

Журнал издается с 5.01.1948 г.

Выходит 6 раз в год

Կ Ր Ա Յ Դ Ր Ա Վ Ա Ն Կ Ա Ն Ե Ր Վ

Ռ. Մ. Խաթախչյան (գլխավորեցանք խմբակը), Վ. Վ. Շիրինյան,
Ռ. Վ. Արսյան, Ռ. Ա. Ղազարյան, Ս. Մ. Ղազարյան, Մ. Վ. Կասյան,
Ա. Լ. Սահակյան, Յու. Լ. Սարգսյան, Մ. Գ. Սահակյան (պատ. խմբ. տեղ.),
Ջ. Կ. Սահակյան (պատասխանատու քարտեզ), Վ. Ս. Խաչատրյան:

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Դ. Մ. Մարտirosյան (ответственный редактор), Н. В. Алексеева,
Р. В. Атоян, Р. А. Казарян, Г. М. Казарян, М. В. Касьян,
А. О. Савкин, Ю. Э. Саркисян, М. Г. Степанян (зам. ответ редактора),
З. К. Степанян (ответственный секретарь), В. С. Хачатрян

УДК 621.01

Р. П. ДЖАВАХЯН, З. А. АКОПДЖАНЫН, К. В. ГАСПАРЯН

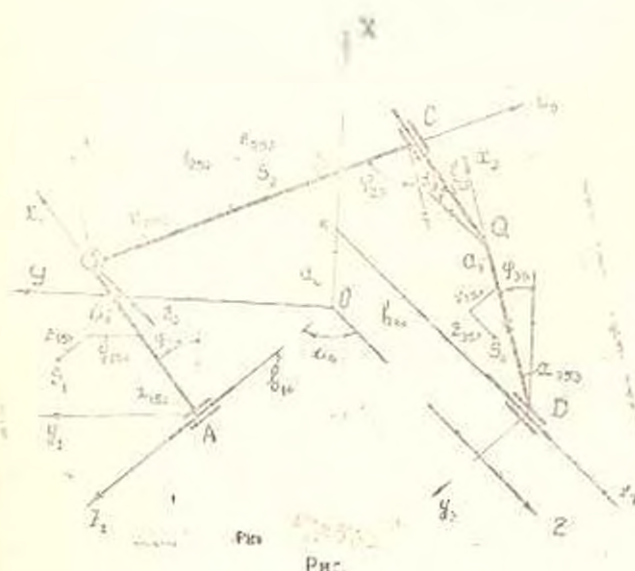
УНИФИЦИРОВАННЫЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ИНЕРЦИОННЫХ НАГРУЗОК ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКОВ

Предлагается унифицированный подход к определению инерционных нагрузок пространственных стержневых систем, моделируемых кинематической цепью ЦСПЦ, заключающийся в том, что главный вектор и главный момент сил инерции элементов указанных четырехзвенников определяются по формулам для обобщающей цепи СЦЦ подстановкой условий перелома от этой цепи к рассматриваемому четырехзвеннику.

Ил. 1, Табл. 3 Библиогр. 2 назв

Առաջարկվում է համակողմանի մտանցում ԳԾԿ՝ վիճակագրի շղթայի մոդելավորող ժառանգան շառուղիների օգնության խնդիրներին լուծված թյուներին որոշման համար, որն իմաստը կախանում է որոշման, որ այդ փառոգակների շղթայի խնդիրներն ուժերի զրոյացող վիճակում և արևմտյան մասերում և ԳԾԿ՝ վիճակագրի շղթայի մոդելների (խնդիրներն ուժերի զրոյացող վիճակում) և զրոյացող մոդելների թույլ անհատական լուծված պայմաններ

Ввиду сложности математического описания движений звеньев пространственных механизмов особое значение приобретает разработка унифицированных подходов их кинематического и силового исследования. Одним из основных направлений унификации методов анализа пространственных четырехзвенных механизмов является установление математической модели механизма на базе выражений взаимосвязи параметров обобщенной моделирующей кинематической цепи [1].



Представим методику определения инерционных нагрузок прост-
ранственных четырехзвенников, моделируемых кинематической цепью
ЦСЦЦ (Ц—цилиндрическая, С—сферическая пары), представленной
на рисунке. Оси выбранных правых систем координат расположены
следующим образом: ось OX неподвижной системы координат $OXYZ$
направлена вдоль стойки OK , а ось OZ параллельна оси KD враще-
ния выходного звена, ось Bx_2 подвижной системы координат $Bx_2y_2z_2$
шатуна направлена вдоль его оси, а ось Bz_2 —параллельна оси CQ ци-
линдрической пары шатуна. Ось Ax_1 подвижной системы координат
 $Ax_1y_1z_1$ входного звена направлена вдоль линии AB , а ось Az_1 сов-
падает с осью его вращения. Ось Dx_3 подвижной системы координат
 $Dx_3y_3z_3$ выходного звена совпадает с линией DQ , а ось Dz_3 —с осью
вращения выходного звена. Формулы для определения направляю-
щих косинусов подвижных координатных систем $Ax_1y_1z_1$ входного
звена, $Bx_2y_2z_2$ шатуна и $Dx_3y_3z_3$ выходного звена относительно непод-
вижной $OXYZ$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения направляющих косинусов системы $Ax_1y_1z_1$

$$\begin{aligned}\cos(X; x_1) &= \cos \varphi_{11}, \quad \cos(X; y_1) = -\sin \varphi_{11}, \quad \cos(X; z_1) = 0, \\ \cos(Y; x_1) &= \cos \alpha_1 \sin \varphi_{11}, \quad \cos(Y; y_1) = \cos \alpha_1 \sin \varphi_{11}, \quad \cos(Y; z_1) = \sin \alpha_1, \\ \cos(Z; x_1) &= -\sin \alpha_1 \sin \varphi_{11}, \quad \cos(Z; y_1) = -\sin \alpha_1 \cos \varphi_{11}, \quad \cos(Z; z_1) = \cos \alpha_1.\end{aligned}$$

Значения направляющих косинусов системы $Bx_2y_2z_2$

$$\begin{aligned}\cos(X; x_2) &= \cos \varphi_{21}, \quad \cos(X; y_2) = -\sin \varphi_{21}, \quad \cos(X; z_2) = 0, \\ \cos(Y; x_2) &= \sin \varphi_{21}, \quad \cos(Y; y_2) = \cos \varphi_{21}, \quad \cos(Y; z_2) = 0, \\ \cos(Z; x_2) &= 0, \quad \cos(Z; y_2) = 0, \quad \cos(Z; z_2) = 1.\end{aligned}$$

Значения направляющих косинусов системы $Bx_2y_2z_2$

$$\begin{aligned}\cos(X; x_2) &= (X_A - X_B)a_2, \quad \cos(Y; x_2) = (Y_C - Y_B)a_2, \\ \cos(Z; x_2) &= (Z_C - Z_B)a_2, \quad \cos(X; z_2) = (X_Q - X_C)b_2, \\ \cos(Y; z_2) &= (Y_Q - Y_C)b_2, \quad \cos(Z; z_2) = (Z_Q - Z_C)b_2, \\ \cos(X; y_2) &= \cos(Y; z_2) \cos(Z; x_2) - \cos(Z; z_2) \cos(Y; x_2), \\ \cos(Y; y_2) &= \cos(Y; x_2) \cos(Z; z_2) - \cos(X; z_2) \cos(Z; x_2), \\ \cos(Z; y_2) &= \cos(Z; x_2) \cos(Y; z_2) - \cos(Y; x_2) \cos(X; z_2).\end{aligned}$$

где $X_B = a_1 \cos \varphi_{11}$, $Y_B = b_{11} \sin \alpha_1 + a_1 \cos \alpha_1 \sin \varphi_{11}$, $Z_B = b_{11} \cos \alpha_1 - a_1 \sin \alpha_1 \sin \varphi_{11}$,
 $X_Q = a_1 - a_2 \cos \varphi_{21}$, $Y_Q = a_2 \sin \varphi_{21}$, $Z_Q = b_{21}$, $X_C = a_1 + a_2 \cos \varphi_{21} +$
 $+ b_{22} \sin \alpha_2 \sin \varphi_{21}$, $Y_C = a_1 \sin \alpha_2 + b_{22} \sin \alpha_2 \cos \varphi_{21}$, $Z_C = b_{21} - b_{22} \cos \alpha_2$,
 $b_{22} = P_2 \cos \alpha_2 - (P_2 \sin \alpha_2 + P_3 \cos \alpha_2) \sin \alpha_3$, $P_1 = a_1 - a_1 \cos \varphi_{11}$,
 $P_2 = b_{11} \sin \alpha_1 + a_1 \cos \alpha_1 \sin \varphi_{11}$, $P_3 = b_{11} \cos \alpha_1 + a_1 \sin \alpha_1 \sin \varphi_{11}$.

Силы инерции каждого из звеньев цепи в общем случае приводятся к главному вектору и главному моменту, проекции которых на оси жестко связанной со звеном подвижной системы координат определяются по формулам

$$F_{ax} = -m\ddot{X}_x, \quad F_{ay} = -m\ddot{Y}_x, \quad F_{az} = -m\ddot{Z}_x, \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{ax} &= -I_x \omega_x - (I_x - I_y) \omega_y \omega_z, \\ M_{ay} &= -I_y \omega_y - (I_y - I_x) \omega_x \omega_z, \\ M_{az} &= -I_z \omega_z - (I_z - I_x) \omega_x \omega_y, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\ddot{X}_x$, $\ddot{Y}_x$, $\ddot{Z}_x$ — проекции ускорения центра масс звена на оси связанной с ним подвижной системы координат; ω_x , ω_y , ω_z , $\dot{\omega}_x$, $\dot{\omega}_y$, $\dot{\omega}_z$ — проекции абсолютной угловой скорости и ускорения звена на те же оси; I_x , I_y , I_z — главные центральные моменты инерции звена относительно осей подвижной системы координат, являющихся главными центральными осями инерции.

При использовании выражений (1) и (2) для входного и выходного звеньев следует учитывать, что $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$, $\dot{\omega}_x = \dot{\omega}_y = \dot{\omega}_z = 0$.

Взаимосвязь между постоянными (a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , z_1 , z_2 , z_3 и переменными (φ_{14} , φ_{23} , φ_{34} , b_{11} , b_{12} , b_{23}) параметрами кинематической цепи ЦСЦ, а также функции положения всех четырехзвенников, моделируемых ею, приведены в [1]. Проекция ускорений центров масс звеньев определяются двукратным дифференцированием по времени соответствующих координат, а положение, угловая скорость и ускорение шатуна определяются с помощью углов Эйлера, формулы для определения которых приведены в табл. 2.

Таблица 2

Углы Эйлера	Формулы для определения эйлеровых углов
Угол прецессии	$\cos \psi = -B / \sqrt{A^2 + B^2}$ $\cos \psi = A / \sqrt{A^2 + B^2}$
Угол нутации	$\cos \theta = \gamma_{23}$ $\sin \theta = 1 / \sqrt{\gamma_{21}^2 + \gamma_{23}^2}$
Угол чистого вращения	$\cos \Phi = (A^2 \gamma_{21} - B \gamma_{23}) / \sqrt{A^2 + B^2}$ $\sin \Phi = 1 / ((A^2 + B^2) \gamma_{23}^2 + (B \gamma_{21} - A \gamma_{23})^2) (A^2 + B^2)$

$$A = (Y_C - Y_B)(Z_Q - Z_R) - (Z_C - Z_R)(Y_Q - Y_B), \quad B = (Z_C - Z_R)(X_Q - Y_B) - (X_C - X_B)(Z_Q - Z_R), \quad C = (X_C - X_B)(Y_Q - Y_B) - (Y_C - Y_B)(X_Q - X_B).$$

$$\gamma_{21} = \cos(X; x_2), \quad \gamma_{22} = \cos(Y; x_1), \quad \gamma_{23} = \cos(Z; x_2), \quad \gamma_{24} = \cos(X; z_2),$$

$$\gamma_{25} = \cos(Y; z_2), \quad \gamma_{26} = \cos(Z; z_2).$$

Воспользуясь выражениями для определения инерционных нагрузок звеньев цепи ЦСЦ, можно определить инерционную нагрузку всех моделируемых ею четырехзвенников (табл. 3), образованных заменой одной или двух цилиндрических пар цепи вращательной или поступательной парами.

Таблица 3

Четырехзвенники, моделируемые кинематической цепью ЦСЦ

N	Наименование	K	Переменные параметры		N	Наименование	W	Переменные параметры	
			вход	выход				вход	выход
1	ЦСПЦ	3	φ_{11}, b_{11}	φ_{21}, b_{21}	11	П ЦВ	1	b_{11}	φ_{21}
2	ПСЦЦ	2	b_{11}	φ_{21}, b_{21}	12	В ЦПЦ	1	φ_{11}	b_{21}
3	ВСЦЦ	2	φ_{11}	φ_{21}, b_{21}	13	В ПЦ	1	φ_{11}	φ_{21}
4	ЦСПЦ	2	b_{11}	φ_{21}, b_{21}	14	ВСЦВ	1	φ_{11}	φ_{21}
5	ЦСПЦ	2	φ_{11}, b_{11}	φ_{21} или b_{21}	15	ВСВЦ	1	φ_{11}	φ_{21}
6	ПСВЦ	2	φ_{11}	φ_{21}, b_{21}	16	ЦСПЦ	1	φ_{11}	b_{21}
7	ЦСПЦ	2	φ_{11}, b_{11}	φ_{21} или b_{21}	17	ЦСВВ	1	φ_{11}	φ_{21}
8	ПСЦВ	1	b_{11}	b_{21}	18	ЦСВЦ	1	φ_{11}	b_{21}
9	ПСВЦ	1	b_{11}	φ_{21}	19	ЦСПВ	1	φ_{11}	φ_{21}
10	ПСВЦ	1	b_{11}	b_{21}					

Представленный выше подход позволяет решить задачу о положениях, скоростях и ускорениях для всех четырехзвенников, моделируемых кинематической цепью ЦСЦ, что позволяет при известных массо-геометрических параметрах звеньев четырехзвенников достаточно просто определить действующие на них главные векторы и главные моменты сил инерции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саркисян Ю. А. и др. Обобщенный подход к кинематическому исследованию пространственных четырехзвенников рычажных механизмов // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН.—1986.—Т. XXXIX, № 2.—С. 3—9.
2. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин.—М.: Наука, 1979.—576 с.

Ерш

3. XI 1991

УДК 621.01

К. Г. СТЕПАНЯН, Г. С. АЙРАПЕТЯН, К. С. АРЗУМАНЯН

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПЛОСКИХ МАНИПУЛЯТОРОВ С ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ТОПОЛОГИЕЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ

В представляемой работе разработан метод решения задачи оптимального управления по быстродействию для плоских манипуляторов с параллельной топологией, где требуется определить управляющие силы так, чтобы объект перешел из начального состояния в конечное за кратчайшее время. Для упрощения решения задачи объект вместе с платформой выделяется из состава манипулятора и для них рассматривается аналогичная задача по быстродействию, откуда определяются законы движения объектов. Далее, путем решения задачи динамики оставшихся цепей определяются управляющие силы.

Ил. 3. Библиогр.: 1 назв.

Մշակված է զուգահեռ տողային հարթ մանիպուլյատորների բազմաշաղկապման համակարգի կառավարման խնդրի լուծման մեթոդ, որտեղ պահանջվում է որոշել ալիպիսի համակարգի ուժեր, որոնք կարճագույն ժամանակամիջոցում ապահովեն տեղաշարժվող օբյեկտի տեղափոխությունը սկզբնական դիմացից վերջնականը, ենդրի լուծումը պարզեցնելու համար օբյեկտը հենահարթակի հետ միասին առանձնացվում է մանիպուլյատորի կազմից և երեք համար դիտարկվում է բազմաշաղկապման համակարգի խնդիր, որտեղից որոշվում են օբյեկտի շարժման «րենքները» Այնուհետև մնացած շղթաների դինամիկայի խնդրի լուծումը որոշվում են կառավարման ուժերը:

1. **Постановка задачи.** В работе рассмотрен вопрос управления перемещениями объекта «Е», жестко связанного с платформой $C_1C_2C_3$ плоского манипулятора с параллельной топологией (рис. 1).

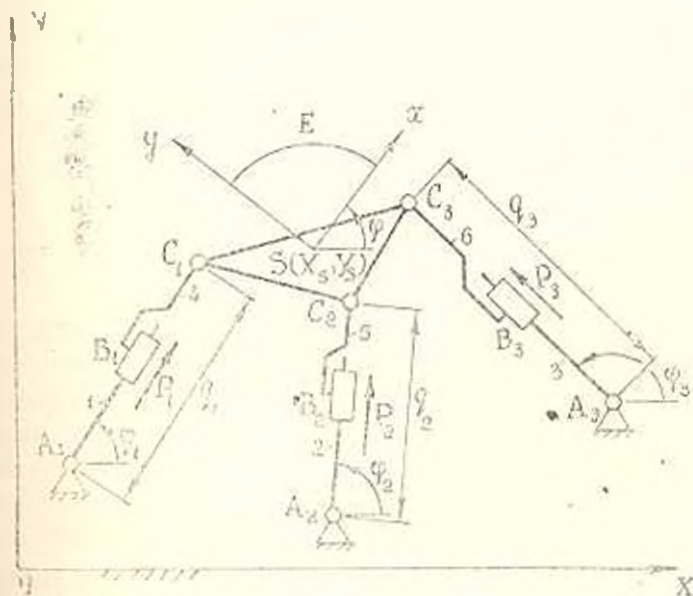


Рис. 1.

Для математического описания решаемой задачи с объектом «Е» жестко свяжем подвижную систему координат Sxy , начало S которой совпадает с общим центром масс объекта с платформой. В этом случае состояние объекта в любой момент времени определяется шестью величинами

$$X_s(t), Y_s(t), \varphi(t), X_s(t), Y_s(t), \dot{\varphi}(t),$$

где $X_s(t)$, $Y_s(t)$ и $X_s(t)$, $Y_s(t)$ — соответственно координаты и проекции вектора скорости точки S в инерционной системе отсчета OXY , а $\varphi(t)$ и $\dot{\varphi}(t)$ — соответственно угол, образованный положительными направлениями осей Sx и Ox , и угловая скорость объекта «Е».

Предположим, что заданы начальные

$$\begin{aligned} X_{s1} &= X_s(t_1), & Y_{s1} &= Y_s(t_1), & \varphi_1 &= \varphi(t_1), \\ \dot{X}_{s1} &= \dot{X}_s(t_1), & \dot{Y}_{s1} &= \dot{Y}_s(t_1), & \dot{\varphi}_1 &= \dot{\varphi}(t_1) \end{aligned} \quad (1)$$

и конечные

$$\begin{aligned} X_{s2} &= X_s(t_2), & Y_{s2} &= Y_s(t_2), & \varphi_2 &= \varphi(t_2), \\ \dot{X}_{s2} &= \dot{X}_s(t_2), & \dot{Y}_{s2} &= \dot{Y}_s(t_2), & \dot{\varphi}_2 &= \dot{\varphi}(t_2) \end{aligned} \quad (2)$$

состояние объекта «Е». Тогда задача оптимального управления по быстродействию формулируется следующим образом: определить законы изменения управляющих (движущих) сил P_j ($j=1, 2, 3$), действующих в поступательных парах B_j так, чтобы они обеспечили переход объекта «Е» из начального состояния (1) в конечное (2) за кратчайшее время $t_{\min} = t_2 - t_1$.

В технических задачах управляющие силы P_j и обобщенные скорости $\dot{q}_j$ манипулятора не могут принимать произвольные значения и подчинены некоторым ограничениям

$$|P_j| \leq |P_{j\max}|, \quad |\dot{q}_j| \leq \dot{q}_{j\max}. \quad (3)$$

Поэтому поставленную задачу необходимо решать при ограничениях (3).

