ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

Издается с 1947 г.

Журнал выходит на русском языке 6 раз в год

Խմբագրության հասցեն՝ Երևան-19, Բարեկամության փող. 24 գ.
Адрес редакции: Ереван-19, ул. Барекамутян, 21 г.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXII, № 5, 1979 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Р. С. МАРТИРОСЯН

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНЫХ ДАВЛЕНИЙ НА РАЗГРУЖЕННЫХ НАПРАВЛЯЮЩИХ

Анализ известных способов повышения устойчивости перемещений узлов станков показал, что наиболее перспективным является способ разгрузки направляющих [1, 2], который может привести к положительным результатам только при правильном определении распределения удельных давлений на направляющих, по которому вычисляется величина разгружающего усилия.

Предпринятая попытка учесть расчетным путем жесткость стола не дала результатов из-за большой трудоемкости составления алгоритмов и программ расчета. Поэтому ниже делаются допущения и принимается стол, как абсолютно жесткое тело. Обычно при расчете направляющих пренебрегают неравномерностью распределения удельных давлений по ширине направляющей. При широких направляющих это может привести к существенным отклонениям. В рассматриваемом случае, при наличии отверстий под разгружающие пробки и трех направляющих, лежащих в одной плоскости, указанное допущение нельзя считать оправданным. Вместо последовательного решения задачи в двух плоскостях рассматривается пространственная эпюра напряжений.

Выбираем оси координат в плоскости направляющих (рис. 1) таким образом, чтобы выполнить известные условия:

$$S_y = \int_F x dF = 0; \quad S_x = \int_F y dF = 0; \quad J_{xy} = \int_F xy dF = 0. \tag{1}$$

Суммарная площадь направляющих естественным образом разбивается на отдельные правильные площадки. Поэтому определение статистических моментов относительно любой системы координат $x'o'y'$ сводится к вычислению сумм:

$$S'_x = \sum_{i=1}^{m} F_i y_i; \tag{2}$$

$$S'_y = \sum_{i=1}^{m} F_i x'_i, \tag{3}$$

где m—число площадок; F_i, x'_i, y'_i —площадь и координаты центра тяжести i-ой площадки направляющих относительно осей $x'o'y'$.

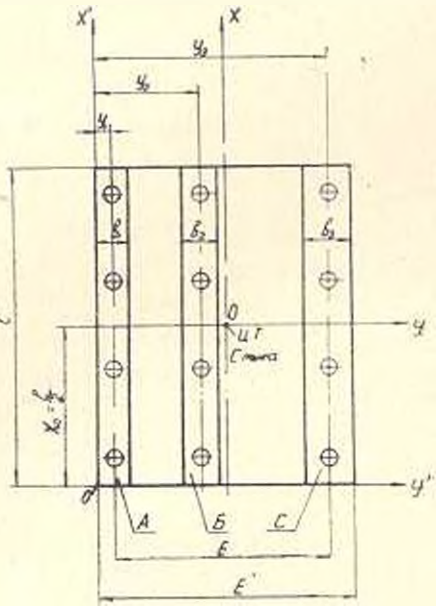


Рис. 1. Схема направляющих стола.

Для отверстий под пробки площадь принимается отрицательной. В рассматриваемом случае суммарная площадь направляющих состоит из трех площадок А, В и С прямоугольной формы, за вычетом площади отверстий, занятых разгружающими пробками. Положим, что площадь стыка направляющих имеет ось симметрии, параллельную $o'y'$. Тогда, одна из главных центральных осей (oy) совпадает с ней, а другая (ox) ей перпендикулярна. При этом имеем

$$x_0 = \frac{l}{2}, \quad S_x = 0, \quad J_{xy} = 0; \tag{4}$$

$$y_0 = \frac{S_x}{F} = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 - F_3 y_3}{F_1 + F_2 + F_3}, \tag{5}$$

где F_1, F_2, F_3 и y_1, y_2, y_3 — площади и координаты центров тяжести направляющих А, В и С.

Площадь i-той направляющей равна:

$$F_i = lb_i - \sum_{j=1}^{n} F_{nj} = lb_i\left(1 - \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} F_{nj}}{lb_i}\right), \tag{6}$$

где l, b_i —длина и ширина i-той направляющей;

d_{nj}, $F_{nj} = \frac{\pi d_{nj}^2}{4}$ —диаметр и площадь j-ой пробки; n—число пробок, расположенных на j-ой направляющей.

Если обозначить:

$$b_i' = b_i\left(1 - \frac{\sum\limits_{j=1}^{n} F_{nj}}{lb_i}\right), \tag{7}$$

то выражение для F_i примет простой вид:

$$F_i = lb_i', \tag{8}$$

где b_i' —приведенная (с учетом ослабления отверстиями под пробки) ширина i-ой направляющей.

Подставляя значение F, в (4), получим:

$$y_0 = \frac{S_x}{F} = \frac{b_1 y_1 + b_2 y_2 + b_3 y_3}{b_1 + b_2 + b_3}. \tag{9}$$

При несимметричном расположении пробок координата x_0 определяется аналогично y_0, а поворот главных центральных осей (при $J_{xy} \neq 0$) относительно $x' o' y'$ углом

$$\alpha_0 = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{2J_{xy}}{J_y - J_x}. \tag{10}$$

Принимаем, что напряжения (удельные давления) на направляющих распределяются по линейному закону

$$\sigma = A_1 x + B_1 y + C_1, \tag{11}$$

где A_1, B_1 и C_1 — постоянные коэффициенты, не зависящие от x и y. Это соответствует предположению линейной зависимости между контактной деформацией и напряжением, а также большой жесткости стола по сравнению с контактной жесткостью направляющих. Уравнения равновесия стола имеют вид:

$$\left|\begin{aligned} &\int_F \sigma dF = P; \\ &\int_F \sigma y dF = P l_y; \\ &\int_F \sigma x dF = P l_x, \end{aligned}\right. \tag{12}$$

где P — равнодействующая всех сил, действующих на стол, включая усилия от разгружающих пробок, но без давлений, действующих непосредственно на направляющие стола; l_x, l_y — координаты точки приложения равнодействующей.

Подставив значения из (11) во второе уравнение (12), получим:

$$\int_F (A_1 x + B_1 y + C_1)\, y dF = P l_y$$

или
$$A_1 \int_F xy dF + B_1 \int_F y^2 dF + C_1 \int_F y dF = P l_y. \tag{13}$$

Так как поверхность направляющих рассматривается в главных центральных осях, имеем:

$$\int_F xy dF = 0; \qquad \int_F y dF = 0.$$

Поэтому из (13) находим.

$$B_1 = \frac{P l_y}{\int_F y^2 dF} = \frac{P l_y}{J_x}. \tag{14}$$

Аналогичным образом из первого и третьего уравнений (12) получим:

$$\begin{cases} C_1 = \dfrac{P}{F}; \\ A_1 = \dfrac{Pl_x}{J_y}. \end{cases} \tag{15}$$

Теперь формула (11) для распределения напряжений по поверхности направляющих примет вид:

$$\sigma = P\left[\frac{1}{F} + \frac{l_x}{J_y}x + \frac{l_y}{J_x}\cdot y\right]. \tag{16}$$

Применительно к направляющим столов расточных станков это выражение справедливо, если эпюра напряжений охватывает всю рабочую площадь направляющих и напряжения (удельные давления) остаются всюду положительными ($\sigma>0$).

По физическому смыслу $F>0$, $J_x>0$, $J_y>0$, а также $P>0$. Наименьшее значение σ достигает в одной из четырех наиболее удаленных точках (углах) направляющих. При этом, знаки координат этой точки x_k, y_k противоположны знакам, соответствующим координатам точки приложения равнодействующей внешних сил, т. е.

$$\begin{cases} l_x x_k < 0, \\ l_y y_k < 0. \end{cases} \tag{17}$$

В частности, если $l_x>0$, $l_y>0$, то $x_k = -x_0$; $y_k = -y_0$ (рис. 1). Если

$$\sigma_{\min} = P\left[\frac{1}{F} + \frac{l_x}{J_y}x_k + \frac{l_y}{J_x}y_k\right] < 0, \tag{18}$$

то при наличии зазоров между направляющими станины и планками стола фактическая рабочая площадь направляющих уменьшается и формула (16) перестает быть справедливой. Для определения распределения удельных давлений в этом случае предлагается следующий метод последовательных приближений, удобный для реализации его при расчете на ЭВМ.

Полагая в (16) $\sigma=0$, находим уравнение нейтральной линии сечения направляющих (в предположении отсутствия зазоров в планках направляющих). Площадь направляющих, охваченную положительным напряжением, принимаем за новую рабочую поверхность направляющих и вычисляем для нее положение главных центральных осей, моментов J_x и J_y. Затем снова проверяем условие $\sigma_{\min}\geq 0$ и если оно с заданной точностью не выполняется, то процесс итераций продолжается. Для плоского напряженного состояния хорошая сходимость этого метода последовательных приближений легко доказывается.

Подставляя в (16) координаты каждой из четырех наиболее удаленных точек направляющей и полагая $\sigma=0$, получим уравнение замкнутого граничного контура—геометрического места точек приложения

равнодействующей внешних сил P, при которых $\sigma_{min}=0$. Для области, находящейся внутри этого контура, $\sigma>0$.
Перепишем выражение σ в виде

$$\sigma=\frac{P}{F}\left[1+\frac{l_xF}{J_y}x+\frac{l_yF}{J_x}y\right]. \tag{19}$$

Так как

$$\frac{J_y}{F}=i_y^2,\qquad \frac{J_x}{F}=i_x^2,$$

где i_y, i_x —радиусы инерции площади направляющих относительно ее главных центральных осей, то

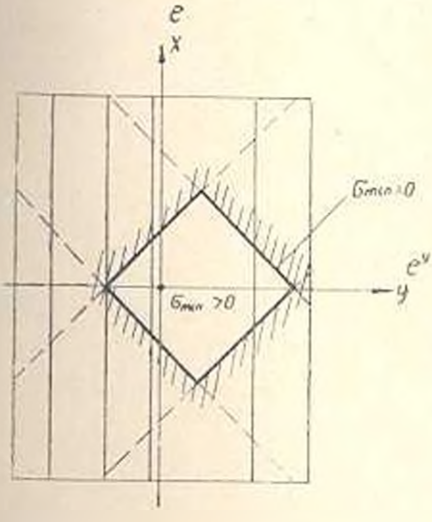
$$\sigma=\frac{P}{F}\left[1+\frac{l_x}{i_y^2}x+\frac{l_y}{i_x^2}y\right]. \tag{20}$$

Тогда уравнения граничных кривых запишутся в виде:

$$\sigma=\frac{P}{F}\left[1+\frac{l_x}{i_y^2}x_k+\frac{l_y}{i_x^2}y_k\right]=0$$

или

$$\frac{\frac{l_x}{i_y^2}}{-x_k}+\frac{\frac{l_y}{i_x^2}}{-y_k}=1.$$



Фиг. 2. Форма замкнутого граничного контура.

Зависимость (21) — это уравнение прямых в форме отрезков, отсекаемых на координатных осях граничный контур, имеющий форму четырехугольника (рис. 2) и не зависящий от величины равнодействующей P.

Полагаем теперь, что пробки приработались и распределение давления по их рабочей поверхности равномерное. Равнодействующая внешних сил равна:

$$P=G_{ст}+G_{изд}-\sum_{j=1}^{m}Q_j.$$

где $G_{ст}$ и $G_{изд}$ — соответственно, вес стола и изделия, устанавливаемого на стол; Q_j —разгружающее усилие j-ой пробки.

$$\begin{cases} M_y = G_{ст}\, x_{Gc} + G_{изд}\, x_{Gи} - \sum_{j=1}^{m} Q_j\, x_{oj}, \\ M_x = G_{ст}\, y_{Gc} + G_{изд}\, y_{Gи} - \sum_{j=1}^{m} Q_j\, y_{oj}, \\ l_x P = M_y, \quad l_y P = M_x. \end{cases} \tag{22}$$

Тогда

$$\begin{cases} l_x = \dfrac{G_{ст}\, x_{Gc} + G_{изд}\, x_{Gи} - \sum_{j=1}^{m} Q_j x_{oj}}{G_{ст} + G_{изд} - \sum_{j=1}^{m} Q_j}, \\ l_y = \dfrac{G_{ст}\, y_{Gc} + G_{изд}\, y_{Gи} - \sum_{j=1}^{m} Q_j\, y_{oj}}{G_{ст} + G_{изд} - \sum_{j=1}^{m} Q_j}. \end{cases} \tag{23}$$

Подставляя значения l_x и l_y в (20), находим искомое выражение для распределения давлений на направляющих.

Положение центра тяжести изделия, устанавливаемого на стол станка, может изменяться. Так как данная конструкция разгрузки не предусматривает регулировку усилий разгружающих пробок при изменении веса детали или ее расположения на столе, то для уменьшения углов наклона стола в вертикальной плоскости и равномерного распределения давлений целесообразно принять:

$$\begin{aligned} G_{ст}\, x_{Gст} - \sum_{j=1}^{m} Q_j x_{oj} = 0; \\ G_{ст}\, y_{Gc} - \sum_{j=1}^{m} Q_j\, y_{oj} = 0. \end{aligned} \tag{24}$$

Это соответствует совпадению центров тяжести стола и сил разгрузки направляющих. При этом будем иметь:

$$\begin{cases} l_x = \dfrac{G_{изд}\, x_{Gи}}{G_{ст} + G_{изд} - \sum_{j=1}^{m} Q_j} = \dfrac{G_{изд}\, x_{Gи}}{P}; \\ l_y = \dfrac{G_{изд}\, y_{Gи}}{G_{ст} + G_{изд} - \sum_{j=1}^{m} Q_j} = \dfrac{G_{изд}\, y_{Gи}}{P}. \end{cases} \tag{25}$$

Подставим l_x и l_y в выражение (20):

$$\sigma = \frac{P}{F}\left[1 + \frac{G_{\text{изд}}\, x_{G_{\text{и}}}}{P i_y^2}\, x + \frac{G_{\text{изд}}\, y_{G_{\text{и}}}}{P i_x^2}\, y\right],$$

$$\sigma = \frac{1}{F}\left[G_{\text{ст}} - \sum_{j=1}^{m} Q_j + G_{\text{изд}}\left(1 + \frac{x_{G_{\text{и}}}}{i_y^2}\, x + \frac{y_{G_{\text{и}}}}{i_x^2}\, y\right)\right]. \tag{26}$$

Эта формула определяет распределение удельных давлений на направляющих стола, когда центр сил разгрузки от пробок совпадает с центром тяжести стола.

Полагая $\sigma=0$ и $x=x_k$, $y=y_k$, можно из (26) получить граничные кривые, определяющие положения центра тяжести изделия, при которых $\sigma_{\min}=0$. При положении центра тяжести изделия внутри кривой имеем $\sigma_{\min}>0$.

При $\sum\limits_{j=1}^{m} Q_j=0$, выражение (26) будет определять распределение давлений при отсутствии разгрузки. Если известны предельные положения центра тяжести изделия $x_{G_{\text{и}}}^{\text{пред}}$ и $y_{G_{\text{и}}}^{\text{пред}}$, то из (26), полагая $\sigma=0$, $x=x_k$, $y=y_k$, можно определить величину усилия по суммарной разгрузке направляющих

$$Q_p = \sum_{j=1}^{m} Q_j.$$

При этом из (26) имеем

$$Q'_p = \sum_{j=1}^{m} Q_j = G_{\text{ст}} + G_{\text{изд}}\left(1 + \frac{x_{G_{\text{и}}}^{\text{пред}}}{j_y^2}\, x_k + \frac{y_{G_{\text{и}}}^{\text{пред}}}{j_x^2}\, y_k\right).$$

Наименьшее значение Q'_p, полученное из этого выражения при различных значениях $x_{G_{\text{и}}}^{\text{пред}}$, $y_{G_{\text{и}}}^{\text{пред}}$, x_k, y_k, принимается в качестве искомого.

По найденному значению Q_p выбираются усилия каждой из разгружающих пробок и их геометрические размеры с учетом допускаемых удельных давлений на пробки.

