

Журнал издается с 5.01. 1948 г.
Выходит 3 раза в год

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒԵԳԻԱ

Ռ. Մարտիրոսյան (գլխավոր խմբագիր), Ռ. Աթոյան (գլխ. խմբ. տեղակալ), Ն. Թերզյան (գլխ խմբ տեղակալ), Ս. Ղազարյան, Մ. Կասյան, Ո.Մարության, Ն. Մանուկյան, Ծ. Սարգսյան, Յու Սարգսյան, Վ Սարգսյան, Մ Ստակյան (գլխ. խմբ. տեղա- կալ), Զ. Ստեփանյան (պատասխանատու քարտուղար), Վ. Խաչատրյան, Ն. Զոչինյան:

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Р.М. Мартиросян (главный редактор), Р.В. Атоян (зам. глав. редактора), С.М. Казарян, М.В. Касьян, Г.А. Кочинян, Н.В. Манукян, В.З. Марухян, В.С. Саркисян, Ф.Т. Саркисян, Ю.Л. Саркисян, М.Г. Стакян (зам. глав. редактора), З.К. Степанян (ответственный секретарь), А.А. Терзян (зам. глав. редактора), В.С. Хачатрян.

EDITORIAL BOARD

R.M. Martirosian (Editor-in-Chief), R.V. Atoyan (Vice-Editor-in-Chief), S.M. Ghazarian, M.V. Kassian, V.S. Khachatrian, H.J. Kochinian, N.V. Manoukian, V.Z. Maroukhian, F.T. Sarkissyan, V.S. Sarkissyan, Yu.L. Sarkissyan, M.G. Stakian (Vice-Editor-in-Chief), Z.K. Stepanian (Secretary-in-Chief), H.A. Terzyan (Vice-Editor-in-Chief).

**ՀԱՆՂԵՍԸ ՀՐԱՏԱՐԱԿՎԱԾ Է ԱՍԵՐԻԿԱՅԻ ՀԱՅ ԿՐԹԱԿԱՆ
ՀԻՄՆԱՐԿՈՒԹՅԱՆ ՆԿԻՐԱՏՎՈՒԹՅԱՄԲ ՀԻՄՆԱԴՐՎԱԾ
ՀԱՄԱԿԱՐԳՉԱՅԻՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉԱԿԱՆ ԿԵՆՏՐՈՆՈՄ**

**THE JOURNAL IS PUBLISHED IN THE COMPUTER
PUBLISHING CENTER ESTABLISHED BY THE
DONATION OF THE ARMENIAN EDUCATIONAL
FOUNDATION (USA)**

© Издательство ГИУА

Известия НАН и ГИУ Армении (сер. техн. наук), 1995

Л.А. АГАЛОВЯН

О ВЛИЯНИИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ХАРАКТЕР НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТОНКИХ ТЕЛ

Աստիճանաբար է բարակ մարմինների երեսային մակերևույթների վրա տրված եզրային պայմանների ազդեցությունը նրանց լարվածային-դեֆորմացիոն վիճակների վրա: Որոշված են լարման և տեղորոշի տեղափոխման վեկտորի բաղադրիչների ասիմպտոտիկ կարգերը: Նշված են ստացված արդյունքների որոշ կիրառությունները:

Обсуждается влияние заданных на лицевых поверхностях граничных условий на характер напряженно-деформированного состояния тонких тел. Определены асимптотические порядки компонентов тензора напряжений и вектора перемещения. Указаны некоторые приложения полученных результатов.

Библиогр.: 9 назв.

The influence of given on boundary condition face surfaces on the character of stress-deformed states for thin bodies is discussed. Asymptotic orders of stress tensor and displacement vector components are discussed. Some applications of results obtained are given.

Ref. 9.

Проводится асимптотический анализ решения уравнений математической теории упругости для тонких тел в зависимости от краевых условий на лицевых поверхностях. Показана принципиальная зависимость асимптотических порядков величин компонента тензора напряжений и вектора перемещения от типа краевых условий, определены эти порядки.

Указаны прикладные модели расчета тонкостенных тел, встречающихся в машиностроении, строительстве, приборостроении и других областях современной техники.

1. Тонкие тела типа балок, пластин и оболочек являются основными элементами конструкций, встречающихся в машиностроении, приборостроении, строительстве, космической технике и других областях современной техники. При расчете таких элементов важное место занимают вопросы точного моделирования их взаимодействия с другими телами и физическими полями. К настоящему времени достаточно полно исследован случай, когда на лицевых поверхностях пластин и оболочек заданы значения компонентов тензора напряжений (условия первой краевой задачи теории упругости). Этому вопросу посвящены многочисленные монографии на основе тех или иных аналитических методов или гипотез прикладного характера.

В системе безразмерных координат уравнения теории упругости, рассматриваемые в области, занимаемой тонким телом, составляют сингулярно возмущенную малым параметром систему. Подобный факт имеет место также почти во всех физических задачах. Согласно

математической теории таких систем, решение складывается из решений внутренней задачи и пограничных слоев [1]. В прикладных теориях балок, пластин и оболочек обычно ограничиваются построением решения лишь внутренней задачи, для чего часто привлекается та или иная гипотеза прикладного характера, как, например, гипотезы плоских сечений, недеформируемых нормалей и др. При асимптотическом подходе решение внутренней задачи ищется в виде

$$Q = \varepsilon^{q_1 + S} Q^{(S)}(\xi, \eta, \zeta), \quad S = \overline{0, N}, \quad (1)$$

где Q — любая из искоемых величин; $\varepsilon = h/l$ — малый параметр; h — толщина; l — характерный тангенциальный размер тела; $\xi = x/l$, $\eta = y/l$, $\zeta = z/h$ — безразмерные координаты точки; q_1 — характеризует интенсивность (порядок) данной величины; обозначение $S = \overline{0, N}$ означает, что по нему (повторяющемуся) индексу S происходит суммирование от нуля до числа приближений N . При правильном определении чисел q_1 удается получить более простую рекуррентную систему для коэффициентов разложения $Q^{(S)}$. Установление значений q_1 является наиболее трудным моментом в любой физической задаче.

Для изотропных и анизотропных пластинок в случае, когда на лицевых поверхностях $z = \pm h$ заданы значения соответствующих компонентов тензора напряжений, установлено [2, 3]:

$$q_1 = -2 \quad \text{— для } \sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}, U, V; \quad q_1 = -3 \quad \text{— для } W; \quad (2)$$

$$q_1 = -1 \quad \text{— для } \sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \quad q_1 = 0 \quad \text{— для } \sigma_z.$$

где σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, $U = u/l$, $V = v/l$, $W = w/l$ — безразмерные компоненты вектора перемещения. Используя (1) и (2), решение трехмерной задачи теории упругости сводится к более простым двумерным задачам. При этом исходное приближение совпадает с классической теорией Кирхгофа-Лява для пластинок, основанной на гипотезе недеформируемых нормалей. Для балок-полос исходное приближение асимптотического представления соответствует классической теории растяжения-сжатия и изгиба балок Бернулли-Эйлера, основанной на гипотезе плоских сечений, а пограничный слой описывает Сен-Венановские краевые эффекты [4].

Пограничный слой во всех краевых задачах строится отдельно, поэтому соответствующее решение сопрягается с решением внутренней задачи посредством граничных условий на боковой поверхности. В случае первой краевой задачи пограничный слой через эти граничные условия непосредственно влияет на решение внутренней задачи, соответствующей приближениям $S \geq 1$, т.е. классическую теорию балок и пластин можно рассматривать как исходное приближение некоторого асимптотического итерационного процесса в смысле приведенных уравнений и граничных условий. Последующие приближения внутренней задачи и пограничных слоев в совокупности уточняют результаты по классической теории.

2. Существует множество прикладных проблем. Их изучение приводит к решению модельных задач для тонких тел, на лицевых поверхностях которых заданы различные от первой краевой задачи условия. К этим проблемам относятся, например, вопросы взаимодействия фундамента

сооружения с его основанием, контактного взаимодействия жесткого тела с более податливым, отдельные вопросы сейсмологии и сейсмостойкого строительства и др. Отличительной особенностью всех этих задач является то, что им соответствуют отличные от (2) асимптотические порядки, а следовательно, и принципиально иные напряженно-деформированные состояния. Рассмотрим некоторые случаи. Если на лицевой поверхности $z = -h$ заданы кинематические условия

$$U = U^-(x, y), \quad V = V^-(x, y), \quad W = W^-(x, y), \quad (3)$$

а на поверхности $z = +h$ условия первой, второй или смешанных краевых задач теории упругости, то асимптотика искомых величин такова [5-7]:

$$q_1 = -1 \text{ для напряжений, } q_1 = 0 \text{ для перемещений.} \quad (4)$$

Если действуют также массовые силы $\bar{F}(F_x, F_y, F_z)$ и температурные поля $\theta = T(x, y, z) - T_0(x, y, z)$, то их вклад будет соизмеримым со вкладом поверхностных сил, если $q_1 = -2$ для массовых сил, $q_1 = -1$ для θ , т.е. массовые силы должны иметь достаточно большую интенсивность. Обычно в расчетах конструкций ими пренебрегают.

Для этого класса задач, используя (1) и (4), решение трехмерной внутренней задачи сводится к итерационному процессу и, в отличие от первой краевой задачи, все величины полностью определяются из условий при $z = \pm h$. Пограничный слой снимает возникающую неувязку на боковой поверхности. Это физически объяснимо: если тонкое тело нагружено поверхностными силами, то оно вообще не будет уравновешенным как твердое тело, во втором же случае оно самоуравновешивается. Отсюда можно сделать вывод, что число приведенных уравнений во внутренней задаче должно совпадать с количеством степеней свободы соответствующего твердого тела, что математически также подтверждается. Для иллюстрации сказанного рассмотрим еще одну краевую задачу. Пусть при $z = +h$ заданы условия:

$$\sigma_{xz} = \sigma_{xz}^+(x, y), \quad \sigma_{yz} = \sigma_{yz}^+(x, y), \quad \sigma_z = \varepsilon^{-1} \sigma_z^+(x, y), \quad (5)$$

а при $z = -h$ - условия:

$$\sigma_{xz} = \sigma_{xz}^-(x, y), \quad \sigma_{yz} = \sigma_{yz}^-(x, y), \quad w = \varepsilon^{-1} w^-(x, y). \quad (6)$$

Условия (5) и (6) отличаются от соответствующих условий первой краевой задачи лишь тем, что в (6) последнее условие первой краевой задачи для σ_z замещено условием для w . Однако это приводит к тому, что взамен асимптотики (2) устанавливается совершенно иная асимптотика [8]:

$$q_1 = -1 \text{ для } \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, U, V, W, \\ q_1 = 0 \text{ для } \sigma_{xz}, \sigma_{yz}.$$

Характеры напряженно-деформированных состояний также существенно отличаются. Например, в случае условий первой краевой задачи в задаче изгиба главенствующую роль играет уравнение изгиба Софи Жермень относительно прогиба W , при условиях же (5), (6) относительно W вообще не получается уравнение. При сведении трехмерной задачи к двумерной получается система из двух уравнений в частных производных относительно тангенциальных компонентов U, V вектора перемещения. При условиях (5), (6) тонкое тело, рассматриваемое как твердое, имеет две степени свободы в тангенциальной плоскости, отсюда и система из двух уравнений.

Асимптотика (1), (4) справедлива и для соответствующих красных задач слоистых тонких тел. В качестве приложения отметим решения для слоистых оснований фундаментов по модели сжимаемого слоя, позволившие выявить рамки применимости известной гипотезы Винклера и получить компактные формулы для коэффициента постели слоистых и неоднородных сред [6, 7]. Для ортотропного основания толщины H коэффициентом постели Винклера служит

$$K = \frac{1}{A_{33}H} = \frac{(1 - \nu_{12}\nu_{21})E_3}{H(1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} - 2\nu_{12}\nu_{21}\nu_{11})}. \quad (8)$$

где E_3 — модуль Юнга в направлении OZ , а ν_{ik} — коэффициент Пуассона. Для слоистых оснований с толщинами слоев h_i коэффициентом постели служит

$$K_n = \frac{1}{\sum_{i=1}^n h_i A_{33}^{(i)}}. \quad (9)$$

а для неоднородного основания толщины H :

$$K = \frac{1}{H \int_0^H A_{33}(z) dz}. \quad (10)$$

Особенно чувствительны к условиям на лицевых поверхностях частоты собственных колебаний. Покажем это на примере для ортотропной полосы $\Omega = \{(x, y): x \in [0, 1], |y| \leq h, h \ll 1\}$. Рассмотрим собственные колебания полосы (фундамента) при двух группах граничных условий:

$$а) \sigma_{xy}(h) = \sigma_y(h) = 0, \quad U(-h) = V(-h) = 0;$$

$$б) U(\pm h) = 0, \quad V(\pm h) = 0.$$

Условиями $\sigma_{xy}(h) = U(-h) = 0$ в полосе порождаются собственные колебания с частотами [9]:

$$\omega_n = \frac{\pi}{4h} \sqrt{\frac{G_{12}}{S}} (2n+1), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (11)$$

где G_{12} — модуль сдвига, $C_s = \sqrt{G_{12}/S}$ — хорошо известная в сейсмологии скорость распространения сдвиговой волны в бесконечной среде. Если заменить $\sigma_{xy}(h) = 0$ условием $U(h) = 0$, то условиями $U(h) = U(-h) = 0$ в полосе (фундаменте) порождаются собственные колебания уже в два раза с большими первыми частотами

$$\bar{\omega}_n = \frac{\pi}{2h} \sqrt{G_{12}/\rho}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (12)$$

Условиям $\sigma_y(h) = V(-h) = 0$ соответствуют частоты

$$\omega_n^* = \frac{\pi}{4h} \sqrt{\frac{E_2}{\rho(1 - \nu_{12}\nu_{21})}} (2n+1), \quad n = 0, 1, \dots, \quad (13)$$

а условиям $V(\pm h) = 0$ — частоты

$$\bar{\omega}_n^* = \frac{\pi n}{2h} \sqrt{\frac{E_2}{\rho(1 - \nu_{12}\nu_{21})}}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (14)$$

где E_2 — модуль Юнга в поперечном направлении, $C_p = \sqrt{E_2 / \rho(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$ — хорошо известная скорость распространения продольных волн в пластине.

Резюмируя вышеизложенное, можно утверждать, что характер напряженно-деформированного состояния в тонком теле весьма чувствителен к условиям на лицевых поверхностях, что должно быть учтено при практических расчетах конструктивных элементов

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильева А.Б., Бугузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений - М.: Наука, 1973. - 272 с.
2. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. - М.: Наука, 1976. - 512 с.
3. Агаловян Л.А. К теории изгиба ортотропных пластин // Изв. Ан СССР. МТТ. - 1966. - № 6. - С. 116-121.
4. Агаловян Л.А. О характере взаимодействия пограничного с внутренним напряженно-деформированным состоянием полосы // Изв. Ан Армении. Механика. - 1977. - Т. 30, № 5. С. 48-62.
5. Агаловян Л.А. О структуре решения одного класса плоских задач теории упругости анизотропного тела // Механика: Межвуз. сборник научн. тр. ЕГУ, 1982. Вып. 2. - С. 7-12.
6. Агаловян Л.А. К определению напряженно-деформированного состояния двухслойной полосы и о справедливости гипотезы Винклера // Тр. XIII Всесоюз. конф. по теории пластин и оболочек. - Таллин, 1983. - Т. 1. - С. 13-18.
7. Агаловян Л.А., Геворкян Р.С. Об асимптотическом решении смешанных трехмерных задач для двухслойных анизотропных пластинок // ПММ. - 1986. - Т. 50, вып. 2. - С. 271-278.
8. Агаловян Л.А., Товмасын А.Б. Асимптотическое решение смешанной трехмерной внутренней задачи для анизотропной термоупругой пластинки // Изв. АН Армении. Механика. - 1993. - Т. 46, № 3-4. - С. 3-11.
9. Агаловян Л.А. О частотах собственных колебаний анизотропной полосы // Сб. юбил. научн. конф. к 60-летию ГПИ. - Гюмри, 1994. - С. 23-26.

И-т механики НАН Армении

15.XI.1996

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН). т. XLIX, № 3, 1995, с. 140-145

УДК 539.3

МАШИНОСТРОЕНИЕ

М.А. ЗАДОЯН

О МЕСТНОЙ ПРОЧНОСТИ СКРУЧИВАЕМОГО СТЕРЖНЯ ПРИ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ

Ուսումնասիրված է աստիճանային օրենքով ամրապնդվող, համասեռ կյութից պատրաստված և ներս ընկած անկյունային փորվածքով զանալին ձողի ոլորումը: Ենթադրվում է, որ հայտնի է համապատասխան խնդրի «լրիվ» լուծումը՝ առանց լարման կուտակումների հաշվառման: Օգտագործելով այդ լուծումը և անկյունային կետի շրջակայքի համար տեղական լուծումը, ինչպես

Նաև շինարարական մեխանիկայում հայտնի հատվածքների մեթոդը, ձևակերպվում է լարման կոտակումներով անկումային կետի համար ամրության պայմանը:

Рассматривается кручение цилиндрического стержня из однородного упрочняющегося по степенному закону материала, имеющего входящую угловую выточку. Полагается, что известно решение соответствующей задачи в целом, без учета концентрации напряжений, вызванной выточкой. Используя это решение в целом и местное решение для окрестности угловой точки, а также известное в строительной механике сечений, формулируется условие прочности для рассматриваемого края с концентрационным напряженным состоянием.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

Cylindric rod torsion of homogeneous reinforcing material by step by-step law having input nodal neck is considered. It is supposed that the solution of the corresponding problem is known on the whole, ignoring stress concentration caused by the neck. Using this solution as a whole and local solution for the vicinity of a nodal point as well as the known in structural mechanics method of sections, the strength condition for the considered boundary with concentration stress state is formed.

lit. 1, Ref.4.

Исследование явления малонапряженности [1] на крае контактной поверхности составных тел позволяет при надлежащем выборе физических и геометрических параметров обеспечить надежную прочность данного соединения. Однако при фиксированных значениях указанных параметров могут не удовлетворяться условия малонапряженности, и на этом крае возникнет объемное напряженное состояние. Таким образом, появляется проблема формулировки условия прочности при наличии концентрации напряжений.

Предварительно для развития указанной идея рассматривалось кручение цилиндрического стержня из однородного, упрочняющегося по степенному закону материала, имеющего входящую выточку. Полагаем, что решение соответствующей задачи известно в целом, без учета концентрации напряжений, вызванной выточкой.

Используя это решение, а также местное решение для окрестности угловой точки, необходимо сформулировать условие прочности для рассматриваемого края с концентрационным напряженным состоянием.

1. Пусть цилиндрический стержень с произвольным поперечным сечением, материал которого упрочняется по степенному закону, имеет вид

$$\sigma_0 = k \varepsilon_0^m,$$

где σ_0 и ε_0 — интенсивности напряжений и деформации, k и m — механические параметры материала, имеющего угловой симметричный входящий вырез, который скручивается крутящими моментами M , приложенными на торцевых сечениях.

Принимаем, что решение задачи кручения для данного поперечного сечения, но без выреза, известно в полярной системе координат ρ, φ (см. рис.) Указанное решение (компоненты напряжения $T_{\rho\rho}(\rho, \varphi)$, $T_{\varphi\varphi}(\rho, \varphi)$, перемещение $W(\rho, \varphi)$) назовем номинальным.

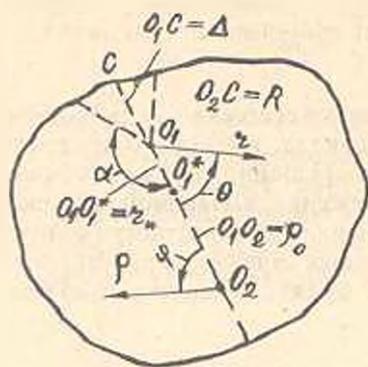


Рис.

В окрестности угловой точки полагаем, что реализуется деформация продольного сдвига. В полярной системе координат $r\theta$ это решение можно представить в следующем виде [2]:

$$\tau_{rz} = \lambda k r^{(\lambda-1)m} f'x, \quad \tau_{\theta z} = k r^{(\lambda-1)m} f'x,$$

$$w = r^\lambda f, \quad x = (\sqrt{r^2 + \lambda^2 f^2})^{m-1}.$$

Здесь

$$f = A \exp\left(-\int_0^\alpha \varphi d\theta\right), \quad A = f(\alpha).$$

Функция $\varphi(\theta)$ определяется из зависимости

$$\operatorname{arctg} \frac{\Psi}{\lambda} + \frac{1-\lambda}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{\Psi}{\omega} = \alpha - \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \lambda,$$

$$\omega = \sqrt{\lambda(\lambda + n - 1)}, \quad n = 1/m,$$

$$\tilde{\lambda} = \frac{m}{1+m} \quad \text{при } \alpha = \pi.$$

$$\lambda = \frac{2 + (1-2\nu)[(n-1)(1-2\nu) - \sqrt{4n + (n-1)^2(1-2\nu)^2}]}{8\nu(1-\nu)}$$

при $1/2 < \nu < 1$, причем $\nu = \alpha/\pi$. Согласно приведенным в [2] формулам имеем $f(0) = 0$.

2. Вводя обозначения

$$N = k f'(0) / |f'(0)|^{m-1}, \quad F(\theta) = \frac{f'(\theta)x(\theta)}{f'(0)x(0)},$$

для компонентов напряжений будем иметь

$$\tau_{\theta z} = N r^{(\lambda-1)m} F(\theta), \quad \tau_{rz} = \lambda \frac{f}{f'} \tau_{\theta z}. \quad (1)$$

В окрестности угловой точки имеем

$$N = \tau_{\theta z}(r, 0) r^{(1-\lambda)m}.$$

Постоянная N , подлежащая определению, аналогична коэффициенту интенсивности напряжения в выражениях напряжения в вершинах трещин. Нетрудно заметить, что для интересующего нас интервала полуугла выреза, т.е. при $\pi/2 < \alpha \leq \pi$, имеем

$$\frac{1}{n+1} \leq \lambda < 1.$$

Используем известный в строительной механике метод сечений [3]. Мысленно проведем по плоскости $\theta = 0$ ($\varphi = 0$) сечение и отбросим одну из частей стержня. Рассмотрим равновесие действующих сил по продольному направлению для случаев стержней без выреза и с вырезом. Проектируя касательные силы по продольному направлению и приравнявая сумму номинальных сил, действующих в интервале Δ целого стержня, к сумме

концентрационных сил, действующих в интервале $0 \leq r \leq r_0$ в стержне с вырезом, находим

$$\int_{R-\Delta}^R T_{\varphi z}(\rho, 0) d\rho = \int_0^{r_0} \tau_{\theta z}(r, 0) dr. \quad (2)$$

Далее на неизвестном расстоянии $r = r_0$ от угловой точки приравниваем местное напряжение и номинальное

$$\tau_{\theta z}(r_0, 0) = T_{\rho z}(\rho_0, 0). \quad (3)$$

Следуя (3), принимаем номинальное значение напряжения в точке $(\rho_0, 0)$ вместо точки $(\rho_0 - r_0, 0)$. Это объясняется учетом некоторого значения асимптотики местного напряжения $\tau_{\theta z}$ по сравнению с точным его значением.

