

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵԴԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Журнал издается с 1948 г.
Выходит 6 раз в год на русском языке

Խ Ր Ա Ք Ր Ա Վ Ա Ն Կ Ո Ւ Ե Ք Ի Ա

Կասյան Խ. Վ. (պատ. խմբագիր), Ալոնց Հ. Տ. (պատ. խմբագրի տեղակալ),
Ալեքսեևսկի Վ. Վ., Անանյան Լ. Կ., Զառարյան Խ. Ա., Հակոբյան Ռ. Յ.,
Սարգսյան Յու. Լ., Ստակյան Խ. Գ., Տեր-Ազարի Ի. Ա.,
Փինաջյան Վ. Վ. (պատ. խմբագրի տեղակալ),
Պատասխանատու քարտուղար Ստեփանյան Զ. Կ.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Касьян М. В. (ответ. редактор), Алонц Г. Т. (зам. ответ. редактора),
Алексеевский В. В., Анания А. К., Акопян Р. Е., Задоян М. А.,
Пиниджян В. В. (зам. ответ. редактора), Саркисян Ю. Л.,
Стакин М. Г., Тер-Азарьев Н. А.
Ответственный секретарь Степанян Э. К.



Издательство АН АрмССР.

Известия АН АрмССР (серия техн. наук), 1984.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Э. Е. ПЕИСАХ, Ю. Л. САРКИСЯН

О ТОЧКАХ ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ,
НАИМЕНЕЕ ОТКЛОНЯЮЩИХСЯ ОТ ПРЯМОЙ

Плоская фигура e движется в совпадающей с ней неподвижной плоскости E . С e и E жестко связаны прямоугольные координатные системы oxy и OXY , соответственно. Движение фигуры e в плоскости E задано посредством таблицы N последовательных дискретных значений X_{o_l} , Y_{o_l} , θ_l ($l = 1, 2, \dots, N$) трех ее обобщенных координат X_o , Y_o , θ , где X_o , Y_o — координаты точки o фигуры e в системе OXY , θ — угол между осями OX и ox , отсчитываемый от OX к ox против часовой стрелки.

Рассмотрим следующую задачу: определить точку B плоской фигуры e , которая в N рассматриваемых положениях в смысле наименьших квадратов возможно мало отклоняется от прямой σ , принадлежащей плоскости E .

Подобная задача возникает при кинематическом синтезе плоских рычажных механизмов, в составе которых имеется звено, совершающее плоскопараллельное движение. Известные алгоритмы решения данной задачи [1, 2] являются в определенном смысле приближенными, поскольку в них в качестве функции отклонения искомой точки от приближаемой прямой принимались некоторые вспомогательные функции, не совпадающие с выражением отклонения, измеренного по нормали. В настоящей статье излагаются прямые процедуры решения рассматриваемой задачи, основанные на непосредственной минимизации отклонения по нормали.

В рассматриваемых положениях фигуры e расстояния по нормали точек B от приближаемой прямой σ имеют вид

$$h_l = X_{B_l} \cos \alpha + Y_{B_l} \sin \alpha - P \quad (l = 1, 2, \dots, N), \quad (1)$$

где P , α — параметры прямой, а X_{B_l} , Y_{B_l} выражается через неизвестные координаты x_B , y_B в системе oxy посредством известных формул преобразования координат:

$$\begin{aligned} X_{B_l} &= X_{o_l} + x_B \cos \theta_l - y_B \sin \theta_l; \\ Y_{B_l} &= Y_{o_l} + x_B \sin \theta_l + y_B \cos \theta_l. \end{aligned} \quad (2)$$

В соответствии с формулировкой задачи за критерий близости рассматриваемых положений точки B к прямой σ будет принята сумма

$$S = \sum_{i=1}^N h_i^2, \quad (3)$$

представляющая собой функцию переменных α , P , x_B , y_B .

Соответственно, искомые параметры будут определены из системы уравнений:

$$\partial S / \partial P = 0; \quad \partial S / \partial \alpha = 0; \quad \partial S / \partial x_B = 0; \quad \partial S / \partial y_B = 0. \quad (4)$$

Для обоснования предлагаемого метода поиска минимума функции S отойдем временно от общей схемы решения задачи, полагая x_B и y_B заданными.

При известном положении точки B в системе oxy параметры приближаемой прямой σ найдутся из первых двух уравнений (4). С учетом выражения (1) эти уравнения можно привести к виду:

$$\begin{aligned} a_1 \cos \alpha + a_2 \sin \alpha - PN &= 0; \\ a_4 \cos 2\alpha + \frac{1}{2}(a_5 - a_3) \sin 2\alpha - a_2 P \cos \alpha + a_1 P \sin \alpha &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= \sum X_{B_i}; & a_2 &= \sum Y_{B_i}; & a_3 &= \sum X_{B_i}^2; \\ a_4 &= \sum X_{B_i} Y_{B_i}; & a_5 &= \sum Y_{B_i}^2. \end{aligned}$$

Из системы (5) получаем:

$$P = (a_1 \cos \alpha + a_2 \sin \alpha) / N; \quad (6)$$

$$2c_1 \cos 2\alpha + (c_2 - c_3) \sin 2\alpha = 0, \quad (7)$$

где

$$c_1 = Na_4 - a_1 a_2; \quad c_2 = Na_3 - a_1^2; \quad c_3 = Na_5 - a_2^2.$$

Из (7) находим:

$$\sin 2\alpha_{1,2} = \pm \frac{2c_1}{t}; \quad \cos 2\alpha_{1,2} = \pm \frac{c_2 - c_3}{t}, \quad (8)$$

где

$$t = \sqrt{4c_1^2 + (c_2 - c_3)^2}.$$

Подставим P из (6) в (1) и затем h_i в (3):

$$S = \frac{1}{2N} [(c_2 + c_3) + (c_2 - c_3) \cos 2\alpha + 2c_1 \sin 2\alpha]. \quad (9)$$

Подставим соотношения (8) в (9):

$$S_{12} = \frac{1}{2N} (c_2 + c_3 \pm t). \quad (10)$$

Из (10) видно, что $S_{min} = S_2$. Отсюда

$$S = \frac{1}{2N} (c_2 + c_3 - l)$$

и

$$\sin 2\alpha = -\frac{2c_1}{l}, \quad \cos 2\alpha = -\frac{c_2 - c_3}{l}. \quad (11)$$

Из (11) находим:

$$\cos \alpha = \epsilon_1 \sqrt{\frac{l - c_2 + c_3}{2l}}; \quad \sin \alpha = -\frac{c_1}{l \cos \alpha}, \quad (12)$$

где $\epsilon_1 = +1$ или -1 .

Значение ϵ_1 найдем из условия $P \geq 0$. Подставим из (12) в (6):

$$P = \epsilon_1 \frac{a_1 (l - c_2 + c_3) - 2a_2 c_1}{N \sqrt{2l(l - c_2 + c_3)}}.$$

Отсюда следует, что

$$\epsilon_1 = \text{sign} [a_1 (l - c_2 + c_3) - 2a_2 c_1]. \quad (13)$$

Подставляя (13) в (12), определяем $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$, а затем из (6) величину P . Таким образом, определено соответствие, относящее любой точке B плоскости с единственную прямую σ , квадратически приближающую заданное множество N положений точки B .

Зададимся теперь углом α и определим значения x_B , y_B , P из необходимых условий минимума суммы (3). С этой целью подставим X_{B_i} , Y_{B_i} из (2) в (1) и преобразуем полученное выражение к виду

$$h_i = k_i x_B + l_i y_B - P + m_i, \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (14)$$

где

$$k_i = \cos(\alpha - \theta_i); \quad l_i = \sin(\alpha - \theta_i); \quad m_i = X_{O_i} \cos \alpha + Y_{O_i} \sin \alpha.$$

Параметры x_B , y_B , P найдем из системы:

$$\partial S / \partial x_B = 0, \quad \partial S / \partial y_B = 0, \quad \partial S / \partial P = 0. \quad (15)$$

На основании (3) и (14) из (15) получаем следующую систему линейных уравнений относительно x_B , y_B , P :

$$\begin{bmatrix} \sum k_i^2 & \sum k_i l_i & -\sum k_i \\ \sum k_i l_i & \sum l_i^2 & -\sum l_i \\ \sum k_i & \sum l_i & -N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ P \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sum m_i k_i \\ \sum m_i l_i \\ \sum m_i \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Определитель D системы (16) можно преобразовать к виду:

$$D = \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^N \sin(\theta_j - \theta_i) \right]^2 - N \sum_{1 \leq i < j \leq N} \sin(\theta_j - \theta_i).$$

Отсюда видно, что D не зависит от α .

Из системы (16) для любого фиксированного направления α приближающей прямой α можно определить единственное сочетание параметров x_B, y_B, P .

Вернемся вновь к задаче определения минимума функции S по всем четырем искомым параметрам.

Можно указать простой путь вычисления минимума S , суть которого заключается в следующем. Подставляем выражения $x_B(\alpha), y_B(\alpha), P(\alpha)$ из системы (16) в (3) и получаем функцию одной переменной $S(\alpha)$. Далее решается задача определения такого значения α^* , при котором достигается наименьшее значение $S(\alpha)$. Вполне приемлемым является метод перебора угла α с шагом $\Delta\alpha = 1^\circ$ в пределах от 0 до 360° ; уточнение значения α^* осуществляется уменьшением шага $\Delta\alpha$ в зоне предполагаемой точки глобального минимума.

Рассмотренную задачу можно решить и по минимаксному критерию, используя метод чебышевского приближения. Задача формулируется следующим образом: даны X_{0i}, Y_{0i}, θ_i ($i = 1, 2, \dots, N$): определить в четырехмерном пространстве искомым параметров P такое сочетание значений $x_B^*, y_B^*, \alpha^*, P^*$, т. е. точку B^* и прямую σ^* , чтобы максимальное отклонение точек (положений) B_i ($i = 1, 2, \dots, N$) от σ^* было минимальным:

$$\max_{i \in \{1:N\}} |h_i(x_B^*, y_B^*, \alpha^*, P^*)| = \min_{P \in \{1:N\}} \max_{i \in \{1:N\}} |h_i(x_B, y_B, \alpha, P)|. \quad (17)$$

Задаваясь значением α , мы приходим к системе N линейных функций (14). Определим чебышевскую точку этой системы, т. е. вектор $\{x_B^*, y_B^*, P^*\}$, для которого:

$$\max_{i \in \{1:N\}} |h_i(x_B^*, y_B^*, P^*)| = \inf_{\{x_B, y_B, P\}} \max_{i \in \{1:N\}} |h_i(x_B, y_B, P)|.$$

С этой целью приведем эту задачу к минимизации линейной формы $Z = L$ при ограничениях

$$|h_i| = |k_i x_B + l_i y_B - P + m_i| \leq L \quad (i = 1, 2, \dots, N),$$

где L — отклонение чебышевского приближения.

Таким образом, приходим к классической задаче линейного программирования, которая может быть решена симплекс-методом [3]. Варьируя значением α в интервале $[0^\circ, 360^\circ]$ и решая соответствующую последовательность задач линейного программирования, можем найти то значение α^* , при котором L получает наименьшее значение. Соответствующее сочетание значений искомым параметра есть решение задачи (17).

ՇԱՐԺՎՈՂ ՀԱՐԹ ՊԱՏԿԵՐԻ ՈՒՂՂԻՑ ԱՄԵՆԱՔԻԶ ՇԵՂՎՈՂ ԿԵՏԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հողվածում ներկայացված են իր հետ համընկնող և անշարժ հարթության մեջ շարժվող հարթ պատկերի այնպիսի կետերի որոշման նոր ալգորիթմներ, որոնք տրված N ընդհատ դիրքերում ամենաքիչն են շեղվում ուղղից: Այսպիսի կետերը կարող են օգտագործվել պինդ մարմնի տված հարթ-զուգահեռական շարժման կամ նրա առանձին կետերի պահանջվող հետադեմի մոտավոր վերաբերադրության համար նախատեսվող հարթ լծակային մեխանիզմների կինեմատիկական սինթեզում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Саркисян Ю. Л. О прямолинейных и квадратических точках в плоскопараллельном движении.—В кн.: Механика машин.—М.: Наука, 1975, вып. 48, с. 65—72.
2. Саркисян Ю. Л. Аппроксимационный синтез механизмов.—М.: Наука, 1982—304 с.
3. Зуховицкий С. Н., Аведисов Л. Н. Линейное и выпуклое программирование.—М.: Наука, 1964—348 с.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

М. Г. СТАКЯН, Л. Г. ОГАНЕСЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕЖИМА НАГРУЖЕНИЯ
ВАЛОВ ПЕРЕДАТОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Непрерывно возрастающие требования к надежности и долговечности машин при снижении их металлоемкости диктуют необходимость совершенствования и уточнения прочностных расчетов их деталей и узлов. Этот процесс охватывает случаи как статического, так и циклического нагружения деталей машин.

Изучение сопротивления усталости металлов при сложно-напряженном состоянии представляет определенный интерес, потому что случай подобного нагружения характерен для широкого класса тяжело нагруженных и ответственных деталей машин и соединений. Особенностью данного режима является разнообразный характер действия нормальных и касательных напряжений, которые в большинстве являются случайными функциями и во времени могут быть взаимосвязаны или независимы по основным параметрам циклического нагружения. Это заставляет из всего многообразия их действия выделить наиболее характерные случаи, внести некоторые ограничения и, в результате, произвести классификацию режимов нагружения.

Дифференциальный подход к параметрам режима или к компонентам напряженного состояния представляется нецелесообразным из-за действия большого числа факторов и это заставляет отыскивать новые параметры или критерии, позволяющие в совокупности учесть действие многочисленных, порой разнородных по характеру факторов.

В качестве объекта исследования выбраны валы передаточных механизмов, которые широко применяются в кинематических цепях машин и технологического оборудования разнообразного назначения.

При регулярном или близком к нему режимах нагружения возникающие в опасных сечениях валов нормальные напряжения σ_n почти меняются по симметричным циклам нагружения (коэффициент асимметрии $R_n \approx -1$), т. е. в большинстве случаев осевые составляющие нагрузки создают незначительные по величине средние напряжения σ_m , которыми можно пренебречь. Из-за незначительных колебаний внешней нагрузки цикл изменения касательных напряжений можно считать постоянным ($R_t \approx 1$), следовательно, при регулярном режиме нагружения валов передаточных механизмов встречается случай совместного цик-

лического изгиба и статического кручения ($\pm\sigma, \tau$). В [1] дан подробный анализ компонентов данного плоско-напряженного состояния и выявлен закон изменения главных напряжений σ_1 и σ_3 от величины и характера изменения σ и τ .

