

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵԴԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Կ. Մ. ԵԴՈՆՅԱՆ, Լ. Մ. ՄԱԿԱՐՅԱՆ, ԿՕ. Լ. ՏԱՐԿԻՅԱՆ

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ПЕРЕМЕЩАЮЩИХ МЕХАНИЗМОВ

При проектировании машин-автоматов различных отраслей промышленности нередко требуется осуществить прямолинейно-поступательное движение рабочего органа с его последующим поворотом на заданный угол. Для реализации подобного рода движений обычно используют сложные комбинированные механизмы, содержащие гидравлические и пневматические элементы. В настоящей работе рассматривается возможность решения указанных задач посредством простых малоэлементных механизмов с твердыми звеньями.

Р. Сначала рассмотрим задачу проектирования шарнирного шестизвездного механизма с регулируемой длиной прямолинейного хода ведомого шатуна. Предлагаемый алгоритм основан на идее сочетания двух родственных четырехзвенных механизмов, впервые представленной в работе [1].

Пусть имеем шарнирный четырехзвенник $ABCD$ (рис. 1а) и перемещенный кулисный механизм $G'M'O'$ (рис. 1б), у которых шатунные точки F и E при равномерном вращении входных звеньев AB и $G'M'$ соответственно на углы $\Phi = \varphi_m - \varphi_0$ и $\Phi' = \varepsilon_m' - \varepsilon_0'$ совершают приближенно-прямолинейное движение со скоростью, близкой к постоянной. Поскольку движение точки E приближенно-равномерное, то точка пересечения O_2 прямой BC и перпендикуляра, опущенного из центра A на направление прямолинейного движения точки E , совершает незначительные колебания относительно среднего положения O .

Механизм $G'M'O'$ подвергнем преобразованию подобия с коэффициентом подобия $AO/G'O'$, в результате чего получим кулисный механизм GMO . Далее совместим спорные шарниры G, A механизмов $GMO, ABCD$, линии GO и AO (рис. 1в) и жестко свяжем кривошипы GM и AB под углом $\angle M_1AB_0$. Легко убедиться, что при повороте кривошипа AMB на угол Φ при условии $\Phi < \Phi'$ из положения AM_0B_0 расстояние между точками F и E почти не меняется. Это позволяет ввести в состав механизма стержень FE , накладывающий пассивную связь. Теперь, удалив качающийся ползуа, получим однодвигательный механизм, шатуна FE которого совершает приближенное прямолинейно-поступательное движение между положениями F_0E_0 и F_1E_1 .

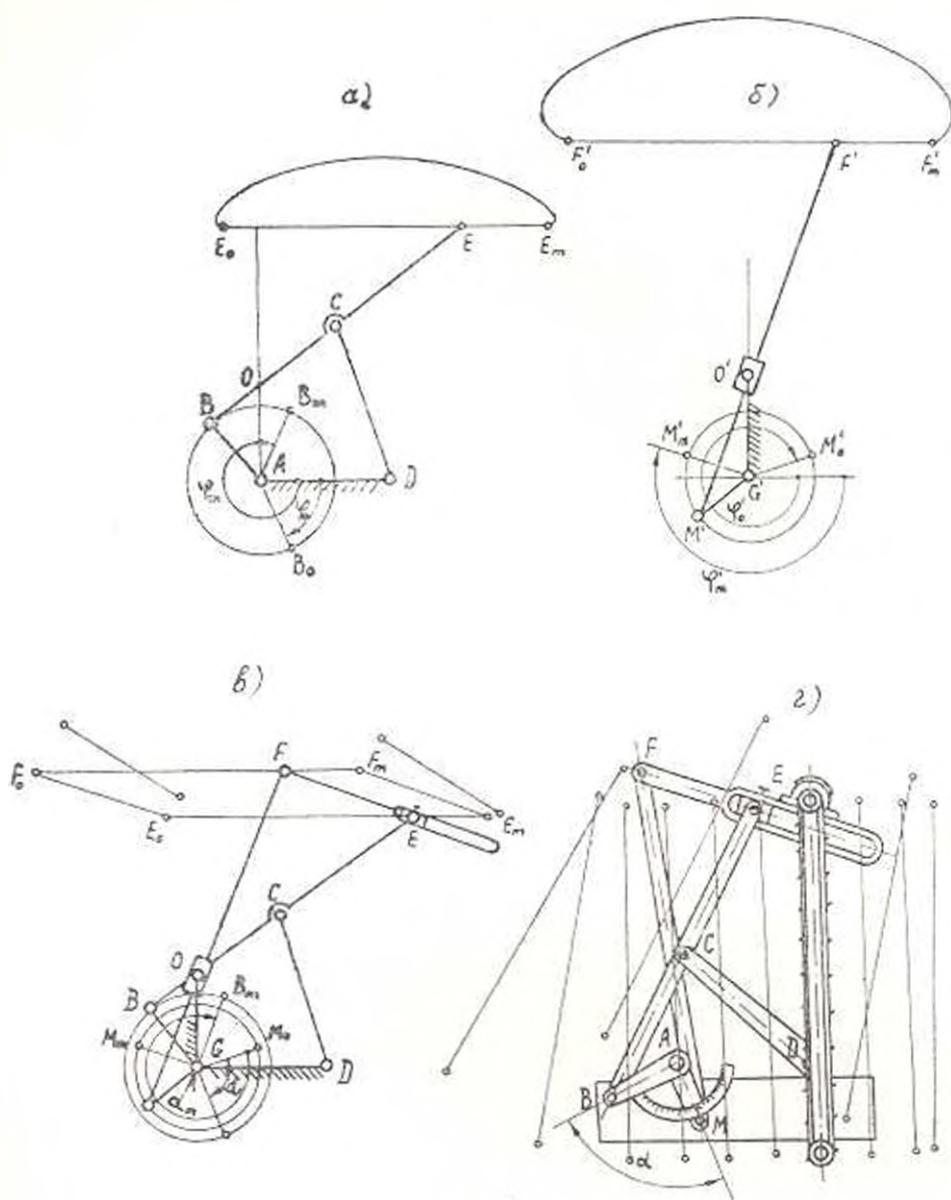


Рис. 1.

Угол скрепления α кривошипов AM (GM) и AB устанавливается, исходя из требуемой длины приближенно-поступательного хода шатуна FE . При изменении α от $\alpha_0 = \varphi_0 - \varphi_m - \beta$ до $\alpha' = \varphi_0 - \beta$, где $\beta = \varphi' - \varphi$, ход шатуна фактически не меняется, но с увеличением α от α_0 до $\alpha_m = \varphi_m - \varphi_0$ он убывает от своего максимального значения L_{max} до минимального L_{min} . Это позволяет произвести простую переналадку механизма, описанную в [1]. Фиксируя звено MF в положении F_0M_0 по шкале, прикрепленной к одной из сторон уголка MAB , уста-

называется то значение угла α , которое соответствует требуемой длине приближенно-поступательного хода звена FE . При этом шарнир E автоматически занимает новое положение вдоль линии FE (рис. 1.8). Тарирование шкалы производится в соответствии с формулой

$$\alpha = k - b \frac{L}{L_{\max}},$$

где

$$k = \frac{\alpha_m \Phi - \alpha_0 (\Phi' - \Phi' - 2\pi)}{2\pi - \Phi'}, \quad b = \frac{\Phi (\alpha_m - \alpha_0)}{2\pi - \Phi'}.$$

Регулировку можно выполнить и в обратном порядке. По требуемой длине приближенно-поступательного хода при фиксированном положении звена MF в M_0F_0 устанавливается положение шарнира E , следовательно, и необходимое значение α . Вне участка поступательного движения механизм, естественно, обеспечивает требуемый условиями задачи поворот шатуна FE .

Пример 1. Рассмотрим задачу проектирования механизма подачи исполнительного органа камендобывающей машины. Заданы длина участка прямолинейно-поступательного движения $L=1500$ мм, допустимое отклонение от прямолинейности $\Delta=3$ мм, требуется обеспечить поворот инструмента по часовой стрелке не менее, чем на 5° при вращении кривошипа AMB на 15° из положения AB_m в том же направлении и такой же поворот против часовой стрелки кривошипа на 15° из положения AB_c . Наконец, отношение максимального отклонения скорости инструмента к ее средней величине на участке прямолинейного хода не должно превышать 10%.

Сначала с помощью таблицы, составленной Г. Г. Барановым [2], по длине хода L и максимальному отклонению Δ находим размеры лямбда-образного механизма $ABCD$: $AD=660$ мм, $AB=330$ мм, $BC=CD=CE=735$ мм, $\alpha_0=66^\circ 30'$, $\alpha_m=227^\circ$. Как было показано в [3], скорость точки E этого механизма на участке приближенно-прямолинейного движения достаточно близка к постоянной. Остальные размеры механизма находим описанным выше способом.

Далее четырехзвенник $ABCD$ комбинируем с кулисным механизмом, размеры которого определяются по разработанной З. Ш. Блохом [4] методике, причем при любом варианте решения имеется два свободных размера. В данном случае расстояние OA можно с практически достаточной точностью определить в зависимости от параметров лямбда-образного механизма:

$$OA = AB \sqrt{\left(\frac{2BC}{AB + AD}\right)^2 - 1} + \frac{\Delta}{2} = 402 \text{ мм},$$

и остается подобрать значение свободного параметра AM по данному углу поворота звена FE (рис. 1.8) вне участка прямолинейного движения. Варьируя значением AM , с помощью ЭВМ получаем ряд шести-

звеньев по рис. 1 а и после анализа полученных вариантов подбираем механизм, отвечающий всем поставленным условиям. Недостающие размеры механизма равны: $AM = 268$ мм, $MF = 1594,46$ мм, $\varphi_0 = 341^\circ 59' 30''$, $\varphi_m = 198^\circ 0' 30''$. Конструктивная схема механизма и ряд его положений показаны на рис. 1 а.

Анализ спроектированного механизма с помощью простых формул, следующих из геометрии механизма, показал, что максимальное отклонение траектории точки F от горизонтальной прямой на заданном участке равно $\pm 3,2$ мм, а угловое отклонение оси EF от исходного положения E_0F_0 не более $\pm 2^\circ$.

Пример 2. Рассмотрим задачу синтеза механизма подавателя, описанную в работе [5]. Попробуем заменить спроектированный в [5] восьмизвенный механизм с высшей парой шарнирным шестизвенником. По проектному заданию требуется обеспечить прямолинейно-поступательное движение подавателя при вращении кривошипа на 180° , далее выполнить поворот подавателя на $12-13^\circ$ по часовой стрелке. Полученный в результате синтеза механизм (рис. 2) имеет следующие размеры: $OA = 13,2$ мм, $AB = BC = BD = 29,4$ мм; $OC = 24$ мм; $OF = 9,59$ мм; $FE = 68$ мм; $ED = 28$ мм. Полученный механизм по габаритам гораздо меньше своего восьмизвенного прототипа.

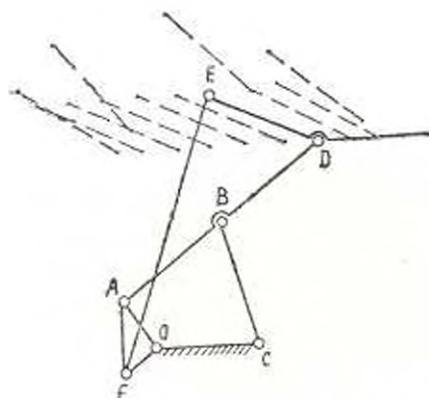


Рис. 2.

2°. Шестизвенные механизмы, описанные выше, обеспечивают лишь определенный поворот выходного звена вне участка прямолинейного движения. Поэтому в тех случаях, когда закон сложного движения выходного звена регламентирован криво, приходится обратиться к другим механизмам, обладающим более широкими кинематическими возможностями.

Ниже описывается пятизвенный генератор сложного движения дополнительного органа, принцип образования которого основан на следующей теореме [6]. Если точку E шатуна шарнирного четырехзвенника $ABCD$ (рис. 3), описывающую траекторию ax , сделать неподвижной, освободить стойку AD и передвигать любую ее точку F по кривой

$\alpha'\alpha'$, симметричной za относительно центра G отрезка FE , то звено AD движется поступательно.

Используя в качестве исходного четырехзвенника любое прямилло, на базе вышеприведенной теоремы можно получить одноподвижный пятизвенный механизм с высшей парой (рис. 3), у которого звено AD в определенном интервале вращения выходного звена BEC совершает прямолинейное движение. Для получения сложного движения звена AD вне участка прямолинейного хода в соответствии с заданным законом необходимо заменить соответствующий участок профиля неподвижного кулачка $\alpha'\alpha'$ определенной кривой.

Рассмотрим две разновидности задачи профилирования неподвижной направляющей. В обоих случаях размеры исходного прямилла, следовательно, и прямолинейный участок направляющей проектируемого механизма принимаются заданными.

Задача 1. Спроектировать криволинейный участок неподвижной направляющей по заданной функции $\psi = F(\varphi)$, связывающей углы поворота ψ и φ выходного звена AD и входного звена BEC . Задача состоит в определении координат точки F в зависимости от входного угла φ . Выведем зависимость величин X_A , Y_A от φ . С этой целью воспользуемся очевидными уравнениями

$$\left. \begin{aligned} (X_D - X_C)^2 + (Y_D - Y_C)^2 &= DC^2, \\ (X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2 &= AB^2, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$\left. \begin{aligned} X_D &= X_A + AD \cos \psi; & Y_D &= Y_A + AD \sin \psi; \\ X_C &= EC \cos (\varphi + \alpha); & Y_C &= EC \sin (\varphi + \alpha); \\ X_B &= BE \cos \varphi; & Y_B &= BE \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Решая систему (1) относительно X_A и Y_A , после ряда преобразований получим:

$$X_A = \frac{c_1 \pm \sqrt{c_1^2 + c_2}}{c_2};$$

$$Y_A = BE \cdot \sin \varphi \pm \sqrt{AB^2 - (BE \cdot \cos \varphi - X_A)^2},$$

где

$$c_1 = 2k_1 k_2 \cdot BE \cdot \sin \varphi + 2k_2^2 \cdot BE \cdot \cos \varphi - k_1 k_2;$$

$$c_2 = 2(k_1^2 + k_2^2);$$

$$c_3 = (k_1^2 + k_2^2)(4k_2^2 \cdot AB^2 - 4k_1 k_2 \cdot BE \cdot \sin \varphi - 4k_2^2 \cdot BE^2 - k_1^2);$$

$$k_1 = BE \cdot \cos \varphi - CE \cdot \cos (\varphi + \alpha) + AD \cdot \cos \psi;$$

$$k_2 = CE \cdot \sin (\varphi + \alpha) - AD \cdot \sin \psi - BE \cdot \sin \varphi;$$

$$k_3 = AB^2 - BE^2 - CE^2 + AD^2 - AC^2 - 2AD \cdot CE \cdot \cos (\varphi + \alpha - \psi).$$

Таблица 1

φ'	X_F	Y_F	φ'	X_F	Y_F
128	0,11873	-3,93275	248	-1,48124	-5,99411
138	0,15329	-3,95100	258	-2,69708	-5,92868
148	0,23515	-4,00432	268	-3,15124	-5,82166
158	0,33754	-4,08637	278	3,42724	-5,67991
168	0,43615	-4,19525	288	-3,56609	-5,52103
178	0,50622	-4,33421	298	-3,61737	-5,34049
188	0,52016	-4,51077	308	-3,62611	-5,12442
198	0,44707	-4,73373	318	-3,62334	-4,85779
208	0,21893	-5,00667	328	-3,63100	-4,52801
218	-0,11153	-5,31673	338	-3,65992	-4,12630
228	-0,65332	-5,62184	342	-3,71837	-3,93281
238	-1,34136	-5,85355			

Задача 2. Эта задача отличается от первой лишь тем, что подлежащая реализации функция $\psi = f(X)$ связывает угол поворота φ входного звена с абсциссой X некоторой его точки F .

Сначала выведем уравнения траектории точки A . Для этой цели воспользуемся системой (1). Умножив (2), получим

$$\begin{aligned} X_A^2 + Y_A^2 + CE^2 + AD^2 - CD^2 - 2X_A \cdot AD \cos \psi - 2Y_A \cdot AD \sin \psi + \\ + \sin \varphi [2AD \cdot CE \sin (\varphi - \alpha) + 2X_A \cdot CE \sin \alpha - 2Y_A \cdot CE \cos \alpha] + \\ + \cos \varphi [2AD \cdot CE \cos (\varphi - \alpha) - 2X_A \cdot CE \cos \alpha - 2Y_A \cdot CE \sin \alpha] = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$X_A^2 + Y_A^2 + BE^2 - AB^2 - 2X_A \cdot BE \cos \varphi - 2Y_A \cdot BE \sin \varphi = 0.$$

Исключив из системы (4) угол φ , окончательно получим

$$\begin{aligned} BE^2 [(X_A^2 + Y_A^2) (k_1 - Y_A^2 - 2Y_A \cdot AD \sin \psi)^2 - 4 |X_A^2 (k_2 - Y_A \cdot CE \cos \alpha)^2 + \\ + Y_A^2 (k_3 - Y_A \cdot CE \sin \alpha)^2| - 2BE (Y_A^2 + k_4) (k_1 - Y_A^2 - \\ - 2Y_A \cdot AD \sin \psi) |X_A (k_2 - Y_A \cdot CE \sin \alpha) + Y_A (k_3 - Y_A \cdot CE \cos \alpha)| + \\ + (Y_A + k_4)^2 [(k_3 - Y_A \cdot CE \sin \alpha)^2 + (k_2 - Y_A \cdot CE \cos \alpha)^2] + \\ + 8BE^2 X_A Y_A (k_1 - Y_A \cdot CE \sin \alpha) (k_2 - Y_A \cdot CE \cos \alpha)] = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$k_1 = DC^2 - AD^2 - CE^2 - X_A^2 - 2X_A \cdot AD \cos \psi;$$

$$k_2 = X_A \cdot CE \sin \alpha - CE \cdot AD \sin (\psi - \alpha);$$

$$k_3 = -X_A \cdot CE \cos \alpha - CE \cdot AD \cos (\psi - \alpha);$$

$$k_4 = X_A^2 + BE^2 - AB^2.$$

Вычислим из первого уравнения системы (3) абсциссу точки 1

$$X_1 = X_2 - x_2 \cos \psi + y_2 \sin \psi.$$

Теперь, учитывая это выражение, из уравнения (5) можно определить ординату Y_1 точки А. Далее из второго уравнения системы (3) можно вычислить Y_2 . Отметим, что при выборе функции $\psi = f(X)$ необходимо условие

$$\psi'(X_2) = \psi'(X_1).$$

ЕрПН им. К. Маркса

Поступило 15 VII 1975

Կ. Մ. ԵԳԻՏՅԱՆ Լ. Մ. ԲԱՇԿԵՅԱՆ, Յ.Ս. Լ. ԲԱՐՍԵՅԱՆ

ՏԵՂԵԿՈՒԹՅՈՒՆ ԱՅԿԱՆՈՒՄԵՐԻ ԿԱՆԱԿԵՄԱՆ ՄԻ ԲԱՆԻ ԿՆԻՒՄԵՐՆԵՐ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հողագծում բննարկվում են հարթ մեխանիզմների նախագծման մի քանի խնդիրներ՝ կապված տեղափոխվող օբյեկտի բարդ շարժման վերարտադրման հետ՝ ներկայացված է տարվող շարժաթևի մոտավոր-ուղղագիծ բնագրի կարգավորման մեթոդի հերժված եև թվային օրինակներ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Егисян К. М., Саркисян Ю. Л. Синтез прахолинейных и круговых направляющих четырехзвенников с регулируемой длиной участка приближения. Известия ВУЗов, серия «Машиностроение», № 5, 1975.
2. Баранов Г. Г. О решении некоторых задач Чебышева. Труды семинара по ТММ, том 5, вып. 20, изд. акад. АН СССР, 1948.
3. Саркисян Ю. Л. К синтезу прямая с приближенно равномерной шкалой чертающей точки. Сб. научных трудов Ереванского политехнического института, серия «Машиностроение», т. 6, № 9, 1972.
4. Блик Э. Ш. Приближенный синтез механизмов. Машгиз, 1948.
5. Диронян В. И. Синтез плоских стержневых механизмов, приближенно воспроизводящих заданное движение заданного объекта. Сб. «Механика машины», вып. 36—36. Изд-во «Наука», 1972.
6. Саркисян Ю. Л. К синтезу обратных шарнирных направляющих механизмов. «Машиностроение», № 5, 1966.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

К. Х. ШАХБАЗЯН, Л. А. ДЖАГАЦΙΑՆՅԱՆ, Գ. Տ. ХУДОЯН

К СИНТЕЗУ МЕХАНИЗМОВ НА ОСНОВЕ ОПРЕДЕЛЕННЫХ
 СООТВЕТСТВИЙ МЕЖДУ ПУЧКАМИ, СООТВЕТСТВЕННЫЕ
 ПРЯМЫЕ КОТОРЫХ ОБРАЗУЮТ ПОСТОЯННЫЙ УГОЛ

В работе [1] дан метод синтеза направляющих механизмов на основе определенных соответствий между двумя плоскими пучками, соответственные прямые которых параллельны. В данной статье дается метод синтеза точных механизмов для воспроизведения кривых высших порядков на основе определенных соответствий между двумя плоскими пучками, соответственные прямые которых образуют произвольный постоянный угол β .

Пусть имеем два плоских пучка* S и S_1 (рис. 1, а), соответственные прямые которых образуют постоянный угол β . Пучок S_1 ограничен плоской кривой $\varphi_1(\rho, \alpha) = 0$, и текущая точка A является точкой пересечения кривой $\varphi_1(\rho, \alpha) = 0$ с i -й прямой пучка S_1 . Требуется найти $\varphi(\rho, \alpha) = 0$ — геометрическое место точек B пучка S , которые удалены от соответственных точек пучка S_1 на постоянную величину a ($AB = a$).

Для определения положения точки B на i -й прямой пучка S из точки A радиусом a засекаем соответствующую прямую пучка S . При этом отрезок SB представляет собой радиус-вектор ρ кривой $\varphi(\rho, \alpha) = 0$.

Для аналитического определения радиуса-вектора ρ произведем следующие вспомогательные построения. Из центра пучка S проведем прямую SQ , образующую с прямой SB угол β , т. е. $SQ \parallel S_1A$. Из точки A проведем прямую, параллельную направлению SS_1 до пересечения с прямыми SB и SQ соответственно в точках D и K .

Согласно рис. 1, а $SB = SD + DB = \rho$.

Из $\triangle ADB$

$$(AB)^2 = (AD)^2 + (BD)^2 - 2(AD) \cdot (BD) \cos \alpha, \quad (1)$$

где

$$AB = a; \quad BD = \rho - SD, \quad (2)$$

$$AD = c - DK, \quad (3)$$

* Пучки S и S_1 условно показаны посредством одной пары соответственных прямых SN и S_1N .

Из SKD

$$DK = \rho_1 \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}, \quad (4)$$

$$SD = \rho_1 \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}, \quad (5)$$

Решая (1)–(5) относительно ρ_1 , получим*

$$\rho_1 = \rho_2 \cos \beta + c \cos \alpha - \sqrt{a^2 - (c \sin \alpha - \rho_2 \sin \beta)^2}, \quad (6)$$

где a , c и β — постоянные параметры; ρ_1 — свободный и переменный радиус-вектор, законом изменения которого можно варьировать; α — полярный угол (полюс находится в центре пучка S).

