ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

Издается с 1947 г.

Խմբագրության հասցեն՝ Երևան—19, Բարեկամության փող. 24գ
Адрес редакции: Ереван-19, ул. Барекамутян, 24г.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, № 4, 1975 Серия технических наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Г. Л. АРЕШЯН

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ВЫСШИХ ГАРМОНИЧЕСКИХ М.Д.С. НА ВЕЛИЧИНУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА ОДНОФАЗНОГО ИНДУКТОРНОГО ГЕНЕРАТОРА С ПУЛЬСИРУЮЩИМ ПОТОКОМ

В работе [1] было получено аналитическое выражение электромагнитного момента индукторного генератора, на основе которого для генератора типа $(b_1\ \bar{a}\ b_0\ \bar{a}\ b_1)$ $(b_1\ \bar{a}\ b_0\ \bar{a}\ b_1)$ определен электромагнитный момент в виде:

$$\bar{M}_э(\gamma) = C_0 + \sum_{k=1}^{6} C_k \cos k\gamma + \sum_{k=1}^{6} S_k \sin k\gamma. \tag{1}$$

Ниже проводится анализ влияния высших гармонических м.д.с. и коэффициентов модуляции на величину постоянной составляющей момента (C_0) и на величины амплитуд синусных (S_k) и косинусных (C_k) гармоник момента. В общем случае, когда $m_1 \neq 0$, $m_2 \neq 0$, $m_3 \neq 0$, $\bar{F}_\nu^\sigma \neq 0$ $(\sigma = d, q;\ \nu = 1, 2, 3)$, выражения для C_0, C_k, S_k $(k = 1, 2, \ldots, 6)$, записанные через скалярные величины м. д. с., получаются чрезвычайно громоздкими и мало пригодными для инженерных расчетов вручную. Поэтому численные расчеты удобно производить на ЭВМ, для чего составляется соответствующая программа. Расчет одного режима с печатью результатов на ЭВМ „Наири—2“ длится около 10 минут. В табл. 1 даны результаты расчета составляющих электромагнитного момента для генератора 100 *кВт* 8000 *Гц* при номинальном режиме $\cos\varphi = 0{,}9$ емкостной. При этом за исходные данные взяты $m_1 = 0{,}25$; $m_2 = 0{,}004$; $m_3 = 0{,}011$ и м. д. с., полученные для этого режима в результате решения основной системы м. д. с., которые равны:

$$\bar{F}_1^d = \begin{Vmatrix} 0{,}135 & 951 \\ -0{,}717 & 241 \\ 0{,}079 & 900 \end{Vmatrix};\quad \bar{F}_2^d = \begin{Vmatrix} 0{,}016 & 091 \\ 0{,}002 & 071 \\ 0{,}009 & 535 \end{Vmatrix};\quad \bar{F}_3^d = \begin{Vmatrix} 0{,}008 & 276 \\ -0{,}044 & 145 \\ 0{,}004 & 992 \end{Vmatrix};$$

$$\bar{F}_1^q = \begin{Vmatrix} -0{,}113 & 058 \\ 0{,}607 & 232 \\ -0{,}071 & 632 \end{Vmatrix};\quad \bar{F}_2^q = \begin{Vmatrix} -0{,}011 & 459 \\ -0{,}003 & 778 \\ -0{,}012 & 815 \end{Vmatrix};\quad \bar{F}_3^q = \begin{Vmatrix} -0{,}002 & 959 \\ 0{,}016 & 371 \\ -0{,}001 & 891 \end{Vmatrix}. \tag{2}$$

В табл. 1 приводятся также значения амплитуд гармоник моментов в процентах относительно постоянной составляющей момента.

Таблица 1

$\bar{F}_1^z = 0$, $\bar{F}_2^z = 0$; $\bar{F}_3^z = 0$ $(z = d, q)$; $m_1 = 0$, $m_2 = 0$; $m_3 = 0$

C_0	0,303535	100%			
C_1	0,003096	−1,02	S_1	−0,352971	−116,29
C_2	0,248790	81,96	S_2	−0,325069	−107,09
C_3	0,002567	0,85	S_3	0,001346	0,44
C_4	−0,052548	17,31	S_4	−0,070762	−23,31
C_5	0,000507	0,17	S_5	0,000195	0,06
C_6	−0,002160	−1,71	S_6	−0,003156	1,04

Как видно из табл. 1, амплитуды второй (C_2) и четвертой (C_4) гармоник косинусного ряда и амплитуды первой (S_1), второй (S_2) и четвертой (S_4) гармоник синусного ряда выражены наиболее сильно и имеют величины одного порядка с величиной постоянной составляющей момента (C_0). Зависимость электромагнитного момента $\tilde{M}_э(\gamma)$ по уравнению (1) показана на рис. 1 (кривая *1*). Участок вала меж-

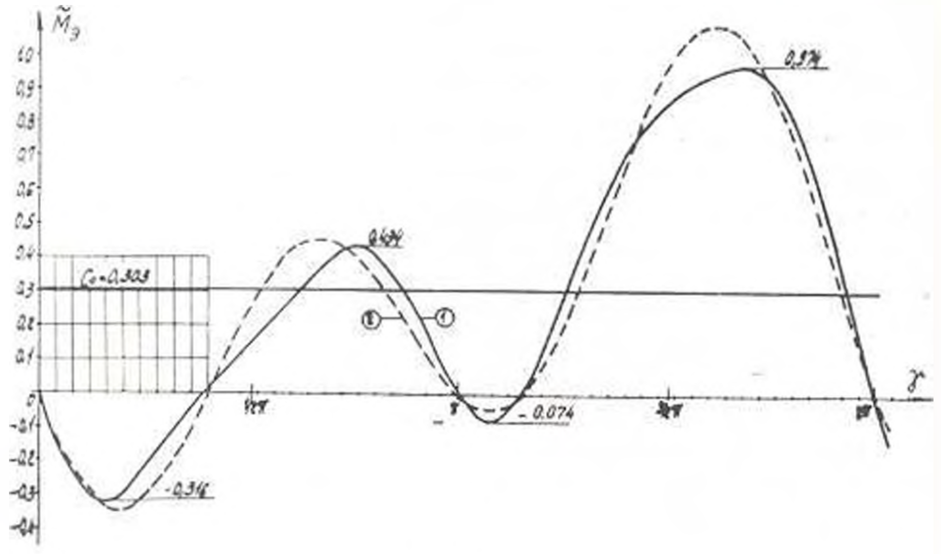

Рис. 1

ду генератором и первичным двигателем преобразователя оказывается под воздействием знакопеременных крутящих моментов, достигающих −100 и +320% в экстремальных точках (за 100% принята величина постоянной составляющей крутящего момента).

В табл. 2 и кривой *2* (рис. 1) приведены значения C_0, C_k, S_k и $\bar{M}_э(\gamma)$ для случая, когда вторые и третьи гармоники м.д.с. равны нулю во всех обмотках, а также равны нулю вторые и третьи коэффициенты модуляции; т. е. расчеты проведены при условиях: $\bar{F}_1^s \neq 0$; $\bar{F}_2^s = \bar{F}_3^s = 0$ $(s = d, q)$; $m_1 \neq 0$; $m_2 = m_3 = 0$. Численные значения $\bar{F}_1^s$ и m_1 те же, что и для первого расчета. В табл. 2, кроме того приведены значения C_0, C_k и S_k в процентах. За 100 % принята величина $C_0 = 0{,}303535$ таблицы 1.

Таблица 2

$\bar{F}_1^s \neq 0$; $\bar{F}_2^s = \bar{F}_3^s = 0$ $(s = d, q)$; $m_1 \neq 0$, $m_2 = m_3 = 0$

C_0	0,303616	100,03 %			
C_1	−0,001043	−0,34	S_1	0,356675	117,51
C_2	−0,303616	−100,03	S_2	0,358622	118,15
C_3	0,001043	0,34	S_3	0,000165	0,05
C_4	0	0	S_4	0	0
C_5	0	0	S_5	0	0
C_6	0	0	S_6	0	0

Сравнение данных таблиц 1 и 2 показывает влияние вторых и третьих гармоник м.д.с. и одновременно влияние второго и третьего коэффициентов модуляции на величины составляющих моментов. Как следует из сравнения, отбрасывание высших гармоник м.д.с. и коэффициентов модуляции практически не сказывается на величину постоянной составляющей момента C_0 и на величину амплитуды первой гармоники синусного ряда S_1. Погрешность порядка 10 ÷ 20% получается для амплитуд вторых и четвертых гармоник косинусного и синусного рядов.

Кривая момента $\bar{M}_Э(\gamma)$ также заметно деформируется.

Расчеты, проведенные для других режимов генератора (режим чисто активной нагрузки и режим короткого замыкания), показывают, что характер влияния высших гармонических м.д.с. и коэффициентов модуляции на составляющие моментов сохраняется и для других режимов, т. е. выводы, полученные для номинального режима, можно распространить и на другие режимы работы генератора. Как указывалось, расчетные формулы для C_0, C_k и S_k $(k = 1, 2, \ldots, 6)$ для общего случая получаются очень громоздкими. Но для частного случая, когда принимаем $m_1 \neq 0$, $m_2 = m_3 = 0$ и $\bar{F}_1^s \neq 0$, $\bar{F}_2^s = \bar{F}_3^s = 0$ $(s = d, q)$ (т. е. когда учитываются в расчете только первые гармоники м. д. с. обмоток и m_1), на основе формул работы [1] получаем:

величину постоянной составляющей электромагнитного момента

$$C_0 = 2m_1 \bar{F}_{d1}^s,$$

амплитуды косинусных составляющих момента, равными:

$$C_1=0.5m_1[2(\bar F^d_{в1}\bar F^q_{c1}-\bar F^q_{в1}\bar F^d_{д1})+\bar F^d_{c1}\bar F^q_{c1}+\bar F^d_{c1}\bar F^q_{д1}+\bar F^q_{c1}\bar F^d_{д1}];$$

$$C_2=-C_0;\quad C_3=C_1;\quad C_4=C_5=C_6=0. \tag{4}$$

амплитуды синусных составляющих момента, равными:

$$S_1=0{,}25m_1[4\bar F^d_{в1}\bar F^q_{c1}+(\bar F^d_{c1})^2+2\bar F^d_{c1}\bar F^d_{д1}]+0{,}75m_1[4\bar F^q_{в1}\bar F^q_{c1}-(\bar F^q_{c1})^2+2\bar F^q_{c1}\bar F^q_{д1}];$$

$$S_2=2m_1\bar F^q_{c1};$$

$$S_3=0{,}25m_1[4\bar F^q_{в1}\bar F^d_{c1}-4\bar F^d_{в1}\bar F^q_{c1}+(\bar F^d_{c1})^2-(\bar F^q_{c1})^2+2\bar F^d_{c1}\bar F^d_{д1}-2\bar F^q_{c1}\bar F^q_{д1}];$$

$$S_4=S_5=S_6=0. \tag{5}$$

Формулы (3)—(5) можно использовать для инженерных расчетов, когда допустимо пренебрегать высшими гармониками.

