Журнал издается с 5. 01. 1948 г.

Выходит 6 раз в год

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 2—3, 1993, с. 49—52.

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

УДК 5.35.211

С. М. АВАНЕСЯН

ЛАЗЕРНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ: КОНЦЕНТРАЦИОННО-ДЕФОРМАЦИОННЫЙ МЕХАНИЗМ

Приводятся результаты исследования лазерной генерации акустических импульсов в кристаллах кремния и германия. Рассмотрены процессы конкуренции различных механизмов лазерной генерации акустических импульсов.

Ил. 3. Библиогр.: 3 назв.

Բերված են սիլիցիումի և գերմանիումի միաբյուրեղներում ձայնային ազդակների լազերային գրգռման հետազոտության արդյունքները։ Քննարկվում են ձայնային ազդակների լազերային գրգռման տարբեր մեխանիզմների մրցակցությունը ձայնի առաջացման ընթացքում։

При поглощении оптического излучения с энергией кванта $h\nu$, превышающей ширину запрещенной зоны E в непьезоактивных полупроводниках, возбуждение акустических волн происходит за счет двух различных механизмов: теплового, связанного с нагревом и остыванием кристаллической решетки, и концентрационно-деформационного, связанного с фотогенерацией электронно-дырочной плазмы. Объемные продольные акустические волны, возбуждаемые за счет концентрационно-деформационного механизма, экспериментально исследовались в [1, 2]. Экспериментальному исследованию генерации поверхностных акустических импульсов в кремнии посвящена работа [3]. В настоящей работе приводятся результаты исследований по лазерному возбуждению объемных акустических волн в полупроводниках. Особое внимание уделяется исследованию кремния в случае, когда мощность падающего излучения достаточно высока, вследствие чего необходимо учитывать процессы нелинейной рекомбинации фотовозбужденных носителей.

Волны продольного звука возбуждаются в монокристаллическом кремнии при поглощении световых импульсов длительностью $\tau_и \sim 20$ *нс* на длине волны $\lambda = 1{,}06$ *мкм*. Образец имел форму цилиндра диаметром 6 *мм* и высотой 10 *мм*. Оптическое излучение фокусировалось в пятно диаметром 3,5 *мм* на поверхности одного из оснований. Акустические импульсы регистрировались пьезодатчиком, который приклеивался к другому основанию кристалла кремния.

В эксперименте наблюдались биполярные акустические импульсы (рис. 1). Часть профиля волны, имеющая отрицательную полярность, отвечает импульсу разрежения, а другая, имеющая положительную полярность, соответствует импульсу сжатия. Симметричная форма профиля волны сохранялась, а амплитуда волны росла линейно с увеличением интенсивности оптического возбуждения практически вплоть до плотности энергии $Q \sim 60$ *мДж см*$^{-2}$ в световом импульсе. При дополнительном увеличении интенсивности темп роста амплитуды волны разрежения замедляется, а при $Q \sim Q_0 \simeq 250$ *мДж·см*$^{-2}$ ее амплитуда полностью насыщается (рис. 2). Амплитуда волны сжатия в исследуемом диапазоне интенсивностей монотонно возрастает. Результаты показывают (рис. 1), что в отличие от импульса разрежения, длительность которого практически постоянна, длительность импульса сжатия уменьшается с увеличением интенсивности воздействия.

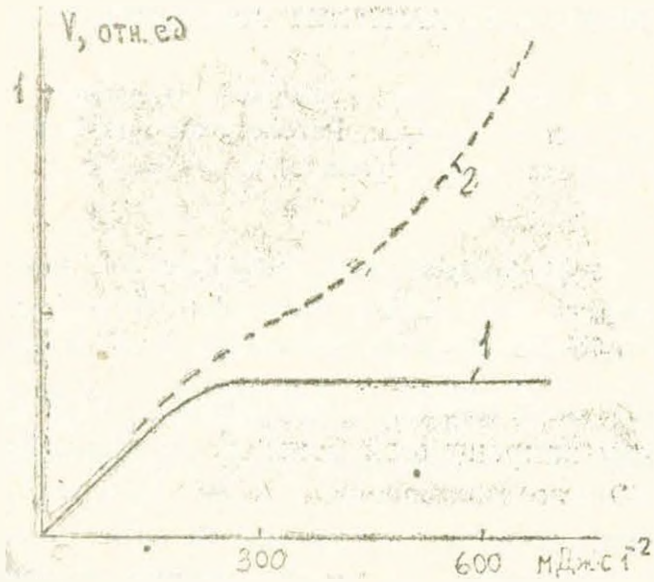

Рис. 1. Профили колебательной скорости в акустической волне: *а* — эксперимент (*1* — Q=0,014 *Дж·см*$^{-2}$, *2* — Q=0,14 *Дж·см*$^{-2}$, *3* — Q=0,53 *Дж·см*$^{-2}$), *б* — теория (*1* — $\tau \geqslant 1$ *мкс*, *2* — τ=0,9 *мкс*, *3* — $\tau = 9{,}4 \cdot 10^{-8}$ *с*)

Возбуждение звуковых волн в полупроводниках происходит как за счет теплового расширения кристаллической решетки при ее нагреве, так и за счет изменения равновесной плотности вещества при рождении электронно-дырочных пар. Волновое уравнение для одномерных возмущений колебательной скорости V в пренебрежении затуханием акустических волн можно представить в виде

$$\rho_0 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - C_0^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) = D \frac{\partial^2 n}{\partial t \partial x} - k\beta \frac{\partial^2 T}{\partial t \partial x}, \qquad (1)$$

где C_0 — скорость продольного звука, ρ_0 — равновесная плотность, D — константа деформационного потенциала, k и β — модуль и коэффициент объемного расширения, n — концентрация фотовозбужденных электронов, T — температура. Уравнение (1), конечно, учитывает тот факт, что в полупроводниках с $D>0$ (Si) концентрационно-деформационный и термоупругий механизмы акустических возмущений генерируют и импульсы противоположной полярности. В этом смысле кремний очень удобный кристалл для идентификации различных механизмов генерации акустических импульсов. Предварительные оценки показали, что для описания пространственно-временного поведения n и T

можно не учитывать процессы фотонной теплопроводности и диффузию свободных носителей

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha (1 - R)\, I\, (h\nu)^{-1} \exp(-\alpha x)\, f(2t/\tau_л) - n\tau_R^{-1}, \qquad (2)$$

$$\rho_0 C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha (1 - R)\, I\, (h\nu - E_g)(h\nu)^{-1} \exp(-\alpha x)\, f(2t/\tau_л) + E_g n \tau_R^{-1}. \qquad (3)$$

Здесь α и R — коэффициенты поглощения и отражения света, I — интенсивность падающего излучения, τ_R — время электронно-дырочной безизлучательной рекомбинации, C_p — теплоемкость вещества, а функция $f\ (2t/\tau_л)$ описывает форму светового импульса. Время жизни неравновесных носителей τ_R является в общем случае функцией концентрации неравновесных носителей n.

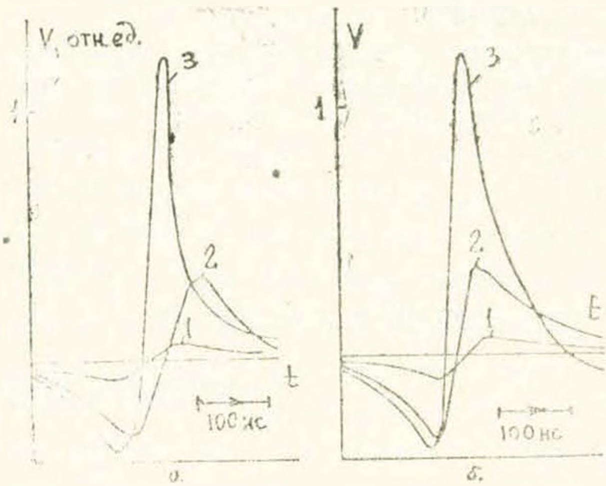

Рис. 2. Зависимость амплитуды импульса разрежения (1) и сжатия (2) от плотности энергии падающего излучения

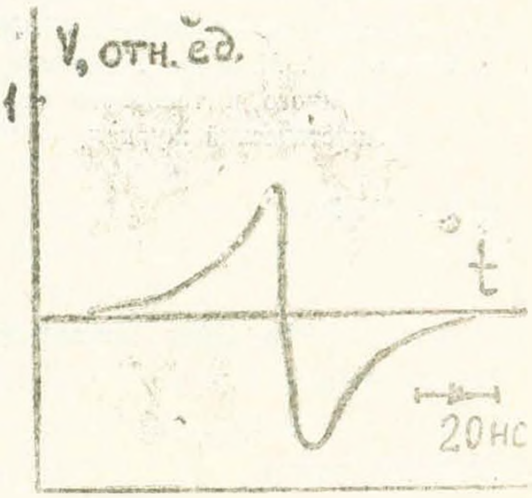

Рис. 3. Характерный профиль акустического импульса Ge, $\lambda = 1{,}06$ *мкм*

Анализ показал, что данная математическая модель при естественном предположении уменьшения характерного времени жизни неравновесных носителей с увеличением интенсивности оптического воздействия качественно описывает все экспериментальные наблюдения. На рис. 1 представлены результаты машинного счета. Таким образом, в этом случае (Si, $\lambda = 1{,}06$ *мкм*) концентрационно-деформационный механизм является преобладающим. При увеличении плотности мощности падающего излучения уменьшается длительность импульса сжатия из-за уменьшения времени рекомбинации носителей.

При возбуждении акустических импульсов в кристалле Si излучением $\lambda = 0{,}53$ *мкм*, а также в Ge ($\lambda_1 = 1{,}06$ *мкм* и $\lambda_2 = 0{,}53$ *мкм*) наблюдаются двухполярные импульсы, причем, фаза сжатия опережает во времени фазу разрежения. На рис. 3 представлен характерный профиль акустического импульса при поглощении в кристалле германия излучения с длиной волны $\lambda = 1{,}06$ *мкм*. Амплитуда импульса растет линейно при повышении плотности мощности падающего излучения вплоть до порога плавления приповерхностных слоев кристалла. Это указывает на преобладание теплового механизма генерации акустических импульсов. Поскольку в этом случае глубина поглощения светового излучения составляет доли микрометра, концентрация неравновесных носителей оказывается достаточно большой. Вследствие этого уменьшается время рекомбинации носителей, в течение лазерного импульса происходит эффективная перекачка энергии в фононную подсистему, что приводит к преобладанию теплового механизма.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Gauster W. B., Habing D. H.* Electric volume effect in Silicon//Phys. Rev. Lett. — 1967. — V. 18, № 24. — P. 1058—1061.
2. *Аванесян С. М., Гусев В. Э*: Генерация звука в процессе релаксации фотовозбуждения у поверхности полупроводникового кристалла||Изв. АН СССР. Сер. физическая. — 1987.—Т. 51. № 2.—С. 248—253.
3: *Аванесян С. М.* и др. Генерация поверхностных акустических волн за счет деформационного и теплового механизма при оптическом воздействии на кристалл // Акустический журнал. — 1986.—Т. 32. № 4.—С. 562—564.

ИРФЭ АН РА

28. VIII. 1992.

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, 2—3, с. 52—56.

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.396.679

Р. С. АВАКЯН, К. Р. АГАБАБЯН, М. Ц. АЙВАЗЯН, Ю. Н. КАЗАНЦЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ ЧАСТОПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕТОК

Исследуется прохождение электромагнитной волны сквозь систему, состоящую из произвольного числа частопериодических решеток (период решетки намного меньше по сравнению с длиной волны). Предполагается, что решетки образованы идеально проводящими проводниками с произвольной формой поперечного сечения. Для «сшивания» полей на решетках применяются эквивалентные граничные условия. Теоретически и экспериментально исследованы элеткрические характеристики регулируемого частотного фильтра на основе трех частопериодических решеток с проводниками круглого поперечного сечения. Результаты эксперимента хорошо согласуются с расчетами.

Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

Հետազոտվում է էլեկտրամագնիսական ալիքի անցումը կամայական թվով հաճախապարբերական ցանցերի համակարգով (ցանցի պարբերությունը շատ ավելի փոքր է ալիքի երկարությունից)։ Ենթադրվում է, որ ցանցերը կազմված են կամայական լայնական հատույթով իդեալական հաղորդիչ լարերից։ Ցանցերի վրա դաշտերի «կարման» համար կիրառվում են համարժեք սահմանային պայմաններ։ Տեսականորեն և փորձնականորեն հետազոտված են շրջանային ընդլայնական հատույթով հաղորդալարերից կազմված երեք հաճախապարբերական ցանցերի հիման վրա հաճախային զտիչի էլեկտրական բնութագրերը։

Փորձի արդյունքները լավ համաձայնեցվում են հաշվարկների հետ։

вплоть до порога плавления приповерхностных слоев кристалла. Это указывает на преобладание теплового механизма генерации акустических импульсов. Поскольку в этом случае глубина поглощения светового излучения составляет доли микрометра, концентрация неравновесных носителей оказывается достаточно большой. Вследствие этого уменьшается время рекомбинации носителей, в течение лазерного импульса происходит эффективная перекачка энергии в фононную подсистему, что приводит к преобладанию теплового механизма.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Gauster W. B., Habing D. H.* Electric volume effect in Silicon//Phys. Rev. Lett. — 1967. — V. 18, № 24. — P. 1058—1061.
2. *Аванесян С. М., Гусев В. Э*: Генерация звука в процессе релаксации фотовозбуждения у поверхности полупроводникового кристалла||Изв. АН СССР. Сер. физическая. — 1987.—Т. 51. № 2.—С. 248—253.
3: *Аванесян С. М.* и др. Генерация поверхностных акустических волн за счет деформационного и теплового механизма при оптическом воздействии на кристалл // Акустический журнал. — 1986.—Т. 32, № 4.—С. 562—564.

ИРФЭ АН РА

28. VIII. 1992.

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, 2—3, с. 52—56.

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.396.679

Р. С. АВАКЯН, К. Р. АГАБАБЯН, М. Ц. АЙВАЗЯН, Ю. Н. КАЗАНЦЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ ЧАСТОПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕТОК

Исследуется прохождение электромагнитной волны сквозь систему, состоящую из произвольного числа частопериодических решеток (период решетки намного меньше по сравнению с длиной волны). Предполагается, что решетки образованы идеально проводящими проводниками с произвольной формой поперечного сечения. Для «сшивания» полей на решетках применяются эквивалентные граничные условия. Теоретически и экспериментально исследованы электрические характеристики регулируемого частотного фильтра на основе трех частопериодических решеток с проводниками круглого поперечного сечения. Результаты эксперимента хорошо согласуются с расчетами.

Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

Հետազոտվում է էլեկտրամագնիսական ալիքի անցումը կամայական թվով հաճախապարբերական ցանցերի համակարգով (ցանցի պարբերությունը շատ ավելի փոքր է ալիքի երկարությունից)։ Ենթադրվում է, որ ցանցերը կազմված են կամայական լայնական հատույթով իդեալական հաղորդիչ լարերից։ Ցանցերի վրա դաշտերի «կարման» համար կիրառվում են համարժեք սահմանային պայմաններ։ Տեսականորեն և փորձնականորեն հետազոտված են շրջանային ընդլայնական հատույթով հաղորդալարերից կազմված երեք հաճախապարբերական ցանցերի հիման վրա հաճախային զտիչի էլեկտրական բնութագրերը։

Փորձի արդյունքները լավ համաձայնեցվում են հաշվարկների հետ։

Квазиоптические линии и волноводы класса «полный диэлектрический канал» (ДК-волноводы) в последнее время находят широкое применение при канализации электромагнитной энергии в крайне высокочастотном диапазоне (КВЧ). В указанных линиях поля рабочих волн имеют линейную поляризацию, обладают поляризационным безразличием, а их структура близка к структуре плоской волны [1]. Эти свойства рабочих волн позволяют широко применять частопериодические решетки при создании функциональных элементов на основе вышеуказанных направляющих систем.

В работах, посвященных расчету электрических характеристик функциональных элементов, использующих частопериодические решетки, применяются приближенные граничные условия анизотропно проводящей поверхности [2, 3]. Эти условия обладают существенным недостатком, т. к. не позволяют сделать даже приближенную оценку просачивания волны, поляризованной (по электрическому полю) параллельно проводникам решетки. Известны работы [4, 5], с помощью которых можно провести более точный расчет электрических характеристик решеток с учетом таких параметров, как скважность, а также форма и размеры поперечных сечений проводников.

В настоящей работе рассмотрена задача прохождения электромагнитной волны сквозь систему, состоящую из произвольного числа решеток. При помощи эквивалентных граничных условий (граничные условия Вайнштейна-Сивова) [4] найдены коэффициенты отражения и передачи такой системы при произвольных расстояниях между решетками и углами ориентации их проводников. Полученные результаты использованы для расчета электрических характеристик частотных фильтров. Результаты расчета хорошо согласуются с данными эксперимента.

1. *Расчет коэффициентов отражения и передачи системы решеток.* Рассмотрим систему, состоящую из N числа бесконечных решеток, помещенную в свободном пространстве ($\varepsilon = \mu = 1$). Каждая решетка образована параллельными, цилиндрическими и идеально проводящими проводниками, причем, плоскости параллельны друг другу, а расстояния между решетками и ориентация их проводников произвольные. Координатная система XYZ связана с системой решеток следующим образом: плоскость первой решетки совмещена с плоскостью XOY, ось OZ перпендикулярна плоскостям решеток, направление проводников решеток составляет с осью OY угол θ_j (рис. 1а, б).