2. *Решение задачи оптимального управления.* Прежде чем привести алгоритм решения поставленной задачи, составим дифференциальные уравнения движения рассматриваемого манипулятора. Нарушая общности рассуждений, предположим, что его звенья движутся в горизонтальной плоскости. Расчленим кинематические пары C_1 , C_2 и C_3 . В результате образуются три двухподвижные цепи $A_j B_j C_j$ ($j=1, 2, 3$) и с обобщенное твердое тело в виде платформы $C_1 C_2 C_3$ вместе с объектом «Е» (рис. 2). В расчлененных парах C_j приложим реакции $R_{C_1 X}$, $R_{C_1 Y}$ удаленных связей. Главный вектор и

главный момент этих реакций, приведенных к центру масс S , обозначим через $\bar{R}$ (R_x, R_y) и M , где

$$R_x(t) = \sum_{j=1}^3 R_{Cjx}, \quad R_y(t) = \sum_{j=1}^3 R_{Cjy}, \quad (4)$$

$$M(t) = \sum_{j=1}^3 [-(x_{Cj} \sin \varphi + y_{Cj} \cos \varphi) R_{Cjx} - (x_{Cj} \cos \varphi - y_{Cj} \sin \varphi) R_{Cjy}],$$

а x_{Cj} и y_{Cj} являются координатами точек C_j в подвижной системе координат Sxy . Далее составляем дифференциальные уравнения формы с объектом и двухчленными цепей, которые могут быть представлены в виде

$$m\ddot{X}_s = R_x(t), \quad m\ddot{Y}_s = R_y(t), \quad I\ddot{\varphi} = M(t), \quad (5)$$

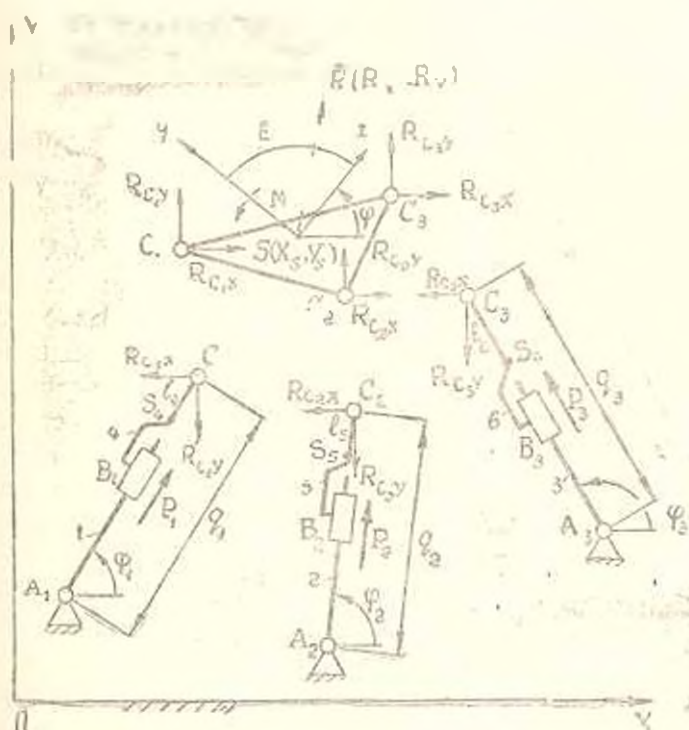


Рис. 3.

$$\begin{aligned} f_{X_1}^{(1)} R_{Cjx} - f_{Y_1}^{(1)} R_{Cjy} - f_{P_1}^{(1)} P_j + f_j^{(1)} &= 0, \\ f_{X_1}^{(2)} R_{Cjx} + f_{Y_1}^{(2)} R_{Cjy} - f_{P_1}^{(2)} P_j + f_j^{(2)} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} f_{X_1}^{(1)} &= -\cos \varphi_j, & f_{Y_1}^{(1)} &= -\sin \varphi_j, & f_{P_1}^{(1)} &= 1, \\ f_j^{(1)} &= -(l_{(j+3)} - q_j) m_{(j-3)} \varphi_j^2 - m_{(j+3)} q_j, & f_{X_1}^{(2)} &= q \sin \varphi_j, \\ f_{Y_1}^{(2)} &= -q_j \cos \varphi_j, & f_{P_1}^{(2)} &= 0, \end{aligned}$$

$$J\ddot{\varphi} = -(l_{1j+1} - q_j)^2 m_{1 \dots j} \ddot{\varphi}_j + 2(l_{1j+1} - q_j) m_{1 \dots j} \dot{q}_j \dot{\varphi}_j - \\ - I_{2(j-1)} \ddot{\varphi}_{j-1} + I_{1j} \ddot{\varphi}_j,$$

$m, m_{1 \dots j}, I_1, I_{2 \dots j}, I_{1j}$ — массы и соответствующие моменты инерции звеньев манипулятора.

Уравнения, восстанавливающие удаленные связи, представим в виде

$$X_{cj} - X_{c,j} = 0, \quad Y_{cj} - Y_{c,j} = 0, \quad X_{cj} - X_{c,j} = 0, \quad Y_{cj} - Y_{c,j} = 0, \\ X_{c,j} - X_{c,j} = 0, \quad Y_{c,j} - Y_{c,j} = 0, \quad (7)$$

где

$$X_{cj} = q_j \cos \varphi_j - X_{Aj}, \quad Y_{cj} = q_j \sin \varphi_j + Y_{Aj}, \\ X_{c,j} = X_s + x_{cj} \cos \varphi - y_{cj} \sin \varphi, \quad Y_{c,j} = Y_s - x_{cj} \sin \varphi + y_{cj} \cos \varphi.$$

Объединив (5) — (7), получим дифференциальные уравнения движения исходного манипулятора, выраженные через лишние переменные параметры $X_s, Y_s, \varphi, \varphi_1, \varphi_2$ и φ_3 .

Структура уравнений (5) — (7) достаточно сложна, что препятствует эффективному использованию принципа максимума Понтрягина [1] для определения вышеуказанных управляющих сил P_j . В связи с этим ниже предлагается упрощенный алгоритм решения поставленной задачи, который основан на следующих соображениях. В уравнениях (5), характеризующих поступательные движения платформы с объектом и вращательное движение относительно центра масс S , переменные X_s, Y_s и φ разделены. Это позволяет достаточно просто решать задачу оптимального управления по быстрдействию отдельно взятого объекта и найти закон $X_s = X_s(t), Y_s = Y_s(t), \varphi = \varphi(t)$ его движения. Подставляя эти функции и их первые и вторые производные по времени в уравнения (5) — (7), можем определить управляющие силы P_j . Согласно принципу максимума Понтрягина каждую функцию закона $X_s(t), Y_s(t), \varphi(t)$ движения объекта, соответствующего оптимальному управлению по быстрдействию, в системе фазовых координат $t(q)$ ($q = X_s, Y_s, \varphi$) необходимо искать в виде двух соприкасающихся парабол рис. 3).

$$q = at^2 + bt + c, \quad q = -at^2 + dt + e,$$

коэффициенты a, b, c, d и e которых удовлетворяют условиям

$$q_1 = at_1^2 + bt_1 + c, \quad \dot{q}_1 = 2at_1 + b, \quad q_2 = -at_2^2 + dt_2 + e, \\ q_2 = -2at_2 - d, \quad at_2^2 + bt_2 + c = -at_2^2 + dt_2 + e, \\ 2at_2 + b = -2at_2 + d. \quad (8)$$

Решением системы (8) относительно искомых параметров a, b, c, d, e и t_1 определим закон движения объекта

$$q = \begin{cases} at^2 + bt + c, & \text{если } t_1 \leq t \leq t_2, \\ -at^2 + dt + e, & \text{если } t_2 \leq t \leq t_3. \end{cases} \quad (9)$$

С учетом изложенного предлагается следующий алгоритм решения исходной задачи оптимального управления по быстродействию.

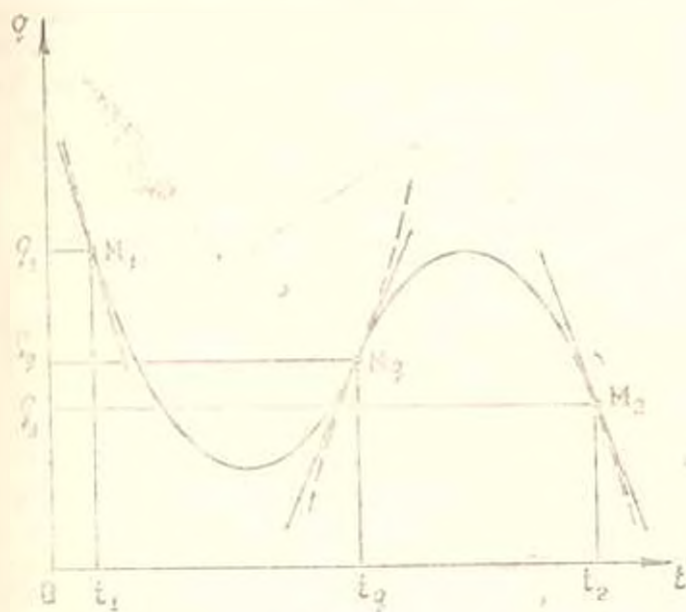


Рис. 3.

2.1. Для заданного начального значения времени t_1 выбираем некоторое его конечное значение t_2 и трехчленным решением системы (8) по формулам (9) определяем закон $X_s(t), Y_s(t), \varphi(t)$ движения объекта "Б".

2.2. Подставляя эти функции, их первые и вторые производные в уравнения (7) и решая эту систему, определяем обобщенные координаты $q_1(t), \varphi_1(t)$, скорости $\dot{q}_1(t), \dot{\varphi}_1(t)$ и ускорения $\ddot{q}_1(t), \ddot{\varphi}_1(t)$ кинематических цепей A, B, C.

2.3. Подставляя в (5) и (6) найденные в п. п. 2.1 и 2.2 кинематические параметры $q_1(t), \dot{q}_1(t), \ddot{q}_1(t), \varphi_1(t), \dot{\varphi}_1(t), \ddot{\varphi}_1(t)$, с учетом (1) получаем систему линейных уравнений относительно девяти неизвестных параметров $R_{c,jx}, R_{c,jy}$ и P_j . Решая эту систему, определяем законы изменения управляющих сил $P_j = P_j(t)$, которые обеспечивают переход объекта из начального состояния (1) в конечное (2) за выбранное время $t_{\text{зад}} = t_3 - t_1$.

2.4. Вычисляем величины

$$\tilde{P}_j = \max_{t \in [t_1, t_3]} |P_j(t)|, \quad q_j = \max_{t \in [t_1, t_3]} |q_j(t)| \quad (10)$$

и проверяем условия

$$\tilde{P}_j \leq P_{\max}, \quad \tilde{q}_j \leq q_{\max} \quad (11)$$

Если они выполняются и хотя для одного из них имеет место равенство, то процесс прекращаем, а полученные в п. 2.3 силы $P_j(t)$ будут теми оптимальными управлениями, которые являются решением поставленной задачи. Если же сказанное не выполняется, то выбираем новое значение t_2 и осуществляем переход к п. 2.1 настоящего алгоритма. При этом следует иметь в виду, что уменьшение $t_{\min}$ приводит к увеличению величины (10) и наоборот. Варьируя таким образом $t_{\min}$, добиваемся выполнения условий (11) и решения задачи оптимального управления по быстрдействию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов.—М.: Наука, 1976.—392 с.

ЕрНИ

29. III. 1990

Изв. АН Армении (сер. ТН). т. 45, № 3—4, 1992, с. 78—82

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.762

Г. К. АСКИДЖЯН, Г. Л. ПЕТРОСЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СПЕЧЕННОЙ ПОЛОСЫ ПРИ ПРОКАТКЕ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Работа посвящена решению задачи прокатки печенных полос с использованием теории пластичности реальных пористых материалов и зависимостей метода конечных элементов, учитывающих особенности пористости материала. Для учета сложных контактных условий между вращающимися вальцами и прокатываемой заготовкой применена модель прокатки с фрикционным слоем.

Ил. 3. Библиогр.: 7 назв.

Աշխատանքում լուծվում է ծավալված նյութերի պլաստիկ խեղդր իրական մոդելով և նյութերի պլաստիկության տեսության և վերջավոր տարրերի մեթոդի կախազործումով, որոնք հաշվի են առնում նյութի ծավալվածության առանձնահատկությունը Պոտրոսի լիսեռները և զրոնվող նախապատրաստվածների միջև ընդհանուր պայմանները հաշվի առնելու համար ռզտագործվել է չֆունկցիոնալ պրոցեսին մոդելը:

До настоящего времени при решении задачи прокатки пористых печенных полос применялся широко известный метод тонких сечений [1—3]. Однако данный метод является приближенным и не мо-

жет дать полную информацию о деформировании материала при его формовке. Особый интерес представляет решение этой задачи методом конечных элементов (МКЭ), который является одним из наиболее универсальных численных методов.

Настоящая работа посвящена решению задачи прокатки спеченных полов с использованием теории пластичности реальных пористых материалов и зависимостей МКЭ, учитывающих особенности пористости материала [4]. При этом полосу находится в плоском деформированном состоянии. Связь между напряжениями и приращениями деформаций осуществляется через матрицу $[D]$

$$D = \frac{E(1-c)}{(1+c)(1-2c)} \begin{vmatrix} 1 & \frac{c}{1-c} & 0 \\ \frac{c}{1-c} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1+c)(1-2c)(1-2\nu)}{3(1-c)} \end{vmatrix},$$

где $E = \frac{\beta^2 \sigma_{\text{ЭКВ}}}{\bar{\alpha} \bar{\epsilon}_{\text{ЭКВ}} (1 + \alpha^m)}$, $C = \frac{\mu - \alpha^m}{1 + \alpha^m}$, $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ и $\bar{\alpha} \bar{\epsilon}_{\text{ЭКВ}}$ — эквивалентные напряжение и приращение пластических деформаций; α и β , m и n — функции и параметры пористости; μ — коэффициент поперечной деформации [4].

Для учета сложных контактных условий между вращающимися валами и прокатываемой заготовкой использована модель прокатки с фрикционным слоем, разработанная согласно [5]. При моделировании процесса влияния смазки на деформацию, на каждую поверхность, где действуют силы трения, устанавливается дополнительный слой элементов. Жесткость каждого элемента такого слоя умножается на величину γ , учитывающую трение, которая является отношением предела текучести смазки к пределу текучести прокатываемого материала. Для всех элементов, находящихся вне межвалкового контакта, жесткость условно принимается равной нулю. В случае прокатки предполагается, что верхние узловые точки элементов в фрикционном слое жестко прикреплены к валам. Таким образом, любое относительное движение поверхности заготовки вала может привести к деформации элементов фрикционного слоя и возникновению сил, препятствующих движению. В начале прокатки предполагается, что один поперечный слой уже находится в межвалковом зазоре, а узловые точки 1', 2' (рис. 1), фиксируемые в валке радиусом R_1 , и точки 1, 2 поверхности заготовки могут перемещаться по касательной к поверхности вала. Проекции приращений перемещений точек фрикционного слоя по направлениям координат x и y , зафиксированных на валке, определяются по формулам

$$dx = 2R_1 \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \cos\left(\alpha - \frac{\Delta\alpha}{2}\right), \quad dy = 2R_1 \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \sin\left(\alpha - \frac{\Delta\alpha}{2}\right),$$

где R_1 —расстояние между фрикционной узловой точкой и центром вала; α —угол, образованный радиусом, проведенным узловой точкой, и осью y (рис. 1); $\Delta\alpha$ —угловое приращение вала.

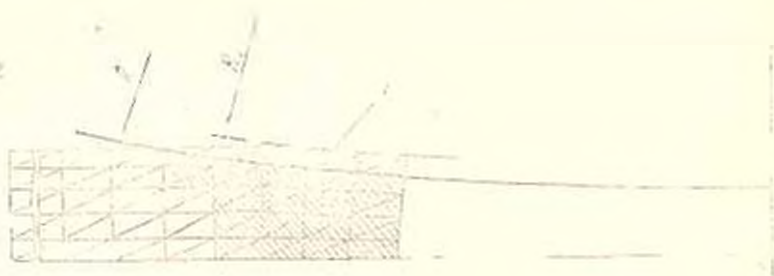


Рис. 1. Схема прокатки с фрикционной осью

По мере того, как ваток поворачивается на угловой угол $\Delta\alpha$, заготовка еще дальше заходит в зазор. При соприкосновении поверхностного узла 3 с валком соответствующий фрикционный узел 3' фиксируется на валке радиусом R_1 , прилагая таким образом жесткость соответствующим элементом. Такая процедура повторяется и для последующих узловых точек до тех пор, пока не достигается устойчивое состояние процесса. Во избежание чрезмерного искажения элементов слоя фрикционные узловые точки на окружности радиуса R_1 радиально передвигаются над соответствующими узловыми точками на поверхности заготовки в начале каждого углового приращения.

Преимущество этой модели заключается в том, что распределение и направление силы трения, направление и величина относительного скольжения поверхностей валков и заготовки предварительно не задаются, автоматически определяются в процессе решения задачи. При решении задачи для контактных точек были приняты следующие условия:

$$\frac{dx}{dy} = \tan \alpha, \quad \frac{F_y}{F_x} = \tan \alpha,$$

где F_x и F_y — проекции нормальной контактной силы F . Поскольку деформация симметрична относительно средней плоскости полосы, то при расчете принималась только половина заготовки, которая разделена на 184 треугольных элемента с 120 узлами.

Для решения примера были использованы следующие начальные экспериментальные данные работы [6]: диаметр вала—159, 159,75 · 10⁻³ м и исходная толщина медной полосы—1,58 · 10⁻³ м, диаграмма деформирования меди, выраженная формулой

$$\sigma_{\text{мед}} = 70,3 \left(1 - \int \bar{\sigma}_{\text{мед}} d\bar{\sigma}_{\text{мед}}\right)^{0,49} \text{ МПа}.$$

На рис. 2 показана зона пластической деформации в начальной стадии прокатки. Пластическая деформация распространяется и в зонах, не входящих в межиалковый зазор.

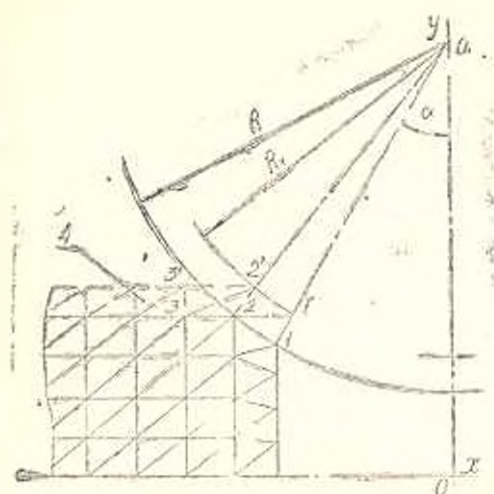


Рис. 2. Начальная стадия прокатки (1 — фрикционный слой).

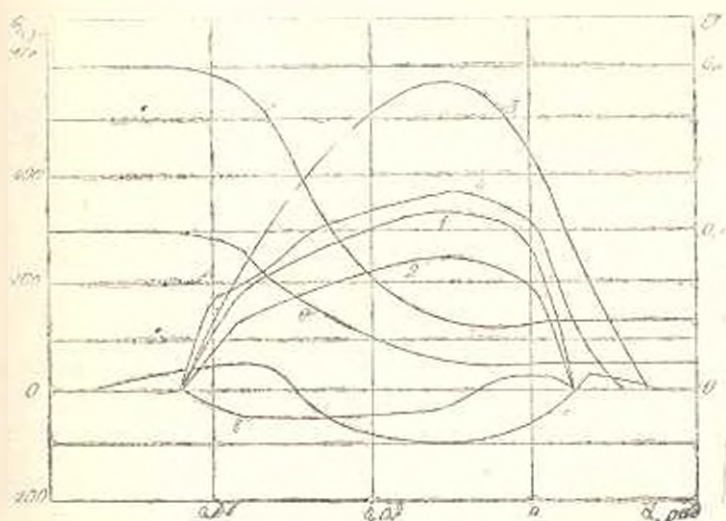


Рис. 3. Кривые распределения: нормальных контактных давлений p (1, 2 — при $v_0 = 0.1$ и 0.2 , 3 и 4 — соответствуют [6]), пористости материала v (5, 6 — при $v_0 = 2$ и 0.1), напряжения σ (7) и силы трения τ (8) в контактирующем слое заготовки.

На рис. 3 приведены кривые p , σ и τ в контактирующем слое при установившемся процессе прокатки с конечным обжатием 22,76%. По данным [6], кривые 3 и 4 соответствуют нормальным контактным давлениям для беспористой меди, где 3 — расчетная кривая, полученная методом конечных элементов, а 4 — экспериментальная. С увеличением начальной пористости (рис. 3) значения нормальных

контактных давлений уменьшаются, хотя характер их распределения почти не меняется, причем кривые 2 и 1 хорошо согласуются с кривыми 3 и 4. Большой разброс кривых 3 и 4, приведенных в [6], объясняется в основном упругим сплющиванием валков и деформированной полосы, особенно при прокатке с большим обжатием. По полученным приращениям перемещений узловых точек элементов можно установить зоны отставания и опережения заготовки. Основное уплотнение материала происходит в зоне отставания. Аналогичные экспериментальные результаты уплотнения пористых полос при прокатке получены и в [7].

Количество узлов заготовки выбрано, исходя из возможностей ЭВМ. Но при решении этой же задачи с малым количеством узлов, т. е. с разделением такой же заготовки на три слоя конечных элементов (138 треугольных элементов с 96 узлами), разница между полученными результатами составляет не более 3%.

Методом конечных элементов решена задача прокатки пористых материалов, что позволяет учитывать материальные и геометрические нелинейности. Предлагаемая методика не требует предварительных знаний о нейтральной плоскости, характере распределения и направления силы трения. Все эти факторы определяются во время деформации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мусхелишвили А. М. Напряжения в очаге деформации при холодной прокатке пористых материалов // Порошковая металлургия. — 1977. — № 3. — С. 20—25.
2. Радченко К. М. Контактные напряжения при уплотняющей прокатке // Порошковая металлургия. — 1972. — № 9. — С. 8—13.
3. Петросян Г. А., Аскиджян Г. К. Методика учета упрочнения при исследовании процессов прокатки пористых заготовок // Изв. АН АрмССР, Сер. ТН. — 1989. — Т. XLII, № 5. — С. 218—223.
4. Петросян Г. А. Пластическое деформирование порошковых материалов. — М.: Металлургия, 1988. — 152 с.
5. Hargreys J., Sturgess C. E., Rose G. W. Friction in finite element analyses of metal-forming process, Int. J. Mech. Sci. — 1979. — 21. — P. 301—311.
6. Hargreys J., Hargreys P., Sturgess C. E., Rose G. W. Elastic-plastic finite element modelling of cold rolling of strip, Int. J. Mech. Sci. — 1983. — 27. — P. 531—541.
7. Виноградов Г. А., Катиничев В. И. Теория листовой прокатки металлических порошков и гранул. — М.: Металлургия, 1979. — 224 с.