Наконец, в заключении, приведем выражение для постоянной составляющей электромагнитного момента при учете первого и второго коэффициентов модуляции и первых гармоник м.д.с.

В матричной записи

$$C_0=(\bar F^q_1)^t A_1\bar F_0+0.5(\bar F^q_1)^t A_2\bar F^d_1 \tag{6}$$

и эквивалентное выражение*

$$C_0=(\bar F_0)^t A_1\bar F^q_1+0.5(\bar F^d_1)^t A_2\bar F^q_1, \tag{7}$$

где матрицы A_1 и A_2 берутся по уравнению (12) работы [1].

На основе (6) и (7) получаем два эквивалентных друг другу выражения для C_0, записанные через скалярные значения м.д.с.

$$C_0=2m_1\bar F^q_{c1}-m_2[\bar F^d_{в1}(8\bar F^q_{в1}-2\bar F^q_{c1}+4\bar F^q_{д1})-\bar F^d_{c1}(2\bar F^q_{в1}+\bar F^q_{c1}+\bar F^q_{д1})+$$

$$+\bar F^d_{д1}(4\bar F^q_{в1}+\bar F^q_{c1}+2\bar F^q_{д1})];$$

$$C_0=2m_1\bar F^q_{c1}-m_2[\bar F^q_{в1}(8\bar F^d_{в1}-2\bar F^d_{c1}+4\bar F^d_{д1})+\bar F^q_{c1}(2\bar F^d_{в1}+\bar F^d_{c1}+\bar F^d_{д1})-$$

$$-\bar F^q_{д1}(4\bar F^d_{в1}+\bar F^d_{c1}+2\bar F^d_{д1})]. \tag{8}$$

Если отбросить первые гармоники м. д. с. в обмотках возбуждения и демпферной, то из (8) при $\bar F^z_{в1}=\bar F^z_{д1}=0$ $(z=d,\ q)$ получаем:

$$C_0=2m_1\bar F^q_{c1}-m_2\bar F^d_{c1}\bar F^q_{c1}. \tag{9}$$

Постоянная составляющая момента с учетом (9) и уравнения (11) работы [1] будет равна:

* Легко показать, что $B^tAC=C^tAB$, если B и C — столбцовые матрицы, а A — квадратная симметричная матрица.

$$M_{э0} = M_0 C_0 = \frac{z_2}{2} \frac{l_{ср}}{4p_в} f_{м0} 2m_1 F^q_{c1} + \frac{z_2}{2} \frac{l_{ср}}{4p_в} m_2 F^d_{c1} F^q_{c1}, \qquad (10)$$

где p заменено на z_2, т. к. $p = z_2$.

На основе теории индукторных генераторов [2] собственные машинные индуктивные сопротивления силовой обмотки для первой гармоники тока этой же обмотки для рассматриваемого типа генератора равны:

$$X^d_{cc} = w^2_c \frac{l_{ср}}{4p_в} \omega_1 (1 - 0{,}5\rho + \varepsilon_c + 0{,}5m_2);$$

$$X^q_{cc} = w^2_c \frac{l_{ср}}{4p_в} \omega_1 (1 - 0{,}5\rho - \varepsilon_c - 0{,}5m_2), \qquad (11)$$

где ρ и ε_c — элементы матрицы магнитных проводимостей (см. ур. (8) работы [1]); ω_1 — круговая частота; w_c — число витков силовой обмотки.

Амплитуда первой гармоники э. д. с. в силовой обмотке, индуктированная постоянной составляющей м. д. с., на основе той же теории (при условии, что комплекс матрицы токов задан в виде $I = I^q + jI^d$) равна:

$$E^q_{0c_{m1}} = w_c \frac{l_{ср}}{4p_в} f_{м0} 2m_1 \omega_1. \qquad (12)$$

С учетом (11) и (12), выражение (10) для эффективных (действующих) значений э.д.с. и токов принимает вид:

$$M_{э0} = \frac{z_2}{\omega_1} E^q_{0c} I^q_{c1} + \frac{z_2}{\omega_1} (X^d_{cc} - X^q_{cc}) I^d_{c1} I^q_{c1}, \qquad (13)$$

или в синхронных ваттах, т. е. для электромагнитной мощности генератора, получаем:

$$P_э = E^q_{0c} I^q_{c1} + (X^d_{cc} - X^q_{cc}) I^d_{c1} I^q_{c1}. \qquad (14)$$

Выражение (14) полностью совпадает с выражением электромагнитной мощности обычного явнополюсного однофазного синхронного генератора, для которого из векторной диаграммы Бен-Эшенбурга при нагрузке емкостного типа имеем:

$$P_э = E_0 I_q + (X_d - X_q) I_d I_q.$$

В заключении укажем на основные выводы, которые вытекают из работы.

1. Кривая электромагнитного момента однофазного индукторного генератора как функция угла положения ротора, кроме постоянной составляющей, содержит сильно выраженные первые, вторые и четвертые синусные гармоники, а также сильно выраженные вторые и четвертые косинусные гармоники.

В номинальном режиме работы генератора амплитуды указанных гармоник по величине оказываются одного порядка с величиной постоянной составляющей электромагнитного момента.

2. Функция электромагнитного момента, являясь периодической (период равен перемещению ротора на 2π электрических радиан), ввиду сильно выраженных гармоник, оказывается знакопеременной. Выбросы кривой момента в экстремальных точках могут достигать трехкратной положительной величины (относительно среднего значения) и однократной отрицательной величины. Эти явления необходимо учитывать при расчете вала на усталость. Это же явление может явиться источником вибраций и дополнительных акустических шумов.

3. Высшие гармонические м.д.с. обмоток практически не влияют на величину постоянной составляющей и на величину амплитуды первой синусной гармоники момента. Высшие гармонические м.д.с. играют заметную роль при определении величины остальных, сильно выраженных, гармоник момента. Отбрасывание при расчетах высших гармонических м.д.с. вызывает погрешность порядка 10÷20%.

ЕрПИ им. К. Маркса Поступило 18.III.1975.

Հ. Գ. ԱՐԵՇՅԱՆ

ԲԱԲԱԽՈՂ ՀՈՍՔՈՎ ՄԻԱՖԱԶ ԻՆԴՈՒԿՏՈՐԱՅԻՆ ԳԵՆԵՐԱՏՈՐԻ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՄՈՄԵՆՏԻ ՄԵԾՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ ՄԱԳՆԻՍԱՇԱՐԺ ՈՒԺԵՐԻ ԲԱՐՁՐ ՀԱՐՄՈՆԻԿՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ամփոփում

Վերլուծության հիման վրա ցույց է տրված, որ էլեկտրամագնիսական մոմենտը, բացի հաստատուն բաղադրիչից, պարունակում է նաև արտահայտված երկրորդ ու չորրորդ կոսինուսային և առաջին, երկրորդ ու չորրորդ սինուսային հարմոնիկներ։ Այդ պատճառով մոմենտի կորը ստացվում է նշանափոխ։ Մագնիսաշարժ ուժերի բարձր հարմոնիկները փոփոխում են մոմենտի հարմոնիկների ամպլիտուդները 10-20 տոկոսով։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арешян Г. Л.* Аналитические выражение электромагнитного момента индукторного однофазного генератора с пульсирующим потоком. «Известия АН АрмССР (серия технических наук),» т. XXVIII, № 3, 1975.
2. *Арешян Г. Л.* Теория установившихся процессов однофазных индукторных генераторов с пульсирующим потоком. ДАН АрмССР, т. 58, № 5, 1974.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, № 4, 1975 Серия технических наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М. В. БАПБУРТЯН

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ СУБСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Субсинхронные двигатели—двигатели с электромагнитной редукцией скорости вращения—находят применение в автоматических системах и устройствах, где требуется обеспечение низких точно фиксированных стабильных скоростей вращения без применения понижающих механических устройств [1]. Сложный гармонический состав поля в воздушном зазоре субсинхронных двигателей приводит к воздействию на ротор добавочных асинхронных и синхронных моментов, затрудняющих пуск и увеличивающих неравномерность мгновенной скорости вращения. Для определения критериальных соотношений между параметрами субсинхронного двигателя и нагрузки, обеспечивающих надежную работу в достаточно широком диапазоне механических нагрузок, необходимо исследовать переходные режимы. Целью данной работы является разработка математической модели для анализа переходных процессов в субсинхронных двигателях.

В основу исследования положена физическая модель идеализированной обобщенной субсинхронной машины [2]. В качестве такой модели, естественно, исходя из общего принципа работы различных типов субсинхронных двигателей, принять явнополюсный двигатель с распределенной зубцовой зоной, имеющий две фазные системы обмоток на статоре и короткозамкнутую обмотку на роторе.

Сформулируем основные допущения и предположения, принимаемые при построении и изучении электромагнитных процессов этой физической модели.

1. Фазные обмотки симметричны. Короткозамкнутая обмотка ротора заменяется эквивалентной двухфазной.

2. Магнитная проницаемость стали $\mu_{ст} = \infty$. Насыщение учитывается соответствующим выбором параметров.

3. Приложенные к машине напряжения являются синусоидальными функциями времени.

4. Обобщенная машина принимается двухполюсной.

5. Пространственное распределение магнитных потоков и н.с. обмоток статора и ротора синусоидально.

6. В качестве осей машины приняты направления максимальной (ось d) и минимальной (ось q) магнитных проводимостей воздушного зазора.

Основные электромагнитные процессы в субсинхронных двигателях определяются гармониками, создающими основной электромагнитный момент и индуктирующими в обмотках э.д.с. основной частоты, т. е. эквивалентной основной гармонической магнитного поля в зазоре, вращающейся в пространстве синхронно с осями d, q со скоростью в k_p раз больше субсинхронной скорости ротора (k_p —коэффициент редукции).

Для анализа электромагнитных процессов в субсинхронных двигателях можно использовать две модели машины:

I модель—имеет оси координат, жестко связанные с обмотками;

II модель—имеет оси координат, связанные с осями d, q.

