

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵԴԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Издается с 1947 г.
Журнал выходит 6 раз в год на русском языке

Կ Մ Բ Ա Գ Բ Ո Վ Ա Ն Կ Ո Ւ Կ Գ Ի Ա

Կասյան Մ. Վ. (պատ. խմբագիր), Աղոնց Հ. Տ. (պատ. խմբագրի տեղակալ),
Ալիբրեսեակի Վ. Վ., Անանյան Ա. Կ., Զաղոյան Մ. Ա., Հակոբյան Թ. Ն.,
Սարգսյան Յու. Լ., Ստանկյան Մ. Գ., Տեր-Ազարե Ի. Ա.,
Փինաջյան Վ. Վ. (պատ. խմբագրի տեղակալ),
Պատասխանատու քարտուղար Ստեփանյան Զ. Կ.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Касьян М. В. (ответ. редактор), Агонц Г. Т. (зам. ответ. редактора),
Алексеевский В. В., Аняян А. К., Аюпян Р. Е., Задоян М. А.,
Пинаджян В. В. (зам. ответ. редактора), Саркисян Ю. Л.,
Стакян М. Г., Тер-Азарьев И. А.
Ответственный секретарь Степанян Э. Կ.

խմբագրությունը հասցնել՝ Երևան-10, Բարեկամության փող. 24դ.

Адрес редакции: Ереван-10, ул. Барскамутия, 24г.

МАРТЫН ВАГАНОВИЧ КАСЬЯН

(К 75-летию со дня рождения)

Академику АН Армянской ССР Мартыну Вагановичу Касьяну, видному советскому ученому-машиностроителю, замечательному инженеру, педагогу и общественному деятелю — 75 лет.



Он родился 14 сентября 1905 г. Среднюю школу окончил в 1923 г., а в 1928 г. завершил высшее образование и получил квалификацию инженера-механика. С 1927 г. начал работать на производстве, пройдя все этапы инженерной деятельности на машиностроительных предприятиях. Совмещая работу на производстве с работой на кафедре механической технологии Грузинского политехнического института (ГПИ),

он с 1927 г. начинает самостоятельную научно-педагогическую деятельность. Собирая вокруг себя молодых специалистов, М. В. Касьян активно включается в организацию машиностроительной и, в частности, станкостроительной промышленности Грузии. Для решения многих вопросов требовались исследования и вот М. В. Касьян со свойственной ему энергией и знанием дела создает технологическую лабораторию кафедры технологии машиностроения ГПИ. В дальнейшем под руководством М. В. Касьяна эта лаборатория стала одним из очагов машиностроительной мысли Советского Союза. Обобщением работ, выполненных в лаборатории, стали кандидатская и докторская диссертации М. В. Касьяна, которые он блестяще защитил, соответственно, в 1937 и 1943 гг.

С именем М. В. Касьяна связана организация аспирантуры при кафедре технологии машиностроения ГПИ, где под его руководством были подготовлены и защищены 30 диссертаций.

В 1943 г. М. В. Касьян вступил в ряды КПСС. На него была возложена важная задача по организации на предприятиях Грузинской ССР производства боевой техники и боеприпасов для нужд фронта.

В 1949 г. М. В. Касьян по приглашению Ереванского политехнического института переезжает в Ереван и назначается заместителем директора института по учебной и научной работе и избирается заведующим кафедрой технологии машиностроения. Одновременно Академия наук Армянской ССР поручает ему разработать основы теории резания камней. Результатом этих обширных исследований, проведенных с привлечением большого числа сотрудников АН СМ и Института камня и силикатов, явилось создание гаммы камнеобрабатывающих станков. В этих институтах под руководством М. В. Касьяна были подготовлены многочисленные научные кадры для союзных республик и в особенности для Украинской и Армянской ССР.

Исследования в области металлов получили особое развитие именно в Ереване на базе работ кафедры технологии машиностроения. Исследовательские работы проводились не только в лабораториях института, но и в заводских лабораториях, каждая из которых получила свое научное направление для решения конкретных научных и производственных задач. Были налажены творческие связи с ведущими специалистами Союза и зарубежных стран. Благодаря неутомимым усилиям М. В. Касьяна и его сотрудников на кафедре изучались наиболее актуальные проблемы современного машиностроения.

Для более полного удовлетворения растущей потребности республики в специалистах высокой квалификации и повышения квалификации специалистов с производства в 1962 г. М. В. Касьян впервые в нашей стране организует общественную аспирантуру, за время существования которой были подготовлены и защищены более ста диссертаций по различным отраслям науки и техники. Опыт такой работы получил всесоюзное признание, его перенял ряд республик и областей.

В 1953 г. М. В. Касьян избирается членом-корреспондентом, а в 1956 г. — академиком АН АрмССР по машиностроению.

Он занимал должности академика-секретаря Отделения технических наук АН АрмССР.

В 1957 г. в связи с организацией Государственного научно-технического Комитета Совета Министров АрмССР М. В. Касьян назначается председателем этого Комитета, где под его руководством решается ряд важных проблем, имеющих народнохозяйственное значение.

За время своей научно-педагогической работы М. В. Касьян участвовал в подготовке около десяти тысяч инженеров-машиностроителей. Под его непосредственным научным руководством подготовили и защитили свои кандидатские и докторские диссертации свыше 120 человек.

Наряду с научно-исследовательской работой, итоги которой опубликованы в более чем 150 научных статьях, монографиях и брошюрах, М. В. Касьян ведет активную инженерную работу. Он вместе со своими сотрудниками и учениками является автором многих изобретений в области станкостроения и режущего инструмента для обработки металла и камня.

В 1970 г. М. В. Касьян был удостоен Государственной премии Армянской ССР в области науки и техники за расширение возможностей вырекопировального станка.

Имя М. В. Касьяна известно далеко за пределами нашей страны. Он приглашался для чтения лекции и проведения научных семинаров по физическим основам резания металлов в Мишкольцкий институт тяжелого машиностроения, в Дацзингский политехнический институт, в институт имени Отто фон Герике, в Массачусетский технологический институт, в Рейсселеровский политехнический институт и т. д.

Будучи одним из организаторов журнала «Гитутюн ев техник», он является бессменным общественным редактором этого журнала, а с 1962 г. по настоящее время — главным редактором «Известий АН АрмССР (серия технических наук)».

В обществе «Знание», где М. В. Касьян избран членом Президиума Армянского Правления, он руководит методическим советом по науке и технике.

В 1955 г. под его председательством было организовано Республиканское правление НТО Машиностроительной промышленности. Одновременно он является членом Президиумов РСНТО и РНТО Машинопрома.

За заслуги перед Родиной в деле развития машиностроительной промышленности, подготовки научных и инженерных кадров М. В. Касьян награжден двумя орденами «Трудового Красного Знамени», орденом «Дружба народов», «Знак почета», медалями, а также грамотами Президиума Верховного Совета АрмССР, ВЦСПС и других организаций. В 1960 г. ему было присвоено почетное звание заслуженного деятеля науки и техники Армянской ССР. Он лауреат премии имени Тиме — основоположника теории резания металлов.

Замечательная жизнь и многогранная деятельность М. В. Касьяна является ярким примером беззаветного служения партии и народу, сочетания высокого чувства гражданского долга с многолетним трудом во имя развития советской науки и техники.

В связи со славным юбилеем Редакция журнала желает Мартыну Вагановичу Касьяну доброго здоровья, личного счастья, новых творческих свершений.

РЕДАКЦИЯ

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Г. Г. ПЕРСИЯН

ОБ ОДНОП КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДВУХ ЦИЛИНДРОВ
С НЕИЗВЕСТНОЙ ЗОНОЙ КОНТАКТА

Контактные задачи для конечных тел с неизвестной зоной контакта помимо теоретического интереса представляют также значительный практический интерес и встречаются при расчете многих инженерных конструкций в современном машиностроении, автомобильном и железнодорожном транспорте, при проектировании различных деталей летательных аппаратов и в других областях прикладной механики.

Поэтому необходимо в точной математической постановке теории упругости в достаточно широком диапазоне изменения физических и геометрических параметров выяснить характерные закономерности взаимодействия конечных упругих тел между собой, получить расчетные формулы для определения размеров области контакта и вычисления контактных напряжений.

В настоящей работе рассматривается осесимметричная контактная задача теории упругости для двух цилиндров с различными упругими свойствами, имеющих конечные длины и одинаковые диаметры. Цилиндры контактируют между собой торцами, и один из них по нижней торцевой плоскости закреплен. Решение рассматриваемой задачи представляется в виде рядов Фурье—Дини с неизвестными коэффициентами, для определения которых получены парные ряды уравнения, содержащие функции Бесселя, решения которой сводятся к решению квази-вполне регулярных бесконечных систем линейных алгебраических уравнений. Окончательные выражения для контактных напряжений получены с выделенной особенностью. Получены также формулы для определения напряжений на поверхности контакта между цилиндром и основанием. Для частных значений внешней нагрузки, упругих постоянных и размеров цилиндров вычислены размеры области контакта и напряжения в контактных зонах.

Подробная библиография по этому вопросу приводится в [1].

1. Пусть два цилиндра конечной длины и одинакового диаметра, изготовленные из различных материалов, прижимаются по торцам друг к другу (рис. 1). На одном из торцов цилиндров нормальные и радиальные перемещения равны нулю, а на другом — приложена осе-

симметричная сжимающая нагрузка таким способом, что образуется кольцевая контактная область, наружный диаметр которой совпадает с диаметром цилиндров. Сцепление на поверхности контакта отсутствует. На боковых поверхностях цилиндров нормальные перемещения и касательные напряжения равны нулю.

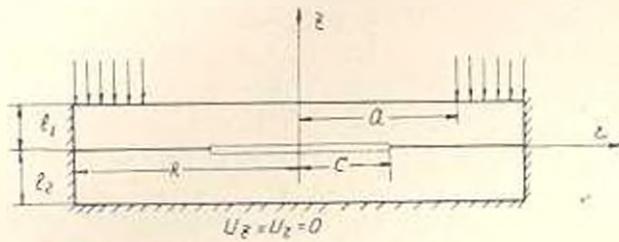


Рис. 1.

В дальнейшем все величины, относящиеся к верхнему цилиндру, будем отмечать индексом 1, а к нижнему — 2.

Граничные условия и условия контакта рассматриваемой задачи имеют вид:

$$\sigma_z^{(1)} = (r, l_1) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r < d \\ -P, & d < r < R \end{cases} = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k J_0(\beta_k r), \quad \tau_{rz}^{(1)}(r, l_1) = 0; \quad (1.1)$$

$$u_r^{(i)} = (R, z) = \tau_{rz}^{(i)}(R, z) = 0 \quad (i = 1, 2); \quad (1.2)$$

$$u_r^{(2)} = (r, l_2) = u_z^{(2)}(r, l_2) = 0; \quad (1.3)$$

$$\tau_{rz}^{(i)}(r, 0) = 0, \quad \sigma_z^{(1)}(r, 0) = \sigma_z^{(2)}(r, 0); \quad (1.4)$$

$$\begin{cases} \sigma_z^{(1)}(r, 0) = 0, & 0 \leq r < c; \\ u_z^{(1)}(r, 0) = -u_z^{(2)}(r, 0), & c < r < R, \end{cases} \quad (1.5)$$

где l_i — длины; R — радиус цилиндров; $J_n(x)$ — функция Бесселя действительного аргумента первого рода, а β_k — положительные корни уравнения $J_1(\beta_k R) = 0$.

Функции напряжений Лява ищем в виде [2]:

$$\begin{aligned} \Phi^{(i)}(r, z) = z(B_i z^2 + C_i z) + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k^{(i)} \operatorname{sh} \beta_k z + B_k^{(i)} \operatorname{ch} \beta_k z + \\ + C_k^{(i)} \beta_k z \operatorname{sh} \beta_k z + D_k^{(i)} \beta_k z \operatorname{ch} \beta_k z) J_0(\beta_k r). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Пользуясь обычными формулами [3], вычисляя при помощи (1.6) напряжения и перемещения, удовлетворим далее условиям (1.1) — (1.5) и введя также следующие обозначения

$$(1 - \nu_1) C_k^{(1)} + G(1 - \nu_2) C_k^{(2)} = \frac{X_k}{\beta_k^2}, \quad (1.7)$$

получим следующую систему парных рядов уравнений, содержащих функции Бесселя

$$\begin{cases} a_0 + \gamma \sum_{k=1}^{\infty} (1 - M_k) \beta_k X_k J_0(\beta_k r) = \sum_{k=1}^{\infty} N_k J_0(\beta_k r), & 0 \leq r < c; \\ q_0 + \sum_{k=1}^{\infty} X_k J_0(\beta_k r) = 0, & c < r < R, \end{cases} \quad (1.8)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \gamma &= -\frac{1}{1 - \nu_1 + G(1 - \nu_2)}; \quad G = \frac{G_1}{G_2}; \quad q_0 = (1 - 2\nu_1)C_1 + G(1 - 2\nu_2)C_2; \\ \Delta_k M_k &= (1 - \nu_1)(H_k^{(1)} - Q_k^{(1)})S_k^{(2)} + G(1 - \nu_2)(U_k^{(2)} - S_k^{(2)})Q_k^{(1)}; \\ \Delta_k N_k &= -(1 - \nu_1)a_k F_k^{(1)}S_k^{(2)}; \quad \Delta_k = (1 - \nu_1)H_k^{(1)}S_k^{(2)} + G(1 - \nu_2)Q_k^{(1)}U_k^{(2)}; \\ S_k^{(2)} &= (3 - 4\nu_2)\text{sh}^2 \mu_{k2} + \mu_{k2}^2 + 4(1 - \nu_2)^2; \quad U_k^{(2)} = (3 - 4\nu_2)\text{sh} \mu_{k2} \text{ch} \mu_{k2} - \mu_{k2}; \\ \mu_{k1} &= \beta_k l_1; \quad Q_k^{(1)} = \text{sh}^2 \mu_{k1} - \mu_{k1}^2; \\ F_k^{(1)} &= \text{sh} \mu_{k1} + \mu_{k1} \text{ch} \mu_{k1}; \quad H_k^{(1)} = \text{sh} \mu_{k1} \text{ch} \mu_{k1} - \mu_{k1}; \end{aligned} \quad (1.9)$$

C_i — модули сдвига, а ν_i — коэффициенты Пуассона.

Подставляя X_k в виде

$$X_k = \frac{1}{(\beta_k c)^{\nu_1} J_0^{\nu_1}(\beta_k R)} \sum_{n=0}^{\infty} b_n J_{2n+\nu_1}(\beta_k c) \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad \beta_0 = 0, \quad (1.10)$$

и применяя известные методы решения парных рядов-уравнений [4—6], решение уравнений (1.8) сводится к решению следующей бесконечной системы линейных алгебраических уравнений

$$b_s = \sum_{n=0}^{\infty} a_{sn} b_n + d_s, \quad (1.11)$$

где

$$\begin{aligned} a_{sn} &= \frac{2(4s+3)(-1)^{n+s}}{R^2} \int_0^c \frac{K_1(y) I_{2n+\nu_1}\left(\frac{cy}{R}\right) I_{2s+\nu_1}\left(\frac{cy}{R}\right)}{y I_1(y)} dy + \\ &+ \frac{2(4s+3)}{R^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{M_k J_{2n+\nu_1}(\beta_k c) J_{2s+\nu_1}(\beta_k c)}{\beta_k^2 J_0^{\nu_1}(\beta_k R)}; \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$d_s = -\frac{2(4s+3)}{R^2 \gamma} c^{\nu_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(1 - \nu_1) F_k^{(1)} S_k^{(2)} a_k}{\beta_k^{\nu_1} \Delta_k} J_{2s+\nu_1}(\beta_k c) - \frac{2\sqrt{2}c^{\nu_1} a_n}{R^2 \sqrt{\pi} \gamma} \delta_{s0};$$

δ_{s0} — символ Кронекера; $I_n(x)$, $K_n(x)$ — функция Бесселя от мнимого аргумента, соответственно, первого и второго рода.

Квази-вполне регулярность бесконечной системы линейных уравнений (1.11) доказывается аналогично, как это сделано в [5, 6].