УДК 62—41.001.2/419.25/

Г. М. САРКИСЯН

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ
ДВУХСЛОЙНОГО ЭЛЕМЕНТА С УПРУГО-ВЯЗКИМ
МАТЕРИАЛОМ МЕЖДУ СЛОЯМИ

Проведено исследование напряженно-деформированного состояния слоистого элемента с упруго-вязким материалом между слоями. Получены выражения для напряжений, деформаций, усилий, напряжений и упруго-вязком материале, а также для деформаций слоистого элемента. Показано, что напряжения воспринимаются материалом между слоями и элементами. В деформации напряжений — упруго-вязком материале, деформации напряжений — упруго-вязком материале.

Из 1 Библиогр.: 7 назв.

Введение. В настоящее время в строительстве широко применяются материалы, обладающие упруго-вязкими свойствами. В настоящее время в строительстве широко применяются материалы, обладающие упруго-вязкими свойствами. В настоящее время в строительстве широко применяются материалы, обладающие упруго-вязкими свойствами.

Благодаря длительной эволюции растения приобрели наиболее совершенные формы и структуры, позволяющие успешно сопротивляться механическим воздействиям внешней среды [1—4].

Стебли травянистых растений (тростник, кукуруза, подсолнечник и др.), составленные из отдельных тканей, с инженерной точки зрения представляют собой слоистые конструкции, в которых чередуются механические ткани, играющие опорную роль для стебля и биологические (нежные), обеспечивающие жизнедеятельность растения. Экспериментально определены механические свойства этих тканей [5].

Представляет интерес «совместная работа» деформации отдельных тканей стебля при его изгибе, обусловленная характером перехода от одной ткани к другой и соотношением их механических показателей, принцип которой может быть использован в слоистых конструкциях.

Для полной оценки архитектуры стебля и качества инженерной конструкции и получения возможностей практического применения биологических исследований, целесообразно определение напряжений и деформаций в двухслойном элементе, связь в котором обеспечивается материалом, имеющим упруго-вязкую характеристику.

Рассмотрим поперечный изгиб элемента слоистой конструкции при действии сосредоточенной и распределенной нагрузки. Элемент состоит из двух стержней, соединенный между собой поперечными связями сдвига, имитирующими наличие материала между слоями (рис.). Для более широкого охвата задача решается с учетом деформации ползуучести составляющих элемента.

Зависимость между напряжениями и деформациями в стержнях и связях можно представить в виде [6]

$$E\epsilon + H\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} + \epsilon, \quad C\gamma + H_c\dot{\gamma} = n \frac{d\gamma}{dt} + \gamma, \quad (1)$$

где E, H — кратковременный и длительный модули деформации материала стержней; G_c, H_c — кратковременный и длительный модули сдвига материала связей; n, n_c — константы, характеризующие материалы стержней и связей сдвига; ϵ, γ — нормальные и сдвигающие напряжения соответственно в стержнях и связях; ϵ — относительная линейная деформация стержней; γ — относительная деформация сдвига в связях.

Условие совместности деформации стержней имеет вид

$$\epsilon = \gamma - \epsilon_{\text{св}}, \quad (2)$$

где ϵ — относительная деформация связей сдвига; $\epsilon_1, \epsilon_{\text{св}}$ — относительные линейные деформации крайних волокон стержней от действия сдвигающего усилия и внешней нагрузки.

Рис. Схема нагружения составного элемента.

С учетом некоторых допущений можно написать

$$\frac{2HI}{h} \epsilon + 2EI_n \frac{d\epsilon}{dt} \cdot \frac{1}{n} = M + n \frac{dM}{dt}, \quad (3)$$

где I — момент инерции сечения стержня, M — изгибающий момент от действия внешней нагрузки.

Для решения задачи принимаем символический метод. Заменим в уравнении (3) производную по времени множителем D . Тогда это уравнение примет вид

$$2I(H + EnD) \frac{\epsilon}{n} = M(1 + nD). \quad (4)$$

Отсюда относительная деформация крайних волокон в основной системе от действия внешней нагрузки равна

$$\epsilon_{\text{св}} = \frac{M_0 \varphi}{2Ic(D)}, \quad (5)$$

где $c(D) = (H + EnD)/(1 + nD)$.

Относительная деформация крайних волокон от действия неизвестной суммарной сдвигающей силы T в основной системе складывается из деформаций $\epsilon_{\text{св}}$ от центральной приложенной силы T к

от момента, равного $M_1 = Tv$. Используя эти выражения для упруго-вязкого материала, получим

$$\frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2} + \frac{v^2}{\Sigma EI} = \frac{1}{c(D)} \left[\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} + \left(\frac{k_1}{I_1} + \frac{k_2}{I_2} \right) \frac{v}{4} \right], \quad (6)$$

$$t_1 = t_{\text{св}} + t_{\text{сд}} = \left(\frac{1}{F} + \frac{hv}{2I} \right) \frac{l}{c(D)},$$

где F —площадь поперечного сечения стержня, v —расстояние между осями стержней.

Преобразуя также уравнение (1) для связей сдвига, имеем

$$\delta = \frac{dx}{dx} = \left(\frac{v}{b \cdot c(D)} \right) \frac{d^2 T}{dx^2}, \quad (7)$$

где δ —относительный сдвиг точки внутреннего положения одного стержня относительно соответствующей точки крайнего волокна другого стержня, b —ширина элемента, $c_c(D)$ —функция жесткости связей сдвига.

Совместно решая (2) и (5)–(7), после ряда преобразований получаем выражение суммарного сдвигающего условия

$$T_{\text{св}} = T_0 (k_2 e^{k_1 l} - k_1 e^{k_2 l}) (k_2 - k_1) - 16 J l^3 \frac{(1 - e)^{k_1 l} k_1 - (1 - e)^{k_2 l} k_2}{2 \pi^2 (k_1 - k_2)}, \quad (8)$$

где T_0 —максимальное суммарное сдвигающее усилие в упругой стадии работы стержня.

Учитывая, что значение $T_{\text{св}}$ при $l \rightarrow \infty$ стремится к $T_{\text{св}}$, полученное решение можно представить в несколько ином виде

$$T_{\text{св}} = T_0 (k_2 e^{k_1 l} - k_1 e^{k_2 l}) (k_2 - k_1) = T_{\text{св}} k_1 k_2 \frac{(1 - e)^{k_1 l} k_1 - (1 - e)^{k_2 l} k_2}{k_2 - k_1},$$

где

$$k_{1,2} = \pm \frac{\omega_1}{2} \sqrt{\omega_1^2 - 4\omega_2^2}, \quad \omega_1 = \frac{Hk_c + En + \beta M_c n + \beta G n_c}{\pi n c (E + \beta G)}, \quad (9)$$

$$\omega_2 = (H + \beta H_c) / \pi n (E + \beta G), \quad \beta = \frac{4 J l^3}{\pi^2 v} \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} + \frac{hv}{2 \Sigma I} \right)$$

Расчет напряженного состояния балки может быть произведен обычными методами теории составных стержней [7]. Необходимо отметить, что поперечные связи являются абсолютно жесткими, расстояние между стержнями при деформации балки остается постоянным и ее прогиб может быть определен как прогиб одного из стержней под действием внешней нагрузки и суммарного сдвигающего усилия.

При приближенном распределении прогибов по длине стержня

по синусоиде полученное таким образом выражение прогиба составного элемента для случая консоли имеет следующий вид:

$$y(x) = -\frac{4ql^3}{x^2} (B_1 e^{-\frac{nx}{2l}} + B_2) \sin \frac{\pi x}{2l}, \quad (10)$$

где

$$B_1 = \frac{l^2}{4HI} - \frac{1}{2q} T_0 k \left(\frac{k_2}{\varphi_1} - \frac{k_1}{\varphi_2} \right) - \frac{1}{2q} T_{\Delta\Delta} k k_1 k_2 \left[\frac{nE}{H} \left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{k_1 \varphi_1} + \frac{1}{k_2 \varphi_2} \right] + \frac{1}{2} \frac{l^2}{E_0 I_0} + \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{2EI} - \frac{1}{E_0 I_0} \right) \left(1 - \frac{1}{\cosh l} \right); \quad (11)$$

$$B_2 = -\frac{l^2}{4HI} + \frac{1}{2q} T_2 k \left(\frac{k_2}{\varphi_1} e^{\varphi_1 l} + \frac{k_1}{\varphi_2} e^{\varphi_2 l} \right) + \\ + \frac{1}{2q} T_{\Delta\Delta} k_1 k_2 k \left[\frac{nE}{H} \left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) - \frac{1}{k_1 \varphi_1} e^{\varphi_1 l} + \frac{1}{k_2 \varphi_2} e^{\varphi_2 l} \right], \\ \varphi_1 = k_1 + \frac{H}{nE}, \quad \varphi_2 = k_2 + \frac{H}{nE}, \quad k = \frac{\pi}{4} \frac{1}{EI(k_2 - k_1)}.$$

T_0 —момент инерции монолитного элемента того же сечения, λ —коэффициент, зависящий от геометрических параметров сечения элемента и от жесткостей связей сдвига, определяемый обычными методами теории составных стержней [7]. Для упругой стадии работы

$$v = k_c \left(\frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2} + \frac{v}{2BI} \right),$$

где k_c —коэффициент жесткости связей сдвига.

Например, при $l \rightarrow \infty$ стрела прогиба на конце консольного элемента будет

$$y_{\max} = -0,102 \frac{l^2}{HI} (2l_{\Delta\Delta} v - bl^2). \quad (12)$$

Следовательно, можно считать, что практически все нормальные напряжения воспринимаются внешними слоями элементов, выполняющими в нашем случае функции стержней составной балки. Податливый средний слой, работающий главным образом на сдвигающие силы, играет роль связей сдвига и поперечных связей. Зная выражения сдвигающих усилий и деформаций, легко можно установить напряженно-деформированное состояние двухслойных элементов с упруго-вязким связывающим материалом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Раздорский В. Ф. Архитектоника растений.—М.: Наука, 1955—356 с.
2. Саркисян Г. М., Хуршудян Н. П. Архитектоника камыша озерного // Биолог. журн. Армении.—1988—№ 2 (41).—С. 137—142.

3. Саркисян Г. М., Хуришудян Н. П. Архитектоника стебля подсолнечника // Биол. журн. Армении—1989.—№ 7 (42)—С. 659—662.
4. Саркисян Г. М., Хуришудян Н. П. Архитектоника стеблей кукурузы и сорго // Биол. журн. Армении.—1990.—№ 7 (43)—С. 578—593.
5. Саркисян Г. М., Артемян Р. Н. Механические свойства травянистых растений.—Ереван/АриСХИ.—1990.—36 с.
6. Безухов Н. Н. Основы теории упругости, пластичности и ползучести.—М.: Высшая школа, 1968.—417 с.
7. Раджицын А. Р. Теория составных стержней и пластин.—М.: Наука, 1988.—390 с.

АриСХИ

20. VI. 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. 45, № 3—4, 1992, с. 87—92

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

УДК 621.762:621.771.8

С. Г. АГБАЛЯН, С. А. АСИЛА, Г. А. ТУМАНЯН, Р. Г. САМВЕЛЯН

РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ПОЛУЧЕНИЯ БИМЕТАЛЛИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА «ЖЕЛЕЗО—БРОНЗА» ЭКСТРУЗИЕЙ

Разработан технологический процесс получения биметаллических износостойких материалов антифрикционного назначения для спецтехники экструзией на основании теоретических и экспериментально обоснованных методов, исключающих образование хрупких интерметаллидов в переходной зоне и обеспечивающих конструктивную прочность сцепления композиции «железо—бронза» за счет эффективного использования сдвиговых напряжений и развитой поверхности на границе раздела.

Ил. 3. Библиогр.: 4 назв.

Ենթադրվում է, որ միջին լարումները արդյունավետ սպասարկման տևական և փորձական մեթոդներ, որոնք բացառում են փրոուն ներմիտադական միացությունների առաջնային անցումային գոտում և ապահովում են «ձեռք-բրոնզ» բաղադրանքի արժանիքի ամրությունը, մշակվել է հատուկ տեխնոլոգիայով սպասարկվող հանգրիմական հատվածում ունեցող երկմիտադական շտապեր արտադրումով ստացման տեխնոլոգիայով:

Целью исследования является разработка технологии получения биметаллического материала экструзией с различными пластическими свойствами компонентов.

Исследования напряженно-деформированного состояния при экструзии разнородных материалов с различными пределами текучести позволили вывести зависимость для расчета радиуса стержня биметаллической заготовки с учетом режимов экструзии и механических свойств компонентов [1], применение которой позволяет оптимизировать процесс экструзии с достижением максимальных прочностных свойств переходной зоны

$$R_{c, \text{max}} = \frac{R_2}{R_1} R_{c1} \quad (1)$$

3. Саркисян Г. М., Хуришудян Н. П. Архитектоника стебля подсолнечника // Биолог. журн. Армении.—1989.—№ 7 (42).—С. 659—662.
4. Саркисян Г. М., Хуришудян Н. П. Архитектоника стеблей кукурузы и сорго // Биол. журн. Армении.—1990.—№ 7 (43).—С. 578—593.
5. Саркисян Г. М., Артемян Р. Н. Механические свойства травянистых растений.—Ереван/АриСХИ.—1990.—36 с.
6. Безухов Н. Н. Основы теории упругости, пластичности и ползучести.—М.: Высшая школа, 1968.—417 с.
7. Раджицын А. Р. Теория составных стержней и пластин.—М.: Наука, 1988.—390 с.

АриСХИ

20. VI. 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. 45, № 3—4, 1992, с. 87—92

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

УДК 621.762:621.771.8

С. Г. АГБАЛЯН, С. А. АСИЛА, Г. А. ТУМАНЯН, Р. Г. САМВЕЛЯН

РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ПОЛУЧЕНИЯ БИМЕТАЛЛИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА «ЖЕЛЕЗО—БРОНЗА» ЭКСТРУЗИЕЙ

Разработан технологический процесс получения биметаллических износостойких материалов антифрикционного назначения для спецтехники экструзией на основании теоретических и экспериментально обоснованных методов, исключающих образование хрупких интерметаллидов в переходной зоне и обеспечивающих конструктивную прочность сцепления композиции «железо—бронза» за счет эффективного использования сдвиговых напряжений и развитой поверхности на границе раздела.

Ил. 3. Библиогр.: 4 назв.

Ենթադրյալ բաժանման մակերևութի վրա առհերթ լարումները արդյունավետ սպասարկման տևական և փորձնական մեթոդների, որոնք բացառում են փրորուն ներմիտադական միացությունների առաջանալու անցումային գոտում և ապահովում են «ձեռք-բրոնզ» բաղադրանքի զանազան ամրությունը, մշակվել է հատուկ տեխնոլոգիայով սպասարկվող հանադիրական հատվածում ունեցող երկմիտադական շտապերը արտադրումով ստացման տեխնոլոգիան:

Целью исследования является разработка технологии получения биметаллического материала экструзией с различными пластическими свойствами компонентов.

Исследования напряженно-деформированного состояния при экструзии разнородных материалов с различными пределами текучести позволили вывести зависимость для расчета радиуса стержня биметаллической заготовки с учетом режимов экструзии и механических свойств компонентов [1], применение которой позволяет оптимизировать процесс экструзии с достижением максимальных прочностных свойств переходной зоны

$$R_{c, \text{max}} = \frac{R_2}{R_1} R_{c1} \quad (1)$$

$$R_{\text{ст}} = R_k - R_n \left(\frac{R_{\text{ст}}}{R_n} \right)^{\frac{\sigma_{\text{тн}}}{\sigma_{\text{тс}}}} e^{\frac{b}{2n} \left(\frac{\sigma_{\text{тн}} - \sigma_{\text{тс}}}{\sigma_{\text{тн}}} \right)}, \quad (2)$$

где R_n , R_k — начальный и конечный радиусы биметалла, $R_{\text{ст}}$ — радиус стержня после экструзии; $\sigma_{\text{тн}}$, $\sigma_{\text{тс}}$ — пределы текучести материала втулки и стержня биметалла при температуре экструзии, n , b — расчетные коэффициенты, которые зависят от угла матрицы α_k .

Зная значения R_n , R_k , $\sigma_{\text{тн}}$, $\sigma_{\text{тс}}$, n , b , можно определить геометрические параметры R_k , $R_{\text{ст}}$, обеспечивающие отсутствие относительных смещений на контактных поверхностях компонентов биметалла при экструзии, а следовательно, высокую прочность сцепления слоев компонентов. Для подтверждения достоверности формул (1) и (2) проведены эксперименты по экструзии биметаллов с расчетным и произвольным выбором диаметра стержня. В качестве материалов компонентов выбраны порошок БрОЦС 5-5-5 производства Алавердского горно-металлургического комбината ($\sigma_{\text{тн}}$ при температуре 500—550°С составляет 400 МПа [2]) и железный порошок ПЖ4М ($\sigma_{\text{тн}}$ при температуре 800—900°С — 270 МПа [2]). Компактирование железо-бронзы осуществляли на экструдере, смонтированном на гидравлическом пресс-пастуавтомате ПП4А, а прессование (втулка-стержень) — на гидравлическом прессе ПСУ-125.

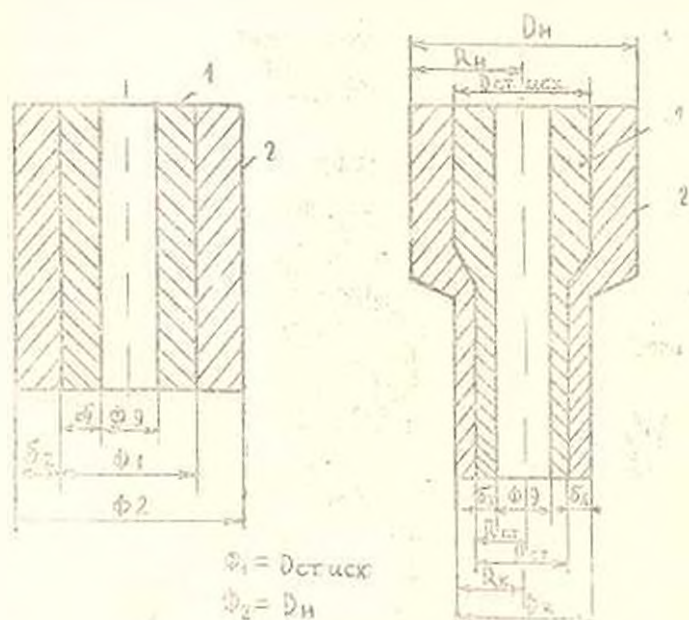


Рис. 1. Схематическое изображение биметаллической заготовки ПЖ4М—БрОЦС 5-5-5: а — до экструзии, б — в процессе экструзии; 1 — втулка, 2 — стержень.

В табл. 1 приведены расчетные геометрические размеры стержней до $R_{\text{ст.исх}}$ и после ($R_{\text{ст}}$) экструзии при разных коэффициен-

тах вытяжки λ , обеспечивающие высокие прочностные свойства, и на рис. 1—схематическое изображение биметаллической заготовки. Для подтверждения правильности расчетов оптимальные геометрические размеры $D_{\text{ср}}$ соответственно уменьшены и увеличены от расчетного. Образцы с расчетным диаметром экструдировали без оболочек по оптимальным режимам: $T_{\text{ср}} = 850\text{--}900^\circ\text{C}$, $\tau_{\text{ср}} = 0,25\text{--}0,30$ с, $\lambda = 1,58, 2,22, 3,74$, $\alpha_m = 55^\circ$. Нагрев проводили в среде водорода. Конечные размеры биметаллических экструдированных заготовок приведены в табл. 1, а результаты испытаний прочности сцепления слоев на срез—в табл. 2.

Таблица 1

Исходные и расчетные геометрические параметры биметаллической заготовки (ПЖМ—Бр) ЦС 5—5—Бр)

λ	$D_{\text{ср}}$, мм	$D_{\text{ср}}$, мм	$D_{\text{ср}}$, мм	$D_{\text{ср}}$, мм	Толщина стенки стрепки из бронзы после экструзии мм $\delta_2 = \frac{(D_{\text{ср}} - D)}{2}$	Толщина стенки штулки из железа после экструзии мм $\delta_1 = \frac{(D_{\text{ср}} - D_{\text{ср}})}{2}$	$D_{\text{ср}}$ иск., мм
1,58	12,70	30	21,50	9	1,56	5,90	14,1
2,22	11,49	30	21,21	9	1,20	4,91	13,8
3,74	10,00	30	17,32	9	0,50	3,86	12,4

После увеличения $D_{\text{ср}}$ (7 мм на сторону)

1,58	17,10	30	24,50	9	4,65	3,70	20,4
2,22	15,40	30	21,21	9	3,22	2,90	20,7
3,74	14,32	30	17,32	9	1,66	2,50	16,6

После уменьшения $D_{\text{ср}}$ (6,75 мм на сторону)

1,58	11,00	30	24,50	9	1,09	9,00	12,0
2,22	10,00	30	21,21	9	0,50	9,40	11,2

Таблица 2

Прочностные свойства ($\tau_{\text{ср}}$) экструдированного биметалла
ПЖМ—Бр ЦС 5—5—Бр

λ	$D_{\text{ср}}$, мм	$\tau_{\text{ср}}$, МПа	$D_{\text{ср}}$, мм	$\tau_{\text{ср}}$, МПа	$D_{\text{ср}}$, мм	$\tau_{\text{ср}}$, МПа
1,58	11	111	12,7	149	17,10	35
2,22	10	120	11,4	150	15,40	110
3,74	—	—	10,0	180	14,32	140

С увеличением λ возрастает прочность сцепления слоев биметаллов, причем, максимальные значения $\tau_{\text{ср}}$ достигнуты для каждого λ при оптимальном расчетном $D_{\text{ср}}$. Уменьшение или увеличение $D_{\text{ср}}$ от расчетного приводит к снижению прочностных характеристик.

