ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ
АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

Издается с 1947 г.
Журнал выходит 6 раз в год на русском языке

Խմբագրության հասցեն՝ Երևան-19, Բարեկամության փող. 24գ
Адрес редакции: Ереван-19, ул. Барекамутян, 24г.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIII, № 5, 1980 Серия технических наук

ЭНЕРГЕТИКА

Г. А. БУРНАЧЯН, Л. А. ТУМАНЯН

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

В работе рассматривается развитие некоторой энергосистемы за счет ввода различных типов электростанций и определяются оптимальная структура генерирующих мощностей и план их ввода.

Постановка задачи. Имеется некоторая энергосистема, состоящая из «m» ТЭС и «n» ГЭС. Предполагается развитие данной энергосистемы на плановый период (15 лет) за счет ввода новых «γ» ТЭС, «α» ГЭС, «β» ГАЭС и «μ» АЭС. Развивающаяся ОЭС представляется в виде эквивалентных энергоузлов с заданными параметрами электропотребления и технико-экономическими показателями существующих и вновь вводимых электростанций. При этом предполагается, что внешние связи ОЭС с другими системами предварительно определены.

Задача формулируется следующим образом: при заданных начальном и конечном уровнях режима электропотребления и возможном составе вводимых станций определить оптимальную структуру ОЭС. Из этого следует, что параметры подлежащих к строительству станций и ЛЭП должны быть такими, чтобы суммарные приведенные расчетные затраты по ОЭС за период T_0 с учетом последействия [1] были бы минимальны, т. е.

$$З(Z)=\sum_{t=1}^{T_0}[K_t(Z_t)+\text{И}_t(Z_t)](1+p)^{\tau-t}+\sum_{t=T_0+1}^{T_п}\text{И}_t^п(Z_t)(1+p)^{-t}\to \text{мин}, \tag{1}$$

где T_0, $T_п$ — периоды оптимизации и последействия; $Z=(Z_1, Z_2, \ldots, \ldots, Z_t, \ldots, Z_{T_0})$; Z_t — вектор, компоненты которого представляют параметры существующих, вводимых станций и ЛЭП; $K_t(Z_t)$ — суммарные капиталовложения в ОЭС в t-ом году, куда входят капиталовложения вновь вводимых ГЭС, ГАЭС, КЭС, АЭС, ЛЭП, на добычу и транспортировку топлива; $\text{И}_t(Z_t)$ — суммарные ежегодные издержки по ОЭС в t-ом году, куда входят эксплуатационные издержки по существующим и вновь вводимым ГЭС, ГАЭС, КЭС, АЭС и ЛЭП; $(1+p)^{\tau-t}$, $(1+p)^{-t}$ — норма учета фактора времени; τ — год приведения; $\text{И}_t^п(Z_t)$ — ежегодные издержки за период последействия.

Критерий оптимальности (1) должен выполняться при следующих условиях.

1. Суммарная мощность существующих и вновь вводимых станций в каждом интервале $T_\text{н}$ должна соответствовать максимальной потребной мощности с учетом ремонтного и аварийного резервов:

$$\sum_{i=1}^{m} N_i + \sum_{j=1}^{n} N_j + \sum_{\alpha=1}^{a} N_\alpha + \sum_{\beta=1}^{b} N_\beta + \sum_{\gamma=1}^{l} N_\gamma + \sum_{\mu=1}^{d} N_\mu - N_c^{\text{макс}} - N_{\text{рез}} - N_{\text{рем}} = 0, \tag{2}$$

где $N_c^{\text{макс}}$, $N_{\text{рез}}$, $N_{\text{рем}}$ — соответственно, максимальная потребная мощность системы, аварийный и ремонтные резервы.

2. В каждый текущий момент времени (t) должен выполняться баланс нагрузок:

$$\sum_{i=1}^{m} P_i(t) + \sum_{j=1}^{n} P_j(t) + \sum_{\alpha=1}^{a} P_\alpha(t) + \sum_{\beta=1}^{b} P_\beta(t) + \sum_{\gamma=1}^{l} P_\gamma(t) + \sum_{\mu=1}^{d} P_\mu(t) - P_c(t) = 0, \tag{3}$$

где $P_i(t)$, $P_j(t)$ — соответственно, нагрузки существующей i-ой ТЭС и j-ой ГЭС; $P_c(t)$ — суммарная нагрузка ОЭС, включая и потери мощности в ЛЭП; $P_\alpha(t)$, $P_\beta(t)$, $P_\gamma(t)$, $P_\mu(t)$ — нагрузки новой α-ой ГЭС, β-ой ГАЭС, γ-ой ТЭС и μ-ой АЭС.

Весьма сложным вопросом является определение издержек по топливу $И_t(B_t)$ в связи с вводом в систему новых станций. Эта величина обоснованно может быть определена посредством оптимизации режимов работы как существующих, так и вновь вводимых станций ОЭС на каждом интервале расчетного периода, согласно нижеприведенному дополнительному критерию с соблюдением условия (3):

$$И_t(B_t) = \int_{t_0}^{t_1} \left[\sum_{i=1}^{m} c_i B_i [P_i(t)] + \sum_{\gamma=1}^{l} c_\gamma B_\gamma [P_\gamma(t)] + \sum_{\mu=1}^{d} c_\mu B_\mu [P_\mu(t)]\right] dt, \tag{4}$$

где c_i, c_γ, c_μ и B_i, C_γ, B_μ — соответственно, стоимости единицы топлива и расходы топлива в единицу времени на i-ой существующей ТЭС, γ-ой новой ТЭС и μ-ой АЭС; $(t_1 - t_0)$ — интервал оптимизации.

Имея величину издержек и стоимостные показатели всех видов топлива, можно определить расходы топлива по системе и соответствующие капиталовложения на его транспорт и добычу. Для приближенных расчетов затраты по топливу можно определить по его удельным расходам для каждой станции с соблюдением баланса нагрузок.

Второй член критерия (1) определяется для периода последействия, равного 35 годам, т. к. коэффициент учета фактора времени к концу этого периода настолько мал, что его дальнейшими значениями можно пренебречь, учитывая (3÷5) % погрешности исходных данных.

Представление критерия в таком виде позволяет точнее определить затраты по каждому типу станций в течение расчетного периода $T = T_0 + T_п$.

Приведенные выражения (1)—(4) представляют общую математическую модель определения оптимальных параметров станций и ЛЭП энергосистемы за рассматриваемый период.

Рассматривается более частный подход к решению данной задачи, а именно, когда в качестве варьируемых обобщающих параметров выступают мощности новых станций, вводимых в ОЭС N_α, N_β, N_γ, N_ρ. Все остальные структурные параметры принимаются зависимыми от варьируемых параметров и выбираются оптимальными относительно их.

Введем следующие обозначения:

$$\sum_{\alpha=1}^{a} N_\alpha = N_г; \quad \sum_{\beta=1}^{b} N_\beta = N_н; \quad \sum_{\gamma=1}^{c} N_\gamma = N_т; \quad \sum_{\rho=1}^{d} N_\rho = N_а, \tag{5}$$

где $N_г$, $N_н$, $N_т$, $N_а$ — соответственно, суммарные мощности вводимых станций за время T_0.

Приведенные расчетные затраты для каждого типа станций и интервалов оптимизационного периода ($k = 1, 2, 3$) рассчитываются на основании формул (1) — (2) и обозначаются через

$$g_{гk}(N_{гk}), \quad g_{нk}(N_{нk}), \quad g_{тk}(N_{тk}), \quad g_{аk}(N_{аk}).$$

Тогда условие (1) может быть представлено в виде

$$З(N_г, N_н, N_т, N_а) = \sum_{k=1}^{3} g_{гk}(N_{гk}) + \sum_{k=1}^{3} g_{нk}(N_{нk}) + \sum_{k=1}^{3} g_{тk}(N_{тk}) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{3} g_{аk}(N_{аk}) \to \text{мин}, \tag{6}$$

при наличии следующих ограничений:

$$N_г + N_н + N_т + N_а = N; \tag{7}$$

$$0 \leqslant \sum_{k=1}^{3} N_{гk} \leqslant A; \tag{8}$$

$$\sum_{k=1}^{3} N_{нk} = B; \tag{9}$$

$$0 \leqslant \sum_{k=1}^{3} N_{аk} \leqslant \infty; \tag{10}$$

$$\sum_{k=1}^{3} N_{тk} = C; \tag{11}$$

где A, B, C — заданные величины; N — прирост нагрузки ОЭС за период T_0 с учетом аварийного и ремонтного резервов.

Рассматривая задачу как многошаговой процесс оптимизации ($k = 1, 2, 3, \ldots$) и используя принцип оптимальности динамического программирования, для k-го интервала можно написать:

$$З_k(N_{гk}, N_{нk}, N_{тk}, N_{аk}) = \min_{\{R_k\}} \{g_{гk}(N_{гk}) + g_{нk}(N_{нk}) + g_{тk}(N_{тk}) +$$

$$+ g_{аk}(N_{аk}) + З_{k-1}[N - (N_{гk} + N_{нk} + N_{тk} + N_{аk})]\}, \tag{12}$$

где область R_k задается

$$N_{гk} + N_{нk} + N_{тk} + N_{аk} = N_k; \tag{13}$$

$$0 \leqslant N_{гk} \leqslant N_г; \tag{14}$$

$$0 \leqslant N_{нk} \leqslant N_н; \tag{15}$$

$$0 \leqslant N_{тk} \leqslant N_т; \tag{16}$$

$$0 \leqslant N_{аk} \leqslant N_а. \tag{17}$$

Поскольку решение данной многомерной задачи сопряжено со значительными трудностями, то вводя множители Лагранжа λ_1 и λ_2, можно сократить размерность задачи и упростить процесс решения [2].

Тогда (12) запишется в виде

$$З_k(N_{гk}, N_{аk}, \lambda_1, \lambda_2) = \min_{\{R_k\}} \{g_{гk}(N_{гk}) + \lambda_1 g_{нk}(N_{нk}) + \lambda_2 g_{тk}(N_{тk}) +$$

$$+ g_{аk}(N_{аk}) + З_{k-1}[N - (N_{гk} + N_{нk} + N_{тk} + N_{аk})]\}. \tag{18}$$

Принимая величины аварийного ($N_{к.\,рез}$) и ремонтного ($N_{к.\,рем}$) резервов заданными, исходя из общесистемных требований и условия (4), рассматриваемую задачу можно свести к вычислению последовательности функции одной переменной $N_{гк}$.

С этой целью предварительно на основе метода динамического программирования оптимизируются II—IV элементы рекуррентного соотношения (18).

Тогда для одношагового процесса при всех значениях $N_{гk}$ ($0 \leqslant N_{гk} \leqslant N_г$) получим

$$G_{1k}(N_k - N_{гk}) = \min_{0 \leqslant N_{аk} \leqslant N_а} [g_{аk}(N_k - N_{гk})] = g_{аk}(N_{аk}), \tag{19}$$

при $N_{гk} + N_{аk} = N_k$.

Для двухшагового процесса:

$$G_{2k}(N_k - N_{гk}, \lambda_1) = \min_{0 \leqslant N_{нk} \leqslant N_н} [\lambda_1 g_{нk}(N_{нk}) + G_{1k}(N_k - N_{гk} - N_{нk})], \tag{20}$$

при $N_{гk} + N_{аk} + N_{нk} = N_k$.

а для трехшагового процесса:

$$G_{3k}(N_k - N_{\text{г}k}, \lambda_1, \lambda_2) = \min_{0 \le N_{\text{т}k} \le N_{\text{т}}} [\lambda_2 g_{\text{т}k}(N_{\text{т}k}) + G_{2k}(N_k - N_{\text{г}k} - N_{\text{т}k})], \quad (21)$$

при $N_{\text{г}k} + N_{\text{э}k} + N_{\text{н}k} + N_{\text{т}k} = N_k$,

где $G_{1k}(N_k - N_{\text{г}k})$ — затраты по АЭС; $G_{2k}(N_k - N_{\text{г}k}, \lambda_1)$ и $G_{3k}(N_k - N_{\text{г}k}, \lambda_1, \lambda_2)$ — суммарные затраты по АЭС, ГАЭС и АЭС, ГАЭС, ТЭС.

Выполнив заранее в численном виде минимизацию по переменным $N_{\text{э}k}$, $N_{\text{н}k}$, $N_{\text{т}k}$, рекуррентное соотношение (18) может быть представлено в виде

$$З_k(N) = \min_{0 \le N_{\text{г}k} \le N_{\text{г}}} \{g_{\text{г}k}(N_{\text{г}k}) + G_{3k}(N_k - N_{\text{г}k}, \lambda_1, \lambda_2) + З_{k-1}[N - (N_{\text{г}k} + Y_k)]\}, \quad (22)$$

где $Y_k = N_{\text{н}k} + N_{\text{т}k} - N_{\text{э}k}$, $k = 1, 2, 3$.

Исходные данные и принятые допущения. В процессе решения задачи $T_{\text{п}}$ разбивается на 3 интервала по 5 лет. Для каждого интервала принимаются заданными графики нагрузок ОЭС и соответствующие им величины аварийного и ремонтного резервов.

Для вводимых КЭС по методике Гидропроекта определяются капиталовложения, издержки и расчетные затраты. При помощи метода динамического программирования для рассматриваемого диапазона изменения мощностей КЭС определяются наилучшие составы станций и строится зависимость $З_{\text{т}k} = g_{\text{т}k}(N_{\text{т}k})$.

Для вводимых АЭС по той же методике определяются те же показатели и строится зависимость $З_{\text{э}k} = g_{\text{э}k}(N_{\text{э}k})$.

Развитие ГЭС определяется имеющимся набором предусмотренных к строительству на территории ОЭС станций. Очередность ввода мощностей определяется на основе сравнительной эффективности этих станций

$$З_{\text{у}a} = \frac{З(N_a)}{N_a}, \quad (23)$$

где $З(N_a)$ — приведенные расчетные затраты для a-ой ГЭС.

Для ряда расположенных по сравнительной эффективности ГЭС строятся суммарные характеристики $K = f(N_a)$ и $И = f(N_a)$, с помощью которых подсчитываются приведенные расчетные затраты и строятся зависимости $З_{\text{г}k} = g_{\text{г}k}(N_{\text{г}k})$. Аналогично строятся зависимости $З_{\text{н}k} = g_{\text{н}k}(N_{\text{н}k})$ для ГАЭС, которые вводятся в ОЭС, исходя из условий дальнейшего разуплотнения графиков нагрузок и надежности системы.

В задаче предполагается, что режимы работы ТЭЦ в графиках нагрузки предварительно определены.

В процессе решения задачи для интервалов времени $k = 1, 2, 3$ по методу динамического программирования определяются минимальные затраты для всех шагов квантования, вводимых в ОЭС, АЭС и ГАЭС. Затем, имея величины этих затрат и величины затрат, вводимых в ОЭС КЭС, вычисляются минимальные значения затрат для АЭС + + ГАЭС + КЭС. Имея величины минимальных затрат при развитии ОЭС за счет ввода АЭС, ГАЭС, КЭС, в систему включаются ГЭС и при помощи метода динамического программирования последовательно определяются минимальные затраты при их совместной работе для интервалов $k = 1, 2$ и $k = 1 + 2$ и 3.

По результатам минимальных значений суммарных затрат для рассматриваемого периода при определенных уровнях электропотребления «ходом назад» определяется возможный состав вводимых станций.

С помощью вышеизложенной математической модели и разработанного алгоритма была составлена программа на языке «Фортран-4», которая была реализована на ЭВМ-1022.

Выводы

1. Разработанная на основе динамического программирования модель оптимального развития структуры ОЭС позволяет обоснованно учитывать реальные технико-экономические характеристики варьируемых параметров системы и относительно легко реализовать на ЭВМ.

2. Существующие реальные ограничения в отдельных ЭЭС на топливные ресурсы и вводимые мощности различных типов электростанций за весь период развития в предложенной модели легко учитываются применением множителей Лагранжа.

3. Предложенная модель выгодно отличается от существующих и может быть применена для разработки оптимальной структуры развития конкретной энергосистемы, а также в случаях, когда исходная информация задается в неполном виде.

ЕрПИ им. К. Маркса — Поступило 18.VI.1979

Հ. Ա. ԲՈՒՆԻԱԹՅԱՆ, Լ. Հ. ՔԱՐԱՄՅԱՆ

ԷՆԵՐԳԱՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Դիտարկվում է որևէ էներգահամակարգի օպտիմալ զարգացումը 15 տարվա ժամանակահատվածի համար՝ ի հաշիվ տարբեր տեսակի էլեկտրակայանների մտցման (ԿԷԿ, ԱԷԿ, ՀԷԿ և ՀԱԷԿ)։ Տրվում է խնդրի դրվածքը և նրա մաթեմատիկական մոդելը։ Խնդրի լուծման համար որպես մաթեմատիկական ապարատ օգտագործվում է դինամիկ ծրագրավորման մեթոդը՝ զուգորդ-

ված Լագրանժի բազմապատկիչների հետ: Ստացված են հիմնական ռեկուրենտ հարաբերությունները և կազմված է խնդրի լուծման ալգորիթմը.

Դիտարկվող էներգահամակարգի համար առաջարկվող ալգորիթմի հիման վրա՝ համապատասխան ընդունված ելակետային տվյալների և ենթադրությունների, «Ֆորտրան-4» լեզվով կազմված է ծրագիր և իրացված ՄՍ-1022 ԷՀՄ-ի վրա:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Туманян Л. А.* О критерии оптимальности развивающихся энергосистем. «Промышленность Армении», 1978, № 7.
2. *Беллман Р., Дрейфус С.* Прикладные задачи динамического программирования. М., «Наука», 1965.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIII, № 5, 1980 Серия технических наук

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

О. Н. ГАСПАРЯН, Г. Г. ЕГНАЗАРЯН

К ТЕОРИИ ОДНООСНЫХ СИСТЕМ ОФСЕТНОГО ГИДИРОВАНИЯ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ТЕЛЕСКОПОВ

1. Постановка задачи

В последние годы наблюдается тенденция к разработке астрономических телескопов больших размеров [1]. Одним из наиболее перспективных методов стабилизации таких телескопов является метод внеосевого или, так называемого, офсетного гидирования [1, 2]. В системах офсетного гидирования в качестве опорных (гидируемых) выбираются достаточно яркие звезды, лежащие в пределах поля зрения телескопа, на его периферийных участках. Центральная область фокальной поверхности телескопа при этом используется для проведения научных исследований.