Ереванский з-д «Станконормаль»

Поступило 1.VII.1978

Ի. Ս. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

ՏԵՍԱԿԱՐԱՐ ՃՆՇՄԱՆ ԲԱՇԽՈՒՄԸ ԲԵՌՆԱԹԱՓՎԱԾ ՈՒՂՂՈՐԴՆԵՐԻ ՎՐԱ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դանդաղ (սահուն) տեղաշարժերի ժամանակ շարժման կայունության ապահովումը հաստոցներում ներկայումս ձեռք է բերել հատուկ նշանակու-

թյուն, որը պայմանավորված է դետալների մշակման որակի նկատմամբ աճող պահանջներով։

Տեղաշարժման կայունության ապահովման ներկայումս հայտնի ձևերից առավել հեռանկարային է հանդիսանում ուղղորդների բեռնաթափման ձևը, որը իրականացվում է հատուկ բեռնաթափման խցանների միջոցով։ Դրանց շնորհիվ տեսակարար ճնշումները վերաբաշխվում են այնպես, որ նշանակալիորեն բարելավվում են շփման բնութագրերը և քչանում ուղղորդների մաշվածության չափը։ Բեռնաթափվող ուժի մեծությունը և խցանների երկրաչափական չափերի հաշվարկը կատարվում է ըստ տեսակարար ճնշման։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мартиросян Р. С., Фролов Б. А.* Повышение плавности перемещений столов горизонтально-расточных станков малых габаритов. «Промышленность Армении», 1972, № 1.
2. *Мартиросян Р. С.* Улучшение характеристик трения направляющих столов горизонтально-расточных станков малых габаритов. «Промышленность Армении», 1973, № 1.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXII, № 5, 1979 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Н. Н. ОРЛОВ, Г. Р. САГАТЕЛЯН

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУДЫ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ ПО РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИТИРОЧНОГО ДИСКА

Пусть притирочный диск 1 (рис. 1) толщиной h получает поперечные ультразвуковые колебания от волновода 2, причем притир крепится к волноводу посредством резьбового соединения. Радиус притира a, а радиус выходного торца волновода равен b.

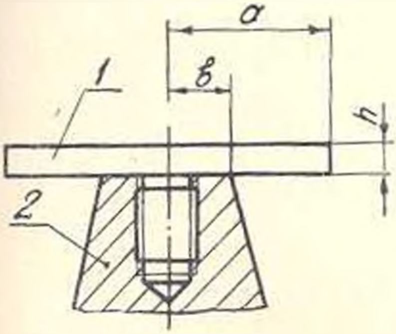


Рис. 1. Схема наложения ультразвуковых колебаний на притир.

При допущениях, что: а) при деформации, нормали к срединной поверхности остаются прямыми и б) нормальные напряжения на площадках, параллельных срединной поверхности, равны нулю, дифференциальное уравнение поперечного смещения срединной поверхности в полярных координатах записывается в виде [1]:

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\right]^2 w = 0, \qquad (1)$$

где w — поперечное смещение точек срединной поверхности;

h, ρ, ν, E — толщина, плотность, коэффициент Пауссона и модуль упругости материала притира; t, r, φ — время, радиус и полярный угол. ный угол.

Решение уравнения (1) отыскивается в виде $w = w(r, \varphi)\cos\omega t$, где $\omega = 2\pi f$ — круговая частота накладываемых на притир ультразвуковых колебаний. После введения обозначения $r = a\lambda$, где λ — безразмерная величина, причем $0 \le \lambda \le 1$, уравнение (1) принимает вид

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{\lambda}\cdot\frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{1}{\lambda^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\right]^2 w - k^4 w = 0, \qquad (2)$$

где

$$k^4 = \frac{12(1-\nu^2)\rho\omega^2 a^4}{Eh^2}. \qquad (3)$$

Решение уравнения (2) отыскивается в виде $w(r,\varphi) = W(r)\cos n\varphi$, где n — число возникающих на поверхности притира узловых диаметров. После подстановки, (2) распадается на два дифференциальных уравнения:

$$\frac{d^2 W}{d(kr)^2} + \frac{1}{kr}\cdot\frac{dW}{d(kr)} + \left[1 - \frac{n^2}{(kr)^2}\right] W = 0; \tag{4}$$

$$\frac{d^2 W}{d(kr)^2} + \frac{1}{kr}\cdot\frac{dW}{d(kr)} - \left[1 + \frac{n^2}{(kr)^2}\right] W = 0. \tag{5}$$

Решениями уравнения (4) являются функции Бесселя порядка n первого $J_n(kr)$ и второго $Y_n(kr)$ рода, а уравнения (5) — функции Бесселя от мнимого аргумента первого $I_n(kr)$ и второго рода $K_n(kr)$. Следовательно, распределение амплитуды УЗК по рабочей поверхности притира в общем случае имеет вид:

$$w = [C_1 J_n(kr) + C_2 Y_n(kr) + C_3 I_n(kr) + C_4 K_n(kr)]\cos n\varphi, \tag{6}$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 — постоянные интегрирования.

Значения функций Бесселя можно рассчитывать по известным формулам [2]:

$$J_0(x) = 1 - \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^4}{1^2\cdot 2^2} - \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^4}{1^2\cdot 2^2\cdot 3^2} + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^8}{1^2\cdot 2^2\cdot 3^2\cdot 4^2} - \cdots;$$

$$J_1(x) = \frac{1}{2}x - \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^3}{1^2\cdot 2} + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^5}{1^2\cdot 2^2\cdot 3} - \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^7}{1^2\cdot 2^2\cdot 3^2\cdot 4} + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^9}{1^2\cdot 2^2\cdot 3^2\cdot 4} - \cdots;$$

$$I_0(x) = 1 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^4}{1^2\cdot 2^2} + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^6}{1^2\cdot 2^2\cdot 3^2} + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^8}{1^2\cdot 2^2\cdot 3^2\cdot 4^2\cdot 5} + \cdots;$$

$$I_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^3}{1^2\cdot 2} + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^5}{1^2\cdot 2^2\cdot 3} + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^7}{1^2\cdot 2^2\cdot 3^2\cdot 4} + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^9}{1^2 2^2\cdot 3^2\cdot 4^2\cdot 5} + \cdots;$$

$$Y_0(x) = \frac{2}{\pi}\left(C + \ln\frac{x}{2}\right)J_0(x) + \frac{2}{\pi}\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^2}{(1!)^2} -$$

$$-\frac{2}{\pi}\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^4}{(2!)^2}\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{\pi}\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^6}{(3!)^2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \cdots;$$

$$Y_1(x) = \frac{2}{\pi}\left(C + \ln\frac{x}{2}\right)J_1(x) - \frac{2}{\pi x} -$$

$$-\frac{1}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(-1)^p}{p!\,(p+1)!}\left(\frac{x}{2}\right)^{2p+1}\left\{2\left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{p}\right) + \frac{1}{p+1}\right\};$$

$$K_0(x) = -\left(C + \ln\frac{x}{2}\right) I_0(x) +$$

$$+\frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^2}{(1!)^2} + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^4}{(1!)^2}\left(1+\frac{1}{2}\right) + \frac{\left(\frac{1}{2}x\right)^6}{(3!)^2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) + \cdots;$$

$$K_1(x) = \left(C + \ln\frac{x}{2}\right) I_1(x) -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{1}{p!(1+p)!}\left(\frac{x}{2}\right)^{2p+1}\left\{2\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{p}\right)+\frac{1}{p+1}\right\},$$

где $C=0{,}5772157$—постоянная Эйлера

Для определения постоянных интегрирования C_1, C_2, C_3, C_4 предлагается следующая классификация возможных конструкций закрепления притира (рис. 2). Вследствие того, что присоединение не должно вносить рассогласования в акустическую систему «магнитострикционный преобразователь—волновод», притир может быть закреплен либо в точках пучностей волновода (рис. 2а, б), либо в точках узлов (рис.

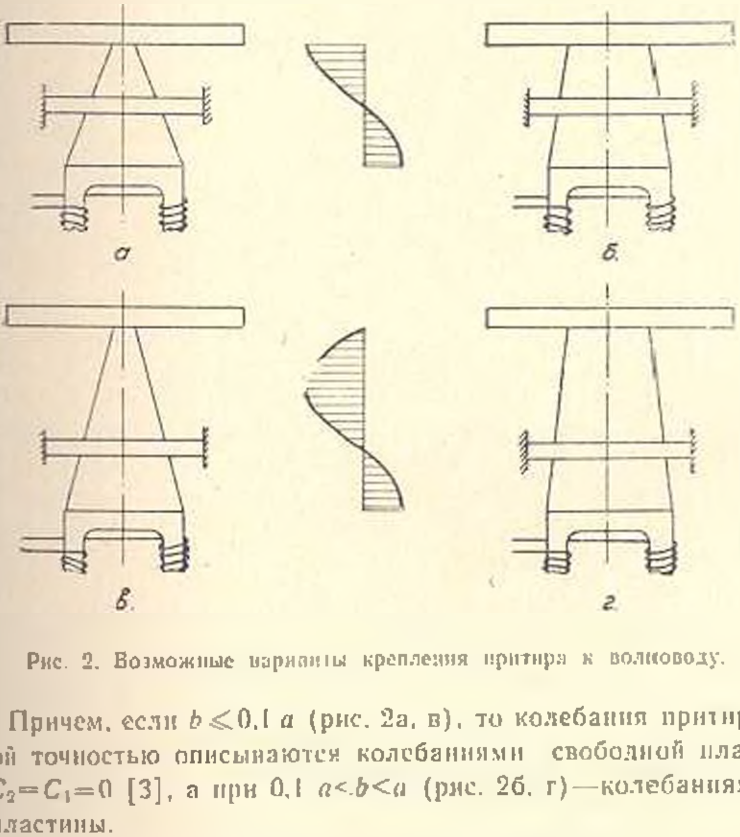


Рис. 2. Возможные варианты крепления притира к волноводу.

2в, г). Причем, если $b \leqslant 0{,}1\,a$ (рис. 2а, в), то колебания притира с достаточной точностью описываются колебаниями свободной пластины и тогда $C_2=C_1=0$ [3], а при $0{,}1\,a<b<a$ (рис. 2б, г)—колебаниями кольцевой пластины.

При работе по схемам, приведенным на рис. 2а, б, форма колебаний притира не имеет узловых диаметров, т. е. возможны только узловые окружности, а на рис. 2в, г возможны только формы колебаний притира с узловыми диаметрами. Поэтому имеют место следующие случаи распределения амплитуды УЗК по рабочей поверхности притира:

1-й случай (рис. 2а) — $w = C_1 J_0 (k\lambda) + C_3 I_0 (k\lambda)$; (6.1)

2-й случай (рис. 2б) — $w = C_1 J_0 (k\lambda) + C_2 Y_0 (k\lambda) + C_3 I_0 (k\lambda) + C_4 K_0 (k\lambda)$; (6.2)

3-й случай (рис. 2в) — $w = [C_1 J_n (k\lambda) + C_3 I_n (k\lambda)] \cos n\varphi$; (6.3)

4-й случай (рис. 2г) — формула (6).

Постоянные интегрирования C_1, C_2, C_3, C_4 определяются из граничных условий. На наружном контуре притира ($\lambda = 1$) должны выполняться равенства:

$$M_r = 0; \tag{7}$$

$$V = Q_r - \frac{\partial M_{r\varphi}}{r d\varphi} = 0, \tag{8}$$

где M_r, $M_{r\varphi}$ — изгибающий и крутящий моменты; Q_r, V — поперечная и обобщенная поперечная силы.

Величины, входящие в (7) и (8), могут быть определены из формул [4]:

$$M_r = -D\left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu\left(\frac{1}{r} + \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}\right)\right]; \tag{9}$$

$$Q_r = -D\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}\right]; \tag{10}$$

$$M_{r\varphi} = (1-\nu) D\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial r\, \partial\varphi} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi}\right), \tag{11}$$

где $D = \dfrac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ — цилиндрическая жесткость.

Еще два уравнения могут быть определены из условий на внутреннем контуре притира ($\lambda = b/a$). Обычно в литературе они записываются в виде:

$$w = 0; \tag{12}$$

$$\frac{\partial w}{\partial r} = 0. \tag{13}$$

Однако, как видно из рис. 2, уравнение (12) справедливо лишь для случаев закрепления притира в узловых точках волновода. Для случаев 1 и 2 можно предложить вместо (12) пользоваться уравнением

$$w = A, \tag{14}$$

где A — амплитуда колебаний выходного торца волновода.

Рассмотрим в качестве наиболее простого примера определение постоянных интегрирования для 1-го случая, т. е. при $b \leqslant 0{,}1\,a$ и закреплении притира в пучности волновода.

Подставляя уравнение (6.1) в (9), (10) и (11), а полученные значения M_r, Q_r и M_t —в (7) и (8), получаем:

$$-C_1[kJ_0(k)-(1-\nu)J_1(k)]+C_3[kI_0(k)-(1-\nu)I_1(k)]=0; \quad (15)$$

$$C_1J_1(k)+C_3I_1(k)=0. \quad (16)$$

При этом используются правила дифференцирования функций Бесселя:

$$\frac{d}{dx}J_n(x)=\frac{n}{x}J_n(x)-J_{n-1}(x);$$

$$\frac{d}{dx}I_n(x)=-\frac{n}{x}I_n(x)+I_{n-1}(x).$$

Исключением из (15) и (16) C_1 и C_3, приходим к уравнению:

$$\frac{J_0(k)}{J_1(k)}+\frac{I_0(k)}{I_1(k)}=\frac{2(1-\nu)}{k}. \quad (17)$$

Для $\nu=0{,}25$ (материал притира—чугун) первые четыре корня (17) равны: $k_1=2{,}982$; $k_2=6{,}192$; $k_3=9{,}362$; $k_4=12{,}519$. Каждый из корней k_i физически характеризует частоту колебаний притира с количеством узловых окружностей, равным i.

После подстановки k_i в (15) и (16), эти уравнения вырождаются в одно, а уравнение (13) выполняется тождественно. Здесь становится очевидным значение введенного нами уравнения (11), которое в данном случае записывается в виде:

$$C_1J_0(0)+C_3I_0(0)=A,$$

причем, вследствие того, что $J_0(0)=1$ и $I_0(0)=1$, имеем $C_1+C_3=A$. На основании последнего уравнения, выродившегося в одно уравнение (15) и (16), получаем значения постоянных интегрирования C_1 и C_3, приведенные в таблице.

Таблица

Постоянные интегрирования для схемы на рис. 2а

Собственное число	Постоянные интегрирования	
k	C_1	C_3
2,982	1,0965 A	—0,0965 A
6,192	0,9968 A	—0,0032 A
9,362	1,00013 A	—0,00013 A
12,519	0,9999944 A	—0,0000056 A

По данным таблицы и уравнению (6.1) построены кривые распределения амплитуды наложенных на притир УЗК вдоль его радиуса (рис. 3).

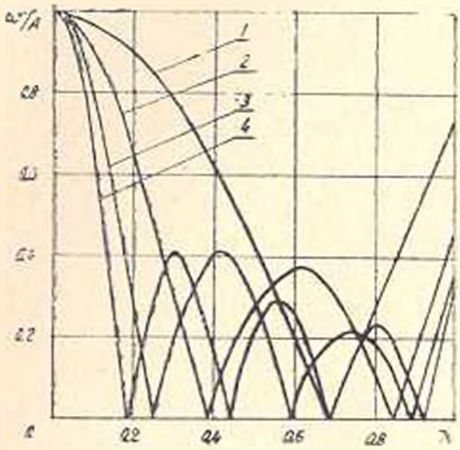


Рис. 3. Распределение амплитуды УЗК для случая на рис. 2а при одной (1), двух (2), трех (3) и четырех (4) узловых окружностях.

Предложенная методика дает возможность прогнозировать величину съема обрабатываемого материала при ультразвуковой доводке. Съем определяется в виде:

$$Q = \mu \sum_{j=1}^{m} K_j L_j, \qquad (18)$$

где K_j — интенсивность изнашивания при j-том дискретном значении амплитуды УЗК, численно равная массе удаленного материала заготовки при ее перемещении по поверхности притира на 1 *мм*; L_j —длина дуги контакта заготовки с областью притира, имеющей j-тое дискретное значение амплитуды УЗК; m —количество дискретно различающихся значений амплитуды УЗК, μ —количество повторяющихся циклов.

Интенсивность изнашивания обрабатываемого материала K_j может быть определена для фиксированных значений давления, рода и зернистости абразива, материала притира и т. д. путем моделирования на специальном стенде, позволяющим накладывать на один из элементов изнашиваемой пары УЗК с данным j-тым значением амплитуды.

Если известна траектория движения заготовки по притиру и радиусы, ограничивающие данное j-тое значение амплитуды УЗК, то длина дуги контакта L_j может быть определена известными методами [5].

Изложенная методика определения амплитуды УЗК для любой точки притира внедрена на Арзнинском производственном объединении «Кристалл» для назначения режимов ультразвуковой доводки изделий из монокристаллического корунда.

МВТУ им. Баумана Поступило 2.III.1979.

Պ. Ն. ՕՐԼՈՎ, Հ. Ռ. ՍԱՎԱԹՅԱՆ

ԿԻՊԱՀՂԿԻՉ ՍԿԱՎԱՌԱԿԻ ԲԱՆՎՈՐԱԿԱՆ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՎՐԱ ՈՒԼՏՐԱՁԱՅՆԱՅԻՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԱՄՊԼԻՏՈՒԴԻ ԲԱՇԽՈՒՄԸ

Ամփոփում

Կրպահղկիչի բանվորական մակերևույթի վրա ուլտրաձայնային տատանումների ամպլիտուդի բաշխումը որոշվում է արտաքին պարզված տպա. կլոր սալիկի տատանումների դիֆերենցիալ հավասարման լուծումից։ Առաջարկված է կրպահղկիչի՝ ալիքատարին ամրացնելու պայմանների դասակարգում։

Տրված է բանաձև հաշվարկելու մշակվող նյութի հանման չափը բառ մաշման ինտենսիվության և հղկման աղեղների երկարության այն տիրույթների հետ, որոնք ունեն ուլտրաձայնային տատանումների ամպլիտուդի տրված դիսկրետ արժեքը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Southwell R. V.* On the free vibrations of a uniform circular disc clamped at its centre and on the effect of rotation. Proc. Roy. Soc. of London (A). 1922 v. 101, p. 133.
2. *Двайт Г. Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. М., «Наука», 1978, с. 161—169.
3. *Гонткевич В. С.* Собственные колебания пластинок и оболочек. Киев, «Наукова думка», 1964, с. 35—57.
4. *Тимошенко С. П.* Пластинки и оболочки. М.—Л., Гостехиздат, 1948, с. 250.
5. *Орлов П. Н.* и др. Доводка прецизионных деталей машин. М., «Машиностроение», 1978, с. 134—154.

