

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵԴԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Журнал издается с 1948 г.
Выходит 6 раз в год на русском языке

Խ Մ Բ Ա Կ Դ Ր Ա Կ Ա Ն Կ Ո Լ Ե Փ Ի Ա

Կասյան Մ. Վ. (պատ. խմբագիր), Աղանց Հ. Տ. (պատ. խմբագրի տեղակալ),
Ալեքսեևսկի Վ. Վ., Անանյան Ա. Կ., Զադոյան Մ. Ա., Հակոբյան Ռ. Ե.,
Սարգսյան Յու. Լ., Ստեփանյան Մ. Գ., Տեր-Ազարի Ի. Ա.,
Փինաջյան Վ. Վ. (պատ. խմբագրի տեղակալ),
Պատասխանատու քարտուղար Ստեփանյան Զ. Կ.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Касьян М. В. (ответ. редактор), Адонц Г. Т. (зам. ответ. редактора),
Алексеевский В. В., Ананияч А. К., Акопян Р. Е., Задоян М. А.,
Пинаджян В. В. (зам. ответ. редактора), Саркисян Ю. Л.,
Стакян М. Г., Тер-Азарьев И. А.
Ответственный секретарь Степанян Э. К.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

М. В. КАСЬЯН, Г. Б. БАГДАСАРЯН, Г. А. АРУТЮНЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ КОНТАКТА ПРИ РЕЗАНИИ
 МЕТОДОМ МНОГОФАКТОРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ
 ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Теплота, которая образуется в результате работы резания в зоне стружкообразования и в местах контакта стружки с режущим инструментом и инструмента с обрабатываемой деталью, оказывает большое влияние на качество и точность обработанной поверхности, а также на износ инструмента. Для износа инструмента основную роль играет не столько общее количество теплоты, сколько теплота, которая концентрируется в тонких слоях соответствующих поверхностей инструмента, повышая их температуру. Температура контакта влияет на адгезионные, диффузионные и др. процессы, происходящие на контактных поверхностях инструмента, определяя характер, величину и скорость нарастания износа режущего инструмента.

В связи с этим исследование температуры контакта в зависимости от входных параметров процесса резания имеет важное практическое значение. Цель настоящего исследования — установление функциональной связи между температурой контакта и выбранными технологическими факторами — режимами резания v , s , t и геометрическими элементами резца γ , α , λ и r методом многофакторного планирования экспериментов. Для решения поставленной задачи выбрана $1/243$ — реплика от полного факторного эксперимента 3^7 , т. е. дробный факторный план 3^{7-5} , применение которого сокращает число проводимых опытов (2187) до девяти.

Введем обозначения:

$$v \equiv F_1; \quad s \equiv F_2; \quad t \equiv F_3; \quad \gamma \equiv F_4; \quad \alpha \equiv F_5; \quad \lambda \equiv F_6; \quad r \equiv F_7.$$

Здесь факторы F_3 , F_4 , F_5 , F_6 и F_7 образуются из эффектов взаимодействия, т. е.

$$F_3 \equiv F_1 F_2, \quad F_4 \equiv F_1^2, \quad F_5 \equiv F_2^2, \quad F_6 \equiv F_1^2 F_2^2, \quad F_7 \equiv F_1 F_2^2 \quad [1].$$

План рассматриваемой дробной реплики представлен в табл. 1, а в уравнении (1) записан обобщенный определяющий контраст:

$$\begin{aligned} O \equiv F_1 F_2 F_3^2 &\equiv F_1^2 F_4^2 \equiv F_2^2 F_5^2 \equiv F_1^2 F_2^2 F_6^2 \equiv F_1 F_2^2 F_7^2 \equiv F_1^2 F_2^2 F_3 \equiv \\ &\equiv F_1 F_4 \equiv F_2 F_5 \equiv F_1 F_2 F_6 \equiv F_1^2 F_2 F_7. \end{aligned} \quad (1)$$

Таблица 1

Дробная реплика 3^{7-5}

Номер опыта	F_0	F_1	F_2	$F_3 \equiv F_1 F_2$	$F_4 \equiv F_1^2$	$F_5 \equiv F_2^2$	$F_6 \equiv F_1^2 F_2^2$	$F_7 \equiv F_1 F_2^2$
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	1	2	0	2	1
3	0	2	0	2	1	0	1	2
4	0	0	1	1	0	2	2	2
5	0	1	1	2	2	2	1	0
6	0	2	1	0	1	2	0	1
7	0	0	2	2	0	1	1	1
8	0	1	2	0	2	1	0	2
9	0	2	2	1	1	1	2	0

В табл. 2, приведены кодовые обозначения и уровни варьирования выбранных факторов.

Таблица 2

Кодовое обозначение факторов и уровни их варьирования

Ф а к т о р ы	F_i	Уровни варьирования факторов		
		0	1	2
Скорость резания v , м/мин	F_1	29	40	60
Подача s , мм/об	F_2	0,1	0,3	0,5
Глубина резания t , мм	F_3	0,5	1	1,5
Передний угол γ , град	F_4	10	0	10
Задний угол α , град	F_5	3	6	9
Угол наклона λ , град	F_6	—5	9	5
Радиус закругления r , мм	F_7	0,5	1,5	2,5

Цифрами 0,1 и 2 в табл. 1 и 2 указаны кодовые обозначения соответственного минимального, среднего и максимального значений факторов.

В табл. 3 приводятся матрица планирования эксперимента и результаты девяти опытов, с регистрацией температуры контакта θ при тчении коррозионно-стойкой хромоникелевой стали 12Х18Н9Т резцом, оснащенным пластинкой из твердого сплава ВК6М. Эта матрица построена в кодовом масштабе, с учетом ортогональных полиномов Чебышева.

Математическая модель для факторного плана 3^7 имеет вид:

$$y = \sum_{\substack{0 \leq \alpha \leq 2 \\ 0 \leq \beta \leq 2 \\ \vdots \\ 0 \leq \omega \leq 2}} b_{1\alpha 2\beta} \dots 7_{\omega} X_1^{\alpha} X_2^{\beta} \dots X_7^{\omega}. \quad (2)$$

Индексы $\alpha, \beta, \dots, \omega$ у номера фактора означают $\alpha, \beta, \dots, \omega$ раз по 1, 2, ..., 7. Учитывая, что квадратичные взаимодействия не играют существенной роли в искомой функциональной зависимости $\Theta = f(v, s, t, \gamma, \alpha, \lambda, r)$, можно упростить выражение (2). Тогда можно записать:

$$y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_4 X_4 + b_5 X_5 + b_6 X_6 + b_7 X_7 + \varepsilon_{\text{ош}}, \quad (3)$$

где $\varepsilon_{\text{ош}}$ — случайная ошибка.

Таблица 3

Матрица планирования и результаты опытов

Номер опыта	F_0	v	s	t	γ	α	λ	r	Θ , град	$y = \ln \Theta$
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7		
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	400	5,99
2	+1	0	-1	0	+1	+1	+1	-2	702	6,55
3	+1	+1	-1	+1	-2	+1	-2	1	932	6,83
4	+1	-1	0	0	+1	+1	+1	+1	545	6,3
5	+1	0	0	+1	+1	+1	-2	+1	905	6,8
6	+1	+1	0	-1	-2	+1	+1	-2	960	6,86
7	+1	-1	+1	+1	+1	-2	-2	-2	615	6,42
8	+1	0	+1	-1	+1	-2	+1	+1	780	6,65
9	+1	+1	+1	0	-2	-2	+1	+1	1190	7,07

Реализация факторного плана позволяет после потенцирования получить математическую модель, адекватно описывающую искомую нами зависимость:

$$\Theta = \frac{50 v^{0,62} s^{0,2} t^{0,15} \lambda_1^{0,25}}{\alpha^{0,05} r^{0,01} \gamma_1^{0,06}}, \quad (4)$$

где $\lambda_1 = 90 + \lambda$; $\gamma_1 = 90 - \psi$.

Проведенный дисперсионный анализ показал, что полученная модель (4) адекватна при $\alpha = 0,05$ дисперсии и ошибка не превосходит 5%, что вполне допустимо.

Чтобы определить оптимальные значения технологических факторов, необходимо зависимость (4) записать в операторной форме:

$$3,91 + 0,62 \ln v + 0,2 \ln s + 0,15 \ln t + 0,25 \ln \lambda_1 - 0,05 \ln \alpha - \\ - 0,01 \ln r - 0,06 \ln \gamma_1 \leq \ln 680 = 6,52. \quad (5)$$

Здесь $\Theta = 680^\circ \text{C}$ — оптимальная температура контакта, установленная [2] при тчении коррозионно-стойких хромоникелевых сталей. При этой температуре наблюдается наименьшая интенсивность износа резца, оснащенного пластинкой из сплава ВК6М.

Учитывая ограничения факторов v , s , t , γ , α , λ , r , методом линейного программирования составляется система неравенств. Решая их на машине «Наири-3», получаем оптимальные значения вышеуказанных факторов, при которых температура не превышает 680°C :

$$\begin{aligned} v &= 30 \text{ м/мин}; & \gamma &= +10^\circ; \\ s &= 0,2 \text{ мм/об}; & \lambda &= +5^\circ; & r &= 1,5 \text{ мм.} \\ t &= 1 \text{ мм}; & \alpha &= +6^\circ; \end{aligned}$$

Отметим, что зависимость (4) для практического пользования в достаточной степени отражает количественную связь между температурой контакта и выбранными технологическими факторами, хотя и является статистической моделью.

Учитывая, что механическая работа резания $p_z \cdot v$ в основном переходит в теплоту, увеличение скорости v приводит к большому тепловыделению. С увеличением теплоты и возрастает средняя температура на площади контакта стружки и резца. Показатель скорости в полученной зависимости (4) характеризует интенсивность прироста температуры с увеличением скорости.

Увеличение подачи приводит к увеличению выделяемой теплоты и температуры Θ , поскольку возрастают давление стружки на резец и работа деформации.

С увеличением глубины резания общее количество теплоты увеличивается, поскольку увеличивается работа резания, но при этом увеличивается длина работающей режущей кромки и почти в такой же степени усиливается теплоотвод от нее. В результате — небольшое возрастание температуры Θ при увеличении глубины резания.

С уменьшением угла γ (увеличением угла резания γ_1) увеличивает-ся работа резания, приводящая к увеличению тепловыделения, но с другой стороны, увеличение угла γ_1 улучшает теплоотвод в тело резца, снижая температуру Θ . Из двух конкурирующих процессов, по-видимому, в рассмотренных условиях преобладает второй.

Чем больше задний угол α , тем меньше работа трения по задней поверхности резца. В результате, с увеличением угла α количество теплоты и температура контакта уменьшается.

При увеличении положительного угла λ , в основном, возрастает радиальная сила и, следовательно, работа резания. В результате, увеличивается количество теплоты и температура контакта.

Чем больше радиус r , тем больше работа резания, и, следовательно, тепловыделение. Но при увеличении радиуса закругления улучшаются условия теплоотвода как в тело резца, так и в обрабатываемую деталь. Теплоотвод, по-видимому, оказывается преобладающим, приводя к снижению температуры контакта при увеличении радиуса r .

ԿՏՐՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ԿՈՆՏԱԿՏԻ ԶԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒՄԸ ՓՈՐՁԵՐԻ ԳՈՐԾՈՆԱՅԻՆ ՊԼԱՆԱՎՈՐՄԱՆ ՄԵԹՈԴՈՎ

Ա մ փ ո փ ու մ

Կոնտակտի ջերմաստիճանի և տեխնոլոգիական գործոնների միջև կապի րացահայտման համար ընտրված է 3^7 լրիվ գործոնային փորձի $1/243$ ռեպլիկը, այսինքն 3^{7-5} մասնատված գործոնային պլանը, որը թույլ է տալիս կրճատել փորձերի թիվը և 2187-ի փոխարեն կատարել լոնգամենը 9 փորձ: Կազմված է փորձերի պլանավորման մատրիցան, ըստ որի և կատարվել են անհրաժեշտ փորձերը: Ստացված է կոնտակտի ջերմաստիճանի և ընտրված տեխնոլոգիական գործոնների միջև մաթեմատիկական կապ, որը չի տարբերվում Պ ջերմաստիճանի միագործոնային ուսումնասիրման դեպքում ստացված և դրականորեն մեջ բերվող կապերից:

Որոշված են նաև ընտրված գործոնների օպտիմալ մեծությունները, որոնց դեպքում կոնտակտի ջերմաստիճանը նույնպես օպտիմալ է:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Новик В. С., Арсов Я. Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов.— М.: Машиностроение, 1980.— 303 с.
2. Макаров А. Д. Оптимизация процессов резания.— М.: Машиностроение, 1976.— 277 с.

ЭНЕРГЕТИКА

Л. Г. АГЕКЯН

ФОРСИРОВАНИЕ ПЕРЕДАЧИ ПОСТОЯННОГО ТОКА
ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Как отмечалось в [1], при расчете и оценке динамической устойчивости сложная электрическая система (ЭС), включающая передачу постоянного тока (ППТ), может быть эквивалентирована трехмашинной схемой.

Наиболее действенным методом, улучшающим динамическую устойчивость, является форсировка тока ППТ в послеаварийном режиме. Выбор форсировочной способности может успешно проводиться с помощью модификации метода площадей, учитывающей как характеристики мощности передач ЭС, так и ППТ. При этом ППТ представлена комплексным сопротивлением, учитывающем ее нагрузку. Его можно считать постоянным в нормальном режиме, когда ППТ работает с углами регулирования $\alpha = \alpha_{уст}$ и $\delta = \delta_{уст}$, т. е. трехмашинная схема может быть заменена на двухмашинную, а ППТ — комплексным сопротивлением Z_{Π} , которое может быть определено как:

$$Z_{\Pi} = \frac{U_1^2}{S_{\Pi}^2} (P_{\Pi} + jQ_{\Pi}). \quad (1)$$

Все пассивные элементы схемы при этом оказываются определенными и, следовательно, можно вычислить собственные и взаимные проводимости для нормального режима:

$$y_{11}^I < \alpha_{11}^I; \quad y_{13}^I < \alpha_{13}^I.$$

Электрическая мощность генератора в нормальном режиме:

$$P_{31}^I = E_1'^2 y_{11}^I \sin \alpha_{11}^I + E_1' E_3' y_{13}^I \sin (\delta_{13} - \alpha_{13}^I). \quad (2)$$

При КЗ в непосредственной близости от шин генератора напряжение на них резко падает. Как показывают расчеты, при этом ППТ автоматически выключается из работы, если на шинах выпрямителя напряжение снижается ниже, чем 0,75—0,8 отн. ед. В аварийном режиме форсировка ППТ практически не влияет на ее мощность, поэтому можно считать, что Z_{Π} в аварийном режиме остается неизменным. Следова-

тельно, могут быть определены собственные и взаимные проводимости для аварийного режима:

$$y_{11}^{III} < \alpha_{11}^{III}; \quad y_{13}^{III} < \alpha_{13}^{III}.$$

Электрическая мощность генератора в аварийном режиме:

$$P_{g1}^{III} = E_1'^2 y_{11}^{III} \sin \alpha_{11}^{III} + E_1' E_3' y_{13}^{III} \sin (\delta_{13} - \alpha_{13}^{III}). \quad (2')$$

В первый момент после отключения КЗ можно принять, что сопротивление Z_b еще не изменилось и равно значению в нормальном режиме, т. к. форсировка тока ППТ происходит с некоторым запаздыванием, обусловленным инерционностью регуляторов выпрямителя и инвертора. Находя собственные и взаимные проводимости для послеаварийного режима $y_{11}^{II} < \alpha_{11}^{II}$ и $y_{13}^{II} < \alpha_{13}^{II}$, аналогично (2) можно записать выражение для электрической мощности передающего генератора:

$$P_{g1}^{II} = E_1'^2 y_{11}^{II} \sin \alpha_{11}^{II} + E_1' E_3' y_{13}^{II} \sin (\delta_{13} - \alpha_{13}^{II}) \quad (2'')$$

и построить характеристики мощности для всех режимов, как показано на рис. 1, где I, II, III — угловые характеристики мощности для нормального, послеаварийного и аварийного режимов. На рис. 1 представлены также угловые характеристики мощности ППТ. Введены следующие обозначения: $\delta_{отк}$ — угол отключения КЗ; $\delta_{кр}$ — критический угол; P_d — мощность ППТ; A_1 , B_1 — площадки ускорения и торможения соответственно; A_2 — часть площадки ускорения ППТ в аварийном режиме; B_2 — дополнительная площадка торможения вследствие увеличения мощности ППТ в послеаварийном режиме на ΔP_d от сигнала регулирования.

