует использовать результаты опытных откачек по предлагаемой схеме опытного куста (рис. 2). Применяя (5) и (6) для расчетной схемы на рис. 2, получим систему уравнений при откачке воды из напорного горизонта с постоянным расходом для периодов времени t_1 и t_2 :

$$S_1(r_0, t_1) = -\frac{\bar{e}b_0b_1t_1^2}{2} + \frac{Q_1}{4\pi T_1} \ln \frac{2.25a_1t_1}{r_0^2} \quad (9)$$

$$S_2(r_{12}, t_1) = -\frac{\bar{e}b_0b_1t_1^2}{2} - \frac{Q_1}{4\pi T_1} E\left(-\frac{r_{12}^2}{4a_1t_1}\right) \quad (10)$$

$$S_3(r_{11}, t_1) = -\frac{\bar{e}b_0t_1}{6}(b_1b_0t_1^2 + 6) - \frac{Q_1}{4\pi T_1} b_0\varphi_1\left(\frac{r_{11}^2}{a_1^2}t_1\right), \quad t=1,2. \quad (11)$$

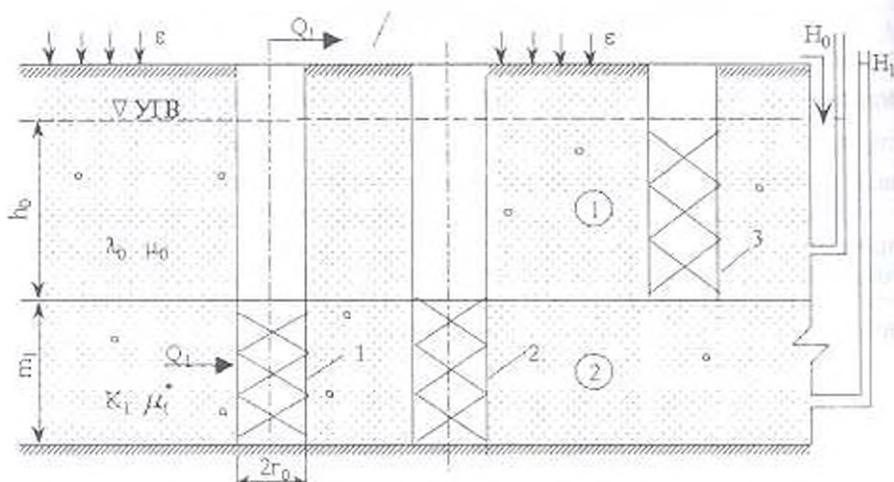


Рис 2 Расчетная схема опытного куста для определения гидродинамических параметров: 1 - центральная скважина 2 и 3 - наблюдательные скважины

После совместного решения уравнений (9-11) получим расчетные формулы для определения параметров:

$$\begin{aligned} \frac{S_1(r_0, t_1) - S_1(r_{12}, t_1)}{S_1(r_0, t_2) - S_1(r_{12}, t_2)} &= S_1\left(\frac{r_0}{r_{12}}, \frac{t_1}{t_2}\right) = \\ &= \frac{\ln \frac{2.25a_1t_1}{r_0^2} + E\left(-\frac{r_{12}^2}{4a_1t_1}\right)}{\ln \frac{2.25a_1t_2}{r_0^2} + E\left(-\frac{r_{12}^2}{4a_1t_2}\right)} = \varphi(a_1). \end{aligned} \quad (12)$$

Из (12) путем подбора находим значение a_1 , по данным которого определяем T_1 :

$$T_1 = \frac{Q_1 \left(\ln \frac{2.25a_1t_1}{r_0^2} + E\left(-\frac{r_{12}^2}{4a_1t_1}\right) \right)}{4\pi(S_1(r_0, t_1) - S_1(r_{12}, t_1))} \quad (13)$$

Из уравнения (9) получим

$$\bar{c}b_1b_0 = \frac{Q \ln \frac{t_2}{t_1} - 4\pi T_1 (S_1(r_0, t_2) - S_1(r_0, t_1))}{2\pi T_1 (t_2^2 - t_1^2)} \quad (14)$$

Из уравнения (10), аналогично (12), имеем

$$\begin{aligned} \bar{c}b_1b_0 &= \\ &= \frac{Q_1 \left[E_1 \left(-\frac{r_{12}^2}{4a_1 t_1} \right) - E_1 \left(-\frac{r_{12}^2}{4a_1 t_2} \right) \right] - 4\pi T_1 [S_1(r_{12}, t_2) - S_1(r_{12}, t_1)]}{2\pi T_1 (t_2^2 - t_1^2)} = \\ &= \varphi(\bar{c}). \end{aligned} \quad (15)$$

Подставляя осредненные значения $\bar{c}b_0b_1$ из (14) и (15) в (11), получим

$$b_0b_1 = \frac{12\pi T_1 t_1 \varphi(\bar{c})}{2\pi T_1 t_1 (t_1^2 \varphi(\bar{c}) - S_1(r_{12}, t_1)) + 3Q_1 \varphi_1 \left(\frac{r_{12}}{a_1} t_1 \right)} \quad (16)$$

По данным (15) и (16) определяем

$$\bar{c} = \frac{\varphi(\bar{c})}{b_0b_1} \quad (17)$$

Из (11) имеем

$$b_0 = \frac{24\pi T_1 S_0(r_{12}, t_1)}{4\pi T_1 c_1 (b_1b_0(t_1^2 + 6)) + 6Q_1 \varphi_1 \left(\frac{r_{12}}{a_1} t_1 \right)} \quad (18)$$

На основе значений безразмерных параметров (12)-(18) и m , h_0 по предложенным формулам определяем гидродинамические параметры:

$$\mu_1^* = \frac{T_1}{a_1}, \quad \lambda_0 = b_1b_0\mu_1^*, \quad \mu_0 = \frac{b_1}{b_0}\mu_1^*, \quad k_1 = \frac{T_1}{m_1}, \quad \varepsilon = c\mu_0. \quad (19)$$

Таким образом, на основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

- получены расчетные формулы для определения понижения уровней подземных вод в любой точке при малых временах откачки воды из верхнего напорного горизонта с постоянным расходом;

- по данным натуральных опытно-фильтрационных работ, проведенных согласно предложенной схеме опытного куста (рис.2), а также по приведенным формулам (12)-(19) определяются как безразмерные, так и отдельные гидродинамические параметры покровного и напорного водоносных горизонтов;

- по данным гидродинамических параметров двухслойной водонесной голши можно решить различные задачи водопонижения и дренажа, а также установить эксплуатационные запасы подземных вод.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Казарян С.М. Водный обмен на фоне вертикального дренажа – Ереван: Айастан, 1988 – 267 с.
- 2 Джавадян Ю.Л., Казарян С.С. О фильтрационных краевых задачах вод Араратской равнины // ДНАН РА. - 1988. - Т. 98. № 1. - С. 38-44
- 3 Казарян С.С. Определение гидродинамических параметров многослойной толщи по данным опытных откачек через линейный ряд скважин // Изв. НАН РА и ГИУА. - Сер. ТН. - 1998. - Т. 51. №1. - С. 98-104

Армсельхозакадемия

15.03.1998

Изв. НАН и ГИУА Армении (сер. ТН), т. 41, № 3, 1999 г., 402-409.