2--1078

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXII, № 5, 1979 Серия технических наук

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

В. А. АМБАРЦУМЯН

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ И ФОРМ СВОБОДНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ

Для определения частот и форм свободных нелинейных колебаний систем со многими степенями свободы обычно используются асимптотические методы [1, 2]. Они применимы для систем, характер деформирования которых достаточно близок к линейной зависимости. Вследствие этого функцию, определяющую закон нелинейного деформирования, удается разложить в степенной ряд, содержащий малый параметр. При решении задачи принимается, что формы нелинейных колебаний пропорциональны соответствующим формам линейных колебаний. Аналитическое исследование колебаний произвольных нелинейно-деформируемых систем представляет значительные математические трудности. Многомассовые системы, для которых неприменим асимптотический метод, исследованы в работах [3, 4]. Решение получено с помощью потенциальной функции, использованием свойств геодезических линий в пространстве.

В данной статье определены точные значения частот и форм свободных нелинейных колебаний многомассовых систем, которые являются расчетными схемами многоэтажных каркасных зданий. Применяется метод, представляющий обобщение метода, используемого Дуффингом при исследовании систем с одной степенью свободы [5].

Рассмотрим свободные колебания многоэтажного здания, масса которого сосредоточена на уровнях перекрытий. Принимается, что зависимость между напряжением σ и относительной деформацией ε имеет вид степенной функции:

$$\sigma = B|\varepsilon|^{\mu-1}\varepsilon, \qquad \mu = \frac{1}{r}, \quad r = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots, \tag{1}$$

где $B > 0$, $\mu \le 1$ — постоянные. При $\mu = 1$, $B = E$, E — модуль упругости. Уравнения движения рамной системы с недеформируемыми ригелями имеют вид [6]:

$$m_i \ddot{y}_i + a_{ir}(y_i - y_{i-1})^{\frac{1}{r}} - a_{i+1,r}(y_{i+1} - y_i)^{\frac{1}{r}} = 0, \tag{2}$$

$$i = 1,\ 2 \cdots n, \qquad y_0 = 0, \qquad a_{n+1,r} = 0,$$

где m_i — масса, сосредоточенная на уровне i-го этажа: y_i, $\ddot{y}_i$ — перемещение и ускорение i-ой массы: a_{ir} — жесткость i-го этажа при нелинейном деформировании:

$$a_{ir} = \frac{(r+2)^{\frac{1}{r}} \cdot 2^{\frac{r+1}{r}} \sum\limits_{k=1}^{s} BJ_{kr}^{(i)}}{H_i^{\frac{r+2}{r}}}, \quad \text{при} \quad r = 1, \quad a_{i1} = \frac{12}{H_i^3} \sum_{k=1}^{s} EJ_{k1}^{(i)};$$

H_i — высота i-го этажа; s — количество стоек этажа; $J_{kr}^{(i)}$ — обобщенный момент инерции k-ой стойки i-го этажа. При прямоугольном сечении колонн с размерами поперечного сечения b и h, J_r определяется выражением [7]:

$$J_r = \frac{bh^{2+\frac{1}{r}}}{2^{2+\frac{1}{r}}\left(1+\frac{1}{2r}\right)}, \quad \text{при} \quad r = 1, \; J_1 = \frac{bh^3}{12}.$$

Уравнения (2) имеют место при r нечетном. При четном r восстанавливающая сила должна быть представлена в виде, аналогичном (1).

Определим периоды и соответствующие им формы свободных колебаний данной системы. Как и в линейных системах, формы колебаний нелинейной системы характеризуются тем, что все массы колеблются с одним и тем же периодом и проходят через положение равновесия одновременно. Тем самым, следуя Р. Розенбергу [4], принимается, что формы колебаний линейной и нелинейной систем имеют одинаковые свойства.

Для решения задачи представим (2) в виде:

$$\frac{d(\dot{y}_i)^2}{dy_i} = -2\frac{a_{ir}}{m_i}(y_i - y_{i-1})^{\frac{1}{r}} + 2\frac{a_{i+1,r}}{m_{i+1}}(y_{i+1} - y_i)^{\frac{1}{r}}, \quad i = 1, 2, \cdots, n. \tag{3}$$

Интегрируя (3), при начальных условиях $y_i(0) = C_i$, $\dot{y}_i(0) = 0$, получим:

$$\dot{y}_i^2 = -2\frac{a_{ir}}{m_i}\int_{C_i}^{y_i}(y_i - y_{i-1})^{\frac{1}{r}}\,dy_i + 2\frac{a_{i+1,r}}{m_{i-1}}\int_{C_i}^{y_i}(y_{i+1} - y_i)^{\frac{1}{r}}\,dy_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n. \tag{4}$$

Обозначая $\frac{y_i}{y_n} = \gamma_i$ и учитывая, что при одночастотных колебаниях γ представляется величиной постоянной, получим:

$$y_i'' = -2\frac{a_{ir}}{m_i}\frac{r}{1+r}\left(1-\frac{\gamma_{i-1}}{\gamma_i}\right)^{\frac{1}{r}}\left(y_i^{\frac{1}{r}+1}-C_i^{\frac{1}{r}+1}\right)+$$

$$+2\frac{a_{i+1,r}}{m_{i+1}}\cdot\frac{r}{1+r}\left(\frac{\gamma_{i+1}}{\gamma_i}-1\right)^{\frac{1}{r}}\left(y_i^{\frac{1}{r}+1}-C_i^{\frac{1}{r}+1}\right),\ i=1,\ 2,\cdots,\ n. \tag{5}$$

Разделяя переменные и интегрируя по t от $t=0$ до $t=T/4$ и по y_i от $y_i=C_i$ до $y_i=0$, получим:

$$\frac{T}{4}=\frac{\int\limits_0^1\frac{du}{\sqrt{\left(1-u^{\frac{1+r}{r}}\right)}}}{\sqrt{2\frac{r}{1+r}\left[\frac{a_{ir}}{m_i}\left(1-\frac{\gamma_{i-1}}{\gamma_i}\right)^{1/r}-\frac{a_{i+1,r}}{m_{i+1}}\left(\frac{\gamma_{i+1}}{\gamma_i}-1\right)^{1/r}\right]}}\cdot C_i^{\frac{1-r}{2r}}, \tag{6}$$

где T—период нелинейных колебаний.

Обозначая

$$\frac{1}{\lambda}=\left(\frac{T\sqrt{2\frac{r}{1+r}\cdot\frac{a_{1r}}{m_1}}}{4I\,C_n^{\frac{r+1}{2r}}}\right)^2;\quad \int\limits_0^1\frac{du}{\sqrt{1-u^{\frac{1+r}{r}}}}=I,$$

$$a_{ir}=a_{1r}\,\alpha_i,\quad m_i=m_1\,\mu_i \tag{7}$$

и имея ввиду, что $C_i^{\frac{1-r}{2r}}=\gamma_i^{\frac{1-r}{2r}}\cdot C_n^{\frac{1-r}{2r}}$

получим:

$$\lambda=\left[\frac{\alpha_i}{\mu_i}(\gamma_i-\gamma_{i-1})^{1/r}-\frac{\alpha_{i+1}}{\mu_{i+1}}(\gamma_{i+1}-\gamma_i)^{1/r}\right]\cdot\frac{1}{\gamma_i},\ i=1,\ 2,\cdots,\ n. \tag{8}$$

В данной системе уравнений входят неизвестные значения периода (выраженного через λ) и соответствующие коэффициенты формы колебаний γ. Уравнение для определения периодов колебаний получим, воспользовавшись граничным условием

$$\gamma_0=y_0/y_n=0. \tag{9}$$

Из (8), при $i=n$, получим

$$\gamma_{n-1}=1-\lambda^r\left(\frac{\mu_n}{\alpha_n}\right)^r,$$

при этом имелось ввиду, что

$$\gamma_n=1;\ \alpha_{n+1}=0.$$

Из системы (8) реккурентным способом определяем:

$$\gamma_{i-1}=\gamma_i-\left(\frac{\mu_i}{\alpha_i}\right)^r\left[\frac{\alpha_{i+1}}{\mu_{i+1}}(\gamma_{i+1}-\gamma_i)^{1/r}+\lambda\gamma_i\right]^r. \tag{10}$$

Уравнение (9) в раскрытом виде имеет вид:

$$\gamma_0 = \gamma_1 - \left(\frac{\mu_1}{\alpha_1}\right)^r \left[\frac{\alpha_2}{\mu_2}(\gamma_2 - \gamma_1)^{1/r} + \lambda\gamma_1\right]^r = 0, \tag{11}$$

где γ_1 γ_2 и вообще γ_j определяются с помощью (10).

С помощью (11) определяются значения λ_j, через которые выражаются значения периодов j-ой формы:

$$T_j = 4I \sqrt{\frac{1+r}{2r}\cdot\frac{m_1}{a_{1r}}\cdot\frac{1}{\lambda_j}}\cdot C_{nj}^{\frac{r-1}{2r}}. \tag{12}$$

После определения λ_j коэффициенты j-ой формы колебаний γ_{ij} вычисляются с помощью (10).

Изложенный метод определения периодов и форм колебаний применим и при линейных колебаниях, т. е. в случае $r=1$. Формула (12) показывает характерную для нелинейных систем зависимость периода от амплитуды колебаний. Период колебаний зависит только от амплитуды перемещения одного этажа (в данном случае n-го), так как форма колебаний уже является определенной.

Нами были определены λ_j и γ_{ij}, $j=1, 2, 3$ для многоэтажных зданий, при равных значениях сосредоточенных масс и жесткостей этажей, т. е. при $\alpha_i = \mu_i = 1$. Вычисления проводились при $r=3$. В отличие от случая линейных колебаний, алгебраическое уравнение (11) имеет степень больше n. При этом, степень уравнения (11) зависит от параметра нелинейного деформирования r. Однако, численное исследование уравнения (11) показало, что также имеются n действительных значений λ_j, $j=1, 2,\ldots n$ и соответствующие им n форм колебаний. Как и при линейных колебаниях, первая форма не имеет узловой точки, вторая имеет одну узловую точку и т. д. Полученные значения λ_j, $j=1, 2, 3$ приведены в табл.

Таблица

Этажность	Корни урав. (11)		
	λ_1	λ_2	λ_3
2	0,50999	1,42	
3	0,3328	1,23591	1,475
4	0,24009	0,90591	1,4387
5	0,18459	0,7118	1,2575
6	0,14809	0,6117	1,1756
7	0,12249	0,5312	0,92461
8	0,10399	0,4359	0,749
9	0,08911	0,39899	0,61721
10	0,078	0,31157	0,58998

Значение определенного интеграла I, входящего в формулу (12), определяется выражением [8]:

$$\int_0^1 \frac{du}{\sqrt{1-u^{\frac{1+r}{r}}}} = \frac{r\sqrt{\pi}}{1+r}\,\frac{\Gamma\left(\frac{r}{1+r}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+3r}{2+2r}\right)}, \tag{13}$$

где $\Gamma(r)$—гамма функция (таблицы значений $\Gamma(r)$ имеются в [9]). Чтобы оценить значения периодов нелинейных колебаний, необходимо выразить жесткость нелинейно-деформируемой системы $a_r\,(r=3)$ через соответствующую жесткость линейной системы a_1. Для этой цели была проведена аппроксимация зависимости $\sigma-\varepsilon$ для малоуглеродистой стали [10] (в области $0<\varepsilon<6\cdot 10^{-3}$) степенной функцией вида (1). Получилось, что $B\approx 2{,}1\cdot 10^4$ *кг/см*^{2}, т. е. $\frac{B}{E}=\frac{1}{100}$. В случае, когда все стойки этажа имеют одинаковые поперечные сечения и $H/h=10$, получим:

$$a_r = a_1\,\frac{B}{E}\cdot\frac{H^{1,1}}{h^{2,1}}\cdot 0{,}73 = 0{,}034\cdot a_1\cdot H^{-2,1}. \tag{14}$$

Для системы с одной степенью свободы период нелинейных колебаний определится выражением:

$$T_{(r=3)} = T_{(r=1)}\cdot 5{,}04\left(\frac{y_0}{H}\right)^{1/3}. \tag{15}$$

Из (15) следует, что при $y_0/H=1/128$ периоды нелинейных и линейных колебаний совпадают. При меньших значениях $\frac{y_0}{H}$ — $T_{(r=3)} < T_{(r=1)}$. Это объясняется тем, что при малых деформациях жесткость нелинейной системы больше, чем жесткость линейной, а при больших деформациях $\left(\frac{y_0}{H}>\frac{1}{128}\right)$ — наоборот и поэтому $T_{(r=3)} > T_{(r=1)}$. Для пятиэтажного здания, период j-ой формы определится выражением:

$$T_j(r=3) = T_j(r=1)\cdot\left(\frac{C_j}{5H}\right)^{1/3} K_j,\quad K_1=5{,}71,\quad K_2=8{,}451,\quad K_3=9{,}911. \tag{16}$$

Здесь использованы значения $T_j\,(r=1)$, приведенные в [11]. Как и в случае системы с одной степенью свободы, $T_j\,(r=3)$ могут быть как больше, так и меньше $T_j\,(r=1)$. Так, например, при $\frac{C_1}{5H}=\frac{1}{186}$ — $T_1(r=3)=T_1(r=1)$, а при $\frac{C_1}{5H}\geq\frac{1}{186}$ — $T_1(r=3)\geq T_1(r=1)$. При второй и третьей формах $T_2(r=3)$, $T_3(r=3)$ становится большей $T_2(r=1)$, $T_3(r=1)$, соответственно, при $\frac{C_2}{5H}\geq\frac{1}{605}$ и $\frac{C_3}{5H}>\frac{1}{975}$.

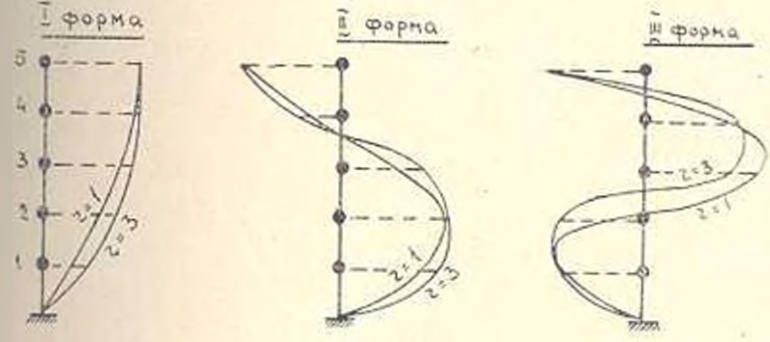


Рис.

Формы колебаний пятиэтажного здания построены на рис., откуда видна идентичность характеров деформирования линейной и нелинейной систем при колебаниях по одному и тому же тону.

Арм НИИСА Поступило 15.XI.1978.

Վ. Ա. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ

ԿԱՐԿԱՍԱՅԻՆ ՇԵՆՔԵՐԻ ԱԶԱՏ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՁԵՎԵՐԻ ՈՒ ՀԱՃԱԽԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՄԻ ՄԵԹՈԴԻ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Որոշված են բազմահարկ կարկասային շենքերի ազատ, ոչ գծային տատանումների հաճախականությունների և տատանման ձևերի գործակիցների ճշգրիտ մեծությունները այն դեպքում, երբ լարման և հարաբերական դեֆորմացիայի կապը արտահայտվում է աստիճանային ֆունկցիայի տեսքով։

Խնդիրը լուծված է շարժման հավասարումների անմիջական ինտեգրումով։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., «Наука», 1974.
2. *Амбарцумян В. А.* О периодах нелинейных колебаний каркасных зданий. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXIV, № 1, 1971.
3. *Розенберг Р. М.* О формах колебаний нормального типа нелинейных систем с двумя степенями свободы. Сб. переводов «Механика», № 5, 1961.
4. *Розенберг Р. М.* Нормальные формы колебаний нелинейных систем с n степенями свободы. «Тр. Амер. общ. инж.-мех. сер. Е. Прикл. мех.», т. 29, № 1, 1962.
5. *Тимошенко С. П.* Колебания в инженерном деле. М., «Наука», 1967.
6. *Амбарцумян В. А.* К вопросу расчета стержневых систем на сейсмические воздействия при нелинейном законе упругости. Исследования по динамике и сейсмостойкости сооружений. Научн. сообщ. АИСМ, вып. 19, Ереван, 1972.
7. *Качанов Л. М.* Расчет стержней с учетом пластичности и ползучести. Спр. «Прочность, устойчивость, колебания», том I, М., «Машиностроение», 1968.

8. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.

9. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. М., «Наука», 1968.

10. *Пономарев С. Д., Бидерман В. Л. и др.* Расчеты на прочность в машиностроении, том II. М., Машгиз, 1958.

11. *Хачиян Э. Е., Гороян Т. А.* Рекомендации по определению периодов и форм колебаний каркасных зданий. Ереван, Изд. АИСМ, 1970.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXII, № 5. 1979 Серия технических наук

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

В. Р. ВАРДАНЯН

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ТОРОИДАЛЬНЫЕ РЕЗОНАТОРНЫЕ ДАТЧИКИ ДАВЛЕНИЯ

В настоящее время для измерения давлений ударных волн в газах и жидкостях преимущественно применяются пьезоэлектрические датчики. Они, обеспечивая высокое быстродействие, имеют ряд недостатков [1].

Тороидальные резонаторные датчики по сравнению с пьезоэлактрическими преобразователями выгодно отличаются тем, что имея простую конструкцию, высокую чувствительность и жесткость, легко изготавляются и градуируются в статическом режиме на обычных гидропрессах [2, 3].

Регистрация давлений быстропротекающих процессов связана с применением датчиков, имеющих чувствительные элементы с высокой собственной частотой. Это всегда связано с некоторым уменьшением относительной деформации, т. е. потерей чувствительности датчика. Так как тороидальные резонаторы позволяют получить большие нагруженные добротности (порядка $1000 \div 4000$) [4], то выполнение быстродействующих датчиков при их помощи не представляет трудности.

Реализация тороидальных резонаторных датчиков давления возможно либо деформацией верхней крышки резонатора [2], либо—цилиндрической стенки корпуса [3].

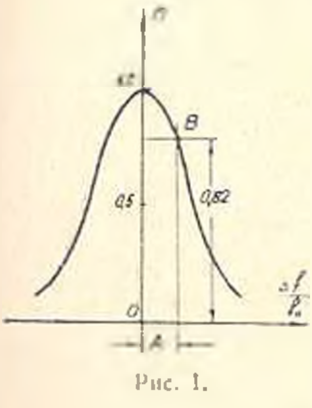
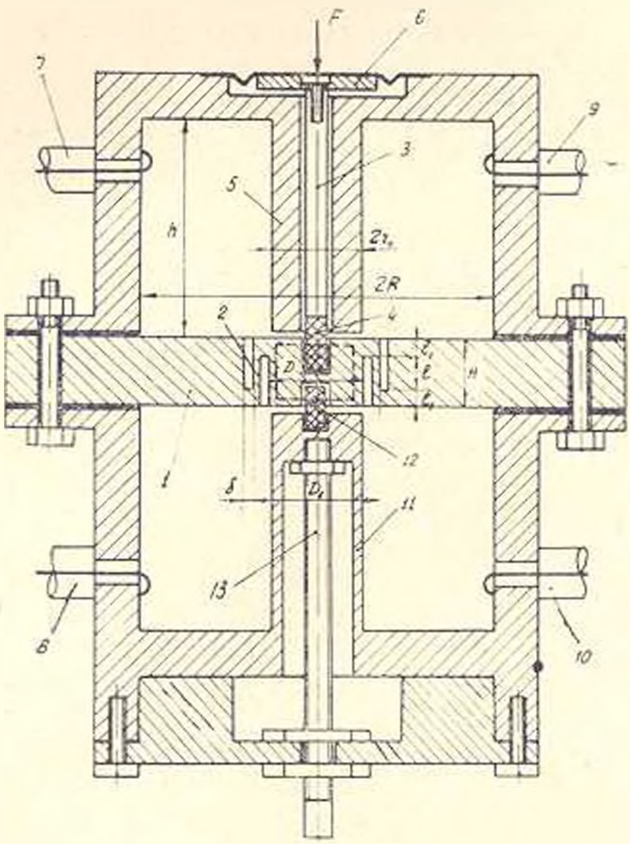


Рис. 1.

Собственная частота полого резонатора, эквивалентная резонансной частоте колебательного контура, зависит от размеров и формы резонатора и определяется по известным формулам [2, 4]. Приведенная на рис. 1 зависимость относительных изменений выходного напряжения u от частоты $\Delta f/f_0$ совпадает с резонансной кривой колебательного контура. Для регистрации давления и разрежения, например, давления воздушных ударных волн (ДВУВ) необходимо рабочую точку подобрать в левой или правой части резонансной кривой. Изменением места рабочей точки можно в широком пределе изменять чувствительность датчика.

При изменении температуры резонатора, из-за изменения его размеров, на характеристике перемещается также рабочая точка. Для повышения термостабильности можно применить такие резонаторы, где подбором материалов конструкции осуществляется термокомпенсация [5].

Увеличение термостабильности и значительное уменьшение погрешностей с расширением возможных пределов изменения частот достигается при применении дифференциальных тороидальных резонаторных датчиков давлений и ускорений [6], конструкции которых показаны на рис. 2, а, б.



а)

Рис. 2. а.

Дифференциальный тороидальный датчик (рис. 2, а) по сравнению с обычным резонаторным датчиком [2, 3], имея высокую термостабильность, позволяет получить в два раза большую чувствительность. Выбранная конструкция силопередающей системы позволяет значительно уменьшить площадь контактируемой поверхности с объектом и более точно измерить ДВУВ, соответствующее данной точке пространства.

Устранением силопередающей системы на рис. 2, а и используя ускоренное движение инерционной массы, сосредоточенной в центре перегородки, можно получить дифференциальный датчик ускорений.

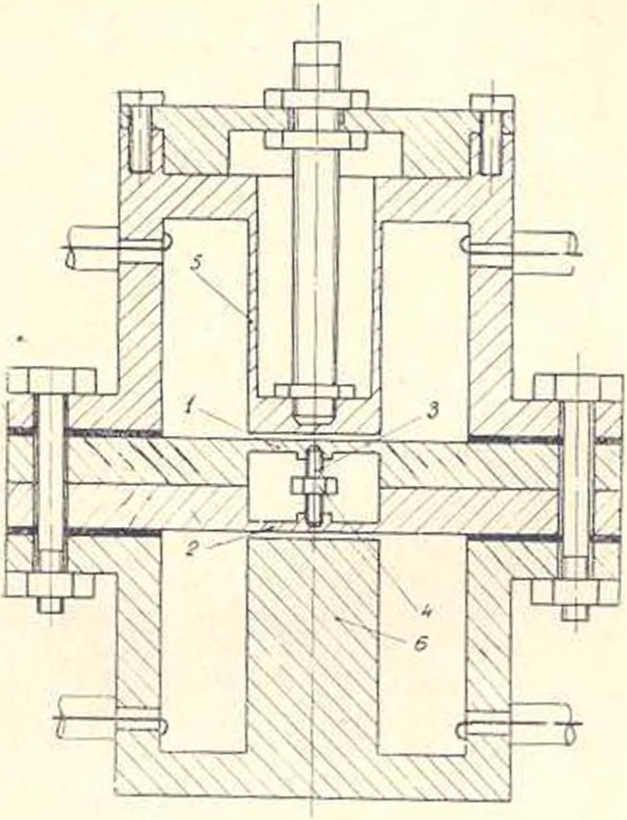


Рис. 2, б

Значительное упрощение конструкции датчика ускорений, с более высокими частотными свойствами и большой чувствительностью, получаются при выполнении дискообразной перегородки из двух частей (рис. 2, б).

Выходы дифференциальных датчиков (рис. 2, а, б), необходимо подключить к балансному усилителю постоянного тока. Проведенные измерения показали, что очень большая чувствительность способствует созданию быстродействующих датчиков, без применения усилителей. Для устранения дрейфа можно питание резонаторных датчиков произвести модулированными СВЧ сигналами.

В дифференциальных резонаторных датчиках значительно увеличивается линейность, уменьшается погрешность измерения и расширяются допустимые пределы относительного изменения частоты. В этом легко убедиться, проанализировав выражение относительного значения выходного напряжения [2]. Максимальное приращение выходного напряжения получается, когда рабочая точка B на резонансной кривой (рис. 1) будет находится на уровне $\eta=0{,}82$. Для одного резонатора выражение относительного значения выходного напряжения рабочей точки B можно представить в виде:

$$n=\frac{U_{вых}}{U_{р.м.}}=\frac{1}{\sqrt{1+(2Q_н)^2\left(A+\frac{\Delta f}{f_0}\right)^2}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1+(2Q_н A)^2\left(1+\frac{\Delta f}{Af_0}\right)^2}}, \qquad (1)$$

где $Q_н$ — нагруженная добротность резонатора; $U_{р.м.}$ — максимальное напряжение при резонансе; f_0, Δf — резонансная частота резонатора и ее приращение; A — абсцисса рабочей точки B.

Для случая $n=0{,}82$ множитель $(2Q_н A)^2=K^2=0{,}49$. Выражение (1) разлагая в ряд Маклорена, можно получить:

$$n=1-\frac{1}{2}K^2\left(1+\frac{\Delta f}{Af_0}\right)^2+\frac{3}{4}K^4\left(\frac{\Delta f}{Af_0}\right)^4-\frac{15}{48}K^6\left(1+\frac{\Delta f}{Af_0}\right)^6+\cdots \qquad (2)$$

Решение уравнения (2) дает:

$$U_{вых}=U_{р.м.}\left[0{,}82-0{,}35\frac{\Delta f}{Af_0}-0{,}256\left(\frac{\Delta f}{Af_0}\right)^2+\cdots\right]. \qquad (3)$$

Первый член этого ряда соответствует начальному значению выходного напряжения при $\Delta f=0$, а второй член—касательной в точке разложения и характеризует отклонение реальной характеристики от прямой, т. е. погрешность линейности. Основную долю этой погрешности составляет третий член. Относительную погрешность линейности можно получить разделением третьего члена на второй

$$\gamma_л=\frac{U_{р.м.}\cdot 0{,}256\left(\frac{\Delta f}{Af_0}\right)^2}{U_{р.м.}\cdot 0{,}35\frac{\Delta f}{Af_0}}=0{,}73\frac{\Delta f}{Af_0}, \qquad (4)$$

откуда максимально допускаемое относительное изменение $\Delta f/Af_0$ от возникающей при этом максимальной погрешности линейности $\gamma_{л.м}$ выражается:

$$\frac{\Delta f}{Af_0}=\frac{\gamma_{л.м.}}{0{,}73}. \qquad (5)$$

Принимая $\gamma_{л.м}=0{,}01$, максимально допустимое относительное изменение частоты будет $\Delta f/Af_0\approx 0{,}0137$. Для рассмотренных дифференциальных датчиков приращение выходного напряжения равно:

$$U_{вых}=U_{вых}-U'_{вых}=U_{р.м.}\Bigg[2{,}14\frac{\Delta f}{Af_0}+2{,}19\left(\frac{\Delta f}{Af_0}\right)^3+$$

$$+0{,}44\left(\frac{\Delta f}{Af_0}\right)^5+\cdots\Bigg]. \qquad (6)$$

Относительная погрешность линейности для дифференциальных датчиков равна:

$$\gamma_{л}=\frac{U_{р.\,м.}\cdot 2{,}19\left(\frac{\Delta f}{Af_0}\right)^3}{U_{р.\,м.}\cdot 2{,}14\left(\frac{\Delta f}{Af_0}\right)}=1{,}023\left(\frac{\Delta f}{Af_0}\right)^2. \tag{7}$$

При максимальной относительной погрешности линейности $\gamma_{л.\,м.}=0{,}01$ относительное изменение частоты получается:

$$\frac{\Delta f}{Af_0}=\sqrt{\frac{\gamma_{л.\,м.}}{1{,}023}}\approx\pm 0{,}1,$$

т. е. возможный предел относительного изменения частоты в дифференциальном резонаторном датчике расширяется более чем в 7 раз.

Сконструированные нами дифференциальные датчики имели резонансную частоту в пределах 300—1000 *МГц* и применялись в полевых условиях для регистрации ДВУВ (рис. 2, а). Проведенные эксперименты показали, что изменение температуры в пределах ±25°С не привело к существенному изменению выходного разностного напряжения. При идентичных резонаторах дифференциального датчика изменение температуры в определенном пределе одинаково расстраивает оба резонатора и поэтому не наблюдается расхождение разностного напряжения.

Как для резонаторного, так и для любого другого датчика большое значение имеет оценка собственной частоты чувствительного элемента, по которому определяют его быстродействие.

В первом приближении можно пренебречь влиянием толкателя и мембраны с жестким центром (рис. 2, а). В дальнейшем это можно учесть с увеличением сосредоточенной массы, закрепленной в конце деформируемого стержня. Кроме того допускается, что выбраны такие размеры чувствительного элемента (рис. 2, а), при которых деформируется только стенка, образованная двумя кольцевыми пазами. Таким образом, чувствительный элемент датчика можно рассмотреть как схему упругого стержня с сосредоточенной массой в конце, совершающего продольные колебания. Кроме продольных, возникающие в стержне поперечные колебания практически не влияют на выходные характеристики датчиков. К такому же выводу приводят исследования в [7], где показано, что учет радиальных перемещений оболочки почти не влияет на продольные перемещения.

Дифференциальное уравнение продольных колебаний стержня имеет вид [8]:

$$\frac{ES}{1-\nu^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\beta\frac{\partial^3 u}{\partial^2 x\partial t}-m_0\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=F(x,\,t), \tag{8}$$

где $U=U(x,t)$, $F(x,t)$ — перемещение сечения и внешняя сила, действующая на этом сечении с координатой x в момент времени t; E — модуль упругости; S — площадь сечения; ν — коэффициент Пуассона; β — коэффициент, характеризующий внутреннее затухание; m_0 — погонная масса деформируемого стержня.

Отметим, что в записи формулы (8), в первое слагаемое введен множитель $\frac{1}{1-\nu^2}$, учитывающий то обстоятельство, что фактически колеблется не стержень, а оболочка, т. е. учитывается пространственная работа системы [9].

Согласно методу Фурье, решение уравнения (8) имеет вид:

$$U=\sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)\cdot T_k(t), \tag{9}$$

т. е. как сумма произведения функции X_k и T_k, из которых X_k является функцией только координаты x, а T_k — времени t.

Из решения однородного дифференциального уравнения (8) при $F(x,t)$ можно получить собственные частоты колебания. Из (9) получим два отдельных обыкновенных уравнения, один из которых имеет вид:

$$X_k''+\frac{\omega_k^2}{a^2}X_k=0, \tag{10}$$

где ω_k —представляет собой частоты собственных колебаний различных гармоник; a — параметр, определяющий скорость распространения продольных волн в стержне и равный

$$a=\sqrt{\frac{ES}{m_0(1-\nu^2)}}. \tag{11}$$

Решение дифференциального уравнения (10) имеет вид

$$X_k=A_k\sin\frac{\omega_k x}{a}+B_k\cos\frac{\omega_k x}{a}, \tag{12}$$

где A_k и B_k —коэффициенты, определяемые из граничных условий на концах стержня.

Граничные условия имеют вид:

$$X_k\Big|_{x=0}=0;\ \frac{ES}{1-\nu^2}X_k'\Big|_{x=l}=m^*\omega_k^2 X_k\Big|_{x=l}. \tag{13}$$

где m^*—дополнительная масса в конце стержня.

Подставляя (12) в (13), получим $B_k=0$ и так называемое частотное уравнение, откуда определяется ω_k:

$$\frac{\omega_k l}{a}\cdot\mathrm{tg}\frac{\omega_k l}{a}=\frac{m_0 l}{m^*}. \tag{14}$$

Уравнение (14) можно записать в виде $z_k\,\mathrm{tg}\,z_k=b$. В [10] приводятся значения первого корня z_1 этого трансцендентного уравнения для различных значений параметра b. При известных b легко графически получить корни z_k.

Анализ выражения (14) показывает, что при большем $m_0 l$ по сравнению с сосредоточенной массой m^*, собственная частота колебаний ω_k чувствительного элемента получается больше.

При $B_k = 0$, из (12) видно, что колебание деформируемого стержня в виде цилиндрической стенки, в основном, происходит по синусоидальному закону (при рассмотрении частоты только основной гармоники).