Распределение нормальных и касательных напряжений в этом случае зависит от назначения, конструктивных, технологических и эксплуатационных характеристик валов и насаженных на них деталей. Но амплитудные значения σ и τ , которые вызваны составляющими нормальных сил, действующих в механизмах, взаимосвязаны и поэтому для опасного сечения данного вала отношение $\frac{\sigma}{\tau}$ независимо от колебаний

внешней нагрузки остается постоянным (случай $\frac{\sigma}{\tau} = \text{var}$ характерны для деталей предварительно напряженных соединений). Отношение $\frac{\sigma}{\tau}$

меняется только с переходом от одного вала к другому и поэтому его значения, в основном, зависят от расположения вала в кинематической цепи машины. Следовательно, для проведения подобных усталостных испытаний, имитирующих реальный режим работы валов, необходимо

определить их интервальные значения $\frac{\sigma}{\tau}$, характерные для передаточ-

ных механизмов, наиболее часто встречающихся в практике машиностроения. Это прежде всего зубчатые передачи стандартных и нормализованных редукторов и коробок скоростей, применяемых в кинематических цепях приводов и машин общего назначения. (Подобный предварительный анализ предпринят в [1]). Для этой цели выбраны одно-, двух- и трехступенчатые стандартные редукторы марок Ц2, ЦТН-6, ЦТН-8, КЦ-1, КЦ-2, РЦД, РМ, ВК, ЦЦН, РЦН, РЧП, РЧ различных модификаций (всего 220 типоразмеров), составлены расчетные схемы

валов и по ним выведены зависимости для определения $\frac{\sigma}{\tau}$.

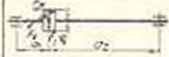
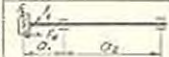
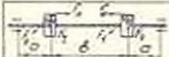
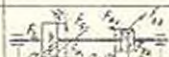
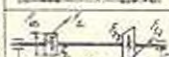
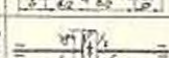
В табл. 1 представлены наиболее характерные из этих схем и зависимостей для быстроходных (Б), промежуточных (П) и тихоходных (Т) валов рассмотренных редукторов. Структура полученных формул

указывает на инвариантность отношения $\frac{\sigma}{\tau}$ к параметрам нагружения и связь от геометрических параметров валов и зубчатых зацеплений, что в значительной степени упрощает вычисление их значений использованием соответствующей справочной литературы [2-4].

Параметры зависимостей $\frac{\sigma}{\tau}$ получены из соответствующих расчетов на прочность, жесткость и долговечность деталей передач, в основу которых лежат статистические представления о действующих нагрузках и механических характеристиках использованных материалов. Поэтому можно предполагать, что и расчетные значения $\frac{\sigma}{\tau}$ являются слу-

чайными величинами, в связи с чем возникает необходимость статистической обработки полученных совокупностей для $\frac{\tau}{\sigma}$.

Таблица 1

№	Тип задач	Расчетная схема	Зависимости $\frac{\tau}{\sigma}$
1.	Быстроточный		$\frac{\tau}{\sigma} = \left[\frac{P}{d \cdot \sigma} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{d} - \frac{b}{d} \right)^2} \right]^{1/2}$
2.			$\frac{\tau}{\sigma} = \left[\frac{P}{d \cdot \sigma} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{d} - \frac{b}{d} \right)^2} + \left(\frac{Q}{d \cdot \sigma} \right)^2 \right]^{1/2}$
3.			$\frac{\tau}{\sigma} = \left[\frac{P}{d \cdot \sigma} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{d} - \frac{b}{d} \right)^2} + \left(\frac{Q}{d \cdot \sigma} \right)^2 + \left(\frac{R}{d \cdot \sigma} \right)^2 \right]^{1/2}$
4.	Промежуточный		$\frac{\tau}{\sigma} = \left[\frac{P}{d \cdot \sigma} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{d} - \frac{b}{d} \right)^2} + \left(\frac{Q}{d \cdot \sigma} \right)^2 + \left(\frac{R}{d \cdot \sigma} \right)^2 + \left(\frac{S}{d \cdot \sigma} \right)^2 \right]^{1/2}$
5.			$\frac{\tau}{\sigma} = \left[\frac{P}{d \cdot \sigma} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{d} - \frac{b}{d} \right)^2} + \left(\frac{Q}{d \cdot \sigma} \right)^2 + \left(\frac{R}{d \cdot \sigma} \right)^2 + \left(\frac{S}{d \cdot \sigma} \right)^2 + \left(\frac{T}{d \cdot \sigma} \right)^2 \right]^{1/2}$
6.			$\frac{\tau}{\sigma} = \left[\frac{P}{d \cdot \sigma} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{d} - \frac{b}{d} \right)^2} + \left(\frac{Q}{d \cdot \sigma} \right)^2 + \left(\frac{R}{d \cdot \sigma} \right)^2 + \left(\frac{S}{d \cdot \sigma} \right)^2 + \left(\frac{T}{d \cdot \sigma} \right)^2 + \left(\frac{U}{d \cdot \sigma} \right)^2 \right]^{1/2}$
7.	Вспомогательный		$\frac{\tau}{\sigma} = \left[\frac{P}{d \cdot \sigma} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{d} - \frac{b}{d} \right)^2} \right]^{1/2}$

Для оценки статистических характеристик совокупностей $\frac{\tau}{\sigma}$ постановки и проверки «нулевой гипотезы», т. е. соответствия эмпирического распределения изучаемых случайных величин определенному виду теоретического распределения, на языке «Фортран—IV» составлены алгоритмы и комплексная программа вычислительных операций. Задача реализована на ЭВМ ЕС 1022, суть которой состоит в следующем.

Составлены вариационные ряды совокупностей $\frac{\tau}{\sigma}$

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n$$

и оценка принадлежности резко выделяющихся значений $\frac{\tau}{\sigma}$ к данной совокупности произведена согласно критерию Романовского t_r [5]:

$$\frac{\bar{x}_1 - x_{\min}}{s_1} > t_r; \quad \frac{x_{\max} - \bar{x}_2}{s_2} > t_r, \quad (1)$$

где $\bar{x}_i$, s_i ($\bar{x}_1$, s_1) — выборочное среднее значение и среднеквадратичное отклонение вариационного ряда без учета $x_{\min}$ ($x_{\max}$).

Данные табл. 2 свидетельствуют о том, что для доверительной вероятности $P = 95\%$ крайние значения $\frac{\tau}{\sigma}$ принадлежат данной совокупности (в программе предусмотрено отбрасывание из вариационного ряда резко выделяющихся данных, если $t_{ap} < t_{cr}$).

В вероятностных расчетах на прочность и долговечность преимущественное применение имеет нормальный закон распределения. Учитывая это, а также объем выборок ($n > 100$) и рекомендации [6, 7] о комплексной проверке (графической и расчетной) нормальности распределения, в задаче предусмотрено несколько подпрограмм (в том числе стандартных):

Таблица 2

Тип вала	n	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	s_1	s_2	Расчетные значения $t_{\alpha p}$ для:		Табличные значения $t_{\alpha p}$ при $P=95\%$
						$x_{\min}$	$x_{\max}$	
Б	590	0,2935	0,2925	0,1013	0,1011	2,7684	3,14	2
П		0,4766	0,4774	0,1254	0,13	2,6833	2,9435	
Т		1,6463	1,6434	0,2686	0,2687	2,85	2,815	

а) для определения статистических характеристик, необходимых для построения графика эмпирической функции распределения

$$x = \bar{x} + us \quad (2)$$

и ее доверительных интервалов;

б) для проверки «нулевой гипотезы» по критериям согласия χ^2 -Пирсона и ω^2 -Мизеса:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^p \frac{(n_j - np_j)^2}{np_j} < \chi^2_{\alpha} \quad (3)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{j=1}^p |P(x) - w(x)|^2 \leq z_{\alpha} \quad (4)$$

Составление таблиц параметров и последовательность вычислительных операций для определения χ^2 и ω^2 произведены согласно [5, 7].

Основные статистические характеристики эмпирических распределений $\frac{x}{s}$, а также расчетные значения χ^2 и ω^2 представлены в табл. 3, откуда видно, что с доверительной вероятностью $P=95\%$ можно судить о приемлемости нормального закона распределения для выборок $\frac{x}{s}$. То, что расчетные значения критериев согласия χ^2 и ω^2 находятся в области допустимых значений, является необходимым, но недостаточным условием для доказательства нормальности распределения.

Таблица 3

Тип вала	$\bar{x}$	s	σ , %	χ^2	χ^2_{α}	ω^2	z_{α}
Б	0,293	0,104	35,647	7,8	11,1	0,182	0,4614
П	0,478	0,126	26,378	7,69		0,107	
Т	1,645	0,27	16,43	4,218		0,075	

Окончательный вывод можно сделать после графического построения линий функции (2) на нормальной вероятностной бумаге. Как видно из рисунка, расчетные значения $\frac{\tau}{\sigma}$ удовлетворительно сгруппированы вокруг 50%-ных линий эмпирических функций распределения.

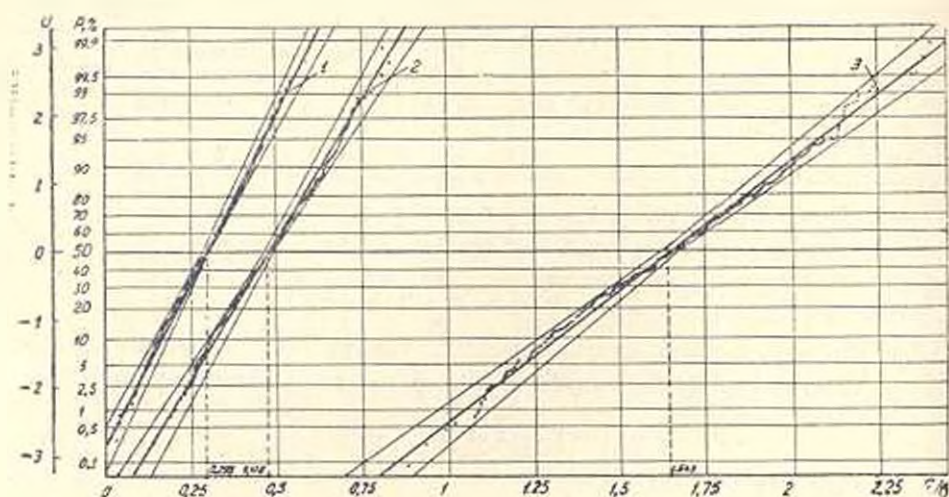


Рис. Графики функций распределения и 95%-ные доверительные границы величин $\frac{\tau}{\sigma}$ для валов: 1—быстроходных; 2—промежуточных; 3—тихоходных.

С целью повышения достоверности полученных результатов следует произвести оценку выборочных характеристик $\bar{x}$ и s , определив доверительные интервалы, внутри которых находятся их теоретические значения a и σ для генеральной совокупности:

$$\begin{aligned} \bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha, k} < a < \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha, k}; \\ sz_1 \sqrt{\frac{n-1}{n}} < \sigma < sz_2 \sqrt{\frac{n-1}{n}}. \end{aligned} \quad (5)$$

При $P = 95\%$ получены следующие интервалы:

$$0,2846 < a_B < 0,3014; \quad 0,093 < \sigma_B < 0,112;$$

$$0,4678 < a_{II} < 0,4882; \quad 0,116 < \sigma_{II} < 0,136;$$

$$1,631 < a_T < 1,656; \quad 0,2487 < \sigma_T < 1,291.$$

На рисунке построены 95%-ные доверительные области функций распределения $\frac{\tau}{\sigma}$.

Для решения ряда задач и, в первую очередь, обоснования отношения $\frac{\tau}{\sigma}$ как критерия режима нагружения для валов, необхо-

дно доказать, что рассмотренные вариационные ряды $\frac{z}{\sigma}$ являются выборками из различных генеральных совокупностей, т. е. следует попарно отвергнуть гипотезу равенства выборочных средних $\bar{x}_B$, $\bar{x}_{II}$, $\bar{x}_T$ и их дисперсий s_B^2 , s_{II}^2 , s_T^2 согласно критериям F -Фишера и t -Стьюдента [5]:

$$F = \frac{s_2^2}{s_1^2} \geq F_{\alpha, k} (s_2^2 > s_1^2); \quad t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \geq t_{\alpha, k} \quad (6)$$

Результаты расчетов представлены в табл. 4.

Таблица 4

Сравни- палы	F	$F_{\alpha, k}$ при $P=95\%$	t	$t_{\alpha, k}$ при $P=95\%$
В—II	1,468		27,52	
Б—Т	6,74	1,115	113,53	1,96
Т—II	4,592		93,115	

Проведенный комплекс статистических вычислений, а также графическое построение эмпирических функций распределения свидетельствуют о том, что выборки расчетных значений $\frac{z}{\sigma}$ для трех видов валов могут стать оценкой их генеральных совокупностей, описываемых нормальным законом распределения, т. е. на уровне значимости $\alpha=0,05$, принятого в машиностроении, распределение этих выборок существенно отличаются от нормального.

Статистическая проверка выборок $\frac{z}{\sigma}$ по критериям F -Фишера и t -Стьюдента показывает, что можно отвергать гипотезу равенства сопоставляемых генеральных совокупностей $\frac{z}{\sigma}$ или принадлежность рассмотренных выборок одной из них. Следовательно, фактор сгруппирования значений $\frac{z}{\sigma}$ по признаку расположения валов в кинематической цепи машины оказывает неслучайное и значимое влияние на величину $\frac{z}{\sigma}$.

Наряду с ранее указанными свойствами о постоянстве $\frac{z}{\sigma}$ для данного сечения вала и его инвариантности к величинам и колебаниям внешних силовых факторов, проведенное статистическое исследование позволяет использовать отношение $\frac{z}{\sigma}$ как новый критерий режима на-

гружения валов, и полученные интервальные значения $\frac{\tau}{\sigma}$ ввести в план эксперимента для постановки обоснованных испытаний на усталость при сложном напряженном состоянии.