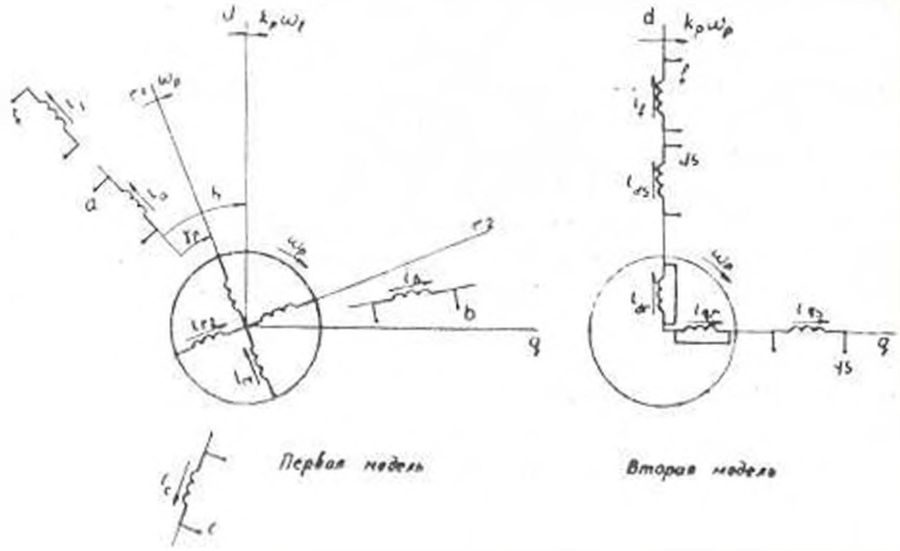

Рис. 1. Модели идеализированной субсинхронной машины

Уравнения э.д.с. первой модели идеализированной машины имеют вид:

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{R}_1 \mathbf{i}_1 + \frac{d}{dt}(\mathbf{L}_1 \mathbf{i}_1), \tag{1}$$

где $\mathbf{u}_1$—вектор приложенного напряжения; $\mathbf{i}_1$—вектор тока; $\mathbf{R}_1$—матрица активных сопротивлений; $\mathbf{L}_1\mathbf{i}_1$—вектор потокосцеплений.

Индуктивные связи между обмотками являются функцией взаимного расположения в пространстве обмоток машины и осей d и q [3].

Матрица индуктивностей имеет вид:

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} L_n & L_{nm} & L_{nf} \\ & L_m & L_{mf} \\ & & L_f \end{bmatrix}, \tag{2}$$

где $n = a, b, c$ (0, 2, 1); $m - r1, r2$ (0, 1); f—индексы обмоток статора, ротора и возбуждения.

Матрица $\mathbf{L}_1$ симметрична относительно главной диагонали. Диагональные элементы—индуктивности отдельных обмоток; остальные элементы соответствуют взаимным индуктивностям пар обмоток, обозначенных индексами.

Само- и взаимоиндуктивности статора

$$L_{nn} = A_s + L_\sigma + B_s\cos\left(2\vartheta - \frac{2\pi}{3}n\right);$$

$$\underset{n\neq N}{L_{nN}} = -\frac{A_s}{2} + B_s\cos\left[2\vartheta - \frac{2\pi}{3}(n+N)\right].$$

Само- и взаимоиндуктивности ротора:

$$L_{mm} = A_r + L_\sigma + B_r\cos(\vartheta - \gamma_r - \pi m);$$

$$L_{12} = B_r\sin 2(\vartheta - \gamma_r).$$

Взаимоиндуктивность между обмотками статора и ротора

$$L_{nm} = A_{sr}\cos\left(\gamma_r + \frac{2\pi}{3}n - \frac{\pi}{2}m\right) + B_{sr}\cos\left(2\vartheta - \gamma_r - \frac{2\pi}{3}n - \frac{\pi}{2}m\right).$$

Индуктивные связи, обусловленные обмоткой возбуждения, определяются способом возбуждения машины:

а) при радиальном возбуждении

$$L_f = A_f + L_\sigma + B_f\cos 2\vartheta;$$

$$\underset{n\neq 0}{L_{nf}} = -\frac{A_{sf}}{2} + B_{sf}\cos\left(2\vartheta + \frac{2\pi}{3}n\right).$$

$$L_{0f} = A_{sf} + B_{sf}\cos 2\vartheta;$$

$$L_{mf} = A_{rf}\cos\left(\gamma_r + \frac{\pi}{2}m\right) + B_{rf}\cos\left(2\vartheta - \gamma_r - \frac{\pi}{2}m\right).$$

б) при осевом возбуждении

$$L_{nf} = M_{dsf}\cos\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}n\right);$$

$$L_{mf} = M_{drf}\cos\left(\vartheta - \gamma_r - \frac{\pi}{2}m\right);$$

$$L_f = M_{df} + L_\sigma.$$

Коэффициенты элементов матрицы $\mathbf{L}_1$ имеют вид:

$$A_s = \frac{M_{da} + M_{qa}}{2}; \qquad B_s = \frac{M_{da} - M_{qa}}{2};$$

$$A_r = \frac{M_{dr} + M_{qr}}{2}; \qquad B_r = \frac{M_{dr} - M_{qr}}{2};$$

$$A_f = \frac{M_{df} + M_{qf}}{2}, \qquad B_f = \frac{M_{df} - M_{qf}}{2};$$

$$A_{sr}=\frac{M_{dsr}+M_{qsr}}{2};\qquad B_{sr}=\frac{M_{dsr}-M_{qsr}}{2};$$

$$A_{sf}=\frac{M_{dsf}+M_{qsf}}{2};\qquad B_{sf}=\frac{M_{dsf}-M_{qsf}}{2};$$

$$A_{rf}=\frac{M_{drf}+M_{qrf}}{2};\qquad B_{rf}=\frac{M_{drf}-M_{qrf}}{2},$$

где M_{da} — коэффициент самоиндукции фазы a, соответствующий потоку взаимоиндукции при совпадении оси фазы a с осью d;

M_{qa} — коэффициент самоиндукции фазы a при совпадении оси фазы с осью q;

M_{dr}, M_{qr}, M_{df} и M_{qf} — аналогичные величины коэффициентов самоиндукции фазы $r1$ ротора и обмотки возбуждения,

M_{dsr} — коэффициент взаимоиндукции между фазами a и $r1$ при совпадении их осей с осью d;

M_{qsr} — коэффициент взаимоиндукции между фазами при совпадении их осей с осью q;

M_{dsf}, M_{qsf}, M_{drf}, M_{qrf} — аналогичные величины коэффициентов взаимоиндукции соответственно между фазами статора, ротора и обмоткой возбуждения;

$L_{\sigma s}$, $L_{\sigma r}$, $L_{\sigma f}$ — индуктивность рассеяния соответственно фаз a, $r1$ и обмотки возбуждения.

$\gamma_p=\int_0^t \omega_p dt+\gamma_{p0}$ — угол поворота ротора.

$\vartheta=k_p\gamma_p+\vartheta_0$ — угол поворота оси d,

ω_p — угловая скорость вращения ротора.

Углы γ_{p0} и ϑ_0 определяются выбором осей фазных систем обмоток.

Выполняя дифференцирование уравнения э. д. с. (1) запишем в виде

$$\mathbf{u}_1=\mathbf{R}_1\mathbf{i}_1+\mathbf{L}_1\frac{d\mathbf{i}_1}{dt}+\gamma_p'\frac{\partial \mathbf{L}_1}{\partial\gamma_p}\mathbf{i}_1. \tag{3}$$

Полученные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами неудобны для анализа электромагнитных процессов, так как, даже в установившемся режиме работы, токи системы являются функциями времени.

Для получения уравнений с постоянными коэффициентами необходимо преобразовать токи статора и ротора из систем координат, жестко связанных с обмотками, в систему координат d, q.

$$\mathbf{i}_1=\mathbf{C}\mathbf{i}_2,$$

где $\mathbf{C}$ — матрица преобразования для токов:

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ni} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{mj} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_f \end{bmatrix}; \qquad (4)$$

$i=ds,\ qs(0,\ 1)$: $j=dr,\ qr(0,\ 1)$ — индексы обмоток статора и ротора второй модели идеализированной машины;

$$C_{ni}=\cos\left(\vartheta+\frac{2\pi}{3}n+\frac{\pi}{2}i\right);$$

$$C_{mj}=\cos\left(\vartheta-\gamma_p+\frac{\pi}{2}m-\frac{\pi}{2}j\right);$$

$C_f=\cos\vartheta$ — при радиальном возбуждении;

$C_f=1$ — при осевом возбуждении.

Вектор напряжения в преобразованной системе координат $\mathbf{u}_2=\mathbf{C}\cdot\mathbf{u}_1$ и уравнение э. д. с. в осях $d,\ q$

$$\mathbf{u}_2=\mathbf{R}_2\mathbf{i}_2+\mathbf{L}_2\frac{d\mathbf{i}_2}{dt}+\vartheta\mathbf{g}_2\mathbf{i}_2=\mathbf{Z}_2(p)\mathbf{i}_2, \qquad (5)$$

где $\vartheta=k_p\dot{\gamma}_p$ — скорость вращения осей;

$\mathbf{R}_2=\mathbf{C}\ \mathbf{R}_1\mathbf{C}$ — матрица сопротивлений;

$\mathbf{L}_2=\mathbf{C}\cdot\mathbf{L}_1\mathbf{C}$ — матрица индуктивностей;

$\mathbf{g}_2=\mathbf{C}\cdot\mathbf{L}_1\frac{d\mathbf{C}}{dt}+\frac{\partial\mathbf{L}_1}{\partial\vartheta}\mathbf{C}$ — матрица момента.

Универсальная матрица переходных сопротивлений $\mathbf{Z}_2(p)$ машины имеет вид

	ds	qs	dr	qr	f
ds	$\frac{3}{2}(R_s+pL_{ds})$	$-\frac{3}{2}L_{qs}p\vartheta$	$\frac{3}{2}pM_{dsr}$	$-\frac{3}{2}M_{qsr}p\vartheta$	$\frac{3}{2}pM_{sf}$
qs	$\frac{3}{2}L_{ds}p\vartheta$	$\frac{3}{2}(R_s+pL_{qs})$	$\frac{3}{2}M_{dsr}p\vartheta$	$\frac{3}{2}pM_{qsr}$	$\frac{3}{2}M_{sf}p\vartheta$
dr	$\frac{3}{2}pM_{dsr}$	$-\frac{3}{2}\frac{k_p-1}{k_p}M_{qsr}p\vartheta$	R_r+pL_{dr}	$-\frac{k_p-1}{k_p}L_{qr}p\vartheta$	pM_{rf}
qr	$\frac{3}{2}\frac{k_p-1}{k_p}M_{dsr}p\vartheta$	$\frac{3}{2}pM_{qsr}$	$\frac{k_p-1}{k_p}L_{qr}p\vartheta$	R_r+pL_{qr}	$\frac{k_p-1}{k_p}M_{rf}p\vartheta$
f	$\frac{3}{2}pM_{sf}$	0	pM_{rf}	0	R_f+pL_f

где $L_{ds}=\frac{3}{2}M_{da}+L_{ss}$ — „трехфазная“ полная индуктивность фазы обмотки статора по оси d;

$L_{qs}=\frac{3}{2}M_{qa}+L_{ss}$ — аналогичная величина по оси q;

$L_{dr}=M_{dsr}+L_{\sigma r}$ — индуктивность фазы ротора по оси d;

$L_{qr}=M_{qsr}+L_{\sigma r}$ — индуктивность фазы ротора по оси q.

Вводя коэффициенты формы поля по продольной и поперечной осям k_d и k_q, выражения для коэффициентов само- и взаимоиндукции можно записать в виде:

$$L_{ds}=k_dL_s+L_{\sigma s};\qquad L_{qs}=k_qL_s+L_{\sigma s};$$
$$L_{dr}=k_dL_r+L_{\sigma r};\qquad L_{qr}=k_qL_r+L_{\sigma r};$$
$$M_{dsr}=k_dM_{sr};\qquad M_{qsr}=k_qM_{sr},$$

где L_s, L_r, M_{sr} — индуктивности фаз обмоток статора и ротора и взаимоиндуктивность между ними, соответствующие приведенному равномерному воздушному зазору.