Выражение (6) является полярным уравнением кривой $\rho(\rho_1, \alpha) = 0$. От закона изменения ρ_1 и постоянных параметров a , c и β зависит вид воспроизводимой кривой.

Зависимость (6) можно воспроизвести механизмом, в основе которого лежит кинематическая схема, изображенная на рис. 1,б, где приняты следующие обозначения:

$$SS_1 = c; \quad AB = a; \quad SB = b; \quad SA = \rho_1.$$

Указанный механизм является семизванным и обладает двумя степенями свободы, что дает возможность в качестве траектории точки A выбрать произвольную плоскую кривую $\rho(\rho_1, \alpha) = 0$.

Механизм, изображенный на рис. 1,б, состоит из звена 1 с треугольным контуром, две стороны которого образуют угол β , опирающийся на данный отрезок SS_1 , втулок 2 и 3, вращающихся вокруг концов (центры пучков S, S_1) данного отрезка, втулок 4 и 5, скользящих по сторонам жесткого угла β , и стержня 6, исходящего во вращательные пары со втулками 4 и 5. Таким образом, полученный механизм содержит четыре нестационарные пары, число которых можно сократить до двух.

Траекторией точки A является геометрическое место вершины постоянного угла β , опирающегося на данный отрезок SS_1 , т. е. окружность. Центр этой окружности O совпадает с вершиной равнобедренного треугольника, построенного на отрезке SS_1 (рис. 1,а), с углом между бедрами 2β . При этом вершина $O \triangle SOS_1$ и точка A будут располагаться относительно отрезка SS_1 в одну сторону, если $\beta < 90^\circ$, и в разные стороны при $\beta > 90^\circ$. Из сказанного следует, что расстояние между точками O и A — величина постоянная, и их можно соединить жестким звеном 5 (посредством пар вращения). Звено 6 относительно звена 1 (рис. 1,б) совершает эллиптическое движение. Следовательно, в плоскости звена 6 имеется единственная точка D (рис. 1,а), которая движется по окружности относительно точки A (звена 1). Точка D бу-

* В дальнейшем учтен только положительный знак перед корнем.

дет вершиной равнобедренного треугольника ADB с углом при вершине D , равном β . Относительно отрезка AB точки D и N располагаются по одну сторону при $\beta < 90^\circ$ и в разные стороны при $\beta > 90^\circ$.

Присоединив точки D и N звеньем 6 и 1 жестким звеном 1 , получим механизм (рис. 1, в) с двумя поступательными парами, состоящий из стержня 1 , втулки 2 , входящей в вращательную пару со стойкой в точке S_1 (центр пучка S_1), втулки 3 , скользящей по звену 1 , стержней 4 и 5 и трехшарнирного звена 6 , образующего с другими звеньями только вращательные пары. Механизм, изображенный на рис. 1, в, также обладает двумя степенями свободы ($W=2$), т. е. точку A можно перемещать по произвольной плоской кривой $\varphi_1(r_1, \alpha) = 0$.

Рассмотрим два частных случая изменения свободного переменного r_1 .

1. $\varphi_1(r_1, \alpha) = 0$ — прямая $l-l_1$ и перпендикуляр h , опущенный с центра пучка S_1 на $l-l_1$, составляет с направлением SS_1 угол γ (рис. 1, г).

Из рис. 1, г следует, что

$$\varphi_1 = \frac{h}{\cos(\gamma - \alpha - \beta)} \quad (7)$$

Подставив (7) в (6), получим

$$\varphi = \frac{h \cos \beta}{\cos(\gamma - \alpha - \beta)} + c \cos \alpha + \sqrt{a^2 - \left[c \sin \alpha - \frac{h \cos \beta}{\cos(\gamma - \alpha - \beta)} \right]^2} \quad (8)$$

или в прямоугольной системе координат*

$$\begin{aligned} & [(x^2 + y^2) \{x \cos(\beta - \gamma) - y \sin(\beta - \gamma) - h \cos \beta\} - 2c \{x \cos(\beta - \gamma) - \\ & - y \sin(\beta - \gamma)\} \{x \cos(\beta - \gamma) - y \sin(\beta - \gamma) - h \cos \beta\} = \\ & = (a^2 - c^2) \{x \cos(\beta - \gamma) - y \sin(\beta - \gamma)\}^2 + \\ & + 2hcy \{x \cos(\beta - \gamma) - y \sin(\beta - \gamma)\} - h^2(x^2 + y^2) \cos^2 \beta. \end{aligned} \quad (9)$$

Выражения (8) и (9), независимо от соотношения постоянных параметров a и c , являются уравнением кривой четвертого порядка.

2. $\varphi_1(r_1, \alpha) = 0$ — окружность радиуса R .

а) Центр окружности совпадает с центром пучка S_1 (рис. 1, д). Подставив в (6) $\varphi_1 = R$, получим уравнение кривой, по которой перемещается точка B .

$$\rho = R \cos \beta - c \cos \alpha + \sqrt{a^2 - (c \sin \alpha - R \sin \beta)^2} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & (x^2 + y^2) \{x^2 + y^2 + R^2 + c^2 - a^2 - 2cx\} = \\ & = 4R^2 \{c(y \sin \beta - x \cos \beta) + (x^2 + y^2) \cos \beta\}^2. \end{aligned} \quad (11)$$

* Здесь и далее уравнения воспроизводимых кривых даны как в полярной, так и в прямоугольной системах координат.

Выражение (10) или (11), независимо от соотношения a и c , является уравнением кривой шестого порядка.

б) Окружность (траектория точки A) проходит через точку S_0 , и ее центр находится на прямой $l-l$, проходящей через центр пучка S_1 под углом γ к SS_1 (рис. 1, e).

Из ΔS_1OA имеем

$$\rho_1 = 2R \cos(\gamma - \beta - \alpha). \quad (12)$$

Подставив (12) и (6), получим:

$$\begin{aligned} y &= 2R \cos(\gamma - \beta - \alpha) \cos \beta + c \cos \alpha + \\ &+ \sqrt{a^2 - |c \sin \alpha - 2R \cos(\gamma - \beta - \alpha) \sin \alpha|}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 (x^2 + y^2 - 2cx - a^2 - c^2) - 4R^2 [x \cos(\gamma - \beta) + y \sin(\gamma - \beta)]^2 - \\ - 4Rc [x \cos(\gamma - \beta) + y \sin(\gamma - \beta)] (x \cos \beta + y \sin \beta) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Выражение (13) или (14), независимо от соотношения a и c , является уравнением кривой четвертого порядка.

в) Если же центр окружности радиуса R не находится в точке S и эта окружность не проходит через центр пучка S_1 (рис. 2, a), то

$$\rho_1 = k \cos(\gamma - \beta - \alpha) + \sqrt{R^2 - k^2 \sin^2(\gamma - \beta - \alpha)}, \quad (15)$$

и уравнение (6) примет вид:

$$\begin{aligned} k \cos \beta \cdot \cos(\gamma - \beta - \alpha) + \cos \beta \cdot \sqrt{R^2 - k^2 \sin^2(\gamma - \beta - \alpha)} + c \cos \alpha + \\ + \sqrt{a^2 - |c \sin \alpha - k \sin \beta \cdot \cos(\gamma - \beta - \alpha) + \sqrt{R^2 - k^2 \sin^2(\gamma - \beta - \alpha)} \cdot \sin \beta|^2}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} (x^2 + y^2 + R^2 + c^2 - a^2 - cx) (x^2 + y^2) + k^2 [x^2 + y^2 + 2xy \sin 2(\gamma - \beta)] + \\ + k [x \cos(\gamma - \beta) + y \sin(\gamma - \beta)] [2c(x \cos \beta + y \sin \beta) - (x^2 + y^2) \cos \beta]^2 = \\ = |x^2 + y^2 - k [x \sin(\gamma - \beta) - y \cos(\gamma - \beta)] [x \cos(\gamma - \beta) + y \sin(\gamma - \beta)] + \\ + 2c(x \cos \beta + y \sin \beta) - (x^2 + y^2) \cos \beta|^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Выражение (16) или (17) является уравнением кривой восьмого порядка.

Для синтеза механизмов, воспроизводящих кривые (8), (10), (13) и (16), воспользуемая схемой, изображенной на рис. 1, b .

На рис. 2, b показан механизм для образования кривой четвертого порядка (8), который представляет собой кулисный восьмизвенный механизм, состоящий из подвижных звеньев 1; 2; 3; 4; 5; 6 и 7 и стойки. Звено 7 движется прямолинейно по направляющим $l-l$. Перпендикуляр h , опущенный из центра пучка S_1 на $l-l$, составляет с направлением SS_1 угол γ . Точка B ползуна 3 воспроизводит кривую (8), т. е. изображенный на рис. 2, b механизм является материализацией геометрической схемы, изображенной на рис. 1, z .

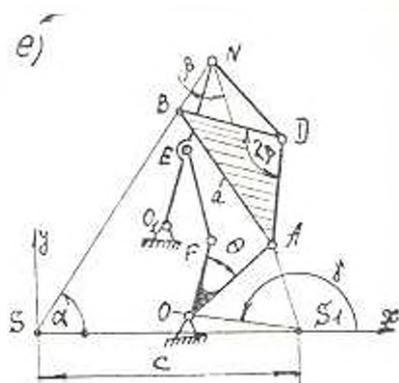
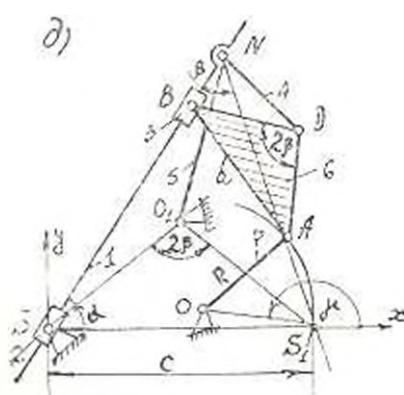
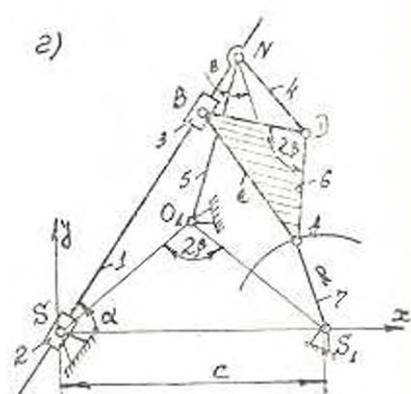
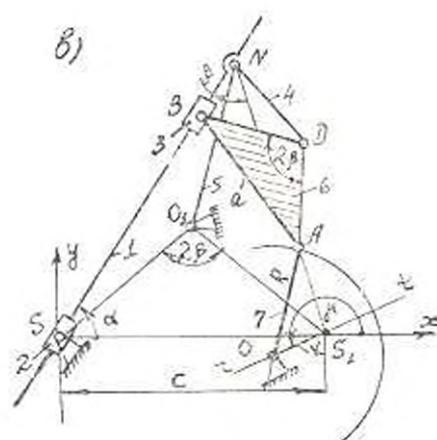
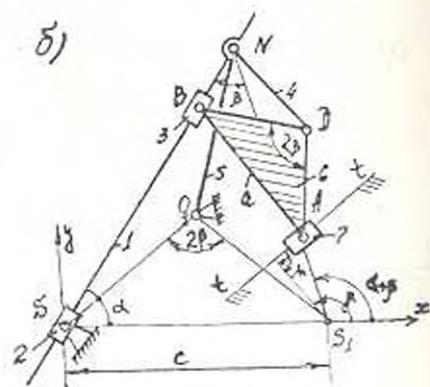
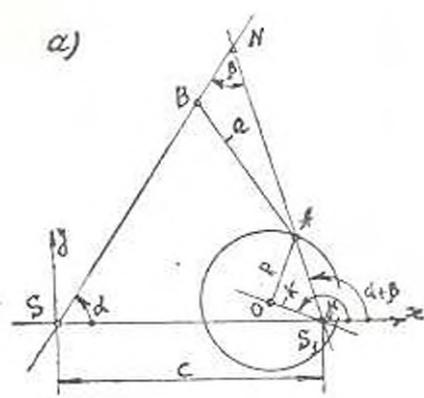


Рис. 2.

На рис. 2,в изображен механизм для образования кривой восьмого порядка (16). Механизм является кулисным и состоит из неподвижных звеньев 1; 2; 3, 4, 5, 6, 7 и стойки. Звено 7 вращается вокруг точки O , принадлежащей прямой $l-l$, проходящей через центр пучка S_1 под углом γ к SS_1 . Точка B ползуна 3 воспроизводит кривую (16).

Для образования кривой шестого порядка (10) механизм должен быть перестроен так, как это показано на рис. 2,г: неподвижный шарнир O совмещен с центром пучка S_1 . При вращении звена 7 вокруг точки $S_1(O)$ точка B ползуна 3 воспроизводит кривую (10).

Для образования кривой четвертого порядка (13) механизм перестраивается так, как это показано на рис. 2,д. Центр O расположен на прямой $l-l$ на расстоянии $k=R$ от центра пучка S_1 . Если звено 7 вращать вокруг точки O , то точка B ползуна 3 будет перемещаться по кривой (13).

На рисунках 2,а, г и д приняты следующие обозначения:

$$SS_1 = c; \quad AB = a; \quad S_1A = R; \quad OS_1 = k; \quad \angle SAS_1 = \beta; \quad \angle ASS_1 = \gamma.$$

Размеры остальных звеньев — производные величины и подсчитываются по формулам:

$$SO_1 = S_1O_1 = NO_1 = \frac{c}{2 \sin \beta}; \quad BO = AO = NO = \frac{a}{2 \sin \gamma};$$

$$OO_1 = \sqrt{\left(\frac{c}{2 \sin \beta}\right)^2 - k^2} - \frac{kc}{\sin^2 \beta} \sin(\gamma - \beta).$$

Кулисно-рычажный восьмизвенный механизм, изображенный на рис. 2,д, возможно заменить шестизвенным механизмом только парами вращения [2]. Можно показать, что передаточное отношение между звеньями 5 и 1, 7 и 1 равно двум (рис. 2,е). Звено 1 имеет треугольный контур с жестким углом β (см. рис. 1,б), опирающийся на данный отрезок SS_1 , а звено 5 является радиусом окружности, по которой движется вершина A угла β . Следовательно, передаточное отношение между звеньями 5 и 1 равно двум ($i_{51} = 2$). Конечная точка A звена 7 в своем движении по окружности всегда находится на стороне AS_1 угла β и проходит через S_1 , следовательно, передаточное отношение между звеньями 7 и 1 также равно двум ($i_{71} = 2$). Поэтому передаточное отношение между звеньями 5 и 7 равно единице ($i_{57} = 1$). Следовательно, в плоскости звена 5 или 7 всегда можно взять прямую, параллельную другому звену, и посредством схемы параллелограмма обеспечат синхронность движения этих звеньев. Тогда, не нарушая первоначального движения остальных звеньев, можно удалить ползуна 2; 3 и звено 1 и получить шестизвенный механизм только с вращательными кинематическими парами (рис. 2,е). Угол между звеньями O_1A и O_1A_1 $\angle FOA = \angle Q = 90^\circ - \gamma + \beta$. Шатун BDA полученного механизма совершает то же движение, что и в исходном механизме (рис. 2,д).



Полученный нами шестизвездный шарнирный механизм может быть преобразован в шарнирный четырехзвездник на основе теоремы, изложенной в монографии [3].

Механизмы, синтезируемые предложенным методом, могут быть применены при решении инженерных задач, связанных с обработкой изделия заданного профиля или с перемещением точек исполнительных органов машины по заданным траекториям и т. п.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим пример синтеза механизма для огибания эллипса. Известно, что подошвенная кривая эллипса является подерой эллипса с полюсом в его центре. Если в уравнении (13) принять

$$\gamma = 180^\circ - \beta; \quad 2R = c/\cos \beta, \quad (18)$$

то получим

$$\rho = 1 \sqrt{a^2 - c^2 (\sin \alpha - \cos \alpha \operatorname{tg} \beta)^2}. \quad (19)$$

Выражение (19) является уравнением подошвенной кривой эллипса при

$$a > c \cos \beta.$$

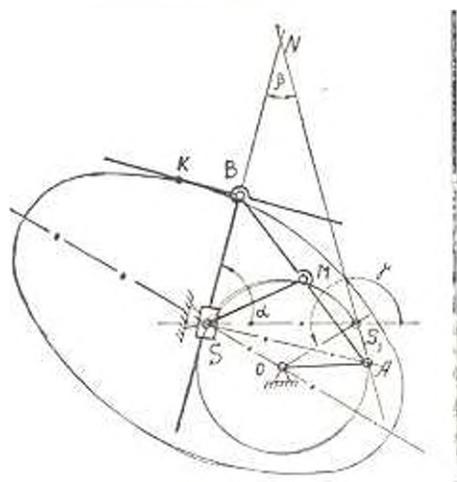


Рис. 3.

При выполнении условий (18) и $a > c/\cos \beta$ шатуновая точка B механизма, изображенного на рис. 2, с, воспроизводит подошвенную кривую эллипса. Поэтому перпендикуляр, восстановленный к радиусу-вектору SB подошвенной кривой в точке B , будет всегда касателем к эллипсу с центром в точке S , имеющему большую ось $2a$ и межфокусное расстояние $2c/\cos \beta$.

На рис. 3 (где $OA = OS = \frac{c}{2 \cos \beta}$; $MS = MA = MB = \frac{a}{2}$; $\angle BSA = 90^\circ$) изображен механизм для воспроизведения эллипса методом огибания, который построен на основе механизма, изображен-

ного на рис. 2,а, после преобразования его в шарнирный четырехзвенник. Полученный механизм компактен по сравнению с одноименными существующими механизмами и имеет возможно минимальную теоретическую длину режущего инструмента режущего типа

$$L = 2(BA)_{\min} = 2 \left[a - \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{\cos \beta} \right)^2} \right]$$

ЕрГУ

Получено 17 III 1977

Գ. Կ. ՇԱԽԲԱՅԱՆ, Պ. Ա. ԶԱՎԱՅԳԱՆՅԱՆ, Պ. Ս. ԿՈՒՅՈՒՆՅԱՆ

ՄԵԿԱՆԻԶՄՆԵՐԻ ՄԻՆԻՑՈՒՄԸ ՓՆՋԵՐԻ ՄԻՋԵՎ ՈՐՈՇԱԿԻ
ՀԱՄԱՊԱՏԱՍԽԱՆՈՒԹՅԱՆ ՀԻՄԱՆ ՎՐԱ, ԵՐԲ ՓՆՋԵՐԻ
ՀԱՄԱՊԱՏԱՍԽԱՆ ՈՒՂԻՆԵՐԸ ԿԱԶՄՈՒՄ ԵՆ
ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ԱՆԿՈՒՆ

Ա ռ զ յ ո զ յ ո լ յ ճ

Հողածուռ առաջարկում է մեթոդ, որի միջոցով Շախբայեր է նախագծել բարձր կարգի նորը կտրեր վերաբաղող մեխանիզմներ: Ընդ որում մի մեխանիզմից մյուսին անցներ կատարվում է պարզ վերաբաղման միջոցով:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Шахбазян К. Х., Давидович Д. А. К синтезу механизмов на основе определенных соответствий между звеньями прямых. «Изв. АН АрмССР. Механика», том XXVI, № 6, 1973.
2. Шахбазян К. Х., Давидович Д. А. Об одном методе замены поступательных пар вращательными в некоторых кулисно-рычажных механизмах. «Изв. АН АрмССР. Серия технических наук», том XXVI, № 3, 1973.
3. Блох Э. Ш. Приближенный синтез механизмов. Машгиз, М., 1948.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Р. П. ДЖАВАХИЯН

СИНТЕЗ ЗУБЧАТО-РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПО
 ЭКСТРЕМАЛЬНЫМ ЗНАЧЕНИЯМ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ
 И УСКОРЕНИЯ ВЕДОМОГО ЗВЕНА

Рассмотрим зубчато-рычажный четырехколесный механизм, полученный на базе четырехшарнирного механизма, все постоянные и переменные размеры которого отнесем к радиусу R_c начальной окружности ведомого колеса (рис. 1). Обозначим относительные размеры базисного механизма через $OA = l_1$, $AB = l_2$, $BC = l_3$, $OC = l_4$, а относительные радиусы колес — через r_0 , r_a , r_1 , r_b , r_c , $r_c = 1$. Точки P_1 , P_2 и P_3 являются полками зацепления колес.

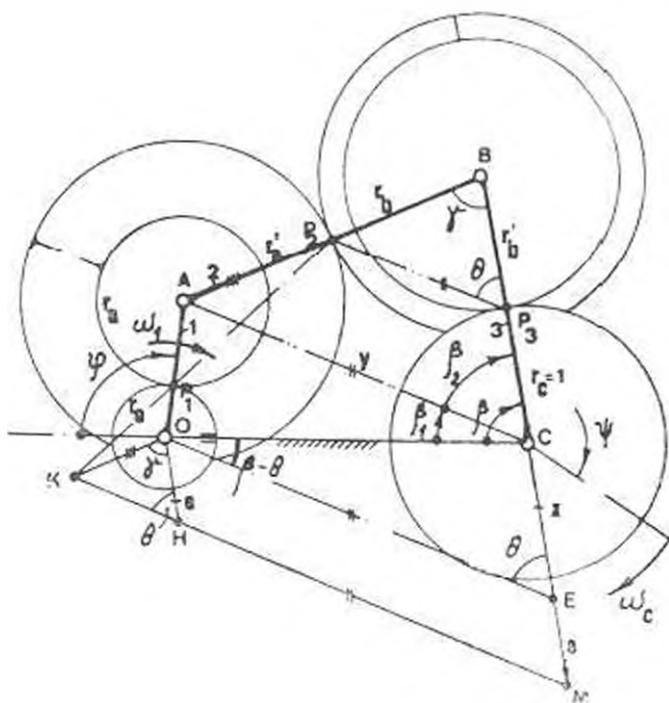


Рис. 1.