Для чувствительного элемента в виде цилиндрической оболочки (рис. 2, а) имеем:

$$S = \pi(D_1+\delta)\delta;\ m_0 = \rho S;\ m^* = \rho\frac{\pi}{4}(DH - D^2 l_1 + D_1^2 l_1). \qquad (15)$$

Приведем пример расчета собственной частоты чувствительного элемента датчика (рис. 2, а): $D = 3{,}0$ *см*; $D_1 = 4{,}0$ *см*; $\delta = 0{,}1$ *см*; $l = 1{,}2$ *см*; $l_1 = 0{,}9$ *см*; $H = 3{,}0$ *см*; материал дюралюминий ($E = 0{,}7 \cdot 10^6$ *кг/см²*, $\nu \approx 0{,}3$, $\rho = 2{,}7$ *г/см³*). По (15) получаем: $S = 1{,}22$ *см²*; $m_0 = 3{,}5$ *г*; $m^* \approx 70$ *г*. Отношение $m_0 l/m^* = 0{,}06$. Первый корень уравнения $z\,\mathrm{tg}\,z = 0{,}06$, из [10] получаем $z_1 = 0{,}24$. Параметр a равен $a \approx 0{,}54 \cdot 10^6$ *см/сек*, а значение $\omega_1 = az_1/l = 0{,}108$ *сек*$^{-1}$. Для первой гармоники имеем частоту $f_1 = \omega_1/2\pi = 17$ *кГц*.

Для повышения собственной частоты колебания центральный участок дискообразной перегородки можно выполнить пустотелым (рис. 2, а—обозначен пунктиром).

При сосредоточенной массе ≈ 9 *г* параметр $b = m_0 l/m^* \approx 0{,}16$ и тогда $z_1 \approx 0{,}63$. Угловая скорость для первой гармоники равняется $\omega_1 = 0{,}283 \cdot 10^6$ *сек*$^{-1}$, а частота первой гармоники $f_1 = 45$ *кГц*.

Нами были изготовлены датчики давления (рис. 2, а) с резонансной частотой резонатора ~ 320 *МГц*. Собственная частота колебаний чувствительного элемента была в пределах $26 \div 28$ *кГц*. Датчики были испытаны для регистрации ДВУВ. Фронт регистрированного импульса был 40 *мксек*.

Для датчика ускорений (рис. 2, б) собственная частота колебаний была в пределах $37 \div 39$ *кГц*. В этом случае резонансная частота резонатора равнялась ~ 640 *МГц*.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 14.VI.1978.

Վ. Թ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

ՃՆՇՄԱՆ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ԹՈՐՈԻԴԱԼ ՌԵԶՈՆԱՏՈՐԱՅԻՆ ՀԱՅՏԻՉՆԵՐ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Բերված են դիֆերենցիալ թորոիդական ռեզոնատորային ճնշման և արագացման հայտիչների կառուցվածքները, որոնք ընդունակ են գրանցելու ինչպես դանդաղ, այնպես էլ արագընթաց պրոցեսները: Հայտնիչի զգայուն էլե-

մնում են մի քանի տասնյակ կՀց սեփական տատանումների հաճախականություն, որը դեռ կարելի է զգալի կերպով մեծացնել։

Զգայնության, ջերմակայունության մեծացում, սխալի բաղկանրին փոքրացում, պահպանելով համեմատաբար բարձր արագործության, ստացվում է դիֆերենցիալ ճնշման և արագացման հայտնիչներ կիրառելիս

ЛИТЕРАТУРА

1. *Плотников Н. В. и др.* Квазистатический метод градуировки пьезоэлектрических преобразователей давления. Тр. метролог инст. СССР Вып. 156/(216). М., изд. Стандартов, 1974.
2. *Варданян В. Р.* Тороидальный резонаторный датчик давления воздушных ударных волн. «Приборы и системы управления», 1973, № 11
3. *Варданян В. Р. и др.* Датчик давления. Авт свид № 324532. «Бюллетень изобретения», 1972, № 2.
4. *Лебедев И. В.* Техника и приборы СВЧ. т. 1 М. ГЭИ. 1961
5. *Cogdell J. R., Dean A. P., Stratton A. W.* Temperature Compensation of Coaxial Cavities, IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques, March, 1960. p.p. 151—155.
6. *Варданян В. Р.* Датчик давления. Авт. свид. № 626376. «Бюллетень изобретения», 1978, № 36.
7. *Выгода Ю. А.* Динамика работы цилиндрического упругого элемента датчика усилий. «Известия ВУЗ-ов. Приборостроение», 1974, № 1.
8. *Филиппов А. П.* Колебания деформируемых систем. М., «Машиностроение», 1970.
9. *Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С.* Пластинки и оболочки. М., «Машиностроение», 1970
10. Прочность, устойчивость, колебания. Спр. т. 1. М., «Машиностроение», 1970

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXII, № 5, 1979 Серия технических наук

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Э. С. СААКЯН

ВИБРОИЗОЛЯЦИЯ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ДВИЖУЩЕГО МЕХАНИЗМА В ЭЛЕКТРОПРОИГРЫВАЮЩИХ УСТРОЙСТВАХ ВЫСШЕГО КЛАССА

Современные электропроигрывающие устройства (ЭПУ) высших классов представляют собой сложный комплекс технических средств, каждое звено которого должно обладать оптимальными качественными показателями. Одним из существующих звеньев ЭПУ является движущий механизм, состоящий из электродвигателя, диска для установки грампластинки и передачи вращательного движения (от двигателя к диску). Двигатель движущего механизма является источником вибраций, которые в процессе воспроизведения грамзаписи передаются игле головки звукоснимателя. В результате значительно ухудшается качество воспроизведения, возникают низкочастотные помехи (рокот) [1], особенно заметные в паузах.

Рокот ЭПУ определяется величиной, передаваемой на панель силы

$$P_л = \lambda P_в, \tag{1}$$

где $P_в$—величина возмущающей силы, возникающей ввиду вращения неуравновешенного ротора:

$$P_в = \frac{\pi^2}{900} m_p \rho n^2; \tag{2}$$

n, m_p, ρ—частота вращения, масса и смещение центра масс ротора от оси вращения; λ—динамический коэффициент передачи [2]:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1+\eta^2}{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2+\eta^2}}; \tag{3}$$

η—коэффициент конструкционного затухания; ω_0, ω—круговые частоты собственных и вынужденных колебаний электродвигателя:

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m}; \tag{4}$$

$$\omega = \frac{\pi n}{30}. \tag{5}$$

На основании выражений (1), (2) следует, что для уменьшения $P_л$ необходимо уменьшить m_p, ρ, n. Уменьшение величин m_p и n достигается использованием маломощных тихоходных (шестнадцати или двадцатичетырех полюсных) синхронных двигателей, которые при частоте переменного тока 50 *Гц* имеют 375 или 250 *об/мин*, соответственно. Масса роторов этих двигателей не превышает 30 *г*. Уменьшение ρ до величины 0,003 *мм* достигается тщательной балансировкой роторов на балансировочных весах. Примером отечественного двигателя с указанными параметрами может служить электродвигатель ТСК-1, используемый в ЭПУ высшего класса «Электроника Б1-01». Возмущающая сила в таких двигателях в 46 раз меньше таковых, возникающих, например, в электродвигателях ЭДГ-4 с частотой вращения $n=1400$ *об/мин*, $m_р=100$ *г*, а $\rho=0{,}003$ *мм*.

Однако, полная реализация преимуществ двигателей типа ТСК-1 оказывается затруднительной при использовании традиционных амортизаторов в виде эластичных резиновых втулок 2 (рис. 1). Из выражений

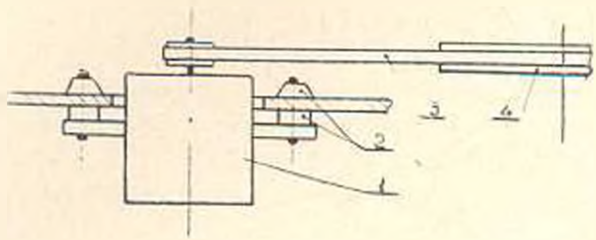


Рис. 1.

(3) и (4) следует, что при уменьшении частоты вращения ротора и общей массы двигателя, при обычной жесткости амортизаторов, уменьшается отношение $\frac{\omega}{\omega_0}$, вследствие чего возрастает величина λ. Для сохранения величины λ на требуемом уровне необходимы амортизаторы значительно меньшей жесткости. Расчеты показывают, что при использовании электродвигателей типа ТСК-1 жесткость амортизаторов должна быть уменьшена, по сравнению с жесткостью амортизаторов, используемых с двигателями типа ЭДГ-4, не менее чем в 27 раз. В противном случае коэффициент передачи увеличивается в 15 раз, чем резко уменьшаются преимущества более совершенного двигателя ТСК-1 перед ЭДГ-4. Однако, такое уменьшение жесткости амортизаторов 2 оказывается недопустимым [3, 4] ввиду перекашивания оси двигателя 1 пассиком 3, что приводит к изменению частоты вращения диска 4 ЭПУ. Для преодоления возникших трудностей использовано закрепление двигателя (рис. 2) на упругих подвесках (амортизаторах) определенной протяженности. Преимуществом такой подвески является получение любой малой жесткости как на изгиб, так и на растяжение—сжатие. При этом упругие подвески 3 совместно с панелью 1 ЭПУ и корпусом двигателя 2 образуют рамно-связевую систему параллелограмма, что обеспечивает вертикальное расположение оси ротора 4 при смещениях корпуса двигателя пассиком 5.

Как следует из расчетной схемы (рис. 2) упругие подвески двигателя, ввиду воздействия возмущающей силы, находятся в сложнодеформированном состоянии.

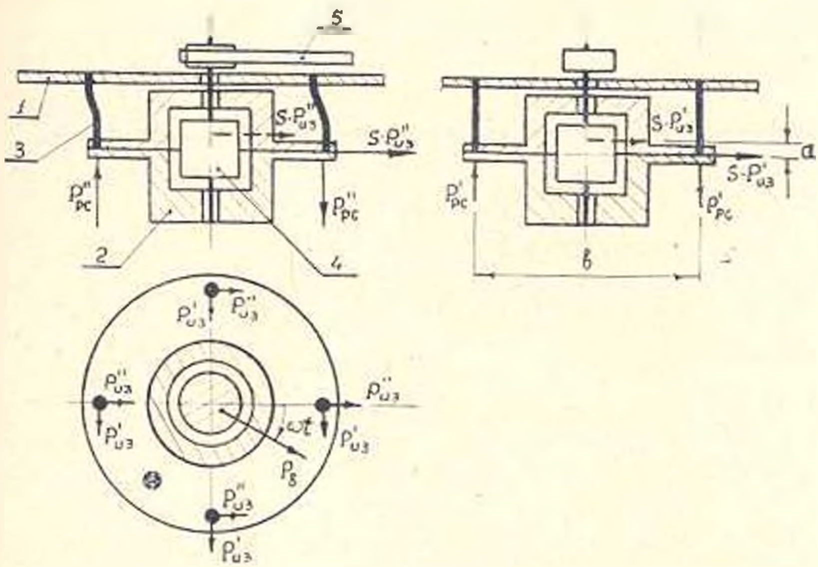


Рис. 2.

рованном состоянии. С одной стороны, это изгибные деформации от воздействия на каждую подвеску переменных сил

$$P_{из}' = \frac{P_b}{S}\sin\omega t, \quad P_{из}'' = \frac{P_b}{S}\cos\omega t, \tag{6}$$

а с другой стороны, деформации подвесок на растяжение—сжатие, возникающие от моментов $M' = P_b a\sin\omega t$ и $M'' = P_b a\cos\omega t$, образующих пары сил

$$P_{рс}' = iP_b\sin\omega t, \quad P_{рс}'' = iP_b\cos\omega t, \tag{7}$$

где $i = \frac{a}{b}$ — конструктивный параметр; a и b — размеры (рис. 2), определяемые конкретной конструкцией узла подвески двигателя; s — число симметрично расположенных упругих подвесок.

Собственные круговые частоты изгибных и вертикальных колебаний двигателя определяются из выражений

$$\omega_{из}^2 = \frac{sk_{из}}{m} = \frac{3\pi sEr^4}{ml^3}, \tag{8}$$

$$\omega_{рс}^2 = \frac{sk_{рс}}{m} = \frac{\pi sEr^2}{ml}, \tag{9}$$

где r, l, E — радиус, длина и модуль упругости материала подвески; $k_{из}$, $k_{рс}$ — жесткость упругой подвески на изгиб и растяжение—сжатие; m—масса двигателя.

Расчет упругих подвесок произведем, исходя из требования, чтобы передаваемые на панель ЭПУ силы от вертикальных колебаний были не больше сил, передаваемых от изгибных колебаний подвесок. На основании (1) с учетом (6) и (7) имеем

$$\lambda_{pc} \leqslant \frac{1}{i}\,\lambda_{из}, \tag{10}$$

где $\lambda_{из}$ и λ_{pc} —коэффициенты передачи при изгибных и вертикальных колебаниях, соответственно:

$$\lambda_{из} = \sqrt{\frac{1+\gamma_{из}^{2}}{\left(1-\frac{\omega^{2}}{\omega_{из}^{2}}\right)^{2}+\gamma_{из}^{2}}}; \tag{11}$$

$$\lambda_{pc} = \sqrt{\frac{1+\gamma_{pc}^{2}}{\left(1-\frac{\omega^{2}}{\omega_{pc}^{2}}\right)^{2}+\gamma_{pc}^{2}}}, \tag{12}$$

$\gamma_{из}$, γ_{pc} —коэффициенты конструкционного затухания при изгибных и вертикальных колебаниях.

Если известны: масса двигателя m, частота вращения ротора ω, коэффициенты $\gamma_{из}$, γ_{pc}, число подвесок S и конструктивный параметр i, то задавшись требуемой величиной $\lambda_{из} < 1$, следует рассмотреть два возможных случая:

$$\frac{1}{i}\lambda_{из} \geqslant (\lambda_{pc})_{max} \quad \text{и} \quad \frac{1}{i}\lambda_{из} < (\lambda_{pc})_{max},$$

где $(\lambda_{pc})_{max}$ — максимальное значение λ_{pc}, определенное из выражения (12) при заданной величине γ_{pc}.

Если $\frac{1}{i}\lambda_{из} \geqslant (\lambda_{pc})_{max}$, необходимо из (11) рассчитать $\omega^{2}_{из}$, после чего размеры r и l подвесок могут быть определены из соотношения (8)

$$\frac{r^{4}}{l^{3}} = \frac{m\omega^{2}_{из}}{3\pi SE}. \tag{13}$$

Если $\frac{1}{i}\lambda_{из} < (\lambda_{pc})_{max}$, необходимо рассчитать $\omega^{2}_{из}$ из (11) и ω^{2}_{pc} из (12), приняв $\lambda_{pc} = \frac{1}{i}\lambda_{из}$. В общем случае $\omega^{2}_{из}$ может оказаться как больше, так и меньше частоты вращения ротора ω.

При $\omega_{pc} > \omega$, из (8) и (9) с учетом (10) получим

$$r \geqslant \frac{\sqrt{3}\, m\omega_{pc}^{3}}{\pi S\,\omega_{из} E}, \tag{14}$$

$$l^{3} = \frac{3\pi S E r^{4}}{m\,\omega_{из}^{2}}. \tag{15}$$

А при $\omega_{рк} < \omega$, из (8) и (9) с учетом (10) имеем

$$r < \sqrt[4]{\frac{3\, m\, \omega_{рс}^2}{\pi S \gamma_{нз} E}}\ , \tag{16}$$

$$l^3 = \frac{3\pi S E r^4}{m\, \omega_{нз}^2}\ . \tag{17}$$

В качестве примера рассмотрим расчет упругих резиновых элементов узла подвески с двигателем ТСК-1 ($n=375$ *об/мин*, $\omega=39{,}25\ C^{-1}$, $m=0{,}5$ *кг*), в котором число подвесок $S=3$, конструктивный параметр $l=0{,}083$, коэффициенты конструкционного затухания $\gamma_{нз}=\gamma_{рк}=0{,}4$. Модуль упругости для каучуковых резин $E=8\cdot 10^6$ *н/м*^{2}. Коэффициент передачи при изгибе подвесок примем равным $\lambda_{нз}=0{,}1$, при этом $\frac{1}{l}\lambda_{нз}\simeq 1{,}2$. Из (12) имеем $(\lambda_{рк})_{max}\simeq 2{,}7$. Следовательно, $\frac{1}{l}\lambda_{нз} < (\lambda_{рк})_{max}$. Далее из (11) определяем $\omega_{нз}^2=131\ c^{-2}$, а из (12) получаем два значения $\omega_{рс}^2=853\ c^{-2} < \omega^2$ и $\omega_{рс}^2=7863\ c^{-2} > \omega$. При $\omega_{нз}^2=131\ c^{-2}$ и $\omega_{рс}^2=853\ c^{-2}$ из (16) и (17) рассчитываем максимально допустимые величины $r_{max}=25\cdot 10^{-6}$ *м*, $l=11\cdot 10^{-3}$ *м*. Естественно, что подвески с такими размерами не могут быть реализованы.

Для другой возможной пары значений $\omega_{нз}^2=131\ c^{-2}$ и $\omega_{рс}^2=7863\ c^{-2}$ рассчитываем из (14) минимально допустимую величину $r_{min}=70\cdot 10^{-5}$ *м*. Далее, выбрав из конструктивных соображений и условий прочности величину $r=2\cdot 10^{-1}$ *м*, из (15) определяем $l=38\cdot 10^{-3}$ *м*.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 28.V.1979.