Имея матрицу переходных сопротивлений $\mathbf{Z}_A(p)$, можно исследовать установившиеся и переходные режимы работы основных типов субсинхронных двигателей. В частности, на основе данной математической модели проведено теоретическое исследование режима малых колебаний различных типов субсинхронных двигателей, определены синхронизирующий и демпферный моменты, собственные частоты колебаний.

Поступило 6 VI 1974

Մ. Վ. ԲԱՅԲՈՒՐԹՅԱՆ

ՍՈՒԲՍԻՆԽՐՈՆ ՇԱՐԺԻՉՆԵՐԻ ԱՆՑՈՂԻԿ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՄԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում ուսումնասիրված են սուբսինխրոն մեքենայի ֆիզիկական մոդելները, ստացված են տարբեր տիպերի սուբսինխրոն մեքենաների փաթույթների ինքնա- և փոխինդուկտիվությունների արտահայտությունները։

Հիմնական պարամետրերի վերլուծության հիման վրա ստացված է ընդհանրացված էլեկտրադինամիկական մոդելի անցողիկ դիմադրությունների մատրիցան։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Куракин А. С., Юферов Ф. М.* О принципе действия редукторных двигателей. «Известия вузов. Электромеханика», 1964, № 2.
2. *Кивсик П. Ю.* Уравнения для исследования режимов работы тихоходных безредукторных электрических машин. В кн.: Электродвигатели малой мощности. Л., «Наука», 1971.
3. *Хрущев В. В.* Электрические микромашины переменного тока для устройств автоматики. Л., «Энергия», 1969.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, № 1, 1975 Серия технических наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

В. Ш. АРУТЮНЯН

К ПОСТРОЕНИЮ МНОГОРЕЖИМНЫХ КОММУТАТОРОВ ФАЗ НА ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

В работах [1÷3] предложены принципы синтеза многорежимных коммутаторов фаз (МКФ) для m-фазных реверсивных шаговых электродвигателей (ШЭД). Рассмотренные в них структуры МКФ могут быть реализованы как на импульсно-потенциальных, так и на потенциальных логических схемах. Однако, как известно, логические схемы потенциального типа обладают рядом преимуществ (отсутствие реактивных элементов, повышенная надежность, возможность интеграции функциональных элементов и выполнения в виде микросхем) по сравнению с импульсно-потенциальными элементами и представляют собой более обширный класс. Исходя из этого, в данной работе рассматриваются принципы реализации различных структур МКФ только на потенциальных логических схемах.

МКФ могут быть построены на обычных компонентных потенциальных логических элементах *И, Или, Не*. Однако рациональным решением задачи уменьшения объёма, веса и потребляемой мощности коммутаторно-распределительных устройств систем управления ШЭД, в частности МКФ, очевидно является интеграция их логических и функциональных элементов применением последних достижений микроэлектроники—интегральных логических схем (ИЛС).

Ниже рассматривается методика построения МКФ для трех- и четырехфазных ШЭД с применением различных модификаций ИЛС.

Все узлы МКФ, в принципе, могут быть построены на логических схемах как одноступенчатой логики (*И-Не, Или-Не*), так и двухступенчатой логики (*И-Или-Не*).

Среди большого многообразия известных микросхемных триггерных устройств (ТУ) наиболее подходящими для применения в МКФ являются однократные тактируемые триггеры с раздельными входами, обладающими внутренней задержкой.

Применяемые в интегральной схемотехнике однотактные тактируемые триггеры, как известно, выполняются в основном на базе триггеров $R-S_t$, $J-K_t$ и D_t типов. Они, в зависимости от типа основного и вспомогательного триггера, в свою очередь, подразделяются на несколько разновидностей. Для построения МКФ может быть использован любой из этих триггеров. При выборе того или иного типа триггерного устройства нужно исходить из специфики построения МКФ и общего объема аппаратуры.

На рисунках 1 и 2 показаны функциональные схемы универсальных МКФ, соответственно, для трех- и четырехфазных реверсивных ШЭД. В них межкаскадных перекрестные связи, для обеспечения отдельных режимов коммутации фаз при прямом и обратном порядках чередований их переключений, осуществлены в соответствии с принципами, предложенными в работах [1 ÷ 3]. В приведенных схемах МКФ в качестве ТУ могут быть использованы микросхемные триггеры типа $R-S_t$ или $J-K_t$. Роли расширителей входов триггеров выполняют ИЛС двухступенчатой логики типа *И-Или-Не* (по две штуки на каждый разряд). Легко заметить, что вместо этих элементов *И—Или—Не* можно использовать схемы совпадения одноступенчатой логики *И-Или*, если в межкаскадных связях кольцевого счетчика заменить все цепи управления от выхо-

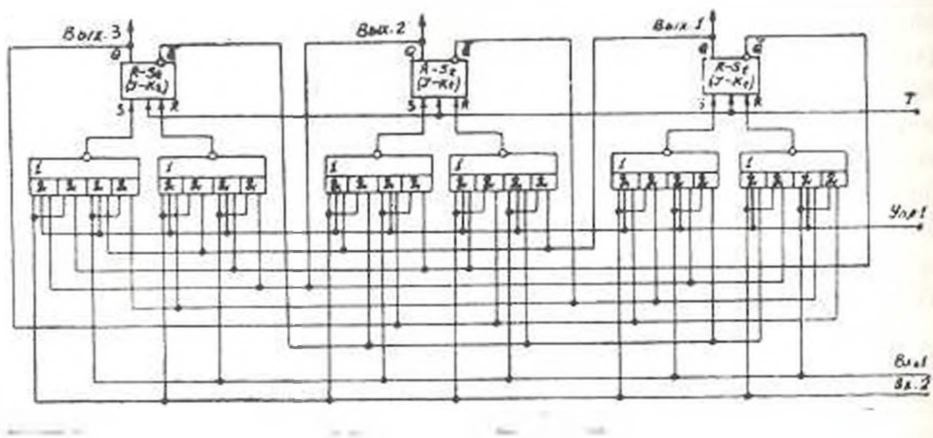

Рис. 1. Универсальный МКФ для трехфазного реверсивного ШЭД на $R-S_t$ ($J-K_t$) триггерах

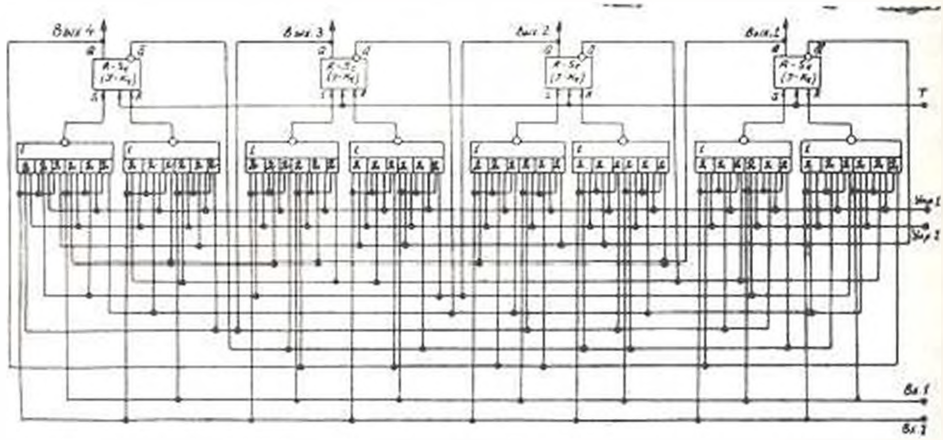

Рис. 2. Универсальный МКФ для четырехфазного реверсивного ШЭД на $R-S_t$ ($J-K_t$) триггерах

дов Q ТУ на $\bar{Q}$ и наоборот. Возможно также применение элементов типа *И—Не*.

В случае применения в МКФ триггерных устройств типа D_l количество элементов связи *И—Или—Не* уменьшается в 2 раза. Но, при этом, из-за ограниченных функциональных возможностей триггеров типа D_l, удается осуществить МКФ, обеспечивающих только m-тактные режимы коммутации фаз ШЭД.

МКФ для трехфазного реверсивного ШЭД (рис. 1) обеспечивает два трехтактных режима (поочередный—001—010—100... и парный—011—110—101—...) и один шеститактный режим (001—011—010—110—100—101—...) переключения фаз. При наличии нулевого («0») уровня напряжения на входе Упр. 1 разрешаются только трехтактные режимы коммутации, а при «1»—шеститактный режим.

МКФ для четырехфазного реверсивного ШЭД (рис. 2) обеспечивает: три четырехтактных режима (поочередный—0001—0010—0100—1000—..., парный—0011—0110—1100—1001—..., и тройной—0111—1110—1101—1011—...) и два восьмитактных режима (с одновременным включением одной и двух фаз—0001—0011—0010—0110—0100—1100—1000—1001—... и с одновременным включением двух и трех фаз—0011—0111—0110—1110—1100—1101—1001—1011) переключения фаз. При подаче «1» на Упр. 1 и «0» на Упр. 2 обеспечивается первый восьмитактный режим, а при обратном порядке их подачи—второй. При «0»-ых значениях управляющих уровней на Упр. 1 и Упр. 2 имеют место только четырехтактные режимы коммутации фаз ШЭД.

В обеих схемах для обеспечения прямого порядка чередования переключений фаз ШЭД на Вх. 1 прикладывается «1-ый» уровень напряжения, а на Вх. 2—«0-ой». Соответственно, при обратном порядке на Вх. 1 подается «0», а на Вх. 2—«1». Тактирующие импульсы во всех случаях подаются ко всем ТУ через входы ТИ.

Для создания отдельных режимов коммутации фаз предварительно ТУ МКФ устанавливаются на необходимые исходные состояния, соответствующие коду коммутации данного режима переключения фаз. Переход с одного режима на другой осуществляется изменением исходных состояний ТУ и приложением на управляющих входах ВХ. 1, Вх. 2 и Упр. 1, Упр. 2 соответствующих уровней потенциалов. Установка ТУ в исходные состояния осуществляется с помощью тумблерного набора и кнопки (они для простоты схем на рисунках не показаны).

Коды коммутации от МКФ передаются к обмоткам ШЭД, через соответствующие усилители мощности, от «1-ых» выходов Q триггеров.

С целью дальнейшей полной интеграции элементов и узлов, универсальные МКФ можно построить на, так называемых, многовходовых (с развитой внутренней логикой) микросхемных тактируемых ТУ с внутренней задержкой типа $R-S-R^*-S^*_*$.

Функциональные схемы МКФ на ТУ типа $R-S-R^*-S^*_*$ для трех- и четырехфазных реверсивных ШЭД иллюстрированы, соответственно, на рисунках 3 и 4. Они строятся по тем же принципам, предложенным в работах [1 ÷ 3], но без единого промежуточного элемента совпадения. В них для обеспечения шеститактного (рис. 3) и восьмитактных (рис. 4) режимов коммутации фаз предусмотрены соответствующие управляющие входы Упр.1 и Упр. 2.