Принцип офсетного гидирования нашел широкое применение в наземной астрономии [3]. Его использование обусловлено, в первую очередь, все возрастающими требованиями к точности гидирования астрономических телескопов. Это объясняется тем, что точность любой системы гидирования по существу ограничена соответствующими характеристиками используемых астродатчиков и наиболее радикальным путем повышения их точности является увеличением фокусного расстояния и относительного отверстия его оптической системы. Проведенный рядом авторов анализ показал, что при современных требованиях к точности, которая должна достигать сотых и даже тысячных долей угловой секунды, размеры астродатчиков становятся сравнимыми, а иногда и превосходят для целей гидирования оптику астрономических телескопов, т. е. к принципу офсетного гидирования.

Метод офсетного гидирования был, в частности, применен в системе слежения стратосферной обсерватории «Стратоскоп II» в 1968 г. [5]. Этот метод используется также в системе стабилизации Большого Космического телескопа LST, разрабатываемого в США [6, 7]. К настоящему времени имеется много статей, посвященных описанию конструкции систем офсетного гидирования наземных и внеатмосферных телескопов [2, 5, 6]. Вместе с тем, в литературе практически не освещены вопросы структурного и динамического синтеза таких систем.

В предлагаемой статье рассмотрены основные принципы построения и синтеза одноосных систем офсетного гидирования по одной и двум опорным звездам.

2. Гидирование по одной опорной звезде

Основные элементы одноосных систем офсетного гидирования по одной опорной звезде показаны на рис. 1, где 1 — главное зеркало телескопа: 2 — вторичное зеркало; 3 — фокальная поверхность (плоскость); 4 — двухкоординатный астродатчик; 5 — блок научных приборов; 6 — исследуемая звезда; 7 — опорная звезда; 8 — кольцевая (периферийная) зона возможного расположения опорной звезды; X, Y — оси стабилизации; Z — оптическая ось телескопа.

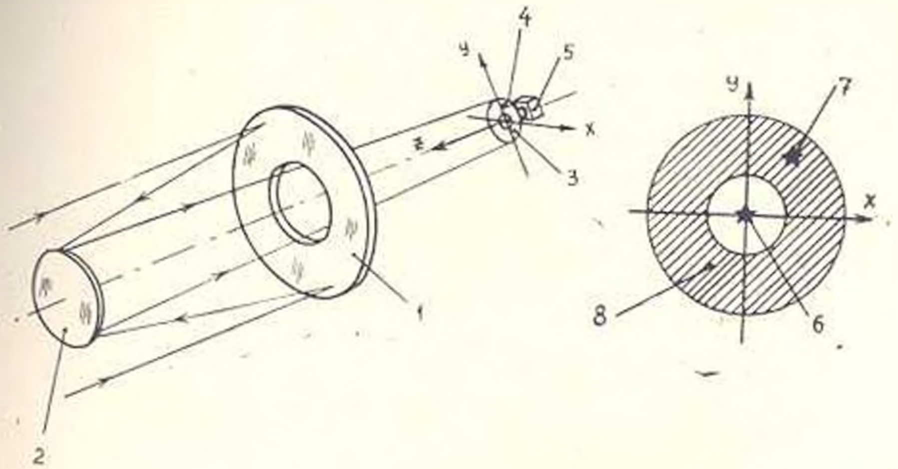

Рис. 1.

Изображение опорной звезды A находится в фокальной плоскости на расстоянии $F \operatorname{tg} \theta$ от оптической оси (точка O) под углом α к оси Y (рис. 2а), где F — эквивалентное фокусное расстояние телескопа, а θ — угол между исследуемой и опорной звездами.

Наведение астродатчика на изображение выбранной опорной звезды осуществляется его перемещениями в фокальной плоскости при помощи специального механизма. Можно выделить две основные кинематические схемы установки астродатчика, приводящие к двум различным способам наведения.

Первая из них обеспечивает плоско-параллельное движение астродатчика вдоль осей стабилизации X и Y.

Для определенности исходное положение астродатчика примем на оптической оси. Тогда, первый способ наведения состоит в перемещении астродатчика вдоль осей X и Y на требуемые величины уставок $\Delta_x = F \operatorname{tg} \theta \sin \alpha$ и $\Delta_y = F \operatorname{tg} \theta \cos \alpha$ (рис. 2а). Очевидно, что оси чувствительности астродатчика X_a и Y_a при этом всегда параллельны соответствующим осям X и Y. Анализ рис. 2а показывает, что линейные отклонения X_{a2} и Y_{a2} опорной звезды в поле зрения астродатчика связаны с угловыми отклонениями телескопа ε_x, ε_y и ε_z относительно осей стабилизации и оптической оси следующими выражениями:

$$X_{a2} = F\left[\cos\varepsilon_z \operatorname{tg}\varepsilon_y + \sin\varepsilon_z \operatorname{tg}\varepsilon_x - \operatorname{tg}\theta \sin\alpha\,(1 - \cos\varepsilon_z) + \operatorname{tg}\theta \cos\alpha \sin\varepsilon_z\right];$$

$$Y_{a2} = F\left[-\sin\varepsilon_z \operatorname{tg}\varepsilon_y + \cos\varepsilon_z \operatorname{tg}\varepsilon_x - \operatorname{tg}\theta \sin\alpha \sin\varepsilon_z - \operatorname{tg}\theta \cos\alpha\,(1 - \cos\varepsilon_z)\right]. \qquad (1)$$

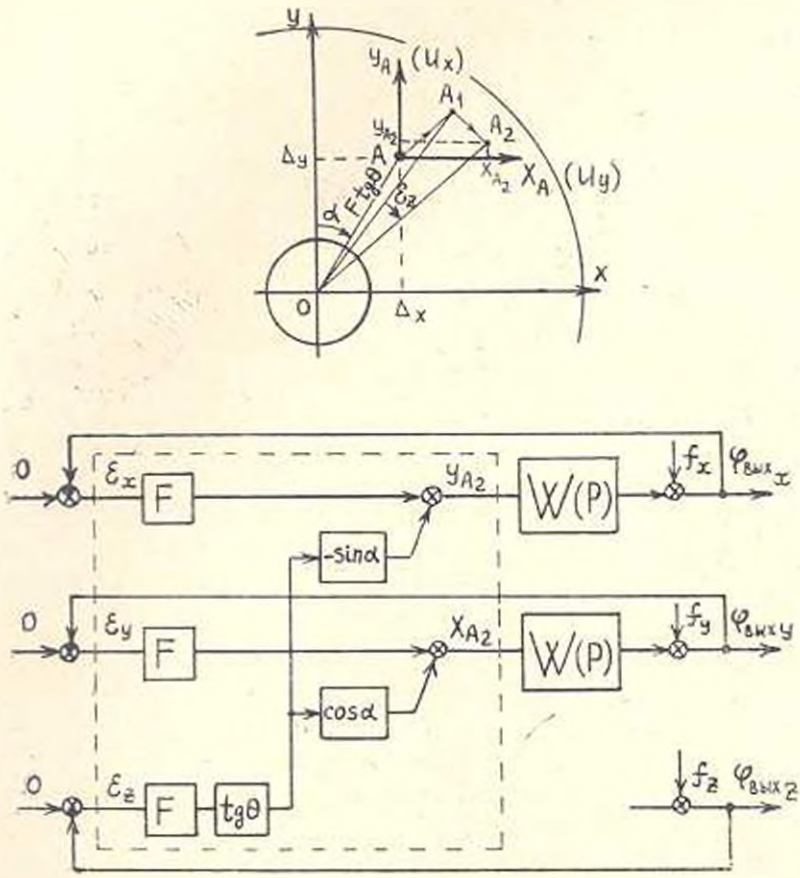

Рис. 2а, б.

Пренебрегая в (1) членами второго порядка относительно ε, для выходных сигналов астродатчика U_y и U_x получаем:

$$U_y = W_a(p)\,X_{a2} = W_a(p)\,F\left(\varepsilon_y + \operatorname{tg}\theta \cos\alpha \cdot \varepsilon_z\right);$$

$$U_x = W_a(p)\,Y_{a2} = W_a(p)\,F\left(\varepsilon_x - \operatorname{tg}\theta \sin\alpha \cdot \varepsilon_z\right). \qquad (2)$$

где $W_a(p)$ — передаточная функция астродатчика.

На рис. 2б приведена структурная схема одноосной системы офсетного гидрирования, построенная с учетом выражений (2), где $W(p)$ — передаточные функции сепаратных каналов стабилизации, куда отнесены и $W_{л}(p)$; $\bar{\varepsilon}(p) = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z]^T$, $\bar{f}(p) = [f_x, f_y, f_z]^T$, $\bar{\varphi}_{вых}(p) = [\varphi_{вых_x}, \varphi_{вых_y}, \varphi_{вых_z}]^T$ — векторы ошибок, возмущений и выходов системы (T — символ транспонирования).

Как видно из структурной схемы, неуправляемое движение телескопа $\varepsilon_z(t) = -f_z(t)$ вокруг его оптической оси является внешним возмущением для каналов стабилизации.

Вектор установившейся ошибки системы на рис. 2б может быть найден на основании теории систем многосвязного регулирования [8], [9]:

$$\bar{\varepsilon}(t) = -\sum_{i=0}^{\infty} C_i \frac{d^i}{dt^i}\left\{\bar{f}_1(t) + \operatorname{tg}\theta \begin{vmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{vmatrix} f_z(t)\right\} + \operatorname{tg}\theta \begin{vmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{vmatrix} f_z(t). \tag{3}$$

где C_i — матрицы коэффициентов ошибок; $\bar{f}_1(t) = [f_x, f_y]^T$ — вектор возмущений, действующих по осям стабилизации.

При условии, что сепаратные каналы стабилизации имеют первый порядок астатизма ($C_0 = 0$, $C_1 = (1/FK_v)\,I$), а возмущения представляют собой линейные функции времени $f_x(t) = v_x t$, $f_y(t) = v_y t$, $f_z(t) = v_z t$, выражение (3) примет вид

$$\bar{\varepsilon}(t) = -\frac{1}{FK_v}\left\{\begin{vmatrix} v_x \\ v_y \end{vmatrix} + \operatorname{tg}\theta \begin{vmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{vmatrix} v_z\right\} + \operatorname{tg}\theta \begin{vmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{vmatrix} v_z t, \tag{4}$$

где K_v — добротности по скорости сепаратных каналов.

Из выражения (4) вытекает, что система на рис. 2б является астатической к возмущениям $f_x(t)$ и $f_y(t)$ и статической — к $f_z(t)$, причем статическая ошибка не зависит от выбора передаточных функций $W(p)$ и определяется только расположением опорной звезды, т. е. углами θ и α.

Переходя в (4) к модулям, получим следующую оценку для $|\bar{\varepsilon}(t)|$:

$$|\bar{\varepsilon}(t)| \leqslant \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{FK_v} + \operatorname{tg}\theta\,|v_z|\left|\frac{1}{FK_v} + t\right|, \tag{5}$$

которая может быть использована для выбора добротностей K_v отдельных каналов, исходя из требуемой точности.

Поскольку сепаратные каналы системы на рис. 2б не связаны между собой, то анализ устойчивости системы сводится к анализу ее каналов обычными методами.

Вторая возможная кинематическая схема установки и наведения астродатчика обеспечивает его поворот вокруг оптической оси телескопа на угол α с последующим перемещением в радиальном направлении на величину $\Delta = F\operatorname{tg}\theta$ (рис. 3а). Ось чувствительности Y_a при этом всегда направлена радиально к оптической оси, а выходные сигналы астродатчика, после пренебрежения членами второго порядка, даются выражениями

$$
\begin{aligned}
U_y &= W_1(p)\,X_{A_2} = F W_1(p)\,(-\sin\alpha\cdot\varepsilon_x + \cos\alpha\cdot\varepsilon_y + \operatorname{tg}\theta\cdot\varepsilon_z),\\
U_x &= W_1(p)\,Y_{A_2} = F W_1(p)\,(\cos\alpha\cdot\varepsilon_x + \sin\alpha\cdot\varepsilon_y).
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

Структурная схема одноосной системы гидирования при втором способе наведения изображена на рис. 3б, откуда видно, что между сепаратными каналами имеются жесткие взаимные связи, обусловленные непараллельностью осей чувствительности астродатчика и стабилизации.

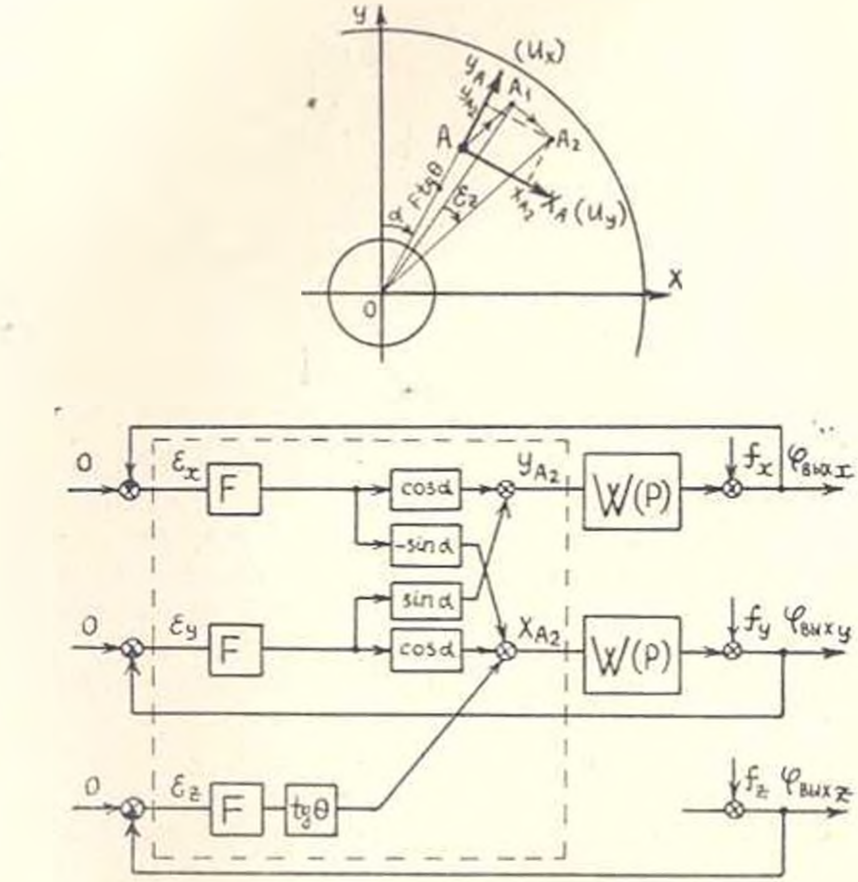

Рис. 3а, б.

При принятых выше условиях вектор установившейся ошибки системы на рис. 3б запишется в виде

$$
\bar{\varepsilon}(t) = -\frac{1}{FK_v} R^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} + \operatorname{tg}\theta \begin{bmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{bmatrix} v_z \right\} + \operatorname{tg}\theta \begin{bmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{bmatrix} v_z t, \qquad (7)
$$

где

$$R = \begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix} \tag{8}$$

является ортогональной матрицей ($R^{-1} = R'$) взаимных связей.

Переходя в (7) к модулям и учитывая, что спектральная норма матрицы R^{-1} равна единице, получим выражение, совпадающее с (5), т. е. с точки зрения точности системы гидирования оба способа наведения астродатчика на опорную звезду эквивалентны.

На основании известного метода декомпозиции [8] анализ устойчивости этой системы со связанными каналами сводится к исследованию двух изолированных односвязных систем с передаточными функциями в разомкнутом состоянии $\lambda_i W(p)$ $(i = 1, 2)$, где $\lambda_{1,2} = \exp\{\pm j\alpha\}$ — собственные значения матрицы R (8). Так как $|\exp\{\pm j\alpha\}| = 1$, $\arg[\exp\{\pm j\alpha\}] = \pm\alpha$, при анализе устойчивости с помощью логарифмических частотных характеристик необходимо сместить фазочастотную характеристику сепаратного канала исходной системы на $\pm\alpha$, оставив амплитудно-частотную характеристику без изменений (рис. 4). Очевидно, критическая величина угла α, при которой система на рис. 3б окажется на границе устойчивости, равна запасу устойчивости по фазе γ сепаратного канала. На практике допустимая величина угла α обычно не превышает 30—40 *град*. Следовательно, с точки зрения устойчивости, первый способ наведения астродатчика предпочтительнее, т. к. не накладывает ограничений на выбор опорной звезды.

Рис. 4.

3. Гидирование по двум опорным звездам

В одноосных системах офсетного гидирования по двум опорным звездам можно обеспечить инвариантность к возмущению $f_1(t)$, т. е. полностью исключить статическую ошибку, вызванную неуправляемым движением вокруг оптической оси телескопа. Инвариантность может быть достигнута двумя разными способами — структурным и кинематическим.

Структурный способ базируется на известном принципе двухканальности, сформулированном акад. Б. Н. Петровым и заключается в создании компенсирующих каналов распространения возмущения $f_z(t)$, путем соответствующей подачи в каналы стабилизации сигналов с выхода дополнительного однокоординатного астродатчика, установленного в фокальной плоскости телескопа и совмещенного с изображением второй опорной звезды.

