ISSN 0002-306X

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

12

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

Журнал издается с 5. I. 1948 г.
Выходит 6 раз в год на русском языке

Известия АН АрмССР (серия техн. наук), 1969.

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 51—55.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.9.04:621.9.01

Г. А. НАЛЯН

ОСОБЕННОСТИ ОБРАБОТКИ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ АБРАЗИВНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ ПРИ КРУГОВОМ ПОСТУПАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Рассмотрены вопросы обработки хрупких материалов (например, углеграфита) инструментом с абразивной рабочей поверхностью или металлическим инструментом с рабочей поверхностью, полученной грубой электроэрозионной обработкой. Инструменту сообщается поступательное круговое движение относительно обрабатываемой поверхности.

Используя аналогию между процессами внедрения и царапания твердого индентера и рассматриваемым процессом обработки, получена зависимость величины силы внедрения инструмента от поверхности инструмента, твердости обрабатываемого материала и величины внедрения.

Проведена экспериментальная проверка полученных зависимостей.

Ил. 4. Библиогр.: 3 назв.

Դիտարկվում է փխրուն նյութերի մշակման դեպքը, երբ գործիքը ունի հղկանյութային բանվորական մակերևույթ կամ մետաղական գործիքի բանվորական մակերևույթը ստացվել է էլեկտրաէռոզիոն կոպիտ մշակման հետևանքով: Գործիքին մշակվող մակերևույթի նկատմամբ հաղորդվում է համընթաց շրջանային շարժում: Օգտագործելով կարծր խորիչի ներխրման և քերծման գործընթացի և դիտարկվող գործընթացների նմանությունը, ստացված է գործիքի ներխրման ուժի կախվածությունը գործիքի մակերևույթից, մշակվող նյութի կարծրությունից և ներխրման մեծությունից:

Կատարված է ստացված առնչությունների փորձնական ստուգում:

При эквидистантном копировании сложнопрофильных углеграфитовых электродов инструмент с абразивной поверхностью, совершая поступательное круговое движение (ПКД), внедряется в обрабатываемый материал [1]. Для изучения особенностей процесса обработки плоских поверхностей рассмотрим схему на рис. 1. Обрабатываемый материал 1 установлен на планшайбе 2, совершающей поступательное круговое движение радиусом r, а абразивный инструмент 3 внедряется в материал силой P_y. В качестве абразивного инструмента может служить также и металлический инструмент, на рабочей поверхности которого имеется твердый слой с шероховатостью в виде гребешков (например, от грубой электроэрозионной обработки). При твердости острых вершин гребешков поверхности инструмента, большей твердости обрабатываемого материала в (1,7—2) раза, работу каждой острой вершины можно рассматривать как внедрение твердого индентера в менее твердый материал.

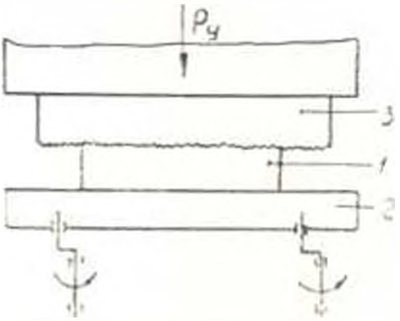


Рис. 1. Схема обработки торцовой поверхности при ПКД.

Схема царапания поверхности материала инструментом в виде плоской гребенки с зубьями одинакового шага t и углов показана на рис. 2. Гребенка 1 — 5 инструмента внедряется в обрабатываемую поверхность, занимая через $\frac{1}{2}$ колебания положения 1′ — 5′, а через одно колебание — 1″ — 5″. При внедрении гребенки за одно колебание на глубину h по предварительному следу сечение среза при ПКД можно определить как $S_{\text{пкд}} = S_{\text{ABEFCД}}$. При сообщении гребенке прямолинейного возвратно-поступательного движения при той же величине внедрения сечение среза равно $S_{\text{пр}} = 2S_{\text{HMKE}}$. Как следует из рис. 2, $S_{\text{пр}} = 2S_{\text{пкд}}$.

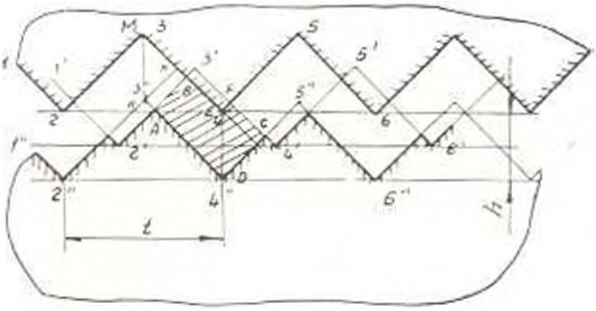


Рис. 2. Схема определения сечения среза при ПКД.

Следовательно, при одинаковой величине внедрения величина тангенциальной силы царапания при ПКД будет вдвое меньше, чем при прямолинейном движении.

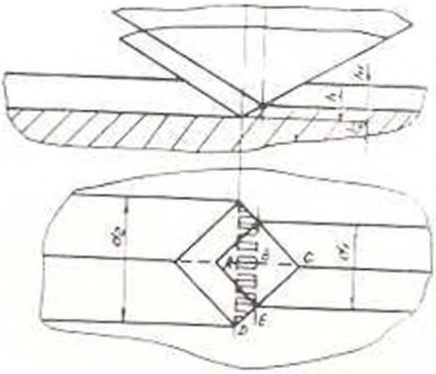


Рис. 3. Схема повторного царапания по следу.

Рассмотрим вопрос царапания единичным зерном при прямолинейном многократном повторном царапании по следу. Пусть зерно, имеющее форму пирамиды, под действием силы P_y предварительно оставило царапину глубиной h_1 и величиной диагонального отпечатка d_1 (рис. 3). При этом, согласно [2]

$$h_1 = \frac{4P_y}{d_1^2}. \qquad (1)$$

При следующем ходе по царапине при той же нагрузке P_y зерно углубляется дополнительно на глубину h_2. Так как площадь опорной поверхности определяется нагрузкой и твердостью материала, то новая опорная поверхность $(S = 2S_{ABEA})$ должна равняться величине $d_1^2/4$. Если диагональ первого отпечатка d_1, а второго — d_2, то получим

$$d_1 = \sqrt{2}\, d_1 \text{ или } h_2 = \sqrt{2}\, h_1. \tag{2}$$

При многократном царапании одним зерном глубина n-ого внедрения определится по формуле

$$h_n = 0{,}4^{n-1}\, h_1. \tag{3}$$

При многократном царапании многозубым инструментом глубина повторных внедрений остается постоянной, т. к. соседние зубья будут снижать общий уровень поверхности и каждый раз царапание произойдет как при $n = 2$. При внедрении твердой шероховатой поверхности в обрабатываемый метериал для каждого гребешка поверхности можем написать соотношение

$$H_v = \frac{P}{F_{\text{пр}}},$$

где H_v — твердость обрабатываемого материала по Виккерсу, $F_{\text{пр}}$ — площадь проекции отпечатка.

Общая площадь проекции всех отпечатков при вдавливании всех гребешков составляет

$$F_{\text{пр. об.}} = \sum_{i=1}^{N} k_i F_{\text{пр. min}} = F_{\text{пр. min}} \sum_{i=1}^{N} k_i,$$

а общая сила вдавливания будет

$$P = \sum_{i=1}^{N} k_i P_{\min} = P_{\min} \sum_{i=1}^{N} k_i,$$

где $F_{\text{пр. min}}$ и $P_{\min}$ — величины проекции поверхности отпечатка наименее внедренного гребешка и соответствующая ей минимальная сила вдавливания

$$k_i = \frac{F_{\text{пр. }i}}{F_{\text{пр. min}}},$$

k_i — коэффициенты пропорциональности, $F_{\text{пр. }i}$ — величина проекции поверхности отпечатка i-го острия, N — число вдавливаемых в обрабатываемую поверхность режущих элементов.

Можно записать, что

$$\frac{P_{\min}}{F_{\text{пр. min}}} = \frac{P}{F_{\text{пр. об}}} = H_v. \tag{4}$$

Характер внедрения твердой шероховатой поверхности инструмента в поверхность заготовки зависит от геометрической формы единичного выступа и взаимного расположения этих выступов по поверхности инструмента в различных сечениях профиля этой поверхности. Это выражается функцией опорной кривой, начальная часть которой имеет вид [3]

$$\eta_s = \frac{F_h}{F_{об}} = b\,\varepsilon^{\nu}_{\max}, \tag{5}$$

где F_h, $F_{об}$ — общая площадь сечений выступов на уровне h от вершин и рассматриваемого участка

$$\varepsilon_{\max} = \frac{h}{R_{\max}}, \tag{6}$$

$R_{\max}$ — наибольшая высота шероховатости поверхности инструмента. Величины b и ν зависят от характера шероховатости и определяются экспериментально. При внедрении инструмента на величину h в обрабатываемую поверхность величина F_h будет равна $F_{пр.об}$, следовательно, можем написать

$$F_{пр.об} = F_{об}\,b\,\varepsilon^{\nu}_{\max}. \tag{7}$$

Совместно решая (4)—(7), можно определить величину h внедрения неподвижного инструмента в обрабатываемую поверхность

$$h = \left(\frac{P}{F_{об}\,b\,H_v}\right)^{1/\nu} R_{\max}. \tag{8}$$

При одновременном движении инструмента относительно обрабатываемого изделия по ПКД глубина внедрения при повторном царапании уменьшается, следовательно, получим

$$h = 0{,}4\,R_{\max}\left(\frac{P}{F_{об}\,b\,H_v}\right)^{1/\nu}. \tag{9}$$

Учитывая, что при царапании сила внедрения вдвое меньше силы при внедрении на ту же глубину без царапания [3] и что при ПКД инструмента сечение среза уменьшается вдвое, окончательно получаем зависимость силы внедрения от глубины внедрения и параметров шероховатости поверхности инструмента в виде

$$P = \left(\frac{h}{0{,}4\,R_{\max}}\right)^{\nu}\frac{F_{об}\,b\,H_v}{4}. \tag{10}$$

Проведена экспериментальная проверка полученной зависимости (10). Эксперименты проводились на эквидистантно-копировальном станке при обработке углеграфита марки МПГ при обработке торцовой поверхности с площадью $F = 10^{-4}$ м² металлическими инструментами. Рабочие поверхности этих инструментов получены при ЭЭО. Величины шероховатости рабочих поверхностей инструментов составляют соответственно R_z=0,2, 0,4 и 0,8 *мм*. Обработка производилась при малых ($S_м$=0,5, 1, 1,5, 2 *мм/мин*) и больших ($S_м$ = 2, 4, 6, 8 *мм/мин*) значениях подач. Число колебаний планшайбы n=500 *кол/мин*. Периодичность отвода инструмента для вымывания отходов обработки одинакова для всех инструментов. Все эксперименты проводились на одной углеграфитовой заготовке.

На рис. 4 показаны графики зависимости $P_у = f(S_м)$ для экспериментальных и расчетных значений при $H_в$ = 1000 *МПа*. При обработке инструментом с R_z = 0,2 *мм*, уже при $S_м$ = 2 *мм/мин* резко увеличивается величина вдавливающей силы, что является следствием быстрого засаливания инструмента. То же самое наблюдается и для инструмента с R_z = 0,4 *мм* при $S_м$ = 6 *мм/мин*.

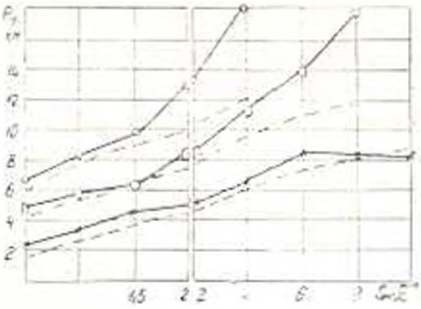


Рис. 4. Зависимость величины силы $P_у$ от осевой подачи $S_м$ для различных инструментов (0 — R_z = 0,2 *мм*; □ — R_z = 0,4 *мм*; × — R_z = 0,8 *мм*; - - - - — теоретическая кривая).

Таким образом, рассмотрение кинематических и динамических особенностей формообразования при внедрении инструмента своей шероховатой поверхностью в хрупкий материал (типа графита) при одновременном совершении ПКД позволило выявить сущность процесса обработки и формообразования инструмента от различных параметров шероховатости инструмента, величины поверхности обработки и твердости обрабатываемого материала. Результаты экспериментов подтверждают полученные зависимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Налян Г. А.* Возможности применения эквидистантного копирования при обработке сложнопрофильных деталей // Изв. АН АрмССР Сер. ТН.—1985.— Т. XXXVIII, № 1—С. 13—18.
2. *Григорович В. К.* К методике определения микротвердости царапанием // Склерометрия.—М.: Наука, 1968.—С. 44—50.
3. *Демкин Н. Б., Рыжов Э. В.* Качество поверхности и контакт деталей машин.— М.: Машиностроение, 1981.—243 с.

НПО «АРМСТАНОК» 15. IX 1987

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 56—60

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 539.374

А. А. ГРИГОРЯН

СОВМЕСТНЫЙ ИЗГИБ И РАСТЯЖЕНИЕ ПЛАСТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОГО КОНИЧЕСКОГО ЛИСТА

Исследуется предельное состояние пластически-неоднородного жестко-пластического конического листа при совместном изгибе и растяжении. Материал листа несжимаем и подчиняется соотношениям теории пластического течения и условию пластичности Губера-Мизеса.

Получены соотношения для определения предельных растягивающих усилий и изгибающих моментов. Проведен численный расчет для неоднородности. Показано, что для приведения материала неоднородного конического листа в предельное состояние требуются сравнительно большие предельный изгибающий момент и растягивающее усилие, чем в однородном случае.

Ил. 2. Библиогр.: 8 назв.

Հետազոտվում է պլաստիկորեն անհամասեռ կոշտ-պլաստիկ կոնական շերտի սահմանային վիճակը համատեղ ծռման և ձգման դեպքում: Շերտի նյութը անսեղմելի է և բավարարում է Հուբեր-Միզեսի պայմանով պլաստիկության հոսունության տեսության հավասարումներին: Ստացված են առնչություններ սահմանային մոմենտը և ճիգը որոշելու համար: Կատարված է թվային հաշվարկ անհամասեռության դեպքում: Ցույց է տրված, որ անհամասեռ կոնական շերտը սահմանային վիճակի բերելու համար պահանջվում են համեմատաբար ավելի մեծ սահմանային մոմենտ և ճիգ, քան համասեռ դեպքում:

Пластическое течение неоднородных тел рассмотрено в [1, 2]. В работе [3] исследовано влияние неоднородности на несущую способность жестко-пластической цилиндрической оболочки при различной геометрии. В [4—6] рассмотрены задачи упруго-пластической полой сферы. Осесимметричная задача диска, где плотность, толщина и неоднородность переменны, приведена в [7]. Задача об изгибе и растяжении пластически однородного конического листа рассмотрена в [8].

В настоящей статье рассматривается задача об изгибе и растяжении пластически неоднородного, жестко-пластического конического листа из несжимаемого материала, подчиняющегося условию текучести Губера—Мизеса. Исследуется предельное состояние пластически неоднородного конического листа в виде сектора длинной конической трубы под совместным действием распределенных изгибающих моментов и растягивающих сил. Усилия действуют нормально к поверхности сечения (рис. 1).