Условия (2) и (3) в принципе определяют неизвестные постоянные r_0 и N . Совместно решая (1) - (3), находим

$$r_0 = [1 + (\lambda - 1)m] \int_{R-\Delta}^R H(\rho) d\rho, \quad H(\rho) = \frac{T_{\varphi z}(\rho, 0)}{T_{\varphi z}(\rho_0, 0)}, \quad (4)$$

$$N = \tau \left\{ [1 + (\lambda - 1)m] \int_{R-\Delta}^R H(\rho) d\rho \right\}^{(1-\lambda)m}$$

Здесь $H(\rho)$ — известная функция ρ , не зависящая от внешнего момента M , а τ — значение номинального напряжения $T_{\theta z}(\rho_0, 0)$. Значение τ , при котором указанная точка переходит в состояние временного сопротивления или разрушения, обозначим через τ_c . Тогда критическое значение N имеет вид

$$N_c = \tau_c \left\{ [1 + (\lambda - 1)m] \int_{\rho_0}^R H(\rho) d\rho \right\}^{(1-\lambda)m}$$

Соответствующее критическое напряжение $\tau_{\theta z}$ в окрестности угловой точки можно представить в виде

$$\tau_{\theta z}^*(r, \theta) = N_c r^{(\lambda-1)m} F(\theta).$$

3. В случае кругового поперечного сечения с ослабленным вырезом имеем номинальное напряжение [4]:

$$T_{\varphi z} = \frac{(3+m)M}{2\pi\rho_0^{3+m}} \rho^m, \quad T_{\rho z} = 0.$$

Тогда

$$T_{\varphi z}(\rho_0) = \tau = \frac{(3+m)M}{2\pi\rho_0^3}, \quad H = \rho^m / \rho_0^m.$$

Интегрированием из (4) находим

$$N = \Delta^{(1-\lambda)m} \Phi. \quad (5)$$

где

$$\Phi = \Phi(\xi, \delta, m) = \tau \left\{ \frac{[1 + (\lambda - 1)m](1 - m\delta/2)}{1 - m\delta} \right\}^{(1-\lambda)m}$$

Здесь введены обозначения $\xi = \lambda - \pi/2$, $\delta = \Delta/R$ и использованы значения биномиальных разложений. Напряжение $\tau_{\theta z}$ в окрестности рассматриваемой точки имеет вид

$$\tau_{\theta z} = \Phi(\Delta/r)^{(1-\lambda)m} F(\theta).$$

Обозначая через M , критическое значение момента, при котором происходит разрушение на указанном крае угловой точки, для соответствующего номинального напряжения, имеем

$$\tau_* = (3 + m)M_* / [2\pi R^3(1 - \delta)^3].$$

Тогда критическое значение N_* , при котором исчерпывается прочность скручиваемого стержня из (5), будет

$$N_* = \Delta^{(1-\lambda)m} \Phi_* ,$$

где

$$\Phi_* = \tau_* \left\{ \frac{[1 + (\lambda - 1)m](1 - m\delta/2)}{1 - m\delta} \right\}^{(1-\lambda)m} \quad (6)$$

В пространстве параметров Φ_* , ξ , δ , m полученное уравнение можно интерпретировать как гиперповерхность разрушения. При фиксированных значениях параметров $\delta = \delta_0$, $m = m_0$ уравнение $\Phi_* = \Phi_*(\xi, \delta_0, m_0)$ определяет предельную кривую разрушения, разделяющую зону прочности (ниже кривой) от зоны разрушения (выше кривой). В случае трещины (щели), т.е. при $\xi = \pi/2$, имеем [2]:

$$1 - \lambda = 1/(m + 1).$$

Тогда

$$\Phi_* = \tau_* \left[\frac{1 - m\delta/2}{(m + 1)(1 - m\delta)} \right]^{m+1}$$

Для линейно-упругого материала, принимая в (6) $m = 1$, находим

$$\Phi_* = \tau_* \left[\frac{\lambda(1 - \delta/2)}{1 - \delta} \right]^{1-\lambda}, \quad \lambda = \frac{\pi}{\pi + 2\xi}.$$

Полученное уравнение определяет предельную кривую разрушения для линейно-упругого скручиваемого цилиндрического стержня с круговым поперечным сечением с симметричным относительно радиуса вырезом глубиной Δ , центральным углом $2(\pi - \alpha)$ и параметром δ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Чобанян К.С. Напряжение в составных упругих телах. - Ереван: Изд. АН АрмССР, 1987. - 338 с.
2. Задоян М.А. Пространственные задачи теории пластичности. - М.: Наука, 1992. - 384 с.
3. Партоян В.З. Морозов Е.М. Механика упруго-пластического разрушения. - М.: Наука, 1985. - 504 с.
4. Качанов Л.М. Теория ползучести. - М.: Гостехиздат, 1960. - 456 с.

И-г механики НАН РА

15.X.1995

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. XLIX, № 3, 1995, с. 145-150

УДК 539.3

МАШИНОСТРОЕНИЕ

В.С. ТОНОЯН, С.А. МЕЛКУМЯН

КОСОСИММЕТРИЧНАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОРТОТРОПНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫМ РАЗРЕЗОМ

Գիտարկված է օրթոտրոպ կիսահարթության համար շեղ համաչափ կոնտակտային խնդիր, երբ կիսահարթությունը բուլացված է ուղղահայց կիսասանվերջ ճեղքով: Կիսահարթության եզրի վերջավոր մասում կիրառված է ճեղքի նկատմամբ համաչափ դիսափորված կոշտ զորոշմ: Պարզության համար ընդունված է, որ ճեղքի եզրերն ազատ են սրուարին ազդեցություններից: Խնդրի լուծումը վստահված է Ֆուրյեի ինտեգրալների տեսքով: Ինտեգրման անհայտ ֆունկցիաների որոշումը սկզբից բերվել է գույք ինտեգրալ հավասարման, իսկ այնուհետև Ֆրեդհոլմի սիստի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարման լուծմանը: Ցույց է տրված վերջինիս լուծելիությունը: Ստացված են զորոշի տակ նորմալ լարման և ճեղքից դուրս շոշափող լարման համար անջատված եզակիությանը բաժաններ:

Рассматривается кососимметричная контактная задача для упругой ортотропной полуплоскости, когда полуплоскость ослаблена полубесконечным вертикальным разрезом. На конечном участке границы полуплоскости приложен жесткий штамп с основанием произвольной гладкой формы, симметрично расположенной относительно оси разреза. Для простоты принимается, что берега разреза свободны от внешних воздействий. Решение задачи представлено в виде суммы интегралов Фурье. Определение неизвестных функций интегрирования сведено к решению сначала парного интегрального уравнения, а затем интегрального уравнения типа Фредгольма второго рода. Доказана разрешимость последнего уравнения. Получены аналитические выражения для нормального напряжения под штампом и касательного напряжения вне разреза с выделенной корневой особенностью.

Библиогр.: 6 назв.

An oblique symmetric contact problem for orthotropic semi-plane is considered when the semi-plane is weakened by a semi-infinite vertical cut. On the finite section of the bound a tough die with an arbitrary smooth form base symmetrically spaced relative to the cut is applied. It is simply supposed that the cut edges are free from external effects. The solution of the problem is presented in the form of Fourier integral sum. The determination of unknown integration functions is taken first to the solution of a pair of integral equation, then to the solution of Fredholm equation of the second kind. Last equation solubility is proved. Analytical expressions for normal stress under die and tangential stress outside the cut with a distinguished root feature are obtained.

Ref. 6.

Рассмотрим плоскую кососимметричную контактную задачу для упругой ортотропной полуплоскости ($x \geq 0$), которая на конечном расстоянии от границы имеет вертикальный полубесконечный разрез ($a \leq x \leq \infty$). На конечном участке границы ($-b \leq z \leq b$) полуплоскости приложен жесткий штамп с основанием произвольной гладкой формы, симметрично расположенный относительно оси разреза ($z = 0$). Предположим, что трение между штампом и полуплоскостью отсутствует. Рассмотрим плоское деформированное состояние. Так как задача кососимметрична относительно оси $z = 0$, то можно ограничиться рассмотрением только области квадранта ($0 \leq x \leq \infty, 0 \leq z < \infty$). Симметричный случай указанной задачи приведен в [1].

Поставленная задача математически сводится к решению уравнений Ламе в перемещениях со следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} \tau_{xz}(0, z) = 0, \quad 0 < z < \infty, \quad \sigma_z(x, 0) = 0, \quad 0 < x < \infty; \\ U_x(0, z) = f_1(z), \quad 0 < z \leq b; \quad \sigma_x(0, z) = f_2(z), \quad b < z < \infty; \\ U_x(x, 0) = 0, \quad 0 < x \leq a; \quad \tau_{xz}(x, 0) = 0, \quad a < x < \infty. \end{aligned} \quad (1)$$

Решение задачи ищем в виде сумм интегралов Фурье:

$$\begin{aligned} U_x(x, z) &= \frac{1}{C_{11}} \int_0^\infty \alpha \bar{U}(\alpha, z) \sin \alpha x d\alpha + \frac{1}{C_n} \int_0^\infty \beta \bar{U}(\beta, x) \sin \beta z d\beta, \\ U_z(x, z) &= \frac{1}{C_{44}} \int_0^\infty \alpha \bar{W}(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha + \frac{1}{C_{44}} \int_0^\infty \beta \bar{W}(\beta, x) \cos \beta z d\beta, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{U}(\alpha, z) &= \sum_{k=1}^2 \Delta_1(t_k) A_k(\alpha) e^{-m_k z}; \\ \bar{U}(\beta, x) &= \sum_{k=1}^2 \frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^2} \beta_k(\beta) e^{-\beta x / t_k}; \\ \bar{W}(\alpha, z) &= \sum_{k=1}^2 \Delta_2(t_k) A_k(\alpha) e^{-m_k z}; \\ \bar{W}(\beta, z) &= \sum_{k=1}^2 \Delta_2(t_k) B_k(\beta) e^{-\beta z / t_k}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $A_k(\alpha)$ и $B_k(\beta)$ — неизвестные функции интегрирования, которые нужно определить из условий (1). Плотности, входящие в (3), определяются по формулам

$$\Delta_1(t_k) = \left(\frac{C_{13}}{C_{44}} + 1 \right) t_k, \quad \Delta_2(t_k) = 1 - \frac{C_{44}}{C_{11}} t_k^2, \quad (4)$$

а t_k — из биквадратного уравнения

$$\frac{C_{13}}{C_{11}} t^4 + \left(\frac{C_{13}^2}{C_{44} C_{11}} + 2 \frac{C_{13}}{C_{11}} - \frac{C_{13}}{C_{44}} \right) t^2 + 1 = 0. \quad (5)$$

где C_{11} , C_{13} , C_{33} , и C_{44} — коэффициенты упругости ортотропного материала.

Используя основные соотношения теории упругости для исследуемой среды [2] и выражений (2), (3), можно все компоненты тензора напряжений выразить через $A_k(\alpha)$ и $B_k(\beta)$:

$$\begin{aligned}\sigma_x(x, z) &= \int_0^{\infty} \alpha^2 \bar{\sigma}_x(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha - \int_0^{\infty} \beta^2 \bar{\sigma}_x(\beta, x) \sin \beta z d\beta; \\ \sigma_z(x, z) &= \int_0^{\infty} \alpha^2 \bar{\sigma}_z(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha - \int_0^{\infty} \beta^2 \bar{\sigma}_z(\beta, x) \sin \beta z d\beta; \\ \tau_{zx}(x, z) &= - \int_0^{\infty} \alpha^2 \bar{\tau}_{zx}(\alpha, z) \sin \alpha x d\alpha + \int_0^{\infty} \beta^2 \bar{\tau}_{zx}(\beta, x) \cos \beta z d\beta.\end{aligned}\quad (6)$$

где

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_x(\alpha, z) &= \sum_{k=1}^2 \left[\Delta_1(t_k) - \frac{C_{13}}{C_{44}} \Delta_2(t_k) t_k \right] A_k(\alpha) e^{-\alpha t_k z}, \\ \bar{\sigma}_x(\beta, x) &= \sum_{k=1}^2 \left[\frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^3} + \frac{C_{13}}{C_{44}} \Delta_2(t_k) \right] B_k(\beta) e^{-\beta x / t_k}; \\ \bar{\sigma}_z(\alpha, z) &= \sum_{k=1}^2 \left[\frac{C_{13}}{C_{11}} \Delta_1(t_k) - \frac{C_{33}}{C_{44}} \Delta_2(t_k) t_k \right] A_k(\alpha) e^{-\alpha t_k z}; \\ \bar{\sigma}_z(\beta, x) &= \sum_{k=1}^2 \left[\frac{C_{13}}{C_{11}} \frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^3} + \frac{C_{33}}{C_{44}} \Delta_2(t_k) \right] B_k(\beta) e^{-\beta x / t_k}; \\ \bar{\tau}_{zx}(\alpha, z) &= \sum_{k=1}^2 \left[\frac{C_{44}}{C_{11}} \Delta_1(t_k) t_k + \Delta_2(t_k) \right] A_k(\alpha) e^{-\alpha t_k z}; \\ \bar{\tau}_{zx}(\beta, x) &= \sum_{k=1}^2 \left[\frac{C_{44}}{C_{11}} \frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^2} - \frac{\Delta_2(t_k)}{t_k} \right] B_k(\beta) e^{-\beta x / t_k}.\end{aligned}\quad (7)$$

Удовлетворяя граничным условиям (1), получаем [3]:

$$A_k(\alpha) = a_k A_1(\alpha), \quad B_k(\beta) = b_k B_1(\beta), \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \int_0^{\infty} \beta B_1(\beta) \sin \beta z d\beta &= \frac{C_{11}}{n_{11}} f_1(z), \quad 0 < z \leq b, \\ \int_0^{\infty} \beta^2 B_1(\beta) \sin \beta z d\beta &= -\frac{1}{n_{12}} f_2(z) + \\ &+ \frac{1}{n_{12}} \sum_{k=1}^2 a_k \int_0^{\infty} \alpha^2 A_1(\alpha) e^{-\alpha t_k z} d\alpha, \quad b < z < \infty, \end{aligned} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \int_0^a \alpha A_1(\alpha) \sin \alpha x d\alpha &= 0, \quad 0 < x \leq a, \\ \int_0^\infty \alpha^2 A_1(\alpha) \sin \alpha x d\alpha &= \frac{1}{m_{12}} \sum_{j=1}^2 b_j^* \int_0^\infty \beta^2 B_1(\beta) e^{-\beta x} d\beta, \quad a < x < \infty. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Здесь

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, \quad a_2 = -\frac{a_{11}}{a_{12}}, \quad a_{1k} = \frac{C_{13}}{C_{11}} \Delta_1(t_k) - \frac{C_{33}}{C_{44}} \Delta_2(t_k) t_k; \\ b_1 &= 1, \quad b_2 = -\frac{b_{11}}{b_{12}}, \quad b_{1k} = \frac{C_{44}}{C_{11}} \frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^2} - \frac{\Delta_2(t_k)}{t_k}; \\ n_{11} &= \sum_{k=1}^2 \frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^2} b_k, \quad n_{12} = \sum_{k=1}^2 \left[\frac{\Delta_1(t_k)}{t_k} + \frac{C_{13}}{C_{44}} \Delta_2(t_k) \right] b_k; \\ m_{12} &= \sum_{k=1}^2 \left[\frac{C_{44}}{C_{11}} \Delta_1(t_k) \cdot t_k + \Delta_2(t_k) \right] a_k; \\ a_k^* &= \left[\Delta_1(t_k) - \frac{C_{13}}{C_{44}} \Delta_2(t_k) t_k \right] a_k; \\ b_j^* &= \left[\frac{C_{44}}{C_{11}} \frac{\Delta_1(t_j)}{t_j^2} - \frac{\Delta_2(t_j)}{t_j} \right] b_j. \end{aligned} \quad (11)$$

Подобные "парные" уравнения (8) и (9) рассматривались в [4-6]. Используя результаты [4, 5], из (8) и (10) получаем

$$\left\{ \begin{aligned} B_1(\beta) &= \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_0^b \varphi_1(r) Z_0(\beta r) dr + \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_0^\infty r \varphi_2(r) Z_0(\beta r) dr + \\ &+ \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_b^\infty r F(r) Z_0(\beta r) dr, \\ A_1(\alpha) &= \frac{2}{\pi} \frac{1}{\alpha} \int_0^\infty t \psi(t) Z_0(\alpha t) dt. \end{aligned} \right. \quad (12)$$

$$\text{где } \varphi_1(r) = \frac{C_{11}}{n_{11}} \frac{d}{dr} \int_0^r \frac{z f_1(z)}{\sqrt{r^2 - z^2}} dz, \quad \varphi_2(r) = -\frac{1}{n_{12}} \int_r^\infty \frac{f_2(z)}{\sqrt{z^2 - r^2}} dz,$$

$$\begin{aligned} F(r) &= \frac{1}{n_{12}} \sum_{l=1}^2 a_l^* \int_0^\infty \alpha^2 K_0(\alpha_l r) A_1(\alpha) d\alpha, \\ \psi(t) &= \frac{1}{m_{12}} \sum_{j=1}^2 b_j^* \int_0^\infty \beta^2 K_0(\beta t) B_1(\beta) d\beta. \end{aligned} \quad (13)$$

$Z_\nu(z)$ — функция Бесселя первого рода с действительным аргументом.

$K_\nu(z)$ — функция Макдональда.

Исключая $A_1(\alpha)$ из соотношений (12) и (13), для определения функции $F(r)$ получаем интегральное уравнение типа Фредгольма второго рода:

$$F(y) = \Omega(y) + \int_b^{\bar{b}} F(r)K(r, y)dr. \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega(y) &= \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{1}{n_{12}} \cdot \frac{1}{m_{12}} \sum_{k=1}^2 a_k \sum_{j=1}^2 b_j^*, \\ &\int_a^{\bar{a}} \frac{t}{t_k^2 y^2 + t^2} \left[\int_0^b \frac{\varphi_1(r)}{t^2 t_j^2 + r^2} dr + \int_b^{\bar{b}} \frac{r\varphi_2(r)}{t^2 t_j^2 + r^2} dr \right] dt, \quad (15) \\ K(r, y) &= \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{r}{n_{12} m_{12}} \sum_{k=1}^2 a_k \sum_{j=1}^2 b_j^* \int_a^{\bar{a}} \frac{t dt}{(t^2 t_j^2 + r^2)(t_k^2 y^2 + t^2)}. \end{aligned}$$

Используя результаты [4, 5], доказываем разрешимость уравнения (14). Решая интегральное уравнение (14) методом последовательных приближений, получаем выражение функции $F(r)$. Далее по формулам (8), (12), (13) последовательно определяем все искомые функции.

Напряжения и перемещения определяются по известным формулам (2)-(4), (6) и (7) в любой точке полуплоскости. В частности, нормальные напряжения под штампом и касательные напряжения вне разреза имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_z(0, z) &= -\frac{2}{\pi} n_{12} z \left[\frac{\varphi_1(b)}{b\sqrt{b^2 - z^2}} + \frac{\varphi_2(b)}{\sqrt{b^2 - z^2}} + \frac{F(b)}{\sqrt{b^2 - z^2}} \right] + \\ &+ \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{z}{n_{12} \cdot m_{12}} \sum_{k=1}^2 a_k t_k \sum_{j=1}^2 b_j^* \int_a^{\bar{a}} \frac{t}{(t_k^2 z^2 + t^2)^{3/2}} \left[\int_0^b \frac{\varphi_1(r)}{t^2 t_j^2 + r^2} dr + \right. \\ &\quad \left. + \int_b^{\bar{b}} \frac{r\varphi_2(r)}{t^2 t_j^2 + r^2} dr + \int_b^{\bar{b}} \frac{rF(r)}{t^2 t_j^2 + r^2} dr \right] dt + \\ &+ \frac{2}{\pi} n_{12} \cdot z \left[\int_a^{\bar{a}} \frac{\varphi_1'(r)r - \varphi_1(r)}{r^2 \sqrt{r^2 - z^2}} dr + \int_a^{\bar{a}} \frac{\varphi_2'(r) + F'(r)}{\sqrt{r^2 - z^2}} dr \right]; \quad 0 < z < b, \quad (16) \end{aligned}$$

$$\tau_{xz}(x,0) = -\frac{2}{\pi} m_{12} x \frac{\Psi(a)}{\sqrt{a^2 - x^2}} + \frac{2}{\pi} m_{12} x \int_a^{\infty} \frac{\Psi'(t)}{\sqrt{t^2 - x^2}} dt +$$

$$+ \frac{2}{\pi} x \sum_{k=1}^2 \frac{b_k^*}{t_k} \left[\int_0^b \frac{\varphi_1(r)}{\left(\frac{x^2}{t_k^2} + r^2\right)^{3/2}} dr + \int_b^{\infty} \frac{r[\varphi_2(r) + F^a(r)]}{\left(\frac{x^2}{t_k^2} + r^2\right)^{3/2}} dr \right], \quad 0 < x < a.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Тоноян В.С., Мелкумян С.А. Симметричная контактная задача для ортотропной полуплоскости с вертикальным полубесконечным разрезом // Симпозиум: Современные проблемы механики контактных взаимодействий. 22-25 ноября, 1992 г., Ереван.
2. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. - М.: Мир, 1982. - 334 с.
3. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.: Наука, 1971. - 2108 с.
4. Мелкумян С.А. Контактная задача для полуплоскости с вертикальным конечным разрезом // ДАН АрмССР. - 1972. - № 2. - С. 82-93.
5. Тоноян В.С., Мелкумян С.А. Контактная задача для полуплоскости с вертикальным разрезом // ДАН АрмССР. - Т. 1, 1970. - № 3. С. 144-149.
6. Уфлянд Я.С. Метод парных уравнений в задачах математической физики. - Л.: Наука, 1977. - 220 с.

И-т механики НАН РА

15.X.1995

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. XLIX, № 3, 1995, с. 150-156

УДК 539.3:534.1

МАШИНОСТРОЕНИЕ

А.М. САРГСЯН, А.С. ХАЧИКЯН

ВЛИЯНИЕ СВЯЗАННОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ НА ПОВЕДЕНИЕ ИХ ХАРАКТЕРИСТИК В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ ТЕЛЕ

Էլեկտրաառաձգականության գծային տեսության դրվածքով ուսումնասիրված է կտոր առ կտոր համասեռ սեպի տեսք ունեցող լայնական կտրվածքով պրիզմայաձև մարմնի լարվածային-դեֆորացիոն վիճակը:

Ցույց է տրված, որ էլեկտրական և մեխանիկական դաշտերի կապակցվածությունն առաձգական լարումների վրա ունի որակական ազդեցություն բաղադրյալ մարմնի միազման մակերևույթի եզրի շրջակայքում:

В постановке линейной теории электроупругости изучено напряженно-деформированное состояние призматического тела с поперечным сечением в виде кусочно-однородного клина. На гранях призматического тела заданы перемещения и электростатические потенциалы.

Показано, что связность механических и электрических полей оказывает качественное влияние на поведение упругих напряжений в окрестности края поверхности контакта кусочно-однородного тела.

Ил. 4. Библиогр.: 10 назв.

The stressed and distorted state of the prismatic body with a cross-section in the form of a piece-homogeneous wedge has been studied in connection with linear theory of electrical elasticity. The displacements and electrostatic potentials are given on the faces of the prismatic body. It is shown that mechanical and electrical field bonding qualitatively influences the elastic stress behaviour in the vicinity of the contact surface edge in a piece-homogeneous body.

Ил. 4. Ref. 10.

Поведение несвязанных стационарных физических полей (тепловых, диффузионных, электрических и магнитных, упругих напряжений при кручении и продольном сдвиге и т.д.) в окрестности края поверхности контакта кусочно-однородного тела изучено в [1-3].

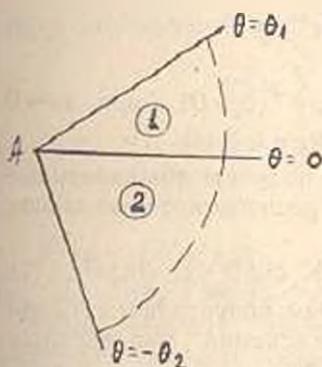


Рис. 1

С целью выяснения влияния связности физических полей на поведение их характеристик (поток тепла и вещества, напряженности электрических и магнитных полей, упругие напряжения и т.д.) в данной работе в качестве примера рассмотрена антиплоская задача электроупругости для составного призматического тела с поперечным сечением в виде кусочно-однородного клина, изготовленного из пьезокристаллов класса 4 мм, 6 мм и т.д. с различными электроупругими свойствами (рис. 1). Главная ось симметрии пьезокристалла (ось x) перпендикулярна плоскости поперечного сечения призматического тела и проходит через вершину составного клина.