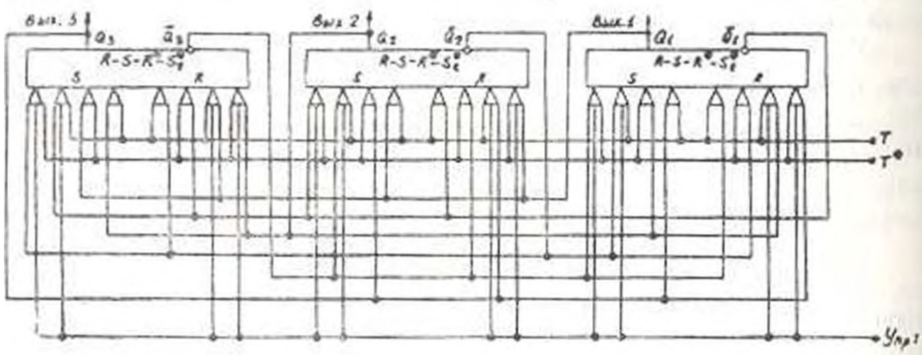

Рис. 3. Универсальный МКФ для трехфазного реверсивного ШЭД на R—S—R*—S*$_t$ триггерах

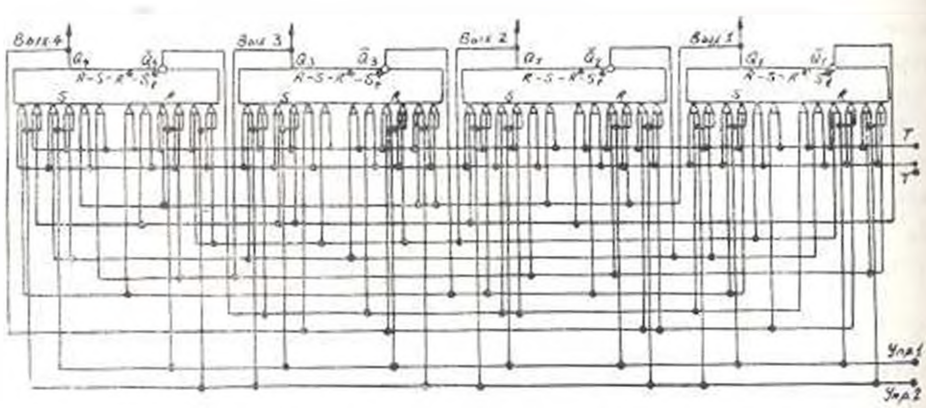

Рис. 4. Универсальный МКФ для четырехфазного реверсивного ШЭД R—S—R*—S*$_t$ триггерах

Для создания прямого порядка чередования переключений фаз тактирующие импульсы подаются на вход T, а для обратного порядка—на вход T^*.

В заключении следует отметить, что по аналогии с приведенными на рисунках 1 ÷ 4 схемами можно построить МКФ также для ШЭД с большим числом фаз.

Поступило 30.IX.1974.

Վ. Շ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ՓՈՏԵՆՑԻԱԼ ԷԼԵՄԵՆՏՆԵՐԻ ՎՐԱ ՖԱԶԵՐԻ ԲԱԶՄԱՌԵԺԻՄԱՅԻՆ ԿՈՄՈՒՏԱՏՈՐՆԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ՇՈՒՐՋԸ

Ամփոփում

Հոդվածում քննարկված են եռաֆազ և քառաֆազ քայլային էլեկտրաշարժիչների համար ֆազերի բազմառեժիմային կոմուտատորների կառուցման սկզբունքները, կոմուտատորներ, որոնք ապահովում են ֆազերի m- և 2m-տակտային կոմուտացիաների ռևերսիվ հնարավոր բոլոր ռեժիմները։

Դիտված են m- ֆազային ռևերսիվ քայլային էլեկտրաշարժիչների համար ֆազերի համանման բազմառեժիմային կոմուտատորներ կառուցելու հնարավորությունները ռելեական և միկրոսխեմային կատարմամբ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнян В. Ш.* Реверсивный распределитель импульсов. Авт. свид. № 286020.
2. *Арутюнян В. Ш.* Реверсивный распределитель импульсов. Авт. свид. № 377950.
3. *Арутюнян В. Ш.* Многорежимный универсальный коммутатор фаз для m-фазного реверсивного шагового двигателя. «Электротехника», № 7, 1974.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, № 4, 1975 Серия технических наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Э. В. ТАТЕВОСЯН

ОПТИМАЛЬНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ УРАВНОВЕШИВАНИЕМ ПРИ ВРАЩЕНИИ

Структура системы автоматического уравновешивания при вращении (САУВ), в которой исправление неуравновешенности осуществляется малыми постоянными дозами—дискретами Δ, изображена на рис. 1 (при уравновешивании в одной плоскости), где ИзУ—измерительное устройство, в котором сигнал дисбаланса превращается в электрические колебания и фильтруется от помех, УУ—управляющее устройство, определяющее момент (фазу) исправления, ИсУ—исполнительное устройство, которое наносит (или удаляет) на уравновешиваемый ротор—объект регулирования ОР с коэффициентом передачи a_1—дискреты исправления с фазами, заданными управляющим устройством. От классического способа уравновешивания неподвижного ротора, когда величина исправления равна измеренной неуравновешенности (по циклу: разгон ротора—измерение неуравновешенности—останов—исправление), САУВ досталея в наследство высокодобротный фильтр (с добротностью $Q=30\div50$) в составе ИзУ. Наличие высокодобротного фильтра является обязательным при уравновешивании большими дозами, так как внешние помехи (с фундамента, наводки на датчики, помехи от подшипников), создавая фазовые и амплитудные ошибки исправления, делают невозможным устранение дисбаланса за приемлемое число пусков. Но при уравновешивании вращающегося ротора, вследствие того, что число исправлений велико, фазовые ошибки усредняются (так как дискреты исправления постоянны по величине, амплитудные погрешности не влияют на процесс уравновешивания), т. е. из-за малости доз исправления САУВ сама фильтрует помехи.

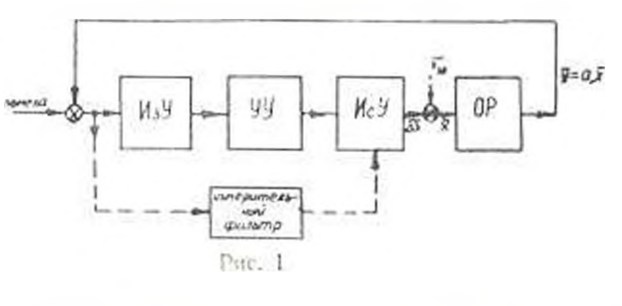

Рис. 1

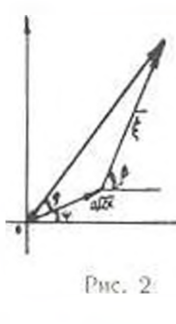

Рис. 2

Рассмотрим количественные соотношения. Процесс уравновешивания при вращении описывается уравнениями [1]:

$$\frac{dx}{dt} = -V_и \cos\varphi; \tag{1}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{V_и}{x} \sin\varphi, \tag{2}$$

где $\frac{dx}{dt}$ — скорость изменения неуравновешенности; $\frac{d\varphi}{dt}$ — скорость вращения вектора неуравновешенности относительно ротора; $V_и = \Delta f_и$ — скорость исправления; Δ и $f_и$ — дискрета и частота исправления; φ — фазовая ошибка исправления.

Процесс уравновешивания в САУВ можно приближенно разделить на три стадии: первая стадия — «чистый» процесс, когда дисбаланс велик, влияние внешней помехи не сказывается, а фазовая ошибка обусловлена внутренними факторами, в основном, расстройкой фильтра по частоте относительно полезного сигнала (сигнала дисбаланса); вторая стадия — уравновешивание в условиях помех с последующим выходом в третью стадию — стационарный процесс, где дисбаланс является случайной величиной (из-за случайных исправлений от помехи) с постоянными статистическими характеристиками. Так как измеритель дисбаланса показывает его усредненное значение, отключение процесса уравновешивания в любой момент времени приводит к тому, что точность уравновешивания является случайной величиной [2]. С увеличением коррелированности случайных фазовых ошибок исправления (т. е. с увеличением добротности фильтра) матожидание случайного остаточного дисбаланса возрастает. Необходимо так определить параметры ИзУ и УУ, чтобы обеспечить максимальную точность уравновешивания при требуемой производительности $t_y = x_{нач}/V_и$, где t_y — общее время уравновешивания.

При исследовании процесса уравновешивания будем считать помеху на входе САУВ широкополосной (некоррелированной) нормальной, что вполне соответствует реальности. Применительно к случаю воздействия внешней случайной помехи (т. е. для второй стадии) уравнение (1) запишется в виде

$$\frac{dx}{dt} = -V_и m_{\cos\varphi}, \tag{3}$$

где $m_{\cos\varphi}$ — матожидание косинуса фазовой ошибки исправления, а под x подразумевается его среднее значение.

При наличии в ИзУ фильтра, даже с очень невысокой добротностью, помеха на выходе ИзУ является узкополосной на частоте полезного сигнала, и зависимость матожидания $m_{\cos\varphi}$ от величины сигнала x и среднеквадратического значения помехи $\sigma_п$ при $m_{\cos\varphi} \leq 0{,}8 \div 0{,}7$ (т. е. для тех случаев, когда влияние помехи существенно) можно аппроксимировать выражением [3]

$$m_{\cos\varphi} \approx 0{,}63\,\frac{x}{\sigma_н}. \tag{4}$$

Решение уравнения (3) с учетом (4) при начальных условиях $t=0$ $x \approx \sigma_н$ представляет собой экспоненту

$$x = \sigma_н \exp\left(-\frac{t}{\tau_у}\right) \tag{5}$$

с постоянной времени

$$\tau_у \approx 1{,}6\,\frac{\sigma_н}{V_н}. \tag{5а}$$

Считая, что величина помехи в 10 раз превышает допуск ($\sigma_н = 10\,x_{доп}$), и учитывая, что автоматическое уравновешивание при вращении применяется в тех случаях, когда требуемая степень уравновешивания велика $\left(D_у = \frac{x_{нач}}{x_{доп}} = 500 \div 1000\right)$, можно показать, что длительность процесса уравновешивания в условиях помех составляет небольшую долю общего времени уравновешивания (не более $6 \div 8\%$). Таким образом, ограничение по производительности, которое, казалось бы, должно требовать наличия частотноизбирательного элемента, в САУВ не существенно. Более того, высокодобротный резонансный фильтр в САУВ, создавая из-за расстройки по частоте систематическую фазовую ошибку в течение основного времени уравновешивания — на первой стадии, уменьшит производительность.