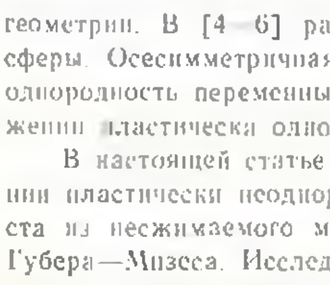


Рис. 1

Соотношения теории идеального жестко-пластического течения в сферических координатах в обычных обозначениях имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi}+\frac{1}{r}(2\sigma_r-\sigma_\theta-\sigma_\varphi+\tau_{r\theta}\operatorname{ctg}\theta)=0,$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \varphi}+\frac{1}{r}[(\sigma_\theta-\sigma_\varphi)\operatorname{ctg}\theta-3\tau_{r\theta}]=0,$$

$$\frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi}+\frac{1}{r}(3\tau_{r\varphi}+2\tau_{\theta\varphi}\operatorname{ctg}\theta)=0.$$

Зависимости между компонентами скоростей деформаций, напряжений и скоростей перемещений следующие:

$$\varepsilon_{ij}=\Lambda(\sigma_{ij}-\delta_{ij}\sigma);\quad \varepsilon_r=\frac{\partial u}{\partial r};\quad \varepsilon_\theta=\frac{u}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta};$$

$$\varepsilon_\varphi=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial w}{\partial \varphi}+\frac{u}{r}+\frac{v}{r}\operatorname{ctg}\theta;\quad 2\gamma_{r\varphi}=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial u}{\partial \varphi}+\frac{\partial w}{\partial r}-\frac{w}{r};\qquad(2)$$

$$2\gamma_{r\theta}=\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta};\quad 2\gamma_{\theta\varphi}=\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}-\frac{w}{r}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial v}{\partial \varphi}.$$

Условие пластичности Губера—Мизеса:

$$(\sigma_r-\sigma_\theta)^2+(\sigma_\theta-\sigma_\varphi)^2+(\sigma_\varphi-\sigma_r)^2+6(\tau_{r\theta}^2+\tau_{\theta\varphi}^2+\tau_{r\varphi}^2)=6K^2(r,\ \theta),\qquad(3)$$

где $K(r,\ \theta)$ — функция, характеризующая неоднородность пластических свойств материала трубы.

Компоненты напряжений представим в виде

$$\sigma_r=\sigma_\theta+\frac{K(r,\theta)}{\Omega_0}(\varepsilon_r-\varepsilon_\theta),\quad \sigma_\varphi=\sigma_\theta-\frac{K(r,\theta)}{\Omega_0}(\varepsilon_r+2\varepsilon_\theta),$$

$$\tau_{ij}=\frac{K(r,\theta)}{\Omega_0}\gamma_{ij},\quad \Omega_0=\sqrt{\varepsilon_r^2+\varepsilon_r\varepsilon_\theta+\varepsilon_\theta^2+\gamma_{r\theta}^2+\gamma_{\theta\varphi}^2+\gamma_{r\varphi}^2},\qquad(4)$$

где Ω_0 — выражение, полученное исключением Λ из (2), учитывая условие несжимаемости материала.

Поле скоростей перемещений ищем в виде

$$u=0,\quad v=3r\left(A\operatorname{ctg}\theta-\frac{B}{\sin\theta}-C\cos\varphi\right),$$

$$w=3r(Ac\sin\theta-C\cos\theta\sin\varphi).\qquad(5)$$

Отличные от нуля компоненты скоростей деформации будут

$$\varepsilon_\varphi=-\varepsilon_\theta-\frac{3}{\sin^2\theta}(A-B\cos\varphi).\qquad(6)$$

Соответствующие компоненты напряжения определятся из [1], [3]:

$$\sigma_r = \sigma_\theta - \nu K(r, \theta), \quad \sigma_\theta = -2\nu \int_{\gamma}^{\theta} K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta \, d\theta - H,$$

$$\sigma_\varphi = \sigma_\theta - 2\nu K(r, \theta), \quad \nu = \operatorname{sign} \sigma_\theta. \tag{7}$$

Из условия отсутствия нагрузки на внутренней поверхности $\theta=\alpha$ следует

$$\sigma_r = -2 \int_{\alpha}^{\theta} K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta \, d\theta - K(r, \theta), \quad \sigma_\theta = -2 \int_{\alpha}^{\theta} K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta \, d\theta,$$

$$\sigma_\varphi = -2 \int_{\alpha}^{\theta} K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta \, d\theta - 2K(r, \theta), \quad \alpha \leqslant \theta \leqslant \gamma, \tag{8}$$

где $\theta=\gamma$—нейтральная поверхность слоя.

Учитывая условия на внешней поверхности $\theta=\beta$, получаем

$$\sigma_r = -2 \int_{\theta}^{\beta} K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta \, d\theta + K(r, \theta),$$

$$\sigma_\varphi = -2 \int_{\theta}^{\beta} k(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta \, d\theta + 2k(r, \theta), \tag{9}$$

$$\sigma_\theta = -2 \int_{\theta}^{\beta} k(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta \, d\theta, \quad \gamma \leqslant \theta \leqslant \beta.$$

Из условия непрерывности напряжения σ_r на нейтральной поверхности $\theta=\gamma$ получим соотношения для определения γ

$$\int_{\alpha}^{\gamma} K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta \, d\theta = \int_{\gamma}^{\beta} K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta \, d\theta. \tag{10}$$

Предельный изгибающий момент относительно оси $\theta=0$, приходящийся на единицу длины, будет

$$M_* = r^2 \int_{\alpha}^{\beta} \sigma_r \sin \theta \, d\theta = 2r^2 \left[\int_{\alpha}^{\gamma} \frac{k(r, \theta)}{\sin \theta} (1 - \cos \gamma \cos \theta) \, d\theta - \int_{\gamma}^{\beta} \frac{k(r, \theta)}{\sin \theta} (1 - \cos \gamma \cos \theta) \right] d\theta. \tag{11}$$

Изгибающие моменты относительно осей, перпендикулярных оси $\theta=0$ и лежащих в торцовых сечениях $\varphi=\pm\varphi_0$, равны нулю. Первое уравнение для рассматриваемого случая представится в виде

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\theta}+(\sigma_\theta-\sigma_\varphi)\operatorname{ctg}\theta=0,$$

тогда

$$M^*=r^2\int_\alpha^\beta\sigma_\theta\cos\theta\,d\theta=r^2\sigma_\theta\sin\theta\Big|_\alpha^\beta=0.$$

Подставляя выражение σ_φ из (8), (9) и произведя преобразования, получаем

$$t_*=r\int_\alpha^\beta\sigma_\varphi\,d\theta=\int_\gamma^\beta[(\gamma-\theta)\operatorname{ctg}\theta+1]\,k(r,\theta)\,d\theta-$$

$$-\int_\alpha^\gamma[(\gamma-\theta)\operatorname{ctg}\theta+1]\,k(r,\theta)\,d\theta. \qquad (12)$$

Принимая $\varepsilon_\theta=0$ на поверхности $\theta=\gamma$ и закрепляя линию $\varphi=0$, $\theta=\gamma$, находим

$$\varepsilon_\varphi=-\varepsilon_\theta=\frac{3b}{\sin^2\theta}(\cos\gamma-\cos\theta),\quad \frac{v}{3br}=\sin\gamma\cos\varphi-\frac{1-\cos\gamma\cos\theta}{\sin\theta},$$

$$\frac{w}{3br}=\varphi\cos\gamma\sin\theta-\sin\gamma\cos\theta\sin\varphi,\quad u=0.$$

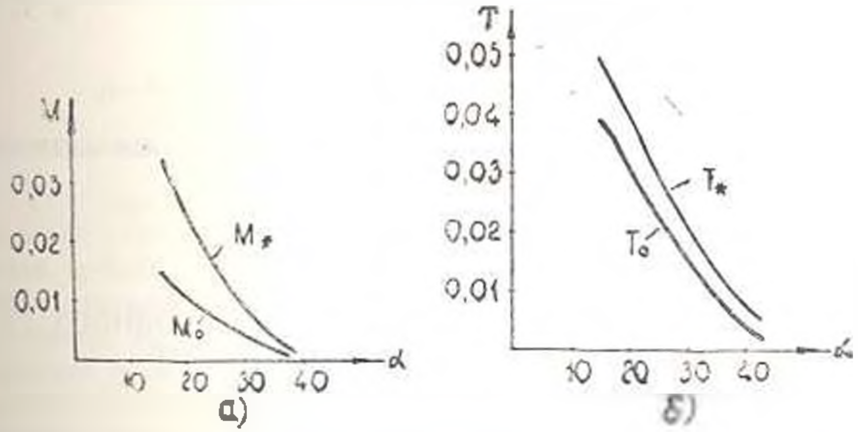


Рис. 2.

Рассмотрим численный пример при $\alpha=15°$, $\beta=45°$, $\mu=0{,}2$ для неоднородности $K(\theta)=e^{\mu\theta}$. Из (11) и (12) получим

$$\frac{m_*}{2r^2}=\int_\gamma^\beta\frac{e^{0.2\theta}}{\sin\theta}(1-\cos\gamma\cos\theta)\,d\theta-\int_\alpha^\gamma\frac{e^{0.2\theta}}{\sin\theta}(1-\cos\gamma\cos\theta)\,d\theta,$$

$$\frac{t_*}{2r} = \int_{\gamma}^{\beta} [(\gamma - \theta)\,\mathrm{ctg}\,\theta + 1] e^{0.2\theta}\, d\theta - \int_{\theta}^{\gamma} [(\gamma - \theta)\,\mathrm{ctg}\,\theta + 1] e^{k\theta}\, d\theta.$$

Из графиков m_* и t_*, приведенных на рис. 2а, б, следует, что в результате неоднородности, вызванной, например, нейтронным облучением, температурным градиентом и др., предельные усилия и момент возрастают, а m_0 и t_0 соответствуют однородному случаю.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Olszak W., Urbanowski W.* Non homogeneous thick-walled elastic-plastic spheric shell subjected to internal and external pressures // Rozpr. — 1956 — Inz., 4, № 11 — P. 23 — 56.
2. *Ольшак В., Рыхлевский Я., Урбановский В.* Теория пластичности неоднородн тел.—М.: Мир, 1964.—156 с.
3. *Гордон В. А.* Несущая способность неоднородной оболочки // Работы по механи сплошных сред: Сб. науч. тр.—Тула 1975.—С. 12—16.
4. *Ильюшин А. А., Огибалов П. М.* О прочности оболочек толстостенного цилинд и полого шара, подвергнутых облучению // Инж. сб.—1960.—№ 28.—С. 86—92.
5. *Rogozinski M.* Some problems of thermo-plastisity of a spherical shell // Proc IUTAM Symposium. — Warsaw, 1958. — P. 17 — 32.
6. *Дорофеева В. М., Курчанова М. В.* Напряжения в многослойном неоднородно упругопластическом шаре // Прикл. пробл. прочности и пластичности.—1978.—№ 8.—С. 75—83.
7. *Gurushankar G. A.* A note on the yielding of an accelerating non-homogeneou disc of varying thickness and density with radial loading // J. Strain. Anal. — 1978. — 13. № 1. — P. 59 — 63.
8. *Задоян М. А.* Пластическое течение конусообразных тел // ПММ.—1983. № 2—С. 209—216.

И-т мех. АН Арм.ССР 28. XI. 1986

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 60—63.

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.317.754

СИМОНЯН Р. А., ШАИНИКЯН С. А.

АВТОМАТИЧЕСКИЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ ВЫХОДНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПИТАНИЯ

Описано устройство, позволяющее измерять выходное сопротивление лабораторных источников питания, работающих в режимах стабилизации напряжения и тока. Устройство работает по принципу переключаемой нагрузки измеряемого источника питания с одновременно измеряемым изменением выходного тока напряжения при помощи запоминающего элемента. Устройство обеспечивает измерение выходного сопротивления источников напряжения или тока с точностью 1,5% при напряжениях источников 0—50 *В* и при токах до 5 *А*.

Ил. 3. Библиогр.: 2 назв.

Նկարագրված է լաբորատոր սնուցման աղբյուրների անկայունության գործակցի ավտոմատ չափիչ: Չափման ենթակա սնուցման աղբյուրները կարող են աշխատել ինչպես հոսանքի, այնպես էլ լարման կարգավորող կայունացուցչի ռեժիմում: Մշակված սարքը ապահովում է սնուցման աղբյուրների լարման կամ հոսանքի անկայունության գործակցի չափումը 0,05 %-ի ճշտությամբ և կարող է աշխատել լաբորատոր կամ գործարանային պայմաններում, ավտոմատ ձևով համակարգերում մշակվող սնուցման աղբյուրների խմբային ստուգման համար:

Описано устройство для измерения выходного сопротивления лабораторных источников питания, работающих в режиме источника тока или же источника напряжения. Устройство обеспечивает измерение выходного сопротивления источников напряжения или тока с точностью 1,5% при напряжениях источников 0—50 *В* и при токах до 5,0 *А*. Измеритель может найти применение в лабораторных или заводских условиях, в системах автоматического контроля и разработки источников питания.

Разработаны и выпускаются ряд приборов для измерения или регистрации параметров источников питания [1, 2]. Однако, выпускаемые приборы не имеют возможности для быстрого измерения параметров, характеризующих основные качественные показатели источников питания. Такими параметрами являются выходное сопротивление, коэффициент нестабильности и др. Разработанный прибор позволяет произвести автоматическое измерение выходного сопротивления и разработку источников питания по этому параметру.

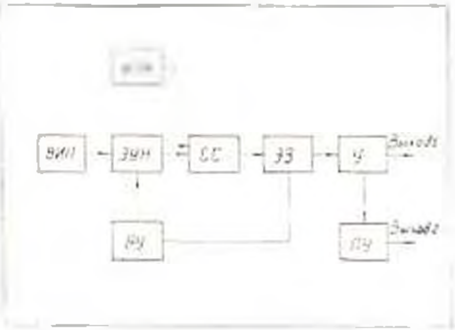


Рис. 1. Структурная схема устройства.

Структурная схема разработанного устройства (рис. 1) состоит из блока управления (БУ), выполняющего основные операции управления прибором на базе цифровой логики (возможна реализация блока управления на базе микропроцессора), блока электронно-управляемых нагрузок (ЭМН), обеспечивающего подключение или отключение установленных в блоке активных нагрузок к выходу измеряемого источника питания (ИИП) схемы сравнения (СС), источника опорного напряжения (ИОН), запоминающего элемента (ЗЭ), усилителя (У) и порогового устройства (ПУ). Выходное напряжение ИИП при подключенной нагрузке подается к одному из выходов схем сравнения, к второму входу которого подается выходное напряжение ИОН. Выходное напряжение СС подается к элементу запоминания, затем меняется величина нагрузки на выходе ИИП. Вариация нагрузки вызывает изменение выходного напряжения ИИП, что приводит к изменению напряжения на выходе схемы сравнения. Разность предыдущего и текущего значений напряжения подается к входу усилительного каскада, а после усиления—к входу порогового устройства (ПУ) и прибора. Усиленное разностное напряжение с выхода усилителя, будучи пропорциональным величине выходного сопротивления ИИП, измеряется внешним цифровым вольтметром постоянного тока. Кроме того, это напряжение, поданное к входу порогового устройства, приводит к запуску ПУ и включению сигнальной лампы разбраковки, если ее величина превышает заранее установленную величину. На рис. 2 приведена электрическая принципиальная схема измерителя выходного сопротивления, а на рис. 3—схема одной ячейки блока электронно-управляемых нагрузок.

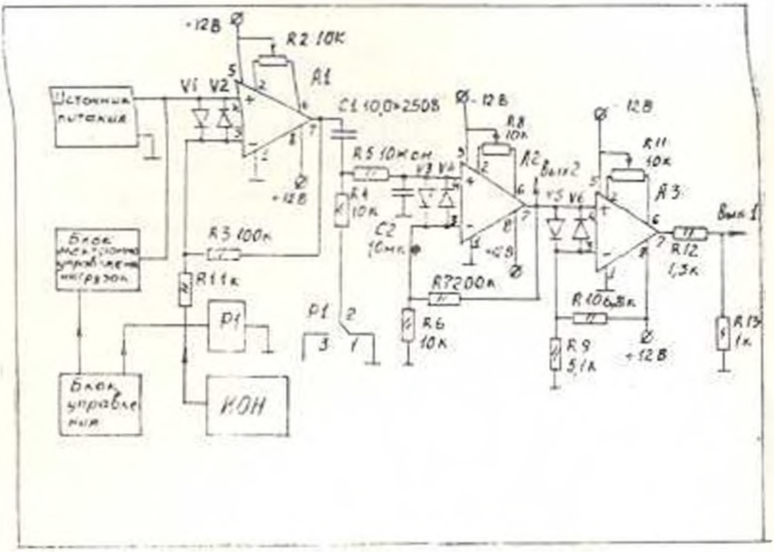


Рис. 2. Электрическая принципиальная схема измерителя: $А_1$, $А_2$, $А_3$ — К140УД8; $У_1$ — $У_4$ — КД522А; $Р_1$ — РЭС — 10; $С_1$ — К76 — 4; $Р_2$, $Р_8$, $Р_{11}$ — СП5 — 3; остальные резисторы типа $С_2$ — 140, 125. (± 1%), $С_2$ — КМ — 6.