Для графического определения угловой скорости ω_c ведомого колеса такого механизма [1] проводим P_2K до пересечения с прямой $OK \parallel AB$ в точке K . Из полученной точки K проводим $KM \parallel P_2P_3$ до

пересечения с осью BC звена 3 в точке M . Вектор P_3M изображает повернутую на 90° в сторону вращения ведущего кривошипа 1 скорость полюса зацепления P_2 , построенную в масштабе кривошипа. Тогда, принимая для удобства $r_1 = 1$, из выражения $\omega_2 R_2 = \omega_1 \cdot P_3M = \omega_1 (R_2 + EM + CE)$ для аналога угловой скорости ведомого колеса находим

$$\varphi = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1 + e + x. \quad (1)$$

Параметры $e = EM/R_2$ и $x = CE/R_2$, входящие в (1), положительны, когда точки M и E находятся вне отрезка BC . Легко убедиться, что длины отрезков OK и $OH = EM$ для рассматриваемого механизма постоянны и не зависят от его положения. В самом деле, из условий $\triangle OKP_1 \sim \triangle AP_2P_1$ и $OKH \sim BP_2P_3$ для зубчато-рычажного механизма с внешними зацеплениями имеем

$$e = r_2' r_3 / r_2 r_3. \quad (2)$$

Найдем величину переменного параметра x . Из $\triangle OCE$ и $\triangle BP_2P_3$ соответственно имеем:

$$x = l_0 (\sin \beta \operatorname{ctg} \theta - \cos \beta); \quad (3)$$

$$\operatorname{ctg} \theta = \frac{\lambda - \cos \gamma}{\sin \gamma}, \quad (4)$$

где $\lambda = r_2'/r_3$. Кроме того, имеем:

$$\sin \beta_1 = \frac{l_1 \sin \varphi}{y}; \quad \sin \beta_2 = \frac{l_2 \sin \gamma}{y}; \quad (5)$$

$$\cos \beta_1 = \frac{l_0 + l_1 \cos \varphi}{y}; \quad \cos \beta_2 = \frac{l_3 - l_2 \cos \gamma}{y}. \quad (6)$$

где y — относительная длина переменного отрезка AC , определяемая по формуле

$$y^2 = l_2^2 + l_1^2 - 2l_0 l_1 \cos \varphi = l_1^2 + l_3^2 - 2l_2 l_3 \cos \gamma,$$

откуда для угла перемены γ находим:

$$\cos \gamma = p - q \cos \varphi, \quad (7)$$

где

$$p = \frac{l_1^2 - l_3^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_2 l_3}; \quad q = \frac{l_0 l_1}{l_2 l_3}. \quad (8)$$

Подставляя в (3) значения θ и $\beta = \beta_1 + \beta_2$ из (4), (5) и (6), с учетом (7) получим

$$x = \frac{l_0}{l_0^2 + l_1^2 + 2l_0l_1 \cos \varphi} \left| \frac{m \sin \varphi + n \sin 2\varphi}{1 - (p - q \cos \varphi)^2} + (l_2 - l_3)(l_0 + l_1 \cos \varphi) \right| \quad (9)$$

где

$$m = l_1 [(l_3 + l_2) - p(l_2 + l_3)]; \quad n = 0.5ql_1(l_2 + l_3). \quad (10)$$

Из (1) для аналога $\dot{\varphi}''$ углового ускорения ведомого колеса имеем $\dot{\varphi}'' = x'$ и после подстановки значения x' , найденного из (9), находим

$$\dot{\varphi}'' = l_0 \frac{f_0 + f_1 \cos \varphi + f_2 \cos^2 \varphi + f_3 \cos^3 \varphi + f_4 \cos^4 \varphi - f_5 \sin \varphi [1 - (p - q \cos \varphi)^2]^2}{(l_0^2 + l_1^2 + 2l_0l_1 \cos \varphi)^2 |1 - (p - q \cos \varphi)^2|^2},$$

где значения постоянных коэффициентов связаны с параметрами механизма равенствами (8), (10) и

$$\left. \begin{aligned} f_0 &= m [pq(l_0^2 + l_1^2) - 2l_0l_1(1 - p^2)] - 2n(l_0^2 - l_1^2)(1 - p^2), \\ f_1 &= m [6pq l_0 l_1 + (l_0^2 + l_1^2)(1 - p^2 - q^2)] - 2n(l_0^2 + l_1^2)pq, \\ f_2 &= m [pq(l_0^2 - l_1^2) - 4l_0l_1q^2] + 4n[pq l_0 l_1 - (l_0^2 - l_1^2)(1 - p^2)], \\ f_3 &= -2mpq l_0 l_1 + 2n[3pq(l_0^2 + l_1^2) + 2l_0l_1(1 - p^2 - q^2)], \\ f_4 &= 2mq^2 l_0 l_1 + 2nq[2pl_0 l_1 - q(l_0^2 + l_1^2)], \\ f_5 &= l_1(l_3 - l_2)(l_0 - l_1^2). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Исследование функции $\dot{\varphi}'(\varphi) = x'(\varphi)$ на экстремум приводит к уравнению восьмой степени относительно $\cos \varphi$

$$\sum_{i=0}^8 h_i \cos^i \varphi = 0, \quad (12)$$

в котором коэффициенты h_i связаны с постоянными параметрами механизма формулами (11) и

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= f_0^2 - f_1^2(1 - p^2)^2, & h_1 &= 2f_0f_1 - 6f_2^2pq(1 - p^2)^2, \\ h_2 &= f_1^2 + 2f_0f_2 + f_3^2(1 - p^2)[(1 - p^2) + 3q^2(1 - 5p^2)], \\ h_3 &= 2f_0f_3 + 2f_1f_2 + 2f_2^2pq[3(1 - p^2) - 2q(3 - p^2)], \\ h_4 &= f_2^2 + 2f_0f_4 - 2f_1f_3 + 3f_2^2q^2[p^2(5 - 5p^2) - q^2(1 - 5p^2) - 1], \\ h_5 &= 2f_1f_4 + 2f_2f_3 + 2f_2^2pq^2(10p^2 - 3q^2 - 6), \\ h_6 &= f_3^2 + 2f_2f_4 + f_1^2q^2(q^2 - 15p^2 - 3), \\ h_7 &= 2f_3f_4 + 6f_2^2pq^2, & h_8 &= f_4^2 - f_5^2q^2. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Сложность функций (12) и (13) затрудняет решение задачи синтеза зубчато-рычажных механизмов по экстремальным значениям аналога угловой скорости ведомого звена.

Рассмотрим семейство зубчато-рычажных механизмов, в которых соблюдается условие

$$x = \frac{r_h}{r_b} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{r_c}{r_a}. \quad (14)$$

Для таких механизмов выражения (9), (12) и (13) сильно упрощаются, и становится возможным решение вышеуказанной задачи синтеза.

Для механизмов рассматриваемого семейства имеем $P_2P_3 \parallel AC$, $\theta = \beta_2$ (рис. 1) и аналогично (9) получим

$$x = \frac{l_0 l_1}{l_2} \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \gamma}. \quad (15)$$

откуда с учетом выражения $\gamma' = -q \sin \varphi / \sin \gamma$, полученного из (7), находим

$$\varphi' = \frac{l_0 l_1}{l_2} \cdot \frac{pq \cos^2 \varphi + (1 - p^2 - q^2) \cos \varphi - pq}{\sin^3 \gamma}. \quad (16)$$

где значение угла γ определяется по формуле (7).

Условие экстремума $\varphi' = 0$ в этом случае принимает вид

$$\cos^2 \varphi + g \cos \varphi - 1 = 0, \quad (17)$$

где

$$g = \frac{1 - p^2 - q^2}{pq}. \quad (18)$$

Анализ выражения (18) с учетом (8) показывает, что независимо от размеров четырехзвенного механизма, дискриминант уравнения (17) положителен и (17) имеет два действительных корня, произведение которых равно 1. Следовательно, (17) имеет только один возможный корень $|\cos \varphi| < 1$, которому соответствуют два значения

$$\varphi = \varphi_1 \quad \text{и} \quad \varphi = 2\pi - \varphi_1 \quad (19)$$

угла поворота ведущего кривошипа, т. е. положения кривошипа, соответствующие экстремальным значениям φ' , симметричны относительно стойки. При известном φ_1 экстремальные значения φ' определяются по формуле

$$\varphi'_{\text{экстр}} = 1 + e \cdot \frac{l_0 l_1}{l_2} \cdot \frac{\sin \varphi_1}{1 - (p - q \cos \varphi_1)^2}. \quad (20)$$

полученной из (1) и (15) с учетом (7).

Найдем теперь положения механизмов рассматриваемого семейства, соответствующие экстремальным значениям аналога углового ускорения φ'' ведомого звена. Из (16) для аналога углового ускорения ведомого звена находим

$$\psi'' = \frac{l_0 l_1}{l_2} \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin^3 \varphi} [S_0 - S_1 \cos \varphi + S_2 \cos^2 \varphi + \cos^3 \varphi], \quad (21)$$

где

$$S_0 = \frac{p}{q} (2 - p^2) + \frac{q}{p} (1 + 2p^2) - \frac{1}{pq}, \quad S_1 = -q^2,$$

$$S_2 = p^2 - 4q^2 - 1, \quad S_3 = \frac{p}{q} (p^2 - 2q^2 - 2).$$

и значения p и q определяются по (8). Анализ показывает, что кубическое уравнение, входящее в (21), не имеет действительных корней в интервале $-1 \leq \cos \varphi \leq 1$, аналог углового ускорения ψ'' достигает своих экстремальных значений в положениях $(\sin \varphi = 0)$

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_2 = \pi, \quad (22)$$

когда ведущий кривошип располагается на линии стойки.

Для экстремальных значений аналога углового ускорения ведомых колес механизма рассматриваемого семейства из (16), (18) и (17) находим:

$$\begin{aligned} \psi''_{\max} &= \frac{q l_2}{\sin \gamma_{\max}} = \frac{q l_2}{1 - (p - q)^2}, \\ \psi''_{\min} &= -\frac{q l_2}{\sin \gamma_{\min}} = -\frac{q l_2}{1 - (p + q)^2}, \end{aligned} \quad (23)$$

где γ_{\max} и γ_{\min} — экстремальные значения угла передачи (рис. 2).

Следует отметить, что все полученные формулы справедливы как для четырехколесных, так и для трехколесных зубчато-рычажных механизмов, для которых соблюдается условие (11).

Для определения углового хода $\psi^* = 2\pi z_2$ ведомого звена необходимо знать среднее значение его угловой скорости $\dot{\psi}_{cp}$, которое можно найти по очевидной формуле

$$\dot{\psi}_{cp} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\psi} d\varphi,$$

которая с учетом (1) принимает вид

$$\dot{\psi}_{cp} = 1 + e + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x d\varphi.$$

Подставляя значение x из (15) и интегрируя с учетом (7) и (8), получим:

$$\dot{\psi}_{cp} = 1 + e - \frac{l_2}{a_2} \operatorname{arcsinh} (4 \cos \varphi - p) \Big|_0^{2\pi} = 1 + e, \quad (24)$$

Значение постоянного параметра e для четырехколесных механизмов с внешним зацеплением колес определяется по формуле (2). Для трехколесных механизмов $r_b = 0$, $e = 0$ и $\psi'_{cp} = 1$.

Из (1), (15) и (24) следует, что $\psi' = \psi'_{cp}$ в положениях, когда $\alpha = 0$, $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$. Следовательно, в положениях $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$ угловые ускорения ведомых колес механизмов рассматриваемого семейства экстремальны, а текущее значение угловой скорости совпадает со средним ее значением за один оборот ведущего кривошипа (рис. 3).

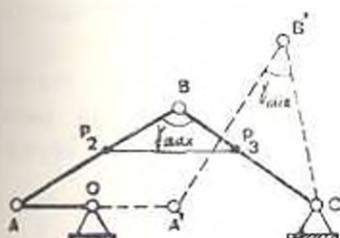


Рис. 2

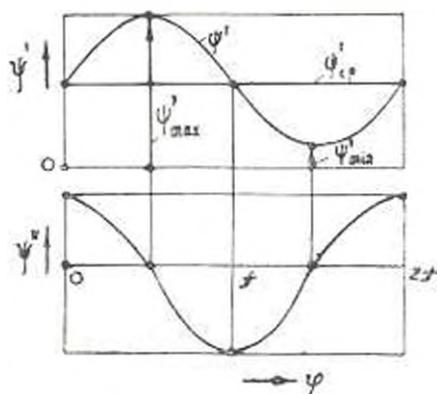


Рис. 3

Рассмотрим задачу синтеза зубчато-рычажного механизма (рис. 1), если заданы: среднее ψ'_{cp} и максимальное ψ'_{max} значения аналога угловой скорости ведомого колеса, угол φ_1 , определяющий положение механизма при $\psi' = \psi'_{max}$, и максимальное значение ψ''_{max} , аналога углового ускорения ведомого колеса при $\varphi = 0$.

Из (20), (24) с учетом (8) и (17) для $\varphi = \varphi_1$ имеем:

$$g = \frac{1 + \cos^2 \varphi_1}{\cos \varphi_1} \quad (25)$$

$$\psi''_{max} = \psi'_{cp} \frac{ql_2 \sin \varphi_1}{1 - (p - q \cos \varphi_1)^2} \quad (26)$$

Совместное решение (18), (23) и (26) дает:

$$p = (1 + k^2 - kg)^{-0.5}; \quad q = kp; \quad l_2 = \frac{\psi''_{max}}{q} \sqrt{1 - (p - q)^2} \quad (27)$$

где

$$k = \frac{1 - \left| \frac{\psi'_{max} (1 - \cos \varphi_1)}{\psi'_{max} - \psi'_{cp}} \right|^2}{\cos \varphi_1} \quad (28)$$

а g определяется по формуле (25).

Размеры четырехшарнирного механизма найдем по формулам

$$b = \frac{p l_0 l_3 + \sqrt{(p l_0 l_3)^2 + (l_0^2 - l_3^2)(l_0^2 - q^2 l_3^2)}}{l_0^2 - q^2 l_3^2} \quad \text{и} \quad l_2 = \frac{q l_0 l_3}{l_0}, \quad (29)$$

полученным из выражений (8). Значение относительного размера стойки можно выбрать по условию прозрачности базисного четырехшарнирного механизма.

Для рассматриваемого семейства механизмов формула (2) с учетом (14) и (24) принимает вид

$$e = \frac{r_0}{r_a} = \psi'_{cp} - 1, \quad (30)$$

где $l_1 = r_0 + r_a$.

Значения относительных радиусов колес находим из равенства (14), (28) и (30).

Если при синтезе вместо τ_1 потребовать соблюдение условия $l_3 = 2$, то в полученном механизме колеса будут попарно равны ($r'_0 = r_0 = 0,5l_3$ и $r'_2 = r_2 = 0,5l_3$). В этом случае значение τ_1 определяется по формуле

$$\cos \tau_1 = 1 - \frac{2(\psi'_{\max} - \psi'_{cp})}{\psi'_{\max} [4 - (\psi'_{\max} - \psi'_{cp})^2]}, \quad (31)$$

полученной из (23) и (26), а выражение для определения промежуточного параметра k с учетом (31) принимает вид:

$$k = \frac{\psi'_{\max} (\psi'_{\max} - \psi'_{cp})^2}{2(\psi'_{\max} - \psi'_{cp}) [4 - (\psi'_{\max} - \psi'_{cp})^2] - \psi'_{\max} [4 - (\psi'_{\max} - \psi'_{cp})^2]}. \quad (32)$$

Следует отметить, что приведенная методика решения задачи синтеза зубчато-рычажных механизмов применима, когда заданы любые два параметра из ψ'_{\max} , ψ'_{cp} и ψ'_{\min} связанными равенством $\psi'_{cp} = 0,5(\psi'_{\max} + \psi'_{\min})$.

Пример. Спроектировать зубчато-рычажный механизм при следующих входных параметрах синтеза: $\tau_1 = 97^\circ$, $\psi'_{\max} = 2,7$, $\psi'_{cp} = 1,55$ (т. е. $\psi'_{\min} = 0,4$) и $\psi'_{\max} = 1,25$.

Из (25) и (28) соответственно находим $g = 8,327378366$ и $k = 3,996924971$. Из (27) имеем $p = 0,141074665$, $q = 0,563745876$ и $l_3 = 2,009513651$. Принимаем $R_0 = 60$ мм, $l_0 = 160$ мм. Тогда $l_0 = 2,7$, и из (29) находим $l_2 = 2,36025262$ и $l_3 = 0,990306317$. Если вместо $\tau_1 = 97^\circ$ потребовать $l_3 = 2$, из (31) находим $\tau_1 = 97^\circ 09'$, из (32) находим $k = 3,978997176$ и повторив расчет приходим к следующим результатам:

$$\begin{aligned} g &= 8,157677287; & p &= 0,142433678; & q &= 0,566743204; \\ l_2 &= 2,373982767; & l_3 &= 0,996621185; & r_1 &= r'_1 = 1,0; \end{aligned}$$

$$r_0 = r'_0 = 1,186991384; \quad r_a = 0,612981403; \quad r_0 = 0,353639775.$$

Полученный механизм показан на рис. 1.

Для зубчато-рычажного механизма, в котором отсутствуют колеса z_0 и z_a , имеем:

$$z'_{cp} = 1, \quad z'_{max} = 2,55 \quad \text{и} \quad z'_{min} = -0,55.$$

Если для рассматриваемого семейства зубчато-рычажных механизмов потребовать выполнения условия

$$l_2^2 - l_3^2 = l_1^2 - l_0^2, \quad (33)$$

то из (18) с учетом (8) найдем $g = \frac{l_1}{l_0} + \frac{l_0}{l_2}$, и корнями уравнения (17) будут

$$\cos z_1 = -\frac{l_1}{l_0} \quad \text{и} \quad \cos z_2 = -\frac{l_0}{l_2}. \quad (34)$$

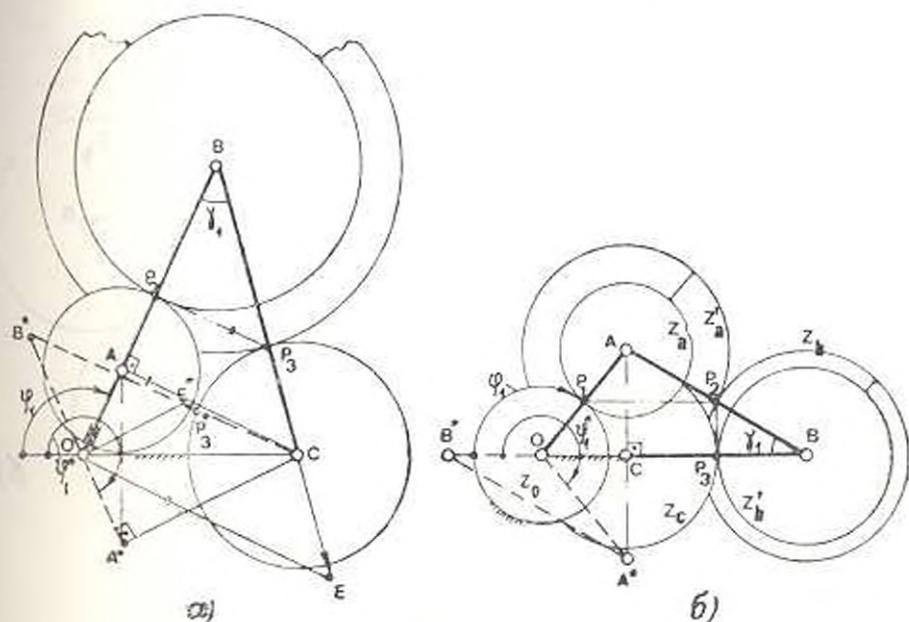


Рис. 4.

Формулы (34) справедливы соответственно для коромыслового и двух кривошипного базисных механизмов (рис. 4). В первом случае при $\psi^* = 0$ базисный механизм находится в своих крайних положениях, во втором — ведомый кривошип расположен на линии стойки. Экстремальные значения ψ^* для указанных механизмов будут определяться соответственно по формулам:

$$z'_{max} = 1 + \frac{r_0}{r_a} = \frac{l_1 l_2}{l_0}; \quad (35)$$

$$\psi'_{\text{max}} = 1 \quad \frac{r_0}{r_a} = l_0, \quad (35)$$

полученным из (1), (2), (15), (19) и (31), имея в виду, что в рассматриваемых положениях $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \gamma_1} = \frac{l_1}{l_0}$ (рис. 4, а) и $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \gamma_1} = \frac{l_2}{l_1}$ (рис. 4, б). В формулах (35) и (36) верхние знаки соответствуют максимальным, нижние — минимальным значениям ψ' .

Если для двухкривошипного механизма кроме выражений (14) и (33) потребовать еще выполнения условия $P_2P_1 \perp BO$ (рис. 4, б), то (36) принимает вид:

$$\psi'_{\text{max}} = l_1 \cdot l_0.$$

Все полученные результаты справедливы и для трехколенных зубчато-рычажных механизмов, в которых отсутствуют колеса z_1 и z_2 , а во всех формулах необходимо принять $\tau_1 = 0$, $r = 0$.

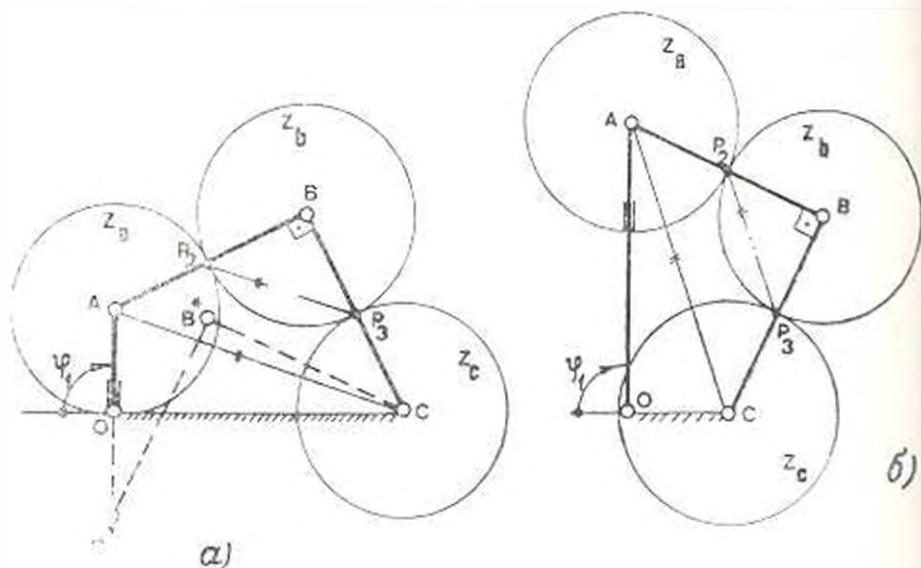


Рис. 5

Если для трехколенного зубчато-рычажного механизма, кроме уравнения (14) потребовать еще выполнения условий $l_1 = l_2$ и $l_0 = l_1 = 2l_2$ (т. е. $\gamma_1 = 90^\circ$, рис. 5, а), то получим механизм, рассмотренный в работе [2]. Для механизмов, показанных на рис. 5, имеем $\gamma_1 = 90^\circ$, $\alpha_1 = 270^\circ$ и аналогично (35), (36) находим $\psi'_{\text{max}} = 1 = l_0/l_1$.

Ի. Պ. ԶԱՎԱՆՅԱՆ

ԱՏԱՄՆԱ-ԼՊԱԿԱՅԻՆ ՄԵԽԱՆԵՉՄԵՆՆԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶ
ԸՍՏ ՏԱՐՎՈՂ ՌԳԱԿԻ ԱՐԱՒՈՐԹՅԱՆ ԵՎ ԱՐԱՒԱՑՄԱՆ
ԷՔՍՏՐԵՄԱԿ ԱՐՎԵՐՆԵՐԻ

Ա մ փ ո փ ու ռ մ

Հողվածում տրվում է հարթ առամնա-թափայլին մեխանիզմների էքստրեմալ արագությունների որոշման խնդրի լուծումը:

Դիտվում է նշված մեխանիզմների մի ամախումբ, որոնք նախազմումը կատարում է ըստ աստիճան առամնանիվի միջին ու մարտիմալ արագություն և մարտիմալ արագացման արժեքների:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Tolle O. Geschwindigkeiten in Zahnradkurbelgetrieben. Das Industrieblatt, 1960, Bd. 60, № 12.
2. Palmer J. Die Konstruktion einfacher Räderkurbelgetriebe. Maschinenbau-technik, 1955, № 4, 11, 11.