В цилиндрической системе координат решение антиплоской задачи электроупругости для составного призматического тела приводится к интегрированию дифференциальных уравнений [4]:

$$\Delta u_j(r, \theta) = 0, \quad \Delta \Phi_j(r, \theta) = 0, \quad j = 1, 2 \quad (1)$$

со следующими граничными

$$u_1(r, \theta_1) = f_1(r), \quad \Phi_1(r, \theta_1) = \psi_1(r) \quad (2)$$

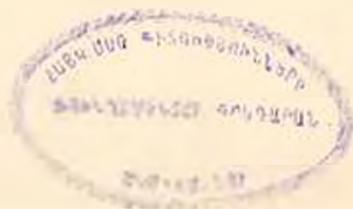
$$u_2(r, -\theta_2) = f_2(r), \quad \Phi_2(r, -\theta_2) = \psi_2(r) \quad (3)$$

и идеальными электроупругими контактными условиями при $\theta = 0$:

$$u_1(r, 0) = u_2(r, 0), \quad \Phi_1(r, 0) = \Phi_2(r, 0) \quad (4)$$

$$c_{44}^{(1)} \frac{\partial u_1}{\partial \theta} + c_{15}^{(1)} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \theta} = c_{44}^{(2)} \frac{\partial u_2}{\partial \theta} + c_{15}^{(2)} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} \quad (5)$$

$$c_{15}^{(1)} \frac{\partial u_1}{\partial \theta} - \epsilon_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \theta} = c_{15}^{(2)} \frac{\partial u_2}{\partial \theta} - \epsilon_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} \quad (6)$$



В (1) - (6) u_j — упругие перемещения; Φ_j — электростатические потенциалы, Δ — двумерный оператор Лапласа; $c_{44}^{(j)}$, $e_{15}^{(j)}$, ϵ_j — модули упругости, пьезомодули, диэлектрические проницаемости пьезоматериалов; $f_j(r)$ и $\psi_j(r)$ — заданные функции.

Условия (5) и (6) получаются из уравнений состояния [4]:

$$\begin{aligned} \tau_{\theta z}^{(j)} &= c_{44}^{(j)} \gamma_{\theta z}^{(j)} - e_{15}^{(j)} E_{\theta}^{(j)}, \quad \tau_{rz}^{(j)} = c_{44}^{(j)} \gamma_{rz}^{(j)} - e_{15}^{(j)} E_r^{(j)}, \\ D_{\theta}^{(j)} &= e_{15}^{(j)} \gamma_{\theta z}^{(j)} + \epsilon_j E_{\theta}^{(j)}, \quad D_r^{(j)} = c_{15}^{(j)} \gamma_{rz}^{(j)} + \epsilon_j E_r^{(j)}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\gamma_{\theta z}^{(j)} = \frac{\partial u_j}{r \partial \theta}, \quad \gamma_{rz}^{(j)} = \frac{\partial u_j}{\partial r}, \quad E_{\theta}^{(j)} = -\frac{\partial \Phi_j}{r \partial \theta}, \quad E_r = -\frac{\partial \Phi_j}{\partial r},$$

где $\tau_{\theta z}$, τ_{rz} , $\gamma_{\theta z}$ и γ_{rz} — компоненты упругих напряжений и деформаций; D_{θ} , D_r , E_{θ} и E_r — компоненты векторов электрической индукции и напряженности электрического поля.

К краевой задаче (1)-(6) применяется преобразование Мелина:

$$\bar{\varphi}(p) = \int_0^{\infty} \varphi(r) r^{p-1} dr, \quad \varphi(r) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \bar{\varphi}(p) r^{-p} dp. \quad (8)$$

Если при $r \rightarrow \infty$ функция $\varphi(r)$ исчезает как $r^{-\delta}$ ($\delta > 0$), а при $r \rightarrow 0$ остается ограниченной, то L лежит в полосе $0 < \text{Re } p < \delta$ [5].

Применяя преобразования Мелина к (1), получим обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка, решения которых имеют вид

$$u_j(p, \theta) = A_j \cos p\theta + B_j \sin p\theta, \quad \Phi_j(p, \theta) = K_j \cos \theta + D_j \sin p\theta. \quad (9)$$

Удовлетворяя гранично-контактным условиям, полученным из (2)-(6) после преобразования Мелина, для определения неизвестных коэффициентов A_j , B_j , K_j и D_j получим систему алгебраических уравнений. Определяя A_j , B_j , K_j , D_j , подставляя их в (9) и возвращаясь к оригиналу, для $\tau_{\theta z}$ и τ_{rz} будем иметь

$$\begin{aligned} \tau_{\theta z} &= \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{F_{1j}(p, \theta)}{\Delta_1(p)} r^{-p-1} p dp, \\ \tau_{rz} &= \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{F_{2j}(p, \theta)}{\Delta_1(p)} r^{-p-1} p dp, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$F_{1j}(p, \theta) = [c_{44}^{(j)} B_j' + e_{15}^{(j)} D_j'] \cos p\theta - [c_{44}^{(j)} A_j' + e_{15}^{(j)} K_j'] \sin p\theta,$$

$$F_{2j}(p, \theta) = [c_{44}^{(j)} A_j' + e_{15}^{(j)} K_j'] \cos p\theta + [c_{44}^{(j)} B_j' + e_{15}^{(j)} D_j'] \sin p\theta,$$

$$\Delta_1(p) = Q_- \sin^2 p\theta_- + Q_0 \sin^2 p\theta_0 + Q_+ \sin p\theta_+ \sin p\theta_-.$$

$$Q_{\pm} = a_{\pm}^2 \epsilon_{\pm}^2 + a_0 e_{\pm}^2, \quad Q_3 = a_- \epsilon_- + a_+ \epsilon_+ + 2a_0 e_+ e_-.$$

$$\begin{aligned}
a_{\pm} &= a \pm 1, \quad \epsilon_{\pm} = \epsilon \pm 1, \quad e_{\pm} = e \pm 1, \quad \theta_{\pm} = \theta_1 + \theta_2, \quad C_j = \cos p\theta_j, \\
a &= c_{44}^{(2)} / c_{44}^{(1)}, \quad \epsilon = \epsilon_2' / \epsilon_1, \quad e = e_{15}^{(2)} / e_{15}^{(1)}, \quad a_0 = c_{15}^{(1)} \cdot c_{15}^{(1)} / c_{44}^{(1)} \epsilon_1, \\
(A_j', B_j', K_j', D_j') &= (A_j, B_j, K_j, D_j) \Delta_1(p), \quad S_j = \sin p\theta_j, \\
A_j' &= \bar{f}_1(p) [(1 + a_0) C_1 S + (\epsilon + a_0 e) S_1 C_2] S_2 + \bar{f}_2(p), \\
[(a + a_0 e) C_1 S_2 + (a \epsilon + a_0 e^2) S_1 C_2] S_1 - a_0 \epsilon (e_{15}^{(1)})^{-1} (e - \epsilon), \\
&[\bar{\Psi}_1(p) C_2 - \bar{\Psi}_2(p) \cdot C_1] S_1 S_2.
\end{aligned} \tag{11}$$

Величины B_j', K_j', D_j' имеют аналогичный вид.

Для исследования поведения упругих напряжений в окрестности края поверхности контакта составного тела (точка А на рис. 1) дополним прямую L влево некоторым полукругом и применим теорему о вычетах. Если полюсами подынтегральных функций в (10) являются только корни уравнения

$$\Delta_1(p) = 0 \tag{12}$$

и все они просты, будем иметь

$$\begin{aligned}
\tau_{\theta_2}^{(j)} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_{1j}(-p_n, \theta)}{\Delta_1'(p_n)} p_n \Gamma^{p_n-1}, \\
\tau_{r_2}^{(j)} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_{2j}(-p_n, \theta)}{\Delta_1'(p_n)} p_n \Gamma^{p_n-1},
\end{aligned} \tag{13}$$

где $\Delta_1'(p) = d\Delta(p)/dp$, $-p_n$ — корни уравнения (12), причем $\text{Re } p_n > 0$, $\text{Re } p_1 < \text{Re } p_2 < \dots$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).

На основании (13) заключаем, что около края поверхности контакта характер напряженного состояния определяется величиной действительной части первого корня $p_1 = \xi_1 + i\eta_1$. Если $\xi_1 > 1$, то в окрестности точки А имеет место нулевое напряженное состояние (малонапряженное). При $\xi_1 < 1$ в окрестности угловой точки А напряжения неограниченно возрастают (концентрационное состояние). В случае $\xi_1 = 1$ напряжения в окрестности угловой точки конечны и вообще отличны от нуля (предельное состояние).

Уравнение (12) записывается в виде

$$\begin{aligned}
(\sin p\theta_+ - y_1 \cdot \sin p\theta_-)(\sin p\theta_+ - y_2 \cdot \sin p\theta_-) &= 0, \\
y_{1,2} &= (-Q_3 \pm \sqrt{Q_3^2 - 4Q_4 Q_2}) / 2Q_4.
\end{aligned} \tag{14}$$

Не накладывая ограничений на электроупругие характеристики материалов, рассмотрим случай $\theta_1 = \theta_2$. Из (12) или (14) легко получить, что $p_1 = \pi / 2\theta_1$, т.е. поведение упругих напряжений около угловой точки А не зависит от электромеханических свойств соединяемых пар (пьезоэффект не проявляется).

В другом частном случае $a = e = 1$, $\epsilon \neq 1$ уравнение (14) принимает следующий вид:

$$\sin p\theta_+ \cdot (\sin p\theta_+ - \epsilon \cdot \sin p\theta_-) = 0, \quad \epsilon_{\pm} = (\epsilon - 1) / (\epsilon + 1 + a_0).$$

корни которого действительны и просты [1, 2]. Соответствующие различным значениям ϵ предельные кривые (на которых $\text{Re } p_1 = 1$), разделяющие в плоскости углов растворов однородных клиньев θ_1, θ_2 области малонапряженности ($\text{Re } p_1 > 1$) и концентрации напряжений ($\text{Re } p_1 < 1$), имеют вид, приведенный на рис. 2а и 2б. Области малонапряженности на рис. 2а и 2б заштрихованы. Для однородного клина ($a = 1, e = 1, \epsilon = 1$) предельная кривая представляет собой отрезок прямой $\theta_1 + \theta_2 = \pi$.

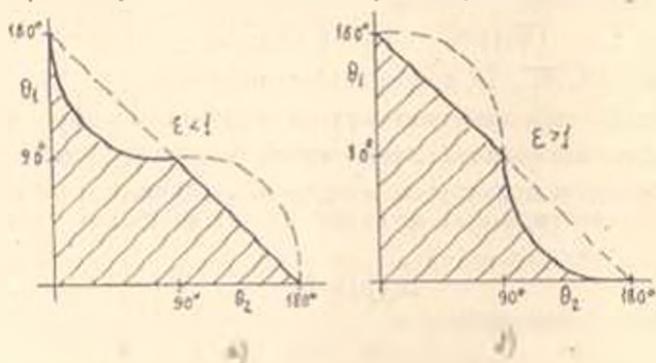


Рис. 2

Как показано в [1, 2], корни уравнения (14) действительны и просты, если только $-1 < y_1 < 1$. В случаях $|y_1| > 1$ или $y_1 = \alpha \pm i\beta$ уравнение (14) может иметь и комплексные корни.

Для соединяемых пар ЦТСЧ-ZnO, ЦТСЧ-CdS, ЦТС19-CdS, ZnO-CdS y_1 и y_2 оказались действительными и меньше единицы, а для пары ЦТСЧ-ЦТС19 — комплексно сопряженными. Материалы соединяемых пар и их свойства заимствованы из [6]. Соответствующие предельные кривые представлены на рис. 3. Там же пунктиром показана предельная кривая для ЦТСЧ-ZnO без учета пьезоэффекта.

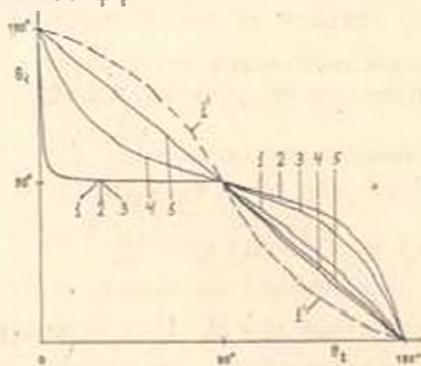


Рис. 3.

Как следует из рис. 2 и 3, связность электрических и механических полей оказывает существенное влияние на поведение упругих напряжений в окрестности края поверхности контакта составного тела. Сравнение кривых 1 и 1' показывает, что в интервале $0 < \theta_1 < \pi/2$ область

малонапряженности уменьшается, а при $\pi/2 < \theta_2 < \pi$ — увеличивается. Аналогичная ситуация имеет место и для других рассмотренных пар.

Все сказанное выше о поведении упругих напряжений справедливо также для компонентов векторов электрической индукции и напряженности электрического поля.

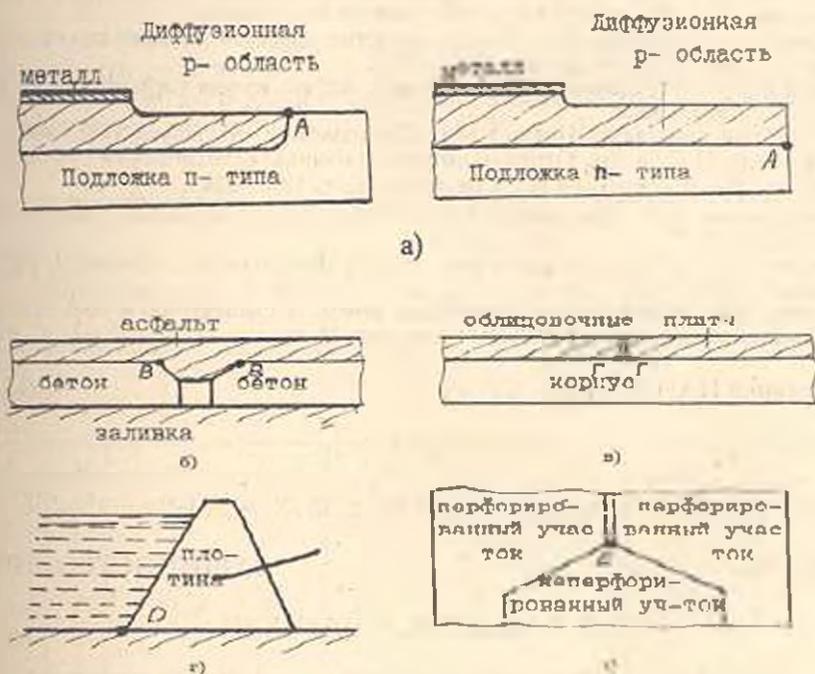


Рис. 4.

Таким образом, полученные в настоящей работе результаты, а также положения и выводы работ [1, 2] открывают широкие возможности для создания принципиально новых приборов, устройств и технологий, в основе которых лежит принцип целенаправленного изменения поведений характеристик связанных и несвязанных полей в однородных и неоднородных средах. В частности, кроме повышения прочности неразъемных соединений [1, 10], появляется возможность для: устранения причин, приводящих к поверхностному пробою в местах выхода р-п-перехода в силовых полупроводниковых приборах [7] (точка А на рис. 4 а); регулирования диффузионными процессами на границе раздела фаз; устранения трещинообразования в автомобильных дорогах в местах стыка асфальт-бетон [8] (рис. 4 б); устранения причин, приводящих к отслаиванию облицовочных плит (рис. 4 в); регулирования процесса фильтрации на границе раздела сред [9] (рис. 4 г); устранения возникновения трещин в корпусах парогенераторов АЭС в окрестностях угловых точек грани раздела перфорированной и неперфорированной зон (рис. 4 д) и т.д. Область возможных применений результатов данной работы и предшествующих исследований достаточно обширна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чобанян К.С. Напряжения в составных упругих телах. - Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1987. - 338 с.
2. Саргсян А.М., Хачикян А.С. Поведение некоторых физических полей в окрестности края поверхности контакта кусочно-однородного тела // Докл. АН АрмССР. - 1988. - № 4. - С. 161-165.
3. Аксентян О.К., Луцки О.Н. Об условиях ограниченности напряжений у ребра составного клина // Изв. АН СССР. МТТ. - 1978. № 5. С. 102-108.
4. Партон В.З., Кудрявцев Б.А. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. - М.: Наука, 1988. - 472 с.
5. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. - М.: Изд-во АН СССР, 1963. - 367 с.
6. Акустические кристаллы /Под ред. М.П. Шаскольской. - М.: Наука, 1982. - 632 с.
7. Агаларзаде П.С. и др. Основы конструирования и технологии обработки поверхности р - п - перехода. -М.: Советское радио, 1978, -224 с.
8. Бугославский А.М. Дорожные асфальто-бетонные покрытия. - М.: Высшая школа, 1965. - 115 с.
9. Прусов И.А. Двумерные краевые задачи фильтрации. - Минск: Изд-во "Университетское", 1987. - 182 с.
10. Давидян Д.Б., Ширинян Р.А. Прочность клеевых наклепочных соединений и явление малонапряженности // Изв. АН Армении. Механика. - 1992. - № 1-2. - С. 69-73.

И-т механики НАН Армении

9. VI.1994

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. XLIX, № 3, 1995, с. 156-161

УДК 621.937

МАШИНОСТРОЕНИЕ

М.В. КАСЬЯН, Ф.А. ПАРИКЯН

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ ГАЗОВЫХ СРЕД НА ПРОЦЕСС РЕЗАНИЯ МЕТАЛЛОВ

Նետազոտված է զազային միջավայրի ազդեցությունը կտրման գործընթացի որոշ բնութագրերի, հատկապես մշակված մակերևույթի անհարթությունների, մակերևութային շերտի ամրացման և դիսլոկացիաների խտության վրա: Դիտարկված են մետաղների կտրման ժամանակ զազային միջավայրի ազդեցության և ներթափանցման մեխանիզմները պլաստիկ դեֆորմացման տեղամասում:

Проведено исследование влияния газовых сред на некоторые характеристики процесса резания: на шероховатость обработанной поверхности, упрочнение поверхностного слоя и плотность дислокаций. Рассмотрены механизмы проникновения и влияния газовых сред на процесс пластической деформации при резании металлов.

Ил. 2. Табл. 2. Библиогр.: 3 назв.

A study of gas medium effect on the cutting process characteristics: roughness of machined surface, hardening of surface layer and dislocation of density has been carried out. Penetration mechanisms and gas medium effect on the plastic deformation process during metal cutting are considered.

Ил. 2. Tables 2. Ref. 3.

В процессе резания в результате воздействия высоких температур, упруго-пластических деформаций, а также физико-химического взаимодействия газовой среды с пластически деформируемыми слоями

происходят значительные изменения структуры и свойства тонких поверхностных слоев.

Газовая среда является одним из факторов, определяющих закономерности развития процессов, протекающих на поверхностях трения, и во многих случаях оказывающих существенное влияние как на динамику процесса и качество обработанной поверхности, так и на процесс изнашивания рабочих граней инструмента [1].

Отсутствие единого мнения относительно влияния газовых сред на характеристики процесса резания, а также комплексных исследований в этой области предопределило направление данной работы. Эксперименты проводились в специальной вакуумной камере с установленным внутри динамометром.

Таблица 1

Ма- те- риал	Сталь 20								
	Кислород			Воздух			Аргон		
Среда									
Инс- тру- мент	Т5К1 0								
	V , м/мин	30,0	49,0	97,0	30,0	49,0	97,0	30,0	49,0
γ_d , град	21°30'	17°	7°	23°	11°45'	9°	25°	14°30'	11°30'
$h_{нар}$, мм	0,28	0,25	0,08	0,31	0,28	0,16	0,40	0,39	0,18
S , мм	0,65	0,66	0,58	0,92	1,05	0,70	1,50	1,60	0,98
$\mu_{уст}$	1,05	0,92	0,72	1,20	1,05	0,93	1,35	1,20	1,09
β , град	29°30'	30°30'	27°	28°	24°30'	22°30'	23°30'	22°	20°30'
Q_N , кг мм ²	300	310	575	250	260	515	203	190	415
A , кН мм ²	2,65	2,54	3,62	3,35	3,07	4,10	4,60	3,86	4,92

Влияние газовых сред на процесс резания проявляется в различной степени в зависимости от диапазона изменения скорости резания (табл. 1). При низких скоростях резания (6...15 м/мин) отмечается тенденция к снижению влияния газовой среды, поскольку напряженное состояние контактных поверхностей и сравнительно низкая температура резания не благоприятствуют протеканию химической реакции со средой. В диапазоне скоростей 15...97 м/мин напряженно-деформированное состояние контактных поверхностей и достаточно высокая температура приводят к

повышению поверхностной свободной энергии и резкому усилению диффузионных процессов, которые способствуют значительному увеличению скорости химической реакции между чрезвычайно активными поверхностями трения и окружающей газовой средой.

В случае, когда окружающей средой является нейтральный газ аргон, диффузионные процессы реализуются за счет взаимной диффузии между активизированными контактными поверхностями, приводящей к ускорению процесса схватывания и соответственно увеличению длины контакта стружки с резцом. В кислороде, химическая активность которого чрезвычайно высока, в результате физико-химической адсорбции, а также реакции окисления происходят качественные изменения во взаимодействии между контактными поверхностями. При этом устраняется значительная часть дискретного металлического контакта между стружкой и передней поверхностью резца, снижается адгезионная составляющая сил трения, в результате чего и процессе стружкообразования устанавливается сравнительно "мягкая" схема деформирования.

Рассчитанный с учетом действительного переднего угла γ_n условный коэффициент трения в интервале скоростей 30...97 м/мин в среде кислорода в 1,3...1,5 раза меньше, чем в аргоне. Одновременно с этим кислородная среда оказывает значительное влияние на длину контакта стружки с резцом S и контактные нагрузки q_c , а при изменении контактных процессов - на направление действия максимальных сдвигающих напряжений, а также увеличивает угол сдвига β , тем самым снижая работу стружкообразования A_s .

С увеличением скорости резания до 153 м/мин влияние окислительных и нейтральных газовых сред на все без исключения параметры процесса снижается, при этом можно считать, что выше $V = 153$ м/мин оно практически отсутствует.

Шероховатость обработанной поверхности остается одной из важнейших характеристик для сравнительной оценки эффективности действия различных газовых сред при неизменных условиях проведения экспериментов. Анализ экспериментальных данных показал, что наиболее эффективной средой, уменьшающей шероховатость обработанной поверхности, является кислород, в среде которого, независимо от скорости резания, сочетаний обрабатываемого и инструментального материалов, величина R_a минимальна. Установлено, что максимальное влияние газовых сред на шероховатость обработанной поверхности проявляется в диапазоне невысоких скоростей резания, когда отмечается интенсивное наростообразование. При резании стали 20 инструментом из Т5К10 шероховатость обработанной поверхности при переходе от кислорода к аргону увеличивается в 3,5 раза - от 4,0 до 14,2 мкм. С увеличением скорости резания за пределы зоны интенсивного наростообразования эта разница резко снижается, выше определенной скорости резания кривые $R_n = f(v)$ для различных газовых сред сливаются с кривой, полученной при резании в воздухе.

Существует почти прямо пропорциональная зависимость между микротвердостью поверхностного слоя и глубиной наклепа h (рис. 1), что особенно хорошо видно при резании в воздухе и аргоне, однако прямой зависимости между силой резания и характеристиками упрочнения поверхности не наблюдается. С другой стороны, плотность дислокаций

обработанной поверхности изменяется идентично значениям микротвердости [1] и с увеличением скорости резания уменьшается (табл. 2).

Таблица 2

Матер.	Инстр.	t, мм	V, м/мин	Плотность дислокаций, $\rho \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$			Примечание
				кислород	воздух	аргон	
Сталь 45	Т5К10	0,8	49	2,47	1,90	1,82	Поверхностный слой
			97	1,82	1,75	5,75	
Сталь 20	Т5К10	1,45	49	1,20	0,85	0,78	Прирезцовая поверхность стружки
			97	1,08	0,78	0,72	

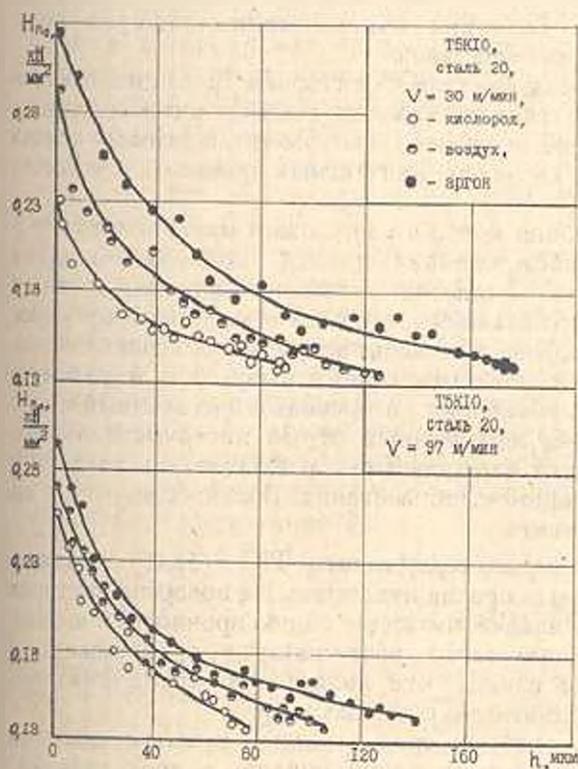


Рис. 1. Влияние газовых сред на закономерность изменения "микротвердость - расстояние от поверхности"

дислокаций $(1,46 \dots 1,82) \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ (рис. 2).