При отсутствии быстрого регулирования и увеличении мощности ППТ в послеаварийном режиме площадка ускорения A_1 становится больше, чем торможения B_1 , и устойчивость нарушается (рис. 1). При наличии быстродействующей системы регулирования, увеличивающей мощность ППТ по B_1 после отключения КЗ, устойчивость сохраняется. Условие равенства площадок ускорения и торможения:

$$B_2 = A_1 - B_1 \quad (3)$$

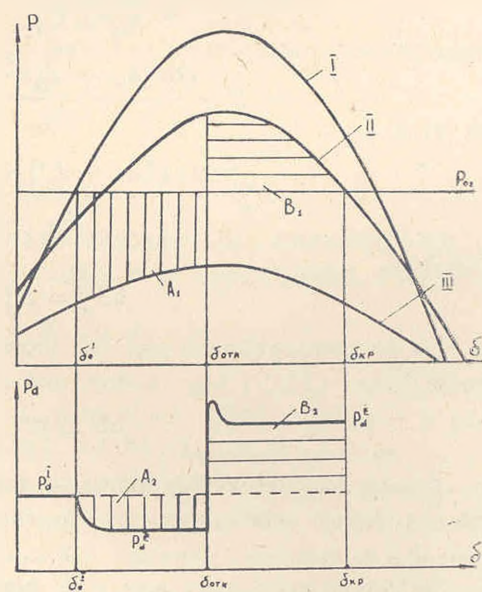


Рис. 1.

можно переписать следующим образом:

$$\int_{\delta_{отк}}^{\delta_{кр}} (P_d^{II} - P_d^I) d\delta = \int_{\delta_0^I}^{\delta_{отк}} (P_{01} - P^{III}) d\delta - \int_{\delta_{отк}}^{\delta_{кр}} (P^{II} - P_{01}) d\delta, \quad (4)$$

где

$$P^{III} = P_{11}^{III} + P_m^{III} \sin(\delta - \alpha_{13}^{III}); \quad P^{II} = P_{11}^{II} + P_m^{II} \sin(\delta - \alpha_{13}^{II}).$$

После преобразования получим:

$$\begin{aligned} \Delta P_d^{II} (\delta_{кр} - \delta_{отк}) &= (P_{01} - P_{11}^{III}) (\delta_{отк} - \delta_0^I) + P_m^{III} [\cos(\delta_{отк} - \alpha_{13}^{III}) - \\ &- \cos(\delta_0^I - \alpha_{13}^{III})] + (P_{01} - P_{11}^{II}) (\delta_{кр} - \delta_{отк}) + \\ &+ P_m^{II} [\cos(\delta_{кр} - \alpha_{13}^{II}) - \cos(\delta_{отк} - \alpha_{13}^{II})]. \end{aligned}$$

Необходимое для обеспечения динамической устойчивости приращение мощности ППТ в послеаварийном режиме будет:

$$\begin{aligned} \Delta P_d^{II} &= P_{01} \frac{\delta_{кр} - \delta_0^I}{\delta_{кр} - \delta_{отк}} - P_{11}^{III} \frac{\delta_{отк} - \delta_0^I}{\delta_{кр} - \delta_{отк}} + \\ &+ P_m^{III} \frac{\cos(\delta_{кр} - \alpha_{13}^{III}) - \cos(\delta_{отк} - \alpha_{13}^{III})}{\delta_{кр} - \delta_{отк}} + \\ &+ P_m^{II} \frac{\cos(\delta_{отк} - \alpha_{13}^{II}) - \cos(\delta_0^I - \alpha_{13}^{II})}{\delta_{кр} - \delta_{отк}} - P_{11}^{II}. \end{aligned} \quad (5)$$

Так как

$$\Delta P_d^{II} = P_d^{II} - P_d^I,$$

то для послеаварийного режима величина перетока активной мощности по ППТ:

$$P_d^{II} = P_d^I + \Delta P_d^{II}. \quad (6)$$

Вывод получен в предположении, что величина P_d^{II} остается постоянной в течение всего времени форсировки с длительностью не менее 0,18—0,2 с.

Эксперименты показали, что мощность ППТ несколько изменяется, являясь сложной функцией. Такая функция представлена для конкретного примера на рис. 2, где показано изменение мощности ППТ при однофазной КЗ на шинах выпрямительной подстанции и форсировке мощности ППТ после отключения КЗ. Многочисленные исследования подтверждают, что увеличение длительности форсировки действительно делает допущение о постоянстве P_d^{II} более корректным. Так, для рассмотренного примера кривая I соответствует длительности $t_{\phi} = 0,2$ с, кривая II — 0,25 с, III — 0,3 с, IV — 0,4 с. Предположив неизменность сопротивления нагрузки Z_n , введенной вместо ППТ, в первый момент времени после отключения КЗ получим, что мощность ППТ в

послеаварийном режиме, обеспечивающая динамическую устойчивость ЭС и принятая постоянной на все время форсировки, будет [1]:

$$P_d^{II} = U_{d0} I_d^{II} = K_1 U_1 \cos(\varphi_1 - \omega_1) I_d^{II}.$$

Отсюда

$$I_d^{II} = \frac{P_d^{II}}{K_1 U_1 \cos(\varphi_1 - \omega_1)}. \quad (7)$$

Так как на каждом шаге расчетов значения U_1 , φ_1 и ω_1 находятся [1], то следовательно, можно найти и значение I_d^{II} .

Коэффициент форсировки тока ППТ можно определить как:

$$K_\phi = \frac{I_d^{II}}{I_{dуст}}. \quad (8)$$

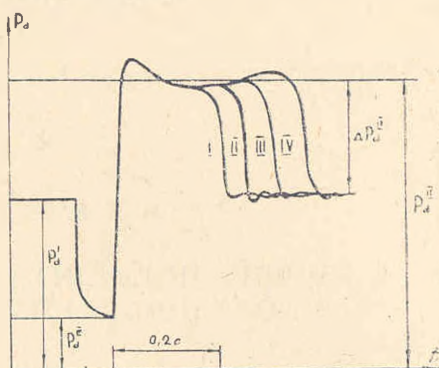


Рис. 1.

В вышеприведенных выражениях в качестве взаимного угла принято значение

$$\delta_{12} = \Theta_1 - \Theta_2,$$

где Θ_1 , Θ_2 — абсолютные углы передающего и приемного генераторов; δ_{12} — взаимный угол.

ЕрПИ им. К. Маркса

22. IV. 1984

Լ. Գ. ԱՂԵԿՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԴԻՆԱՄԻԿ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ԲԱՐԵԼԱՎՈՐՄԸ
ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ՀՈՍԱՆՔԻ ԷԼԵԿՏՐԱԶԱՂՈՐԴՄԱՆ ԳԾԻ ՈՒԺԵՂԱՅՄԱՆ ՄԻՋՈՑՈՎ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Հաստատուն հոսանքի էլեկտրահաղորդման գիծ (ՀՀԷԳ) պարունակող էլեկտրական համակարգի դինամիկ կայունություն (ԴԿ) հաշվարկի և դնահատման դեպքում հարմար է օգտագործել էռամբենայական սխեմա:

ԴԿ-ի լավացման ամենագործարար եղանակն է համարվում հետվթարային ռեժիմում ՀՀԷԳ-ի ուժեղացումը: Այդ դեպքում ՀՀԷԳ-ն ներկայացվում է դուգակցված դինամոթյամբ, որը կարելի է համարել հաստատուն:

ՀՀԷԳ-ի ուժեղացումը քննարկու համար մշակված է մակերեսների եղանակի նոր ձևափոխում, որը հաշվի է առնում ՀՀԷԳ-ի հզորության ոչ դժային բնութագրերը: Տվյալ ձևափոխման հիման վրա դուրս են բերված հետվթարային ռեժիմում ՀՀԷԳ-ի հզորության աճի և հոսանքի ուժեղացման գործակցի բանաձևերը: Կատարված է նաև ՀՀԷԳ-ի հզորության հետադրոտումը հետվթարային ռեժիմում: Յուլյց է արված, որ սկզբնական մոտավորությամբ այդ հզորությունը կարելի է համարել հաստատուն:

ЛИТЕРАТУРА

1. Агекян Л. Г. Оценка динамической устойчивости трехмашинной схемы, включающей передачу постоянного тока. — Изв. АН АрмССР (сер. ТН), 1983, т. XXXVI, № 5, с. 15—21.

М. А. КАРАПЕТЯН, А. Г. ШАГЯН

К РАСЧЕТУ ПОТЕНЦИАЛА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШАРА В ПОЛЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО КОНДЕНСАТОРА

В настоящее время имеются работы [1, 2], в которых решение задачи электростатики для проводящей сферы или незамкнутой сферической оболочки, расположенной в межэлектродном пространстве плоского конденсатора, приводится к решению интегрального уравнения [1] или к суммированию бесконечного ряда, когда один из электродов удален в бесконечность. На основе этих решений авторы [2] учитывают влияние приэлектродных явлений на частичный разряд в пространстве между заряженной сферой и заземленным электродом.

Однако на практике (при разделении или обогащении суспензий, в диэлектрических сепараторах, высоковольтных кабелях) часто используется коаксиальная система электродов, а инородное включение оказывается не проводящим, а диэлектрическим. Решение электростатической задачи в подобной системе является актуальным и может иметь практическое применение.

Пусть диэлектрическая сфера с радиусом a и абсолютной диэлектрической проницаемостью ϵ , расположена в электрическом поле бесконечно длинного цилиндрического конденсатора, заполненного диэлектриком с проницаемостью ϵ_2 . Под воздействием внешнего поля диэлектрическая сфера поляризуется и на ее поверхности появляются связанные электрические заряды, которые создают свое собственное поле. Электрическое поле в произвольной точке внутри конденсатора определяется как сумма внешнего и собственного полей сферы. Следовательно, если межэлектродное расстояние соизмеримо с размерами сферы или она расположена близко к одному из электродов, а другой удален в бесконечность, то поле, созданное поляризованной сферой, приведет к перераспределению свободных зарядов на электродах. Вследствие этого внешнее поле окажется отличным от радиального и в этом случае картина поля будет искажаться по сравнению со случаем, где приэлектродные явления не учитываются [3].

Для определения потенциала в произвольной точке $N(\rho, \theta, z)$ (рис.) необходимо решить уравнение Лапласа с учетом граничных условий на поверхности сферы

$$(U' = U'')_{\text{сф}}, \quad \left(\nu \frac{\partial U'}{\partial n} = \frac{\partial U''}{\partial n} \right)_{\text{сф}} \quad (1)$$

и на поверхности цилиндрических проводящих электродов

$$U''|_{S_1} = U_1^0, \quad U''|_{S_2} = U_2^0, \quad (2)$$

где U' и U'' — потенциалы внутри и вне сферы соответственно; n — внешняя нормаль к поверхности сферы; U_1^0 и U_2^0 — потенциалы внутренней и внешней оболочки конденсаторов S_1 и S_2 (рис.); $\nu = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$.

Расположим начало сферической системы координат в центре сферы и запишем решение уравнения Лапласа в виде суммы бесконечного ряда сферических гармоник относительно выбранной координатной системы (рис.). Тогда, пользуясь условиями (1), для потенциалов внутри и вне сферы соответственно получаем [3]:

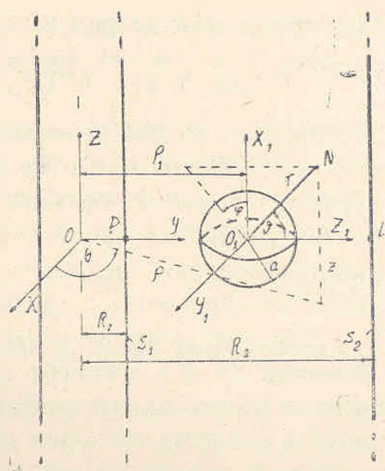


Рис.

$$U' = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2m+1}{\nu m + m + 1} B_m r^m S_m;$$

$$U'' = \sum_{m=0}^{\infty} \left[1 + \frac{m(1-\nu)}{\nu m + m + 1} \left(\frac{a}{r} \right)^{2m+1} \right] B_m r^m S_m, \quad (3)$$

где B_m — неизвестные потенциалы; S_m — сферическая гармоника m -го порядка.

Аналогичным образом можно разложить в ряд сферических гармоник функцию потенциала U^0 внешнего неискаженного радиального поля [3]

$$U^0 = \sum_{m=0}^{\infty} D_m r^m S_m, \quad (4)$$

где D_m — известные постоянные; Y_m — сферическая гармоника m -го порядка ($Y_m \neq S_m$).

Для применения граничных условий (2) и определения неизвестных постоянных выражений (3) необходимо записать U'' через цилиндрические функции. Однако в настоящее время не представляется возможным записать в общем виде основное решение (3) уравнения Лапласа в сферических координатах через цилиндрические функции, при расположении этих координатных систем согласно рис. [4, 5]. Поэтому для решения электростатической задачи в цилиндрических координатах в данном случае предлагается следующая методика.

Пользуясь соотношениями между координатами сферической и цилиндрической систем (рис.) [6], выразим функции потенциалов U'' и U^0 в цилиндрических координатах ρ, θ, z . Далее, разлагая $U''(\rho, \theta, z)$ и $U^0(\rho, \theta, z)$ в ряд Тейлора по θ и z в области точек $K\left(R_1, \frac{\pi}{2}, 0\right)$, $L\left(R_2, \frac{\pi}{2}, 0\right)$ (рис.) и применяя граничные условия (2) в области этих точек в виде равенства нулю потенциала поля искажения [7],

$$U''(R_1, \theta, z) = U^0(R_1, \theta, z), \quad U''(R_2, \theta, z) = U^0(R_2, \theta, z) \quad (5)$$

для определения бесконечного числа неизвестных постоянных, получаем систему с бесконечным числом алгебраических уравнений (т. к. ряды (3) и (4) являются бесконечными). Однако, ограничиваясь в (3) и (4) рассмотрением случая $m = p$ (p — любое целое положительное число), для определения неизвестных постоянных можно получить конечное число алгебраических уравнений и задачу решить приближенно.

Для практических целей представляет интерес определение напряженности поля у полюсов сферы — как внутри, так и в окружающей среде, а также диэлектрофоретической силы, действующей на нее. Поэтому в качестве критерия оценки точности проведенных расчетов можно выбрать относительное изменение напряженности поля у полюсов сферы или диэлектрофоретической силы, действующей на нее при $m = p$ и $m = p + 1$ приближениях. Такая оценка точности позволяет учитывать и погрешность, связанную с применением граничного условия (2) в виде (5).