Металлографический анализ биметалла «железо-бронза» выполнен с помощью микроскопа «НЕОФОТ-21», а тонкий структурный анализ переходной зоны — рентгеноструктурного микроанализатора IXA-5 (рис. 2). Кривые интенсивности распределения Fe и Sn по сечению и по поверхности образцов в диффузионном (промежуточном) слое в зависимости от λ приведены на рис. 3. Толщина диффузионного слоя возрастает с увеличением λ и вычисляется эмпирической формулой [3]:

$$\lambda = 3,5 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{100}{\rho \cdot T}} \quad (3)$$

где λ — толщина диффузионного слоя, см; ρ — плотность биметалла; T — абсолютная температура, град Кельвина.

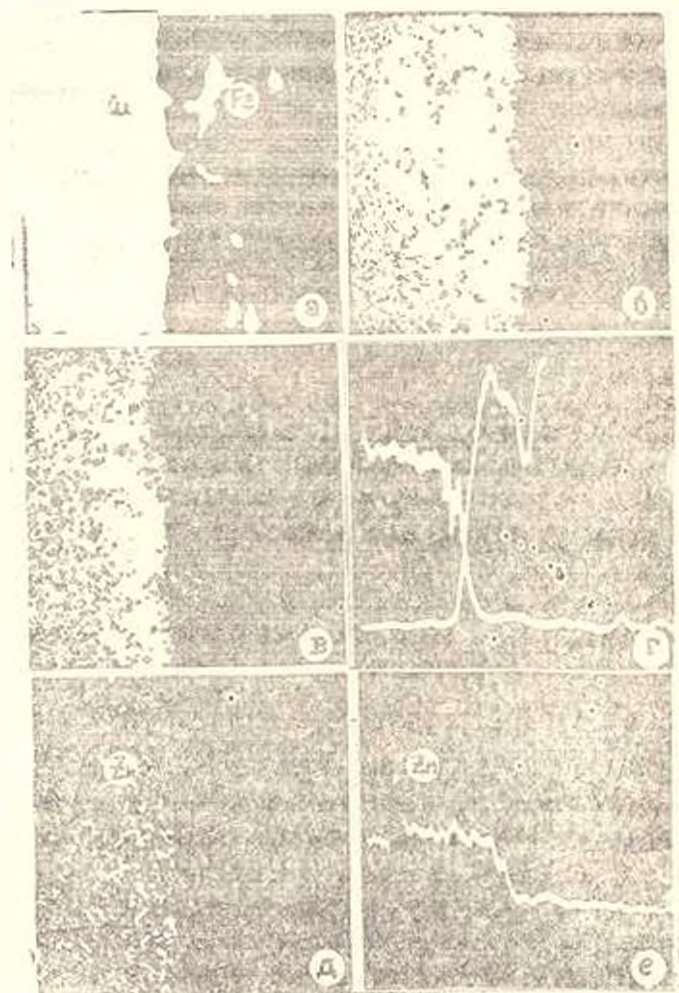


Рис. 2. Микро структура (а) экструдированного биметалла ПЖМ—БрСЦС 5—5 при $\lambda=3,74 (\times 3^{\text{м}})$; б в г — глубина диффузии; д, е — интенсивность распределения элементов

При диффузии Fe и Cu образуется γ -твердый раствор ограниченной растворимости. Растворимость железа в пределах $\lambda = 1,58 \dots 3,74$ возрастает от 0,8 до 2,2%. Глубина растворения также возрастает от 6 мкм ($\lambda = 0,58$) до 17 мкм ($\lambda = 3,74$). При диффузии Cu в α -Fe образуется твердый раствор ограниченной растворимости [4]. Однако, растворимость Cu в Fe увеличивается в большей степени, чем растворимость Fe и Cu при увеличении λ и достигает при $\lambda = 3,74$ порядка 3,0%. Соответственно увеличивается и глубина растворения: от 17 мкм при $\lambda = 0,58$ до 22 мкм при $\lambda = 3,74$. Диффузионный слой (переходная зона) состоит из эвтектоида и твердых растворов и его толщина не превышает 39 мкм. Увеличение коэффициента вытяжки λ при оптимальном расчетном $D_{ст}$ интенсифицирует диффузионные процессы, что приводит к увеличению концентрации и глубины растворения элементов Fe и Cu биметалла «железо-бронза». В конечном итоге возрастает и прочность сцепления слоев биметалла на срез (рис. 2).

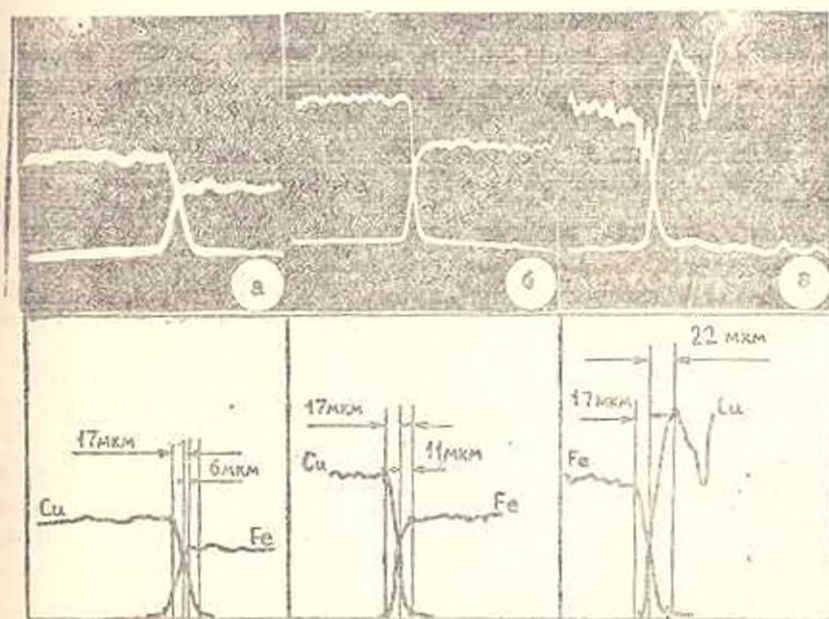


Рис. 3. Интенсивность распределения элементов Fe—Cu в переходном слое в зависимости от коэффициента вытяжки катрузии при расчетном $D_{ст}$: а — 1,58, б — 2,22 и в — 3,74 (300).

По результатам экспериментов разработана технология получения биметаллического материала «железо-бронза» экструзией с ограниченной взаимной растворимостью компонентов, не образующих интерметаллидных соединений в переходной зоне, в частности Fe—Cu и Fe—Zn. Технология включает прессование втулки и стержня с одинаковой пористостью и высотой (с расчетным диаметром стержня $D_{ст}$), сборку, нагрев в защитной среде (водород) и экструзию.

Изготовлена опытная партия биметаллических антифрикционных втулок из композиции «железо-бронза», заводские и лабораторные испытания которых показали, что они по прочностным свойствам и работоспособности в 1,2—1,4 раза превосходят свойства антифрикционных втулок, изготовленных по базовой технологии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Закономерности экструзии порошковых биметаллических материалов. I. Напряженно-деформированное состояние при экструзии разнородных материалов/ И. В. Манукян, С. Г. Агбэлян, Г. А. Туманян и др./Порошковая металлургия.—1991.—№ 9.—С. 23—28.
2. Примяков А. А. Пластичность металлических сплавов.—Алма-Ата: Изд-во АН КазССР, 1959.—210 с.
3. Ершов А. А., Засуха П. Ф., Коршиков В. Д. Влияние легирующих элементов в сталей на основе Fe на образование диффузионных слоев при нагреве биметалла сталь-алюминий/ III Всесоюз. сов. о сварке разнород цвет. мет. с черн. метал. и спл.—Киев, 1967.—С. 190—199.
4. Диаграммы состояния двойных и многокомпонентных систем на основе железа: Справ. изд. О. А. Банных, П. Б. Будберг, С. П. Алисова и др.—М.: Металлургия, 1986.—440 с.

Ерш

17 IV. 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. 45, № 3—4, 1992, с. 92—97

ЭНЕРГЕТИКА

УДК 621.311.1.001.24

Э. А. ЭТМЕКЧЯН, В. П. АРАКЕЛЯН, И. М. ЭЛЬ САИД

ОБ ОДНОМ Z—МЕТОДЕ РАСЧЕТА УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Предложен метод расчета установившегося режима, основанный на построении Z эквивалентных уравнений при представлении множества нагрузочных узлов в виде единственного узла. Полученную систему линейных алгебраических уравнений рекомендуется решить итерационным путем.

Библиогр.: 6 назв.

Ստացարկվում է կարմաբարձ անժմի հաղման մեթոդ՝ իմնված համարմեր Z համարումների կառուցման վրա. երբ բեռնային հանգույցների բազմությունը փոխարինվում է միակ հանգույցով. Ստացված ոչ գծային հավասարումների համակարգը լուծվում է իտե-րացիոն եղանակով:

Матричное уравнение состояния электроэнергетической системы (ЭЭС) в Z-форме представляется в виде [1—6]

$$U = Z I, \quad (1)$$

где U — столбцевая матрица комплексных напряжений неизвестных узлов относительно напряжения базисного узла, I — столбцевая

Изготовлена опытная партия биметаллических антифрикционных втулок из композиции «железо-бронза», заводские и лабораторные испытания которых показали, что они по прочностным свойствам и работоспособности в 1,2—1,4 раза превосходят свойства антифрикционных втулок, изготовленных по базовой технологии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Закономерности экструзии порошковых биметаллических материалов. 1. Напряженно-деформированное состояние при экструзии разнородных материалов/ Н. В. Милушкин, С. Г. Агбалян, Г. А. Туманян и др./ Порошковая металлургия.—1991.—№ 9.—С. 23—28.
2. Пресняков А. А. Пластичность металлических сплавов.—Алма-Ата: Изд-во АН КазССР, 1959.—210 с.
3. Ершов А. А., Засуха П. Ф., Корников В. Д. Влияние легирующих элементов в стальной основе на образование диффузионных слоев при нагреве биметалла сталь-алюминий/ III Всесоюз. сов. о сварке разнород. цвет. мет. с черн. метал. и спл.—Киев, 1967.—С. 190—199.
4. Диаграммы состояния двойных и многокомпонентных систем на основе железа. Справ. изд. О. А. Банных, П. Б. Будберг, С. П. Алисова и др.—М.: Металлургия, 1986.—440 с.

ЕрПН

17 IV. 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН). т. 45, № 3—4, 1992, с. 92—97

ЭНЕРГЕТИКА

УДК 621.311.1.001.24

Э. А. ЭТМЕКЧЯН, В. П. АРАКЕЛЯН, Н. М. ЭЛЬ САИД

ОБ ОДНОМ Z—МЕТОДЕ РАСЧЕТА УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Предложен метод расчета установившегося режима, основанный на построении Z эквивалентных уравнений при представлении множества нагрузочных узлов в виде единственного узла. Полученную систему линейных алгебраических уравнений рекомендуется решать итерационным путем.

Библиогр.: 6 назв.

Առաջարկվում է կառուցադրել սեփական հաշվման մեթոդ՝ հիմնված համարվող Z հաշվարկային հասցեման վրա, երբ քանակին հանգույցների բազմությունը փոխարինվում է միակ հանգույցով: Առաջարկվում է լուծել համապատասխան համակարգը լուծվում է իտե-րացիոն եղանակով:

Матричное уравнение состояния электроэнергетической системы (ЭЭС) в Z-форме представляется в виде [1—6]

$$U = ZI, \quad (1)$$

где U — столбцевая матрица комплексных напряжений неизвестных узлов относительно напряжения базисного узла, I — столбцевая

рица комплексных токов независимых узлов, Z — неособенная квадратная матрица узловых комплексных направлений.

Предположим, что рассматриваемая ЭЭС состоит из $(M+1)$ узловых точек, из которых число стационарных узлов равняется $(\Gamma+1)$, число нагрузочных узлов — N и один из мощных стационарных узлов выбирается в качестве базисного, который называется также зависимым базисным узлом. Принимается следующая система индексов: для стационарных узлов — $m(n) = 0, 1, 2, \dots, \Gamma$; для узлов нагрузок: неизменяющихся в течение расчетного периода — $l(j) = \Gamma+1, \Gamma+2, \dots, \Gamma+N'$; для узлов нагрузок, изменяющихся в течение расчетного периода — $k(l) = \Gamma+N'+1, \Gamma+N'+2, \dots, \Gamma+N'+N''$, где N', N'' — число указанных узлов соответственно, причем, $N' + N'' = N$. С учетом принятой системы индексов матричное уравнение (1) принимает вид

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{m0} \\ \dot{U}_{ln} \\ \dot{U}_{ks} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{mn} & Z_{mj} & Z_{ml} \\ Z_{lnn} & Z_{lj} & Z_{ll} \\ Z_{kn} & Z_{kj} & Z_{kl} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_n \\ \dot{I}_j \\ \dot{I}_l \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $\dot{U}_{m0}$ — столбцовая матрица комплексных напряжений независимых стационарных узлов относительно напряжения базисного узла $\dot{U}_0$; $\dot{U}_{ln}$ — столбцовая матрица комплексных напряжений нагрузочных узлов, мощности которых остаются постоянными в течение расчетного периода; $\dot{U}_{ks}$ — столбцовая матрица комплексных напряжений нагрузочных узлов, мощности которых изменятся в течение расчетного периода; $\dot{I}_n, \dot{I}_j, \dot{I}_l$ — столбцовые матрицы комплексных токов вышеотмеченных узлов соответственно; Z_{mn}, Z_{mj}, Z_{ml} — неособенные квадратичные матрицы собственных и взаимных комплексных сопротивлений соответственно между стационарными и двумя типами нагрузочных узлов; Z_{lnn}, Z_{lj}, Z_{ll} — прямоугольные матрицы взаимных комплексных сопротивлений между стационарными и двумя типами нагрузочных узлов; Z_{kn}, Z_{kj} — прямоугольные матрицы взаимных комплексных сопротивлений между двумя типами нагрузочных узлов.

Предположим, что совокупности нагрузочных узлов N' и N'' представлены в виде одного суммирующего узла, при котором матричное уравнение (2) представляется в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{m, \text{Б}} \\ \dot{U}_{\Sigma \Pi, \text{Б}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{m, \Sigma \Pi} & Z_{m, \Sigma \Pi} \\ Z_{\Sigma \Pi, m} & Z_{\Sigma \Pi, \Sigma \Pi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_\Sigma \\ \dot{I}_{\Sigma \Pi} + \dot{I}_{\Sigma \Pi'} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\dot{U}_{\Sigma \Pi, \text{Б}}$ — комплексное напряжение эквивалентного нагрузочного узла относительно напряжения базисного узла; $\dot{I}_{\Sigma \Pi}$ — суммарный комплексный ток нагрузочных узлов, мощности которых не изменяются в период оптимизации; $\dot{I}_{\Sigma \Pi'}$ — суммарный комплексный ток

нагрузочных узлов, мощности которых изменяются в период оптимизации; Z_{mH} — взаимные комплексные сопротивления между независимыми стационарными и суммарным нагрузочными узлами; $Z_{2H, 1H}$ — взаимные комплексные сопротивления между суммарным нагрузочным и независимыми стационарными узлами.

Теперь необходимо установить аналитические выражения новых комплексных сопротивлений $Z_{m1, H}$, $Z_{2H, 1H}$ и $Z_{2H, 2H}$. Нетрудно заметить, что $Z_{m, 2H}$ является столбцевой матрицей порядка Γ , $Z_{2H, 1H}$ — строичной матрицей также порядка Γ , а $Z_{2H, 2H}$ — одним эквивалентным комплексным сопротивлением. Сопротивление $Z_{m, 1H}$ определяется из условий инвариантности комплексных мощностей независимых стационарных узлов до (S_m) и после (S_m') преобразования ЭЭС.

$$S_m = S_m', \quad m = 1, 2, \dots, \Gamma. \quad (4)$$

Сопротивления $Z_{2H, 1H}$ и $Z_{2H, 2H}$ определяются из условий инвариантности суммарных комплексных мощностей нагрузочных узлов до $(\sum_1 S_k + \sum_2 S_k)$ и после (S_m') преобразования ЭЭС

$$\sum_{i=\Gamma+1}^{\Gamma+H'} S_i + \sum_{k=\Gamma'+H'+1}^{\Gamma+H'+H''} S_k = S_m'. \quad (5)$$

До эквивалентного преобразования исследуемой ЭЭС комплексные напряжения U_n независимых стационарных узлов на основании (2) определяются

$$U_n = U_B + \sum_{n=1}^{\Gamma} Z_{m,n} I_n + \sum_{j=\Gamma+1}^{\Gamma+H'} Z_{m,j} I_j + \sum_{l=\Gamma'+H'+1}^{\Gamma+H'+H''} Z_{m,l} I_l, \quad (6)$$

а после преобразования согласно (3) имеем

$$U_m = U_B + \sum_{n=1}^{\Gamma} Z_{m,n} I_n + Z_{m, 2H} (I_{2H}' + I_{2H}''). \quad (7)$$

Переходя к мощностям,

$$S_m = \left(U_B + \sum_{n=1}^{\Gamma} Z_{m,n} I_n + \sum_{j=\Gamma+1}^{\Gamma+H'} Z_{m,j} I_j + \sum_{l=\Gamma'+H'+1}^{\Gamma+H'+H''} Z_{m,l} I_l \right) \bar{I}_m, \quad (8)$$

$$S_m' = \left[U_B + \sum_{n=1}^{\Gamma} Z_{m,n} I_n + Z_{m, 2H} (I_{2H}' + I_{2H}'') \right] \bar{I}_m \quad (9)$$

и пользуясь условием (4), получаем

$$Z_{m, 2H} = \frac{A_m + A_m'}{B_j - B_j'}, \quad m = 1, 2, \dots, \Gamma, \quad (10)$$

$$A_{mj} = \sum_{i=\Gamma+1}^{\Gamma+H'} Z_{m,j} \bar{I}_j, \quad A_{ml} = \sum_{i=\Gamma'}^{\Gamma+H'+H''} Z_{m,l} \bar{I}_l, \quad (11)$$

$$\hat{B}_j = \sum_{l=\Gamma+1}^{\Gamma+H^*} \hat{I}_l, \quad \hat{B}_i = \sum_{l=\Gamma+H^*+1}^{\Gamma+H^*+H^*} \hat{I}_l, \quad (12)$$

Фактически, величины $\hat{A}_{m1}$ и $\hat{B}_1$ остаются постоянными, а $\hat{A}_{m1}$ и $\hat{B}_1$ необходимо скорректировать при изменении активных и реактивных мощностей нагрузочных узлов с индексами k (l).

Устанавливая аналитическое выражение для комплексного сопротивления $Z_{m, \Sigma H}$, необходимо установить такие же выражения и для комплексных сопротивлений $Z_{\Sigma H, n}$ и $Z_{\Sigma H, \Sigma H}$.

Пользуясь (2), можем написать

$$\hat{S}_1 = \left(\hat{U}_n + \sum_{n=1}^{\Gamma} Z_{1n} \hat{I}_n + \sum_{l=\Gamma+1}^{\Gamma+H^*} Z_{1l} \hat{I}_l + \sum_{l=\Gamma+H^*+1}^{\Gamma+H^*+H^*} Z_{1l} \hat{I}_l \right) \hat{I}_1, \quad (13)$$

$$\hat{S}_k = \left(\hat{U}_k + \sum_{n=1}^{\Gamma} Z_{kn} \hat{I}_n + \sum_{j=\Gamma+1}^{\Gamma+H^*} Z_{kj} \hat{I}_j + \sum_{l=\Gamma+H^*+1}^{\Gamma+H^*+H^*} Z_{kl} \hat{I}_l \right) \hat{I}_k, \quad (14)$$

$$\hat{S}_{\Sigma H} = \left[\hat{U}_n + \sum_{n=1}^{\Gamma} Z_{\Sigma H, n} \hat{I}_n + Z_{\Sigma H, \Sigma H} (\hat{I}_{\Sigma H^*} + \hat{I}_{\Sigma H^*+1}) \right] \hat{I}_{\Sigma H}, \quad (15)$$

а затем из условия (5) определяем

$$Z_{\Sigma H, n} = \frac{A_{1n} - A_{k1}}{B_1 - B_k}, \quad (16)$$

где

$$A_{1n} = \sum_{l=1}^{\Gamma+H} Z_{1n} \hat{I}_l, \quad A_{k1} = \sum_{k=\Gamma+H^*+1}^{\Gamma+H^*+H^*} Z_{kn} \hat{I}_k, \quad (17)$$

$$B_1 = \sum_{l=\Gamma+1}^{\Gamma+H} \hat{I}_l, \quad B_k = \sum_{j=\Gamma+H^*+1}^{\Gamma+H^*+H^*} \hat{I}_j. \quad (18)$$

Здесь также величины A_{1n} , B_1 остаются постоянными, а A_{k1} и B_k необходимо скорректировать при изменении активных и реактивных мощностей нагрузочных узлов с индексами k (l).