ЕрПН им. К. Маркса

27. VI 1984

Մ. Գ. ՍՏԱԿՅԱՆ, Լ. Գ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

ՓԻՆԱՆՑԻԱՆ ՄԵՆԱՆԵՋՄԵՆՏԻ ԸՄԵՆՆԵՐԻ ԲԵՌՆԱՎՈՐՄԱՆ ՌԵԺԻՄԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Բնակարգի մեծ շահերի դասակարգման համար առաջարկված է նոր սարքավորում՝ շոշափող և նորմալ լարումների $\frac{\tau}{\sigma}$ հարաբերությունը, որն օժտված է որոշակի կախվածությամբ, իսկ արժեքը կախված է լիսեռի՝ մեքենայի կինեմատիկական շղթայում դրաված դիրքից: Որոշված են $\frac{\tau}{\sigma}$ տիրույթային արժեքները և ցույց է տրված, որ այդ հարաբերությունը հանդիսանում է պատահական մեծություն: Նորմալ բաշխման հիպոթեզի ստուգումը անց է կացվում χ^2 և ω^2 -ի շտապանիչներով: Վիճակագրական հաշվարկների կատարման համար մշակված է հաշվարկային ղործողությունների ալգորիթմ և ինդիքը «ՓՈՐՄԱՆ-IV» լեզվով իրականացված է էՀՄ ԵՍ 1022-ի վրա:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Стакий М. Г. К вероятностной оценке инклической прочности валов.—В сб.: Научн. тр. ЕрПН, сер. Машиностроение, Ереван, 1971, т. 33, вып. 5, с. 126—136.
2. Анфилов М. И. Редукторы. Атлас.—М.: Машиностроение, 1979.—284 с.
3. Киреев Г. Н., Киченко Н. Д., Сыцко С. А. Редукторы. Справочное пособие.—Л.: Машиностроение, 1972.—144 с.
4. Мотор—редукторы и редукторы/ВНИИредуктор—Изготовитель ВПО «Союзмаш-нормал».—М., 1978.—88 с.
5. Степков М. Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний.—М.: Машиностроение, 1972.—231 с.
6. Смирнов Н. В., Дунин-Бирковский Н. В. Курс теории вероятностей и математической статистики.—М.: Наука, 1969.—511 с.
7. Герасимович А. И. Математическая статистика.—Минск: Высшая школа, 1953.—273 с.

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. М. СИМОНЯН, М. М. МАРТИРОСЯН, И. П. ДИМИТРИЕНКО

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УПРУГО-РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
 КОМПОЗИТА СПИРАЛЬНОЙ И КОЛЬЦЕВОЙ НАМОТОК
 С НИЗКОМОДУЛЬНЫМ СВЯЗУЮЩИМ

Проблема прогнозирования деформационных свойств композита, полученного способом намотки, обуславливается тем, что испытание образцов, вырезанных из конструкции, может дать искаженную картину деформирования вследствие эффекта от перерезанных волокон. Теоретические исследования этого вопроса для материалов, деформирующихся по упругому закону, согласно линейной теории наследственности и теории пластического течения освещены в [1—4].

В настоящей работе строятся упруго-реологические соотношения для пакета композита, составленного кольцевой и симметричными спиральными намотками (рис. 1), в предположении, что деформационные свойства однонаправленно-армированного композита вдоль волокон определяются некоторым оператором $\Pi, [\varepsilon(t)]$ при условии, что сопротивляемость его деформированию поперек волокон пренебрежимо мала. Согласно принятой схеме рассматривается многослойный материал, слои которого деформируются совместно, причем, каждый слой воспринимает лишь осевые напряжения, направленные вдоль волокон этого слоя.

Выделим элемент пакета с помощью сечений с нормальными z и x и сечения вдоль волокон ориентации α и $-\alpha$ (рис. 2). Из условия равновесия элемента получим:

$$\sigma_z \delta \sin \alpha - \tau_{xz} \delta \cos \alpha - p_x \frac{\delta_x}{2} \cos \alpha = 0; \quad (1)$$

$$\sigma_z \delta \sin \alpha + \tau_{xz} \delta \cos \alpha - p_x \frac{\delta_x}{2} \cos \alpha = 0;$$

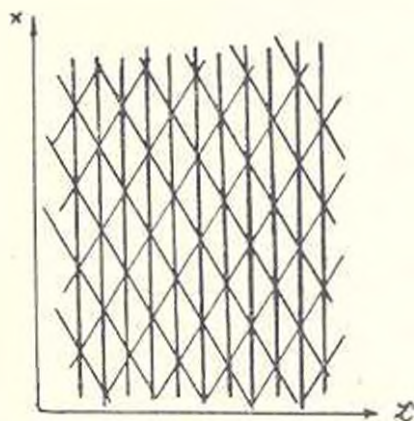


Рис. 1. Схема, имитирующая пакет композита.

$$p_k \delta_k + p_{-k} \frac{\delta_s}{2} \sin \alpha - \sigma_x \delta \cos \alpha + \tau_{xz} \delta \sin \alpha = 0; \quad (1)$$

$$p_k \delta_k + p_{-k} \frac{\delta_s}{2} \sin \alpha - \tau_{xz} \delta \cos \alpha - \sigma_x \delta \sin \alpha = 0,$$

где δ — общая толщина пакета композита; δ_s — суммарная толщина кольцевых намоток; $\frac{1}{2} \delta_s$ — суммарная толщина спиральных намоток с ориентацией α , равная толщине намоток с ориентацией $-\alpha$ ($\delta = \delta_s + \delta_k$). Учитывая также очевидные соотношения:

$$\sigma_k \cos \alpha = p_k; \quad \sigma_s \sin 2\alpha = p_{-k}; \quad \sigma_{-k} \sin 2\alpha = p_{-k}, \quad (2)$$

получим зависимости

$$\begin{aligned} \sigma_{-k} &= \frac{\delta}{\delta_s \cos \alpha} \left(\frac{\sigma_x}{\cos \alpha} - \frac{\tau_{xz}}{\sin \alpha} \right); \\ \sigma_s &= \frac{\delta}{\delta_s \cos \alpha} \left(\frac{\tau_{xz}}{\cos \alpha} + \frac{\sigma_x}{\sin \alpha} \right); \\ \delta_k &= \frac{\delta}{\delta_k} \left(\sigma_x - \sigma_s \operatorname{tg}^2 \alpha \right), \end{aligned} \quad (3)$$

определяющие напряжения в слоях композита при произвольном плоском напряженном состоянии.

Деформация пакета в направлении z складывается из вкладов ε_{z_1} от деформаций волокон только спирального направления и ε_{z_2} от поворотов этих волокон, вызванных деформированием только волокон кольцевого направления:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{z_1} + \varepsilon_{z_2}. \quad (4)$$

В результате деформации ε_{z_1} только спиральных волокон OA (рис. 3а) в направлении z точка A перемещается в A_1 , при этом

$$\varepsilon_{z_1} = 0, \quad \varepsilon_{z_2} = \frac{BB_1}{OB}, \quad \varepsilon_{z_3} = \frac{A_1 A_2}{OA},$$

откуда имеем:

$$\varepsilon_{z_1} = \varepsilon_z \frac{1}{\cos^2 \alpha}. \quad (5)$$

В результате деформации ε_{z_2} только спиральных волокон (рис. 3) в кольцевом направлении точка A перемещается в A_2 , при этом $\varepsilon_{z_1} = 0$,

$$\varepsilon_{z_2} = -\frac{A_1 A}{AB}, \quad \varepsilon_{z_3} = \frac{A_2 A_2}{OB}, \quad \text{откуда}$$

$$\varepsilon_{z_1} = -\varepsilon_{z_2} \operatorname{tg} \alpha. \quad (6)$$

Кроме того, очевидно, что

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y \quad (7)$$

Принимая, что деформационные свойства однонаправленно-армированного композита вдоль волокон определяются соотношением

$$\varepsilon(t) = \Pi_t \{ \sigma(t) \}, \quad (8)$$

где Π_t — некоторый оператор времени, из (3) — (7) получим следующие выражения для деформаций в кольцевом и осевом направлениях в зависимости от напряжений $\sigma_z(t)$, $\sigma_x(t)$, $\tau_{xz}(t)$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_z(t) &= \frac{1}{2\cos^2 \alpha} \left\{ \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma_z \cos \alpha} \left(\frac{\sigma_z(t)}{\cos \alpha} - \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma_x \cos \alpha} \left(\frac{\sigma_x(t)}{\cos \alpha} + \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \operatorname{tg}^2 \alpha \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma_x} \left(\sigma_x(t) - \sigma_z(t) \operatorname{tg}^2 \alpha \right) \right] \right\}; \\ \varepsilon_x(t) &= \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma_x} \left(\sigma_x(t) - \sigma_z(t) \operatorname{tg}^2 \alpha \right) \right]; \\ \gamma_{xz}(t) &= \frac{1}{\sin 2\alpha} \left\{ \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma_z \cos \alpha} \left(\frac{\sigma_z(t)}{\cos \alpha} + \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma_x \cos \alpha} \left(\frac{\sigma_x(t)}{\cos \alpha} - \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из соотношений (9) следует, что пакет композита является ортотропным [5] телом лишь при линейной зависимости между деформациями и напряжениями. Соотношения (9) определяют связь между напряжениями и деформациями пакета композита, соответственно, любым деформационным свойствам однонаправленно-армированного композита, определяемым видом оператора $\Pi_t \{ \sigma(t) \}$.

Для использования настоящей методики, строго говоря, нет необходимости построения оператора $\Pi_t \{ \sigma(t) \}$. Действительно, для произвольного плоского напряженного состояния, задаваемого $\sigma_z(t)$, $\sigma_x(t)$ и $\tau_{xz}(t)$, достаточно иметь три экспериментальные кривые ползучести однонаправленно-армированного композита при действии вдоль волокон нормальных напряжений $\sigma_1(t)$, $\sigma_2(t)$ и $\sigma_3(t)$:

$$\begin{aligned} \sigma_1(t) &= \frac{\partial}{\partial \sigma_z \cos \alpha} \left[\frac{\sigma_z(t)}{\cos \alpha} - \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right]; \\ \sigma_2(t) &= \frac{\partial}{\partial \sigma_x \cos \alpha} \left[\frac{\sigma_x(t)}{\cos \alpha} + \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right]; \\ \sigma_3(t) &= \frac{\partial}{\partial \sigma_x} [\sigma_x(t) - \sigma_z(t) \operatorname{tg}^2 \alpha]. \end{aligned} \quad (10)$$

Соответствующие им деформации $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ и $\varepsilon_3(t)$, полученные опытным путем, определяют деформации пакета композита, нагруженного напряжениями $\sigma_x(t)$, $\sigma_y(t)$ и $\sigma_{xy}(t)$, согласно (9), по формулам:

$$\varepsilon_x(t) = \varepsilon_3(t); \quad \varepsilon_z(t) = \frac{1}{2\cos^2 \alpha} [\varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)] - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \varepsilon_3(t);$$

$$\varepsilon_{xy}(t) = \frac{1}{\sin 2\alpha} [\varepsilon_2(t) - \varepsilon_1(t)].$$

Для проверки соотношений (9) рассмотрим результаты экспериментов на ползучесть однонаправленно-армированного органопластика при растяжении в направлении волокон, а также цилиндрической трубы с закрытыми торцами, полученной намоткой лент из того же органопластика в кольцевом и симметричных спиральных направлениях, под действием внутреннего гидростатического давления. На рис. 4 показаны

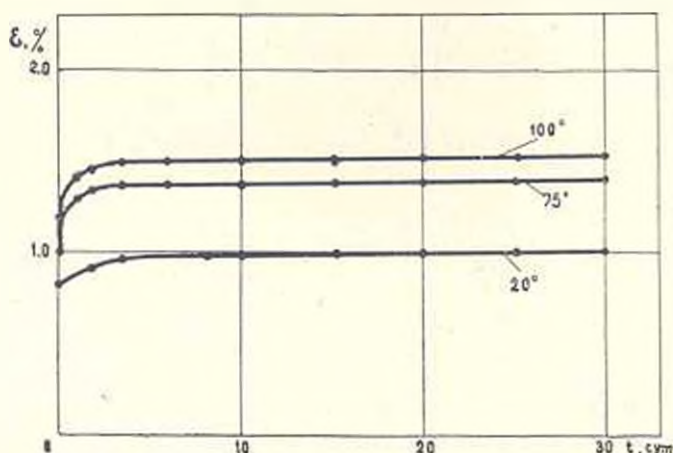


Рис. 4. Кривые ползучести однонаправленно-армированного композита при напряжении 528 МПа.

деформационные кривые однонаправленно-армированного органопластика на основе жгута ЖСВМ при постоянном растягивающем напряжении 528 МПа и при температурах 20°C, 75°C и 100°C. Эти кривые являются графическим изображением оператора $\Pi_1(528 \text{ МПа})$, выражающегося при постоянном напряжении в функцию времени. На рис. 5 приведены экспериментальные кривые деформаций ε_r в кольцевом направлении у цилиндрических труб из того же материала при аналогичной технологии изготовления при действии внутреннего гидростатического давления, равного 4,2 МПа и данных: $\alpha = 30^\circ$, $r = 20 \text{ см}$, $b = 2,4 \text{ мм}$. При этом намотаны два двойных спиральных и четыре кольцевых слоя ($\delta_K = \delta_s$). $\sigma_s = 175 \text{ МПа}$, $\sigma_x = 350 \text{ МПа}$. По второй формуле (9) получим:

$$\varepsilon_x = \Pi_1 \left[\frac{\delta}{\delta_K} (\sigma_x - \sigma_s \operatorname{tg}^2 \alpha) \right] = \Pi_1 (583,3 \text{ МПа}).$$

В случае, если напряжение в однонаправленно-армированных образцах было бы равным 583,3 МПа, сплошные линии на рис. 4 и 5, согласно (10), должны были бы совпасть. Учитывая, что значения 583,3 МПа и 528 МПа различаются лишь на 10,4%, полагаем, что линейная экстраполяция на столь малом участке не должна привести к существенным погрешностям. Увеличивая ординаты кривых на рис. 4 и $\frac{583,3}{528} = 1.104$ раза, получаем прогнозируемые деформационные кривые для трубы из пакета композита, показанные на рис. 5 штриховыми

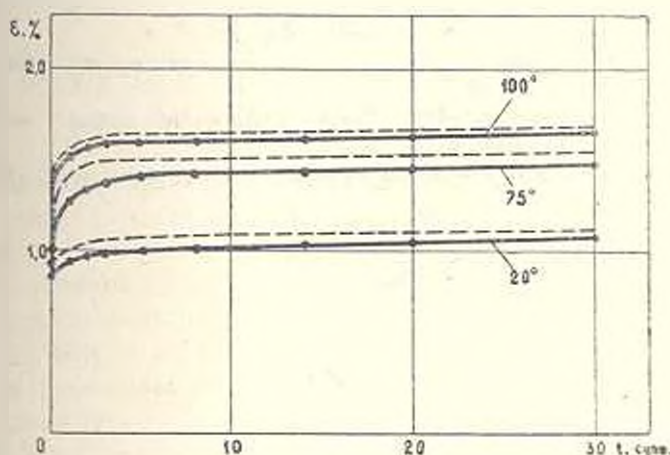


Рис. 5. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые поллучести пакета композита.

линиями. Сравнение их с действительными кривыми ϵ_x , показанными сплошными линиями, приводит к выводу, что соотношения (10) вполне приемлемы для прогнозирования деформационных свойств пакета композита.