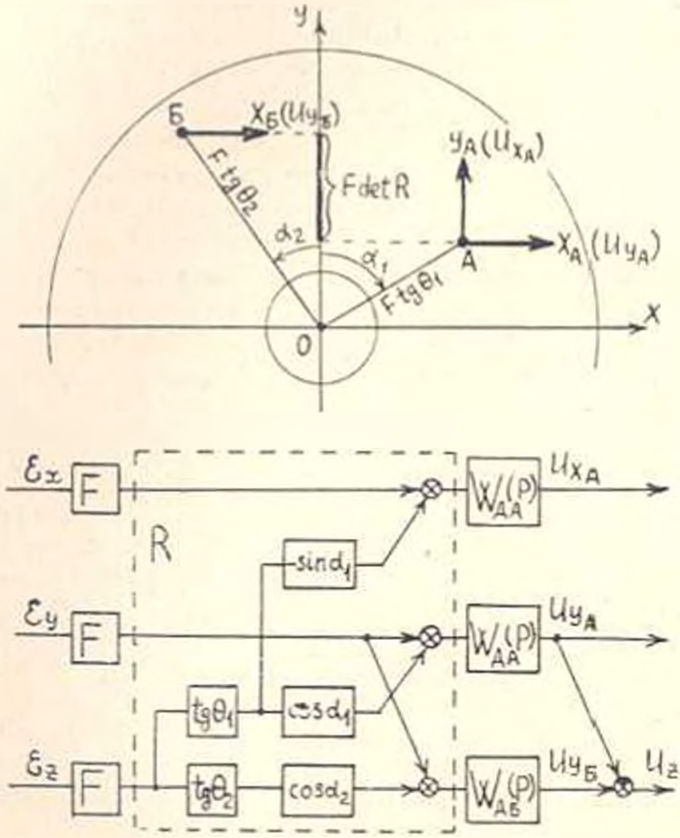

Рис. 5а, б.

На рис. 5а показана кольцевая зона фокальной плоскости с двумя опорными звездами *А* и *Б*, расположенными под углами θ_1 и θ_2 к исследуемой звезде *О*. На звезду *А*, как и ранее, наводится двухкоординатный астродатчик *ДА* с осями чувствительности $X_А$ и $Y_А$, сигналы с которого используются для гидирования телескопа относительно осей *X* и *Y*, а на звезду *Б* — однокоординатный астродатчик *ДБ* с осью чувствительности $X_Б$. Наведение астродатчиков производится плоско-параллельными перемещениями вдоль осей *X* и *Y*, при которых оси чувствительности всегда параллельны соответствующим осям стабилизания. Подобное расположение приводит к следующим выражениям для выходных сигналов U_{x_a}, U_{y_a} астродатчика ДА и $U_{y_б}$ астродатчика ДБ:

$$
\begin{aligned}
U_{x_a} &= FW_{1a}(p)(\varepsilon_x - \operatorname{tg}\theta_1 \sin\alpha_1 \cdot \varepsilon_z);\\
U_{y_a} &= FW_{1a}(p)(\varepsilon_y + \operatorname{tg}\theta_1 \cos\alpha_1 \cdot \varepsilon_z); \qquad (9)\\
U_{y_б} &= FW_{1б}(p)(\varepsilon_y + \operatorname{tg}\theta_2 \cos\alpha_2 \cdot \varepsilon_z),
\end{aligned}
$$

где $W_{1a}(p)$ и $W_{1б}(p)$ — передаточные функции астродатчиков.

Измерительная часть системы гидирования телескопа, построенная по (9), приведена на рис. 5б и описывается матрицей

$$
R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\operatorname{tg}\theta_1 \sin\alpha_1 \\ 0 & 1 & \operatorname{tg}\theta_1 \cos\alpha_1 \\ 0 & 1 & \operatorname{tg}\theta_2 \cos\alpha_2 \end{bmatrix}. \qquad (10)
$$

Из выражений (9) видно, что в сигнале $U_{y_б}$ кроме требуемой информации о возмущении $f_z = -\varepsilon_z(t)$ содержится также информация об отклонении $\varepsilon_y(t)$. При условии идентичности передаточных функций астродатчиков, т. е. при $W_{1a}(p) = W_{1б}(p) = W_1(p)$ ненужную составляющую ε_y можно исключить, если из сигнала $U_{y_б}$ вычесть U_{y_a} (рис. 5б). В результате получим разностный сигнал U_z, равный

$$
U_z = U_{y_б} - U_{y_a} = -FW_1(p)\det R f_z = FW_1(p)\det R \cdot \varepsilon_z, \qquad (11)
$$

где

$$
\det R = \operatorname{tg}\theta_2 \cos\alpha_2 - \operatorname{tg}\theta_1 \cos\alpha_1 \qquad (12)
$$

— определитель матрицы R.

Измерительная часть системы на рис. 5б при этом характеризуется матрицей R_1, имеющей треугольную форму:

$$
R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\operatorname{tg}\theta_1 \sin\alpha_1 \\ 0 & 1 & \operatorname{tg}\theta_1 \cos\alpha_1 \\ 0 & 0 & \det R \end{bmatrix}. \qquad (13)
$$

Матрица R_1 получается из R (10) заменой третьей строки разностью третьей и второй строк, причем, определители обеих матриц равны друг другу ($\det R = \det R_1$) и отображаются геометрически отрезком на оси Y, равным разности ординат опорных звезд (рис. 5а). На рис. 6 приведена структурная схема системы офсетного гидирования по двум опорным звездам, в которой, в соответствии с принципом двухканальности, разностный сигнал U_z подан, для компенсации возмущения $f_z(p)$, в каналы системы через коэффициенты K_{1z} и K_{2z}. Здесь $W(p)$ — передаточные функции сепаратных каналов с учетом F и $W_1(p)$.

Из рис. 6 для сигналов U_x и U_y можно записать:

$$\begin{aligned} U_x &= \varepsilon_x - \operatorname{tg}\theta_1 \sin\alpha_1 \cdot \varepsilon_z + K_{13} \det R \cdot \varepsilon_z; \\ U_y &= \varepsilon_y + \operatorname{tg}\theta_1 \cos\alpha_1 \cdot \varepsilon_z + K_{23} \det R \cdot \varepsilon_z, \end{aligned} \tag{14}$$

откуда ясно, что если выбрать коэффициенты K_{13} и K_{23} равными

$$K_{13} = \frac{\operatorname{tg}\theta_1 \sin\alpha_1}{\det R}; \qquad K_{23} = -\frac{\operatorname{tg}\theta_1 \cos\alpha_1}{\det R}, \tag{15}$$

то выражения (14) примут вид $U_x = \varepsilon_x$, $U_y = \varepsilon_y$, а структурная схема системы гидирования на рис. 6 приводится к схеме на рис. 7б.

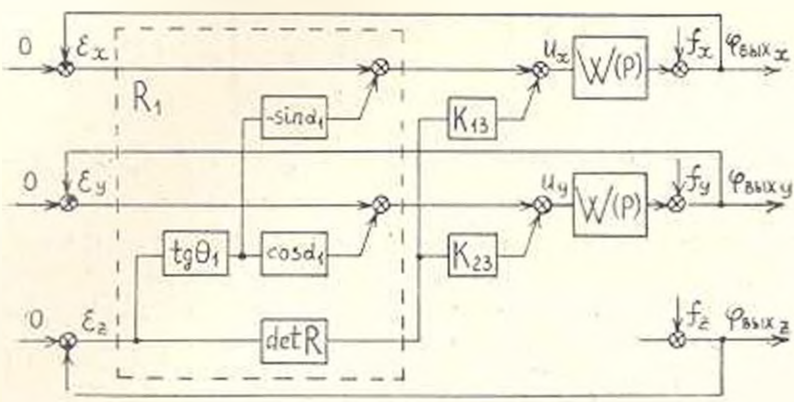

Рис. 6.

Отсюда следует, что в системе с двумя опорными звездами можно, при $\det R \neq 0$, обеспечить описанным способом структурную инвариантность к возмущению $f_z(p)$. Отметим, что одноосная система прямого или непосредственного гидирования по центральной (исследуемой) звезде (рис. 7а) также описывается структурной схемой на рис. 7б. Значит, введение компенсирующих каналов с коэффициентами K_{13} и K_{23} (15) сводит систему офсетного гидирования по двум опорным звездам (рис. 6) к системе прямого гидирования по центральной звезде. Динамический синтез и анализ системы на рис. 7б можно проводить обычными методами теории одномерных следящих систем.

При неточной реализации коэффициентов K_{13} и K_{23} в системе на рис. 6 невозможно полностью исключить статическую ошибку от $f_z(p)$, что является недостатком структурного способа обеспечения инвариантности.

Инвариантность системы гидирования к возмущению $f_z(p)$ может быть достигнута также другим, кинематическим способом, за счет выбора состава и специальной схемы установки астродатчиков. В этом случае используются два однокоординатных астродатчика *ДА* и *ДБ* с осями чувствительности $Y_а$ и $X_б$ (рис. 8а). Наведение астродатчиков на опорные звезды *А* и *Б* производится их поворотом вокруг оптической оси телескопа, соответственно, на углы α_1 и α_2 с последующим перемещением в радиальных направлениях на расстояния $F\operatorname{tg}\vartheta_1$ и $F\operatorname{tg}\vartheta_2$. Выходные сигналы астродатчиков при этом будут равны

$$
\begin{aligned}
U_{x_A} &= FW_{xA}(p) = (\cos\alpha_1\cdot\varepsilon_x + \sin\alpha_1\cdot\varepsilon_y),\\
U_{y_Б} &= FW_{xБ}(p) = (-\sin\alpha_2\cdot\varepsilon_x + \cos\alpha_2\cdot\varepsilon_y).
\end{aligned}
\tag{16}
$$

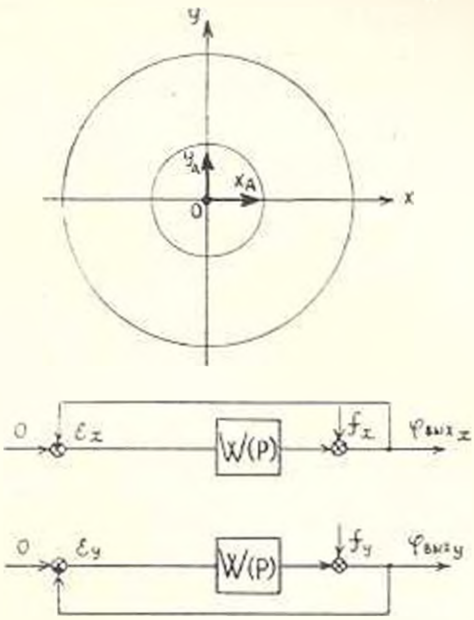

Рис. 7а, б.

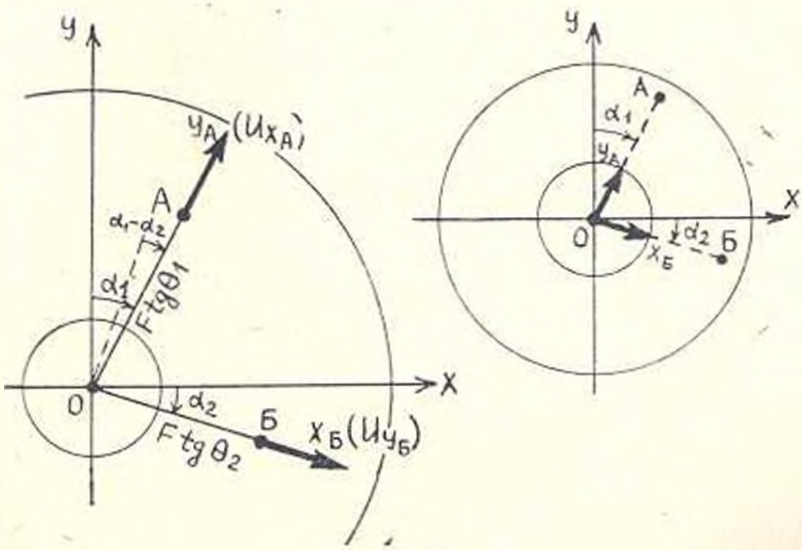

Рис. 8а, б.

Структурная схема одноосной системы офсетного гидирования с радиальной установкой астродатчиков изображена на рис. 9. Между се-

-паратными каналами системы имеются взаимные связи, обусловленные непараллельностью осей чувствительности и осей стабилизации. Из рис. 9 видно, что рассматриваемая система инвариантна к возмущению $f_z(p)$, т. е. ошибки ε_y и ε_x не зависят от f_z при любом расположении опорных звезд в фокальной плоскости. Физически это объясняется тем, что оси чувствительности Y_a и $X_б$ всегда направлены радиально к оптической оси телескопа. По существу, система на рис. 9 эквивалентна системе прямого гидирования по центральной звезде, в которой оси чувствительности астродатчиков смещены относительно осей стабилизации на углы α_1 и α_2 (рис. 8б).

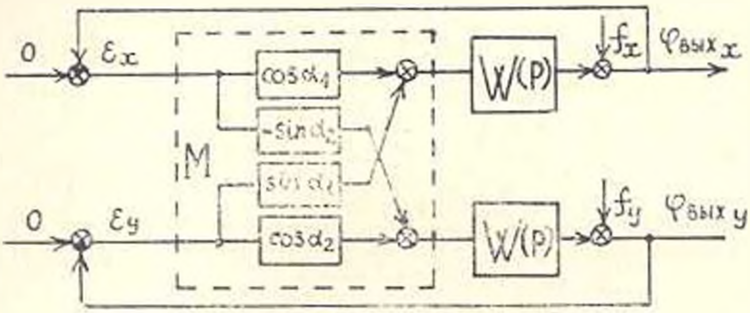

Рис. 9.

При принятых в статье условиях для возмущений и каналов стабилизации, вектор установившейся ошибки системы на рис. 9 равен

$$\bar{\varepsilon}(t) = -\frac{1}{K_v} M^{-1} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = -\frac{1}{K_v} \begin{vmatrix} \cos\alpha_1 & \sin\alpha_1 \\ -\sin\alpha_2 & \cos\alpha_2 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} v_x \\ v_y \end{vmatrix}, \qquad (17)$$

где M — матрица естественных взаимных связей, причем ее определитель $\det M = \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$ равен единице при взаимно ортогональных осях чувствительности, т. е. при $\alpha_1 = \alpha_2$ (рис. 8а).

Переходя в (17) к модулям, получим

$$|\bar{\varepsilon}(t)| \leqslant \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{K_v} \| M^{-1} \| = \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{K_v} \cdot \frac{\sqrt{1 - |\sin(\alpha_1 - \alpha_2)|}}{\cos(\alpha_1 - \alpha_2)}. \qquad (18)$$

Здесь $\|M^{-1}\|$ является спектральной нормой матрицы M^{-1}, которая характеризует степень неортогональности системы координат $OX_бY_а$. При $\alpha_1 = \alpha_2$ оси $X_б$ и $Y_а$ взаимно ортогональны и $\|M^{-1}\| = 1$. Если же $\alpha_1 \neq \alpha_2$, то норма $\|M^{-1}\|$ становится больше единицы и возрастает по величине с увеличением разности $|\alpha_1 - \alpha_2|$. Это показывает, что скоростная ошибка системы гидрирования на рис. 9 всегда возрастает по модулю при увеличении степени неортогональности осей $X_б$ и $Y_а$.

Устойчивость системы на рис. 9 может быть исследована методом декомпозиции при помощи двух одномерных систем с передаточными функциями $\lambda_i W(p)$ $(i = 1, 2)$ [8], где

$$\lambda_{1,2} = \frac{\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2}{2} \pm \sqrt{\frac{(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)^2}{4} - \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (19)$$

— собственные значения матрицы M.

Недостатком системы гидирования с кинематическим способом обеспечения инвариантности является наличие взаимных связей между каналами, которые при определенных положениях опорных звезд могут привести к потере устойчивости или значительному увеличению ошибок гидирования. Важным преимуществом кинематического способа можно считать простоту реализации и меньшее число измеряемых отклонений — два, вместо трех при структурном способе. К основному недостатку одноосных систем офсетного гидирования по двум опорным звездам следует отнести возможность потери астродатчиками опорных звезд при больших амплитудах возмущений вокруг оптической оси телескопа.

Օ. Ն. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Գ. Գ. ԽԼԻՍՋԱՐՅԱՆ

ԱՍՏՂԱԴԻՏԱԿՆԵՐԻ ՕՖՍԵԹԱՅԻՆ ՀԵՏԵՎՄԱՆ ՄԵԿԱՌԱՆՑՔԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկված են մեկ և երկու հենակետային աստղերով աստղադիտակների օֆսեթային հետևման մեկառանցքային համակարգերի կառուցման և սինթեզի հիմնական սկզբունքները: Կատարված է աստղադիտակի ֆոկալ մակերևույթում աստղային տվիչների տեղադրման երկու հնարավոր կինեմատիկական սխեմաների համեմատական վերլուծումը:

Ի հայտ են բերված նման համակարգերի կառուցվածքային առանձնահատկությունները և տրված են նրանց հետևման ճշգրտության բարձրացման եղանակները:

ЛИТЕРАТУРА

1. Исследование космического пространства. Т. 8. Оптические системы и приемники изображения космических телескопов. М., 1976.
2. *Gratz W. et all.* A study of telescope maintenance and updating in orbit "Space-optics, SPIE Seminar proceedings", vol. 19, Santa Barbara, Calif., 1969.
3. *Димитров Г., Бэкер Д.* Телескопы ОГИЗ, Гостехиздат, 1947.
4. *Chirappa D. J.* Fine pointing and stability of space station experiments. "AIAA Paper", № 71—62. Jan. 1971.
5. *McCarthy D. J.* Operating characteristics of the Stratoscope II ballon-borne telescope "IEEE Tran. Aerospace and Electronic System", 1969, AES-5, № 2, 323.