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

С. С. ШАХКАМЯՆ

ЦИФРОВАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ
ПЛАТИНОВОГО ТЕРМОМЕТРА СОПРОТИВЛЕНИЯ

В цифровых измерительных системах одним из основных требований является преобразование измерительной информации в цифровой код, соответствующий значениям измеряемых параметров. Это необходимо для регистрации в цифровой форме, цифровой индикации значений параметров и осуществления различных математических преобразований.

Для высокоточного измерения температуры в широком диапазоне в основном применяется платиновый термометр сопротивления (ТСП), который имеет нелинейную градуировочную характеристику. В области низких температур характеристика ТСП имеет сильно нелинейный характер, поэтому применение аналоговых методов линейризации не всегда может обеспечить высокую точность измерения.

В статье рассматривается принцип цифровой линейризации градуировочной характеристики ТСП и дается методика расчета параметров схемы цифровой линейризации. Цифровое измерение температуры с помощью ТСП производится следующим образом. Через ТСП, подключенного по четырехпроводной схеме, пропускается измерительный ток от стабилизатора тока, и падение напряжения на нем преобразуется в цифровой код аналого-цифровым преобразователем время-импульсного действия (АИИ). Падение напряжения на ТСП преобразуется во временной интервал согласно выражению

$$t_1 = k_1 R_1,$$

которые при подавлении начального сигнала, соответствующего 0°C, имеют вид

$$t_2 = k_1 (R_2 - R_0),$$

где k_1 — коэффициент преобразования сопротивления R ТСП во временной интервал;

R_0 — сопротивление ТСП при 0°C.

Количество квазирующих импульсов (N), поступающих на счетчик АИИ, будет определяться выражением

$$N_1 = \tau \cdot f_0 = k_1 f_0 (R_1 - R_0) = k_2 (R_1 - R_0), \quad (1)$$

где f_0 — номинальная частота квантующих импульсов;

k_2 — коэффициент аналого-цифрового преобразования сопротивления ТСП.

При этом N_1 будет нелинейной функцией от измеряемой температуры.

Для получения линейной зависимости между измеряемой температурой и количеством импульсов, поступающих на счетчик, необходимо в АЦП предусмотреть устройство для изменения значения коэффициента k_2 в процессе преобразования временного интервала в цифровой код. Изменение коэффициента k_2 наиболее целесообразно произвести путем изменения частоты квантующих импульсов [1]. С целью обеспечения высокой точности, в качестве генератора квантующих импульсов необходимо использовать кварцевый генератор с управляемым делителем частоты. Для построения схемы управляемого делителя частоты и определения требуемых значений коэффициентов деления, характеристику N_1 нужно аппроксимировать кусочно-линейной функцией, исходя из допустимого значения погрешности линеаризации (рис. 1).

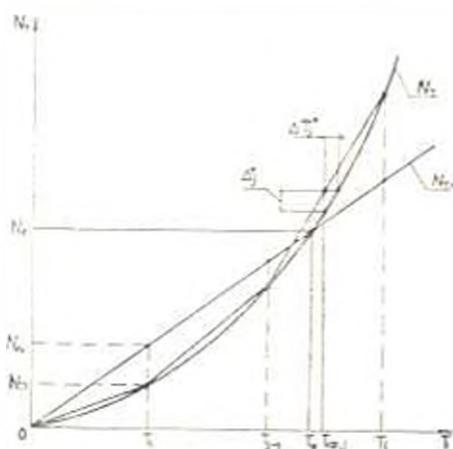


Рис. 1.

При аппроксимации характеристики N_1 по равноотстоящим значениям аргумента воспользуемся интерполяционной формулой Ньютона. При этом длина участка аппроксимации h_i определяется следующим выражением

$$h_i = T_i - T_{i-1} = \left| \frac{\Delta N_i^{\max}}{\Delta N_1 / \Delta T_{\max}} \right|$$

где ΔN_i^{\max} — максимальная абсолютная погрешность аппроксимации зависимости N_1 на участке h_i .

$|N''|_{\text{max}}$ — максимальное абсолютное значение второй производной аппроксимируемой зависимости N , внутри данного участка;
 T_j — значение температуры, соответствующее j -ой узловой точке аппроксимации.

Для упрощения расчетов погрешность аппроксимации Δ^0 можно определить по выражению

$$\Delta^0 = N_{T_{\text{ср}}} \cdot \Delta T_j^0,$$

где $N_{T_{\text{ср}}} = k_2 R_{T_{\text{ср}}}$ — производная N по температуре в средней точке j -го участка,

ΔT_j^0 — допустимое значение погрешности линеаризации в j -ой узловой точке.

Для ГСП в диапазоне температур от 0 до +650 С можно принять, что

$$N_{T_{\text{ср}}} \approx 0,4k_2.$$

Тогда получим

$$\Delta^0 = 0,4k_2 \cdot \Delta T_j^0,$$

$$h_j = \sqrt{\frac{3,2\Delta T_j^0}{|R''|_{\text{max}}}}.$$

В указанном диапазоне измерений для ГСП Гр 22 имеем

$$|R''| \approx 11,7 \cdot 10^{-6} \text{ Ом град}^2,$$

тогда

$$h_j \approx 1651 \sqrt{\Delta T_j^0}.$$

При допустимой погрешности линеаризации, равной

$$\Delta T_j^0 = \gamma_r T_j - T_{j-1} \left[0,1 - 0,05 \left(\frac{650}{T_j} - 1 \right) \right] \cdot 10^{-2} \quad (2)$$

где γ_r — предел относительной погрешности линеаризации, получим

$$h_j = 16,51 \sqrt{0,05 T_j + 32,5}.$$

Имея ввиду, что $h_j = T_j - T_{j-1}$, получим следующее уравнение

$$T_j^2 - (2T_{j-1} + 13,6)T_j + T_{j-1}^2 + 8850 = 0. \quad (3)$$

Значения T_j будут определяться из (3) путем подстановки начальной T_{j-1} . Подставляя $T_{j-1} = 0$, получим $T_1 \approx 101$ С. Принимаем $T_1 = 100$ С. Далее определяем значения температур, соответствующие определенным узловым точкам.

На каждом участке аппроксимирующей линии частота квантованных импульсов должна изменяться таким образом, чтобы показание

счетчика АЦП было прямо пропорционально измеряемой температуре. Изменение частоты будет происходить при показаниях счетчика АЦП, соответствующих узлам аппроксимации. Управление дискретным делителем частоты будет производиться посредством дешифратора, подключенного к выходу счетчика.

При кусочно-линейной аппроксимации следует учесть, что структура устройства линеаризации упрощается при выборе значений узлов аппроксимации кратными 10. Аппроксимирующие отрезки при этом не должны выходить из поля допуска, а коэффициенты деления частоты должны быть равны отношению целых чисел. Следовательно, практически трудно получить точную аппроксимацию согласно рис. 1. Расчет параметров устройства линеаризации производится следующим образом.

После выбора значений узловых точек определяются допустимые значения погрешностей ΔT_j по формуле (2) и круглыми кусочно-линейной функции на каждом участке по формуле

$$\alpha_j = \frac{N_j - N_{j-1}}{T_j - T_{j-1}} = \frac{k_j (R_j - R_{j-1})}{T_j - T_{j-1}},$$

где N_j — количество квантующих импульсов N_j , соответствующее температуре T_j согласно выражению (1).

Линеаризованную зависимость между количеством квантующих импульсов и измеряемой температурой целесообразно представить в виде

$$N_{ij} = nT_i,$$

где $n = 10^c$ — крутизна линеаризованной характеристики;

c — целое число;

T — измеряемая температура.

Тогда частота квантующих импульсов на каждом участке линеаризации будет определяться из выражения

$$f_j = \frac{N_{ij} - N_{i(j-1)}}{\tau_j - \tau_{j-1}} = \frac{n(T_i - T_{i-1})}{\tau_j - \tau_{j-1}}, \quad (4)$$

где $N_{ij} = nT_j$ — количество квантующих импульсов по линеаризованной характеристике для температуры T_j ;

$\tau_j = \frac{N_j}{f_0}$ — длительность время-импульсного преобразования при температуре T_j .

Подставляя значения α_j и τ_j в формулу (4), получим

$$f_j = \frac{n}{\alpha_j} f_0 = m_j f_0,$$

где $m_j = \frac{n}{\alpha_j}$ — расчетный коэффициент.

Учитывая, что m_j должен представлять собой отношение целых чисел, необходимо определить диапазон допустимых значений m_j и уточнить значение α_j . Расчет и уточнение α_j производится по участкам, начиная с первого. После уточнения значения m_j , уточняются значения α_1 и ΔT_1 . Далее производится расчет параметров остальных участков. Для этого из рис. 2 определяются значения $\alpha_{j \min}$ и $\alpha_{j \max}$ по формулам

$$\alpha_{j \min} = \frac{N_j - N_{j-1}}{T_j - T_{j-1} - (\Delta T_j - \Delta T_{j-1})},$$

$$\alpha_{j \max} = \frac{N_j - N_{j-1}}{T_j - T_{j-1} + (\Delta T_j - \Delta T_{j-1})},$$

где ΔT_j^+ и ΔT_j^- — допустимые алгебраические значения погрешностей линеаризации в j -ом узле;

ΔT_{j-1}^* — уточненное значение погрешности линеаризации в $(j-1)$ -ом узле.

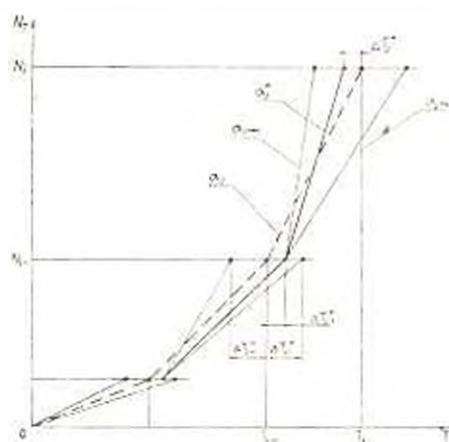


Рис. 2.

Погрешность ΔT_{j-1}^* определяется из выражения

$$\Delta T_{j-1}^* = - \left[T_{j-1} - \left(\frac{N_{j-1} - N_{j-2}}{\alpha_{j-1}^*} + T_{j-2} + \Delta T_{j-2}^* \right) \right],$$

где α_{j-1}^* — уточненные значения α_{j-1} .

По полученным значениям $\alpha_{j \min}$ и $\alpha_{j \max}$ определяются значения $m_{j \min}$ и $m_{j \max}$ и выбирается уточненное значение m_j , представляющее собой отношение наименьших целых чисел из условия

$$m_{j \min} < m_j < m_{j \max}$$

где

$$M_{j, \text{ист}} = \frac{n}{z_{j, \text{ист}}}, \quad M_{j, \text{изм}} = \frac{n}{z_{j, \text{изм}}}.$$

Для вычисления действительного значения погрешности линеаризации при любом значении измеряемой температуры T_i определяется соответствующее ему истинное значение τ_i по формуле

$$\tau_i = \frac{N_i}{f_0},$$

где N_i — количество импульсов, соответствующее температуре T_i согласно формуле (1).

Далее определяется номер участка (j) , где измеряется температура, и вычисляется значение

$$\Delta\tau_i = \tau_i - \tau_{j-1} = \tau_i - \sum_{k=1}^{j-1} \tau_{k1}$$

где $\tau_{k1} = \frac{N_{k1} - N_{(k-1)1}}{f_k}$ — время измерения на каждом k -ом участке

аппроксимации;

f_k — частота квантующих импульсов k -го участка аппроксимации.

Значения температуры и количества импульсов, соответствующие временному интервалу $\Delta\tau_i$, определяются по выражениям:

$$\Delta N_i = \frac{\Delta\tau_i}{f_j}; \quad \Delta T_i = \frac{\Delta N_i}{n}.$$

Показание счетчика при данном значении T_i будет

$$T_i^* = T_{j-1} + \Delta T_i,$$

где T_{j-1} — температура, соответствующая последнему участку аппроксимации в диапазоне до T_i .

Тогда погрешность линеаризации в точке T_i будет

$$\Delta T_i^* = T_i^* - T_i.$$

Результаты расчета параметров схемы цифровой линеаризации для диапазона от 0 до +650°C при подавлении начального сигнала, соответствующего температуре 0°C и допустимой погрешности линеаризации, равной

$$\Delta T_{\text{доп}} = \left[0,1 + 0,05 \left(\frac{650}{T} - 1 \right) \right] T_i \cdot 10^{-2},$$

приведены в табл. 1.

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Յ. Բ. ԽԱՇԻՅԱՆ, Վ. Ա. ԱՄԲԱՐՇՄՅԱՆ, Ջ. Դ. ՆԵՏՐՈՍՅԱՆ

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ РЕАКЦИИ ПРОТЯЖЕННЫХ ЗДАНИЙ И
 СООРУЖЕНИИ С УЧЕТОМ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ
 ПРОХОЖДЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

По действующей методике расчета зданий и сооружений на сейсмическое воздействие принимается, что все точки основания колеблются синхронно с одним и тем же смещением и ускорением. Однако для зданий и сооружений, длина которых в направлении распространения возмущения соизмерима с длиной сейсмической волны, такое допущение может привести к значительным погрешностям при определении реакций этих систем. Первые исследования, посвященные влиянию протяженности, были выполнены Г. Хаузером, П. Л. Корнишковым, А. П. Спиринским, Ш. Г. Манетваридзе [1, 2, 3, 4]. В дальнейшем различными аспектам этой проблемы посвящены работы В. А. Гроссмана, А. А. Петрова, М. Ф. Бариевца, В. К. Егупова и др. [5, 6, 7, 12]. Из-за сложности задачи в большинстве случаев рассматриваются здания и сооружения с простейшими динамическими расчетными схемами и с некоторым упрощением уравнений движения. В данной работе выведены уравнения движения протяженных многоэтажных рам с учетом начальной фазы прохождения сейсмической волны. Получены некоторые количественные данные о влиянии протяженности на величины реакций систем с одной степенью свободы. Обсуждается возможность интегрирования уравнений движения при заданной акселерограмме движения основания.

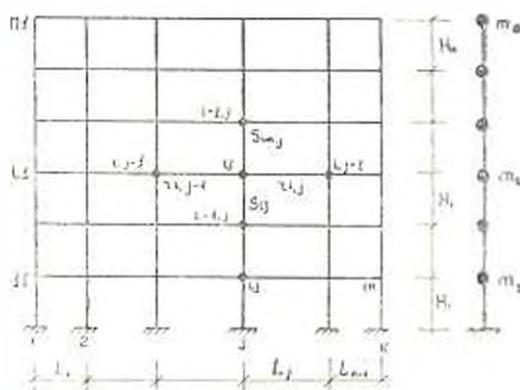


Рис. 1. Схема рамы.

1^o Рассмотрим многоэтажное каркасное здание (рис. 1). Динамическая расчетная схема принимается в виде системы с конечным числом степеней свободы. Уравнения движения с учетом протяженности можно получить, если составить уравнения равновесия метода дефор-

маций при статическом горизонтальном движении опор [8], а затем в соответствующих уравнениях поперечных сил, в соответствии с принципом Даламбера, прибавить инерционные силы. Полученные таким путем уравнения, когда каждая опора имеет некоторое перемещение, можно представить в следующем общем виде:

$$\begin{aligned}
 & 2s_{ij} \varphi_{i-1, j} + 2r_{i, j-1} \varphi_{i, j-1} + 4(s_{i, j} + r_{i, j-1} + r_{ij} + s_{i+1, j}) \varphi_{ij} + \\
 & + 2r_{ij} \varphi_{i, j+1} + 2s_{i+1, j} \varphi_{i+1, j} - 6 \frac{s_{ij}}{H_i} (y_i - y_{i-1}) - 6 \frac{s_{i+1, j}}{H_{i+1}} (y_{i+1} - y_i) = 0; \\
 & i = 2, 3, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, k; \quad r_{i0} = r_{ik} = s_{n+1, j} = y_{n+1} = 0; \\
 & 2r_{1, j-1} + 4(s_{1, j} + r_{1, j-1} + r_{1j} + s_{2j}) \varphi_{1j} + 2r_{1j} \varphi_{1, j+1} + 2s_{2j} \varphi_{2j} - \\
 & - 6 \frac{s_{1j}}{H_1} (y_1 - y_{0j}) - 6 \frac{s_{2j}}{H_2} (y_2 - y_1) = 0; \quad (1) \\
 & j = 1, 2, \dots, k; \quad r_{1,0} = r_{1,k} = 0;
 \end{aligned}$$

$$6 \sum_{i=1}^k \frac{s_{ij}}{H_i} (\varphi_{ij} + \varphi_{i-1, j}) - 12 \sum_{j=1}^k \frac{s_{ij}}{H_i^2} (y_i - y_{0j}) + \sum_{i=1}^n (-m_i y_i) = 0;$$

$i = 2, 3, \dots, n;$

$$6 \sum_{j=1}^k \frac{s_{ij}}{H_i} \varphi_{ij} - 12 \sum_{j=1}^k \frac{s_{ij}}{H_i^2} (y_i - y_{0j}) + \sum_{i=1}^n (-m_i y_i) = 0,$$

где $s_{ij} = \frac{EJ_{ij}^{(0)}}{H_i}$ — погонная жесткость j -й стойки i -го этажа;

$r_{ij} = \frac{EJ_{ij}^{(0)}}{l_j}$ — погонная жесткость j -го ригеля i -го этажа;

φ_{ij} — угол поворота узла с координатами i и j ;

y_i — перемещение i -го этажа;

E — модуль упругости;

$J_{ij}^{(0)}, J_{ij}^{(1)}$ — моменты инерции соответственно j -й стойки или ригеля i -го этажа;

H_i — высота i -го этажа;

l_j — длина j -го пролета;

m_i — масса, сосредоточенная в уровне i -го этажа;

y_i — ускорение массы i -го этажа;

n — число этажей;

k — число стоек этажа;

y_{0j} — перемещение j -й опоры.

Общее число уравнений системы (1) равно $kn + n$. Так как рассматриваемая система имеет n степеней свободы, то и число неизвестных, определяющих деформированное состояние, должно быть рав-

по λ . Если решить часть системы (1), представляющую условия равенства моментов в узлах, относительно φ_{ij} ($i=1, 2, \dots, n$; $j=1, 2, \dots, \dots, k$), и подставить полученные таким путем зависимости $\varphi_{ij} = f_{ij}(y_{0j})$ ($i=1, 2, \dots, n$; $j=1, 2, \dots, k$) в остальную часть уравнений, то получим точно n уравнений движения. Уравнения движения рамы (1) составлены для случая, когда каждая опора имеет определенное перемещение y_{0j} . Однако при более детальном анализе колебательного движения системы следует учитывать также начальный момент прохождения сейсмической волны [9]. При распространении возмущения, например, слева направо, сначала будет двигаться первая, затем — вторая опора, и уже после некоторого времени вовлекутся в движение все опоры. Здесь естественно предполагать, что возмущение распространяется с постоянной, зависящей от грунтовых условий, скоростью v_0 . Отсюда следует, что между перемещениями отдельных опор имеется зависимость:

$$y_{0j}(t) = y_{01} \left(t - \sum_{q=1}^{j-1} \frac{L_q}{v_0} \right).$$

При движении только первой опоры поведение системы описывается системой уравнений (1), в которых остальные перемещения опор принимаются равными нулю, т. е. $y_{0j} = 0$; $j > 1$. Решение этой системы справедливо при $0 < t < \frac{L_1}{v_0}$. При $\frac{L_1}{v_0} < t < \frac{L_1 + L_2}{v_0}$, когда движется и вторая опора, поведение системы описывается системой уравнений (1), в которых принимается $y_{0j} = 0$ для $j > 2$. И, наконец, когда вовлекается в движение все опоры, т. е. при $t > \sum_{q=1}^{k-1} \frac{L_q}{v_0}$, уравнения движения будут иметь вид (1), где уже все перемещения опор y_{0j} отличны от нуля. Таким образом, в начальный момент прохождения сейсмической волны от первой опоры до последней движение системы будет описываться k различными системами уравнений. При $0 < t < \frac{L_1}{v_0}$ система уравнений движения должна решаться при нулевых начальных условиях. При $\frac{L_1}{v_0} < t < \frac{L_1 + L_2}{v_0}$ начальными параметрами являются те значения деформаций и скоростей, которые получались при решении первой системы уравнений в точке $t = \frac{L_1}{v_0}$.

Соответствующим образом должны решаться и остальные системы уравнений. Решение систем уравнений при большом числе опор несколько увеличивает объем вычислительных операций. Однако, как будет показано ниже, при определении реакций многопролетных рам также удовлетворительные результаты можно получить, если при начальном прохождении волны учитывать лишь крайние опоры, т. е. при

ливать, что движение системы описывается всего лишь двумя различными системами уравнений: при

$$0 < t < \sum_{q=1}^{k-1} \frac{L_q}{v_0} \quad \text{и} \quad t > \sum_{q=1}^{k-1} \frac{L_q}{v_0}.$$

В случае, когда жесткость ригелей в несколько раз больше жесткости стоек, мы можем принимать перекрытие недеформируемым.