Процесс измерения выходного сопротивления источников питания сводится к следующему. По команде от БУ электронный переключатель подключает к выходу ИИП нагрузку, величина которой определяется конкретным режимом работы источников питания.

Напряжение на нагрузке подается к неинвертирующему входу операционного усилителя $А_1$, а на инвертирующий вход—напряжение с выхода ИОН. Разность входных напряжений при включенной первоначальной нагрузке усиливается и заряжает конденсатор С1. При этом контакты 1, 2 реле Р1 замкнуты и С1 заряжается до полной величины выходного напряжения микросхемы $А_1$. При поступлении с блока управления следующей команды величина нагрузки в блоке ЭУН меняется и одновременно размыкаются контакты 1, 2 реле Р1. Конденсатор С1, будучи заряженным выходным напряжением усилителя А1, размыкается одним концом от общей шины.

Для нового значения нагрузочного резистора на вход усилителя A_2 поступает разность предыдущего и текущего значений выходного напряжения компаратора. Эта разность и будучи пропорциональным выходному сопротивлению ИИП, усиливается и измеряется внешним цифровым вольтметром постоянного тока. Фильтрующая цепочка C_3R_7 предназначена для ослабления влияния пульсации и наводок на точность измерения. С выхода микросхемы A_2 напряжение подается к входу порогового элемента, собранного на A_3 и выполняющего роль компаратора напряжения. На один из входов подается напряжение выхода A_2, а на другой вход—напряжение порога срабатывания (~5 *В*). При превышении порогового напряжения на выходе A_2 срабатывает пороговый элемент и сигнализирует о наличии брака. Резистор R_4 предотвращает скачки напряжения при коммутации реле *Р*1. Ячейка электронно-управляемой нагрузки (ЭУН) выполнена на 3-х транзисторах (рис. 3), при этом транзисторы T_1 и T_2 работают составными повторителями, а T_3 работает в режиме ключа. Все ячейки ЭУН имеют идентичное схемное решение и отличаются только величиной подключаемых нагрузочных резисторов $R_н$. При появлении логической единицы на входе ЭУН повышается напряжение на эмиттерах T_1 и T_2, что приводит к полному отпиранию транзистора T_3 и подключению $R_н$ к выходу источника питания. При нулевом напряжении на входе ЭУН, на эмиттерах T_1 и T_2 имеется почти нулевой потенциал, T_3 находится в запертом состоянии, а цепь резистора $R_н$ находится в разомкнутом состоянии. Предел измерения выходного сопротивления, точность измерения и разбраковка определяется коэффициентом усиления каскадов на микросхемах A_1—A_3.

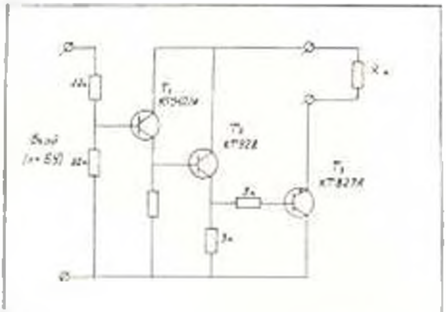


Рис. 3. Электрическая принципиальная схема одной ячейки электронно-управляемой нагрузки.

Величина измеряемого значения выходного сопротивления—50-300 *мОм* при погрешности измерения ≤1,5%.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рудницкий Б. Л.* Измерение нестабильности электрических напряжений.—М., 1969.—220 с.
2. Измерители нестабильности напряжения / Под ред. Б. Л. Рудницкого.—М., 1975.—250 с.

ИРФЭ АН АрмССР 10. II. 1987

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 64—67.

УДК 622.691.4.001.24

С. Г. АКОПЯН

МОДИФИЦИРОВАННАЯ ФОРМА ТЕОРЕМЫ ТЕЛЛЕДЖЯНА ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ГИДРАВЛИЧЕСКИМ ЦЕПЯМ СИСТЕМ ТРАНСПОРТА ГАЗА

Рассматриваемая форма теоремы Телледжяна является новым для теории гидравлических цепей законом взаимосвязи параметров состояния газотранспортных систем. Рассматриваемый закон оформлен в виде энергетических уравнений баланса мощностей и квазимощностей, которые имеют простую структуру и при их применении открываются возможности получения существенно новых моделей и результатов в области анализа и оптимального проектирования развития газотранспортных систем.

Библиогр.: 2 назв.

Թելլեջյանի թեորեմի դիտարկված ձևը հիդրավլիկական շղթաների տեսության բնագավառում հանդիսանում է այդ համակարգերի վիճակը բնութագրող հիմնական պարամետրերի փոխկապվածության նոր օրենք։

Դիտարկված օրենքը ձևակերպված է հզորությունների և կեղծ հզորությունների հաշվեկշռային էներգետիկական հավասարումների տեսքով, որոնք ունեն պարզ կառուցվածք և նրանց կիրառումով հնարավորություններ են բացվում գազատրանսպորտային համակարգերի վերլուծության և օպտիմալ զարգացման նախագծման բնագավառում սկզբունքային նոր մոդելներ և արդյունքներ ստանալու համար։

В теории электрических цепей известна теорема Телледжяна [1, 2], базирующаяся на законах Кирхгофа и топологии цепей. Исследованием установлено, что она применима также к нелинейным гидравлическим цепям газотранспортных систем (ГТС) с учетом их специфических особенностей. Применение теоремы Телледжяна для электроэнергетических систем [2] является малоисследованной, а для гидравлических цепей ГТС—совершенно новой областью. В силу малой изученности и сложности ее применения для решения практических задач данная теория разработана недостаточно полно, хотя в последние годы методы этой теории стремительно развиваются и в других областях знаний. Теорема Телледжяна, получая интерпретацию для гидравлических цепей, играет фундаментальную роль для анализа чувствительности при оперативной коррекции текущих режимов и может явиться основой для построения прикладной теории для анализа и оптимального проектирования развития ГТС [2]. Поскольку в данной работе сформулирована модифицированная форма теоремы Телледжяна применительно к гидравлическим цепям ГТС, для выяснения сущности модификации рассмотрим отличительные особенности двух цепей, которые диктуют структуру построения энергетических уравнений гидравлических цепей ГТС. Эти цепи имеют свою специфику и отличаются от электрических цепей энергосистемы (кроме нелинейных зависимостей параметров состояния) тем, что в них: имеются только продольные элементы (трубопроводы и КС) и отсутствуют поперечные элементы и контуры; входы (источники газа) и выходы (потребители газа) осуществляются только одним доступным зажимом, где подключен идеальный источник потока газа (аналогично идеальному источнику тока электрической цепи) и не образуют ветви в гидравлической цепи; имеется элемент КС, который при неизменном потоке газа на участке резко поднимает давление газа на его выходе.

Теорема Телледжяна была сформулирована для электрической схемы, в которой источники питания и потребители имеют по два доступных зажима, составляют поперечные ветви и входят в поперечные замкнутые контуры электрической сети. Вышеперечисленные отличительные особенности привели к необходимости изменения (модификации) структуры энергетических уравнений, а именно: слагаемые мощностей и квазимощностей источников и потребителей газа поскольку не составляют ветви, выводятся из общей суммы слагаемых по ветвям контуров и добавляются в виде отдельной суммы по узлам ГТС с соответствующим учетом их знаков; в энергетических уравнениях вводятся дополнительные положительные слагаемые мощностей и квазимощностей, соответствующие участкам с КС.

В связи с рассмотрением нового закона взаимосвязи параметров гидравлического состояния возникла необходимость введения некоторых понятий, являющихся новыми физическими величинами для ГТС. Такими являются энергетические параметры, как например, мощности источников газа, потребителей газа и других элементов, которые лучше характеризуют потенциальные возможности системы в покрытии потребности газа. Для этого обратимся к элементам гидравлической цепи и определим их поведение через мощность или энергию. Скорость изменения энергии—это мощность, которая обозначается через S. Если P_j—давление газа j-ого узла ГТС, а q_j—приток газа в систему через источник потока газа, подключенный к j-ому входному узлу ($q_j > 0$), то произведение $S_j = P_j q_j$ представляет собой мощность источника газа, подающего в систему через j-ый входной узел. При размерности потока $|q| = млн\ м^3/сут$ и давления $|P| = 0{,}1\ МПа$ произведение Pq имеет размерность мощности $|S| = 1{,}16\ МВт$. Если P_j — давление газа j-го узла ГТС, а q_j — отбор газа из системы потребителя газа j-го узла ($q_j < 0$), то произведение $S_j = P_j q_j$ представляет собой отрицательную мощность потребителя газа, отбирающего из системы газ через j-ый выходной узел, и имеет размерность $МВт$. Рассмотрим теперь элементы газопровода и КС. Обозначим перепад давлений i-о газопроводного участка (ветви) между смежными узлами j и l через $\Pi_i = P_j - P_l$, а поток газа на этом участке, который направлен от узла высокого давления к узлу низкого давления — через Q_i. Тогда произведение $S_i = \Pi_i Q_i = (P_j - P_l) Q_i$ всегда положительное представляет собой потери мощности на этом участке и имеет размерность *МВт*. Таким образом, газопровод рассеивает энергию, т. е. в нем энергия необратимо расходуется, переходя в другие виды.

Для участка с КС произведение $S_i = \Pi_i Q_i = (P_j - P_k) Q_i$ представляет собой мощность, зависящую от полной мощности КС, которая непрерывно отдает энергию в сеть гидравлической цепи. В этом произведении разность давлений берется от узла низкого давления (вход КС) к узлу высокого давления (выход КС), поэтому она отрицательная величина, однако такие произведения в общем балансе мощностей системы следует учитывать с положительными знаками.

Для заданной конфигурации схемы ГТС потоки газа ветвей $Q = Q_i\,(i = 1, 2, \ldots, n)$ и задающие внешние узловые потоки газа $q = q_j\,(j = 1, 2, \ldots, s)$ подчиняются первому закону Кирхгофа, т. е.

$$MQ = q, \tag{1}$$

где $M = [m_{ji}]$ — матрица соединений ветвей в узлах (первая матрица инциденций).

Для сети ГТС произвольной конфигурации закон Ома выражается матричным уравнением

$$M^t P^2 = [EC]|Q|Q - \varepsilon, \tag{2}$$

где E — единичная матрица размерности n^2; M^t — транспонированная матрица по отношению к M; $\varepsilon = \varepsilon_i = (a_i - 1) P_j^2$ — вектор дополнительных слагаемых уравнений (д. с. у.) КС; для газопроводных участков элементы вектора: $C_i = K_i$, а для участков с КС — $C_i = b_i$; K_i — эквивалентные параметры, учитывающие коэффициент гидравлического сопротивления, геометрические размеры газопровода, физические свойства и температуру газа: a_i, b_i — эквивалентные параметры КС, зависящие от параметров управления КС, температуры газа и др. Система взаимно независимых уравнений второго закона Кирхгофа в матричной форме может быть записана в виде

$$NM^t P^2 = N[EC]|Q|Q - \varepsilon_k, \tag{3}$$

где $N = [n_{ki}]$ — матрица соединений ветвей в независимые контуры (вторая матрица инциденций); k — число независимых контуров; $\varepsilon_k = N\varepsilon$ — вектор, элементы которого представляют алгебраические суммы *д. с. у.* КС, входящих в каждый независимый контур.

Согласно закону сохранения энергии можем записать баланс мощностей источников подачи газа, потребителей газа и потерь мощности (рассеянная энергия) в сети ГТС в виде

$$\sum_{j=1}^{s} P_j q_j - \sum_{i=1}^{n} \Pi_i Q_i = 0. \tag{4}$$

Выражение (4) является энергетическим уравнением баланса мощностей гидравлической цепи ГТС, которое представим в матричной форме записи

$$q^t P - Q^t M^t P = 0. \tag{5}$$

В (5) верхние индексы означают транспортированные векторы и матрицы. Пользуясь свойствами транспортированных матриц, уравнение (5) представим так

$$(q - MQ)^t P = 0. \tag{6}$$

Заметим, что в уравнении (6) выражение в круглых скобках представляет собой нулевую строку, поскольку она является уравнением первого закона Кирхгофа (1). Отсюда вытекает, что выражение (6), следовательно и (5) справедливо для любых произвольных значений вектора P, в том числе при значении узловых давлений, подчиняющихся второму закону Кирхгофа. Таким образом, если в (4) потоки газа и давления узлов являются параметрами состояния одной физической схемы ГТС, то они подчиняются первому (1) и второму (3) законам Кирхгофа, тогда произведение, входящее в (4), и уравнение в целом имеют физический (энергетический) смысл.

Предположим, что заданы исходная физическая схема ГТС, для которой составлено уравнение (4), и некоторая другая, инвариантная по топологии с исходной схемы (будем называть ее подобной). Если обозначить параметры состояния подобной схемы штрихом, то на основании уравнения (6) приходим к другим модифицированным формам теоремы Телледжяна применительно к гидравлическим цепям ГТС. Поскольку выражение (6) справедливо для произвольных значений компонентов вектора давления, то его можно взять равным вектору давелния подобной схемы, т. е. $P = P'$.

Исходя из вышеизложенного, можем написать следующие новые энергетические уравнения баланса квазимощностей:

$$\sum_{j=1}^{s} P'_j q_i - \sum_{i=1}^{n} \Pi_i Q'_i = 0; \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{s} P_j q'_j - \sum_{i=1}^{n} \Pi'_i Q_i = 0. \tag{8}$$

Уравнения (7) и (8) составлены для случая, когда подобная схема выбрана так, что на одноименных участках обеих схем имеются одинаковые элементы. В отличие от уравнения (4) равенства (7) и (8) лишены энергетического смысла, т. е. произведения, входящие в (7) и (8), не могут быть истолкованы как действительные мощности, поэтому их называют квазимощностями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Tellegen B. D.* A General Network Theorem, with Applications. — Philips Res. Repl. — 1952. — № 7. — P. 259—269.
2. *Салливан Р. Л.* Проектирование развития электроэнергетических систем. — М.: Энергоиздат, 1982. — 360 с.

ЕрПИ им. К. Маркса 20. IV. 1988

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 68—71

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

УДК 621.391.26:612.172.4:621.39:681.327.8

А. Х. САРКИСЯН

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ СЖАТИЯ ДАННЫХ В СПФ

Предлагается алгоритм сжатия данных в методе сплайн-преобразования Фурье (СПФ) с использованием параболического сплайна. Приводятся оценки погрешности сжатия и аппроксимации со сжатием, что дает возможность применять предложенный алгоритм сжатия данных, сохраняя требуемую точность вычислений СПФ. Применение алгоритма приводит к значительному сокращению временных затрат машинной обработки результатов измерений.

Библиогр.: 2 назв.