Определим характеристики стационарного процесса, для конкретности считая фильтр ИзУ резонансным с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{p\omega_0}{p^2 + \omega_0^2 + \frac{p\omega_0}{Q}}.$$

Узкополосная помеха на выходе фильтра имеет фазу β (рис. 2), равномерно распределенную в пределах от 0 до 2π, и амплитуду ξ, распределенную по релеевскому закону [2]. Если случайный дисбаланс меняется достаточно медленно, то можно считать, что он при прохождении через фильтр усиливается в Q раз, не сдвигаясь по фазе. В таком случае, согласно (1)—(2) и векторной диаграмме сигналов на выходе фильтра (рис. 2), считая $\xi \gg Qa_1x$, что справедливо для стационарного процесса, имеем:

$$\frac{dx}{dt} \approx -v_н\left|\cos(\beta-\varphi) + \frac{a_1Qx}{\xi}\right| = F_1(x,\ \varphi,\ \xi,\ \beta); \tag{6}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} \approx -\frac{v_н}{x}\sin(\beta-\varphi) = F_2(x,\ \varphi,\ \xi,\ \beta). \tag{7}$$

Полученные нелинейные стохастические уравнения позволяют предположить, что при определенных условиях [4], которые можно считать выполненными, величину x и фазу ϑ случайного дисбаланса можно рассматривать как компоненты непрерывного двумерного марковского процесса.

Если обозначить $x_1 = x$, $x_2 = \vartheta$, то двумерная плотность вероятности перехода $w_2 = w_2(x_1, x_2, t \mid x_{10}, x_{20}, t_0)$ удовлетворяет уравнению [4]:

$$\dot{w}_2 = -\sum_{l,m=1,2} \frac{\partial}{\partial x_l}\left\{\left(<F_l> + \int_{t_0-t}^{0} K\left[\frac{\partial F_l}{\partial x_m}, F_{m\tau}\right] d\tau\right) w_2\right\} +$$

$$+ \sum_{l,m=1,2} \frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_m}\left\{\left(\int_{t_0-t}^{0} K[F_l F_{m\tau}]\, dt\right) w_2\right\}, \qquad (8)$$

где при вычислении среднего $<F_l>$ и подынтегральных корреляционных функций аргументы x_1, x_2 следует считать фиксированными. Для установившегося стационарного процесса $\dot{w}_2 = 0$, а нижние пределы интегралов можно заменить на $-\infty$. Учитывая, что САУВ является узкополосной системой (вследствие того, что регулируемая величина модулирована, а также из-за наличия фильтра), т. е. случайный остаточный дисбаланс имеет релеевское распределение, и используя известные приемы теории узкополосных процессов [5], из (8) путем некоторых упрощений было получено следующее выражение для матожидания случайного остаточного дисбаланса, выраженного в дискретах исправления.

$$m_{x(\Delta)} \approx 1{,}26\sqrt{\frac{\sqrt{2\pi}V_k \sigma_{\text{вф}}}{4a_1 m_0}} \approx 0{,}4\sqrt{\frac{\sigma_{\text{вф}} f_{\text{н}}}{a_1 f_0}}. \qquad (9)$$

где $\sigma_{\text{вф}}$ — среднеквадратическое значение помехи на выходе фильтра, *в*;

a_1 — коэффициент передачи уравновешиваемого ротора с датчиком, *в/дискрета*;

$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ — частота вращения уравновешиваемого ротора.

Например, если помеха равномерно распределена в полосе $0{,}5f_0 < f < 1{,}5f_0$, то $\sigma_{\text{вф}} = \sigma_{\text{н}}\sqrt{\frac{\pi}{2}Q}$, и тогда

$$m_{x(\Delta)} \approx 0{,}45\sqrt{\sigma_{\text{н}(\Delta)}\frac{f_{\text{н}}}{f_0}}\sqrt{Q}, \qquad (10)$$

где $\sigma_{\text{н}(\Delta)} = \sigma_{\text{н}}/a_1$ — помеха на входе фильтра, выраженная в дискретах исправления.

Так как проверка полученных результатов на реальном станке затруднительна, было осуществлено цифровое вероятностное моделирование САУВ [6]. При определении структуры цифровой модели было учтено, что комплексная амплитуда квазигармонической помехи на выходе фильтра $\dot{\xi} = \xi e^{i\theta}$ может быть представлена как сумма двух ортогональных составляющих A_c и A_s, независимых и имеющих одинаковые автокорреляционные функции [2]:

$$< A_s(t_1)A_c(t_2) > = 0; \tag{11}$$

$$R_{A_c}(\tau) = R_{A_s}(\tau) = \sigma^2_{s\phi} e^{-|\tau|/\tau_\phi}, \tag{12}$$

где $\tau_\phi = \dfrac{2Q}{\omega_0}$ — постоянная времени фильтра.

Цифровым аналогом процесса с корреляционной функцией вида (12) является последовательность $y(n)$, получающаяся на выходе цифрового фильтра, описываемого разностным уравнением первого порядка [7]

$$y(n) = e^{-T/\tau_\phi} y(n-1) + u(n), \tag{13}$$

где T — период дискретизации, при воздействии на его входе последовательности $u(n)$ независимых, распределенных по нормальному закону случайных чисел.

С учетом того, что вектор сигнала дисбаланса (как и дискрета исправления с определенной фазой) также может быть представлен как векторная сумма двух ортогональных составляющих, определилась блок-схема цифровой модели САУВ для нахождения статистических характеристик остаточного дисбаланса — матожидания m_x и дисперсии σ^2_x (рис. 3). На рис. 3 $ГСЧ_s$ и $ГСЧ_c$ — независимые генераторы последовательностей $u_s(n)$ и $u_c(n)$ случайных некоррелированных чисел. В качестве генераторов использовались таблицы случайных чисел.

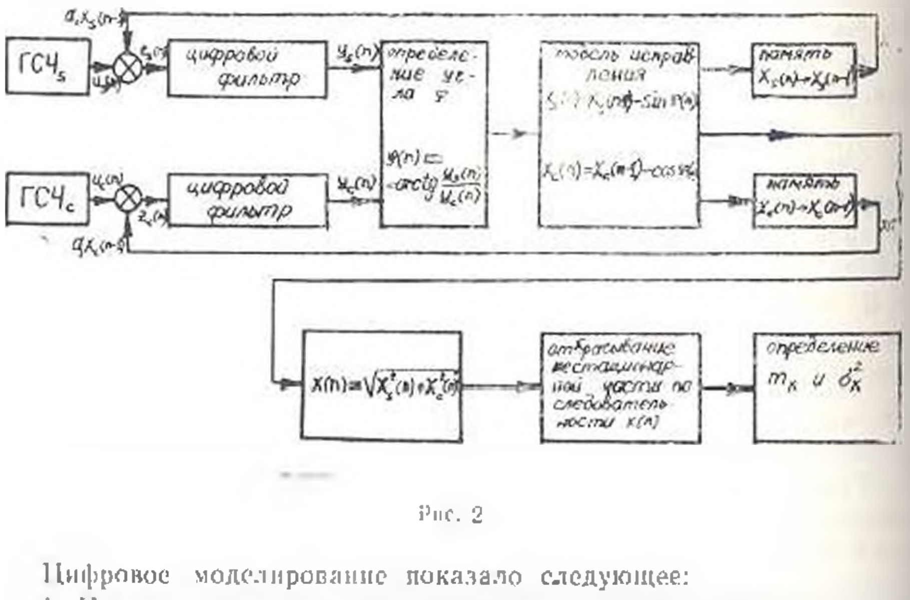

Рис. 2

Цифровое моделирование показало следующее:

1. Процесс уравновешивания в условиях помех протекает согласно расчету.

2. Отношение $\frac{m_x}{\sigma_x}$ сохраняется примерно постоянным ($2 \div 2{,}3$) в диапазоне изменения уровня помехи 10:1 и добротности 20:1. Поэтому можно считать, что случайный остаточный дисбаланс в САУВ имеет распределение, близкое к релеевскому ($m/\sigma \approx 1{,}9$).

3. Матожидание случайного остаточного дисбаланса растет пропорционально корню квадратному из величины помехи.

4. Если искать зависимость m_x от добротности фильтра Q в виде $m_x = A\sqrt[n]{Q}$, то минимум среднеквадратического отклонения от результатов моделирования получается при $n \approx 3{,}5$.

5. Если исправление дисбаланса осуществляется не на каждом шагу измерения, а через определенное количество шагов, то $m_x \sim \sqrt[n]{f_{и}/f_0}$, где $f_{и}/f_0$ — отношение частоты исправления к частоте измерения. При этом отношение m_x/σ_x уже не соответствует релеевскому распределению, а зависимость от добротности становится слабее ($m_x \sim \sqrt{Q}$).

Во всех случаях отклонение результатов моделирования от (9) не превышало $25 \div 30\%$. Такое совпадение, учитывая упрощения, принятые при аналитическом исследовании, можно считать удовлетворительным, особенно если учесть, что при проектировании балансировочных автоматов с целью достижения допуска необходимо обеспечивать m_x в $1{,}5 \div 2$ раза меньше допуска. Таким образом, вероятностное моделирование подтвердило гипотезу о случайном остаточном дисбалансе как марковском процессе.

Полученные результаты позволяют утверждать, что для достижения максимальной точности уравновешивания при заданной скорости исправления $V_{и}$ фильтр из системы уравновешивания должен быть исключен. Поскольку этот вывод обусловлен коррелированностью фазовых ошибок исправления при наличии фильтра, естественно ожидать, что любое другое звено в системе уравновешивания, вносящее корреляцию, только увеличит матожидание остаточного дисбаланса.

Однако для измерения остаточного дисбаланса необходим фильтр с большой добротностью. Например, если спектр помехи равномерен в полосе $0{,}5 f_0 < f < 1{,}5 f_0$, то для измерения остаточного дисбаланса с точностью 50%, что допустимо при выполнении условия (15), требуемая добротность измерителя

$$Q_{изм} \approx 4{,}5\left(\frac{\sigma}{x_{доп}}\right)^7, \qquad (14)$$

и уже при $\sigma/x_{доп} = 4$ $Q_{изм} \approx 70$. При этом постоянная времени фильтра (т. е. постоянная измерения) $\tau_{ф} = \frac{2Q_{изм}}{\omega_0}$ и постоянная времени уравновешивания τ_y по (5а) примерно одинаковы, т. е. высокодобротный фильтр в системе уравновешивания не может выполнить свою роль — сокращение длительности процесса уравновешивания в условиях помех, так как необходимо определенное время на измерение остаточного дисбаланса.

Из-за случайности остаточного дисбаланса, для гарантии с высокой вероятностью достижения допуска на дисбаланс необходимо, как указывалось выше, обеспечить матожидание m_1 меньше допуска $x_{доп}$. Например, если обеспечить

$$\frac{x_{доп}}{m_{1(s)}} \approx 1{,}5, \tag{15}$$

то нетрудно подсчитать, учитывая релеевское распределение остаточного дисбаланса, что вероятность превышения допуска при отключении исправляющих устройств в любой момент стационарного процесса составляет 15%.