6. *Morrison S. L.* An image stabilization system for the Large Space Telespope (LST) .Opt. Track. Syst. Proc. SPIE Semin., El Paso, Tex., 1971 · Redondo Beach, Calif., 1971, 23.
7. *Proise M.* Fine guidance poiting stability of a 120" (3-m) LST. "AIAA Paper", 1972, № 853, 11.
8. *Морозовский В. Г.* Многосвязные системы автоматического регулирования. М., «Энергия», 1970.
9. *Гаспарян О. Н., Егиазарян Г. Г.* О динамической точности многосвязных следящих систем. «Известия Академии наук АрмССР (серия Т. Н.)», т XXXII, № 1, 1979, 38—46.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIII, № 5, 1980 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА, ГИДРОТЕХНИКА

Г. Г. МАГОРЦЯН

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТНОЙ ОБЕСПЕЧЕННОСТИ НЕЗАРЕГУЛИРОВАННЫХ СТОКОВ

Вопросами разработки методики ирригационного проектирования с применением математического программирования занимались О. Г. Соломония, В. А. Кардаш, Б. Г. Коваленко и другие.

В. А. Кардаш [1, 2] предлагает двухэтапный подход к решению задачи. Нами делается попытка решить задачу с помощью одной модели. Предположим, что речной сток, поступающий за критический для орошения период, имеет стохастический характер с плотностью распределения $f(Q)$ (рис. 1).

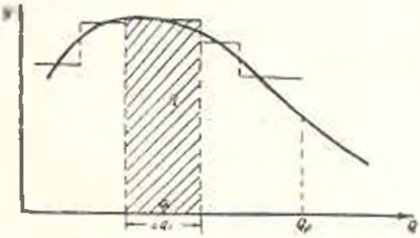

Рис. 1. Кривая плотности распределения стока.

Обозначим через Q_p расчетный расход водоисточника, предназначенного для орошения сельскохозяйственных культур (предполагается, что при дефиците воды некоторые участки не поливаются, а имеющаяся вода распределяется между остальными участками по полной норме).

Сущность задачи заключается в следующем: отыскивается площадь $X_p = Q_p/q$, которая максимизирует ожидаемый за многолетие чистый доход системы (q — укомплектованный средневзвешанный гидромодуль орошения).

С целью составления математической модели задачи произведем кусочно-постоянную аппроксимацию кривой $y = f(Q)$ и предположим, что в интервале ΔQ_i находится расход Q_i, имеющий вероятность p_i (заштрихованная область на рис. 1).

Тогда дискретно-стохастическая модель по нахождению площади орошения X_p (при возделывании одной культуры) записывается в следующем виде:

$$L(X_p) = \sum_{i \in I} p_i \left[CX_i + C'(X_p - X_i) \right] \to \max,$$

$$\left. \begin{array}{l} X_i \leqslant X_p, \\ X_i \leqslant \dfrac{Q_i}{q}, \\ X_i \geqslant 0, \\ X_p \leqslant 0, \end{array} \right\} \quad i \in I. \tag{1}$$

где C и C' — нормативные коэффициенты чистого дохода, полученного с 1 *га* площади, соответственно, при нормальном и ущемленном режимах орошения, учитывающие капитальные затраты; X_i — нормально орошаемая площадь, соответствующая расходу Q_i.

Стохастическая модель этой же задачи имеет следующий вид:

$$\Phi(Q_p) = CX_p \int_{Q_p}^{\infty} f(Q)\,dQ + C \int_0^{Q_p} \frac{Q}{q} f(Q)\,dQ + C' \int_0^{Q_p} \left(X_p - \frac{Q}{q} \right) f(Q)\,dQ. \tag{2}$$

Первый член выражает доход при расходе $Q \geqslant Q_p$. Доход при расходе $Q < Q_p$ выражается вторым и третьим членами, соответствующими нормальному и ущемленному режимам орошения. Можно показать, что модель (2) является пределом модели (1) при $n \to \infty$, что имеет место при $\max \Delta Q_i \to 0$. Для этого запишем $L(X_p)$ в виде двух сумм:

$$L(X_p) = \sum_{X_i \in (\forall X_i / Q_i < Q_p)} p_i \left[CX_i + C'(X_p - X_i) \right] +$$

$$+ \sum_{X_i \in (\forall X_i / Q_i \geqslant Q_p)} p_i \left[CX_i + C'(X_p - X_i) \right]. \tag{3}$$

Для первой суммы в (3) первые балансовые соотношения модели (1) являются строгими неравенствами, т. к. она распространяется на значения $Q_i < Q_p$. Для второй суммы можно заключить, что $X_i = X_p$. Подстановка этого значения в (3) дает:

$$L(X_p) = \sum_{X_i \in (\forall X_i / Q_i < Q_p)} p_i \left[CX_i + C'(X_p - X_i) \right] +$$

$$+ CX_p \sum_{X_i \in (\forall X_i / Q_i \geqslant Q_p)} p_i. \tag{4}$$

При подстановке значения $p_i = f(Q_i)\,\Delta Q_i$ в (4) и переходе к пределу при $n \to \infty$ $(\max \Delta Q_i \to 0)$ получаем:

$$\lim_{n \to \infty} L(X_p) = f(Q_p). \tag{5}$$

Обратное приведение $\Phi(Q_p) \to L(X_p)$ не представляет трудности.

Заметим, что некоторые преобразования в (2) позволяют записать:

$$\Phi(Q_p) = C\frac{Q_p}{p} - \frac{C - C'}{q}\int\limits_0^{Q_p} F(Q)\,dQ, \tag{6}$$

где $F(Q)$ — функция распределения для Q.

Дифференцируя (6) и приравнивая полученное соотношение нулю, получаем:

$$F(Q_p) = \frac{C}{C - C'}.$$

Рассмотрим два возможных случая.

1. $C' \geqslant 0$, тогда $\dfrac{C}{C - C'} \geqslant 1$, следовательно, $Q_p = \infty$, т. е. если нормативный коэффициент чистого дохода C' при ущемленном режиме орошения имеет положительное значение, то расчетный расход водоисточника будет максимальным.

2. $C' < 0$, тогда $\dfrac{C}{C - C'} < 1$; в этом случае Q_p определяется как

$$Q_p = F^{-1}\left(\frac{C}{C + C'}\right), \text{ т. е. } X_p = \frac{1}{q}F^{-1}\left(\frac{C}{C - C'}\right). \tag{7}$$

Последнее соотношение определяет оптимальный расчетный расход (расчетную площадь) для заданных значений C, C' и характеристик водоисточника.

Полученные результаты свидетельствуют о преимуществе модели (2) в случае, когда возделывается одна культура. Преимущество же модели (1) выявляется в полной мере в том случае, когда возделывается не одна, а состав культур. При этом модель (1) дает численное решение, а (2) — возможность проводить аналитическое исследование ситуации.

Полная модель для случая возделывания нескольких культур принимает следующий вид:

$$\sum_{i \in I, j \in J} p_i [Ц_j X_{ij} + Ц'_j (X_{ij} - X_{jp})] - X_p (EK + И_{c}) \to \max;$$

$$\left.X_{ij} \leqslant X_{jp}\right\} \; i \in I, \; j \in J;$$

$$\left.\sum_{j \in J} X_{ij} \leqslant \frac{Q_i^*}{q}\right\} \; i \in I; \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} &X_{jp} = n_j X_p \\ &X_{jp} \geqslant 0 \\ &X_p \geqslant 0 \end{aligned}\right\} \; j \in J.$$

где $Ц_j$, $Ц_j'$ — соответственно, чистые доходы j-ой культуры с 1 *га* при нормальном и ущемленном режимах орошения по сельскохозяйственному производству; X_{ij} — нормально орошаемая площадь j-ой культуры при расходе $Q_i^н$; X_{jp} — расчетная площадь j-ой культуры; K — капитальные вложения по орошению и сельскохозяйственному освоению территории; E — нормативный коэффициент экономической эффективности; n_j — удельный вес занимаемой площади j-ой культуры; $И_{со}$ — издержки эксплуатации оросительной системы; $Q_i^н$ — i-ий расход водоисточника нетто.

В модели (8) выделяются две группы индексов множества Y. Первая группа $j \in J_1$ соответствует культурам, вегетация которых продолжается в критический период, а вторая группа $j \in J_2$ — для которых вегетация заканчивается до критического периода. Учитывая это и выражая X_{jp} через X_p с помощью соотношения $X_{jp} = n_j X_p$ и производя укомплектование переменных, с учетом $\sum\limits_{i \in I} p_i = 1$ получим:

$$\sum_{i \in I} p_i \left[\sum_{j \in J_1} (Ц_j - Ц_j') X_{ij} \right] + X_p \left[\sum_{j \in J} Ц_j n_j - (EK + И_{со}) \right] \to \max;$$

$$X_{ij} \leqslant n_j X_p; \quad i \in I, \ j \in J_1;$$

$$\left. \sum_{j \in J_1} X_{ij} \leqslant \frac{Q_i^н}{q} \right\} \ i \in I; \tag{9}$$

$$\left. \begin{array}{l} X_{ij} \leqslant 0 \\ X_p \geqslant 0 \end{array} \right\} \ i \in I, \ j \in J_1.$$

Пример. Исходные данные для конкретного примера приведены в табл. 1—3.

Таблица 1

Зависимость вероятности от водности источника

p_i	0,04	0,06	0,16	0,29	0,29	0,16
$Q_i^н$, *л. с./га*	4800	4200	3300	2700	2200	1700

Таблица 2

Значения чистых доходов от выращивания культур

Состав культур		Овоще-бахчевые	Корнеплоды	Озимая пшеница с подсевом	Люцерна	Кукуруза на зерно	Яровые зерновые	Озимые чистые
Чистые доходы по с.-х. производству с 1 *га*	нормальный режим ($Ц_j$)	1234	588	11	112	296	−14	−8
	ущемленный режим ($Ц_j'$)	196	299	—3	15	71	−14	—8

Таблица 3

Удельные веса площадей, занимаемых различными с.-х. культурами

	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7
I вариант	0,4165	0,0835	0,125	0,25	0,0835	0,04165	0
II вариант	0.20825	0,04175	0,125	0,375	0,0835	0.04165	0,125

Для первого варианта севооборота: $n = 6$ (соответствует кусочно-постоянной аппроксимации кривой водообеспеченности рис. 2, по значениям приведенным в табл. 1), $q = 0{,}541$ *лс/га*; $J = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $J_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $J_0 = \{6\}$; $EK = 480$ *р/га*; ($K = 4000$ *р/га*); $И = 108$ *р/га*; $E = 0{,}12$.

Задача решена симплексным методом линейного программирования, а результаты представлены на рис. 2.

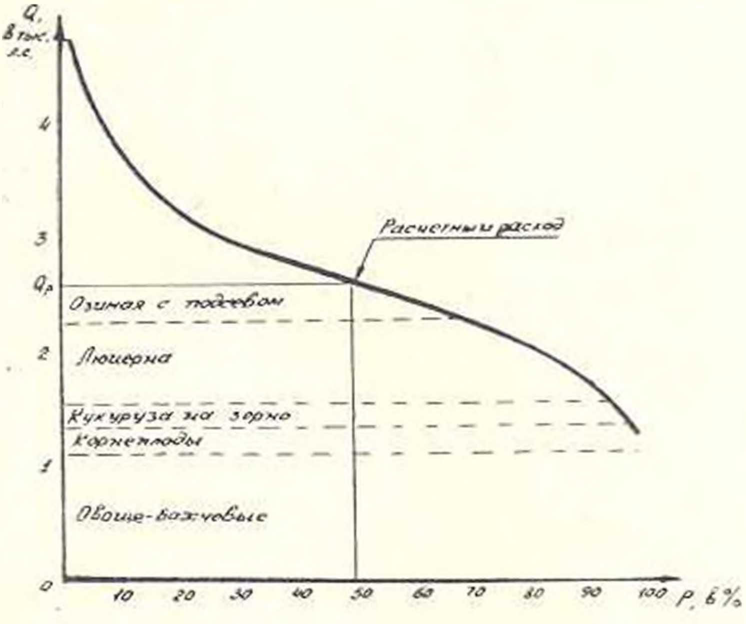

Рис. 2. Очередность исключения культур при маловодье.

Анализ результатов показал, что в оптимальном плане расчетная площадь орошения равна 1879 *га*, из них 1676 *га* приходится на критический период, которому соответствует обеспеченность 50%. Чистый доход системы составляет 2190075 *руб.*, который вычисляется по выражению $4D_c = L + EK \cdot X_p$ (L — значение целевой функции, равное 148155 *руб.*). Капитальные вложения составляют 19516000 *руб.* ($K_c = K \cdot X_p$). Фактический срок окупаемости равен 7,8 *лет* $\left(T_c = \dfrac{K_c}{4D_c}\right)$.

Решением подобной задачи по второму варианту севооборота выявлено предпочтение первого варианта.

АрмНИИВПиГ

Поступило 10.III.1980

Գ. Գ. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ

ՉԿԱՆՈՆԱՎՈՐՎԱԾ ՀՈՍՔԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԱՅԻՆ ԱՊԱՀՈՎՄԱՆ ՄԻ ՄՈԴԵԼԻ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Հոդվածում բերված մոդելը հիմնված է հոսքի ապահովվածության կորի կետ-առ-կետ ապրոքսիմացման հիման վրա։ Այն թույլ է տալիս որոշել ոռոգման համակարգերի օպտիմալ պարամետրերը բազմամյա շահագործման պայմանով։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кардаш В. А.* Экономическая оптимизация в орошении. «Вопросы анализа плановых решений в сельском хозяйстве». Часть II. Новосибирск, ИЭиОПП СО АН СССР, 1972, 205 с.
2. *Кардаш В. А., Рапопорт О. Э.* Моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве. Новосибирск, «Наука», 1979, 157 с.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIII, № 5, 1980 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

Р. Е. АКОПЯН, Я. А. АЛМАСЯН, С. И. МАНУКЯН

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ПРОЦЕДУРЫ РАСЧЕТА ПНЕВМОТРАНСПОРТА СО СТУПЕНЧАТЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ ДИАМЕТРА ТРУБОПРОВОДА

Рассмотренная ранее [1] методика расчета пневмотранспорта сыпучих материалов в трубопроводах переменного диаметра отличается значительной сложностью для его практического использования. Это объясняется необходимостью выполнения громоздких вычислений по математической модели процесса и предложенной итерационой схеме его реализации [2]. Для исключения этого недостатка предлагается методика получения аппроксимирующих выражений для сложных, нелинейных многомерных функций, адекватно описывающих поведение функций в широком интервале изменения переменных.

Исходной точкой при проведении исследований явилось гипотетическое представление сложной математической модели [2] в виде действующего объекта. Результаты расчета по модели принимались как результаты некого псевдоэксперимента, осложненного ошибками округлений и связанными неидентичностью расчетных по модели и реально действующих объектов, неполного учета в модели всех факторов, влияющих на процесс в действительности и т. д.

Результаты предварительных расчетов по модели [2], проведенных на ЭВМ, позволили установить закономерности, связывающие параметры модели. Так, все они находятся в функциональной связи от расхода транспортирующего воздуха n [3], начального диаметра трубопровода D_1, начального давления P_1 и свойств транспортируемых материалов, которых можно задать в виде насыпного удельного веса $\gamma_н$. Кроме того, изменения диаметров трубопровода от ступени к ступени, при постоянном перепаде давлений на ступени, оказались прямо пропорциональными соответствующим длинам отрезков трубопровода:

$$\frac{D_{i+1}-D_i}{D_i-D_{i-1}}=\frac{l_i}{l_{i-1}}. \tag{1}$$

Удалось установить наличие линейной зависимости между отношениями длин ступеней и конечных давлений (рис. 1):

$$\frac{l_i}{l_{i-1}} = \alpha + \beta \frac{P_i}{P_{i+1}}, \qquad (2)$$

где α и β — неизвестные параметры.

Последовательное использование итерационных формул (1) и (2) для $i = 2, 3, 4, \ldots$ позволит произвести необходимые расчеты конструктивных размеров пневмотранспортирующего трубопровода с переменным диаметром (для постоянного ΔP), если в качестве начальных условий кроме параметров α и β, заданы также длина первого участка трубопровода l_1 и диаметр второго участка D_2.

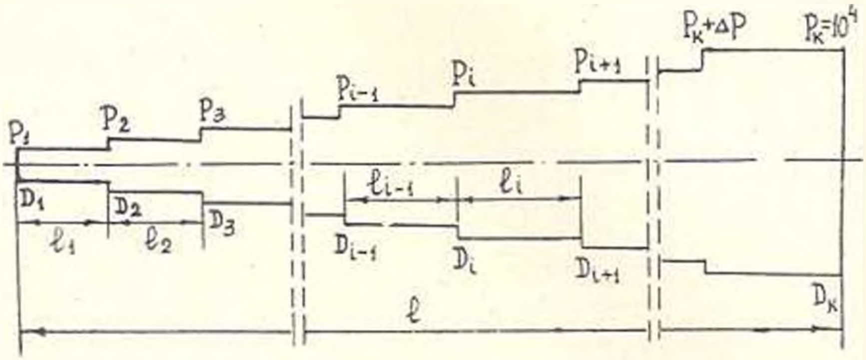

Рис.

Очевидно, что α, β, l_1 и D_2 зависят от основных параметров пневмотранспорта: n, D_1, P_1, $\gamma_н$. Постулировалось, что эта зависимость полиномальная:

$$Y = a_0 + a_1 n + a_2 D_1 + a_3 P_1 + a_4 \gamma_н + a_{12} n D_1 + a_{13} n P_1 + a_{14} n \gamma_н +$$
$$+ a_{23} D_1 P_1 + a_{24} D_1 \gamma_н + a_{34} P_1 \gamma_н, \qquad (3)$$

где $Y = \alpha$ или β, или l_1, или D_2 и т. д.

Это позволило для определения коэффициентов полиномов (3) привлечь методы факторного планирования эксперимента.