Առաջարկված է պարաբոլական սպլայնի օգտագործմամբ Ֆուրյեի սպլայն-ձևափոխման մեթոդում տվյալների սեղմման ալգորիթմը։ Բերված են սեղմման սխալի և սեղմումով մոտարկման սխալի գնահատականները, որը հնարավորություն է տալիս կիրառել տվյալների սեղմման առաջարկված ալգորիթմը, պահպանելով հաշվումների պահանջվող ճշտությունը։ Ալգորիթմի կիրառումը բերում է չափումների արդյունքների մեքենայական մշակման ժամանակահատվածի զգալի նվազման։

Преобразование Фурье, являющееся одним из математических средств, на которых основана цифровая обработка сигналов, имеет большое значение как для теоретических исследований, так и для практических приложений. В работе [1] был рассмотрен алгоритм цифрового спектрального анализа с использованием сплайн-преобразования Фурье (СПФ) и заменой подынтегральной функции параболическим сплайном.

Методы СПФ, создавая с одной стороны большие удобства, связанные с обеспечением высокой точности приближений подынтегральной функции, с другой стороны обуславливают трудности, связанные с наличием большого числа экспериментальных данных и как следствие этого—необходимость использования большого объема оперативной памяти ЭВМ и больших временных затрат.

Данная работа посвящена рассмотрению метода СПФ, основанного на уменьшении объема экспериментальных данных.

Для уменьшения значений этих величин требуется сократить количество входных параметров без потери необходимой точности расчетов. Метод сжатия, рассматриваемый в работе, основан на выборе данных, номера которых соответствуют членам некоторой арифметической прогрессии. Данными при использовании метода СПФ с заменой подынтегральной функции параболическим сплайном служат значения узлов интерполяции x_i, узлов сплайна $\overline{x}_i$ и значения функции $f(x_i)$, где $(i = 0, 1, \ldots, n)$.

В этом случае алгоритм сжатия будет выглядеть следующим образом. 1. В соответствии с шагом арифметической прогрессии K выре деляем номера l значений функции, узлов интерполяции и сплайна из всей совокупности входных данных ($i = 0,1, \ldots, n$). 2. Рассчитываем значения функции $f(x_i)$, соответствующие определенным номерам i, где $i = 0, k, 2k, \ldots, n$. Определяем значения узлов интерполяции x_l и узлов сплайна $\overline{x}_l$ в соответствии с полученным числом интервалов $m = n/k$. 3. Номера l полученных значений функции $f(x_l)$, узлов интерполяции x_l и сплайна $\overline{x}_l$ переводим в последовательный порядок $l = 0,1, \ldots, m$.

Оценим погрешность, возникающую при этом алгоритме сжатия. Известно [2], что параболический сплайн определяется как

$$S_2(x, f) = f(x_l) + m_l(x - x_l) + c_l(x - x_l)^2 + d_l(x - \overline{x}_{l+1})^2_+ , \quad x \in [x_l, x_{l+2}] \qquad (1)$$

а на последующих интервалах —

$$S_2(x, f) = f(x_{l+1}) + m_{l+1}(x - x_{l+1}) + c_{l+1}(x - x_{l+1})^2 + \quad x \in [x_{l+1}, x_{l+3}]$$

$$+ d_{l+1}(x - \overline{x}_{l+2})^2_+ . \qquad (2)$$

. . . .

$$S_2(x, f) = f(x_{l+n-2}) + m_{l+n-2}(x - x_{l+n-2}) + c_{l+n-2}(x - x_{l+n-2})^2 + \quad x \in [x_{l+n-2}, x_{l+n}]$$

$$+ d_{l+n-2}(x - \overline{x}_{l+n-1})^2_+ . \qquad (3)$$

Интерполяционный параболический сплайн на основе сжатых данных определяется как

$$\overline{S}_2(x, f) = f(x_l) + m_l(x - x_l) + c_l(x - x_l)^2 + d_l(x - \overline{x}_{l+1})^2_+ , \quad x \in [x_l, x_{l+1}] = [y_l, y_{l+1}] \qquad (4)$$

Выражение СПФ для параболического сплайна представим в виде

$$\overline{H}(j\omega) = \sum_{l=0}^{m-1} \int_{x_l}^{x_{l+1}} S_2(x, f) e^{-j\omega x} dx, \qquad (5)$$

Выражение СПФ на основе сплайна $\overline{S}_2(x, f)$ будет выглядеть как

$$\overline{H}(j\omega) = \sum_{l=0}^{m-1} \int_{x_l}^{x_{l+1}} \overline{S}_2(x, f) e^{-j\omega x} dx, \qquad (6)$$

отсюда погрешность СПФ, возникающая в результате сжатия данных, определяется следующим образом:

$$|\bar{H}(j\omega) - \tilde{H}(j\omega)| \leqslant \sum_{l=0}^{m-1} \int_{x_l}^{x_{l+1}} |S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)|\,|e^{-j\omega x}|\,dx \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{l=1}^{m-1} \max|S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)| \leqslant \sum_{l=1}^{m-1} \max\Big[\max_{x\in[x_l,\, x_{l+1}]} |S_2(x, f) -$$

$$- S_2(x, f)|,\ \max_{x\in[x_{l+1},\, x_{l+2}]} |S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)|,\ \max_{x\in[x_{l+2},\, x_{l+3}]} |S_2(x, f) - S_2(x, f)|,$$

$$\dots,\ \max_{x\in[x_{l+k-1},\, x_{l+k}]} |S_2(x, f) - S_2(x, f)|\Big]. \qquad (7)$$

Оценивая полученные в (7) разностные выражения, получаем

$$\max_{x\in[x_l,\, x_{l+1}]} |S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)| \leqslant 2(M_{1l}(h + 2h^2) + \varepsilon_{1l}), \qquad (8)$$

где

$$M_{1l} = \max\left\{|m_l|,\ |c_l|,\ \frac{1}{4}|d_l|,\ |m_l|,\ |c_l|,\ \left(\frac{h}{2}\right)^2 |d_l|\right\}, \qquad (9)$$

$$\varepsilon_{1l} = \max\{|f(x_l)|,\ |f(x_l)|\}. \qquad (10)$$

Аналогично (8) можно записать, что

$$\max_{x\in[x_{l+1},\, x_{l+2}]} |S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)| \leqslant 2(M_{2l}(h + 2h^2) + \varepsilon_{2l}), \qquad (11)$$

. . . .

$$\max_{x\in[x_{l+k-1},\, x_{l+k}]} |S_2(x, f) - \tilde{S}_2(x, f)| \leqslant 2(M_{kl}(h + 2h^2) + \varepsilon_{kl}), \qquad (12)$$

где M_{2l}, ε_{2l}, …, M_{kl}, ε_{kl} определяются аналогично (9) и (10), но с соответствующим возрастанием по интервалам. Коэффициенты m_l, c_l и d_l определяются аналогично m_i, c_i и d_i [2].

Таким образом, (7) запишется как

$$|\bar{H}(j\omega) - \tilde{H}(j\omega)| \leqslant 2 \sum_{l=0}^{m-1} \max\{[M_{1l}(h + 2h^2) + \varepsilon_{1l}],$$

$$[M_{2l}(h + 2h^2) + \varepsilon_{2l}], \dots, [M_{kl}(h + 2h^2) + \varepsilon_{kl}]\}. \qquad (13)$$

Отсюда можно определить погрешность аппроксимации СПФ со сжатыми данными

$$|H(j\omega) - \tilde{H}(j\omega)| \leqslant |H(j\omega) - \bar{H}(j\omega)| + |\bar{H}(j\omega) - \tilde{H}(j\omega)|. \qquad (14)$$

Из [1] известно, что

$$|H(j\omega) - \bar{H}(j\omega)| \leqslant \sum_{i=0}^{n-1} K_0 h^2 \Delta f''(x_i).$$

Таким образом:

$$|H(j\omega) - \tilde{H}(j\omega)| \leqslant \sum_{i=0}^{n-1} K_0 h^2 \Delta f''(x_i) = 2 \sum_{i=0}^{m-1} \max \{|M_1(k+2h^2) + \varepsilon_{1,i}|, \dots, |M_N(k+2h^2) + \varepsilon_{N,i}|\}. \qquad (15)$$

Применение предложенного алгоритма сжатия данных в методе СПФ приводит к значительному уменьшению временных затрат машинной обработки результатов измерений, а приведенные оценки погрешности СПФ в результате сжатия и погрешности аппроксимации СПФ со сжатыми данными дают возможность применять алгоритм сжатия, сохраняя требуемую точность вычисления СПФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Саркисян А. Х.* Сплайн-преобразование Фурье и его применение для цифровой обработки сигналов ЭРГ // Тез. докл. Закавказской науч.-тех. конф. молодых ученых и специалистов «Информатика и вычислительная техника».— Ереван, 1986.— С. 32.
2. *Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н.* Сплайны в вычислительной математике.— М.: Наука, 1976.—248 с.

ВЦ АН АрмССР 15 XII 1987

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 71—75

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

УДК 621.391.254

М. Н. НАЛБАНДЯН

МЕТОДЫ ДЕКОДИРОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ КОРРЕКТИРУЮЩИХ КОДОВ

Доказывается, что коды Р. Р. Варшамова исправляют многократные симметрические ошибки. Предложены алгоритмы их декодирования, сложность которых оценивается величиной cn^2, где n— длина кода, а c—константа, не зависящая от n.

Библиогр. 6 назв.

Ապացուցվում է, որ Ռ. Ռ. Վարշամովի կոդերը ուղղում են բազմակի համաչափ սխալներ: Առաջարկվում են նրանց ապակոդավորման ալգորիթմներ, որոնց բարդությունը գնահատվում է cn^2 *մեծությամբ, որտեղ n-ը կոդի երկարությունն է, իսկ c-ն՝ անկախ n-ից հաստատուն:*

Характерной особенностью некоторых работ по теории и практике корректирующих кодов является задача синтеза систем связи, устойчивых к симметрическим и асимметрическим искажениям [1—5]. В [3] предложены два класса кодов, исправляющих многократные асимметрические ошибки. В данной работе показывается, что коды Р. Р. Варшамова исправляют и многократные симметрические ошибки. Предложены алгоритмы декодирования этих кодов в случае исправления симметрических ошибок.

Код B_1 (соответственно B_2) [3], исправляющий любые t, $t<r$ асимметрические ошибки — это множество всевозможных двоичных наборов $x=(x_1,\ldots,x_n)$, являющихся решениями системы сравнений (1) (соответственно (2))

$$\sum_{i=1}^{n} i^j x_i = a_j \pmod p,\ j=\overline{1,r},\ n<p, \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} ix_i = \alpha \pmod{p-1},\ \sum_{i=1}^{n}(g^{ij}-1)x_i = a_j \pmod p,$$

$$j=\overline{1,r-1},\quad n<p-1, \tag{2}$$

где α, a_j, $j=\overline{1,r}$ — некоторые числа из полной системы вычетов по модулю p, а g — первообразный корень по модулю простого числа p.

Теорема 1. Код B_1 исправляет k_0 ошибок вида $0\to1$ и k_1 ошибок вида $1\to0$, k_0, $k_1<\left[\frac{r}{2}\right]$.

Доказательство. Предположим обратное, т. е. существуют различные вектора y', y'', число ненулевых компонент которых не больше, чем r и кодовый вектор x, что выполняются условия

$$\sum_i a_i^t + \sum_l d_l^t = \sum_k c_k^t + \sum_j b_j^t \pmod p,\ t=\overline{1,r}, \tag{3}$$

где i, j, k, l пробегают некоторые множества индексов a_i, b_j (соответственно c_k, d_l) ненулевые позиции вектора y' (соответственно y'').

Из условий теоремы следует, что мощность множеств $\{i\}\cup\{l\}$ и $\{k\}\cup\{j\}$ не больше, чем r. Рассуждая аналогично теореме 1 [4], из системы (3) приходим к тому, что множества $\{a_i, d_l\}$ и $\{c_k, b_j\}$ совпадают. Нетрудно заметить, что $\{a_i\}\cap\{b_j\}=\varnothing$, $\{d_l\}\cap\{c_k\}=\varnothing$. Следовательно, $\{a_i\}=\{c_k\}$, $\{d_l\}=\{b_j\}$, т. е. $y'=y''$, что противоречит сделанному предположению. Теорема 1 доказана.

Рассмотрим теперь задачу декодирования кода B_1 в случае, когда произошли t ошибки вида $0\to1$, $t\leq r-1$ и одна ошибка вида $1\to0$. Пусть по каналу связи передавался кодовый вектор x, а на выходе канала получили искаженный вектор x', $x'\neq x$, $x'\notin B_1$.

Шаг 1. Вычислим величины $h_j=\sum_{i=1}^{n} i^j x_i' \pmod p$, $j=\overline{1,r}$. Ясно, что

$$\sum_{l=1}^{t} a_l^j = h_j + b^j \pmod p,\ j=\overline{1,r}, \tag{4}$$

где $a_1, \dots, a_t$ в позиции вектора x, где произошли ошибки — $t \leqslant r-1$.

Обозначим: $S_i^{(j)} = \sum_{i=1}^{t} a_i^j$, $j = \overline{1, r}$.

Шаг 2. Из тождеств Ньютона [4]

$$S_i^{(j)} - S_i^{(j-1)}\sigma_1 + \dots + (-1)^{j-1} S_i^{(1)}\sigma_{j-1} + (-1)^j j\sigma_j \equiv 0 \pmod p, \ j = \overline{1, r}$$

находим $\sigma_1, \dots, \sigma_r$, выраженные через $h_1, h_2, \dots, h_r, b$.

Шаг 3. Подставляя найденные значения для $\sigma_1, \dots, \sigma_t$ в тождество

$$S_i^{(t+1)} - S_i^{(t)}\sigma_1 + \dots + (-1)^{t-1} S_i^{(1)}\sigma_t \equiv 0 \pmod p,$$

получаем относительно неизвестного в сравнение $f(b)=0$ *(modp)*, которое согласно теореме 1 имеет единственное решение.

Шаг 4. Подставляя найденные значения для b в сравнение (4), получаем выражения, подобные соотношениям (2) [1]. Далее, алгоритм декодирования кода B_1 совпадает с алгоритмом декодирования кода B, в случае исправления t асимметрических ошибок, описанный в [4].

Теорема 2. Код B_2 исправляет k_0 ошибок вида $0 \to 1$ и k_1 ошибок вида $1 \to 0$, $k_0, k_1 \leqslant \left\lfloor \frac{r}{2} \right\rfloor$.

Доказательство. Предположим обратное, т. е. как и в случае теоремы 1 существуют вектора y', y'', x и выполняются условия

$$\sum_{i=1}^{n} i(x_i - y_i') \equiv \sum_{i=1}^{n} i(x_i - y_i'') \pmod{p-1}, \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (g^{ij} - 1)(x_i - y_i') \equiv \sum_{i=1}^{n} (g^{ij} - 1)(x_i - y_i'') \pmod p, \ j = 1, r-1.$$

Развертывая сравнения (5) и учитывая (2), получаем

$$\sum_i g^{ma_i} - \sum_l g^{md_l} \equiv \sum_j g^{mb_j} + \sum_k g^{mc_k} - \sum_{i=1}^{A} g^{0\cdot i} \pmod p, \ m = \overline{1, r-1}.$$

$$g^{\sum_i a_i - \sum_l d_l} \equiv g^{\sum_j b_j - \sum_k c_k} \pmod p, \tag{6}$$

где A — разность мощностей множеств $\{b_j\} \cup \{c_k\}$ и $\{a_i\} \cup \{d_l\}$, а числа a_i, b_j, c_k, d_l играют роль, аналогичную в теореме 1.

Система (6) подобна системе (4). Повторяя рассуждения теоремы 1, заключаем, что совокупности чисел $\{g^{a_i}, g^{d_l}\}$ и $\{g^{b_j}, g^{c_k}\}$ совпадают, откуда следует, что $a_i = c_j$, $b_j = d_l$, т. е. $y' = y''$, что противоречит сделанному предложению. Теорема 2 доказана.

Рассмотрим теперь задачу декодирования кода B_2 в случае, когда произошли t ошибки вида $0 \to 1$, $t \leqslant r-1$ и одна ошибка вида $1 \to 0$.