В частности, в (4) и (5), ограничиваясь рассмотрением случая $m = 4$ и учитывая симметрию результирующего поля относительно плоскостей Y, O, Z_1 , X, O, Z_1 (рис.), для функции потенциалов U'' и U^0 соответственно получаются:

$$\begin{aligned} U'' = U_0 + B_1 \rho_1 \left[1 + \frac{(1-\nu)h^3}{\nu+2} \right] (\gamma \sin \theta - 1) + \frac{B_2 \rho_1^2}{3} \times \\ \times \left[1 + \frac{2(1-\nu)h^5}{2\nu+3} \right] (4\gamma^2 \sin^2 \theta - 4\gamma \sin \theta - 2\gamma^2 + 2) + \\ + 0,2B_3 \rho_1^3 \left[1 + \frac{3(1-\nu)h^7}{3\nu+4} \right] \left\{ 5(M_1+1)\gamma^3 \sin^3 \theta - (5M_1+9)\gamma^2 \sin \theta + \right. \\ \left. + [(5M_1-1)t^2 - (5M_1+3)\gamma^2 + 6]\gamma \sin \theta - (5M_1-3)t^2 + \right. \\ \left. + (5M_2+3)\gamma^2 + 2 \right\} + \frac{1}{35} B_4 \rho_1^4 \left[1 + \frac{4(1-\nu)h^9}{4\nu+5} \right] \times \quad (6) \\ \times \{ (280M_2+32)\gamma^4 \sin^4 \theta - (420M_2+80)\gamma^3 \sin^3 \theta - [(420M_2-48)t^2 + \\ + 210M_2-350M_2\gamma^2-24\gamma^2+72]\gamma^2 \sin^2 \theta + [(48-420M_2)t^2 + \\ + 420M_2\gamma^2+48\gamma^2-32]\gamma \sin \theta + (24\gamma^2-24+210M_2-210M_2\gamma^2) + \\ + 8-24\gamma^2-210M_2\gamma^2+70M_2\gamma^4 \}; \end{aligned}$$

$$U^0 = U_0 - E_0 \gamma_1 \left[24\gamma^4 \sin^4 \theta - \frac{16}{3} \gamma^3 \sin^3 \theta + (6\gamma^2 - 2\gamma^4) \sin^2 \theta + (4\gamma^3 - 4\gamma) \sin \theta + 0,25\gamma^4 - 3\gamma^2 + \frac{25}{12} \right], \quad (7)$$

где

$$\gamma = \frac{\rho}{\rho_1}; \quad t = \frac{z}{\rho_1}; \quad h = \frac{\xi}{(\gamma^2 - 2\gamma \sin \theta + t^2 + 1)^{1/2}}; \quad \xi = \frac{a}{\rho_1};$$

U_0 и E_0 — потенциал и напряженность внешнего неискаженного осесимметричного радиального поля в центре сферы; ρ_1 — расстояние сферы от оси конденсатора.

Поверхности цилиндрических проводящих электродов являются эквипотенциальными. Расчеты показывают, что если потенциалы электродов определить по выражениям U'' , где не учитываются приэлектродные эффекты, то наибольшее отклонение поля на поверхностях S_1 и S_2 от действительности получается в точках $K \left(R_1, \frac{\pi}{2}, 0 \right)$ и

$L \left(R_2, \frac{\pi}{2}, 0 \right)$ (рис.). Поэтому при приближенном решении задачи во избежание больших погрешностей следует применить граничные условия (2) именно в областях этих точек.

Разлагая функции потенциалов U'' и U^0 в ряде Тейлора в области точек K и L по переменным θ , t и применяя граничные условия (5), для определения шести неизвестных постоянных ($B_1, B_2, B_3, B_4, M_1, M_2$) в (6) получаем систему из шести алгебраических уравнений, которая легко решается численным методом Гаусса.

Численный анализ показывает, что по мере увеличения степени m ($m = 2, 3, 4$) рядов (3) и (4) относительные изменения величин напряженности поля у полюсов сферы и диэлектрофоретической силы, действующей на нее, резко уменьшаются. Это свидетельствует о быстрой сходимости рядов (3). Обнаружено также, что учет приэлектродных явлений приводит к значительному отклонению напряженности поля и диэлектрофоретической силы от результатов аналогичных расчетов [3] без учета этих явлений.

В качестве заключения отметим, что предложенный метод позволяет решить рассматриваемую электростатическую задачу с любой точностью.

ЕрПИ им. К. Маркса

9. VI. 1984

Մ. Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Ա. Գ. ՇԱՀՅԱՆ

ԴԱՆԱԿԱՆ ԿՈՆԴԵՆՍԱՏՈՐԻ ԴԱՇՏՈՒՄ ԳՏԵՎՈՂ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿԱԿԱՆ
ԳՆԴԻ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԻ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ա մ փ ո փ ու մ

Քննարկվում է գլանական կոնդենստորի դաշտի աղավաղումը միաչափ և
գնդաչափ դիէլեկտրիկական մասնիկի առկայության հետեւանքով: Դաշտի հաշ-

գնարկն իրականացվել է Լապլասի հաժապարման լուծման եղանակով, մինչև չորրորդ կարգի ֆնդային հարմոնիկների հաշվառման պայմաններում: Դաշար սահմանափակված է գլանական էլեկտրոդների համապատենցիալ մակերևույթներով:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Проценко В. С., Николаев А. Г. Электрическое поле незамкнутой сферической обложки, расположенной между двумя параллельными проводящими плоскостями.— ЖТФ, 1983, т. 53, № 3, с. 423—427.
2. Naga M., Akazaki M. A method for prediction of gaseous discharge threshold voltage in the presence of a conducting particle.— J. Electrostat., 1976/1977, № 2, p. 223—239.
3. Карапетян М. А., Шагян А. Г. Диэлектрическая сфера во внешнем неоднородном электрическом поле.— Изв. АН АрмССР (сер. ТН), 1984, т. XXXVII, № 2, с. 14—19.
4. Ерофеев В. Г. Связь между основными решениями в цилиндрических и сферических координатах уравнений Гельмгольца и Лапласа.— АН БССР (сер. ФМН), 1972, т. 42, № 4, с. 42—46.
5. Уфлянд Я. С. Метод парных уравнений в задачах математической физики.— Л.: Наука, 1977.— 220 с.
6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.— М.: Наука, 1977.— 831 с.
7. Иоссель Ю. Я. Расчет потенциальных полей в энергетике.— Л.: Энергия, 1978.— 350 с.

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

П. Ю. КААСИК, Г. К. САФАРЯН, С. Ю. МЕЛЬНИКОВ

ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУХСКОРОСТНЫХ СОВМЕЩЕННЫХ
АСИНХРОННО-ИНДУКТОРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

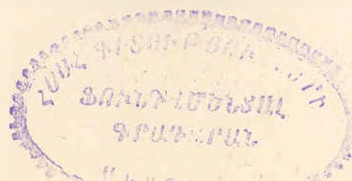
В маломощных электроприводах, в которых требуется обеспечить две, в десятки раз отличающиеся друг от друга частоты вращения, могут найти применение совмещенные асинхронно-индукторные двигатели (САИД), которые могут быть также использованы в лентопротяжных механизмах и бытовых приборах, в системах грубой и точной наводки и др.

Многоскоростные асинхронные двигатели малой мощности с переключением числа пар полюсов обеспечивают максимальные пределы ступенчатого регулирования частоты вращения не более 1:6. Однако, при заданной мощности снижение нижнего предела частоты вращения приводит к увеличению габаритов двигателя и к ухудшению его энергетических показателей, что делает этот способ изменения частоты вращения малоэффективным.

От последних недостатков свободны САИД, в которых большим диапазоном регулирования достигается путем совмещения на одном магнитопроводе асинхронного короткозамкнутого (АД) и индукторного асинхронного (АИД) двигателей. В режиме АД САИД при частоте питания 50 Гц можно получить высокие частоты вращения (1000 об/мин и более), а в режиме АИД минимальная частота вращения составляет несколько десятков оборотов в минуту. Очевидно, что применение САИД в режиме АИД позволяет обеспечить низкие частоты вращения без применения понижающих механических редукторов.

При исследовании САИД в разных режимах, в основном, внимание уделялось вопросам проектирования и выбора схем обмоток [1, 2]. Подробное исследование характеристик, а также вопросы создания новых разновидностей САИД с упрощенными конструкциями в технической литературе отсутствуют.

В предлагаемом магнитно-совмещенном двухскоростном асинхронно-индукторном двигателе [2] первичная обмотка статора выполняется полюсно-переключаемой, а на зубчатом роторе размещается короткозамкнутая обмотка типа фазной обмотки с одним короткозамыкающим кольцом.



Принципиальная схема рассматриваемого САИД показана на рис. 1. Первичная полюсно-переключаемая 2 и вторичная 3 в общем многофазные обмотки размещены в открытых пазах статора 1, а m_k — фазная короткозамкнутая обмотка 5 — в пазах ротора 4.

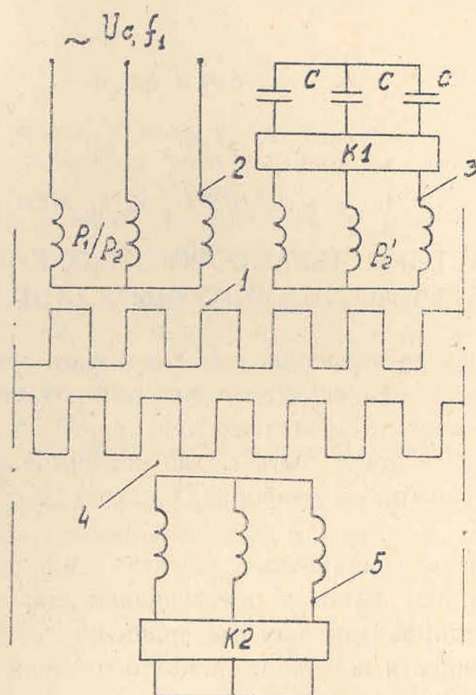


Рис. 1. Принципиальная схема включения обмоток совмещенного асинхронного-индукторного двигателя.

Такая конструкция требует установки на статоре полюсно-переключаемой обмотки, что приводит к увеличению выводных концов и к усложнению схемы коммутации. В целях упрощения конструкции и увеличения надежности работы САИД целесообразно использовать совмещенные АД—АИД с совмещенными обмотками статора. В таком двигателе вместе с магнитным совмещением разнополюсных магнитных полей в общем магнитопроводе имеет место электрическое совмещение отдельных разнополюсных обмоток.

В вышеуказанном САИД вместо полюсно-переключаемой первичной обмотки 2 статора применяется совмещенная обмотка, а роторная обмотка 5 выполняется переключаемой (рис. 1). В зависимости от выбора числа пар полюсов вторичной обмотки p_2' выбирается совмещенная обмотка с числом пар полюсов p_1 и p_2 : $p_1 = 2k_1 p_2'$ ($k_1 = 2, 4, 6, 8, \dots$); $p_2 = 2k_2 p_2'$ ($k_2 = 1, 2, 3, 4, \dots$); $p_1 = 2p_2$. Роторная обмотка выбирается таким образом, чтобы она взаимодействовала с магнитным полем первичной обмотки при числе пар полюсов p_2 .

Совмещенные первичные обмотки статора могут быть получены путем применения специальных дробных обмоток с $q < 1$, в кривой МДС

которых появляются две разнополюсные гармоники МДС, примерно одинаковой амплитуды. Одна из них обуславливает в воздушном зазоре гармонику индукции с числом пар полюсов p_2 , которая при взаимодействии с обмоткой ротора образует асинхронный момент и режим работы при частоте вращения $n_2 = f_1(1 - S_2)/p_2$, где S_2 — скольжение ротора по отношению поля с числом пар полюсов p_2 . Вторая гармоника МДС с числом пар полюсов p_1 с соответствующими гармониками проводимости зубчатого воздушного зазора обуславливает гармонику взаимной индукции со вторичной обмоткой на статоре с числом пар полюсов p'_2 , обеспечивающую режим асинхронного индукторного двигателя при частоте вращения $n_1 = f_1(1 - S_z)/N_R$, где $S_z = (n_{Rc} - n_1)/n_{Rc}$ — скольжение по отношению синхронной частоты вращения $n_{Rc} = f_1/N_R$; N_R — число зубцов ротора; f_1 — частота питающей сети. Для обеспечения чисто асинхронного режима САИД с частотой вращения n_2 вторичная обмотка 3 отключается от емкостного сопротивления с помощью коммутирующего устройства К1, первичная обмотка включается в сеть, а обмотка ротора, выполненная типа фазной, замыкается накоротко при помощи магнитоуправляемого переключателя К2, контакты которого замыкаются при отсутствии тока во вторичной обмотке статора. При включении вторичной обмотки на емкостное сопротивление, магнитоуправляемые контакты К2 отключают обмотку ротора и двигатель переходит в режим асинхронного индукторного двигателя, обеспечивающего низкую частоту вращения ротора.

Для определения характера статических механических и динамических характеристик в режиме АИД на базе асинхронных двигателей 4АА63А4 по методике расчета [1] рассчитаны и изготовлены макетные образцы 3-х и 2-х фазных двигателей: АИД-3 и АИД-2. На рис. 2 представлены механические характеристики АИД-2 при различных значениях, включенных во вторичную обмотку емкостей конденсаторов. Этот двигатель имеет следующие основные данные: напряжение сети $U_c = 220$ В; частота питающей сети $f_1 = 50$ Гц; число зубцов статора и ротора соответственно $N_S = 24$, $N_R = 27$; синхронная частота вращения $n_{Rc} = 111$ об/мин.

Для сравнительного анализа характеристики САИД рассчитан макетный образец, имеющий основные данные: $U_c = 36$ В; $N_R = 26$; $N_S = 24$; $p_1 = 4$; $p_2 = 2$; $p'_2 = 1$, и для него рассчитаны механические характеристики в режиме АД и АИД (рис. 3).

Анализ механических характеристик САИД показывает, что: а) зависимость электромагнитного момента АИД от параметров имеет более сложную форму, чем для нормальных асинхронных двигателей; б) механические характеристики АИД при наличии емкостного сопротивления во вторичной обмотке имеют резонансный характер и представляют вогнутые кривые в отличие от выпуклых кривых исполнительных двигателей, работающих в асинхронном режиме; в) путем изменения емкостного сопротивления во вторичной цепи АИД можно осуще-

ствить регулирования частоты вращения; г) при одинаковых массо-габаритных показателях с асинхронными короткозамкнутыми управляемыми двигателями АИД обладают лучшими показателями удельного пускового момента; д) механические характеристики в режиме исполнительного АД имеют такой же вид, как и для других типов исполнительных асинхронных двигателей.

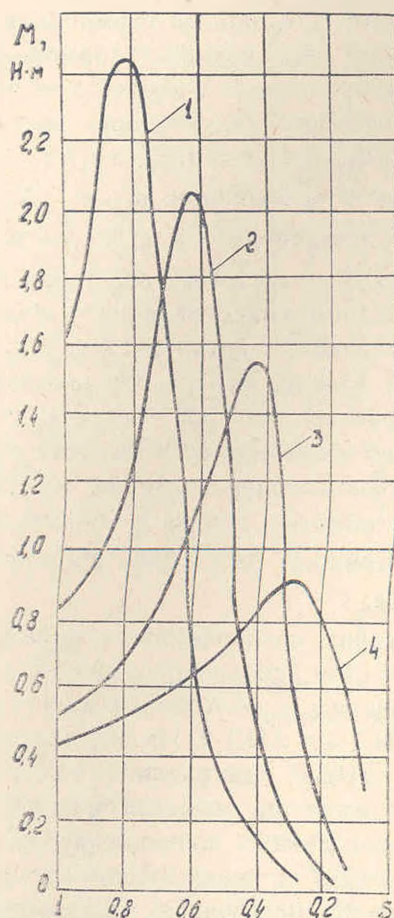


Рис. 2. Механические характеристики асинхронного индукторного двигателя АИД-2: 1— $x_{C2}=60,7 \text{ Ом}$; 2— $x_{C2}=34,1 \text{ Ом}$; 3— $x_{C2}=15,2 \text{ Ом}$; 4— $x_{C2}=3,8 \text{ Ом}$.