Пусть со стороны отрицательных Z на систему решеток падает плоская линейно поляризованная волна с единичной амплитудой. Направление распространения волны задается направляющими косинусами α, β и γ ($\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$). Выделим в пространстве $N+1$ область (рис. 1а). Выпишем проекции компонент полей, примыкающих к j-ой решетке, предварительно спроектировав эти компоненты на две оси: совпадающую с направлением проводников j-ой решетки (ось OY_j) и ортогональную ей (ось OX_j). Зависимость падающего поля от Z зададим множителем $\exp(-ik\gamma z)$, а отраженного — $\exp(ik\gamma z)$, где k — волновое число: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ — длина волны. Для j-ой области, примыкающей к решетке слева (рис. 1а), имеем

$$
\begin{aligned}
E_x^j &= T_x^j \exp(-\delta_j)\cos\theta_j + R_x^j \exp(\delta_j)\cos\theta_j - \\
&- T_y^j \exp(-\delta_j)\sin\theta_j - R_y^j \exp(\delta_j)\sin\theta_j, \\
E_y^j &= T_x^j \exp(-\delta_j)\sin\theta_j + R_x^j \exp(\delta_j)\sin\theta_j + \\
&+ T_y^j \exp(-\delta_j)\cos\theta_j + R_y^j \exp(\delta_j)\cos\theta_j, \\
H_x^j &= -T_x^j \exp(-\delta_j)\sin\theta_j + R_x^j \exp(\delta_j)\sin\theta_j - \\
&- T_y^j \exp(-\delta_j)\cos\theta_j + R_y^j \exp(\delta_j)\cos\theta_j, \\
H_y^j &= T_x^j \exp(-\delta_j)\cos\theta_j - R_x^j \exp(\delta_j)\cos\theta_j - \\
&- T_y^j \exp(-\delta_j)\sin\theta_j + R_y^j \exp(\delta_j)\sin\theta_j, \\
\delta_j &= -ik(z - z_{j-1}),
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где θ_j — угол между направлением проводников j-ой решетки и осью OY, т. е. между осями OY и OY_j. Аналогично записываются поля и для остальных областей. Задача сводится к определению коэффициентов отражения и передачи системы решеток R_x^1, R_y^1, T_x^{N+1} и T_y^{N+1} соответственно.

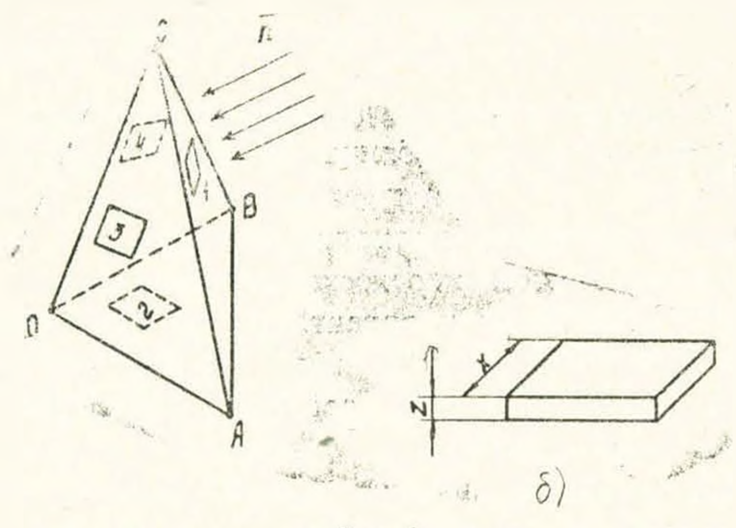

Рис. 1

Для этого необходимо на каждой решетке произвести сшивание полей, примыкающих к данной решетке слева и справа. При этом используются эквивалентные граничные условия [4]. Полученные после сшивания полей соотношения очевидного преобразования записываются в виде матричного уравнения. Так, для j-ой решетки матричное уравнение имеет вид

$$\begin{Vmatrix} T_x^{j+1} \\ T_y^{j+1} \\ R_x^{j+1} \\ R_y^{j+1} \end{Vmatrix} = P_j^{+1} \cdot M_j F_j \cdot \begin{Vmatrix} T_x^j \\ T_y^j \\ R_x^j \\ R_y^j \end{Vmatrix}, \tag{2}$$

где F_j — набег фазы в j-ой области, который записывается в виде диагональной матрицы с элементами $F_{j11} = F_{j22} \exp(-\delta_j)$; $F_{j33} = F_{j44} = \exp(\delta_j)$. Необходимо заметить, что в первой области F_1 — единичная матрица, а P_j^{-1} — матрица, обратная матрице P_j,

$$P_j = \begin{Vmatrix} (1-A_j)\cos\theta_j & -(1-A_j)\sin\theta_j & -(1+A_j)\cos\theta_j & (1+A_j)\sin\theta_j \\ (1-B_j)\cos\theta_j & -(1-B_j)\sin\theta_j & -(1+B_j)\cos\theta_j & -(1+B_j)\sin\theta_j \\ (1+C_j)\sin\theta_j & (1+C_j)\cos\theta_j & (1-C_j)\sin\theta_j & (1-C_j)\cos\theta_j \\ (1+D_j)\sin\theta_j & (1+D_j)\cos\theta_j & (1-D_j)\sin\theta_j & (1-D_j)\cos\theta_j \end{Vmatrix}, \tag{3}$$

$$M_j = \begin{Vmatrix} (1+A_j)\cos\theta_j & -(1+A_j)\sin\theta_j & -(1-A_j)\cos\theta_j & (1-A_j)\sin\theta_j \\ (1+B_j)\cos\theta_j & -(1+B_j)\sin\theta_j & (1-B_j)\cos\theta_j & -(1-B_j)\sin\theta_j \\ (1-C_j)\sin\theta_j & (1-C_j)\cos\theta_j & (1+C_j)\sin\theta_j & (1+C_j)\cos\theta_j \\ -(1-D_j)\sin\theta_j & -(1-D_j)\cos\theta_j & -(1+D_j)\sin\theta_j & -(1+D_j)\cos\theta_j \end{Vmatrix}, \tag{4}$$

$$A_j = ikl_1(1-\beta_j^2)/(1+(kp)^2(\gamma_j^2\Delta_2 - \alpha_j^2\Delta_3)), \quad B_j = ikl + ikl_1\alpha_j^2/(1-\beta_j^2),$$

$$C_j = i(1-\beta_j^2)kl_2, \qquad D_j = i(1-\beta_j)kl_3. \tag{5}$$

Здесь l, l_1, l_2, l_3, Δ_2, Δ_3, p — параметры решетки [4].
Приведенные соотношения (2) рекуррентные. Применяя формулу (2) для системы решеток, получаем

$$\begin{Vmatrix} T_x^{N+1} \\ T_y^{N+1} \\ R_x^{N+1} \\ R_y^{N+1} \end{Vmatrix} = P_N^{-1} M_N F_N \cdots P_j^{-1} M_j F_j \cdots P_1^{-1} M_1 \begin{Vmatrix} T_x^1 \\ T_y^2 \\ R_x^1 \\ R_y^1 \end{Vmatrix}. \tag{6}$$

Очевидно, в (6) $R_x^{N+1} = R_y^{N+1} = 0$, т. к. в $N+1$—области отраженная волна отсутствует. Заметим, что полученные формулы справедливы при расстояниях между соседними решетками, превышающих p [4]. Приведенные соотношения позволяют рассчитывать коэффициенты отражения и прохождения системы с учетом ее параметров и всех характеристик решеток.

2. *Частотная фильтрация электромагнитной волны при помощи трех решеток.* Численные исследования выражений коэффициентов прохождения и отражения системы решеток, проведенные с использо-

ванием выражения (6), показали, что при помощи трех решеток можно реализовать достаточно простой частотный фильтр с регулируемыми характеристиками. Для этого необходимо принять направления проводников крайних решеток параллельными друг другу и ортогональными вектору электрического поля падающей волны, т. е. $\theta_1 = \theta_3 = 0$, θ_2, и расстояния между решетками d_1 и d_2 могут принимать произвольные значения. Именно выбором значений θ_2 и расстояния между решетками осуществляется регулировка характеристик фильтра.

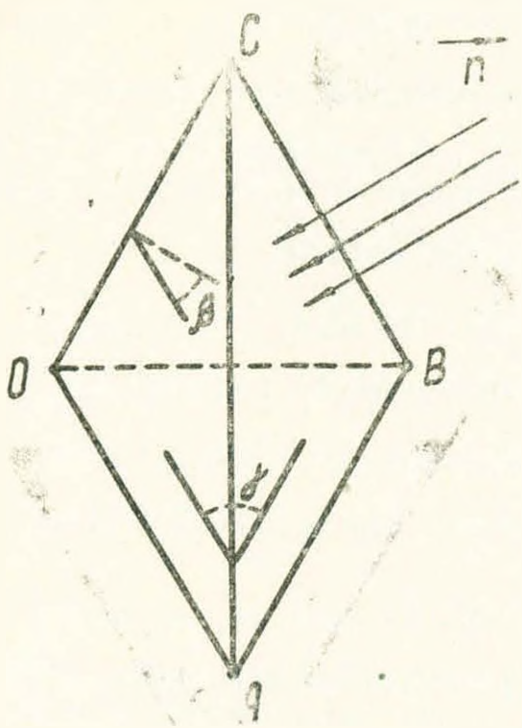

Рис 2

На рис. 2 приведены расчетные (сплошная кривая) и экспериментальная (штриховая) зависимости коэффициента передачи частотного фильтра, выполненного на основе квадратного металло-диэлектрического волновода, от относительной длины волны. Расстояния между решетками равны $0{,}75\,\lambda_0$, где λ_0 соответствует центральной частоте диапазона (120 ... 150 *ГГц*), $\theta_2 = 75°$, период решетки и диаметр ее проводников равны 30 и 8 мкм соответственно. Если расстояния между решетками фиксированы, то при уменьшении θ_2 полоса пропускания фильтра увеличивается. При фиксированном θ_2 изменение расстояния между решетками приводит к перемещению АЧХ фильтра вдоль частотной оси с незначительным изменением ее формы.

Таким образом, применение эквивалентных граничных условий позволяет более точно рассчитать электрические характеристики функциональных элементов с частопериодическими решетками.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Казанцев Ю. Н.* Электродинамика широких газово-диэлектрических и металло-диэлектрических волноводов.—Дис. ... д-ра физ: мат: наук:—М:, 1973:—343 с.
2. *Айвазян М. Ц.* Функциональные элементы волноводных трактов на основе волноводов класса «полный диэлектрический канал» квадратного сечения для коротковолновой части миллиметрового диапазона волн.—Дис. ... канд. техн: наук. — М., 1985.—176 с.
3. *Агабабян К. Р., Айвазян М. Ц.* Преобразователь поляризации для коротковолновой части миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. — 1987. — Т. 30.—№ 2. — С. 83—84.
4. *Нефедов Е. И., Сивов А. Н.* Электродинамика периодических структур — М: Наука, 1977.—208 с.
5. *Adel M. A., Saleh.* An adjustabele quasi-optical bandpass filter IEEE Trans., on MTT. — 1974. — V. 22.—№ 7. — P. 728—739.

ИРФЭ АН РА 29. III. 1991

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 2–3, 1993, г. с. 57–62.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621:319.12:534

Г. О. САРГСЯН, Р. Л. ПАРОНЯН

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ РЕДУКТОРНЫХ МИКРОДВИГАТЕЛЕЙ С ПРЯМОЗУБЫМИ ПЕРЕДАЧАМИ

Разработана математическая модель поперечных колебаний редукторов с прямозубыми передачами, используемыми в редукторных микродвигателях. Составлена и решена система дифференциальных уравнений вынужденных колебаний в матричной форме с учетом упруго-демпферных характеристик системы. Проведена сравнительная оценка расчетных и экспериментальных данных амплитудно-частотных характеристик вибраций.

Ил. 2. Библиогр.: 2 назв.

Մշակված է ուղղատամ փոխանցմամբ ռեդուկտորների լայնական տատանումների մաթեմատիկական մոդելը, որն անհրաժեշտ է նախագծման ընթացքում ռեդուկտորային շարժիչների տատանումների հաշվարկման համար։ Կազմված և լուծված է ստիպողական տատանումների դիֆֆերենցիալ հավասարումների համակարգ մատրիցայի տեսքով՝ հաշվի առնելով համակարգի առաձգական-տատանամարման բնույթը։ Տատանումների ամպլիտուդահաճախական բնութագրի հաշվարկային և փորձնական արդյունքների հիման վրա տրված է համեմատական գնահատական։

В настоящее время в технике все еще отсутствуют методы расчета виброакустических характеристик редукторных микродвигателей малой мощности (РДММ). Как показывает статистика экспериментальных измерений, общий уровень виброскорости РДММ, являющийся нормированным показателем качества, формируется за счет низкочастотных составляющих в диапазоне от 20 до 5000 Гц (рис. 1).

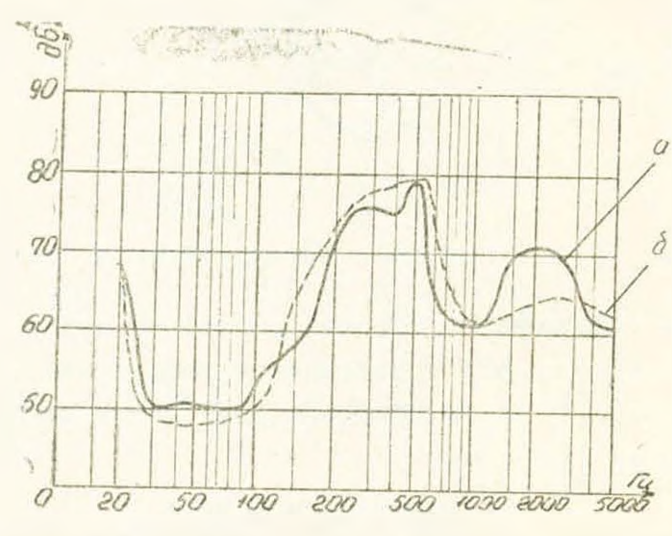

Рис. 1. АЧХ вибраций РДММ по результатам предложенной методики (а) и экспериментальных измерений (б)

Для разработки математической модели расчета поперечных и крутильных колебаний редукторный двигатель представляется в виде машинного агрегата [1], состоящего из двигателя и передаточного механизма. Не нарушая общности задачи, рассматривается редуктор с двухступенчатой передачей (рис. 2), который имитируется системой с вязкоупругими связями и сосредоточенными параметрами масс, жесткостей и демпфирования, где приняты обозначения: I_M, $I_1, \ldots, I_4$ — моменты инерции соответственно ротора двигателя и зубчатых колес редуктора; $m_1, \ldots, m_4$ — массы зубчатых колес редуктора; φ_M, $\varphi_1, \ldots, \varphi_4$ — углы поворота соответственно ротора двигателя и зубчатых колес редуктора; C_{φ_1}, $C_{\varphi_2} = C_{\varphi_3}$ — крутильные жесткости валов зубчатых колес; C_{x_1}, C_{x_2}, C_{x_3}, C_{x_4} — жесткости валов при изгибе; ρ_{12}, ρ_{34} — расстояния между валами 1 и 2, 3 и 4; $x_1, \ldots, x_4$ — поперечные перемещения вдоль линии зацепления; i_{12}, i_{34} — передаточные числа от вала 1 к валу 2, от вала 3 к валу 4.