УДК 622.692.4.533.27

ГИДРАВЛИКА

Г.М. НАЦВЛИШВИЛИ

ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗСОДЕРЖАНИЯ В ВОСХОДЯЩЕМ ВЕРТИКАЛЬНОМ И НАКЛОННОМ ТРЕХКОМПОНЕНТНОМ ПРОБКОВОМ ПОТОКЕ

Առաջարկվում է երկիմաստի երկրորեռանկարի կամ վեց ներքինի խորանցքերում եռաբաղադրյալ խառնուրդի շարժման կիսափոփոխիմ առարկաներ: Մասնավորապես, նկատարվում է խառնուրդի կոմպոն գազափարսեանիման խնայող՝ կարգում սեպափ շտեմբիչներնց սեպափորի կրկանկրան սեպափոր սրբագործան հանգանակ սամուցիկաշուն, Արթրեանի թիվ), խորանցքի թերթյան անկյունից և սինյ սարմնի ճախարային խտությունից: Տեսագրումից են եռաբաղադրյալ խառնուրդի ֆիզիկական պարամետրերն սինյունից և կրկանային սամուցիկաշուն, խտություն և սինյ) կրկանայինները սինյո բուխարեանային և կոպի ճախարային խտությունից:

Предлагается полуэмпирическая теория движения трехкомпонентной смеси в вертикальных или наклонных всасывающих трубах эрлифтов. В частности, исследована задача определения истинного газосодержания смеси в зависимости от безразмерных критериев (безразмерная скорость всплытия пузыря, обратная вязкость, число Архимеда, угла наклона трубы и объемной концентрации твердого материала. Исследованы зависимости физических параметров трехкомпонентной смеси (динамическая и кинематическая вязкость, плотность и т.д.) от объемных концентраций газа и твердой компоненты.

Ил. 5. Библиогр.: 6 назв.

A semi-empiric theory of a three-component mixture in vertical and sloping suction airlift pipe is proposed. Real gas-containing mixture determination problem is particularly studied in terms of dimensionless criteria (dimensionless bubble float rate, reverse viscosity, Archimedes number), angle of pipe slope and volume concentration of solid material. Physical parameters of three component mixture (dynamic and kinematic viscosity, density, etc.) dependences on volumetric gas and solid component concentrations are studied.

Il. 5. Ref. 6.

При практическом использовании эрлифтов для гидроподъема трехкомпонентной смеси часто возникает необходимость подъема по наклонной всасывающей трубе. Эрлифты с наклонными всасывающими трубами применяются при разработке месторождений полезных ископаемых, траншейной разработке грунта на дне водоемов, в качестве грунтозаборных устройств, при дноуглублении, морской гидродобыче и т.д. [1]. На практике наиболее часто встречаются пробковые (снарядные) режимы работы эрлифтных установок или же переходные: пузырьково-снарядный или снарядно-кольцевой. Рассмотрим подробно снарядный режим движения трехкомпонентной смеси.

Так как при движении газожидкостных смесей в наклонных трубопроводах существенный вклад в суммарные потери давления вносят гравитационные потери, то возникает необходимость установления зависимости истинного газосодержания (как основной фактор, определяющий гравитационные потери) от ориентации трубопровода в пространстве. Следует отметить, что в настоящее время для двухкомпонентного потока (жидкость - газ) исследование в основном ведется в двух направлениях. Основу первого направления составляет модель дрейфа Зубера [2], согласно которой считается, что скорость всплытия пузыря в наклонной трубе $w_{\text{в}}$ зависит от угла наклона трубы к вертикали. Второе направление характеризуется поиском конкретного вида зависимости истинного газосодержания от угла наклона $\varphi = f(\alpha)$.

Можно считать, что в существующих работах дан практически исчерпывающий ответ на поставленные вопросы в случае двухкомпонентной смеси.

В настоящей работе сделана попытка построения полуэмпирической теории для трехкомпонентной смеси (жидкость-газ+твердые частицы), основанной на некоторых авторских гипотезах и существующей полуэмпирической теории для двухкомпонентной смеси (жидкость-газ).

Основная гипотеза состоит в том, что трехкомпонентная смесь (жидкость+газ+твердые частицы) сводится к двухкомпонентной: несущая среда - квазиконтиниум (жидкость+твердые частицы) - газ. Следует отметить, что окончательные результаты свидетельствуют о правомерности (с довольно большой точностью) этой гипотезы.

Введем некоторые понятия. Если обозначить через $\rho_{\text{ж}}$, $\rho_{\text{г}}$ и $\rho_{\text{т}}$ плотности жидкой, газообразной и твердой компоненты, а расходные концентрации газообразной и твердой компоненты через β и α , то для плотности квазиконтиниума $\rho_{\text{к}}$ будем иметь

$$\rho_{\text{к}} = \left(1 - \frac{\alpha}{1-\beta}\right) \rho_{\text{ж}} + \frac{\alpha}{1-\beta} \rho_{\text{т}} \quad (1)$$

Аналогично, для коэффициентов динамической и кинематической вязкости будем иметь [3]

$$\mu_{\text{к}} = \mu_{\text{ж}} \left(1 + 2.5 \frac{\alpha}{1-\beta}\right) \quad (2)$$

$$v_{cs} = \frac{\mu_c \left(1 + 2.5 \frac{\alpha}{1-\beta} \right)}{\left(1 - \frac{\alpha}{1-\beta} \right) \rho_c + \frac{\alpha}{1-\beta} \rho_s} \quad (3)$$

На рис. 1 а,б,в построены графики зависимости физических параметров несущей среды ρ_{cs} , μ_{cs} и v_{cs} от β и α для смеси: вода+воздух+песок ($\rho_w = 1.2 \text{ кг/м}^3$; $\rho_a = 10^{-3} \text{ кг/м}^3$; $\rho_s = 2.7 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$; $\mu_w = 0.000175 \text{ нс/м}^2$; $\mu_a = 0.001 \text{ нс/м}^2$).