Уравнения движения такой системы будут иметь сравнительно простой вид. Принимая в (1) $z_{1j} = 0$, получим:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^k m_i y_i'' + 12 \sum_{j=1}^k \frac{s_{ij}}{H_j^2} (y_i - y_{i-1}) &= 0; \quad i = 2, 3, \dots, n \\ \sum_{i=1}^k m_i y_i'' - 12 \sum_{j=1}^k \frac{s_{ij}}{H_j^2} (y_i - y_{0j}) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Эти уравнения, путем простых алгебраических преобразований, можно привести к виду:

$$m_i y_i'' - a_{i-1} (y_{i-1} - y_i) + a_i (y_i - y_{i-1}) = 0; \quad i = 2, 3, \dots, n; \quad (3)$$

$$m_1 y_1'' - a_2 (y_2 - y_1) + \sum_{j=1}^k a_{1j} (y_1 - y_{0j}) = 0,$$

где

$$a_i = \sum_{j=1}^k \frac{s_{ij}}{H_j^2}; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

В некоторых случаях удобнее в уравнениях (2) произвести замену переменных. Обозначая $\bar{y}_i = y_i - y_{0i}$ и учитывая затухание по гипотезе Фойгта (в несколько видоизмененном виде [10]), получим:

$$\begin{aligned} m_i (\bar{y}_i + y_{0i})'' - a_{i-1} (\bar{y}_{i-1} - \bar{y}_i) - \frac{a_{i+1}}{\omega} x_{i+1} (\bar{y}_{i+1} - \bar{y}_i)' &+ \\ + a_i (\bar{y}_i - \bar{y}_{i-1}) + \frac{\alpha_i}{\omega} x_i (\bar{y}_i - \bar{y}_{i-1})' &= 0; \\ m_1 (\bar{y}_1 + y_{01})'' - a_2 (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) - \frac{a_2}{\omega} x_2 (\bar{y}_2 - \bar{y}_1)' &+ \\ + \sum_{j=1}^k a_{1j} (\bar{y}_1 + y_{0j} - y_{0j}) + a_1 \frac{\alpha_1}{\omega} \bar{y}_1' &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

где α_k — коэффициент затухания k -го этажа; ω — частота основного тона свободных колебаний. В уравнениях (1) принято, что поглощение энергии первого этажа при несинхронных колебаниях опор такое же, что и при синхронных колебаниях. Такое допущение приводит к не-

существенному изменению затухания всей системы, но к значительному упрощению задачи при численном решении уравнений движения, когда заданы сейсмограмма или акселерограмма землетрясения. Таким образом, уравнения движения можно решить как относительно абсолютных перемещений y_i , так и относительно перемещений \bar{y}_i . В первом случае используется сейсмограмма, а во втором — сейсмограмма и акселерограмма землетрясения. Из (4) при $y_{0j} = y_{0i} = y_0$ получаются уравнения движения при синхронных колебаниях опор [10]. Представим аналитическое решение системы уравнений (4) в интер-

вале $\sum_{q=1}^j \frac{L_q}{v_0} < t_j < \sum_{q=1}^{j+1} \frac{L_q}{v_0}$, где j — число колеблющихся опор. Для простоты начало отсчета времени в каждом интервале примем равным нулю. Сейсмическая нагрузка i -го этажа S_i в этом интервале определяется выражением:

$$S_i = -m_i \sum_{r=1}^n e^{-\frac{\gamma_r}{2} \omega_r t} \left(\omega_r C_{ir} \frac{|C_{ir}|^{\alpha}}{|C_{ir}|} \sin \omega_r t + \omega_r^2 \frac{C_{ir} |C_{ir}|^{\alpha\alpha}}{|C_{ir}|} \cos \omega_r t \right) + \\ + m_i \sum_{r=1}^n \gamma_{ir} \gamma_r \int_0^t y_{0r}(\xi) e^{-\frac{\gamma_r}{2} \omega_r (t-\xi)} \sin \omega_r (t-\xi) d\xi + \\ + m_i \sum_{r=1}^n \bar{\gamma}_{ir} \omega_r \sum_{q=1}^i d_{iq} \int_0^t |y_{0q}(\xi) - y_{0i}(\xi)| e^{-\frac{\gamma_r}{2} \omega_r (t-\xi)} \sin \omega_r (t-\xi) d\xi, \quad (5)$$

где C_{ir} — нормированные значения перемещений i -го этажа при свободных колебаниях по r -й форме;

γ_{ir} — коэффициент формы колебаний, приведенный в СНиП:

$$\bar{\gamma}_{ir} = C_{ir} \frac{C_{ir}}{\sum_{i=1}^n m_i C_{ir}^2};$$

$|C_{ir}|$ — определитель соответствующих коэффициентов ($i, r = 1, 2, \dots, n$);

$|C_{ir}|^{\alpha}$, $|C_{ir}|^{\alpha\alpha}$ — определители, в которых r -й столбец заменен соответственно числами $y_1(0), \dots, y_n(0)$; $y_1'(0), \dots, y_n'(0)$.

При синхронных колебаниях опор из (5) получается обычная формула для определения сейсмических сил [10].

2° Для получения спектра сейсмических реакций с учетом протяженности сооружения рассмотрим однопролетную одноэтажную раму, представляемую как систему с одной степенью свободы. Уравнение движения, написанное для относительного перемещения \bar{y} для рамы, имеющей стойки равной жесткости, будет

$$\bar{y}'' + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \bar{y} + \frac{2\pi}{T} \alpha \bar{y}' = y_0''(t) - \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \left[y_0 \left(t - \frac{L}{v_0} \right) - y_0(t) \right]. \quad (6)$$

Это уравнение справедливо при $t > \frac{L}{v_0}$ и решается, как было сказано выше, при нулевых начальных условиях. Уравнение (6) было интегрировано при законе движения основания:

$$y_0''(t) = 100 \sin 10\pi t. \quad (7)$$

Период и амплитуда колебаний основания соответственно равны:

$$T_0 = 0,2 \text{ сек}; \quad y_{0\text{max}} = 100 \text{ см/сек}.$$

Параметры колебаний основания в первом приближении моделируют реальные акселерограммы сильных землетрясений. Значение коэффициента затухания принято $\alpha = 0,08$. Полученный спектр ускорений приведен на рис. 2, откуда видно, что учет протяженности приводит к существенному изменению характера резонансной кривой.

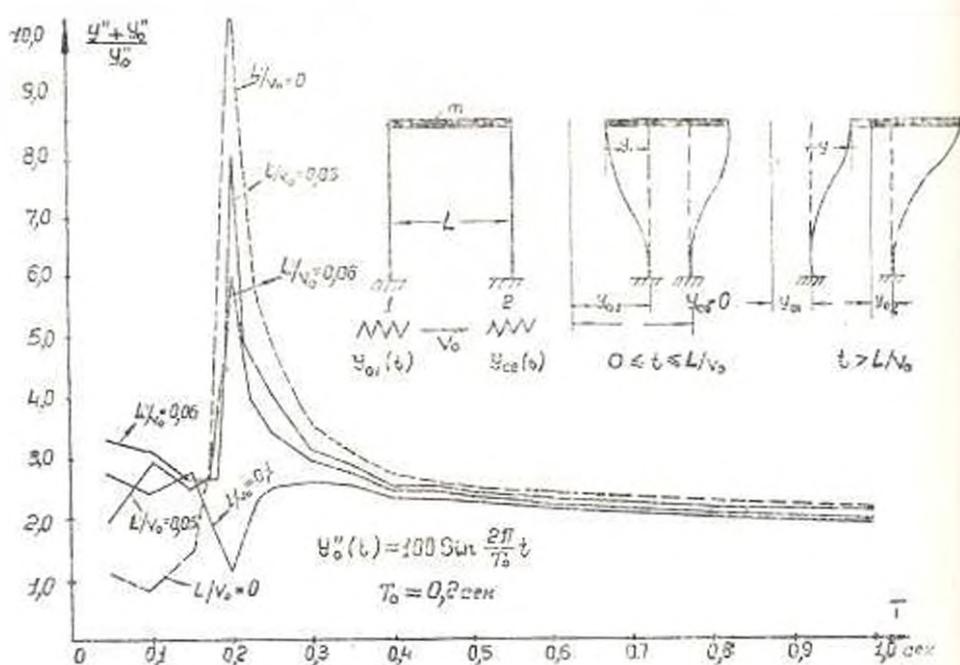


Рис. 2. Спектр ускорения линейного осциллятора при гармоническом движении основания

Для периодов $T < 0,2 \text{ сек}$ учет протяженности увеличивает динамический коэффициент до 2 и более раза. При $0,2 < T < 0,4 \text{ сек}$ динамический коэффициент уменьшается в $1,5 \div 1,7$ раза, а после $T >$

$> 0,1$ сек влиянием протяженности можно пренебречь. Для некоторых значений L/v_0 резонансная кривая принимает обратную форму. Интересное явление происходит с значением резонансного пика, который периодически уменьшается или возрастает в зависимости от значения L/v_0 (рис. 3). Отсюда следует, что если колебания грунта были бы гармоническими, то для данных грунтовых условий данную конструкцию можно было подобрать так, чтобы сдвиг фаз между колебаниями опор составлял

$$\frac{L}{v_0} = \frac{T_0}{2} + kT_0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (8)$$

где T_0 — преобладающий период колебаний грунта. В этом случае сооружение не будет подвергаться динамическому воздействию; динамический коэффициент стремится к единице.

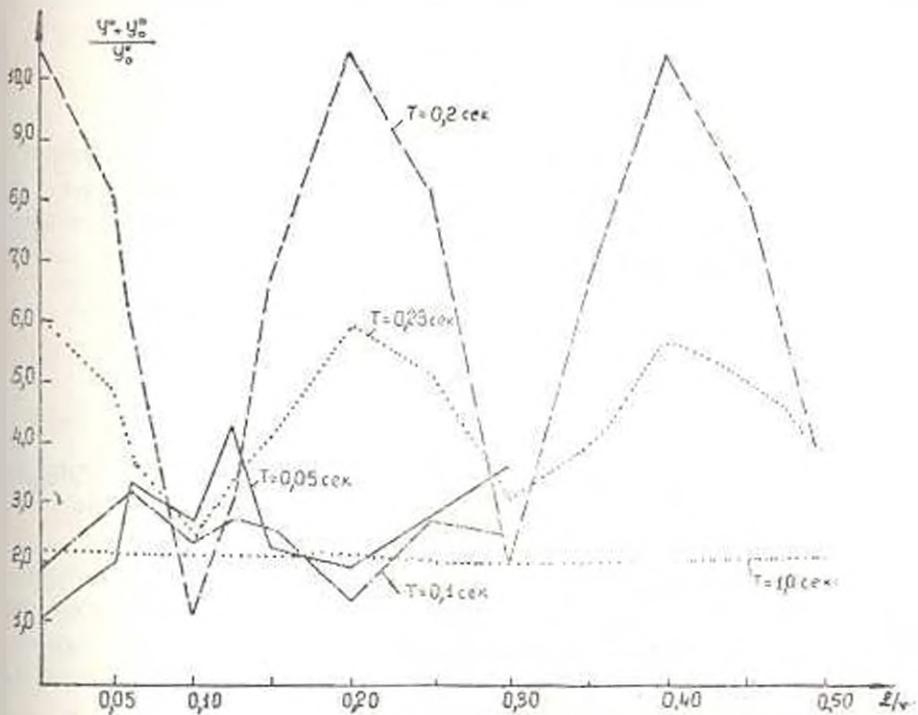


Рис. 3. Зависимость динамического коэффициента от протяженности и грунтовых условий.

Было исследовано влияние протяженности на величины реакций многопролетных одноэтажных рам. Рассматривались одно-, двух-, трех-, четырех- и пятипролетные рамы, имеющие одинаковую протяженность и одинаковые грунтовые условия. Оказалось, что число промежуточных опор мало влияет на величины сейсмической нагрузки и что существенной является общая длина сооружения. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Период, сек	Значения $(y_0 + y'')_{\max}$ (в см $g \cdot k^2$) для одноэтажных рам при числе опор				
	1	2	3	4	5
0,2	205	219	205	199	227
0,1	232	233	232	231	231
0,6	226	226	226	226	226
1,0	214	214	214	214	214

В некоторых случаях расчету об учете протяженности сооружения можно решить путем осреднения ускорения грунта и приведения его ко всему основанию сооружения, т. е. в качестве исходного ускорения грунта принимать выражение

$$y_{0, \text{cp}}^*(t) = \frac{y_0}{l} \int_0^l y_0(t - \tau) d\tau. \quad (9)$$

По акселерограммам некоторых землетрясений были определены значения $y_{0, \text{cp}}^*(t)$ путем численного интегрирования с помощью выражения (9). Полученные результаты показали, что можно пренебречь влиянием протяженности для сооружений и грунтов для которых

$\frac{v_0}{l} > 10$. При $\frac{v_0}{l} < 10$ приближенно можно считать, что

$$y_{0, \text{cp}}^{\max} = \left(1 - \frac{2l}{v_0}\right) y_0^{\max},$$

Поскольку при осреднении частотные характеристики акселерограммы изменяются незначительно, то для реакций сооружений также будет иметь место аналогичное явление.

3° Как было отмечено выше, уравнения движения протяженных сооружений могут быть составлены двумя способами. В одном случае в уравнения движения входит сейсмограмма, а в другом — сейсмограмма и акселерограмма землетрясения. При сильных землетрясениях инструментально наиболее легко получают запись колебаний грунта в виде акселерограмм. Для их использования при численном решении уравнения движения (1) необходимо предварительно их дважды интегрировать для получения соответствующей сейсмограммы, что не всегда удается осуществить из-за больших погрешностей, вводимых записывающим инструментом. Поэтому возникает вопрос: нельзя ли уравнения движения составить так, чтобы при их решении использовать только акселерограмму? Ниже, на простейшем примере системы с одной степенью свободы, анализируется возможность осуществления этой задачи. Уравнение движения, полученное из (2), при этом будет:

$$y'' + \omega^2 y = f(t); \quad (10)$$

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \omega^2 y_0(t) & 0 \leq t \leq t_1 = \frac{L}{v_0}; \\ \frac{1}{2} \omega^2 y_0(t) - \frac{\omega^2}{2} y_0(t - t_1) \varepsilon_0(t - t_1) & t > t_1, \end{cases}$$

где $\varepsilon_0(t - t_1)$ — единичная запаздывающая функция [11].

Решение уравнения (10) при $t > t_1$ имеет вид

$$y(t) = \frac{\omega}{2} \int_0^t y_0(\xi) \sin \omega(t - \xi) d\xi - \frac{\omega}{2} \int_{t_1}^t y_0(\xi - t_1) \sin \omega(t - \xi) d\xi. \quad (11)$$

Чтобы использовать акселерограмму реальных землетрясений, дважды продифференцировав уравнение (10), будем иметь:

$$y^{IV} + \omega^2 y'' = f'(t); \quad (12)$$

$$f'(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \omega^2 y_0'(t); \\ \frac{1}{2} \omega^2 y_0'(t) + \frac{\omega^2}{2} y_0'(t - t_1) \varepsilon_0(t - t_1). \end{cases}$$

Полученное дифференциальное уравнение четвертой степени пообщито не равносильно исходному уравнению (10). Для его решения необходимо иметь четыре начальных условия. Два «лишних» начальных условия следует выбрать так, чтобы решения уравнений (10) и (12) совпадали. Решим уравнения (12), применив преобразование Лапласа-Карсона. Уравнение относительно изображений при $t > t_1$ имеет вид

$$Y(p) = \frac{\omega^2}{2p^2(p^2 + \omega^2)} Y_0(p) + \frac{\omega^2 Y_0}{2p^2(p^2 + \omega^2)} e^{-pt_1} + \frac{p^2 Y'(0) + p Y''(0)}{p^2(p^2 + \omega^2)}. \quad (13)$$

Переходя к начальной функции, получим

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{1}{2} \int_0^t y_0'(\xi)(t - \xi) d\xi + \frac{1}{2} \int_{t_1}^t y_0'(\xi - t_1)(t - \xi) d\xi - \\ &- \frac{1}{2\omega} \int_0^t y_0'(\xi) \sin \omega(t - \xi) d\xi - \frac{1}{2\omega} \int_{t_1}^t y_0'(\xi - t_1) \sin \omega(t - \xi) d\xi + \\ &+ \frac{y''(0)}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) + \frac{y'''(0)}{\omega^2} \left(t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Как видно из (14), полученное решение уравнения (12) зависит от значения неизвестных значений второй и третьей производных от перемещения в начальной точке, т. е. от $y''(0)$ и $y'''(0)$. Два других начальных условия при выводе формулы (14) принимались нулевыми, т. е. $y(0) = y'(0) = 0$. Двукратно интегрируя по частям интегралы, входящие в (14), и сравнивая полученное выражение $y(t)$ с (11), можно видеть, что оба решения совпадут, если выполняются условия:

$$\begin{aligned} \frac{y_0(0)}{2} \{ [1 - \cos \omega t] + [1 - \cos \omega (t - t_1)] \} &= \frac{y''(0)}{\omega^2} (1 - \cos \omega t); \\ \frac{y_0'(0)}{2} \left\{ \left[t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right] + \left[(t - t_1) - \frac{\sin \omega (t - t_1)}{\omega} \right] \right\} &= \\ &= \frac{y'''(0)}{\omega^2} \left(t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Подставляя полученные из (15) значения $y''(0)$ и $y'''(0)$ в (14), окончательно получим выражение $y(t)$ при $t > t_1$:

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{1}{2} \int_0^t y_0''(\xi) \cdot (t - \xi) d\xi - \frac{1}{2\omega} \int_0^t y_0''(\xi) \sin \omega (t - \xi) d\xi - \\ &+ \frac{1}{2} \int_{t_1}^t y_0''(\xi - t_1) \cdot (t - \xi) d\xi - \frac{1}{2\omega} \int_{t_1}^t y_0''(\xi - t_1) \sin \omega (t - \xi) d\xi - \\ &+ \frac{y_0(0)}{2} \{ [1 - \cos \omega t] + [1 - \cos \omega (t - t_1)] \} + \\ &+ \frac{y_0'(0)}{2} \left\{ \left[t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right] + \left[(t - t_1) - \frac{\sin \omega (t - t_1)}{\omega} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

При $0 < t < t_1$ $y(t)$ определяется выражением:

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{1}{2} \int_0^t y_0''(\xi) \cdot (t - \xi) d\xi - \frac{1}{2\omega} \int_0^t y_0''(\xi) \sin \omega (t - \xi) d\xi - \\ &+ \frac{y_0(0)}{2} (1 - \cos \omega t) + \frac{y_0'(0)}{2} \left(t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Сейсмическая сила будет равна $my''(t)$. Как видно из выражений (16) и (17), для определения реакции системы при заданной акселерограмме необходимо знание лишь начальных значений соответствующих сейсмограммы и велисограммы, которые можно определять аналитической функцией и численным интегрированием только на этом участке.

Է. Խ. ԿԱԶԻՏՅԱՆ, Վ. Ա. ՇԱԲԵՆԻՉՈՒՄՅԱՆ, Է. Պ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ՀԱՏԱԿԱԳԵՐՈՒՄ ՉԳՎԱՍՈՒԹՅԱՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ՇՆՆՔՆԵՐԻ ՈՒ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐԻ ՌԵԱԿՑԻԱՆԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄՆԵՐԻ ՍԵՑՍՄԵԿ ԱՐՔԻՆԵՐԻ ՏԱՐԱԾՄԱՆ ԵՎՉԲՆԱԿԱՆ ՓՈՒԼԻ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

Ա Վ Վ Ի Ն Վ Ի Ն Ո Ւ Մ

Հասակագծում դրախի ձգվածություն ունեցող շենքերի ու կառուցվածքների համար արտածված են նրանց շարժման համասարումները և սեկցիաների անալիտիկ արտահայտությունները՝ սեյսմիկ ալիքների տարածման սկզբնական փուլի հաշվառմամբ: Ստացված են քանակական արդյունքներ, որոնք բնութագրում են ձգվածության ազդեցությունը կառուցվածքների վրա ազդող սեյսմիկ ուժերի մեծությունների վրա: Քննարկված է շարժման համասարումների ինտեգրման հարավորությունը իրական երկրաշարժերի ակտիվացումների անկախության դեպքում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Housner G. M. Interaction of Building and Ground during an Earthquake, Bulletin of Seismological Society of America, Vol. 47, № 1, 1957.
2. Корчинский Н. А. Предложение оценки сейсмических колебаний сооружений большой протяженности (в плане). «Исследование по сейсмостойкости зданий и сооружений» М., 1961.
3. Ситицян А. П. Влияние бегущей сейсмической волны на массивные сооружения. Труды института физики земл. № 17, 1961.
4. Налетоварова Ш. Г. Влияние протяженности сооружения на величину сейсмической силы. Труды института строительной механики и сейсмостойкости АН ГрузССР, т. IX, 1963.
5. Гроссман В. А. Поступательно-вращательные колебания протяженной системы. «Сейсмостойкость зданий и инженерных сооружений» М., 1967.
6. Петров А. А. Сейсмические колебания протяженных зданий. «Строительство и архитектура Узбекистана», № 4, 1967.
7. Борштейн М. Ф. Колебания протяженных в плане сооружений при землетрясении. «Строительная механика и расчет сооружений», № 6, 1968.
8. Рабинович И. М. Курс строительной механики. Часть II, М., 1967.
9. Хачиян Э. Э. К исследованию сейсмического воздействия на сооружения с учетом протяженности. ДАН АрмССР, том IX, № 3, 1975.
10. Лачинян Э. Е. Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения. Ереван, 1973.
11. Лурье А. И. Оперативное решение. М., 1950.
12. Егупов В. К. Кочаларовичи Г. А. Расчет зданий на сейсмические воздействия. Киев, 1969.

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

В. А. АВАКЯН

ВИБРОДИАГНОСТИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ
 ДЕФЕКТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН НА ОСНОВЕ
 МОДЕЛЕЙ ВИБРАЦИИ

Возможности балансировки по снижению суммарной вибрации электрических машин (ЭМ) ограничены; она не гарантирует устранение вибрации даже на частоте вращения, поскольку на ней достаточно часто проявляются источники вибрации, не имеющие дисбалансный характер [1], например, перекос наружного кольца подшипника, который также проявляется на частоте вращения ротора. Устранение вибраций ЭМ, обусловленных другими источниками, очевидно, требует решение диагностических задач — распознавание источников (дефектов) по их спектральным признакам. Такую задачу наиболее успешно можно решить на моделях вибрации, позволяющих установить математическую зависимость между дефектом и их проявлением — вибрацией. При этом определяется спектр силового воздействия дефектов, от которого умножением на передаточную функцию машины $W(\omega)$ можно перейти к вибрации корпуса. Здесь допускается, что $W(\omega)$ не зависит от величины силового воздействия, обусловленного дефектами.

На основе разработанной в Закавказском филиале ЭНИМС модели вибрации одиночных воздействий дефектов [2], рассмотрим модель вибрации ЭМ при множественных дефектах — обобщенное решение.

При рассмотрении обобщенного решения будем придерживаться схемы, приведенной в [2] и [3]: силовой элемент, состоящий из z_c полюсов (шаров) с характеристиками $F_c(\varphi)$, вращается относительно неподвижной системы координат XO_1Y (рис. 1) со скоростью ω_c и одновременно (или раздельно) взаимодействует с вращающимися со скоростью ω_n неподвижными дефектами, имеющими характеристики $\Delta_n(\varphi)$ (искривленность бочки ротора или желобов вращающихся колес подшипников) и $\Delta_n(\varphi)$ (искривленность расточки статора или неподвижных колес подшипников).

Силовое воздействие F_c системы z_c силовых полюсов, воздействующих на твердое тело, может быть представлено периодическим вектором силы $F(\varphi_c, \varphi_n)$, где $\varphi_c = \omega_c t$ и $\varphi_n = \omega_n t$, допускающим спектральное (Фурье) представление. Однако из-за направленности (векторной формы) этой силы необходимо Фурье-разложение в комплекс-

ной форме. Причем, полученные при этом комплексные амплитуды разложения в ряд Фурье отражают физическую сущность — гармонические ряды вращающихся векторов вибрации, т. е. комплексных колебаний [4]. Таким образом, в данной задаче комплексная форма преобразования Фурье должна вводиться не для удобства, компактности записи [5], как это обычно принято, а по необходимости: преобразование возможно лишь в комплексной области [1; 6].