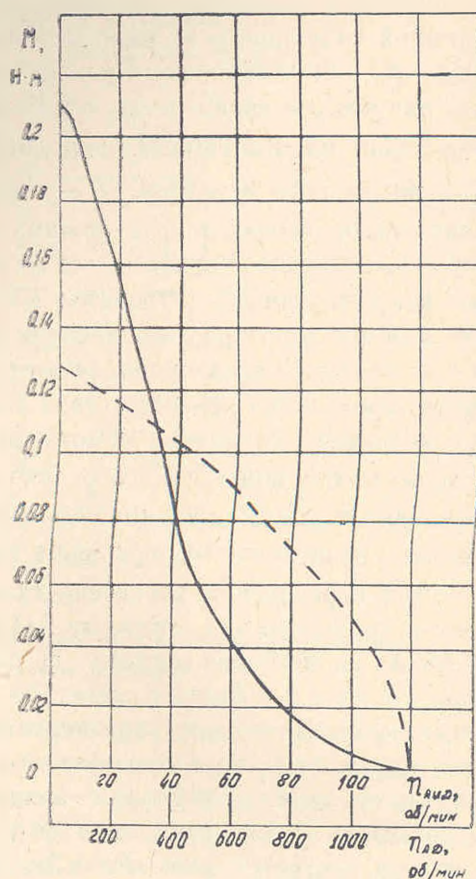


Рис. 3. Механические характеристики совмещенного асинхронно-индукторного двигателя в режиме асинхронного короткозамкнутого (штриховая линия) и индукторного асинхронного двигателя (сплошная линия).

Дифференциальные уравнения САИД, выведенные при общепринятых допущениях и ограничениях [1, 3] и записанные в синхронно-вращающейся системе координат в системе относительных единиц [3], имеют следующий вид:

$$\frac{d\psi_{x1}}{d\tau} = u_{x1} - \frac{R_{s1}}{x'_{s1}} \psi_{x1} + \frac{R_{s1}}{x'_{s1}} K_{m2} \psi_{x2} + \psi_{y1}; \quad (1)$$

$$\frac{d\psi_{y1}}{d\tau} = u_{y1} - \frac{R_{s1}}{x'_{s1}} \psi_{y1} + \frac{R_{s1}}{x'_{s1}} K_{m2} \psi_{y2} - \psi_{x1}; \quad (2)$$

$$\frac{d\psi_{x2}}{d\tau} = -u_{Cx2} - \frac{R_{s2}}{x'_{s2}} \psi_{x2} + \frac{R_{s2}}{x'_{s2}} K_{m1} \psi_{x1} + \psi_{y2} - \omega_p \psi_{y2}; \quad (3)$$

$$\frac{d\psi_{y2}}{d\tau} = -u_{Cy2} - \frac{R_{s2}}{x'_{s2}} \psi_{y2} + \frac{R_{s2}}{x'_{s2}} K_{m1} \psi_{y1} - \psi_{x2} + \omega_p \psi_{x2}; \quad (4)$$

$$\frac{du_{Cx2}}{d\tau} = u_{Cy2} - \omega_p u_{Cy2} + \frac{x_{C2}}{x'_{s2}} \psi_{x2} - \frac{x_{C2}}{x'_{s2}} K_{m1} \psi_{x1}; \quad (5)$$

$$\frac{du_{Cy2}}{d\tau} = -u_{Cx2} + \omega_p u_{Cx2} + \frac{x_{C2}}{x'_{s2}} \psi_{y2} - \frac{x_{C2}}{x'_{s2}} K_{m2} \psi_{y1}; \quad (6)$$

$$\frac{d\omega_p}{d\tau} = \frac{p_{s1} K_p M_B}{J \omega_B^2} (m_3 - m_c); \quad (7)$$

$$m_3 = \frac{m_{s1}}{2} \frac{p_{s1} K_p \omega_1 K_{m2}}{x_{s1} \sigma} \frac{\psi_B^2}{M_B} (\psi_{x2} \psi_{y1} - \psi_{x1} \psi_{y2}), \quad (8)$$

где относительные величины ψ_{x1} , ψ_{x2} , ψ_{y1} , ψ_{y2} — потокосцепления первичной и вторичной статорных обмоток по осям X , Y ; u_{Cx2} , u_{Cy2} — напряжения на емкостях во вторичном контуре; R_{s1} , R_{s2} , x_{s1} , x_{s2} — активные и полные индуктивные сопротивления фаз первичной и вторичной обмоток; $x_{s1} = x_{s1} + x_{r1}$; $x_{s2} = x_{s2} + x_{r2} + x_{r1}$; $K_{m1} = x_{r1}/x_{s1}$; $K_{m2} = x_{r1}/x_{s2}$; $x'_{s1} = x_{s1} - x_{r1}^2/x_{s2}$; $x'_{s2} = x_{s2} - x_{r1}^2/x_{s1}$; $\sigma = 1 - K_{m1}K_{m2}$, x_{as2} — индуктивные сопротивления рассеяния первичной и вторичной обмотки; x_{C2} — емкостное сопротивление вторичной обмотки; p_{s1} — число пар полюсов первичной обмотки; $K_p = N_R/p_{s1}$ — коэффициенты электромагнитной редукции частоты вращения; $\omega_1 = 2\pi f_1$; m_3 — электромагнитный момент; m_c — статический момент нагрузки; J — момент инерции ротора; $\tau = \omega_1 t$; Ψ_B , M_B — базисные значения потокосцепления и момента; ω_p — угловая скорость ротора; $u_{x1} = \cos \varphi$, $u_{y1} = \sin \varphi$, φ — начальная фаза питающего напряжения; $\omega_B = \omega_1$.

Дифференциальные уравнения (1)–(8) характеризуют переходные процессы, возникающие в режиме АИД САИД при пуске, реверсе и торможении, а уравнения (1)–(4) и (7)–(8), при $K_p = 1$, $u_{Cx2} = u_{Cy2} = 0$ — в режиме асинхронного двигателя.

Анализ многочисленных динамических характеристик САИД показывает, что: а) электромеханическая постоянная времени АИД на порядок меньше, чем у управляемых асинхронных двигателей; б) отношение ударного момента АИД к установившемуся пусковому значительно больше, а время переходного процесса меньше, чем у двигате-

лей обычного исполнения; в) на величину динамических показателей АИД наибольшее влияние оказывают активные сопротивления первичной и вторичной обмоток и емкостное сопротивление вторичного контура; г) увеличение емкостного сопротивления приводит к уменьшению времени пуска и реверса и к увеличению ударного момента.

Описанные двухскоростные асинхронно-индукторные двигатели, имеющие хорошие пусковые, динамические и рабочие характеристики, представляют интерес, в частности, для замены редукторных и некоторых типов двухскоростных двигателей, выпускаемых в АрмССР (ПО «Армэлектродвигатель»).

НИИЭлектромаш

5. XI. 1983

Պ. ՅՈՒ. ԿՈՍՍԻԿ, Գ. Կ. ՍԱՖԱՐՅԱՆ, Ս. ՅՈՒ. ՄԵԼՆԻԿՈՎ

ԵՐԿԱՐԱԳԱՅԻՆ ՀԱՄԱՏԵԳՎԱԾ ԱՍԻՆԽՐՈՆ — ԻՆԴՈՒԿՏՈՐԱՅԻՆ ՇԱՐԺԻՉՆԵՐԻ ԲՆՈՒԹԱՔԵՐԵՐԸ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Դիտարկվում է ստատորի համատեղված առաջնային փաթույթների ունեցող նույն մագնիսահաղորդչի վրա համատեղված ասինխրոն — ինդուկտորային շարժիչների ստեղծման հարցերը: Ստացված են բանաձևեր զանազան փաթույթների զույգ բևեռների թվերի համար, որոնք բացառում են այդ փաթույթների միջև տրանսֆորմատորային կապը:

Կատարված է երկարագային համատեղված ասինխրոն-ինդուկտորային շարժիչների մեխանիկական բնութագրերի համեմատական վերլուծություն՝ կարճ փակված ասինխրոն և ինդուկտորային շարժիչների ուժիմում:

Դիտարկված է համատեղված ասինխրոն-ինդուկտորային շարժիչների անցողիկ ուժիմների հետադոսման եղանակը: Բերված են դիֆֆերենցիալ հավասարումներ, որոնք հնարավորություն են տալիս հետազոտել այդ շարժիչներում անցողիկ պրոցեսները թողարկման, արգելակման և դարձափոխման դեպքում: Կատարված է դինամիկական բնութագրերի վերլուծում կարճ փակված ասինխրոն և ինդուկտորային շարժիչների ուժիմում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Каасик П. Ю., Блинов И. В. Асинхронные индукторные микродвигатели устройств автоматики.— Л.: Энергоиздат, 1982.— 152 с.
2. Каасик П. Ю., Фролов А. А., Щуревич В. А. Асинхронно-индукторный двигатель.— В кн.: Автоматика и электромеханика.— Воронеж: 1977. Изд-во Воронеж. политех. и-та, с. 45—52.
3. Каасик П. Ю., Сафарян Г. К. Исследование переходных процессов асинхронных индукторных двигателей.— Изв. вузов СССР. Электромеханика, 1984. № 1, с. 61—66.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

В. К. БРУТЯН

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ
 МАРКОВСКИХ СИСТЕМ

1. *Постановка задачи.* Пусть рассматривается линейная конечно-мерная система, описываемая векторным каноническим уравнением

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{p}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(t) & A_{12}(t) \\ A_{21}(t) & A_{22}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ p(t) \end{bmatrix}. \quad (1.1)$$

Предполагается, что начальное состояние системы в момент $t = t_0$ определяется вектором $[x(t_0), p(t_0)]'$, а $x(t)$ и $p(t)$ — n - и m -мерные векторы, $A_{11}(t)$, $A_{12}(t)$, $A_{21}(t)$ и $A_{22}(t)$ — $n \times n$, $n \times m$, $m \times n$ и $m \times m$ матрицы, соответственно, и что компоненты всех векторов и элементы матриц являются непрерывными функциями для любых $t \in [t_0, T] \stackrel{\Delta}{=} I_t$.

Из теории линейной алгебры [1] известно: если $z(t, t_0)$ переходная матрица системы (1.1) и z_{ij} , $i, j = 1, 2$ — блоки этой матрицы, то решение уравнения (1.1) имеет вид

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}(t, t_0) & z_{12}(t, t_0) \\ z_{21}(t, t_0) & z_{22}(t, t_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t_0) \\ p(t_0) \end{bmatrix}. \quad (1.2)$$

Равенство (1.2) не применимо непосредственно к решению двухточечных краевых задач, поэтому введем неизвестные пока матрицы v_{ij} , $i, j = 1, 2$ и запишем уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{p}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11}(t, t_0) & v_{12}(t, t_0) \\ v_{21}(t, t_0) & v_{22}(t, t_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t_0) \\ p(t_0) \end{bmatrix}$$

с начальными условиями

$$v_{ij}(t_0, t_0) = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j, \\ 0 & \text{при } i \neq j. \end{cases} \quad (1.3)$$

Требуется разработать общий метод, с помощью которого с каждым дифференциальным каноническим уравнением формы (1.1) связывается единственное матричное дифференциальное уравнение Риккати со своими вспомогательными уравнениями. В настоящей статье разра-

бывается такой метод и предлагается система дифференциальных уравнений для неизвестных v_{ij} , $i, j = 1, 2$, которая сохраняет симметрию, допускает интегрирование при наличии сингулярности и является численно устойчивой.

2. *Сущность метода.* Можно установить, что матрицы $v_{ij}(t, t_0)$ и $z_{ij}(t, t_0)$, $i, j = 1, 2$ связаны соотношениями:

$$\begin{aligned} v_{11}(t, t_0) &= z_{11}(t, t_0) - z_{12}(t, t_0) z_{22}^{-1}(t, t_0) z_{21}(t, t_0); \\ v_{12}(t, t_0) &= z_{12}(t, t_0) z_{22}^{-1}(t, t_0); \\ v_{21}(t, t_0) &= -z_{22}^{-1}(t, t_0) z_{21}(t, t_0); \\ v_{22}(t, t_0) &= z_{22}^{-1}(t, t_0). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Так как переходная матрица $z(t, t_0)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\dot{z}(t, t_0) = \begin{bmatrix} A_{11}(t) & A_{12}(t) \\ A_{21}(t) & A_{22}(t) \end{bmatrix} z(t, t_0),$$

то имеет место полугрупповое свойство

$$z(t, t_0) = z(t, \tau) z(\tau, t_0), \quad \tau \in [t_0, t],$$

из которого следуют рекуррентные уравнения:

$$\begin{aligned} v_{11}(t, t_0) &= v_{11}(t, \tau) [I - v_{12}(\tau, t_0) v_{21}(t, \tau)]^{-1} v_{11}(\tau, t); \\ v_{12}(t, t_0) &= v_{12}(t, \tau) + v_{11}(t, \tau) [I - v_{12}(\tau, t_0) v_{21}(t, \tau)]^{-1} v_{12}(t, \tau_0) v_{22}(t, \tau); \\ v_{21}(t, t_0) &= v_{21}(\tau, t_0) + v_{22}(\tau, t_0) [I - v_{21}(t, \tau) v_{12}(\tau, t_0)]^{-1} v_{21}(\tau, t) v_{11}(\tau, t_0); \\ v_{22}(t, t_0) &= v_{22}(\tau, t_0) [I - v_{21}(t, \tau) v_{12}(\tau, t_0)]^{-1} v_{22}(t, \tau). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Дифференцируя систему (2.2) и упрощая результаты, получим следующие дифференциальные уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{v}_{11}(t, t_0) &= [A_{11}(t) - v_{12}(t, t_0) A_{21}(t)] v_{11}(t, t_0); \\ \dot{v}_{12}(t, t_0) &= A_{12}(t) + A_{11}(t) v_{12}(t, t_0) - v_{12}(t, t_0) A_{22}(t) - \\ &\quad - v_{12}(t, t_0) A_{21}(t) v_{12}(t, t_0); \\ \dot{v}_{21}(t, t_0) &= -v_{22}(t, t_0) A_{21}(t) v_{11}(t, t_0); \\ \dot{v}_{22}(t, t_0) &= -v_{22}(t, t_0) [A_{22}(t) + A_{21}(t) v_{12}(t, t_0)], \end{aligned} \quad (2.3)$$

с начальными условиями (1.3).

Ниже система уравнений (2.3), полученная разработанным методом, применяется для исследования задач синтеза линейного закона управления (СЛЗУ) и построения оценки вектора состояния (ПОВС)

непрерывных марковских систем (МС) при неполных и искаженных шумом наблюдениях.

3. *Задача синтеза линейного закона управления непрерывных марковских систем.* Пусть дана линейная МС

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + D(t)u(t) + G(t)\xi(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (3.1)$$

где $x(t)$ — n -мерный вектор состояния; $u(t)$ — r -мерный вектор управления; $\xi(t)$ — l -мерный вектор нормального белого шума с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей $M\{\xi(t)\xi'(\tau)\} = S_{\xi\xi}(t)\delta(t-\tau)$; $S_{\xi\xi}(t)$ — положительно полуопределенная и непрерывная для любых $t \in I$, матрица интенсивности нормального белого шума; $\delta(\cdot)$ — дельта-функция; $A(t)$, $D(t)$ и $G(t)$ — ограниченные и непрерывные для всех $t \in I$, матрицы соответствующих размеров.