Упрочнение при пластической деформации объясняется прежде всего накоплением дислокаций, образованием сложных дислокационных сеток, которые в большинстве случаев не выходят наружу, а закрепляются внутри металла и препятствуют движению других, еще подвижных дислокаций. С увеличением степени деформаций в связи с появлением сетки дислокации степень упрочнения возрастает. При этом непрерывно генерируются новые дислокации, количество их возрастает, в локальных объемах плотность их достигает критического значения $10^{12} \dots 10^{14} \text{ см}^{-2}$.

Увеличение микротвердости поверхности в 1,25 раза при обработке стали 45 приводит к возрастанию плотности

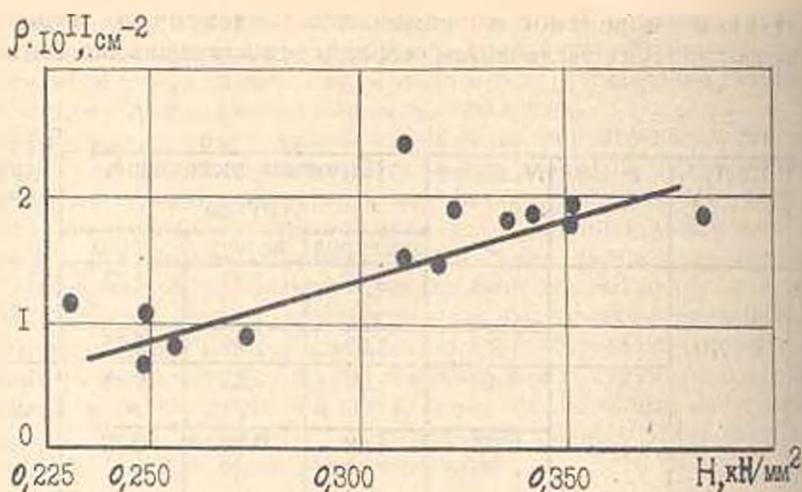


Рис. 2. Зависимость "микротвердость - плотность дислокаций"

Исследования показали также, что кислород является наиболее эффективной средой, где величина износа минимальна во всем исследованном диапазоне скоростей резания.

Установлено, что при резании стали 45 в газовых средах изменяется как величина износа по задней грани инструмента, так и физическая природа износа. Механизм изнашивания режущего инструмента в газовых средах можно объяснить, исходя из характера контактных процессов и условий стружкообразования.

В среде аргона, адсорбция которого ничтожно мала, возникает в основном физически адсорбированная пленка, которая обладает наименьшей эффективностью в смысле понижения адгезии, поэтому условия контактирования приближаются к таковым в вакууме. В процессе стружкообразования в среде аргона происходит непрерывное возникновение и срезание адгезионных связей, способствующих отрыву, срезу и удалению частиц твердого сплава и вызывающих интенсивный адгезионный износ инструмента. В среде аргона адгезионный отрыв инструментального материала настолько возрастает, что приводит к выкрашиванию главной и вспомогательной режущих кромок, образованию больших вырывов на передней поверхности инструмента.

Известно, что сплавы с малым содержанием TiC (Т5К10) обладают сравнительно низкой стойкостью против окисления. На поверхности таких сплавов образуются окисные пленки, имеющие малую прочность и низкое сопротивление сдвигу - они легко разрушаются, превращаясь в мелкодисперсные продукты износа, что является хорошей смазкой, снижающей трение между контактными поверхностями.

В вопросе о влиянии газовых сред наиболее важным является определение возможных механизмов проникновения в зону резания. Высокие скорости резания (деформации), большие удельные давления и высокая температура, образование химически чистых, активных поверхностей и другие явления, сопутствующие процессу резания, предопределяют существенные особенности проникновения среды в зону резания.

Предположение, что в режимах наростообразования создаются благоприятные условия для проникновения газов (кислорода) в зону резания из-за периодических срывов нароста и возникновения мгновенного вакуума в этой зоне, является наиболее вероятным. Такое вакуумное пространство легко заполняется рабочими газами, которые адсорбируются химически активными контактными поверхностями или вступают в реакцию, образуя различные пленки.

При допущении, что кислород имеет свободный доступ к контактным поверхностям, а также учитывая, что молекулы кислорода занимают площадь 10\AA^2 и номинальная площадь контакта значительно больше фактической, количество молекул, необходимых для образования хемisorбционного слоя на $S_{\text{факт}}$, будет

$$P_{\text{хем}} = \frac{S_{\text{факт}}}{S_{\text{мол}}} \approx 1,0 \cdot 10^{11} \text{ мол.}$$

В реальных условиях, когда доступ кислорода к контактным поверхностям несвободен, $P_{\text{факт}}$ резко снижается и на контактной поверхности сбегавшей стружки не образуется даже мономолекулярный слой, в то время как на деформированной и нагретой поверхности неподвижного инструмента существуют самые благоприятные условия для адсорбции и химической реакции и образования весьма тонких пленок окислов [2]. Наличие даже таких тонких пленок способствует подавлению сил молекулярного взаимодействия трущихся ювенильных поверхностей, заменяя их значительно слабыми силами вандерваальсовского взаимодействия.

При увеличении скорости резания средняя температура в зоне резания повышается, контактные слои размягчаются, исчезает нарост, уменьшаются размеры щелей-капилляров и колебание системы "стружка-инструмент-обрабатываемый материал", что в итоге ухудшает условия проникновения кислорода в зону стружкообразования. Кроме того, из-за сравнительно низкой скорости химической адсорбции кислорода по сравнению со скоростью резания адсорбированные на поверхностях инструмента пленки окислов, вследствие сокращения времени контакта, не успевают возобновиться, в результате чего условия резания приближаются к условиям трения в воздухе и аргоне [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Pankian F., Iost A., Hadi Sassi B. Influence de la nature de l'atmosphère sur la coupe de métaux. Propriétés des matériaux métalliques. - Tunis, 1980. - P.
2. Грег С., Синг К. Адсорбция, удельная поверхность, пористость. - М.: Мир, 1970. - с.
3. Францевич И. П. и др. Высокотемпературное окисление металлов и сплавов. - Киев. Техника, 1963. - с.

М.В. КАСЬЯН, Г.Б. БАГДАСАРЯН, Г.А. АРУТЮНЯН

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ ПО ВАЖНЕЙШИМ ВЫХОДНЫМ ПАРАМЕТРАМ ПРИ РЕЗАНИИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ КЕРАМИЧЕСКИМИ РЕЗЦАМИ

Կտրման ռեժիմների օպտիմալ նշանակությունը որոշելու համար կատարված են համապատասխան հաշվարկներ: Կազմված է օպտիմալացման սխեման և ներկայացված է գծային ծրագրավորման անհավասարությունների համակարգը իր որոշակի սահմանափակումներով, որտեղ հաշվի են առնվում տեխնոլոգիական բոլոր պարամետրերը: ԷՄՄ-ով լուծելով անհավասարումների համակարգը, ստացվում են կտրման ռեժիմների օպտիմալ արժեքները ըստ կարևորագույն ելքի պարամետրերի:

Проведены соответствующие расчеты для определения оптимальных значений режимов резания. Составлена схема оптимизации и представлена система неравенств (при определенных ограничениях) линейного программирования с учетом всех технологических параметров, которая решена на ЭВМ по специально составленной программе. Определены оптимальные значения режимов резания по важнейшим выходным параметрам.

Ил. 1. Табл. 1. Библиогр.: 2 назв.

Corresponding calculations have been made for determining the optimal value of cutting conditions. A diagram has been drawn up and an equality system has been represented (with certain limits) for linear programming according to all technological parameters which have been solved by a computer with a specially drawn up programme and optimal cutting conditions have been determined for the most important output parameters.

Ил. 1. Table. 1. Ref. 2.

Для получения оптимальных значений режимов резания предлагается следующая последовательность расчетов:

1. Определение всех выходных параметров изучаемого процесса - силы резания, стойкости, площадки износа по задней грани, шероховатости обработанных поверхностей, наклепа и микротвердости поверхностного слоя, угла схода стружки, объемной деформации стружки и т.д., в зависимости от режимов резания V , S , t .

2. Уточнение всех возможных ограничений при составлении плана исследования.

3. Применение линейного программирования при расчете оптимальных режимов резания.

Вышеизложенное можно представить в виде схемы оптимизации, показанной на рисунке.

Согласно этой схеме, во втором этапе составляется система неравенств для линейного программирования. Алгоритм решения общей задачи линейного программирования при перечисленных технологических показателях симплексным методом сводится к минимизации общей функции $y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3$ при ограничениях:

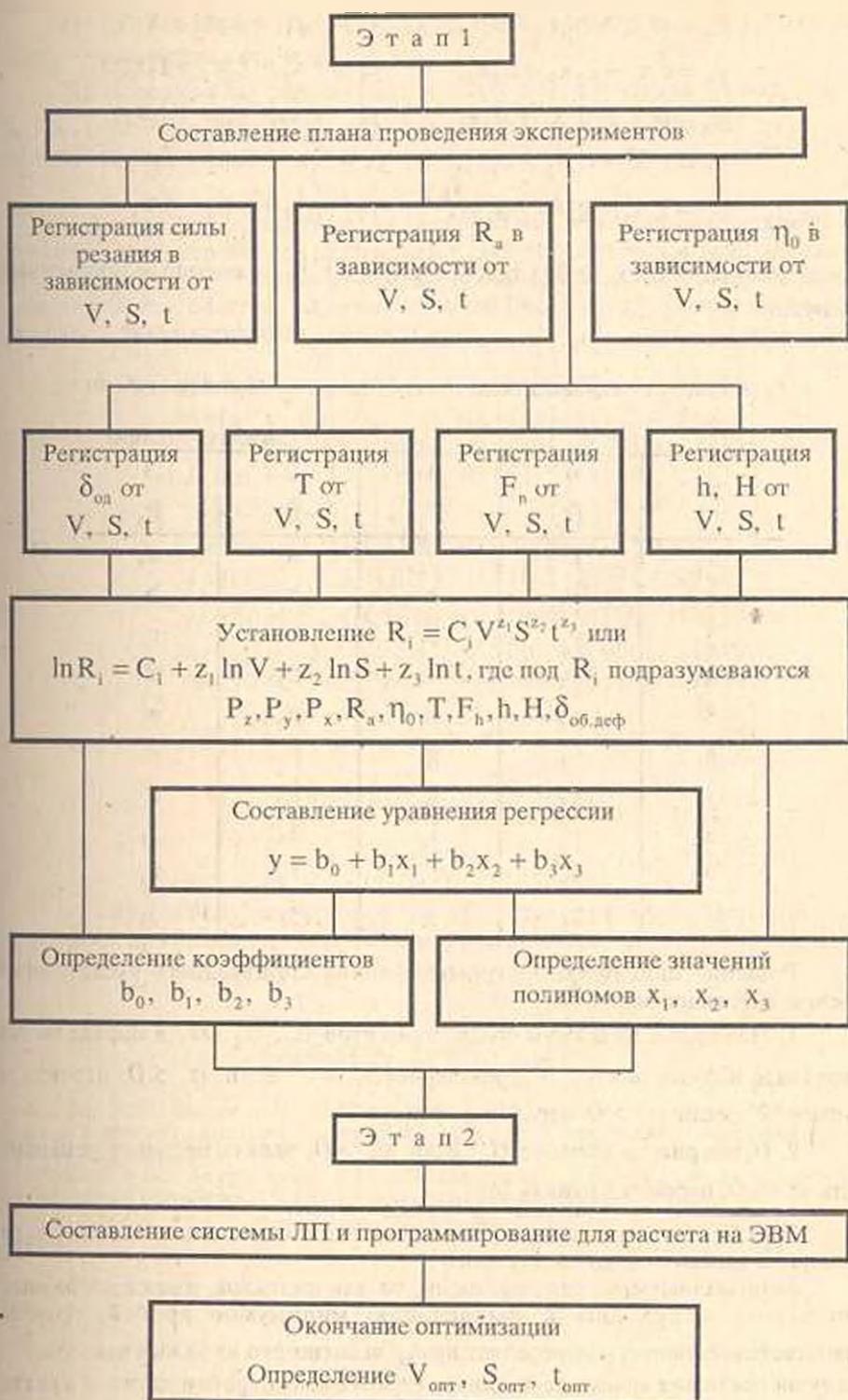


Рис. Схема оптимизации

$$\begin{aligned}
 E_1 &= b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3; & y_5 &= k_1x_1 + k_2x_2 + k_3x_3; \\
 y_1 &= c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3; & y_6 &= l_1x_1 + l_2x_2 + l_3x_3; \\
 y_2 &= d_1x_1 + d_2x_2 + d_3x_3; & y_7 &= r_1x_1 + r_2x_2 + r_3x_3; \\
 y_3 &= e_1x_1 + e_2x_2 + e_3x_3; & y_8 &= f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3; \\
 y_4 &= g_1x_1 + g_2x_2 + g_3x_3; & y_9 &= j_1x_1 + j_2x_2 + j_3x_3.
 \end{aligned}$$

где $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$; $b, c, d, e, g, k, l, r, f, j$ — заданные постоянные величины.

На основании заданных величин составляется симплекс-таблица.

Симплекс-таблица				
№	G	1	2	3
	P_0	P_1	P_2	P_3
1	E	a_1	a_2	a_3
2	y_1	b_1	b_2	b_3
3	y_2	c_1	c_2	c_3
4	y_3	d_1	d_2	d_3
5	y_4	e_1	e_2	e_3
6	y_5	g_1	g_2	g_3
7	y_6	k_1	k_2	k_3
8	y_7	l_1	l_2	l_3
9	y_8	f_1	f_2	f_3
10	y_9	j_1	j_2	j_3

Решение линейного программирования производится в следующей последовательности:

1. Находится максимум среди элементов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и определяется вводимый в базис вектор P_k . проверяется α_k : если $\alpha_k \leq 0$, перейти к пункту "2"; если $\alpha_k > 0$, перейти к пункту "3".

2. Проверяется элемент α_0 : если $\alpha_0 > 0$, задача не имеет решения; если $\alpha_0 = 0$, перейти к пункту "4".

3. Если один из столбцов P содержит положительные элементы, то находится минимум в одной из строк:

если минимум не единственный, то для индексов, имеющих равные минимумы, переходим к вычислению минимумов дробей, причем единственный минимум определяет номер выводимого из базиса вектора P_c . Получается новая симплекс-таблица, необходимо перейти снова к пункту "1".

4. Определяется β_k для тех a_1, \dots, a_j (строка 8), которым соответствуют нули в строке 9.

Здесь возможны два случая: если $\beta_k \leq 0$, то задача решена, если $\beta_k > 0$, перейти к пункту "2" и продолжить до конца. Результаты решения выводятся в виде

$$x_1 = C_1(V), \quad x_2 = C_2(S), \quad x_3 = C_3(t).$$

Согласно представленному алгоритму, для решения линейных функций в виде неравенств составляется (для стали 40X при использовании керамики марки ВЗ) целевая функция с несколькими ограничениями. Ниже представляется система неравенств линейного программирования, где учтены все технологические параметры:

$$\begin{aligned} E = \ln T &= 11,3 - 1,8 \ln V + 0,36 \ln S + 0,26 \ln t \geq \ln 60; \\ y_1 = \ln P_y &= 5,6 - 0,17 \ln V + 0,41 \ln S + 0,11 \ln t \leq \ln 25; \\ y_2 = \ln P_y &= 5,6 - 0,16 \ln V + 0,47 \ln S + 0,24 \ln t \leq \ln 20; \\ y_3 = \ln P_y &= 5,4 - 0,25 \ln V + 0,45 \ln S + 0,21 \ln t \leq \ln 12; \\ y_4 = \ln R_y &= 5,58 - 0,5 \ln V + 0,7 \ln S + 0,04 \ln t \leq \ln 2,5; \\ y_5 = \ln \delta_{\text{опт}} &= 0,16 - 0,02 \ln V + 0,02 \ln S - 0,05 \ln t \leq \ln 1,3; \\ y_6 = \ln F_n &= -4,8 + 0,8 \ln V + 0,34 \ln S + 0,03 \ln t \leq \ln 0,1; \\ y_7 = \ln \eta_0 &= 5,1 - 0,06 \ln V + 0,12 \ln S - 0,15 \ln t \leq \ln 2,4; \\ y_8 = \ln h &= 5,7 - 0,03 \ln V + 0,16 \ln S + 0,06 \ln t \leq \ln 100 \\ y_9 = \ln h &= 7,1 - 0,02 \ln V + 0,05 \ln S + 0,04 \ln t \leq \ln 300; \\ &\ln V \geq \ln 50; \\ &\ln V \geq \ln 350; \\ &\ln S \geq \ln 0,07; \\ &\ln S \leq \ln 0,31; \\ &\ln t \geq \ln 0,5; \\ &\ln t \leq \ln 1,5. \end{aligned}$$

Решая систему неравенств на ЭВМ по специально составленной программе, при указанных ограничениях получаются оптимальные значения V, S, t : $V_{\text{опт}} = 345 \text{ м/мин}$, $S_{\text{опт}} = 0,11 \text{ мм/об}$, $t_{\text{опт}} = 1 \text{ мм}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Касьян М.В., Багдасарян Г.Б., Арутюнян Г.А. Оптимизация технологических факторов при резании методом многофакторного планирования экспериментов. - Ереван: Айастан, 1990. - 161 с.
2. Рыжов Э.В., Аверченков В.И. Оптимизация технологических процессов механической обработки. - Киев: Наукова думка, 1989. - 191 с.

Г.Б. БАГДАСАРЯН, М.Г. СТАКЯН, В.Г. БАГДАСАРЯН

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ СВЕРЛА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ФИЗИКО- МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОБРАБАТЫВАЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ

Նաշվի առնելով քայքայման գործընթացների նույնականությունը, որոնք ընթանում են կառուցվածքային նյութերից պատրաստված մեքենամասերի ձգման և ոլորման, ինչպես նաև դրանց մեխանիկական մշակման ընթացքում՝ տաշեղագոյացման ժամանակ, առաջարկված է գալիկոնի երկրաչափական հիմնական պարամետրերի (առջևի γ և հետևի α , զալարի թևքման ω և հարթության մեջ ϕ անկյունների) որոշման ճարտարագիտական մեթոդ, որը հիմնված է փորձանմուշների քայքայման գոտու ձևափոխման հաշվառման վրա: Ատարկված են պարզ առնչություններ այդ պարամետրերի որոշման համար՝ պողպատյա մեքենամասերի ֆիզիկամեխանիկական հատկությունների հաշվառմամբ:

Учитывая идентичность процессов разрушения, протекающих при растяжении и кручении деталей из конструкционных материалов, и стружкообразование при их механической обработке, предлагается инженерный метод определения основных геометрических параметров сверла (переднего γ и заднего α главных углов, угла наклона спирали ω и в плане ϕ), основанный на учете формоизменений в зоне разрыва образцов. Получены простые зависимости для определения этих параметров с учетом физико-механических свойств стальных деталей.

Ил. 4. Библиогр.: 5 назв.

Taking into account the distortion process identity occurring during tension and torsion of the parts made of structural materials, and the chip formation during their mechanical machining, an engineering method of determining basic geometrical parameters of a drill (front γ and lip-relief α of main angles, flute helix angles ω and in the plan ϕ) is proposed, which are based according to formchanging in the specimen breakage zone. Simple dependences for determining these parameters according to physical and mechanical properties of steel parts are obtained.

Ил. 4. Ref. 5.

Сверление конструкционных материалов рассматривается как сложный процесс резания, во время которого тело сверла испытывает действие переменного сложно-напряженного состояния (сжатие, изгиб, кручение), приводящего при определенных режимах к преждевременному разрушению рабочих поверхностей и тела самого сверла. Установлено [1], что стойкость сверла пропорциональна затраченной энергии разрушения металла в процессе резания.

Учитывая, что процесс резания металла в первом приближении аналогичен изменениям, происходящим в шейке лабораторного образца в момент его разрыва при растяжении и кручении [2], можно использовать параметры зоны разрыва образца для определения оптимальной геометрии сверла. Используя метод суперпозиции [3], можно добиться поэтапного решения задачи — главные передний и задний углы γ , α и угол сверла ω

плане φ определить из условия разрушения образца при растяжении, а угол наклона спирали ω - при кручении.

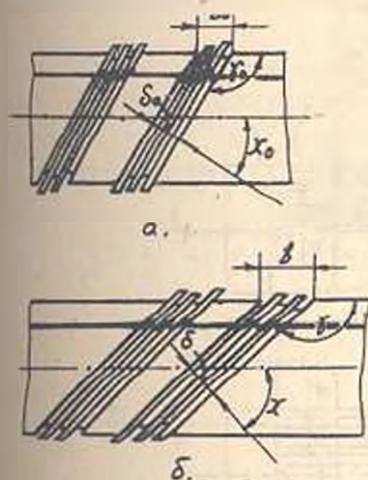


Рис. 1.

Модель смещения устойчивых полос скольжения:

а - до испытания. б - после испытания.

Известно [4], что для упрочняющихся металлов и сплавов по мере увеличения деформаций на микроструктурном уровне меняются углы плоскостей скольжения χ и γ (рис. 1). Поскольку толщина пакета скольжения δ практически остается неизменной, а размеры b и b_0 пропорциональны длине образца до и после разрушения, то $b/b_0 \approx \sin \gamma_0 / \sin \gamma$. При этом относительный сдвиг плоскостей скольжения для данного металла остается постоянным и фактически является физико-математической характеристикой материала, которая может быть использована для оценки идентичности процессов резания металла и разрушения образцов.

Рассмотрим область течения пластически деформированной зоны в момент разрушения образца (рис. 2). Разобьем эту область на участки S_1 , S_2 , S_3 и рассмотрим перемещение частицы по линии тока $\psi = \psi_0$ в цилиндрической системе координат $\psi O \varphi$ [4]:

$$\gamma_0 = \pi(1 - \psi_0 / \Delta\psi) \quad (1)$$

где $\Delta\psi$ — элементарный поток тока в области S . Вектор скорости в этом случае будет [3]:

$$\vec{V} = -\psi / D = \vec{V}_1, \quad (2)$$

а модуль $|\vec{V}|$ и угол наклона θ определяются из условий: $\vec{V} = V_1$, $\theta = \pi$.

В области S_1 имеем сравнительно равномерное поле течения. В области S_2 вектор скорости течения меняется по величине и направлению. Здесь же наблюдается концентрация и искривление линий тока, а также значительное рассеяние общей энергии формоизменения, приводящее к необратимым изменениям. В области S_3 происходит выравнивание тока и линий, но вектор скорости несколько выше:

$$\vec{V} = -\Delta\psi / d = \vec{V}_2. \quad (3)$$

где d — диаметр шейки разрушенного образца.

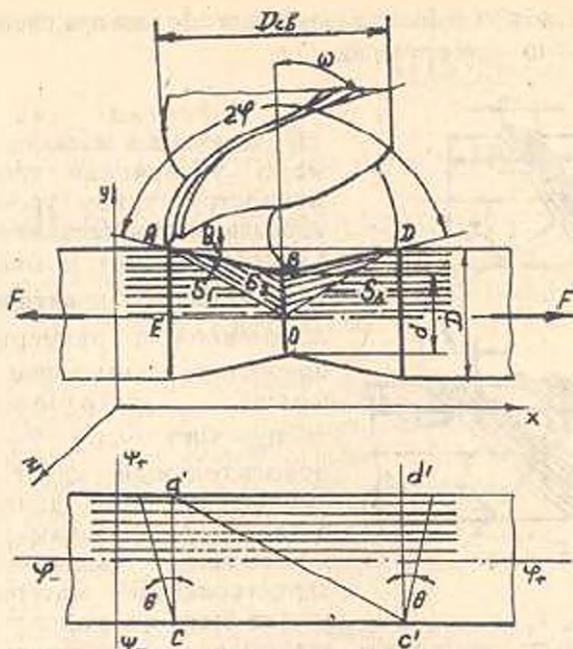


Рис. 2. Разрывное поле скорости при растяжении

На рис. 3 приведена схема резания металла при сверлении. На некотором расстоянии от зоны резания имеем равномерное поле течения (S_1), которое по мере приближения к режущей кромке напряжения в срезанном слое возрастает до начала пластического смещения материала (S_2). При этом меняется направление вектора скорости и образования стружки (S_3), которая движется по передней поверхности сверла со скоростью $V_{стр}$. Другая часть материала продолжает движение по оси φ со скоростью V , и в точке C происходит разрушение обрабатываемого материала.