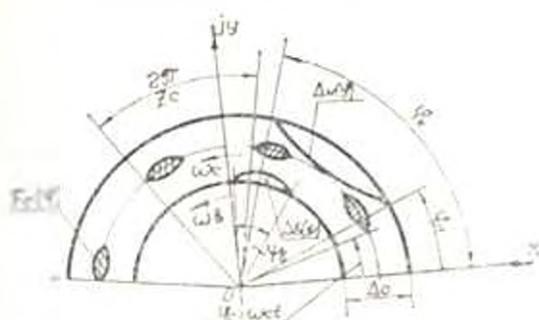


Рис. 1

Периодический вектор силы $F(\varphi, \varphi_0)$ может быть получен лишь суммированием (интегрированием) по всем z -полям F_z по всей комплексной плоскости $X(O)Y$ для каждого момента времени, т. е.

$$F(\varphi, \varphi_0) = \int_0^{2\pi} \sum_{z_i} F_z(\varphi - \varphi_i) e^{i z_i} dz_i \quad (1)$$

Однако силовые поля $F_z(\varphi, \Delta)$ являются нелинейными функциями не только протяженности (угла φ), но и глубины (радиус-вектор) воздействия Δ , которое, в свою очередь, является функцией отклонения формы, обусловленной дефектами, т. е. опять-таки протяженности φ (рис. 1).

$$\Delta = \Delta_0 - \Delta_n - \Delta_n$$

где $\Delta_n = \Delta_n(\varphi)$; $\Delta_0 = \Delta_0(\varphi)$.

Поэтому для решения (1) нужно исключить нелинейную зависимость $F_z(\Delta)$ путем разложения $F_z(\varphi, \Delta)$ в ряд Тейлора по степеням $(\Delta_n - \Delta_n)$ в окрестности точки равновесия системы Δ_0

$$F_z(\varphi, \Delta_0 - \Delta_n - \Delta_n) = F_z(\varphi_0) - (\Delta_n + \Delta_n) F'_z(\varphi_0) + \frac{1}{2} (\Delta_n - \Delta_n)^2 F''_z(\varphi_0) \dots \quad (2)$$

и, учитывая малость отклонений Δ_n и Δ_n , ограничиться первыми членами разложения. При этом (1) сведется к наборам отдельных (раздельных) —

$$\int \left[\Delta_n(\varphi) F_c(z)_0 + \frac{1}{2} \Delta_n^2(z) F_c^2(z)_0 + \frac{1}{6} \Delta_n^3(z) F_c^3(z)_0 + \dots \right] e^{i\varphi} dz,$$

$$\int \left[\Delta_n(z) F_c(z)_0 + \frac{1}{2} \Delta_n^2(z) F_c^2(z)_0 + \frac{1}{6} \Delta_n^3(z) F_c^3(z)_0 + \dots \right] e^{i\varphi} dz, \quad (1')$$

и гармоничных (совместных)

$$\int \left[\Delta_n(z) \Delta_n(z) F_c(z)_0 + \frac{1}{2} [\Delta_n^2(z) \Delta_n(z) - \Delta_n^3(z) \Delta_n(z)] F_c^3(z)_0 + \dots \right] e^{i\varphi} dz, \quad (1'')$$

воздействий дефектов.

Таким образом, решение поставленной задачи—определение силовых воздействий—следует искать в виде трехкратного применения преобразования: дифференциального разложения по Теёлору (2) и двух интегральных в комплексной области—(1) и Фурье.

Основываясь на модели силовых воздействий, в [2] получено выражение комплексной амплитуды C_n ряда Фурье для частот jkz_c при одиночных воздействиях дефектов:

$$C_n = \frac{z_c}{2\pi} \delta_n(z) f_c(s-z)_{s=j(kz_c-1)} = \frac{z_c}{2\pi} \delta_n | j(kz_c-1) f_c(-jkz_c), \quad (a)$$

т. е. комплексные амплитуды ряда Фурье для частот jkz_c равны произведению Фурье-изображений (L -изображений) дефекта $\delta_n(z)$ и силового элемента $f_c(z)$ при частотах $j(kz_c-1)$ и $-jkz_c$, соответственно.

Рассмотрим случай одновременного воздействия множественных дефектов. В качестве характеристики силового поля здесь необходимо принимать систему всех полюсов $F_c(z)$, а не одного полюса $F_c(\varphi)$ (дефекты могут быть множественными—опранки, волнистости), и их представить обобщенно. В пользу такого обобщенного подхода говорит и большая простота выкладки. Действительно, при этом вырежания мгновенного вектора от взаимодействия силового элемента с неподвижным дефектом (2)

$$F_n(\varphi_c) = L \{ F_c(\varphi - \varphi_c)_0 \Delta_n(z) \}_{s=-j} \quad (б)$$

(L -преобразование при определенном значении параметра $s = -j$) и найденное L -изображение этого произведения*

$$F_n(z_c) = e^{-i\varphi_c} L^{-1} [\delta_n(z) f_c(s-z)]_{s=-j} \quad (в)$$

останутся без изменений, z вместо суммы комплексных амплитуд** [2]

* Отыскается как комплексная свертка их изображений [4].

** Т. е. как L -преобразование вектора в комплексной форме $F_n(z_c)$ при параметре $s = jkz_c$, где номера (а именно $k = \pm 1, \pm 2, \pm \dots$) принимают как положительные (векторы прямого вращения), так и отрицательные (векторы обратного вращения).

$$C_k = \frac{z_c}{2\pi} \sum_{l=0}^{z_c-1} \int_{|z_c|}^{(l+1)z_c} F_s(z_c) e^{-jk'z_c} dz_c =$$

$$= \frac{z_c}{2\pi} \int_0^{z_c} F_s(z) e^{-jk'z} dz \Big|_{z=0}^{z=z_c} = \frac{z_c}{2\pi} L[F_s(z_c)] \Big|_{z=jk'z_c} \quad (1)$$

остается лишь первый член.

$$C_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{z_c} F_{0k}(z_c) e^{-jk'z_c} dz_c = \frac{1}{2\pi} L[F_{0k}(z_c)] \Big|_{z=jk'z_c} \quad (3)$$

При этом лишь вместо изображения силового элемента $f_s(z)$ нужно применять в (б) и (в) изображение силового поля $f_{z_c}(z)$, которое связано с $f_s(z)$ как сумма z_c членов ряда геометрической прогрессии

$$f_{z_c}(z) = f_s(z) \frac{1 - e^{-2\pi z}}{1 - e^{-2\pi z/z_c}} \quad (4)$$

В (4) числитель $\neq 0$; поэтому f_{z_c} имеет конечное значение, если и его знаменатель $\neq 0$, т. е. $z = jk'z_c$ [или $k = k'z_c$, где $k' = 0; \pm 1; \pm 2, \dots$, т. е. гармоника k в (3) кратна z_c]. Тогда после раскрытия в (4) неопределенности получим:

$$f_{z_c}(jk'z_c) = f_s(jk'z_c) z_c \quad (4')$$

После подстановки (б) и (в) — при $f_s = f_{z_c}$ — в (3) получаем обобщенное выражение для амплитуды комплексных колебаний

$$C_k = \frac{1}{2\pi} \lambda_n(z) f_{z_c}(s-z) \Big|_{z=jk'z_c} = \frac{1}{2\pi} \lambda_n[j(k-1)] f_{z_c}(-jk) \quad (5)$$

которое при учете (4) превращается в (а).

Эти два подхода по существу равнозначны и трудно отдать предпочтение какому-либо одному из них. C_k по (5) выражается проще и лучше отвечает представлению о гармониках в Фурье-анализе (например, из него следует вывод, что проявляются не любые, а лишь кратные z_c гармоники), но сложнее в практическом применении — требует более тонкого понимания исходных положений и использования более сложного изображения силового поля (4). С другой стороны, (а) значительно удобнее для приложений (например, вывод о проявлении кратных гармоник силового поля из него следует автоматически, без какого-либо дополнительного анализа). Поэтому основной подход (а) может быть применен в дальнейшем для конкретного анализа вариантов простых взаимодействий, а обобщенный (б) — для анализа в общем виде сложных взаимодействий.

Ряд комплексных амплитуд C_k силового воздействия $W(j\omega)$ преобразуется в ряд y , вращающихся с частотами $k\omega_c$ векторов вращения (комплексных колебаний)

$$y_k = |W(jk\omega_c)| e^{j\omega_c t} C_k e^{-jk\omega_c t} \quad (6)$$

т. е. получается гармонический ряд эллипсов вращения, большие оси которых, как показывают экспериментальные исследования [1], направлены по оси дефекта.

Вышеизложенные теоретические положения неоднократно подтверждены экспериментально, что рассматривается в [1], [7], [8].

Заказано в печать 29.IV.76.

Получило 9.I.1976

Վ. Ա. ԱՎԱԿՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐՈԿԱՆ ԻՆՎԵՆՏՆԵՐԻ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ
ԹԵՐԻՐԵՅՈՒՆՆԵՐԻ ԹՐԹԻՍՊՈՐՏԱԿԱՆ ՍՏՐՈԿԻ
ԹՐԹՈՒՄԿԱ ՄԹԵԿՆԵՐԻ ՇԻՄԱՆ ՎՐԱ

Ա. ճ. փ. օ. փ. օ. Վ

Էլեկտրական ձեռնարկների թրթուղիազնոտորկայի նպատակով դիտված է նրանց թրթուղան սպեկտրը, որը պայմանավորված է թևրոթյունների բազմաթյունը: Յուրյ է տրված այդ սպեկտրի կախվածությունը թևրոթյունների ձևից:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Авакян В. А., Бродягин Я. С., Демирчян К. С., Шмюгер С. Л. Вибрация и дисбаланс электрической машины. «Электротехника», 1974, № 7.
2. Бродягин Я. С., Демирчян К. С., Шмюгер С. Л. О зависимости спектра вибрации от форм дефектов асинхронного электродвигателя. «Известия АН АрмССР (серия техн. наук)», т. XXVI, № 3, 1973.
3. Бродягин Я. С., Демирчян К. С., Шмюгер С. Л. Модель вибрации асинхронного электродвигателя. «Известия АН АряССР (серия техн. наук)», т. XXV, № 3, 1972.
4. Дун Т. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. М., «Наука», 1971.
5. Ткаченко Л. А. Спектры и анализ. М., Физматгиз, 1962.
6. Ватер Н., Нель Р. Преобразование Фурье в комплексной области. М., «Наука», 1964.
7. Авакян В. А., Бродягин Я. С., Демирчян К. С., Шмюгер С. Л. Оценка неравномерности воздушного зазора асинхронного электродвигателя на основе измеренных его вибраций. «Технология электрогемиического производства», 1974, № 32. М., Циформтаидартэлектро.
8. Бродягин Я. С., Демирчян К. С., Шмюгер С. Л. Диагностика источников вибрации асинхронного двигателя. «Электротехника», 1973, № 1.

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

В. Ш. АРУՍՅԱՆ

ЦИФРОВЫЕ АВТОМАТНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ОДНО- И
МНОГОРЕЖИМНЫХ КОММУТАТОРОВ ФАЗ m -ФАЗНЫХ
РЕВЕРСИВНЫХ ШАГОВЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ

В общем случае любой электронный коммутатор, предназначенный для управления переключением фаз шагового электродвигателя (ШЭД), независимо от своей структуры является логической сетью, выходные сигналы которой определяются его внутренним состоянием в данный момент времени. Следовательно, его можно представить в виде цифрового автомата, функции переходов и выходов которого определяются программой переключения фаз при выбранном режиме и порядке поступления входных сигналов управления.

При таком подходе анализ и синтез коммутаторов фаз можно рассматривать с позиции дискретной математической теории цифровых автоматов. Это позволит дать решения наиболее общим вопросам проектирования коммутаторно-распределительных устройств при любой системе элементов и логических структур, получить закономерности, касающиеся всех типов однорежимных (ОКФ) и многорежимных (МКФ) коммутаторов фаз m -фазных реверсивных ШЭД. Благодаря этому процесс построения схем электронных коммутаторов можно полностью формализовать и на основе известных правил логического преобразования и минимизации получить оптимальные по объему аппаратуры логические структуры управления.

По представлению коммутаторов фаз ШЭД как цифровые автоматы опубликован ряд работ [1—4]. Однако все эти работы носят частный характер, в связи с чем полученные в них результаты и сделанные выводы не позволяют полностью раскрыть все аспекты рассматриваемой задачи. Они посвящены формализации проектирования отдельных типов коммутаторов фаз (например, для трехфазных и четырехфазных ШЭД). В них отсутствуют какие-либо обобщения, позволяющие предложить частные принципы анализа и синтеза схем распространить на широкий класс коммутаторно-распределительных устройств. Кроме того, предложенные в этих работах цифровые автоматные модели и алгоритмы синтеза относятся исключительно к триминальным схемам однорежимных коммутаторов фаз, которые ни в коей мере не могут отображать всю специфику создания многофункциональных универсальных распределительных устройств МКФ.

С целью установления единой терминологии и наиболее полной интерпретации ОКФ и МКФ как цифровых автоматов, введем некоторые общие определения.

Поскольку ОКФ и МКФ являются реальными устройствами, предназначенными для управления ШЭД с определенными и конечными числами фаз, а множества их входных и выходных сигналов и внутренних состояний всегда конечны, то их всегда нужно рассматривать как конечные автоматы.

В связи с однозначностью отображения функции преобразования входной информации в выходную, ОКФ и МКФ в отличие от вероятностных автоматов являются детерминированными цифровыми автоматами.

ОКФ и МКФ для многофазных ШЭД обладают числом внутренних состояний более одного. Для замощивания напряжения из фазы до поступления последующего тактового импульса (при потенциальном режиме управления переключением обмоток) ОКФ и МКФ должны содержать элементы памяти. Следовательно, они могут быть классифицированы как автоматы с памятью, т. е. как последовательностные схемы. В них, в зависимости от внутренних состояний автомата, каждому входному состоянию могут соответствовать различные выходные состояния.

ОКФ и МКФ являются полностью определенными автоматами, поскольку для любого их состояния из данного множества состояний определено следующее состояние, в которое автомат переходит под воздействием любого набора из заданного множества входных сигналов.

Так как изменение выходных состояний может произойти только одновременно с изменением входных состояний, ОКФ и МКФ в отличие от временных автоматов относятся к синхронным автоматам.

ОКФ и МКФ целесообразно представлять и выполнять в виде синхронных автоматов, поскольку синхронные автоматы, как известно, синтезируются сравнительно просто и обеспечивают большую функциональную надежность. Это следует из того, что в синхронных автоматах, во-первых, каждому входному сигналу соответствует одно определенное состояние, и во-вторых, отсутствуют состояния, вызываемые как одновременным изменением состояния нескольких элементарных автоматов, так и задержкой в изменении входных переменных. Кроме того, в синхронных автоматах, обычно, переходы из одного состояния в другое осуществляются через промежуток времени, задаваемый, как правило, генератором тактовых импульсов. Это свойство синхронных автоматов хорошо согласуется с требуемой основной функцией, выполняемой любым коммутатором фаз, — осуществить переключения фаз ШЭД в такт поступления управляющих сигналов.

В общем случае математической моделью обычного коммутатора фаз ШЭД, как и любого дискретного управляющего устройства [5],

является абстрактный цифровой автомат, который задается множеством из шести элементов

$$A = \{C, X, Z, F, \varepsilon, c_1\}$$

- где $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ — множество состояний (алфавит состояний);
 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — множество входных сигналов (входной алфавит);
 $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_m\}$ — множество выходных сигналов (выходной алфавит);
 F — функция переходов;
 ε — функция выходов;
 c_1 — начальное состояние автомата.

ОКФ и МКФ, будучи по задательностями схемами, обычно состоят как из логических, так и из запоминающих элементов. В соответствии с этим их цифровые автоматные модели должны состоять из двух блоков — комбинационных и запоминающих устройств.

На рис. 1 представлена цифровая автоматная модель ОКФ для m -фазного реверсивного ШЭД.

В соответствии с двумя входами подачи тактирующих сигналов (для обеспечения прямого и обратного порядка переключения фаз) входной алфавит ОКФ обычно ограничивается двумя буквами x_1 и x_2 . Однако, в определенных случаях реализации [6], входной алфавит ОКФ (как и МКФ) может быть составлен также всего из одной буквы T .

Выходные сигналы коммутатора z_1, z_2, \dots, z_m снимаются с выходов элементов памяти запоминающего устройства. Количество элементов памяти и соответствующее m количество букв в выходном алфавите Z в общем случае принимается разным количеством обмоток управления m данного ШЭД [7].

Выходные сигналы $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_m\}$ по цепи обратной связи поступают на входы комбинационной части схемы.

На выходе комбинационной части коммутатора вырабатываются сигналы $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ и $V = (v_1, v_2, \dots, v_m)$, управляющие состояниями запоминающих элементов. Состояния c_1, c_2, \dots, c_m элементов памяти ЭП1, ЭП2, ..., ЭП m определяют общее состояние системы, характеризуемое набором $C = (c_1, c_2, \dots, c_m)$.

На рис. 2 представлена цифровая автоматная модель МКФ для m -фазного реверсивного ШЭД, запоминающая часть которой ничем не отличается от аналогичной части модели ОКФ. Отличие между представленными двумя моделями коммутаторов фаз заключается только в их логических (комбинационных) частях. В отличие от ОКФ, цифровая автоматная модель МКФ во входном алфавите содержит дополнительный набор букв $Y = (y_1, y_2, \dots, y_r)$, отображающей группу внешних управляющих команд. Предполагается, что по этому набору можно осуществить заданные и намеченные смещения в нем различных

режимов коммутации фаз ШЭД, не изменяя при этом его внутреннюю логическую структуру [6, 7].

На практике к реальным схемам коммутации фаз подаются также входные сигналы, устанавливающие элементы памяти в требуемые исходные состояния. Однако, они не выполняют специальных логических функций и, следовательно, нет необходимости в их включении в цифровые автоматные модели. Кроме того, с помощью введения цепей самоприспособления и самокоррекции коммутаторов можно добиться полной автоматизации задания исходных состояний элементов памяти и исключить необходимость их ручной установки.

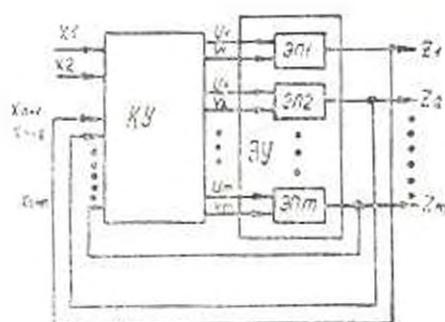


Рис. 1.

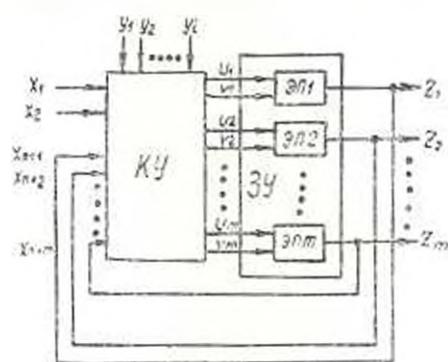


Рис. 2.

В принятых моделях ОКФ и МКФ предполагается, что в качестве их элементов памяти, которые в совокупности с группой логических элементов представляют собой элементарные автоматы, должны быть использованы двухстабильные статические триггерные устройства с внутренней задержкой переключения.

Работа ОКФ и МКФ, как и любого цифрового автомата, должна быть описана в дискретном времени $t_n = nT$, где T — интервал дискретности, называемый обычно тактом работы автомата, а $n = 0, 1, 2, \dots$. Вводя понятие безразмерного времени $t = t_n/T$, полагаем $t = 0, 1, 2, \dots$

В момент времени $t = 0$ коммутирующий автомат находится в начальном состоянии $S(0) = s_1$. В каждый момент времени $t = 0, 1, 2, \dots$ на его вход поступают входные сигналы $X(t)$. Под воздействием набора входных сигналов вырабатывается набор сигналов возбуждения $U(t)$, $V(t)$, и соответствующие элементы памяти переключаются. В результате коммутатор переходит в следующее состояние s_2 , вырабатывая на выходе новый набор сигналов $Z(t)$, взамен предыдущего.

Выходные сигналы ОКФ и МКФ в момент времени t однозначно определяются их внутренними состояниями в тот же момент времени и не зависят от значений входных сигналов. Это дает основание их отнести к автоматам Мура [5]. В связи с этим функции переходов и выходов ОКФ и МКФ можно записать в виде:

$$C(t) = F[(C(t-1), X(t)];$$

$$Z(t) = z[C(t)],$$

где $C(t)$ — состояние коммутатора и рассматриваемом такте, соответствующим дискретному автоматному времени t ;

$C(t-1)$ — его состояние в предыдущем такте, соответствующем дискретному автоматному моменту времени $t-1$;

$Z(t)$ — функция выхода автомата в момент времени t ;

$X(t)$ — входной сигнал.

МКФ вероятно нужно отнести к специальному классу коммутаторно-распределительных устройств для управления ШЭД, поскольку, наряду с содержанием в себе всех основных свойств ОКФ, они обладают совершенно новыми качествами — многофункциональностью и универсальностью. МКФ, совмещающий в себе ряд различных режимов управления данным ШЭД, может успешно выполнять все функции нескольких ОКФ, повышая при этом экономическую эффективность используемой аппаратуры. Помимо этого, с помощью совмещения в едином МКФ всех возможных режимов коммутации фаз переменного ШЭД, можно гибко и в широких пределах изменять величину единичного шага (т. е. осуществить ее электрическую редукцию), энергетические характеристики и динамические свойства дискретного электропривода в целом. В этой связи можно очевидно утверждать, что МКФ призваны открывать новые перспективы для наиболее полного использования специфических свойств дискретных и импульсных электродвигателей.

Разработка и внедрение многофункциональных коммутирующих устройств будет способствовать ликвидации «пустоты» существующих и разрабатываемых для каждого случая в отдельности схем несинхронизированного управления ШЭД, а также созданию материально-технической базы для их широкой унификации и стандартизации. Благодаря их созданию можно свести к минимуму затраты на разработку и повысить технологичность изготовления при массовом производстве.

МКФ вполне естественно отнести к категории дискретных систем с постоянной внутренней структурой и переменной функцией. Как известно, адаптивные дискретные системы переменной структуры, составленные из блоков переменной функции, дают большой эффект при необходимости обеспечения высокой вероятности и безотказной работы в заданном интервале времени. В связи с этим можно полагать, что разработка МКФ с перестраиваемой логикой управления в определенной степени будет способствовать решению важнейших задач создания многофункциональных и высоконадежных систем управления дискретными электроприводами.

Վ. Շ. ՇՈՐՈՒՅՈՒՄՅԱՆ

III-ՆԱԶԱՅԻՆ ԻԵՂԵՐՄԻՎ ԳԱՅԱՅԻՆ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱԲՈՒՊՆԵՐՐ
ՄԻՍ.- ԵՎ ԲԱԶՄԱՌԵՏԻՄԱՅԻՆ ԿՈՐՈՒՏԱՏՈՐՆԵՐԻ
ԹՎԱ-ԱՎՏՈՄԱՏԱՅԻՆ ԱՐՏԱԳՍՏԻՐՈՒՄԸ

Ա Վ Փ Ո Վ Ո Ւ Մ

Մտածված են ֆազաների կոմուտատորները սրբին թվային սմտածաներ, եկրիարարիչը ստանձնատարի թվաները: Բերված են բալլային էլեկտրա-արժիչների ֆազաների փոխանդատման ղեկավարման միա- և բազմաանժի-մային սարքերի մաթեմատիկական և ավտոմատային մոդելները:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Шойкет Л. А., Лисовец В. Г., Кудан В. И. Синтез схем электронных коммутаторов для управления шаговыми двигателями. «Механизация и автоматизация управления», 1967, № 2, Киев.
2. Гурин Н. А., Табани А. П., Шварца М. М. Методика проектирования коммутаторов к многофазным шаговым двигателям на базе теории графов. «Электротехника», 1971, № 9.
3. Корюккин А. В. Синтез коммутаторов к шаговым двигателям на базе теории конечных автоматов. «Труды Новосибирского политехнического института», Том 296 «Электротехника», 1973.
4. Эванс А. М. Метод логического проектирования распределителей импульсов для управления m -фазными шаговыми двигателями. «Труды Рязанского политехнического института», 1971, № 48.
5. Лисовец В. Г., Пидий Е. И. Синтез управляющих автоматов «Энергия» М., 1970.
6. Арутюнян В. Ш. К проектированию многорежимных коммутаторов фаз на поминкальных элементах. «Известия АН АрмССР, серия технических наук», XXVIII, № 4, 1975.
7. Арутюнян В. Ш. Минтор-жизман универсальный коммутатор фаз для m -фазного управления шаговыми двигателями. «Электротехника», № 7, 1974.