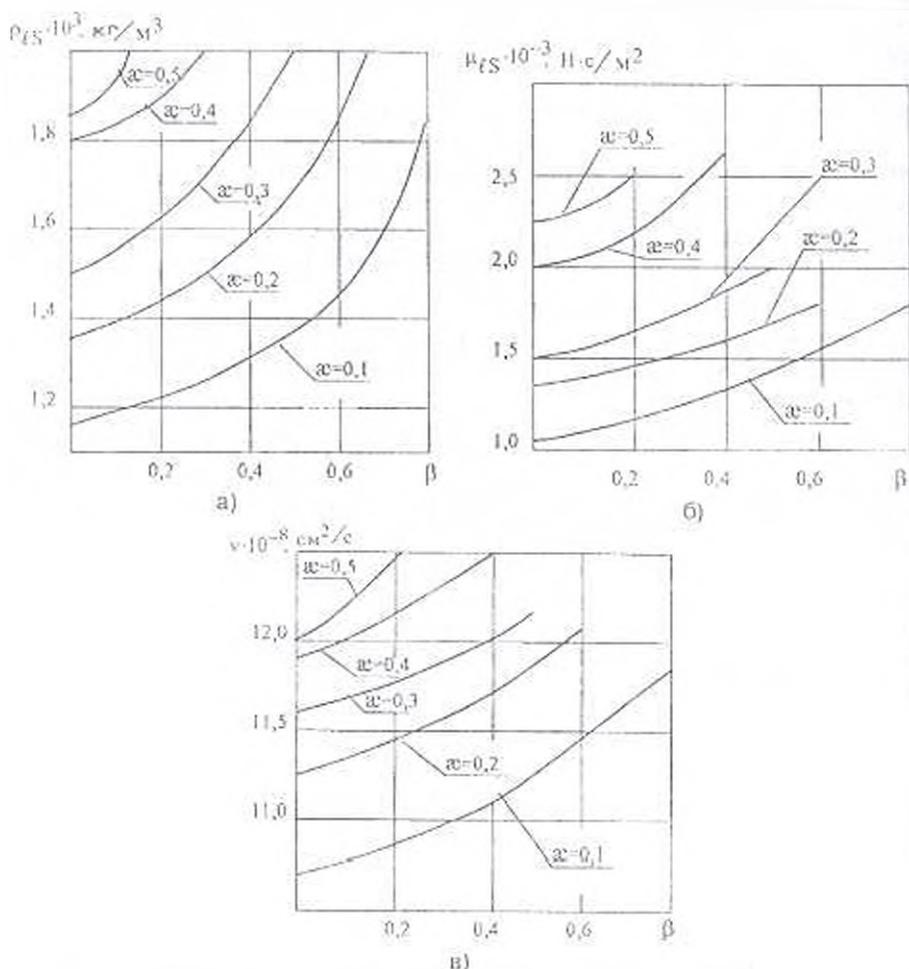


Рис. 1 а - Зависимости а - плотности несущей среды от расходного газосодержания; б - коэффициента динамической вязкости несущей среды от расходного газосодержания; в - коэффициента кинематической вязкости несущей среды от расходного газосодержания

Всплытие пузыря в жидкости происходит под действием подъемной силы. Скорость $\omega_{\text{в}}$, с которой одиночный пузырь сплывает в неподвижной жидкости, определяется взаимодействием подъемной силы и других сил, действующих на пузырь и зависящих от его формы и характера движения. Как показали эксперименты, кроме подъемной силы, существенными оказываются только три силы, вызванные инерцией жидкости, вязкостью жидкости и поверхностным натяжением. Соотношение между подъемной силой и этими тремя силами может быть выражено через три безразмерных комплекса [3]:

$$\frac{\rho_{\text{ж}} \omega_{\text{в}}^2}{Dg(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}, \quad \frac{\omega_{\text{в}} \mu_{\text{ж}}}{D^2 g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}, \quad \frac{\sigma}{D^3 g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}$$

где D - диаметр трубы; σ - коэффициент поверхностного натяжения.

Согласно нашей гипотезе, эти три безразмерных комплекса будут иметь следующий вид:

$$\frac{\rho_{\text{ж}} \omega_{\text{в}}^2}{Dg(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}, \quad \frac{\omega_{\text{в}} \mu_{\text{ж}}}{D^2 g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}, \quad \frac{\sigma}{D^3 g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}$$

Общее решение задачи представляет собой функцию этих трех параметров, которые могут быть тем или иным образом комбинированы в виде новых безразмерных величин. Так как решение описывается тремя параметрами, то его можно представить в виде графика на плоскости, взяв в качестве переменных любые два безразмерных комплекса и рассматривая при этом третий независимый безразмерный комплекс как параметр. Например, в качестве первой величины можно выбрать безразмерную скорость K , определяемую из первого безразмерного комплекса:

$$K = \frac{\omega_{\text{в}}}{\rho_{\text{ж}}^{1/2} [gD(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})]^{1/2}}$$

Если из первых двух безразмерных комплексов исключить $\omega_{\text{в}}$, то получится комплекс N_1 , который называется безразмерной обратной вязкостью:

$$N_1 = \frac{|D^2 g[(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}}) \rho_{\text{ж}}]|^{1/2}}{\mu_{\text{ж}}} \quad (4)$$

Третий же параметр можно получить путем исключения $\omega_{\text{в}}$ и D . Полученный критерий, называемый числом Архимеда, зависит только от свойств жидкости и ускорения силы тяжести:

$$Ar = \frac{\sigma^{1/2} \rho_{\text{ж}}}{\mu_{\text{ж}}^2 g^{1/2} (\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})^{1/2}} \quad (5)$$

Часто применяют обратную величину третьего параметра, которую называют числом Этвиша

$$E\ddot{o} = \frac{gD^3(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})}{\sigma} \quad (6)$$

Установлено, что в случае превалирования сил поверхностного натяжения двухкомпонентной смеси (когда пузырь не движется) при условии равновесия имеем $Eu < 3,37$.

Подставляя в (4)-(6) значения из (1) - (3), получим

$$\frac{N_1}{Dg^{1/2}} = \frac{\left\{ \left[\left(1 - \frac{\alpha}{1-\beta} \right) \rho_c + \frac{\alpha}{1-\beta} \rho_s \right] - \rho_s \right\} \left[\left(1 - \frac{\alpha}{1-\beta} \right) \rho_c + \frac{\alpha}{1-\beta} \rho_s \right]^{1/2}}{\mu_s \left(1 + 2,5 \frac{\alpha}{1-\beta} \right)} \quad (7)$$

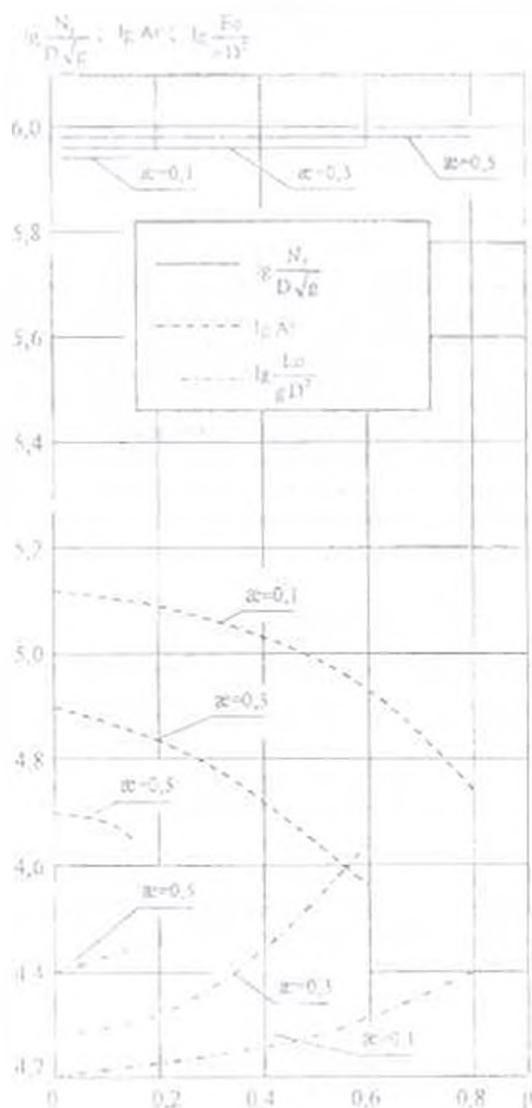


Рис. 7. Зависимость приведенной безразмерной обратной вязкости числа Архимеда и приведенного числа Этвюша от радиального коэффициента и концентрации твердой компоненты.