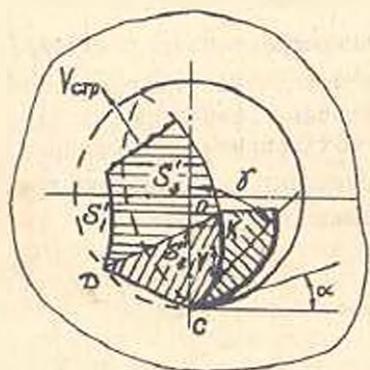


Рис. 3.
Зона деформации в срезаемом слое при сверлении

Идентичность напряженно-деформированного состояния в областях $S_1 - S_2$ и $S'_1 - S'_2$ (рис. 2 и 3) очевидна, так как в обоих случаях течение материала представляет собой жесткое перемещение среды, где компоненты скорости деформации равны нулю. Внутренняя граница, которая разделяет очаг пластической деформации от основной части материала, имеет вид эллипса (рис. 3) с наклоном под углом γ , принимающим значения $\gamma = \alpha\pi$ в области S'_2 [4]. Аналогичным образом установлено, что максимальные деформации при сверлении происходят

ближе к передней поверхности лезвия сверла. Следовательно, угол γ можно принять равным переднему углу, значение которого можно определить из геометрических соотношений на рис. 2:

$$\gamma = \arctg(Dtg\theta / (D - d)). \quad (4)$$

Главный задний угол α определяется из условия удлинения образца под действием максимальных касательных напряжений (рис. 4):

$$\varepsilon_s = (a_2 - a_1) / a_1 = [\cos \pi / 4 - \cos(\pi / 4 - \alpha)] / \cos(\pi / 4 + \alpha),$$

откуда получаем

$$\alpha = \arccos(a_1 / \sqrt{2}a_2) - \pi / 4. \quad (5)$$

где a_1 , a_2 — границы области деформаций сдвига (рис. 4).

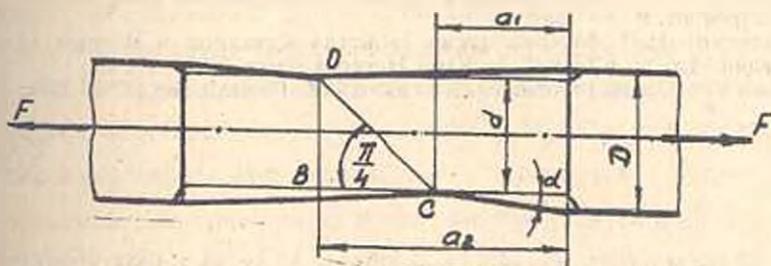


Рис. 4. Схема удлинения образца

Главный угол в плане φ определяется из условия образования конической части при разрыве растянутого образца (рис. 2):

$$\varphi = \pi / 2 - \theta. \quad (6)$$

Угол наклона спирали ω можно рассчитать из условия кручения тела сверла. При кручении цилиндрического бруса упруго-пластической границей поперечного сечения служит окружность сердцевины сверла диаметром d_c [5]:

$$d_c = k / G\omega.$$

где $k^2 = \tau_x^2 + \tau_y^2 = \tau_s^2 / 3$; G — модуль сдвига (для сталей $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$); τ_s — предел прочности. ω — угол закручивания поперечного сечения; τ_x , τ_y — компоненты касательных напряжений.

Крутящий момент при этом равен

$$T = 2\pi k(D_{\text{св}}^3 - d_c^3 / 4) / 3 = 2\pi k D_{\text{св}}^3 / 3,$$

а максимальное касательное напряжение, при котором стружка отрывается от основного материала, определяется как

$$\tau_{\text{max}} = T / W_p, \quad W_p = \pi D_{\text{св}}^3 / 16,$$

т.е.

$$\tau_{\text{max}} \approx 0,4K.$$

Так как $\omega = Tl / GI_p$, где l — длина сверла, I_p — полярный момент инерции, после некоторых преобразований для стальных деталей получим

$$\omega = 1,8 \cdot 10^{-6} \tau_s l / D_{\text{св}}.$$

Таким образом, на основании физико-механических свойств обрабатываемых материалов для каждой группы конструкционных материалов можно определить оптимальные геометрические параметры сверла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грановский Г.И., Грановский В.Г. Резание металлов. - М.: Машиностроение, 1985. - 302 с.
2. Багдасарян Г.Б., Арутюнян Г.А., Багдасарян В.Г. Определение основных углов реза по разрывному полю обрабатываемого металла // Изв. НАН Армении и ГИУА. Сер. ТН. - 1995. - Т. 48, № 1. - С. 4-7.
3. Некрасов С.С. Сопротивление хрупких материалов разрушению. - М.: Машиностроение, 1971. - 186 с.
4. Давиденков Н.Н. Механические свойства металлов и методы изменения деформаций: Изб. тр. в 2-х т. Т. 2. - Киев: Наукова думка, 1981. - 372 с.
5. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. - М.: Гостехиздат, 1956. - 324 с.

ГИУА

15.IX.1994

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. XLIX, № 3, 1995, с. 170-177

УДК 621.932.025:679.8.053

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Л.М. МАКАРЯН, А.Л. МАКАРЯՅԻ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ДИСКОВЫХ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОРГАНОВ КАМНЕРЕЗНЫХ МАШИН

Նվիրված է քիթեղաձև կտրիչներով հանդերձավորված սկավանակաձև գործադիր մարմնի՝ կտրման գործընթացում առաջացող լարվածային-դեֆորմացված վիճակի ուսումնասիրությանը: Ստացվել են լարումների տեղգորի բաղադրիչների էպյուրները և առաջադրվել են սկավանակի բեռնաթափումը և կայունությունն ապահովող կառուցվածքային ձևափոխություններ:

Посвящена изучению напряженно-деформированного состояния дискового исполнительного органа, оснащенного режущими пластинками, возникшего в процессе резания путем его аппроксимации с плоской задачей теории упругости с использованием ее методов. Получены эпюры компонентов тензора напряжений и предложены изменения конструкции диска, обеспечивающие его разгрузку и устойчивость.

Ил. 3. Табл. 2. Библиогр: 1 назв.

The paper concerns the developed in the cutting process stressed-deformed state of a disk equipped with plate-type cutters, approximating it with the plane problem of elasticity theory and using its procedures. Distribution curves of stress tensor components have been plotted, conclusions have been made accordingly, as well as it is suggested to make modifications in the disk design in order to provide unloading and stability of the disk.

Илл. 3. Table 2. Ref. 1.

Определение напряженно-деформированного состояния дискового исполнительного органа можно свести к решению следующей плоской задачи теории упругости. Плоский диск, находящийся в плоском напряженном состоянии, ограничен двумя концентрическими окружностями радиусами соответственно r и R (рис. 1). По радиусу r диск закрепляют на фланце выходного вала трансмиссии режущего узла. При этом можно считать, что на этом контуре компоненты перемещения точек диска равны нулю: $u = a$, $V = 0$. На некоторые части внешнего контура диска действуют силы резания, которые можно представить в виде компонентов P_λ и Q_λ (нормальные и касательные составляющие силы резания, действующие на режущие пластинки, закрепленные на внешнем контуре диска)

Рассмотрим смешанную задачу о плоском напряженном состоянии диска, ограниченного двумя концентрическими окружностями Γ_1 и Γ_2 с радиусами r и R . Будем придерживаться следующих обозначений (рис. 1): ρ, θ — полярные координаты точки $z = \rho e^{i\theta}$; σ_r, σ_θ — нормальные (радиальное и окружное) напряжения; $\tau_{r\theta}$ — касательное напряжение; U, V — перемещения точек диска в направлении радиуса и дуги; на Γ_1 , $u(z) = r$, $U = V = 0$; P_λ, Q_λ, C ($\lambda = 1, 2, \dots, n$) — нормальные и касательные сосредоточенные силы, приложенные к точкам контура; n — количество режущих пластинок, одновременно принимающих участие в процессе резания.

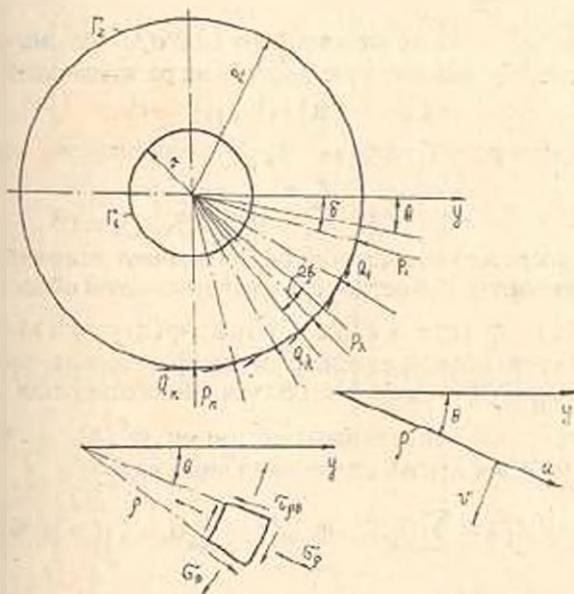


Рис. 1. Схема нагружения дискового исполнительного органа

Разложим силы, действующие на границе $|Z| = R$, в тригонометрический ряд. Для этого заменим сосредоточенные силы нагрузкой, равномерно распределенной на достаточно малых участках дуги.

соответствующих углам $2\beta_1$, (рис. 1). Интенсивности этих краевых напряжений можно считать равными

$$N_1 = -P_\lambda / 2R\beta_0 h, \quad T_1 = Q_\lambda / 2R\beta_0 h.$$

Напряжение на внешнем контуре разложим в комплексный тригонометрический ряд: $N - iT = \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_k e^{ik\theta}$. Коэффициенты разложения

G_k определим из следующего интегрального представления:

$$G_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (N - iT) e^{-ik\theta} d\theta, \quad \text{на } |z| = R.$$

При $\beta \rightarrow 0$ перейдем к случаю действия сосредоточенных сил:

$$G_k = \frac{1}{2\pi R h} \sum_{\lambda=1}^{\infty} (-P_\lambda - iQ_\lambda) e^{-ik\lambda\beta}. \quad (1)$$

Решение поставленной задачи заключается в нахождении аналитических функций $\varphi(Z)$ и $\psi(Z)$, удовлетворяющих заданным граничным условиям, которые в комплексной форме можно представить в виде

$$\begin{aligned} -\lambda_1 \varphi(z) - z \bar{\varphi}(z) - \bar{\psi}(z) &= O + K_2 i\theta, \quad \text{на } |z| = r, \\ \lambda_2 \varphi(z) + z \bar{\varphi}'(z) + \psi(z) &= \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} B_k e^{ik\theta} C_2 i \operatorname{Re} + K_2 i \theta e^{i\theta} + K_1 i \theta + C_2^0, \quad \text{на } |z|. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь значения K_k зависят от главного вектора усилий, приложенных к отверстию диска, и не зависят от характера их распределения

$$x = (3 - \mu) / (1 + \mu) = -\lambda,$$

где μ — коэффициент Пуассона, R_k — коэффициент, определяемый по формуле

$$B_k = 1 + R \bar{G}_k / K, \quad (k \neq 0). \quad (3)$$

Отметим, что выражение с черточкой обозначает величину, сопряженную выражению без черты. Известно, что для двухсвязной области имеем

$$\varphi(z) = \varphi^n(z) + a \cdot z \ln z + b \cdot \ln z, \quad \psi(z) = \psi^0(z) + \lambda \bar{b} \cdot \ln z. \quad (4)$$

В этих выражениях коэффициенты логарифмических членов зависят от составляющих x и y главного вектора усилий на отверстии диска.

Аналитические однозначные функции $\varphi^0(z)$ и $\psi^0(z)$ согласно теореме Лорана будем искать в виде степенных рядов

$$\varphi^0(Z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k z^k, \quad \psi^0(Z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k z^k, \quad r \leq |z| \leq R. \quad (5)$$

Таким образом, решение задачи сводится к определению неизвестных коэффициентов b_k и b_k^* относительно которых из (2), (4) и (5) после преобразований получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений. Определяем искомые коэффициенты b_k и b_k^* , используя известные соотношения Мусхелишвили [1]

$$\sigma_p + \sigma_0 = 2[\varphi'(z) + \varphi(z)] = 4 \operatorname{Re}[\varphi'(z)],$$

$$\sigma_0 - \sigma_p + 2i\tau_{p\theta} = 2[\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)]e^{2i\theta},$$

а также учитывая, что главный вектор усилий, приложенных к контуру $|Z| = R$, находится в виде

$$x + iy = -\int (N + iT)e^{i\theta} R d\theta = -\sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\Omega} (-P_\lambda + i\theta_\lambda) e^{i\lambda\theta} = -2\pi R G_1,$$

(по формуле (1) определяют G_1), после преобразований путем выделения главной особенности решения и улучшения сходимости рядов окончательно получаем формулы для расчета компонентов тензора напряжений в диске в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \sigma_p^0 + \sigma_0^0 &= -\frac{2}{\pi} \eta \left\{ \gamma [2 - (1 + \lambda_1) m^2]^{-1} \sum_{\lambda=1}^n \cos\left(\frac{\pi \lambda - 1}{2 n - 1}\right) + \right. \\ &+ \sum_{k=1,2}^n \sum_{\lambda=1}^n \left([1 - \lambda_1 m^{2(1-k)} - A_k^{-1} - (1+k)(1-m^2)] \vartheta^k + \right. \\ &+ [1 - \lambda_1 m^{2(1+k)} - (1-k)(1-m^2)] \vartheta^{-k} \Big) A_k \gamma \cos k(\theta - \lambda\delta) \times \\ &\times \cos\left(\frac{\pi \lambda - 1}{2 n - 1}\right) + \gamma \sum_{\lambda=1}^n \frac{\vartheta [\cos(\theta - \lambda\delta) - \vartheta]}{1 - 2\vartheta \cos(\theta - \lambda\delta) + \vartheta^2} \cos\left(\frac{\pi \lambda - 1}{2 n - 1}\right) \times \\ &\times \sum_{k=1,2,\dots}^n \sum_{j=1}^n \left([1 - \lambda_1 m^{2(1-k)} - A_k^{-1} + (1+k)(1-m^2)] \vartheta^k - \right. \\ &\quad \left. - [1 - \lambda_1 m^{2(1+k)} + (1-k)(1-m^2)] \vartheta^{-k} \right) \times \\ &\times A_k \sin k(\theta - \lambda\delta) \cos\left(\frac{\pi \lambda - 1}{2 n - 1}\right) + \sum_{\lambda=1}^n \frac{\vartheta \sin(\theta - \lambda\delta)}{1 - 2\vartheta \cos(\theta - \lambda\delta) + \vartheta^2} \times \\ &\quad \left. \times \cos\left(\frac{\pi \lambda - 1}{2 n - 1}\right) \right\}, \quad (6) \\ \sigma_0^y - \sigma_p^y &= -\frac{2}{\pi} \eta \left\{ \gamma [2 - (1 - \lambda_1) m^2]^{-1} - 1/2 \right\} \vartheta^{-2} \sum_{\lambda=1}^n \cos\left(\frac{\pi \lambda - 1}{2 n - 1}\right) + \\ &+ 1/2 \sum_{k=1,2,\dots}^n \sum_{\lambda=1}^n \left([1 - \lambda_1 m^{2(1-k)} A_k - (1+k)(1-m^2)] k \vartheta^k + \right. \\ &+ [-1 + \lambda_1 m^{2(1+k)} + (1-k)(1-m^2)] k \vartheta^{-k} + [m^2(1-k)(1 - \lambda_1 m^{-2k}) - \\ &\quad - A_k^{-1} - (1-k^2)(1-m^2) + 1 - \lambda_1 m^{2(1+k)} + k A_k^{-1}] \vartheta^{k-2} + \\ &+ [m^2(1+k)(1 - \lambda_1 m^{2k}) - A_k^{-1} - (1-k^2)(1-m^2) + 1 - \lambda_1 m^{2(1-k)}] \vartheta^{-k-2} \Big) \times \\ &\quad \times \gamma A_k \cos k(\gamma - \lambda\delta) \cos\left(\frac{\pi \lambda - 1}{2 n - 1}\right) + \frac{1}{2} (1 - \vartheta^{-2}) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \sum_{\lambda=1}^n \frac{\vartheta(1+\vartheta^2)\cos(\theta-\lambda\delta)-2\vartheta^2}{(1-2\vartheta\cos(\theta-\lambda\delta)+\vartheta^2)^2} \cos\left[\frac{\pi\lambda-1}{2n-1}\right] + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{k=1,2,\dots} \sum_{\lambda=1}^n \left\{ [1-\lambda_1 m^{2(1-k)} - A_k^{-1} + (1+k)(1-m^2)] k \vartheta^k + \right. \\
& + [1-\lambda_1 m^{2(1+k)} + (1-k)(1-m^2)] k \vartheta^{-k} + [m^2(1-k)(1-\lambda_1 m^{-2k}) + \\
& \quad + (2-k)A_k^{-1} + (1-k^2)(1-m^2) - 1 + \lambda_1 m^{2(1+k)}] \vartheta^{k-2} - \\
& \left. - [m^2(1+k)(1-\lambda_1 m^{2k}) + A_k^{-1} + (1-k^2)(1-m^2) - 1 - \lambda_1 m^{2(1-k)}] \times \right. \\
& \quad \left. \times \vartheta^{-k-2} \right\} A_k \sin k(\theta-\lambda\delta) \cos\left(\frac{\pi\lambda-1}{2n-1}\right) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{\lambda=1}^n \frac{2\sin(\theta-\lambda\delta)}{\vartheta(1-2\vartheta\cos(\theta-\lambda\delta)+\vartheta^2)} \cos\left(\frac{\pi\lambda-1}{2n-1}\right) + \frac{1}{2}(1-\vartheta^2) \times \quad (7) \\
& \quad \times \sum_{\lambda=1}^n \cos\left(\frac{\pi\lambda-1}{2n-1}\right) \frac{\vartheta(1-\vartheta^2)\sin(\theta-\lambda\delta)}{(1-2\vartheta\cos(\theta-\lambda\delta)+\vartheta^2)^2} \Big\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_{\rho 0}^0 = & -\frac{\eta}{\pi} \left\{ -\frac{1}{2} \vartheta^{-2} \sum_{\lambda=1}^n \cos\left(\frac{\pi\lambda-1}{2n-1}\right) + \frac{1}{2} \sum_{k=1,2,\dots} \sum_{\lambda=1}^n \left\{ -[1-\lambda_1 m^{2(1-k)} + \right. \right. \\
& + (1+k)(1-m^2) - A_k^{-1}] k \vartheta^k + [1-\lambda_1 m^{2(1+k)} + (1-k)(1-m^2)] k \vartheta^{-k} - \\
& - [m^2(1-k)(1-\lambda_1 m^{-2k}) + A_k^{-1} + (1-k^2)(1-m^2) - 1 + \lambda_1 m^{2(1+k)} - \\
& - (2-k)A_k^{-1}] \vartheta^{k-2} - [(1+k)(1-\lambda_1 m^{2k}) + A_k^{-1} + (1-k^2)(1-m^2) - 1 + \\
& \quad \left. + \lambda_1 m^{2(1-k)}] \vartheta^{-k-2} \right\} A_k \cos k(\theta-\lambda\delta) \cos\left(\frac{\pi\lambda-1}{2n-1}\right) - \\
& - \frac{1}{2} \sum_{\lambda=1}^n \cos\left(\frac{\pi\lambda-1}{2n-1}\right) \frac{2(\cos(\theta-\lambda\delta)-\vartheta)}{\vartheta(1-2\vartheta\cos(\theta-\lambda\delta)+\vartheta^2)} - \frac{1}{2}(1-\vartheta^2) \times \quad (8) \\
& \quad \times \sum_{\lambda=1}^n \frac{\vartheta(1+\vartheta^2)\cos(\theta-\lambda\delta)-2\vartheta^2}{(1-2\vartheta\cos(\theta-\lambda\delta)+\vartheta^2)^2} \cos\left(\frac{\pi\lambda-1}{2n-1}\right) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{k=1,2,\dots} \sum_{\lambda=1}^n \left\{ [1-\lambda_1 m^{2(1-k)} - (1+k)(1-m^2) - A_k^{-1}] k \vartheta^k + \right. \\
& \quad + [1-\lambda_1 m^{2(1+k)} - (1-k)(1-m^2)] k \vartheta^{-k} + \\
& \quad + [m^2(1-k)(1-\lambda_1 m^{-2k}) - A_k^{-1} - (1-k^2)(1-m^2) + \\
& \quad \left. + 1 - \lambda_1 m^{2(1-k)}] \vartheta^{-k-2} \right\} A_k \gamma \sin k(\theta-\lambda\delta) \times
\end{aligned}$$

$$\times \cos\left(\frac{\pi \lambda - 1}{2 n - 1}\right) + \frac{1}{2} \gamma (1 - \vartheta^{-2}) \times$$

$$\times \sum_{\lambda=1}^m \frac{\vartheta(1 - \vartheta^2) \sin(\theta - \lambda \delta)}{(1 - 2\vartheta \cos(\theta - \lambda \delta) + \vartheta^2)^2} \cos\left(\frac{\pi \lambda - 1}{2 n - 1}\right) \left. \right\}, \text{ (где } m = r/R \text{).}$$

Для численной реализации полученных математических выражений (6) - (8) проведены вычисления значений параметров диска, приведенных в табл. 1.

Таблица 1
Данные для расчета компонент напряжений, действующих в диске

Вариан- ты	Значение величин								
	χ	η	μ	γ	σ	n	ϑ	k	ϑ
1				0,2					$\rho/20$
2				1,0	$\pi/10^\circ$	6	0,55	$k=1$	$2\pi/20, \dots$
3				1,5			0,65		$40\pi/20$
4				0,2					$\pi/36$
5	2	0,1	0,55	1,0	$\pi/18$	7	0,75...1	2,3... 10	$2\pi/36, \dots$
6				1,5					$72\pi/36$
7				0,2			0,40		$\pi/50$
8			0,40	1,0	$\pi/25$	9	0,45		$2\pi/50, \dots$
9				1,5			0,50...1		$100\pi/50$

Примечание: $\chi = (3 - \mu)(1 + \mu)$ — коэффициент Пуассона для стали;

$\lambda = 2$, $m = r/R$, $\vartheta = \rho/R$, $m \leq \vartheta < 1$, $\gamma = P/Q$; σ , n , k , η — известные постоянные.

Для тех же числовых вариантов рассмотренной задачи построены эпюры компонент напряжений, действующих в диске (рис. 2).

Анализ полученных результатов показывает:

1. Максимальные напряжения в диске возникают вблизи зоны резания.
2. Напряжения по периметру диска меняют свой знак. Следовательно, диск работает на циклическое нагружение и расчеты его на прочность следует вести методами теории усталостной прочности.
3. Увеличение числа режущих пластинок, совместно участвующих в процессе резания, приводит к уменьшению максимальных значений действующих в диске напряжений.
4. Напряжения, действующие в средней зоне диска, имеют минимальное значение. Следовательно, для разгрузки диска и создания условий, обеспечивающих работу диска без потери устойчивости в процессе

резания, необходимо создать Z-образные разрезы, ориентированные в радиальном направлении. Для уменьшения концентрации напряжений в вершинах Z-образных линий желательно горизонтальные части разрезов выполнить в форме кривых, гладко сопряженных с радиальными разрезами.

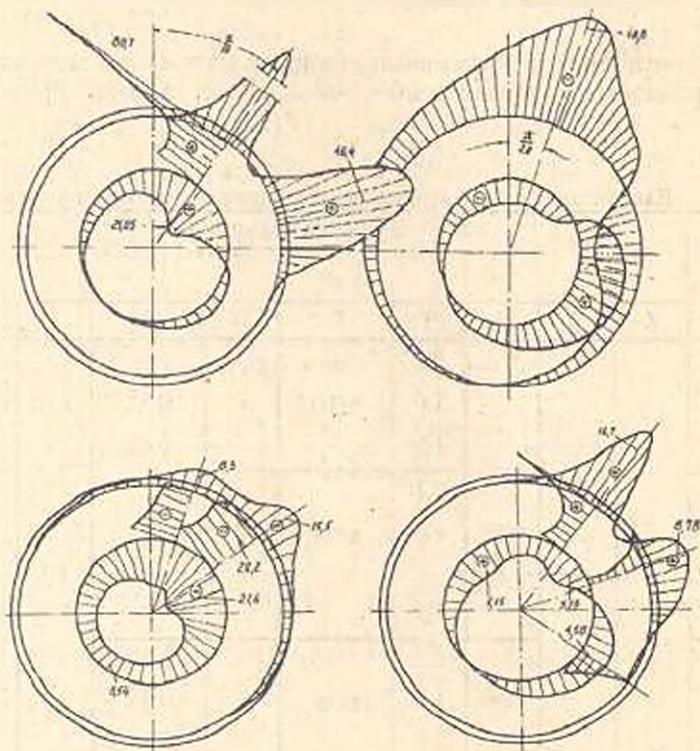


Рис. 2. Эпюры компонентов тензора напряжений в диске

Для исполнительного органа с роликовыми резцами производится проверочный расчет консолей, на которые установлены ролики и действуют компоненты силы резания $P_z(\bar{Q})$, $P_y(\bar{P})$ и $P_x(\bar{A})$.