Подставив значение X_k по формуле (1.10) в первое уравнение (1.8), для контактного нормального напряжения получим следующее выражение [6]

$$\begin{aligned} \sigma_z(r, 0) = & a_0 - \gamma \sum_{k=1}^{\infty} M_k \beta_k X_k J_0(\beta_k r) - \sum_{k=1}^{\infty} N_k J_0(\beta_k r) + \frac{\gamma \sqrt{R}}{2c^{3/2}} \times \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} b_n \left[\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_1(y) I_{2n+3/2} \left(\frac{cy}{R} \right) I_0 \left(\frac{ry}{R} \right) \sqrt{y}}{I_1(y)} dy + \right. \\ & \left. + \frac{\sqrt{2} \left(\frac{c}{R} \right)^{2n+3/2} \Gamma^2(n+3/2)}{\pi \left(\frac{r}{R} \right)^{2n+3} \Gamma(2n+5/2)} F(n+1, n+1, 2n+5/2, c^2/r^2) \left(1 - \frac{c^2}{r^2} \right)^{-1/2} \right], \\ & c < r < R \quad (1.13) \end{aligned}$$

где $\Gamma(x)$ — гамма функция; $F(x, \beta, \gamma, x)$ — гипергеометрический ряд. Для нормального $\sigma_z^{(2)}(r, l_2)$ и касательного $\tau_{rz}^{(2)}(r, l_2)$ напряжений получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(2)}(r, l_2) = & a_0 + 2(1 - \nu_1) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu_{k2} \operatorname{sh} \mu_{k2} + 2(1 - \nu_2) \operatorname{ch} \mu_{k2}}{\Delta_k} \times \\ & \times [(1 - \nu_1) F_k^{(1)} a_k - Q_k^{(1)} \beta_k X_k] J_0(\beta_k r); \quad (1.14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{rz}^{(2)}(r, l_2) = & 2(1 - \nu_2) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu_{k2} \operatorname{ch} \mu_{k2} - (1 - 2\nu_2) \operatorname{sh} \mu_{k2}}{\Delta_k} \times \\ & \times [(1 - \nu_1) F_k^{(1)} a_k - Q_k^{(1)} \beta_k X_k] J_1(\beta_k r). \quad (1.15) \end{aligned}$$

Неизвестную величину c можно определить из условия равенства нулю контактного напряжения на границе области контакта, что равносильно условию [6]:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} b_n = 0. \quad (1.16)$$

При полном контакте ($c = 0$) и отсутствии особенности напряжений на краю контакта зависимость между длиной цилиндров от свойств материалов и размеров приложения внешней нагрузки выражается следующей формулой [6]:

$$a_0 - \sum_{k=1}^{\infty} N_k = 0. \quad (1.17)$$

В этом случае для контактного нормального напряжения получаем [6]:

$$\sigma_r(r, 0) = \sigma_0 - \sum_{k=1}^{\infty} N_k J_0(\beta_k r). \quad (1.18)$$

Численные примеры

Рассмотрим два цилиндра одинаковой длины и диаметра, изготовленные из различных материалов. На верхнем торце верхнего цилиндра приложена осесимметричная сжимающая нагрузка (рис. 1):

$$\sigma_z^{(1)}(r, l_1) = \begin{cases} 0, & 0 < r < a \\ -P, & a < r < R \end{cases} = -\frac{R^2 - a^2}{R^2} P + \frac{2aP}{R^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_1(\beta_k a) J_0(\beta_k r)}{\beta_k J_0(\beta_k R)}. \quad (2.1)$$

Целью вычислений является определение размеров области контакта и величины контактного нормального напряжения. Для этого предварительно необходимо найти зависимость радиуса контактной области c от l , что связано с большим объемом вычислений. Во избежание отмеченных трудностей в работе задаются значения c и a и при заданных значениях упругих характеристик материалов определяется l ($l_1 = l_2 = l$).

После определения таким образом радиуса c области контакта, по формулам (1.13) — (1.15) вычислены контактные напряжения для каждого c , соответствующего заданному радиусу a распределенных внешних нагрузок.

Вычисления проведены для значений: $\frac{c}{R} = 0, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8$; $\nu_1 = 0,1, 0,3, 0,4$; $\nu_2 = 0,1, 0,3, 0,4$; $G = 0,05, 0,5, 1, 2, 20$; $a = 0,9R, 0,99R$.

Значения длины цилиндра ($l = l_1 = l_2$) при различных значениях размеров области контакта, коэффициентов Пуассона и модулей упругости материалов цилиндров для $a = 0,99R$ приведены в табл. 1.

При контакте по всему торцу ($c = 0$) предельное значение длины цилиндров для различных значений размеров приложения нагрузки ($R - a$), модулей упругости материалов цилиндров при $\nu_1 = \nu_2 = 0,1$ приведены в табл. 2.

Значения напряжений $\sigma_z^{(2)}(r, l_2)$ на поверхности контакта между нижним цилиндром и основанием при: $a = 0,9R$; $\nu_1 = \nu_2 = 0,1$; $\nu_1 = 0,1$; $\nu_2 = 0,3$; $\nu_1 = 0,3$; $\nu_2 = 0,1$; $\frac{c}{R} = 0,6$; $G = 0,05, 0,5, 1, 2$ и 20 приведены в табл. 3.

c/R	G	l/R						
		$\nu_1=0,1,$ $\nu_2=0,1$	$\nu_1=0,1,$ $\nu_2=0,3$	$\nu_1=0,3,$ $\nu_2=0,1$	$\nu_1=0,3,$ $\nu_2=0,3$	$\nu_1=0,1,$ $\nu_2=0,4$	$\nu_1=0,4,$ $\nu_2=0,1$	$\nu_1=0,3,$ $\nu_2=0,4$
0	0,05	0,6499	0,6549	0,6448	0,6509	0,6577	0,6441	0,654
	0,5	0,5347	0,5624	0,5122	0,5405	0,5788	0,4979	0,5614
	1	0,471	0,5046	0,4477	0,4821	0,5268	0,4373	0,5057
	2	0,4075	0,4426	0,3854	0,42	0,4677	0,3722	0,446
	20	0,2352	0,2609	0,221	0,2452	0,2845	0,2126	0,2682
0,2	0,05	0,6204	0,6249	0,6155	0,6214	0,6274	0,6118	0,6245
	0,5	0,5116	0,538	0,4905	0,5194	0,554	0,4770	0,5376
	1	0,4516	0,4837	0,4294	0,4624	0,505	0,4157	0,4852
	2	0,3909	0,4215	0,3696	0,403	0,448	0,3571	0,4282
	20	0,2257	0,2503	0,212	0,2352	0,2733	0,204	0,2575
0,4	0,05	0,5315	0,5354	0,5276	0,5325	0,5376	0,5245	0,5352
	0,5	0,4425	0,4647	0,4249	0,4493	0,4784	0,4136	0,4649
	1	0,3919	0,4191	0,3729	0,4013	0,4378	0,3612	0,421
	2	0,3395	0,3684	0,3212	0,3497	0,3899	0,31	0,3718
	20	0,1948	0,2157	0,1829	0,2026	0,2356	0,1759	0,2218
0,6	0,05	0,3913	0,391	0,3886	0,3921	0,3956	0,3866	0,394
	0,5	0,3294	0,345	0,3169	0,3341	0,3548	0,3087	0,3452
	1	0,2927	0,3122	0,2786	0,2989	0,3257	0,2689	0,3132
	2	0,2536	0,2745	0,2395	0,2624	0,2901	0,2313	0,2765
	20	0,1444	0,1597	0,1354	0,1497	0,1732	0,1302	0,1636
0,8	0,05	0,21	0,2114	0,2089	0,2104	0,2122	0,2083	0,2114
	0,5	0,1778	0,1856	0,1724	0,1802	0,1909	0,1694	0,1858
	1	0,1581	0,1684	0,1518	0,1612	0,1763	0,1495	0,1686
	2	0,1366	0,1477	0,1306	0,1401	0,1561	0,1274	0,1487
	20	0,078	0,0862	0,0741	0,0809	0,0938	0,0722	0,0884

Таблица 2

a/R	l/R при $\varepsilon=0, \nu_1=\nu_2=0,1$				
	$G=0,05$	$G=0,5$	$G=1$	$G=2$	$G=20$
0,99	0,6499	0,5347	0,471	0,4075	0,2352
0,95	0,6429	0,5292	0,4665	0,4036	0,5331
0,9	0,6484	0,5334	0,4702	0,4067	0,2348
0,8	0,6205	0,5117	0,4516	0,3909	0,2265
0,7	0,5817	0,4812	0,4256	0,3687	0,2137
0,6	0,525	0,4364	0,3864	0,335	0,1945
0,5	0,45	0,3753	0,3325	0,2888	0,1669
0,4	0,3622	0,302	0,2672	0,2309	0,1333
0,3	0,2714	0,2262	0,2	0,1728	0,0997
0,2	0,1808	0,1506	0,1331	0,1152	0,0654
0,1	0,0903	0,0755	0,0667	0,0578	0,0333
0,05	0,0478	0,0408	0,0362	0,0312	0,0173

R/r	$\sigma_2^{(2)}(r, t_2)$				
	G=0,05	G=0,5	G=1	G=2	G=20
$r_1 = r_2 = 0,1$					
0,1	0,009763	0,009596	0,007826	0,005434	0,00072
0,2	0,00565	0,008364	0,007835	0,006189	0,001085
0,3	-0,004142	0,003662	0,005746	0,006154	0,001953
0,4	-0,024444	-0,009798	-0,003452	0,001155	0,003337
0,5	0,061676	-0,040985	-0,029866	-0,019594	-0,000681
0,6	-0,120403	-0,099419	-0,085618	-0,073366	-0,042458
0,7	-0,197028	-0,185345	-0,176844	-0,167471	-0,148541
0,8	-0,276413	-0,281956	-0,283646	-0,284182	-0,283682
0,9	-0,336444	-0,359313	-0,372436	-0,385155	-0,408961
1	-0,358495	-0,388636	-0,406852	-0,425344	-0,462516
$r_1 = 0,1, r_2 = 0,3$					
0,1	-0,005503	-0,005378	-0,005648	-0,005656	-0,00183
0,2	-0,008413	-0,006432	-0,005893	-0,005501	-0,002259
0,3	-0,016121	-0,010694	-0,008303	-0,006465	-0,00285
0,4	-0,033466	-0,023215	-0,017651	-0,012575	-0,003813
0,5	-0,067072	-0,052433	-0,043313	-0,033841	-0,011255
0,6	-0,121924	-0,106989	-0,096727	-0,08527	-0,054061
0,7	-0,194936	-0,186609	-0,180123	-0,172382	-0,154092
0,8	-0,271422	-0,275361	-0,277129	-0,278363	-0,281009
0,9	-0,329604	-0,345922	-0,356555	-0,36829	-0,396821
1	-0,351031	-0,372395	-0,387041	-0,403603	-0,445677
$r_1 = 0,3, r_2 = 0,1$					
0,1	0,009861	0,009078	0,006978	0,004588	0,000552
0,2	0,005887	0,008328	0,007332	0,005459	0,000849
0,3	-0,003678	0,004588	0,006093	0,005932	0,001578
0,4	-0,023703	-0,007383	-0,001508	0,002268	0,002976
0,5	-0,060732	-0,036993	-0,025902	-0,016364	0,000189
0,6	-0,119521	-0,094933	-0,081591	-0,068936	-0,039972
0,7	-0,196598	-0,182489	-0,173389	-0,164262	-0,147567
0,8	-0,276732	-0,282683	-0,283978	-0,284135	-0,283814
0,9	-0,337555	-0,363945	-0,377296	-0,389491	-0,414612
1	-0,359792	-0,394978	-0,413796	-0,431491	-0,461612

ЕрПН № К. Маркса

Поступило 28. III. 1980

Վ. Գ. ՆՆՐՈՒՄՅԱՆ

ԱՆՆԱՅՏ ԿՈՆՏԱԿՏԱՅԻՆ ՏԻՐՈՒՅԹՈՎ ԵՐԿՈՒ ԳՍԱՆՆԵՐԻ
ԿՈՆՏԱԿՏԻ ՄԻ ԽՆԳՐԻ ՄՍԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Դիտարկվում է ճակատներով հզված, տարբեր առաձգական հատկու-
թյուններ, միևնույն արամագծիք և վերջավոր նրկարուժյուններ ունեցող եր-
կու շրջանային զլանների առաձգականության տեսության ստանցքասիմետրիկ
խնդիր, երբ զլաններից մեկը ներքևի ճակատով ամրացված է կոշտ հիմքին:
Նորմալ տեղափոխումները և շոշափող լարումները զլանային մակերևութների
վրա հավասար են զրոյի: Գրանների կոնտակտի տիրույթը բնորոշվում է ան-

հայտ: Գիտարկվում է արտաքին այնպիսի բեռ, որի ղեկըրում առաջանում է օղակաձև կոնտակտի տիրույթ: Խնդրի լուծումը ներկայացվում է Ֆյուրե-Գինիի շարքերի միջոցով: Այդ շարքերի գործակիցների որոշման համար ստացվում է Բեսսելի ֆունկցիաներ պարունակող դույզ- շարք հավասարումներ, որոնց լուծումները հանդեցված են րվագիլիիովին կանոնավոր գծային հանրահաշվական հավասարումների անվերջ համակարգի լուծմանը: Բերված թվային օրինակներում որոշվում է կոնտակտի տիրույթի չափը և լարումները կոնտակտների մակերևույթների վրա:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Мартиросян З. А. О двух контактных задачах для круглых упругих цилиндров конечной длины. «Известия АН АрмССР. Механика», т. XXXI, № 5, 1978.
2. Абрамян Б. Л. К задаче осесимметричной деформации круглого цилиндра. «Доклады АН АрмССР», т. XIX, № 1, 1954.
3. Тимошенко С. П. Теория упругости. М., ОНТИ, 1937.
4. Cooke I. C., Tranter C. J., Dual Fourier—Bessel Series. The Quart. Journ. of Mech. and Appl. Mathem. August, v. XII, p. 2, 1959, Oxford.
5. Баблюян А. А., Мелконян А. П. О двух смешанных осесимметричных задачах теории упругости, «Известия АН АрмССР. Механика», т. XXII, № 5, 1969.
6. Мартиросян З. А., Нерсисян Г. Г. Некоторые контактные задачи для двух конечных цилиндров из различных материалов. «Известия АН АрмССР (серия Т. II.)», т. XXXIII, № 5, 1980.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Г. Л. ПЕТРОСЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМОВАНИЯ СЛОИСТОПОРИСТЫХ
БИМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ТРУБ

Слоистопористые биметаллические трубы (тепловые трубы) широко используются в различных отраслях современной техники в качестве теплопередающих элементов [1]. Тепловые трубы можно получить, используя различные технологические процессы, наиболее производственными из которых являются прессование и волочение труб (рис. 1) через коническую матрицу [2].

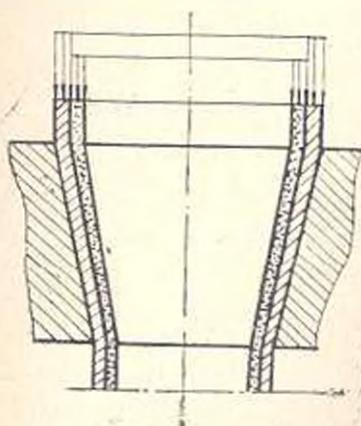


Рис. 1. Схема прессования слоистопористой биметаллической трубы.

Для получения необходимых свойств и размеров изделий, а также для расчета силовых параметров формования, необходимо исследовать напряженно-деформированные состояния тепловых труб.

При формовке между слоями трубы возникает контактное давление, которое зависит от свойств материалов слоев и определяется из условий контакта между ними. Рассмотрим два предельных случая контакта слоев трубы.

1. *Имеется скольжение между слоями трубы.* Исследованию напряженно-деформированного состояния внешнего беспористого слоя посвящена работа [3]. Уравнения, позволяющие исследовать напряженно-деформированное состояние беспористого слоя трубы, имеют следующий вид [3]:

$$\frac{d\psi}{dR} = \frac{1}{4R \cos^2\left(\psi - \frac{\pi}{6}\right)} \left\{ 2\sqrt{3} \left| 1 + \frac{f\bar{\delta}_1 \operatorname{ctg} \alpha}{(2R + \bar{\delta}_1 \cos \alpha) \cos \alpha} \right| - \right. \\ \left. - \frac{2\sqrt{3} p_R}{\sigma_i \sin 2\alpha} \left[(\sin 2\alpha + f) \sin \alpha + \sqrt{3} f \cos \alpha \right] + \frac{4f\sigma_i \operatorname{ctg} \alpha \sin 2\alpha}{(2R + \bar{\delta}_1 \cos \alpha) \cos \alpha} + \right. \\ \left. + 4 \cos\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right) \frac{1}{\sigma_i} \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} \right\} + \frac{\sqrt{3}}{2\sigma_i \cos\left(\psi - \frac{\pi}{6}\right)} \frac{dp_R}{dR}; \quad (1)$$

$$\frac{d\bar{\delta}_1}{dR} = - \frac{\bar{\delta}_1 \sin \psi}{R \cos\left(\psi - \frac{\pi}{6}\right)}; \quad (2)$$

$$\frac{d\bar{\varepsilon}_i}{dR} = \frac{1}{R \cos\left(\psi - \frac{\pi}{6}\right)}; \quad (3)$$

$$d\varepsilon_{\theta 1} = \bar{d\varepsilon}_i \cos\left(\psi - \frac{\pi}{6}\right); \quad d\varepsilon_{m1} = \bar{d\varepsilon}_i \sin\left(\psi - \frac{\pi}{6}\right); \quad (4)$$

$$\sigma_{m1} = -p_R - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_i \cos\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right); \quad (5)$$

$$\sigma_{\theta 1} = -p_R + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_i \cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right);$$

$$p_s = p_R - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_i \cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \frac{2\bar{\delta}_1 \cos \alpha}{2R + \bar{\delta}_1 \cos \alpha}, \quad (6)$$

где ψ — подлежащая определению неизвестная функция; α — угол между осью конической матрицы и его образующей; f — коэффициент трения; $\sigma_{R1} = -p_R$, σ_{m1} , $\sigma_{\theta 1}$ — соответственно, радиальное, меридиональное и окружное напряжения; σ_i — интенсивность напряжений; $d\varepsilon_{\theta 1}$, $d\varepsilon_{m1}$ — приращения окружной и меридиональной деформаций беспористого слоя трубы; $\bar{d\varepsilon}_i$ — интенсивность приращений пластических деформаций; p_s — интенсивность нормальных сил, возникающих между матрицей и трубой; $\bar{\delta}_1$ — толщина стенки беспористого слоя трубы; R — радиус окружности внутренней поверхности беспористого слоя трубы в сечении, перпендикулярном ее оси.