Пусть по каналу связи передавался кодовый вектор x, а на выходе канала получили искаженный вектор x', $x' \neq x$, $x' \notin B_2$, а $a_1, \dots, a_t$, b — ошибочные позиции вектора x.

Шаг 1. Вычислим величины

$$\Theta = \sum_{i=1}^{n} i x'_i \pmod{p-1}, \quad \Theta_j = \sum_{i=1}^{n} (g^{ij} - 1) x'_i \pmod{p}, \ j = \overline{1, r-1},$$

откуда

$$\Theta = \sum_{i=1}^{t} a_i - b \pmod{p-1},$$

$$\Theta_j = \sum_{i=1}^{t} (g^{ja_i} - 1) - (g^{jb} - 1) \pmod{p}, \ j = \overline{1, r-1}, \qquad (7)$$

которое можно преобразовать следующим образом:

$$\Theta' = \Theta + b = \sum_{i=1}^{t} a_i \pmod{p-1};$$

$$\Theta'_j = \Theta_j + (g^{jb} - 1) = \sum_{i=1}^{t} (g^{ja_i} - 1) \pmod{p}, \ j = \overline{1, r-1}. \qquad (8)$$

Обозначим:

$$S_i^{(t)} = \sum_{j=1}^{t} (g^{a_j} - 1)^i;$$

$$\sigma_{l_1} = g^{a_1} \cdot \ldots \cdot g^{a_{l_1}} + \ldots + g^{a_{t-l_1+1}} \cdot \ldots \cdot g^{a_t}, \quad l_1 = \overline{1, t};$$

$$\beta_{l_1} = (g^{a_1} - 1) \cdot \ldots \cdot (g^{a_{l_1}} - 1) + \ldots + (g^{a_{t-l_1+1}} - 1) \cdot \ldots \cdot (g^{a_t} - 1),$$

$$l_1 = \overline{1, t}.$$

Согласно утверждениям 1 и 2, из [5] имеет место

$$S_i^{(t)} = \Theta'_i - \ldots + (-1)^{i-s} C_i^{i-s} \Theta'_s + \ldots + (-1)^{i-1} C_i^{i-1} \Theta'_1 \pmod{p},$$

$$i = \overline{1, r-1}, \qquad (9)$$

$$\beta_l = \sigma_l - \ldots + (-1)^{l-h} C_{t-h}^{l-h} \sigma_h + \ldots + (-1)^l C_t^l \pmod{p}, \ l = \overline{1, t-1}. \quad (10)$$

Шаг 2. Пользуясь (9), вычислим величины $S_i^{(t)}$, $i = \overline{1, r-1}$.

Шаг 3. Используя тождества Ньютона

$$S_i^{(t)} - S_{i-1}^{(t)} \beta_1 + \ldots + (-1)^{i-1} S_1^{(t)} \beta_{i-1} + (-1)^i i \beta_i \equiv 0 \pmod{p}, \ i = \overline{1, r-1},$$

находим $\beta_1, \ldots, \beta_{t-1}$, выраженные через g^b, и число происшедших ошибок t.

Шаг 4. Пользуясь сравнениями (10), находим $\sigma_1, \ldots, \sigma_{t-1}$.

Шаг 5. Из первого сравнения системы (8) находим $\sigma_t \equiv g^{\Theta'} \pmod{p}$.

Шаг 6. Подставляя найденные значения $\sigma_1, \ldots, \sigma_t$ в сравнение

$$\beta_t \equiv \sigma_t - \ldots + (-1)^{t-s} \sigma_s + \ldots + (-1)^t \pmod{p},$$

получаем относительно $g^b - 1$ сравнение $f(b) \equiv 0 \pmod{p}$, которое согласно теореме 2 имеет единственное решение. Подставляя значение в систему (8), получаем выражение, подобное соотношениям (2) из [5]. Далее, алгоритм декодирования кода B_2 совпадает с алгоритмом декодирования кода B_2 в случае исправления t асимметрических ошибок, описанный в [5].

Как и в случае декодирования кодов B_1 и B_2 при исправлении асимметрических ошибок [4], [5] количество сложений и умножений, необходимых для декодирования любого принятого искаженного вектора с помощью предложенных алгоритмов оценивается величиной cn^3, где c—константа, не зависящая от n.

Практическая ценность предлагаемых алгоритмов обусловлена наличием систем связи, как с симметрическим, так и асимметрическим характером искажений [3]. Заметим, то предложенные алгоритмы аналогичны известным алгоритмами декодирования БЧХ—кодов, широко использующихся в реальных системах передачи, приема и обработки информации [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Варшамов Р. Р., Тененгольц Г. М.* Код, исправляющий одиночные несимметрические ошибки // Автоматика и телемеханика.—1965.—26, № 2.—С. 288—292.
2. *Варшамов Р. Р.* К теории несимметрических кодов // ДАН СССР.—1965.—164, № 4.—С. 757—760.
3. *Варшамов Р. Р.* Общий метод построения асимметрических систем кодирования, связанный с решением комбинаторной задачи Диксона // ДАН СССР.—1970.—194, № 2.—С. 284—287.
4. *Налбандян М. Н.* Заметка о двух классах нелинейных кодов // Проблемы передачи информации.—1974.—10, № 2.—С. 61—63.
5. *Налбандян М. Н.* Класс кодов, исправляющий многократные асимметрические ошибки // Сообщения АН ГССР.—1975.—77, № 2.—С. 405—408
6. *Т. Касами, Н. Токура, Е. Ивадари* и др. Теория кодирования.—М.: Мир, 1978.—576 с.

ВЦ АН АрмССР 5. IV. 87

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 75—79.

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 658.562

С. С. ЗАХАРЬЯН, А. Н. АВЕТИСЯН

КОНТРОЛЬ СОСТОЯНИЯ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА УПЛОТНЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ

Предлагается метод контроля состояния многопараметрических систем, представляемых большими массивами значений параметров. Метод основан на теории уплотнения переменных, что позволяет не только сократить объем используемой машинной памяти, но и производить самоконтроль диагностирующей системы.

Ил. 1. Библиогр.: 1 назв.

Առաջարկվում է մեթոդ բազմապարամետրային համակարգերի վիճակի ստուգման համար, որոնք ներկայացվում են բնութագրող պարամետրերի արժեքների մեծ զանգվածներով: Մեթոդը հիմնված է փոփոխականների խտացման տեսության վրա, որը հնարավորություն է տալիս ոչ միայն խնայողաբար օգտագործել մեքենայի հիշողությունը, այլև իրագործել ստուգող համակարգերի ինքնահսկումը:

Введение. В ряде областей: техническая диагностика, контроль технологических процессов и др., возникают задачи анализа состояния по большому количеству значений, характеризующих признаков (порядка сотен или тысяч). Ставится задача выявления всех отклонившихся от эталонов параметров контролируемого объекта, для чего в работе используется метод уплотнения переменных ([1]).

Теория уплотнения. Сведем информацию о контролируемой системе в числовую матрицу A и ограничимся для простоты рассмотрением одностадийного процесса. В качестве входных будем использовать векторы X^0 и W^1 и назовем их тестирующими. Выходы сформируются в виде векоторов X^1 и W^0, причем

$$Y^0 = (W^1A)X^0 = W^1(AX^0) = Y^1. \tag{1}$$

Изменим технику уплотнения применительно к контролю систем. Разобъем определенную выше матрицу A, пусть квадратную, размерности $n \times n$ на ряд квадратных подматриц размерности $m \times m$, где $\frac{n}{m} \in N$. Получим k^2 подматриц, где $k = \frac{n}{m}$. Такое же разбиение проведем и над векторами X^0 и W^1 и получим k подвекторов (по аналогии с подматрицами) размерности m. Введем обозначения: A^{ij} — подматрица с координатами i и j, X^{0j} и W^{1i} — i-ые подвектора векторов X^0 и W^1 соответственно. Если произвести операцию уплотнения над подматрицами матрицы A и соответетствующими им подвекторами векторов X^0 и W^1, то выходные переменные X^1 и W^0 получатся в виде матриц размерности $m \times k$ и $k \times m$. Очевидно, что в этом случае уплотненные переменные Y^0 и Y^1 являются k-мерными векторами.

Теорема. Пусть над матрицей A и тестирующими векторами X^0 и W^1 осуществлены вышеописанные операции разбиения и уплотнения. Вычислим следующие суммы (назовем их уплотненными):

$$Z^0 = \sum_{i=1}^{k} y_i^0; \quad Z^1 = \sum_{i=1}^{k} y_i^1, \tag{2}$$

тогда независимо от вида матрицы A и тестирующих векторов имеет место баланс сумм

$$Z^0 = Z^1 = Z. \tag{3}$$

Теорема иллюстрируется рисунком.

Доказательство. Согласно определению (1) уплотняющего процесса, для элементов матриц X^1 и W^0 можем записать

$$x^1_{ij} = \sum_{r=1} a_{ir} x^0_{rj}, \ i = 1, \dots, n, \ j = 1, \dots, k, \tag{4}$$

$$w^0_{ij} = \sum_{r=1} a_{rj} w^1_{ir}, \ i = 1, \dots, k, \ j = 1, \dots, n. \tag{5}$$

Здесь выражение $r \in j$ ($r \in i$) означает, что индекс r пробегает все значения, соответствующие j-му столбцу (i-ой строке) набора подматриц матрицы A. Компоненты уплотненных переменных можно определить по следующим формулам:

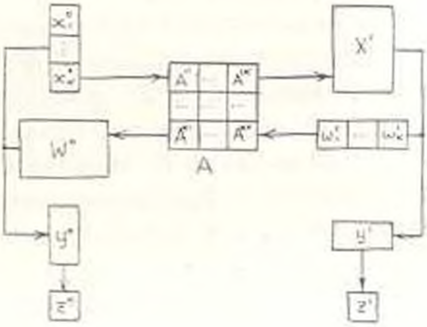


Рис.

$$y_i^1 = \sum_{j=1}^{n} w_j^1 x_{ji}^1, \quad i = 1, \dots, k; \tag{6}$$

$$y_i^0 = \sum_{j=1}^{n} w_{ij}^0 x_j^0, \quad i = 1, \dots, k. \tag{7}$$

Подставив выражения для X^1 и W^0 из (4) и (5), получим

$$y_i^1 = \sum_{j=1}^{k} w_j^1 \sum_{r \in i} a_{jr} x_r^0, \quad i = 1, \dots, k; \tag{8}$$

$$y_i^0 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{r \in i} a_{rj} w_r^1 x_j^0, \quad i = 1, \dots, k. \tag{9}$$

Теперь можно подсчитать уплотненные суммы

$$Z^0 = \sum_{p=1}^{k} y_p^0 = \sum_{p=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} \sum_{r \in p} a_{rj} w_r^1 x_j^0, \tag{10}$$

$$Z^1 = \sum_{p=1}^{k} y_p^1 = \sum_{p=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} w_j^1 \sum_{r \in p} a_{jr} x_r^0. \tag{11}$$

В (11) для единообразия введем w_j^1 под знак суммы и запишем границы изменения индекса в развернутом виде

$$Z^0 = \sum_{p=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} \sum_{r=(p-1)m+1}^{mp} a_{rj} w_r^1 x_j^0, \quad Z^1 = \sum_{p=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} \sum_{r=(p-1)m+1}^{mp} a_{jr} w_j^1 x_r^0. \tag{12}$$

Полная симметричность выражений относительно индексов означает, что изменяется лишь порядок суммирования компонент при одинаковом наборе последних, следовательно, переменные Z^0 и Z^1 в (12) равны, что и требовалось доказать.

Обобщенная схема алгоритма. Считаем, что заранее вычислены значения компонент уплотненных векторов и уплотненной суммы, компоненты матрицы эталонов хранятся на внешнем устройстве, а элементы уплотненных векторов, тестирующих векторов и уплотненная сумма — в памяти ЭВМ.

1. После предварительных операций перегруппировки, нормировки и т. п. формируется матрица A текущих характеристик.

2. Над матрицей A и векторами X^0 и W^1 проводится операция разбиения описанным способом.

3. По выражениям () и (5) вычисляются матрицы X^1 и W^0.

4. Согласно (6) и (7) определяются векторы Y^0 и Y^1.

5. Вычисляются суммы Z^0 и Z^1 по выражениям (2).

6. Значения Z^0 и Z^1 сравниваются друг с другом, в случае их несовпадения возможна неисправность в системе контроля.

7. Суммы Z^0 и Z^1 сравниваются с эталоном, их равенство означает нормальное функционирование объекта и, если нужно, в систему контроля вводится новый массив текущих характеристик для очередного цикла проверки.

8. В противном случае значения компонент уплотненных векторов сравниваются с эталонными, при полном их совпадении возможна неисправность в системе контроля, при различиях номер несовпавшей с эталоном компоненты из вектора Y^0 даст первый, а из Y^1 — второй индекс подматрицы, в которой находятся отклонившиеся параметры.

9. С внешнего устройства считываются эталонные значения параметров выявленной подматрицы и поэлементно сравниваются с текущими — при их полном совпадении возможна неисправность в контролирующей системе, при выявлении же отклонившихся элементов их координаты выводятся на устройство отображения.

10. В случае необходимости цикл контроля повторяется.

Описанный алгоритм реализован на мини-ЭВМ типа СМ-3/СМ-4.

Пример. Возьмем произвольную цифровую квадратную матрицу из 144 элементов, разобьем ее на 9 квадратных подматриц по 16 элементов и выберем произвольные цифровые тестирующие векторы:

$$A_э = \begin{array}{cccccccccccc}
3 & 2 & 8 & 6 & 7 & 4 & 1 & 2 & 2 & 1 & 4 & 8 \\
7 & 6 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 9 & 7 & 4 & 3 & 1 \\
8 & 2 & 3 & 7 & 3 & 1 & 4 & 6 & 8 & 1 & 8 & 2 \\
3 & 3 & 6 & 7 & 7 & 9 & 2 & 1 & 8 & 3 & 4 & 3 \\
4 & 2 & 1 & 4 & 6 & 8 & 3 & 9 & 2 & 7 & 4 & 7 \\
2 & 1 & 3 & 8 & 2 & 3 & 9 & 4 & 7 & 3 & 2 & 1 \\
6 & 8 & 9 & 9 & 8 & 3 & 2 & 1 & 3 & 3 & 3 & 6 \\
2 & 8 & 2 & 3 & 2 & 6 & 2 & 4 & 7 & 3 & 9 & 9 \\
8 & 7 & 6 & 4 & 3 & 2 & 3 & 4 & 6 & 7 & 8 & 4 \\
1 & 9 & 2 & 8 & 3 & 7 & 4 & 6 & 9 & 2 & 8 & 3 \\
2 & 1 & 3 & 1 & 4 & 8 & 6 & 7 & 1 & 3 & 2 & [illegible] \\
8 & 6 & 9 & 3 & 7 & 4 & 2 & 3 & 1 & 4 & 2 & 9
\end{array}. \qquad
\begin{array}{l}
X^0 = (1\ 3\ 5\ 7\ 9\ 7\ 5\ 3\ 1\ 3\ 5\ 7), \\
\\
W^1 = (2\ 4\ 6\ 8\ 6\ 4\ 2\ 4\ 6\ 8\ 6\ 4).
\end{array}$$

Эталонные значения выходных массивов примут вид

$$W^0_э = \begin{array}{cccccccccccc}
106 & 64 & 94 & 118 & 92 & 94 & 54 & 84 & 144 & 65 & 100 & 56 \\
52 & 64 & 44 & 86 & 68 & 90 & 66 & 88 & 74 & 72 & 74 & 94, \\
100 & 144 & 106 & 106 & 94 & 132 & 94 & 126 & 136 & 92 & 132 & 90
\end{array}$$

$$X_2^0 = \begin{matrix} 91 & 54 & 78 & 91 & 43 & 76 & 138 & 57 & 87 & 94 & 27 & 92 \\ 102 & 65 & 72 & 139 & 152 & 96 & 105 & 82 & 68 & 114 & 143 & 110, \\ 81 & 41 & 74 & 58 & 92 & 33 & 69 & 124 & 95 & 76 & 30 & 86 \end{matrix}$$

$Y_1^0 = (4835\ 4220\ 6124)$. $Y_1^1 = (4464\ 6462\ 4254)$. $Z_3^0 = 15180$, $Z_3^1 = 15180$.