Расчетная схема приведена на рис. 3.

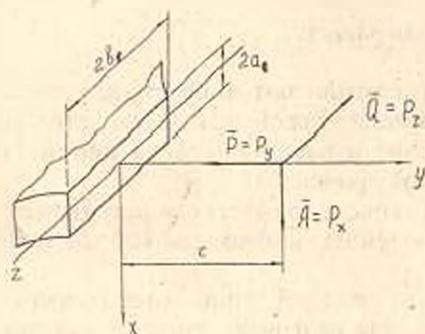


Рис. 3. Расчетная схема нагружения консоли диска исполнительного органа с роликовыми резцами

Опасным является сечение консоли у его основания в связи с действием нормальных напряжений

$$\sigma = \frac{1}{4a_1 b_1} \left(-P_x + 3P_x \frac{c}{b_1} - P_x \frac{c}{a_1} \right) \leq [\sigma].$$

Максимальные касательные напряжения в том же сечении имеют вид

$$\tau_x = 3P_x / 2a_1 b_1 \leq [\tau], \quad \tau_z = 3P_z / 2a_1 b_1 \leq [\tau].$$

Таблица 2

Параметры рекомендуемых дисковых исполнительных органов с роликовыми резацами

D_2 мм	d_d мм	$2a_1$ мм	$2b_1$ мм	d_p мм	d_m мм	C мм	n
900	150	10	35	19	5	45	18
1200	150	10	35	19	5	45	32

Исходя из результатов расчетов, с учетом характеристик используемых для дисков материалов и технологий изготовления в табл. 2 приведены параметры рекомендуемых дисковых исполнительных органов с роликовыми резацами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мухелишвили Н.И. Некоторые свойства задач математической теории упругости. - М.: Наука, 1966. - 707 с.

ООО "Армраморгранит"

15.X.1995

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. XLIX, № 3, 1995, с. 177-181

УДК 629.114.2.001.42

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Н.А. БАЗИКЯН, Г.В. АМБАРЦУМЯН, А.Н. АЛОЯН

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОДРЕССОРИВАНИЯ КОЛЕСНЫХ ТРАКТОРОВ ПО КРИТЕРИЯМ ПЛАВНОСТИ ХОДА

Սնվավոր տրակտորների տատանումներն ուղղահայաց հարթությունում բնութագրող դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի լուծմամբ որոշված են վախճանների կոշտության օպտիմալ արժեքներն ըստ առջևի և հետևի անիվների առանցքներով կախոցավորված զանգվածների ուղղահայց արագացումների նվազագույն արժեքների: Որպես երակետային վերցված են ՄՏՁ-80 համապիտանի - շարահերթային տարվորի անվաղողների, կախոցների առանկգամարող բնութագրերը՝ պարսպ ընթացքով և կախովի զուբանով տրանսպորտային վիճակում:

Решением системы дифференциальных уравнений, описывающих колебания колесного трактора в вертикальной плоскости, определены оптимальные (по

минимуму вертикальных ускорений поддресоренных масс над осями передних и задних колес) значения жесткостей соответствующих подвесок. В качестве исходных взяты упруго-демпфирующие характеристики подвесок и колес универсально-пропанного трактора МТЗ-80 на холостом ходу и с навесным плугом в транспортном положении.

Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

Optimal values for rigidities of corresponding suspensions have been determined by solving the differential equation system describing wheeled tractor vibrations in the vertical plane (with vertical acceleration minimum of cushioned masses over the front or back wheel axes).

Elastic damping characteristics of suspensions and wheels for the all-purpose tractor МТЗ-80 with an idle stroke and mounted plough in transport position are taken as initial ones.

Ил. 2. Ref. 3.

Плавность хода колесных самоходных машин является одним из важнейших эксплуатационных качеств. Она характеризует возможность их длительной работы в интервале эксплуатационных скоростей, не только без снижения надежности работ машины, но и без неприятных ощущений и быстрой утомляемости водителя, обусловленных колебаниями машины. Причем, если оценка самоходных машин выполняется по критериям плавности хода, то задача существенно усложняется. Это объясняется тем, что довольно сложно учесть все особенности восприятия вибрации человеческим организмом.

В результате многочисленных исследований, направленных на выявление влияния вибрации на организм человека, выработаны рекомендации по нормированию колебаний, обобщенных в двух основных нормативных документах: Нормы международной организации по стандартизации ISO и ГОСТ 12.1.012-78 [1-2]. Одним из важнейших этапов создания самоходных машин, удовлетворяющих указанным требованиям, является выбор оптимальных параметров подвесок на этапе их проектирования.

Систему дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и нулевыми начальными условиями, описывающих колебания колесного трактора в вертикальной плоскости, можно представить в следующем матричном виде:

$$M\ddot{z} + K\dot{z} + Cz = Pf(t), \quad (1)$$

где M , K , C — матрицы распределения масс, демпфирования и жесткости; z — вектор-столбец координат смещения. P — вектор-столбец амплитуд возбуждающих сил.

Вводя обозначения $y_i = z_i$, $i = 1, \dots, 5$, $y_s = z_{i-1}$, $i = 6, \dots, 10$, система (1) принимает вид

$$y + Ay = P_1 f(t), \quad (2)$$

где A и P_1 — блочные матрицы вида $A = \begin{pmatrix} M^{-1} \cdot K & M^{-1} \cdot C \\ -I & O \end{pmatrix}$,

$P_1 = \begin{pmatrix} M^{-1} \cdot P & O \\ O & I \end{pmatrix}$, I — единичная матрица.

Для нахождения общего решения системы (2) необходимо вычисление однородной системы

$$\dot{y}_i + Ay_i = 0. \quad (3)$$

Характеристическое уравнение однородной системы (3) имеет вид

$$|A + \lambda I| = 0. \quad (4)$$

Решая уравнение (4) относительно λ , получим собственные значения оператора A и соответствующие решения однородной системы (3):

$$y_i = \varphi_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, 10. \quad (5)$$

Общее решение неоднородной системы (2) имеет вид:

$$y_i = \varphi(t) + \psi(t), \quad i = 1, 2, \dots, 10, \quad (6)$$

где $\psi(t)$ — частное решение неоднородного уравнения (2).

При решении системы уравнения функции возбуждения аппроксимировались следующим образом:

$$F_1(t) = \frac{h_0}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi v}{l} t \right), \quad (7)$$

$$F_2(t) = \frac{h_0}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi v}{l} \left(t - \frac{L}{v} \right) \right), \quad (8)$$

где h_0 — амплитуда неровностей дороги (поля), l — длина волны неровностей, L — межосевое расстояние передней и задней мостов машины, v — скорость движения машины.

При расчетах в качестве исходных были выбраны упруго-демпфирующие характеристики подвесок и колес универсально-пропанного трактора МТЗ-80, а также его линейные и весовые параметры [3].

Для определения параметров поддрессоривания остова трактора необходимо было выбрать оптимальные упругие характеристики подвески передних и задних колес, а именно: жесткости упругих элементов при заданных значениях прогибов подвески и сил сопротивления, величина которых у исследуемых вариантов подвесок известна заранее.

Определение указанных параметров производилось при движении трактора с плугом ПН-3-35 в транспортном положении и на холостом ходу, через единичную неровность высотой 50 мм и длиной 700 мм, со скоростью 5 м/с.

При подборе параметров подвески интенсивность колебаний остова трактора оценивалась по максимальным значениям вертикальных ускорений при движении через единичную неровность. По максимальным среднеквадратичным значениям вертикальных ускорений поддрессоренных мостов над осями передних и задних колес определялась оптимальная величина жесткости подвески передних и задних колес. При этом некоторым значениям задавались жесткости передней подвески трактора, отличные от исходной $2C_{п1} = 720$ кН/м, и также предполагалось, что в отличие от серийного, задний мост поддрессорен упругими элементами, имеющими суммарную жесткость $2C_3 = 160$ кН/м.

Подбор оптимальных параметров подвесок производился следующим образом. Вначале, сохраняя постоянную величину жесткости задних колес определялась оптимальная величина жесткости передних колес, а затем — оптимальная величина жесткости подвески задних колес.

На рис. 1 приведены графики подбора суммарной жесткости упругих элементов подвески передних и задних колес по минимуму вертикальных ускорений подрессоренных масс над осями передних Z_{Π} и задних Z_3 колес соответственно.

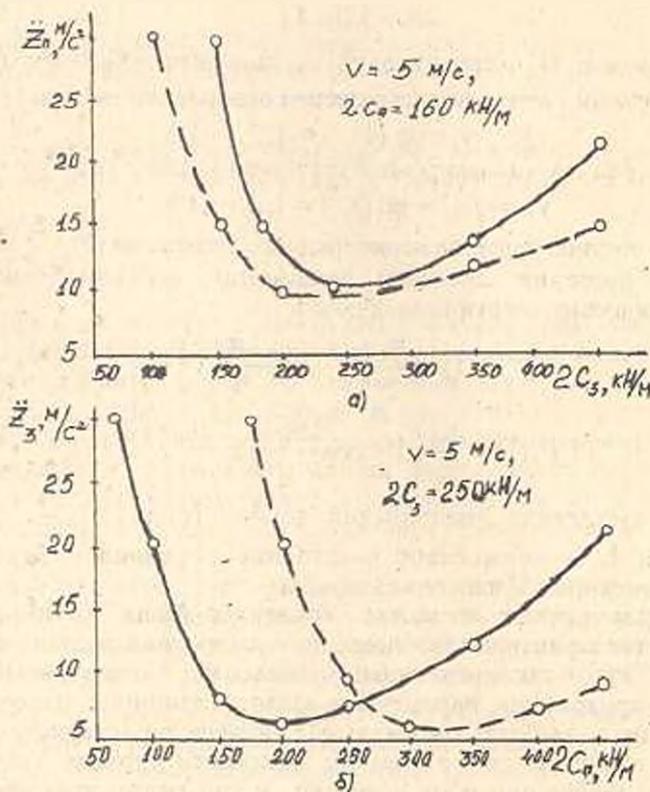


Рис. 1. Зависимости $\ddot{z} = f(c)$ для передних (а) и задних (б) колес: — на холостом ходу, — с навесным плугом ПН-3-35.

Сравнительный анализ полученных результатов расчетов позволил установить, что наиболее приемлемой жесткостью в отличие от существующей (по минимуму вертикальных ускорений подрессоренных масс трактора) является: для передней подвески — $2C_{\Pi} = 225 \dots 275 \text{ кН/м}$, задних колес — $2C_3 = 175 \dots 225 \text{ кН/м}$ на холостом ходу и $2C_{\Pi} = 200 \dots 250 \text{ кН/м}$ и $2C_3 = 275 \dots 325 \text{ кН/м}$ с плугом ПН-3-35 в транспортном положении.

Следующим этапом исследования являлась оценка плавности хода трактора по полученным оптимальным значениям жесткости передних и задних колес. При этом значения жесткости упругих элементов изменялись как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения.

На рис. 2 представлены амплитудно-скоростные характеристики вертикальных среднеквадратичных ускорений на сиденье водителя в зависимости от скорости движения при различных значениях жесткости передней и задней подвесок. Результаты расчетов показали, что при

оптимальных (расчетных) значениях жесткости упругих элементов подвесок передних и задних колес во всех случаях движения машино-тракторного агрегата (МТА) обеспечивается наилучшая плавность хода, при этом связанные величин вертикальных среднеквадратичных ускорений на сиденье водителя достигает более 50%.

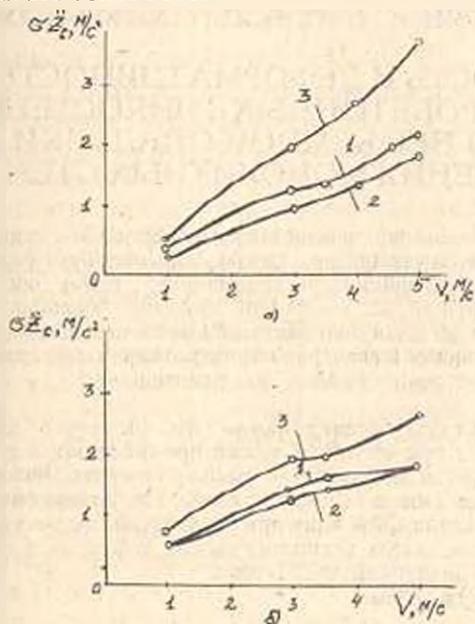


Рис. 2. Зависимости $\sigma_{z_c} = f_2(c_p)$ для передней и задней подвесок: а) на холостом ходу 1, 2, 3 - $2C_{pII} = 250, 200, 150$ кН/м, б) с плугом в транспортном положении: 1, 2, 3 - $2C_{pI} = 350, 300, 250$ кН/м.

Таким образом, плавность хода универсально-пропашного колесного трактора кл. 14 кН (МТЗ-80) в характерных режимах неудовлетворительна ввиду отсутствия эффективной системы поддрессоривания его остова. Это объясняется тем, что обоснование и выбор упруго-демпфирующих характеристик подвески в большинстве случаев проводится заводом-изготовителем без учета реальных эксплуатационных условий тракторов данного класса.

Определены оптимальные значения жесткости систем трактора. Причем большой диапазон изменения этих значений выдвигает необходимость установления на серийных тракторах этого колеса подвесок с регулируемой характеристикой.

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 12.1.012-78. Вибрация. Общие требования безопасности. - М.: Изд-во стандартов. 1978. - С.
2. МС. ИСО-2631-78. Руководство по оценке воздействия общей вибрации на теле человека. Изд-е 2. 1978, стр. 20. УДК 534.1.619.014.45, группа Т-58 СССР.
3. Забродский В.М. и др. Ходовые системы тракторов: Справочник. - М.: Вгропромиздат. 1986. - 271 с.

Т.Г. МАРКАРЯН, А.М. МХИКЯН, С.А. ИСРАЕЛЯН

ПРОЧНОСТЬ И ДЕФОРМАТИВНОСТЬ СТЕКЛОФИБРОБЕТОННЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НЕСЪЕМНОЙ ОПАЛУБКИ ДЛЯ ВОЗВЕДЕНИЯ МОНОЛИТНЫХ СТЕН

Բերված են ծուխան ժամանակ ապակեֆիբրոբետոնի (ԱՖԲ) սալերի ամրության բնութագրերի հետազոտության արդյունքները, ինչպես նաև սեղմման ժամանակ սնամեջ պրիզմաների ամրության և դեֆորմացիայի բնութագրերը, որոնք պատրաստված են առանձին թերթերից և միացված են սոսնձման միջոցով: Դիտարկված են ջրային միջավայրում (ԱՖԲ սալերի սողքի և ուղչման հետազոտության արդյունքները, և բերված են տեղեկություններ սլատի հատվածի, հնարավոր տեխնոլոգիական թերությունների մասին, որոնք պատրաստված են ԱՖԲ սալից չհանվող կաղապարամածով:

Приведены результаты исследования прочностных характеристик стеклофибробетонных плит при изгибе, а также прочностных и деформативных характеристик при сжатии на образцах — полых призмах, изготовленных из отдельных листов, приклеенных между собой. Представлены результаты исследования осадки и набухания СФБ плит при воздействии водной среды. Даются сведения о выявленных возможных технологических дефектах фрагментов стен, изготовленных с несъемной опалубкой из СГБ плит.

Ил. 2. Табл. 2. Библиогр.: 4 назв.

Research results of strength characteristics for glass fibrous concrete (GFC) plates in bending as well as strength and deformative characteristics in compression on specimens - hollow prisms produced from separate sheets glued with epoxy adhesive are given. The results of sediment and swelling research of GFC plates on the effect of aqueous medium are presented. A report on possible detected technological defects of wall fragments produced from retained formworks made of GFC plates is given.

Ил. 2. Tables 2. Ref. 4.

Монолитное домостроение, являясь одним из промышленных методов и обеспечивая высокую сейсмостойкость зданий, начало широко применяться в Армении, особенно в северных районах, после Спитякского катастрофического землетрясения. Уже накоплен значительный опыт строительства жилых и общественных зданий из монолитного железобетона с применением металлических инвентарных опалубок. Несмотря на высокую оборачиваемость этих опалубок, их металлоемкость значительная.

В связи с этим разрабатываются различные решения по применению вместо металлических съёмных опалубок тонкостенных несъёмных из различных материалов, которые одновременно служат для наружных стен облицовочным-фактурным слоем. Одним из таких решений является применение несъёмной опалубки из тонкостенных стеклофибробетонных элементов, которые формируются методом вибропрессовката по технологии, разработанной в АрмНИИСА [1]. Элементы представляют собой листы размерами 0,6x1,5 м, толщиной 10...12 мм, имеющие ребра жесткости с сечением формы "ласточкиного хвоста". При бетонировании эти ребра остаются в теле бетона и в дальнейшем обеспечивают совместную работу бетона с несъёмной опалубкой-облицовкой.

В течение последних лет экспериментально изучалась совместная работа под нагрузкой легкого бетона с несъемной опалубкой из стеклофибробетонных листов. При этом, учитывая перспективность применения в монолитном строительстве в стеновых конструкциях заполнителей легкой разновидности, в экспериментах были использованы легкие бетоны на шлаковых и арктикуфовых заполнителях при невысокой кубиковой прочности бетонов ($5 \cdot 15 \text{ Н/мм}^2$) [2].

При проведении экспериментов ставилась задача по изучению физико-механических свойств стеклофибробетона (на тонкостенных листах), а также некоторых других его свойств, связанных с технологией возведения стеновых конструкций [3].

В настоящей статье приводятся результаты исследования прочностных характеристик стеклофибробетонных плит при изгибе, а также прочностных и деформативных характеристик при сжатии (на образцах — полых призмах, изготовленных из отдельных листов, приклеенных между собой). Кроме того, приведены результаты исследования процесса усадки и набухания стеклофибробетонных плит при воздействии водной среды, даются сведения о выявленных возможных технологических дефектах фрагментов стен, изготовленных с несъемной опалубкой из стеклофибробетонных плит.

Образцы — плитки для испытания на растяжение при изгибе имели размеры $10 \times 90 \times 400 \text{ мм}$. Опыты проводились сериями из шести и девяти образцов, выпиленных из плит $1,5 \times 0,6 \text{ м}$. Плиты изготовлялись из смеси с водоцементным отношением 0,35 и процентом фиброармирования 1,5%. В качестве инертного применялся кварцевый песок с максимальным размером зерен 2,5 мм (модуль крупности $M_k = 2,06$). Принятые состав смеси, водоцементное отношение и количество (процент) фиброармирования являются наиболее оптимальными, так как установлены на основе многочисленных экспериментов, проведенных в АрмНИИСА. Опытные образцы хранились при относительной влажности 90–5% и температуры $20 \pm 5\%$. Образцы испытывались в 28-суточном возрасте на изгиб согласно [4].

Таблица 1

Серия образца	Размеры сечения плиток, мм	Предел прочности при изгибе		
		отдельных образцов, МПа	среднее значение	
			отд. по сериям, МПа	для двух сер., МПа
I	91x11	10,4	15,1	14,65
	91x11	10,4		
	93x11	14,2		
	93x10	18,0		
	943x10	15,8		
	894x10	21,5		
II	92x11	11,0	14,2	
	91x10	13,5		
	89x95	24,3		
	91x12	14,9		
	89x11	13,2		
	86x11	8,5		
	89x11	13,2		
	895x11	12,7		
86x10	16,5			

Результаты испытания образцов приведены в табл. 1: предел прочности растяжению при изгибе стеклофибробетонных образцов-балочек составляет в среднем 14,6 МПа с размахом 11,2...21,5 МПа.

Прочность и деформативность стеклофибробетона при осевом сжатии изучается на образцах - полых призмах размерами 100x100x400 мм. Методика изучения указанных характеристик на полых призмах общепринята, т.к. на тонкостенных образцах (толщиной 10...12 мм) это практически невозможно. Полые призмы изготовлялись из отдельных плит размерами 100x400 мм с последующим их приклеиванием с помощью эпоксидного клея.

Деформации при испытании измерялись при помощи тензодатчиков сопротивления с базой 50 мм. Призмы загружались ступенчато весом 10кН, и в каждом случае производилась выдержка 5 мин. Призмы разрушались примерно по середине плит. Всего было испытано шесть призм, изготовленных из двух партий плит. Результаты испытаний приведены в табл. 2.

Таблица 2

Схема сечения	Серия	Площадь сечения, мм ²	Разрушающая нагрузка, кН	Призменная прочность		
				отдельных образцов, МПа	среднее отд. по сериям, МПа	среднее по сериям, МПа
	I	5340	100	19,1	19,8	24,9
		5160	118	23,3		
		5640	100	18,2		
	II	3810	100	26,7	29,0	
		3890	110	28,8		
		3970	130	33,2		

При изготовлении фрагментов стен с несъемной опалубкой в процессе вызревания бетона замечалось появление волосяных трещин у верхней грани между бетоном и несъемной опалубкой. В связи с этим намечалось экспериментальное исследование процесса коробления стеклофибробетонных плит при воздействии водной среды. Стеклофибробетонные образцы были предусмотрены размерами 10x200x200 мм в количестве 20 шт, из них десять - плоскис. а десять - с "ласточкиными хвостами".

Для ликвидации погрешности при измерениях на опытных, а также на эталонном образцах были приклеены металлические шарики, обеспечивающие точность измерения в одной и той же точке. Схемы расположения шариков приведены на рис. 1.

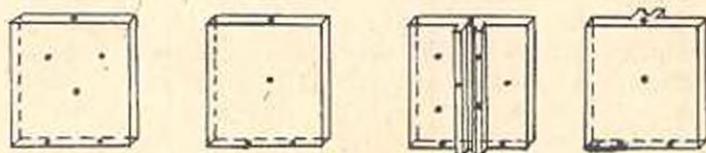


Рис. 1. Схема расположения шариков

Для измерения деформаций стеклофибробетонных листов был использован вертикальный оптический тензомер ИЗВ-1, который предназначен для непосредственных измерений наружных размеров при максимальной высоте 250 мм с точностью 0,0001 мм.

Испытания показали, что прирост деформаций на первый день составлял в среднем 0,4...0,15 мм, на второй — 0,28...0,12 мм, на третий — 0,13...0,0015 мм, а на четвертый день прирост по всем измеряемым направлениям стеклофибробетонной плиты прекратился. Таким образом, величина деформации составляла 0,53 мм.

На основании полученных результатов можно заключить, что стеклофибробетонные несъемные опалубки при контактировании с подлой со временем коробятся; при этом величина деформации в вертикальном направлении составляет 0,551 мм, а при изгибе 0,798 мм.

Намечалось также исследовать зоны появления трещин между несъемной опалубкой и бетоном стены при бетонировании фрагментов размерами 1,2x1,2x0,25 м. Эти трещины, как правило, появляются в верхней зоне образцов на контакте по высоте примерно 0,05-0,1 м. Глубина раскрытия трещин по вертикали фрагмента стены изучалась при помощи импульсного ультразвукового прибора УКБ-1.

На фрагменте стены с обеих сторон по вертикали с шагом 100 мм, а по горизонтали 22 мм было измерено время прохождения импульса ультразвука (рис 2). Измерения проводились на шести образцах - фрагментах стен. Один из них эталонный (чисто бетонный), а остальные - с несъемной опалубкой с одной стороны.

Результаты измерений прохождения ультразвука в теле образцов-фрагментов стен показали, что это явление имеет место по вертикали высотой до 0,15 м.