Для построения плана псевдоэксперимента факторы кодировались согласно табл. 1.

Таблица 1

Факторы	n	D_1	P_1	$\gamma_н$	Кодиров. значения
Верхний уровень	0,004	0,1	7	1400	+1
Нижний уровень	0,0008	0,05	5	920	−1

Расчеты по модели [2] проводились согласно двухуровневому плану ПФЭ 2^4 [4] (табл. 2, графы 2÷5). На основании полученных результатов рассчитывались пары значений α и β для всех точек плана с использованием метода наименьших квадратов (табл. 2, графы 6 и 8). Описательная сила выражения (2) после определения α и β характеризуется относительным процентным отклонением от расчетных по модели данным, от 0,3% до 0,6%.

Используя свойства ПФЭ, коэффициенты полинома (3) определялись по известным соотношениям [4]:

$$a_0 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Y_i; \qquad a_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_{ij} Y_i, \qquad j = 1, 2, 3, 4;$$

$$a_{jk} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_{ij} X_{ik} Y_i, \qquad \begin{matrix} j = 1, 2, 3, 4, & j \neq k, \\ k = 2, 3, 4, & N = 16. \end{matrix} \tag{4}$$

Значения коэффициентов полинома (3) для α и β после исключения незначимых коэффициентов и проведения обратного масштабного перехода согласно выражению

$$X_i = \frac{X_i^{*} - \dfrac{X_{i\,\text{макс}}^{*} - X_{i\,\text{мин}}^{*}}{2}}{\dfrac{X_{i\,\text{макс}}^{*} - X_{i\,\text{мин}}^{*}}{2}},$$

где X_i^{*} — значения i-ого фактора в натуральном масштабе измерения, приведены в табл. 3, (графы 3, 4).

При исключении незначимых коэффициентов руководствовались результатами сравнений критического значения критерия Фишера для уровня значимости 0,05, при известных степенях свободы $f_1 = f_2 = 16 - 1$, с дисперсионным отношением S_1^2/S_2^2, где S_1^2 — среднеквадратичные отклонения между результатами расчетов по модели [2] и по полиному (3) до исключения коэффициентов; S_2^2 — то же после исключения. Численные значения этих величин, а также усредненные относительные ошибки между данными псевдоэксперимента и полинома (3) (табл. 2, графы 7, 9) приведены в нижней части табл. 2, по которым можно судить о хорошей описательной силе полученных выражений.

Используя аналогичный подход, получены расчетные соотношения для l_1, D_2 и $D_к$ диаметра конечной ступени трубопровода (табл. 3, графы 5, 6, 7), адекватно описывающие результаты псевдоэксперимента (табл. 2, графы 10÷15).

На основе полученных результатов предлагается следующая методика расчета пневмотранспорта.

1. При заданных исходных данных: общая длина пневмотранспорта l; начальный диаметр D_1; давление P_1; вид транспортируемого вещества $\gamma_н$; рассчитывается необходимый расход воздуха по выражению, приведенному в [3].

2. Определяются l_1 и D_2 по полиному (3).

Таблица 2

№	n	D_1	P_1	$\gamma_н$	α	$\alpha_{расч}$	β	$\beta_{расч}$	l_1	$l_1^{расч}$	D_2	$D_2^{расч}$	D_3	$D_3^{расч}$	l	$l^{расч}$	$D_3^{расч}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	+	+	+	+	−0,06714	−0,06827	1,0954	1,0909	120,83	122,93	0,1028	0,1029	0,177	0,1792	4503	4634	0,1718
2	—	+	+	+	0,08172	0,08115	0,9342	0,9359	23,006	23,08	0,10256	0,1026	0,158	0,159	676	696	0,159
3	+	—	+	+	−0,1105	−0,11656	1,13883	1,1475	83,053	82	0,05147	0,0514	0,092	0,096	3234	3225	0,0948
4	—	—	+	+	0,02867	0,03285	0,98563	0,9836	15,85	15,9	0,05133	0,0511	0,081	0,076	484	484	0,082
5	+	+	—	+	−0,03025	−0,02553	1,0678	1,0651	122,04	122,93	0,10408	0,1038	0,157	0,153	2441	2447	0,1584
6	—	+	—	+	0,12841	0,12388	0,89334	0,9011	23,12	23,08	0,10357	0,1035	0,143	0,1455	380	398	0,1455
7	+	—	—	+	−0,07351	−0,07383	1,11133	1,1127	83,92	82	0,05216	0,0523	0,081	0,0823	1738	1689	0,0814
8	—	—	—	+	0,07188	0,07559	0,9475	0,9487	16	15	0,05187	0,052	0,073	0,0745	271	273	0,073
9	+	+	+	—	0,07656	0,07211	1,1023	1,0956	138,28	135,47	0,10281	0,1029	0,178	0,1911	5133	5180	0,172
10	—	+	+	—	0,07766	0,07731	0,93958	0,9359	23,22	23,25	0,10257	0,1026	0,159	0,1594	692	689	0,159
11	+	—	+	—	−0,11583	−0,1201	1,14492	1,1475	93,67	94,54	0,0515	0,0514	0,093	0,1122	3690	3773	0,0948
12	—	—	+	—	0,02195	0,02901	0,99351	0,9836	16,007	16,08	0,05137	0,0511	0,0824	0,0808	496	496	0,082
13	+	+	—	—	−0,03506	−0,02937	1,07365	1,0651	137,65	135,47	0,10405	0,1038	0,157	0,1527	2778	2723	0,1584
14	—	+	—	—	0,12533	0,1201	0,89828	0,9011	23,33	23,25	0,10362	0,1035	0,141	0,1425	388	390	0,1455
15	+	—	—	—	−0,07792	−0,07767	1,11668	1,1127	92,42	94,54	0,05218	0,0523	0,0814	0,0855	1938	1966	0,0814
16	—	—	—	—	0,07599	0,07165	0,94705	0,9487	16,11	16,08	0,05191	0,052	0,0741	0,075	277	279	0,073

№		α, $\alpha_{расч}$	β, $\beta_{расч}$	l_1, $l_1^{расч}$	D_2, $D_2^{расч}$	D_3, $D_3^{расч}$	l, $l^{расч}$	$D_3^{расч}$
1	Мат. ожид. относительных ошибок $\bar{\varepsilon}$, %	5,99	0,401	0,874	0,194	3,76	1,463	—
2	Дисперсионное отношение S_1^2/S_2^2	1,52	1,25	1,47	2,4	1,51	—	—
3	Числа степеней свободы f_1, f_2	16−11=5, 16−5=11	16−11=5, 16−5=11	16−11=5, 16−6=10	16−11=5, 16−4=12	16−11=5, 16−4=12	—	—
4	Табличные значения крит. Фишера	3,2	3,2	3,3	3,1	3,1	—	—

3. Предполагается, что перепад давлений на каждой ступени трубопровода колеблется в пределах 0,4÷0,6 *ата* и используя соответствующие коэффициенты в (3), из (2) определяется длина следующего участка трубопровода.

4. Из уравнения (1) определяется диаметр $i+1$-ого участка.

5. Расчеты повторяются с пункта 3 до тех пор, пока P_{i+1} не достигнет величины атмосферного давления.

О точности предлагаемой итерационной процедуры можно судить из сравнения суммарной длины всех участков, рассчитанных по модели [2], и по предлагаемой процедуре (табл. 2, графы 16, 17). Поскольку реализация модели [2] связана со значительными вычислительными трудностями, то вместо него можно воспользоваться простым соотношением, полученным в [3]. Кроме того, предлагается контролировать точность расчетов диаметров ступеней. Поскольку процесс итерационный, достаточно при этом сравнения полученных по итерационной схеме 2÷5 диаметров конечных ступеней (табл. 2, графа 18) с соответствующими значениями, рассчитанными по модели [2] (табл. 2, графа 14) или, для облегчения расчетов, со значениями, расчитанными по (3) (табл. 2, графа 15).

Таблица 3

X_i	a_i	Значения коэффициентов при параметрах				
		α	β	l_1	D_2	D_k
1	a_0	0,1604	0,881	−7,846	0,002645	−0,0451
n	a_1	−46,688	51,188	21380	0,0844	4
D_1	a_2	0,9656	−0,952	−25	1,0305	1,54
P_1	a_3	$-214 \cdot 10^{-8}$	$174 \cdot 10^{-8}$	—	$-438 \cdot 10^{-10}$	$67 \cdot 10^{-9}$
$\gamma_н$	a_4	$8 \cdot 10^{-6}$	$11 \cdot 10^{-6}$	0,0058	—	—
nD_1	a_{12}	—	—	210975	—	—
nP_1	a_{13}	—	—	—	—	—
$n\gamma_н$	a_{14}	—	—	−8,055	—	—

Контрольные расчеты (табл. 2, графы 15—18) показали, что предполагаемая итерационная процедура 2÷5, наряду со значительным упрощениями вычислительного аспекта, обладает удовлетворительной точностью и может быть рекомендована для практического применения при проектировании пневмотранспортирующих установок.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 13.III.1979

3—972

Ռ. Ե. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Յ. Հ. ԱԼՄԱՍՅԱՆ, Ս. Ն. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ

ՓՈՓՈԽՎՈՂ ՏՐԱՄԱԳԾԻ ԽՈՂՈՎԱԿՆԵՐՈՎ ՊՆԵՎՄՈՏԵՂԱՓՈԽՄԱՆ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՊՐՈՑԵԴՈՒՐԱՅԻ ԱԼԳՈՐԻԹՄԱՑՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Պնևմատեղափոխման մոդելի հաշվարկային դժվարությունները շրջանցելու նպատակով, պսևդոփորձերի հիման վրա գտնված են գծային կապակցություններ խողովակների երկարության և տրամագծի, երկարության և ճնշման փոփոխության միջև։ Դուրս է բերված գծային հավասարում ցանկացած պարամետրի որոշման համար։ Ստացված հավասարումների ճշտությունները հիմնավորված են մաթ. վիճակագրության մեթոդներով։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гаспарян А. М., Акопян Р. Е., Алмасян Я. А.* Расчет трубопроводов для перемещения аэросмеси при пневмотранспорте в плотном слое. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVII, № 3, 1974.
2. *Акопян Р. Е., Алмасян Я. А., Манукян С. Н.* Влияние расхода транспортирующего воздуха на дальность перемещения аэросмеси. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXXII, № 6, 1979.
3. *Акопян Р. Е., Алмасян Я. А., Манукян С. Н.* Определение необходимого количества воздуха при проектировании пневмотранспорта со ступенчатым изменением диаметра трубопровода. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXXII, № 4, 1979.
4. *Хикс Ч.* Основные принципы планирования эксперимента. М., «Мир», 1967.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIII, № 5, 1980 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА, ГИДРОТЕХНИКА

Г. А. ГЕВОРКЯН, Г. Г. АКОПЯН

К ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЭНЕРГОВОДОХОЗЯЙСТВЕННОГО КОМПЛЕКСА

Современное состояние энерговодохозяйственных комплексов (ЭВХК) характеризуется формированием крупных каскадов и бассейновых комплексов, широким развитием межбассейновых связей и территориального перераспределения стока, что приводит к нарастающему воздействию водохозяйственных мероприятий на природные (экологические) системы. В связи с этим проектирование ЭВХК требует решения ряда системных задач и определения оптимальных параметров ЭВХК часто приводятся к решению оптимизационных задач математического программирования.

Экономико-математическая модель задач определения оптимальных параметров сложных ЭВХК иногда приводится к следующему виду:

$$\min \left\{ CX + \frac{1}{2} X^T DX + \tilde{C}Y \mid AX + \tilde{A}Y = B;\ X \geqslant 0;\ y_{n_1+j} = 0 \vee 1,\quad j \in N_2 \right\}, \tag{1}$$

где $A = \| a_{ij} \|_{m \times n_1} = (A_1, A_2, \ldots, A_{n_1})$ и $\tilde{A} = \| \tilde{a}_{ij} \|_{m \times n_2} = (\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \ldots, \tilde{A}_{n_2})$ — матрицы условин; $B = (b_1, b_2, \ldots, b_m)^T$ — вектор ограничений; $C = (c_1, c_2, \ldots, c_{n_1})$ и $\tilde{C} = (\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \ldots, \tilde{c}_{n_2})$ — векторы, составленные из коэффициентов целевой функции; $A_j = (a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{mj})^T$ и $\tilde{A}_j = (\tilde{a}_{1j}, \tilde{a}_{2j}, \ldots, \tilde{a}_{mj})^T$ — j-ые векторы условий; D — положительно определенная диагональная матрица порядка n_1, с диагональными элементами d_j $(j \in N_1)$; $X = (x_1, x_2, \ldots, x_{n_1})^T$ и $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_{n_2})^T$ — неизвестные векторы; $N_1 = \{1, 2, \ldots, n_1\}$; $N_2 = \{1, 2, \ldots, n_2\}$; $\tilde{C} \leqslant 0$.

В настоящее время не имеются хорошо разработанные алгоритмы, которые бы дали эффективное решение задачи (1). Для ее решения в данной статье построена физическая модель и, исходя из методов и понятий теории упругости, дается новый алгоритм.

Физическая модель. В m-мерном подпространстве $(m+1)$ — мерного пространства рассмотрим m-мерное абсолютно жесткое тело A, выберем прямоугольную систему координат с осями $z_1, z_2, \ldots, z_{m+1}$ так, чтобы тело A было расположено в подпространстве, образованном осями z_i $(i \in M)$, где $M = \{1, 2, \ldots, m\}$. Тело A закреплено шарнирно-неподвижной опорой в начале координат. С ним соединены $(n_1 + n_2)$ стержни, расположенные параллельно оси z_{m+1}. Причем стержни $j \in N_1$ — упругие, а $j \in N_2$ — абсолютно жесткие. Конструкции соединений обоих концов стержней приведены на рис. 1, а подробное описание этих соединений дано в [1, 2].

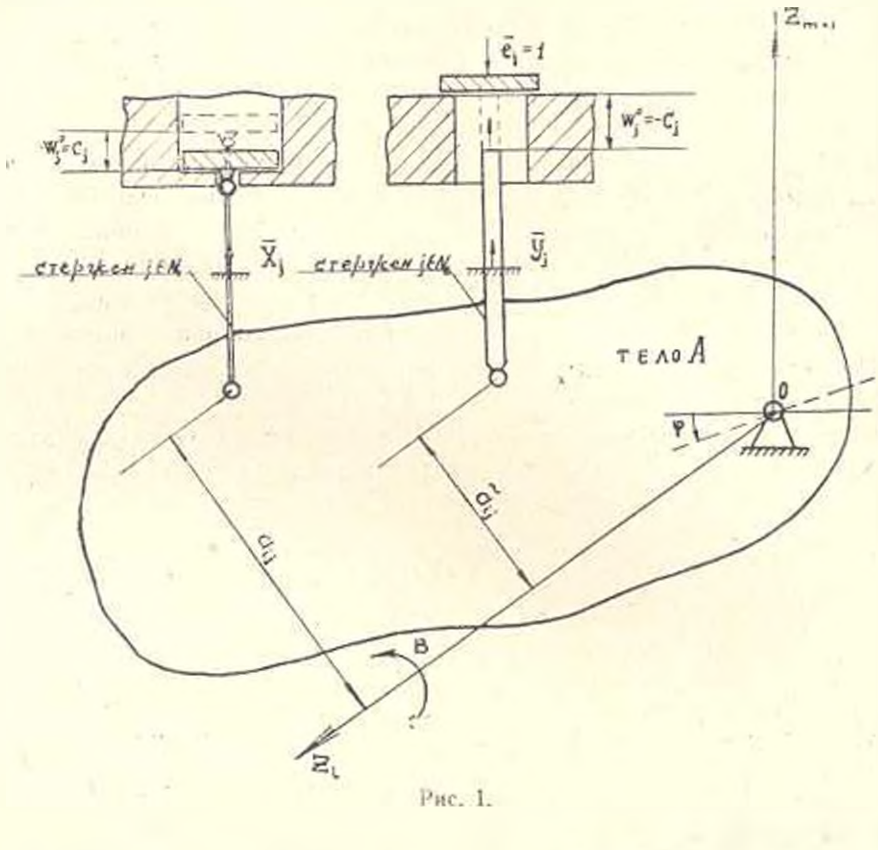

Рис. 1.

Введем следующие обозначения: $\bar{X} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_{n_1})$ и $\bar{Y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \ldots, \bar{y}_{n_2})$ — векторы условий, соответственно, в стержнях $j \in N_1$ и $j \in N_2$; $\bar{W} = (\bar{w}_1, \bar{w}_2, \ldots, \bar{w}_{n_1})$ — вектор перемещений верхних концов стержней; $\bar{B} = (\bar{b}_1, \bar{b}_2, \ldots, \bar{b}_m)^T$ — внешний момент, действующий на тело A; $\bar{\Phi} = (\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \ldots, \bar{\varphi}_m)^T$ — вектор угла поворота тела A; $\bar{A} = \|\bar{a}_{ij}\|_{m \times n_1} = (\bar{A}_1, \bar{A}_2, \ldots, \bar{A}_{n_1})$, $\tilde{A} = \|\tilde{a}_{ij}\|_{m \times n_2} = (\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \ldots, \tilde{A}_{n_2})$ — матрицы соответствующих расстояний стержней $j \in N_1$ и $j \in N_2$ от осей $i \in M$;

l_j — длина; F_j — площадь поперечного сечения; E_j — модуль упругости; α_j — коэффициент линейного температурного расширения стержней $j \in N$; Δt_j — изменение температуры.