СКТБ ИМ АН АрмССР

17. VIII. 1982

Ա. Մ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Մ. Ս. ԽԱՐՏՈՐՈՅԱՆ, Բ. Պ. ԳԵՐՏԵՐՈՅԱՆ

ԻՐԱԿԱՉԻՎ ԵՎ ԳԱՆՐԱՉԵՎ ՓԱԹԱԹՎԱՆԵ ԶԱՆՐԱՄՈՐԴՈՒԼ ԿԱՊՍԿՑԻՉՈՎ ԿՈՄՊՈԶԻՏԻ ԱՌԱՋԳԱՒԵՈՒՐԿԻՆԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՆԱԽԱԴՈՒՇԱԿՈՒՄԸ

Ա Մ Փ Ր Ք Ո Ւ Մ

Օղակաձև և համաչափ պալարաձև փաթաթված կոմպոզիտի համար ստացված է դեֆորմացիաների և լարումների միջև եղած փոխադարձ կապ հարթ լարվածային վիճակի դեպքում: Հնդդումված է, որ կապակցող նյութը դեֆորմացիայի դեպքում օժտված է ալելի փոքր կոշտությամբ, քան ամրանավորող թելը: Ստացված արտահայտությունները կիրառելի են ցանկացած ժամանա-

կային օւշերատորի համար, որը նկարագրում է միաուղղված շերտի դեֆորմացիոն հատկութիւնները: Տրված է տեսական և փորձարարական արդյունքների ամփոփումները:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Образцов Н. Ф., Багдасарян В. В., Бунаков В. А. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов.—М.: Машиностроение, 1977.—143 с.
2. Скудра А. М., Кулаков Ф. Я., Роценс К. А. Ползучесть и статическая усталость армированных пластиков.—Рига: Зинатне, 1971.—239 с.
3. Ван Фо-Фы Г. А. К теории анизотропной ползучести стеклоленты.—Механика полимеров, 1965, 2, с. 64—70.
4. Хили Р. Теория механических свойств волокинистых композиционных материалов.—Механика (сб. пер.), 1966, 2, с. 131—150.
5. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек.—М.: Физматгиз, 1961.—384 с.

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

В. В. ПИНАДЖЯН, А. В. ДАНДУРОВА

К РАСЧЕТНОЙ ОЦЕНКЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН

1. Анализ результатов испытания железобетонных колонн различной гибкости на сжатие показывает, что исчерпание их несущей способности в зависимости от соотношения геометрических параметров колонн, величины эксцентриситета приложения продольной нагрузки и прочностных характеристик бетона и арматуры наступает вследствие дробления бетона в сжатой зоне сечения, возникновения в растянутой арматуре значительных деформаций или вследствие потери устойчивости равновесия.

Ниже приводится приближенное решение задачи для случая, когда прямолинейная колонна прямоугольного сечения высотой h и шириной b , с шарнирно закрепленными концами, сжата силами, приложенными с одинаковым эксцентриситетом e . Допускается, что связь между напряжениями и деформациями бетона в сжатой зоне и арматуры в растянутой зоне описывается диаграммой Прандтля (рис. 1); при деформировании состояния колонны сохраняется гипотеза плоских сечений и ее ось описывается уравнением синусоиды; работа арматуры в сжатой зоне сечения не учитывается; плоская форма изгиба устойчива; радиус инерции железобетонного сечения, приведенного к бетону, равен:

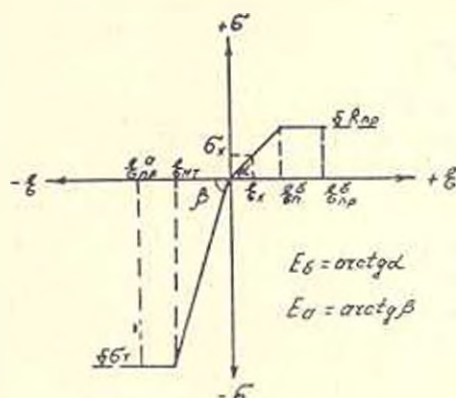


Рис. 1. Идеализированная диаграмма $\sigma - \epsilon$ при сжатии бетона и растяжении арматуры.

$$r_n = \sqrt{\frac{J_n}{F_n}} = h \sqrt{\frac{1 + 6n\mu}{12(1 + n\mu)}} = h\theta, \quad (1.1)$$

$$\text{где} \quad \mu = \frac{F_a}{b h}; \quad n = \frac{E_a}{E_b}.$$

На основании принятых допущений кривизна оси колонны в середине ее высоты (опасное сечение) может быть представлена в следующем виде.

$$\frac{1}{\rho} = (y)'' = -\frac{e^2 f}{l^2} = -\frac{e_n^2}{c} = -\frac{R_{np}}{E_b c}. \quad (1.2)$$

В силу (1.2) находим выражение, по которому при одном из возможных напряженных состояний опасного сечения (рис. 2) определяется несущая способность колонны:

$$i_n^2 = \frac{\pi^2 E_b^2}{R_{np}} \bar{c} \bar{f}. \quad (1.3)$$

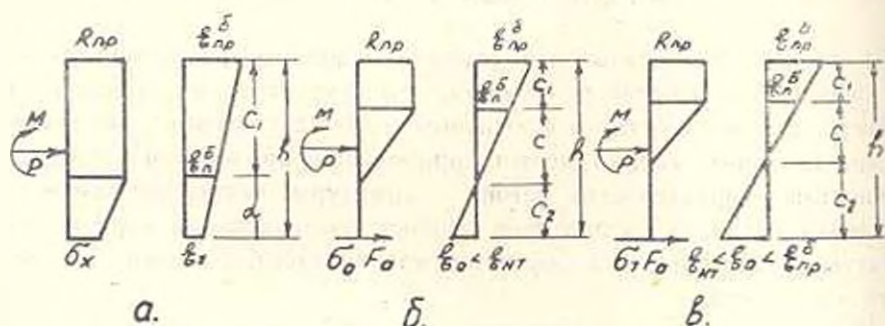


Рис. 2. Напряженные состояния внецентренно-сжатого железобетонного элемента прямоугольного сечения: а) I; б) II; в) III.

В формулах (1.1)–(1.3): l — расчетная длина колонны; $\lambda = l/r_n$ — гибкость колонны в плоскости изгиба; y — прогиб оси колонны в середине пролета, отсчитанный от линии действия продольных сил; $f, \bar{f} = f/h$ и $c, \bar{c} = c/h$ — соответственно, абсолютная и относительная величина стрелы прогиба колонны и высоты упругого ядра в сжатой части сечения, отсчитанные от нейтральной оси; F_a — площадь сечения растянутой арматуры; ρ — коэффициент армирования сечения; E_b — начальный модуль упругости бетона; E_a — модуль упругости арматуры.

2. Для напряженного состояния I (рис. 2а) в соответствии с рис. 1

$$\frac{R_{np}}{z_A} = \frac{\varepsilon_n^0}{\varepsilon_x} = \frac{c}{c + c_1 - h},$$

откуда

$$\varepsilon_x = R_{np} \frac{c + c_1 - h}{c}. \quad (2.1)$$

Обозначая через K отношение $\frac{\varepsilon_{хр}}{\varepsilon_x} = \frac{c + c_1}{c}$, находим

$$c = \frac{c_1}{K - 1}. \quad (2.2)$$

Условия равновесия между внешними и внутренними усилиями, согласно рис. 2а:

$$P = R_{np} b c_1 + \frac{R_{np} + \sigma_s}{2} b (h - c_1); \quad (2.3)$$

$$M + \frac{Ph}{2} - \frac{R_{np} b h^2}{2} + \frac{(R_{np} - \sigma_s) (h - c_1)^2 b}{6} = 0, \quad (2.4)$$

Обозначая через $\varphi = \frac{P}{R_{np} b h}$, из (2.3) получим выражение для относительной высоты пластической зоны в сжатой части сечения:

$$c_1 = \frac{K - \varphi}{K - 1} - \sqrt{\left(\frac{K - \varphi}{K - 1}\right)^2 - 1}. \quad (2.5)$$

Начиная в виду, что

$$M = Py = \varphi R_{np} b h (f + e),$$

а относительный эксцентриситет приложения продольной силы: $m = \frac{e}{h}$, на основании (2.4) после преобразований получим:

$$\bar{f} = \frac{1}{2\varphi} \left[1 - \frac{(K - 1)(1 - \bar{c}_1)^2}{3\bar{c}_1} - \frac{m\varphi}{3} - \varphi \right], \quad (2.6)$$

а из (1.3) в силу (2.2) —

$$\bar{f}^2 = \frac{\varepsilon^2 \eta^2 E_0}{R_{np} (K - 1)} \bar{f} \bar{c}_1, \quad (2.7)$$

3. Для напряженного состояния II в соответствии с рис. 1 и рис. 2б:

$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_s} = \frac{c}{c_2}$, поэтому напряжения в растянутой арматуре:

$$\sigma_y = n R_{np} \frac{c_2}{c}. \quad (3.1)$$

Условия равновесия между внешними и внутренними усилиями согласно рис. 2б:

$$P = R_{np} b c_1 + \frac{R_{np} b c}{2} - n R_{np} \frac{c_2}{c} F_a; \quad (3.2)$$

$$M + \frac{Ph}{2} - R_{np} c_1 b \left(h - \frac{c_1}{2} \right) - \frac{R_{np} c b}{2} \left(h - c_1 - \frac{1}{3} c \right) = 0, \quad (3.3)$$

Из выражения (3.2) с учетом (2.2) после преобразований получим:

$$\begin{aligned} \bar{c}_1 = & - \frac{(K - 1)(K n \mu - \varphi)}{1 + 2(K - 1)} + \\ & + (K - 1) \sqrt{\left[\frac{K n \mu - \varphi}{1 + 2(K - 1)} \right]^2 + \frac{2 n \mu}{1 + 2(K - 1)}}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

а из (3.3) —

$$\bar{f} = \frac{1}{2\varphi} \left\{ \frac{\bar{c}_1}{K-1} \left[1 - \bar{c}_1 - \frac{\bar{c}_1}{3(K-1)} \right] + 1 - (1 - \bar{c}_1)^2 - \frac{m\varphi}{3} - \varphi \right\}. \quad (3.5)$$

4. В случае, когда напряжения в растянутой арматуре достигают предела текучести, усилие в ней будет равно $\sigma_1 F_1$ (рис. 2в). Для рассматриваемого случая осевая сила равна:

$$P = R_{np} b c_1 + \frac{R_{np} b c}{2} - \sigma_1 F_1. \quad (4.1)$$

Из (4.1) с учетом (2.2) после преобразований получим:

$$\bar{c}_1 = \frac{(K-1) \left(\varphi + \mu \frac{\sigma_1}{R_{np}} \right)}{K-0,5}. \quad (4.2)$$

Для рассматриваемого случая значения M и $\bar{f}$ определяются уравнениями (3.3) и (3.5).

5. Граница между областями напряженных состояний I и II определяется из условия $\varepsilon_1 = 0$ или

$$c + c_1 = h. \quad (5.1)$$

На основании гипотезы плоских сечений:

$$\frac{\varepsilon_{np}^0}{\varepsilon_n^0} = \frac{c + c_1}{c} = K,$$

откуда с учетом (5.1):

$$\bar{c}_1 = \frac{K-1}{K}. \quad (5.2)$$

Исходя из условия равновесия между внешними и внутренними силами, получим:

$$P = R_{np} b c_1 + \frac{R_{np} b c}{2}, \quad (5.3)$$

откуда с учетом (5.1):

$$\bar{c}_1 = 2\varphi - 1. \quad (5.4)$$

На основании (5.2) и (5.4) определяем выражение граничной линии между областями напряженных состояний, представленных на рис. 2в и рис. 2б:

$$\varphi_{I-II} = \frac{K-0,5}{K}. \quad (5.5)$$

6. Границу между областями напряженных состояний II и III (рис. 2б и рис. 2в) находим из условия $\varepsilon_a = \varepsilon_{нт}$. В рассматриваемом случае:

$$\frac{\varepsilon_{пр}^b}{\varepsilon_a^b} = \frac{c + c_1}{c} = K, \quad \text{откуда} \quad c_1 = (K - 1)c; \quad (6.1)$$

$$\frac{\varepsilon_{нт}}{\varepsilon_a^b} = \frac{c_2}{c} = \alpha_a, \quad \text{откуда} \quad c_2 = \alpha_a c, \quad (6.2)$$

где

$$c_1 + c + c_2 = h. \quad (6.3)$$

Из приведенных выражений получим:

$$\bar{c} = \frac{1}{K + \alpha_a}. \quad (6.4)$$

При совместном решении (3.2), (6.1), (6.2), (6.4) после преобразований находим выражение, описывающее границу между областями напряженных состояний II и III:

$$\varphi_{II-III} = \frac{K - 0,5}{K + \alpha_a} - n \alpha_a. \quad (6.5)$$

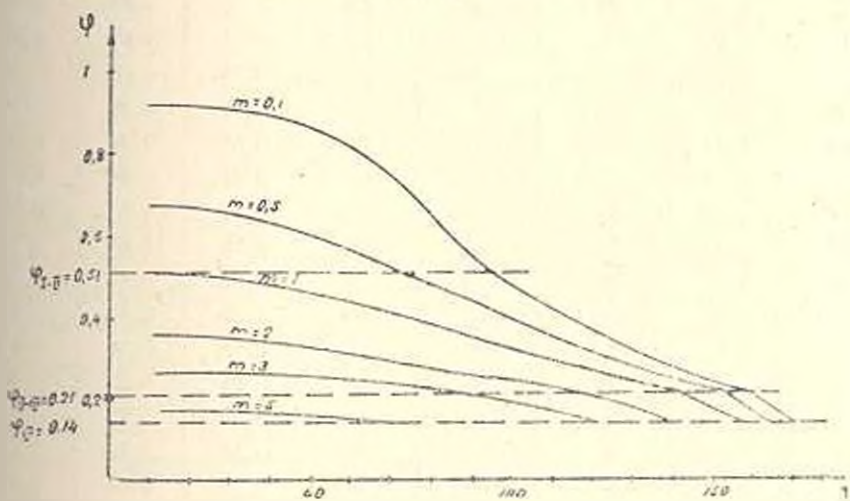


Рис. 3. Значения $\varphi = \varphi(\lambda, m)$ для эксцентрично-сжатых железобетонных колонн прямоугольного сечения, вычисленные по предлагаемой методике. Штриховые линии показывают границы областей характерных напряженных состояний.

7. Нижнюю границу напряженного состояния III получим из условия $\varepsilon_a = \varepsilon_{нт}$. В рассматриваемом случае:

$$\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_a^b} = \frac{c_2}{c} = K,$$

откуда

$$c_2 = Kc. \quad (7.1)$$

На основании (4.1), (5.1), (5.3), (7.1) находим выражение, описывающее нижнюю границу напряженного состояния, представленного на рис. 2а:

$$\varphi_{\text{ни}} = \frac{K - 0,5}{2K} = \mu \frac{\sigma_T}{R_{\text{пр}}} \quad (7.2)$$

8. Численные значения коэффициента φ внецентренно-сжатых железобетонных колонн в зависимости от m и λ при заданных расчетных параметрах ($R_{\text{пр}}$, n , E_0 , μ , K , σ_T) реализованы по предложенному методу на ЭВМ «Наирн-2».