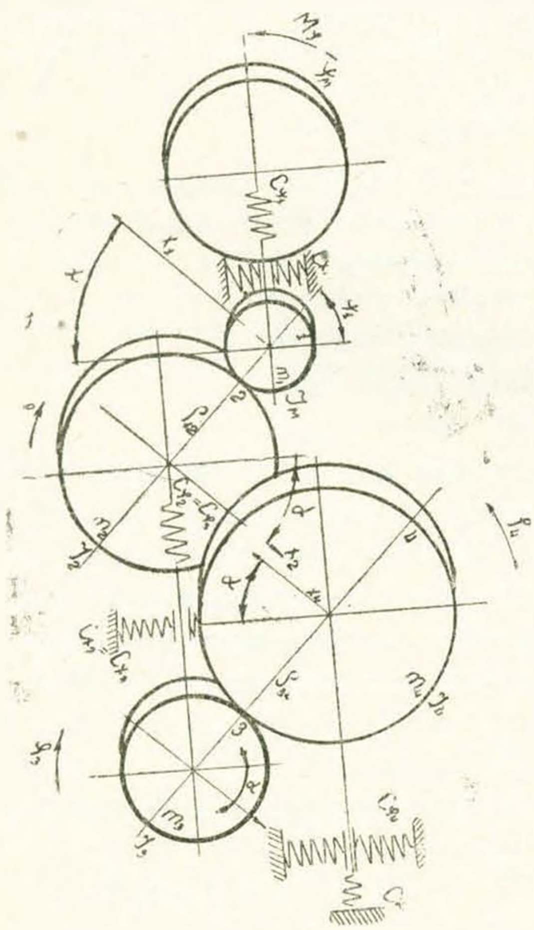

Рис. 2. Расчетная схема двухступенчатой передачи

Уравнение движения системы с учетом вязко-демпферных связей и возмущающих сил, обусловленных вращающим моментом двигателя и кинематическими возмущениями от погрешностей зацепления, в матричной форме имеет вид:

$$I\ddot{q} + K\dot{q} + Cq = Q, \tag{1}$$

где I, K, Q, C — матрицы коэффициентов соответственно инерции, демпфирования, воздействующих сил и жесткостей; q, $\dot{q}$, $\ddot{q}$ — соответственно обобщенные координаты системы, их первые и вторые производные;

$$
I=\left\|\begin{matrix}
J_M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & J_1+J_{21} & 0 & -J_{21}R_{12} & -J_{21}R_{12} & 0 & 0\\
0 & 0 & J_3+J_{43} & 0 & 0 & -J_{43}R_{34} & -J_{43}R_{34}\\
0 & J_{21}R_{12} & 0 & m_1+J_{21}R_{12}^2 & J_{21}R_{12}^2 & 0 & 0\\
0 & -J_{21}R_{12} & 0 & J_{21}R_{12}^2 & m_2+J_{21}R_{12}^2 & 0 & 0\\
0 & 0 & -J_{43}R_{34} & 0 & 0 & m_3+J_{43}R_{34}^2 & J_{43}R_{34}^2\\
0 & 0 & -J_{43}R_{34} & 0 & 0 & J_{43}R_{34}^2 & m_4+J_{43}R_{34}^2
\end{matrix}\right\|;
$$

$$
K=\left\|\begin{matrix}
K_{\varphi_1} & -K_{\varphi_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & K_{\varphi_{21}} & -K_{\varphi_{21}} & -K_{\varphi_{21}}R_{12} & -K_{\varphi_{21}}R_{12} & 0 & 0\\
0 & -i_{12}K_{\varphi_{21}} & i_{12}^2K_{\varphi_{21}}+K_{\varphi_{34}} & i_{12}K_{\varphi_{21}}R_{12} & i_{12}K_{\varphi_{21}}R_{12} & -K_{\varphi_{43}}R_{34} & -K_{\varphi_{43}}R_{34}\\
0 & -K_{\varphi_{21}}R_{12} & i_{12}K_{\varphi_{21}}R_{12} & K_{x_1}+K_{\varphi_{21}}R_{12}^2 & K_{\varphi_{21}}R_{12} & 0 & 0\\
0 & -K_{\varphi_{21}}R_{12} & i_{12}K_{\varphi_{21}}R_{12} & K_{\varphi_{21}}R_{12}^2 & K_{x_1}+R_{\varphi_{21}}R_{12} & 0 & 0\\
0 & 0 & -K_{\varphi_{34}}R_{34} & 0 & 0 & K_{x_3}+K_{\varphi_{43}}R_{34}^2 & K_{\varphi_{34}}R_{34}^2\\
0 & 0 & -K_{\varphi_{43}}R_{34} & 0 & 0 & K_{\varphi_{34}}R_{34}^2 & K_{x_3}+K_{\varphi_{43}}R_{34}^2
\end{matrix}\right\|;
$$

$$
Q=\left\|\begin{matrix}
M_\varphi\\
-r_{10ш}^2 C_1 \sum\limits_n f_{1n}\sin P_{1n}t-\dfrac{r_{20k}^2}{i_{12}}C_2\sum\limits_n f_{2n}\sin P_{2n}t\\
\varepsilon_{3еш}^2 C_3\sum\limits_n f_{3n}\sin P_{3n}t+\dfrac{\varepsilon_{40k}^2}{i_{34}}C_4\sum\limits_n f_{4n}\sin P_{4n}t\\
C_1 r_{10ш}\sum\limits_n f_{1n}\sin P_{1n}t-\dfrac{r_{20k}^2}{\rho_{12}}\dfrac{1+i_{12}}{i_{12}}C_2\sum\limits_n f_{2n}\sin P_{2n}t\\
-\left(1-\dfrac{r_{20k}}{\rho_{12}}\dfrac{1+i_{12}}{i_{12}}\right)C_2 r_{20k}\sum\limits_n f_{2n}\sin P_{2n}t\\
C_3 r_{30ш}\sum\limits_n f_{3n}\sin P_{3n}t-\dfrac{r_{41k}^2}{\rho_{24}}\dfrac{1+i_{34}}{i_{24}}C_4\sum\limits_n f_{4n}\sin P_{4n}t\\
-\left(1+\dfrac{r_{40k}}{\rho_{33}}\dfrac{1+i_{34}}{i_{34}}\right)r_{40k}C_4 f_{4n}\sin P_{4n}t
\end{matrix}\right\|,
$$

где $J_{21}=J_2/i_{12}^2$, $J_{43}=J_4/i_{34}^2$ — моменты инерции масс вала 2, приведенный к валу 1, и выходного вала, приведенный к валу 3; $R_{12}=\dfrac{1+i_{12}}{\rho_{12}}$ — величина, обратная радиусу приведения угловых величин к линейным, при условно разомкнутых зубьях зацепления; $K_{\varphi_{21}}=\dfrac{K_{\varphi_2}}{i_{12}}$ — коэффициент демпфирования при кручении вала 2, приведенный к валу 1

K_{φ_1} — коэффициент демпфирования при кручении вала 1; $K_{\varphi_{34}} = \dfrac{K_{\varphi_4 u}}{i_{34}}$ — коэффицнент демпфирования при кручении вала 4, приведенный к валу 3; K_{x_1}, K_{x_2}, K_{x_3}, K_{x_4} — коэффициенты демпфирования при изгибе валов 1 .. 4;

$$\varphi_2 = \frac{1}{i_{12}} \varphi_1 - \frac{1}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} (x_1 + x_2);$$

$$\varphi_4 = \frac{1}{i_{34}} \varphi_3 - \frac{1}{\rho_{34}} \frac{1 + i_{34}}{i_{34}} (x_3 + x_4).$$

Элементами матрицы жесткостей являются:

$$C = \| C_{ij} \|, \quad C_{11} = C_{\varphi_1}, \quad C_{12} = -C_{\varphi_1}, \quad C_{21} = -C_{\varphi_1},$$

$$C_{22} = C_{\varphi_{21}} + C_{\varphi_{21}} + \left(r_{10\text{ш}} - \frac{r_{20k}}{t_{12}} \right) \left(C_2 r_{10\text{ш}} - C_2 \frac{r_{20k}}{i_{12}} \right), \quad C_{23} = -C_{\varphi_{21}},$$

$$C_{24} = -C_{\varphi_{21}} R_{12} + C_1 \left(1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} \right),$$

$$C_{25} = C_{\varphi_{21}} R_{12} + C_1 \left(\frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} - 1 \right),$$

$$C_{32} = i_{12} C_{\varphi_1}, \qquad C_{33} + i_{12}^2 C_{\varphi_{21}} + C_{\varphi_{43}} - \left(r_{30\text{ш}} - \frac{r_{40k}}{i_{34}} \right) \left(C_3 r_{30\text{ш}} + \frac{r_{40k}}{i_{34}} C_4 \right),$$

$$C_{34} = i_{12} C_{\varphi_{21}} R_{12}, \qquad C_{35} = i_{12} C_{\varphi_{21}} R_{12},$$

$$C_{36} = -C_{\varphi_{43}} R_{34} - \left(1 - \frac{r_{30k}}{\rho_{34}} \frac{1 + i_{34}}{i_{34}} \right) \left(C_3 r_{30\text{ш}} + \frac{r_{40k}}{i_{34}} C_4 \right),$$

$$C_{37} = -C_{\varphi_{43}} R_{34} - \left(\frac{r_{40k}}{\rho_{34}} - 1 \right) \left(C_3 r_{30\text{ш}} + \frac{r_{40k}}{i_{34}} C_4 \right),$$

$$C_{42} = -C_{\varphi_{21}} R_{12} - \left(r_{10\text{ш}} - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} C_2 \right), \qquad C_{43} = C_{\varphi_{21}} R_{12} i_{12}$$

$$C_{44} = C_{x_1} C_{\varphi_{21}} R_{12}^2 - \left(1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} \right) \left(C_1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} C_2 \right),$$

$$C_{45} = C_{\varphi_{21}} R_{12} - \left(\frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} - 1 \right) \left(C_1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} C_2 \right),$$

$$C_{52} = -C_{\varphi_{21}} + C_2 \left(1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} \right) \left(r_{10\text{ш}} - \frac{r_{20k}}{i_{12}} \right), \qquad C_{53} = C_{\varphi_{21}} R_{12} i_{12},$$

$$C_{54} = C_{\varphi_{21}} R_{12}^2 + C_2 \left(1 + \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} \right)^2,$$

$$C_{55} = (C_{x_1} + C_{\varphi_{21}} R_{12}^2) - C_2 \left(1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} \right)^2,$$

$$C_{63} = -C_{\varphi_{43}} R_{34} - \left(r_{30ш} - \frac{r_{40k}}{i_{34}}\right)\left(C_3 - \frac{r_{40k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}} C_4\right),$$

$$C_{66} = (C_{x_3} + C_{\varphi_{43}} R_{34}^2) - \left(1 - \frac{r_{30k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}}\right)\left(C_3 - \frac{r_{40k}}{\rho_{34}} C_4\right),$$

$$C_{67} = -C_{\varphi_{43}} R_{34}^2 - \left(\frac{r_{40k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}} - 1\right)\left(C_3 - \frac{r_{40k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}} C_4\right),$$

$$C_{73} = -C_{\varphi_{43}} R_{34}^2 = C_4 \left(1 + \frac{r_{40k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}}\right)\left(r_{30ш} - \frac{r_{40k}}{i_{34}}\right),$$

$$C_{76} = C_{\varphi_{34}} R_{34}^2 + C_4 \left(1 + \frac{r_{40k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}}\right)\left(1 - \frac{r_{30ш}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}}\right),$$

$$C_{77} = C_{x_4} + C_{\varphi_{34}} R_{34}^2 - \left[1 - \left(\frac{r_{40к}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}}\right)^2\right] C_4,$$

$$C_{13} = C_{14} = C_{15} = C_{17} = C_{26} = C_{27} = C_{31} = C_{41} = C_{46} = C_{47} = C_{51} =$$
$$= C_{56} = C_{57} = C_{61} = C_{62} = C_{64} = C_{65} = C_{71} = C_{72} = C_{74} = C_{75} = 0,$$

где $r_{10ш}$ и $r_{30ш}$, $r_{20к}$ и $r_{40к}$ — радиусы длительных окружностей шестерен и зубчатых колес первой и второй ступеней; C_i ($i = 1, 2, 3, 4$) — жесткость зубьев зубчатых колес; f_{in} — амплитуды гармоник разложения в ряд Фурье геометрических погрешностей профиля зуба; P_{in} — частоты собственных колебаний системы; M_φ — вращающий момент, передаваемый от ротора двигателя к редуктору.

Решение системы (1) ищем в следующем виде [2]:

$$q_j = \sum_{j=1}^{n} A_{kj} \sin P_{kj} t + B_{kj} \cos P_{jk} t. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получаем систему линейных уравнений для определения неизвестных коэффициентов A_{kj} и B_{kj}, которая в матричной форме имеет вид

$$\begin{cases} \|C - IP_{jk}^2\| \{A_{kj}\} - \|K\| \{B_{kj}\} = \{a_{kj}\}, \\ \|C - IP_{jk}^2\| \{B_{kj}\} - \|K\| \{A_{kj}\} = \{b_{kj}\}. \end{cases}$$

Решение системы линейных уравнений дает

$$\{A_{kj}\} = \|D\|^{-1} (\|K\|^{-1} \{a_{kj}\} + \|C - IP_{kj}^2\|^{-1} \{b_{kj}\},$$

$$\{B_{kj}\} = \|D\|^{-1} (\|K\|^{-1} \{b_{kj}\} + \|C - IP_{kj}^2\|^{-1} \{a_{kj}\},$$

где

$$\|D\|^{-1} = \|K\|^{-1} \|C - IP_{jk}^2\| - \|C - IP_{jk}^2\|^{-1} \|K\|.$$

Эти коэффициенты являются амплитудами спектральных составляющих вибраций рассматриваемых узлов. Сравнение расчетных значений вибраций (рис. 1б) с экспериментальными (рис. 1а) показывает достаточную их сходимость. Методика внедрена в НИИэлектромаш и включена в общий алгоритм расчета редукторных микродвигателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Глухарев Е. Г., Зубарев Н. И.* Зубчатые соединения: Справочник.—Л.: Машиностроение, Ленингр. отд., 1983.—270 с.
2. *Саргсян Г. О.* Виброактивность электрических машин и ее влияние на работоспособность подшипниковых узлов качения. Дис. ... к. т. н. Тбилиси, 1988.—205 с.

НИИэлектромаш 15. IV. 1991

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 2—3, 1993, с. 62—67.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 669:620.178—620.17

Т. Т. АРАКЕЛЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА УПРУГОЙ ТВЕРДОСТИ МАТЕРИАЛОВ

Определение числа неупругой твердости по шариковой пробе не может служить однозначной механической характеристикой испытуемого материала. Упругая твердость определяется предельной нагрузкой, которая соответствует началу появления остаточной деформации испытуемого материала. Выведены формулы теоретического и экспериментального определения числа упругой твердости материала, являющиеся однозначной мерой твердости и материальной постоянной. Предлагаемое число упругой твердости вносит уточнение при инженерных расчетах контактной прочности. Ил. 3. Библиогр.: 7 назв.

Գնդակային փորձարկումով հետազոտվող նյութերի ոչ առաձգական կարծրության թիվը չի կարող հանդիսանալ միանշանակ մեխանիկական հատկանիշ։ Առաձգական կարծրության թիվը որոշվում է սահմանային բեռնվածքով, որը համապատասխանում է փորձարկվող նյութի մեջ մնացորդային դեֆորմացիաներ առաջանալու սկզբնապահին։ Արտածված են առաձգական կարծրության թվի տեսական և փորձարարական արժեքները որոշող բանաձևեր։ Այդ թիվը փորձարկվող նյութի առաձգական կարծրության հաստատուն և միանշանակ չափն է և կարող է ճշտել կոնտակտային ամրության ինժեներական հաշվարկները։

Определение числа упругопластической твердости по шариковой пробе, а также результаты других многочисленных методов измерения твердости несопоставляемы и зависят от условий испытания. Они не могут служить однозначной механической характеристикой материалов. О необходимости введения единого числа твердости в научно-технической литературе высказывалось неоднократно [1, 2, 4].

Для установления предельной нагрузки и соответственного числа упругой твердости исходим из решения задачи Герца при вдавливании упругого шара (индентора) в упругое полупространство (контртела). На рис. 1 представлена схема нагружения и расположения координатных осей. При этом известны соотношения Герца [4]:

$$W = \frac{3}{4}\,\frac{F(1-\mu^2)}{Ea}\,, \qquad (1)$$

$$\delta = \left[\frac{9}{16}\left(\frac{1-\mu^2}{E} + \frac{1-\mu_1^2}{E_1}\right)^2 \frac{F^2}{R}\right)^{1/3}, \qquad (2)$$

$$a = \left[\frac{3}{4}\left(\frac{1-\mu^2}{E} + \frac{1-\mu_1^2}{E_1}\right) FR\right]^{1/3}, \qquad (3)$$

где F — сжимающая вертикальная нагрузка; W — упругое вертикальное перемещение контртела; μ, E и μ_1, E_1 — коэффициенты Пуассона и модули упругости материалов контртела и индентора; a, R — радиусы контура контактной поверхности и шарового индентора.

Из (2) и (3) непосредственно следует

$$a = \sqrt{R\delta}\,. \qquad (4)$$

После вдавливания индентора в центре контактной поверхности в точке O (рис. 2) возникают главные напряжения сжатия [4]

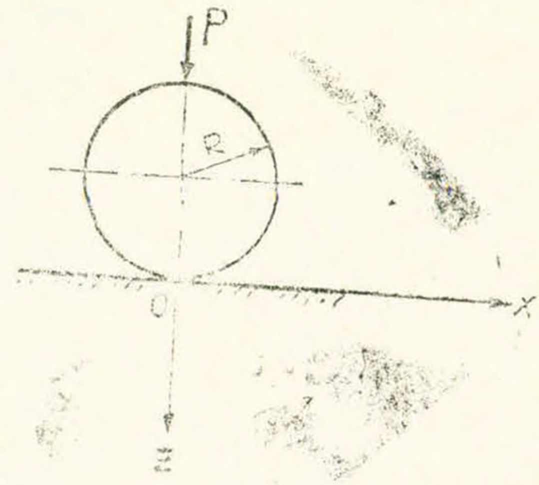

Рис. 1

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -\frac{3}{4}\,\frac{F(1+2\mu)}{\pi a^2}\,, \qquad \sigma_3 = -\frac{3}{2}\,\frac{F}{\pi a^2}\,.$$

При этом интенсивность напряжений (эквивалентное напряжение) имеет вид:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2\right]} = \frac{3}{4}\,\frac{F(1-2\mu)}{\pi a^2}\,. \qquad (5)$$

При медленном и непрерывном нарастании нагрузки F между интенсивностями напряжений σ_i и деформаций ε_i существует зависимость, подобная зависимости между напряжением σ и деформацией ε при одноосном растяжении [5, 6]. Когда нагрузка F достигает предельной упругой нагрузки $F_п$, согласно (5), интенсивность напряжений σ_i достигает предела упругости материала контртела σ_y при одноосном растяжении и (5) принимает вид

$$\sigma_y = \frac{3}{4}\,\frac{F(1-2\mu)}{\pi a^2}\,. \qquad (6)$$

Подставляя из (3) значение a в (6) и зная стандартные механические характеристики материалов контртела и индентора до вдавливания, получаем искомое соотношение для предельной нагрузки

$$F_п = \frac{1}{6}\,\frac{\pi R^2 \sigma_y^3}{(1-2\mu)^3}\left(\frac{1-\mu^2}{E} + \frac{1-\mu_1^2}{E_1}\right)^2. \qquad (7)$$

На рис. 3 изображена обобщенная диаграмма упругопластического вдавливания в условиях простого нагружения, построенная на координатах нагрузок F' и сближения сжимаемых тел t' [7].