Выпишем условия, определяющие решение задачи B_1. Для этого составим: условия равновесия тела A; граничные условия для свободных концов стержней $j \in N_1 \cup N_2$ и условия, связывающие обобщенные перемещения W и Φ. Из [1] имеем:

$$AX + \bar{A}Y = B; \qquad (2)$$

$$x_j w_j = 0; \quad w_j \geqslant 0, \quad x_j \geqslant 0; \quad j \in N_1; \qquad (3)$$

$$y_j = \begin{cases} 0, & \text{при } w_j \geqslant 0, \\ 1, & \text{при } w_j < 0, \end{cases} \quad j \in N_2; \qquad (4)$$

$$w_j = -(\Phi)^T \tilde{A}_j + w_j^0, \quad j \in N_2; \qquad (5)$$

$$\begin{aligned} &d_j l_j \Delta t_j + \frac{l_j}{E_j F_j} x_j = (\Phi)^T A_j, \quad \text{при } w_j = 0, \\ &d_j l_j \Delta t_j - \tilde{w}_j = (\Phi)^T A_j, \quad \text{при } w_j > 0, \end{aligned} \quad j \in N_1.$$

Здесь w_j^0 — зазор между пластинкой и верхней частью стержней.

Обозначив $c_j = d_j l_j \Delta t_j$, $\bar{d}_j = \frac{l_j}{E_j F_j}$, составив векторы $C = (c_1, c_2, \ldots, c_{n_1})$, $W^0 = (w_1^0, w_2^0, \ldots, w_{n_2}^0)$ и диагональную матрицу D с диагональными элементами d_j $(j \in N_1)$, сумму потенциальной энергии стержней $j \in N_1$ и свободной энергии стержней $j \in N_2$, напишем в следующем виде [1, 2]:

$$G = CX + \frac{1}{2} X^T DX + W^0 Y. \qquad (6)$$

Назовем устойчивым такое равновесное состояние физической модели, при которой любое изменение состояния стержней $j \in N_1 \cup N_2$ не может привести физическую модуль к равновесному состоянию с меньшим значением функции G, т. е. в устойчивом равновесном состоянии

$$G \to \min. \qquad (7)$$

Таким образом, для того, чтобы векторы X и Y были решениями задачи B_γ, они должны удовлетворять соотношениям (2) — (5) и (7).

Сопоставляя задачу B_γ с (1), приходим к выводу, что если

$$\bar{A} = A, \quad \bar{\bar{A}} = \bar{A}, \quad \bar{C} = C, \quad W^0 = \bar{C}, \quad \bar{D} = D, \quad \bar{B} = B, \tag{8}$$

то в устойчивом равновесном состоянии физической модели, усилия в стержнях $j \in N_1 \cup N_2$ определяют оптимальный план задачи (1), т. е. $\bar{X} = X$, $\bar{Y} = Y$.

Учитывая соотношения (8), в дальнейшем будем использовать обозначения, введенные для постановки задачи (1).

Алгоритм решения. Решение задачи (1) разделим на два этапа. *Первый этап:* определение равновесного состояния физической модели, которому соответствует план задачи (1).

В качестве исходного примем состояние

$$x^0_{j,1} > 0, \quad j \in N_1; \quad y_j = 1, \quad j \in N_2. \tag{9}$$

Здесь, и в дальнейшем, второй нижний индекс указывает номер этапа, а верхний индекс — номер состояния модели на этом этапе.

Пусть на k-ом шаге первого этапа известны множества

$$I^k_{1,1} = \{j \in N_1 \,|\, x^k_{j,1} > 0\}; \; |I^k_{1,1}| = n^k_1; \quad J^k_{1,1} = \{j \in N_1 \,|\, x^k_{j,1} = 0\};$$
$$|J^k_{1,1}| = n_1 - n^k_1; \quad I^k_{2,1} = \{j \in N_2 \,|\, y^k_{j,1} = 1\}; \quad J^k_{2,1} = \{j \in N_2 \,|\, y^k_{j,1} = 0\}, \tag{10}$$

где через $|I^k_{1,1}|$ и $|J^k_{1,1}|$ обозначены количества элементов множества $I^k_{1,1}$ и $J^k_{1,1}$, соответственно.

Из условия (9) вытекает, что в начальном состоянии $I^0_{1,1} = N_1$, $J^0_{1,1} = \varnothing$, $I^0_{2,1} = N_2$, $J^0_{2,1} = \varnothing$.

На основе множеств (10) уравнение равновесия (2) перепишем в виде

$$A^k X^k_1 = B^k - \bar{A}^k Y^k_1, \tag{11}$$

где матрицы A^k и $\bar{A}^k$ составлены из векторов условий A_j ($j \in I^k_{1,1}$) и $\bar{A}_j$ ($j \in I^k_{2,1}$), а векторы-столбцы X^k_1 и Y^k_1 — из $x^k_{j,1}$ ($j \in I^k_{1,1}$) и $y^k_{j,1}$ ($j \in I^k_{2,1}$).

Обозначим: C^k и $\bar{C}^k$ — векторы-столбцы, составленные из коэффициентов целевой функции, составляющие множеством $I^k_{1,1}$ и $I^k_{2,1}$; D — диагональную матрицу порядка n^k_1 с диагональными элементами d^k_j ($j \in I^k_{1,1}$). Тогда, из условий (5) имеем

$$X^k_1 = (D^k)^{-1} [(A^k)^T \Phi^k - C^k], \tag{12}$$

где Φ^k — вектор углов поворота тела A.

Далее, подставляя это значение в уравнение (11), получим:

$$B_k \Phi^k = B^k, \; B_k = A^k (D^k)^{-1} (A^k)^T; \quad B_1^k = B + A^k (D^k)^{-1} C^k - \bar{A}^k X_1^k \tag{13}$$

Пусть ранг матрицы равен $B_k = m$, тогда $\Phi^k = B_k^{-1} \cdot B_1^k$, а вектор X_1^k определяется из соотношения (12). Отметим, что при переходе к k-ному шагу, матрица $B_k^{-1} = \| b_{ij} \|$ $(k > 0)$ (определение компонентов этой матрицы излагаются в работе [4]), а значение компонентов матрицы B_0^{-1} определяется одним из известных методов.

Компоненты вектора перемещения определим по формуле

$$w_{j,1}^k = (\Phi^k)^T A_j - C_j^k, \quad j \in J_{1,1}^k; \qquad w_{j,1}^k = -(\Phi^k)^T \bar{A}_j + C_j^k, \quad j \in N_2 \tag{14}$$

и составим множества

$$\begin{aligned} O^k &= \{ j \in J_{1,1}^k \mid w_{j,1}^k < 0 \}; & \tilde{O}^k &= \{ j \in J_{2,1}^k \mid w_{j,1}^k < 0 \}; \\ \Pi^k &= \{ j \in I_{1,1}^k \mid x_{j,1}^k < 0 \}; & \Pi^k &= \{ j \in I_{2,1}^k \mid w_{j,1}^k > 0 \}. \end{aligned} \tag{15}$$

Полученные множества (15) показывают те стержни, которые могут поменять свое состояние. Так как в начальном состоянии $J_{2,1}^0 = \varnothing$ и $J_{1,1}^0 = \varnothing$, предположим, что при переходе к k-ному шагу $O^k = \varnothing$ и $\bar{O}^k = \varnothing$. Здесь могут быть рассмотрены три случая.

1. $\Pi^k = \varnothing$, $O^k = \varnothing$ и $n_1^k = m$. Тогда физическая модель находится в равновесном состоянии и множествами (10) определяется план задачи (1).

2. $\Pi^k \neq \varnothing$, $n_1^k > m$. Тогда под воздействием усилий x_j $(j \in \Pi^k)$ первым изменяет свое состояние тот стержень $l \in \Pi^k$, для которого

$$x_{l,1}^k = \min_{j \in \Pi^k} \{ x_{j,1}^k \}. \tag{16}$$

Однако при переходе в новое состояние внешняя нагрузка распределяется на оставшиеся стержни $j \in \Pi^k \setminus \{l\}$ вследствие чего этот стержень $l \in \Pi^k$ может получить обратное перемещение и снова вернется в прежнее состояние (неустойчивый переход). В связи с этим определим те стержни $l \in \Pi^k$, которые могут осуществить устойчивый [2, 3] переход. Для этого составим:

$$I_{1,1}^{k+1} = I_{1,1}^k \setminus \{l\}; \quad J_{1,1}^{k+1} = J_{1,1}^k \cup \{l\}; \quad I_{2,1}^{k+1} = I_{2,1}^k; \quad J_{2,1}^{k+1} = J_{2,1}^k. \tag{17}$$

на основе которого по формулам (12)—(14) вычисляем $\bar{x}_1^k$ и $\bar{w}_{j,1}^k$, и составляем подмножество $\Pi_1^k = \{ j \in \Pi^k \mid \bar{w}_{j,1}^k \geq 0 \}$. Если $\Pi_1^k \neq \varnothing$, то находим стержень $l \in \Pi_1^k$ по критерию (16) при $j \in \Pi_1^k$, а если $\Pi_1^k = \varnothing$, стержни $j \in \Pi_1^k$ осуществляют неустойчивый переход и поэтому вместо критерия (16) принимаем $w_{l,1}^k = \max_{j \in \Pi_1^k} \{ w_{j,1}^k \}$. Новое состояние физической модели определится множествами $I^{k1}_{1,1} = I^{k}_{1,1} \setminus \{l\}$, $J^{k1}_{1,1} = J^{k}_{1,1} \cup \{l\}$, $I^{k1}_{2,1} = I^{k}_{2,1}$, $J^{k1}_{2,1} = J^{k}_{2,1}$, а величины соответствующих матриц и векторов вычисляются по аналогичным рекуррентным соотношениям [4].

Так как мы приняли, что $O^{k} = \varnothing$, то далее проверяем это допущение. Для этого на основе полученных множеств $I^{k1}_{1,1}$, $J^{k1}_{1,1}$, $I^{k1}_{2,1}$ и $J^{k1}_{2,1}$ вычисляем $X^{k1}_{2,1}$ и $w^{k1}_{j,1}$ $(j \in J^{k}_{1,1})$ и формируем множество $O^{k1} = \{j \in J^{k1}_{1,1} | w^{k}_{j,1} < 0\}$. Если $O^{k1} = \varnothing$, то нет стержней $j \in J^{k1}_{1,1}$, которые могли бы войти в строй (принять на себя нагрузку) и поэтому все множества с верхним индексом $(k+1)$ и $(k1)$ принимаем равным между собою.

А если $O^{k1} \neq \varnothing$, то первым войдет в строй тот стержень $l \in O^{k1}$, для которого

$$w^{k1}_{l,1} = \min_{j \in O^{k1}} \{w^{k}_{j,1}\}. \tag{18}$$

Однако этот переход может быть неустойчивым, поэтому составляя множество $I^{k1,j}_{1,1} = I^{k}_{1,1} \cup \{j\}$, $J^{k1,j}_{1,1} = J^{k1}_{1,1} \setminus \{j\}$, $I^{k1,j}_{2,1} = I^{k1}_{2,1}$ и $J^{k1,j}_{2,1} = J^{k1}_{2,1}$, находим $\tilde{X}^{k1}_{j,1}$ по формулам (12) и (13).

Далее составляем подмножество $O^{k1}_{1} = \{j \in O^{k1} | \tilde{X}^{k1}_{j} > 0\}$ и проверяем: если $O^{k1}_{1} \neq \varnothing$, то переход является устойчивым и в качестве критерия перехода принимаем (18) при $j \in O^{k1}_{1}$. Допустим эта процедура повторяется q раз. Цикл кончается в том случае, когда множество $O^{k1,q} = \{j \in J^{k1,q}_{1,1} | w^{k1,q}_{j,1} < 0\} = \varnothing$. Тогда новое состояние физической модели определится множествами

$$I^{k+1}_{1,1} = I^{k1,q+1}_{1,1}, \quad J^{k+1}_{1,1} = J^{k1,q+1}_{1,1}, \quad I^{k+1}_{2,1} = I^{k1,q+1}_{2,1}, \quad J^{k+1}_{2,1} = J^{k1,q+1}_{2,1}. \tag{19}$$

Если $O^{k1,q} \neq \varnothing$, то переходим к $(q+1)$-ому шагу, принимая

$$I^{k1,q+1}_{1,1} = I^{k1,q}_{1,1} \cup \{l_q\}, \quad J^{k1,q+1}_{1,1} = J^{k1,q}_{1,1} \setminus \{l_q\}, \quad I^{k1,q+1}_{2,1} = I^{k1,q}_{2,1},$$
$$J^{k1,q+1}_{2,1} = J^{k1,q}_{2,1}. \tag{20}$$

А если $O^{k1}_{1} = \varnothing$, то стержни $j \in O^{k1}$ выполняют неустойчивый переход и поэтому вместо критерия (18) принимаем $x^{k1}_{l,1} = \max_{j \in O^{k1}_{1}} \{x^{k}_{j,1}\}$.

3. $\Pi^{k} \neq \varnothing$, $n^{k}_{1} = m$ (здесь принимается $O^{k} = \varnothing$, т. к. в противном случае по аналогии п. 2, всегда можно добиться выполнения этого условия). В этом случае количество удерживающих стержней меньше (физическая модель является механизмом) и под воздействием внешнего момента B^{k}_{2} тело A может поворачиваться относительно точки 0 и перейти в новое состояние. Каждый шаг этого перехода разделим на две части: сначала определим те стержни $j \in M^{k}_{1}$ $(M^{k}_{1} = J^{k}_{1,1} \cup I^{k}_{2,1})$, которые изменяют свое состояние под действием внешнего момента $\bar{F}^{k}$.

а далее — те стержни $j \in J^k_{1,1}$, которые могут изменить свое состояние под действием внешнего момента $\bar{F}^k$.

Обозначив через f^k_j, $\tilde{f}^k_j$ и $b^k_{j,1}$ коэффициенты разложения векторов F^k, $\bar{F}^k_1$ и B^k_1 по векторам A_j $(j \in I^k_{1,1})$, имеем:

$$f^k_j = \begin{cases} b^k_{j,1}, & j \in \Pi^k \\ 0, & j \in I^k_{1,1} \setminus \Pi^k \end{cases}; \qquad \tilde{f}^k_j = \begin{cases} b^k_{j,1}, & j \in I^k_{1,1} \setminus \Pi^k \\ 0, & j \in \Pi^k \end{cases} \tag{20}$$

Далее по аналогии [3] определяем относительное время перехода t^k_j $(j \in M^k_1)$ и перемещение τ^k_j $(j \in N_2)$ стержней, после перехода модели в новое состояние по формулам, приведенным в [3]. Находили также усилия $\tilde{x}^k_j$ $(j \in I^k_{1,1} \cup \{l\})$. Обозначим $\bar{v}^k_j = v^k_j$ $(j \in J^k_{1,1})$, $v^k_j = x^k_j$ $(j \in I^k_{2,1})$ и составим множества

$$J^k_{l,1} = \{j \in M^k_1 \mid t^k_j \geqslant 0,\ v^k_j \geqslant 0\}, \qquad J^k_{l,2} = \{j \in M^k_1 \mid t^k_j \geqslant 0,\ v^k_j < 0\}. \tag{21}$$

Здесь возможны следующие случаи.

1. $J^k_{l,1} = \varnothing$. Тогда стержень $l \in J^k_{l,1}$, который первым изменит свое состояние, удовлетворит условию

$$t^k_l = \min_{j \in J_{l,1}} \{t^k_j\}.$$

Рассмотрим следующие варианты:

а) $l \in J^k_{1,1}$ — новое состояние модели определится множествами $I^{k+1}_{1,1} = I^k_{1,1} \cup \{l\}$, $J^{k+1}_{1,1} = J^k_{1,1} \setminus \{l\}$, $I^{k+1}_{2,1} = I^k_{2,1}$, $J^{k+1}_{2,1} = J^k_{2,1}$. Так как здесь $n^{k+1}_1 > m$, то в дальнейшем поступаем аналогично случаю 2.

б) $l \in I^k_{2,1}$ — имеем $I^{k+1}_{1,1} = I^k_{1,1}$, $J^{k+1}_{1,1} = J^k_{1,1}$, $I^{k+1}_{2,1} = I^k_{2,1} \setminus \{l\}$, $J^{k+1}_{2,1} = J^k_{2,1} \cup \{l\}$.

2. $J^k_{l,1} = \varnothing$, $J^k_{l,2} = \varnothing$. Обозначим $J^k_{l,2} = J^k_{l,2,1} \cup J^k_{l,2,2}$; $J^k_{l,2,1} = \{j \in J^k_{l,2} \mid j \in J^k_{1,1}\}$, $J^k_{l,2,2} = \{j \in J^k_{l,2} \mid j \in I^k_{2,1}\}$. Пусть $J^k_{l,2,2} \neq \varnothing$, тогда вместо критерия (26) имеем $x^k_{l,1} = \min\limits_{j \in J_{l,2,2}} |x^k_{j,1}|$, а если $J^k_{l,2,2} \neq \varnothing$, то взамен критерия (26) принимаем $v^k_l = \min\limits_{j \in J_{l,2,1}} \{v^k_j\}$.

3. При $J^k_{l,1} = \varnothing$, $J^k_{l,2} = \varnothing$ имеем $I^{k+1}_{1,1} = I^k_{1,1}$, $J^{k+1}_{1,1} = J^k_{1,1}$, $I^{k+1}_{2,1} = I^k_{2,1}$, $J^{k+1}_{2,1} = J^k_{2,1}$.

Далее определяем те стержни, которые изменят свое состояние под воздействием внешнего момента B^k_1. Для этого по аналогии [3] находим множество $M^k_2 = \{j \in J^k_{1,1} \mid \tilde{f}^k_i > \bar{Q}^k_{ij},\ i \in M\}$, где $\bar{Q}^k_{ij}$ — коэффициенты разложения векторов $\bar{A}_i$, по векторам $j \in I^k_{1,1}$.

В зависимости от M^k_2 здесь возможны следующие случаи:

а) $M^k_2 = \varnothing$. Новое состояние физической модели определится множествами $I^{k+1}_{1,1} = I^{k1}_{1,1}$, $J^{k+1}_{1,1} = J^{k1}_{1,1}$, $I^{k+1}_{2,1} = I^{k1}_{2,1}$, $J^{k+1}_{2,1} = J^{k1}_{2,1}$.