Пусть наблюдаемый процесс описывается линейным уравнением

$$y(t) = H(t)x(t) + \eta(t), \quad (3.2)$$

где $y(t)$ — m -мерный вектор результатов наблюдений; $H(t)$ — заданная ограниченная $m \times n$ непрерывная матрица; $\eta(t)$ — m -мерный случайный процесс типа нормального белого шума с характеристиками $M\{\eta(t)\} = 0$; $M\{\eta(t)\eta'(\tau)\} = S_{\eta\eta}(t)\delta(t-\tau)$; $S_{\eta\eta}(t)$ — положительно определенная и непрерывная для любых $t \in I$, матрица интенсивности нормального белого шума.

Требуется выбрать закон управления $u(t) \stackrel{\Delta}{=} u(x, t)$, минимизирующий функционал качества

$$J = \frac{1}{2} M \left\{ x'_{\tau} \Gamma_{\tau} x_{\tau} + \int_{\tau}^T [x'(t) B(t) x(t) + u'(t) E(t) u(t)] dt / y(\tau), \tau \leq t \right\}.$$

где Γ_{τ} , $B(t)$ и $E(t)$ — симметричные матрицы соответствующих размеров, $\Gamma_{\tau} \geq 0$, $B(t) \geq 0$, $E(t) > 0$.

Из теории линейного синтеза [2—5] известно: оптимальное стохастическое управление с неполной обратной связью, минимизирующее квадратичный функционал, имеет линейный вид

$$u^*(\hat{x}, t) = -C(t)\hat{x}(t), \quad C(t) \stackrel{\Delta}{=} E^{-1}(t)D'(t)\Gamma(t),$$

где условное математическое ожидание векторов состояния $\hat{x}(t) = M\{x(t)/y(\tau), \tau \leq t\}$ определяется решением уравнения оценивающего фильтра

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A(t)\hat{x}(t) + D(t)u(t) + K(t)[y(t) - H(t)\hat{x}(t)], \\ \hat{x}(t_0) &= \hat{x}_0, \quad K(t) \stackrel{\Delta}{=} R(t)H'(t)S_{\eta\eta}^{-1}(t). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Матрица усиления $\Gamma(t)$ есть единственное решение невырожденного матричного уравнения Риккати

$$-\dot{\Gamma}(t) = A'(t)\Gamma(t) + \Gamma(t)A(t) - \Gamma(t)D(t)E^{-1}(t)D'(t)\Gamma(t) + B(t),$$

$$\Gamma(T) = \Gamma_T, \quad (3.4)$$

а матрица $R(t) = M\{[x(t) - \hat{x}(t)][x(t) - \hat{x}(t)]'\}$, является решением уравнения

$$\dot{R}(t) = A(t)R(t) + R(t)A'(t) + G'(t)S_{\xi\xi}(t)G(t) -$$

$$- R(t)H'(t)S_{\eta\eta}^{-1}(t)H(t)R(t), \quad R(t_0) = R_0. \quad (3.5)$$

Необходимые условия оптимальности для задачи СЛЗУ получаются на основании принципа максимума [4—6]. Гамильтониан $\tilde{H} \stackrel{\Delta}{=} \tilde{H}(\hat{x}, u, p, t)$ в этой задаче имеет вид:

$$\tilde{H} = \frac{1}{2} [\hat{x}'(t)B(t)\hat{x}(t) + u'(t)E(t)u(t)] + p'[A(t)\hat{x}(t) + D(t)u(t)],$$

где $p \stackrel{\Delta}{=} p(t)$ — сопряженный вектор, являющийся решением сопряженного уравнения

$$\dot{p}(t) = -B(t)\hat{x}(t) - A'(t)p(t), \quad p(T) = p_T.$$

Необходимое условие существования экстремума $\tilde{H}$ по u имеет вид:

$$E(t)u(t) + D'(t)p(t) = 0,$$

откуда оптимальный закон управления дается выражением

$$u^*(p, t) = -E^{-1}(t)D'(t)p(t). \quad (3.6)$$

Оценка $\hat{x}(t)$ определяется решением основного уравнения

$$\dot{\hat{x}}(t) = \partial \tilde{H} / \partial p = A(t)\hat{x}(t) + D(t)u(t), \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0, \quad (3.7)$$

Постановка выражения (3.6) в основное уравнение (3.7) и его объединение с сопряженным уравнением дает $2n$ -мерное векторно-матричное уравнение СЛЗУ.

$$\begin{bmatrix} \dot{p}(t) \\ -\dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A'(t) & -B(t) \\ D(t)E^{-1}(t)D'(t) & -A(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

условиями $\hat{x}(t_0) = \hat{x}_0, \quad p(T) = p_T$.

Используя систему уравнений (2.3), запишем матричные уравнения, соответствующие каноническому уравнению (3.8):

$$\dot{\Gamma}_{11}(t, t_0) = [A'(t) - \Gamma_{12}(t, t_0) D(t) E^{-1}(t) D'(t)] \Gamma_{11}(t, t_0); \quad (3.9)$$

$$-\dot{\Gamma}_{12}(t, t_0) = A'(t) \Gamma_{12}(t, t_0) + \Gamma_{12}(t, t_0) A(t) - \\ - \Gamma_{12}(t, t_0) D(t) E^{-1}(t) D'(t) \Gamma_{12}(t, t_0) + B(t); \quad (3.10)$$

$$\dot{\Gamma}_{21}(t, t_0) = \Gamma_{22}(t, t_0) D(t) E^{-1}(t) D'(t) \Gamma_{11}(t, t_0); \quad (3.11)$$

$$\dot{\Gamma}_{22}(t, t_0) = -\Gamma_{22}(t, t_0) [A(t) - D(t) E^{-1}(t) \Gamma_{12}(t, t_0)]. \quad (3.12)$$

Отметим, что уравнение (3.10) совпадает с матричным уравнением Риккати (3.4) для задачи СЛЗУ. Когда задано конечное значение $\Gamma_{12}(T, t_0)$, можно установить существование корректного начального условия $\Gamma_{12}(t_0, t_0)$ для матричного уравнения Риккати (3.10) и, следовательно, могут быть предсказаны его сингулярные или сопряженные точки. Можно показать, что решение уравнения Риккати с ненулевыми начальными условиями записывается в форме второго уравнения системы (2.2):

$$\bar{\Gamma}_{12}(t, t_0) = \Gamma_{12}(t, t_0) + \Gamma_{11}(t, t_0) [I - \Gamma_0 \Gamma_{21}(t, t_0)]^{-1} \Gamma_0 \Gamma_{11}(t, t_0),$$

$$\bar{\Gamma}_{12}(t, t_0) = \Gamma_0,$$

где $\Gamma_{11}(t, t_0)$, $\Gamma_{12}(t, t_0)$ и $\Gamma_{21}(t, t_0)$ — решения уравнений (3.10)–(3.12) с начальными условиями 1, 0 и 0 соответственно. Однако, если произвольное начальное условие $\Gamma_{12}(t, t_0) = \Gamma_0$ не лежит внутри конуса начальных значений, то решение $\Gamma_{12}(t, t_0)$ может и не существовать.

Решения системы уравнений (3.9)–(3.12) допускают представление

$$\begin{bmatrix} p(t) \\ \hat{x}(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(t, t_0) & \Gamma_{12}(t, t_0) \\ \Gamma_{21}(t, t_0) & \Gamma_{22}(t, t_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(t_0) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Подставляя $p(t)$ из этого уравнения (3.13) в каноническое уравнение (3.8), получим:

$$\hat{x}(t) = z^c(t, t_0) \hat{x}_0 - \int_{t_0}^t z^c(t, \tau) D(\tau) E^{-1}(\tau) D'(\tau) [z^c(\tau, \tau)]' p_0 d\tau,$$

где $z^c(t, t_0)$ — переходная матрица задачи СЛЗУ, соответствующая $A(t) - D(t) E^{-1}(t) D'(t) \Gamma_{12}(t, t_0)$.

Можно показать, что имеет место равенство

$$\Gamma_{11}(t, t_0) = [z^c(t, t_0)]', \quad (3.14)$$

а из сравнения уравнений (3.9) и (3.12) следует, что в задаче СЛЗУ матрицы Γ_{11} и Γ_{22} являются транспонированными относительно друг друга, т. е.

$$\Gamma_{11}(t, t_0) = \Gamma_{22}'(t, t_0). \quad (3.15)$$

Это равенство позволяет в разработанном методе находить решение одной из матриц Γ_{11} или Γ_{22} , что уменьшает вычислительные трудности. Из уравнения (3.11) можно записать решение для $\Gamma_{21}(t, t_0)$ в виде

$$\Gamma_{21}(t, t_0) = \int_{t_0}^t \Gamma'_{11}(\tau, t_0) D(\tau) E^{-1}(\tau) D'(\tau) \Gamma_{11}(\tau, t_0) d\tau,$$

которое с учетом соотношений (3.14) и (3.15) можно переписать следующим образом

$$\Gamma_{21}(t_0, t) = \int_{t_0}^t z^c(t_0, \tau) D(\tau) E^{-1}(\tau) [z^c(t_0, \tau)]' d\tau. \quad (3.16)$$

Из этого равенства следует, что если матрица $\Gamma_{21}(t, t_0)$ является положительно определенной, то МС (3.1) при (3.2) управляема. Таким образом, матрица управляемости в задаче СЛЗУ совпадает с $\Gamma_{21}(t, t_0)$.

4. *Задача построения вектора состояния марковской системы.* Аналогично (3.8) объединенное уравнение может быть найдено в задаче ПОВС. Действительно, используя Гамильтониан

$$\begin{aligned} \bar{H} = & -\frac{1}{2} [\hat{x}'(t) G(t) S_{\xi\xi}(t) G'(t) \hat{x}(t) + \\ & + p'(t) H'(t) S_{\eta\eta}^{-1}(t) H(t) p(t)] - p'(t) A_1'(t) \hat{x}(t), \end{aligned}$$

можно получить каноническое уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{p}(t) \\ -\dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1(t) & G(t) S_{\xi\xi}(t) G'(t) \\ -H'(t) S_{\eta\eta}^{-1}(t) H(t) & A_1(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

с условиями $\hat{x}(t_0) = \hat{x}_0$, $p(t_0) = p_0$. Используя систему уравнений (2.3), запишем матричные уравнения, соответствующие каноническому уравнению (4.1)

$$\dot{R}_{11}(t, t_0) = [A_1(t) - R_{12}(t, t_0) H'(t) S_{\eta\eta}^{-1}(t) H(t)] R_{11}(t, t_0); \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \dot{R}_{12}(t, t_0) = & A_1(t) R_{12}(t, t_0) + R_{12}(t, t_0) A_1'(t) - \\ & - R_{12}(t, t_0) H'(t) S_{\eta\eta}^{-1}(t) H(t) R_{12}(t, t_0) + G(t) S_{\xi\xi}(t) G'(t); \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\dot{R}_{21}(t, t_0) = -R_{22}(t, t_0) H'(t) S_{\eta\eta}^{-1}(t) H(t) R_{11}(t, t_0); \quad (4.4)$$

$$\dot{R}_{22}(t, t_0) = R_{22}(t, t_0) [A_1(t) - H'(t) S_{\eta\eta}^{-1}(t) H(t) R_{12}(t, t_0)]. \quad (4.5)$$

Поскольку $GS_{\xi\xi}G'$ и $H'S_{\eta\eta}^{-1}H$ — симметричные матрицы, то матрица $R_{12}(t, t_0)$ также будет симметричной. Можно показать, что имеет место равенство

$$R_{22}(t, t_0) = R'_{11}(t, t_0). \quad (4.6)$$

Из уравнения (4.3) можно записать решение

$$R_{11}(t, \tau) = z^n(t, \tau) R_{11}(\tau, \tau), \quad (4.7)$$

где $z^n(t, t_0)$ — переходная матрица, соответствующая

$$A_1(t) - R_{12}(t, t_0) H'(t) S_{\eta\eta}^{-1}(t) H(t).$$

Согласно (1.3) имеем

$$R_{11}(\tau, \tau) = 1 \quad \text{для любых } \tau \in [t_0, t]. \quad (4.8)$$

Подставляя равенства (4.6) и (4.7) в уравнение (4.4), получим

$$R_{21}(t, t_0) = - \int_{t_0}^t z^n(\tau, t) H'(\tau) S_{\eta\eta}^{-1}(\tau) H(\tau) z^n(\tau, t_0) d\tau. \quad (4.9)$$

Из этого равенства следует, что, если матрица $R_{21}(t, t_0)$ является положительно определенной, то МС (3.1) при (3.2) наблюдаема. Таким образом, матрица наблюдаемости в задаче ПОВС совпадает с $R_{21}(t, t_0)$.

Отметим, что решение уравнения (3.3)

$$\dot{\hat{x}}(t) = [A_1(t) - K(t) H(t)] \hat{x}(t) + K(t) y(t), \quad A_1(t) = A(t) - C(t) D(t)$$

можно записать в виде $\dot{\hat{x}}(t) = \int \Phi(t, \tau) y(\tau) d\tau$ для любых $\tau \in [t_0, t]$,

$$\text{где} \quad \Phi(t, \tau) = z^n(t, \tau) K(\tau).$$

Комбинируя равенства (4.7) и (4.8), получим

$$\Phi(t, \tau) = R_{11}(t, \tau) R_{12}(t, \tau) H'(\tau) S_{\eta\eta}^{-1}(\tau).$$

Оценка вектора состояния МС представляется формулой

$$\hat{x}(t) = \int_{t_0}^t R_{11}(t, \tau) R_{12}(t, \tau) H'(\tau) S_{\eta\eta}^{-1}(\tau) y(\tau) d\tau.$$

Таким образом, матрица $R_{11}(t, \tau)$ дает импульсную матричную переходную функцию оптимального оценивающего фильтра.

5. *Специфика разработанного метода.* Полученные дифференциальные уравнения для матриц управляемости и наблюдаемости позволяют установить специфику разработанного метода. Пусть выполняются условия

$$\begin{aligned} t = -t_1, \quad A(t) &= A'(t_1), \quad D(t) = H'(t_1), \\ B(t) &= G(t_1) S_{\eta\eta}(t_1) G'(t_1), \quad E(t) = S_{\eta\eta}(t_1), \end{aligned} \quad (5.1)$$

тогда уравнения (3.9) — (3.12) для задачи ПОВС принимают вид

$$\dot{R}_{11}(t_1, t_{10}) = [A_1(t_1) - R_{12}(t_1, t_{10}) H'(t_1) S_{11}^{-1}(t_1) H(t_1)] R_{11}(t_1, t_{10}); \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} \dot{R}_{12}(t_1, t_{10}) = & A_1(t_1) R_{12}(t_1, t_{10}) + R_{12}(t_1, t_{10}) A_1'(t_1) - \\ & - R_{12}(t_1, t_{10}) H'(t_1) S_{11}^{-1}(t_1) H(t_1) R_{12}(t_1, t_{10}) + G(t_1) S_{11}^{-1}(t_1) G'(t_1); \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\dot{R}_{21}(t_1, t_{10}) = -R_{22}(t_1, t_{10}) H'(t_1) S_{11}^{-1}(t_1) H(t_1) R_{11}(t_1, t_{10}); \quad (5.4)$$

$$\dot{R}_{22}(t_1, t_{10}) = R_{22}(t_1, t_{10}) [A_1(t_1) - H'(t_1) S_{11}^{-1}(t_1) H(t_1) R_{12}(t_1, t_{10})]. \quad (5.5)$$

Эти уравнения позволяют записать систему (4.1) задачи ПОВС.

Непосредственной проверкой можно установить идентичность уравнений (4.2) — (4.5) и (5.2) — (5.5). Однако матричный оператор $\Gamma_{21}(t, t_0)$, определяемый равенством (3.16) и удовлетворяющий критерию управляемости в задаче СЛЗУ, равен $R_{21}(t, t_0)$, определяемый равенством (5.4) и удовлетворяющий критерию наблюдаемости только тогда, когда выполняются условия (5.1). Таким образом, условия (5.1) точно формулируют двойственность задач СЛЗУ и ПОВС непрерывных МС при неполных и искаженных шумом наблюдениях. Условия двойственности рассматриваемых задач свидетельствуют о том, что решение задачи ПОВС дополняет решение задачи СЛЗУ и уравнение (4.1) представляет сопряженную форму уравнения (3.8).