Радиус R определяется в зависимости от геометрии канала матрицы и размеров беспористого слоя трубы по формуле:

$$R = R_1 - (h - z) \operatorname{tg} \alpha - \frac{\bar{\delta}_1}{\cos \alpha}, \quad (7)$$

где R , — радиус входной части матрицы; h — высота конической части матрицы; z — расстояние текущего сечения радиуса R от выходной части матрицы.

Напряженно-деформированное состояние внутреннего пористого слоя трубы исследуется по методике [4]. Используя уравнения равновесия элемента, вырезанного главными сечениями осесимметрично нагруженной безмоментной оболочки вращения, зависимости деформаций [5] и уравнений теории пластичности пористых материалов [6, 7], получаем:

$$\frac{d\sigma_{m2}}{dR} = \frac{(1 + f \operatorname{ctg} \alpha) [(1 - 2\gamma^m) \sigma_{m2} - Q]}{2R(1 + \gamma^m)} - \frac{\sigma_{m2} [3(1 - 2\gamma^m) \sigma_{m2} + (1 + 4\gamma^m) Q]}{2RQ(1 + \gamma^m)}; \quad (8)$$

$$\frac{d\delta_2}{dR} = \frac{\delta_2(3\sigma_{m2} - Q)(1 - 2\gamma^m)}{2RQ(1 + \gamma^m)}; \quad (9)$$

$$\frac{dv}{dR} = -\frac{69\gamma^m(1 - v)(3\sigma_{m2} - Q)}{2RQ(1 + \gamma^m)}; \quad (10)$$

$$\frac{d\bar{\epsilon}_{\text{экв.}}}{dR} = -\frac{2\beta^{1n} \sigma_{\text{экв.}}}{RQ}; \quad (11)$$

$$\gamma^m = \frac{(1 - 2\gamma^m) \sigma_{m2} - Q}{2(1 + \gamma^m)}; \quad (12)$$

где $Q = \sqrt{4\beta^{2m-1}(1 + \gamma^m) \sigma_{\text{экв.}}^2 - 3(1 + 4\gamma^m) \sigma_{m2}^2}$; σ_{m2} , $\sigma_{\text{экв.}}$ — соответственно, меридиональное и окружное напряжения пористого слоя трубы; δ_2 — толщина стенки; $\sigma_{\text{экв.}}$ — эквивалентное напряжение; $d\bar{\epsilon}_{\text{экв.}}$ — эквивалентное приращение пластических деформаций; n , m — постоянные для материала; γ и β — функции v -пористости материала [4]:

$$\begin{aligned} \text{при } 0 \leq v \leq 0,25 & \quad \gamma = 0,15(v)^{0,6}; & \quad \beta = 1 - 1,8v^{0,9}; \\ \text{при } 0,25 \leq v \leq 0,6 & \quad \gamma = 0,0185 + 0,183v, & \quad \beta = 0,73 - v. \end{aligned} \quad (13)$$

Для определения контактного давления p_R используем второе уравнение равновесия трубы [5]. Имеем:

$$p_R = \frac{\sigma_{\theta 2} \delta_2 \cos \alpha}{R}; \quad (14)$$

При интегрировании уравнения (1) необходимо иметь отношение $\frac{dp_R}{dR}$, которое определяется дифференцированием (14) по R . Получаем:

$$\begin{aligned}
\frac{dp_R}{dR} = & \frac{\sigma_{\theta 2} \delta_2 \cos \alpha}{R^2} - \frac{\sigma_{\theta 1} \cos \alpha}{R} \frac{d\delta_2}{dR} - \frac{\delta_2 \cos \alpha}{R} \left\{ \frac{m\gamma^{m-1}}{1+\gamma^m} \right\} \frac{3\sigma_{m2}^2}{Q} - \\
& - \frac{(1-2\gamma^m)\sigma_{m2} - Q}{2(1+\gamma^m)} - \sigma_{m2} - \frac{\beta^{2n+1}\sigma_{\text{экв.}}^2}{Q} \left| \frac{d\beta}{dR} \right| - \\
& - \frac{(2n+1)\beta^{2n}\sigma_{\text{экв.}}}{Q} \frac{d\beta}{dR} - \frac{2\beta^{2n+1}\sigma_{\text{экв.}}}{Q} \frac{d\sigma_{\text{экв.}}}{d\epsilon_{\text{экв.}}} \frac{d\bar{\epsilon}_{\text{экв.}}}{dR} + \\
& + \frac{1}{2(1+\gamma^m)} \left\{ 1-2\gamma^m + \frac{3(1+4\gamma^m)\sigma_{m2}}{Q} \left| \frac{d\sigma_{m2}}{dR} \right| \right\}. \quad (15)
\end{aligned}$$

Таким образом, получаем систему семи дифференциальных уравнений (1)–(3), (8)–(11) относительно ψ , δ_1 , ϵ_1 , σ_{m2} , δ_2 , v и $\epsilon_{\text{экв.}}$.

Значение функции ψ_1 при $z = h$ ($R = R_1$) определим из уравнения $d\epsilon_{m1} = d\epsilon_{m2}$ (ввиду прессования жестким пуансоном), которое приведем к виду

$$\frac{\sin\left(\psi_1 - \frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(\psi_1 - \frac{\pi}{6}\right)} = - \frac{3\sigma_{m2}(1+4\gamma^m) + Q(1-2\gamma^m)}{2Q(1+\gamma^m)}. \quad (16)$$

Решая уравнение (16) относительно ψ_1 , будем иметь

$$\psi_1 = \text{arctg}\left(\sqrt{3} \frac{1+k_1}{1-k_1}\right) + \pi, \quad (17)$$

где

$$k_1 = \frac{3\sigma_{m2}(1+4\gamma^m) + Q(1-2\gamma^m)}{2Q(1+\gamma^m)}. \quad (18)$$

Задаваясь начальными значениями δ_{10} , ϵ_{10} , $\epsilon_{\text{экв.}0}$, σ_{m20} , δ_{20} , v_0 при $R = R_1$, зная диаграммы деформирования материалов беспористого и пористого слоев трубы, из уравнений (12)–(14), (17) находим γ , β , p_R , $\sigma_{\theta 2}$, ψ_1 .

Интегрированием системы уравнений (1)–(3), (8)–(11) вычисляем величины ψ , δ_1 , $\int d\epsilon_1$, σ_{m2} , δ_2 , v , $\int d\epsilon_{\text{экв.}}$ в различных точках конической части слонстонористой биметаллической трубы. Далее, по формулам (5), (6), (12) и (14) определяем, соответственно, σ_{m1} , ϵ_{11} , p_1 , $\sigma_{\theta 2}$ и p_R .

2. *Отсутствует скольжение между слоями трубы.* В этом случае по высоте конической матрицы во всех контактных точках между слоями трубы будет соблюдаться условие $d\epsilon_{m1} = d\epsilon_{m2}$. Следовательно, для определения напряжения σ_{m2} вместо дифференциального уравнения (8) используем выражение (16). Решая его относительно σ_{m2} , получаем

$$\sigma_{m2} = \frac{2\beta^{n-0,5} \sigma_{y, \beta} \sqrt{1 - \gamma^m} [2k_2(1 - \gamma^m) + (1 - 2\gamma^m)]}{\sqrt{9(1 + 4\gamma^m)^2 + 3(1 - 4\gamma^m)[2k_2(1 + \gamma^m) + (1 - 2\gamma^m)]^2}}, \quad (19)$$

где

$$k_2 = \frac{\sin\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(\psi - \frac{\pi}{6}\right)}. \quad (20)$$

Отметим, что вычисление по формуле (19) осуществляется после интегрирования системы дифференциальных уравнений (1)–(3), (9)–(11).

Приведем результаты решения числового примера. Для обоих слоев трубы выбираем спеченный материал из медного порошка марки ПМС-1 ($n = 0,25$) [8] со следующей аппроксимированной диаграммой деформирования

$$\sigma_{max} = 175 + 500 \left(\int \bar{\sigma}_{max} \right)^{0,1} \text{ МПа}. \quad (21)$$

Принимаем также $m = 1,0$, $f = 0,08$ и $0,1$, $R_1 = 12$ мм, $h = 10$ мм, $\alpha = 14^\circ$ и 30° . Начальная пористость внутреннего слоя трубы выбиралась от 0,1 до 0,6 для различных сочетаний толщины стенок слоев ($\delta_{10}^{max} = 1,2$ мм, $\delta_{20}^{max} = 0,8$ мм). Интегрирование полученных дифференциальных уравнений произведено числовым методом Рунге-Кутты.

Поскольку задача решается для любых значений σ_{max} , то вычисления на ЭВМ проводятся с последовательным изменением значения σ_{max} . Условию волочения будет соответствовать $\sigma_{max} = 0$.

Анализ числовых результатов показывает, что в обоих случаях контакта между слоев трубы, компоненты напряженно-деформированного состояния внешнего беспористого слоя почти не меняются. Контактные условия оказывают существенное влияние на напряженно-деформированное состояние внутреннего пористого слоя трубы.

На рис. 2 приведены эпюры изменения толщины стенки (кривые (1), пористости (2), окружных (3) и меридиональных (4) напряжений внутреннего пористого слоя трубы для случая волочения слоистойпористой биметаллической трубы ($\sigma_{max} = 0$, $f = 0,08$, $\alpha = 30^\circ$, $\delta_{10} = 1,2$ мм, $\delta_{20} = 0,8$ мм). Сплошной линией показаны значения указанных величин при отсутствии скольжения между слоями трубы, штриховой линией — при наличии скольжения между ними. Как следует из графиков, в зависимости от условий контакта между слоями слоистойпористой биметаллической трубы получаются трубы с различной толщиной и пористостью внутреннего слоя.

При стремлении начальной толщины внутреннего слоя δ_{10} трубы к нулю компоненты напряженно-деформированного состояния внешнего беспористого слоя стремятся к данным деформирования цилиндрических труб в конических матрицах [5].

Было установлено также, что на величину толщины стенки и пористости внутреннего слоя существенное влияние оказывают их начальные значения, угол матрицы и другие параметры технологического процесса.

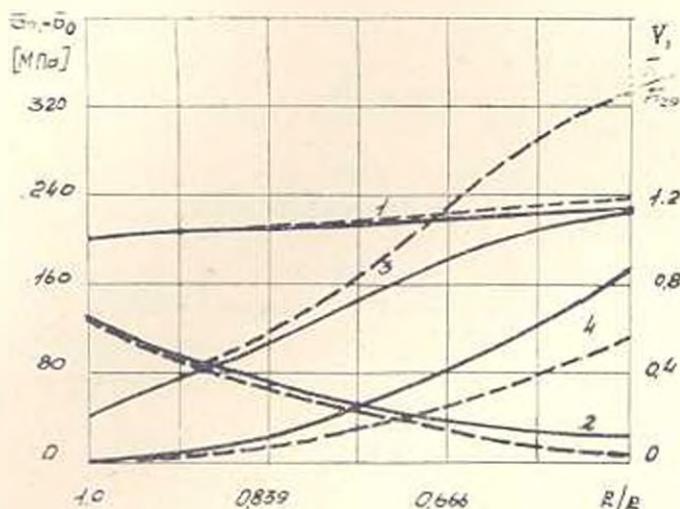


Рис. 2. Эпюры изменения толщины стенки (1), пористости (2), окружных (3) и меридиональных (4) напряжений внутреннего пористого слоя биметаллической трубы при волочении.

Таким образом, для получения слоистопористых биметаллических труб требуемой пористости и толщины стенки внутреннего слоя, расчетным путем можно прогнозировать оптимальные начальные и силовые параметры технологического процесса.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 20. IV. 1980

Կ. Լ. ՊՍՏՐՈՍՅԱՆ

ՇԵՐՏԱՎՈՐ ԾԱԿՈՏԿԵՆ ԵՐԿՄԵՏԱՂԱԿԱՆ ԽՈՂՈՎԱԿՆԵՐԻ
ՉԵՎԱՎՈՐՄԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո Վ

Շերտավոր ծակոտկեն երկմետաղական խողովակների անհրաժեշտ հատկություններ, շարտեր ստանալու և նրանց կոնական մատրիցայում ձևավորման ուժային պարամետրերը որոշելու նպատակով հետազոտվել է խողովակների լարվածային և դեֆորմացման վիճակները: Դիտարկվել է խողովակի շերտերի միջև հպման երկու սահմանային դեպք:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Ивановский М. И., Сорокин В. П., Ягодкин И. В.* Физические свойства тепловых труб. М., «Атомиздат», 1978.
2. *Перлин И. Л.* Теория прессования металлов. М., «Металлургия», 1961.
3. *Петросян Г. Л.* Исследование формования биметаллических круглых стержней с пористым сердечником. «Известия вузов. Машиностроение», 1977, № 6, с. 112—146.
4. *Петросян Г. Л.* Формование пористых труб и стержней. «Доклады АН АрмССР», т. XIV, № 3, 1977, с. 176—181.
5. *Малинин Н. И.* Прикладная теория пластичности и ползучести. М., «Машиностроение», 1975.
6. *Петросян Г. Л.* О теории пластичности пористых тел. «Известия вузов. Машиностроение», 1977, № 5, с. 10—13.
7. *Петросян Г. Л.* О теории пластичности тел. «Тез. докл. XIX науч.-техн. конф. проф.-преподав. сост. вузов Закавказ. респ.», Тбилиси, 1977, с. 24.
8. *Манукян Н. В., Петросян Г. Л., Погосян М. З.* Диаграмма деформирования пористого материала. «Известия вузов. Машиностроение», 1978, № 3, с. 16—20.

А. Г. МИРЗАХАНИЯН

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ АППАРАТОВ С НЕОДНОРОДНЫМ ПСЕВДООЖИЖЕННЫМ СЛОЕМ

Большинство установок, работающих с псевдоожженным слоем, относится к системам, в которых контактируются твердые частицы и газ. Как известно, при псевдоожжении твердых частиц газом наблюдается неравномерное псевдоожжение с образованием сгустков частиц и пузырьков газа. Гидродинамика пузырькового псевдоожжения, имеющего место при больших отношениях диаметров аппарата и частиц, изучена недостаточно, что во многих случаях препятствует успешному проектированию промышленных аппаратов. В настоящей статье на основе изучения гидродинамики процесса представлена математическая модель пузырькового псевдоожжения достаточно монодисперсных твердых частиц в аппаратах постоянного и переменного поперечного сечения.

Рассмотрим псевдоожженный слой небольшой высоты L (м) в цилиндрическом аппарате. В этом слое из общего расхода газа Q ($\text{м}^3/\text{с}$) часть Q_0 ($\text{м}^3/\text{с}$) проходит через непрерывную фазу, а другая часть Q_1 ($\text{м}^3/\text{с}$) в виде пузырей

$$Q = Q_0 + Q_1 \quad (1)$$

Объем псевдоожженного слоя V (м^3) есть сумма объемов непрерывной фазы V_n (м^3) и пузырей V_1 (м^3)

$$V = V_n + V_1 \quad (2)$$

Средняя скорость подъема пузырей β ($\text{м}/\text{с}$) и объемы V_n , V определяются следующими уравнениями

$$\beta = Q_1 L / V_1 \quad (3)$$

$$V_n = L_n F \quad (4)$$

$$V = L F \quad (5)$$

где L_n — высота непрерывной фазы без пузырей (высота нарыхлого неподвижного слоя), м; F — сечение аппарата, м^2 . Подставляя значения V , V_n и V_1 из (5), (4), (3) в уравнение (2) и учитывая (1), получим:

$$\frac{L}{L_n} = \beta \cdot \left(\beta - \frac{Q}{F} + \frac{Q_0}{F} \right). \quad (6)$$

Здесь $Q/F = u$ — скорость газа, рассчитанная на полное сечение аппарата, м/с;

$Q_n/F = u_n$ — скорость воздуха через непрерывную фазу или скорость начала псевдооживления. м/с (при небольших числах псевдооживления).

Для элементарного участка слоя длиной dl (м) уравнение (6) примет дифференциальную форму:

$$\frac{dl}{dl_n} = \frac{\beta}{\beta - u + u_n}, \quad (7)$$

где dl_n — высота непрерывной фазы в элементарном участке без пузырей, м.