$$Ar = \frac{\sigma^{1/2} \left[\left(1 - \frac{\alpha}{1-\beta} \right) \rho_c + \frac{\alpha}{1-\beta} \rho_s \right]}{\mu_c^2 \left(1 + 2,5 \frac{\alpha}{1-\beta} \right)^2 g^{1/2} \left\{ \left[\left(1 - \frac{\alpha}{1-\beta} \right) \rho_c + \frac{\alpha}{1-\beta} \rho_s \right] - \rho_g \right\}^{1/2}} \quad (8)$$

$$\frac{Eo}{gD^2} = \frac{\left[\left(1 - \frac{\alpha}{1-\beta} \right) \rho_c + \frac{\alpha}{1-\beta} \rho_s \right] - \rho_g}{\sigma} \quad (9)$$

Зависимости трех приведенных параметров от β и α даны на рис. 2. Если рассматривать диаметр вертикальной трубы в пределах $D=0,1 \dots 0,5$ м, то безразмерные комплексы будут изменяться в следующих диапазонах (в случае воды $\sigma=72$ дин/см): $N_1 = 7,9 \cdot 10^3 \dots 9,3 \cdot 10^5$; $Eo = 1,6 \cdot 10^3 \dots 77,5 \cdot 10^4$; $Ar = 3,6 \cdot 10^4 \dots 13,6 \cdot 10^4$.

В этих диапазонах для двухкомпонентной жидкости, согласно [4-6], имеются следующие значения безразмерной скорости всплытия: $K=0,351$ [4]; $K=0,328$ [5]; $K=0,346$ [6].

Приведенные выше диапазоны безразмерных комплексов соответствуют области преобладающего влияния инерционных сил ($N_1 > 300$, $Eo > 100$). Согласно экспериментальным данным, для безразмерной скорости подъема пузыря при снаряжном режиме течения получена кривая, хорошо аппроксимирующаяся зависимостью (рис. 3)

$$K = 0,1521 (\lg N_1)^{0,5125} \quad (10)$$

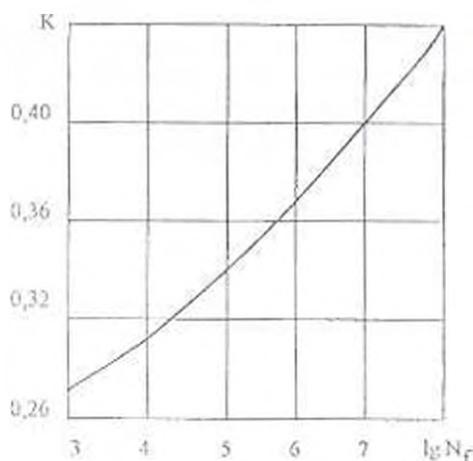


Рис. 3. Зависимость безразмерной скорости подъема пузыря при снаряжном режиме движения от безразмерной обратной вязкости

Перейдем к снаряжному течению в наклонных трубах ось которых составляет с вертикалью угол α . Такое течение для

двухкомпонентной смеси было исследовано Рунге [6]. Для описания можно использовать те же параметры, что и в случае вертикального течения. К ним следует добавить только угол α . Для каждого значения α безразмерная скорость подъема пузыря характеризуется серией кривых, аналогичных приведенным на рис. 4. Так как в общем виде

$$K = K(N_r; E\delta; \alpha), \quad (11)$$

то проще и удобнее представить скорость пузыря в наклонной трубе в относительном виде, разделив (11) на величину K , которая соответствует случаю движения пузыря в той же жидкости в вертикальной трубе. Тогда получим

$$\frac{v_a}{v_0} = \frac{K(N_r; E\delta; \alpha)}{K(N_r; E\delta; 0)} \quad (12)$$

Однако проще пройти по намеченному выше другому пути, т.е. определить прямое установление зависимости $\varphi = f(\alpha)$.

С этой целью был проведен двухфакторный эксперимент с полным ортогональным планом, где в качестве факторов были выбраны число Фруда и синус угла наклона трубы к вертикали. В ходе обработки производился переход факторов к кодированным величинам, диапазон изменения которых $[-1; +1]$. Диапазон изменения реальных факторов следующий: $F_r = 1,0 \dots 10,0$; $\sin \alpha = 0,1736 \dots 0,8660$ ($\alpha = 10^\circ \dots 60^\circ$).

Окончательное уравнение регрессии для определения поправочного коэффициента следующее:

$$K_{\alpha} = 0,9325X_1 - 0,0149X_2 - 0,4340X_1^2 + 0,0306X_2^2 + 0,0280X_1X_2, \quad (13)$$

где X_1 и X_2 - кодированные значения факторов, соответствующие F_r и $\sin \alpha$.

Согласно основным положениям теории планирования и обработки эксперимента, производилась оценка однородности дисперсии, значимости коэффициентов и адекватности модели.

На рис. 4 а,б представлены графики зависимости K_{α} от числа Фруда и угла наклона трубы к вертикали.

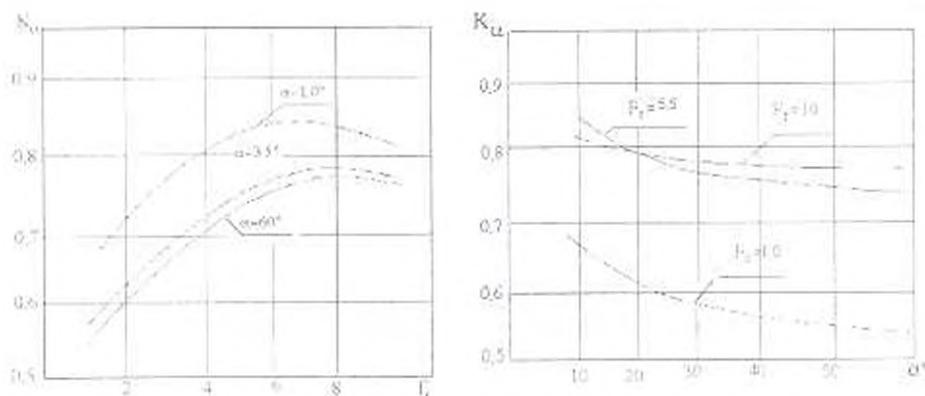


Рис. 4 Зависимости поправочного коэффициента от: а - числа Фруда, б - угла наклона трубы к вертикали

Зная коэффициент K_{α} , можно определить истинное газосодержание по зависимости

$$\varphi_{\alpha} = \varphi_0 K_{\alpha}(\alpha, \beta, Gr), \quad (14)$$

где φ_{α} и φ_0 - истинное газосодержание в наклонных и вертикальных трубах.

На рис. 5 представлены графики зависимости φ/β от α для различных чисел Фруда. Угол наклона меняется до 60° . Экспериментальные данные представлены в виде зависимости отношения истинного газосодержания к расходу от угла наклона трубы.