В заключение следует отметить, что: а) уравнения (3.9) — (3.12) и (5.2) — (5.5) позволяют получить такую информацию относительно конечномерной МС, как ее управляемость, наблюдаемость и импульсная переходная функция; б) полученные матричные уравнения Риккати (3.10) и (5.3) полностью совпадают с уравнениями (3.4) и (3.5), полученными в теории линейного синтеза [2—5]; в) разработанный метод позволяет решить актуальные практические задачи линейного синтеза МС, содержащих граничные управления, возмущения, а также точечные датчики неполных и искаженных шумом наблюдений и описываемых с частными производными.

ЕРИНХ

5. II. 1984

Վ. Կ. ԲՐՈՒՏՅԱՆ

ԱՆՔՆԵՀԱՏ ՄԱՐԿՈՎՅԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՄԱՆ ՄԻ ՄԵԹՈԴԻ ՄԱՍԻՆ

Ա. մ փ ո փ ո լ մ

Անընդհատ մարկովյան համակարգերի դեկավարման դժային օրինքի սինթեզման և դրույթյան վեկտորի գնահատականի կառուցման խնդիրների լուծման համար մշակվում է մի ընդհանուր մեթոդ, որը իրենից ներկայացնում է անհրաժեշտ մատրիցների կիսախմբային հատկությունից ստացվող դիֆերենցիալ հավասարումների թվային ինտեգրման սխեմա: Դեկավարման և դիտման մատ-

ըիցները տրվում են ղեկավարման գծային օրենքի սինթեզման և դրուժյան լիկ-
տորի գնահատականի կառուցման խնդիրների կանոնական հավասարումներից
ստացվող դիֆերենցիալ հավասարումների օգնությամբ: Հիմնավորվում է նշված
խնդիրների երկակի բնույթը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры.— М.: Наука, 1970.— 400 с.
2. Брутян В. К. Основные аспекты теории непрерывных марковских управляемых си-
стем и ее приложение.— Ереван, Айастан, 1984.— 296 с.
3. Брутян В. К. Об одной задаче управления с неполной обратной связью линейными
марковскими системами со случайными параметрами.— Изв. вузов. Авиацион-
ная техника, 1984, № 2, с. 21—26.
4. Казаков И. Е., Мальчиков Г. В. Анализ стохастических систем в пространстве со-
стояний.— М.: Наука, 1983.— 384 с.
5. Чаки Ф. Современная теория управления.— М.: Мир, 1975.— 424 с.
6. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления.— М.: Наука,
1969.— 386 с.

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

С. Г. КЮРЕГЯН, Р. А. АКОПЯН

АНАЛИЗ УСТАНОВИВШИХСЯ ОШИБОК В СИСТЕМАХ
УПРАВЛЕНИЯ С ЗОНАМИ НЕЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Большинство элементов реальных измерительных систем (ИС) и систем автоматического управления (САУ) обладают зонами нечувствительности, что приводит к возникновению дополнительной составляющей в установившейся ошибке управления [1, 2].

Представляет интерес анализ установившихся ошибок в многомерных САУ, когда в прямых и перекрестных связях имеются элементы с зонами нечувствительности.

Рассмотрим отдельный элемент с зоной нечувствительности (рис. 1), динамическая часть которого описывается в операторной форме Лапласа как $Y_{ij} = \frac{A_{ij}(s)}{B_{ij}(s)} X_{ij}(s)$, где $A_{ij}(s)$ и $B_{ij}(s)$ — полиномы от s .

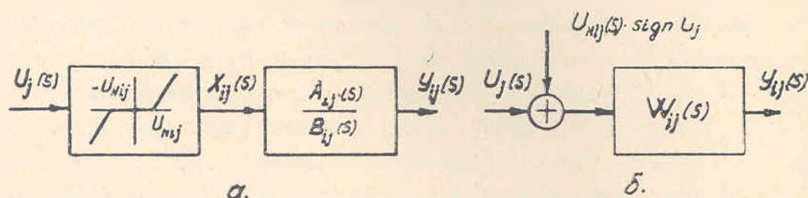


Рис. 1.

Статическую нелинейность опишем следующим выражением:

$$X(s) = \begin{cases} k_{ij} [U_j(s) - U_{nij}(s) \operatorname{sign} U_j] & \text{при } U_j(s) \operatorname{sign} U_j > U_{nij}(s); \\ 0 & \text{при } U_j(s) \operatorname{sign} U_j \leq U_{nij}(s). \end{cases}$$

Тогда весь элемент можно описать так:

$$Y(s) = \begin{cases} W_{ij}(s) [U_j(s) - U_{nij}(s) \operatorname{sign} U_j] & \text{при } U_j(t) \operatorname{sign} U_j > U_{nij}(s); \\ 0 & \text{при } U_j(s) \operatorname{sign} U_j \leq U_{nij}(s), \end{cases}$$

где $W_{ij}(s) = k_{ij} \frac{A_{ij}(s)}{B_{ij}(s)}$ — передаточная функция элемента с зоной нечувствительности.

Элемент с зоной нечувствительности можно представить как звено с внешним возмущением — $U_{nj}(s) \operatorname{sign} U_j$ (рис. 1б).

Введем следующие векторы многомерного элемента:

- вектор входных сигналов $U(s) = \{U_j(s)\}$, $j = 1, 2, \dots, n$;
- вектор выходных сигналов $Y(s) = \{Y_i(s)\}$, $i = 1, 2, \dots, n$;
- векторы величин зон нечувствительности $U_{nj}(s) = \{U_{nj}(s)\}$.

Введем следующие матрицы: $W(s) = \{W_{ij}(s)\}$; $W_n(s) = \operatorname{diag} W_i(s)$; $C = \operatorname{diag} \{\operatorname{sign} U_i\}$ — матрица знаков входных сигналов, где матрица — строка $W_i(s) = \{W_{ij}(s)\}$.

Обозначим вектор: $U_n(s) = CU_{nj}(s)$. Тогда многомерный элемент можно описать следующим матричным уравнением:

$$Y(s) = \begin{cases} W(s) U(s) - W_n(s) U_n(s) & \text{при } CU(s) > U_{n\max}(s); \\ 0 & \text{при } CU(s) \leq U_{n\min}(s), \end{cases} \quad (2)$$

где $U_{n\max}(s)$ — вектор-столбец, каждый j -ый элемент которого равен небольшому значению элемента вектора $U_{nj}(s) = \{U_{nj}(s)\}$, а $U_{n\min}(s)$ — вектор-столбец, каждый j -ый элемент которого равен наименьшему значению элемента вектора $U_{nj}(s)$.

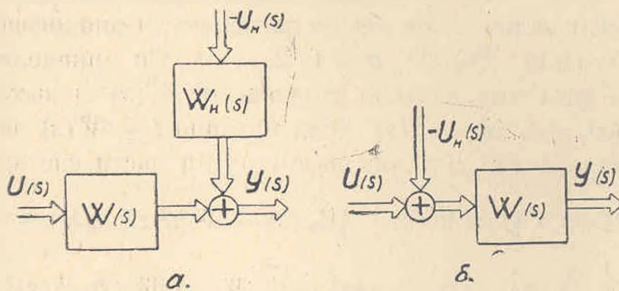


Рис. 2.

При выполнении первого условия (2) все связи в многомерном элементе функционируют и такой элемент можно представить в виде схемы, изображенной на рис. 2а.

Если многомерный элемент с зонами нечувствительности несвязанный, т. е. $W_{ij}(s) = 0$ для всех $i \neq j$, то $W(s) = \operatorname{diag} \{W_{ij}(s)\}$, и матрица $W_n(s)$ совпадает с матрицей $W(s)$, а вектор $U_n(s) = CU_{nj}(s)$. В этом случае при функционировании всех прямых связей многомерный элемент можно описать выражением:

$$Y(s) = W(s) [U(s) - U_n(s)] \quad \text{при } CU(s) > U_{n\max}(s), \quad (3)$$

чему будет соответствовать схема, представленная на рис. 2б.

Допустим, что выполняется условие

$$CU(s) > U_{n\max}(s). \quad (4)$$

Очевидно, что если все входные сигналы одного знака, то и все установившиеся выходные сигналы имеют тот же знак. При нарушении этого условия знаки выходных сигналов многомерного элемента могут быть любыми в зависимости от параметров элемента

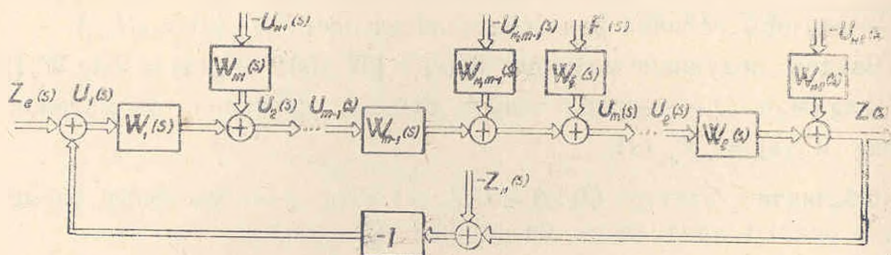


Рис. 3.

Теперь рассмотрим замкнутую САУ (рис. 3), состоящую из l многомерных элементов с зонами нечувствительности в прямой цепи и одним элементом в цепи обратной связи, передаточная матрица которого представляет собой единичную диагональную отрицательную матрицу $-I$. Между элементами $m-1$ и m аддитивно приложено возмущающее воздействие $F(s)$ через передаточную матрицу $W_f(s)$. Из схемы рис. 3 видно, что наличие зон нечувствительности аналогично действию внешних возмущений $U_{np}(s)$, $p = 1, 2, \dots, l$. По определению вектор ошибки равен разности вектора задающего $Z(s)$ и выходного $Z(s)$ сигналов: $\delta Z(s) = Z_e(s) - Z(s)$. Если матрица $I + W(s)$ не особенная, где $W(s)$ передаточная матрица разомкнутой части системы, то

$$\delta Z(s) = [I + W(s)]^{-1} [Z_e(s) - W(s) C_z Z_n(s) + \sum_{q=1}^l \prod_{j=1}^q W_{j+1}(s) \cdot W_{nq}(s) - \prod_{j=1}^m W_j(s) W_f(s) \cdot F(s)], \quad (5)$$

где $C_z = \text{diag} \{\text{sign } Z_i\}$, $Z_n = \{Z_i(s)\}$.

Здесь и далее, если нижний индекс сумм и произведений меньше верхнего, то соответствующие суммы и произведения равны нулю. Примем

$$W_{l+1}(s) = W_0(s) = I, \quad \lim_{s \rightarrow 0} W_f(s) = K_f,$$

где K — матрица коэффициентов возмущающих воздействий.

Допустим, что все внешние воздействия, возмущения и зоны нечувствительности постоянные, т. е.

$$Z_e(s) = \frac{1}{s} Z_e; \quad F(s) = \frac{1}{s} f; \quad U_{nqj}(s) = \frac{1}{s} U_{nqj}; \quad Z_n(s) = Z_n;$$

$$q = 1, 2, \dots, l, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Будем полагать, что при указанных условиях рассматриваемая САУ устойчива.

1. *Статическая система.* В этом случае для элементов и системы в общем справедливо соотношение:

$$\lim_{s \rightarrow 0} W_q(s) = K_q; \quad \lim_{s \rightarrow 0} W_{eq}(s) = K_{eq}; \quad \lim_{s \rightarrow 0} W(s) = \prod_{q=1}^n K_q = K,$$

где K_q, K_{eq} — матрицы, образованные из коэффициентов усиления соответствующих передаточных функций.

Если согласно ранее принятым условиям имеем:

$$K_{q+1} = K_q = I; \quad K_{-1} = 0.$$

Если все элементы задающего вектора Z_e положительны, то матрица $C_e = I$. Используя предельные соотношения преобразования Лапласа к (5), определим вектор установившихся ошибок δZ при принятых ранее внешних воздействиях:

$$\delta Z = (I + K)^{-1} \left[Z_e - K Z_n + \sum_{j=1}^q \prod_{i=1}^j K_{i+1} K_{nq} U_{nq} - \prod_{i=1}^n K_i K_i f \right]. \quad (6)$$

В выражении (6) неизвестны матрицы $C_q = \text{diag} \{ \text{sign } u_i \}$, входящие в u_{nq} .

Для функционирования в установившемся режиме всех связей многомерных элементов необходимо выполнение условия (4) и условия функционирования обратной связи системы, т. е.:

$$\begin{cases} C_q \cdot u_q > u_{q\max}, & q = 1, 2, \dots, n; \\ z > z_n. \end{cases} \quad (7)$$

Перебором всех возможных $N = (l + 1) 2^n$ значений знаков элементов матриц C_q можно найти матрицы, удовлетворяющие неравенствам (7).

2. *Астатическая система.* Допустим, что все элементы матрицы содержат интегрирующие звенья $\frac{1}{s}$. Тогда матрицу $W_q(s)$ можно представить в виде $W_q(s) = \frac{1}{s} W_{q0}(s)$, где матрица $W_{q0}(s)$ статическая, для которой $\lim_{s \rightarrow 0} W_{q0}(s) = K_{q0}$.

Предположим, что все остальные передаточные матрицы системы статические. В таком случае передаточную матрицу разомкнутой части системы можно записать как

$$W(s) = \frac{1}{s} W_0(s), \quad \text{где } \lim_{s \rightarrow 0} W_0(s) = K.$$

Матрица

$$[I + W(s)]^{-1} = s[sI + W_0(s)]^{-1}, \quad \text{где } \lim_{s \rightarrow 0} [sI + W_0(s)]^{-1} = K^{-1}.$$

Соответствующим образом представим клетки матрицы

$$W_{nvi}(s) = \frac{1}{s} W_{nvi0}(s), \text{ где } \lim_{s \rightarrow 0} W_{nvi0}(s) = K_{nvi}, \quad i=1, 2, \dots, n,$$

Примем, что астатический элемент $W_v(s)$ располагается в любом месте v до точки приложения возмущения $F(s)$: $1 \leq v \leq m$.

Применяя предельные соотношения к выражению (5) и учитывая принятые внешние воздействия, получим вектор установившейся ошибки:

$$\delta z = -z_n + K^{-1} \sum_{q=v}^1 \prod_{j=1}^q K_{j+1} K_{nq} u_{nq}. \quad (8)$$

Процесс установится при выполнении следующего условия:

$$C_v u_v = u_{nv \min}. \quad (9)$$

Для функционирования всех связей в элементах необходимо выполнение следующих условий:

$$C_q u_q > u_{nq \max}, \quad q = 1, 2, \dots, v-1, \quad (10)$$

$$z > z_n$$

Из (10) определяются матрицы C_q для всех $q=1, 2, \dots, v-1$, а из (9) матрица C_v . Зная эти матрицы, можно вычислить вектор установившейся ошибки по (8). Знаки элементов матрицы C_v могут быть любыми в зависимости от характера переходного процесса, поэтому при вычислении вектора установившейся ошибки можно оценить наибольшее значение δz , варьируя знаками элементов матрицы C_v .

Как видно из (8), вектор установившейся ошибки в этом случае не зависит от вектора возмущающих воздействий. Зоны нечувствительности элементов, расположенных перед астатическим элементом, дают дополнительные составляющие ошибки. Если астатический элемент будет расположен после места приложения вектора возмущения f : $m \leq v \leq l$, то система не будет астатической, поскольку установившиеся ошибки будут содержать составляющие, зависящие от возмущений [3].