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М. А. КАРАШЕТЯН

РАСЧЕТ ДЕЙСТВУЮЩЕГО ПОЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
 ГЕОРЕМЫ ГРИНА

Пусть сферические диэлектрические включения дисперсной системы распределены в диэлектрической среде регулярным образом (расположены в узлах кубической решетки). При наложении внешнего электрического поля происходит структурная поляризация дисперсной системы и на граничных поверхностях включения-среда появляется связанный заряд. При внешнем однородном поле (напряженности E_0) регулярно распределенные включения поляризуются однородно по направлению внешнего поля.

Расчет электрического поля во включениях и среде осложняется тем, что каждое поляризованное включение само является источником поля. Таким образом, данное включение подвергается воздействию как внешнего поля, так и полей всех остальных поляризованных включений. Результирующее поле всех поляризованных включений в центре данной частицы будем называть электрическим полем взаимодействия $E_{\text{в}}$ включений дисперсной системы. Поскольку расчет электрического поля в дисперсных системах представляет интерес для электроизоляционной техники, электрохимической технологии, высокочастотной сушки сельскохозяйственных культур и других областей техники, то расчет поля взаимодействия поляризованных включений представляется актуальным. С целью расчета этого поля дисперсную систему представим как некоторый объем с поляризованным пространственным зарядом плотности ρ , закон распределения которого сложен и не поддается математическому описанию. Выделим в этой системе небольшой сферический объем V с центром в точке O , совпадающей с центром одного включения (рис. 1).

Согласно теореме Грина [1], потенциал электрического поля в точке M (рис. 1) определяется выражением

$$U_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho}{r} dV - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\sigma}{r} ds - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \gamma \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} ds, \quad (1)$$

где S — сферическая поверхность выделенного объема V ; ρ — плотность заряда сферической поверхности — заряженной поверхности; γ — электрический момент двойного слоя, расположенного на сферической по-

верности: n — внешняя нормаль к поверхности S . Последние два члена в (1) обусловлены пространственными зарядами, находящимися в поляризованной дисперсной системе вне объема V . Таким образом, потенциал $U_{\text{вн}}$ определен всеми зарядами структурной поляризации данной дисперсной системы. Поэтому можно утверждать, что $U_{\text{вн}}$ есть потенциал электрического поля взаимодействия поляризованных включений в некоторой произвольной точке M . Нашей же задачей является расчет поля в точке O , совпадающей с центром одного из включений.

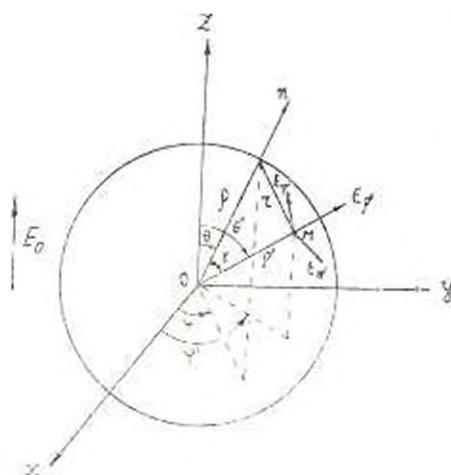


Рис. 1. Расчету поля внешних объемных зарядов в центре сферического объема V .

Поскольку $\nu = \epsilon_0 U' |1|$, где U' — потенциал сферической поверхности, то

$$\nu = \epsilon_0 U'_0 \cos \theta = B \cos \theta, \quad (2)$$

и третья составляющая потенциала в произвольной точке M

$$U_{\text{вн},3} = \frac{B}{4\pi\epsilon_0} \int \cos \theta' \frac{\partial}{\partial m} \frac{1}{r} ds. \quad (3)$$

Здесь U'_0 , следовательно и B , неизвестные постоянные различия.

Нормаль к сферической поверхности \hat{n} совпадает по направлению с координатной \hat{z} , следовательно $dn = dz$. Отсюда следует, что третья составляющая потенциала в точке O равняется нулю ($U_{\text{вн},3} = 0$), так как при этом

$$r = 1 - \sqrt{z^2 + \rho^2} = 2\rho' \cos \gamma = \rho' \cos \theta, \quad (4)$$

где

$$\cos \gamma = \cos \theta \cos \theta' - \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi').$$

Нулю равным все три составляющие напряженностей в сферической системе координат.

$$E_{M,z} = \frac{\partial U_{M,z}}{\partial z'}; \quad E_{M,\theta} = \frac{1}{r'} \frac{\partial U_{M,z}}{\partial \theta'}; \\ E_{M,\varphi} = -\frac{1}{r' \sin \theta'} \frac{\partial U_{M,z}}{\partial \varphi'}. \quad (5)$$

При переносе выражений (5) в точку O будем иметь:

$$E_{O,z} = 0; \quad E_{O,\theta} = 0; \quad E_{O,\varphi} = 0. \quad (6)$$

Этот результат объясняется тем, что расчет составляющих напряженностей по (5) и переход из точки M в точку O не включает и не требует дифференцирования под интегралом постоянной величины $\frac{1}{r} = \frac{1}{r'} = \text{const}$. Таким образом, доля поля взаимодействия регулярно распределенных поляризованных включений, обусловленная двойным заряженным слоем, равна нулю.

Перейдем к расчету напряженности поля взаимодействия, обусловленного заряженной сферической поверхностью, ограничивающей объем V . В первую очередь необходимо определить плотность зарядов σ на этой граничной поверхности. Ее определим, исходя из следующих рассуждений. Поскольку E_z определяется наложением двух полей, обусловленных внешним (относительно объема V) и внутренними обложными зарядами, то при расчете поля в точке O , обусловленного внешними зарядами, следует предположить, что внутренние заряды из объема V изъяты. Это предположение равносильно утверждению об отсутствии (при расчете поля с напряженностью $E_{O,z}$) включений в объеме V . На этой же основе в вышеприведенных выражениях среда характеризуется абсолютной диэлектрической проницаемостью ϵ_1 (абсолютная диэлектрическая проницаемость вещества включений).

Поскольку внутри V поляризованность включений $P_z = 0$, а вне этого объема $P_z = 0$, то на граничной сферической поверхности появится связанный заряд, плотность которого при внешнем однородном поле и регулярном распределении включений

$$z = P_z \cos \theta, \quad (7)$$

Принимая за основу (7), хотя P_z нам не известно, рассчитаем напряженность поля в точке O (рис. 1), обусловленной заряженной сферической поверхностью. Эту напряженность можно подсчитать по схеме вышеприведенного расчета с использованием второго интеграла (1) и выражения (7). Определение $E_{O,z}$ существенно упростится, если пользоваться результатами соответствующего расчета [2]. Резуль-

гирующая составляющая напряженности поля, вызванного элементарным зарядом кольцевой поверхности

$$dq = z ds = 2\pi r^2 P_0 \sin \theta \cos \theta d\theta, \quad (8)$$

определяется выражением

$$dE_{0,z} = \frac{dq}{4\pi r^3} \cos \theta. \quad (9)$$

Тогда

$$E_{0,z} = \frac{P_0}{2z_0} \int \sin \theta \cos^2 \theta d\theta = \frac{P_0}{3z_0}. \quad (10)$$

Таким образом, поляризованные включения, находящиеся вне объема V , создают поле взаимодействия напряженности $P_0/3z_0$.

Расчет поля пространственных зарядов объема V с использованием первого интеграла (1) не представляется возможным, так как функция распределения плотности зарядов ρ структурной поляризации не может быть построена. Поэтому напряженность поля взаимодействия $E_{0,z}$, обусловленная пространственными зарядами объема V , определим, пользуясь представлением об электрическом моменте поляризованного включения \vec{p} . При внешнем однородном поле и регулярном распределении включений векторы электрических моментов последних направлены по внешнему полю. В этом случае вектор поляризованности включений

$$\vec{P}_v = m\vec{p}, \quad (11)$$

где m — плотность включений в дисперсной системе, которая так же имеет направление внешнего поля (\vec{E}_0).

Электрический момент элементарного объема dV дисперсной системы

$$d\vec{P}_v = m\vec{p}dV = m\rho^* \sin \theta d\zeta d\theta dz, \quad (12)$$

При строгом рассмотрении задачи \vec{p} является суммой мультипольных моментов до бесконечного порядка. Однако, как показали исследования [3, 4], во многих практических случаях \vec{p} может быть представлен в качестве электрического момента мультиполя первого порядка, то есть диполя.

Согласно [3, 4], при регулярном распределении сферических включений в системе результирующее поле квадрупольных моментов частиц в данной точке равняется нулю. Учет октупольных моментов включений при расчете результирующего поля в дисперсной системе обуславливает дополнительный член в выражении напряженности:

содержащий объемную концентрацию включений в $10/3$ степени, тогда как член, соответствующий учету дипольных моментов, содержит объемную концентрацию включений в первой степени. Отметим также, что удельный вес коэффициентов этих членов в выражении напряженности поля весьма невелик и обратно пропорционален порядку мультиполя.

Из вышесказанного следует, что при расчете электрического поля взаимодействия регулярно распределенных поляризованных включений учет мультипольных моментов порядка выше первого имеет практический смысл при объемных концентрациях частиц, превышающих 0,3—0,5. Экспериментальные исследования по измерению эффективных диэлектрических проницаемостей различных дисперсных систем с металлическими включениями [4] подтверждают сделанный выше вывод.

Поскольку объемные концентрации включений дисперсных систем, встречающихся в электроизоляционной технике, электронно-ионной технологии, при высокочастотной сушке сельскохозяйственных культур и других областях техники, меньше 0,5, то под символом p будем подразумевать дипольный момент поляризованных включений. Исходя из вышесказанного, dP_p можно рассматривать в качестве дипольного момента объема dV .

Радиальная и тангенциальная составляющие напряженности поля в точке O , вызванного диполем с электрическим моментом dP_p , равны:

$$dE_r = \frac{2dP_p \cos \theta'}{4\pi\epsilon_0 r'^3} \quad (13)$$

$$dE_\theta = \frac{dP_p \sin \theta'}{4\pi\epsilon_0 r'^3} \quad (14)$$

Учитывая симметрию задачи, можно утверждать, что составляющие по осям x и y результирующего поля в центре сферы равны нулю. Поэтому результирующее поле зарядов объема V в точке O определим как сумму составляющих (13) и (14) по оси z :

$$dE_{0,z} = dE_r \cos \theta' - dE_\theta \sin \theta'. \quad (15)$$

С учетом (13) и (14) для $E_{0,z}$ найдем

$$E_{0,z} = \frac{mp}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dz'}{z'} \int_0^{2\pi} dz'' \left(4 \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta' \cos^2 \theta' d\theta' - 2 \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta' d\theta' \right) = 0, \quad (16)$$

(так как разность интегралов в скобке равна нулю). В (16) литерой a обозначен радиус сферического включения, центр которого расположен в точке O . Интегрирование по радиусу r' осуществляется с пред-

лах от a до ρ , чтобы исключить учет взаимодействия центральной частицы на саму себя.

Таким образом, напряженность поля взаимодействия поляризованных сферических включений

$$E_s = \frac{P_s}{3\epsilon_2} = \frac{m\rho}{3\epsilon_2}. \quad (17)$$

Каждое из включений оказывается под воздействием поля с напряженностью

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \frac{\vec{P}_s}{3\epsilon_2} = \vec{E}_0 + \frac{m\vec{\rho}}{3\epsilon_2}. \quad (18)$$

Это поле будем называть макроскопическим действующим полем. Выражение (18) может быть записано и в скалярной форме

$$E_1 = E_0 + \frac{P_s}{3\epsilon_2}, \quad (19)$$

так как E_0 и P_s совпадают по направлению.

Во многих практических задачах оказывается необходимым рассмотреть включения дисперсных систем в форме трехосных эллипсоидов. Поэтому возникает необходимость определить действующее поле и в этом, наиболее общем, случае. Метод расчета напряженности действующего поля для случая эллипсоидальных включений может быть идентичным с вышеизложенным. Однако, в отличие от рассмотренной задачи, выделенный объем V должен быть ограничен трехосной эллипсоидальной поверхностью. Это приводит к огромным трудностям математического характера при расчете напряженностей $E_{0,1}, E_{0,2}, E_{0,3}$ и, следовательно, E_s . Между тем, выражение для E_s при включениях эллипсоидальной формы можно получить простым преобразованием (17) — заменой коэффициента $1/3$ коэффициентом деполяризации N эллипсоида [5] по оси, совпадающей с направлением внешнего поля [6]. Следовательно,

$$E_s = E_0 + \frac{N_a}{\epsilon_2} m\rho, \quad (20)$$

где ρ — дипольный момент поляризованного вдоль оси $2a$ эллипсоидального включения.

Часто приходится считаться с фактом, что включения дисперсной системы имеют разные формы и размеры. Для решения этой задачи весьма хорошим приближением является предположение, что включения системы делятся на n сортов эллипсоидальных включений. Все эллипсоидальные включения данного i -го сорта ориентированы одинаково относительно внешнего поля и распределены в системе регулярным образом. Принимая за основу это предположение, можно написать, что

$$E_{\Sigma} = E_0 + \frac{1}{\epsilon_{\Sigma+1}} \sum_{i=1}^n N_i m_i p_i, \quad (21)$$

где $\epsilon_{\Sigma+1}$ — абсолютная диэлектрическая проницаемость дисперсионной среды.

Уравнение (19) является результатом строгого аналитического расчета и для дисперсной системы с регулярно распределенными сферическими включениями является точным выражением действующего поля. Этот вывод подтверждается и следующим сопоставлением. Принимая за основу (19), в [7] рассчитано переходное электрическое поле в соответствующей однородной среде. Полученные в [7] выражения напряженностей поля в установившемся режиме совпадают с известными точными формулами Рэлея [3, 8] (при учете только дипольного взаимодействия).

Точность выражения (20) для дисперсных систем с регулярно распределенными эллипсоидальными включениями подтверждается совпадением результатов [9] в частном случае цилиндрических включений (в установившемся режиме) с соответствующими точными формулами Рэлея [3, 8].

ЕрПН им. К. Маркса

Поступило 25.IX.1976.

Մ. Կ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

ԳՈՐԾՈՎ ԴԱՇՏՈՒ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ԳՐԻՆԻ ԹԵՈՐԵՄԻ ԿՐԻՍՏԱԼԱՄՈ

Ա մ փ ո փ ու մ

Էլեկտրական դաշտի հաշվարկը դիսպերս սիստեմներում ներկայացնում է գործնական հետաքրքրություն էլեկտրատեխնիկ տեխնիկայի, էլեկտրոնատեխնիկայի անխնդիրների, դուրսատեսական կուլտուրաների բարձրահասակականային շորացման և այլ բնագավառների համար: Հաշվարկի բարդությունը կապված է բնագավառ ներառումների դաշտերի փոխազդեցության հաշվարկման հետ: Ստրուկտուրային բնույթով պայմանավորված լիցքերը դիսկրետորակ ծավալային և ոգտագործելով Գրինի թևորեմը, հաշվված է այդ լիցքերի ստեղծած դաշտի լարվածությունը սովորական կենտրոնում: Ստացված արդյունքը հանդիսանում է կանոնավոր բաշխված և համասեռ բնույթով ներառումների փոխազդեցության դաշտը:

Աշխատանքում որոշվում է և սովորական ներառումը բնույթով դաշտը, որը և անվանվել է գործող դաշտ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Шидом К. Теоретическая электротехника. Изд. «Мир», 1964.
 2. Жаквиш Г. П. Физика диэлектриков (область слабых полей). ГИИЭЛ, 1949.

3. *Lord Rayleigh*. On the Influence of Obstacles arranged in Rectangular Order upon the Properties of a Medium. *Philosophical Magazine and Journal of Science*, 34, pp. 481—502, 1892.
4. *Kharadly M. M. Z.* and *Jackson W.* The properties of artificial dielectrics comprising arrays of conducting elements. *Proc. Instn. Electr. Engrs (London)*, 100, 1953.
5. *Подиванов К. М.* Теоретические основы электротехники, ч. III. Изд. «Энергия», 1969.
6. *Петриш А. В., Жуковичский Б. И., Кудин В. Н., Паркин Е. П.* Высоковольтная нагрузка диэлектриков и полупроводников. Госэнергоиздат, 1959.
7. *Карастян М. А.* Электрическое поле в дисперсной системе со сферическими включениями. «Известия АН АрмССР. Физика», № 6, 1971.
8. *Сканиан Г. П.* Физика диэлектриков (область сильных полей), 1958.
9. *Карастян М. А.* Перераспределение постоянного поля в дисперсной системе сближенными включениями. «Электричество», № 10, 1971.

ЭНЕРГЕТИКА.

С. Г. АРУТЮНЯՆ

К УЧЕТУ ТРАНСФОРМАТОРОВ С ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНЫМ
РЕГУЛИРОВАНИЕМ В РАСЧЕТАХ УСТАНОВИВШИХСЯ
РЕЖИМОВ ЭНЕРГОСИСТЕМ

Использование трансформаторов с продольно-поперечным регулированием позволяет за счет ввода в контуры добавочных э.д.с. принудительно перераспределять активные и реактивные мощности по линиям разных уровней напряжений и, тем самым, в значительной степени оптимизировать режим всей системы [1]. Эта задача требует анализа на ЭВМ установившихся режимов энергосистем, содержащих трансформаторы с продольно-поперечным регулированием (ТПП), с учетом их комплексных коэффициентов трансформации. При этом, из-за нарушения принципа взаимности ($Z_{21} \neq Z_{12}$), матрица проводимостей анализируемой энергосистемы получается несимметричной, что, в свою очередь, предопределяет необходимость записи полной матрицы $[Y]$ вместе обычно используемой треугольной матрицы. В связи с этим значительно увеличивается предельный объем решаемых задач. Кроме того, целый ряд типовых программ потокораспределения вообще не позволяет учесть трансформаторы с продольно-поперечным регулированием (в том числе и программа установившегося режима [2], основанная на теории многополюсника и поэтому обладающая целым рядом известных достоинств).

В настоящей статье рассматривается и обосновывается алгоритм для расчета установившегося режима энергосистем, содержащих трансформаторы с продольно-поперечным регулированием, базирующийся на алгоритме потокораспределения [2].

Постановка задачи. Схема замещения последующей энергосистемы замещается эквивалентным многополюсником с n независимыми полюсами, в число которых входят узлы генерации и нагрузки, а также узлы связи s , принадлежащие одновременно трансформаторам с продольно-поперечным регулированием. Вынесение ветвей с ТПП за пределы эквивалентного многополюсника позволяет получить симметричную матрицу $[Z]$ параметров сети с записью ее ненулевых элементов, расположенных над главной диагональю, чем обеспечивается значительное увеличение предельного объема решаемых задач. При этом для расчета установившегося режима основной сети можно использовать программу потокораспределения [2].

Выделенные трансформаторы с продольно-поперечным регулированием представляются эквивалентными четырехполюсниками с параметрами в форме [А].

В качестве исходных принимаются: а) параметры $g_{m,k}$ и $b_{m,k}$ (активные и реактивные проводимости) многополюсника с n независимыми узлами, т. е. $m, k = 1, 2, \dots, n$;

б) паспортные параметры всех σ трансформаторов с продольно-поперечным регулированием;

в) по два параметра режима для независимых узлов (за исключением выделенных узлов связи s) многополюсника из следующего числа возможных: P_s (активные мощности), Q_s (реактивные мощности), U_m (модули напряжений), ψ_s (фазы напряжений) с учетом ограничений $\alpha \neq \beta$, $m \neq s$.

Являются искомыми: параметры режима P_s , Q_s , U_s , ψ_s соответственно ξ , m , j , z узлов многополюсника, включая узлы связи s .

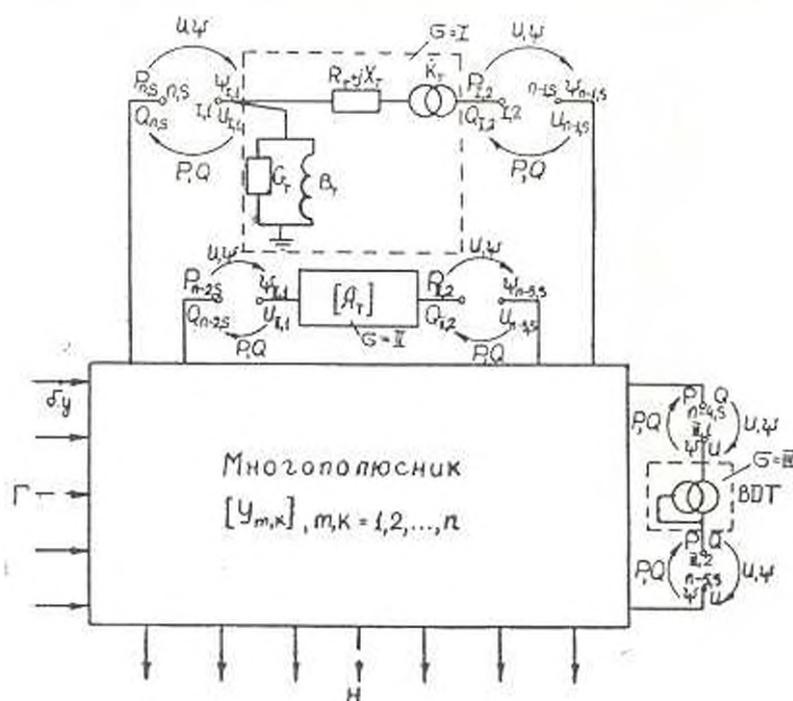


Рис. 1. Схема итерации по предполагаемой методике расчета.

Расчетные уравнения. Уравнения режима каждого σ четырехполюсника, замещающего ТПН (рис. 1), целесообразно записать в форме 1:

$$\begin{bmatrix} U_{1,m} \\ I_{2,m} \end{bmatrix} = [A_{1,1}] \begin{bmatrix} U_{2,k} \\ I_{1,k} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $m \neq k$; $m, k = 1, 2$ — индексы входа (1) и выхода (2) σ -го ТПН.