Определим $Z_{\Sigma H, \Sigma H}$

$$Z_{\Sigma H, \Sigma H} = \frac{A_{11} + A_{12} - A_{1l} - A_{kl}}{(B_1 - B_k)(B_1 + B_l)}, \quad (19)$$

где

$$A_{11} = \sum_{l=\Gamma+1}^{\Gamma+H^*} \sum_{j=\Gamma+1}^{\Gamma+H^*} \hat{I}_l Z_{1l} \hat{I}_j, \quad A_{1l} = \sum_{l=\Gamma+1}^{\Gamma+H^*} \sum_{j=\Gamma+H^*+1}^{\Gamma+H^*+H^*} \hat{I}_l Z_{1l} \hat{I}_j, \quad (20)$$

$$A_{k1} = \sum_{k=\Gamma+H^*+1}^{\Gamma+H^*+H^*} \sum_{j=\Gamma+1}^{\Gamma+H^*} \hat{I}_k Z_{kl} \hat{I}_j, \quad A_{kl} = \sum_{k=\Gamma+H^*+1}^{\Gamma+H^*+H^*} \sum_{j=\Gamma+H^*+1}^{\Gamma+H^*+H^*} \hat{I}_k Z_{kl} \hat{I}_j, \quad (21)$$

$$B_1 = \sum_{l=\Gamma+1}^{\Gamma+H} \hat{I}_l, \quad B_k = \sum_{k=\Gamma+H^*+1}^{\Gamma+H^*+H^*} \hat{I}_k, \quad (22)$$

$$\hat{B}_j = \sum_{i=1}^{r+1} \hat{I}_i, \quad \hat{B}_i = \sum_{j=1}^{r+1} \hat{I}_j. \quad (23)$$

В выражении (19) постоянными элементами являются $\hat{A}_j$, $\hat{B}_i$ и $\hat{B}_j$, а остальные элементы требуют корректировки при изменении активных и реактивных мощностей нагрузочных узлов $k(i)$.

Установившиеся аналитические выражения для искомым комплексных сопротивлений $Z_{m, n}$, $Z_{\Sigma n, n}$ и $Z_{\Sigma n, m}$, которые зависят только от комплексных токов нагрузочных узлов, можно перейти к построению системы элементарных уравнений установившегося режима ЭЭС. На основании (3) можем написать

$$U_{m, n} = \sum_{a=1}^r Z_{m, a} I_a + Z_{\Sigma n, m} (I_{\Sigma n} + I_{\Sigma n, n}), \quad (24)$$

$$U_{\Sigma n, n} = \sum_{a=1}^r Z_{\Sigma n, a} I_a + Z_{\Sigma n, n} (I_{\Sigma n} + I_{\Sigma n, n}). \quad (25)$$

Вычитывая уравнение (25) из (24), получаем

$$U_m = U_{\Sigma n} + \sum_{a=1}^r (Z_{m, a} - Z_{\Sigma n, a}) I_a + (Z_{m, \Sigma n} - Z_{\Sigma n, \Sigma n}) (I_{\Sigma n} + I_{\Sigma n, n}). \quad (26)$$

Теперь необходимо суммарный ток $(I_{\Sigma n} + I_{\Sigma n, n})$ выразить через токи стационарных узлов, для чего на основании закона о балансе токов для системы в целом:

$$I_0 + \sum_{a=1}^r I_a + (I_{\Sigma n} + I_{\Sigma n, n}) = 0, \quad (27)$$

откуда

$$I_{\Sigma n} + I_{\Sigma n, n} = -I_0 - \sum_{a=1}^r I_a. \quad (28)$$

Если (28) учесть в (26), получим

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{\Sigma n} + (Z_{m, \Sigma n} - Z_{m, \Sigma n}) \dot{I}_0 + \sum_{a=1}^r (Z_{m, a} - Z_{\Sigma n, a} - Z_{\Sigma n, n} + Z_{\Sigma n, \Sigma n}) \dot{I}_a \quad (29)$$

$$\text{или} \quad \dot{U}_m = \dot{U}_{\Sigma n, n} + \sum_{a=1}^r Z_{m, a} \dot{I}_a, \quad (30)$$

где

$$\dot{U}_{\Sigma n, n} = \dot{U}_{\Sigma n} + (Z_{\Sigma n, \Sigma n} - Z_{m, \Sigma n}) \dot{I}_0, \quad (31)$$

$$Z_{m, a} = Z_{m, n} - Z_{m, \Sigma n} - Z_{\Sigma n, n} + Z_{\Sigma n, \Sigma n}. \quad (32)$$

Полученная система уравнений (30) фактически является математической моделью установившегося режима ЭЭС. Нетрудно заметить, что порядок матрицы узловых комплексных сопротивлений $Z_{m, a}$ равняется числу независимых стационарных узлов.

При задании активных и реактивных мощностей независимых станционных узлов нетрудно определить численные значения комплексных напряжений этих же узлов, решая систему уравнений (30) итерационным методом.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Хачатрян В. С. Определение собственных и взаимных сопротивлений энергосистемы относительно базисного узла // Электричество.—1963.—№ 12.—С. 36—38.
2. Хачатрян В. С. К методам расчета собственных и взаимных сопротивлений сложных энергосистем // Электричество.—1964.—№ 10.—С. 47—51.
3. Хачатрян В. С. К методам расчета рабочих режимов электрических сетей // Изв. АН СССР Энергетика и транспорт.—1967.—№ 2.—С. 37—41.
4. Хачатрян В. С., Суханов О. А. Диаконтинг и задача определения обобщенных параметров больших энергосистем // Электричество.—1973.—№ 4.—С. 1—10.
5. Хачатрян В. С. Метод и алгоритм расчета установившихся режимов больших энергосистем // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт.—1973.—№ 4.—С. 45—57.
6. Хачатрян В. С. Определение установившихся режимов больших электроэнергетических систем с применением метода Ньютона-Рафсона // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт.—1974.—№ 4.—С. 36—43.

ЕрПН

5. XI. 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. 15, № 3—4, 1992, с. 97—102

ЭНЕРГЕТИКА

УДК 533.6.01.622

С. И. ЦАТУРЯН, С. С. МАРКЕЛОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ ИЗМЕНЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ И РАСХОДА ГАЗА ВДОЛЬ МАГИСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДА ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ И НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

Рассматривается нестационарное неизоэнтальпическое движение газа в магистральном газопроводе при заданных законах давления как в начале, так и в конце трубопровода. В рамках допустимой линеаризации из системы дифференциальных уравнений, описывающей неизоэнтальпическое и неуставившееся движение газа в магистральном газопроводе, получено относительно давления дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами, которое решено методом конечного интегрального преобразования Ханкеля. Получены формулы, позволяющие следить за ходом изменения давления и расхода вдоль газопровода с течением времени.

Ил. 2. Библиогр.: 6 назв.

Դիտարկում է գլխավոր դադամադրում գազի ու իզոթերմիկ և չկայունացված շարժումը երբ գադամադրի սկզբում ու վերջում տրվում են դադի ճնշման փոփոխության օրենքները: Գլխավոր դադամադրում գազի չկայունացված ու իզոթերմիկ շարժումը բնութագրող հավասարումների համակարգից թույլատրվող գծայնացման սահմաններում ազդի ճնշման եկառմամբ փոփոխական գործակիցներով առաջված է դիֆերենցիալ հավասարում, որը լուծվում է Շանկելի վերջավոր ինտեգրման ձևափոխությամբ: Առաջված բանաձևերը հնարավորություն են տալիս դադամադրի երկարությամբ հետևել գազի ճնշման ու ծախսի փոփոխությանը, կախված տեղի ու ժամանակից:

При задании активных и реактивных мощностей независимых станционных узлов нетрудно определить численные значения комплексных напряжений этих же узлов, решая систему уравнений (30) итерационным методом.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Хачатрян В. С. Определение собственных и взаимных сопротивлений энергосистемы относительно базисного узла // Электричество.—1963.—№ 12.—С. 36—38.
2. Хачатрян В. С. К методам расчета собственных и взаимных сопротивлений сложных энергосистем // Электричество.—1964.—№ 10.—С. 47—51.
3. Хачатрян В. С. К методам расчета рабочих режимов электрических сетей // Изв. АН СССР Энергетика и транспорт.—1967.—№ 2.—С. 37—41.
4. Хачатрян В. С., Суханов О. А. Диаконтинг и задача определения обобщенных параметров больших энергосистем // Электричество.—1973.—№ 4.—С. 1—10.
5. Хачатрян В. С. Метод и алгоритм расчета установившихся режимов больших энергосистем // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт.—1973.—№ 4.—С. 45—57.
6. Хачатрян В. С. Определение установившихся режимов больших электроэнергетических систем с применением метода Ньютона-Рафсона // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт.—1974.—№ 4.—С. 36—43.

ЕрПН

5. XI. 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. 15, № 3—4, 1992, с. 97—102

ЭНЕРГЕТИКА

УДК 533.6.01.622

С. И. ЦАТУРЯН, С. С. МАРКЕЛОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ ИЗМЕНЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ И РАСХОДА ГАЗА ВДОЛЬ МАГИСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДА ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ И НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

Рассматривается нестационарное неизоэнтальпическое движение газа в магистральном газопроводе при заданных законах давления как в начале, так и в конце трубопровода. В рамках допускаемой линеаризации из системы дифференциальных уравнений, описывающей неизоэнтальпическое и неуставившееся движение газа в магистральном газопроводе, получено относительно давления дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами, которое решено методом конечного интегрального преобразования Ханкеля. Получены формулы, позволяющие следить за ходом изменения давления и расхода вдоль газопровода с течением времени.

Ил. 2. Библиогр.: 6 назв.

Դիտարկում է գլխավոր զազամուղում զազի ու իզոթերմիկ և չկայունացված շարժումը, երբ զազամուղի սկզբում ու վերջում տրվում են զազի ճնշման փոփոխության օրենքները: Դիտարկում զազամուղում զազի չկայունացված ու իզոթերմիկ շարժումը բնութագրող հավասարումների համակարգից Թուրյատրվող գծայնացման սահմաններում ազդի ճնշման եկատմամբ փոփոխական գործակիցներով առաջված և դիֆերենցիալ հավասարում, որը լուծվում է Լանկելի վերջավոր ինտեգրման ձևափոխությամբ: Առաջված բանաձևերը հնարավորություն են տալիս զազամուղի երկարությամբ հետևել զազի ճնշման ու ծախսի փոփոխությանը, կախված տեղի ու ժամանակից:

Большие перепады давления в магистральных газопроводах создают весьма важную проблему охлаждения газа на пути. В связи с этим возникает необходимость исследования процесса неизоэнтальпического нестационарного движения газа в трубопроводах, который описывается следующей системой дифференциальных уравнений [1, 2]:

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{u}{2D} & p = p_0 T, & G = \rho u s \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = -\frac{\rho G}{s \partial x} & \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{2Ds}{c G} (T_0 - T) \end{cases} \quad (1)$$

где ρ , p , u —средние значения по сечению соответственно давления, плотности и скорости, D —диаметр трубы, R —газовая постоянная, T —абсолютная температура газового потока, T_0 —температура окружающей среды, s —площадь поперечного сечения газопровода, λ —безразмерный коэффициент сопротивления, G —массовый расход газа, α_c —суммарный коэффициент теплообмена, c —удельная теплоемкость при постоянном давлении, x —координата, отсчитываемая вдоль газопровода, t —время.

Пусть до момента времени $t=0$ движение газа было стационарным и неизотермическим. Тогда решение системы (1) при условиях

$$p|_{t=0} = p_0, \quad p|_{x=L} = p_L, \quad T|_{x=0} = T_0$$

будет

$$p(x) = p_0(x) = p_L(x) = \frac{1}{1 - e^{-\lambda x}} [(p_0^2 - p_L^2) e^{-\lambda_1 x} + p_0^2 - p_L^2 e^{-\lambda_2 x}],$$

$$T = T_0(x) = T_0 e^{-\lambda_1 x}, \quad \rho = \rho_0(x) = \frac{p_0(x)}{RT_0(x)}, \quad (2)$$

$$G = G_0 = \sqrt{\frac{2Ds^2(p_0^2 - p_L^2)}{(1 - e^{-\lambda_1 L}) T_0}} = \text{const}, \quad \lambda_1 = \frac{2Ds}{c_p G_0},$$

где p_0 , p_L , G_0 —соответственно давление в начале ($x=0$), и конце ($x=L$) газопровода и расход газа, L —длина трубопровода, T_0 —абсолютная температура газового потока в начале газопровода. Для упрощения решения и расчетов принято $T_0 = 0$. Допустим, что начиная с некоторого момента времени $t=0$ движение газа стало неустановившимся. Из системы уравнений (1) при помощи элементарных преобразований для определения давления и расхода газа получим

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(e^{\lambda_1 x} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = -\frac{\lambda_1}{DT_0 R} e^{\lambda_1 x} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3)$$

$$G^2 = -\frac{2Ds^2 e^{\lambda_1 x}}{\lambda T_0 R} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad p = p^2, \quad (4)$$

Уравнение (3) описывает ход изменения давления нестационарного неизотермического потока газа вдоль трубопровода. В работах [3, 4], где рассматриваются задачи о неустойчивом движении газа в трубопроводах с учетом реальных его свойств, скорость u заменена через $u_{cp} = 2(u_1 + 2u_0)/3$. Здесь u_0 и u_1 — наибольшая и наименьшая скорости неустойчивого движения газа. Предположим, что с момента $t = 0$ как в начале, так и в конце трубопровода заданы законы изменения давления как функции времени

$$P|_{x=0} = P_0 + \varphi(t), \quad P|_{x=L} = P_L + \psi(t), \quad (5)$$

где $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ — заданные функции, обращающиеся в нуль при $t=0$ и характеризующие изменение давления на концах трубопровода. Сущность настоящей работы заключается в следующем:

— на основе вышесказанного в работах [3, 4] уравнение (3) заменой u на u_{cp} привести к простейшему виду;

— методом конечного интегрального преобразования Ханкеля решить это уравнение при условиях (5) и (2) с целью определения давления и расхода газа в любом сечении газопровода для любого момента времени.

1. Следуя работе [5], для удобства введем безразмерные величины, положив

$$G = G_0 G^*, \quad x = Lz, \quad t = t_0 t^*, \quad P = P_0^* P^*, \quad b^* = b_1 L,$$

где G_0 , L , t_0 и P_0^* — соответственно характерные расход, длина, время, давление, т. е. расход газа при стационарном неизотермическом режиме работы, длина газопровода и давление газа в начале газопровода при стационарном неизотермическом режиме работы. Для характерного времени из уравнения (3) получим

$$t_0 = \mu_0 L^2 / D T_0 R. \quad (6)$$

После перехода к безразмерным величинам уравнения (3) и (4) соответственно примут вид

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(e^{bz} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = e^{bz} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (7)$$

$$G^* = - \frac{1 - e^{-b}}{1 - k^2} b e^{bz} \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (8)$$

а краевые условия (2) и (5) в безразмерном виде будут:

$$\begin{aligned} \text{при } t = 0, \quad & P_0(z) = a e^{-bz} + c; \\ \text{при } z = 0, \quad & P = [1 + \varphi(t)/P_0^*]^2; \\ \text{при } z = 1, \quad & P = [k + \psi(t)/P_0^*]^2, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$k = p_1/p_0 < 1, \quad b = b_1 L, \quad a = (1 - k^2)/(1 - e^{-b}), \quad c = (k^2 - e^{-b})/(1 - e^{-b}).$$

Здесь и в дальнейшем ради простоты звездочки опущены.

Решение уравнения (7) ищем в форме

$$P(z, t) = P_0(z) + Q(z, t). \quad (10)$$

Тогда (7) примет вид

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} + b \frac{\partial Q}{\partial z} - e^{-bt} \frac{\partial Q}{\partial t} = 0, \quad (11)$$

а краевые условия (9) будут:

$$\begin{aligned} \text{при } t = 0, \quad Q &= 0; \\ \text{при } z = 0, \quad Q &= 2\varphi(t)p_n + \varphi'(t)p_n^2 = \Phi(t); \\ \text{при } z = 1, \quad Q &= 2k\psi(t)p_n + \psi'(t)p_n^2 = \Psi(t). \end{aligned} \quad (12)$$

Выражения (11) и (12) в силу следующей подстановки

$$Q = v y, \quad y = 2e^{bz/2} b \quad (13)$$

соответственно примут вид

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{y^2} v = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{при } t = 0, \quad v &= 0, \\ \text{при } y = y_1 = 2b, \quad v &= b\Phi(t)/2, \\ \text{при } y = y_2 = 2e^{b/2}/b, \quad v &= b - e^{-b/2}\Psi(t)/2. \end{aligned} \quad (15)$$

2. Решая уравнение (14) методом конечного интегрального преобразования Ханкеля при краевых условиях (15) с учетом (10) и значений y, y_1, y_2 , получаем

$$\begin{aligned} P(z, t) = P_0(z) + \frac{1}{(e^b - 1)e^{bz}} [e^b(e^{bz} - 1)\Psi(t) + (e^b - e^{bz})\Phi(t)] - \\ - \frac{b}{e^{bz/2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{I_1^2(\gamma_n, e^{bz})}{I_1^2(\gamma_n) - I_1^2(\gamma_n, e^{bz})} R(\gamma_n, z) \int_0^t e^{-\gamma_n^2 2b(t-\tau)} \Omega(\gamma_n, \tau) d\tau \right\}, \quad (16) \end{aligned}$$

где

$$\Omega(\gamma_n, \tau) = \frac{b}{2} \left[\Phi(\tau) - e^{b\tau} \frac{I_1(\gamma_n)}{I_1(\gamma_n, e^{b\tau})} \Psi(\tau) \right], \quad (17)$$

$$R(\gamma_n, z) = Y_1(\gamma_n) I_1(\gamma_n, e^{bz}) - I_1(\gamma_n) Y_1(\gamma_n, e^{bz}), \quad (18)$$

γ_n ($n = 1, 2, \dots$) — корни уравнения $R(\gamma_n, 1) = 0$, который по порядку абсолютных величин дается формулой [6]

$$\gamma_n \approx \delta + \frac{\Delta}{\delta} + \frac{q - \Delta^2}{\Delta^2} + \dots, \quad \delta = \frac{\pi n}{r-1}, \quad \Delta = \frac{3}{8r},$$

$$q = \frac{21(r^2 + r + 1)}{128r^4}, \quad r = e^{b/2}.$$

Пример. Пусть [1, 2]

$$Q_0 = 140 \text{ кг/с}, \quad \lambda = 0,012, \quad u_{ср} = 14 \text{ м/с}, \quad c_0 = 2,3 \cdot 10^3 \text{ Дж/кгК},$$

$$z_c = 2,45 \text{ м/м}^2\text{К}, \quad D = 1 \text{ м}, \quad R = 190,3 \text{ Дж/кгК}, \quad l = 10^3 \text{ м}, \quad (19)$$

$$p_0 = 39,24 \cdot 10^5 \text{ Па}, \quad p_1 = 29,43 \cdot 10^5 \text{ Па}, \quad T_0 = 300^\circ \text{ К}.$$

Допустим, что $\Phi(t) = 0$, $\Psi(t) = 1 - e^{-t}$, тогда в силе (12) получим

$$\varphi(t) = 0, \quad \psi(t) = -p_0 + \sqrt{p_0^2 + p_1^2(1 - e^{-t})}. \quad (20)$$

С помощью (20) рассчитаны, как показано на рисунке 1, кривые с постоянным давлением p_0 в начале ($z = 0$) и изменяющимся давлением $\psi(t)$ в конце ($z = 1$).

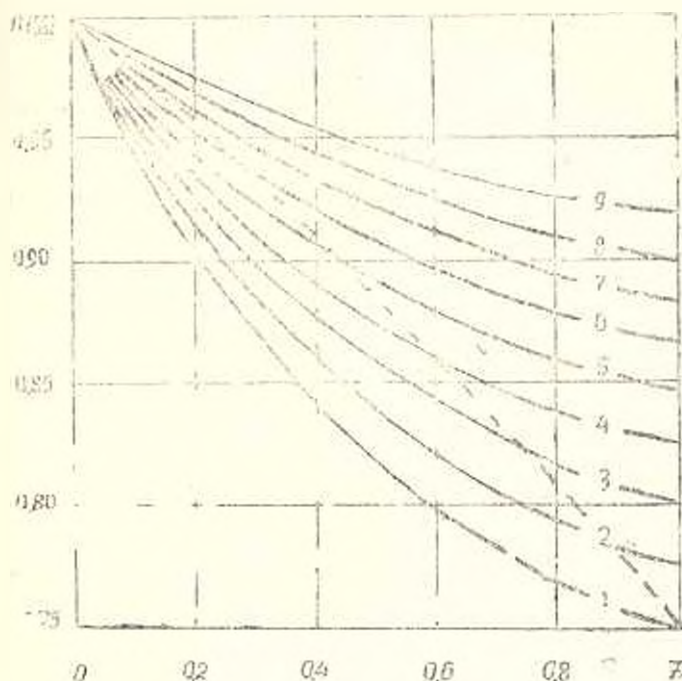


Рис. 1. Изменение давления p в зависимости от z для различных моментов времени: кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 — $t = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21$ и 24 ч.