Если только диагональные элементы матрицы $W_v(s)$ содержат интегрирующие звенья, а остальные элементы статические, то

$$W_v(t) = \frac{1}{s} W_{vg}(s), \text{ где } \lim_{s \rightarrow 0} W_{vg}(s) = K_v = \text{diag} \{K_{vi}\}.$$

Для этого случая так же можно использовать (8). Аналогичные преобразования можно провести для различных случаев наличия интегрирующих звеньев в передаточных матрицах системы.

Полученные результаты позволяют определить и производить параметрическую коррекцию установившихся ошибок в ИС и САУ при наличии в их структуре элементов с зонами нечувствительности.

**ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ ԱՆՁԳԱՅՈՒԹՅԱՆ ՏԻՐՈՒՅԹՆԵՐՈՎ
ԿԱՅՈՒՆԱՅՎԱԾ ՍԽԱԼՆԵՐԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒՄԸ**

Ա մ փ ո փ ու մ

Անընդհատ բաղմաչափ կառավարման համակարգերում կայունացված սխալների վերլուծման հիման վրա անզգայնության տիրույթների առկայության դեպքում կայունացված սխալների և համակարգերի պարամետրերի միջև ստացված են կապեր:

Ստացված արդյունքները կարող են օգտագործվել շափման և կառավարման համակարգերի վերլուծման և համադրության համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления, ч. II.— М.: Энергия, 1965.— 364 с.
2. Теория автоматического управления /Под ред. А. В. Нетуйчла.— М.: Высшая школа, 1976.— 400 с.
3. Морозовский В. Т. Многовязные системы автоматического регулирования.— М.: Энергия, 1970.— 288 с.

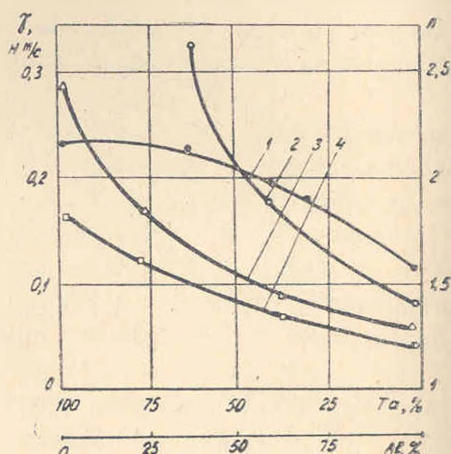
А. М. АВЕТИСЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВ СПЛАВОВ ОКСИДА ТАНТАЛ—АЛЮМИНИЯ

В настоящее время диэлектрические пленки находят широкое применение в оптике, микро- и оптоэлектронике для изготовления различного рода полупроводниковых и оптических приборов.

Большой интерес для современной микроэлектроники представляют пленки оксидов тантала (Ta_2O_5) и алюминия (Al_2O_3). Свойства этих оксидов достаточно хорошо исследованы [1, 2]. В качестве диэлектрического слоя начали использовать также оксиды на основе тантал—алюминия ($Ta-Al$)O, свойства которых изучены в недостаточной степени [3].

Рис. Зависимость скорости осаждения γ и коэффициента преломления сплавов ($Ta-Al$)O от состава мишени при различных содержаниях кислорода; 1—0; 2—0,5%; 3—4%; 4—8%.



В настоящей работе приводится описание технологии получения методом реактивного катодного распыления композиционных диэлектрических пленок ($Ta-Al$)O с различным содержанием компонентов. Эти пленки получены на установке диодной системы катодного распыления с использованием составной мишени из $Ta-Al$.

Зависимость скорости осаждения γ сплава ($Ta-Al$)O, а также коэффициента преломления n пленок от процентного содержания Ta и Al в сплаве мишени приведены на рисунке при разном процентном содержании кислорода. Из кривых видно, что увеличение содержания кислорода приводит к резкому уменьшению γ для мишеней, содержащих большой процент тантала.

Так как при катодном распылении и низких давлениях (0,7 Па) концентрация захваченных пленкой атомов инертного газа мала, а энергия распыленных частиц при ударе велика, получение однородных пленок на больших плоскостях несколько затруднено.

Содержание кислорода в распыляющем газе приводит к окислению поверхности мишени, причем, процесс окисления носит характер затухания. Образование оксидных слоев на поверхности мишени приводит к накоплению положительного заряда, которое замедляет скорость осаждения и создает неоднородные пленки с невоспроизводимыми параметрами. Уменьшение содержания кислорода вследствие замедления процесса окисления снижает разброс значений γ на поверхности мишени и способствует улучшению однородности оксидной пленки, т. е. поддерживая минимальное процентное содержание кислорода и подбирая оптимальные соотношения между ним и γ , можно получить однородные пленки.

Установлено, что при реактивном катодном распылении оксидных материалов в атмосфере аргона с примесью кислорода увеличение процентного содержания кислорода для каждого материала возможно до некоторого порогового значения. Для оксида тантала оптимальное содержание кислорода составляет 7%. При нарушении этого соотношения между кислородом и аргоном возможно получение пленок тантала и оксиды тантала ($< 7\%$) и только оксиды тантала ($> 7\%$).

Были получены также пленки оксида алюминия. Эксперименты показывают, что для получения Al—O оптимальное процентное содержание кислорода составляет 0,5%, при котором скорость осаждения выше и однородность пленки наиболее приемлемая.

Уменьшение скорости осаждения с увеличением процентного содержания кислорода объясняется окислением поверхности мишени. При дуговой системе катодного распыления скорость осаждения по краям мишени протекает эффективнее, чем в центре, следовательно, окисление в центре мишени больше. Этот эффект проявляется после долгого распыления с использованием большого количества кислорода и сильно влияет на однородность полученных пленок.

Полученные результаты имеют практическое значение для микроэлектронной промышленности и могут быть применены при производстве тонкопленочных гибридных интегральных схем.

ЕрПИ им. К. Маркса

5. V. 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. Lecontellec M., Morin F. An investigation of metal insulator semiconductor structures with Al_2O_3 insulating layers obtained by electron gun evaporation. — Thin Solid films, 1978, 52, p. 63—68.
2. Reddy P. K., Jawalekar S. R. Dielectric properties of tantalum oxynitride films. — Phys. stat. sol. (a), 1979, 54, K63.
3. Reddy P. K., Bnagavat G. K., Jawalekar S. R. Properties of thin film capacitors made with reactively sputtered Ta—Al. — Thin Solid films, 1980, 72, p. 443—448.

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Э. В. КАРСЛЯН, А. М. МЕЛКУМЯН

О ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛАХ В НЕЛИНЕЙНЫХ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Для определения существования нелинейных колебаний, или как их называют, гредельных циклов в системе, в самом общем случае необходимо показать наличие устойчивого периодического решения уравнений, описывающих данную систему. Использование средств вычислительной техники при этом необходимо для точного решения исходных нелинейных дифференциальных уравнений, однако роль приближенных методов при исследовании колебательных режимов в нелинейных системах не ослабевает. Зависимости между основными характеристиками колебательных процессов, т. е. амплитудой, частотой и параметрами модели системы (коэффициентами усиления, постоянными времени и т. д.) можно получить методом гармонической линеаризации. В то же время установление таких зависимостей решением нелинейных дифференциальных уравнений с помощью вариаций параметров системы является весьма длительной процедурой. Поэтому расширение теории гармонической линеаризации на многосвязные нелинейные системы автоматического регулирования (МСАР) с несколькими входами и выходами для разных специальных случаев было предложено рядом авторов. Достаточно подробный обзор существующих методов исследования нелинейных колебаний в одномерных системах, а также в системах с несколькими входами и выходами дается в [1].

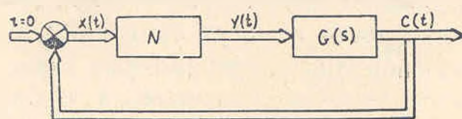


Рис.

На рисунке представлена структурная схема многосвязной системы. Элементами $(n \times n)$ матрицы линейной части $G(s)$ являются $G_{ij}(s)$, а N — $(n \times n)$ матрица нелинейностей. Применение метода гармонической линеаризации при исследовании нелинейных многосвязных систем (рис.) включает следующие предположения [1]:

— элементы матрицы $G(s)$ действуют как фильтры низких частот, эффективно подавляющие высокочастотные гармоники;

— если в системе имеет место предельный цикл, то все контуры будут колебаться с одинаковой частотой.

Одной из главных трудностей, встречающихся в проектировании нелинейных МСАР с помощью частотных методов, является либо возможность их применения в системах с двумя входами и двумя выходами, либо быстрое увеличение сложности при возрастании размерности системы.

Учитывая эти затруднения, при исследовании и проектировании нелинейных МСАР возникает необходимость в оценке меры удаленности этих систем от колебательного режима. Для линейных МСАР на основе многомерного критерия устойчивости Найквиста и сингулярного разложения комплексных матриц [2] получена такая оценка [3]. Под сингулярным разложением комплексной матрицы A понимается выражение вида

$$A = USN^H, \quad (1)$$

где U, V — $(n \times n)$ комплексные унитарные матрицы; $S = \text{diag} \{ \sigma_1, \dots, \sigma_n \}$, при условии $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$; σ_i — сингулярные числа матрицы; A — положительные корни собственных значений матрицы $A^H A$; A^H — комплексно сопряженная и транспонированная матрица от A .

Для системы, изображенной на рисунке, уравнение гармонического баланса линеаризованной МСАР в предположении об одночастотности периодического режима имеет вид

$$[I + G(j\omega) N(a, \omega)] x = 0, \quad (2)$$

где $G(j\omega)$ — $(n \times n)$ матрица передаточных функций линейной части; a — n — вектор амплитуд колебаний переменных x_i в отдельных каналах; ω — частота колебаний.

Как и в случае линейных систем матрицу $F(j\omega, a) = I + G(j\omega) N(a, \omega)$ назовем матрицей возвратной разности гармонически линеаризованной нелинейной МСАР. Уравнение (2) имеет нетривиальное решение тогда, когда

$$\det F(j\omega, a) = 0. \quad (3)$$

Аналогично линейному случаю [3] введем меру удаленности нелинейной МСАР, как меру удаленности матрицы возвратной разности от вырожденности следующим образом:

$$\inf_{a, \omega \geq 0} \left\{ \inf_{x \neq 0} \frac{\|F(j\omega, a) x\|_2}{\|x\|_2} \right\} = \inf_{a, \omega \geq 0} \sigma_{\min} [F(j\omega, a)], \quad (4)$$

где $\|\cdot\|_2$ — спектральная норма; $\sigma_{\min}(\cdot)$ — минимальное сингулярное число матрицы.

Обозначим:

$$Z(\Omega, A) = \inf_{a, \omega \geq 0} \sigma_{\min} [F(j\omega, a)]. \quad (5)$$

В нелинейной МСАР может иметь место предельный цикл, если выполняется условие

$$Z(\Omega, A) = 0. \quad (6)$$

Можно организовать систематический поиск значений $\omega = \Omega$ и $a = A$, которые определяют величину $Z(\Omega, A)$, используя универсальные программы минимизации. Если условие (6) выполняется, то соответствующие значения Ω и A могут являться параметрами предельного цикла. На основании вышесказанного разработан комплекс программ, реализующий определение возможных параметров предельных циклов.

ЕрПИ им. К. Маркса

15. I. 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. *Atherton D. P., Dorrah H. T.* A survey on nonlinear oscillations. — *Int. J. Control*, 1980, v. 31, № 6, p. 1041—1105.
2. *Stewart G. W.* Introduction to Matrix Computations. — New York: Acad. Press, 1973. 411p.
3. *Солодовников В. В., Карсян Э. В.* О грубости линейных многомерных систем автоматического управления. — В кн.: Создание и внедрение автоматизированных и автоматических систем управления непрерывными и дискретно-непрерывными технологическими процессами: Тез. докл. X всесоюзного научно-технического совещания, Алма-Ата, 14—16 сентября 1983, с. 196—197.

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Г. Г. ОГАНЕСЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕСТ РАЗМЕЩЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ
 ЦЕНТРОВ КОЛЛЕКТИВНОГО ПОЛЬЗОВАНИЯ С УЧЕТОМ
 ДЕЙСТВУЮЩИХ В РЕГИОНЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЦЕНТРОВ

Одной из задач, возникающих при проектировании территориальных сетей вычислительных центров (ВЦ), является определение мест размещения ВЦ коллективного пользования (ВЦКП). Эта задача, относящаяся к классу задач нелинейного дискретного программирования, при большой размерности не может быть решена точными методами, исходя из практических ограничений, накладываемых на объем памяти и быстродействие ЭВМ.

Большое число вариантов размещения ВЦКП, равное $Q = 2^m - 1$ [3], где m — количество пунктов возможного размещения, практически не позволяет найти наилучшее решение методом полного перебора уже при $m \geq 20$. Поэтому необходимо создание алгоритмов, которые за приемлемое машинное время позволят получить субоптимальное размещение ВЦКП.

Задача определения мест оптимального размещения ВЦКП обычно решается без учета того, что в регионе, для которого проектируется сеть, уже могут быть и реально функционировать отдельные ВЦ. Такая задача решена, в частности, в [2, 3]. Однако, в подавляющем большинстве случаев в регионе обычно действуют отдельные ВЦ и определение мест размещения ВЦКП без учета этого фактора приводит к лишним затратам. Поэтому в настоящей работе ставится задача определения мест оптимального размещения ВЦКП в регионе с учетом действующих в нем ВЦ.

1. *Постановка задачи.* Пусть имеется множество $A = \{a_i\}$ абонентов сети ВЦ—источников задач, причем, каждый пункт a_i определен координатами x_i и y_i и заданы множество $V = \{v_i\}$, где v_i — вырабатываемый в a_i объем информации и множество $S = \{s_i\}$, где s_i — приведенные затраты на создание в a_i терминальной станции, оснащаемой в зависимости от потребностей дисплеями, интеллектуальными терминалами, устройствами печати и т. д.

Задано также множество $E = B \cup D$, где B — множество пунктов, где возможно размещение ВЦКП и D — множество пунктов, где уже размещены и функционируют ВЦ, причем, $E \subseteq A$, $B \subseteq A$, $D \subseteq A$, $B \cap D = \emptyset$. Известна также q_i — производительность ВЦ в пункте $a_i \in D$. Таким образом, каждый пункт a_i определен шестью параметрами: $a_i = (x_i, y_i, t_i, v_i, s_i, q_i)$, где тип пункта t_i определяет принадлежность пункта к одному из 3 возможных множеств — B , D , $A \setminus E$. Очевидно, что $q_i = 0$ при $a_i \in D$.

Введем функцию приведенных затрат (ПЗ) на организацию связи, когда информация из пункта a_i передается для обработки в a_j , имеющую вид:

$$C_{i,j}(l_{i,j}, v_i) = C_{i,j}^{св}(l_{i,j}, v_i) + s_i.$$

Функция $C_{i,j}^{св}(l_{i,j}, v_i)$ представляет собой ПЗ собственно на связь и для телефонных каналов связи (ТКС) имеет вид:

$$C_{i,j}^{св}(l_{i,j}, v_i) = (GE_n R l_{i,j} + C_{тф}(l_{i,j})) \left\lceil \frac{8v_i}{\rho} \right\rceil,$$

где $l_{i,j}$ — расстояние между a_i и a_j ; $G = 0$, если используются уже существующие ТКС и $G = 1$, если требуется их создание; $C_{тф}(l_{i,j})$ — стоимость аренды одного ТКС, приведенная в [1]; v_i — объем информации абонента a_i , байт/с; ρ — пропускная способность ТКС ($\rho = 1200$ бод), причем, знак $\lceil \rceil$ означает округление до ближайшего целого с избытком; R — капитальные затраты *канало-километр*; E_n — нормативный коэффициент совокупности капиталовложений.