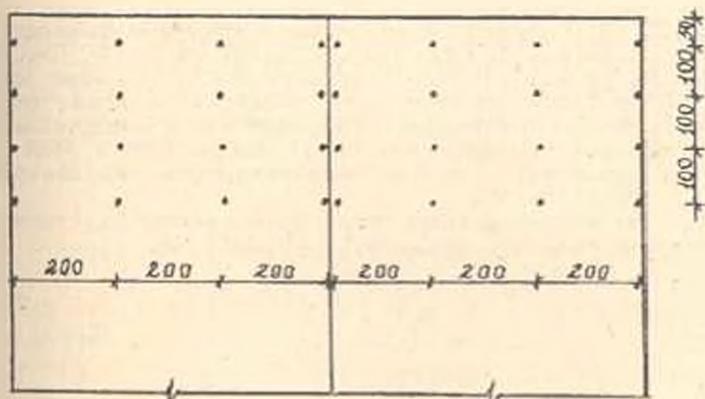


Рис 2. Схема расположения точек

Появление волосяных трещин на верхних зонах в контакте между бетоном и стеклофибробетонной опалубкой, по-видимому, происходит следующим образом. При формовании образцов-фрагментов (высотой 1200 мм) в процессе уплотнения (вибрирования) бетонной смеси свободная вода выталкивается в верхних слоях образца, что приводит к относительно большей усадке бетона в верхних слоях по сравнению с нижними по высоте слоями. В процессе твердения бетона его усушечные деформации по высоте образца имеют тенденцию к увеличению. Поскольку стеклофибробетонная

опалубка благодаря наличию продольных по высоте ребер, придающих ей значительную жесткость, не поддается изменению поперечных по высоте образца усадочных деформаций. Но в верхних участках образца происходит образование трещин в контакте между бетоном и опалубкой. Этому явлению в определенной степени способствует уменьшение гидростатического давления бетонной смеси на опалубку по ее высоте в процессе формирования.

Для исследования влияния суперпластификатора С-3 на предотвращение трещин были изготовлены образцы-фрагменты стен в количестве шести штук: два эталонных бетонных образца без облицовки, а четыре - со стеклофибробетонными плитами. При этом в одном эталонном и в двух с плитами образцах был применен пластификатор С-3. При приготовлении образцов-фрагментов стен в бетонную смесь водного раствора вводилась добавка С-30,7% вещества от массы цемента. Использование химической добавки С-3, снижающей водопотребность бетонной смеси при сохранении заданной подвижности, приводило к уменьшению общего количества воды из бетона, существенному снижению усадочных деформаций на верхних зонах фрагмента и предотвращению появления трещин в контактах между бетоном и стеклофибробетонной опалубкой, что было подтверждено прямыми измерениями прохождения ультразвука по толщине фрагмента. Как показали измерения, глубина трещин от верхней грани фрагмента по его высоте не превышала 0,04 м.

Таким образом, применение пластификатора С-3 в бетонных смесях позволило обеспечить надежный контакт опалубки с бетоном в верхних слоях образца и создать наиболее благоприятные условия для совместной работы несъемной опалубки с бетоном образца-фрагмента.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.с. 1350962 СССР. Устройство для формирования изделий из фибробетона /Р.М. Мхикян, Т.Г. Маркарян и др. (СССР). - Заявлено 30.11.84; Оpubл. 1987. Бюл. № 12.-3 с.
2. Исраелян С.А., Маркарян Т.Г. Экспериментальное исследование совместной работы под нагрузкой шлакобетонных сэндвич элементов и несъемной опалубки из стеклофибробетонных плит // Бетонные и железобетонные конструкции: Межвуз. сб. трудов по строительству и архитектуре /ЕрПИИ. - Ереван, 1989. - С. 71-76.
3. Павленко В.И., Аропчик В.Б. Свойства фибробетона, перспективы его применения /ЛатНИИНТИ. - Рига, 1978. - 56 с.
4. Методические рекомендации по определению физико-механических характеристик стеклофибробетона /НИИЖБ Госстроя СССР. - М., 1983. - 42 с.

М. И. ЭЛЛАРЯН, А. Г. АКОПЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ УСАДОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЖЕЛЕЗОБЕТОННОМ ДИСКЕ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ И СТАРЕНИЯ БЕТОНА

Առաջարկվում է կենտրոնական ամրանավորումով սկավառակի տեսքով երկարբերանոցայ կառուցվածքների տարրի մոդել: Սողրի կինետիկ տեսության հիմքով և ծերացող բնույթի հուրարանական հասկությունների հաշվառմամբ ստացվել են հավասարումներ բնույթի չորացման ամբողջ ժամանակամիջոցի ընթացքում կծկման գլխավոր լարումների մեծությունների որոշման համար: Հաշվարկների արդյունքները կարող են ծառայել երկարբերանոցայ կառուցվածքների բեռնավորված տարրերի լրիվ լարումների մեծության մեջ կծկման լարումների մասի գնահատման, ինչպես նաև բեռնաօստրկված եղանակով կծկման լարումների որոշման ճշգրտության տոկոսման համար:

Предлагается модель элемента железобетонных конструкций в виде центрально армированного диска. На основе кинетической теории ползучести получены уравнения для определения величины усадочных главных напряжений в течение всего времени высыхания бетона с учетом реологических свойств стареющего бетона. Результаты расчетов могут служить для оценки доли напряжений от усадки в величине полных напряжений нагруженных элементов железобетонных конструкций, а также для проверки точности определения усадочных напряжений поляризационно-оптическим методом.

Табл. 1. Библиогр.: 5 назв.

A model for the reinforced structural element as a central reinforced disk is proposed. Equations for determination of main stress shrinkage quantity during the whole period of drying the cement have been obtained on the basis of kinetic theory of creeping accounting the rheological properties for ageing concrete. The calculated results may serve as evaluation of the shrinkage stress portion with the quantity of fully stressed and loaded elements in reinforced constructions and checking the precision of shrinkage stress determination by the polarization optical method.

Table 1. Ref. 5.

Для определения величин усадочных напряжений в железобетонных элементах конструкций с учетом реологических свойства бетона предлагалась модель в виде бетонного цилиндра с центральной арматурой [1]. Такая форма железобетона позволяла моделировать напряжения от усадки бетона с учетом ползучести и старения, а также путем снижения температуры оптически чувствительной армированной модели [2]. При поляризационно-оптическом методе определения усадочных напряжений в бетоне требуется в качестве модели выбрать центрально армированный диск [3], поэтому для проверки способа экспериментального определения усадочных напряжений необходимо иметь аналитическое решение этой же задачи. Она решена на основе кинетической теории ползучести [4] в шкале приращенного времени η и системе полярных координат γ, θ . Результатом аналитического исследования является получение системы уравнений, определяющих напряженное состояние армированного диска от усадки стареющего бетона, которая включает в себя:

— уравнения для определения главных напряжений арматуры радиусом d :

$$\sigma_{r,a}(\eta, r) = \sigma_{\theta,a}(\eta, r) = \frac{E_a}{1 - \nu_a} C_{1,a}(\eta), \quad (1)$$

где

$$C_{1,a}(\eta) = D\psi(\eta). \quad (2)$$

— уравнения для определения главных напряжений бетонного кольца с внешним радиусом b :

$$\sigma_{i,b}(\eta, r) = \varphi_i(\eta, r) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \int_0^{\eta} L_n(\eta - \xi) \varphi_i(\xi) d\xi, \quad i = r, \theta. \quad (3)$$

где

$$\varphi_r(\eta, r) = A(\eta) - \frac{B(\eta)}{r^2} - \frac{E_a}{1 - \nu_a} \omega(\eta), \quad (4)$$

$$\varphi_{\theta}(\eta, r) = A(\eta) + \frac{B(\eta)}{r^2} - \frac{E_a}{1 - \nu_a} \omega(\eta),$$

$$A(\eta) = \frac{E_b}{1 - \nu_b} C_{1,b}(\eta), \quad (5)$$

$$B(\eta) = \frac{E_b}{1 + \nu_b} C_{2,b}(\eta),$$

$$C_{1,b}(\eta) = D \left(1 - \frac{1}{d^2 C} \right) \psi(\eta) + \frac{\omega(\eta)}{d^2 C}, \quad (6)$$

$$C_{2,b}(\eta) = \frac{D}{C} \psi(\eta) - \frac{\omega(\eta)}{C}.$$

Закон усадки $\omega(\eta)$, итерации ядра $L(\eta - \xi)$, функция $\psi(\eta)$ и приведенное время η определяются следующими формулами [1, 5]:

$$\omega(\eta) = \tilde{\omega}(t) = \omega_0 [1 - \exp(-t / \tau_{\omega})], \quad (7)$$

$$L_1(\eta - \xi) = \frac{E_b}{E_1} \exp[-(\eta - \xi)],$$

$$L_2(\eta - \xi) = \left(\frac{E_b}{E_1} \right)^2 \exp[-(\eta - \xi)] (\eta - \xi), \quad (8)$$

$$L_n(\eta - \xi) = \left(\frac{E_b}{E_1} \right)^n \cdot \frac{1}{(n-1)!} \exp[-(\eta - \xi)] (\eta - \xi)^{n-1}, \quad n = 2, 3, \dots, \quad (9)$$

$$\psi(\eta) = \omega(\eta) + \sum_{n=1}^{\infty} (-M)^n \int_0^{\eta} L_n(\eta - \xi) \omega(\xi) d\xi. \quad (10)$$

$$\eta = \frac{\tau_{\omega}}{\tau_0} [E_1(\lambda) - E_1(\rho)]. \quad (11)$$

где $E_1(\rho)$ — интегральная показательная функция.

$$\rho = \lambda \exp[-t / \tau_{\omega}]. \quad (12)$$

t — текущее время.

Постоянные коэффициенты, входящие в предыдущие уравнения, равны:

$$C = \frac{1}{d^2} + \frac{1 - \vartheta_6}{1 + \vartheta_6} \cdot \frac{1}{b^2}, \quad K = 1 - \frac{2}{1 + \vartheta_6} \cdot \frac{1}{d^2 C}, \quad (13)$$

$$G = \frac{E_a}{E_6} \cdot \frac{1 - \vartheta_a}{1 - \vartheta_a}, \quad D = \frac{K}{K - G}, \quad M = \frac{G}{G - K}$$

Большая разница между модулями упругостей арматуры и стареющего бетона допускает считать арматуру на порядок жестче, что позволяет принять

$$C_{1,2}(\eta) = 0. \quad (14)$$

С учетом условия (14) рассчитаны главные напряжения от усадки стареющего бетона в некоторых точках бетонного кольца в шкале текущего времени t (табл.). Расчет приведен для железобетонного диска со следующими параметрами: внутренний и внешний радиусы диска $d = 0,01$ м, $b = 0,05$ м; механические характеристики материала арматуры и стареющего бетона — $E_a = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\vartheta_a = 0,3$, $E_6 = 2 \cdot 10^4$ МПа, $E_1 = 1 \cdot 10^4$ МПа, $\vartheta_6 = 0,167$, $\omega_0 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\tau_{\omega} = 125$ сут, $\tau_{\omega} / \tau_0 = 0,135$, $\lambda = 5$.

Таблица

Напря- жен., МПа	r_M	t , сут					
		7	14	28	60	100	200
$\sigma_{\text{ад}}(t, r)$	0,01	0,0423	0,0899	0,1482	0,3871	0,5143	0,6019
	0,02	0,0118	0,0251	0,0413	0,1077	0,1434	0,1679
	0,03	0,0062	0,0131	0,0215	0,0562	0,0747	0,0875
	0,04	0,0042	0,0089	0,0146	0,0382	0,0507	0,0593
	0,05	0,0033	0,0069	0,0114	0,0298	0,0396	0,0463
$\sigma_{\text{сд}}(t, r)$	0,01	-0,0391	-0,0830	-0,1368	-0,3573	-0,4748	-0,5557
	0,02	-0,0086	-0,0182	-0,0300	-0,0782	-0,1038	-0,1215
	0,03	-0,0029	-0,0062	-0,0101	-0,0265	-0,0352	-0,0412
	0,04	-0,0009	-0,0019	-0,0032	-0,0084	-0,0111	-0,0130
	0,05	0	0	0	0	0	0

Таким образом, выбор модели железобетона в виде центрально армированного бетонного диска допускает с определенным приближением найти величину начальных главных напряжений от усадки стареющего бетона в любой точке поперечных сечений железобетонных элементов конструкций в течение всего времени высыхания бетона, а рассчитанные

величины усадочных главных напряжений $\sigma_{r, \theta}(l, r)$ и $\sigma_{\theta, \theta}(l, r)$ могут использоваться для оценки точности определения этих же напряжений поляризационно-оптическим методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эллариан М.И. Усадочные напряжения в железобетонном цилиндре с учетом ползучести и старения бетона // Библиогр. указ. депонир. рукописей / ВНИИИС. - М., 1988. - Вып. 2. - 8 с.
2. Эллариан М.И. Моделирование напряжений от усадки бетона с учетом ползучести и старения путем изменения температуры на оптически чувствительной модели // Библиогр. указ. депонир. рукописей / ВНИИИС. - М., 1985. - Вып. 4. - 12 с.
3. Эллариан М.И., Погосян Г.С. Исследование усадочных напряжений поляризационно-оптическим методом // Строительная механика и расчет сооружений. - 1988. - № 1 - С. 56-58.
4. Тараторин Б.И., Нагаева В.И., Эллариан М.И. Кинетическая теория ползучести // Строительная механика и расчет сооружений. - 1985. - № 3. - С. 66.
5. Эллариан М.И., Тараторин Б.И. Напряженное состояние непрерывно нарастающего регулярно армированного железобетонного блока с учетом усадки, старения и ползучести бетона // Библиогр. указ. депонир. рукописей / ВНИИИС. - М., 1985. - Вып. 4. - 14 с.

Гюмрийский филиал ГИУА

28. IV. 1993

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТП), т. XLIX, № 3, 1995, с. 190-194

УДК 621.396.671

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М.А. АРАМЯН

К МОДЕЛЯМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕДАХ НЕРЕГУЛЯРНЫХ СТРУКТУР

Օգտվելով Լորենցի կողմից մտցված միջինացումից, իրական դիսպերս համակարգը ներկայացվում է մի միջավայրով, որտեղ իրական համակարգի այն ծավալը, որում կատարվում է միջինացումը, փոխարինվում է համասեռ միջավայրով որոշվելից միջինացված դիէլեկտրիկական թափանցելիությամբ: Իրական համակարգի և նրա մոդելի էլեկտրական դաշտերի էներգիաների հավասարման պայմանից ստացվել է ներառումների ներսում դաշտի լարվածության և արտաքին դաշտի միջև առնչություն, որը հնարավորություն է քննելու ստանալ այդպիսի համակարգերի միջինացված մեծությունների առավել ճշգրիտ բանաձևեր:

При использовании вводимого Лоренцом усреднения реальная дисперсная система представляется средой, где объем реальной системы, в котором производится усреднение, заменяется однородной средой с искомой диэлектрической проницаемостью. Из условия равенства энергий электрических полей реальной системы и ее модели получено соотношение между напряженностями внутри включений и внешнего поля, которое позволило получить более точные формулы для расчета усредненных величин таких систем.

Ил. 1. Библиогр.: 7 назв.

When using the introduced by Lorentz averaging the real disperse system represents a medium where the volume of the real system in which averaging is performed is replaced by a

homogeneous medium with the real dielectric permeability. A relation between strengths inside inclusions and the external field that have permitted to obtain more precise formulas for calculating averaging quantities in these systems has been obtained from the equality conditions of electric fields of the real system and its model.

Ит. 1. Ref.7.

Изучению потенциальных полей в дисперсных средах посвящено достаточно много работ [1, 2], однако из-за сложности рассматриваемой задачи исследования все еще продолжают [3-5]. Сложность структур гетерогенных систем не позволяет провести точные теоретические расчеты для большинства реальных сред. Поэтому для изучения полей в таких средах принимаются некоторые упрощенные модели, приближенно описывающие реальные процессы [1, 2].

В статье предлагается новая модель гетерогенной среды, позволяющая точнее рассчитать поля и получить формулы для расчета средней диэлектрической проницаемости (ДП) $\bar{\epsilon}$ дисперсной системы (ДС). Метод применим для сред с различными формами инородных тел, а также для слоистых структур. Рассматривается модель на примере двухкомпонентных сред, состоящих из дисперсионной среды с ДП $\epsilon_1 = 1$ и дисперсной фазы с объемом частиц V_2 и ДП ϵ_2 . Изучаются ДС в слабых внешних однородных электростатических полях с напряженностью \bar{E}_0 .

Наиболее известные модели электрических полей в рассматриваемых средах приведены в [2]. В предложенной Максвеллом модели для расчета электростатического поля внутри сферической частицы \bar{E}_1 в дисперсной системе рассматривается одна сферическая частица, окруженная слоем дисперсионной среды с проницаемостью ϵ_1 (радиусом R_1), во внешней однородной среде с исконой диэлектрической проницаемостью ϵ . Средняя ДП $\bar{\epsilon}$ определяется из условия равенства средней поляризации однородной среды \bar{P}_0 и включений \bar{P}_2 :

$$\bar{P}_0 = (\epsilon - 1)\epsilon_0 \bar{E}_0 = f_2(\epsilon_2 - 1)\epsilon_0 \bar{E}_2 = \bar{P}_2, \quad (1)$$

где f_2 — объемная доля включений.

Анализируя существующие модели и полученные результаты [1, 2], отметим, что во всех моделях не соблюдено одно важное условие, лежащее в основе макроскопической теории электродинамики. Согласно этой теории, среднее значение любой скалярной или векторной величины $\bar{\Psi} = \Psi$ определяется по вводимому Лоренцом выражению [6]

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{V_0} \int \Psi_u dV, \quad (2)$$

где Ψ_u — микроскопическое значение рассматриваемых величин, V_0 — физически бесконечно малый объем, в котором производится усреднение. Используя (2) и теорему [6], получим

$$\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\Psi}). \quad (3)$$

Из уравнений для микроскопических величин получим уравнения для макроскопических величин. При этом применяемые в теории дисперсных

систем уравнения и усредненные величины должны удовлетворять условиям (2) и (3). Определяя диэлектрическую проницаемость дисперсной системы по (2):

$$\varepsilon = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \varepsilon_v dV. \quad (4)$$

реальную гетерогенную среду (рис. 1а) можно представить средой, приведенной на рис. 1б, где область ДС объемом V_0 заменена однородной средой с усредненной диэлектрической проницаемостью ε , окруженной гетерогенной средой. На основании этого можно считать, что представленная на рис. 1б система является эквивалентной моделью реальной неоднородной среды (рис. 1а), а из условия эквивалентности этих систем с энергетической точки зрения следует, что вне объема V_0 потенциалы электрических полей в одинаковых точках реальной среды и модели должны быть равны.

Из условия равенства энергий электрических полей реальной среды и модели получено также равенство энергий на поляризацию вмещающихся в объем V_0 включений W_b и равновеликого однородного тела W_0 ($\varepsilon_1 = 1$) [3-5]:

$$W_b = \frac{1}{2} \varepsilon_0 (1 - \varepsilon_2) \sum_{i=1}^n \bar{E}_{2i} \int_{V_{2i}} \bar{E}_{2i} dV = \frac{1}{2} \varepsilon_0 (1 - \varepsilon) \bar{E}_0 \int_{V_0} \bar{E}_1 dV = W_0. \quad (5)$$

где n — число частиц в объеме V_0 , \bar{E}_{2i} — напряженность внутри i -й частицы объемом V_{2i} и ДП ε_2 , \bar{E}_1 — напряженность внутри однородного тела объемом V_0 . Так как предлагаемая модель основывается на определениях (2) и (3), то она более точно, чем известные модели, описывает реальные процессы и позволяет получить новые результаты [4, 5].

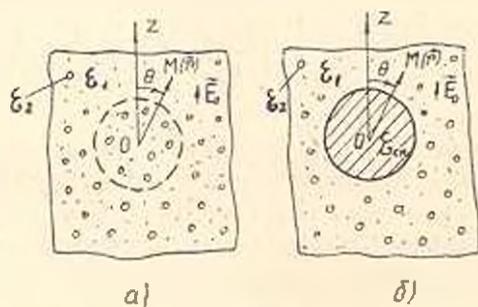


Рис.

Приведем расчет поля и вычислим ДП гетерогенной среды со сферическими включениями радиуса a одинаковых размеров ($V_{2i} = V_2$). Для этого в дисперсионную среду с ДП $\varepsilon_1 = 1$, где установлено внешнее однородное электростатическое поле с напряженностью \bar{E}_0 , внесем однородное сферическое тело объемом V_0 и ДП ε . Тогда для \bar{E}_1 имеем

$$\bar{E}_1 = 3\bar{E}_0 / (\varepsilon + 2). \quad (6)$$

При низких объемных концентрациях частиц f_2 дисперсных систем из (5) имеем

$$\bar{E}_{2i} = 3(1 - \epsilon)\bar{E}_0 / f_2(1 - \epsilon_2)(2 + \epsilon) = f\bar{E}_0. \quad (7)$$

Для рассмотренной дисперсной системы из различных моделей получены соотношения между напряженностью внутри сферических включений \bar{E}_{2i} и напряженностью внешнего поля \bar{E}_0 [1, 2]. Однако выражение (5), являющееся результатом применения предложенной автором модели, позволяет получить более точные для расчета ϵ формулы.

При очень низких объемных концентрациях взаимодействие частиц пренебрегается, и частицы поляризуются под воздействием внешнего поля \bar{E}_0 . Тогда для \bar{E}_{2i} имеем известное выражение

$$\bar{E}_{2i} = 3\bar{E}_0 / (\epsilon_2 + 2) \quad (8)$$

Подставляя (8) в (5), для диэлектрической проницаемости дисперсной среды получаем формулу Максвелла-Лоренца-Вагнера [1, 2], то есть рассмотренный нами случай совпадает с теорией Вагнера. Если же использовать определение Максвелла, то, подставляя (8) в (1), получим формулу Ландау-Лифшица, точность которой, как известно, ниже точности формулы Максвелла-Вагнера.

Теперь рассмотрим дисперсную среду, в которой следует учесть дипольное взаимодействие включений. В этом случае частицы поляризуются, как известно, полем Лоренца [6], поэтому

$$\bar{E}_{2i} = \bar{E}_L + \bar{E}_n = \bar{E}_0 + \frac{n\bar{p}_2}{3\epsilon_0 V_0} + \bar{E}_0 = \bar{E}_0 + \frac{\bar{p}_2}{3\epsilon_0} \left(\frac{n}{V_0} - \frac{1}{V_2} \right). \quad (9)$$

В (9) вектор поляризации сферических частиц $\bar{P}_2 = n\bar{p}_2$ и усреднение дипольных моментов подчинены условию (2). Выражая энергию на поляризацию включений W_b (2) через дипольные моменты \bar{p}_2 , имеем

$$\bar{p}_2 = (\epsilon_2 - 1)\epsilon_0 V_2 \bar{E}_{2i}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9), для \bar{E}_{2i} получаем выражение

$$\bar{E}_{2i} = 3\bar{E}_0 / \epsilon_2 + 2 - f_2(\epsilon_2 - 1). \quad (11)$$

Теперь из (5) с учетом (11) для ϵ получаем новую формулу

$$\epsilon = \epsilon_1 \frac{\epsilon_2 + 2\epsilon_1 + f_2(\epsilon_2 - \epsilon_1)}{\epsilon_2 + 2\epsilon_1 - 2f_2(\epsilon_2 - \epsilon_1)}. \quad (12)$$

Анализ формулы (12) и ее сопоставление с экспериментальными данными показывают [4, 5], что она лучше согласуется с экспериментом, особенно при высоких концентрациях, чем известные формулы. Предложенная модель и определение ϵ (5) позволяют рассчитать поле и вычислить ϵ с учетом мультипольных взаимодействий высших порядков [4].

Таким образом, предложенная модель позволяет получить новые результаты и для цилиндрических, эллипсоидальных форм включений, а также для слоистых диэлектриков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Духин С.С., Шилов В.Н. Диэлектрические явления и двойной слой в дисперсных системах и полиэлектролитах. - Киев: Наукова думка, 1972. - 203 с.
2. Нетушил А.В. Модели электрических полей в гетерогенных средах нерегулярных структур // Электричество. - 1975. - № 10. - 8с.
3. Арамян М.А., Карапетян М.А. К расчету диэлектрической проницаемости дисперсной системы // Коллоидный журнал АН СССР. - 1989. - Т. 1. - С. 963-968.
4. Арамян М.А. Расчет поля в кубической пространственной системе сферических частиц, помещенных во внешнее однородное поле // Теоретическая электротехника, 1990. - Вып. 49. - С. 107-118.
5. Арамян М.А. Уточнение в теории расчета диэлектрической проницаемости Максвелла-Вагнера // Коллоидный журнал РАН. - 1992. - Т. 54. № 5. - С. 24-33.
6. Тамм И.Е. Основы теории электричества. - М.; Л.: Гостехиздат, 1946. - 660 с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. - М.: ГИТТЛ, 1957. - 532 с.