Է. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

ԲԱՐՁՐԱԿԱՐԳ ԿԱՐԳԻ ԷԼԵԿՏՐԱՆՎԱԳԱՐԿԻՉ ՍԱՐՔԵՐՈՒՄ ՇԱՐԺԱԲԵՐ ՄԵԽԱՆԻԶՄԻ ԷԼԵԿՏՐԱՇԱՐԺԻՉԻ ԹՐԹՌԱՄԵԿՈՒՍԱՑՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում դիտարկվում է էլեկտրանվագարկիչ սարքի շարժաբեր մեխանիզմի շարժիչի յուրահատուկ կառուցվածքը։ Առաջարկված է կախիչի առաձգական մեղմիչների հաշվման մեթոդիկա, որի հիմանքրով սահմանափակվում է սարքի պանելի վրա փոխանցվող ցնցումի ուժի մեծությունը, որն առաջանում է էլեկտրաշարժիչի խարիսխի պտտումից։ Բերված է կախիչի առաձգական մեղմիչների հաշվման թվային օրինակ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аполлонова Л. П., Шумова Н. Д.* Механическая звукозапись. М., «Энергия», 1978.
2. *Кин Н., Тонг.* Теория механических колебаний. М., Машгиз, 1963.
3. *Патент Великобритании, № 1310428,* Класс *G5R*. Публикация 21 марта, 1973.
4. *Хаазе Г. Н.* Современные электропроигрыватели. М., «Энергия», 1975.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXII. № 5, 1979 Серия технических наук

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Г. Д. БЕДЖАНЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ НА ТОЧНОСТЬ РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ МАГИСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДА

В статье приведены результаты исследования точности решения задачи оптимизации режимных параметров магистрального газопровода (МГ) на специализированном аналоговом вычислительном устройстве (СВУ), предназначенного для использования на диспетчерском пункте управления МГ в качестве советчика диспетчера.

Уравнения математической модели задачи расчета оптимальных режимных параметров МГ, приведенных к виду, удобному для моделирования, можно представить следующим образом [1]:

$$\left.\begin{aligned} \lambda_i &= M_{1i}\int_0^t \left[\varepsilon_i p_{b(i-1)} - p_{bi} - \varepsilon_i \alpha_{(i-1)} Q_{(i-1)\,cp}\right] dt; \\ \varepsilon_i &= \varphi_i \left[-\lambda_i \left(p_{b(i-1)} - \alpha_{(i-1)} Q_{(i-1)\,cp}\right)\right]; \\ p_{bi} &= M_{2i}\int_0^t \left[\frac{\partial N_{KCi}}{\partial p_{bi}} - \lambda_i + \lambda_{(i-1)}\varepsilon_{(i-1)}\right] dt, \end{aligned}\right| \qquad (1)$$

где λ_i — неопределенный множитель Лагранжа; ε_i — квадрат степени сжатия газа на i-ой компрессорной станции (КС); p_{bi} — квадрат давления газа на выходе i-ой КС; α_i — комплексный параметр, учитывающий физическое состояние транспортируемого газа и топологию линейного участка МГ; $Q_{i\,cp}$ — квадрат среднего значения расхода газа на i-ом участке газопровода; $\dfrac{\partial N_{KCi}}{\partial P_{bi}}$ — частная производная функции мощности i-ой КС по квадрату выходного давления; M_{1i}, M_{2i} — коэффициенты уравнений, изменяющие время переходного процесса; $i = 1, 2, \cdots, n$ — число КС на рассматриваемой магистрали.

Построенная на основе системы уравнений (1) схема СВУ (рис. 1), кроме основных решающих блоков содержит блоки моделирования постоянных и переменных коэффициентов, инверторы и др., которые являются дополнительными источниками ошибок. Поэтому в основу анализа точности решения на СВУ положены машинные уравнения, имеющие для рассматриваемого случая вид:

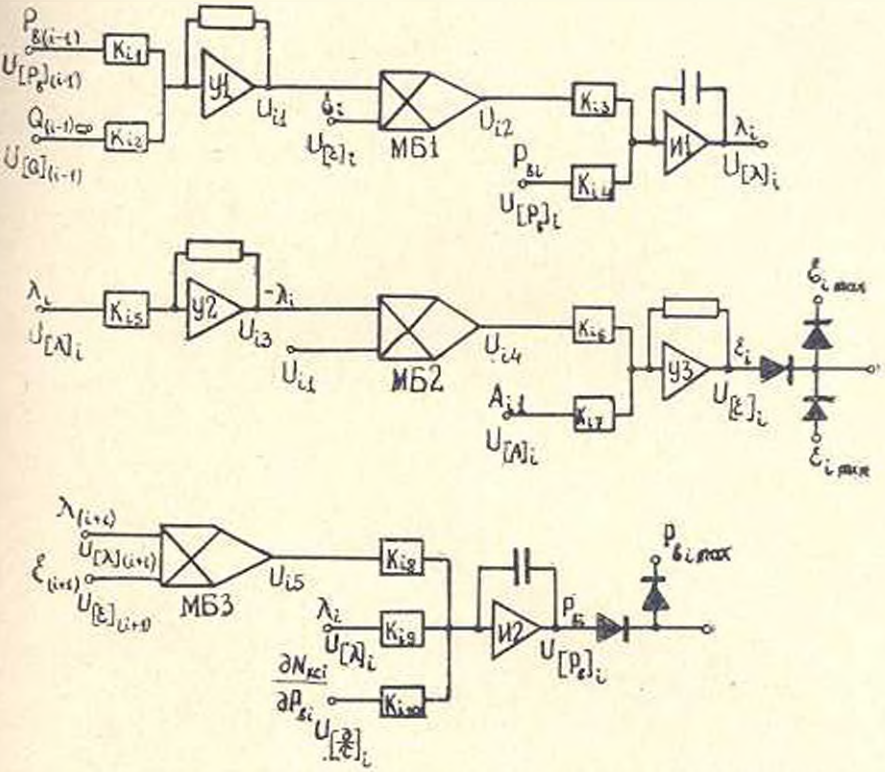


Рис. 1. Структурная схема моделирования уравнений исходной математической модели.

$$
\left.\begin{array}{ll}
U_{i1} = -(K_{i1}U_{[P_b](i-1)} + K_{i2}U_{[Q](i-1)}); & U_{i2} = \beta U_{i1}U_{[\sigma]i}; \\
U_{[\lambda]i} = -\dfrac{M_{1i}}{p_м}(K_{i3}U_{i2} + K_{i4}U_{[P_b]i}); & U_{i3} = -K_{i5}U_{[\lambda]i}; \\
U_{[\varepsilon]i} = -(K_{i6}U_{i4} + U_{i7}K_{[A]i}); & U_{i4} = \beta U_{i3}U_{i1}; \\
U_{[P_b]i} = -\dfrac{M_{2i}}{p_м}(K_{i8}U_{i5} + K_{i9}U_{[\lambda]i} + K_{i10}U_{[\frac{\partial}{\partial}]i}); & U_{i5} = \beta U_{[\lambda](i+1)}U_{[\varepsilon](i+1)},
\end{array}\right| \quad (2)
$$

где $U_{[\lambda]i}$ — неопределенный множитель Лагранжа; $U_{[\varepsilon]i}$ — квадрат степени сжатия газа на i-ой КС; $U_{[P_b]i}$ — квадрат давления газа на выходе i-ой КС; $U_{[Q]i}$ — квадрат среднего значения расхода газа на i-ом участке; $U_{[A]i}$ — коэффициент аппроксимации производной характеристики КС $\partial N_{кс}/\partial \varepsilon_i$; $U_{[\frac{\partial}{\partial}]i}$ — величина производной функции мощности i-ой КС по квадрату выходного давления; β — коэффициент передачи множительного блока; $p_м = \dfrac{d}{dt_м}$ — машинный оператор дифференцирования; K_{ij} — коэффициент передачи решающего блока, $j = 1, 2, \ldots, m$ (значения U в системе (r) выражены в вольтах).

Погрешность выходных параметров складывается из погрешностей элементов СВУ и исходной информации. Погрешность СВУ определяется так называемыми первичными ошибками отдельных деталей и элементов, которые зависят от ошибок изготовления, сборки, регулирования, а также температурных временных отклонений параметров и дрейфа нуля усилителей решающих блоков [2].

Степень влияния отдельных составляющих ошибок на точность решения можно установить с помощью уравнений, полученных методами теории точности [3]:

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta U_{i1} = -\left(K_{i1}\,\Delta U_{[\rho_b](i-1)} + K_{i2}\,\Delta U_{[\varphi](i-1)}\right);\\
&\Delta U_{i2} = \Delta\beta U_{i1}\,U_{[\varphi]i} + \beta\Delta U_{i1}\,U_{[\varphi]i} + \beta U_{i1}\,\Delta U_{[\varphi]i};\\
&\Delta U_{[\beta]i} = -\frac{M_{i1}}{P_M}\left(K_{i3}\,\Delta U_{i2} + K_{i4}\,\Delta U_{[\rho_b]i}\right);\\
&\Delta U_{i3} = -K_{i5}\,\Delta U_{[\beta]i};\\
&\Delta U_{i4} = \Delta\beta\, U_{i3}\,U_{i1} + \beta\Delta U_{i3}\,U_{i1} + \beta\, U_{i3}\,\Delta U_{i1};\\
&\Delta U_{[\psi]i} = -\left(K_{i6}\,\Delta U_{i4} + \Delta K_{i6}\,U_{i4} + K_{i7}\,\Delta U_{[\lambda]i} + \Delta K_{i7}\,U_{[\lambda]i}\right);\\
&\Delta U_{i5} = \Delta\beta U_{[\beta](i+1)}\,U_{[\psi](i+1)} + \beta\Delta U_{[\beta](i-1)}\,U_{[\psi](i-1)} + \beta U_{[\beta](i-1)}\,\Delta U_{[\psi](i-1)};\\
&\Delta U_{[\rho_b]i} = -\frac{M_{i2}}{P_M}\left(K_{i8}\,\Delta U_{i5} + K_{i9}\,\Delta U_{[\beta]i} + K_{i10}\,\Delta U_{[a1]i}\right).
\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Уравнения (3) составлены с учетом погрешности на исходные данные $U_{[\rho_b]i}$, $U_{[\varphi]i}$, $U_{[\overline{\lambda}]i}$, а также погрешности коэффициентов передач K_{i6}, K_{i7}, β, непосредственно влияющих на исследуемые параметры $U_{[\varphi]i}$.

Структурная схема моделирования уравнений (3) преобразованной модели представлена на рис. 2. Для получения погрешностей выходных параметров на входы схемы рис. 2. необходимо подать напряжения U_{i1}, $U_{[\beta]i}$, U_{i3}, U_{i1}, $U_{[\lambda]i}$, $U_{[\beta](i+1)}$, $U_{[\psi](i-1)}$, получаемые с выходов устройства рис. 1.

При исследовании точности рассматриваемого СВУ следует принять во внимание, что ошибки решающих блоков являются случайными величинами и анализ следует проводить с помощью вероятностных формул [4]. При гауссовом распределении случайных ошибок решающих блоков уравнение для вычисления допуска на ошибки выходных параметров СВУ примет вид:

$$[\delta\,|\Delta U_{[\varphi]i}|]^2 = \left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial U_{[\varphi]i}}\right)^2 (\delta\,|\Delta U_{[\varphi]i}|)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial U_{[\rho_b](i-1)}}\right)^2 (\delta\,|\Delta U_{[\rho_b](i-1)}|)^2 +$$

$$+\left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial U_{[\varphi](i-1)}}\right)^2 (\delta\,|\Delta U_{[\varphi](i-1)}|)^2 + \sum_{j=1}^{m}\left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial K_{ij}}\right)^2 (\delta\,|\Delta K_{ij}|)^2, \quad (4)$$

где частные производные представляют собой коэффициенты влияния погрешностей отдельных решающих блоков на погрешность выходных

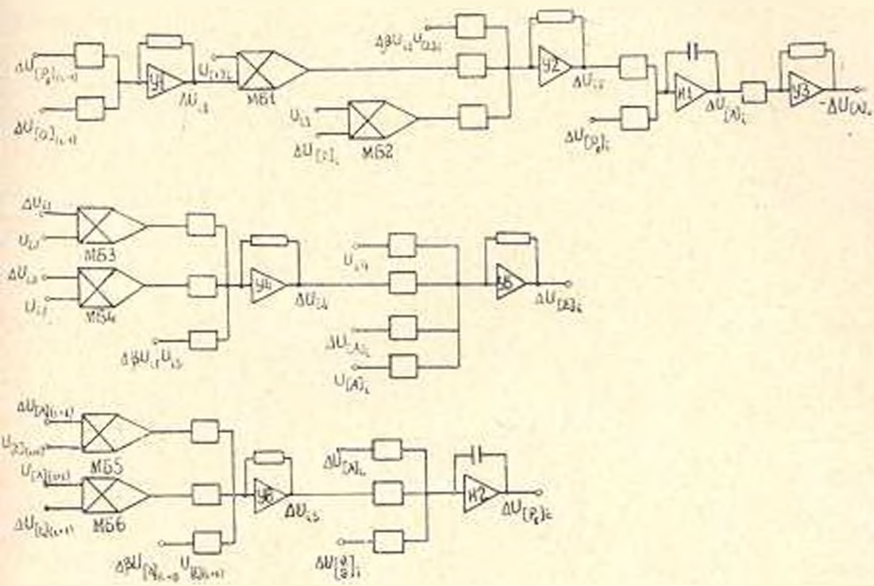


Рис. 2. Структурная схема моделирования уравнений преобразованной модели.

напряжений, значения которых можно вычислить с помощью схем (рис. 1, 2).

Точность уравнения (1) можно вычислить на основе методики, изложенной в [3].

Исследование точности результатов расчета оптимальных режимных параметров МГ на СВУ проведено для случая магистрали, содержащей три КС. В качестве исходной информации приняты величины параметров МГ в [1], выраженных в вольтах (табл. 1).

В связи с тем, что энергетические затраты на транспорт газа по МГ зависят от точности расчета степеней сжатия газа на КС, представляет интерес анализ влияния точности исходной информации и решающей техники на отклонение фактических степеней сжатия от оптимальных.

Для повышения точности визуального замера результатов расчета уравнения (3), при масштабировании переменных, они были умножены на коэффициент $R=8$.

Влияние погрешностей исходных характеристик КС на результаты расчета при помощи СВУ исследовано для случая моделирования характеристик КС с погрешностями $+5$, 10 и 15%, причем, остальные погрешности принимались равными нулю. При этом погрешность расчета степеней сжатия газа на КС $\Delta U_{(\varepsilon)i}$ достигала до $+13\%$. Некоторые результаты расчета приведены в табл. 1.

Экспериментальные исследования схемы преобразованной модели (рис. 2) показали, что при аппроксимации производных характеристик КС полиномами первой степени влияние погрешностей решающих блоков и задаваемых параметров МГ $\Delta U_{(Q)i}$, $\Delta U_{(P_b)i}$, $\Delta U_{(\frac{a}{z})i}$ на отклонение исследуемых параметров МГ $\Delta U_{(\varepsilon)i}$ незначительно.

Таблица 1

Влияние погрешностей эквивалентных характеристик КС на точность результатов расчета

№№	Погрешность эквивалентных характеристик КС	Исходные параметры МГ, выраженные в вольтах: $U_{[P_b]0} = 60$ В; $U_{[Q]2} = 34{,}5$ В; $U_{[A]1} = 30$ В; $U_{[Q]0} = 40$ В; $U_{[Q]3} = 33$ В; $U_{[A]2} = 31$ В; $U_{[Q]1} = 40$ В; $U_{[P_b]1} = 25$ В; $U_{[A]3} = 34$ В		
		$\Delta U_{[i]1}$, %	$\Delta U_{[i]1}$, %	$\Delta U_{[i]3}$, %
1	$\Delta U_{[A]1} = \Delta K_{i6} = \Delta K_{i7} = 5\%$	2	1,4	4,5
2	$\Delta U_{[A]1} = \Delta K_{i6} = \Delta K_{i7} = 10\%$	5,8	4	9,7
3	$\Delta U_{[A]1} = \Delta K_{i6} = \Delta K_{i7} = 15\%$	11	7,4	12,9

Степень влияния точности вычислительного устройства на результаты расчета $U_{[i]1}$ была исследована для случаев точности СВУ 1,2 и 3%. В табл. 2 приведены расчетные величины погрешностей выходных параметров $\delta|\Delta U_{[i]1}|$ для рассматриваемых случаев точности СВУ, при задании исходных параметров МГ $\delta|\Delta U_{[P_b]}|$, $\delta|\Delta U_{[Q]1}|$ с погрешностью 5,8%.