ПЗ на создание ВЦКП производительностью P в пункте $a_i \in B$ определяется выражением:

$$C_{вц}^B(P) = E_n C_{кап}(P) + C_{эксп}(P),$$

где $C_{кап}(P)$ — капитальные затраты на создание ВЦКП, а $C_{эксп}(P)$ — эксплуатационные затраты по содержанию ВЦКП. Величины $C_{кап}(P)$ и $C_{эксп}(P)$ приведены в [1].

ПЗ $C_{вц}^D(P)$ на создание ВЦКП производительностью P в пункте $a_i \in D$ определим с учетом уже действующих в a_i ВЦ производительностью q_i , причем, при определении q_i учитываются в ВЦ только те ЭВМ, которые позволяют работу в режиме разделения времени. ПЗ $C_{вц}^D(P)$ определим следующим образом:

$$C_{вц}^D(P) = \begin{cases} E_n C'(P) + C_{эксп}(P) & \text{при } P \leq q_i; \\ E_n C_{кап}(P - q_i) + C_{эксп}(P - q_i) + E_n C'(q_i) + C_{эксп}(q_i) & \text{при } P > q_i. \end{cases}$$

где $C'(P)$ — капитальные затраты на оснащение действующего ВЦ производительностью P дополнительным оборудованием, необходимым для перевода в режим коллективного пользования.

Следовательно, постановка задачи формулируется следующим образом: требуется определить такие места $E^* = B^* \cup D^*$ действительного размещения ВЦКП и такое множество обслуживаемых каждым из них абонентов A_e (называемое множеством привязок), при которых обеспечивается минимум ПЗ на передачу и обработку информации в сети при условии полного удовлетворения потребности в обработке информации всех абонентов сети. Задача в аналогичной постановке, но без учета уже размещенных и реально функционирующих ВЦ, была рассмотрена, в частности, в [1—3].

Таким образом, требуется минимизировать функцию:

$$W = \sum_{j \in E^*} \sum_{i \in A} C_{i,j}(l_{i,j}, v_i) \delta_{i,j} + \sum_{j \in B^*} C_{\text{ин}}^B(P_j) + \sum_{j \in D^*} C_{\text{ин}}^D(P_j)$$

при следующих ограничениях:

$$\sum_{j \in E^*} \delta_{i,j} = 1; \quad \sum_{i \in A} v_i \delta_{i,j} = \sum_{i \in A_e} v_i = H_j; \quad P_j = \gamma H_j,$$

где $\delta_{i,j} = 1$, если информация абонента a_i обрабатывается в ВЦ _{j} и $\delta_{i,j} = 0$ — в противном случае; H_j — суммарный объем информации, подлежащий обработке в ВЦ _{j} ; γ — коэффициент для оценки требуемой производительности P_j по величине H_j , который [2] для задач планирования равен 1500 оп/байт.

2. *Определение мест субоптимального размещения ВЦКП.* Для решения поставленной задачи (при радиальной структуре сети) предлагается комплексный алгоритм [3] с определенной модификацией, вызванной наличием пунктов $a_i \in D$, который состоит из следующих шагов:

1. Считая, что в любом пункте $a_i \in E$ размещен ВЦКП, выполняется исходная привязка всех абонентов $a_i \in (A \setminus E)$ по критерию минимума ПЗ на организацию связи и вычисляется сумма ПЗ W .

2. Выполняются итерации для множества B , целью которых является уменьшение величины W за счет удаления некоторых ВЦКП из этого множества и перераспределения абонентов между оставшимися ВЦКП.

Пусть в результате k итераций определены B_k и W_k . На $(k+1)$ -ой итерации удаляется ВЦКП, имеющий наименьшее значение H (этот критерий предложен в [2]), затем выполняется привязка абонентов и вычисление ПЗ W' . Если $W' \leq W_k$, то удаление успешно, принимается $W_{k+1} = W'$ и выполняется $(k+2)$ -ая итерация; в противном случае — аннулируются результаты выполненного удаления, удаляется следующий ВЦКП в порядке убывания H и т. д. до тех пор, пока либо не получим $W' \leq W_k$, либо все ВЦКП будут просмотрены и ни одно из удалений не оказалось успешным, что является признаком окончания данного шага.

3. Выполняются идентичные шагу 2 итерации, но для множества D , в результате чего получаем первый субоптимальный вариант размещения ВЦКП.

4. На основании исходной привязки выполняются итерации для множества B . На $(k + 1)$ -ой итерации один за другим, поодиночке, условно удаляются все оставшиеся ВЦКП в пунктах $a_i \in B_k$ и для каждого получаемого условного варианта размещения вычисляется W . Затем определяется тот ВЦКП, который обеспечивает локальный оптимум (удаление, приводящее к максимальному уменьшению величины W_k), выполняется его реальное удаление из B_k и переход к $(k + 2)$ -ой итерации. Выполнение шага завершается, когда при очередной итерации условное удаление любого из оставшихся ВЦКП не приводит к уменьшению величины ПЗ W .

5. Выполняются идентичные шагу 4 итерации, но для множества D , в результате чего получаем второй субоптимальный вариант размещения ВЦКП.

6. Из двух полученных вариантов выбирается наилучший по критерию минимума величины приведенных затрат W .

Таким образом, дается постановка задачи определения оптимальных мест размещения ВЦКП с учетом уже действующих в регионе ВЦ и предлагается модифицированный комплексный алгоритм ее решения, позволяющий найти субоптимальный вариант размещения ВЦКП.

ЕрПИ им. К. Маркса

12. IX. 1984

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Основы построения больших информационно-вычислительных сетей /Под общ. ред. Д. Г. Жимерина и В. Н. Максименко.— М.: Статистика, 1976.— 296 с.
2. Зайченко Ю. П. Алгоритмы топологической оптимизации сетей передачи данных и ЭВМ.— Управляющие системы и машины, 1977, № 4, с. 14—19.
3. Оганесян Г. Г. Определение мест размещения вычислительных центров коллективного пользования.— Ереван, 1984.— 12 с.— Рукопись представлена Ереванск. политехн. ин-том. Деп. в ВИНТИ 5 марта 1984, № 3Ар—84Деп.

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

А. М. ХАЧАТУРЯН

ПОСТРОЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ СХВАТА
ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА

При выполнении промышленными роботами (ПР) транспортных операций к ним предъявляются требования к точности позиционирования и ориентации схвата в начальной и конечной точках, а точность отслеживания траектории не играет большой роли [1]. Для задания траектории движения схвата ПР при выполнении подобных операций используются алгоритмы аппроксимации

кривыми Безье, описываемые полиномиальными функциями [2]:

$$X(t) = \sum_{k=0}^n X_k J_{n,k}(t), \quad 0 \leq t \leq 1; \quad (1)$$

$$J_{n,k}(t) = \frac{n!}{k!(n-k)!} t^k (1-t)^{n-k},$$

где X_k , $X(t)$ — соответственно векторы координат опорных точек сегмента и текущих значений траектории; n — число опорных точек сегмента; t — нормированное время.

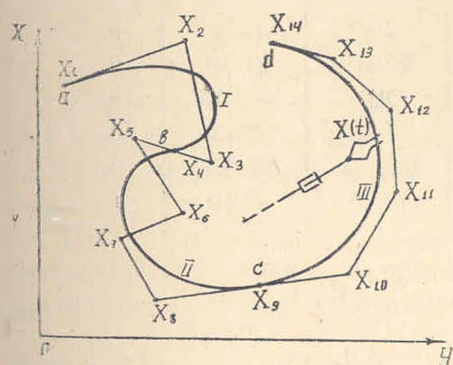


Рис. 1. Траектория движения схвата ПР.

Из полученных соотношений следует, что в начальной $X(0) = X_0$ и конечной $X(1) = X_n$ точках координаты совпадают, а текущие значения траектории проходят вблизи опорных точек (рис. 1).

Пример использования кривых Безье для аппроксимации плоской траектории на трех участках показан на рис. 1. Кривая I на участке ab — третьего порядка, кривые II и III на участках bc и cd — пятого порядка. В табл. 1 и 2 представлены значения коэффициентов $J(t)$ для типовых уравнений кривых при $n = 3$ и 5 соответственно.

При построении траектории движения схвата ПР большое значение играют условия соединения сегментов. Обеспечение непрерывности траектории заданного порядка в местах сопряжения обуславливает непрерывность скорости и ускорения схвата ПР при выполнении транс-

портных операций (плавность движения схвата). Если Y и X соответственно векторы координат точек k -го и $(k+1)$ -го сегментов (рис. 2), где k — число сегментов, то первые производные в точке сопряжения вычисляются из выражений:

Таблица 1

i	t			
	0	1/3	2/3	1
0	1	8/27	1/27	0
1	0	4/9	2/9	0
2	0	2/9	4/9	0
3	0	1/27	8/27	1

Таблица 2

i	t					
	0	1/5	2/5	3/5	4/5	1
0	1	$(4/5)^5$	$(2/5)^5$	$(2/5)^5$	$(1/5)^5$	0
1	0	$(4/5)^4$	$2(3/5)^4$	$3(2/5)^4$	$4(1/5)^4$	0
2	0	$2(4/5)^3$	$54/125$	$72/125$	$32/125$	0
3	0	$32/125$	$72/125$	$54/125$	$128/125$	0
4	0	$4/125$	$48/125$	$162/125$	$256/125$	0
5	0	$(1/5)^5$	$(2/5)^5$	$(3/5)^5$	$(4/5)^5$	1

$$Y'(1) = n(Y_n - Y_{n-1}); \quad (2)$$

$$X'(0) = m(X_1 - X_0),$$

где n и m — число точек в k -ом и $(k+1)$ -ом сегментах, а $Y_n = X_0$.

Вторые производные в точке сопряжения сегментов определяются из выражений:

$$Y''(1) = n(n-1)(Y_n - 2Y_{n-1} + Y_{n-2}); \quad (3)$$

$$X''(0) = m(m-1)(X_0 - 2X_1 + X_2).$$

Условия непрерывности траектории движения схвата в местах сопряжения сегментов по первой и второй производной определяются из равенств:

$$m(X_1 - X_0) = n(Y_n + Y_{n-1}); \quad (4)$$

$$m(m-1)(X_0 - 2X_1 + X_2) = n(n-1)(Y_{n-2} - 2Y_{n-1} + Y_n),$$

совместное решение которых дает непрерывность скорости и ускорения схвата ПР при выполнении транспортных операций.

Алгоритм построения траектории движения схвата основан на использовании выражений (1) и (4) и реализован в виде программы на языке *PL/1*. Исходными данными для вычисления параметров траектории являются: число сегментов, число и координаты точек в сегменте, тип кривой (плоская или пространственная) и число точек, вычисляемых на каждом участке траектории.

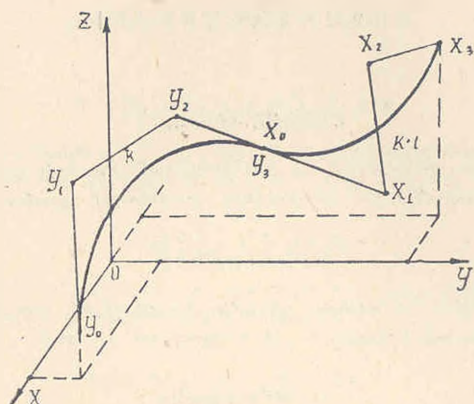


Рис. 2. Выполнение условий непрерывности скорости и ускорения схвата ПР при выполнении транспортных операций.

В отличие от алгоритмов, основанных на использовании многомерных кубических и параболических сплайнов, данный алгоритм позволяет формировать траектории движения схвата ПР в реальном масштабе времени.

Используя кривые Безье, можно также сформировать траекторию движения схвата, обеспечивающую обход препятствий, ограниченных многоугольником (рис. 1, участок *cd*).

ЕрПИ им. К. Маркса

27. I. 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. Пособие по применению промышленных роботов /Сб. ст., под ред. Н. Коцухко. Пер. с англ.— М.: Мир, 1975.— 451 с.
2. Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н. Сплайны в вычислительной технике.— М.: Наука, 1976.— 248 с.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

էջ

ՄԵՔԵՆԱՇԻՆՈՒԹՅՈՒՆ

- Մ. Վ. Կասյան, Հ. Բ. Բաղդասարյան, Հ. Հ. Հաբուրյանյան: Կորման դեպքում կոնտակտի ջերմաստիճանի ուսումնասիրումը մորթների գործունային պլանավորման մեթոդով 3

Է Ն Ե Ր Դ Ե Տ Ի Կ Ա

- Լ. Դ. Աղևկյան: Էլեկտրական համակարգի դինամիկ կալուսության բարելավումը հաստատուն հոսանքի էլեկտրահաղորդման գծի ուժեղացման միջոցով 8

ԷԼԵԿՏՐՍԵՆՆԻԿԱ

- Մ. Ա. Կարապետյան, Ա. Դ. Շահյան: Գլանական կոնդենսատորի դաշտում գտնվող դիէլեկտրիկական գնդի պոտենցիալի հաշվարկի վերաբերյալ 12
- Պ. Յու. Կասաբկ, Դ. Կ. Սաֆարյան, Ս. Յու. Մելնիկով: Երկարագային համասեղված ասինխրոն-ինդուկտորային շարժիչների բնութագրերը 17

ՀԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

- Վ. Կ. Բուռլան: Անընդհատ մարկովյան համակարգերի հետադուրման մի մեթոդի մասին 23

ՉԱՓՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

- Ս. Դ. Կլուբեդյան, Ռ. Հ. Հակոբյան: Կառավարման համակարգերում անզգայություն տիրույթներով կալունացված սխալների վերլուծումը 32

ԳԻՏԱԿԱՆ ՆՈՒԹԵՐ

- Ա. Մ. Ավետիսյան: Տանտալ-ալյումինիում օքսիդով համաձուլվածքի որոշ հատկությունների հետազոտումը 38
- Է. Վ. Ղարսյան, Ա. Մ. Մելքոնյան: Բազմակապ ոչ գծային ավտոմատ կարգավորման համակարգերում սահմանային ցիկլերի մասին 47
- Գ. Դ. Հովհաննիսյան: Կոլեկտիվ օգտագործման հաշվողական կենտրոնների տեղաբաշխման վայրերի որոշումը՝ ռեգիոնում գործող հաշվողական կենտրոնների առկայությամբ 43
- Ա. Մ. Խաչատրյան: Արդյունաբերական ոռոգոտի բռնի շարժման հետագծի կառուցումը 47

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

- М. В. Касьян, Г. Б. Багдасарян, Г. А. Арутюнян.* Исследование температуры контакта при резании методом факторного планирования экспериментов 3

ЭНЕРГЕТИКА

- Л. Г. Агемян.* Форсирование передачи постоянного тока для улучшения динамической устойчивости электрической системы 8

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

- М. А. Карапетян, А. Г. Шагян.* К расчету потенциала диэлектрического шара в поле цилиндрического потенциала 12
- П. Ю. Каасик, Г. К. Сафарян, С. Ю. Мельников.* Характеристики двухскоростных асинхронно-индукторных двигателей 17

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- В. К. Брутян.* Об одном методе исследования непрерывных марковских систем 23

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- С. Г. Кюрегян, Р. А. Акопян.* Анализ установившихся ошибок в системах управления с зонами нечувствительности 32

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

- А. М. Аветисян.* Исследование некоторых свойств сплавов оксида тантал-алюминия 38
- Э. В. Карсян, А. М. Мелкумян.* О предельных циклах в нелинейных многосвязных системах автоматического регулирования 40
- Г. Г. Оганесян.* Определение мест размещения вычислительных центров коллективного пользования с учетом действующих в регионе вычислительных центров 43
- А. М. Хачатурян.* Построение траектории движения схвата промышленного робота 47