Скорость u_n в каком-нибудь сечении слоя, где давление P (Па) выражается уравнением (1):

$$u_n = u_{n0} \left(\frac{P_0}{P} \right)^z. \quad (8)$$

Здесь u_{n0} (м/с) — скорость начала псевдооживления частиц, находящихся в верхнем сечении слоя, где давление P_0 (Па). u_{n0} можно определить уравнениями, приведенными в работе [1].

Показатель степени z зависит от режима падения частиц, определяемого приведенным критерием Рейнольдса

$$Re_0 = \frac{C_s \delta^2}{\mu}, \quad (9)$$

где C_s — скорость свободного падения одиночной частицы, м/с; δ — диаметр частиц, м; ρ — плотность среды, кг/м³; μ — вязкость среды, Па·с.

$$\text{При } Re_0 < 0,5 - z = 0,$$

$$0,5 < Re_0 < 750 - z = 0,285,$$

$$Re_0 > 750 - z = 0,5.$$

Скорость газа u и давление P в данном сечении слоя можно выразить через скорость u_n и давление P_0 в верхнем сечении слоя следующими уравнениями:

$$u = u_n P_0 / P; \quad (10)$$

$$P = P_0 + \rho_s \varphi_0 g l_n, \quad (11)$$

где ρ_s — плотность твердых частиц, кг/м³, l_n — высота слоя непрерывной фазы над данным сечением, м; φ_0 — объемная концентрация твердых частиц в псевдооживленном слое при минимальном псевдооживлении; g — ускорение силы тяжести, м/с².

Скорость пузырей β определяется уравнением (2)

$$\beta = A \left(\frac{gL_n}{2} \right)^{\frac{1-x}{2}} (u - u_n)^x \quad (12)$$

Здесь коэффициент A и показатель степени x определяются экспериментально для каждой конкретной системы.

Подставляя значения u_n , u и β из (8), (10), (12) в уравнение (7) с учетом (11), получим следующее дифференциальное уравнение, в котором переменными являются l и l_n

$$\frac{dl}{dl_n} = \frac{1}{1 - \frac{1}{A \left(\frac{gL_n}{2} \right)^{\frac{1-x}{2}} \left[\frac{u_0 P_0}{P_0 + \rho_r \varepsilon_0 g L_n} - u_{n0} \left(\frac{P_0}{P_0 + \rho_r \varepsilon_0 g L_n} \right)^z \right]^{1-x}}} \quad (13)$$

Решая это уравнение одним из численных методов, интегрируя его в пределах l от 0 до L и l_n от 0 до L_n , можно для заданной скорости газа u_0 определить среднюю высоту псевдооживленного слоя L в зависимости от высоты L_n . Точность приведенных уравнений подтверждается опытом псевдооживления частиц глинозема в вертикальной колонке диаметром $D = 55,5$ мм. Средний диаметр частиц $d = 50$ мкм, $\rho_r = 3470$ кг/м³, $\varepsilon_0 = 0,25$, $u_{n0} = 0,49$ см/с, $A = 1,39$, $x = 0,713$, $Re_0 = 0,735$, $z = 0,285$. При $L_n = 100$ см и $u_0 = 0,2$ м/с расчетное значение высоты псевдооживленного слоя получается $l = 155$ см, что соответствует опытной величине средней высоты L .

Важным вопросом в технике псевдооживления является расчет аппаратов, обеспечивающих постоянное число псевдооживления N по всей высоте слоя

$$N = u/u_n \quad (14)$$

Постоянство N можно осуществить в аппаратах переменного сечения; при этом уравнение (13) для элементарного участка длиной dl примет вид:

$$\frac{dl}{dl_n} = \frac{1}{1 - \frac{1}{A \left(\frac{gL_n}{2} \right)^{\frac{1-x}{2}} \left[(N-1) \left(\frac{P_0}{P_0 + \rho_r \varepsilon_0 g L_n} \right)^z u_{n0} \right]^{1-x}}} \quad (15)$$

Сечение F аппарата, где давление P , скорость газа u , над которым находится слой непрерывной фазы высотой l_n , можно определить следующим уравнением

$$F = F_0 \left(\frac{P_0}{P_0 + \rho_r \varepsilon_0 g L_n} \right)^{1-z} \quad (16)$$

Высота непрерывной фазы без пузырей в элементарном участке dl аппарата переменного сечения определяется следующим уравнением:

$$dl_n = \frac{dm}{\gamma_s F \tau_0}, \quad (17)$$

где dm — масса твердых частиц в элементарном участке, кг.

Подставляя F из (16) в (17) и интегрируя последнее уравнение, получим следующие выражения, связывающие величины массы твердых частиц m над данным сечением, высоты непрерывной фазы над данным сечением l_n и площади верхнего сечения F_n .

При $Re_0 < 0,5$ —

$$\ln \frac{P_0 + \gamma_s \tau_0 g l_n}{P_0} = \frac{mg}{F_0 l_0^2}, \quad (18)$$

$Re_0 < 0,5$ —

$$(P_0 + \gamma_s \tau_0 g l_n)^2 = \frac{2mg + F_0 P_0}{l_0^2 F_0}. \quad (19)$$

Определяя скорость u_{no} и выбирая необходимое значение N , уравнением (14) определяется u_0 . Затем уравнением (18) или (19) для ряда значений l_n определяются значения m (или для ряда значений m определяются l_n), уравнением (15) — значения l и уравнением (16) — профиль аппарата.

Приведенными уравнениями (15), (16), (18) и (19) можно рассчитать аппарат переменного сечения для равномерного минимального псевдооживления монодисперсных или узких фракций твердых частиц газом. При этом следует учитывать, что $u_n = u$, $N = 1$, $l = l_n$.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 20. V. 1980

Ա. Չ. ԻՐԵՋԱՆՈՆԱԿ

ԱՆՀԱՄԱՍՆՈՒ ՊԵՆԷԼՏՆԳՈՒԿԱՑՎԱՆ ՇԵՐՏՈՎ ԱՊԱՐԱՏՆԵՐԻ
ՀԻՒՐՈՎԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՀԱՇՎԱՐԿ

Ա մ փ ո փ ո ռ մ

Ներկայացված է մոնոդիսպերս պինդ մասնիկների դադով անհամասնա պսևդոճեղուկացման երևույթի մաթեմատիկական նկարագիրը: Առաջարկված են հավասարումներ պսևդոճեղուկացված շերտի բարձրությունը սրղելու և շերտի ամրող բարձրությամբ հաստատուն պսևդոճեղուկացման թիվ ապահովող փոփոխական կարվածքի ապարատ հաշվելու համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Мирзаханян Р. М., Мирзаханян А. Г. Критические скорости псевдооживления твердых частиц газом. Межвуз. сб. науч. тр. ЕрПИИ, сер. XIX. «Химическая технология», вып. 1, Ереван, 1974.
2. Мирзаханян Р. М., Мирзаханян А. Г. О скорости подъема газовых пузырей в неоднородном псевдооживленном слое. Межвуз. сб. науч. тр. ЕрПИИ, сер. XIX. «Химическая технология», вып. 3, Ереван, 1977.

Р. Э. МАРНЮСЯН

К ОЦЕНКЕ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Оценка статической устойчивости электрических систем необходима при планировании и эксплуатации энергосистем. Она реализуется при помощи расположения собственных значений и их перемещения при изменении различных параметров, когда состояние рассматриваемой системы в каждый момент может быть охарактеризовано значениями n переменных, образующих вектор состояния (x_1, \dots, x_n) . Этот метод может быть применен во многих практических случаях, когда относительно малое число собственных значений системы близко к критическим при анализе устойчивости. В общем случае, когда известен полный набор собственных значений и собственных векторов, перемещение критических собственных значений прослеживается при относительно широком изменении параметров, без пересчета собственных значений или собственных векторов. Новые значения получаются путем определения чувствительностей первого и второго порядков с последующей итерацией для повышения качества оценки. Порядок исследования может быть сформулирован следующим образом.

1. Представление линеаризованных уравнений системы, записанных в виде переменных состояния.
2. Вычисление собственных значений, а также собственных векторов и собственных векторов транспонированной матрицы.
3. Вычисление чувствительностей первого и второго порядков собственных значений относительно интересующих параметров системы.
4. Оценка измененных собственных значений в соответствии с определенными изменениями параметра.
5. Если требуется точное значение для необходимого собственного значения, то следует применить метод обратной итерации [1].

Линеаризованное уравнение системы может быть представлено в следующем виде:

$$\dot{X} = AX. \quad (1)$$

После того, как уравнение получено в такой форме, матрица A может быть проанализирована для определения устойчивости системы.

В предлагаемом методе чувствительности первого и второго порядка вычисляются при определенном начальном условии. Тогда можно использовать ряды Тейлора для получения и оценки чувствительности движения собственных значений относительно заданного начального условия.

Для определения собственных значений системы единственным производимым методом является так называемый *QR*-алгоритм.

Проблема собственных значений это есть определение нетривиальных решений уравнения

$$AY = \lambda Y, \quad (2)$$

где λ — собственное значение, а Y — собственный вектор матрицы A . В [2] описан метод, используемый для нахождения производных собственных значений по параметру α , и получено соответствующее выражение для первой производной:

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha} = \frac{\left(\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha} \right) Y_i, V_i \right)}{(Y_i, V_i)}, \quad (3)$$

где V_i — собственный вектор транспонированной матрицы A^T .

Для второй производной аналогично можно получить следующее выражение

$$\frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial \alpha^2} = \frac{\left(\frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} Y_i, V_i \right) + 2 \left\{ \left[\frac{\partial A}{\partial \alpha} \sum_{j=1}^n \beta_{ij} Y_j \right], V_i \right\} - 2 \left\{ \left[\frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha} \sum_{j=1}^n \beta_{ij} Y_j \right], V_i \right\}}{(Y_i, V_i)}, \quad (4)$$

где n — порядок матрицы A ; $\beta_{ij} = \frac{\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha} Y_j, V_i \right)}{(Y_j, V_i) \cdot (\lambda_i - \lambda_j)}$.

Заметим, что матрица $\partial A / \partial \alpha$ в общем бывает слабо заполненной, обычно имея только несколько ненулевых элементов.

Для оценки характерных собственных значений относительно конкретного изменения в данном параметре можно воспользоваться разложением в ряд Тейлора относительно основного значения. Например, если начальное собственное значение — λ_{i_0} , то новое собственное значение, соответствующее изменению $\Delta \alpha$ в определенном параметре, будет

$$\lambda_i \approx \lambda_{i_0} + \left. \frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0} \cdot (\Delta \alpha) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial \alpha^2} \right|_{\alpha_0} \cdot (\Delta \alpha)^2. \quad (5)$$

Известно, что ошибка в оцениваемом значении пропорциональна $(\Delta \alpha)^2$. Следовательно, λ_i — хорошая аппроксимация для данного значения, особенно для сравнительно малых изменений в параметре α . Если требуется точное значение, или если изменение α сравнительно

большое, при котором новое значение не обладает достаточной точностью, качество оценки повышается при помощи использования метода обратной итерации.

Метод обратной итерации [1] и его модификация [3] касаются нахождения собственных векторов системы. Необходимо отметить, что итерационный метод не чувствителен к малым ошибкам в собственных значениях [3].

По существу, метод обратной итерации позволяет построить последовательность векторов Y_i , удовлетворяющих соотношению

$$(A - \mu_i I) Y_{i+1} = k_i Y_i, \quad (7)$$

где μ_i — вычисленное приближение к собственному значению λ_i , а k_i выбран таким образом, чтобы относительно некоторой нормы выполнялось условие $\|Y_{i+1}\| = 1$. За начальное приближение Y_0 принимается произвольный единичный вектор.

Процесс итерации считается законченным, когда изменение на любом шаге меньше некоторого наперед заданного значения (обычно берется $10^{-4} - 10^{-6}$). Тогда Y является требуемым собственным вектором. Обычно этот метод сходится после двух или трех итераций. Корректные собственные значения получаются по следующей формуле:

$$\lambda_i = \frac{V_i^* [A] Y_i}{V_i^* Y_i}. \quad (8)$$

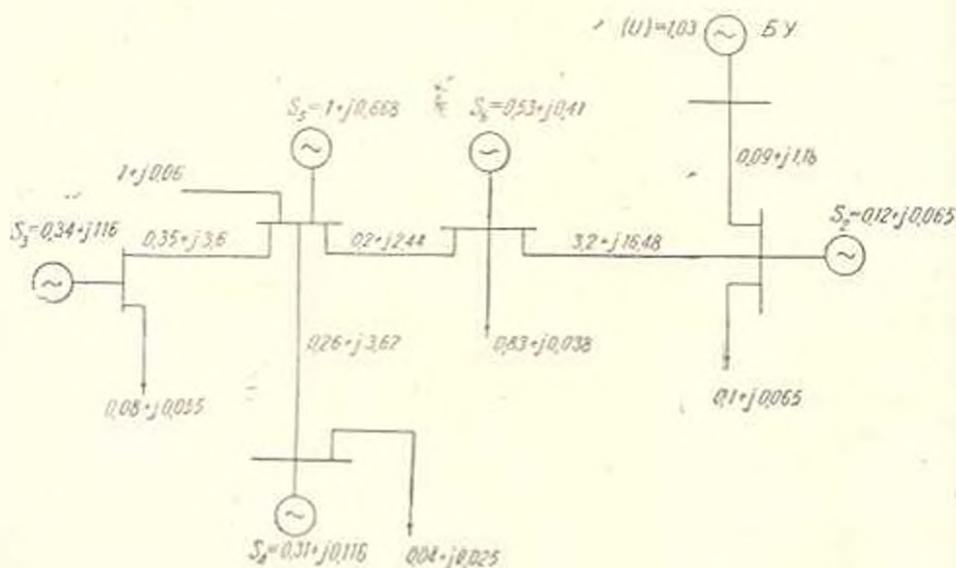


Рис. 1.

Методика определения собственных значений и их перемещения при изменении исследуемых параметров, включающая в себя определение чувствительностей до второго порядка, дана на примере шестиузловой схемы, показанной на рис. 1. Все параметры приведены в отно-

сительных единицах при $S_6 = 10000 \text{ MVA}$ и $U_6 = 500 \text{ кВ}$. Предварительно был получен исходный режим при помощи программы расчета установившегося режима, а на следующем этапе — система уравнений, записанных через переменные пространства состояния. Общий порядок системы — 42. Для нахождения собственных значений матрицы A использована стандартная библиотечная подпрограмма.

Таблица

Собственные значения	Чувствительности			
	2—6	3—5	4—5	5—6
$-0,2 \pm 8,26$	$32,1 \pm 5,78$	$0,42 \pm 0,52$	$0,39 \pm 0,053$	$46,3 \pm 20,3$
$-0,262 \pm 13,58$	$24,7 \pm 8,72$	$0,28 \pm 0,046$	$0,26 \pm 0,054$	$42,4 \pm 13,72$

В таблице приведены критические собственные значения, отражающие качания ротора и их чувствительности к различным связям (рассматривались только индуктивные составляющие сопротивления связи). Из таблицы видно, что чувствительность к связям 3—5 и 4—5 незначительна и определяющим для изменения собственных значений, а значит и для устойчивости, будет изменение в параметрах связи 2—6 и 5—6. На рис. 2 показано перемещение собственного значения при изменении индуктивности связи 5—6, откуда видно, что при некотором значении данного параметра, большем чем исходное, действительная часть собственного значения становится положительной, т. е. устойчивость нарушается. Кроме того, из рис. 2 видно, что аппроксимация второго порядка хорошо совпадает с точным значением при изменении параметра до 10%.

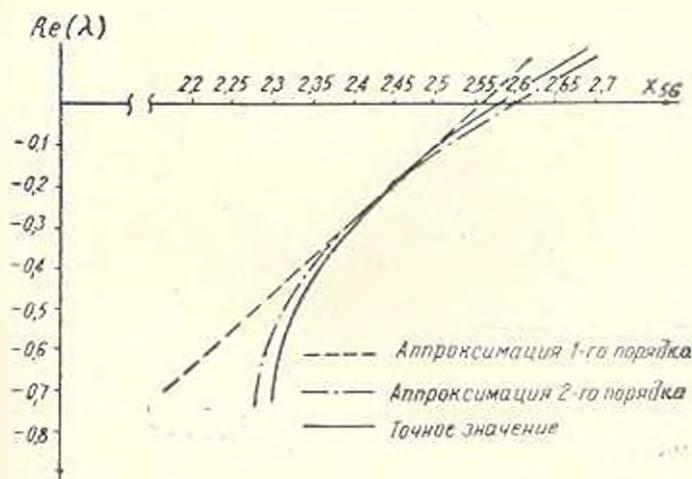


Рис. 2.

Расчеты, проведенные по обоим методам (решением полной проблемы собственных значений на каждом шаге изменения параметра и

«направляющим» методом) для сравнения затраченного машинного времени показывают, что чем меньше число собственных значений из общего числа представляют интерес, и чем больше число параметров, тем большая экономия машинного времени получается при применении «направляющего» метода. Например, для системы, порядок которой равен 35, при рассмотрении одного собственного значения, когда изменяется один параметр, необходимо 3,8 мин. для решения полной проблемы и 0,5 мин. — для направляющего метода, тогда, как при изменении трех параметров — 10,3 мин. и 0,7 мин., соответственно.