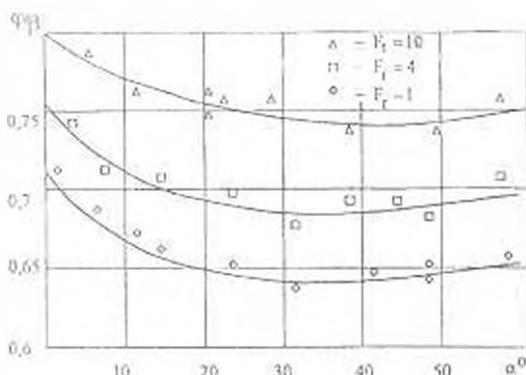


Рис. 5. Зависимость φ/β от угла наклона трубы к вертикали для различных чисел Фруда

С увеличением угла наклона трубы φ уменьшается, достигая минимума приблизительно при $30^\circ \dots 40^\circ$, затем увеличивается (следует отметить, что φ/β для вертикальной трубы всегда меньше соответствующего значения при различных углах). С ростом Fr влияние α уменьшается и для чисел Фруда больше 10 практически не проявляется. Этот факт можно объяснить следующим образом: при больших числах Фруда смесь более равномерно распределяется по сечению трубы, что приводит к уменьшению проскальзывания газа и, как следствие этого, к росту истинного газосодержания.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Папаяни Ф.А. и др. Энциклопедия эрлифтов - Донецк, 1995 - 592 с.
- 2 Zuber N., Findlay J.A. Average Volumetric Concentration in Two-phase Flow Systems // J. of Heat Trans. Trans of the ASME Ser. "C". - 1965. November. - P. 453-467
- 3 Уоллис Г. Неоднородные двухфазные течения. - М.: Мир, 1972. - 440 с.
- 4 Dymitrescu D.T.Z. Angew. Math. Mech. - 1943. - T. 139. № 3, - P. 171-186.
- 5 Davies R.M., Taylor G.I. Proc. Roy. Soc. London 200 A. - 1950. - P. 375-390.
- 6 Runge D.E., Wallis G.B. AEO Rept. NYO 3114-8 (EURAEC-1416) - 1965. - P. 82-93

Р.М. ХАЧАТРЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРУБОПРОВОДОВ НАСОСНОЙ СТАНЦИИ

Ստացված է անալիտիկական բարդ (ներծնոս և մղման) խողովակաշարերի համարվելով դիտարկվող որոշելու վերջնական անջատված բնիանուր դեպքի հասնար, երբ ու խարբեր մակնիշների զանազան m_1, m_2, \dots, m_m բանակների կենտրոնախառու արմպեր ուշխառում են ու ստորեր արանելիների զանկարած n_1, n_2, \dots, n_n բանակների ուղման խողովակաշարերի հետ զուգահեռ Վն նուարվարումն է ընկեսում կշտորնն կուտակելու արմպակարանի բարդ խողովակաշարերի զանախառնի $(\sum Q_{p_i} - H_{p_i})_n$ բնուրաղվար և որմկար արմպակաշարերի արանարվակախառնարներ արմպերի և խողովակաշարերն զանկարած յնուրաղվարն ու բանակների դեպքում:

Получена аналитическая зависимость при определении эквивалентного сопротивления всех (всасывающих и нагнетательных) трубопроводов насосной станции для общего случая, когда параллельно работают m неодинаковых центробежных насосов в любых их количествах $m_1, m_2, \dots, m_m \in n$ неодинаковыми нагнетательными трубопроводами в любых их количествах n_1, n_2, \dots, n_n . Она дает возможность построить точную суммарную характеристику $(\sum Q_{p_i} - H_{p_i})_n$ всех трубопроводов насосной станции и определить ее производительность при любых характеристиках и количествах насосов и трубопроводов.

Ил. 1. Библиогр. 5 назв.

An analytical dependence for determining equivalent resistance of all pumping station pipelines (suction and delivery) in case when m centrifugal pumps of different types work in parallel at any quantity of m_1, m_2, \dots, m_m with n different delivery pipelines at any quantity of n_1, n_2, \dots, n_n is obtained. It gives a possibility to draw an exact integral characteristic curve $(\sum Q_{p_i} - H_{p_i})_n$ of all pumping station pipelines and determine its productivity at any characteristics and quantity of centrifugal pumps and pipelines.

Fig. 1. Ref. 5.

Для получения зависимости по определению производительности насосной станции при параллельной работе m центробежных насосов с n нагнетательными трубопроводами следует совместно решить нижеприведенную систему уравнений суммарных характеристик насосов $(\sum Q_{p_i} - H_{p_i})_n$ и трубопроводов насосной станции $(\sum Q_{t_i} - H_{t_i})_n$:

$$\begin{cases} H_s = H_{s0n} - S_{s0n} (\sum Q_{p_i})^2, \\ H_t = H_{t0n} + S_{t0n} (\sum Q_{t_i})^2. \end{cases} \quad (1)$$

где $H_{\text{гнм}}$ и $S_{\text{гнм}}$ - соответственно фиктивный напор и фиктивное сопротивление суммарной характеристики m центробежных насосов; H_1 - геометрическая высота подачи жидкости (разность отметок максимального уровня жидкости в водонапорном резервуаре и минимального ее уровня в нижнем резервуаре); $S_{\text{ст}}$ - эквивалентное сопротивление всех трубопроводов насосной станции;

$$S_{\text{ст}} = S_{\text{вн}} + S_{\text{вн}} \quad (2)$$

$S_{\text{вн}}$ - эквивалентное сопротивление всасывающих и нагнетательных трубопроводов, установленных внутри здания насосной станции; $S_{\text{вн}}$ - эквивалентное сопротивление нагнетательных трубопроводов, установленных вне здания насосной станции; $\sum Q_{\text{вн}}$ и $\sum Q_{\text{ст}}$ - соответственно суммарный расход жидкости, нагнетаемой насосами и подаваемой по нагнетательным трубопроводам, установленным вне здания насосной станции.

Имея в виду, что для режимной точки A_m совместной работы системы насосы-трубопроводы $H_{\text{н}} = H_1 = H_{\text{А}}$ и $\sum Q_{\text{вн}} = \sum Q_{\text{ст}} = Q_{\text{А}}$ (рис.), из (1) получим зависимость для определения производительности насосной станции [1-3]:

$$Q_{\text{А}} = \sqrt{(H_{\text{гнм}} - H_1) / (S_{\text{гнм}} + S_{\text{ст}})} \quad (3)$$

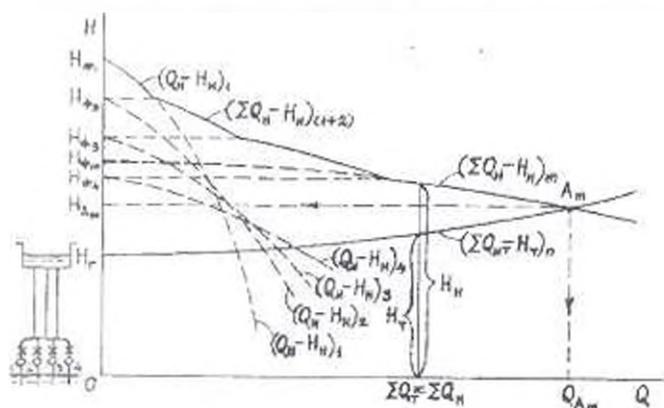


Рис.