По формуле (16) и данным (19) выполнены расчеты и построены кривые (рис. 1, 2). Кривые рис. 1 (сплошные линии) характеризуют изменение давления газа вдоль трубопровода для заданных моментов времени. Пунктирная линия характеризует изменение давления при установившемся изотермическом режиме работы газопровода. Кривые рис. 2 характеризуют изменение давления газа в зависимости от времени в фиксированных сечениях газопровода.

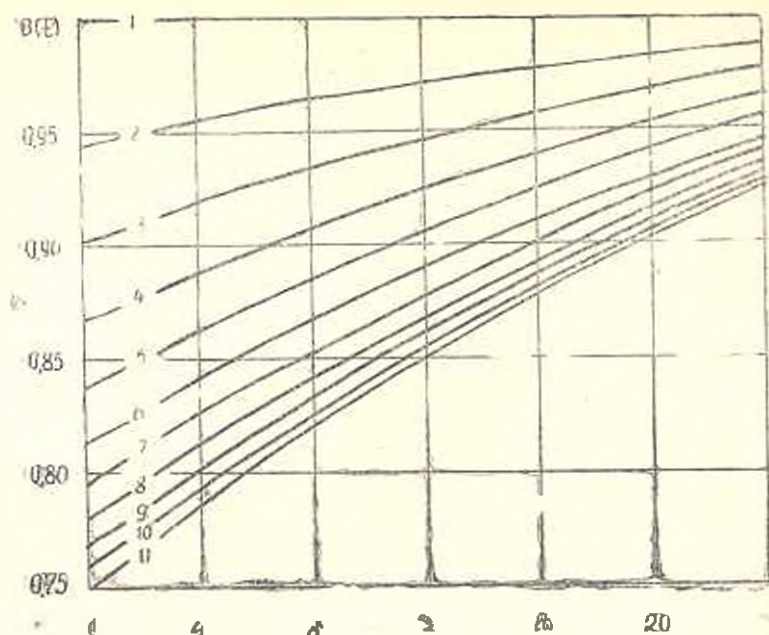


Рис. 2. Изменения давления p в зависимости от l в фиксированных сечениях газопровода: кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и 11 — $i=0,1, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9$ и $1,0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чарный И. А. Неустойчивое движение вязкой жидкости в трубах.—М.: Гостехиздат, 1951.—250 с.
2. Неизотермическое течение газа в трубах/Под. О. Ф. Васильева.—Новосибирск: Наука, 1978.—128с.
3. Чарный И. А. Основы газовой динамики.—М.: Гостехиздат, 1961.—200 с.
4. Бобронский С. А., Яковлев Е. И. Влияние параметров на переходные процессы в магистральном газопроводе. Транспорти и хранение нефти и газа/Тр. МПНХиГП.—М.: Недра, 1971.—Вып. 97.—С. 43—49.
5. Патурян С. И., Маркелов С. С. К задаче о нестационарных движениях газа в магистральных газопроводах // Изв. вузов. Нефть и газ—1972—№ 10—С. 77—82.
6. Грей Э., Мэтьюз Г. Е. Функции Бесселя и их приложения к физике и механике.—М.: Изд-во ин. лит., 1953.—371 с.

Тульский политехн. ин-т

2 V, 1990

УДК 621.313.333

Н. Г. НИКИЯН, Н. З. БАРСЕГЯН

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ
ПРИ СТАТИЧЕСКОМ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТЕ РОТОРА

Описан расчет методом конечных элементов магнитного поля двухполюсного асинхронного двигателя при статическом эксцентриситете ротора. Получены кривые распределения магнитного поля в зазоре, зубцах и промежутках. Определено количественное изменение амплитуд индукции и потерь в стали статора при разных значениях эксцентриситета.

Ил. 4. Библиогр.: 6 названий.

Անհամաչափության փոփոխող երկրենի անհրաժեշտ շարժիչ մագնիսական դաշտի հաշվարկը կատարված է վերջավոր տարրերի մեթոդով: Ստացված են մագնիսական դաշտի բաշխման կորերը բաշխվում, փոփոխող անհամաչափում և լուծում: Ստացված են ինդուկցիայի ամպլիտուդների և անստորի պարզապես կարգավորների բաշխված փոփոխությունները անհամաչափության փոփոխող փոփոխողների դեպքում:

Надежность асинхронных машин в значительной мере зависит от эксцентриситета ротора, при котором возникают силы одностороннего магнитного притяжения, влияющие на долговечность подшипников. В настоящее время нормы на допустимую величину эксцентриситета ротора либо отсутствуют, либо принимаются ориентировочно. По величине сил одностороннего магнитного притяжения может быть выбрано допустимое значение эксцентриситета.

В статье решена задача по определению магнитного поля двигателя при эксцентриситете ротора относительно статора с целью дальнейшего определения силы одностороннего магнитного притяжения. Исследовано магнитное поле асинхронного двигателя малой мощности АИР80А2 (1,5 кВт, 380 В 2850 об/мин) при эксцентричном положении ротора относительно статора. При этом вдоль окружности ротора зазор принимается неравномерным. При выборе приемлемого метода расчета магнитного поля в зазоре рассмотрена возможность применения следующих методов: удельной магнитной проводимости (МУМП), проводимостей зубковых контуров (МПЗК), конечных разностей (МКР) и конечных элементов (МКЭ).

В МУМП зубчатые сердечники заменяются гладкими. Это не дает возможности исследовать магнитное поле при разных взаимных положениях зубцов статора и ротора [1].

Основная трудность при решении задачи состоит в том, что приходится считать все поле по окружности машины. При расчете магнитного поля в областях с геометрически сложными границами раздела сред и различными магнитными и электрическими свойствами ограничения, принятые в МКР, требуют по сравнению с МКЭ резкого увеличения числа расчетных точек при одинаковой точности. Рас-

чет по МКР требует несколько тысяч расчетных точек. При применении МКЭ имеется возможность аппроксимировать криволинейные границы с помощью меньшего числа элементов, поэтому удастся сократить число расчетных элементов и довести его до нескольких сотен. Число расчетных точек в МКЭ значительно меньше, чем в МКР, что резко уменьшает затраты машинного времени на ЭВМ [2]. Поэтому для расчета магнитного поля двигателя был принят МКЭ, а расчет выполнен с учетом граничных условий для векторного потенциала при разных значениях эксцентриситета. Работа проводилась совместно с сотрудниками Рижского политехнического института, где разработана автоматизированная программа по расчету магнитных полей по МКЭ [3—5].

Объектом исследования был выбран двигатель марки АИР80А2 с увеличенным воздушным зазором ($\delta = 0,75$ мм вместо номинального $\delta = 0,35$ мм) в режиме синхронного холостого хода при неизменном токе статора. Значения эксцентриситета принимались: $\epsilon = 0, 0,3, 0,5, 0,7$ и $0,9$. Предварительно была подготовлена топологическая модель задачи, заданы исходные данные в полярных координатах и на этой основе автоматически была сгенерирована сетка. При разработке исходных данных использованы рекомендации [6] по делению зубцовой зоны статора и ротора на неравномерную сетку. В начале был проведен расчет поля при $\epsilon = 0$. Для анализа и оценки влияния эксцентриситета ротора на магнитное поле машины рассмотрена аналогичная топологическая модель, в которой центры статора и ротора не совпадают. Сдвиг центра ротора производился в соответствии с величиной эксцентриситета. Индукция же определялась при допущении, что центр ротора совпадает с центром отверстия статора.

Расчеты были проведены на ЭЦВМ ЕС1061. Отметим некоторые характеристики решения задачи: число уравнений—1299, треугольников—2492, время генерации сетки—18 мин, а время расчета векторного магнитного потенциала—3 мин.

В результате получены значения индукции во всем поперечном сечении машины. При расчете воздушный зазор был разделен на $2Z_p = 44$ одинаковых сектора и в каждом из них определялось интегральное значение индукции при заданных значениях ϵ . По результатам построено семейство кривых распределения индукции в воздушном зазоре (при $\epsilon = 0, 0,3, 0,7$) с учетом зубчатости (рис. 1). Кривая распределения индукции при $\epsilon = 0$ симметрична и максимальные значения индукции под полюсами совпадают. С увеличением эксцентриситета максимальная индукция под одним полюсом увеличивается, а под другим—уменьшается.

С целью определения потерь в стали сердечника статора при разных значениях эксцентриситета были получены значения индукции в сечениях зубцов (на половине высоты зуба) и спинки статора (над пазами). Для определения индукции в первом случае из расчета поля всей машины выводятся индукции зоны $R \pm 1$, где R —радиус окружности, проходящей по середине высоты зуба ста-

тора (рис. 2), а во втором случае определяются индукции зоны $\alpha \pm 2,5^\circ$, где α —угол расположения сечения спинки статора над пазом. Затем определяются средние интегральные значения индукции во всех зонах сердечника статора (рис. 2).

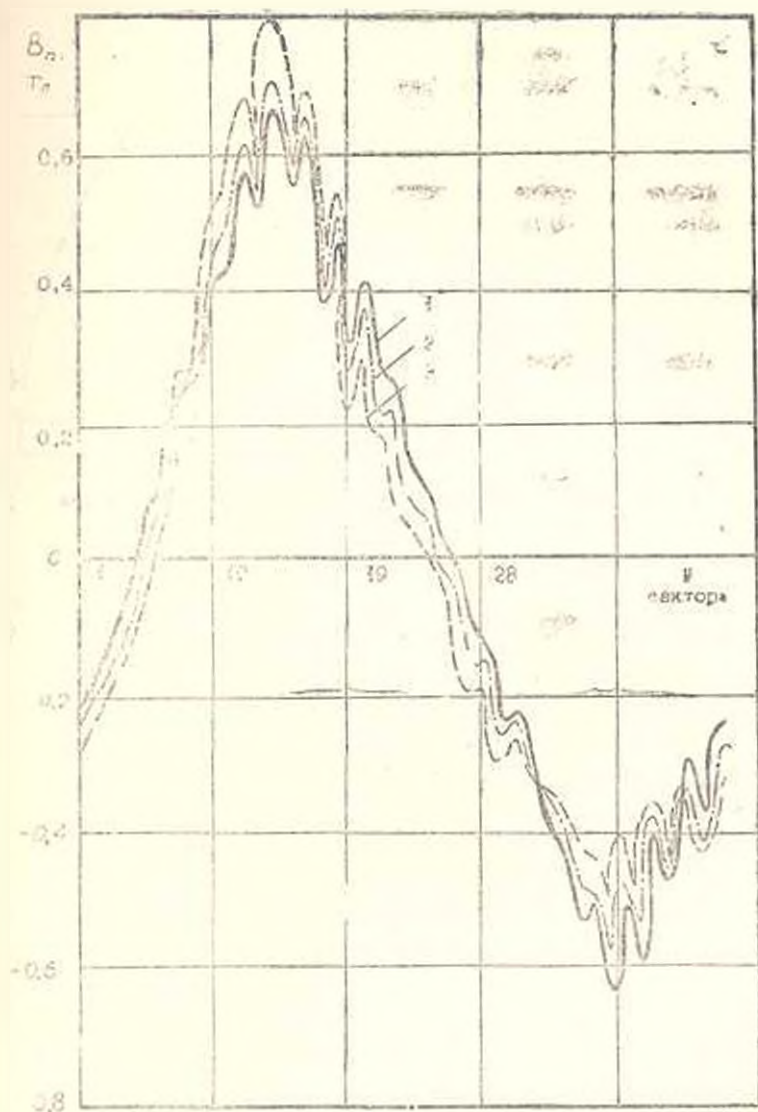


Рис. 1. Кривые распределения индукции в воздушном зазоре;
1, 2 и 3 — $\epsilon = 1, 0.5$ и 0.9 .

На рис. 3 и 4 приведены нормальные составляющие индукции в зубцах и тангенциальные составляющие в спинке в зависимости от номеров зубцов и соответствующих сечений спинки по окружности статора для разных значений эксцентриситета. Кривые распределения индукции в зубцах и спинке статора при $\epsilon = 0$ симметричны, но с увеличением эксцентриситета максимальные значения

нормальных составляющих индукции (рис. 3) в сечениях диаметрально противоположных зубцов (8 и 20) меняются.

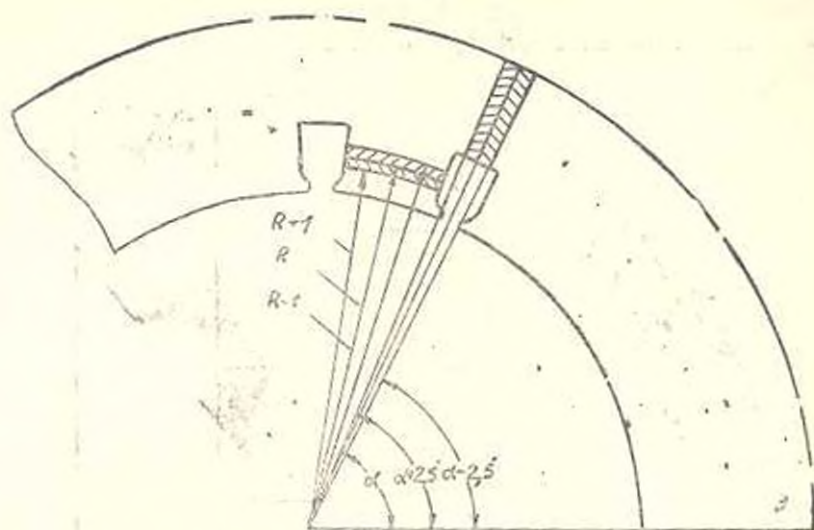


Рис. 2. К расчету индукций в сечениях зубцов и спинки статора.

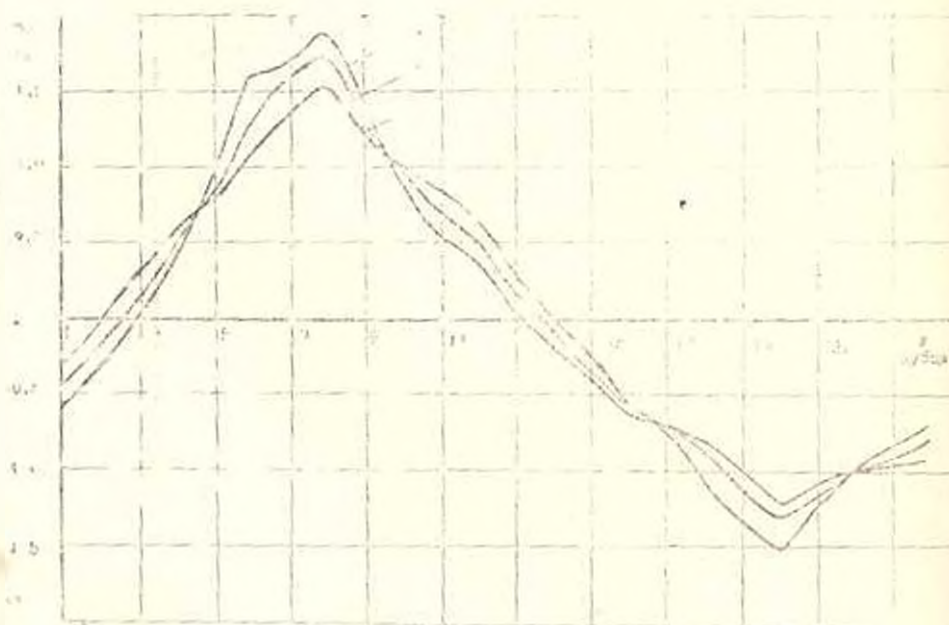


Рис. 3. Кривые распределения нормальных составляющих индукций в сечениях зубцов статора: 1, 2 и 3 — при $\epsilon = 0, 0,5$ и $0,9$.

При $\epsilon = 0$ максимальные значения тангенциальных составляющих индукции в спинке статора (рис. 4) располагаются в противоположных сечениях 3 и 15. Максимальные значения этих составляющих в сечении 3 спинки с увеличением эксцентриситета увеличиваются.

ваются, а на противоположной стороне спинки статора, не меняясь, перемещаются к 1-му сечению.

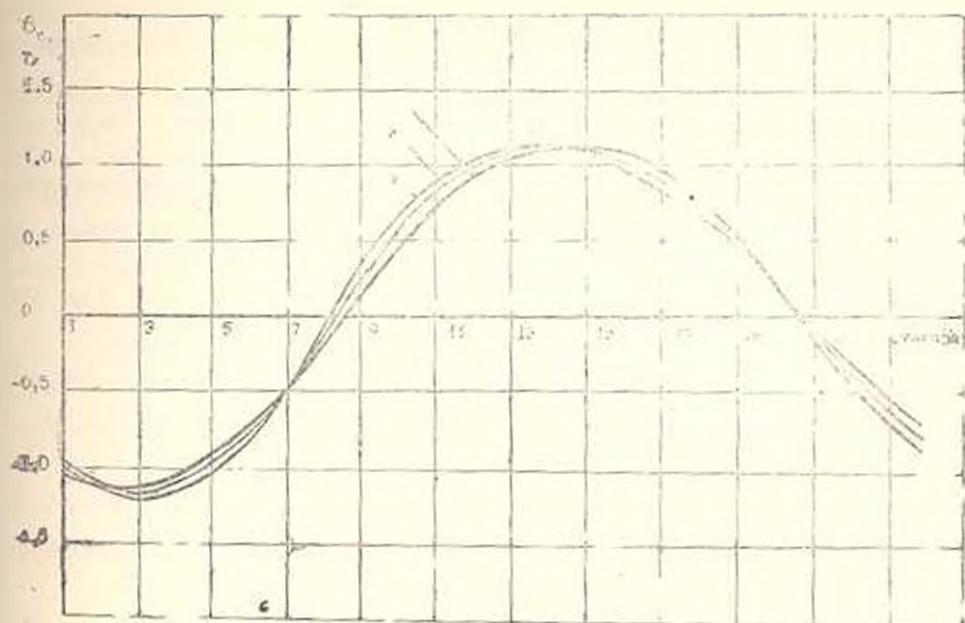


Рис. 4 Кривые распределения тангенциальных составляющих индукции в сечениях спинки статора: 1, 2 и 3 — при $\epsilon = 0, 0.5$ и 0.9 .

На основании полученных результатов были рассчитаны потери в стали сердечника статора в зависимости от эксцентриситета (табл.)

Таблица

ϵ	0	0.3	0.5	0.7	0.9
$P_{\sigma}, \text{Вт}$	25,6	26,9	27,9	28,8	29,6

Таким образом, был испробован МКЭ для расчета всего магнитного поля асинхронной машины при эксцентриситете ротора. С увеличением ϵ от 0 до 0,9 основные потери в стали увеличиваются на 16%. В то же время, при неизменном напряжении обмотки статора, амплитуда индукции при $\epsilon = 0$ равна полусумме амплитуд индукций при эксцентриситете. С увеличением эксцентриситета от 0 до 0,9 максимальное значение индукции в минимальном воздушном зазоре увеличивается на 10%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шумилов Ю. А. Анализ магнитного поля в воздушном зазоре асинхронной машины методом конечных элементов — Киев: Изд-во АН УССР, 1976.—65 с.

2. Айсит В. В., Новик Я. А. Физический смысл расчетных уравнений метода конечных элементов при расчете стационарного магнитного поля и их связь с уравнением Максвелла // Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ. и техн. наук. — 1976. — № 1 — С. 31—38.
3. Цыбенко А. С. и др. Автоматизированная система обслуживания конечно-элементных расчетов. — Киев: Высш. школа, 1986 — 211.
4. Новик Я. А. Алгоритм построения треугольной сетки для численного расчета магнитного поля методом конечных элементов // Сб.: Алгоритмы и программы. — Рига: РПИ. — Вып. 4 — С. 38—49.
5. Новик Я. А. Алгоритм построения уравнений для численного расчета магнитного поля методом конечных элементов — Там же. — С. 49—57.
6. Бондариш С. Г. и др. Оценка влияния насыщения зубцов на поле в воздушном зазоре с использованием численных методов и физического моделирования // Электротехника: Межвуз. сб. науч. тр. — Ереван, ЕрПИИ. — 1978. Сер. XIII. вып. 4. — С. 62—69.

ЕрПИИ

10. 11. 1990

Изв. АН Армении (сер. ТН) т. 45, № 3—4, 1992, с. 108—113

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.516.42

О. Н. ГАСПАРЯН, Г. А. МАНУКЯН

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ МСАУ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ГОДОГРАФОВ

Дан новый метод построения характеристических годографов гармонически линеаризованных МСАУ с произвольным числом входов и выходов. Метод основан на применении функции чувствительности характеристических передаточных функций и канонического базиса системы к малым изменениям частоты. Рассмотрен пример исследования автоколебаний в системе косвенного гидрирования телескопа.

Ил. 4. Библиогр.: 6 назв.