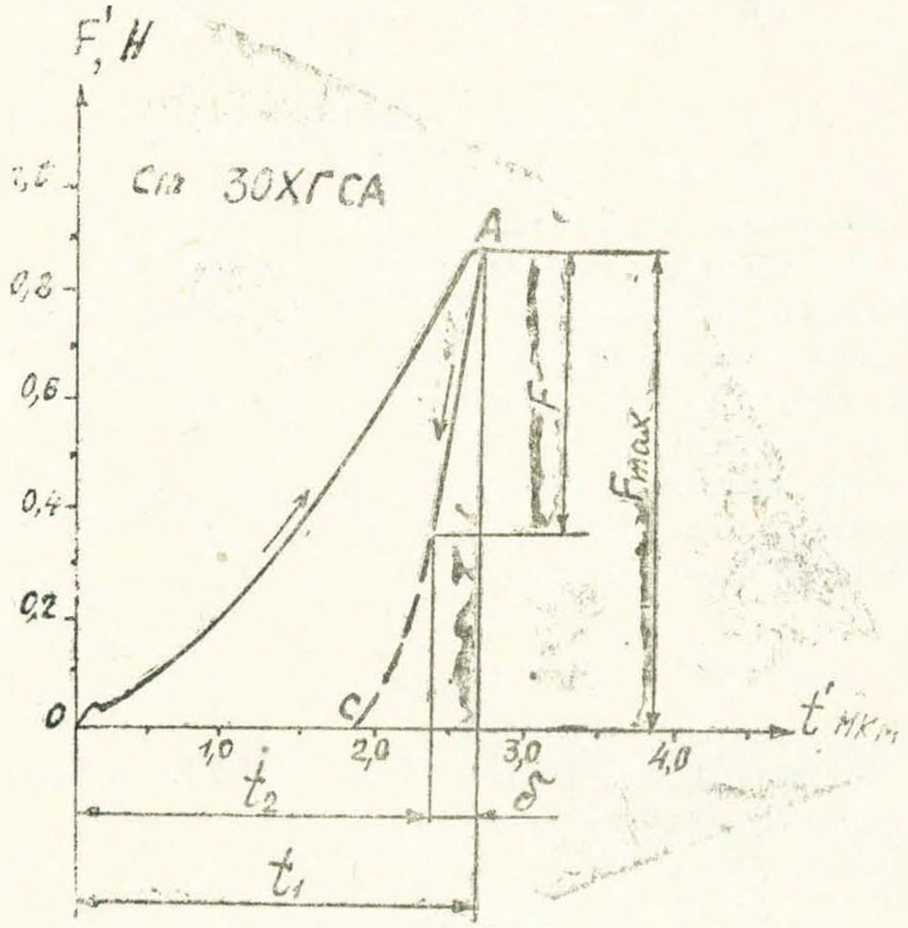

Рис. 2

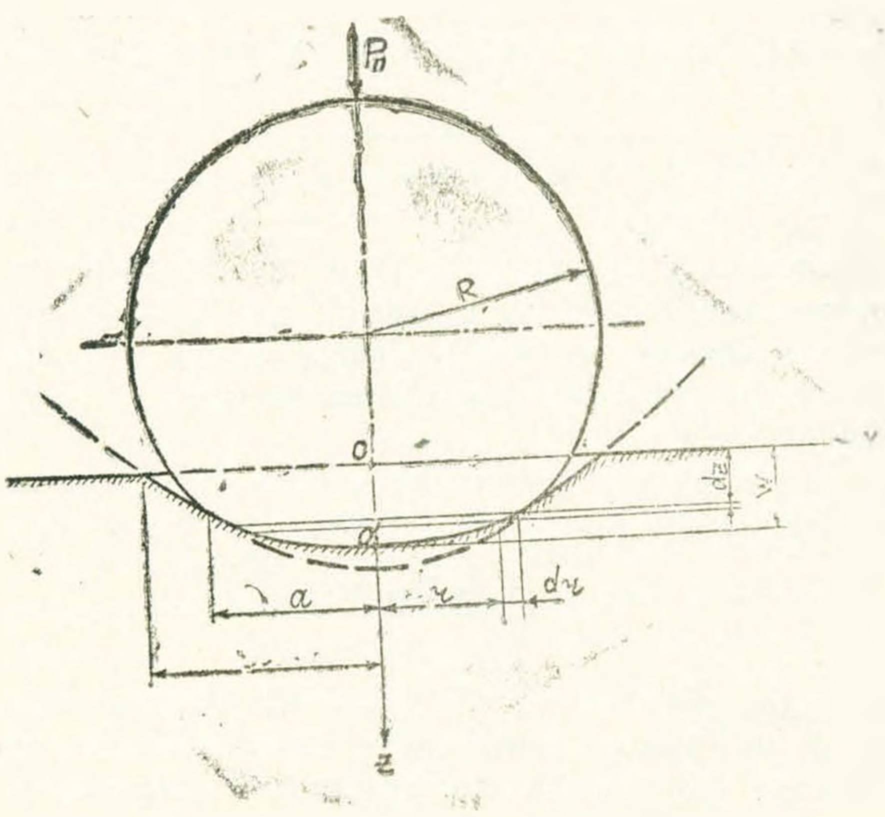

Рис. 3

Для отделения из общего упругопластического перемещения только части упругих перемещений производится частичная разгрузка на величину F — до точки B фиксируется имевшее при этом место упругое восстановление δ, вызванное только разгружением. Кривая разгружения ABC одновременно является кривой упругого нагружения, поэтому нагрузка F представляет собой предельную упругую нагрузку $F = F_п$, а δ — упругое сближение (рис. 3). Значение δ получается как разница двух отсчетов по индикатору, $\delta = t_1 - t_2$, где t_1, t_2 — упругопластические сближения под действием максимальной нагрузки F_{max} и после снятия нагрузки $F_п$. Исходя из (4) и (6), находим

$$F_п = \frac{4}{3} \frac{\pi R \delta \sigma_у}{1 - 2\mu},$$

при этом практически принимается $\sigma_у = \sigma_{пц}$, где $\sigma_{пц}$ — предел пропорциональности материала контртела. Тогда получим

$$F_п = \frac{4}{3} \frac{\pi R \delta \sigma_{пц}}{1 - 2\mu}. \tag{8}$$

Целесообразно при разгрузке принять $F_п = \left(\frac{1}{3} \div \frac{2}{3}\right) F_{max}$.

Понятие упругой твердости материала можно сформулировать как способность испытуемого контртела сопротивляться проникновению в него более твердого тела (индентора), когда в контртеле возникают только местные (упругие) контактные деформации. При этом число упругой твердости $H_у$ равняется величине среднего давления на поверхности контакта, как мера только упругого предельного взаимодействия контактирующих тел:

$$H_у = \frac{F_п}{S}, \tag{9}$$

где S — площадь контактной поверхности невосстановленного упругого отпечатка под действием предельной нагрузки $F_п$ (рис. 2). Определим эту площадь S.

После вдавливания индентора в контртеле образуется осесимметричная поверхность — параболоид вращения, с вершиной в точке 0 (рис. 2). Она описывается уравнением [4]

$$z = \frac{3F_п(1 - \mu^2)}{8Ea^3} (2a^2 - x^2 - y^2), \tag{10}$$

где x, y, z — координаты указанной поверхности. Все нормальные к оси z сечения поверхности образуют окружности с радиусом $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Тогда (10) принимает вид

$$z = \frac{1}{2} \frac{b}{a} (2a^2 - r^2), \tag{11}$$

где b — безразмерная величина,

$$b = \frac{3}{4}\,\frac{F_п (1-\mu^2)}{Ea^2} = \frac{W}{a}. \qquad (12)$$

При $z = 0$ радиус наружной окружности отпечатка, согласно (11), будет (рис. 2): $r_0 = \sqrt{2}\,a$.

Исходя из площади элементарного кольца радиусом r (рис. 2), имеем

$$ds = 2\pi r \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2}\,dr = 2\pi r \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}r\right)^2}\,dr.$$

Производя интегрирование, получаем

$$S = 2\pi r \int_0^a \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}r\right)^2}\,r dr = \frac{2}{3}\pi\left(\frac{a}{b}\right)^2\left[(1+b^2)\sqrt{(1+b^2)}\right]. \quad (13)$$

Для упрощения полученного выражения S, где $b < 1$, разлагая значение радикала в биномальный ряд и учитывая (12) и (13), получаем

$$S = \pi a^2\left(1 + \frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{24}b_4 + \cdots\right) = \pi\left(a^2 + \frac{1}{4}W^2 - \frac{1}{24}\frac{W^4}{a^2} + \cdots\right).$$

(14)

Для оценки остатка ряда (14) рассмотрим в качестве материала контртела Ст. 30ХГСА ($E = 1{,}94\cdot10^5$ *МПа*, $\mu = 0{,}27$, $\sigma_{пц} \approx 750$ *МПа*) и индентора Ст. ШХ15 ($E_1 = 2{,}11\cdot10^5$ *МПа*, $\mu = 0{,}30$, $R = 1{,}25$ *мм*). На основе (1), (2), (4) и (8) получаем: $W = 0{,}0016$ *мм*, $\delta = 0{,}0031$ *мм*, $a = 0{,}0620$ *мм*, $F = 28{,}26$ *Н*. Тогда сумма первых двух членов ряда (14) отличается от суммы ряда остатком $C_2 < \left|-\frac{1}{24}b^4\right| = 2\cdot10^{-8}$, чем можно пренебречь. В результате получаем выражение

$$S = \pi a^2\left(1 + \frac{1}{4}b^2\right) = \pi\left(a^2 + \frac{1}{4}W^2\right).$$

Следовательно, число упругой твердости испытуемого материала будет

$$H_y = \frac{4}{3}\,\frac{\sigma_{пц}}{\left(1 + \frac{1}{4}\frac{W^2}{a^2}\right)(1-2\mu)}. \qquad (15)$$

В случае рассматриваемого материала (сталь 30ХГСА) безразмерная величина равна $b = 0{,}0222$, поэтому окончательная расчетная формула числа упругой твердости принимает вид

$$H_y = \frac{\sigma_{пц}}{1-2\mu} = \frac{4}{3}\,\frac{G\sigma_{пц}}{3G-E}, \qquad (16)$$

где G — модуль сдвига материала контртела.

Таким образом, установлена однозначная количественная характеристика упругой твердости, которая инвариантна относительно нагрузки и размеров индентора. При начальном точечном соприкосновении индентора $H_у$ оказывается постоянной, ибо зависит только от механических свойств исследуемого материала и не имеет ни нижних, ни верхних ограничений. Это гарантирует справедливость сопоставления упругой твердости различных материалов.

Из соотношений (4), (6) и (16) следует выражение

$$H_у = \frac{F_п}{\pi R \delta} = \frac{F_п}{\pi R (t_1 - t_2)}, \qquad (17)$$

позволяющее путем разгружения экспериментально определить упругую твердость. Например, для стали марки 30×ГСА по расчетной формуле (16), согласно (17), получают близкие числа упругой твердости $H_у$— 221,6 и 222,4. Упругопластическая твердость для этой же стали по Бринелю, Роквеллу и Виккерсу соответственно равна: 229 HB, 20 HRC и 228 HV.

Действуя аналогичным образом, в случае цилиндрического индентора бесконечной длины приближенно получаем

$$H_у = \frac{\pi}{4} \frac{\sigma_{пц}}{1 - 2\mu} = \frac{\pi}{4} \frac{G\sigma_{пц}}{3G - E}. \qquad (18)$$

Соотношения (16) и (18) отличаются только постоянным коэффициентом. Это связано с тем, что шаровой индентор конечных размеров заменен цилиндрическим бесконечной длины. Однако оба соотношения выражают одинаковую физическую сущность упругой твердости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гогоберидзе Д. Б.* Твердость и методы ее измерения.—М.: Гос. науч.-техн. изд., 1952.—320 с.
2. *Григорович В. К.* Твердость и микротвердость металлов.—М.: Наука, 1976.—232 с.
3. *Гудков А. А., Славский Ю. А.* Методы измерения твердости металлов и сплавов.—М.: Машиностроение, 1982.—168 с.
4. *Пономарев* и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Том II.—М.: Гос. науч.-техн. изд., 1958—974 с.
5. *Самуль В. И.* Основы теории упругости и пластичности.—М.: Выс. школа, 1982.—264 с.
6. *Марковец М. П.* Определение механических свойств металлов по твердости.—М.: Машиностроение, 1979.—192 с.
7. *Шоршоров М. Х.* и др. Методические рекомендации по исследованию физико-механических свойств металлов непрерывным вдавливанием наконечника. — М.: Металлургия, 1980.—с.

Ин-т механики АН Армении

14. XI. 1990.

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 2—3, 1993, с. 68—72.

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

УДК:621.314.224.8 (088:8)

Э. В. КАЗАРЯН, М. К. БАГДАСАРЯН

К РАСЧЕТУ УГЛОВОЙ И ТОКОВОЙ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНДУКЦИОННОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Разработаны аналитические выражения для определения угловой и токовой погрешностей, в которых учтены неравномерность распределения магнитной индукции по средней длине магнитопровода и наличие технологического зазора, что позволяет достичь необходимой точности расчета для дальнейшего использования этих выражений при проектировании.

Ил. 3. Библиогр.: 3 назв.

Մշակված են անկյունային և հոսքային սխալանքների որոշման վերլուծական արտահայտություններ, որոնցում հաշվի են առնված մագնիսապարփակիչի երկարությամբ մագնիսական ինդուկցիայի անհավասարաչափ բաշխվածությունը և տեխնոլոգիական բացակի առկայությունը, ինչը թույլ է տալիս դրանց նախագծման ընթացքում հասնել հաշվարկի անհրաժեշտ ճշտության։

Вопрос повышения точности индукционных преобразователей требует исследования угловой и токовой погрешностей. Сложность электромагнитного поля приводит к необходимости применения при расчете параметров ряда допущений, к которым относятся предположение о равномерности распределения магнитной индукции по средней длине магнитопровода и отсутствие технологических зазоров. Однако эти допущения не обеспечивают достаточной точности расчета угловой и токовой погрешностей, т. к. не учитывается ряд особенностей электромагнитных процессов, обусловленных спецификой конструкции индукционного преобразователя.

Целью настоящей работы является получение эффективных и уточненных выражений для определения угловой и токовой погрешностей. Рассматривается магнитная система индукционного преобразователя с обмоткой, разделенной на две части и расположенной на двух ветвях магнитопровода (рис. 1).

Для определения значений индукции на разных участках магнитопровода использованы результаты экспериментов, которые были проведены с использованием вспомогательных обмоток, поочередно расположенных на участках 1—2, 2—3, 3—4, 4—5 (рис. 1), и определены *э. д. с.*, наводимыми потоком и индукцией на соответствующих участках [1].

На рис. 2 приведена зависимость распределения магнитной индукции по средней длине магнитопровода, откуда следует, что при определении угловой и токовой погрешностей для данной конструкции индукционного преобразователя достаточно учитывать значение магнитной индукции на участке магнитопровода, свободном от обмотки и под обмоткой, что и сделано в дальнейшем.