Если множества $J_{1,1}^k = \varnothing$, $J_{1,2}^k = \varnothing$ и $M_2^k = \varnothing$, то физическая модель получает неограниченное перемещение и поэтому задача (1) не имеет решения.

б) $M_2^k \neq \varnothing$. Решая задачу типа (1) (определяется равновесное состояние соответствующей модели) при условии, что $j \in M_2^k$, находим подмножество $\bar{M}_2^k \subset M_2^k$ и новое состояние модели определяется множествами $I_{1,1}^{k+1} = I_{1,1}^{k1}$, $J_{1,1}^{k+1} = J_{1,1}^{k1}$, $I_{2,1}^{k+1} = I_{2,1}^{k1} \cup \bar{M}_2^k$, $J_{2,1}^{k+1} = J_{2,1}^{k1} \setminus \bar{M}_2^k$.

Второй этап. На этом этапе определяется устойчивое равновесное состояние физической модели, которому соответствует оптимальный план задачи (1).

Устойчивое равновесное состояние физической модели определяется по принципу, изложенному в [3].

ВЦ Госплана АрмССР Поступило 19. XI. 1979

Գ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Գ. Դ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

ԷՆԵՐԳԱՋՐԱՏՆՏԵՍԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼԻՐԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՕՊՏԻՄԻԶԱՑԻԱՅԻ ԽՆԴՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Ժամանակակից էներգաջրատնտեսական համալիրները բնութագրվում են խոշոր կասկադների և ավազանային համալիրների կազմմամբ, միջավազանային կապերի և ջրի տերիտորիալ վերաբաշխման ընդարձակ զարգացմամբ։

Այդ պատճառով բարդ էներգաջրատնտեսական համալիրների օպտիմալ պարամետրերի որոշման խնդրի տնտեսա-մաթեմատիկական մոդելը հաճախ բերվում է մաթեմատիկական ծրագրավորման օպտիմիզացիայի խնդրի։

Հոդվածում կառուցվում է ֆիզիկական մոդել և, ելնելով առաձգականության տեսության հիմնական մեթոդներից և հասկացություններից, ստացվում է Բուլյան փոփոխականներով մասնակի ամբողջական քառակուսային ծրագրավորման խնդրի լուծման նոր եղանակ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Геворкян Г. А.* Физические модели и алгоритмы решения экстремальных задач. Сб. «Автоматизированные системы планирования и управления». Ереван, «Анастан», 1976.
2. *Геворкян Г. А.* Физическая модель и алгоритм решения задач линейного программирования с булевыми переменными. Сб. «Математическое моделирование в экономике», научн. тр. НИИЭП Госплана АрмССР, Ереван, 1978.
3. *Геворкян Г. А.* Физическая модель и алгоритм для решения частично целочисленных задач линейного программирования с булевыми переменными. Сб. «Научн. тр. НИИЭП Госплана АрмССР», Ереван, 1979.
4. *Геворкян Г. А., Микаелян Л. В.* Об одном подходе к решению задачи выпуклого квадратичного программирования. Сб. «Автоматизированные системы планирования и управления», Ереван, «Анастан», 1977.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIII, № 5, 1980 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Р. М. МИРЗАХАНЯН

АНАЛИЗ РАБОТЫ ПНЕВМОТРАНСПОРТНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ В ПЛОТНОМ СЛОЕ

В статье [1] приведены описание способа осуществления и теоретические основы расчета пневмотранспорта зернистых сыпучих материалов (размерами частиц $0{,}1 \div 5$ *мм*) в плотном слое по вертикальным и горизонтальным трубопроводам. Настоящая статья посвящена анализу этого вида транспорта с целью нахождения его оптимального варианта, исходя из требований данного производства.

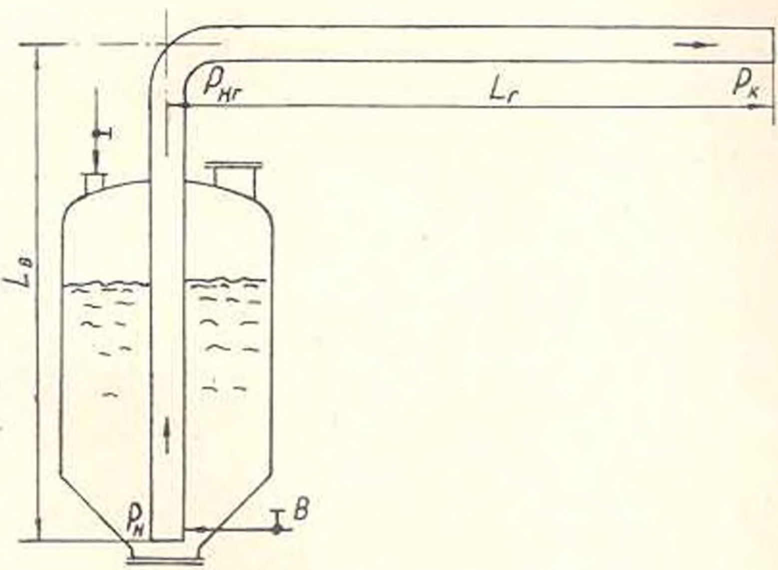

Рис. 1. Установка пневмотранспорта.

Показано [1], что потери давления dP (*Па*) на элементарном участке транспортной трубы (рис. 1) длиной dl (*м*) определяется уравнением

$$\frac{dP}{dl} = \Delta p \frac{G(a+\varepsilon)P}{(Ga - F\rho_1(1-\varepsilon)u)P + Q_к P_к \rho_1 (1-\varepsilon)}. \qquad (1)$$

где

$$\Delta p = \frac{137{,}59\,(1-\varepsilon)^2 u_{ок} P_к^z \mu}{\varepsilon^3 \Phi^2 d^2 P^z} + \frac{1{,}755\,(1-\varepsilon)\, u_{ок}^{0,25z} \rho_к P^{1-0,25z} u^{1,75}}{P_к^{1-0,25z} \varepsilon^3 \Phi d} \qquad (2)$$

или

$$\Delta p = \Delta p_0 + \frac{C g^{0,8} \rho_т (1-\varepsilon)\, d^{0,3}}{\Phi D^{0,3}} \left(\frac{[Ga - F\rho_к (1-\varepsilon)\, u]\, P + Q_к P_к \rho_т (1-\varepsilon)}{F\rho_к (1-\varepsilon)(u+\varepsilon)\, P} \right)^{0,4}. \qquad (3)$$

В этих уравнениях G — массовый расход твердых частиц, *кг/с*; a — коэффициент, учитывающий степень заполнения сечения трубы пузырями (для вертикального потока $a = 1$, а горизонтального $a \simeq 0{,}5$); P, $P_к$ — давления в данном и конечном сечениях трубопровода, *Па*; F — площадь сечения транспортной трубы, *м*^{2}; $\rho_т$ — плотность твердых частиц, *кг/м*^{3}; $\rho_к$ — плотность газа в конечном сечении трубопровода, *кг/м*^{3}; ε — пористость движущегося поршня твердых частиц; u — скорость воздуха относительно движущихся частиц, рассчитанная на полное сечение трубы, *м/с*; $Q_к$ — расход воздуха в конечном сечении трубопровода, *м*^{3}*/с*; $u_{ок}$ — скорость воздуха, при котором начинается пневмотранспорт, в условиях конца транспортной трубы, *м/с*; μ — вязкость воздуха, *Па·с*; Φ — коэффициент формы частиц; d — диаметр шара, эквивалентного по объему данной частице, *м*; Δp_0 — удельный перепад давления, при котором начинается пневмотранспорт, *Па/м*; C — коэффициент: для вертикального потока $C = 2{,}56$, а горизонтального — $C = 2$; g — ускорение силы тяжести, *м/с*^{2}; D — диаметр трубы, *м*; z — показатель степени, зависящей от критерия Архимеда:

$$Ar = \frac{g d^3 \rho_к (\rho_т - \rho_к)}{\mu^2}. \qquad (4)$$

Нами показано, что при $Ar < 10$, $z = 0$; $10 < Ar < 6300$, $z = 0{,}0115$; $6300 < Ar < 235500$, $z = 0{,}2455$; $Ar > 235500$, $z = 0{,}5$.

При вертикальном потоке Δp_0 равен весу частиц в слое высотой 1 *м*, отнесенному к единице поперечного сечения трубы:

$$\Delta p_0 = \rho_т (1-\varepsilon)\, g. \qquad (5)$$

Для горизонтального потока Δp_0 можно определить уравнением (2), подставляя в нем $\Delta p_0 = \Delta p$, $P_к = P$, $u_{ок} = u = u_{0г}$,

$$\Delta p_0 = \frac{137{,}59\,(1-\varepsilon)^2 u_{0г} \mu}{\varepsilon^3 \Phi^2 d^2} + \frac{1{,}755\,(1-\varepsilon)\, \rho_к u_{0г}^2}{\varepsilon^3 \Phi d}, \qquad (6)$$

где $u_{0г}$ — скорость начала пневмотранспорта в конце горизонтальной трубы, *м/с*.

Она связана со скоростью начала псевдоожижения твердых частиц $u_{0в}$ следующим образом [2]:

$$u_{0г} = 0{,}733 u_{0в}. \qquad (7)$$

Расчет пневмотранспортных линий проводится уравнением (1), совместно с уравнениями (2) и (3), в которых переменными является P, l и u, одним из численных методов отдельно для горизонтального участка длиной $L_г$ и вертикального — длиной $L_в$ (рис. 1). По этим уравнениям определяются давление в начале горизонтального $P_{нг}$ и вертикального участков трубы $P_н$ (рис. 1), при заданных значениях $Q_к$, G, $P_к$, D, $L_г$ и $L_в$.

Соотношение n общего расхода воздуха Q ($м^3/с$), поступающего в транспортную трубу через ее начальное сечение и дополнительно через вентиль B (рис. 1), к массовому расходу транспортируемого твердого материала G определяется:

$$n = \frac{Q}{G} = \frac{Q_к P_к}{P_н G}. \tag{8}$$

Соотношение n_0 расхода воздуха $Q_н$ ($м^3/с$), поступающего в транспортную трубу только через ее начальное сечение, к G определяется [3]:

$$n_0 = \frac{Q_н}{G} = \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)\rho_т} + \frac{u_н}{\beta_н(1-\varepsilon)\rho_т}. \tag{9}$$

Скорость частиц в начале транспортной трубы $\beta_н$ определяется уравнением

$$\beta_н = \frac{G}{(1-\varepsilon)F\rho_т}. \tag{10}$$

Скорость воздуха в начале транспортной трубы $u_н$ обусловливается перепадом давления $\Delta p_н$ в начальном участке трубы, определяемым уравнением

$$\Delta p_н = \Delta p_0 + \Delta p_м, \tag{11}$$

где $\Delta p_м$ — потери давления на преодоление местного сопротивления при входе аэросмеси в транспортную трубу ($Па/м$) [3]:

$$\Delta p_м = \zeta\frac{1-\varepsilon}{\Phi}\beta_н^2\rho_т, \tag{12}$$

где ζ — коэффициент местного сопротивления, рассчитанного на 1 $м$ длины трубы. При $d/D < 0{,}01$, $\zeta = 28{,}12\ м^{-1}$; $d/D > 0{,}01$, $\zeta = 281200\,(d/D)^2\ м^{-1}$.

Для определения n_0 уравнением (9), сначала надо определить $\Delta p_м$, Δp_0 и $\Delta p_н$ уравнениями (12), (6) и (11), а затем $u_н$ уравнением (2), подставляя в нем $u_н = u$, $\Delta p = \Delta p_н$ и $P = P_н$.

Для заданного расхода твердых частиц G выбор диаметра трубопровода D можно провести, исходя из уравнения (10), принимая скорость частиц $\beta_н = 0{,}5 \div 1{,}5\ м/с$.

Выбор значения $Q_к$ производится между его крайними значениями. Максимальное значение $Q_к$ соответствует скорости оседания или зависания воздуха, при которых плотная фаза пневмотранспорта в горизонтальной или вертикальной трубе превращается в разбавленную фазу. Эти скорости определяются способами, приведенными в [4]. Минимальное значение $Q_к$ соответствует n_0.

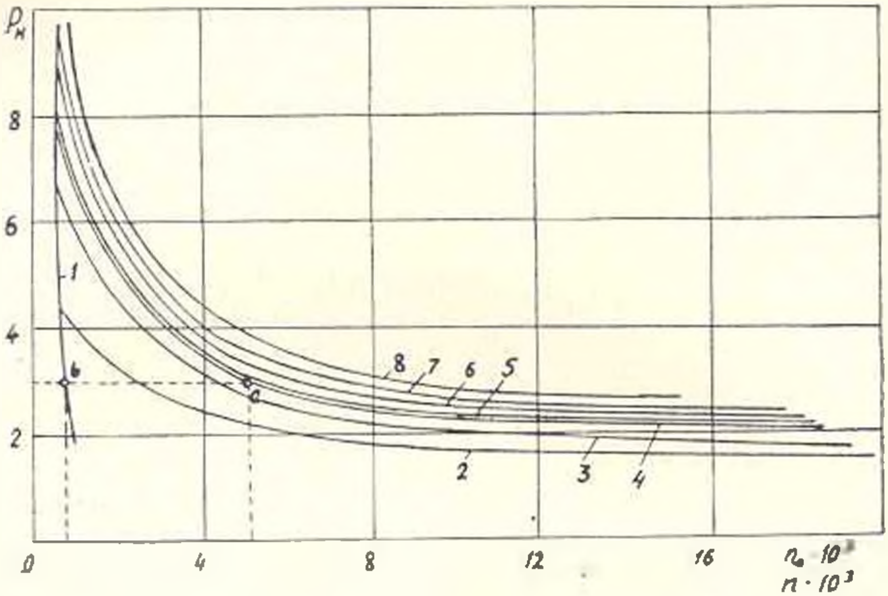

Рис. 2. Зависимость n_0, $м^3/кг$ от $P_н$, *атм* (кривая 1) и $P_н$ от n, $м^3/кг$ (кривые 2—8). Кривая 2 — $G = 2$ *кг/с*; $D = 52$ *мм*; $L_г = 50$ *м*; 3 — 2, 78, 100; 4 — 2, 52, 100, 5 — 3, 52, 100, 6 — 4, 52, 100; 7 — 2, 38, 100; 8 — 2, 52, 150. Во всех случаях $L_в = 3$ *м*.

Для анализа работы пневмотанспортной установки целесообразно графически представить зависимости n_0 от $P_н$ и $P_н$ от n при различных значениях G, D и длины транспортной линии. На рис. 2 приведены эти зависимости при пневмотранспорте кварцевого песка с параметрами: $d = 0{,}23$ *мм*; $\Phi = 0{,}828$; $\varepsilon = 0{,}47$; $\rho_1 = 2640$ $кг/м^3$; $u_{0х} = u_{0г} = 0{,}0532$ *м/с*; $Ar = 1049$; $z = 0{,}0115$.

Построенные кривые показывают, что при остальных равных условиях с увеличением расхода воздуха $Q_к$ и, следовательно, n, необходимое давление пневмотранспорта $P_н$ уменьшается, с увеличением диаметра D трубы $P_н$ уменьшается, с увеличением G и длины транспортирования $P_н$ увеличивается. Следует отметить также, что с увеличением $Q_к$ увеличивается необходимая энергия, затраченная для перемещения материала, определяемая уравнением изотермического расширения воздуха:

$$N = P_к Q_к \ln \frac{P_н}{P_к}. \tag{13}$$

Имея кривые рис. 2 и исходя из конкретных требований пневмотранспорта, для заданных значений G, $L_г$ и $L_в$ можно выбрать значения $P_п$ и n координатами точки на соответствующей кривой зависимости $P_п$ от n. Например, для случая $G = 2$ *кг/с*, $L_г = 100$ *м*, $D = 52$ *мм* можно выбрать $P_н = 3$ *атм*, $n = 0{,}0052$ *м³/кг* (точка a на рис. 2). Тогда из уравнения (8) получается: $Q_г = 0{,}0338$ $м^3/с$ и $Q = 0{,}0104$ $м^3/с$. Проведя от точки a горизонтальную линию ab, на кривой 1 рис. 2 находим точку b, абсцисса которой дает значение $n_0 = 0{,}00084$ $м^3/кг$. Далее из уравнения (9) определяем $Q_0 = 0{,}00168$ $м^3/с$. Это количество воздуха поступает в транспортную трубу через ее начальное сечение вместе с твердым материалом, а $Q - Q_0 = 0{,}00872$ $м^3/с$ воздуха под давлением $P_н = 3$ *атм* поступает в транспортную трубу дополнительно через вентиль B (рис. 1).

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 20.II.1980

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мирзаханян Р. М., Акопян Р. Е., Даниелян Н. Х.* Пневмотранспорт сыпучих материалов в плотном слое. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXXI, № 1, 1978, с. 27.
2. *Даниелян Н. Х., Мирзаханян Р. М.* О критической скорости при горизонтальном пневмотранспорте сыпучих материалов в плотном слое и дюнами. «Межвуз. сб. научн. тр. Хим. технология», сер. XIX, вып. 1, Ереван, изд. ЕрПИ, 1974.
3. *Мирзаханян Р. М., Акопян Р. Е.* О расходе воздуха при пневмотранспорте сыпучих материалов в плотном слое. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXXII, № 1, 1979.
4. *Кунии Д., Левеншпиль О.* Промышленное псевдоожижение. М., «Химия», 1976, с. 329.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIII, № 5, 1980 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

С. Г. ИОННИСЯН, А. А. ГЮЛЗАДЯН

К РАСЧЕТУ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО РАСКРЫТИЮ ТРЕЩИН

Для предиапряженного железобетонного элемента, работающего под длительной и кратковременной нагрузками, оценим наибольшую ширину раскрытия трещин, которую возможно получить при расчете по [1]. Обозначим: N — расчетное осевое усилие от полной нагрузки при коэффициенте перегрузки $n > 1$; $N^н$ — нормативное (расчетное при $n = 1$) осевое усилие от полной нагрузки; $N^н_{кр}$ — нормативное осевое усилие от кратковременно действующей нагрузки; $N^н_{дл}$ — то же от длительной действующей нагрузки: $k_1 = \frac{N^н_{кр}}{N^н}$. Аналогичные характеристики для изгибаемого элемента, соответственно, обозначим M, $M^н$, $M^н_{кр}$, $M^н_{дл}$, $k_1 = \frac{M^н_{кр}}{M^н}$.