ГИУА

9. VI. 1994

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. XLIX, № 3, 1995, с. 194-199

УДК 519.6

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Р.Е. САРКИСЯН

ИНТЕРАКТИВНЫЕ ПРОЦЕДУРЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ И ОЦЕНИВАНИЯ. Сообщение 2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ О ЕЕ ПАРАМЕТРАХ

Քննարկվում են որոնողական բնույթի մարդ-մեքենայական հարմարվողական ընթացակարգերի մշակման խնդիրներ՝ կապված նախնական ինֆորմացիայի առկայության դեպքում կառավարման համակարգերի նմանարկման խնդրին:

Обсуждаются проблемы создания адаптивных интерактивных поисковых процедур для решения задачи идентификации систем управления при наличии априорной информации о ее параметрах.

Библиогр.: 4 назв.

Problems of adaptive interactive retrieval procedures creation for problem solving of control system identification having a priori information about its parameters are discussed. Ref. 4.

1. *Введение.* Сообщение [1] было посвящено решению одной из классических задач условного оценивания с помощью интерактивных поисковых процедур адаптивного типа, когда обе подзадачи выбора направления движения и величины шага по нему осуществлялись на основе неформальной информации, получаемой от человека (лица, принимающего решение) в процессе диалога. Сходная ситуация возникает в задачах идентификации систем управления, когда на параметры идентифицируемой системы наложены определенные функциональные ограничения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Духин С.С., Шилов В.Н. Диэлектрические явления и двойной слой в дисперсных системах и полиэлектролитах. - Киев: Наукова думка, 1972. - 203 с.
2. Нетушил А.В. Модели электрических полей в гетерогенных средах нерегулярных структур // Электричество. - 1975. - № 10. - 8с.
3. Арамян М.А., Карапетян М.А. К расчету диэлектрической проницаемости дисперсной системы // Коллоидный журнал АН СССР. - 1989. - Т. 1. - С. 963-968.
4. Арамян М.А. Расчет поля в кубической пространственной системе сферических частиц, помещенных во внешнее однородное поле // Теоретическая электротехника, 1990. - Вып. 49. - С. 107-118.
5. Арамян М.А. Уточнение в теории расчета диэлектрической проницаемости Максвелла-Вагнера // Коллоидный журнал РАН. - 1992. - Т. 54. № 5. - С. 24-33.
6. Тамм И.Е. Основы теории электричества. - М.; Л.: Гостехиздат, 1946. - 660 с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. - М.: ГИТТЛ, 1957. - 532 с.

ГИУА

9. VI. 1994

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. XLIX, № 3, 1995, с. 194-199

УДК 519.6

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Р.Е. САРКИСЯН

ИНТЕРАКТИВНЫЕ ПРОЦЕДУРЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ И ОЦЕНИВАНИЯ. Сообщение 2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ О ЕЕ ПАРАМЕТРАХ

Քննարկվում են որոնողական բնույթի մարդ-մեքենայական հարմարվողական ընթացակարգերի մշակման խնդիրներ՝ կապված նախնական ինֆորմացիայի առկայության դեպքում կառավարման համակարգերի նմանարկման խնդրին:

Обсуждаются проблемы создания адаптивных интерактивных поисковых процедур для решения задачи идентификации систем управления при наличии априорной информации о ее параметрах.

Библиогр.: 4 назв.

Problems of adaptive interactive retrieval procedures creation for problem solving of control system identification having a priori information about its parameters are discussed. Ref. 4.

1. *Введение.* Сообщение [1] было посвящено решению одной из классических задач условного оценивания с помощью интерактивных поисковых процедур адаптивного типа, когда обе подзадачи выбора направления движения и величины шага по нему осуществлялись на основе неформальной информации, получаемой от человека (лица, принимающего решение) в процессе диалога. Сходная ситуация возникает в задачах идентификации систем управления, когда на параметры идентифицируемой системы наложены определенные функциональные ограничения.

Применяемые при этом процедуры методов наименьших квадратов, максимального правдоподобия, или байесовские процедуры легко и эффективно могут быть реализованы при целенаправленной организации вычислительных работ, если исходные условные задачи оптимизации аппроксимировать моделями многокритериальных задач с последующим применением общей стратегии интерактивных поисковых процедур методов производных по направлению [2].

2. Идентификация по методу наименьших квадратов. Пусть $y(t) = \varphi(u, b, v)$ — выходной процесс идентифицируемой системы, зависящий от управляемого процесса $u(t)$, помех $v(t)$ и параметров b_0, b_1, \dots, b_n . Через $y_M(t) = \varphi(u, \beta)$ обозначим соответствующий процесс на выходе модели с параметрами $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$, где φ — некоторая известная функция. Необходимо определить параметры модели таким образом, чтобы минимизировать функционал

$$E(y, y_M, t) = \int_{T-1}^1 (y(t) - y_M(t))^2 dt \quad (1)$$

при наличии функционального ограничения $A\beta = c$.

Введем обозначения $y = (y(t_1), \dots, y(t_N))^T$, $n = (n(t_1), \dots, n(t_N))^T$.

$$u = [u_0, u_1, \dots, u_n]^T = \begin{bmatrix} u_{10} & \dots & u_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ u_{N0} & \dots & u_{Nn} \end{bmatrix}, \quad y_M = u\beta, \quad V = M(v^T v),$$

где V — ковариационная матрица аддитивного шума. M — знак математического ожидания. Предполагается, что $M(v) = 0$, вектор v распределен по нормальному закону с плотностью распределения

$$P(v) = (1/2\pi)^{n/2} |V|^{1/2} \exp(-v^T V^{-1} v). \quad 1$$

Тогда задача оценивания (1) будет эквивалентна решению задачи математического программирования

$$E(\beta) = \varepsilon^T V^{-1} \varepsilon \longrightarrow \min_{\beta \in E^{n+1}, A\beta = c} \quad (2)$$

где $\varepsilon = y - u\beta$.

Как известно [3], ее безусловное решение равно $b = (U^T V^{-1} U)^{-1} U^T V^{-1} y$. Обозначим $f_1(\beta) = \varepsilon^T V^{-1} \varepsilon = (y - U\beta)^T V^{-1} (y - U\beta)$,

$f_2(\beta) = (c - A\beta)^T (c - A\beta)$ и представим задачу (2) в эквивалентной форме

$$f(\beta) = (f_1(\beta), f_2(\beta))^T \longrightarrow \min_{\beta \in E^{n+1}} \quad (3)$$

Интерактивная поисковая процедура решения этой задачи основана на следующем вычислительном алгоритме.

Шаг 1. Вычислить локальные решения β^{*1} и β^{*2} . Если $A\beta^{*1} = c$, остановиться, в противном случае принять $k = 1$ и перейти к шагу 2.

Шаг 2. Выбрать γ_2 в качестве опорного критерия и подходящее начальное приближение $\beta^1 \in E^{n+1}$. Если $A\beta^k = c$, перейти к шагу 5, в противном случае — к шагу 3.

Шаг 3. Установить подходящие приближения Δf_2 , Δf_{11} и Δf_{12} .
 $0 \leq \Delta f_{11} < \Delta f_{12}$ таким образом, чтобы имело место

$$(f_1^k + \Delta f_{12}, f_2^k) \succ (f_1^k, f_2^k + \Delta f_2)^T \succ (f_1^k + \Delta f_{11}, f_2^k)^T$$

где \succ — отношение (строгого) предпочтения, и решить обе подзадачи

$$e^k = \arg \max_{d \in F_0, \|d\|=1} \Phi(d) = \{-(S^{1T}d)^2 / S^{2T}d - S^{2T}d\},$$

$$\sigma_k = \arg \min_{\sigma \geq 0} f_2(\beta^k + \delta e^k),$$

где $F_0 = \{d \in E^{n+1} / S^{1T}d / S^{2T}d \in [A_1, B_1]\}$. $A_1 = \Delta f_2 / \Delta f_{12}$,

$$B_1 = \Delta f_2 / \Delta f_{11}, S^1 = \nabla f_1(\beta^k) = -2U^T V^{-1}y + 2U^T V^{-1}\beta^k, S^2 = \nabla f_2(\beta^k) = -2A^T c + 2A^1 A \beta^k$$

Шаг 4. Вычислить новое решение $\beta^{k+1} = \beta^k + \sigma_k e^k$ и принять $k = k + 1$.

Шаг 5. Выбрать f_1 в качестве опорного критерия и решить подзадачи

$$e^k = \arg \max_{d \in F_0, \|d\|=1} \Phi(d) = \{-S^{1T}d\},$$

$$\sigma_k = \arg \min_{\sigma \geq 0} f_1(\beta^k + \sigma e^k),$$

где

$$F_0 = \{d \in E^{n+1} / S^{1T}d \leq 0, S^{2T}d = 0\}.$$

Шаг 6. Вычислить $\beta^{k+1} = \beta^k + \sigma_k e^k$ и остановиться. Вектор $\beta^* = \beta^{k+1}$ является условным оптимумом для исходной задачи (1) и соответствующей двухкритериальной задачи (3).

То обстоятельство, что во время второй итерации не строится конус предпочтений $P_0 = \{e \in E^{n+1} / S^{2T}e / S^{1T}e \in [A_2, B_2]\}$, объясняется тем, что движение происходит вдоль поверхности, описываемой соотношением $A\beta = c$. Поэтому $S^{1T}d = 0$. Это условие и фигурирует в описании множества F_0 .

Для реализации описанного выше алгоритма на ЭВМ разработан диалоговый пакет программ VECTOR1 RS. Сценарии диалога составлены на основе сетевых моделей, описывающих уровень процессов и обмена данными между человеком и ЭВМ (как разновидности сетей Петри [4]).

3. *Альтернативные процедуры идентификации.* Приведенный выше человеко-машинный подход в равной мере применим и в случаях, когда условные оценки строятся по методу максимального правдоподобия или по байесовскому методу (по минимуму среднего риска). Соответствующие решающие правила и эквивалентные модели многокритериальных (двухкритериальных) задач строятся аналогично приведенной выше вычислительной схеме.

Пусть априори известно, что выборочные значения вектора наблюдений $y = (y(t_1), \dots, y(t_N))^T$ являются случайным вектором с функцией распределения $P(y, \beta)$. Через $z = (z_1, \dots, z_N)^T$ обозначим вектор реализации y , т.е. $z_i = y(t_i)$, $i = 1, \dots, N$. Задача заключается в нахождении

оценок вектора β , удовлетворяющих условию $A\beta = c$ по результатам наблюдений Z_1, \dots, Z_N .

Формально функциональная связь между векторами Z и β может быть записана в виде $P(z, \beta) = L(z, \beta)$, где $L(z, \beta)$ — функция правдоподобия. В приложениях по соображениям удобства функцию $L(z, \beta)$ заменяют функцией $\ln L(z, \beta)$. Тогда задача условного оценивания по методу максимального правдоподобия будет иметь вид

$$\ln L(z, \beta) \longrightarrow \max_{\beta \in E^{n+1}, A\beta=c} . \quad (4)$$

Этой задаче соответствует двухкритериальная задача

$$f(\beta) = (f_1(\beta), f_2(\beta))^T \longrightarrow \max_{\beta \in E^{n+1}} . \quad (5)$$

где $f_1(\beta) = \ln L(z, \beta)$, $f_2(\beta) = -(c - A\beta)^T(c - A\beta)$.

Осложнение процедуры оценивания является платой за достижение более высокой степени адекватности описания реальных условий существования и функционирования систем, а следовательно, и точности оценок и построения на их основе практических выводов.

Если в дополнение к имеющейся априорной информации относительно функции $P(z, \beta)$ и условия $A\beta = c$ заданы статистические характеристики аддитивного шума, то $\ln L(z, \beta) = \ln P(y - u\beta) = -(1/2) \ln(2\pi)^n |V| + (y - U\beta)^T(y - U\beta)$ и задачи (4) и (5) сводятся к задачам (2) и (3).

При построении байесовских процедур исходным является определение апостериорной плотности условного распределения $P(\beta / y)$ вектора β относительно вектора наблюдений $y = (y(t_1), \dots, y(t_N))^T$. Соответствующее интерактивное решающее правило строится на основе следующих соображений.

Пусть $\delta(\beta, \hat{\beta})$ — функция потерь. Известно, что $\hat{\beta}$ удовлетворяет условию $A\hat{\beta} = c$. Если проблемы выбора функции $\delta(\beta, \hat{\beta})$ и $P(\beta / y)$ уже решены, то оценку $\hat{\beta}$ можно вычислить решением задачи

$$E(\hat{\beta}) = \int_{\Omega(\hat{\beta})} \delta(\beta, \hat{\beta}) P(\beta / y) d^{n+1}\beta \longrightarrow \min_{\hat{\beta} \in E^{n+1}, A\hat{\beta}=c} . \quad (6)$$

или соответствующей двухкритериальной задачи

$$f(\hat{\beta}) = (f_1(\hat{\beta}), f_2(\hat{\beta}))^T \longrightarrow \min_{\hat{\beta} \in E^{n+1}} . \quad (7)$$

где $f_1(\hat{\beta})$ — целевая функция в задаче (6), $f_2(\hat{\beta}) = (c - A\hat{\beta})^T(c - A\hat{\beta})$, а $\Omega(\hat{\beta}) = (n+1)$ — мерная область интегрирования по β .

4. *Модельный пример.* В качестве иллюстрации рассмотрим следующую упрощенную модель. Пусть $y = U\beta + v$, векторы β и v статистически независимы и распределены по нормальному закону с параметрами $M(v) = 0$, $\text{cov}(v) = \delta^2 I$, $M(\beta) = b$, $\text{cov}(\beta) = \sigma_b^2 I = M\{\beta - b\}^T(\beta - b)$, где M — знак математического ожидания, I —

единичная матрица. При этих условиях вектор y также распределен по нормальному закону с параметрами

$$M(y) = Ub,$$

$$\begin{aligned} \text{cov}(y) &= M\{y - U\beta\}^T(y - U\beta)\} = \\ &= M\{(\beta - b)^T(\beta - b)\}U^T U + M\{v^T v\} = \sigma_\beta^2 U^T U + \sigma_v^2 I. \end{aligned}$$

Функцию $P(\beta / y)$ представим в виде

$$P(\beta / y) = P_v^{-1}(y)P(\beta, y)$$

где $P_y(y)$ — плотность распределения y , а $P(\beta, y)$ — функция совместного распределения β и y .

Благодаря связи $v = y - U\beta$ для $P(\beta, y)$ имеем [3]:

$$P(\beta, y) = P(\beta, y - U\beta) \left| \frac{\partial(y - U\beta)}{\partial y} \right| = P_\beta(\beta)P_v(y - U\beta), \quad (8)$$

где $P_\beta(\beta)$ и $P_v(v)$ — функции плотности распределений β и v .

Учитывая нормальный характер распределения β , y и v , получаем для $P(\beta / y)$ выражение

$$\begin{aligned} P(\beta / y) &= C \cdot \exp\left\{(-1/2)\left[(\beta - b)^T(\beta - b) / \sigma_\beta^2 + (y - U\beta)^T \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times (y - U\beta) / \sigma_v^2 - (y - Ub)^T (\sigma_\beta^2 U^T U + \sigma_v^2 I)^{-1} (y - Ub)\right]\right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

где C — постоянная интегрирования.

Если ограничиться квадратичной функцией потерь

$$\delta(\beta, \hat{\beta}) = (\beta - \hat{\beta})^T (\beta - \hat{\beta}), \quad (10)$$

то для градиентов $S^1 = \nabla f_1(\beta_k)$ и $S^2 = \nabla f_2(\beta^k)$ получим выражения

$$S^1 = 2 \left(- \int_{\Omega(\beta)} \beta P(\beta / y) d^{n+1}\beta + \int_{\Omega(\beta)} \hat{\beta} P(\beta / y) d^{n+1}\beta = 2(\hat{\beta} - \bar{b}), \quad (11)$$

$$S^2 = 2A^T(A\hat{\beta} - c). \quad (12)$$

Именно эти векторы и фигурируют в вычислительной процедуре в подзадачах выбора направления и шага.

Наконец, если назначение подходящей функции потерь $\delta(\beta, \hat{\beta})$ не представляется возможным, тогда условная оценка может быть найдена из правила

$$\hat{\beta}^* = \arg \max_{\beta \in E^m, A\beta = c} P(\beta / y), \quad (13)$$

которое также может быть аппроксимировано задачей, где фигурирует функция правдоподобия $L(z, \beta)$.

Заключение. Когда задача идентификации систем решается при наличии априорной информации о параметрах, вычислительные процедуры, основанные на методах квадратов, максимального правдоподобия или байесовского риска, допускают интерпретацию в терминах соответствующих многокритериальных задач математического программирования. Целенаправленный поиск в интерактивном режиме

значительно упрощает процесс идентификации и ускоряет сходимость его результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саркисян Р.Е. Интерактивные процедуры идентификации и оценивания. Сообщ. 1. Условное оценивание параметров регрессионных схем // Изв. НАН РА и ГИУА. - 1995. - Т. 49, № 2. - С. 104-108.
2. Саркисян Р.Е. Адаптивные человеко-машинные процедуры для диалоговых систем. Сообщ. 2. Методы производных по направлению // Изв. НАН РА и ГИУА. - Сер. ТН. - 1991. - Т. 17, № 5-6. - С. 282-287.
3. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. - М.: Мир, 1975. - 683 с.
4. Деннинг В., Эссинг Г., Масс С. Диалоговые системы "Человек-ЭВМ". Адаптация к требованиям пользователя. - М.: Мир, 1984. - 110 с.

— ГИУА

18. X. 1994

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Լ.Ա. Աղալովյան. Եզրային պայմանների ազդեցությունը բարակ մարմինների լարվածային-դեֆորմացիոն վիճակի բնույթի վրա	136
Մ.Ա. Զաղոյան. Ոլորվող ձողի տեղական ամրությունը լարումների զերկուտակումների դեպքում	140
Վ.Ս. Տոնոյան, Ս.Ա. Մելքումյան. Ուղղահայաց կիսաանվերջ ճեղքով օրթոտրոպ կիսահարթության համար շեղ համաչափ կոնտակտային ինդիլի	145
Ա.Մ. Սարգսյան, Ա.Ս. Խաչիկյան. Բաղադրյալ մարմնում ֆիզիկական դաշտերի կապակցվածության ազդեցությունը նրանց բնութագրիչների վրա.	150
Մ.Վ. Կասյան, Ֆ.Ն. Փարիկյան. Գազային միջավայրի ազդեցության արդյունավետությունը մետաղների կտրման գործընթացի վրա	156
Մ.Վ. Կասյան, Ն.Բ. Բաղդասարյան, Ն.Ն. Հարությունյան. Ըստ կարևոր ելքի պարամետրերի կտրման ռեժիմների օպտիմալացումը կառուցվածքային նյութերը կերամիկական կտրիչներով մշակելիս	162
Ն.Բ. Բաղդասարյան, Վ.Ն. Բաղդասարյան, Մ.Գ. Ստակյան. Գալլիկոնի լավարկված երկրաչափության որոշման մեթոդ՝ կախված մշակվող՝ նյութերի ֆիզիկամեխանիկական հատկություններից	166
Լ.Մ. Մակարյան, Ա.Լ. Մակարյան. Բարիատ մեթենաների սկավառակաձև գործադիր մարմինների լարվածադեֆորմացիոն վիճակի որոշումը	170
Ն.Ա. Բազիկյան, Ն.Վ. Համբարձումյան, Ա.Ն. Ալոյան. Անվավոր տրակտորների կախոցավորման պարամետրերի օպտիմիզացում ընթացքի սահունության չափանիշներով	177
Թ.Գ. Մարգարյան, Ա.Մ. Մխիկյան, Ս.Ն. Իսրայելյան. Միաձուլյ պատերի կառուցման համար շիանվող կաղապարամածի բարակապատ ապակեֆիբրոբետոնային տարրերի ամրությունը և ձևափոխելիությունը (դեֆորմատիվությունը)	182
Մ.Ի. Էլլարյան, Ա.Գ. Հակոբյան. Երկաթբետոնյա սկավառակի՝ կծկման հաշվարկային լարումների որոշումը բետոնի սողքի և ծերացման հաշվառմամբ	187
Մ.Ա. Արամյան. Ոչ կանոնավոր կառուցվածքով տարասեռ միջավայրերում էլեկտրական դաշտերի մոդելների մասին	190
Ռ.Ե. Սարգսյան. Նմանարկման և գնահատման ինտերակտիվ ընթացակարգեր: Հաղորդում II. Համակարգերի նմանարկումը պարամետրերի մասին նախնական ինֆորմացիայի առկայության դեպքում	194

СОДЕРЖАНИЕ

Л.А. Агаловян. О влиянии граничных условий на характер напряженно-деформированного состояния тонких тел	136
М.А. Задоян. О местной прочности скручиваемого стержня при концентрации напряжений.	140
В.С. Тоноян, С.А. Мелкумян. Кососимметричная контактная задача для ортотропной полуплоскости с вертикальным полубесконечным разрезом	145
А.М. Саргсян, А.С. Хачикян. Влияние связанности физических полей на поведение их характеристик в кусочно-однородном теле	150
М.В. Касьян, Ф.А. Паркян. Эффективность действия газовых сред на процесс резания металлов	156
М.В. Касьян, Г.Б. Багдасарян, Г.А. Арутюнян. Оптимизация режимов резания по важнейшим выходным параметрам при резании конструкционных материалов керамическими резцами	162
Г.Б. Багдасарян, М.Г. Стакян, В.Г. Багдасарян. Метод определения оптимальной геометрии сверла в зависимости от физико-механических свойств обрабатываемых материалов	166
Л.М. Макарян, А.Л. Макарян. Определение напряженно-деформированного состояния дисковых исполнительных органов камнерезных машин	170
И.А. Базикян, Г.В. Амбарцумян, А.Н. Алоян. Оптимизация параметров подрессоривания колесных тракторов по критериям плавности хода	177
Т.Г. Маркярян, А.М. Мхикян, С.А. Израелян. Прочность и деформативность стеклофибробетонных тонкостенных элементов несъемной опалубки для возведения монолитных стен	182
М.И. Элларян, А.Г. Акобян. Определение расчетных усадочных напряжений в железобетонном диске с учетом ползучести и старения бетона	187
М.А. Арамян. К моделям электрических полей в гетерогенных средах нерегулярных структур	190
Р.Е. Саркисян. Интерактивные процедуры идентификации и оценивания. Сообщение 2. Идентификация систем при наличии априорной информации о ее параметрах	194

CONTENTS

L. A. Agalovian. The influence of boundary conditions on the character of stress-deformed states for thin bodies	136
M.A. Zadoyan. On local torsional strength of the rod in stress concentration	140
V.S. Tonoyan, C.A. Melkounian. An oblique symmetric contact problem for orthotropic semi-plane with vertical semi-infinite cut	145
A.M. Sargissian, A.S. Khachikian. The bonding effect of physical fields on the behaviour of their characteristics in a piece-homogeneous body	150
M.V. Kassian, F.N. Parikian. The effect of gas medium on the metal cutting process	156
M.V. Kassian, G.B. Baghdassarian, G.A. Haroutunian. Cutting condition optimization for the most important output parameters when cutting structural materials by ceramic single-point tools	162
G.B. Baghdassarian, M.G. Stakian, V.G. Baghdassarian. A method of drill optimal geometry determination depending on physical and mechanical properties of the machined materials	166
L.M. Makarian, A.L. Makarian. Determination of stressed-deformed state of stone-cutting machine disk working parts	170
N.A. Bazikian, G.V. Hambartsumian, A.N. Aloyan. Optimization of cushioning wheeled tractor parameters according to smooth running criteria	177
T.G. Markarian, A.M. Mkhikian, C.H. Israelian. Strength and deformability of glass fibrous concrete thin-wall elements of retained formworks for cast-in-place wall erection	182
M.I. Ellarian, A.G. Hakopian. Calculated shrinkage stress determination in the reinforced disk cum the concrete creeping and ageing	187
M.A. Aramian. On models of electric fields in heterogeneous media of irregular structures	190
R.E. Sarkissian. Interactive procedures of identification and evaluation. Report 2.	194