Таблица 2

Влияние ошибок коэффициентов передач СВУ на точность результатов расчета

№№ п.п.	Инструментальная погрешность	1-ый вариант расчета. Погрешность исх. инф. 5%			2-ой вариант расчета. Погрешность исх. инф. 8%		
		$\delta\|\Delta U_{[i]1}\|$, %	$\delta\|\Delta U_{[i]2}\|$, %	$\delta\|\Delta U_{[i]3}\|$, %	$\delta\|\Delta U_{[i]1}\|$, %	$\delta\|\Delta U_{[i]2}\|$, %	$\delta\|\Delta U_{[i]3}\|$, %
1	$\delta\|\Delta K_{ij}\| = 1\%$	0,12	0,11	0,15	0,16	0,1	0,3
2	$\delta\|\Delta K_{ij}\| = 2\%$	0,3	0,19	0,4	0,4	0,15	0,55
3	$\delta\|\Delta K_{ij}\| = 3\%$	0,5	0,25	0,75	0,75	0,2	0,78

Выводы

1. Анализ результатов исследования показал, что на точность расчета оптимальных режимных параметров МГ значительное влияние оказывают погрешности моделируемых характеристик КС. При учете точности исходной информации влияние погрешности СВУ на точность расчета составляет незначительную долю. Полученные результаты обосновывают целесообразность использования СВУ для автоматизации процесса расчета оптимальных параметров режима работы МГ.

2. Оценку влияния погрешностей исходной информации и решающих блоков СВУ на точность расчета режимных параметров МГ удобно проводить при помощи преобразованной модели, позволяющей наиболее просто осуществить выполнение значительного объема математических операций.

Ер. компл. отдел ВНИИЭГазпрома Поступило 15.VI.1977.

Պ. Ա. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ

ԵԼՔԱՅԻՆ ԻՆՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ԵՎ ԳՈՐԾԻՔԱՅԻՆ ՍԽԱԼԱՆՔՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ՄԱԳԻՍՏՐԱԼԱՅԻՆ ԳԱԶԱՄՈՒՂԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՃՇՏՈՒԹՅԱՆ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԻ ՎՐԱ.

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում բերված են հատուկ անալոգիային հաշվիչ սարքի միջոցով կատարած գազամուղի օպտիմալ ռեժիմային պարամետրերի հաշվարկի ճշտության հետազոտման արդյունքները ելման ինֆորմացիայի և հաշվիչ էլեմենտների տարբեր սխալանքների դեպքում:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Матевосян П. А., Беджанян Г. Л.* Автоматизация расчета оптимальных давлений в узловых точках магистрального газопровода. «Труды ВНИИЭГазпрома, сер. Управление и организация труда в газовой промышленности», 1976, вып. 1/1, с. 94—102.
2. *Смолов В. Б.* Аналоговые вычислительные машины. М., «Высшая школа», 1972, с. 408.
3. *Матевосян П. А.* К вопросу о расчете точности аналоговых математических моделей. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXI, № 1, 1968, с. 28—35.
4. Справочник по аналоговой вычислительной технике. Киев, «Техника», 1975, с. 432.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXII, № 5, 1979 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

А. С. АВАКИМОВ

РАНЖИРОВКА УЗЛОВ СЕТИ ПРИ КОМПЕНСАЦИИ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ НАГРУЗОК

Для обеспечения экономичности работы электрических сетей важным мероприятием является минимизация капитальных затрат как при их проектировании, так и эксплуатации с обеспечением снижения потерь электроэнергии. Одним из решений этих задач является установка компенсирующих устройств (КУ) в узлах системы. Мощность КУ, установленных в электрических системах страны, составляет около 15% от суммарной установленной мощности генераторов. Опыт эксплуатации сетей и многочисленные исследования показывают, что для сетей низкого напряжения экономически оправдывается полная компенсация реактивной мощности [1], однако на сегодняшний день потребность электрических сетей в КУ не удовлетворяется электротехнической промышленностью страны [2]. В связи с этим возникает вопрос при компенсации реактивных мощностей нагрузок $Q_н$ КУ устанавливать в тех узлах сети, которые сравнительно больше нуждаются в компенсации, т. е. произвести ранжировку нагрузочных узлов сети по установке в них КУ.

Критерием для ранжировки узлов сети при компенсации $Q_н$ принята величина суммарных затрат на потери электроэнергии в сетях системы, установки и эксплуатации КУ. При этом, с учетом требований [1] питающая и распределительные сети должны рассматриваться совместно. В данной статье питающая сеть рассматривается подробно, а распределительные сети заменяются эквивалентными сопротивлениями $R_э$, которые подключаются, соответственно, в узлы питающей сети.

Величина $R_э$ определяется из условия равенства потерь активной мощности в действительной распределительной сети и эквивалентном сопротивлении [3]:

$$\Delta P_k = \Delta P_э = I^2 R_э,$$

отсюда

$$R_э = \frac{\Delta P_k}{I^2} = \frac{\Delta P_k U^2}{(P^2 + Q^2) 10^3},$$

где P, Q, U—активная реактивная мощности и напряжение в узле сети, откуда питается данная распределительная сеть.

Разработана программа, реализующая алгоритм расчета эквивалентного сопротивления сети на языке «Фортран-IV».

Функция затрат состоит из следующих слагаемых:

$$З^i_\Sigma = З_п + З^i_р + З^i_{ку}, \tag{1}$$

где $З_п$, $З_р$ — затраты на потери электроэнергии в питающей и распределительных сетях; $З_{ку}$ — затраты, связанные с установкой и эксплуатацией КУ; i — текущий индекс нагрузочного узла питающей сети.

Представим функцию затрат в развернутом виде:

$$З^i_\Sigma = \Delta A_п b_п + \Delta A^i_р b_р + (p_н K_у + \Delta p_{ку} b_{ку}) \Delta Q^i_н, \tag{2}$$

где $\Delta A_п$, $\Delta A_р$ и $b_п$, $b_р$ — суммарные потери электроэнергии и их удельная стоимость в питающей и распределительных сетях системы при изменении реактивной мощности нагрузки на $\Delta Q_н$;

$p_н$ — коэффициент суммарных ежегодных отчислений;

$K_у$ — удельные затраты на установку КУ в сетях 6—10 $кВ$ (предполагается установка статистических конденсаторов типа КСА-0,66-40);

$\Delta P_{ку}$, $b_{ку}$ — удельные потери активной моощности в КУ и их удельная стоимость;

$\Delta Q_н$ — величина компенсируемой реактивной мощности нагрузки.

Поочередно изменяя реактивную мощность нагрузки на величину $\Delta P_н$ по формуле (2) определяются суммарные затраты $З_i$ для каждого нагрузочного узла. Затем по полученным значениям $З_i$ в возрастающем порядке определяется очередность нагрузочных узлов по установке в них КУ.

С целью сокращения времени расчета при переходе от одного узла к другому, величина суммарных потерь электроэнергии в питающей сети определяется с помощью матрицы чувствительности, которая отражает связь зависимых параметров с независимыми.

Расчетная формула для матрицы чувствительности получается путем разложения в ряд Тейлора уравнений исходного установившегося режима:

$$W(x_0, y_0) = W_0 = 0, \tag{3}$$

где x_0, y_0 — векторы зависимых и независимых параметров.

Отбрасывая все члены второй и более высоких степеней в связи с малостью изменений Δx и Δy, получим:

$$[W_0] + \left|\frac{\partial W_0}{\partial x}\right| \cdot [\Delta x] + \left|\frac{\partial W_0}{\partial y}\right| \cdot [\Delta y] = 0.$$

Отсюда с учетом (3) получим:

$$\left|\frac{\partial W_0}{\partial x}\right| \cdot [\Delta x] + \left|\frac{\partial W_0}{\partial y}\right| \cdot [\Delta y] = 0.$$

Здесь $\left|\frac{\partial W_0}{\partial x}\right|$ представляет собой матрицу частных производных от параметров режима по зависимым переменным. По аналогии $\left|\frac{\partial W_0}{\partial x}\right|$ определяют и матрицу $\left|\dfrac{\partial W_0}{\partial y}\right|$. Из последнего уравнения легко можно определить приращения зависимых параметров $[\Delta x]$:

$$[\Delta x] = -\left|\frac{\partial W_0}{\partial x}\right|^{-1}\cdot\left|\frac{\partial W_0}{\partial y}\right|\cdot[\Delta y], \tag{4}$$

где $[S] = \left|\dfrac{\partial W_0}{\partial x}\right|^{-1}\cdot\left|\dfrac{\partial W_0}{\partial y}\right|$ представляет собой расчетную формулу матрицы чувствительности. Тогда формула (4) принимает следующий вид:

$$[\Delta x] = -[S]\cdot[\Delta y], \tag{5}$$

где $[\Delta y]$—вектор приращений независимых параметров.

В качестве независимых параметров $[y]$ выбраны напряжения генераторных узлов, кроме балансирующего, и реактивные мощности нагрузочных узлов. Зависимыми параметрами $[x]$ являются углы напряжений всех узлов, кроме балансирующего, и напряжения нагрузочных узлов. Остальные параметры режима являются заданными-фиксированными.

Значения зависимых параметров нового режима определяются по формуле:

$$[x^H] = [x^0] + [\Delta x], \tag{6}$$

где $[x^0]$—вектор зависимых параметров исходного установившегося режима.

По полученным параметрам нового режима рассчитываются потери электроэнергии в сетях системы ΔA. При этом потери активной мощности определяются по формуле [1]

$$\pi = \sum_{k=1}^{n}\sum_{m=1}^{n} U_m U_k g_{mk} \cos(\varphi_m - \varphi_k), \tag{7}$$

где U и φ—модуль и фаза напряжений $m, k = 1 \div n$ узлов системы; g_{mk}—активная проводимость относительно узлов m, k.

Если в формуле (5) приращения напряжений генераторных узлов принимать равными нулю, то новые значения зависимых параметров $[x^H]$, а следовательно, величина затрат $З$ определяется только в результате изменения реактивных мощностей нагрузочных узлов, и формула примет следующий вид:

$$[\Delta x] = -[S]\cdot[\Delta Q_H]. \tag{8}$$

Поочередно, переходя к новым нагрузочным узлам, по формуле (8) находятся приращения зависимых параметров $[\Delta x]$, а по формуле (6)—новые значения зависимых параметров $[x^H]$. Затем, по формулам (7) и (2) определяется величина затрат, по которой производится ранжировка узлов при компенсации реактивной мощности.

Принимая в формуле (5) приращения реактивных мощностей нагрузочных узлов равными нулю, получим формулу, по которой непосредственно (без расчета установившегося режима) можно определить напряжения в узлах системы при изменении напряжения любого генераторного узла. Это свойство алгоритма может быть использовано для регулирования режима системы по напряжению.

По разработанному алгоритму составлена экспериментальная программа и для конкретной энергосистемы с $n=22$ рассмотрена ранжировка нагрузочных узлов системы при компенсации их реактивных мощностей.

Проведены исследования по определению влияния использования матрицы чувствительности на точность расчета. Результаты исследований показали, что погрешность определения зависимых параметров режима ψ и U с использованием матрицы чувствительности при изменении реактивных мощностей нагрузок до $0{,}2\ Q_{н}$ не превышает 0,5%. При этом погрешность расчета потерь электроэнергии составляет до 1,3%.

Выводы

1. Использование матрицы чувствительности в расчетах критериев для ранжировки нагрузочных узлов сети при компенсации реактивной мощности дает значительное сокращение машинного времени.

2. Погрешность расчета зависимых параметров с помощью матрицы чувствительности, при изменении независимых параметров до 20% не превышает 0,5%.

3. На базе матрицы чувствительности получена ранжировка генерирующих узлов системы, используемая для поддержания уравнения напряжения в нагрузочных узлах.

АрмНИИЭ Поступило 14.II.1979.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карпов Ф. Ф., Козырь В. Н., Согомонян С. В.* Основные положения новых «Указаний по компенсации реактивной мощности в распределительных сетях». «Промышленная энергетика», 1974, № 10.
2. *Гайц Л. А.* Вопросы компенсации реактивной мощности в сетях энергосистем промышленных предприятий. Сб. «Компенсация реактивных нагрузок и снижение потерь электроэнергии в сетях промышленных предприятий», Москва, 1977.
3. *Адонц Г., Авакимов А.* Управление распределением реактивных мощностей потребителей энергосистемы. Сб. «Материалы международной конференции по промышленной энергетике», Бухарест, 1978.
4. *Адонц Г. Т.* Многополюсник (теория и методы расчета). Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1965.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXII, № 5, 1979 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Г. Б. БАГДАСАРЯН, А. М. АРЗУМАНЯН, В. Б. ВАРДИКЯН

ВИБРАЦИЯ СИСТЕМЫ СПИД ПРИ ЧИСТОВОМ ТЕЧЕНИИ

При обработке на токарных станках резцами ИЧТ (инструмент чистового течения) с уменьшением глубины резания предполагается увеличение объемного износа инструмента, который приводит к изменению величин сил резания, вследствие чего нарушается устойчивость системы СПИД. С другой стороны интенсивность образования площадки при точении определяется как произведение подачи на скорости резания. Разработка данного инструмента позволила значительно повысить скорости резания и подачи, и тем самым способствовать устойчивости СПИД.

Данная работа является одной из попыток определения причины появления вибраций при чистовом точении резцами ИЧТ. Механизм возбуждения колебаний при чистовом точении инструментом ИЧТ показан на рис. 1. В рассматриваемой модели резец, длина режущей кром-

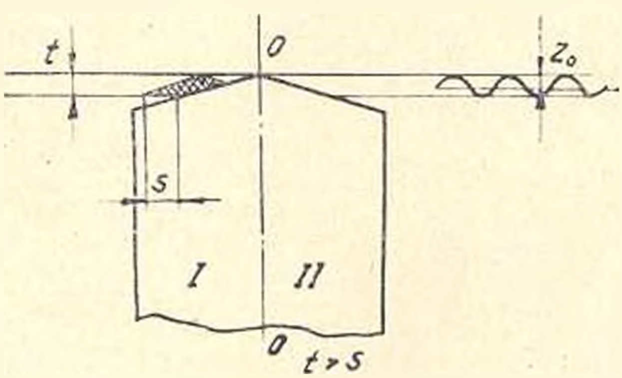


Рис. 1. Механизм возбуждения колебаний при чистовом точении резцом ИЧТ

ки которого намного больше подачи, условно делится на две части.

В процессе резания II часть резца выглаживает высоты гребешков, т. е. от глубины резания t остается глубина слоя t_0, которая должна сниматься II частью резца. Причиной появления остаточной глубины является процесс упругой и пластической деформации в зоне резания. При снятии этого слоя последовательно происходит смена фаз кратковременного резания и скольжения резца.

Волнистость поверхности образуется при соединении двух частей резца. Следовательно, глубина слоя, снимаемого II частью резца при следующем обороте детали, зависит не только от относительных перемещений резца и детали, но и этих соотношений при предыдущем обороте.

Механизм чистового точения резцом ИЧТ нами рассматривается как замкнутый процесс, который состоит из двух частей [1] (рис. 2): динамической характеристики станка и процесса резания.

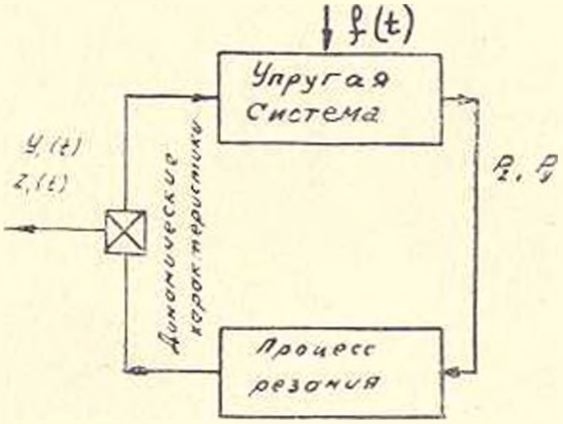


Рис. 2. Замкнутая система СПИД при чистовом точении.

Характеристическое уравнение процесса, которое позволяет установить предел устойчивости в матричной форме, согласно [2], имеет следующий вид:

$$\det \|1 - M \cdot K\| = 0, \qquad (1)$$

где 1—единичная матрица, M, K—матрицы податливости станка и виброустойчивости системы СПИД.

Согласно [2], связь между динамическими силами резания и холостым ходом, а также динамической глубиной резания, при главном и вспомогательном резании рекомендуется выразить следующими уравнениями:

$$P_y(\tau) = -C_1^{(y)} z(\tau) + C_2^{(y)} [z(\tau - T_0) - z(\tau)];$$

$$P_z(\tau) = -C_3^{(z)} z(\tau) + C_4^{(z)} [z(\tau - T_0) - z(\tau)], \qquad (2)$$

где коэффициенты $C_1^{(y)}$, $C_2^{(y)}$, $C_3^{(z)}$, $C_4^{(z)}$ определяются по методике приращения жесткости при изменении сил резания в зависимости от глубины резания.

Преобразование уравнений (2) позволяет определить соотношения частей K_{zy}, K_{zz}:

$$K_{zy} = C_2^{(y)}\left(e^{-sT_0} - 1 - \frac{C_1^{(y)}}{C_2^{(y)}}\right); \qquad (3)$$

$$K_{zz} = C_4^{(z)}\left(e^{-sT_0} - 1 - \frac{C_3^{(z)}}{C_4^{(z)}}\right).$$

Решая детерминант в уравнении (1) при допущении, что смещение по направлениям z и y не оказывают влияния на l, получим:

$$1 - m_{zz} K_{zz} - m_{yz} f (K_{zz}) = 0. \tag{4}$$

Здесь f_1 и f_2 зависят от условий резания, $\frac{1}{K_{zz}}$ характеризует процесс резания, m_{zz} и m_{zy} — динамику станка.