Матрица [1] параметров трансформатора с продольно-поперечным регулированием может быть представлена следующим образом:

$$|A_1| = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_1 + jX_1 \\ G_1 + jB_1 & (G_1 + jB_1)(R_1 + jX_1) + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{K}_T & 0 \\ 0 & \frac{1}{\bar{K}_T} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \bar{K}_T & \frac{R_1 + jX_1}{K_T} \\ \bar{K}_T (G_1 + jB_1) & \frac{(G_1 + jB_1)(R_1 + jX_1) + 1}{K_T} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} K_3 + jK_4 & \frac{(K_3 - jK_4)(R_1 + jX_1)}{K^2} \\ (K_3 + jK_4)(G_1 + jB_1) & \frac{[(G_1 + jB_1)(R_1 + jX_1) + 1](K_3 - jK_4)}{K^2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

где R_1 , X_1 , G_1 , B_1 — соответственно активное и реактивное сопротивления, активная и реактивная проводимости ТПТ, вычисляемые по следующим известным зависимостям:

$$R_1 = \frac{1000 \Delta P_s U_n^2}{S_n^2}; \quad X_1 = \frac{10 U_{s0} U_n^2}{S_n};$$

$$G_1 = \frac{\Delta P_{\text{л.т.}} \cdot 10^{-3}}{U_n^2}; \quad B_1 = \frac{i_{\text{л.т.}} \cdot S_n \cdot 10^{-2}}{U_n^2}.$$

$\bar{K}_T = K_3 + jK_4$ — комплексный коэффициент трансформации ТПТ, задаваемый в расчете в виде коэффициента трансформации по продольной (K_3) и поперечной (K_4) осям.

Если в качестве заданных используются напряжения продольного регулирования U_1 и напряжение поперечного регулирования U_2 , то составляющие коэффициента \bar{K}_T вычисляются по зависимостям:

$$K_3 = \frac{U_1}{U_2} \cos \left[\operatorname{arctg} \frac{U_2}{U_1 + U_2 + U_3} - \operatorname{arctg} \frac{U_2}{U_2 + U_3} \right];$$

$$K_4 = \frac{U_1}{U_2} \sin \left[\operatorname{arctg} \frac{U_2}{U_1 + U_2 + U_3} - \operatorname{arctg} \frac{U_2}{U_2 + U_3} \right]. \quad (3)$$

При учете в сети одного напряжения продольно-поперечного вольтодобавочного трансформатора (ВДТ) составляющие комплексного коэффициента \bar{K}_T определяются по относительным значениям продольной ($E_{\text{д.с.}}$) и поперечной ($E_{\text{п.с.}}$) э. д. с., ибо ВДТ маркируются как правило, по добавочным э. д. с. регулирования [3].

$$K_1 = \frac{1 + E_{1,1}}{(1 + E_{1,1})^2 + E_{1,2}^2}, \quad K_2 = -\frac{E_{1,2}}{(1 + E_{1,1})^2 + E_{1,2}^2} \quad (4)$$

Расчет установившегося режима ТПП производится непосредственным решением уравнений (5)–(8):

$$P_{1,1} = \frac{U_{1,1}}{B_1} [U_{1,1} D_1 \cos(\psi_B - \psi_D) - U_{1,2} \cos(\psi_B + \Delta\psi_{1,1-2})]; \quad (5)$$

$$Q_{1,1} = \frac{U_{1,1}}{B_1} [U_{1,1} D_1 \sin(\psi_B - \psi_D) - U_{1,2} \sin(\psi_B + \Delta\psi_{1,1-2})]; \quad (6)$$

$$\psi_{1,2} = \psi_{1,1} - \Delta\psi_{1,1-2} \quad (7)$$

$$U_{1,2} = \sqrt{a \pm \sqrt{a^2 - \frac{P_{1,2}^2 + Q_{1,2}^2}{A_1^2} B_1^2}}, \quad (8)$$

где

$$a = \frac{Q_{1,2} B_1 A_1 \sin(\psi_A - \psi_B) - P_{1,2} B_1 A_1 \cos(\psi_A - \psi_B) + 0,5 U_{1,1}^2}{A_1^2};$$

$$\psi = \psi_B - \arccos \left[\left(P_{1,2} + \frac{U_{1,2}^2 A_1}{B_1} \cos(\psi_B - \psi_A) \right) \frac{B_1}{U_{1,1} U_{1,2}} \right],$$

здесь 1, 2 — индексы начала и конца ветви с ТПП;

$A, e^{j\psi_A}, B, e^{j\psi_B}, C, e^{j\psi_C}, D, e^{j\psi_D}$ — элементы матрицы $[A]$ параметров ТПП.

Расчет установившегося режима пассивного многополюсника производится по уравнениям [2], которые в неявной форме могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} P_i^2 &= P(\dots \psi_i^{m-1} \dots U_j^{f-1} \dots); \\ Q_i^2 &= Q(\dots \psi_i^{m-1} \dots U_j^{f-1} \dots); \\ \psi_i &= \psi(\dots \psi_i^{m-1} \dots Q_m^2 \dots U_j^{f-1} \dots); \\ U_j^2 &= U(\dots \psi_i^{m-1} \dots U_j^{f-1} \dots), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\alpha, \beta, m, f = 1 \dots n$; $\alpha \neq \beta, m \neq f$.

При совместном решении уравнений (5) ÷ (9) в расчет должны быть вовлечены уравнения связи. Так как в уравнениях (9) многополюсника мощности нагрузок берутся с отрицательным знаком, а в выражениях (5) ÷ (8) ТПП сохраняются знаки мощностей, то эти условия для входного ($\alpha, 1$) и выходного ($\alpha, 2$) узлов каждого σ ТПП, замещаемого эквивалентным четырехполюсником, соответственно будут иметь следующий вид:

$$U_{\alpha,1} = U_{\alpha,2}; \quad \psi_{\alpha,1} = \psi_{\alpha,2}; \quad P_{\alpha,1} = -P_{\alpha,2}; \quad Q_{\alpha,1} = -Q_{\alpha,2}; \quad (10)$$

$$U_{n-1,1} = U_{n,2}; \quad \psi_{n-1,1} = \psi_{n,2}; \quad P_{n-1,1} = P_{n,2}; \quad Q_{n-1,1} = Q_{n,2}. \quad (11)$$

Схема итерации по совместному решению уравнений (5) и (11) строится следующим образом. Вначале выполняется один шаг $(i-1)$ для построения решения по методу Зейделя уравнений (9) в петлюника. При этом в качестве исходных параметров режима для узлов, соответствующих узлам генерации и нагрузок, принимаются по два параметра из P, Q, U, ψ при учете ограничений $\alpha \neq \beta, j \neq m$. В узлах связи с многополюсника с ТПП задается система параметров режима, указанная на рис. 1. Эти параметры известны лишь в первом приближении, поэтому в первом шаге итерации задаются их нулевые приближения, например $P_{n,1} = P_{ном}, Q_{n,1} = Q_{ном}, U_{n-1,1} = U_{ном}, \psi_{n-1,1} = 0$. В результате одного шага расчета уравнений (9) в узлах связи с определяются параметры $U_{n,2}, \psi_{n,2}$ и $P_{n-1,1}, Q_{n-1,1}$, которые, с учетом уравнений связи (10) и (11), используются в качестве исходных для решения уравнений (5) и (9). В результате безытерационного решения уравнений (5) и (9) определяются параметры режима ТПП: $P_{2,1}, Q_{2,1}, U_{1,2}, \psi_{1,2}$, — которые с учетом уравнений связи (10) и (11) используются для расчета уравнений (9) уже во втором шаге итерации и т. д. Расчет продолжается до сходимости итерационного процесса, проверяемого по балансу активных и реактивных мощностей во всех независимых узлах многополюсника. Параметры режима независимых узлов многополюсника могут служить в качестве исходных для расчета режима внутренних (исключенных при эквивалентировании) узлов.

Программа, реализующая предлагаемый алгоритм по учету трансформаторов с продольно-поперечным регулированием, разработана применительно к ЭВМ семейства «Ирис». Выполненные по этой программе расчеты показывают эффективность предлагаемого алгоритма как с точки зрения удобства учета ТПП с комплексными коэффициентами трансформации, так и сходимости итерационного процесса.

Пример расчета и результаты исследований. В качестве примера был выполнен расчет установившегося режима одной энергосистемы, представленной 12 генераторными, 25 нагрузочными и 13 сетевыми узлами. Результаты анализа у. р. данной энергосистемы показывают (табл. 1), что основные потоки активной мощности распределяются по сети 110 кВ, передачи 330 кВ мало загружены при значительных перетоках реактивных мощностей. Все это приводит к значительным потерям активной мощности и неоптимальному (по потерям) режиму сети.

В то же время использование трансформаторов с продольно-поперечным регулированием — автотрансформаторов АТДЦТГ-120000/330/110 с вольтодобавочными трансформаторами ВРДНУ-12000/35/35, параметры которых даны в табл. 2, позволяет принудительно перераспределить мощности по линиям 110 кВ и 330 кВ,

при этом основные потоки транзитной энергии передают уже не ВЛ 330 кВ (табл. 1).

Таблица 1

	Потоки мощности по отдельным ВЛ—110 кВ, Мва	Потоки мощности по ВЛ—330 кВ, Мва
без ТП	$55,2 + j30,3$	$22,7 + j45,6$
	$52,6 + j31,7$	$18,2 + j40,2$
	$48,3 + j28,2$	
	$45,9 + j21,8$	
с ТП	$21,6 + j18,2$	$93,6 + j71,3$
	$15,7 + j12,8$	$82,4 + j61,5$
	$16,1 + j15,3$	
	$14,5 + j12,7$	

Таблица 2

120000 330 121 АГПП	$U_{\text{ТП}}, \text{кВ}$	$U_{\text{ВЛ}}, \text{кВ}$	$U_{\text{кз. в-п}}, \%$	$U_{\text{кз. в-п}}, \%$	$U_{\text{кз. с-п}}, \%$
	330	115	9,85	33,2	21,7
180 330 36 АГПП	$P_{\text{ВЛ}}, \text{кВт}$	$P_{\text{кз. в-п}}, \text{кВт}$	$P_{\text{кз. в-п}}, \text{кВт}$	$P_{\text{кз. с-п}}, \text{кВт}$	$t_{\text{дт}}, \%$
	180	410	270	230	2
180 330 36 АГПП	$P_{\text{дт}}, \text{кВт}$	$P_{\text{кз. в-п}}, \text{кВт}$	$t_{\text{дт}}, \%$	$U_{\text{ном. вст}}, \text{кВ}$	$I_{\text{прт}}, \text{А}$
	33	142	3,3	$-18,758$ $-18,758$	407

Расчет у. р. рассматриваемой энергосистемы сходится к некоторому решению с заданной точностью небаланса мощности $\Delta S = 0,5 \text{ МВА}$ за 67 шагов итерации ($n=67$), время расчета на ЭИВМ «Наирн-2»—10 мин. Динамика сходимости итерационного процесса представлена на рис. 2. На рассматриваемом примере расчета была апробирована другая схема итерации, используемая в [4] для расчета у. р. энергосистем, имеющих в своем составе ветви с отрицательными реактивными сопротивлениями. Однако эта схема итерации, основанная на комбинированном использовании внутренней и внешней итераций, для рассматриваемого класса задач оказалась менее эффективной и сложной при наличии многих ТП. Несмотря на это, сходимость итерации для рассматриваемого примера расчета обеспечивается за 14 циклов внешних итераций ($n=14$), время расчета—13 мин. Динамика сходимости итерации представлена на рис. 3.

Нетрудно заметить, что уравнение (8) дает два значения напряжения: $U_{s,2}^{(1)}$ и $U_{s,2}^{(2)}$, ибо задача определения режима ТПП является также нелинейной. Однако на основе выполненной серии расчетов и сопоставления двух корней уравнения (8) можно сделать заключение, справедливое также для аналогичной зависимости, используемой в [4], что физически реализуемым режимом является решение математической модели, когда

$$U_{s,2} = \sqrt{a} + \sqrt{a^2 - \frac{P_{s,2}^2 + Q_{s,2}^2}{A^2} B_1^2}.$$

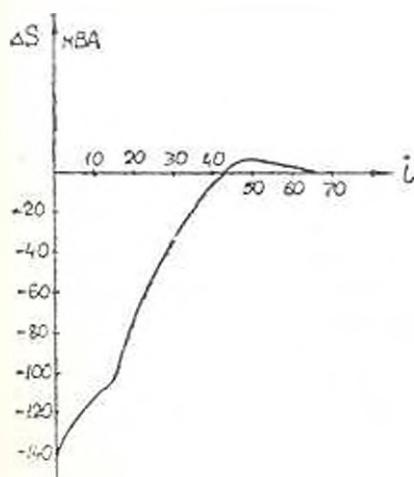


Рис. 2. Пример сходимости итерационного процесса по предлагаемой методике.

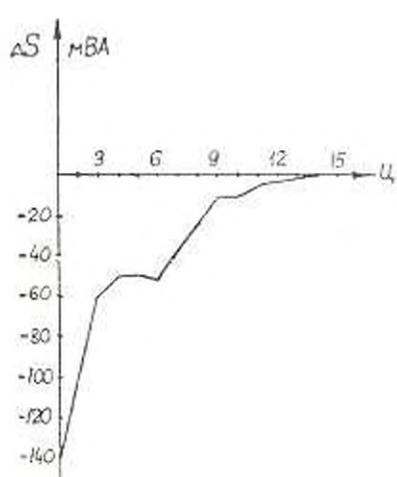


Рис. 3. Сходимость итерационного процесса того же примера расчета по схеме итерации [4].

Возможность записи ненулевых элементов лишь треугольной матрицы $[Y]$ параметров многополюсника, благодаря выделению ветвей с ТПП, позволяет существенно увеличить предельный объем решаемых задач. Учет комплексных коэффициентов, как это следует из опыта расчетов, не оказывает существенного влияния на сходимость итерации по предлагаемому алгоритму. При этом практические критерии сходимости для выбранной схемы итерации соответствуют критериям, полученным в [2].

Выводы

1. Предложен алгоритм для расчета установившихся режимов энергосистем, учитывающий трансформаторы с продольно-поперечным регулированием.

2. Непользуемое выделение активной с трансформаторами продольно-поперечного регулирования, обладающими комплексными коэффициентами трансформации, позволяет увеличить предельный объем задач при практических критериях сходимости [2].

Երևանի Կ. Մարքս

Поступило 15.IV.1976

Ս. Գ. ՀԱՐՈՒՅՐԻՆՅԱՆ

ԸՆԴԵՐԿԱՅՆԱԿԱՆ-ՐՆՊԼԱՅՆԱԿԱՆ ԿԱՐԳԱՎՈՐՈՒՄՈՎ ՏՐԱՆՍՖՈՐՄԱՏՈՐՆԵՐ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ԷՆԵՐԳԱՀԱՐԱՆՎՈՐՆԵՐԻ ՀԱՅՏԱՏՎԱԾ ՌԵՃԻՄՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ԾՈՒՐՁԸ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Հաղվածում առաջարկված է ընդերկայնական-ընդլայնական կարգավորումով տրանսֆորմատորների պարունակող էներգահամակարգերի հաստատված ռեժիմների հաշվարկի ալգորիթմ:

Ընդերկայնական-ընդլայնական կարգավորումով տրանսֆորմատորները ներկայացված են քառարևոններով, որոնց պարամետրները գրվում են մասրիցայի տեսքով: Հիմնական զանգր ներկայացվում է որպես բազմարևոն՝ զրկյով պտտով պարամետրները ք և ն հաղորդականությունների տեսքով: Խնդրի խեղացիան լուծումը կատարվում է Գաուս-Ջեյդելի մեթոդով, ըստ մշակված ալգորիթմի կազմված է հաշվարկների ծրայիը «մախրի» էՀՄ-ի համար: Մշակված ծրայրով կատարված պրծնական հաշվարկները հաստատում են առաջարկված ալգորիթմի կիրառության էֆեկտիվությունը:

Ճ Ո Ւ Ե Ր Ա Դ Մ Ր Ա

1. Երևանի Վ. Վ. Կրիստիանյան Վ. Փ. Поперечное регулирование напряжения в сетях 750—330 кВ «Электричество», № 8, 1972.
2. Արույի Գ. Գ. Алгоритм расчета установившегося режима энергосистемы с учетом нелинейных характеристик генераторов и нагрузок, «Электричество», № 2, 1971.
3. Холлский В. Г. Расчет установившихся режимов электрических сетей. Изд. «Высшая школа», 1975.
1. Արույի Գ. Գ., Արույանի Ս. Գ. К методике расчета установившегося режима электрической системы, содержащей продольные цепи с отрицательными реактивными сопротивлениями. «Изв. АН АрмССР (серия техн. науки)», т. XXIX, № 2, 1976.

УДК 62—231.311

Некоторые задачи проектирования переключающих механизмов. Египшиян К. М., Макарян Л. М., Саркисян Ю. Л. «Известия АН АрмССР (серия Т. II)», т. XXX, № 1, 1977, 3—10.

Рассматриваются некоторые задачи проектирования плоских механизмов, реализующих сложное движение объекта, на заданном участке: приближающееся к прямолинейно-вращательному движению. Описан способ регулирования длины приближенно-прямолинейного хода ведомого шатуна. Приведены численные примеры, иллюстрирующие разработанные методики.

Илл. 3. Библи. 6 назв.

УДК 62—231.311

К синтезу механизмов на основе предельных соответствий между профилями свободных звеньев, которые обладают пологими дугами. Шахбазян К. Х., Джагянцянц Д. А., Худоян Г. С. Известия АН АрмССР (серия Т. II)», т. XXX, № 4, 1977, 11—19.

Предлагается метод, с помощью которого становится возможным спроектировать механизмы для воспроизведения плоских кривых высших порядков. При этом переход с одной схемы механизма на другую осуществляется с помощью простой перестройки.

Илл. 3. Библи. 3 назв.

УДК 621.833—514.2

Синтез зубчато-рычажных механизмов по экстремальным значениям предельной скорости и ускорения ведомого звена. Джагянцянц Р. П. «Известия АН АрмССР (серия Т. II)», т. XXX, № 1, 1977, 26—29.

Рассмотрена задача синтеза зубчато-рычажных механизмов с большим четырехзвенником по экстремальным значениям угловой скорости и ускорения ведомого звена. Задача решается для механизмов, у которых шатуны и коромысло пропорциональны и расположенными на них полюсами зацепления делителей на пропорциональные части. Получено уравнение, описывающее задачу синтеза этого семейства механизмов в общем виде.

Илл. 3. Библи. 2 назв.

УДК 536.761.5:53.098.5

Цифровая линеаризация характеристики платинового термометра, сопротивляемая. Шахбазян С. С. «Известия АН АрмССР (серия Т. II)», т. XXX, № 4, 1977, 30—36.

Предложен метод цифровой линеаризации характеристики платинового термометра сопротивляемый в диапазоне температур от 0 до +650°C, приведены формулы для расчета параметров схемы и погрешности линеаризации.

Илл. 2. Табл. 1. Библи. 1 назв.

К определению реакций протяженных зданий и сооружений с учетом начальной фазы прохождения сейсмических волн. Хачиян Э. Е., Амбарцумян В. А., Петросян А. Г. «Известия АН АрмССР (серия Т. II)», XXX, № 4, 1977, 37—47.

Выведены уравнения движения и получено аналитическое выражение реакций протяженных многоэтажных рам с учетом начальной фазы прохождения сейсмических волн. Получены количественные данные о влиянии протяженности на величины реакций зданий и сооружений. Анализирована возможность интегрирования уравнений движения при введении в расчет программы компьютеризации.

Илл. 3. Табл. 7. Библ. 12 назв.

Вибродиагностирование технологических дефектов электрических машин на основе логарифмической вибрации. Алакан В. А. «Известия АН АрмССР (серия Г. II)», т. XXX, № 4, 1977, 48—52.

В целях вибродиагностики технологических дефектов электрических машин рассмотрен спектр вибрации этих машин, обусловленный соответствующими дефектами. Показана зависимость этого спектра от формы дефектов.

Илл. 1. Библ. 8 назв.

Цифровые автоматные отображения одно- и многокомандных коммутаторов в фазных реверсивных электродвигателях. Арутюнян В. Ш. «Известия АН АрмССР (серия Т. II)», т. XXX, № 4, 1977, 53—58.

Рассматриваются возможности представления коммутатора фаз как цифровых автоматов. Приводятся математические и автоматные модели одно- и многокомандных устройств управления переключением фаз однофазных электродвигателей.

Илл. 2. Библ. 7 назв.

Расчет действительного поля с использованием теоремы Грина. Карапетян М. А. «Известия АН АрмССР (серия Т. II)», т. XXX, № 4, 1977, 59—66.

Расчет электрического поля в дисперсных системах, представляющий интерес для электрооптической техники, электроно-ионной технологии, высокочастотной сушки сельскохозяйственных культур и других объектов, связан с необходимостью учета взаимодействия поляризованных включений. Рассматривая заряды структурной поляризации пространственными (объемными) и используя следствие теоремы Грина, рассчитаны напряженность поля в центре диэлектрического стержня зарядов. Рассчитанное поле взаимодействует с полем регуляционных (поляризованных) включений, распределенных в среде регуляционным образом.

Результирующее поле, поляризующее включения дисперсной системы, названо действующим полем.

Илл. 1. Библ. 9 назв.

К учету трансформаторов с продольно-поперечным регулированием в расчетах установившегося режима энергосистем. Арутюни С. Г. Известия АН АрмССР (серия Т. II), т. XXX, № 1, 1977, 67—74

Предлагается алгоритм расчета установившегося режима энергосистем, содержащих трансформаторы с продольно-поперечным регулированием (ТПП). В основе предлагаемого алгоритма лежит вынесение частей с ТПП за пределы эквивалентного многополюсника, параметры которого записываются в виде симметричной матрицы проводимостей [3]. Выделенные ТПП представляются эквивалентными четырехполюсниками с параметрами в форме [1]. Задача в целом решается по методу Гаусса-Зейделя. Предлагаемый алгоритм реализован программой расчетов для ЭВМ семейства «Ивирис». Выполненные сопоставительные расчеты показывают, что учет комплексных коэффициентов трансформации не оказывает существенного влияния на сходимость разработанной схемы итерации.

Илл. 3. Табл. 2. Библ. 4 назв.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

Стр.

Машиностроение

- К. М. Есипян, Л. М. Микарян, Ю. Л. Саркисян* Некоторые задачи проектирования переключающих механизмов 3
- К. Х. Шахбазян, Д. А. Джагацянян, Г. С. Хуровян* К синтезу механизмов на основе определенных соответствий между пучками, соответственные прямые которых образуют постоянный угол 13
- Р. П. Джанахян* Синтез зубчатых-рычажных механизмов по экстремальным значениям угловой скорости и ускорения ведомого звена 20

Измерительная техника

- С. С. Шахкяни* Цифровая линеаризация характеристики платинового термометра сопротивления 30

Строительная механика

- Э. Е. Хачиян, В. А. Ашарицян, Л. Г. Петросян* К определению реакций протяжения сейсмической волны 37

Электротехника

- В. А. Авакян* Вибродиагностирование технологических дефектов электрических машин на основе моделей вибрации 46
- В. Ш. Арутюнян* Цифровые автоматные отображения одно- и многорежимных коммутаторов фаз n -фазных реверсивных шаговых электродвигателей 53
- М. А. Карапетян* Расчет действующего поля с использованием теоремы Грина 59

Энергетика

- С. Г. Арутюнян* К учету трансформаторов с продольно-поворотным регулированием в расчетах установившихся режимов энергосистем 67