Выводы

1. Поиск перемещения собственных значений позволяет анализировать устойчивость системы, как некоторый аспект изменения системы, рассматривая собственные значения как функции ее параметров.

2. Применение чувствительности второго порядка при сравнительно малых (до 10%) изменениях параметров дает ощутимый выигрыш во времени. В реальной задаче обычно представляют интерес лишь некоторые из всех собственных значений (не больше 10%). Поэтому по сравнению с вычислениями собственных значений на каждом шаге изменения параметра данный способ эффективен.

3. Приведенный метод позволяет анализировать устойчивость по множеству параметров, что позволяет определить параметры систем автоматического регулирования и, в первую очередь, АРВ сильного действия, при настройке устройств регулирования.

МЭИ

Поступило 13.VI.1980

И. Е. ФЕДЦЕВИЧ

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԿՆԵՐԻ ՍՏԱՏՎԱԿԱՆ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ԴՆԱՀԱՏՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Մ. Գ. Մ. Մ. Մ. Մ.

Բերում է էլեկտրամեխանիկական համակարգի կայունության գնահատումը՝ սեփական արժեքների դիրքի և նրանց տեղաշարժի միջոցով տարրեր պարամետրների փոփոխության դեպքում:

Ցույց է տրված, որ սեփական արժեքների տեղաշարժի որոշումը, մինչև երկրորդ կարգի մոտարկումը՝ ապահովվում է թույլատրելի ճշտության և պարամետրների համեմատաբար մեծ փոփոխությունների դեպքում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Уилкинсон Дж. X. Алгебраическая проблема собственных значений. М., «Наука», 1970.
2. Фадеев Д. К., Фадеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.—Л., Физматгиз, 1963.
3. Van Ness J. E. Inverse Iteration Method for Finding Eigenvectors. IEEE Trans. on Automatic Control, v. AC-14, p. p. 63—66, February, 1969.

ТЕПЛОТЕХНИКА

Л. С. ОГАНЕСЯН

ПРИБЛИЖЕННЫЙ АНАЛИЗ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ
 В ВЕРТИКАЛЬНОМ ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Решение ряда практических задач сводится к расчету теплообмена при естественной конвекции в вертикальном плоском канале. Большинство работ [1, 2, 3 и др.], посвященных исследованию естественной конвекции в вертикальных каналах, рассматривают теплообмен при заданных температурах стенок. Между тем, часто в технологических аппаратах известно не распределение температуры на стенках, а тепловые потери от стенок.

В [4] эта задача рассматривается в канале микроминиатюрной РЭА и исходя из конкретных условий задачи (наличие выступов), принимается логарифмический профиль скоростей, что приводит к громоздким расчетным выражениям. Кроме этого, в этой работе не приводятся расчетные выражения для определения изменения температур стенок, что часто является важной величиной для анализа работ технологических аппаратов.

Рассмотрим свободную конвекцию в вертикальном плоском канале при симметричной тепловой нагрузке (рис. 1).

При формулировке задачи делаются следующие допущения.

1. Течение жидкости в канале стабилизировано и процесс теплообмена стационарный.
2. Теплопроводность жидкости по оси x равна нулю.
3. Во входном сечении канала ($x = 0$) температура жидкости постоянна по сечению и равна T_0 .
4. Плотность теплового потока постоянна на поверхностях канала и равна q .

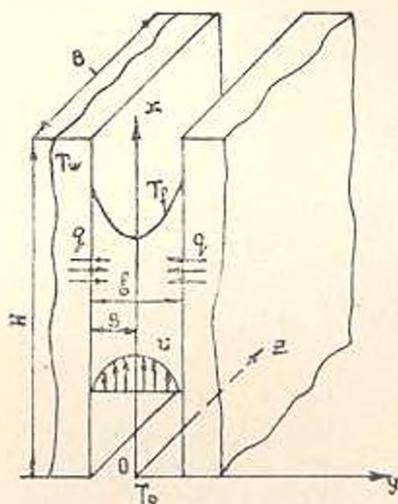


Рис. 1. Физическая модель процесса.

5. Температурные и скоростные поля в канале симметричны относительно плоскости $y = 0$.

6. Ширина канала значительно меньше его глубины ($b \ll B$, $b \ll H$ — рис. 1).

При этих допущениях ламинарное движение несжимаемой жидкости (за исключением изменения плотности в члене, описывающем действие подъемной силы) в канале описывается уравнениями плоско-го пограничного слоя [5, 6]:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu_f \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \beta g (T_f - T_0); \quad (1)$$

$$u \frac{\partial T_f}{\partial x} + v \frac{\partial T_f}{\partial y} = a_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Граничные условия записываются в следующем виде:

$$y = \pm s, \quad x > 0, \quad u = 0, \quad v = 0; \quad (4)$$

$$y = \pm s, \quad x > 0, \quad q = \mp \lambda_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial y} \right)_{y=\pm s}; \quad (5)$$

$$x \leq 0, \quad u = 0, \quad v = 0; \quad (6)$$

$$x \leq 0, \quad T_f = T_0. \quad (7)$$

В этих выражениях: u, v — продольная и поперечная составляющие скорости, м/с; x, y — текущие координаты, м; g — ускорение свободного падения, м/с²; β — температурный коэффициент расширения жидкости, 1/град; ν_f, λ_f, a_f — коэффициенты кинематической вязкости, теплопроводности и температуропроводности жидкости, м²/с, Вт/м·град, м²/с; T_f — локальная температура жидкости в канале, $b = 2s$ — ширина канала, м; q — плотность теплового потока на стенках канала, Вт/м².

При стабилизированном движении жидкости в канале профиль скорости с учетом принятых допущений и граничных условий можно записывать в виде

$$u = u_{oc} (1 - \bar{y}^2), \quad (8)$$

где u_{oc} — скорость потока на оси канала, м/с; $\bar{y} = y/s$ — безразмерная координата.

При таком распределении скорости ее среднее значение будет

$$u_c = \int_0^1 u_{oc} (1 - \bar{y}^2) d\bar{y} = \frac{2}{3} u_{oc}. \quad (9)$$

Следуя [2], для определения средней скорости жидкости, систему уравнений, описывающей свободную конвекцию жидкости в канале, преобразуем следующим образом. Умножая (1) на ρ_f и проинтегрировав по объему канала с учетом уравнения неразрывности и граничных условий (4), для определения U_c находим следующее соотношение:

$$u_c = 5 \frac{\nu_f \cdot H}{b^2} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{b^4 g \beta (T_{fo} - T_0)}{30 H \nu_f^2}} - 1 \right), \quad (10)$$

где $T_{fo} = \frac{\int_{-s}^s \int_{-s}^s \int_0^H T_f dy dz dx}{2sBH}$ — среднеобъемная температура жидкости.

$$(11)$$

Для определения среднеобъемной температуры аппроксимируем профиль температуры жидкости в любом сечении полиномом четвертой степени, в котором, вследствие симметрии, нечетные степени должны отсутствовать:

$$T_f = T_{oc} + a_2 \bar{y}^2 + a_3 \bar{y}^4, \quad (12)$$

где T_{oc} — температура на оси канала, град.

По условию прилипания ($y = \pm s$, $u = 0$, $v = 0$) из уравнений энергии следует

$$y = \pm s; \quad \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} = 0. \quad (13)$$

Используя граничные условия (5) и (13), из (12) получаем:

$$T_f = T_{oc} + \frac{3}{4} \frac{qs}{\lambda} \bar{y}^2 - \frac{1}{8} \frac{qs}{\lambda} \bar{y}^4. \quad (14)$$

Среднерасходная температура жидкости в канале:

$$T_p = \frac{\int_0^s u T_f d\bar{y}}{\int_0^s u d\bar{y}} = T_{oc} + \frac{39}{280} \frac{qs}{\lambda}. \quad (15)$$

из которого следует, что

$$T_{oc} = T_p - \frac{39}{280} \frac{qs}{\lambda}. \quad (16)$$

Так как по условию задачи плотность теплового потока на стенке постоянна, а входная температура жидкости равняется T_0 , то из теплово-

го баланса следует, что среднерасходная температура жидкости по длине канала будет меняться по линейному закону:

$$T_p = \frac{q}{\rho_f c_p u_c s} x + T_{0a} \quad (17)$$

где c_p — удельная изобарная теплоемкость жидкости, *кдж/кг.град.* Имея в виду закон изменения среднерасходной температуры жидкости по длине канала, законы изменения T_{0a} и T_p можно представить следующим образом:

$$T_{0a} = T_0 + \frac{q}{\rho_f c_p u_c s} x - \frac{39}{280} \frac{qs}{\lambda}; \quad (18)$$

$$T_p = T_0 + \frac{q}{\rho_f c_p u_c s} x - \frac{39}{280} \frac{qs}{\lambda} + \frac{3}{4} \frac{qs}{\lambda} \bar{y}^2 - \frac{1}{8} \frac{qs}{\lambda} \bar{y}^4, \quad (19)$$

Как следует из (19), температура жидкости по длине канала при стабилизированном движении жидкости меняется по линейному закону. Этот вывод на основании анализа систем дифференциальных уравнений, описывающих стабилизированный свободноконвективный теплообмен в вертикальных каналах, был указан в [7].

Имея закон распределения температуры жидкости в канале (11), определяем среднеобъемную температуру жидкости

$$T_{fo} = T_0 + \frac{qH}{\rho_f c_p u_c s} + \frac{3}{70} \frac{qb}{\lambda}. \quad (20)$$

С учетом (20) выражение (10) для определения средней скорости жидкости в канале можно представить в следующей безразмерной форме:

$$\frac{Pe_s}{Pr} = 5 \left(\sqrt{1 + \frac{1}{30} \frac{Ra_s}{Pe_s \cdot Pr} + \frac{1}{700} \frac{Ra_s}{Pr}} - 1 \right), \quad (21)$$

где

$$Pe_s = \frac{u_c b}{a_f} \frac{b}{H}; \quad Pr = \frac{\nu_f}{a_f}; \quad Ra_s = Cr_s \cdot Pr = \frac{g \beta^2}{\nu_f^2} \cdot \frac{q \beta^2}{\lambda} b^3 \cdot \frac{b}{H} \cdot Pr.$$

Как при анализе режима работы технологических аппаратов, так и для определения интенсивности теплообмена необходимо знать закон изменения температуры стенки и ее среднее значение. Из (19) получаем:

$$T_w = T_0 + \frac{q}{\rho_f c_p u_c s} x + \frac{17}{35} \frac{qs}{\lambda}; \quad (22)$$

$$\bar{T}_w = \frac{1}{H} \int_0^H T_w dx = T_0 + \frac{qH}{2\rho_f c_p u_c s} + \frac{17}{35} \frac{qs}{\lambda}. \quad (23)$$

Определим локальный коэффициент теплоотдачи, как в [8]:

$$q = \alpha_x (T_w - T_p). \quad (24)$$

Сравнивая (24), (22) и (17), находим:

$$Nu_x = \frac{2b}{\lambda} = 4,12. \quad (25)$$

Полученное выражение для локального безразмерного числа Нуссельта строго совпадает со значением этого числа при стабилизированном, вынужденном ламинарном движении жидкости в плоских каналах. Средний коэффициент теплообмена, отнесенный к температуре входа, определим как [2, 8]:

$$\bar{q} = \bar{\alpha} (\bar{T}_w - T_0). \quad (26)$$

Подставляя в (26) значение \bar{T}_w , с учетом (24), находим:

$$\bar{Nu} = Nu_x \frac{Pe}{Nu_x + Pe}. \quad (27)$$

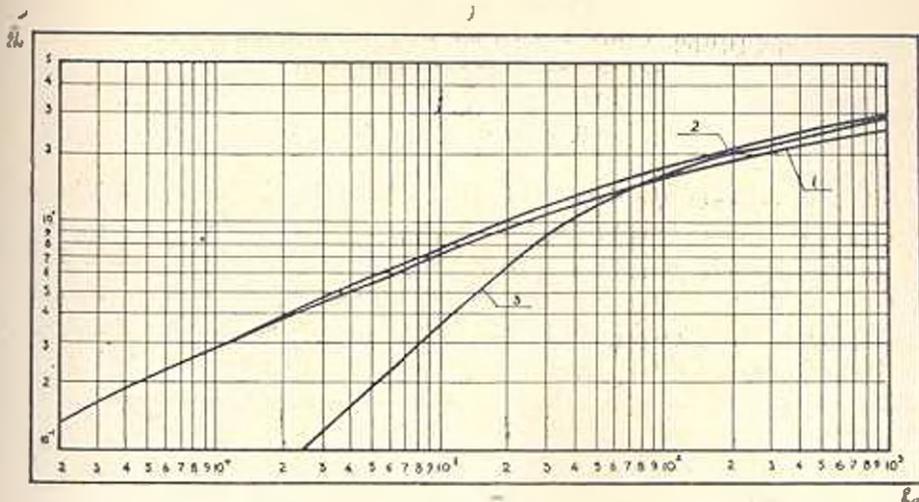


Рис. 2. Зависимость среднего числа Нуссельта от Ra при: 1. $q = \text{const}$, $Pr = 0,72$; 2. $q = \text{const}$, $Pr = 5$; 3. $T_w = \text{const}$, $Pr = 0,72$.

Уравнения (27) и (21), содержащие общий параметр Pe , позволяют найти зависимость $\bar{Nu} = \bar{Nu}(Ra, Pr)$, которая представлена на рис. 2 для различных значений критерия Прандтля. На этом же рисунке представлена, по работе [2], зависимость $\bar{Nu} = \bar{N}(Ra)$ для воздуха ($Pr = 0,72$) при постоянной температуре стенки. Анализ приведенных на рисунке данных позволяет констатировать следующее.

1. Для одинаковых значений числа $Ra < 0,75$ среднее значение числа Нуссельта больше при $q = \text{const}$, чем при $T_w = \text{const}$. При

$Ra_+ > 75$ средние значения числа Нуссельта для сравниваемых вариантов практически совпадают.

2. Среднее значение числа Нуссельта при одинаковом значении Ra_+ слабо зависит от критерия Прандтля. При $5 \leq Pr < 1000$ полученные значения \bar{Nu} , при интервале $0 < Ra_+ \leq 1000$ практически совпадают со значением \bar{Nu} при $Pr = 5$.

3. В области $0 < Ra_+ \leq 10$ с погрешностью до 1% для $0,72 \leq Pr \leq 1000$ выполняется равенство

$$\bar{Nu} = 0,268 Ra_+^{0,44} \quad (28)$$

4. Полученные зависимости можно рекомендовать для расчета среднего и локального значений числа Нуссельта для аппаратов, имеющих плоские вертикальные каналы и работающих в условиях естественной конвекции.

ИрИИ им. К. Маркса

Поступило 13 III 1978

Լ. Ս. ՀՈՂԱՆՆԻՍՅԱՆ

ՌԻՂԱՉԻԳ ՀԱՐԹ ԿԱՆԱԼՈՒՄ ԲՆԱԿԱՆ ԿՈՆՎԵԿՑԻԱՅԻ
ՄԱՏԱՎՈՐ ԳԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա մ փ ո փ ո մ

Բերված են ուղղահայե հարթ կանալում, ջերմային սիմետրիկ բեռնվածության դեպքում ազատ կոնվեկցիայի տեսական ուսումնասիրման արդյունքները: Ստացված են կրիտերիալ առնչություններ նուստևյաթի թվի տեղական և միջին արժեքների հաշվման համար: Դուրս են բերված հաշվարկային բանաձևեր, որոնց միջոցով կարելի է հաշվել սյառի ջերմաստիճանի փոփոխությունը բառ կանալի բարձրության:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ostrach S. Laminar Natural Convection Flow and Heat Transfer of Fluids With and Without Heat Sources in Channels With Constant Wall Temperatures. NASA Technical Note, 2363, 1952.
2. Духовен Г. Н., Кайданов А. И. Приближенный анализ естественной конвекции в плоском канале при стабилизированном течении жидкости. «Инженерно-физический журнал», т. XVII, № 2, 1969.
3. Гудалевич В. Б. Теплообмен в вертикальной плоской щели в условиях естественной конвекции. «Вопросы радиоэлектроники», сер. ТРТО, вып. 1, 1968.
4. Перелека В. И., Новиков В. В. К расчету коэффициента теплоотдачи при естественной конвекции в щелевых каналах микроминиатюрной РЭА. «Вопросы радиоэлектроники», сер. ТРТО, вып. 1, 1970.
5. Эккерт Э. Р., Дрейк Р. М. Теория тепло- и массообмена. М., ГЭИ, 1961.
6. Исаев С. И. и др. Теория теплообмена. М., «Высшая школа», 1979.
7. Бугленко Г. А. О свободной тепловой конвекции в вертикальных цилиндрах произвольного сечения. «Прикладная математика и механика», т. XVII, 1953.
8. Петухов Б. С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах, М., «Энергия», 1977.