Ուսումնարկում է համալսարանի ինքնուրույն և արտադրական հարմարեցված զգայողական բաղադրիչ (բաղադրիչ) ուղղանկյուն համալսարանի անալոգիկ բնութագրիչ հագեցված համարման ենթ մեթոդ: Այն հիմնված է համալսարանի բնութագրիչ ֆունկցիաների և կանոնական բազիսի օգտագործման վրա: Գրադիենտային մեթոդների և կոստանտային ֆունկցիաների էքստրեմալ գրադիենտային մեթոդների հիման վրա: Ուսումնարկում է լուսնային հեռավորության փոփոխությունների օրինակ:

Проблема исследования автоколебаний в нелинейных многомерных системах автоматического управления (МСАУ) является исключительно сложной и многообразной. Различным аспектам данной проблемы посвящены работы [1, 2] и многие другие. Одним из наиболее удобных является метод, предложенный в [3], где получены необходимые условия существования одночастотных автоколебаний в нелинейных МСАУ. Коротко опишем данный метод.

Структура нелинейной МСАУ приведена на рис. 1, где $\bar{\varphi}(p)$, $\bar{x}(p)$, $\bar{y}(p)$ и $\bar{f}(p)$ — n -мерные векторы, $W(p) = \{W_{ik}(p)\}$ — $n \times n$ передаточная матрица линейной части системы, $F(\bar{x}, p\bar{x})$ — $n \times n$ функциональная матрица нелинейных элементов, зависящих от переменных x_k ($k = 1, 2, \dots, n$) и их производных. Приняв, что $\bar{\varphi}(t) = 0$ и в МСАУ установился режим автоколебаний с частотой Ω , осуществим гармоническую линеаризацию нелинейностей. В результате получим следующее векторное уравнение для приближенного определения амплитуд A_k , фаз γ_k и частоты Ω периодического режима:

$$[I + W(j\Omega) * G(\bar{A}, \Omega)] \bar{x} = 0, \quad (1)$$

где I — единичная матрица, $W(j\Omega)$ — частотное представление линейной части системы, $G(\bar{A}, \Omega)$ — матрица коэффициентов гармонической линеаризации нелинейных элементов, $\bar{x}$ — вектор комплексных амплитуд автоколебаний с компонентами $x_k = A_k \exp(j\gamma_k)$, $\gamma_1 = 0$, $\bar{A}$ — вещественный вектор с компонентами A_k .

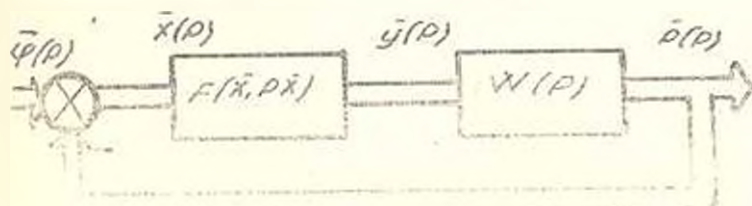


Рис. 1.

Обозначим через

$$Q(j\Omega, \bar{A}) = W(j\Omega) * G(j\Omega, \bar{A}) \quad (2)$$

передаточную матрицу разомкнутой гармонически линеаризованной системы, а через $q_i(j\Omega, \bar{A})$ и $\bar{C}_i(j\Omega, \bar{A})$ ($i = 1, 2, \dots, n$) — соответственно собственные числа, так называемые характеристические передаточные функции (ХПФ) и векторы (оси канонического базиса) матрицы (2).

Как показано в [3], для существования автоколебаний в МСАУ необходимо выполнение следующих условий:

$$q_r(j\Omega, \bar{A}) = -1, \quad (3)$$

$$x = \alpha \bar{C}_r(j\Omega, \bar{A}), \quad (4)$$

где (3) есть условия нахождения одной из ХПФ на границе устойчивости, а (4) — условие коллинеарности вектора комплексных амплитуд $\bar{x}$ и соответствующей оси канонического базиса $\bar{C}_r(j\Omega, \bar{A})$, α — вещественный скаляр, равный модулю вектора амплитуд $\bar{A}$, т. е. $\alpha = \bar{A}$. Из (4) однозначно вытекает

$$\bar{A} = \alpha [C_r(j\Omega, \bar{A})], \quad (5)$$

где $|\cdot|$ — символ, определяющий вещественный нормированный вектор, составленный из модулей компонент вектора $C_r(j\Omega, \bar{A})$.

Из [3] предложен следующий метод совместного решения уравнений (3) и (5). Для различных $\alpha = \text{const}$ и изменений с некоторым шагом $\Delta\Omega$ частоты Ω от 0 до бесконечности определяются решения нелинейного уравнения (5) и для этих решений на комплексной плоскости строится годограф ХПФ $g_r(j\Omega, \bar{A})$. Если при некотором $\alpha = |\bar{A}|$ соответствующий годограф $g_r(j\Omega, \bar{A})$ проходит через точку $-1, j0$, то эта точка дает решение системы (3), (5), причем частота Ω находится по годографу $g_r(j\Omega, \bar{A})$ в точке $-1, j0$ (рис. 2).

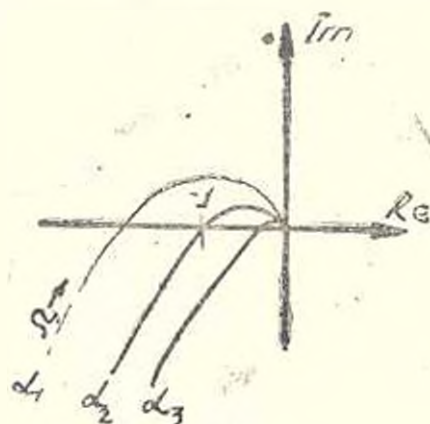


Рис. 2.

Осуществляя подобные построения для всех r , можно найти все возможные решения, удовлетворяющие необходимым условиям существования автоколебаний в МСАУ (3), (5). Однако, численное исследование автоколебаний при $n > 2$ сталкивается с существенными трудностями, т. к. в этом случае каждый шаг итерационной процедуры решения нелинейного уравнения (5) сопровождается итерационной же процедурой определения собственных векторов и чисел передаточной матрицы $Q(j\Omega, \bar{A})$ (2) и возникает сложная проблема выделения ХПФ $q_r(j\Omega, \bar{A})$ для выбранного r из всего множества составленных чисел $\{q_r(j\Omega, \bar{A})\}$.

В настоящей статье предлагается новый метод численного решения данной задачи, основанный на применении функций чувствительности ХПФ и осей канонического базиса к вариациям частоты Ω . Примем, что при $\Omega = \Omega_0$ и $\bar{A}_0$ условие коллинеарности (5) выполняется. Тогда при малом изменении частоты Ω ХПФ и собственные вектора матрицы $Q(j\Omega, \bar{A})$ получают некоторые приращения, что приводит к нарушению условия (5). Следовательно, для восстановления (5) необходимо найти новый соответствующий вектор $\bar{A}$.

Разложив q_r и C_r в ряд Тейлора в окрестности точки $q_r(\Omega_0, \bar{A}_0)$ и $\bar{C}_r(\Omega_0, \bar{A}_0)$ и отбросив все члены выше первого порядка малости, получим

$$g_r(\bar{A}_0 + \Delta \bar{A}; \Omega_0 + \Delta \Omega) = \left. \frac{\partial q_r}{\partial \Omega} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \Delta \Omega + \\ + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial q_r}{\partial A_i} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \Delta A_i + q_{r0}(\bar{A}_0, \Omega_0), \quad (6)$$

$$\bar{C}_r(\bar{A}_0 + \Delta \bar{A}, \Omega_0 + \Delta \Omega) = \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial \Omega} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \Delta \Omega + \\ + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial A_i} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \Delta A_i + \bar{C}_{r0}(\bar{A}_0, \Omega_0). \quad (7)$$

Вместо (7) можно записать

$$\bar{C}_r(\cdot) = \bar{C}_{r0}(\cdot) + \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial \Omega} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \Delta \Omega - \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial A_i} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} A_{i0} + \\ + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial A_i} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} A_i, \quad (8)$$

где $\bar{C}_{r0}$, $\bar{A}_0$ — значения неварьированных собственного вектора и вектора амплитуд, а $\bar{C}_r$ и $\bar{A} = \bar{A}_0 + \Delta \bar{A}$ — варьированного, откуда с учетом (5) окончательно получим

$$\bar{A} = \alpha \left[\bar{C}_{r0} + \bar{b}_0 \Delta \Omega - \sum_{i=1}^n \bar{b}_i A_{i0} + \sum_{i=1}^n \bar{b}_i A_i \right], \quad \alpha = \text{const}, \quad (9)$$

где постоянные векторы

$$\bar{b}_0 = \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial \Omega} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}}, \quad \bar{b}_i = \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial A_i} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \quad (10)$$

известны и вычисляются через функции чувствительности собственного вектора $\bar{C}_r(\cdot)$ в исходной точке $\bar{A} = \bar{A}_0$, $\Omega = \Omega_0$. Новое значение $q_r(\cdot)$ при этом в первом приближении находится по уравнению (6).

Таким образом, получено нелинейное уравнение (9), решение которого дает в первом приближении вектор амплитуд $\bar{A}$ коллинеарный вектору $\bar{C}_r(\cdot)$ при малом изменении частоты Ω . При решении

(9) избегаем итерационной процедуры вычисления собственных чисел $q_r(\cdot)$ на каждом шаге и выделения из множества этих чисел числа $q_r(\cdot)$ с выбранным индексом r . Тем самым значительно упрощается задача численного исследования автоколебаний в нелинейной МСАУ. Имея решение уравнения (5) для любой одной частоты Ω , при помощи (9) и (6) можно легко проследить весь характер изменения годографа ХПФ $q_r(\cdot)$ на комплексной плоскости, уточняя решение только при необходимости по исходному уравнению (5).

Пример. Исследуем трехосную систему косвенного гидирования телескопа с учетом насыщения астродатчиков, структурная схема которой дана на рис. 3, где

$$\begin{vmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 \\ \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 & -\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 \end{vmatrix} \quad \alpha_1 = 20^\circ, \quad \alpha_2 = 30^\circ.$$

Классы гидирования примем различными:

$$W_1 = \frac{1317,17(p+1)}{p(0,03p+1)D(p)}, \quad W_2 = \frac{123,21(0,17p+1)}{p(0,03p+1)D(p)},$$

$$W_3 = \frac{55,39(0,17p+1)}{p(0,025p+1)D(p)},$$

где

$$D(p) = (6,869 \cdot 10^{-3} p^3 + 6,44 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,5023p + 1).$$



рис. 3.

Применяя вышесказанную методику и используя пакет прикладных программ EISPASK [5], для решения систем нелинейных уравнений на ЦВМ СМ-4 были построены ХПФ системы косвенного гидирования.

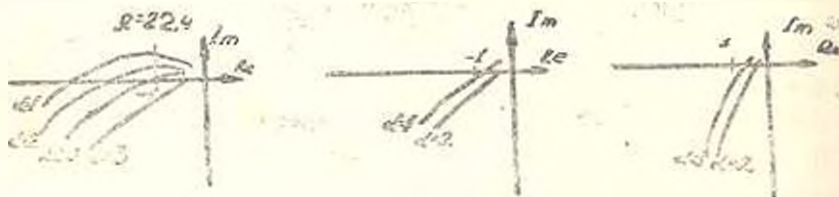


Рис. 4.

Как видно из рис. 4, при $\alpha = 2,59$ годограф первой ХПФ проходит через точку $-1, 0$, следовательно, в системе могут существо-

вать автоколебания с частотой $\Omega = 22,4$ и амплитудами $A_1 = 1,27$, $A_2 = 1,88$, $A_3 = 1,26$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Amami N., Atherton D. P.* Frequency response methods for nonlinear multivariable systems//Proc. Canadian Conf. Aut. Control. — 1973. — P. 9.2-1 — 9.2-15.
2. *Gray J. O., Taylor P. B.* Computer aided design of multivariable nonlinear control systems using frequency domain techniques//Automatica. 1979. — Vol. 15. — P. 281-297.
3. *Гаспарян О. Н.* Исследование автоколебаний в нелинейных многомерных системах регулирования методом характеристических передаточных функций//Изв. АН АрмССР. Сер. ТН.—1984.—Т. 37.—№ 5.—С. 34-39.
4. *Smith B. T.* Multivariable systems — EILPACK guide/ecture Notes in Computer Science — Berlin: Springer-Verlag, 1976. — Vol. 6-551p.
5. *Бакли Б.* Методы оптимизации. — М.: Радио и связь. 1988 — 128 с.

ЕрПН

15 IV. 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. 45, № 3-4, 1992, с. 113-117

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 658.51:62—52

В. Г. АЛЕКСАНДРЯН, С. Е. ЧИМИШКЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОТИПНЫХ СИСТЕМ КОСВЕННОГО ГИДИРОВАНИЯ

Предложен новый критерий анализа абсолютной устойчивости многомерной однотипной нелинейной системы автоматического управления, являющейся аналогом известного кругового критерия устойчивости. Приведенная теорема абсолютной устойчивости позволяет также определить меру быстродействия (степень устойчивости) системы. При доказательстве критерия абсолютной устойчивости использованы методы теории робастности.

Ил. 4. Библиогр.: 5 назв.

Անալիզի համար է առաջարկվում միջավայրի ապահովման համակարգի բազմադրական ունիտիպային չափանիշը, որը հանդիսանում է հայտնաբերված հայտնի շրջանային չափանիշի մեծանիշի Բոդյարայի հարաբերական չափանիշի ընդհանուր դեպք է առաջի որակի նաև համակարգի արագացվածության չափը Բոդյարայի հարաբերական չափանիշի արագացվածության համար ապահովված էև որակաբանական անալիզի մեթոդները:

В настоящее время общепризнаны достоинства внеатмосферных астрофизических наблюдений, осуществляемых с искусственных спутников Земли (ИСЗ). Для таких наблюдений на ИСЗ устанавливают прецизионные системы, осуществляющие автоматическое наведение ортовых приборов. Основной задачей управления является наведение оптической оси прибора (телескопа) на исследуемый объект. Применяемые с этой целью системы косвенного гидирования являются многосвязными (трехосными) системами автоматического регули-

рования. Типичная структурная схема такой системы изображена на рис. 1, где $Q(S)$ — (3×3) передаточная матрица (ПМ) динамической линейной части, а БН—диагональный блок статических секторных нелинейностей $\varphi_i[e_i(t)]$ типа насыщение (рис. 2), обусловленных особенностями характеристики «вход-выход» фотоэлектрических звездных датчиков.

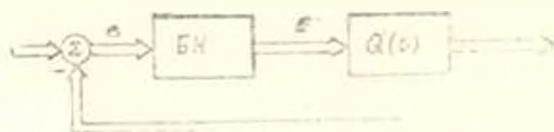


Рис. 1. Структурная схема системы.

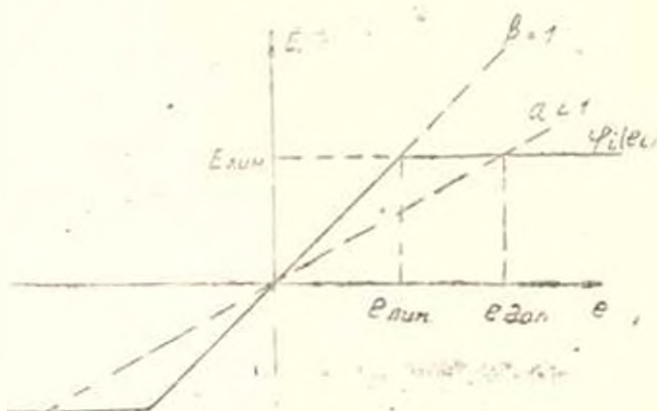


Рис. 2. Нелинейность типа ограничения.

При большом начальном отклонении стабилизируемой оптической оси от желаемого положения система гидрирования работает в области насыщения звездных датчиков, т. е. вне области линейности последних. Поэтому анализ устойчивости системы с учетом блока нелинейностей представляет большой практический интерес. Известен, в частности, многосвязный аналог кругового критерия абсолютной устойчивости в терминах, так называемых, характеристических годографов, дающей в некотором смысле нестрогое необходимое условие для абсолютной асимптотической устойчивости системы в общем секторе нелинейностей (a, b) [1], где $ae_i(t) < \varphi_i[e_i(t)] < be_i(t)$, $i = \overline{1, m}$.

Для практических систем косвенного гидрирования характерен случай, когда динамика линейной части обусловлена динамикой одинаковых приводов в separatных каналах ($W(S)$), а взаимные связи между каналами носят статический характер (матрица жестких связей R), т. е.

$$Q(s) = W(s)R,$$

$$R = \begin{vmatrix} \cos \alpha_2 & \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 & -\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ 0 & \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \\ 0 & -\sin \alpha_2 & \cos \alpha_1 \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — некоторые углы, связанные со взаимным расположением объекта исследования и опорных звезд [2]. Такие системы принято называть одяютинными [3]. Особый вид ПМ (1) позволяет упростить исследование абсолютной устойчивости на основе упомянутого критерия [1].

Воспользуемся тем, что матрицу жестких связей R можно разложить на ортогональную часть R_2 и погрешность R_1 [4]:

$$R = R_1 R_2 = R_2 [I + \Delta Q],$$

$$R_2 = \begin{vmatrix} \cos \alpha_2 & \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 & -\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ 0 & \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \\ \sin \alpha_2 & -\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где собственные значения R_2 равны

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_{2,3} = \cos \Phi \pm j \sin \Phi, \quad \cos \Phi = \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 - 1}{2},$$

а спектральная норма ΔQ определяется выражением [4]

$$\|\Delta Q\|_2 = \sqrt{2(1 - \cos \Phi)}, \quad \cos \Phi = \cos \alpha_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_3).$$

Фактически ΔQ из (2) является мультипликативным возмущением для всей ПМ $Q(s)$. Основной результат можно сформулировать в виде следующей теоремы.

Теорема. Для выполнения многомерного аналога кругового критерия абсолютной устойчивости [1] для ПМ $Q(s)$ типа (1) и сектора нелинейности (a, b) достаточно, чтобы выполнялся круговой критерий для инверсного годографа $[W(j\omega)]^{-1}$ и окружностей радиуса $|\Delta Q|_2 + (b-a)n$ с центрами в точках $k\lambda_i$, $i = 1, 2, 3$ (рис. 3), где $k = (b+a)/2$, что можно трактовать как "среднее" усиление для сектора (a, b) .

Такая форма критерия очень удобна для синтеза динамической коррекции, модифицирующей только годограф $W(j\omega)$. Аналогичным образом, в соответствии с теоремой можно исследовать степень устойчивости (меру быстродействия) системы, для этого вместо частотной характеристики $|W(j\omega)|^{-1}$ следует рассматривать смещенную частотную характеристику $|W(j\omega) - \gamma|^{-1}$ при разных $\gamma \geq 0$.

При рассмотрении нелинейностей типа насыщение (рис. 2) имеем $b = 1$. По мере увеличения уровня сигналов на входе нелинейностей нижняя граница сектора a уменьшается от 1 до 0. При этом эквива-

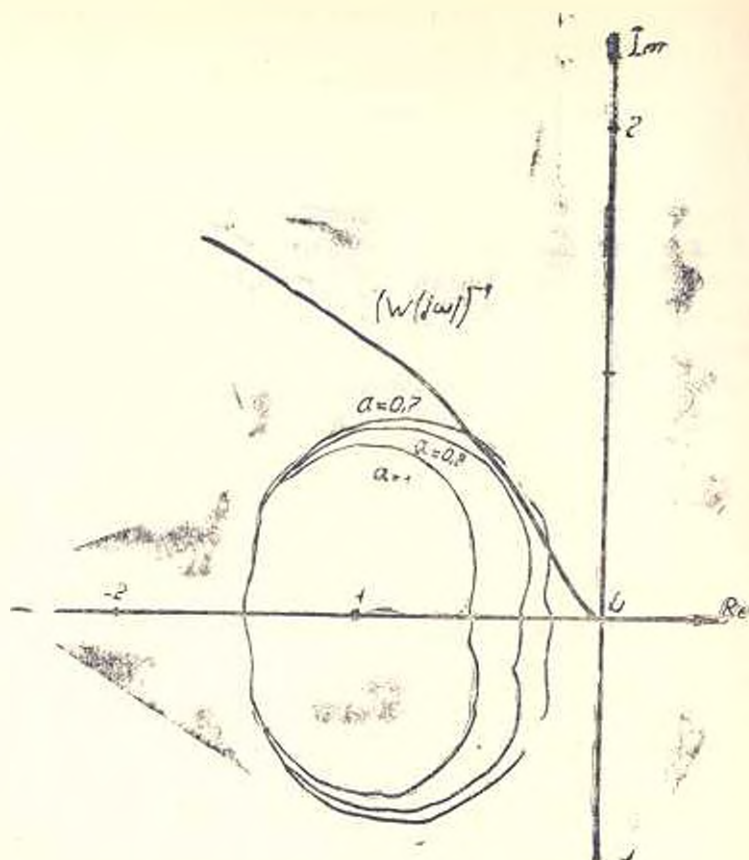


Рис. 3. Критерий абсолютной устойчивости.

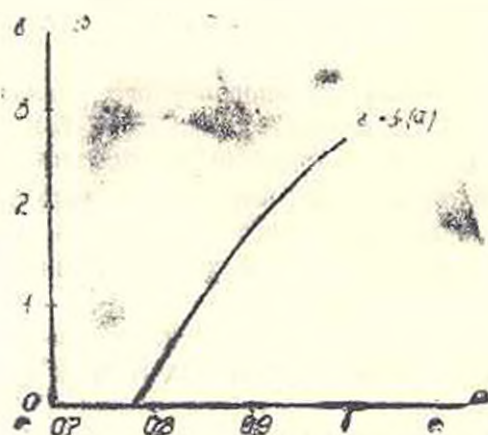


Рис. 4. Степень устойчивости.