После искажения элемента на пересечении второй строки и шестого столбца (его значение стало равно 5) получим новый набор выходных массивов. Теперь $x_{16}^0 = 106$, $x_{2}^1 = 85$, $y_1^0 = 4920$, $y_2^1 = 6546$, $Z^0 = 15264$, $Z^1 = 15264$. Так как $Z^0 = Z^1$, система контроля функционирует нормально. Поскольку $Z_3^0 \neq Z^0$, то сравниваем компоненты уплотненных векторов. Индексы отклонившихся элементов дают координаты неисправного блока: первая строка и второй столбец подматриц матрицы A. В случае одновременного отклонения нескольких элементов используется аналогичная процедура, но увеличивается количество проверяемых подматриц.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арешьян Г. Л., Захарьян С. С., Налчаджян Т. А.* Два метода повышения эффективности сложных технологических процессов.—Ереван: Айастан, 1983.—161 с.

ЕрПИ им. К. Маркса 30. X. 1987

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 79—83.

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 007.57.001.57

В. Г. БАГРАДЯН

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ БИОСИСТЕМ

Рассматриваются модели типа «доза-динамический эффект» для линейных биосистем. Приводится метод полной автоматизации (включая выбор начальных приближений) процесса идентификации параметров моделей, представленных линейными дифференциальными уравнениями первого и второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью. Используется ранее разработанный, так называемый, метод укрупненного анализа экспериментальной кривой. При этом исследуются характерные точки последней.

Библиогр.: 3 назв.

Դիտարկվում են կենսահամակարգերի «դոզա-դինամիկական ազդեցություն» տիպի մոդելները։ Բերվում է հաստատուն գործակիցներով և աջ մասով առաջին և երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարումներով ներկայացված մոդելների պարամետրերի նույնականացման (ներառյալ սկզբնական մոտարկումների ընտրությունը) պրոցեսի լրիվ ավտոմատացման մի մեթոդ։ Օգտագործվում է փորձարարական կորի ավելի վաղ մշակված, այսպես կոչված, խոշորացված վերլուծության մեթոդը։ Ընդ որում, հետազոտվում են խոշորացված կորերի բնորոշ կետերը։

Поведение линейных биосистем достаточно адекватно описывается математическими моделями типа «доза-динамический эффект» в классе дифференциальных уравнений [1, 2]. Выбор структуры в этом случае ограничивается первым и вторым порядками уравнений [1]. Рассмотрим один из этапов построения моделей — идентификацию параметров. В настоящее время существует целый ряд компьютерных диалоговых программ, основанных на различных методах оптимизации. Большинство из них требует предварительного задания начальных приближений значений параметров. Биологу-исследователю предлагается интуитивно оценивать и задавать близкие к оптимальным значения начальных приближений, что не всегда приемлемо. В настоящей работе полностью автоматизирован процесс выбора оптимальных параметров математических моделей линейных динамических биосистем в ответ на импульсный внешний стимул.

Пусть имеем в качестве класса модели обыкновенные дифференциальные уравнения, а в качестве структуры — уравнения первого и второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью. Рассмотрим алгоритм идентификации параметров для каждого случая.

1. *Уравнения первого порядка*: $y'(t) + Ay(t) = B$, $B \neq 0$ с решением $y(t) = B/A[1 - \exp(-At)]$. Неизвестные параметры B и A являются внешним воздействием и инертностью биосистемы. Теоретически их можно определить из следующих соображений:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = B/A; \tag{1}$$

$$\lim_{t\to 0} y'(t) = B \text{ при } y(0) = 0. \tag{2}$$

Для перехода к дискретному случаю воспользуемся методом укрупненного анализа, развитого в [3]. В наших целях равенства (1), (2) можно заменить равенствами

$$B^0/A^0 = y^k, \tag{1'}$$

$$B^0 = S^1, \tag{2'}$$

где y^k — последняя точка укрупненной кривой показателя $y(t)$, S^1 — первая точка укрупненной кривой скорости изменения показателя $y(t)$, A^0, B^0 — начальные приближения.

В качестве начальных приближений для оптимизации берем значения A^0 и B^0, определенные равенствами (1') и (2'). Рассмотрим случай $y'(t) + Ay(t) = 0$ с решением

$$y(t) = y_0 \exp(-At), \quad y_0 = y(0) \neq 0. \tag{3}$$

Эти уравнения обычно описывают процессы прихода в норму физиологического показателя после окончания действия стимула. В дискретном случае вместо равенства (3) имеем:

$$y_i = y_0 \exp(-At_i), \quad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{3'}$$

откуда можно вычислить значения A_i и начальное приближение A^0

$$A_i = (1/t_i)\ln y_0/y_i, \quad i = 2,\ 3, \ldots, m, \tag{3'}$$

$$A^0 = \sum_{i=1}^{m} A_i/(m-1). \tag{3'''}$$

2. Уравнения второго порядка (действительные корни характеристического уравнения): $y''(t) + A_1y'(t) + A_2y(t) = B$, $B \neq 0$. С решением при нулевых начальных условиях получаем

$$y(t) = \frac{B}{A_2}\left(\frac{r_2}{r_1 - r_2}e^{r_1t} - \frac{r_1}{r_1 - r_2}e^{r_2t} + 1\right), \quad r_1 \neq r_2, \quad r_1,\ r_2 < 0, \tag{4}$$

$$y(t) = \frac{B}{A_2}(rte^{rt} - e^{rt} + 1), \quad r_1 = r_2 = r < 0, \tag{5}$$

где r_1, r_2 — корни характеристического уравнения.

Параметры A_1, A_2, B в случае (4) можно определить из равенств

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \frac{B}{A_2}, \quad \lim_{t\to 0} y''(t) = B \text{ при } y(0) = y'(0), \quad A_1 = \frac{B - A_2y(t_n)}{y'(t_n)}, \tag{4'}$$

где t_n — абсцисса точки перегиба кривой.

Для перехода к дискретному случаю применим укрупненный анализ

$$B^0/A_2^0 = y^{\mathrm{IV}}, \quad B^0 = SS^1, \quad A_1^0 = (B^0 - A_2^0y(t_n))/S_n, \tag{4''}$$

где SS^1 — первая точка второй производной укрупненной кривой, S_n — максимальное значение скорости изучаемой кривой, $y(t_n)$ — значение показателя в момент максимальной скорости. Очевидно, что для оптимизации рассматриваемых показателей должны быть использованы соотношения для корней характеристического уравнения

$$r_{1,2} = -\frac{A_1}{2} \pm \sqrt{\frac{A_1^2}{4} - A_2}$$

и учтены ограничения, накладываемые на параметры соотношениями

$$A_1 > 2\sqrt{A_2}, \quad A_1,\ A_2 > 0.$$

В случае (5) соотношения, определяющие параметры A_1, A_2, B, таковы:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = B/A_2; \quad y'(t_n) = A_1B/2A_2e; \quad A_2 = A_1^2/4, \tag{5'}$$

где t_n — абсцисса точки перегиба.

Переход к дискретным соотношениям аналогичен случаю (4)

$$B^0 = y^{\mathrm{IV}}t_n^2, \quad A_1^0 = 2/t_n; \quad A_2^0 = 1/t_n^2 \tag{5''}$$

для $y''(t) + A_1y'(t) + A_2y(t) = 0$ с решением

$$y(t) = \frac{y_0r_1}{r_1 - r_2}\exp(r_2t) - (y_0r_2)/(r_1 - r_2)\exp(r_1t). \tag{7}$$

$$y(t) = y_0 \exp(rt)(1 - rt). \tag{8}$$

Здесь все аналогично (4″) и (5″), вплоть до совпадения обозначений:

$$A_2^0 = -SS^I/y^I; \quad A_1^0 = -A_2^0 y(t_n)/S_n; \tag{7'}$$

$$A_1^0 = 2/t_n; \quad A_2^0 = 1/t_n^2. \tag{8'}$$

3. *Уравнения второго порядка (комплексно-сопряженные корни хариктеристического уравнения):* $B \neq 0$. Решение имеет вид

$$y(t) = e^{-\frac{A_1}{2}t}\left(\frac{2A_2 y'_1 - A_1 B}{2AB}\sin\beta t - \frac{B}{A_2}\cos\beta t\right)$$

$$\text{при } y(0) = 0,\ y'(0) = y'_0 > 0, \tag{9}$$

где $\beta = \sqrt{A_2 - \frac{A_1^2}{4}}$, $-\frac{A_1}{2}$ — мнимая и действительная части корней.

Параметры A_1, A_2, B можно определить из тех же соображений, что и в случае (4). В (4′) только третье соотношение заменяется на $T = 2\pi/\beta$, где T — период изменения функции (9). Начальные приближения параметров здесь вычисляются по формулам

$$B^0 = SS^I, \quad A_2^0 = B^0/y^{IV}, \quad A_1^0 = 2\sqrt{A_2 - \beta^{02}}. \tag{9'}$$

В случае $B = 0$ решение имеет вид

$$y(t) = e^{-\frac{A_1}{2}t}\left(\frac{2y'_0 + A_1 y_0}{2\beta}\sin\beta t + y_0\cos t\right)$$

$$\text{при } y'(0) = y'_0,\ y(0) = y_0. \tag{10}$$

Параметры определяются из следующих сооображений. Последовательность точек максимумов (минимумов) функции (10) можно представить функцией

$$y_i^{max} = k\exp(-A_1 t_i/2), \tag{10'}$$

где y_i^{max} — последовательные максимумы.

Соотношение (10′) идентично (3′). Перейдя к новым координатам, где $t_1 = 0$, можно определить значение к. Далее, A_1^0 определяем по формулам (3″), (3‴), с соотастствующими изменениями. Таким образом имеем:

$$A_1^0 = \sum_{i=1}^{m} A_{1i}\,(m-1); \quad A_2^0 = \beta^2 + A_1^{02}/4. \tag{10''}$$

4. *Уравнения с импульсной правой частью:*

$$y'(t) + Ay(t) = \begin{cases} B \text{ при } 0 \leq t \leq \tau, \\ 0 \text{ при } \tau \leq t; \end{cases}$$

$$y''(t) + A_1 y'(t) + A_2 y(t) = \begin{cases} B \text{ при } 0 \leq t \leq \tau, \\ 0 \text{ при } \tau \leq t. \end{cases}$$

Такого вида модели отражают весь ход биологического эксперимента: отклонение изучаемого показателя от нормы под воздействием внешнего стимула и приход в норму после прекращения внешнего воздействия. Такая трактовка горбообразных кривых биологически достаточно обоснована. Структура такого типа уравнений диктует метод выбора параметров, который заключается в раздельном рассмотрении и стыковке решений неоднородного ($t \leqslant \tau$) и однородного ($t \geqslant \tau$) дифференциального уравнений.

5. Если физиолог полагает, что внешнее воздействие на организм не является импульсным, а убывает по экспоненциальному закону, то структура модели будет такой:

$$y'(t) + Ay(t) = B\exp(-bt). \tag{11}$$

Неизвестные параметры A, B, b можно определить из соотношений

$$y'(0) = B, \quad A = \frac{B}{y_{\max}}\exp(-bt_{\max}), \quad b \approx \frac{\ln(y_{\max}/y_m)}{t_m - t_{\max}}, \tag{12}$$

где $t_m = t_{\max} + \Delta t$, $y_m = y(t_m)$.

Совместно решая (11) и (12) получаем

$$\frac{Be^{-bt} - y'(t)}{y(t)} = \frac{B}{y_{\max}} e^{-bt_{\max}},$$

$$-t_{\max} b = \ln(y_{\max}/y(t)B) + \ln(Be^{-bt} - y'(t)).$$

Если некоторое t_m достаточно близко к $t^{\max}$, но не равно последнему, то в этой точке $y'(t_m) \approx 0$ и этим членом можно пренебречь. Отсюда и получается приблизительное равенство и это лишь начальное приближение параметров. Переход к дискретному случаю очевиден (укрупненный анализ).

Для дальнейшего уточнения значений параметров можно использовать обычные методы оптимизации, например, метод наименьших квадратов. Минимизация получаемого при этом функционала проводится по специальному алгоритму, основанному на просмотре некоторой области вокруг начальных приближений. Шаг просмотра при этом диктуется точностью измерения изучаемого показателя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Методы математической биологии: Методы идентификации математических моделей биологических систем.— Кн. 4. / Под ред. В. М. Глушкова.— Киев: Вища школа, 1982.— 192 с.

2. *Ваградян В. Г.* Разработка алгоритма идентификации математических моделей биосистем // Математические модели в биологии и медицинские информационные системы: Сб. науч. тр.— Киев: Изд-во ИК АН УССР, 1983.— С. 78—81.

3. *Ваградян В. Г.* Алгоритм идентификации структуры математических моделей детерминированных биосистем // Математическое моделирование биосистем и бионика: Сб. науч. тр.— Киев: Изд-во ИК АН УССР, 1984.— С. 54—58.

Ин-т физиологии АН АрмССР

2. XII. 1986

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 84—87.

ГИДРАВЛИКА

УДК 556.34

С. В. САРКИСЯН, В. С. САРКИСЯН

ПРОГНОЗ РАСТВОРЕНИЯ И ВЫМЫВА СОЛЕЙ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАГЕНТОВ

Рассматриваются вопросы растворения и вымыва солей из грунтов, представляющие интерес при разработке вопросов выщелачивания металлов из горных пород и освоении засоленных земель. Приводятся основные дифференциальные уравнения и краевые условия, позволяющие прогнозировать изменение концентраций солей и произвести расчет во времени и в пространстве. Излагается полученное аналитическое решение задачи.

Библиогр.: 5 назв.

Դիտարկվում են բնահողերի աղերի (ուրան, պղինձ և այլն) լուծման և հեռացման հարցերը, երբ պրոցեսի ուժգնացման համար օգտագործվում են հակազդակներ: Բերվում է հիմնական դիֆերենցիալ հավասարումները և սահմանային պայմանները, որոնց լուծումը հնարավորություն է տալիս կանխագուշակելու աղերի և հակազդակի խտության փոփոխությունը ժամանակի ընթացքում և տարածության մեջ: Բերվում են խնդրի վերլուծական լուծման արդյունքները:

Растворение и вымыв солей из грунтов, а также извлечение металлов из руд с помощью специальных химических реагентов в настоящее время в СССР и за рубежом уделяется большое внимание. Особенно этот способ применяется для добычи урана из обводненных осадочных пород и меди, золота и других металлов из убогих и забалансовых руд в районах действующих рудников. При растворении и вымыве солей металлов из грунтов и руды последние предварительно разрыхляются, а руда дробится камуфлетными взрывами. Экспериментальные исследования кислотного выщелачивания показывают, что для фиксированных времен по пространственной координате наблюдается переотложение урана на подвижном щелочном барьере. Вследствие этого концентрация на некотором расстоянии от начального сечения превышает его исходное содержание [1, 2].

Пусть раствор кислоты с концентрацией C_0 фильтруется по направлению оси z со скоростью v и, взаимодействуя с породой, выщелачивает из нее соли. Задача о прогнозе изменения концентрации металла в твердом и растворенном виде при кислотном выщелачивании в случае одномерной фильтрации сводится к интегрированию следующих дифференциальных уравнений:

$$D_i \frac{\partial^2 c_i}{\partial z^2} - v \frac{\partial c_i}{\partial z} - n_0 \frac{\partial c_i}{\partial t} = q_i, \quad i = 1, 2. \tag{1}$$

Здесь $C_{1,2}$ — концентрации соли и кислоты (реагента) в жидкой фазе, $D_{1,2}$ — коэффициенты конвективной диффузии для растворенной соли и кислоты, n_0 — пористость пород, $q_{1,2}$ — мощность источника, определяемая расходом поступления продукта в поток, движущийся по порам и трещинам (плюс) или расходом поглощения реагента породой (минус).