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Т. А. ЛЕБЕДЕВ, Г. С. ОВСЕПЯН, С. Г. МАМЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМИЧЕСКИХ МИКРОНАПРЯЖЕНИЙ
 ТВЕРДОГО СПЛАВА

Коэффициенты термического линейного расширения в многофазных твердых сплавах группы ТК различны. При нагреве и охлаждении в твердом сплаве возникают термические микронапряжения, которые при эксплуатации существенно изменяют прочностные свойства этих сплавов [1].

В данной статье, являющейся частью общих исследований оптимизации технологических процессов термообработки твердосплавных пластин в атмосфере защитного газа, приводятся результаты экспериментальных исследований влияния скорости нагрева и охлаждения на величину термических микронапряжений твердого сплава.

При исследовании напряжений в W-C-фазе твердых сплавов Т15К6 и Т5К10 применяли метод наклонных съемок образцов на дифрактометре УРС-50ИМ. Величина и знак напряжений в данной фазе, усредненных по всему объему сплава и создающих рентгенограмму, характеризуется смещением дифракционных пиков. Средняя величина напряжений в фазе, измеренная по смещению пиков, является основой для выяснения вопроса о взаимодействии фаз.

Термические микронапряжения, действующие внутри тела, можно считать изотропными. В поверхностном же слое составляющая микронапряжений, перпендикулярная к поверхности образца, будет меньше: она обозначена величиной $K \cdot \sigma$, т. е. изменение положения дифракционной линии вызывается не $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, а $K \cdot \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, где коэффициент K определяется экспериментально: $0 \leq K \leq 1$ (рис. 1).

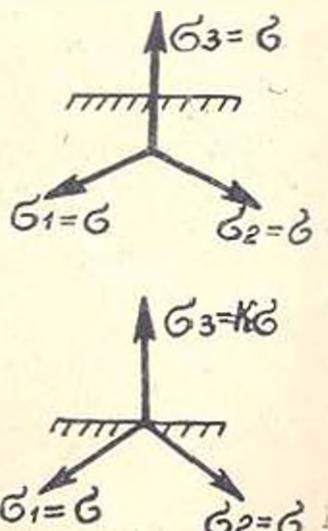


Рис. 1. Схема термических микронапряжений: а) внутри тела; б) на поверхности слоя.

Методика учета перпендикулярной составляющей $K \cdot \sigma$ дается в [2], согласно которой предполагается съемка с поверхности образца минимум под двумя углами.

Для определения термических микронапряжений в фазе WC, в качестве образцов использованы твердосплавные пластинки формы № 24 ГОСТ 2209-69, разрезанные на части на электронском станке мод. 4531.

Разрезанные пластины подвергали термообработке при разных скоростях нагрева и охлаждения в защитной газовой среде ($H_2 + CO + N_2$). Максимальная температура составила $T = 1000^\circ C$.

Термические микронапряжения были вычислены по формуле:

$$\sigma = \frac{\varepsilon_1 \cdot E}{K - 2\nu}; \quad (1)$$

$$K = \frac{1 - \nu + 2\nu \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + \nu}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — относительные деформации решетки в направлении, перпендикулярном и параллельном поверхности образца; K — коэффициент, учитывающий различную глубину проникновения рентгеновских лучей; ν, E — коэффициент Пуассона и модуль упругости, соответственно, равные для WC — 0,22 и 70000 кг/мм^2 , а для фазы Co — 0,3 и 21000 кг/мм^2 .

Из формул (1) и (2) следует, что значения неизвестных величин K и σ могут быть вычислены, если известны деформации ε_1 и ε_2 .

Значения деформации кристаллической решетки, измеренной под углом ψ , вычисляются по формуле:

$$\varepsilon_\psi = \varepsilon_1 \cdot \sin^2 \psi + \varepsilon_2 \cdot \cos^2 \psi, \quad (3)$$

где ε_ψ — деформация решетки; $\psi = 0^\circ$ и 45° .

При этом угол наклона образца α определяется из уравнения:

$$\alpha = \theta - \psi, \quad (4)$$

где θ — Брегговский угол.

Результаты измерений для твердого сплава T15K6 представлены в таблице, где разброс экспериментальных значений находится в пределах $8 \div 10\%$.

Как показывают полученные данные, во всех случаях, независимо от скорости нагрева и охлаждения, WC фаза находится под действием сжимающих напряжений. Величина микронапряжений в WC фазе возрастает при увеличении скорости нагрева и охлаждения. Величина термических микронапряжений пластин, термообработанных при медлен-

№ п.п.	Сплав	Скорость нагрева и охлаждения V , град/с	$\psi = 0$		$\psi = 45^\circ$		K	Напряжение σ , кг/мм ²	Интервал разброса экспериментальных значений σ_p , кг/мм ²
			смещение линии ΔV , мин	деформация $\epsilon \times 10^4$	смещение линии ΔV , мин	деформация $\epsilon \times 10^4$			
1	Т15К6	0,2	3,07	-3,75	7,56	-9,02	0,72	-101*	-(97÷105)
2		0,3	3,19	-3,93	7,38	-9,08	0,71	-101	-(98÷105)
3		0,4	3,49	-4,26	7,4	-9,1	0,73	-103	-(96÷109)
4		0,6	3,41	-4,2	7,64	-9,32	0,72	-105	-(101÷110)
5		0,8	3,82	-4,71	7,88	-9,69	0,74	-110	-(106÷115)
6		1,1	4,09	-5	8,36	-10,28	0,73	-121	-(115÷128)
7		10	5,62	-6,86	11,14	-13,6	0,75	-155	-(149÷162)
8		20	5,75	-7,08	11,41	-14,04	0,75	-160	-(153÷168)
9		30	6,39	-7,86	12,23	-15,05	0,76	-172	-(163÷180)
10		40	7,19	-8,85	11,68	-14,26	0,75	-200	-(192÷211)

* Каждая точка является средней из 20-ти опытов

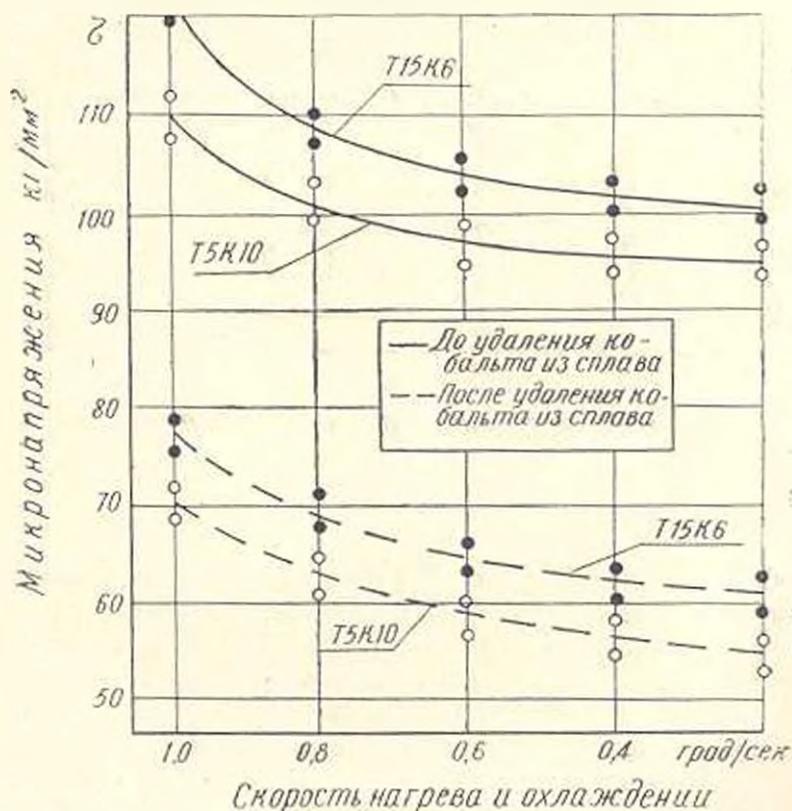


Рис. 2 (а). Влияние скорости нагрева и охлаждения на величину напряжений твердого сплава: $V=0,2-1$ град/с.

ном нагреве и охлаждении, уменьшается до 15% по сравнению с образцами, подвергнутыми термообработке быстрым нагревом и охлаждением, при которой термические напряжения увеличиваются [3]. Экспериментально найдено, что фаза $(\text{Ti}, \text{W})\text{C}$, имеющая коэффициент линейного расширения в 1,5 раза меньше, чем у кобальта, находится под действием растягивающих напряжений.

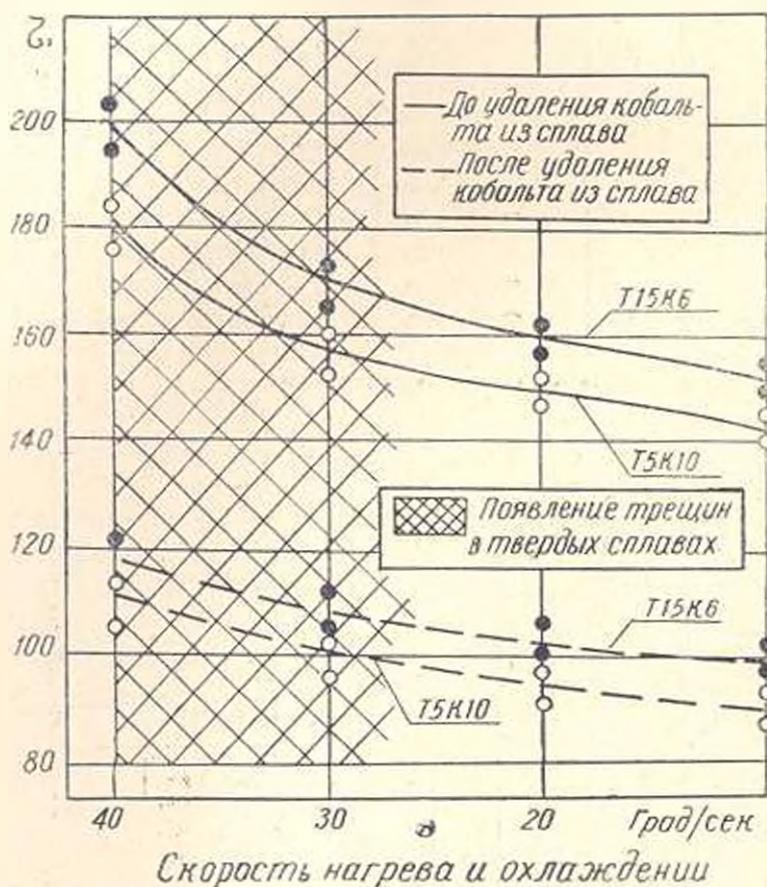


Рис. 2 (б). Влияния скорости нагрева и охлаждения на величину напряжений твердого сплава: V — 10–40 град/с.

Чтобы исключить действие кобальтовой фазы на карбид вольфрама, из сплавов T15K6, T5K10 фаза кобальта была удалена кипячением в растворе соляной кислоты (1:3) в течение 40 часов. После выщелачивания сплавов в WC фазе опять измерялись микронапряжения.

Как показано на рис. 2, после удаления из сплавов кобальта уровень микронапряжений в WC фазе значительно снижается (60–80%). Характер изменения зависимости микронапряжений в WC фазе от влияния скорости нагрева и охлаждения остался таким же. Как показали эксперименты, увеличение скорости нагрева и охлаждения твердого сплава приводит к увеличению напряжений. За счет увеличения

термических напряжений появляются микро- и макротрещины (рис. 3).

Полученные экспериментальные результаты свидетельствуют о том, что внутренние напряжения в твердом сплаве находятся в сложно-напряженном состоянии. При различных скоростях нагрева и охлаждения величины термических микронапряжений в сплаве меняются.

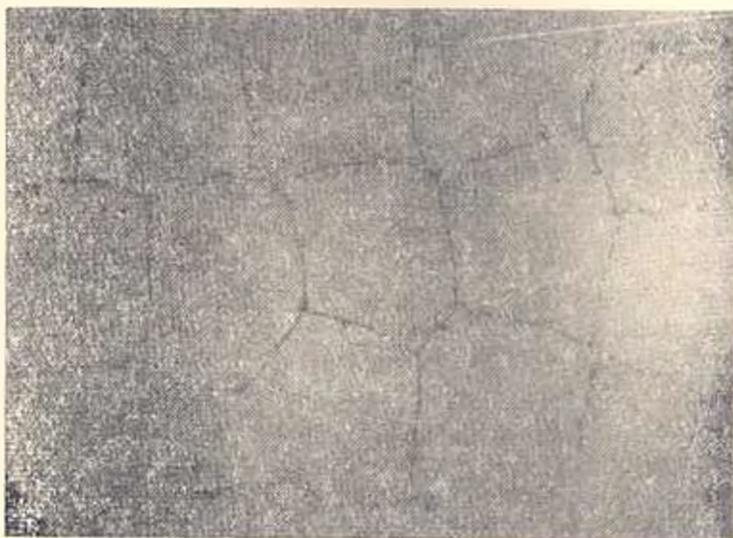


Рис. 3. Сетчатые трещины, образуемые на пластинках твердого сплава Т15К6, при быстром нагреве и охлаждении.

Был проведен комплекс экспериментальных исследований по определению и практической оценке влияния способа термообработки твердосплавных пластин на износ и стойкость инструмента на токарно-винторезном станке модели 163 в интервале параметров: $S = 0,11 \div 61$ м.м/об; $f = 0,5 \div 2,0$ мм; $V = 50 \div 300$ м/мин.

Результаты показали, что при обработке сталей 45 и ХВГ сплавы Т15К6 и Т5К10, термообработанные в защитной газовой среде медленным нагревом и охлаждением, выявили повышенную износостойкость (60—70%) по сравнению с нетермообработанными пластинками и в 2,5—3 раза — по сравнению с пластинками, подвергнутыми термообработке на установке ТВЧ.

АрмНИИМАШ

Поступило 19. III 1980

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Spath W. Einige Betrachtungen zum Festigkeitsverhalten von Hartmetallen. „Metall“, 1958, № 10, s. 925.
2. Комяк Н. И., Мясников Ю. Г. Рентгеновские методы и аппаратура для определения напряжений. Л., «Машиностроение», 1972.
3. Читчян Р. А., Овсепян Г. С. Влияние способа пайки на качество ножей торцевых фрез. «Промышленность Армении», 1976, № 1.

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Б. М. МАМИКОНЯН

О ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО
 ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ БОЛЬШИХ ЛИНЕЙНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Для измерения больших линейных перемещений широкое применение нашли электромагнитные преобразователи с переменной площадью контура измерительной обмотки. Они содержат подвижный магнитопровод, в воздушном зазоре которого создано однородное переменное магнитное поле. В пространстве воздушного зазора помещается плоская измерительная обмотка, расположенная на прямоугольной пластинке из изоляционного материала [1].

Существует несколько разновидностей измерительных обмоток указанных преобразователей. Наибольшую чувствительность обеспечивает обмотка, предложенная в [2] и изображенная на рис. 1,а. Через H обозначена ширина магнитного поля, пронизывающего обмотку (ширина магнитопровода), через x — измеряемое перемещение, через c и d — габаритные размеры обмотки.

На рис. 1,б изображена характеристика преобразования преобразователя.

Для исследования чувствительности преобразователя найдем его функцию преобразования $E_n = f(x)$. Пусть обмотка пронизывается полем с индукцией B и частотой ω . Тогда для произвольного значения x , изображенного на рис. 1,а, имеем:

$$E_n = \omega B \sum S_x = \omega B \left[mcH + 2H(x - mt) \lg \frac{x}{2} \right].$$

Здесь $\sum S_x$ — суммарная площадь витков измерительной обмотки, пронизываемая полем и зависящая от координаты x положения магнитопровода; m — целое число, равное целой части числа x/t , т. е. $m = \left\lfloor \frac{x}{t} \right\rfloor$; t — среднее расстояние между вершинами двух соседних витков обмотки.

Если обозначить через n число ступеней в каждой секции (половине) обмотки, то

$$t = \frac{d}{2n}; \quad \lg \frac{x}{2} = \frac{c}{2t} = n \frac{c}{d}.$$

с учетом которых находим, что

$$E_n = 2nB\Gamma n \frac{c}{d} x.$$

Очевидно, что при заданных значениях c и d чувствительность преобразователя dE_n/dx можно повысить увеличением числа ступеней n , однако при этом увеличивается также общая длина l провода обмотки. Поэтому качество распределенных плоских измерительных обмоток оценивают удельной чувствительностью

$$k = \frac{dE_n/dx}{l},$$

т. е. чувствительностью, приходящейся на единицу длины провода обмотки.