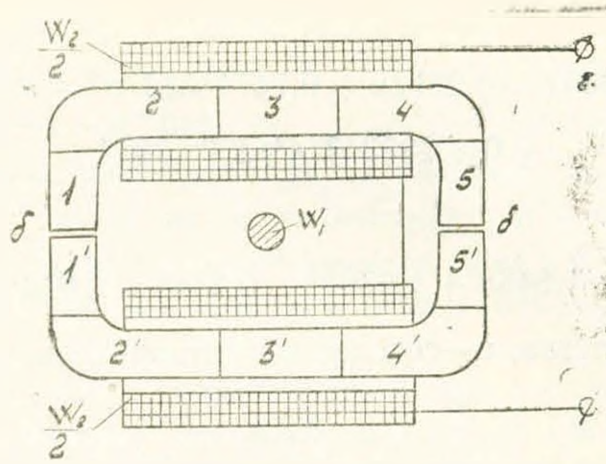

Рис. 1. Схема расположения основных и дополнительных обмоток

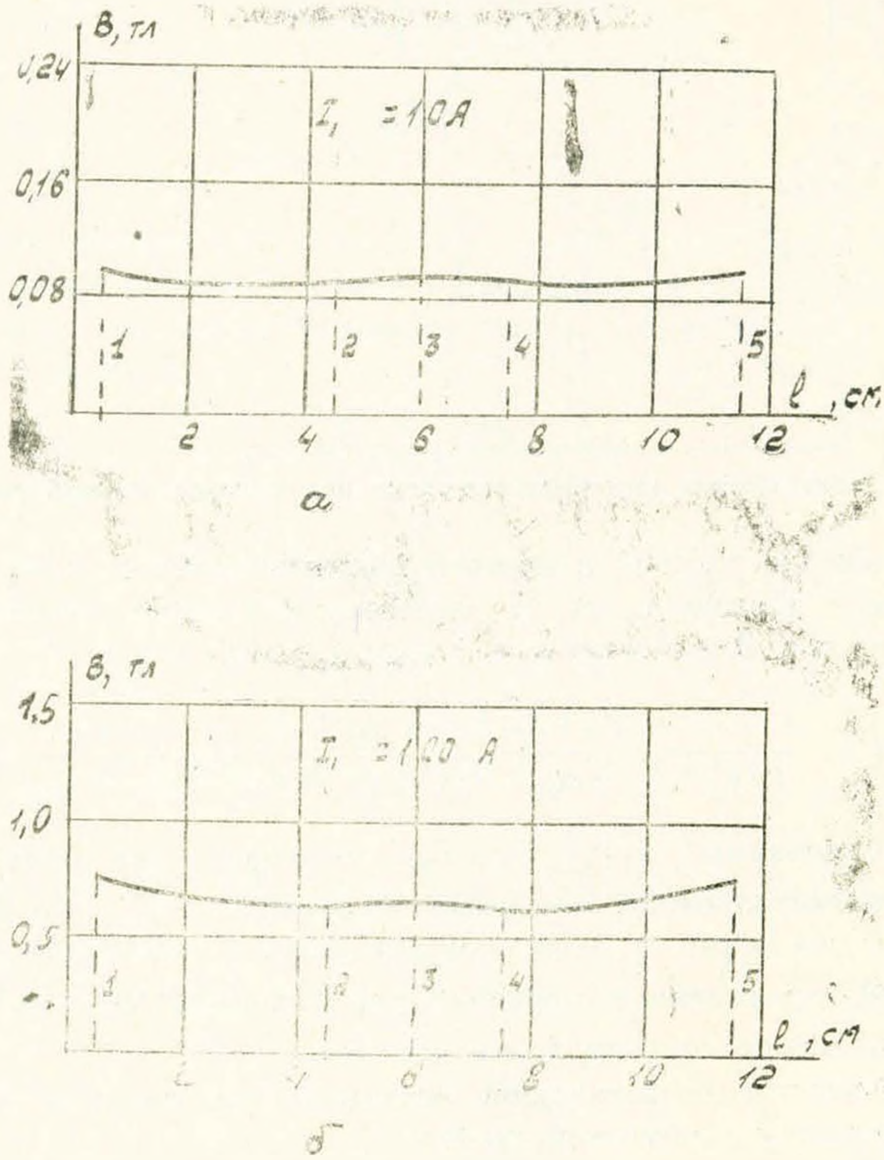

Рис 2. Распределение магнитной индукции по средней длине магнитопровода а) при $I = 10$ А, б) $I = 100$ А

Выражение для магнитной индукции B_n получено методом наименьших квадратов [2]. Для разных значений токов I_1 имеем (для стали марки 3411):

при $I_1 = 10A$ —

$$B_n = (0{,}2352 - 0{,}2512n + 0{,}147466737n^2 - 0{,}035n^3 + 0{,}002933337n^4)\, S^{-1} \cdot 10^{-4}, \tag{1}$$

а при $I_1 = 100A$ —

$$B_n = (1{,}856 - 1{,}848n + 1{,}028n^2 - 0{,}24n^3 + 0{,}02n^4)\, S^{-1} \cdot 10^{-4}, \tag{2}$$

где n, S—номер участка, и—сечение магнитопровода.

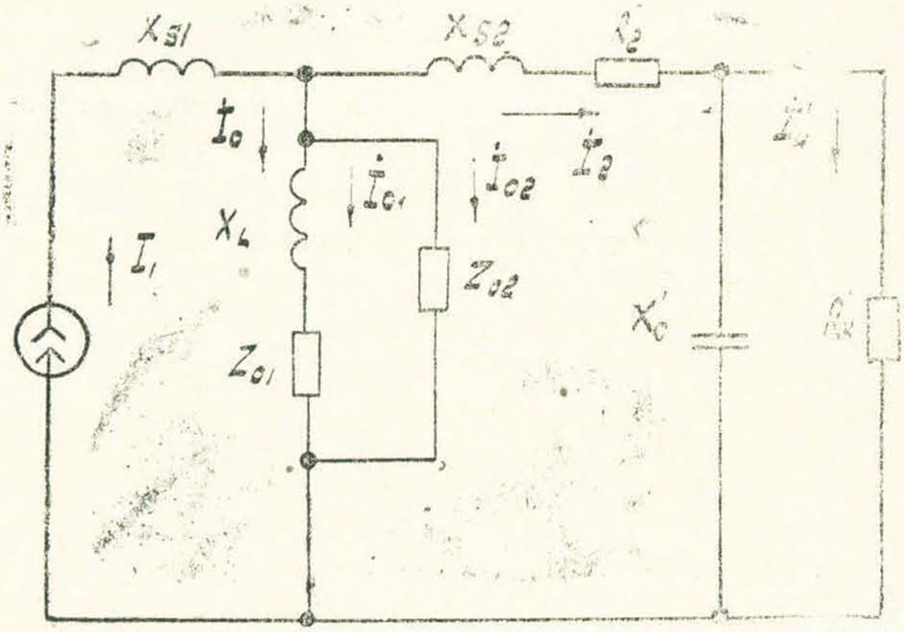

Рис. 3. Эквивалентная электрическая схема индукционного преобразователя.

Определение угловой и токовой погрешностей индукционного преобразователя производилось по электрической схеме замещения, приведенной на рис. 3. Выражение для тока I_2 имеет вид

$$\dot{I}_2' = \frac{(jx_L + Z_{01}) Z_{02} \dot{I}_1 - (jx_L + Z_{01} + Z_{02}) U_н'}{(jx_L + Z_{01}) Z_{02} + (R_2 + jx_s')(jx_L + Z_{01} + Z_{02})}, \tag{3}$$

где I_1 — измеряемый ток; Z_{01}, Z_{02} — электрические сопротивления участков магнитопровода, вносимые сердечником; $U_н' = U_н/w_2$ — приведенное напряжение; $x_L = \omega L$ — индуктивное сопротивление обмотки; $x_s' = \omega L_s/w_2^2$—приведенное сопротивление рассеяния; $R_2 = R_2/w_2^2$ — приведенное активное сопротивление обмотки.

Электрическое сопротивление, вносимое сердечником на участке магнитопровода под обмоткой, равно

$$Z_{01} = j\omega K_1 (\rho_{R1} - j\rho_{x1}), \tag{4}$$

а на участке, свободном от обмотки —

$$Z_{02} = j\omega K_2 [(\rho_{R2} + \delta/l_3) - j\rho_{x2}], \tag{5}$$

где

$$K_1 = \frac{S}{l_1 (\rho_{R1}^2 + \rho_{x1}^2)}, \tag{6}$$

$$K_2 = \frac{S}{l_2 \left[(\rho_{R2} + \delta/l_3)^2 + \rho_{x2} \right]}, \tag{7}$$

$l_3 = \mu_0 l$; ω — угловая частота; ρ_{R1}, ρ_{x1} — соответственно активная и реактивная удельные сопротивления на участках магнитопровода под обмоткой; ρ_{R2}, ρ_{x2} — активная и реактивная удельные сопротивления на участках магнитопровода, свободных от обмоток; l_1, l_2—длина магнитопровода на участке под обмоткой и на участке, свободном от обмотки.

Учитывая, что токовая погрешность — это действительная составляющая и модуль мнимой составляющей комплексной погрешности [3]:

$$\delta_I = \operatorname{Im}\left(\frac{\dot{I}_2' - \dot{I}_1}{\dot{I}_1} \right), \tag{8}$$

$$\delta_\alpha = \operatorname{Re}\left(\frac{\dot{I}_2' - \dot{I}_1}{\dot{I}_1} \right), \tag{9}$$

и имея в виду выражения (3)—(9), получены соотношения, которые описывают связь токовой и угловой погрешностей индукционного преобразователя с его конструктивными параметрами, характеристиками сердечника и нагрузки

$$\delta_I = \frac{D_1 D_2 + D_2 D_4}{D_3^2 + D_4^2}\ 100\%, \tag{10}$$

$$\delta_\alpha = \frac{D_2 D_3 - D_1 D_4}{D_3^2 + D_4^2}\ 100\ (срад), \tag{11}$$

где

$$D_1 = -I_1 R_2' K_2 \rho_{x2} - I_1 R_2' K_1 \rho_{x1} + \omega^2 L L_s' K_1 + \omega L_s' I_1 K_1 \rho_{R1} + $$
$$+ \omega L_s' I_1 K_2 \left(\rho_{R2} + \frac{\delta}{l_3} \right) - U_н' K_2 \rho_{x2} + U_н' K_1 \rho_{x1}, \tag{12}$$

$$D_2 = -\omega L I_1 R_2^1 - I_1 R_2' K_2 \left(\rho_{R2} + \frac{\delta}{l_3} \right) - I_1 R_2' K_1 \rho_{R1} - \omega L U_н' -$$
$$- \omega L_s' I_1 K_2 \rho_{x2} - \omega L_s' I_1 K_1 \rho_{x1} - U_н' K_1 \rho_{R1} - U_н' K_2 \left(\rho_{R2} + \frac{\delta}{l_3} \right), \tag{13}$$

$$D_3 = I_1 \left[K_1 K_2 \rho_{x1} \rho_{x2} + R_2' K_1 \rho_{x1} + R_2' K_2 \rho_{x2} - K_1 K_2 \rho_{R1} \left(\rho_{R2} + \frac{\delta}{l_3} \right) - \right.$$
$$\left. - \omega L K_2 \left(\rho_{R2} + \frac{\delta}{l_3} \right) - \omega^2 L L_s' - \omega L_s' K_1 \rho_{R1} - \omega L_s' K_2 \left(\rho_{R2} + \frac{\delta}{l_3} \right) \right], \tag{14}$$

$$D_4 = I_1 \left[K_1 K_2 \rho_{x1} \left(\rho_{R2} + \frac{\delta}{l_3} \right) + \omega L K_2 \rho_{x2} + K_1 K_2 \rho_{R1} \rho_{x2} + \omega L R_2' + \right.$$
$$\left. + R_2' K_2 \left(\rho_{R2} + \frac{\rho}{l_3} \right) + R_2' K_1 \rho_{R1} + \omega L_s' K_1 \rho_{x1} + \omega L_s' K_2 \rho_{x2} \right]. \tag{15}$$

Предложенные расчетные формулы позволяют с достаточной точностью оценить угловую и токовую погрешности. Создана возможность анализа погрешностей в довольно широком диапазоне частот и измеряемого тока, что крайне необходимо как для электроизмерительной техники, так и для аппаратостроения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бачурин Н. И.* Трансформаторы тока. — М.: Энергия, 1964. — 376 с.
2. *Львовский Е. Н.* Статические методы построения эмпирических формул. — М.. Высшая школа, 1982. — 224 с.
3. *Левин М. И.* Основы электроизмерительной техники. — М.: Энергия, 1972.—324 с.

ГИУА

19. XI. 1992.

Изв, НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 2—3, с. 72—76.

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

УДК 621.762

С. Г. МАМЯН, А. А. АЛЛА ЭЛЬДИН

ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЕ УПРОЧНЕНИЕ ЦЕМЕНТОВАННЫХ И КВАЗИЦЕМЕНТОВАННЫХ СТАЛЕЙ

Рассмотрено влияние термомеханической обработки на комплекс механических свойств низкоуглеродистых и высокоуглеродистых порошковых сталей, а также цементованных и квазицементованных сталей. Разработана эффективная технология получения высокопрочных квазицементованных деталей с применением термомеханической обработки, исключая длительный диффузионный процесс цементации.

Ил. 3. Табл. 2. Библиогр.: 2 назв.

Դիտարկված են փոշեմետալուրգիայի ճանապարհով ստացված ցածր և բարձր ածխածնային, ինչպես նաև ցեմենտացված և թվացող ցեմենտացված պողպատների մեխանիկական հատկությունների վրա ջերմամեխանիկական մշակման ազդեցությունը։ Մշակված է ջերմամեխանիկական մշակման կիրառմամբ գերամուր թվացող ցեմենտացված մեքենամասերի ստացման արդյունավետ տեխնոլոգիա, որը բացառում է երկարատև դիֆֆուզիոն ցեմենտացման գործընթացը։

Создание высокопрочных материалов с высокими показателями сопротивления усталости и не склонных к хрупкому разрушению является проблемой первостепенной важности. Решение этой проблемы неразрывно связано с изучением явлений хрупкости и усталости, т. к. именно высокая склонность к хрупкому разрушению и низкое сопротивление усталости являются одним из основных тормозов в использовании металлов и сплавов в высокопрочном состоянии в конструкциях.

Данная работа посвящена решению этой проблемы путем совмещения химикотермической и термомеханической обработок.

В работах [1] и [2] доказано, что применение термомеханической обработки (ТМО) приводит к значительному повышению комплекса механических свойств, низко-, и высокоуглеродистых сталей. Учитывая, что цементованные детали после закалки подвергаются низкотемпературному отпуску, при котором обычно реализуется максимальный эффект ТМО, путем термомеханического упрочения можно достигнуть значительного повышения эксплуатационных свойств цементованных деталей.

Существует ряд технологических проблем, которые практически делают невозможным или неэффективным осуществление объемной ТМО при изготовлении цементованных деталей. В практике нашли некоторое применение дробеструйная обработка и ТМО с поверхностной деформацией.

При этом основным является получение заготовок требуемой формам размеров со сравнительно толстым науглероженным слоем (2...4 *мм*) и благоприятной формой кривой распределения углерода по сечению. Примечание к ним высокотемпературной термомеханической обработки (ВТМО) обеспечивало бы равномерность степени деформации по объему и стабильность концентрации углерода по всей поверхности после окончательной механической обработки.

При разработке новой технологии получения высокопрочных цементованных деталей с применением ТМО использованы основные преимущества и особенности порошковой технологии, как эффективного метода получения заготовок с указанными требованиями.

Часто цементованные стали рассматривают как двухслойный композит, состоящий из высокоуглеродистого поверхностного слоя и низкоуглеродистой сердцевины. Следовательно, для установления оптимальных режимов ТМО цементованных деталей целесообразно в отдельности исследовать влияние различных схем термомеханического упрочения на структуру и свойства порошковых сталей 30 и У9А.

Образцы для ТМО были изготовлены обычной технологией [1] с применением сверхчистых железных порошков марки А2 и электролитического промышленного порошка ЦНИИЧМ, химический состав которых приведен в табл. 1.

Таблица 1

Химический состав железных порошков

Марка железного порошка	Содержание элементов, %				
	Fe	C	Si	Mn	Ni
А2	99,98	$1{,}4\cdot10^{-2}$	$4\cdot10^{-4}$	$1\cdot10^{-4}$	$1\cdot10^{-3}$
ЦНИИЧМ	99,60	—	—	0,03	0,01

Для обеспечения однородности порошковой смеси углерод вводили в виде тонкодисперсной ламповой сажи ТМ—15. После перемешивания шихты в течение 1,5 *ч* прессовали брикеты с учетом деформирования прокаткой или экструзией. Удельное давление прессования составляло 700—800*МПа*. Спрессованные образцы спекались в проходной печи в атмосфере водорода (точка росы —27°C). Спекание производили в закрытых контейнерах с засыпкой из окиси алюминия с графитом, содержание которого выбиралось в зависимости от содержания углерода в шихте с целью обеспечения однородной структуры. Результаты послойного химанализа показали, что при содержании графита порядка 5...10% можно осуществлять цементацию в процессе спекания.