лентное усиление k в функции от a уменьшается от 1 до 0,5, а величина $(b-a)/2$ возрастает от 0 до 0,5. Очевидно, что при работе на линейном участке, т. е. при $a=1$ имеем $k=1$, $(b-a)/2=0$ и критерий переходит в условие робастной устойчивости линейной си-

системы с номинальной ПМ $W(s)K_2$ и возмущением ΔQ [5]. По мере уменьшения условия все больше ужесточается из-за увеличения добавки $(b-a)^2$ при уменьшающемся эквивалентном усилении k . В частности, исследование абсолютной устойчивости трехосной системы косвенного гидрирования при углах $\alpha_1 = \alpha_2 = 10^\circ$, $\alpha_3 = -15^\circ$ и скалярной динамике вида

$$W(s) = \frac{160(0,2s + 1)}{s(1,9s + 1)(0,02s + 1)(0,001s + 1)}$$

позволяет утверждать, что система абсолютно устойчива в секторе $(0,8, 1)$, т. е. $a = 0,8$ и допустимы отклонения, превышающие уровень линейной зоны в $\alpha^{-1} = 0,8 - 1,25$ раз (рис. 3). Аналогичным образом была построена зависимость степени устойчивости γ от нижней границы сектора a при изменении a в пределах $0,8 \leq a \leq 1$ (рис. 4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаспарян О. Н. Исследование абсолютной устойчивости нелинейных многосвязных систем методом характеристических передаточных функций // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН — 1986. — Т. 39, № 5. — С. 23—29.
2. Астролоидные системы / Под ред. Б. К. Чемаданова. — М.: Машиностроение, 1977. — 304 с.
3. Соболев О. С. Однотипные связанные системы регулирования. — М.: Энергия, 1973. — 136 с.
4. Александрян В. Г. Синтез многомерных систем управления косвенной астролоидной стабилизации на основе частотных критериев робастности: Дис. канд. техн. наук: 05.13.05: 01.01.11. — Защищена 22.05.90. — Ереван, 1990. — 169 с.
5. Hing Y. S., MacFarlane A. G. J. Multivariable feedback: a quasi-classical approach. — Berlin: Springer-Verlag, 1982. — 182p.

ЕрПН

2, V, 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. 45, № 3—4, 1992, с. 117—122

ГИДРАВЛИКА

УДК 532.546

Р. М. БАРСЕГЯН, А. О. САРКИСЯН

ОБ ИДЕНТИЧНОСТИ УРАВНЕНИЙ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ КОНСОЛИДАЦИИ И УПРУГОГО РЕЖИМА ФИЛЬТРАЦИИ

Доказывается идентичность основных дифференциальных уравнений фильтрационной консолидации и упругого режима фильтрации при учете сжимаемости воды, движущейся в порах деформируемого грунта. Это обстоятельство позволяет избежать ненужных повторений исследований в двух достаточно близких отраслях науки. Выясняется, что учеными, занимающимися вопросами как теории фильтрационной консолидации, так и теории упругого режима фильтрации, независимо друг от друга получены одинаковые результаты. Появляется необходимость координации информации научных результатов смежных областей исследований.

Библиогр.: 4 назв.

системы с номинальной ПМ $W(s)K_2$ и возмущением ΔQ [5]. По мере уменьшения условия все больше ужесточается из-за увеличения добавки $(b-a)^2$ при уменьшающемся эквивалентном усилении k . В частности, исследование абсолютной устойчивости трехосной системы косвенного гидрирования при углах $\alpha_1 = \alpha_2 = 10^\circ$, $\alpha_3 = -15^\circ$ и скалярной динамике вида

$$W(s) = \frac{160(0,2s + 1)}{s(1,9s + 1)(0,02s + 1)(0,001s + 1)}$$

позволяет утверждать, что система абсолютно устойчива в секторе $(0,8, 1)$, т. е. $a = 0,8$ и допустимы отклонения, превышающие уровень линейной зоны в $\alpha^{-1} = 0,8 - 1,25$ раз (рис. 3). Аналогичным образом была построена зависимость степени устойчивости γ от нижней границы сектора a при изменении a в пределах $0,8 \leq a \leq 1$ (рис. 4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаспарян О. Н. Исследование абсолютной устойчивости нелинейных многосвязных систем методом характеристических передаточных функций // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН — 1986. — Т. 39, № 5. — С. 23—29.
2. Астролетящие системы / Под ред. Б. К. Чемаданова. — М.: Машиностроение, 1977. — 304 с.
3. Соболев О. С. Однотипные связанные системы регулирования. — М.: Энергия, 1973. — 136 с.
4. Александрян В. Г. Синтез многомерных систем управления косвенной астроблизации на основе частотных критериев робастности: Дис. канд. техн. наук: 05.13.05: 01.01.11. — Защищена 22.05.90. — Ереван, 1990. — 169 с.
5. Hing Y. S., MacFarlane A. G. J. Multivariable feedback: a quasi-classical approach. — Berlin: Springer-Verlag, 1982. — 182p.

ЕрПН

2, V, 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. 45, № 3—4, 1992, с. 117—122

ГИДРАВЛИКА

УДК 532.546

Р. М. БАРСЕГЯН, А. О. САРКИСЯН

ОБ ИДЕНТИЧНОСТИ УРАВНЕНИЙ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ КОНСОЛИДАЦИИ И УПРУГОГО РЕЖИМА ФИЛЬТРАЦИИ

Доказывается идентичность основных дифференциальных уравнений фильтрационной консолидации и упругого режима фильтрации при учете сжимаемости воды, движущейся в порах деформируемого грунта. Это обстоятельство позволяет избежать ненужных повторений исследований в двух достаточно близких отраслях науки. Выясняется, что учеными, занимающимися вопросами как теории фильтрационной консолидации, так и теории упругого режима фильтрации, независимо друг от друга получены одинаковые результаты. Появляется необходимость координации информации научных результатов смежных областей исследований.

Библиогр.: 4 назв.

Թծանցման հետևանքով հազարների աս-տիճանի և առավելակի ուժերով ծծանցումը (սեռ բնագավառներ են: Յուրք է ազդում, որ հեղուկի սեղմելիությունը զեղքում (ըստ Հուիի օրենքի) ծծանցման հետևանքով հազարների ամրացման գիծերինցիայի հազարամիլիարը համընկնում են առավելակի ուժերով ծծանցման հազարամիլիարի հետ: Պարզվում է, որ ծծանցման հետևանքով ամրացման և առավելակի ուժերով ծծանցման բնագավառներում հետազոտողները միմյանցից ակնախ ստացել են իրար հետ համընկնող արդյունքներ: Հետ-բազորություն է ստեղծվում խառնակի կլինոթյուններից և կոորդինացնել միմյանց մաս կազմում բնագավառների գիտական գիտական աշխատանքները:

В настоящей работе показывается, что исходные дифференциальные уравнения фильтрационной консолидации при учете сжимаемости движущейся в порах деформируемого грунта воды (по закону Гука) совпадают с дифференциальными уравнениями упругого режима фильтрации. А эти разделы—фильтрационная консолидация грунтов и упругий режим фильтрации—в настоящее время считаются отдельными направлениями среди многих других направлений по фильтрации жидкости. Даже в пределах этих двух направлений на базе основных дифференциальных уравнений на сегодня решено большое количество практически важных задач, как по фильтрационной консолидации, так и по упругому режиму фильтрации. Поэтому среди решенных задач и их результатов есть повторения. При доказательстве совпадения основных уравнений фильтрационной консолидации и упругого режима фильтрации приведем некоторые исходные соотношения. Уравнения равновесия в момент времени t в теории фильтрационной консолидации грунтов принимается в виде [1] $W + q + r = p + \sigma$, где W —давление в воде по верхнему основанию слоя деформируемого грунта с мощностью l , σ —напряжение в скелете, P —давление в воде, q —песчаная нагрузка, $r = \gamma_{\text{нас}} Z$ — Z —масса водонасыщенного грунта в пределах призмы высотой z и с площадью основания, равной единице. При выводе более общих уравнений равновесия рассматривается точное уравнение [2]

$$q + W + \int_0^z \left(\frac{\gamma_1}{1 + \varepsilon} + \frac{\gamma_2}{1 + \varepsilon} \right) dz = p + P, \quad (1)$$

которое является замыкающим уравнением в системе следующих основных зависимостей:

1) закон фильтрации Дарси—Герсеванова—

$$\bar{u} - \varepsilon \bar{v} = -K(H)(\text{grad } H - i_0), \quad (2)$$

где $\bar{u}$ и $\bar{v}$ —скорости движения воды и скелета соответственно $K(H)$ —коэффициент фильтрации, i_0 —начальный градиент напора;

2) уравнения неразрывности жидкой и твердой фаз—

$$\frac{\partial(\gamma_1 \varepsilon)}{\partial z} + \frac{\partial(\gamma_2 n)}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0, \quad (4)$$

$$m + n = 1, \quad m = \frac{1}{1 + \epsilon}$$

где u_z и v_z — проекции векторов $\bar{u}$ и $\bar{v}$ на ось OZ ;

2) компрессионная записимость —

$$\epsilon = f(z), \quad (5)$$

в частности, для линейно-деформируемых сред

$$\epsilon = -a z + \text{const}, \quad (6)$$

$$H = \frac{1}{\gamma} P + z, \quad (7)$$

где H — напор, a — коэффициент уплотнения, γ и γ_s — удельный вес соответственно жидкости и скелета, $z(t)$ — осадка грунта в момент времени t , ϵ — коэффициент пористости.

Принимая в (1) $\epsilon = \text{const}$ с помощью основных соотношений (2) — (7) без учета сжимаемости движущейся жидкости, получаем известные уравнения фильтрационной консолидации грунтов

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{1 + \epsilon}{\gamma} \frac{\partial}{\partial t} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right) \quad (8)$$

для спрямленного участка компрессионной кривой

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1 + \epsilon}{\gamma a} \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right) \quad (9)$$

и для простейшего случая

$$\frac{\partial H}{\partial t} = c \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \quad (10)$$

где c — коэффициент консолидации [3].

В настоящей работе показывается, что из уравнений фильтрационной консолидации линейно-деформируемых сред следуют уравнения упругого режима фильтрации.

Дифференцируя обе части закона Дарси-Герсеванова (2) по z для одномерного случая ($i_0 = 0$), получим

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} - v_z \frac{\partial \epsilon}{\partial z} - \epsilon \frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right). \quad (11)$$

Складывая уравнения равновесия для жидкой (3) и твердой (4) фаз, имеем

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_z}{\gamma} \frac{\partial z}{\partial z} + \frac{n}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial t} = 0, \quad (12)$$

Подставляя в (11) выражения для $\frac{\partial u_z}{\partial z}$, вычисленные по (12), в результате получаем

$$(1 + \varepsilon) \frac{\partial v_z}{\partial z} + v_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{u_z}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial z} + \frac{n}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial t} \right). \quad (13)$$

С учетом формулы (4) уравнение (13) можно записать в виде

$$\frac{1}{1 + \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + v_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{u_z}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial z} + \frac{n}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right). \quad (14)$$

Второе и третье слагаемые в левой части уравнений (14) пренебрежимо малы относительно первого и четвертого членов соответственно [1]. Следовательно, вторым и третьим членами в левой части уравнения (14) можно пренебречь относительно первого и четвертого членов. Тогда уравнение (14) упрощается

$$\frac{1}{1 + \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{n}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right). \quad (15)$$

Если жидкость принимается несжимаемой, то из (15) следует известное уравнение теории фильтрационной консолидации [1]

$$\frac{1}{1 + \nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial t} \right). \quad (16)$$

Согласно закону Гука для воды $E_v \frac{d\gamma}{\gamma_0} = dP$, где E_v — модуль объемного сжатия воды, γ_0 — объемный вес воды при атмосферном давлении. Принимая $\gamma_0 \approx \gamma$, из закона Гука имеем

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\gamma}{E_v} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (17)$$

Подставляя выражение для $\frac{\partial \gamma}{\partial t}$ из (17) в (15) и учитывая (4) и (7), получаем

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\gamma^2}{E_v} \frac{\partial H}{\partial t} = (1 + \varepsilon) \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right). \quad (18)$$

По теории фильтрационной консолидации Терцези-Флоренца уравнение примем в виде $q = \lambda + P$, поэтому, учитывая (5):

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{d\varepsilon}{d\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{d\varepsilon}{d\sigma} \left(\frac{dq}{\partial t} - \frac{\partial P}{\partial t} \right) = \frac{d\varepsilon}{d\sigma} \left(\frac{\partial q}{\partial t} - \gamma \frac{\partial H}{\partial t} \right). \quad (19)$$

Тогда (18) получит вид

$$\left(1 - \frac{\varepsilon}{E_v} \frac{d\varepsilon}{d\sigma} \right) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{1 + \varepsilon}{\gamma} \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right). \quad (20)$$

Осредняя ε , ($\varepsilon = \varepsilon_{cp}$), получаем

$$\left(1 - \frac{\varepsilon}{E_n \frac{d\varepsilon}{d\sigma}}\right) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{1+\varepsilon}{\gamma \frac{d\varepsilon}{d\sigma}} \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right). \quad (21)$$

Для линейно-деформируемых сред уравнениям (20) и (21) преобразуются:

$$\left(1 + \frac{\varepsilon}{aE_n}\right) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1+\varepsilon}{\gamma a} \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right), \quad (22)$$

$$\left(1 + \frac{\varepsilon_{cp}}{aE_n}\right) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1+\varepsilon_{cp}}{\gamma a} \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right). \quad (23)$$

При $q = \text{const}$ из (23) получим

$$\left(1 + \frac{\varepsilon_{cp}}{aE_n}\right) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1+\varepsilon_{cp}}{\gamma a} \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right)$$

или же

$$\eta^* \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right), \quad (24)$$

где $\eta^* = \frac{\gamma}{1+\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon_{cp}}{E_n} + v \right)$ — коэффициент упругости.

При постоянном коэффициенте фильтрации из уравнения (24) получим

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a^* \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}, \quad (25)$$

где $a^* = K/\eta^*$ — коэффициент ксезкпроводности [4]. Аналогичным способом находим, что уравнение фильтрационной консолидации при учете сжимаемости воды по закону Гука для трехмерного случая будет

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \varepsilon_{cp} \frac{u}{E_n} \frac{\partial H}{\partial t} = (1+\varepsilon) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right] \quad (26)$$

Принимая, что деформация грунта в основном проходит по вертикали [2], имеем (19), а для линейной зависимости ε от σ :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -u \frac{\partial q}{\partial t} - \gamma \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (27)$$

Тогда (26) получит вид

$$\left(1 + \frac{\varepsilon_{cp}}{aE_n}\right) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1+\varepsilon_{cp}}{\gamma a} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right]$$

При постоянном q :

$$\left(1 + \frac{\varepsilon_{cp}}{aE_0}\right) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1 + \varepsilon_{cp}}{\gamma a} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right]$$

или

$$\eta^* \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right). \quad (28)$$

При постоянном k

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a^* \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right). \quad (29)$$

В уравнениях (28) и (29) коэффициенты упругости η^* и консолидации a^* определяются соответственно по формулам (24) и (25).

Таким образом, установлено, что при учете сжимаемости воды уравнения фильтрационной консолидации превращаются в уравнения фильтрации упругого режима при условии, что грунт считается линейно-деформируемым.

ЛИТЕРАТУРА

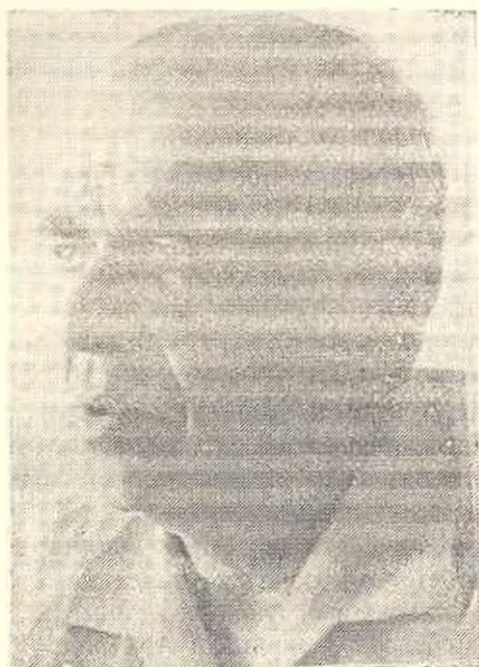
1. Флорин В. А. Основы механики грунтов.—М.: Госстройиздат, 1961.—541 с.
2. Барсегян Р. М. Основные уравнения фильтрации в деформируемых грунтах//ДАН СССР.—1980.—Т. 252, № 3—С. 817—820.
3. МIRONENKO В. Л., ШЕСТИКОВ В. М. Основы гидрогеомеханики. М.: Недра, 1974.—295 с.
4. Шелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме.—М.: Гостехиздат, 1959.—467 с.

ЕрIIIИ

26 XII. 1990

К 85-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ ЧЛЕНА-КОРРЕСПОНДЕНТА АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ М. З. СИМОНОВА

МИХАИЛ ЗАХАРЬЕВИЧ СИМОНОВ (1906 — 1986) — видный ученый в области бетона, железобетона и строительных материалов, лауреат Государственных премий СССР, доктор технических наук, профессор, член-корр. АН АрмССР, заслуженный деятель науки и техники АрмССР, автор 170 научных трудов, в т. ч. 20 оригинальных монографий и брошюр. 5 его работ переведены на немецкий, чешский и польский языки. С его участием были разработаны многие всесоюзные и республиканские нормативные документы в области бетона и железобетона.



М. З. Симонов, армянин по национальности, родился в г. Телави ГрузССР в семье служащего. Трудовую деятельность начал в возрасте 21 года, будучи студентом строительного факультета ГПИ (г. Тбилиси), который окончил в 1931 г.

В 1927—29 гг. работал техником на строительстве. В 1929 г. поступил в организованный Закавказский институт сооружений (ЗИС), переименованный впоследствии в ТИИС, ТИИСГЭИ, ГрузНИИЭГС, где он работал лаборантом, младшим, старшим научным сотрудником, а с 1933 г. — руководителем сектора бетона и железобетона. В 1935 г. утвержден в звании старшего научного сотрудника. В 1941 г. М. З. Симонову присуждена ученая степень кандидата технических наук, а в 1954 г. — доктора технических наук.

В годы II мировой войны М. З. Симонов по мобилизации работал на оборонных объектах.

По приглашению АН АрмССР М. З. Симонов переехал в г. Ереван и с 1944 по 1986 гг. работал в АИСМ, АрмНИИСА (ныне АрмНИИСС) руководителем лаборатории бетонов и изделий. За этот период он дважды занимал должность директора института.

Научная и творческая деятельность М. З. Симонова была посвящена разработке и совершенствованию методов расчета обычного и легкого железобетона, проектированию конструкций и составов бетонов на плотных и пористых заполнителях, созданию теоретических и практических разработок по технологии изготовления изделий и конструкций.

М. З. Симонов был одним из пионеров создания научной основы применения легкого бетона и железобетона в Закавказье. Разработанные им еще в 1936 г. совместно с Г. Б. Кармановым многопустотные панели перекрытия «снимкар» стали самыми массивными сборными железобетонными конструкциями в СССР и ряде зарубежных стран. Это новшество явилось крупным вкладом в дело технической революции в строительстве.

М. З. Симонову принадлежит приоритет создателя малоцементных и бесцементных вяжущих и бетонов на их основе.

Под руководством и при непосредственном участии М. З. Симонова были разработаны и внедрены в строительство (впервые в мировой практике) элементы купола из легкого торкретжелезобетона. Неоценим его вклад во внедрении легкого железобетона в транспортном строительстве, в разработку изделий, изготавливаемых методом самопрессования в электрическом поле и др.

До конца жизни М. З. Симонов с полной энергией работал над новыми актуальными вопросами строительства. В течение последних лет в АрмНИИСА под его руководством разработаны и внедрены: станочная технология формования методом самопрессования железобетонных изделий для животноводческих комплексов; легкие бетоны для железобетонных обделок тоннелей, в том числе для метрополитена г. Еревана; декоративные бетоны и полимерцементные краски для отделки фасадов зданий в Армении.

По инициативе М. З. Симонова и под его общей редакцией подготовлена к печати коллективная монография о состоянии и перспективах применения бетона и железобетона на природных пористых заполнителях в различных республиках и регионах СНГ.

Значительный вклад в строительную науку и практику М. З. Симонова получил признание и высокую оценку строительной общественности в нашей стране и за рубежом. Он подготовил десятки высококвалифицированных научных кадров — кандидатов и докторов наук, как в республике, так и за ее пределами.

М. З. Симонов активно участвовал в республиканских, общесоюзных и международных форумах (Чехословакия, Польша, ГДР, Франция) с актуальными докладами по проблемам совершенствования бетона и железобетона.

Сегодня, в канун 85-летия со дня рождения М. З. Симонова, коллектив АрмНИИСС помнит и чтит его добрую светлую память.

А. М. МХИКЯН