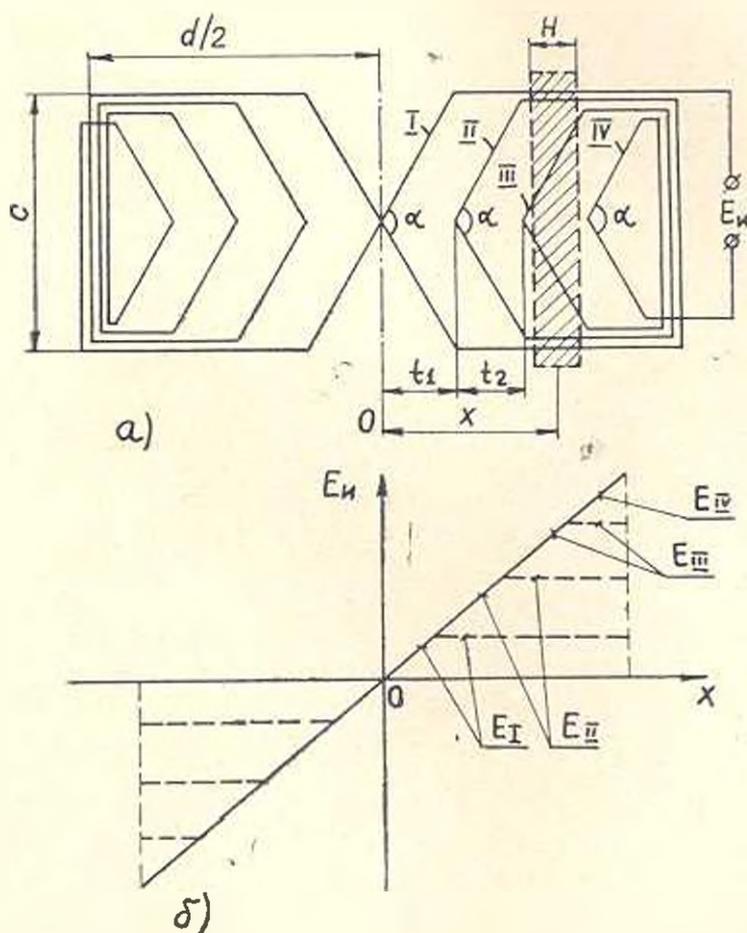


Рис. 1. Принципиальная схема измерительной обмотки (а) и ее характеристика преобразования (б).

Для рассматриваемой обмотки:

$$K = \frac{\omega B H n c / d}{\left(c + \frac{d}{2}\right) n - \frac{d}{2} + \sqrt{c^2 n^2 + d^2}} \quad (1)$$

Выражение (1) имеет максимальное значение при

$$n = n_0 = \sqrt[3]{\frac{d}{3}} \quad (2)$$

равное

$$K_0 = \frac{2\omega B H}{d} \cdot \frac{1}{2 + \sqrt[3]{3} + d/c} \quad (3)$$

Полученные выражения позволяют для заданного предела измерения d проектировать измерительную обмотку, обладающую максимальной удельной чувствительностью.

Как видно из выражения (3), ширину обмотки c следует выбрать максимально возможную из конструктивных и габаритных соображений. После выбора c по выражению (2) определяется число ступеней n (округленное до ближайшего целого числа).

Ленинградский фил.
ЕрИИ им. К. Маркса

Поступило 25. I. 1979

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Куликовский Л. Ф. и др. Автоматические приборы с бесконтактными компенсирующими преобразователями. М., «Энергия», 1967.
2. Мамиконян Б. М. Трансформаторный преобразователь линейных перемещений. Решение о выдаче авт. св. от 23.08.78 г. по заявке № 2579224/24.

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

А. А. САРУХАНИЯН

О ПЕРИОДЕ НАГНЕТАНИЯ ГИДРОТАРАНА

Известно, что период нагнетания гидротарана начинается с закрытия ударного и открытия нагнетательного клапанов. В момент закрытия ударного клапана происходит гидравлический удар, который приводит к повышению давления в питательном трубопроводе. Величина повышения давления не достигает своего возможного наибольшего значения, т. к. при некотором значении давления открывается нагнетательный клапан и начинается подача жидкости в воздушный колпак.

На рис. 1 приводится схема гидротарана.

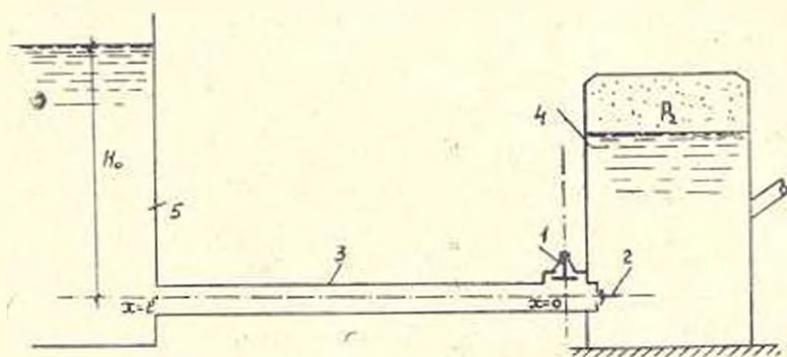


Рис. 1.

Таран состоит из ударного (1), нагнетательного (2) клапанов, питательного трубопровода (3) длиной l , воздушного колпака (4), давление в котором во время работы тарана принимается постоянным и равным p_0 . Питание тарана осуществляется из бака (5), где уровень жидкости неизменный и равен H_0 , за счет чего в начале трубопровода (3) создается постоянное давление p_0 . При открытии ударного клапана (1) через него начинается истечение жидкости с возрастанием скорости и давления под ним. При некотором значении давления происходит захлопывание ударного клапана и начинается нагнетательный период, продолжительность которого определяется параметрами установки и может в несколько раз превысить фазу удара [1].

В настоящее время имеются описания процесса нагнетания гидротарана, исходя из экспериментальных данных. Целью настоящей работы является теоретическое исследование нестационарного процесса в питательном трубопроводе гидротарана. Даются аналитические зависимости для определения изменения скорости в период нагнетания.

Пусть в конце периода разгона в конечном сечении трубопровода (3), когда скорость движения жидкости равна v_0 , происходит закрытие клапана (1) за промежуток времени, не превышающий фазу удара. Во время работы тарана пренебрежем потерями напора, вызванными гидравлическими сопротивлениями. Тогда задача по определению закона изменения скорости и давления в питательном трубопроводе сводится к решению системы дифференциальных уравнений гидравлического удара [2]:

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial t} \\ \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\rho a^2} \frac{\partial p}{\partial t} \end{cases} \quad (1)$$

За начало отсчета координат примем конец трубопровода (3), где вызывается рассматриваемый процесс (рис. 1).

Систему уравнений (1) можно свести к одному уравнению второго порядка относительно давления p . Как известно, это уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \quad (2)$$

а начальные и граничные условия задачи —

$$p(x, 0) = p_0, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad \text{при } t = 0; \quad (3)$$

$$p(0, t) = p_0, \quad p(l, t) = p_0 \quad \text{при } t > 0. \quad (4)$$

Для решения полученной краевой задачи с неоднородными граничными условиями, введем неизвестную функцию $u(x, t)$, полагая, что

$$p(x, t) = u(x, t) + M(x, t), \quad (5)$$

где $u(x, t)$ представляет отклонение функции $p(x, t)$ от некоторой известной функции $M(x, t)$ [3].

Для функции $u(x, t)$ находим значение:

$$u(x, t) = p_2 + \frac{x}{l} (p_0 - p_2). \quad (6)$$

Тогда функция $M(x, t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 M}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \quad (7)$$

с однородными краевыми условиями:

$$M(x, 0) = p_0 - \left[p_2 + \frac{x}{l} (p_0 - p_2) \right];$$

$$\left. \frac{\partial M}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad \text{при } t = 0; \quad (8)$$

$$M(0, t) = 0, \quad M(l, t) = 0, \quad \text{при } t > 0.$$

Общее решение уравнения (7) при начальных и граничных условиях (8) имеет вид:

$$M(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{\pi k a}{l} t + b_k \sin \frac{\pi k a}{l} t \right) \sin \frac{\pi k}{l} x, \quad (9)$$

где

$$a_k = \frac{2}{l} \int_0^l \left\{ p_0 - \left[p_2 + \frac{x}{l} (p_0 - p_2) \right] \right\} \sin \frac{\pi k}{l} x dx = \frac{2(p_0 - p_2)}{\pi k}; \quad (10)$$

$$b_k = \frac{2}{\pi k a} \int_0^l \left. \frac{\partial M}{\partial t} \right|_{t=0} \sin \frac{\pi k}{l} x dx = 0. \quad (11)$$

Подставляя значения a_k и b_k в уравнение (9), получим:

$$M(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(p_0 - p_2)}{\pi k} \cos \frac{\pi k a}{l} t \cdot \sin \frac{\pi k}{l} x. \quad (12)$$

Используя выражения (5), (6), (12) для $p(x, t)$, получим окончательное решение:

$$p(x, t) = p_2 + \frac{x}{l} (p_0 - p_2) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(p_0 - p_2)}{\pi k} \cos \frac{\pi k a}{l} t \cdot \sin \frac{\pi k}{l} x. \quad (13)$$

Уравнение (13) выражает закон изменения давления в питательном трубопроводе во время периода нагнетания. Для клапанного узла (при $x = 0$) из (13) следует, что в процессе нагнетания давление постоянно и равно p_2 .

Воспользовавшись (1) и (13), для $v(x, t)$ получим:

$$v(x, t) = \frac{p_0 - p_2}{\rho l} t + \frac{2(p_0 - p_2)}{\pi a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi k a t}{l}}{k} \cos \frac{\pi k}{l} x + c(x), \quad (14)$$

где $c(x)$ — произвольная функция интегрирования, значение которой в данном случае равно $c(x) = v_0$.

Следовательно, окончательный закон изменения скорости в клапанном узле ($x = 0$) будет:

$$v = v_0 + \frac{p_0 - p_2}{\rho l} t + \frac{2(p_0 - p_2)}{\rho a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi k a}{l} t}{k}. \quad (15)$$

После несложных преобразований уравнение (15) примет вид:

$$v = v_0 - \frac{p_2 - p_1}{\rho a}, \quad \text{при } 0 \leq t \leq \frac{2l}{a}.$$

С этой скоростью начинается нагнетание жидкости в воздушный колпак.

Таким образом, в период первой фазы справедливо вывод Б. М. Бубекина о скачкообразном изменении скорости [4].

В момент прихода волны повышенного давления к питательному баку равновесие не устанавливается, ибо у питательного бака образуется волна пониженного давления, которая распространяется от бака к клапанному узлу. До подхода волны пониженного давления к клапанному узлу скорость в нем не изменяется. Поэтому, за время $\tau = \frac{2l}{a}$ происходит нагнетание жидкости в воздушный колпак со скоростью

$$v = v_0 - \frac{p_2 - p_0}{\rho a}, \quad \text{при } 0 \leq t \leq \frac{2l}{a}.$$

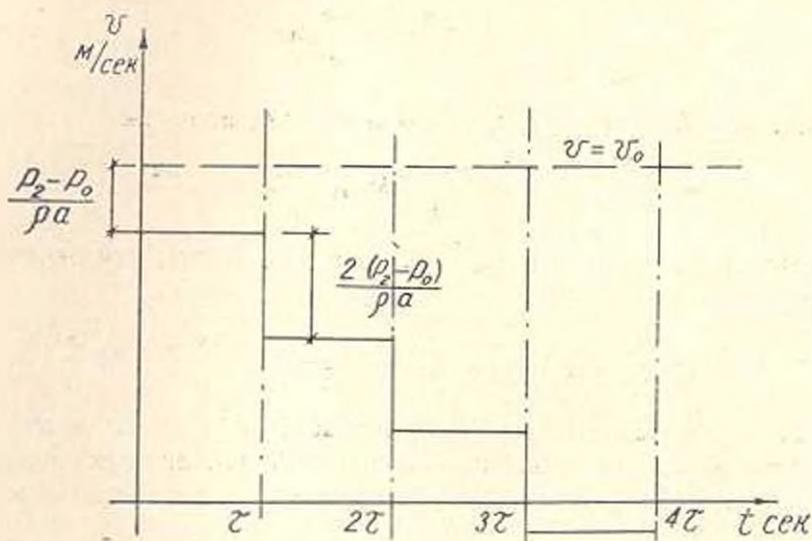


Рис. 2.

В момент прихода волны пониженного давления к клапанному узлу скорость в конечном сечении питательного трубопровода уменьшается в два раза

$$v = v_0 - 2 \frac{p_2 - p_0}{\rho a}.$$

Поэтому в последующей фазе удара происходит нагнетание жидкости в воздушный колпак со скоростью

$$v = v_0 - 3 \frac{p_2 - p_0}{\rho a}, \quad \text{при } \frac{2l}{a} < t < \frac{4l}{a}.$$

Дальнейший процесс поясняется графиком (рис. 2). Скорость уменьшается до момента, когда ее величина в питательном трубопроводе становится равной нулю или меньше $\frac{P_2 - P_0}{\rho a}$. Тогда открывается ударный клапан и цикл работы тарана повторяется.

Выводы

1. Получены аналитические зависимости для определения давления и скорости по длине питательного трубопровода в период нагнетания гидротарана.

2. Анализ зависимости для скорости показал, что за этот период скорость меняется скачкообразно в первой фазе удара $\Delta v_0 = \frac{P_2 - P_0}{\rho a}$, а в последующих фазах — $\Delta v_1 = 2\Delta v_0$.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 16. VI. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Овсепян В. М. Гидравлический таран и таранные установки. М., «Машиностроение», 1968, 121 с.
2. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М.—Л., 1951, 223 с.
3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1977, 735 с.
4. Чистопольский С. Д. Гидравлические тараны. М. ОНТИ, 1936, 150 с.

Բ Ո Վ Ա Ն Գ Ա Կ Ո Ի Ք Յ Ո Ի Ն

«ՀԱՍՀ ԳԱ տեղեկագիր (տեխնիկական գիտություններ) սերիա»
ճանկեսի 33-րդ հատորի

ՄԵՔԵՆԱՇՆՈՒԹՅՈՒՆ

Մ. Վ. Կասյան, Հ. Բ. Քաղկաստայան, Ս. Ս. Մեղրալյան: Կտրման պրոցեսի պարամետրների օպտիմիզացման մի մեթոդի մասին՝ ըստ զործիրի անընդհատ մաշման	4—2
Մ. Վ. Կասյան, Ս. Ս. Կասյան: Գործիրի ջերմատիճանի նաշվարկի բնույտը կտրման դեպքում	2—5
Մ. Վ. Կասյան, Մ. Ս. Սիմոնյան: Ընդհատ կտրման պարամետրում կարծր նամանույվածքից զործիրի փխրուն ամրության զննումը	3—3
Գ. Ն. Կոչկարյան, Հ. Կ. Շեկյան: Հեղուսալոր միազման մասերի կոշտությունների ազդեցությունը դրանց պինամիկական որակի վրա	3—18
Գ. Գ. Կուրխյան: Անհատ կոնտակտային սիրույթով երկու գլանների կոնտակտի մի խնդրի մասին	6—7
Հ. Գ. Շեկյան, Ռ. Պ. Խալաթյան, Կ. Ն. Կոչկարյան: Կտրման ատանցքակալներով ճնշում ստորների դեկամիկան	2—7
Գ. Լ. Պետրոսյան: Շերտավոր ձախտակե կրկմատաղական խողովակների ձևավորման հետազոտումը	6—15
Ի. Պ. Չափախյան, Ա. Բ. Բաբխանյան: Հարթ վեցօղակ մերանիդի մի նամանիքի սինթեզ	3—9
Վ. Մ. Մեյլյանով, Կ. Գ. Կոչկարյան, Ս. Ս. Կասյան: Տանող անիվ-փոխնազորակարանայարտալին միջոց: Նամակարգի ինքնատատանումները տեղապատույթի մասանակ	3—21

ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ՄԻՆԱՆՆԻՐԱ

Հ. Բ. Շանալիյան: Մոզքի և ձերացման ազդեցությունը մեկ էրեկարության հուշերա ստի կայունության վրա	3—30
-----------------------------------------------------------------------------------------------	------

ԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱ

Հ. Տ. Աղոյ, Լ. Գ. Աղեկյան: Կայունացման սեփմաների հաշվարկներում իտերացիայի արագացումը նյութերի մեթոդով	2—12
Հ. Ա. Բուտնայան, Լ. Հ. Քոսմանյան: Էներգանամակարգի օպտիմալ կառուցվածքի որոշման մասին	5—1
Լ. Ա. Հաճանյան: Գազատրանսպորտային ցանցերի օպտիմալացման դիսկրետ-անընդհատ մոդելը	1—3
Ս. Է. Մարտիոսյան: Էլեկտրական նամակարգերի օտոստիկական կայունության զննումը	6—25
Ի. Ի. Շարափաճյան: Էներգամիափորման մեկ մտնույ էներգանամակարգերի հաստատված սեփմի ալգորիթմը՝ հաշվի առնելով միջնամակարգային հզորությունների հոսքերի վրա դրված սահմանափակումները	4—10