Для элемента, работающего на осевое растяжение, при требованиях 2-ой категории ширина кратковременного раскрытия трещин вычисляется по формуле

$$a_{т.\,кр.} = 1{,}2\,\frac{N^н - N_{02}}{F_а}\cdot L, \tag{1}$$

где $L = \eta\,\frac{20(3{,}5 - 100\mu)\sqrt[3]{d}}{E_а}$; $\mu = \frac{F_а}{F}$, но не более 0,02 [1]. Принимая из условия прочности $N = N^н \cdot n = R_а F_а$ и с учетом $N_{02} = \sigma_{02} F_а$, из (1) получим

$$a_{т.\,кр.} = 1{,}2\left(\frac{R_а}{n} - \sigma_{02}\right)L. \tag{2}$$

Для того же элемента при требованиях 3-й категории ширину длительного раскрытия вычисляем:

$$a_{т.\,дл.} = 1{,}2\cdot 1{,}5\,\frac{N^н_{дл} - N_{02}}{F_а}\cdot L. \tag{3}$$

С учетом $N^{н}_{дл} = N^{н} - N^{н}_{кр.} = N^{н}(1 - k_1) = \frac{R_a F_a}{n}(1 - k_1)$ из (3) получим:

$$a_{т.\,дл.} = 1{,}8\left[\frac{R_a(1-k_1)}{n} - \sigma_{02}\right]\cdot L. \qquad (4)$$

Ширина кратковременного раскрытия трещин при требованиях 3-й категории, следуя обозначениям [2], равна

$$a_{т.\,кр.} = a_{т1} - a_{т2} + a_{т3},$$

откуда получим

$$a_{т.\,кр.} = 1{,}8\left[\frac{R_a(1-0{,}333k_1)}{n} - \sigma_{02}\right]\cdot L. \qquad (5)$$

Для изгибаемого элемента прямоугольного сечения с одиночной напрягаемой арматурой в случае требований 2-ой категории:

$$a_{т.\,кр.} = \frac{M^{н} - N_{02}z_1}{F_a\cdot z_1}\cdot L. \qquad (6)$$

Обозначив $k_2 = \frac{h}{h_0}$, $k_3 = \frac{z_1}{h_0}$, где z_1 — плечо внутренней пары по [1], а также с учетом $M^{н} = \frac{M}{n} = \frac{R_a\left(1 - 0{,}5\frac{R_a}{R_{пр}}\mu\cdot k_2\right)F_a\cdot h_0}{n}$, из (6) получим

$$a_{т.\,кр.} = \left[\frac{R_a\left(1-0{,}5\cdot\frac{R_a}{R_{пр}}\cdot\mu\cdot k_2\right)}{n\cdot k_3} - \sigma_{02}\right]\cdot L. \qquad (7)$$

Аналогично, для требований 3-й категории:

$$a_{т.\,кр.} = 1{,}5\left[\frac{R_a\left(1-0{,}5\cdot\frac{R_a}{R_{пр}}\cdot\mu\cdot k_2\right)(1-0{,}333k_1)}{n\cdot k_3} - \sigma_{02}\right]\cdot L, \qquad (8)$$

$$a_{т.\,дл.} = 1{,}5\left[\frac{R_a\left(1-0{,}5\cdot\frac{R_a}{R_{пр}}\cdot\mu\cdot k_2\right)(1-k_1)}{n\cdot k_3} - \sigma_{02}\right]\cdot L. \qquad (9)$$

На основе [1], по методике, описанной в [3], были составлены зависимости $\sigma_{02} = f(\sigma_0, R, \mu)$ с учетом потерь σ_1, σ_2, σ_3, σ_6, σ_8, σ_9. Значения σ_0 принимались наибольшими для заданного класса арматуры. При вычислении потерь σ_1 длину натягиваемого стержня принимали $l = 18$ *м*, а в случае проволочной и канатной арматуры — $l = 50$ *м*. Влияние возможных изменений σ_1 в зависимости от длины натягиваемой арматуры на конечный результат расчета учитывается дополнительно. Все остальные потери при известных $R_{н}$, R, μ определяются однозначно. Подставив выражения для определения σ_{0}, в (2), (4), (5), (7)—(9), можно вычислить ширину раскрытия в зависимости от коэффициента армирования μ.

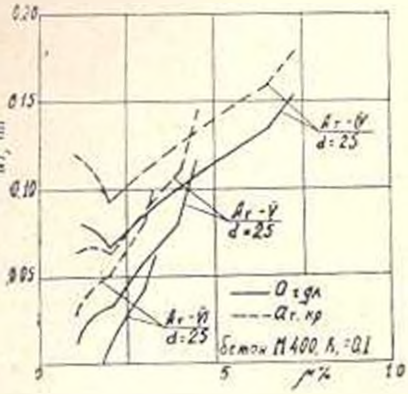

Рис. 1. Зависимость $a_{т.\,дл}$ и $a_{т.\,кр}$ от процента армирования в случае осевого растяжения при требованиях 3-й категории по трещиностойкости.

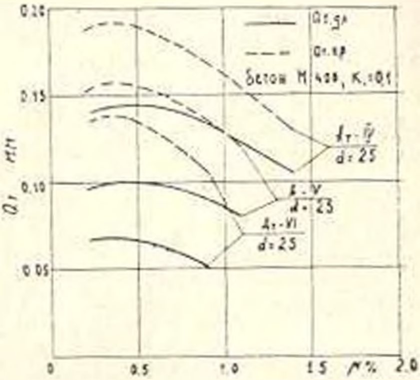

Рис. 2. Зависимость $a_{т.\,дл}$ и $a_{т.\,кр}$ от процента армирования в случае изгиба при требованиях 3-категории по трещиностойкости.

На рис. 1 и 2 показаны значения $a_т$, вычисленные при коэффициенте перегрузки $n = 1{,}15$ и требованиях 3-й категории для центрально растянутых и изгибаемых элементов. Из рис. 1 и 2 следует, что при осевом растяжении наибольшее раскрытие трещин $a_{т.\,макс}$ имеет место при наибольшем μ, который определялся из условия ограничения напряжений обжатия бетона [1], при изгибе же $a_{т.\,макс}$ имеет место при μ, близком к минимальному, определенному из условия возникновения трещин.

Формулы (2)—(9) позволяют оценить наибольшее раскрытие трещин, которое возможно при расчете при любой комбинации марки бетона и класса арматуры. Произведем преобразование этих формул. В случае требований 3-й категории будем иметь:

$$a_{т.\,дл} = k_4 \cdot \sqrt[3]{d}\,[k_5 \cdot (1 - k_1) - 1] + \Delta a_т; \tag{10}$$

$$a_{т.\,кр} = k_4 \cdot \sqrt[3]{d}\,[k_5 \cdot (1 - 0{,}333k_1) - 1] + \Delta a_т, \tag{11}$$

а в случае требований 2-категории —

$$a_{т.\,кр} = k_6 \cdot \sqrt[3]{d} + 0{,}7\Delta a_т, \tag{12}$$

где $k_4 = 1{,}8\dfrac{L}{\sqrt[3]{d}}\varepsilon_{02}$ и $k_5 = \dfrac{R_a}{n \cdot \varepsilon_{02}}$ — для осевого растяжения;

$$k_4 = 1{,}5\,\frac{L}{\sqrt[3]{d}}\,\sigma_{02} \quad \text{и} \quad k_5 = \frac{R_a\left(1 - 0{,}5\,\frac{R_a}{R_{пр}}\,\mu\cdot k_2\right)}{n\cdot\sigma_{02}\cdot k_3} \text{ — для изгиба;}$$

$$k_6 = \frac{k_4(k_5 - 1)}{1{,}5} \text{ — в обоих случаях;} \quad \Delta a_т = k_7\sqrt{\frac{l - l_1}{l - \sigma}}\cdot\sqrt[3]{d};$$

l_1 — длина натягиваемой арматуры.

В формулах (10) — (12) $\Delta a_т$ — поправка, учитывающая увеличение ширины раскрытия трещин в зависимости от изменения σ_1 при $l_1 < l$. Коэффициент k_7 принимается для стержневой арматуры 0,03, а для проволочной канатной — 0,02.

В таблице приведены значения коэффициентов k_4, k_5, k_6, соответствующие наибольшему раскрытию трещин $a_{т.\,макс}$ при применении заданного класса арматуры в комбинации с любой возможной маркой бетона.

Таблица

класс арм. / коэф.	Ат-IV	Ат-V	Ат-VI	Вр-II			К-7	
				$d=3$ мм	$d=4-5$ мм	$d=6\div8$ мм	$d_{пр}=3$ мм	$d_{пр}=4$ мм
k_4	$\frac{0,160}{0,056}$	$\frac{0,25}{0,101}$	$\frac{0,3}{0,151}$	—	$\frac{0,493}{0,357}$	$\frac{0,387}{0,193}$	—	$\frac{0,567}{0,3}$
k_5	$\frac{1,52}{2,2}$	$\frac{1,32}{1,508}$	$\frac{1,23}{1,288}$	—	$\frac{1,15}{1,12}$	$\frac{1,2}{1,25}$	—	$\frac{1,13}{1,109}$
k_6	$\frac{0,055}{0,045}$	$\frac{0,05}{0,036}$	$\frac{0,045}{0,03}$	$\frac{0,044}{0,025}$	$\frac{0,046}{0,03}$	$\frac{0,049}{0,031}$	$\frac{0,047}{0,022}$	$\frac{0,047}{0,023}$

В числителе даны значения коэффициентов для изгиба, а в знаменателе — для осевого растяжения.

Применение (10)—(12) позволяет существенно сократить объем расчетов по раскрытию трещин в преднапряженных конструкциях. Вычислив наибольшее возможное раскрытие трещин и сравнив его с предельно допустимым раскрытием, можно убедиться, что в очень многих случаях $a_{т.\,макс}$ меньше предельно допустимой величины, в связи с чем отпадает необходимость проверки трещиностойкости конструкции.

Сравнение расчетных данных, вычисленных по формулам (10) — (12), с данными [1] показывает, что в конструкциях, находящихся в нормальных условиях эксплуатации при наибольшей величине интенсивности предварительного напряжения арматуры, надобность расчета по раскрытию трещин в большинстве случаев отпадает.

ЕрПИ им. К. Маркса Поступило 31.V.1980

ЛИТЕРАТУРА

1. СНиП II—21—75. Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования. М., Стройиздат, 1976.
2. Руководство по проектированию предварительно напряженных железобетонных конструкций из тяжелого бетона. М., Стройиздат, 1977.
3. *Байков В. Н., Складнев Н. Н.* Оптимальное проектирование предварительно напряженных железобетонных конструкций. «Доклады VIII конгресса ФИП», М., изд. МИСИ, 1978.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIII, № 5, 1980 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Г. Л. АРТЕМЯН, В. А. МАРТИРОСЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ОБЛАСТЕЙ КОЛЕБАНИЯ МАЛЫХ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Проблема уменьшения виброакустической активности электрических машин (ЭМ), в основном, решается на этапе их проектирования и достигается методами теоретического определения спектральных составляющих шума и вибрации [1, 2] или экспериментального поиска оптимальных динамических характеристик элементов базовых конструкций или аналогов ЭМ [3—5]. При этом, одним из рациональных способов обеспечения требуемых виброакустических характеристик ЭМ является исключение резонансных явлений или реализация наиболее «безопасных» областей функционирования ЭМ.

Исследования проводились на ЭМ типов 4АА50А2, 4АА56В4 и 4АА63В4. Измерения проводились в соответствии с ГОСТ 12379—66 при работе ЭМ в режиме холостого хода при номинальном (380 *В*) и пониженном (100 *В*) напряжениях. Для измерения виброускорений применялся комплект аппаратуры фирмы «Брюль и Къер». При спектральном анализе регистрировались 1/3-октавные уровни виброускорений в диапазоне частот от 20 до 20000 *Гц*.

При определении резонансных частот и форм колебаний статора, соответствующих этим частотам, использовался метод измерений, изложенный в [3]. Для возбуждения колебаний двигателя с исследуемыми порядками применялся электродинамический возбудитель (ЭДВ), питаемый от звукового генератора фирмы «Брюль и Къер» т. 1022.

Для измерения порядков колебаний статора, соответствующих резонансным частотам, вибропреобразователи устанавливались по центру корпуса ЭМ в 4-х точках по окружности статора, отстоящих друг от друга на 90°. Сигналы от каждого вибропреобразователя через измерительные усилители прибора SDM-162 поступали в блок суммирования сигналов. Определенным образом выбранные варианты сложения (вычитания) сигналов от отдельных вибропреобразователей создавали на выходе блока суммирования сигналы, пропорциональные колебаниям статора только с вполне определенными формами. Отчетливо выявлены резонансные частоты, соответствующие порядкам колебаний $r = 1$ и 2. На рис. 1, 2 приведены результаты измерений ЭМ типа

4АА50А2. Аналогичные спектрограммы получены и для других исследуемых ЭМ.

Из рассмотрения амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) следует, что у ЭМ типа 4АА50А2 резонансная частота колебаний ротора с порядком $r = 1$ равна 1070 *Гц*, а резонансные частоты колебаний статора с порядком $r = 2$ имеют форму веера в диапазоне частот от 2500 до 4500 *Гц*. ЭМ типа 4АА56В4 имеет резонансные частоты колебаний с порядками $r = 1$ и 2, равные, соответственно, 990 *Гц* и 3700 *Гц*. У ЭМ типа 4АА63В4 наблюдается резонанс ротора на частоте 880 *Гц*, а статора — на 2440 *Гц* с $r = 2$.

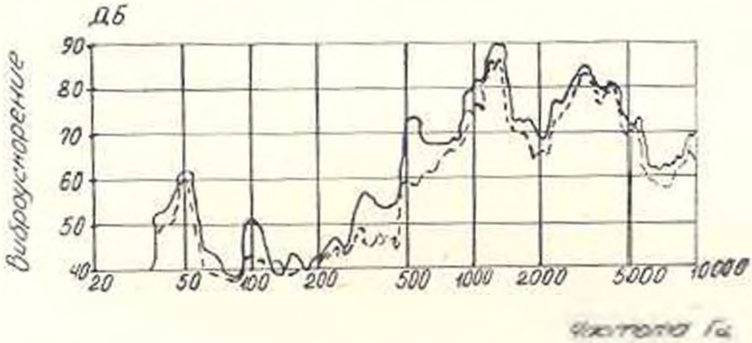

Рис. 1. Спектры уровней виброускорения ЭМ типа 4АА50А2.
—— при номинальном напряжении 380 *В*,
— — — при пониженном напряжении 100 *В*.

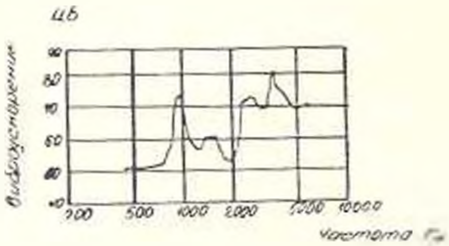

Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика ЭМ типа 4АА50А2.

Анализ полученных спектрограмм показывает, что для всех ЭМ повышенные уровни виброускорений обусловлены наличием больших возмущающих сил на частотах, близко расположенных к резонансным частотам колебаний. Для ЭМ типов 4АА50А2 и 4АА56В4 возмущающие силы, в основном, механического происхождения (спектрограммы вибраций при номинальном и пониженном напряжениях почти совпадают), а для 4АА63В4 — магнитного происхождения.

В таблице приведены наиболее «безопасные» области собственных частот исследованных ЭМ.

Таблица

Тип ЭМ	Резонансная частота, *Гц*	Форма колебаний	„Безопасная" область частот, *Гц*
4АА50А2	1[illegible]70 2500—4500	1 2	1500—2500 6000—8000
4АА56В4	990 3700	1 2	1500—2500 4500—7000
4АА63В4	280 2440	1 2	1000—17000 3500—6000

ВНИИЭлектромаш Поступило 29.XI.1979

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шубов И. Г.* Шум и вибрация электрических машин. Л., «Энергия», 1973.
2. *Алиханян К. А., Артемян Г. Л., Саргсян Г. О.* Модель расчета низкочастотных вибраций электродвигателей. Тр. ВЗПИ, вып. 109, М., 1977.
3. *Чебанюк В. К.* Экспериментальный анализ форм колебаний статоров и подшипниковых щитов электрических машин. «Электротехника», 1975, № 3.
4. *Мартиросян В. А.* Экспериментальные исследования вибрации асинхронных электродвигателей малой мощности. Тез. докл. Всесоюз. конф. молод. спец., ВНИИЭМ, М., 1976.
5. *Мартиросян В. А., Погосян Ж. Т.* К вопросу виброактивности асинхронных двигателей малой мощности с частотой питания 400 *Гц*. Сб. тез. докл. Респ. совещ. по вопр. кач. и надежн. эл. машин, Ереван, 1976.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Էջ

ԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱ

ՉԱՓՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

ՀԻԴՐԱՎԼԻԿԱ, ՀԻԴՐՈՏԵԽՆԻԿԱ

ԳԻՏԱԿԱՆ ՆՈԹԵՐ

СОДЕРЖАНИЕ

стр.

ЭНЕРГЕТИКА

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

ГИДРАВЛИКА, ГИДРОТЕХНИКА

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