Очевидно, что для определения $Q_{\text{А}}$ надо иметь значения параметров $S_{\text{гнм}}$ и $H_{\text{гнм}}$ суммарной характеристики насосов и эквивалентного сопротивления $S_{\text{ст}}$ суммарной характеристики трубопроводов насосной станции (значение H_1 является одним из исходных данных проектирования).

Выведем зависимость по определению эквивалентного сопротивления $S_{\text{ст}}$ для общего случая: при параллельной работе m неодинаковых центробежных насосов с n неодинаковыми нагнетательными трубопроводами. С этой целью напишем уравнения

характеристик $Q_{\text{ит}} - H_{\text{ит}}$ по m ниткам всасывающих и нагнетательных трубопроводов, установленных внутри, и по n ниткам нагнетательных трубопроводов, установленных вне здания насосной станции:

$$\begin{cases} H_{\text{ит}1} = H_p + (S_{\text{вс}(\text{ит}1)} + S'_{\text{на}(\text{ит}1)})Q_{\text{ит}1}^2 + S_{\text{на}(\text{ит}1)}Q_{\text{ит}1}^2 \\ = = = = = \\ H_{\text{ит}m} = H_p + (S_{\text{вс}(\text{ит}m)} + S'_{\text{на}(\text{ит}m)})Q_{\text{ит}m}^2 + S_{\text{на}(\text{ит}m)}Q_{\text{ит}m}^2 \\ = = = = = \\ H_{\text{ит}n} = H_p + (S_{\text{вс}(\text{ит}n)} + S'_{\text{на}(\text{ит}n)})Q_{\text{ит}n}^2 + S_{\text{на}(\text{ит}n)}Q_{\text{ит}n}^2 \end{cases} \quad (4)$$

где $H_{\text{ит}i}$ - одинаковый напор для всех m ниток трубопроводов; $S_{\text{вс}(\text{ит}i)}$ - полные сопротивления всасывающих трубопроводов насосов; $S'_{\text{на}(\text{ит}i)}$ - полные сопротивления нагнетательных трубопроводов, установленных внутри здания насосной станции; $S_{\text{на}(\text{ит}i)}$ - полные сопротивления нагнетательных трубопроводов, установленных вне здания насосной станции.

Причем

$$\begin{cases} S_{\text{вс}(\text{ит}i)} = K_{\text{вс}(\text{ит}i)} S_{\text{вс}(\text{ит}i) \cdot \text{ит}i} + \frac{\sum \zeta_{\text{вс}(\text{ит}i) \cdot \text{ит}i}}{2gA_{\text{ит}i}^2} \\ S'_{\text{на}(\text{ит}i)} = K_{\text{на}(\text{ит}i)} S_{\text{на}(\text{ит}i) \cdot \text{ит}i} + \frac{\sum \zeta_{\text{на}(\text{ит}i) \cdot \text{ит}i}}{2gA_{\text{ит}i}^2} \\ S_{\text{на}(\text{ит}i)} = K_{\text{на}(\text{ит}i)} S_{\text{на}(\text{ит}i) \cdot \text{ит}i} + \frac{\sum \zeta_{\text{на}(\text{ит}i) \cdot \text{ит}i}}{2gA_{\text{ит}i}^2} \end{cases} \quad (5)$$

Все обозначения в зависимостях (5) известны.

Расходы жидкости, подаваемой по каждому из неодинаковых нагнетательных трубопроводов, согласно (4), имея в виду, что

$$H_{\text{ит}1} = \dots = H_{\text{ит}m} = \dots = H_{\text{ит}n} = H_p = \text{idem}$$

и

$$(S_{\text{вс}(\text{ит}i)} + S'_{\text{на}(\text{ит}i)})Q_{\text{ит}i}^2 = (S_{\text{вс}(\text{ит}j)} + S'_{\text{на}(\text{ит}j)})Q_{\text{ит}j}^2 = \text{idem},$$

определяются по зависимостям

$$\begin{cases} Q_{\text{ит}1} = \sqrt{[H_p - H_c - (S_{\text{вс}(\text{ит}1)} + S'_{\text{на}(\text{ит}1)})Q_{\text{ит}1}^2] / S_{\text{на}(\text{ит}1)}} \\ = = = = = \\ Q_{\text{ит}m} = \sqrt{[H_p - H_c - (S_{\text{вс}(\text{ит}m)} + S'_{\text{на}(\text{ит}m)})Q_{\text{ит}m}^2] / S_{\text{на}(\text{ит}m)}} \\ = = = = = \\ Q_{\text{ит}n} = \sqrt{[H_p - H_c - (S_{\text{вс}(\text{ит}n)} + S'_{\text{на}(\text{ит}n)})Q_{\text{ит}n}^2] / S_{\text{на}(\text{ит}n)}} \end{cases} \quad (6)$$

Суммарный расход жидкости, подаваемой всеми нагнетательными трубопроводами, согласно (6), будет

$$\sum Q_{\text{от}} = Q_{\text{от(1)}} + \dots + Q_{\text{от}(p)} + \dots + Q_{\text{от}(n)} =$$

$$= \sqrt{H_1 - H_2 - (S_{\text{от}} + S'_{\text{от}})} Q_{\text{от}} \left(\frac{1}{\sqrt{S_{\text{от(1)}}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{S_{\text{от}(p)}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{S_{\text{от}(n)}}} \right) \quad (7)$$

Возведя в квадрат обе части уравнения (7) и учитывая, что, согласно условию неразрывности движения жидкости, $mQ_{\text{от}} = \sum Q_{\text{от}}$, получим выражение для определения H_1 при параллельной работе m одинаковых центробежных насосов с n неодинаковыми нагнетательными трубопроводами:

$$H_1 = H_2 + \left[\left(\frac{m}{\sqrt{S_{\text{от}} + S'_{\text{от}}}} \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{S_{\text{от}(j)}}} \right)^2 \right] (\sum Q_{\text{от}})^2 \quad (8)$$

а при параллельной работе m неодинаковых центробежных насосов с n неодинаковыми нагнетательными трубопроводами:

$$H_1 = H_2 + \left[\left(\sum_{i=1}^m \frac{1}{\sqrt{S_{\text{от}(i)} + S'_{\text{от}(i)}}} \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{S_{\text{от}(j)}}} \right)^2 \right] (\sum Q_{\text{от}})^2 \quad (9)$$

В зависимостях (8) и (9) выражения в средних скобках, согласно второму уравнению системы уравнений (1), представляют собой эквивалентные сопротивления всех трубопроводов насосной станции ($S_{\text{от}}$).