Для обеспечения условия $x_{ост} < x_{доп}$ целесообразно, имея отдельный измерительный фильтр (рис. 1) высокой добротности (корреляционный), работать по следующему циклу. При уравновешивании в момент вхождения в зону влияния помех должна включаться выдержка времени на уменьшение дисбаланса по экспоненте с выходом в стационарную область и измерение случайного остаточного дисбаланса. Если показания измерителя не превышают $x_{доп}$, исполнительное устройство (ИсУ) отключается и включается выдержка времени на измерение остаточного дисбаланса $x_{ост}$. При $x_{ост} < x_{доп}$ цикл закончен, в противном случае с первоначальной выдержкой времени повторно включается ИсУ. При выполнении условия (15) вероятность повторного включения не превышает 15%.

Таким образом, оптимизация САУВ сводится к парадоксальному решению — исключению из системы уравновешивания высокодобротного фильтра, основного, по существу, элемента балансировочных станков, работающих по классической схеме.

ЕрПИ им. К. Маркса Поступило 17.I.1975.

Է. Վ. ԹԱԴԵՎՈՍՅԱՆ

ՊՏՏՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔՈՒՄ ՀԱՎԱՍԱՐԱԿՇՌՄԱՆ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՕՊՏԻՄԱԼ ՍԻՍՏԵՄ

Ամփոփում

Դիտված է պտտման ընթացքում հավասարակշռման կառավարման խնդիրը: Ապացուցված է, որ ստատիկայի ճշգրտությունը ստանալու համար մեծ լավորակության անհրաժեշտ ֆիլտրը պետք է սխեմայից հեռացնել: Առաջարկված է կառավարման համակարգի պարզեցված տեսակ ճշգրտության ստանալու համար:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бровман Я. С.* Проектирование балансировочных автоматов на заданную точность и производительность. Сб. «Теория и практика балансировочной техники». Под ред. В. А. Щепетильникова. М., изд. «Машиностроение».
2. *Слезингер П. И.* Автоматическая балансировка роторов гироскопов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, Томск. 1974.
3. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника. Изд. «Сов. радио», 1966.
4. *Стратонович Р. Л.* Избранные вопросы теории флюктуаций в радиотехнике. Изд. «Сов. радио», 1961.
5. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники, книга первая. Изд. «Сов. радио», 1969.
6. *Полляк Ю. Г.* Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах.
7. *Голд Б., Рэйдер Ч.* Цифровая обработка сигналов. Изд. «Сов. радио», 1969.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, № 4, 1975 Серия технических наук

РАДИОТЕХНИКА

М. П. ДОЛУХАНОВ, А. С. СААКЯН, Р. Н. ЭНТИНА

КВАЗИРЕЛЕЕВСКИЕ ЗАМИРАНИЯ НА КОРОТКИХ ВОЛНАХ

Многочисленные наблюдения за характером замираний при приеме коротких волн со всей очевидностью показывают, что функция распределения замираний в среднем носит релеевский характер, отклоняясь в обе стороны от него при более глубоких и менее глубоких замираниях.

Релеевские замирания описываются функцией распределения

$$P(x)=e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}=e^{-0{,}693\frac{x^2}{x^2_{мед}}}, \quad (x>0) \tag{1}$$

где x — действующее значение напряженности поля радиоволны в месте приема.

Очевидно, что такие замирания характеризуются вполне определенной и неизменной во времени глубиной при фиксированном медианном значении $x_{мед}$.

Учитывая это, ряд авторов пытались предложить выражение для плотности распределения с «регулировочным» параметром, с помощью которого можно было бы по желанию менять глубину замираний.

Наиболее известны распределение Райса [1], называемое иначе обобщенным распределением Релея, и распределение Накагами [2]. Однако, формула Райса предполагает взаимодействие сигнала с постоянной амплитудой с релеевским ансамблем. Но при дальнем распространении коротких волн сигнал с постоянной амплитудой сформироваться и устойчиво существовать не может. Кроме того, это распределение отображает только замирания, менее глубокие, чем релеевские. Распределение же Накагами является неоправданно сложным и неудобным для практического применения.

В 1972 г. один из авторов настоящей статьи предложил новое распределение, получившее название *квазирелеевского* [3]. Целью настоящей статьи является более подробное исследование некоторых свойств этого распределения. Выражения для функции и плотности квазирелеевского распределения получены в предположении того, что сигнал принимается на n разнесенных антенн в условиях сложения сигналов в режиме автовыбора. Чем больше n, тем меньше глубина замираний суммарного сигнала. При $n=1$, естественно, имеют место релеевские замирания. Обобщение заключается в том, что параметру n приписывается возможность принимать и нецелые значения, в том числе и значения, меньшие единицы. При этом, при $n<1$ возникают замирания более глуобкие, чем релеевские. Таким образом, при квазирелеевском распределении параметр выполняет функции регулятора глубины замирания. С точки зрения физики явлений можно себе представить, что если с увеличением числа разнесенных антенн глубина замираний уменьшается, то режим $n<1$ соответствует ухудшению условий приема, когда замирания не компенсируются, а, наоборот, усугубляются. В упомянутой работе [3] было получено следующее выражение для видоизмененной интегральной функции распределения при квазирелеевских замираниях:

$$P_n(x) = 1-(1-e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}})^n, \tag{2}$$

которая, в отличие от обычной интегральной функции, представляет собой вероятность того, что амплитуда сигнала не превышает уровень x.

Здесь σ_n определяется из того условия, чтобы $y=\frac{x}{x_{мед}}=1$ соответствовало медианному значению для данного n. Вводя соотношение

$$\sigma_n^2 = k(n)\,\sigma^2 \tag{3}$$

и используя выражение (1), формулу (2) можно для медианного значения переписать в виде:

$$0{,}5 = 1-|1-e^{-\frac{x^2_{мед}}{2\sigma^2 k(n)}}|^n = 1-|1-e^{-\frac{0{,}6931}{k(n)}}|^n. \tag{4}$$

Решая (4) относительно $k(n)$, находим:

$$k(n) = \frac{\sigma_n^2}{\sigma^2} = -\frac{0{,}6931}{\ln(1-0{,}5^{1/n})}. \tag{5}$$

В табл. 1 приведены значения параметра σ_n для восьми дискретных значений n, выраженные через $\sigma=\sigma_1$.

Таблица 1

n	σ_n/σ	$(\sigma_n/\sigma_1)^2$
8	0.5278	0.2785
4	0.6140	0.3770
3	0.6627	0.4391
2	0.7506	0.5634
1	1.0000	1.0000
0.5	1.5520	2.4091
0.3	2.5740	6.6261
0,25	3.2779	10.7450

В принятом в этой статье определении функции распределения, плотность распределения $p_n(x)$ оказывается связанной с функцией распределения соотношением:

$$p_n(x) = -\frac{dP_n(x)}{dx}. \tag{6}$$

Выполняя дифференцирование, находим

$$p_n(x) = \frac{n}{\sigma_n^2}\left(1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}}\right)^{n-1} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}} \cdot x. \tag{7}$$

Прежде чем перейти к анализу полученных выражений для $p_n(x)$, необходимо убедиться, что последние удовлетворяют двум условиям, необходимым и достаточным для того, чтобы выражение (7) было плотностью распределения непрерывной случайной величины. Этими условиями являются [4]:

$$p_n(x) \geqslant 0 \quad \text{и} \tag{8}$$

$$\int_0^\infty p_n(x)\,dx = 1. \tag{9}$$

Нетрудно заметить, что для всех $x \geqslant 0$ в выражении (7) величина $p_n(x)$ является положительной. Вычисление интеграла (9) при разных значениях n показывает, что условие (9) также выполняется.

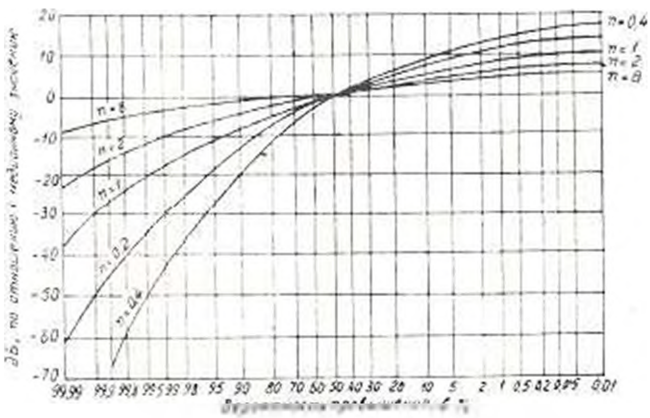

Рис. 1. Функции распределения быстрых замираний в логнормальном масштабе

На рис. 1 показано семейство функций распределения, построенное по формуле (2). По оси абсцисс отложены вероятности превышения (в процентах) значений, отложенных по оси ординат. В свою очередь эти значения выражены в дБ относительно медиальных значений. Обращаем внимание, что благодаря (3) и (4) все кривые пересекают медианный уровень 0 дБ в точке, соответствующей вероятности 50%. Ось абсцисс на рис. 1 составлена в логнормальном масштабе, при котором логнормальные распределения представляются семейством прямых, наклон которых определяется значением дисперсии. Для релеевского распределения более удобным является так называемый релеевский масштаб для оси абсцисс, при котором прямой линией выражается релеевское распределение. Такой график, соответствующий рис. 1, показан на рис. 2.

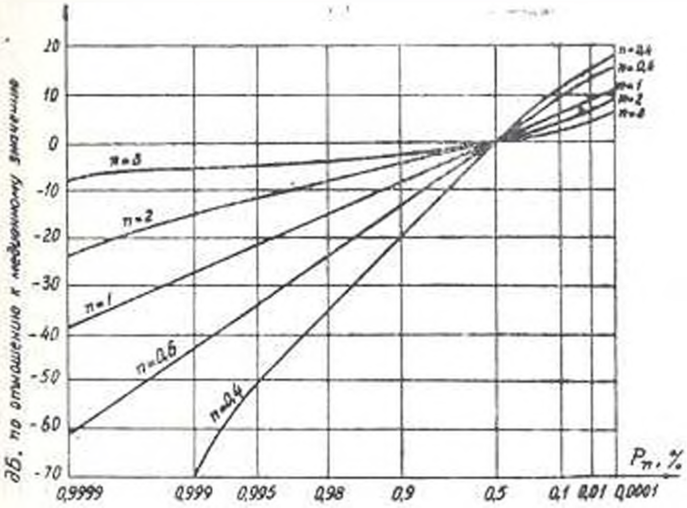

Рис. 2. Функции распределения быстрых замираний в релеевском масштабе

В дальнейшем представляет интерес сопоставить средние с медианными значениями, которые очень близки одна к другой при релеевском распределении, но могут отличаться при значениях n, отклоняющихся от единицы. С другой стороны, весьма важной характеристикой замираний являются дисперсии при разных значениях n. Быть может, еще более полной мерой глубины замираний является отношение стандартного отклонения (т. е. корня квадратного из дисперсии) к среднему значению.