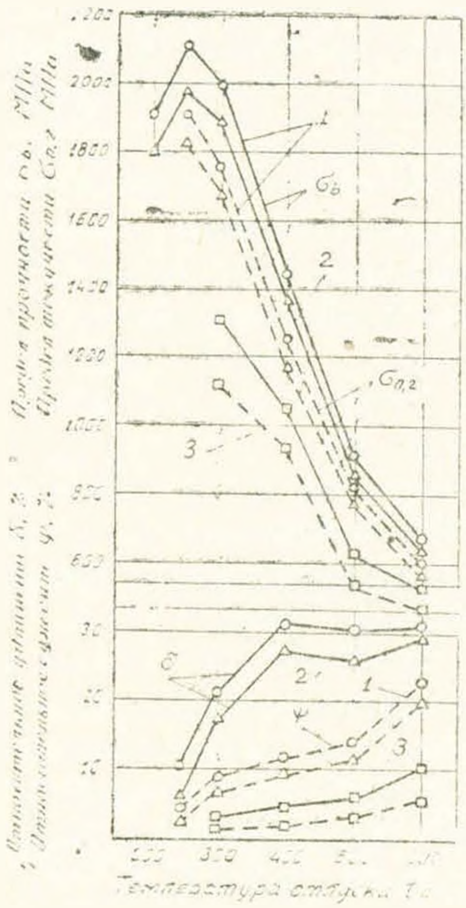

Рис. 1. Механические свойства порошковой стали с содержанием 0,35% C

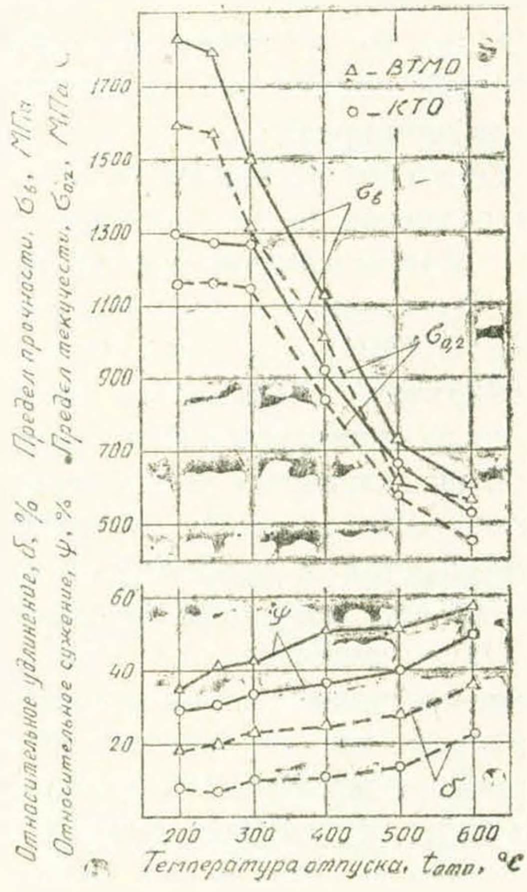

Рис. 2. Механические свойства порошковой стали с содержанием 0,8% C, исходная пористость 10%: 1 — ПТМО + + ВТМО, 2 — ВТМО, 3 — КТО

Исследовали влияние исходной пористости, способа и режимов деформирования на эффект упрочнения при ВТМО. Испытание образцов показало, что после ВТМО с установленными оптимальными режимами (исходная пористость—6...12%, степень деформирования—50...80%, температура деформирования—800...900°C, закалка без последеформационной выдержки в 10%-ом водном растворе NaCl), наблюдается резкое повышение комплекса механических свойств как низкоуглеродистых (рис. 1), так и высокоуглеродистых (рис. 2) порошковых сталей по сравнению с контрольной термической обработкой (после горячей деформации осуществляли нормализацию и промежуточный отжиг для снятия наклепа).

Так, например, металлокерамическая сталь с 0,8%C после ВТМО с 50%-ым обжатием и отпуска при 300°C для холоднодеформированных или допрессованных образцов имела высокую прочность: $\sigma_в =$

$=2100$ *МПа*, $\sigma_{0,2}=1800$ *МПа* при умеренной пластичности: $\delta=8\%$, $\psi=20\%$.

С целью изучения склонности к хрупкому разрушению порошковых сталей в высокопрочном состоянии после ВТМО и контрольной термической обработки определяли ударную вязкость ($a_н$ – *KCU*) и работу распространения трещины ($a_р$ – *KCT*) по методу Дроздовского (рис. 3). Так как $a_н = a_з + a_р$, расчетным путем определяли также работу зарождения трещины. Анализ полученных результатов показывает, что под влиянием ВТМО повышение прочностных характеристик одновременно сопровождается значительным повышением ударной вязкости – как работы зарождения, так и распространения трещины. Столь резкое повышение комплекса механических свойств объясняется существенным изменением состояния мартенсита после различных режимов ТМО.

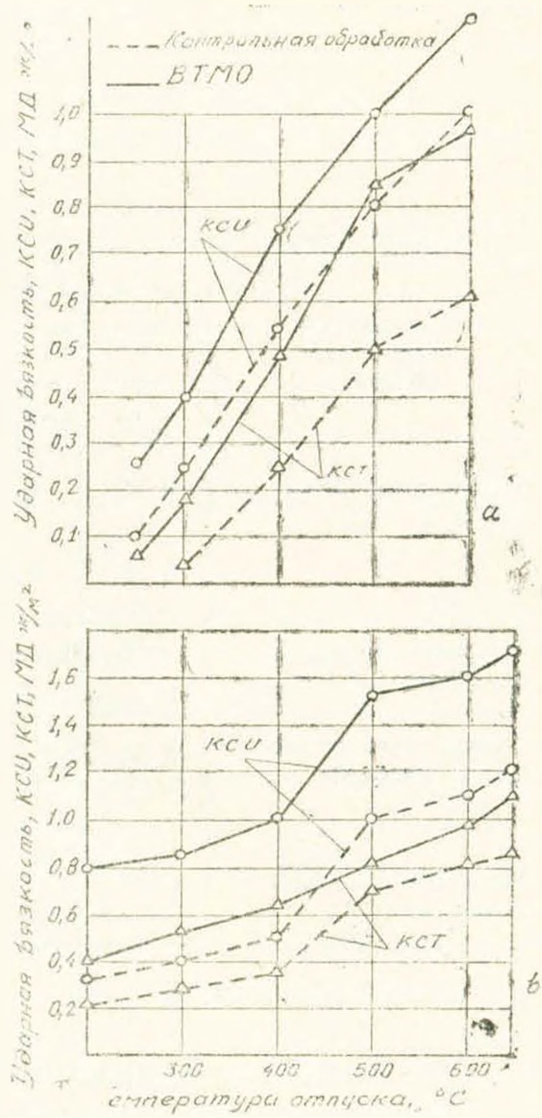

Рис. 3. Влияние режима обработки и температуры отпуска на работу разрушения образцов порошковых сталей 35 (а) и 25 (б) с мягким надрезом и трещиной

Анализ полученных результатов позволил установить оптимальные режимы для ВТМО цементованных брикетов.

Нами создана эффективная технология получения высокопрочных цементованных деталей с применением ВТМО, минуя процесс цементации. Из железографитовой порошковой смеси с разным составом по углероду получают двухслойные брикеты типа цементованных (квазицементованная сталь) путем поочередной их прессовки в одной пресс-форме с последующим спеканием при 1150°С. Цементованные и квазицементованные заготовки после спекания и подстуживания до температуры 800...900°С подвергались горячей деформации ковкой, штамповкой или экструзией. Степень деформации при горячей обработке давлением устанавливали в зависимости от исходной пористости (8...15%). Максимальный эффект при ВТМО обеспечивается при степени суммарной холодной и горячей деформации порядка 50...90%. После горячей деформации детали подвергались немедленной закалке и низкому отпуску при температуре 250°С.

Изучено влияние различных методов формирования науглероженного слоя на усталостные характеристики (табл. 2). Предложенная технология, в отличие от технологии получения цементованных заготовок диффузионным насыщением при спекании или после нее, обеспечивает постоянство концентрации углерода и поверхностной твердости по слою, что в сочетании с ВТМО приводит к резкому повышению значения предела выносливости σ_{-1} и поверхностной твердости после шлифовки усталостных образцов.

Таблица 2

Свойство цементованных сталей в зависимости от технологии их получения

Технология получения образцов	Распределение углерода, %				*d* образца, *мм*	*HRC*	σ_{-1}, *МПа*
	в заготовке		в образце*				
	сердцевина	наружный слой	сердцевина	наружный слой			
Квазицементрация деталей	0,25	0,90	0,25	0,9	12 17	60…61 55…56	430 370
	0,35	0,91	0,35	0,9	12 17	60…61 56…56	680 560
Цементация после спекания + ВТМО	0,25	0,7…0,9	0,25	0,6…0,8	12 17	59…60 40…55	380 320
Цементация в процессе спекания + ВТМО	0,28	0,7…0,9	0,25	0,6…0,9	12 17	50…60 40…56	400 330
Из стали 20 газовой цементации	0,21	0,95	0,21	0,6…0,85	12 17	50…60 45…5	250 220

* — после шлифовки.

Разработанная технология получения высокопрочных квазицементованных деталей с применением ТМО является очень перспективной и может расширить область применения порошковых конструкционных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бернштейн М. Л., Мамян С. Г., Фельгина С. Б.* Высокотемпературное термомеханическое упрочнение металлокерамических углеродистых сталей // Технология автомобилестроения. — 1970.—№ 2.—С. 14—18.
2. *Бернштейн М. Л., Займовский В. А., Капуткина Л. М.* Термомеханическая обработка стали.—М.: Металлургия, 1983.—464 с.

ГИУА 20. V. 1993

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 2—3, 1993, с. 77—82.

ЭНЕРГЕТИКА

УДК.621.371.1.001.24

Н. М. ЭЛЬ САИД, Я. С. АБДУЛРАХИМ, М. Г. ТАМРАЗЯН

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПРИРОСТЫ ПОТЕРЬ МОЩНОСТЕЙ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Предлагается метод определения частных производных от потерь активной и реактивной мощностей по активным и реактивным мощностям электрических станций. Рассматривается случай, когда относительно станционных узлов заданы активные и реактивные мощности: Метод иллюстрирован численным примером.

Табл. 4. Библиогр.: 9.

Առաջարկվում է մեթոդ ակտիվ և ռեակտիվ հզորությունների կորուստների՝ ըստ կայանների ակտիվ և ռեակտիվ հզորությունների ածանցման համար։ Դիտարկվում է այն դեպքը, երբ կայանային հանգույցների նկատմամբ տրված են ակտիվ և ռեակտիվ հզորությունները։ Մեթոդը ներկայացված է թվային խնդրի լուծմամբ։

Одним из важных вопросов при оптимизации режимов электроэнергетической системы (ЭЭС) является вопрос учета состояния ее сети. Первой принципиальной работой, посвященной вопросу определения потерь мощностей и их относительных приростов, является [1], в которой для решения задачи используется возможность собственных значений и собственных чисел матриц. После этой работы появились и другие [2, 3], которые в теоретическом плане не отличаются от [1]. Вторая принципиальная работа была [4], в которой вопрос определения относительных приростов рассматривается как следствие расчета установившегося режима с применением метода Ньютона-Рафсона. После этой работы появились также [5, 6], аналогичные в теоретическом плане работ [4]. Третьей принципиальной работой является [7], в которой, учитывая исходную информацию, заданную относительно независимых станционных узлов, предлагаются точные методы определения относительных приростов потерь мощностей.

Настоящая работа основывается на идее [7], однако используются функции потерь активной (Па) и реактивной (Пр) мощностей, приведенных в [8]:

$$\Pi_a = \sum_{m=0}^{\Gamma} \sum_{n=0}^{\Gamma} [(I'_m I'_n + I''_m I''_n) R_{m,n} - (I'_m I''_n - I''_m I'_n) x_{m,n}], \tag{1}$$

$$\Pi_p = \sum_{m=0}^{\Gamma} \sum_{n=0}^{\Gamma} [(I'_m I'_n + I''_m I''_n) X_{m,n} + (I'_m I''_n - I''_m I'_n) R_{m,n}]. \tag{2}$$

Используя известные выражения

$$I'_m = \frac{1}{U_m} (P_m \cos\psi_{um} + Q_m \sin\psi_{um}), \tag{3}$$

$$I_m = \frac{1}{U_m}(P_m \sin\psi_{um} - Q_m \cos\psi_{um}), \tag{4}$$

формулы потерь мощностей можно представить в виде

$$\Pi_a = \sum_{m=0}^{\Gamma}\sum_{n=0}^{\Gamma}[(P_m P_n + Q_m Q_n)\alpha_{mn} - (P_m Q_n - Q_m P_n)\beta_{mn}], \tag{5}$$

$$\Pi_p = \sum_{m=0}^{\Gamma}\sum_{n=0}^{\Gamma}[(P_m P_n + Q_m Q_n)\gamma_{mn} - (P_m Q_n - Q_m P_n)\delta_{mn}], \tag{6}$$

где

$$\alpha_{mn} = \frac{R_{m,n}}{U_m U_n}\cos(\psi_{um} - \psi_{un}) + \frac{X_{m,n}}{U_m U_n}\sin(\psi_{um} - \psi_{un}), \tag{7}$$

$$\beta_{mn} = -\frac{R_{m,n}}{U_m U_n}\sin(\psi_{um} - \psi_{un}) - \frac{X_{m,n}}{U_m U_n}\cos(\psi_{um} - \psi_{un}), \tag{8}$$

$$\gamma_{mn} = \frac{X_{m,n}}{U_m U_n}\cos(\psi_{um} - \psi_{un}) - \frac{R_{m,n}}{U_m U_n}\sin(\psi_{um} - \psi_{un}), \tag{9}$$

$$\delta_{mn} = -\frac{X_{m,n}}{U_m U_n}\sin(\psi_{um} - \psi_{un}) - \frac{R_{m,n}}{U_m U_n}\cos(\psi_{um} - \psi_{un}). \tag{10}$$

Согласно выражениям (5) и (6), потери активной и реактивной мощностей непосредственно зависят от активных и реактивных мощностей станционных узлов. Однако, учитывая выражения (7)—(10), потери активной и реактивной мощностей в виде неявновыраженной функции можно представить в виде

$$\Pi_a = \Pi_a(P_m, Q_m, U_m, \Psi_{um}), \tag{11}$$

$$\Pi_p = \Pi_p(P_m, Q_m, U_m, \Psi_{um}). \tag{12}$$

Необходимо отметить, что режимные параметры P_m, Q_m, U_m и Ψ_{um} связаны между собой с помощью уравнения установившегося режима ЭЭС. В связи с этим указанное уравнение также необходимо представить в виде неявной функции, как (11) и (12).

Для установления аналитических выражений указанных уравнений необходимо пользоваться математической моделью установившегося режима, полученной в [8]

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{\Sigma H, Б} + \sum_{n=1}^{\Gamma} Z_{m,n}\dot{I}_n. \tag{13}$$

Умножая уравнение (13) на $\hat{I}_m$, разлагая на действительные, мнимые составляющие и пользуясь (3) и (4), установим следующие уравнения связи:

$$\Phi_p = P_m - [P_{mБ} + \varphi_{pm}(P_m, Q_m, U_m, \Psi_{um})] = 0, \tag{14}$$

$$\Phi_q = Q_m - [Q_{m\text{Б}} + \varphi_{qm}(P_m,\ Q_m,\ U_m,\ \Psi_{um})] = 0, \tag{15}$$

где

$$P_{m\text{Б}} = \frac{U'_{\Sigma\text{н, Б}}}{U_m}(P_m \cos\Psi_{um} + Q_m \sin\Psi_{um}) -$$

$$- \frac{U''_{\Sigma\text{н, Б}}}{U_m}(P_m \sin\Psi_{um} - Q_m \cos\Psi_{um}), \tag{16}$$

$$Q_{m,\text{Б}} = -\frac{U'_{\Sigma\text{н, Б}}}{U_m}(P_m \cos\Psi_{um} + Q_m \sin\Psi_{um}) +$$

$$+ \frac{U'_{\Sigma\text{н, Б}}}{U_m}(P_m \cos\Psi_{um} + Q_m \sin\Psi_{um}). \tag{17}$$

$$\varphi_{pm} = \sum_{n=1}^{r} [(P_m P_n + Q_m Q_n)\alpha_{mn} + (P_m Q_n - Q_m P_n)\beta_{mn}], \tag{18}$$

$$\varphi_{mq} = \sum_{n=1}^{r} [(P_m P_n + Q_m Q_n)\gamma_{mn} + (P_m Q_n - Q_m P_n)\delta_{mn}], \tag{19}$$

$$U'_{\Sigma\text{н, Б}} = Re(\dot U_{\Sigma\text{н, Б}}), \qquad U''_{\Sigma\text{н, Б}} = Jm(\dot U_{\Sigma\text{н, Б}}). \tag{20}$$

Выражение $\dot U_{\Sigma\text{н, Б}}$ приведено в [8].