В наиболее общем случае, когда m неодинаковых центробежных насосов в количествах $m_1, \dots, m_2, \dots, m_n$ параллельно работают с n неодинаковыми нагнетательными трубопроводами в количествах $\Pi_1, \dots, \Pi_2, \dots, \Pi_n$, эквивалентное сопротивление всех трубопроводов насосной станции следует определять по зависимости

$$S_{\text{от}} = \left(\sum_{i=1}^m \frac{m_i}{\sqrt{S_{\text{от}(i)} + S'_{\text{от}(i)}}} \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^n \frac{\Pi_j}{\sqrt{S_{\text{от}(j)}}} \right)^2 \quad (10)$$

Эквивалентное сопротивление всех трубопроводов насосной станции в случае параллельной работы m одинаковых центробежных насосов с n одинаковыми нагнетательными трубопроводами, согласно (10), определится по зависимости [4, 5]

$$S_{\text{от}} = \frac{S_{\text{от}} + S'_{\text{от}}}{m^2} + \frac{S_{\text{от}}}{n^2} \quad (11)$$

Таким образом, зависимость (10) дает возможность определить эквивалентное сопротивление всех всасывающих и нагнетательных трубопроводов насосной станции при совместной параллельной работе любого количества m неодинаковых центробежных насосов с любым количеством n неодинаковых нагнетательных трубопроводов. Имея также значения фиктивных параметров $S_{\text{от}}$ и $\Pi_{\text{от}}$ суммарной характеристики насосов, можно по зависимости (3) с достаточно

высокой точностью определить производительность насосной станции.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Прегер Е.А. Аналитическое исследование параллельной работы насосов // Научные труды ЛИСИ - 1953 - Вып. 16 - С. 32-46
- 2 Ильин В.Г. Расчет совместной работы насосов, подопроводных сетей и резервуаров. - Киев: Госстройиздат УССР, 1963. - 136 с.
- 3 Хачатрян Р.М. Определение производительности насосной станции при параллельной работе двух одинаковых центробежных насосов с одинаковыми нагнетательными трубопроводами // Бюллетень строителей Армении. Специальный выпуск. - 1997 - №12(17) - С. 28-32 (на арм. яз.).
- 4 Хачатрян Р.М. Определение коэффициента редукции производительности параллельно работающих одинаковых центробежных насосов // Исследования по гидротехнике и санитарной технике. Межвуз. темат. сб. науч. тр. / ЕрПИ. - Ереван, 1984. - С. 64-70.
- 5 Хачатрян Р.М. К выбору производительности основного насоса водопроводной насосной станции // Исследования по гидротехнике и санитарной технике. Межвуз. темат. сб. науч. тр. / ЕрПИ. - Ереван, 1984 - С. 65-70.

ЕрАСИ

28.07.1998

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Խաչատրյան Թ.Թ., Սապոնջյան Օ.Մ. Ծննդյան 90-ամյակի կապակցությամբ.....	275
Համբարձումյան Ս.Ա., Բելուրբեկյան Մ.Վ. Բարակապատ սալլե՝ շռափույ ընդ տոխարության դեպքում.....	278
Աղալովյան Լ.Ա. Անիգոտրոպ հեծանների և ապերի տեխնական ու ստիպոլայան ուստանումների ամփոփագրություն.....	283
Սարգսյան Վ.Ս., Հայրապետյան Վ.Ժ. Անիգոտրոպ մարմնի առաձայակրոնության տեսության երկու հարթ խնդիրների լուծման մասին.....	289
Պետրոսյան Գ.Լ. Ծակոտկեն նյութերի պլաստիկ դեֆորմացիոն ուղեառանցի մասին.....	295
Պողոսյան Մ.Մ., Հակոբյան Ս.Ս., Ղազարյան Լ.Մ., Մուրադյան Ա.Ս. Մարեմոնտալիայան մոդելավորմամբ դեռալենների՝ ջերմաաղայթյունային մեթոդով մշակման մեխանիզմի որոշումները.....	303
Դարբինյան Հ.Վ. ԹԴՂ-ով հաստոցի դեկավարման կամակարգի փոխանցման ֆունկցիայի որոշումը.....	306
Աղամյան Վ.Գ., Զայիմջյան Գ.Մ. Երկնգրանի կտրիչի կառուցվածքի նախագծում.....	311
Մխչյան Լ.Մ., Օվչիննիկով Վ.Ի. Թորոսյան Ֆ.Ս. Գրտնակի և կզամի վրա ազդող ուժային պարամետրերի հետազոտումը սարկուաների էուպլոնումով անցրահանման դեպքում.....	315
Մանուկյան Ն.Վ., Ղազարյան Ա.Ն., Կասյան Վ.Լ., Թումանյան Գ.Ա., Զուռնաչյան Մ.Ղ., Մկրտչյան Հ.Գ. Պղնձե խտանությունների համայնքի մոտեցման տեխնոլոգիա.....	321
Մարտիրոսյան Վ.Հ., Մաձկայան Ա.Ռ., Սասունցյան Մ.Է. Երկուսի լարիդի՝ շրամնով վերականգնման ռեակցիայի մակրոկինետիկան և մեխանիզմը.....	328
Կարդաշյան Գ.Ա., Կարդաշյան Ա.Գ. Ֆեռմագնիսական նյութերի կոերցիտիվ ուժի և մնացորդային մագնիսականության որոշումը փոխադրման մագնիսոմրոն դաշտում.....	335
Հակոբջանյան Գ.Դ., Սաֆարյան Վ.Ս. Պասսիվ քառաբևեռի սինթեզի սրբազնի, վերաբերյալ.....	340
Գեորգյան Թ.Լ. Մատրիցային էկվիվալենտային փոխակերպումները և ՊոլիՎեզիկի համաստրան անկանոնությունները.....	346
Պետրոսյան Ն.Ն., Աբեյան Ա.Ռ. Բարեկազմված դինամիկական ջուլանիչներով պրանգիտություն թանոլիների կառուցման համակարգ ..	352
Թերզյան Հ.Ա., Մկրտչյան Ա.Պ. Բարդ տեխնիկական համակարգերի վերաբերյալ նախագիծ.....	356
Կիրակոսյան Գ.Տ. Արդյունաբերական թափոնների օգտահանման դինամիկ սխեմաների ուղեառանցիվ նախագիծ.....	363

Անտոնյան Ա.Շ. Կապանի բնակավայրատնտեսական կոմբինատի մանրագրան բաժանմունքի պարասենյուկի փոխակապիտալության ուսումնասիրությունը և վիճակագրական վերլուծությունը.....	369
Ղազանչյան Ա.Ն., Ղազանչյան Վ.Ն. Ստատիզմի փոփոխության հարցերը լարման ակտիվացման կարգավորիչներում.....	373
Պետրոսյան Ա.Ե. Տևուր համակարգի բազիսում ստեղծման մեթոդական սպեկտրով ազդանշանների և պատկերների վերականգնում.....	379
Սիմոնյան Ռ.Ն., Վեզիրյան Է.Գ., Մարտիրոսյան Օ.Ա. Ազգայնականի էքստրեմալ արձեղը ոլորտի սարք.....	388
Սարգսյան Վ.Ս., Նուրիջանյան Ս.Շ., Բաբայան Ն.Ա., Տեր-Պետրոսյան Պ.Ն. Բնոռնային կոնստրուկցիաներում ջերմային ռեժիմի կանխատեսման ջերմահաղորդականության տեսության մի խնդրի ստալիս.....	393
Ղազարյան Ս.Մ., Ալոյան Գ.Ա. Գրունտա-ճնշումային ջրատար հողաշերտի հիպոթեզի ստիպական պարամետրերի որոշումը ջրանման սվայներով.....	397
Նազվիշվիլի Գ.Մ. Գազուպարունակիան հետազոտությունը վերջնական հոյիզոնական և թեր էտաբաղադրի խոնային հարում.....	402
Նաչատրյան Ռ.Մ. Պլանկայանի խողովակաշարի համարվելը դիմադրության ոլորտի.....	410