Для иллюстрации на рис. 3 представлены кривые зависимости $\varphi = \varphi(\lambda, m)$ для случая, когда $R_{\text{пр}} = 64 \text{ МПа}$, $n = 6$, $E_0 = 3,3 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, $\mu = 0,03$, $K = 1,03$, $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$.

Таблица

Сопоставление расчетных и экспериментальных величин φ для внецентренно-сжатых железобетонных колонн при $P/h = 5,1$

№№ колонн	m	$R_{\text{пр}}$, МПа	μ	σ_T , МПа	$\varphi_{\text{с}}$	$\varphi_{\text{т}}$	$\frac{\varphi_{\text{т}}}{\varphi_{\text{с}}}$
KII-1	0,86	35,5	0,01	324	0,83	0,67	0,81
KII-2	0,86	35,5	0,01	324	0,82	0,66	0,80
KIII-1	0,86	36	0,004	422	0,71	0,66	0,93
KIII-2	0,85	36	0,004	433	0,75	0,66	0,88
KIV-1	1,7	26	0,01	329	0,50	0,49	0,98
KIV-2	1,71	26,8	0,01	326	0,51	0,49	0,96
KV-1	1,73	29,2	0,003	427	0,47	0,44	0,94
KV-2	1,73	30	0,003	433	0,44	0,43	0,98
KVI-1	1,71	29,5	0,01	330	0,66	0,48	0,73
KVI-2	1,75	30	0,01	328	0,65	0,47	0,72
KVII-1	2,59	38,4	0,01	324	0,35	0,34	0,97
KVII-2	2,6	39,9	0,01	332	0,35	0,34	0,97
KIX-1	3,45	35,4	0,01	324	0,28	0,27	0,96
KIX-2	3,46	35,1	0,01	324	0,3	0,28	0,93
KX-1	5,83	34,5	0,01	326	0,15	0,13	0,87
KX-2	5,88	34,5	0,01	330	0,15	0,13	0,87
KXI-1	5,88	34,5	0,007	432	0,12	0,13	1,08
KXI-2	5,83	34,5	0,007	432	0,12	0,13	1,08
KXIII-1	3,46	28,2	0,003	443	0,19	0,19	1
KXIII-2	3,47	29,1	0,003	429	0,17	0,18	1,06
KXVI-1	5,88	29,1	0,003	432	0,08	0,07	0,88
KXVI-2	5,83	30,6	0,003	422	0,07	0,07	1
KVIII-1	2,58	35	0,003	424	0,26	0,27	1,04
KVIII-2	2,6	37	0,003	424	0,26	0,27	1,04
KXI-1	3,41	33	0,007	432	0,25	0,27	1,08
KXI-2	3,41	35	0,007	438	0,23	0,26	1,13

В приведенной таблице численные значения φ , вычисленные по предлагаемым формулам, сопоставлены с соответствующими экспериментальными значениями φ , полученными в ИИИЖБ для железобетонных колонн при различных относительных эксцентриситетах приложения продольной силы [1].

Табличные данные свидетельствуют об удовлетворительной сходимости расчетных и экспериментальных значений φ .

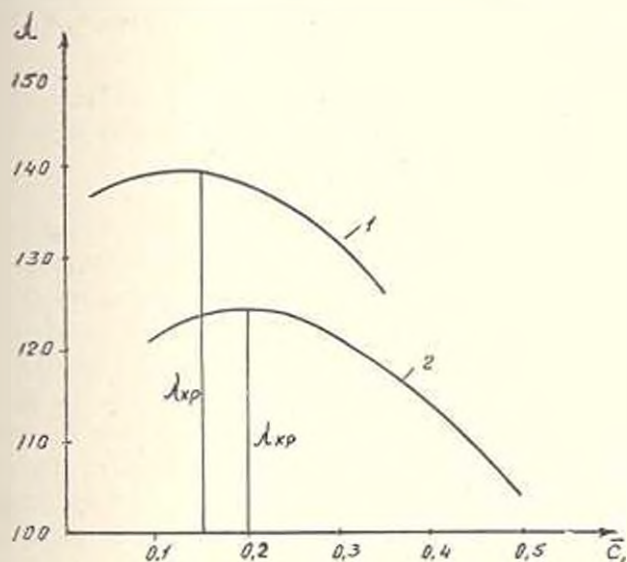


Рис. 1. Кривые состояния равновесия внецентренно-сжатых железобетонных колонн при: 1 — $m=2$; 2 — $m=1$.

Анализ полученных результатов показывает, что для колонн малой и средней гибкости исчерпание несущей способности наступает вследствие разрушения бетона в сжатой зоне или возникновения в растянутой арматуре напряжений, равных или превышающих предел текучести. Потеря устойчивости колонны, обусловленная нарушением равновесия между внутренними и внешними силами, может иметь место при больших значениях λ . В этом случае задача сводится к определению экстремального значения функции (1.3) в зависимости от $\bar{e}_1$ (рис. 4).

БФПН им. К. Маркса

18 VII, 1984

Վ. Վ. ՓԻՆԱՋՅԱՆ, Ա. Վ. ԳԱՆՈՐԻՍՅԱՆ

ՍԵՂԴՐԱԾ ԵՐԱԽՔԵՏՈՆՆ ԵՅԱՆ ԿՐՈՂՈՒՆԱԿՈՒՔՅԱՆ ՀՅՇՎԱՐԿԱՅԻՆ
ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ ՎԵՐԱԵՐՅԱՒ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. Վ.

Տրված է արտակենտրոն սեղմված երկաթբետոնե սյան կրողունակության գնահատման մոտավոր գերընթացան մեթոդ՝ հաշվի առնելով ջանկացած

ճկունությունը, որի համար սահմանային բևեռ սյան վրա կարող է բերել սեղմված գոտում բետոնի քայքայմանը, ձգված ամրանում հոսունության սահմանի և երկրորդ սեռի կայունության կորուստի:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Чистяков Е. А., Мамедов С. С. Деформации внецентренно сжатых железобетонных элементов в стадии, близкой к разрушению. — В сб.: НИИЖБ «Теория железобетона», посвящ 75-летию со дня рожд. проф. А. А. Гвоздева. М. Стройиздат, 1972, с. 116—123.

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М. Г. ТОХМАХЯН

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ
 В УСИЛИТЕЛЯХ ТОКА С ИНДУКТИВНОЙ
 НАГРУЗКОЙ

Одним из эффективных методов повышения быстродействия усилителей тока с индуктивной нагрузкой является метод компенсации, осуществляемый введением последовательно в цепь индуктивной нагрузки напряжением, равным по величине и противофазным по отношению к э. д. с. самоиндукции [1].

При разработке практических схем быстродействующих усилителей тока с индуктивной нагрузкой, одним из факторов, ограничивающих реализацию высокого потенциального быстродействия метода компенсации, является формирование значительных по амплитуде (> 200 В) напряжений компенсации [2]. Поэтому определенный практический интерес представляют методы, позволяющие при заданной амплитуде выброса напряжения сократить время нарастания (спада) тока в индуктивности.

На рис. 1а приведена упрощенная эквивалентная схема транзисторного каскада с индуктивной нагрузкой (без системы компенсации). При выполнении условия $\tau_3 \ll \sqrt{LC}$ такая эквивалентная схема получается с учетом следующих приближений и принятых обозначений:

$$C_n = \frac{\beta}{1 + p\tau_3} \approx \beta C_n; \quad r_x \frac{1 + p\tau_3}{\beta} \approx \frac{r_x}{\beta}; \quad \rho = \sqrt{\frac{L}{C}};$$

$$R = R_n \parallel \frac{r_x}{\beta}; \quad C = C_n \parallel \beta C_n; \quad \frac{r_c}{\rho} \approx 0; \quad r_s \approx 0.$$

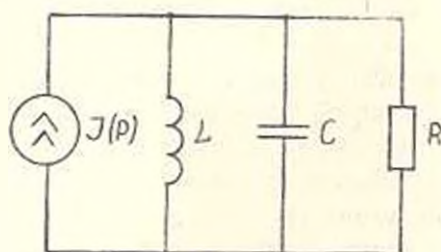
здесь τ_3 — постоянная времени коэффициента передачи тока базы; ρ — характеристическое сопротивление эквивалентного контура; R_n — внешнее шунтирующее сопротивление для реализации критического режима; r_x — активное сопротивление обмотки; L — индуктивная компонента нагрузки; C_n — паразитная (конструктивная) емкость нагрузки; r_s — сопротивление эмиттерного перехода; $C_s \frac{\beta}{1 + p\tau_3}$, $r_x \frac{1 + p\tau_3}{\beta}$ — записанные в операторной форме емкость и дифференциальное сопротивление коллекторного перехода. Для критического режима

($R = 0,5\rho$) эквивалентного контура (рис. 1а) имеют место следующие соотношения для переходных процессов тока в индуктивной ветви $i_L(t)$ и напряжения на контуре $U(t)$:

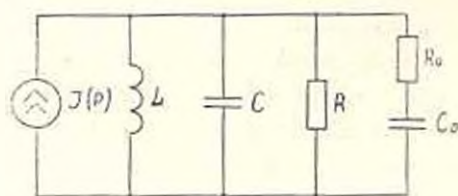
$$i_L(u) = J \{1 - e^{-u} (1 + u)\}; \quad (1)$$

$$U(u) = J \rho e^{-u}, \quad (2)$$

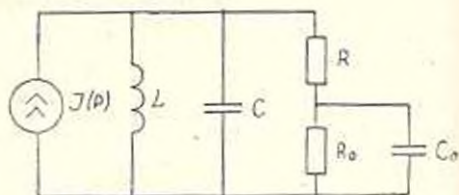
где J — установившееся значение тока коллектора; $u = \frac{t}{\sqrt{LC}}$ — нормированное время; $\sqrt{m} \frac{\rho}{R} = 2$ — коэффициент, характеризующий режим контура (для критического режима $m = 4$).



а.



б.



в.

Рис. 1.

Время установления тока, определяемое по формуле (1), составляет:

$$\text{при } \delta = -0,005, \quad u_{\text{уст}} = 7,4; \quad (3)$$

$$\text{при } \delta = -0,05, \quad u_{\text{уст}} = 4,8, \quad (4)$$

где $\delta = \frac{\Delta J_L}{J}$ — заданная точность установления тока $i_L(t)$.

Ввиду монотонности переходного процесса нарастания тока $i_L(t)$ время установления определено по уровню $J(1 - \delta)$. Согласно формуле (2) максимальное значение выброса напряжения составляет $U_{\text{max}} = 0,37 J \rho$. Рассмотрим теперь две сложные конфигурации контуров (рис. 1б, в), которые получаются добавлением к исходной схеме (рис. 1а) внешних элементов R_0 , C_0 и отличаются простотой технической реализации.

Переходные характеристики тока в индуктивной ветви $i_L(t)$ и напряжения на контуре $U(t)$ в операторной форме и общем виде для этих схем запишем в форме:

$$i_L(S) = J \frac{DS + 1}{S^3 + BS^2 + AS + 1}; \quad (5)$$

$$U(S) = J_2 \frac{1}{\sqrt{D}} \frac{S(DS + 1)}{S^3 + BS^2 + AS + 1}. \quad (6)$$

В формулах (5) и (6) приняты следующие обозначения:
схема на рис. 1б—

$$S = p \sqrt{LC} \sqrt{\frac{\gamma k}{\sqrt{m}}}; \quad \gamma = \frac{R_0}{R}; \quad k = \frac{C_0}{C}; \quad \sqrt{m} = \frac{\rho}{R};$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad A = (k\gamma + m) \sqrt[3]{\frac{1}{km\gamma}};$$

$$B = [1 + k(1 + \gamma)] \sqrt[3]{\frac{m}{\gamma^2 k^2}}; \quad D = \sqrt[3]{\frac{\gamma^4 k^2}{m}};$$

схема на рисунке 1в—

$$S = p \sqrt{LC} \sqrt[3]{\frac{\gamma k}{(\gamma + 1) \sqrt{m}}}; \quad A = [\gamma(1 + k) + m] \sqrt[3]{\frac{m}{km\gamma(\gamma + 1)}};$$

$$B = [1 + \gamma(1 + k)] \sqrt[3]{\frac{m}{\gamma^2 k^2(\gamma + 1)}}.$$

В оригиналах, соответствующих выражениям (5) и (6), нормированное время определяется следующим образом:

схема на рис. 1б—

$$\eta = \frac{t}{\sqrt{LC}} \sqrt[3]{\frac{\sqrt{m}}{\gamma k}};$$

схема на рис. 1в—

$$\eta = \frac{t}{\sqrt{LC}} \sqrt[3]{\frac{(\gamma + 1) \sqrt{m}}{\gamma k}}.$$

При значениях коэффициентов $A=B=3$ в формулах (5) и (6) соответствующие переходные характеристики описывают критический режим тока $i_L(t)$ и напряжения $U(t)$. При этом для значений $D \leq 1$ переходной процесс нарастания тока носит монотонный характер. Переходная характеристика тока $i_L(t)$ в критическом режиме записывается следующим образом:

$$i_L(\eta) = J [1 - 0.5[\eta^2(1 - D) + 2(\eta + 1)]e^{-\eta}]. \quad (7)$$

При значениях $D > 1$ величину выброса тока ($+\delta$) можно определить по формуле:

$$\delta = (D - 1) e^{-\frac{\tau_0}{D-1}}.$$

Для определения времени установления тока $\vartheta_{уст}$ по уровням 0; $(1 - \delta)$, из формулы (7) получается соотношение:

$$2\delta = e^{-\frac{\tau_0}{D-1}} [\delta^2_{уст} (1 - D) + 2(D + 1)].$$

Переходной процесс для напряжения $U(\vartheta)$ в критическом режиме, согласно изображению (6), записывается в виде:

$$U(\vartheta) = J_0 \frac{1}{\sqrt{D}} e^{-\frac{\tau_0}{D-1} [D\vartheta - 0,5(D-1)\vartheta^2]}. \quad (8)$$

Максимальное значение напряжения $U(\vartheta)$ (амплитуда выброса) определяется по формуле (8) при $\vartheta = \vartheta_m$. [$U_{max} = U(\vartheta_m)$]. а

$$\vartheta_m = \frac{2D - 1 - \sqrt{2D(D-1) + 1}}{D-1}. \quad (9)$$

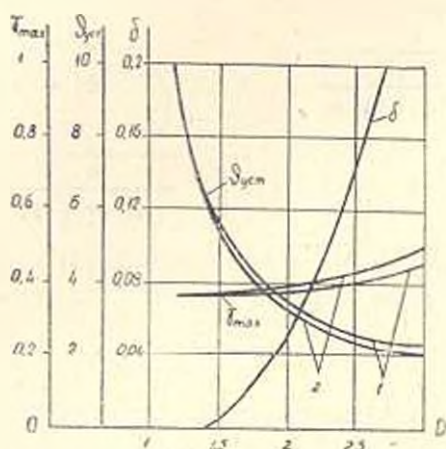


Рис. 2. Графики зависимостей $\delta = f_1(D)$, $\vartheta_{уст} = f_2(D)$, $\tau_{max} = f_3(D)$.
Значения $\vartheta_{уст}$ и τ_{max} для схем: 1 — рис. 16; 2 — рис. 1в.