Таким образом, уравнение (4) дает частотную характеристику станка и представляет процесс резания обратной кривой, а динамическое состояние станка характеризуется кривой m_{zz} или m_{zy}. Объединив эти две кривые в системе АФЧХ, согласно [3], определим величины R_e, J_m.

Таким образом, были выведены системы АФЧХ при чистовом точении с учетом объединения кривых податливости станка и виброустойчивости системы СПИД.

Описанная методика позволяет исследовать динамическую устойчивость процесса чистового резания с учетом условий обработки и жесткости станка. В качестве примера приведены результаты исследований виброустойчивости системы СПИД при чистовом точении материала марки сталь 45 резцом НЧТ.

Режимы резания были выбраны для данного материала и инструмента методом факторного планирования. План эксперимента с результатами приведены в табл. 1. Согласно [4], оптимизация процесса резания одновременно по силе резания и шероховатости поверхности с учетом ограничений станка дает следующие оптимальные значения режимов резания:

Таблица 1

№	V, м/мин	S, мм/об	t, мм	P_z, кгс	P_y, кгс	P_x, кгс	R_z, мкм	Облученные уравнения
1	133	0,075	0,8	21	17	5,7	12,2	$P_z = \frac{e^{5.06} S^{0.85} t^{0.77}}{V^{0.15}}$
2	213	0,075	0,2	6	4,8	1,7	3,2	
3	333	0,075	0,4	17	6,6	2,8	4	$P_y = \frac{e^{1.22} S^{0.6} t^{0.86}}{V^{0.11}}$
4	133	0,125	0,2	11	10	2,5	5,2	
5	213	0,125	0,4	17	13,6	4,1	6,4	
6	333	0,125	0,8	45,2	19,2	6,7	8,2	$P_x = \frac{e^{3.4} S^{0.1} t^{0.55}}{V^{0.1}}$
7	133	0,25	0,4	34,6	34,6	6,6	11,4	
8	213	0,25	0,8	67,3	48	10,8	14,4	$R_z = \frac{e^{5.23} S^{0.26} t^{0.5}}{V^{0.12}}$
9	333	0,25	0,2	20,8	13,6	3,2	3,8	

$$V = 250 \text{ м/мин}; \quad S = 0{,}075 \text{ мм/об}; \quad t = 0{,}3 \text{ мм}.$$

По данным режимам резания проведены исследования виброустойчивости системы и определены значения всех неизвестных в уравнениях (5).

Расчет значений R_e и J_m конкретно для указанных условий обработки приведены в табл. 2.

Таблица 2

ω, 1/сек	податливость, K_1	ω_c 1/сек	T_1 1/сек	Декремент затухания, δ_1	T_2, сек.	$R_e\cdot10^{-3}$	$J_m\cdot10^{-3}$
1500	5,41	5945	1,61	0,1	5,51	0,012	−0,021
1800	•	•	•	•	•	0,019	−0,011
2100	•	•	•	•	•	0,036	−0,018
2500	•	•	•	•	•	0,045	−0,018
2800	•	•	•	•	•	0,031	−0,081
3000	•	•	•	•	•	−0,011	−0,1
3200	•	•	•	•	•	−0,03	−0,4
3400	•	•	•	•	•	−0,02	−0,5
3600	•	•	•	•	•	−0,04	−0,4
4000	•	•	•	•	•	−0,027	−0,012
4500	•	•	•	•	•	−0,01	−0,019

На рис. 3, по данным табл. 2 приведены АФЧХ системы СПИД

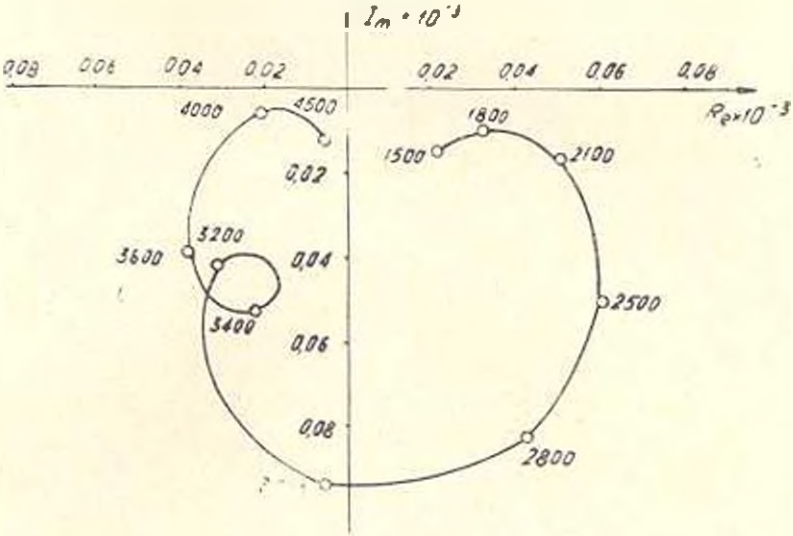


Рис. 3. АФЧХ системы СПИД при чистовом точении.

Анализ графика показывает, что устойчивость, в основном, зависит от подачи и глубины резания. Чем меньше подача и взаимное перекрытие режущей кромки, тем устойчивее система СПИД.

Однако уменьшение подачи приводит к снижению производительности обработки, что нецелесообразно, поэтому рекомендуется длину режущей кромки выбрать в соответствии с требуемой подачей. Кроме того, необходимо несколько изменить угол наклона режущей кромки λ и угол установки резца β_2 так, чтобы процесс резания протекал без каких-либо скачков или торможений.

Ленинаканский филиал ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 23.VIII.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Багдасарян Г. Б.* Изучение виброустойчивости строгального станка типа 7М36. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXIII, № 2, 1970.
2. Динамика чистового точения токарным резцом с зачистой режущей кромкой. Экспресс информация, «Режущие инструменты». 1977, № 8.
3. *Кудинов В. А.* Динамика станков. М., «Машиностроение», 1967.
4. *Касьян М. В., Багдасарян Г. Б., Арзуманян А. М.* Объемная деформация стружки, как показатель определения обрабатываемости. «Известия АН АрмССР, (серия Т. Н.)», т. XXX, № 5, 1977.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXII, № 5, 1979 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Г. Н. ДЕН, Р. Е. ЕПРЕМЯН

К ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКОМУ РАСЧЕТУ ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ ЦЕНТРОБЕЖНОГО КОМПРЕССОРА ДЛЯ СЖАТИЯ РЕАЛЬНОГО ГАЗА

При расчете центробежных компрессорных машин обычно принимается, что в теплоизолированной проточной части процесс политропический [1]. В настоящее время хорошо разработаны инженерные методы расчета центробежных ступеней для сжатия рабочих тел, близких к идеальному газу с постоянной теплоемкостью c_p. При расчете проточной части для сжатия рабочих тел, которые уже нельзя рассматривать как идеальные газы, приходится использовать крупномасштабные тепловые диаграммы или приближенные методики, позволяющие за счет введения дополнительных упрощающих допущений, справедливых в сравнительно узкой области изменения термических параметров состояния p и T, придать ряду расчетных зависимостей такой же вид, как для идеального газа [2, 3]. При этом приходится вводить средний для рассматриваемого интервала термических параметров показатель изоэнтропы k «условного» газа, заменяющего реальное рабочее тело, или же использовать различные показатели степени k_T и k_v в уравнениях, связывающих термические параметры p, ρ и T на линии процесса.

Использование определения политропического процесса в реальном газе, как процесса, происходящего с постоянной теплоемкостью c_n [4], позволяет отказаться от введения дополнительных допущений о свойствах рабочего тела в рассматриваемой области или различных показателей степени на линии процесса и вести расчет непосредственно по зависимостям $p=p(\rho, T)$, $i=i(\rho, T)$ и $s=s(\rho, T)$ для данного вещества с привлечением опытных данных о коэффициентах потерь элементов прочной части или ее политропическом КПД η_n.

Согласно [4] при политропическом процессе

$$s-s_н = c_n \ln (T/T_н),$$

здесь и далее индекс «н» указывает параметры, соответствующие начальной точке процесса.

Потери напора, вызванные необратимым переходом механической энергии в тепловую, равны

$$l_r = c_n (T-T_н).$$

Связь между коэффициентом потерь энергии [5] в элементе проточной части ζ, скоростью потока в контрольном сечении этого элеменза c, температурой T и энтропией s устанавливается соотношением

$$s_2 - s_1 = 0{,}5\,\zeta\,c^2\,\frac{\ln(T_2/T_1)}{T_2 - T_1}, \tag{1}$$

где индексами 1 и 2 помечены величины, относящиеся к входному и выходному сечениям элемента центробежной ступени.

Политропический КПД проточной части при постоянной для всех ее элементов теплоемкости процесса c_n определяется формулой

$$\eta_{п} = 1 - \frac{s_к - s_н}{i_к - i_н}\cdot\frac{(T_к - T_н)}{\ln(T_к/T_н)}, \tag{2}$$

где индексом «к» отмечены параметры за проточной частью.

В частном случае идеального газа с постоянной изобарной теплоемкостью c_p формула [2] приводит к уравнению политропы

$$p_к/\rho_к^n = p_н/\rho_н^n,$$

причем, показатель политропы n связан с газовой постоянной R соотношением

$$n/(n-1) = \eta_п\,c_p/R.$$

Для получения зависимостей давления p, энтальпии i и энтропии s от плотности ρ и температуры реального газа T может быть использована любая форма термического уравнения состояния рабочего тела $f(p, \rho, T) = 0$ и зависимость изобарной теплоемкости $c_p^{ид}$ при идеально-газовом состоянии вещества ($p \to 0$, $\rho \to 0$) от температуры [6]. В общем случае формулы для подсчета i и s имеют вид:

$$i = \int (c_p^{ид} - R)\,dT + T^2 \int \left[\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{p}{T}\right)\right]_\rho d\left(\frac{1}{\rho}\right) + \frac{p}{\rho} + C_i,$$

$$s = \int (c_p^{ид} - R)\,\frac{dT}{T} + \int \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\rho d\left(\frac{1}{\rho}\right) + R\ln\rho + C_s.$$

При аппроксимации $c_p^{ид}$ полиномом

$$c_p^{ид} = \sum_{j=1}^{l} d_j\,T^j$$

и использовании термического уравнения состояния, записанного в форме Боголюбова-Мейера

$$p = \rho R T\left(1 + \sum_{k=1}^{r}\sum_{j=0}^{l_k} b_{kj}\,\rho^k\,\vartheta^{-j}\right),$$

для определения i и s будем иметь

$$i = \sum_{j=1}^{l} \frac{d_j}{1+j}\,T^{1+j} + RT\sum_{k=1}^{r}\sum_{j=0}^{l_k} \frac{k+j}{k}\,b_{kj}\,\rho^k\,\vartheta^{-j} + C_i,$$

$$s = -R \ln \rho + (d_0 - R) \ln T + \sum_{j=1}^{l} \frac{d_j}{j} T^j + R \sum_{k=1}^{r} \sum_{j=0}^{l_k} \frac{j-1}{k} b_{kj} \rho^k \theta^{-j} + C_s .$$

В последних трех соотношениях $\theta = T/T_{кр}$, причем $T_{кр}$ — критическая температура, r — число вириальных коэффициентов, l_k — число членов полинома по θ в «к»-ом вириальном коэффициенте.

Сведения о коэффициентах d_j примерно для 400 веществ содержатся в [7], коэффициенты b_{kj} для ряда веществ, применяемых в холодильной технике, приведены в [8], а в иных случаях эти коэффициенты можно найти, опираясь на справочные данные, содержащиеся, например, в [9].

При термогазодинамических расчетах и экспериментальных исследованиях центробежных компрессоров приходится решать три различные задачи: определять производительность и конечное давление проточной части с известной геометрией при заданной скорости вращения ротора, рассчитывать размеры новой проточной части, которая должна обеспечить заданную производительность и конечное давление, и находить коэффициенты потерь элементов проточных частей и их политропический КПД по результатам измерений параметров потока. В качестве примера, показывающего подход к решению таких задач с использованием приведенных выше соотношений, рассмотрим задачу об отыскании массовой производительности G и конечного давления $P_к$ для одноступенчатой проточной части с известной геометрией при заданной окружной скорости колеса u_2, выбранных значениях коэффициента расхода φ_r и политропическом КПД $\eta_п$.

Прежде, чем отыскивать G и $p_к$ обычными известными методами [5] следует определить теоретический коэффициент напора колеса φ_{u_2} и коэффициент мощности χ, соответствующие заданной геометрии и принятой величине φ_r.

Пренебрегая кинетической энергией потока перед и за ступенью — величинами $0{,}5\ c_н^2$ и $0{,}5\ c_к^2$ — по сравнению с изменением энтальпии $i_к - i_н$, пользуясь уравнением напора и уравнением политропы (2), получим систему уравнений, позволяющую определить температуру и плотность за ступенью $T_к$ и $\rho_к$.

$$i_к(\rho_к, T_к) - i_н = u_2^2 \chi,$$

$$s_к(\rho_к, T_к) - s_н = u_2^2 \chi (1 - \eta_п) \frac{\ln(T_к/T_н)}{T_к - T_н} .$$

Для определения массовой производительности ступени G необходимо вычислить плотность при выходе из колеса ρ_2. Предварительно известными методами [5] следует найти коэффициент реакции ступени Ω. Для вычисления ρ_2 используются уравнения напор и политропы, согласно которым

$$i_2(\rho_2, T_2) - i_н = 2u_2^2 \chi,$$

$$s_2(p_2, T_2) - s_н = \Omega u_2^2 Z (1 - \varepsilon_н) \frac{\ln (T_2/T_н)}{T_2 - T_н}.$$

Отметим, что температура потока при выходе из колеса может быть вычислена по простой формуле

$$T_2 = T_н + \Omega (T_к - T_н),$$

следующей из того, что изменения энтальпии и температуры при политропическом процессе связаны линейной зависимостью.

Массовая производительность ступени G определяется по формуле

$$G = F_2 u_2 \varphi_{r2} \rho_2,$$

где F_2—площадь выходного сечения колеса

Учитывая сложность зависимостей, характеризующих физические свойства реальных газов, все термогазодинамические расчеты центробежных компрессоров целесообразно выполнять на ЭВМ.

При расчетах проточных частей для сжатия газовых смесей более удобным оказывается использование термического уравнения состояния в форме Бенедикта-Вебба и Рубина [6]. В этом случае коэффициенты уравнения для смеси могут быть вычислены по коэффициентам термического уравнения состояния для отдельных компонент.

Изложенный выше подход к расчету процессов в проточных частях центробежных компрессоров использован в программе для обработки результатов экспериментального исследования ступени на фреоне-12. Программа составлена применительно к ЭВМ типа «Напри-2».

Ленинградский технологический институт
холодной промышленности

Поступило 17.X.1978.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рис В. Ф.* Центробежные компрессорные машины. М.—Л., «Машиностроение», 1961, 335 с.
2. *Ден Г. Н., Бухарин Н. Н.* Метод условных температур для аналитического расчета процессов сжатия реальных газов. «Холодильная техника», 1974, № 1, 37—40 с.
3. *Баренбойм А. Б.* Малорасходные фреоновые турбокомпрессоры. М., «Машиностроение», 1974, 224 с.
4. *Вукалович М. П., Новиков И. И.* Техническая термодинамика. М., «Энергия», 1968, 496 с.
5. *Ден Г. Н.* Механика потока в центробежных компрессорах. Л., «Машиностроение», 1973, 272 с.
6. *Бадылькес И. С.* Свойства холодильных агрегатов. М., «Пищевая промышленность», 1974, 174 с.
7. *Thinh T. P., Duran J. L., Ramalho R. S., Kallaguine S.* Equations Improve Cp* Predintions. "Hydrocarbon Processing", January, 1971, p. 98—104.
8. *Перельштейн И. И.* Таблицы и диаграммы термодинамических свойств фреонов 12, 13, 22. М., Изд. ВНИХИ, 1971, 92 с.
9. *Гурвич Л. В.* и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочник. М., «Наука», 1978, 496 с.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԵՔԵՆԱՇԻՆՈՒԹՅՈՒՆ

ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ՄԵԽԱՆԻԿԱ

ՉԱՓՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

ՀԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

ԳԻՏԱԿԱՆ ՆՈԹԵՐ

СОДЕРЖАНИЕ

МАШИНОСТРОЕНИЕ

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 03108. Подписано к печати 21/I 1980 г. Тираж 465. Изд. 5156. Заказ 1078.
Формат бумаги $70\times108^1/_{16}$. Печ. л. 3,75. Бум. л. 1,88
Усл. печ. л. 5,25. Уч. изд. листов 3,95.

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван, Барекамутян, 24-г.
Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Барекамутян, 24.