СОДЕРЖАНИЕ

Хачатрян Т.Т., Сапонджян О.М. К 90-летию со дня рождения.....	275
Амбарцумян С.А., Белубекян М.В. Тонкая пластинка при действии поверхностной касательной нагрузки.....	278
Агаловян Л.А. Асимптотика собственных и вынужденных колебаний анизотропных балок и пластин.....	283
Саркисян В.С., Айрапетян В.Ж. К решению двух плоских задач теории упругости анизотропного тела.....	289
Петросян Г.Л. О работе пластических деформаций пористых материалов.....	295
Погосян М.М., Акопян С.С., Казарян Л.М., Мурадян А.С. Определение режимных условий при методе термовзрывной обработки деталей путем математического моделирования.....	303
Дарбинян А.В. Определение передаточной функции системы управления станка с ЧПУ.....	306
Адамян В.Г., Заимцян Г.М. Проектирование конструкции двухлезвийного резца.....	311
Мхоян Л.М., Овчинников В.И., Торосян Ф.С. Исследование параметров усилий, действующих на валок и оправку, при трехвалковой прошивке гильз.....	315
Манукян Н.В., Казарян А.Н., Касьян В.Л., Туманян Г.А., Зурначян М.К., Мкртчян Г.Г. Технология комплексной переработки медных концентратов.....	321
Мартirosян В.А., Мачкалян А.Р., Сасунцян М.Э. Макрокинетика и механизм реакции восстановления хлорного железа водородом.....	328
Кардашян Г.А., Кардашян А.Г. Определение коэрцитивной силы и остаточного магнетизма ферроматериалов в переменном магнитном поле.....	335
Акопджанян Г.Д., Сафарян В.С. К проблеме синтеза пассивного четырехполюсника.....	340
Геворкян Р.Л. Эквивалентные матричные преобразования и диагонализация уравнений Парка-Горева явнополюсного синхронного генератора.....	346
Петросян Н.Н., Абелян С.Р. Система управления силовых транзисторных ключей с улучшенными динамическими показателями.....	352

Терзян А.А., Мкртчян А.П. Виртуальное проектирование сложных технических систем.....	356
Киракосян Г.Т. Автоматизированное проектирование динамической схемы утилизации промышленных отходов.....	363
Антонян А.Ш. Исследование и статистический анализ взаимосвязей параметров измельчительного отделения Капанского горно-обогатительного комбината.....	369
Казанчян А.А., Казанчян В.А. Вопросы изменения статизма в системах управления регуляторами напряжения.....	373
Петросян С.Е. Восстановление сигнала и изображения с ограниченным по полосе спектром в базисе SLANT.....	379
Симонян Р.А., Везирян Э.Г., Мартиросян О.А. Быстродействующий измеритель экстремального значения сигнала.....	388
Саркисян В.С., Нуридджанян С.Ш., Бабаян Н.А., Тер-Петросян П.А. Об одной задаче теории теплопроводности по прогнозу температурного режима в бетонных конструкциях.....	393
Казарян С.М., Алоян Г.А. Определение гидродинамических параметров грунтово-напорных водоносных толщ по данным откачек.....	397
Нацвлишвили Г.М. Исследование газосодержания в восходящем вертикальном и наклонном трехкомпонентном пробковом потоке.....	402
Хачатрян Р.М. Определение эквивалентного сопротивления трубопроводов насосной станции.....	410

CONTENTS

Khachatryan T.T., Saponjyan O.M. 90-th Anniversary of the Birth	275
Hambartsumyan S.A., Belubekyan M.V. Thin plate under the action of tangential load.....	278
Agalovyan L.A. Natural and Forced Vibration Asymptotics in Anisotropic Beams and Plates.....	283
Sarkissyan V.S., Hairapetyan V.Zh. On the Two Plane Problem Solutions of Anisotropic Body Elasticity Theory.....	289
Petrossyan G.L. Plastic Deformation Operation in Porous Materials....	295
Pogossyan M.M., Hakobyan S.S., Ghazaryan L.M., Muradyan A.S. Mode Condition for Heat Explosion Treatment of Components by Mathematical Simulation.....	303
Darbinyan H.V. Transfer Function Determination of Machine-Tool Control System with Numerical Control.....	306
Adamyan V.G., Zaimtsyan G.M. Two-Blade Cutting-tool Construction Design.....	311
Mkhoyan L.M., Ovchinnikov B.I., Torossyan F.S. Study of force Parameters Operating on the Roll and Mandrel under Three-High Mill Sleeve Broaching.....	315
Manukyan N.V., Ghazaryan A.N., Kassyan V.L., Tumanyan G.A., Zurnachyan M.K., Mkrtchyan G.G. Complex Copper Concentrate Processing Technology.....	321
Martirosyan V.H., Machkalyan A.R., Sasuntsyan M.E. Macrokinetics and Mechanism of $FeCl_3$ Restoration Reaction by Hydrogen.....	328
Kardashyan G.A., Kardashyan A.G. Coercive Force and Residual Magnetism Determination of Ferromaterials in Alternative Magnetic Field.....	335
Hakopjanyan G.D., Safaryan V.S. Problem of Passive Four-Terminal Network Synthesis.....	340
Gevorkyan R.L. Equivalent Matrix Conversions and Park-Gorev Equation Diagonalization.....	346
Petrossyan N.N., Abelyan S.R. Power Transistor Key Management System with Perfect Dynamic Factors.....	352
Terzyan H.A., Mkrtchyan A.P. Virtual Design of Complex Technical Systems.....	356
Kirakossian G.T. Automated Dynamic Circuit Design for Industrial Waste Utilization.....	363
Antonyan A.Sh. Investigation and Static Analysis of Grinding Section Parameter Interrelations in Kapan Mining Benefication Integrated Works	369

Kazanchyan A.A., Kazanchyan V.A. Problems of Statism Variation Methods in the Voltage Regulator Control Systems.....	373
Petrossyan S.E. Signal and Band Limited Image Restoration in the Slant Base.....	379
Simonyan R.A., Veziryan E.G., Martirosyan O.A. High-Speed Meter for Extreme Signal Value.....	388
Sarkissyan V.S., Nurljanyan S.Sh., Babayan N.A., Ter-Petrossyan P.A. On One Heat Conduction Theory Problem by Temperature Condition Prediction in Concrete Structures.....	393
Ghazaryan S.M., Aloyan G.A. Hydrodynamic Parameter Definition in Ground-Head Pressure Waterbearing Horizons Due to Pumping Data..	397
Natsvlshvili G.M. Investigation on Upward Vertical and Sloping Three-Component Stopper Flow Containing Gas.....	402
Khachatryan R.M. Equivalent Resistance Determination of Pipelines at the Pumping Station.....	410