На рис. 2 приведены графики функций $\delta = f(D)$, $\vartheta_{уст} = f(D)$, $\tau_{max} = f(D)$, рассчитанные на основе соотношений (7)–(9). Таким образом, при заданной точности установления тока δ по графику $\delta = f(D)$ можно определить величину коэффициента D , а затем $\vartheta_{уст}$ и U_{max} для схем, представленных на рис. 16, в. Используя результаты (3), (4) и сопоставляя их с графиком на рис. 2, нетрудно убедиться в следующем.

При заданной точности установления $\delta = \pm 0,005$ и одинаковом значении выбросов напряжения $U_{max} = 0,37J_0$ схемы на рис. 16, в

Обеспечивают времена установления, соответственно, $\theta_{уст} = 5,6$ и $\theta_{уст} = 5,4$. Сокращение времени установления тока, в среднем, для обеих схем составляет 25%. При точности установления $\delta = \pm 0,05$ сокращение времени установления для схем по рис. 1б, в составляет 30%. При этом амплитуды выбросов напряжения увеличиваются на 7%.

Приведем также соотношения, устанавливающие связь между коэффициентами k , γ , m и позволяющие при заданном значении точности установления $\delta(D)$ определить значения внешних элементов $R_0 = \gamma R$, $C_0 = kC$.

Схема по рис. 1а:

$$k = D^3 - 3D^2 - 3D - 1; \quad \gamma = \frac{3D - k - 1}{k}; \quad m = \frac{k^2 \gamma^2}{D^3};$$

схема по рис. 1в:

$$\gamma = \frac{3D - 1}{D^2(3 - D)} - 1; \quad k = \frac{3D(\gamma + 1) - 1}{\gamma} - 1; \quad m = \frac{k^2 \gamma^2}{(\gamma + 1)^2 D^3}.$$

ИРФЭ АН Арм ССР

18. II. 1982

Մ. Գ. ԲՈՆԵՄԱՆՅԱՆ

ԱՆՑՈՂԿԻ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԻ ՕՊՏԻՄԻԱՅՈՒՄԸ ԻՆԴՈՒԿՏԻՎ ԲՆՈՒՎ ՀՈՍԱՆՔԻ ՈՒՅԻՆԱՅՈՒՑԻՉՆԵՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո լ ո

Օպերատորային մեթոդի կիրառմամբ հետազոտված են լարման և հոսանքի անցողիկ պրոցեսները ինդուկտիվ բեռով տրանզիստորային կոսկադներում:

Թաղահատված են ինդուկտիվ բեռում հոսանքի հաստատման ժամանակի կրճատման և արագադրժույթյան բարձրացման բարձրացման հնարավորությունները՝ անխիլկապիս պարզ սկզբունքներով:

Հաշվարկների համար բերված են անհրաժեշտ հարարերակցություններ և գրաֆիկներ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. С. 465710 (СССР). Импульсный усилитель/Т. М. Агаханян.—Опублик. в Б. И., 1975, № 5.
2. Тохмихия М. Г. Широкополосный усилитель тока для индуктивных нагрузок.—Приборы и техника эксперимента, 1978, № 5, с. 149—151.

О. Н. ГАСПАРЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ В НЕЛИНЕЙНЫХ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМАХ МЕТОДОМ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ

1. *Введение.* В работе дается распространение метода характеристических передаточных функций (ХПФ) [1] на задачу исследования одночастотных автоколебаний в нелинейных гармонически линеаризованных многосвязных системах автоматического регулирования (МСАР) с произвольным числом n входов и выходов.

2. *Одночастотные симметричные автоколебания в МСАР общего вида.* Рассмотрим нелинейную МСАР, матричная структурная схема которой представлена на рис. 1, где $W(p) = \|W_{im}(p)\|$ — $n \times n$ матрица линейной части; $F(x) = \|F_{im}(x_m)\|$ — $n \times n$ функциональная матрица нечетно-симметричных нелинейностей.

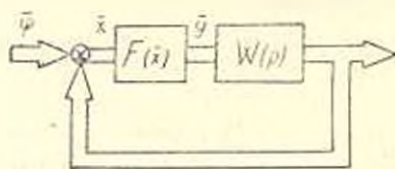


Рис. 1.

Допустим, что при отсутствии входных воздействий ($\bar{u}(t) = \bar{0}$) в МСАР устанавливается режим однозначных симметричных автоколебаний с частотой Ω и, кроме того, выполняется обобщенное свойство фильтра линейной части, имеющее вид:

$$|W_{im}(jk\Omega)| \ll |W'_{im}(j\Omega)|, \quad i, m = 1, 2, \dots, n, \quad k = 2, 3, \dots \quad (1)$$

Тогда, осуществив гармоническую линеаризацию нелинейностей, получим в первом приближении (без учета высших гармоник) следующее векторное уравнение МСАР на рис. 1:

$$[I + W(j\Omega)G(\bar{A})]\bar{x} = \bar{0}, \quad (2)$$

где I — единичная матрица; $G(\bar{A})$ — матрица, составленная из коэффициентов гармонической линеаризации нелинейностей $F_{im}(x_m)$; $\bar{A}$ — вектор амплитуд колебаний переменных x в отдельных каналах.

Матрица $Q(j\Omega, \bar{A}) = W(j\Omega)G(\bar{A})$ является передаточной матрицей разомкнутой гармонически линеаризованной МСАР. В соответствии с идеями метода ХПФ ее можно записать при помощи преобразования подобия и диадной формы записи в виде:

$$Q(j\Omega, \bar{A}) = C(j\Omega, \bar{A}) \operatorname{diag} \{q_i(j\Omega, \bar{A})\} C^{-1}(j\Omega, \bar{A}); \quad (3)$$

$$Q(j\Omega, \bar{A}) = \sum_{i=1}^n \bar{c}_i(j\Omega, \bar{A}) q_i(j\Omega, \bar{A}) \bar{c}_i^+(j\Omega, \bar{A}), \quad (4)$$

где $C(j\Omega, \bar{A})$ — модальная матрица, составленная из нормированных собственных векторов $\bar{c}_i(j\Omega, \bar{A})$ матрицы $Q(j\Omega, \bar{A})$; $\bar{c}_i^+(j\Omega, \bar{A})$ — векторы, двойственные к $\bar{c}_i(j\Omega, \bar{A})$; $q_i(j\Omega, \bar{A})$ — собственные значения матрицы $Q(j\Omega, \bar{A})$.

Функции $q_i(j\Omega, \bar{A})$ назовем характеристическими передаточными функциями, а базис, составленный из $\bar{c}_i(j\Omega, \bar{A})$ — каноническим базисом гармонически линеаризованной МСАР. Нелинейные свойства линеаризованной МСАР проявляются именно в зависимости ХПФ и осей канонического базиса от вектора амплитуд $\bar{x}$. Диадная форма записи (1) допускает наглядную геометрическую интерпретацию внутренней структуры МСАР. ХПФ $q_i(j\Omega, \bar{A})$ можно считать передаточными функциями некоторых разомкнутых одномерных «характеристических» систем, каждая из которых действует вдоль определенного направления (оси канонического базиса) в n -мерном комплексном пространстве векторов $\bar{x}$. Подобная трактовка позволит выявить важные геометрические особенности поведения автоколебательных МСАР.

Подстановка (3) в (2) дает

$$C(j\Omega, \bar{A}) \operatorname{diag} \{1 + q_i(j\Omega, \bar{A})\} C^{-1}(j\Omega, \bar{A}) \bar{x} = 0. \quad (5)$$

Периодическое синусоидальное решение $\bar{x}$ уравнения (2) (или (3)) соответствует чисто мнимым корням характеристического уравнения

$$\det [I + Q(j\Omega, \bar{A})] = \sum_{i=1}^n [1 + q_i(j\Omega, \bar{A})] = 0. \quad (6)$$

Из (6) следует, что гармонически линеаризованная МСАР будет иметь чисто мнимый корень только в том случае, если такой же корень имеет одна из замкнутых одномерных характеристических систем. Далее, для существования автоколебаний необходимо, чтобы остальные корни уравнения (6) находились в левой полуплоскости. С позиций метода ХПФ это означает, что остальные характеристические системы должны быть устойчивыми.

Перепишем уравнение (2) с учетом диадного представления (1) в виде:

$$\bar{x} = -Q(j\Omega, \bar{A}) \bar{x} = - \left[\sum_{i=1}^n \bar{c}_i(j\Omega, \bar{A}) q_i(j\Omega, \bar{A}) \bar{c}_i^+(j\Omega, \bar{A}) \right] \bar{x}. \quad (7)$$

Отсюда вытекает, что вектор $\bar{x}$ может быть решением уравнения (2), если только он направлен по какой-либо одной, например r -ой, оси канонического базиса МСАР, при дополнительном условии

$$q_r(j\Omega, \bar{A}) = -1. \quad (8)$$

являющимся записанным в частотной форме условием нахождения r -ой характеристической системы на границе устойчивости.

Таким образом, в режиме установившихся автоколебаний в гармонически линеаризованной МСАР «возбуждается» только одна из одномерных характеристических систем. Остальные характеристические системы при этом устойчивы, а вектор $\bar{x}$ направлен по той оси канонического базиса, которая соответствует возбуждаемой характеристической системе, т. е.

$$x = \alpha c_r(j\Omega, \bar{A}), \quad (9)$$

где α — комплексный скаляр, модуль которого равен $|\alpha| = |\bar{x}| = |\bar{A}|$.

Условие (9) назовем условием коллинеарности векторов $\bar{x}$ и $c_r(j\Omega, \bar{A})$. Из него непосредственно вытекает коллинеарность вектора амплитуд $\bar{A}$ и действительного вектора $\bar{m}_r(j\Omega, \bar{A})$, составленного из модулей компонент вектора $c_r(j\Omega, \bar{A})$, т. е.

$$\bar{A} = |\bar{A}| \bar{m}_r(j\Omega, \bar{A}). \quad (10)$$

Из (9) также имеем, что сдвиги фаз колебаний в отдельных каналах равны аргументам компонент возбуждаемой оси канонического базиса $c_r(j\Omega, \bar{A})$. Условия (8), (9) или (10), дополненные условием устойчивости остальных характеристических систем, представляют собой необходимые условия существования одночастотных симметричных автоколебаний в нелинейной МСАР на рис. 1.

При численном исследовании автоколебаний следует, с целью выявления всех возможных периодических режимов, последовательно проверить по указанным условиям каждую из n одномерных характеристических систем. Для конкретного индекса r можно предложить следующую процедуру расчета. Придадим в (10) модулю $|\bar{A}|$ и частоте Ω постоянные значения*. Тогда мы придем к нелинейному уравнению относительно неизвестного вектора амплитуд $\bar{A}$. Решая это уравнение общими методами (например, методом простых итераций, Ньютона—Рафсона и т. д. [2]), получим вектор $\bar{A}$, удовлетворяющий условию коллинеарности (10). Отметим, что соответствующее значение ХПФ $q_r(j\Omega, \bar{A})$ при этом находится в процессе вычисления правой части в (10) [2]. Следовательно, определив «коллинеарный» вектор $\bar{A}$, можно нанести на комплексную плоскость и соответствующую точку $q_r(j\Omega, \bar{A})$. Изменяя при $|\bar{A}| = \text{const.}$ частоту Ω и решая каждый раз уравнение (10), получим r -ый характеристический годограф $q_r(j\Omega, \bar{A})$ при заданном $|\bar{A}| = \text{const.}$ Если этот годограф про-

* В дальнейшем вектор амплитуд и частоту автоколебаний для определенности обозначим через $\bar{A}_r$ и Ω_r .

ходит через точку $-1, j0$, то в точке пересечения удовлетворяются оба необходимых условия (8), (10) возбуждения r -ой характеристической системы. При этом частота автоколебаний Ω_+ находится по годографу $q_r(j\Omega, \bar{A})$, а сам вектор $\bar{A}_+$ является решением (10) при найденной частоте Ω_+ (рис. 2а). Если же при выбранном $|\bar{A}| = \text{const}$ годограф $q_r(j\Omega, \bar{A})$ не проходит через точку $-1, j0$, то необходимо повторить расчеты, варьируя величину модуля $|\bar{A}|$.

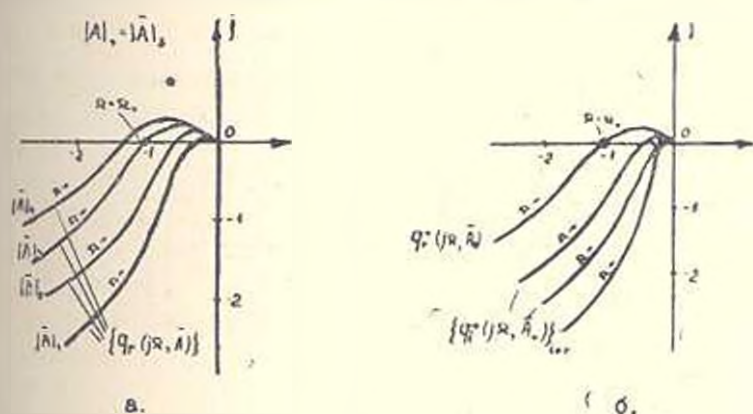


Рис. 2.

Для проверки устойчивости остальных характеристических систем нужно подставить найденный вектор $\bar{A}_+$ в передаточную матрицу $Q(j\Omega, \bar{A})$ и построить характеристические годографы $q_i(j\Omega, \bar{A}_+)$ последней при изменении частоты Ω . Тогда остальные характеристические системы будут устойчивыми в окрестности выявленного неуправляемого режима с возбуждением r -ой системы, если ни один из годографов $q_i(j\Omega, \bar{A}_+)$ ($i \neq r$) не охватывает точку $-1, j0$ (r -ый годограф при $\Omega = \Omega_+$ проходит через эту точку) (рис. 2б).