Так как коэффициент гидродинамической диффузии в основном зависит от физико-механических свойств рудного пласта и от скорости фильтрации, то можно считать, что $D_1 = D_2$, осреднить скорость фильтрации по координате, во времени и принимать $v = u = Q/\omega$ (Q — подаваемый на площадь ω расход). Тогда вместо (1) будем иметь

$$D\frac{\partial^2 c_i}{\partial z^2} - u\frac{\partial c_i}{\partial z} - n_0\frac{\partial c_i}{\partial t} = \pm q_i, \quad i = 1,\ 2. \tag{2}$$

Для определения вида функции q_i Б. С. Шержуков проводил теоретическое исследование по диффузионному извлечению вещества при неподвижной границе реакции [2], а А. В. Шибанов—при подвижной границе [4]. Полученные ими кинетические уравнения могут быть использованы при решении задачи о диффузионном извлечении металлов в условиях фильтрации реагента через породу, содержащую извлекаемый компонент. Одна из таких задач рассмотрена в [4]. Однако для широкого применения в аналитических исследованиях эти зависимости достаточно сложны.

Как показано в [1, 2], в случае кислотного выщелачивания урана вид функций q_i следующий:

$$q_1 = \frac{\partial b}{\partial t} = \beta\left[c_1 - c_*(c_2)\right]; \quad c_* = \gamma c_2^n, \quad i = 1,\ 2,\ 3; \tag{3}$$

$$q_2 = k(c_2 - c_e), \tag{4}$$

где β—константа скорости реакции выщелачивания (переотложения), b—содержание металла в твердой фазе, C_h—растворимость рудного минерала, k—константа скорости реакции, c_e—концентрация реагента в равновесии с породой (минералом).

В случае $D = 0$ эта задача ранее рассматривалась в [1, 2]. Растворение и вымыв солей из горных пород при фильтрации воды рассмотрены в [5] и др. [3—8].

Для решения системы (2) при $q_{1,2}$ по (3)—(4) рассмотрим фильтрацию реагента в однородном изотропном полуограниченном пласте. В точке с координатой $z = 0$ для времен $t > 0$ подается реагент (растворитель) с постоянным расходом ε и концентрацией $c_1(0,\ t) = c_0$. Принимая в зависимости $c_* = f(c_2)$ величину $n = 1$, краевые условия будут:

$$c_1(z,\ 0) = c_{\text{н}}^{0}; \quad c_1(0,\ t) = 0; \quad c_1(\infty,\ t) < \infty; \tag{5}$$

$$c_2(z,\ 0) = c_e; \quad c_2(0,\ t) = c_0; \quad c_2(\infty,\ t) < \infty. \tag{6}$$

Решение задачи (2), (4) имеет вид

$$c_2 = c_e + 0{,}5(c_0 - c_e)e^{\text{[illegible]}}\left[\Phi^*(\eta_1) + e^{\text{[illegible]}}\Phi^*(\eta_2)\right],$$

$$\Phi^*(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{\lambda}^{\infty} e^{-u^2} du, \quad \lambda_{1,2} = \frac{\bar z}{2\sqrt{F_0}} \pm \alpha\sqrt{F_0}, \tag{7}$$

$$\xi = \frac{uL}{2D}, \quad \alpha = L\sqrt{\frac{k}{D} + \frac{u^2}{4D^2}}, \quad \bar z = \frac{z}{L}, \quad F_0 = \frac{Dt}{n_0 L^2}. \tag{8}$$

Здесь L — некоторая характерная длина, в частности, через L можно обозначить мощность массива грунта, подвергающегося растворению.

Умножая уравнение (1) при $i = 1$ на величину $\left(\frac{k}{\beta} - 1\right)\gamma$ и сложив полученный результат с уравнением (1) при $i = 2$, найдем

$$D\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} - u\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{\partial\theta}{\partial t} + \beta\theta - kc_p, \tag{9}$$

$$\theta = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{k}{\beta} - 1\right)c_1 + c_2. \tag{10}$$

Красные условия для (9) с учетом (5)—(6) будут

$$\theta(z, 0) = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{k}{\beta} - 1\right)c_н^0 - c_p, \quad \theta(0, t) = c_0, \quad \theta(\infty, t) < \infty. \tag{11}$$

Решение системы (9)—(11) имеет вид

$$\theta = \frac{kc_p}{\beta} + \frac{1}{2}\left(c_0 - \frac{kc_p}{\beta}\right)e^{-(\delta-\xi)\bar z}\left[\Phi^*(\lambda_3) + e^{2\delta\bar z}\Phi^*(\lambda_4)\right] +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{k}{\beta} - 1\right)\left(\frac{c_н^0}{\gamma} - c_p\right)e^{-\beta t}\left[\Phi^*(\lambda_5) - e^{2\xi\bar z}\Phi^*(\lambda_6)\right],$$

$$\delta = L\sqrt{\frac{\beta}{D} + \frac{u^2}{4D^2}}. \tag{12}$$

Используя (7) и (12) из уравнения (10), находим

$$c_1 = \gamma c_p + \frac{1}{2}\frac{\gamma}{\frac{k}{\beta} - 1}\left(c_0 - \frac{kc_p}{\beta}\right)e^{-(\delta-\xi)\bar z}\left[\Phi^*(\lambda_3) +\right.$$

$$\left. + e^{2\delta\bar z}\Phi^*(\lambda_4)\right] - \frac{1}{2}\gamma\frac{c_0 - c_p}{\frac{k}{\beta} - 1}e^{-(\alpha-\xi)\bar z}\left[\Phi^*(\lambda_1) +\right.$$

$$\left. + e^{2\alpha\bar z}\Phi^*(\lambda_2)\right] - \frac{c_н^0 - \gamma c_p}{2}e^{-\beta t}\left[\Phi^*(\lambda_5) - e^{2\xi\bar z}\Phi^*(\lambda_6)\right],$$

$$\lambda_{3,4} = \frac{\bar z}{2\sqrt{F_0}} \pm \delta\sqrt{F_0}, \quad \lambda_{5,6} = \xi\sqrt{F_0} \pm \frac{\bar z}{2\sqrt{F_0}}. \tag{13}$$

В случае пласта ограниченной мощности L вместо последних условий (5)—(6) на границе $z = L$ ставится граничное условие $\partial c_{1,2}/\partial z = 0$. Для ограниченного пласта задача решается аналогично.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Голубев В. С.* Динамика геохимических процессов.—М.: Недра, 1981.—208 с.
2. *Шержуков Б. С.* Кинетика процессов подземного растворения металлов и солей в пористо-трещиноватых средах // Научные исследования в области инженерной гидрогеологии: Сб. тр. ин-та ВОДГЕО.—М., 1977.—Вып. 70.—С. 21—23.
3. *Шибанов А. В.* Кинетика растворения веществ в горных породах при подвижной поверхности реакции // Там же.—С. 24—27.
4. *Шибанов А. В.* О подземном выщелачивании веществ из руд в условиях одномерного фильтрационного потока // Там же.—С. 27—30.
5. *Веригин Н. Н., Шержуков Б. С.* Диффузия и массообмен при фильтрации жидкостей в пористых средах // Развитие исследований по теории фильтрации в СССР.—М.: Наука, 1969.—С. 237—313.

ЕрПИ им. К. Маркса 29. IX. 1987

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, 87—92.

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

УДК 621.386

С. А. АНЧАРАКЯН, Э. А. НАЗАРЯН, К. Т. АВЕТЯН, М. М. АРАКЕЛЯН

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ДВУХОСНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Решена задача о распределении напряжений при изгибе шарнирно-опертой круглой тонкой пластины под действием вертикальной сосредоточенной силы, которая приложена в центре пластины. Осуществлено локальное тензометрирование для двухосного сжатия и растяжения. Установлены направления наибольших касательных напряжений, вдоль которых реализуется скольжение дислокаций. Найдены области на поверхности кристалла, соответствующие различным векторам Бюргерса дислокаций. Дано сравнение полученных результатов с экспериментом.

Ил. 4. Библиогр.: 7 назв.

Տեսականորեն և փորձնականորեն լուծված է [illegible] ձողիկներում լարումների բաշխման խնդիրը, երբ նրանք գտնվում են երկառանցք լարված վիճակում։ Երկառանցք սեղմման և ձգման համար իրականացված է տեղական տենզաչափում։ Որոշված են առավելագույն շոշափող լարումների ուղղությունները, որոնցով իրականանում է դիսլոկացիաների սահքը։ Բյուրեղի մակերևույթի վրա որոշված են այն տիրույթները, որոնք համապատասխանում են դիսլոկացիաների տարբեր Բյուրգերսի վեկտորների ուղղություններ։

Задача о распределении напряжений в твердых телах при различных способах приложения внешней нагрузки представляет определенный интерес как с экспериментальной, так и с теоретической точек зрения.

Для простых случаев одноосного напряженного состояния касательные напряжения определяются довольно просто на основании эксперимента с использованием известных соотношений [1]. Однако, даже в случае простого сжатия не всегда удается в чистом виде реализовать линейное напряженное состояние. Поэтому преставляет интерес отыскание характера распределения касательных напряжений при сложных напряженных состояниях. Ранее был предложен способ нахождения распределения механических напряжений в монокристаллах, заключающийся в том, что на поверхность образца наносится двумерная сетка источников дислокаций, создаются условия, обеспечивающие перемещение дислокаций и по величине их перемещений определяются касательные напряжения в направлении скольжения во всех точках двумерной сетки [2]. Предложенный способ позволяет получить картину распределения касательных напряжений в сложных случаях нагружения.

В настоящей работе рассматривается деформация круглой тонкой пластины кремния под действием сосредоточенной силы, приложенной к центру пластины. В диапазоне небольших прогибов с достаточной для практики точностью можно считать, что тонкая круглая пластина деформируется в области упругих деформаций.

Использовались бездислокационные кристаллы кремния, выращенные методом зонной плавки, толщиной 0,1 *мм*, диаметром 25 *мм*, вырезанные таким образом, что большей поверхности соответствует плоскость (111), на которую алмазным индентором наносится двумерная сетка источников дислокаций с периодом 1 *мм*.

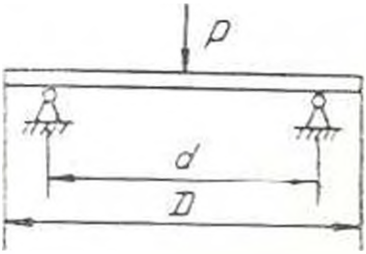


Рис. 1. Схема нагружения кристалла.

Нагружение (рис. 1) осуществлялось при температуре 970 *K*. Сосредоточенная сила действовала на кристалл посредством металлического шарика и составляла $P \sim 11$ *Н*. Время эксперимента подбиралось таким образом, чтобы дислокации, возникшие от соседних источников, не перекрывались. Окончательное распределение фиксировалось рентгенодифракционным топографическим методом и методом избирательного травления. В каждом источнике дислокации возникают на трех плоскостях скольжения. Отметим, что перемещения боковых ребер дислокаций одинаковы для обеих сторон кристалла, на одной из которых реализуется двухосное сжатие, а на другой—двухосное растяжение. Нами измерялось перемещение боковых ребер головных дислокаций в каждом источнике на всех трех плоскостях скольжения.

При деформации круглой пластины под действием сосредоточенной силы P, приложенной в центре шарнирно-опертой пластины, функция перемещения в полярной системе координат имеет вид [3]

$$w = -\frac{P}{8\pi D}\left|\frac{3+\sigma}{2(1+\sigma)}(a_r^2 - r^2) - r^2\ln\frac{a_r}{r}\right|, \tag{1}$$

где D—цилиндрическая жесткость пластины, σ—коэффициент Пуассона, a_r—радиус пластины, r—полярный радиус. Выражение (1) получено из уравнений упругости в изотропном приближении, а входящие в уравнение константы определены с учетом анизотропии кристаллов кремния и температурных зависимостей упругих постоянных [4]. Функция перемещений (1) позволяет однозначно определить компоненты нормальных и касательных напряжений, используя известные зависимости между напряжениями, деформациями и перемещениями [3]

$$\sigma_{xx} = -\frac{zE_1}{1-\sigma_1^2}\left|\left(2b + 2c\ln\sqrt{x^2+y^2} + 2c\frac{x^2}{x^2+y^2} + c\right) + \sigma_1\left(2b + 2c\ln\sqrt{x^2+y^2} + 2c\frac{y^2}{x^2+y^2} + c\right)\right|,$$

$$\sigma_{yy} = -\frac{zE_1}{1-\sigma_1^2}\left|\left(2b + 2c\ln\sqrt{x^2+y^2} + 2c\frac{y^2}{x^2+y^2} + c\right) + 2c\frac{y^2}{x^2+y^2} + c\right)\right|,$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{2czE_1}{1-\sigma_1}\,\frac{xy}{x^2+y^2}. \tag{2}$$

Здесь ось x выбрана вдоль направления $[1\bar{1}0]$.

$$a = \frac{P}{16\pi D}\,\frac{3+\sigma}{1-\sigma}a_r^2,\quad b = \frac{P}{16\pi D}\,\frac{3-\sigma}{1-\sigma} - \frac{P}{8\pi C}\ln a_r,$$

$$c = \frac{P}{8\pi D};\ E_1 = \frac{E}{1-\sigma^2},\ \sigma_1 = \frac{\sigma}{1-\sigma},\ E \text{ — модуль Юнга.}$$

Как известно, скорость дислокаций в кристалле определяется величиной касательного напряжения в плоскости скольжения в направлении скольжения [1]. Поэтому в уравнениях (2) необходимо перейти к касательным напряжениям в кристаллографических направлениях. При выбранной ориентации кристалла плоскостями скольжения являются плоскости $(\bar{1}11)$, $(1\bar{1}1)$, (111). Рассмотрим скольжение в плоскости $(11\bar{1})$, в которой возможны три направления скольжения: $[1\bar{1}0]$, $[101]$, $[011]$. Рассчитаем касательные напряжения в направлении $[1\bar{1}0]$. Переходя от системы координат $x_1[1\bar{1}0]$, $x_2[\bar{1}\bar{1}2]$, $x_1[111]$ к новой системе $x_1'[11\bar{1}]$, $x_2'[1\bar{1}0]$, $x_3'[\bar{1}12]$ и проведя преобразования в соответствии с соотношением: $\sigma'_{ij} = T_{il} T_{jm} \sigma_{lm}$, где T_{ij} — направляющий косинус между осями x_i, x_j, и используя матрицы тензоров T_{ij} и σ_{lm}

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{2\sqrt{2}}{3} & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{pmatrix}, \quad \sigma_{lm} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

получаем зависимость [4], для интересующей нас компоненты тензора напряжений

$$\sigma'_{xy} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}\sigma_{xy}. \tag{3а}$$

Поступая аналогично для двух других направлений в плоскости (111), соответственно можно записать

$$\sigma'_{xy} = -\frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_{xy} - \frac{\sqrt{6}}{9}\sigma_{yy}, \quad [101]\,(11\bar{1}), \tag{3б}$$

$$\sigma'_{xy} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_{xy} - \frac{\sqrt{6}}{9}\sigma_{yy}, \quad [011]\,(11\bar{1}). \tag{3в}$$

Таким образом, полученные соотношения позволяют осуществлять локальное тензометрирование для сложного случая двухосного напряженного состояния. Введем в уравнения (2) параметры эксперимента и подставим их в (3). В результате для плоскости (111) получим

$$\sigma'_{xy} = 15,71 \cdot 10^6 \frac{xy}{x^2 + y^2} \cdot \vec{b}_1 \to [110]\,(11\bar{1}), \tag{4а}$$

$$\sigma'_{xy} = 10^6 \left| 30,25 + 7,8 \ln \sqrt{x^2 + y^2} + 6,2 \frac{y^2}{x^2 + y^2} - 1,69 \frac{x^2}{x^2 + y^2} \right|,$$

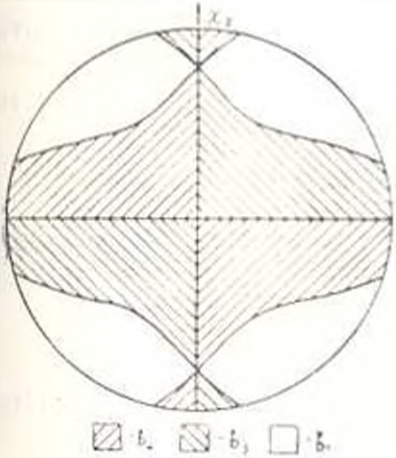
$$\vec{b}_2 \to [101],\ (11\bar{1}), \tag{4б}$$

$$\sigma'_{xy} = 10^6 \left| 30,25 - 7,89 \ln \sqrt{x^2 + y^2} - 6,2 \frac{y^2}{x^2 + y^2} + \right.$$

$$\left. + 1,69 \frac{x^2}{x^2 + y^2} - 7,86 \frac{xy}{x^2 + y^2} \right| \cdot \vec{b}_1 \to [011],\ (11\bar{1}). \tag{4в}$$

Полученные выражения написаны для выпуклой поверхности кристалла, а для вогнутой поверхности знак меняется на противоположный. Аналогично можно провести расчеты для двух других плоскостей скольжения. Анализ зависимостей (4) показывает, что касательное напряжение при данной схеме приложения внешней нагрузки распределяется неравномерно, и в различных областях пластины реализуются разные направления скольжения. Это объясняется тем, что в рассматриваемой области реализуется то направление скольжения, которому соответствует максимальное касательное напряжение [1]

Построим кривые $|\tau_{b_1}| = |\tau_{b_2}|$, $|\tau_{b_1}| = |\tau_{b_3}|$, $|\tau_{b_2}| = |\tau_{b_3}|$, где $\tau_{b_1}, \tau_{b_2}, \tau_{b_3}$ — касательные напряжения с векторами Бюргерса соответственно $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$, $\vec{b}_3$. Эти кривые однозначно определяют границы областей на поверхности кристалла с различными направлениями векторов Бюргерса дислокаций (рис. 2). Как видно, поверхность кристалла делится на три области, соответствующие разным векторам Бюргерса дислокаций.