Далее (14) и (15) приводятся в следующем виде:

$$\Phi_p(P_m,\ Q_m,\ U_m,\ \Psi_{um}) = 0, \tag{21}$$

$$\Phi_q(P_m,\ Q_m,\ U_m,\ \Psi_{um}) = 0. \tag{22}$$

Рассматривается случай, когда относительно независимых станционных узлов в качестве исходной информации считаются заданными активные и реактивные мощности. При этом выражения исходных относительных приростов определяются в виде

$$\frac{\partial \Pi_a}{\partial P_0} = \left(\frac{\partial \Pi_a}{\partial P_0}\right), \qquad \frac{\partial \Pi_a}{\partial Q_0} = \left(\frac{\partial \Pi_a}{\partial Q_0}\right), \tag{23}$$

$$\frac{\partial \Pi_p}{\partial P_0} = \left(\frac{\partial \Pi_p}{\partial P_0}\right), \qquad \frac{\partial \Pi_p}{\partial Q_0} = \left(\frac{\partial \Pi_a}{\partial Q_0}\right), \tag{24}$$

поскольку

$$\frac{\partial U_0}{\partial P_m} = \frac{\partial U_0}{\partial Q_m} = 0, \qquad \frac{\partial \Psi_{u0}}{\partial P_m} = \frac{\partial \Psi_{u0}}{\partial Q_m} = 0. \tag{25}$$

С другой стороны,

$$\frac{\partial \Pi_a}{\partial P_m} = \left(\frac{\partial \Pi_a}{\partial P_m}\right) + \sum_{n=1}^{r} \frac{\partial \Pi_a}{\partial U_n} \cdot \frac{\partial U_n}{\partial P_m} + \sum_{n=1}^{r} \frac{\partial \Pi_a}{\partial \Psi_{un}} \cdot \frac{\partial \Psi_{un}}{\partial P_m}, \tag{26}$$

$$\frac{\partial \Pi_a}{\partial Q_m} = \left(\frac{\partial \Pi_a}{\partial Q_m}\right) + \sum_{n=1}^{r} \frac{\partial \Pi_a}{\partial U_n} \cdot \frac{\partial U_n}{\partial Q_m} + \sum_{n=1}^{r} \frac{\partial \Pi_a}{\partial \Psi_{un}} \cdot \frac{\partial \Psi_{un}}{\partial Q_m}, \tag{27}$$

$$\frac{\partial \Pi_p}{\partial P_m} = \left(\frac{\partial \Pi_p}{\partial P_m}\right) + \sum_{n=1}^{r} \frac{\partial \Pi_p}{\partial U_n} \cdot \frac{\partial U_n}{\partial P_m} + \sum_{n=1}^{r} \frac{\partial \Pi_p}{\partial \Psi_{un}} \cdot \frac{\partial \Psi_{un}}{\partial Q_m}, \tag{28}$$

$$\frac{\partial \Pi_p}{\partial Q_m} = \left(\frac{\partial \Pi_p}{\partial Q_m}\right) + \sum_{n=1}^{r} \frac{\partial \Pi_p}{\partial U_n} \cdot \frac{\partial U_n}{\partial Q_m} + \sum_{n=1}^{r} \frac{\partial \Pi_p}{\partial \Psi_{un}} \cdot \frac{\partial \Psi_{un}}{\partial Q_m}. \tag{29}$$

Частные производные $(\partial \Pi_a/\partial P_m)$, $(\partial \Pi_a/\partial Q_m)$, $(\partial \Pi_p/\partial P_m)$, $(\partial \Pi_p/\partial Q_m)$, а также $(\partial \Pi_a/\partial U_n)$, $\partial \Pi_a/\partial \Psi_{un}$, $\partial \Pi_p/\partial U_n$ и $\partial \Pi_p/\partial \Psi_{un}$ определяются непосредственно из аналитического выражения функций потерь активной и реактивной мощностей (5) и (6).

Частные производные $\partial U_n/\partial P_m$, $\partial \Psi_{un}/\partial P_m$ и $\partial U_n/\partial Q_m$, $\partial \Psi_{un}/\partial Q_m$ определяются на основании функций (14) и (15), при которых можем записать

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Phi_p}{\partial P_m} + \sum\limits_{n=1}^{r} \dfrac{\partial \Phi_p}{\partial U_n} \cdot \dfrac{\partial U_n}{\partial P_m} + \sum\limits_{n=1}^{r} \dfrac{\partial \Phi_p}{\partial \Psi_{un}} \cdot \dfrac{\partial \Psi_{un}}{\partial P_m} = 0, \\ \dfrac{\partial \Phi_q}{\partial P_m} + \sum\limits_{n=1}^{r} \dfrac{\partial \Phi_q}{\partial U_n} \cdot \dfrac{\partial U_n}{\partial P_m} + \sum\limits_{n=1}^{r} \dfrac{\partial \Phi_q}{\partial \Psi_{un}} \cdot \dfrac{\partial \Psi_{un}}{\partial P_m} = 0, \end{cases} \tag{30}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Phi_p}{\partial Q_m} + \sum\limits_{n=1}^{r} \dfrac{\partial \Phi_p}{\partial U_n} \cdot \dfrac{\partial U_n}{\partial Q_m} + \sum\limits_{n=1}^{r} \dfrac{\partial \Phi_p}{\partial \Psi_{un}} \cdot \dfrac{\partial \Psi_{un}}{\partial Q_m} = 0, \\ \dfrac{\partial \Phi_q}{\partial Q_m} + \sum\limits_{n=1}^{r} \dfrac{\partial \Phi_q}{\partial U_u} \cdot \dfrac{\partial U_n}{\partial Q_m} + \sum\limits_{n=1}^{r} \dfrac{\partial \Phi_q}{\partial \Psi_{un}} \cdot \dfrac{\partial \Psi_{un}}{\partial Q_m} = 0. \end{cases} \tag{31}$$

Из системы уравнений (30) определяются неизвестные частные производные типа $\partial U_n/\partial P_m$ и $\partial \Psi_{un}/\partial P_m$, а из (31) — частные производные $\partial U_n/\partial Q_m$ и $\partial \Psi_{un}/\partial Q_m$. Частные производные $\partial \Phi_p/\partial P_m$, $\partial \Phi_q/\partial P_m$, $\partial \Phi_p/\partial Q_m$, $\partial \Phi_q/\partial \Psi_{un}$, а также $\partial \Phi_p/\partial U_n$, $\partial \Phi_q/\partial U_n$, $\partial \Phi_p/\partial U_n$, $\partial \Phi_q/\partial \Psi_{un}$ определяются на основании функций (14) и (15).

Для иллюстрации предложенного метода исследуются схема одной ЭЭС и режим № 3, рассмотренные в [9]. Станционными являются узлы 0, 2, 5, 7, и 9, а нагрузочными — 1, 3, 4, 6 и 8.

В табл. 1—4 приводятся численные значения соответствующих частных производных.

Таблица 1

m	$\dfrac{\partial \Pi_a}{\partial P_m}$	$\left(\dfrac{\partial \Pi_a}{\partial P_m}\right)$	$\sum\limits_n \dfrac{\partial \Pi_a}{\partial U_n} \cdot \dfrac{\partial U_n}{\partial P_m}$	$\sum\limits_n \dfrac{\partial \Pi_a}{\partial \Psi_{un}} \cdot \dfrac{\partial \Psi_{un}}{\partial P_m}$
0	0,045975	0,045975	0,000000	0,000000
2	0,043196	0,025978	0,013725	0,003493
5	0,060159	0,031601	0,028435	0,000122
7	0,018798	0,004126	0,013661	0,001009
9	0,025314	0,008637	0,015936	0,001640

Таблица 2

m	$\dfrac{\partial \Pi_a}{\partial Q_m}$	$\left(\dfrac{\partial \Pi_a}{\partial Q_m}\right)$	$\sum\limits_n \dfrac{\partial \Pi_a}{\partial U_n} \cdot \dfrac{\partial U_n}{\partial Q_n}$	$\sum\limits_n \dfrac{\partial \Pi_a}{\partial \Psi_{un}} \cdot \dfrac{\partial \Psi_{un}}{\partial Q_m}$
0	−0,010183	−0,010183	0,000000	0,000000
2	0,014244	0,006924	0,000073	0,007246
5	0,012662	0,006977	0,006[illegible]11	−0,000356
7	0,049770	0,027515	0,022840	−0,000616
9	0,009953	0,011514	0,003763	−0,005324

Таблица 3

m	$\dfrac{\partial \Pi_p}{\partial P_m}$	$\left(\dfrac{\partial P_p}{\partial P_m}\right)$	$\sum\limits_n \dfrac{\partial \Pi_p}{\partial U_n} \cdot \dfrac{\partial U_n}{\partial P_m}$	$\sum\limits_n \dfrac{\partial \Pi_p}{\partial \Psi_{un}} \cdot \dfrac{\partial \Psi_{un}}{\partial P_m}$
0	0,090083	0,090083	0,000000	0,000000
2	0,069368	0,041[illegible]34	0,021372	0,006662
8	0,091377	0,048214	0,043446	−0,000284
7	0,045593	0,014639	0,030374	0,000579
9	0,058832	0,017036	0,036258	0,005537

Таблица 4

m	$\dfrac{\partial \Pi_p}{\partial Q_m}$	$\left(\dfrac{\partial \Pi_p}{\partial Q_m}\right)$	$\sum\limits_n \dfrac{\partial \Pi_p}{\partial U_n} \cdot \dfrac{\partial U_n}{\partial Q_m}$	$\sum\limits_n \dfrac{\partial \Pi_p}{\partial \Psi_{un}} \cdot \dfrac{\partial \Psi_{un}}{\partial Q_m}$
0	−0,022647	−0,022647	0,000000	0,000000
2	0,019872	0,009771	0,018094	−0,007993
5	0,020125	0,009272	0,009421	0,001431
7	0,110579	0,060179	0,050714	−0,000315
9	0,023226	0,032295	0,008997	−0,018067

ЛИТЕРАТУРА

1. *George E. E.* A new method of making transmission loss formulas directly from digital power flow Studies//IEEE Trans. — PAS — 79. — 1960. — № 46. — P. 1567—1573.
2. *Carpendier J. J.* Contribution a letude du dispatching economiquee//Bull de la soc. Franc. des Electr. — 1962. — V. 3. — Ser. 8. — P. 4 .1—447.
3. *Carpentier J. J., Siroux J. J.* Loptimisation c o la production a lelectricite de France// Bull. de la soc. Franc. des Electr. 1963. — V‹1. 39. — Ser. 2. — P. 121—129.
4. *Van Nes J. E.* A note on incremental loss computation IEE Trans. — PAS 82. — 1963. — P. 735—739.
5. *Dopuzo J. F., Klitin O. A., Stagg G. W., Watson M. M.* An optimization technique for real and reactive power allocation//IEEE Trans. — PAS 101. — 1967. — № 11. — P. 1877—1885.
6. *Meyer W. S., Albertson V. D.* Impoved loss formulas computation by odtimally ordered elimination techniques//IEEE Trans. — PAS — 90. — 1971. — № 1. — P. 62—69.
7. *Хачатрян В. С.* К вопросу об определении производных от потерь активной мощности по активным мощностям отдельных станций//Электричество. — 1967. — № 2. — С. 22—25.
8. *Аракелян В. П., Эль Саид И. М.* Формулы потерь мощностей электроэнергетических систем // Изв. АН Армении. Сер. Т. Н.—1992.—Т. 44, № 2.—С. 19—24.
9. *Хачатрян В. С., Этмекчян Э. А., Аракелян В. П.* Об одном упрощенном методе расчета установившегося режима электроэнергетической системы // Электричество. — 1992.—№ 2.—С. 15—22.

ЕрПИ 5. IX. 1991

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 2—3, 1993, с. 82—86.

ЭНЕРГЕТИКА

УДК 533.6.001.622

С. И. ЦАТУРЯН, С. С. МАРКЕЛОВ

К ЗАДАЧЕ О ПРОЦЕССЕ ПОЛНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ГАЗОВОГО ПОТОКА В МАГИСТРАЛЬНОМ ГАЗОПРОВОДЕ ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

Дифференциальные уравнения неизотермического неустановившегося движения газа в магистральном газопроводе при квадратичном законе сопротивления решены методом разделения переменных. Получены законы изменения расхода и давления газа в любом сечении газопровода для любого момента времени, из которых легко находится время полной стабилизации газового потока.

Библиогр.: 5 назв.

Գլխավոր գազամուղում գազի չհաստատված ոչ իզոթերմիկ շարժումը բնութագրող դիֆերենցիալ հավասարումները դիմադրության քառակուսային օրենքի առկայության դեպքում լուծված են փոփոխականների անջատման մեթոդով։ Ժամանակի ցանկացած ակնթարթի և գազամուղի ցանկացած հատույթի համար ստացված են գազի ծախսման և ճնշման փոփոխման օրենքները, որոնցից դժվար չէ որոշել գազի հոսանքի լրիվ կայունության ժամանակը։

Неустановившееся неизотермическое движение газа в магистральном газопроводе при квадратичном законе сопротивления описывается следующей системой дифференциальных уравнений [1, 2]:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\lambda u^2}{2D}, \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = -\frac{\partial G}{s\partial x},$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{\pi D\alpha_{\Sigma}}{C_p G_0}(T_{н} - T), \qquad p = RT\rho, \qquad G = s\rho u. \tag{1}$$

Здесь p, ρ, u — средние значения по сечению соответственно давления, плотности и скорости газового потока; R — газовая постоянная; T и $T_{н}$ — абсолютная температура газового потока и окружающей среды; S — площадь поперечного сечения газопровода, λ — безразмерный коэффициент сопротивления, G — массовый расход газа, α_{Σ} — суммарный коэффициент теплообмена; C_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, x — координата, отсчитываемая вдоль газопровода, t — время, D — диаметр трубы.

При стационарном неизотермическом режиме работы газопровода решение системы уравнений (1) при граничных условиях $p|_{x=0} = p_{н}$, $p|_{x=l} = p_{к}$, $T|_{x=0} = T_0 = \text{const}$ имеет вид

$$P_0(x) = p_0^2(x) = [(p_{н}^2 - p_{к}^2)\exp(-b_1 x) + p_{к}^2 - p_{н}^2\exp(-b_1 l)]/[(1-\exp(-b_1 l)],$$

$$T = T_0(x) = T_0\exp(b_1 x), \qquad \rho = \rho_0(x) = p_0(x)/RT_0(x), \tag{2}$$

$$b_1 = \pi D\alpha_{\Sigma}/C_p G_0, \qquad G = G_0 = \text{const},$$

где $p_{н}$, $p_{к}$ — соответственно давление газа в начале ($x = 0$) и в конце ($x = l$) газопровода, G_0 — расход газа, l — длина газопровода, T_0 — абсолютная температура газового потока в начале трубопровода.

Для упрощения решения и расчетов принято $T_{н} = 0$.

Систему уравнений (1) с помощью элементарных преобразований приведем к виду

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \frac{2RT_0 D}{\lambda u}\frac{\partial}{\partial x}\left(e^{-b_1 x}\frac{\partial G}{\partial x}\right), \tag{3}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{RT_0}{S}e^{-b_1 x}\frac{\partial G}{\partial x}. \tag{4}$$

Следуя работе [3], где рассматривается задача о неустановившемся движении газа в трубопроводах с учетом реальных свойств газа, скорость u в уравнении (3) заменим через $u_{ср}$,

$$u_{ср} = \frac{2}{3}(u_0 + u_1). \tag{5}$$

где u_0 и u_1 — наибольшая и наименьшая скорости газа при неустановившемся движении.

Предположим, что газопровод работал при стационарном режиме с расходом G_0. В момент времени $t=0$ произошло одновременное прекращение подачи и отбора газа, т. е.

$$G|_{t=0} = G_0, \qquad G|_{x=0} = 0, \qquad G|_{x=l} = 0. \tag{6}$$

Суть настоящей работы заключается в следующем: при краевых условиях (6) с учетом (5) решить уравнения (3) и (4) с целью исследования процесса стабилизации газового потока, т. е. получить законы изменения расхода и давления газа в любом сечении газопровода для любого момента времени. Следуя [4], для удобства введем безразмерные величины, приняв

$$G = G_0 G^*, \qquad x = lz, \qquad t = t_0 t^*, \qquad p = p_н p^*, \tag{7}$$

где G_0, l, t, $p_н$ — соответственно характерные расход, длина, время и давление. За характерные параметры приняты: расход газа G_0 при $t<0$, длина газопровода l, давление газа $p_н$ при ($x=0$) стационарном изотермическом режиме работы. Для характерного времени из уравнения (3) получим

$$t_0 = \frac{\lambda u_{ср} l^2}{RT_0 D}. \tag{8}$$

После перехода к безразмерным величинам уравнения (3) и (4) соответственно принимают вид

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(e^{-bz}\frac{\partial G}{\partial z}\right), \tag{9}$$

$$p(z,\ t) = p_0(z) - Ae^{-bz}\int\limits_0^t \frac{\partial G}{\partial z}\,dt, \tag{10}$$

где

$$b = b_1 l, \qquad A = \frac{\lambda u_{ср} l G_0}{sp_н D}, \qquad p_0(z) = \sqrt{c + ae^{-bz}},$$

$$a = \frac{1-k^2}{1-e^{-b}}, \qquad c = \frac{k^2 - e^{-b}}{1-e^{-b}}, \qquad k = \frac{p_k}{p_н} < 1,$$

а краевые условия (6) записываются в виде

$$G|_{t=0} = 1, \qquad G|_{z=0} = 0, \qquad G|_{z=1} = 0. \tag{11}$$

Здесь и в дальнейшем для простоты звездочки опущены.

Выражения (9) и (11) в силу подстановки

$$G = yQ, \qquad y = \frac{2}{b}\exp(bz/2) \tag{12}$$

соответственно принимают вид

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} + \frac{1}{y}\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{Q}{y^2} = \frac{\partial Q}{\partial t}, \tag{13}$$

$$Q|_{t=0}=\frac{1}{y},\quad Q|_{y=y_1}=0,\quad Q|_{y=y_2}=0,\quad y_1=\frac{2}{b},\quad y_2=\frac{2}{b}e^{b/2}. \quad (14)$$

Решая уравнение (13) при краевых условиях (14) методом разделения переменных, получаем

$$Q=\frac{1}{y_1y_2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_1(\mu_n y_2)[y_2J_1(\mu_n y_2)-y_1J_1(\mu_n y_1)]}{[J_1^2(y_1\mu_n)-J_1^2(y_2\mu_n)]}\times$$

$$\times[J_1(\mu_n y_1)Y_1(\mu_n y)-Y_1(\mu_n y_1)J_1(\mu_n y)]e^{-\mu_n^2 t}, \quad (15)$$

где μ_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots)$ — корень уравнения

$$J_1(\mu_n y_1)Y_1(\mu_n y_2)-Y_1(\mu_n y_1)J_1(\mu_n y_2)=0,$$

$J_1(\zeta)$, $Y_1(\zeta)$ $(\zeta=\mu_n y_1,\ \mu_n y_2,\ \mu_n y)$ — функции Бесселя первого порядка первого и второго родов.