3. Автоколебания в одноканальных МОСАР. В одноканальных МОСАР (МОСАР) передаточные функции отдельных каналов являются одинаковыми (обозначим через $W(p)$), а взаимные связи описываются некоторой постоянной числовой матрицей R (рис. 3) [5]. Передаточная матрица $Q(j\Omega, \bar{A}) = W(j\Omega)G(\bar{A})R$ при этом совпадает с точностью до скалярного множителя $W(j\Omega)$ с матрицей $N(\bar{A}) = RG(\bar{A})$. Отсюда вытекает, что канонический базис гармонически линеаризованной МОСАР совпадает с каноническим базисом матрицы $N(\bar{A})$ и не зависит от $W(p)$, а ХПФ одномерных характеристических систем равны $q_i(j\Omega, \bar{A}) = \lambda_i(\bar{A})W(j\Omega)$, где $\lambda_i(\bar{A})$ — собственные значения матрицы $N(\bar{A})$. Последнее обстоятельство позволяет максимально приблизить методику исследования автоколебаний в МОСАР к классической методике Гольдфарба [3]. Для этого представим условие (8) в форме

$$W(j\Omega) = -1/\lambda_r(\bar{A}). \quad (11)$$

1. Автоколебания в циркулянтных и антициркулянтных МСАР (ЦМСАР и АМСАР). Интересными особенностями отличаются нелинейные МСАР, описываемые циркулянтными [4] и антициркулянтными передаточными матрицами. К таким МСАР относятся широко распространенные на практике простые симметричные и антисимметричные многосвязные системы [5]. Антициркулянтной в дальнейшем будем называть матрицу, каждая строка которой получается из предыдущей сдвигом на один элемент вправо, причем, последний элемент предыдущей строки становится первым элементом последующей с обратным знаком (в циркулянтных матрицах—с тем же знаком). В ЦМСАР и АМСАР имеется внутренняя симметрия между отдельными канала-

ми, что приводит к возможности существования автоколебательных режимов с одинаковыми амплитудами $A_i = A$ в отдельных каналах. При $A_i = A$ передаточная матрица $Q(j\Omega, A)$ ЦМСАР и АМСАР представляется в виде линейного полинома, соответственно, от ортогональной матрицы перестановок U [4] и матрицы перестановок U_- с изменением знака последнего элемента, имеющей вид:

$$U_- = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Канонический базис ЦМСАР (АМСАР) при этом совпадает с ортогональным каноническим базисом матрицы U (U_-) и является постоянным. Можно показать, что модули компонент всех собственных векторов матриц U и U_- одинаковы. Это значит, что при исследовании режима автоколебаний равных амплитуд в ЦМСАР необходимое условие коллинеарности (10) выполняется заведомо (что доказывает возможность существования данного режима) и вся задача сводится к определению частоты Ω и единственной амплитуды A , при которых некоторая i -ая характеристическая система находится на границе устойчивости, а все остальные системы — устойчивы. При этом можно применять стандартные методы классической теории регулирования [3].

26. X. 1983

Օ. Ն. ՊԱՊԱՐԱՅԱՆ

ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԲԱԶՄԱԿԱԾ ՀԱՄԱԿԱՐԳՆԵՐՈՒՄ ԻՆՔՆԱՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ԲՆՈՒԹԱԳՐՈՂ ՓՈԽԱՆՑՄԱՆ ՀՈՒՆԿՅԱՆՆԵՐԻ ՄԵԹՈԴՈՎ

Ա Ֆ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Տրված է բնութագրող փոխանցման ֆունկցիաների մեթոդի տարածումը կամայական չափողականություն ունեցող ոչ գծային բազմակապ ավտոմատ կարգավորման համակարգերում (ԲԱԿՀ) միահաճախական ինքնատատանումների հետադրման խնդրի վրա: Ստացված են ինքնատատանումների զոյություն անհրաժեշտ պայմանները, նկարագրվում է իվային հաշվարկման մեթոդը: Տրված են ինքնատատանումների վերլուծության առանձնահատկությունները ԲԱԿՀ-ի հատուկ դասերում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Mac Farlane A. G. J., Bellietruti J. J. The Characteristic Locus Design Method. — Automatica, 1973, т. 9, № 5, p. 575—558.
2. Демидович Б. П., Марон Н. А. Основы вычислительной математики.—М.: Наука, 1970—664 с.
3. Попов Е. П. Прикладная теория процессов управления и нелинейных системах.—М.: Наука, 1973. —384 с.
4. Маркин М., Минк Х. Обзор по теории матриц и матричных неравенств.—М.: Наука, 1972.—232 с.
5. Морозовский В. Г. Многосвязные системы автоматического регулирования.—М.: Энергия, 1970—288 с.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

К. П. МАНУКЯН, Э. И. МАНУКЯН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД
ИССЛЕДОВАНИЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ
СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

Процесс изготовления интегральных схем (ИС) связан с технологическими разбросами большого количества электрофизических и геометрических параметров. При массовом производстве интегральных схем особую роль представляют исследования чувствительности выходных характеристик к указанным разбросам. Наличие функции чувствительности (ФЧ) позволяет диагностировать состояние внутренних, недоступных для контроля параметров ИС, оптимально управлять технологическим процессом производства ИС.

Большинство известных методов определения ФЧ предполагают наличие математической модели, принципиальной или структурной схемы объекта исследования [1]. Однако сложность современных ИС и технологического процесса его изготовления не позволяют получать точные математические описания ИС. В такой ситуации, учитывая большую серийность изготовления ИС, для определения ФЧ можно воспользоваться статистическими данными о результатах измерений контролируемых ИС.

Пусть ИС характеризуется вектором $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ внутренних параметров состояния и вектором $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ выходных переменных. Тогда можно написать:

$$\Delta y_i = \sum_{j=1}^m a_{ij}(X, Y) \cdot \Delta x_j, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где $a_{ij}(\cdot)$ — функция чувствительности y_i от x_j ; Δy_i и Δx_j — приращения y_i и x_j .

Тогда в первом приближении можно принять следующую модель для ИС исследуемой серии:

$$Y - M(Y) = A(X - M(X)) + E_0, \quad (2)$$

где E_0 — вектор случайных ошибок измерения Y с элементами ϵ_{0i} ; A — матрица размерности $n \times m$ с элементами a_{ij} ; $M(\cdot)$ — оператор математического ожидания.

Дифференцируя (2) по элементам вектора X , получим:

$$\frac{\partial y_i}{\partial x_j} = a_{ij},$$

а с учетом (1) —

$$a_{ij} = a_{ij}[M(X); M(Y)].$$

Методы определения матрицы A по статистическим данным измерения Y и X освещены в [2]. Однако при анализе ИС применение этих методов связано с большими трудностями, ввиду невозможности или трудности измерения параметров X . В данной работе предлагается метод определения a_{ij} при отсутствии статистических данных измерений величин X .

Пусть для совокупности исследуемых ИС параметры X имеют случайный разброс. Задана дисперсионная матрица случайных величин X , результаты измерений вектора Y и средне-квадратичная ошибка их измерений ε_i ($i = \overline{1, n}$). Требуется получить оценки a_{ij} .

Введем в рассмотрение нормированные переменные:

$$z_i = \frac{y_i - M(y_i)}{S_i}; \quad \beta_{ij} = \frac{a_{ij}}{S_i}; \quad \epsilon_i = \frac{\epsilon_{oi}}{S_i},$$

где S_i^2 — выборочная дисперсия переменных y_i .

Введем в рассмотрение векторы Z , E и матрицу B_0 , элементами которых являются z_i , β_{ij} , ϵ_i , соответственно. Тогда выражение (2) можно представить в виде:

$$Z = B_0(X - M(X)) + E. \quad (3)$$

Определим дисперсионную матрицу линейного преобразования (3):

$$D(Z) = B_0 D(X) B_0^T + D, \quad (4)$$

где D — диагональная матрица с элементами $\frac{\sigma_i^2}{S_i^2}$.

Используя ортогональное преобразование симметричной матрицы $D(X)$, из (4) получим:

$$D(Z) = B_0 U \Lambda U^T B_0^T + D, \quad (5)$$

где U — матрица, столбцами которой являются собственные векторы матрицы $D(X)$; Λ — диагональная матрица с элементами $1/\lambda_i$; λ_i — i -ое собственное число матрицы $D(X)$.

Приняв обозначения $R = D(Z) - D$ и $B = B_0 U \Lambda$, из (5) следует, что

$$R = B \cdot B^T. \quad (6)$$

Используя результаты измерения выходных переменных, можно определить элементы матрицы R . Тогда (6) можно рассматривать как

систему уравнений относительно элементов матрицы B . Но однозначное решение уравнений (6) возможно лишь при соблюдении условия:

$$m \ll \frac{n+1}{2}. \quad (7)$$

Однако это условие на практике резко соблюдается. Ниже предлагается итерационный алгоритм для получения оценок элементов B .

Умножив уравнение (6) на матрицу $B(B^T B)^{-1}$, получим:

$$B = R \cdot B (B^T B)^{-1}.$$

Используя последнее выражение, можно организовать итерационный процесс определения оценок элементов матрицы B по схеме:

$$B_{k+1} = R \cdot B_k (B_k^T B_k)^{-1}, \quad (8)$$

где k —номер итерации.

Численные эксперименты показывают, что итерационный процесс (8) не всегда сходится и это можно обеспечить, используя метод релаксации. Итерационную формулу определения B при использовании этого метода можно получить на основе (8):

$$B_{k+1} = B_k + Q(B_{k+1}' - B_k) = B_k + Q[R \cdot B_k (B_k^T B_k)^{-1} - B_k], \quad (9)$$

где Q —матрица коэффициентов релаксации, вариацией значений которых достигается сходимость процесса (9).

Иследуем теперь сходимость процесса (9). Введем в рассмотрение остаточную дисперсионную матрицу

$$S_k = R - B_k B_k^T. \quad (10)$$

Тогда необходимое условие сходимости процесса (9) можно представить в виде:

$$\|S_{k+1}\| < \|S_k\|, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (11)$$

где $\|S_k\|$ —некоторая каноническая форма матрицы S_k .

Определим значение коэффициента релаксации Q , входящего в (9), обеспечивающее соблюдение условия (10). Для этого из (9) и (10) получим выражение для S_{k+1} :

$$S_{k+1} = R - B_k B_k^T + Q(2B_k B_k^T - B_k B_{k+1}'^T - B_{k+1}' B_k^T) + \\ + Q^2(B_{k+1}' B_k^T + B_k B_{k+1}'^T - B_k B_k^T - B_{k+1}' B_{k+1}'), \quad (12)$$

где

$$B_{k+1}' = R \cdot B_k (B_k^T B_k)^{-1}.$$

После простых преобразований имеем:

$$R = B_{k+1}' B_k^T \quad \text{и} \quad R = B_k B_{k+1}'^T.$$

Подставив последние два выражения в (12), получим:

$$S_{k+1} = R - B_k B_k^T - 2Q(R - B_k B_k^T) + Q^2(R - B_k B_k^T) + \\ + Q^2(R - B_{k+1} B_{k+1}^T). \quad (13)$$

Преобразуем последнее слагаемое выражения (13), подставив в нем значение B_{k+1} :

$$R - B_{k+1} B_{k+1}^T = R - R B_k (B_k^T B_k)^{-1} \cdot (B_k^T B_k)^{-1} B_k^T R = \\ = R - R (B_k B_k^T)^{-1} R = - (R - B_k B_k^T) (B_k B_k^T)^{-1} R.$$

С учетом полученного, выражение (13) приведем к виду:

$$S_{k+1} = (R - B_k B_k^T) [E - 2QE + Q^2E - Q^2(B_k B_k^T)^{-1} R]. \quad (14)$$

Используя свойства канонических норм [3], из (14) получим:

$$\|S_{k+1}\| \leq \|S_k\| \cdot [Q^2 \|B_k B_k^T\|^{-1} R\| + |1 - 2Q + Q^2|]. \quad (15)$$

Сравнивая (15) с (11), необходимое условие сходимости процесса (9) получим в виде:

$$Q^2 \alpha + |1 - 2Q + Q^2| < 1, \quad (16)$$

где

$$\alpha = \|B_k B_k^T\|^{-1} R\|.$$

После простых преобразований из (16) получим необходимое условие сходимости итерационного процесса (9) в виде

$$0 < (1 + \alpha)Q < 2.$$

Анализ выражения (16) показывает, что значение Q , обеспечивающее максимальное значение отношения $\|S_k\|/\|S_{k+1}\|$ в (15), определяется по формуле $Q = (1 + \alpha)^{-1}$. Подставив это значение в (9), получим наиболее быстро сходящийся итерационный процесс:

$$B_{k+1} = B_k + (1 + \|(B_k B_k^T)^{-1} R\|)^{-1} [R \cdot B_k (B_k B_k^T)^{-1} - B_k].$$

С целью исследования решений, полученных по вышеописанной методике, составим вектор-столбец F с элементами

$$f_i = \sum_{j=1}^n (v_{ij} - r_{ij})^2,$$

где b_{ij} , r_{ij} , r'_{ij} — элементы матрицы: B , R и $B_{k+1}^T \cdot B_k$, т. е.

$$r'_{ij} = \sum_{p=1}^n (b_{ki})_{ip} (b_{k+1})_{jp}.$$

Определим значения $(b_{k+1})_{ip}$, минимизирующих элементы вектора F . Искомые значения $(b_{k+1})_{ip}$ определим из уравнений:

$$\frac{\partial f_i}{\partial (b_{k+1})_{ip}} = 0, \quad \begin{cases} p = \overline{1 \cdot m}, \\ i = \overline{1 \cdot n}. \end{cases} \quad (17)$$

Легко показать, что систему уравнений (17) можно написать в виде:

$$B_{k+1} \cdot B_k^T \cdot B_k = R \cdot B_k, \quad \text{что эквивалентно уравнению (8).}$$

При $k \rightarrow \infty$ имеем $B_k \approx B_{k-1}$, т. е. полученные с помощью процессов (8) и (9) значения элементов матрицы B_{k-1} обеспечивают минимум среднеквадратичных отклонений элементов матрицы $(R - B \cdot B^T)$ от нуля в уравнении чувствительности (6).

Программные средства, реализующие данный метод, могут быть включены в состав математического обеспечения автоматизированных систем управления качеством производства ИС, где обеспечивается автоматическое измерение параметров ИС, сбор, хранение и обобщение результатов измерений.