ԷԼԵԿՏՐՈՏԵԽՆԻԿԱ

2. 1.	Աւսուցան. Ա. Ա. Իսկանդարյան: Փոքր հզորության էլեկտրական մեքենաների հենարանային մակերեսների դինամիկական ամրության հարցի մասին	2—16
4. 2.	Գալուստյան, Գ. Ն. Մկրտչյան: Հզորության պատկաշի կորուստների ընդհանրացրելի որոշումը	4—32
1. 2.	Կարախանյան: Անհամաստ ժիջավայրի մագնետական թափանցելիության հետազոտումը՝ հաշվի առնելով մասնիկների փոխազդեցությունը	1— 7
1. 5.	Սաֆարյան: Էլեկտրահամակարգերի ընդհանրացված պարամետրերի Z-մատրիցայի ուղղումը տրանսֆորմացիայի կոմպլեքս զործակիցների փոփոխման դեպքում	4—19
4. 2.	Սողկյան: Սոսֆազ ասինխրոն շարժիչի էլեկտրամագնիսական մոմենտը անհամաչափ էլեկտրամագնիսական արգելիկման ուժիմոմ	4—25

ՃԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

1. Ա.	Գրիգորյան: Որակի նպատակային ֆունկցիայի որոշումը պարամետրերի ռեգրեսիայի հավասարման կիրառմամբ	3—39
1. Ա.	Գրիգորյան: Տեխնոլոգիական պրոցեսի կալուստիայի պարամետրերի որոշումը և թողարկվող արտադրանքի օպտիմալ պարամետրերի ընտրումը	4—37
11. 11.	Ջախալյան: Զափոդականության կրճատման մեթոդ՝ ավտոմատ կարգավորման բաղմակապ համակարգերի հետազոտման համար	4—43
1. 5.	Մանուկյան: Առավելագույն ֆիզիկական ճշմարտանմանության մեթոդի հիմունքները	4—51
1. 1.	Արևուսյան: Տիրիտոր-պաշտպանիչ շղթա՝ ձեռնարկմաններում տեղի ունեցող պրոցեսների թվային մոդելավորումը	1—13

ՉԱՓՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

11. 5.	Գասպարյան, Գ. Գ. Նիխադարյան: Տիեզերական սատղադիտակների օֆսեթային հետման մեկառանցքային համակարգերի տեսության մասին	5—10
1. 2.	Վանուհի, Ս. Դ. Տրիլոնով: Մետաղալուծային նյութերի տրամագծի ֆոտոլինկտըրական չափիչ	1—23
1. 11.	Վաղդանյան: Օդի հարվածային ալիքների ճնշման գրանցման արագադրոմ ունակային հայտնիչներ	1—21

ԶԵՐՄԱՏԵԽՆԻԿԱ

1. Ա.	Շովհաննիսյան: Ուղղանկյ հարթ կանաչում կոնվեկցիայի մոտավոր վերլուծությունը	6—31
Ա. Մ.	Սարգսյան: Բաղադրյալ թիվերի տարացումը ուղղագծային կոնտակտին զուգանո շարժվող շերտերին աղբյուրներով	3—52

ՀԻՄՐԱՎՈՂԱԿԱՆ ՀԻՄՐՈՏԵԽՆԻԿԱ

Գ. Ա.	Գեուրյան, Գ. Կ. Հակոբյան: Էներգաշրտանտեսական համալիրի պարամետրերի օպտիմիզացման խնդրի մասին	5—35
11. 5.	Հակոբյան, Յ. Ն. Արմալյան, Ս. Ն. Մանուկյան: Փոփոխվող տրամագծի ալցորիթմացումը	5—29
11. Ա.	Հակոբյան, Գ. Մ. Իսրայիլյան: Անան լեճի հոսանքների դաշտի հաշվարկը մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդով	1—34
4. Գ.	Հասարկոբյան: Զկանոնավորված հոսքերի հաշվարկային ապահովման մի մոդելի մասին	5—23

Ա. Գ. Միրզախանյան: Անհամատեղ պահպանողականության հարցում չեքոսլովակացիների հիդրոգրիամիկական հաշվարկ	6—32
Ա. Գ. Նազարյան, Ռ. Մ. Ռաֆայելյան: Եռազգակաչափում մի քանի անկախորեն փականների առկայության դեպքում պոմպային կայանքներում շիջարկիչիկական հարվածի հաշվման մասին	2—28
Վ. Գ. Սահեյան: Զրամբարների աղմուկայնության պրոցեսի գնահատության կենտրոնական հարցի մասին	2—31
Ի. Յա. Տոկար, Ա. Գ. Կրիսևի, Ա. Գ. Գալստյան: Արտակենտրոն պոմպերի հետևանքի դիտարկման մասին	3—44

ՅԵՏԱԿԱՆ ԱՌՔԵՐ

Հ. Ա. Արևելյան, Վ. Ա. Սարգիսյան: Փոքր առեկտրոնային էլեկտրամեքենաների սեղանահասարակ ախտաբանական հետազոտումը	2—16
Հ. Մ. Եսևիլայան, Գ. Վ. Բարսեղյան: Հիդրոպնեմաէլեկտրական փոխանակության շտապառումը	1—47
Է. Մ. Կիրակոսյան, Վ. Ս. Վարդանյան, Ա. Գ. Տարապետյան: Ազոտեղման էլեկտրամեքենաների կապակցում համակարգերի էներգետիկական ցուցանիշների հետազոտումը	1—51
Ս. Գ. Կոնիայան, Հ. Հ. Կոլոզյան: Հասարակ բացօթյա շիջարկիչների և անվտանգության հիմնարկների հետազոտումը	5—43
Տ. Ա. Լեբեգև, Գ. Ա. Լավրենտյան, Ս. Գ. Մամյան: Կարծր համաձուլվածքում շիջարկիչի միկրոպարամետրի քայլումը	6—37
Վ. Մ. Լուկանովյան, Ա. Ա. Սարգիսյան: Հիդրոպնեմաէլեկտրական տարանի դիտարկման դեպքում	2—43
Է. Հ. Լուկանովյան: Գազատարակցության համակարգերի օգտագործումը դիտարկման կապակցում	4—22
Է. Ա. Լուկանովյան, Է. Գ. Առուստամյան: Գազատարակցության համակարգերի զարգացման մասնակցական մոդելը	2—34
Բ. Մ. Մամիկոնյան: Մեծ զանգվածի սեղանային էլեկտրամագնիսական փոխանակության դիտարկման մասին	6—42
Ջ. Ա. Մարտիրոսյան, Գ. Գ. Ներսիսյան: Տարբեր կառուցվածքի ներքին շիջարկիչի հետևանքի համար որոշ կենտրոնականի խնդիրներ	1—40
Բ. Մ. Միրզախանյան: Ստրուկտուրային խնդիրների լուծումը սեղանային սեղանային առեկտրոնային փոխանակության դեպքում	5—43
Լ. Ս. Մխչյան, Կ. Ս. Վարդանյան: Էներգիայի սպառման ցուցանիշների քայլումը մեքենայի շիջարկումը	3—60
Գ. Գ. Մուսաբեկյան, Ա. Ս. Արտաբեկյան: Օդակայանի քայլումը մեքենայի սպառման ցուցանիշների հիմնարկում	2—35
Ա. Ա. Սարգիսյան: Հիդրոպնեմաէլեկտրական աղմուկի ցուցանիշների մասին	6—42

ՅԵՏԱԿԱՆ ԳՈՐԾԻՆԵՐ

Բ. Վ. Կասյան (ժեռյան 75-ամյակի առթիվ)	6—3
---------------------------------------	-----

СОДЕРЖАНИЕ

XXXIII тома журнала «Известия АН АрмССР (серия технических наук)»

МАШИНОСТРОЕНИЕ

- Р. П. Джавахян, А. И. Борисенко.* Синтез одного семейства плоских шести-звенных механизмов 3—9
- М. В. Касьян, Г. Б. Багдасарян, С. С. Месроbian.* Об одном методе оптимизации параметров процесса резания по непрерывному изнашиванию инструмента 4—3
- М. В. Касьян, М. О. Нвооян.* Расчет температуры инструмента при прерывистом резании 2—3
- М. В. Касьян, М. М. Симонян.* Оценка хрупкой прочности твердосплавного инструмента в условиях прерывистого резания 3—3
- Г. Н. Кошкарян, Г. Г. Шесян.* Влияние жесткостей деталей резьбового соединения на его динамическое качество 3—18
- Г. Г. Персисян.* Об одной контактной задаче для двух цилиндров с неизвестной зоной контакта 6—7
- Г. Л. Петросян.* Исследование формирования слоистопористых биметаллических труб 6—15
- В. М. Семенов, Г. Г. Колозян, С. А. Качарян.* Автоколебания и системы «двигатель—трансмиссия—транспортное средство» при буксовании движителей 3—23
- Г. Г. Шесян, Р. П. Халатян, Г. Н. Кошкарян.* Динамика глубоких роторов на подшипниках качения 2—7

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

- Г. Б. Шахализян.* О влиянии ползучести и старения на устойчивость удлиненной трехслойной плиты 3—30

ЭНЕРГЕТИКА

- Г. Т. Адопц, Л. Г. Алекаян.* Ускорение итерации и расчеты установившихся режимов по методу Ньютона 2—12
- Г. А. Бурнакян, Л. А. Гуманян.* К определению оптимальной структуры энергосистемы 5—3
- Р. Э. Мариносян.* К оценке статической устойчивости электрических систем 6—26
- Л. А. Униаян.* Дискретно-непрерывная модель оптимизации газотранспортных сетей 1—3
- И. И. Шаробханян.* Алгоритм расчета установившегося режима энергосистем, входящих в энергообъединение, с учетом ограничений на мощности межсистемных перетоков 4—10

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

- Г. Л. Артемян, А. А. Исхандарян. К вопросу о динамической прочности опорных оснований электрических машин малой мощности 2—16
- К. А. Гамбурия, Г. О. Мкртчян. Определение характеристик потерь мощности на корону 4—32
- Л. О. Караханян. Исследование магнитной проницаемости неоднородной среды с учетом взаимного влияния частиц 1—7
- В. С. Сафарян. Коррекция Z—матрицы обобщенных параметров электрических систем при изменении комплексных коэффициентов трансформации 4—19
- К. О. Согикян. Электромгнитный момент трехфазного асинхронного двигателя в режиме несимметричного электромагнитного тормоза 4—25

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- Л. А. Григорян. Определение целевой функции качества с применением уравнений регрессии параметров 3—39
- Л. А. Григорян. Определение коэффициента стабильности технологического процесса и выбор оптимальных параметров выпускаемых изделий 4—37
- С. С. Захарьян. Метод сокращения размерности при исследовании многосвязных систем автоматического регулирования 4—43
- Э. Н. Манукян. Основы метода максимально-физического правдоподобия 4—51
- В. Л. Минисян. Цифровое моделирование переходных процессов в подсетях «тиристор-защитная цепь» 1—13

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- В. О. Вакуци, С. Д. Трифонов. Фотоэлектрический измеритель диаметра проволочных материалов 1—28
- В. Р. Вардиания. Быстродействующие емкостные датчики для регистрации давления воздушных ударных волн 1—21
- О. Н. Гаспарян, Г. Г. Егиазарян. К теории одноосных систем офсетного гидрирования космических телескопов 5—10

ТЕПЛОТЕХНИКА

- Л. С. Оганисян. Приближенный анализ естественной конвекции в вертикальном плоском канале 6—31
- А. М. Саргсян. Нагрев составной пластины источниками тепла, движущимися параллельно прямолинейному контакту 3—52

ГИДРАВЛИКА. ГИДРОТЕХНИКА

- Р. Е. Акопян, Я. А. Адамсян, С. Н. Манукян. Алгоритмизация процедуры расчета пневтранспорта со ступенчатым изменением диаметра трубопровода 5—29
- М. А. Акопян, Г. М. Горгомян. Расчет поля скоростей озера Севан методом математического моделирования 1—34
- Г. Г. Ацагорцян. Об одной модели расчетной обеспеченности незарегулированных стоков 5—23
- Г. А. Геворкян, Г. Г. Акопян. К задаче оптимизации параметров энерговодохозяйственного комплекса 5—33
- А. Г. Мирзаханян. Гидродинамический расчет аппаратов с неоднородным псевдооживленным слоем 6—22
- А. Г. Низарян, Р. М. Рафаэлян. О расчете гидравлического удара в насосных установках при наличии на водоводе нескольких обратных клапанов 2—28

В. Г. Саноян. К прогнозу процесса заиливания водохранилищ	2—21
И. Я. Тохарь, А. Э. Криони, А. Г. Данян. О динамике опоры эксцентриковых насосов	3—44

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Г. Л. Аргемян, В. А. Миртиросян. Исследование резонансных областей колебания малых асинхронных электрических машин	5—53
О. М. Букишян, К. В. Бабаян. Исследование гидродинамического преобразователя	1—47
Э. М. Диланян, В. С. Варпетян, А. П. Тарасян. Исследование энергетических показателей автономных электромеханических систем	1—51
С. Г. Ноннисян, А. А. Гюлядян. К расчету предварительно напряженных железобетонных конструкций по раскрытию трещин	5—48
Т. А. Лебедев, Г. С. Овсепян, С. Г. Мамян. Определение термических микронапряжений твердого сплава	6—37
Б. М. Мамиконян. О чувствительности электромагнитного преобразователя больших линейных перемещений	6—12
В. А. Миртиросян, Г. Г. Нерсисян. Некоторые контактные задачи для двух конечных цилиндров из различных материалов	1—40
Р. М. Мирзаханян. Анализ работы пневмотранспортной установки для перемещения сыпучих материалов в плотном слое	5—43
Г. Г. Мусаевянц, А. С. Аристамесян. К вопросу обоснования параметров кольцевого брикетного пресса	2—38
Л. О. Мхелян, К. С. Варданян. Обоснование механизма разрушения горных пород при вдавливании шаровой дроби	3—60
В. М. Овсепян, А. А. Саруханян. Дистанционное управление гидравлическим тараном	2—43
А. А. Саруханян. О периоде нагнетания гидротарана	6—
Л. А. Унианян. Оптимизация развития газотранспортных систем на основе динамической модели	4—58
Л. А. Унианян, Л. Г. Арустамян. Математическая модель развития газотранспортных систем	2—34

ПЕРСОНАЛИИ

Мартын Ваганович Касьян (к 75-летию со дня рождения)	6—3
----------------------------------------------------------------	-----

Ր Ո Վ Ա Ն Կ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Մ. Վ. Կասյան (ծննդյան 75-ամյակի առթիվ) 3

ՄԻՔԵՆԱՇԻՆՈՒԹՅՈՒՆ

Գ. Դ. Ներսիսյան: Ան՝այտ կոնտակտային տիրույթով երկու գյանների կոնտակտի մի
խնդրի մասին 7

Գ. Լ. Պետրոսյան: Շերտավոր ծակոտկեն երկմետաղական խողովակների ձևափոխման
հետազոտումը. 15

ՀԻՊՐԱՎԼԻԿԱ

Ա. Գ. Միրզախանյան: Անհամասն պակգոհեղուկացված շերտով սպարատների հիդրո-
դինամիկական հաշվարկ 23

ԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱ

Ռ. Հ. Մարինոսյան: Էլեկտրական համակարգերի ստատիկական կայունության գնա-
հատման մասին 26

ՋԵՐՄԱՏԵԿՆԻԿԱ

Լ. Ո. Հովհաննիսյան: Ռադիոառիչ հարթ կանալում կոնվեկցիայի մոտավոր վերլուծությունը 31

ԳԻՏԱԿԱՆ ՆՈԹՆԸ

Ա. Ս. Լերելե, Գ. Ս. Հովսեփյան, Ս. Գ. Մամյան: Կարծր համաձուլվածքում շերտային
միկրոշարժանների որոշումը 37

Բ. Մ. Մամիկոնյան: Մեծ դժուրին տեղաշարժների էլեկտրամագնիսական փոխակերպիչի
զդայնության մասին 42

Ա. Ա. Սաբուխանյան: Հիդրոտարակի մղման պարբերության մասին 15

СОДЕРЖАНИЕ

	стр
<i>Мартын Вагшинович Касьян</i> (к 75-летию со дня рождения)	3

МАШИНОСТРОЕНИЕ

<i>И. Г. Нерсисян</i> . Об одной контактной задаче для двух цилиндров с неизвестной зоной контакта	7
<i>Г. Л. Петросян</i> . Исследование формирования слоистопористых биметаллических труб	15

ГИДРАВЛИКА

<i>А. Г. Жирлякянц</i> . Гидродинамический расчет аппаратов с неоднородным псевдооживленным слоем	22
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

ЭНЕРГЕТИКА

<i>Р. Э. Малиноски</i> . К оценке статической устойчивости электрических систем	26
-------------------------------------------------------------------------------------------	----

ТЕПЛОТЕХНИКА

<i>И. С. Пальмисян</i> . Приближенный анализ естественной конвекции в вертикальном плоском канале	31
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

<i>Т. А. Лебедева, Г. С. Овсепян, С. Г. Мамян</i> . Определение термических микронапряжений твердого сплава	37
<i>В. М. Мамиконян</i> . О чувствительности электромагнитного преобразователя больших линейных перемещений	42
<i>А. А. Сарухянц</i> . О периоде нагнетания гидротарана	45