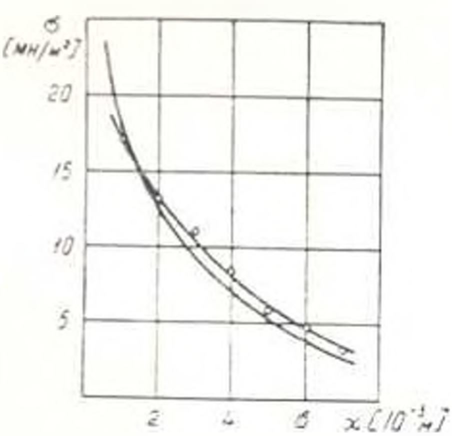


Рис. 2 Кривые зависимости касательного напряжения в направлениях [101] [011] плоскости (111) от координаты вдоль $x = 0$.

Рис. 3 Сравнение результатов теории и эксперимента

Для сравнения полученных результатов с экспериментом рассмотрим характер изменения напряжений, например, вдоль прямой $x=0$:

$$\tau_{1_y} = 10^6 [36.45 - 7.89 \ln |y|].$$

Используя уравнения (4), можно найти напряжения во всех точках укола индентора вдоль $x=0$. Далее, как известно [5], связь между скоростью движения дислокаций и напряжением хорошо описывается формулой

$$\tau = \tau_0 \left(\frac{v_{60^\circ}}{v_{78}} \right)^{1/m},$$

где $\sigma_0 = 10$[illegible] н/м^2, $m = 1{,}33$ [6], $v_{78} = 0{,}5 \cdot 10$[illegible] м/с [7]. Измеряя из эксперимента по перемещениям скорость 60°-ых дислокаций в соответствующих точках укола индентора вдоль $x=0$, получим значения напряжений в этих точках (рис. 3)

ЛИТЕРАТУРА

1. *Хирт Дж., Лоте И.* Теория дислокаций.—М.: Атомиздат, 1972.—200 с.
2. А. с. 1289201 СССР. Способ определения распределения механических напряжений в монокристаллах /С. А. Анчаракян, К. Т. Аветян, П. А. Безиргзнян, М. М. Аракелян. (СССР) — № 3875969. Заяв. 21.2.85. Опубл. 8.10.86.—3 с.
3. *Филоненко-Бородич М. М.* Теория упругости.—М.: Гостехиздат, 1947.—117 с.
4. *Блистанов А. А. и др.* Акустические кристаллы.—М.: Наука, 1982.—44 с.
5. *Erofeev N. E., Nikitenko V. I., Osvenski V. B.* Effect of Impurities on the Individual Dislocation Mobility in Silicon //Phys. stat. sol. — 1969. —V. 35. —P. 79—88.
6. *Аветян К. Т., Багдасарян Т. Г., Анчаракян С. А.* Наблюдение возникновения и движения дислокаций в кристаллах кремния методом визуализации рентгенотопографических картин // ФТТ.—1982.—Т. 24, № 6.—1640 с.
7. *George A., Champier G.* Velocities of Screw and 60° Dislocations in n-and p-Type Silicon //Phys. stat. sol. — 1979. — V. 53. — P. 529.

ЕГУ

5. II. 1987

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 92—95.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.382.233

М. П. АБЕЛЯН

О МОДЕЛИРОВАНИИ ВОЛЬТ-АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТУННЕЛЬНЫХ ДИОДОВ

Предлагается усовершенствованный вариант аппроксимации вольт-амперных характеристик туннельных диодов с помощью гладких кривых. Дается программа, реализующая предлагаемую аппроксимацию на программируемом микрокалькуляторе БЗ-34.

Ил. 2. Табл. 1. Библиогр.: 5 назв.

Առաջարկվում է թունելային դիոդների վոլտ-ամպերային բնութագրերի՝ հարթ կորերի միջոցով գծայնացման կատարելագործված տարբերակ։

Բերված է ծրագիր, որը իրականացնում է առաջարկվող գծայնացումը ծրագրավորվող БЗ-34 *միկրոհաշվիչի վրա։*

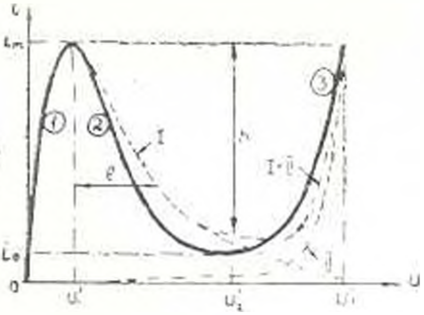
Вопросу аппроксимации вольт-амперных характеристик (ВАХ) туннельных диодов (ТД) посвящено большое количество работ и их детальный анализ приведен в [1]. Широкое распространение получили выражения ВАХ, больше приспособленные для реализации (моделирования) на микрокалькуляторах и микроЭВМ [2, 3], которые имеют вид [4, 5]

$$I(U) = I_m\left[\frac{U}{U_1}e^{1-U/U_1} + \left(\frac{e^{a_2U}-1}{e^{a_2U_2}}\right)\right], \tag{1}$$

где I, U и I_m, U_1 – соответственно текущее и пиковое значения тока и напряжения, U_2 – напряжение раствора ТД (рис. 1 и [2]), а a_2 определяется по приводимой в [2] формуле в зависимости от параметров ТД.

Эта аппроксимация обладает недостатком, для пояснения которого обратимся к ВАХ ТД (рис. 1), которая разбита на три участка. На участках 1, 2 преобладает туннельная составляющая тока, аппроксимируемая первым слагаемым выражения (1) —кривая I. Диффузионная составляющая, аппроксимируемая вторым слагаемым (кривая II), пренебрежимо мала. На участке 3 должна быть обратная картина. Однако первое слагаемое на участке 2 дает завышенные значения тока [5] и в результате для ТД, отличающихся большими значениями $K = i_m/i_0$, какими являются большинство туннельных переключающих диодов (ТПД), либо получаются весьма большие, физически необъяснимые значения α_2 (для участка 3 α_2 должна быть порядка $1/m\varphi_T$ [3]), либо аппроксимация не реализуется—в выражении для α_2 под знаком l_n получается отрицательное число.

Рис. 1. К пояснению недостатка аппроксимации ВАХ ТД по выражению (1).



Для устранения этого существенного недостатка ниже предлагается аппроксимирующее выражение и программа для моделирования ВАХ ТД на программируемом микрокалькуляторе Б3-34.

Предлагаемое выражение удобнее приводить в относительных (нормированных) единицах: $\bar{i} = i/i_m$, $\bar{U} = U/U_1$ и тогда

$$\bar{i} = (1+\Delta)\left\{[1-a(1-\bar{U})]e^{a(1-\bar{U})} + \frac{e^{\alpha_2 U_1 \bar{U}}-1}{e^{\alpha_2 U_1}}\right\} - \Delta, \qquad (2)$$

причем при $0 \le \bar{U} \le 1$ $a = 1$ и $\Delta = 0$, а при $\bar{U} > 1$ $a = a_0$ и $\Delta = \Delta_0$.

Как видно, на участке 1 ВАХ выражение (2) совпадает с (1). Для моделирования участков 2 и 3 вводятся постоянные a_0 и Δ_0, с помощью которых удается устранить недостатки аппроксимации (1). Постоянная a^0 приводит к «сжатию» части абсцисс точек, отмеченных на рис. 1 буквой l, в a_0 раз, а Δ_0—изменению «глубины» кривой за счет удлинения (укорочения) отрезков, отмеченных на рис. 1 буквой h, в $(1+\Delta_0)$ раз. Причем сохраняется «сопряжение» кривых 2 и 1 (непрерывность функции и ее производной) в точке $\bar{U} = 1$. Эти приемы позволяют реализовать аппроксимацию при любых значениях K.

Ниже приводится программа (табл.), реализующая аппроксимацию ВАХ ТД по выражению (2) на программируемом микрокалькуляторе Б3-34. Запись программы и инструкция ее работы соответствуют методике [2].

Таблица

ПО	1	ИПО	—	$x \geq 0$	37	П5	0	П6	0
e^x	1	ИП5	—	X	ИПО	ИП1	X	e^x	1
—	ИП2	e^x	—	+	1	ИП6	+	X	ИП6
—	с/п	ИПО	ИП	↑	ВП	00	ИП3	X	П5
ИП4	ВП	08							

$$\alpha_2 U'_1 = P1; \quad \alpha_2 U'_2 = P2; \quad a_0 = P3; \quad \Delta_0 = P4;$$

$$\Delta \bar{U} = Pd; \quad \bar{U}_1 - PX; \quad \text{В/О с/п } PX = \bar{i}(\bar{U}_1); \quad \text{с/п } PX = \bar{i}(\bar{U}_1 + \Delta\bar{U});$$

$$\text{с/п } PX = \bar{i}(\bar{U}_1 + 2\Delta\bar{U}); \quad \text{с/п } PX = \bar{i}(\bar{U}_1 + 3\Delta\bar{U}), \ldots$$

Программа позволяет вычислить любое значение i нажатием клавиш В/О, с/п и последовательно вычислить значения i с шагом U, равным ΔU, каждый раз нажимая только клавишу с/п. При $a_0 = 1,5$ участок 2 аппроксимированной ВАХ хорошо совпадает с реальной ВАХ ТПД, в качестве которых в настоящее время применяются исключительно арсенид-галлиевые ТД (типов 3И306, 3И309 и др.). Постоянная α_2, как показали проверки, может определяться, как и в [2], из условия прохождения кривой через точку U'_2, i_0, что дает

$$\alpha_2 = \ln \{\bar{I}_0 - [1 - a_0(1 - \bar{U}'_2)] e^{a_0(1-\bar{U}'_2)}\} / \bar{U}_2 - \bar{U}'_2, \tag{3}$$

где $\bar{I}_0 = i_0 / i_m = 1/k$.

Несмотря на то, что при выводе (3) не использовалось условие минимума функции $\bar{i}(\bar{U})$ в точке $\bar{U}'_2$, но т. к. минимум не острый, совпадение с реальной ВАХ получается вполне удовлетворительное. Благодаря введению коэффициента a_0, для подавляющего большинства ТПД получаются вполне приемлемые значения α_2 и прибегать к помощи постоянной Δ_0 не приходится ($\Delta_0 = 0$). Если все же попадается экземпляр ТД, для которого получается физически не объяснимая большая α_2 или под знаком ln получается отрицательное число, то необходимо: 1) принять приемлемое значение α_2, скажем 20; 2) выбрать для начала $\Delta_0 = 0$ и с помощью программы (табл.) определить расчетные значения $\bar{i}_{0p}$, $\bar{U}'_{2p}$. Если $\bar{U}'_{2p}$ недопустимо отличается от $\bar{U}'_2$ ТД, то приближения можно достичь, принимая иное значение α_2 и повторяя расчеты; 3) определить окончательное значение Δ_0, растягивающее или сжимающее участки 2, 3 расчетной ВАХ таким образом, чтобы величина $\bar{I}_{0p}$ совпала с $\bar{I}_0$ экземпляра ТД. Это достигается, когда

$$\Delta_0 = \frac{1}{1 - \bar{I}_{0p}} \left(\bar{I}_{0p} - \frac{1}{k} \right). \tag{4}$$

Аналогичным образом можно поступить, когда значение U'_2 неизвестно, т. к. в большинстве для ТПД оно не нормируется.

Приведем (рис. 2) реальную характеристику ТПД ЗИ306 с $U_1 = 0{,}15$ *В*, $U_3 = 1{,}0$ *В*, $K = 8$. Учитывая, что U_2' не нормируется, принимает $\alpha_2 = 10$, $\Delta_0 = 0$. С помощью программы получаем: $\overline{U}_2 \approx 4{,}3$ или $U_2' = 0{,}65$ *В*, $\overline{I}_{op} = 0{,}07$ и по формуле (4) определяем: $\Delta_0 = 0{,}06$.

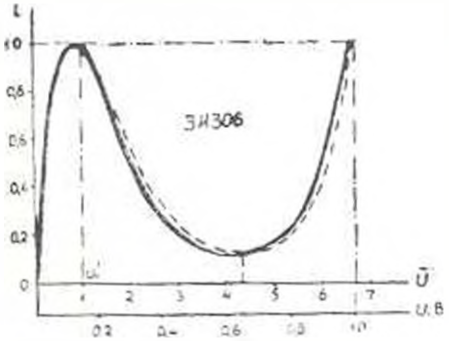


Рис. 2. ВАХ ТПД ЗИ306 и ее аппроксимация по выражению (2)

Аппроксимированная ВАХ приведена на рис. 2 пунктирными линиями. Как видно, совпадение с реальной ВАХ хорошее.

Предлагаемая аппроксимация ВАХ ТД устраняет недостаток известной аппроксимации, заключающийся в ее нереализуемости для большого количества практических случаев ВАХ ТД.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пашковский Г. Ю., Прицкер В. И.* Туннельные диоды в схемах измерительной техники.—М.: Изд-во стандартов, 1969.—208 с.

2. *Трохименко Я. К., Любич Ф. Д.* Радиотехнические расчеты на микрокалькуляторах.—М.: Радио и связь, 1983.—256 с.

3. *Дьяконов В. П.* Расчет нелинейных и импульсных устройств на программируемых микрокалькуляторах.—М.: Радио и связь, 1984.—176 с.

4. *Mitchell F. H.*, Jr. Deriving the Tunnel Diode Curve // Electron. Ind. — Oct. 1961. — 96, 97. — P. 51—54.

5. *Чжоу В. Ф.* Принципы построения схем на туннельных диодах.—М.: Мир, 1966.—447 с.

12. XII. 1987

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

СОДЕРЖАНИЕ