ЕрПИ им. К. Маркса

20. IX. 1982.

Կ. Պ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ, Է. Ն. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ

ԲԱՐԴ ՕՐՅԵԿՏՆԵՐԻ ԶԳԱՅՆՈՒԹՅԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՄԱՆ ՓՈՐՁՆԱՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Հողփածում առաջարկվում է բարդ օբյեկտների ներքին պարամետրերից էլքային մեծությունների գլխավորական որոշման եղանակ: Քննարկվում է այն դեպքը, երբ անհայտ է ուսումնասիրվող օբյեկտի մաթեմատիկական նկարագիրը, ներքին պարամետրերը անմատչելի են փոփոխումների և չափումների համար, սակայն հայտնի են ուսումնասիրվող օբյեկտների բազմության համար էլքային մեծությունների չափման ավելանքը:

Առաջարկվում է ղգայնության դործակիցների որոշման իտերաքիայի ալգորիթմը և որոշվում է նրա գույամիտման տիրույթը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Раммбассер Е. П., Кудряков Р. М. Чувствительность систем автоматического управления.—Л.: Энергия, 1969.—208 с.
2. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды.—М.: Наука, 1976.—752 с.
3. Демидович Б. П., Матрон Н. А. Основы вычислительной математики.—М.: Физматгиз, 1963.—659 с.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Р. В. АКОПОВ, А. В. МАРКАРЯН, Л. М. ЧАХОЯН

ДИАГНОСТИКА КОДЕКА НА ПОСТОЯННЫХ
ЗАПОМИНАЮЩИХ УСТРОЙСТВАХ

Известно [1], что особенностью построения блоков кодирования-декодирования (кодеков) на ИС постоянных запоминающих устройств (ПЗУ), реализующих код Хемминга, является наличие двух каскадов, состоящих из ПЗУ (первый каскад) и схем сложения по модулю два (второй каскад) и что применение ПЗУ в кодеках оперативных запоминающих устройств позволяет существенно упростить структуру построения кодека.

Известна также целесообразность охвата любого устройства ЭВМ автономной системой диагностики, в которой контролируемое устройство выполнено самопроверяемым [2]. Для диагностики кодеков на ПЗУ возможно использовать существующие методы контроля считанной из запоминающего устройства информации, например, контроль на четность, а также комбинационных схем кодеков, построенных на ИС сложения по модулю два. Однако эти методы неэффективны, т. к. либо не позволяют обнаруживать любые отказы, либо требуют введения избыточности в ПЗУ в виде разрядов, определяющих четность информации, и не учитывают особенностей H матрицы построения кодека, а поэтому требуют формирования эталонных слов для сравнения с реакцией проверяемого кодека.

В работе предложен метод диагностики кодеков на ПЗУ, H матрица построения которых состоит из подматриц, получаемых циклической перестановкой строк любой подматрицы [1, 3]. Метод применим для класса кодеков, в которых каждое ПЗУ реализует кодирование информации согласно соответствующей подматрице размером $K \times n$, а число подматриц равно числу контрольных разрядов, т. е. для кодеков, удовлетворяющих условию $k = R/n$, где k , R — число контрольных и информационных разрядов, n — число адресных шин ПЗУ. Удовлетворение условия $k = R/n$ позволяет выполнить диагностику без формирования эталонных слов, только за счет наличия нулевого или единичного контрольного кода на выходе кодека. Метод позволяет обнаруживать любые неисправности и основан на параллельной подаче идентичных значений всех кодов адреса на входы ПЗУ, которые можно генерировать по простому алгоритму счетчика. Отметим, что при $k = R/n$ число

входов кодера наращивается условными разрядами до выполнения равенства $k=R/n$, причем, значения условных разрядов на входах кодера в рабочем режиме должны быть равны произвольной константе.

Рассмотрим принцип построения самодиагностируемого кодера и определим полноту контроля кодера. Представим любое j -ое n -разрядное подслово в R -разрядном тестовом слове в виде вектора:

$$\vec{R}_j = (r_{jn+1}, r_{j(n+1)}, \dots, r_{j(n+1)}, \dots, r_{jn-n-1}, r_{j(n-1)}).$$

где для любой пары идентичных подслов μ и ν справедливо условие равенства их элементов $r_{\mu n+1} = r_{\nu n+1} = \{0; 1\}$ при $\mu \neq \nu$. Тогда формирование контрольного кода C разрядностью k описывается посредством выражения [1]:

$$C = \sum_{j=0}^{k-1} \vec{R}_j \times h_j, \quad (1)$$

где h_j — подматрица H матрицы, а размер h_j равен $k \times n$.

Для удобства рассуждений любой i -ый столбец h_j запишем в виде многочлена по основанию x [4]:

$$G_i = g_{i0} + xg_{i1} + \dots + x^{k-1}g_{i(k-1)},$$

где $g_{i0}, g_{i1}, \dots, g_{i(k-1)}$ — двоичные элементы. Тогда h_j представим в виде:

$$h_j \rightarrow [x^j G_0, x^j G_1, \dots, x^j G_1, \dots, x^j G_n] \pmod{x^k}, \quad (2)$$

где знак $\rightarrow$ является функцией отображения двоичной матрицы h_j в матрицу многочленов.

Обозначим β_j j -ый член в выражении (1) и запишем его с учетом (2) в виде:

$$\begin{aligned} \beta_j &= \left(\sum_{i=1}^n x^j G_i r_{jn+i} \right) \pmod{x^k} = \\ &= \left(\sum_{i=1}^n x^j (g_{i0} + xg_{i1} + \dots + x^{k-1}g_{i(k-1)}) r_{jn+i} \right) \pmod{x^k} = \\ &= x^j (b_{j0} + xB_{j1} + \dots + x^j B_{jj} + \dots + x^{k-1}b_{j(k-1)}) \pmod{x^k}. \end{aligned}$$

где $B_{ij} = \{0; 1\}$.

Учитывая идентичность всех n -разрядных подслов, можно записать: $r_{jn+i} = r_i$ и $b_{ij} = b_j$. Тогда выражение (1) примет вид:

$$\begin{aligned} C &= \sum_{j=0}^{k-1} \beta_j = (b_0 + xB_1 + \dots + x^j b_j + \dots + x^{k-1}b_{k-1}) \times \\ &\times (1 + x + \dots + x^j + \dots + x^{k-1}) \pmod{x^k}. \end{aligned} \quad (3)$$

Поскольку $x^j(1+x+\dots+x^{k-1}) \equiv (1+x+\dots+x^{k-1}) \pmod{x^k}$, то выражение (3) можно преобразовать к виду:

$$C = (1+x+\dots+x^{k-1})(b_0+b_1+\dots+b_j+\dots+b_{k-1}) = \\ = (1+x+\dots+x^{k-1}) \sum_{j=0}^{k-1} b_j. \quad (4)$$

В выражении (4) значение $\sum_{j=0}^{k-1} b_j$ равно нулю или единице в зависимости от числа (четного или нечетного) единичных элементов в векторе R_j , что приводит к формированию единичного или нулевого кода C . Таким образом, на выходах кодера будет всегда формироваться нулевой или единичный контрольный код при условии, что его H матрица построения может быть представлена в виде k подматриц, получаемых циклической перестановкой строк любой из подматриц, а R -разрядное входное тестовое слово—в виде k идентичных n -разрядных подслов.

Покажем, что генерация всех $2^n k$ идентичных слов обеспечивает полную проверку первого и второго каскадов кодера. Очевидно, что подача всех 2^n тестовых слов на входы каждого n -разрядного ПЗУ является минимально необходимой для обеспечения полной проверки первого кодера. Покажем, что это условие достаточно для полной проверки второго каскада. В общем случае h_i подматрица может содержать как нулевые, так и ненулевые строки. На практике разрядность ПЗУ и число входов каждой схемы второго каскада выбирается равным числу ненулевых строк $(k-\gamma)$, т. е. уровень сигналов на выходах разрядов ПЗУ и входах схем второго каскада, соответствующих нулевым строкам, является нулевым, независимо от значения входного слова [1].

На рис. показана схема кодера и связи между ПЗУ и ИС второго каскада. Штриховыми линиями условно показаны выходы ПЗУ и входы ИС второго каскада, соответствующие нулевым строкам подматрицы h_i и принято, что нулевые строки подматрицы h_1 имеют номера от $k-\gamma+1$ до k , а строки остальных подматриц получены циклической перестановкой строк подматрицы h_1 .

Из рис. видно, что на входы каждой ИС сложения по модулю два второго каскада будут поступить значения сигналов с выходов первого ПЗУ. Очевидно, что для полной проверки второго каскада достаточно подать на $k-\gamma$ входов каждой ИС сложения по модулю два все $2^{k-\gamma}$ различных состояний. Покажем, что это условие выполняется в режиме диагностики генерацией 2^n идентичных слов на входах ПЗУ.

Обозначим через $h_{i\gamma}$ матрицу, полученную из h_i исключением нулевых строк. Приведем $h_{i\gamma}$ матрицу к каноническому виду, учитывая, что все столбцы h_i подматрицы должны быть отличны друг от друга [5]:

$$h_{i\gamma} = [J; B],$$

где I — единичная диагональная матрица размеров $(k - \gamma) \times (k - \gamma)$; B — матрица размером $(k - \gamma) \times (n - k + \gamma)$. При диагностике кодека, на выходе любого ПЗУ, из-за полного перебора 2^n всех возможных тестовых слов на входе ПЗУ, будут появляться все возможные сочетания сумм столбцов h_i , т. е. и $h_{\text{пол}}$.

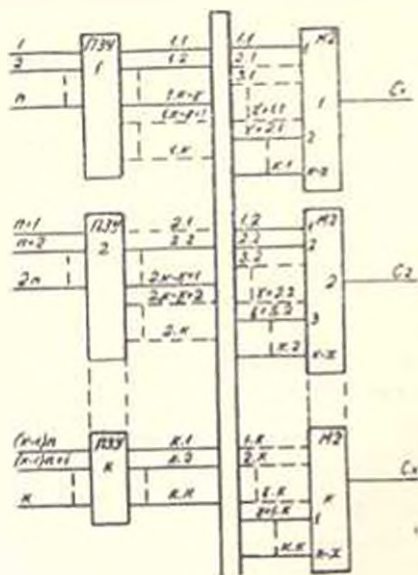


Рис. Схема кодека на ПЗУ

В этом случае коды, генерируемые матрицей $h_{\text{пол}}$, будут содержать все необходимые $2^{k-\gamma}$ возможных сочетаний, т. к. любой код может быть получен суммированием определенных столбцов I матрицы. Следовательно, генерация всех 2^k k идентичных n -разрядных тестовых слов является минимально необходимой для обеспечения полной проверки всего кодека. Поскольку для контроля используются k идентичных n -разрядных тестовых слов, то при построении автономной системы диагностики формирование этих слов может быть выполнено одним n -разрядным счетчиком.

В заключение отметим, что метод применим и для кодеков, построенных полностью на ИС сложения по модулю два, но с меньшей эффективностью из-за избыточных тестовых слов.

ЕрНННММ

25 III. 1984.

Ռ. Վ. ԱՎՈՊՈՎ, Ա. Մ. ՄԱՐԿԱՐԶԱՆ, Է. Մ. ԶԱՅՆՅԱՆ

ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ՀԻՇՈՂ ՍԱՐՔԵՐԻ ՎՐԱ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾ ԿՈՎԵԿԻ ԱՆՏՈՐՈՇՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ի մ

Ուսումնասիրված է կոդեկի ակտորոշումը, որը կառուցված է հաստատուն հիշող սարքերի ինտեգրալ սխեմաների վրա: Կոդեկի մասրիցան բաղկացած է հնթամասրիցաններից, որոնք ստացվում են նրանցից որևէ մեկի տողերի պարբերաբար տեղափոխմամբ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Mitteral H. Design of a Paralled Encoder Decoder for the Hamming Code using ROM. — Fast USA Japan Computer Conference, 1972, p. 531—537.
2. Пархоменко П. П., Соломонов Е. С. Основы технической диагностики — М. Энергониздат, 1981 — 320 с.
3. Histo M. Y. A class of optimal minimum odd-weight-column. — IBM Journ. of Res. and Dev., 1970, v. 14, July, № 4, p. 395—401.
4. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки — М. Мир, 1964 — 594 с.
5. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику — М. Мир, 1970 — 177 с.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

էջ

ՄԵՐԵՆԱՇԻՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Ե. Պէլստիս, Եռու. Լ. Սաբգոյան, Եւրոպոյ հարթ պատկերի՝ ուղղից ամենաթիւ յեղ-
 վոյ կենտրոն ժառանգ 3
- Մ. Գ. Ստակյան, Լ. Գ. Հովհաննիսյան: Փոխանցման մեխանիզմների լիսենսների բնու-
 վորման ուժի մի պարամետրների հետադրոտումը 5

ՇՐՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ՄԵԽԱՆԻԿԱ

- Յ. Մ. Սիմոնյան, Մ. Մ. Մառտիրոսյան, Ի. Պ. Իմիտրենկո: Օղակաձև և զայարածե շու-
 թաթիւն ջաշրամոդոյ կապակցիչով կոմպոզիտի առաջագոնողիական հաւ-
 կոթյունների նախագոյշակումը 15
- Վ. Վ. Փինաւյան, Ա. Վ. Դանդաւրովա: Սնդիւնի երկաթեղիտուն սյան կրողունակության
 հաշվարկային գնահատման միտադրոյսը 21

ԷԼԵԿՏՐԱՏԵԽՆԻԿԱ

- Մ. Գ. Թոխմախյան: Անցողիկ պրոցեսների օպտիմիզացումը ինդուկտիվ բնոով հոսան-
 թի ուժեղացուցիչներում 29

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԿԻՐՆՈՒՆԵՑԻԿԱ

- Ս. Ե. Դանսոյան: Ոչ զժային բուսական համակարգերում ինքնատուտանումների հե-
 տուցումը բնութագրող փոխանցման ֆունկցիայի մեթոդով 34

ՀԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

- Ի. Պ. Մանուկյան, Լ. Ն. Մանուկյան: Բարդ օբյեկտների զգայունության բաւամեասիրու-
 թյան փորձնալիմակագրական մեթոդ 40
- Ի. Վ. Ակոստով, Ա. Վ. Մարկոսյան, Լ. Մ. Զախոյան: Հաստատուն ճիշտ սարքերի վրա
 կառուցված կողմնի աշտորոշումը 45

СО Д Е Р Ж А Н И Е

стр.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Э. Е. Пейсах, Ю. Л. Саркисян. О точках движущейся плоской фигуры, наименее отклоняющихся от прямой	3
М. Г. Стакян, Л. Г. Оганесян. Исследование параметров режима нагружения валов передаточных механизмов	8

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. М. Симосян, М. М. Мартиросян, И. П. Дмитриенко. Прогнозирование упругореологических свойств композита спиральной и кольцевой намоток с низкомодульным связующим	15
В. В. Пикаджян, А. В. Дандурова. К расчетной оценке несущей способности сжатых железобетонных колонн	24

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М. Г. Тохмачян. Оптимизация переходных процессов в усилителях тока с индуктивной нагрузкой	29
--	----

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

О. Н. Гаспарян. Исследование автоколебаний в нелинейных многосвязных системах методом характеристических передаточных функций	34
---	----

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

К. П. Манцкян, Э. Н. Манцкян. Экспериментально-статистический метод исследования чувствительности сложных объектов	40
Р. В. Акопов, А. В. Маркарян, Л. М. Чахоян. Диагностика кодаксов на постоянных запоминающих устройствах	45