Из (15) с учетом (12) для определения расхода газа получим

$$G(z,\ t)=e^{b(z-1)/2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_1(\gamma_n e^{b/2})[e^{b/2}J_1(\gamma_n e^{b/2})-J_1(\gamma_n)]}{[J_1^2(\gamma_n)-J_1^2(\gamma_n e^{b/2})]}\times$$

$$\times[J_1(\gamma_n)Y_1(\gamma_n e^{bz/2})-Y_1(\gamma_n)J_1(\gamma_n e^{bz/2})]e^{-\gamma_n^2 b^2 t/4}, \quad (16)$$

где $\gamma_n=y_1\mu_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots)$ — корни трансцендентного уравнения

$$J_1(\gamma_n)Y_1(\gamma_n e^{b/2})-Y_1(\gamma_n)J_1(\gamma_n e^{b/2})=0,$$

γ_n $(n=1,2,\ldots)$ по порядку абсолютных величин даются формулой (5)

$$\gamma_n=\delta+\frac{\Delta}{\delta}-\frac{q-\Delta^2}{\delta^3}+\cdots,\qquad \delta=\frac{n\pi}{r-1},\qquad \Delta=\frac{3}{8r},$$

$$q=\frac{12(r^3+r+1)}{128r^3},\qquad r=e^{b/2}.$$

На основе (10) и в силу (16) для определения давления имеем:

$$p(z,\ t)=p_0(z)-\frac{2A}{e^{b/2}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_1(\gamma_n e^{b/2})[e^{b/2}J_1(\gamma_n e^{b/2})-J_1(\gamma_n)]}{\gamma_n[J_1^2(\gamma_n)-J_1^2(\gamma_n e^{b/2})]}\times$$

$$\times[J_1(\gamma_n)Y_0(\gamma_n e^{bz/2})-Y_1(\gamma_n)J_0(\gamma_n e^{bz/2})](1-e^{-\gamma_n^2 b^2 t/4}), \quad (17)$$

где $J_0(\zeta)$, $Y_0(\zeta)$ $(\zeta=\gamma_n e^{bz/2},\ 0\leqslant z\leqslant 1)$ — функция Бесселя нулевого порядка первого и второго родов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чарный И. А.* Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах.— М.: Гостехиздат, 1951.—223 с.
2. Неизотермическое течение газа в трубах / Под ред. О. Ф. Васильева. — Новосибирск: Наука, 1978.—128 с.
3. *Чарный И. А.* Основы газовой динамики. — М.: Гостехиздат, 1961. — 200 с.
4. *Цатурян С. И., Маркелов С. С.* К задаче о нестационарных движениях газа в магистральных газопроводах // Изв. вузов. Нефть и газ.—1972.—№ 10. — С. 77—82.
5. *Грей Э., Метьюз Г. Е.* Функции Бесселя и их приложение к физике и механике. — М.: ИЛ, 1953.—371 с.

Тульский политех. ин-т 29. III. 1991

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 2—3, 1993, с. 86—88.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 535.211

С. М. АВАНЕСЯН, Л. С. АСЛАНЯН

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СТЕКЛАХ МЕТОДОМ ЛАЗЕРНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

Работа посвящена экспериментальному исследованию лазерной генерации акустических импульсов в металлических стеклах. Измерена скорость распространения акустических импульсов.

Ил. 3. Библиогр.: 2 назв.

Աշխատանքը նվիրված է մետաղական ապակիներում լազերային ճառագայթման օգնությամբ ձայնային ազդակների գրգռման հետազոտությանը։ Չափված է ձայնային ազդակների տարածման արագությունը։

Металлические стекла обладают рядом свойств: высокая магнитная проницаемость, механическая вязкость, высокий предел текучести и независящая от температуры электропроводность [1], благодаря которым они могут найти широкое техническое применение.

В данной работе приводятся результаты лазерного возбуждения акустических импульсов в металлическом стекле $FeCr_{4,3}B_{16,7}$. При применении оптико-акустической спектроскопии для исследования металлических стекол возникает ряд трудностей. В частности, из-за специфики технологии изготовления получаются образцы металлического стекла в виде тонких пленок толщиной 100 *мкм*, т. е. практически исключается возможность исследования образцов в объеме. В этом случае при соблюдении некоторых экспериментальных условий существенным становится волноводный характер распространения акустических волн. Некоторые теоретические аспекты этого вопроса были рассмотрены в [2].

В эксперименте использованы образцы металлического стекла, изготовленные методом быстрой закалки из расплава (образцы получены в Будапештском университете им. Л. Этвеша). Они представляют собой тонкие ленты толщиной 100 *мкм*, шириной 15 *мм* и длиной до 70 мм. В качестве источника возбуждения использовался лазер на алюмоиттриевом гранате с пассивной модуляцией добротности на кристалле LiF, с центрами окраски. Длина волны излучения 1,064 *мкм*, длительность лазерного импульса ~20 *нс*, энергия в импульсе ~20 *Мдж*. Геометрия эксперимента представлена на рис. 1. Излучение направлялось на цилиндрическую линзу, дающую почти равномерное

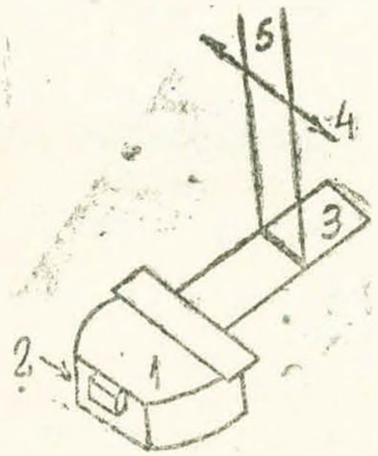

Рис. 1. Геометрия эксперимента: *1* — алюминиевая болванка, *2* — пьезодатчик, *3* — образец, *4* — цилиндрическая линза, *5* — световой пучок

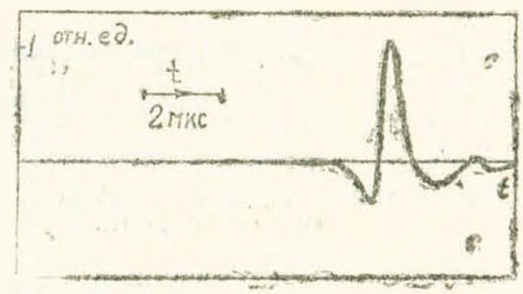

Рис. 2. Характерная осциллограмма акустического импульса

распределение излучения на плоскости образца. При поглощении оптического излучения за счет теплового механизма в образце возбуждались акустические импульсы, которые регистрировались пьезодат-

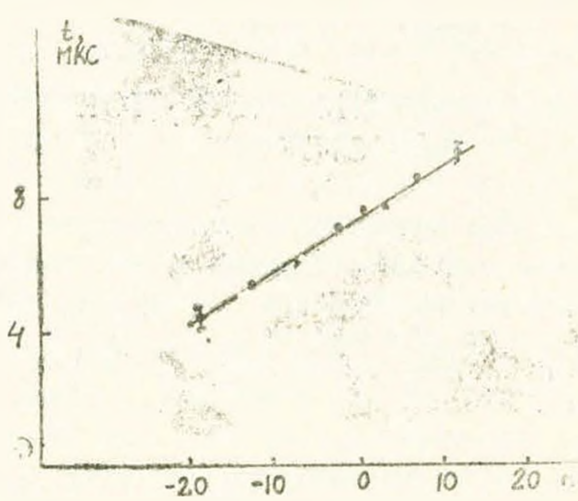

Рис. 3. Зависимость времени задержки акустического импульса от перемещения образца

чиком из ниобата лития, приклеенным к торцу алюминиевой болванки салолом. Пьезодатчик имел резонансную частоту 40 *МГц* и регистрировал вертикальную составляющую колебательной скорости в акустической волне. Образцы металлического стекла прикреплялись к алюминиевой болванке через специальный зажим, обеспечивающий хороший акустический контакт. Сигнал с пьезодатчика через эмиттерный повторитель и усилитель УЗ—33 с полосой пропускания 150 *МГц* подавался на осциллограф С8—14. На рис. 2 представлена осциллограмма профиля акустической волны. Ширина лазерного пучка на поверхности образца составила $l=0{,}8$ *мм*, что удовлетворяло условию $l \gg d$ ($d=100$ *мкм* — толщина образца).

Меняя расстояние от области генерации до пьезодатчика и определяя соответствующие изменения времени прихода акустических волн, можно вычислить скорость их распространения C. Для скорости C получено значение $6{,}6.10^5$ *м/с* (рис. 3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Металлические стекла / Под ред. Г. Гюнтеродта и Г. Бека. — М.: Мир, 1983.— 376 с:
2. *Лямшев Л. М., Челноков Б. И.* К теории генерации звука при поглощении проникающего излучения с модулированной интенсивностью в твердом волноводе // Акустический журнал. — 1983.—Т. 29, № 4.—С. 420—425.

ИРФЭ НАН Армении, ЕГУ

28. VIII. 1992

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 2—3, 1993, с. 88—91.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.3.038.6.621.384

Г. А. МАКАРЯН, Г. Г. КИРАКОСЯН

ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ РАДИАЦИОННОЙ СТОЙКОСТИ СИЛОВЫХ ТРАНЗИСТОРОВ

Описывается конструктивный метод повышения радиационной стойкости силовых транзисторов, т. е. четыре соединенные друг с другом одинаковые транзисторные структуры устанавливаются на гранях трехгранной пирамиды. При определенных значениях двугранных углов пирамиды всегда три ТС из четырех будут находиться в более оптимальных условиях относительно воздействия любого вида радиации.

Ил. 2.

Նկարագրված է ուժային տրանզիստորի ճառագայթային կայունության բարձրացման կառուցվածքային մեթոդ, երբ իրար միացած նույն տրանզիստորային կառուցվածքները տեղադրված են եռանիստ բուրգի նիստերի վրա։ Բուրգի եռանիստ անկյունների որոշակի արժեքների դեպքում միշտ չորս տրանզիստորային կառուցվածքներից երեքը ցանկացած տիպի ճառագայթային ազդեցության դեպքում կգտնվեն լավագույն պայմաններում։

В процессе радиационного облучения свойства полупроводниковых материалов и изготовленных на их основе силовых полупроводниковых приборов, особенно транзисторов, сильно изменяются вследствие возникновения различного рода радиационных дефектов. Эти нарушения обуславливают устойчивые изменения характеристик силовых транзисторов. Наиболее существенно меняются концентрация и время жизни носителей заряда, что приводит к изменению коэффициента усиления по току $h_{21э}$, напряжения насыщения «коллектор-эмиттер» $U_{кэнас}$, значительно меняются также обратные токи.

В данной работе изучались пути повышения радиационной стойкости силовых транзисторов, выпускаемых на НПП «Транзистор». Из существующих двух методов (технологический и конструктивный) рассматривались конструктивные методы повышения радиационной стойкости силовых транзисторов.

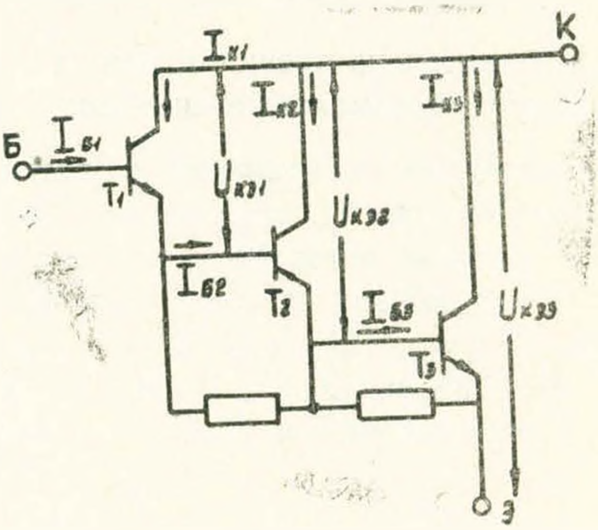

Рис. 1. **а) Трехгранная пирамида с установленными на гранях квадратными ТС; б) квадратная ТС с толщиной** Z **и стороной** X

Предлагается принципиально новый вариант конструкции составного силового транзистора, отличающийся потенциально повышенной радиационной стойкостью в отличие от выпускаемой серии составных транзисторов 2ТКД165. В предлагаемом составном транзисторе четыре одинаковые транзисторные структуры (ТС) устанавливаются на гранях трехгранной пирамиды (рис. 1а) и соединены друг с другом параллельно или по схеме с многокаскадным усилением, причем каскады могут содержать две или три параллельно включенные ТС. При воздействии радиации, например, по направлению стрелки (рис. 1а), перпендикулярно к одной из граней пирамиды, ТС1 подвергается облучению по всей лицевой поверхности, вследствие чего функциональные области этого транзистора быстро разрушаются. В то же время транзисторные структуры 2, 3 и 4 подвергаются облучению частично, по лицевой и боковой поверхности, и полученная ими доза радиации, относительно полученной дозы ТС1 будет достаточно маленькая. Ниже приведены оценки влияния радиации на каждую из ТС, расположенных в разных плоскостях пирамиды. Для упрощения расчетов предположим, что основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, т. е. OA=AB. Для данного направления $\hat{n}$ (единичный вектор) потока облучения (радиации), перпендикулярного грани ABC, проекции потока $\Phi\hat{n}$ на остальных гранях примут вид

$$(\Phi\hat{n})_{\text{пр OAC}} = \Phi \sin\gamma, \quad (\Phi\hat{n})_{\text{пр. OBC}} = \Phi \sin\beta, \quad (\Phi\hat{n})_{\text{пр. OBA}} = \Phi \sin\alpha \qquad (1)$$

где α, β γ—двугранные углы при ребрах AB, BC и AC соответственно. Согласно условию задачи, необходимо найти такие углы α_0, β_0, γ_0, при которых реализуется максимальное значение проекции (1). Исходя из условия экстремума, а также выражений (1), получаем

$$\cos\alpha_0 = 0, \qquad \cos\beta_0 = 0, \qquad \cos\gamma_0 = 0. \qquad (2)$$

Так как производные второго порядка выражений (1) отрицательные для углов α_0, β_0, γ_0, действительно проекции потока облучения $\Phi\hat{n}$ на гранях пирамиды примут максимальные значения. Заметим, что максимальные значения проекции направления $\hat{n}$ потока облучения на гранях пирамиды означают, что ТС подвергаются воздействию радиации только по своим боковым поверхностям, и полученная ими доза будет минимальная по отношению к дозе облучения ТС1 и определяется отношением Z/X (рис. 1б), где Z — толщина ТС, а X — сторона квадратной ТС. Так как $Z/X \ll 1$ для ТС, изготовленных по планарной технологии, доза облучения ТС 2, 3 и 4 будет намного меньше дозы облучения ТС1.

Теперь предположим, что направление $\hat{n}$ потока облучения перпендикулярно грани OBC. Условие экстремума принимает вид

$$\cos\beta_1 = 0, \qquad \cos\delta_1 = 0, \qquad (3)$$

где δ — двугранный угол при ребре OB. Для углов β_1, δ_1 значения проекции направления $\hat{n}$ потока излучения $\Phi\hat{n}$ на грани пирамиды принимают максимальные значения.

Аналогичным способом для направления $\hat{n}$ потока облучения перпендикулярно грани OBA получаем условие экстремума

$$\cos\alpha_2 = 0, \qquad \cos\delta_2 = 0. \qquad (4)$$

С другой стороны, боковые двугранные углы β и γ должны удовлетворять условию

$$2\beta + \gamma \leq \pi. \qquad (5)$$

Таким образом, с учетом условий экстремума (2)—(4) и условия (5) получаем следующие оптимальные значения для двугранных углов пирамиды:

$$\gamma_0' = \beta_0' \leq \pi/3, \qquad \alpha_0' = \delta_0' = \pi/3. \qquad (6)$$

Для этих углов проекции направления $\hat{n}$ потока облучения на грани пирамиды принимат максимально возможные значения порядка 0,9.

Таким образом, расчеты подтверждают, что в составном силовом транзисторе, состоящем из четырех ТС, при воздействии любого вида радиации (γ—кванты, электроны, быстрые нейтроны) и произвольном направлении всегда три ТС из четырех находятся в более облегченных условиях. Это позволяет в конечном итоге получить транзистор с повышенной радиационной стойкостью относительно составного транзистора, где все ТС находятся на одной плоскости. При необходимости получения относительно больших коэффициентов усилений по току транзистора в целом, данную конструкцию успешно можно использовать для подключения отдельных ТС по схеме с многокаскадным усилением.

НПП «Транзистор» 10. V. 1993

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