Математическим ожиданием или средним значением непрерывной случайной величины является выражение

$$m_{1n} = \int_0^\infty x p_n(x) dx = \frac{n}{\sigma_n^2} \int_0^\infty x^2 \left(1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}}\right)^{n-1} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}} dx. \qquad (10)$$

В табл. 2 приведены приближенные значения $m'_{1n} = \frac{m_{1n}}{\sigma_n}$, вычисленные методом разложения подынтегрального выражения в конечный ряд. В третьем столбце таблицы приведены значения m_{1n}, полученные из значений m'_{1n} путем подстановки в них значений σ_n из табл. 1. В четвертом столбце табл. 2 приведены медианные значения сигнала, которые при известных n и σ_n вычислены по выражению (4), представленному в виде

$$\lg(1-e^{-\frac{x^2_{\text{мед}}}{2\sigma_n^2}}) = -\frac{0,30103}{n}. \tag{11}$$

Таблица 2

Средние и медианные значения уровня принимаемого сигнала, подверженного квазирелеевским замираниям

n	$m_{1,n}$	$m_{1,n}/\sigma$	$x_{\text{мед},n}/\sigma$	$m_{1,n}/x_{\text{мед},n}$
8	2.2708	1.1985	1.1775	1.02
4	1.9629	1.2052	1.1774	1.03
3	1.8245	1.2091	1.1776	1.03
2	1.6203	1.2162	1.1766	1.03
1	1.2533	1.2533	1.1776	1.07
0.5	0.8410	1.3052	1.1768	1.11
0.3	0.5819	1.4823	1.18	1.25
0.25	0.4980	1.6324	1.1871	1.35

Из рассмотрения табл. 2 можно сделать следующие выводы: среднее значение уровня принимаемого сигнала лишь незначительно зависит от параметра n, монотонно возрастая по мере уменьшения n; наиболее заметен рост на участке от $n=1$ до $n=0,5$; медианные значения практически остаются постоянными, равными $1,177\,\sigma$ для всех значений n; отношение $m_{1,n}/x_{\text{мед},n}$ монотонно и незначительно возрастает по мере уменьшения n. Эти изменения целиком повторяют изменения средних значений.

По определению, центральным моментом распределения второго порядка или дисперсией непрерывной случайной величины является выражение

$$M_{2,n} = \int_0^{\infty} (x-m_{1,n})^2 p_n(x)\,dx =$$

$$= \frac{n}{\sigma_n^2}\int_0^{\infty} (x-m_{1,n})^2 \left(1-e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}}\right)^{n-1} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}}\,x\,dx. \tag{12}$$

В табл. 3 представлены результаты вычисления при значениях σ_n, взятых из табл. 1. Приведенные в табл. 3 величины являются наглядными характеристиками глубины замираний.

Таблица 3

Дисперсии ($M_{2,n}$) и стандартные отклонения ($s_{\text{ст},n}$) принимаемого сигнала при квазирелеевских замираниях

n	$M_{2,n}/\sigma^2$	$s_{\text{ст},n}/\sigma$	$s_{\text{ст},n}/m_{1,n}$
8	0.0774	0.279	0.202
4	0.1184	0.344	0.284
3	0.1480	0.387	0.318
2	0.2109	0.459	0.376
1	0.4334	0.658	0.525
0.5	0.8528	0.925	0.708
0.3	1.0583	1.059	0.720
0.25	2.5102	1.584	0.970

На рис. 3 показан график зависимости $m_{1,n}$ и $M_{2,n}$ от параметра n при его восьми фиксированных значениях. При этом положено $\tau=1$, ибо иначе нельзя было бы сопоставлять значения $m_{1,n}$ и $M_{2,n}$.

На рис. 4 показана зависимость отношения $s_{ст,n}/m_{1,n}$ от параметра n. Можно сделать вывод, что это отношение является хорошим критерием оценки глубины замираний.

Дисперсия является не только удобным мерилом глубины замираний. Она может служить также критерием эффективности приема на разнесенные антенны, применяемые как средство борьбы с замираниями. Насколько нам известно, этот прием впервые начал применяться в оптических линиях связи [5]. При распространении волн оптического диапазона в турбулентной атмосфере поперечное сечение потока излучения в месте расположения приемной антенны можно разбить на несколько пучков диаметром d, в пределах которых имеет место временная когерентность поля. Наоборот, в различных пучках флуктуации уровня поля протекают независимо.

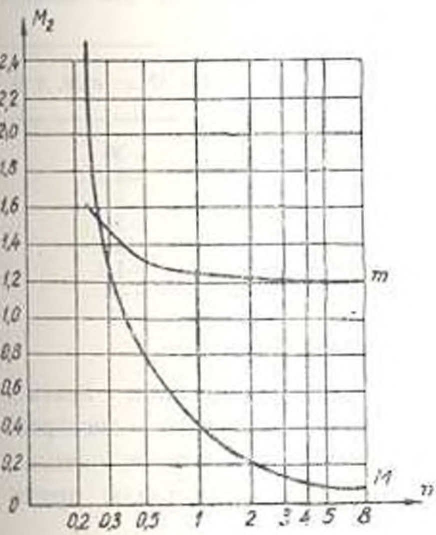

Рис. 3. Зависимость M_2 и m от параметра n при $\tau=1$

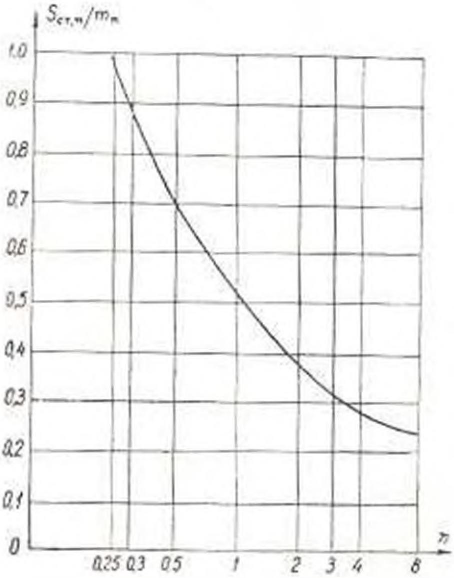

Рис. 4. Зависимость $s_{ст,n}/m_n$ от параметра n

Если в апертуре приемной антенны уменьщается всего один пучок, то возникают флуктуации уровня принимаемого поля с дисперсией M_2. Если же в апертуре помещаются n пучков, то возникает эффект *сглаживания* или *усреднения*. При этом флуктуации сигнала уменьшаются, и дисперсия результирующего сигнала определяется формулой $M_{2,рез}\approx M_2/n$.

Очевидно, что оптический эффект усреднения вполне эквивалентен приему на n разнесенных антенн при сложении сигналов по способу автовыбора. Поскольку в основу представления о квазирелеевском рас пределении положен именно принцип сложения сигналов при разнесенном приеме, то можно ожидать, что, по аналогии с оптическими линиями связи, будет выполняться соотношение

$$M_{2,n} = M_{2,1}/n. \tag{13}$$

Степень выполнения этого соотношения иллюстрируется табл. 4. В первом столбце таблицы указано число разнесенных антенн, участвующих в процессе сложения, включая обобщенное представление о количестве антенн при $n<1$. Во втором столбце приведены выраженные через $\bar{z}^2$ значения дисперсии. Данные таблицы показывают, что соотношение (13) достаточно хорошо выполняется для значений n в интервале от 4 до 0.5 и удовлетворительно для всех остальных значений.

Напомним, что в практике не применяются разнесения с $n>6$. Тем самым доказывается возможность применения принятой в оптических линиях связи концепции о зависимости дисперсии замираний сигнала от числа антенн, участвующих в разнесенном приеме, и к коротковолновым линиям связи. Выражаясь точнее, дисперсия замираний КВ сигнала, принятого на n разнесенных антенн, оказывается в n раз меньше дисперсии замираний того же сигнала, принятого на одиночную антенну.

Таблица 4

Изменение относительного значения дисперсии принимаемого сигнала в зависимости от количества антенн, участвующих в разнесенном приеме при сложении сигналов по методу автовыбора

n	$M_{2,n}/\bar{z}^2$	$M_{2,1}/M_{2,n}$	$(M_{2,1}/M_{2,n}-n)/n$, в %
8	0,0774	5,59	−30
4	0,1184	3,66	−8,5
3	0,1480	2,93	−2,4
2	0,2109	2,06	2,7
1	0,4334	1,00	0,0
0,5	0,8528	0,508	−1,6
0,3	1,0583	0,41	33
0,25	2,5102	0,175	−30

Ленинградский электротехнический институт
связи им. М. А. Бонч-Бруевича
Поступило 11.XI.1974

Մ. Պ. ԴՈԼՈՒԽԱՆՈՎ, Ա. Ն. [illegible], Ն. Ն. [illegible]

[illegible]

Ամփոփում

Հոդվածում դիտված է միապարամետրանոց կեղծ ռելեյական բաշխումը, որը գոյության [illegible] այլ բաշխումներից տարբերվում է իր դաշտի պարզությամբ՝ գործնական կիրառման տեսակետից։

Հաշվված են բաշխման վիճակագրական բնութագրերը։ Տարածական ռադիոընդունման տեսանկյունից կատարված է անալոգիա կարճալիքային և օպտիկական կապի գծերի միջև։ Հիմնավորված է կարճ ալիքների արագ մարումների խորությունը դիսպերսիայի միջոցով գնահատելու հնարավորությունը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rice C. O.* Statistical properties of a sine wave plus random noise. Bell Syst. Techn. Journ., 27, jan. 1948.
2. *Nakagami M.* The m-distribution—a general formula of intensity distribution of ra-pid. Statistical methods of radio wave propagation. Pergamon Press, 1960.
3. *Долуханов М. П.* Флуктуационные процессы при распространении радиоволн. Изд. „Связь", М., 1971.
4. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. Изд. „Советское радио", М., 1969.
5. *Lawrence R., Strohben J.* A Survey of Clear-Air Propagation Effects relevant to optical Communications. Proc. IEEE, 58, oct. 1970.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, № 4, 1975 Серия технических наук

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Р. А. УНАНЯН

СИММЕТРИЧНЫЙ ИЗГИБ КРУГЛОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ПЛИТЫ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

В статье рассматривается напряженное состояние круглой свободно опертой железобетонной плиты, находящейся в стационарном высокотемпературном поле, где температура является функцией толщины плиты, при изгибе равномерно распределенной нагрузкой.

Принимается, что в реологических соотношениях, описывающих напряженно-деформированное состояние бетонной части плиты, деформативные характеристики бетона существенно зависят от температуры.

Задачи, посвященные определению напряженного состояния железобетонных элементов с учетом ползучести, рассмотрены в работах [1—4].

При учете термоползучести бетона зависимость между напряжениями и деформациями запишем в виде [1]:

$$\varepsilon_{ij}(t)=\alpha_1\Theta\delta_{ij}+\frac{1}{E_2(\Theta)}\left[(1+\nu)\sigma_{2_{ij}}(t)-\nu\sigma_2(t)\delta_{ij}\right]-$$

$$-\frac{1}{E_2(\Theta)}\int_{\tau_1}^{t}\left[(1+\nu)\sigma_{2_{ij}}(\tau)-\nu\sigma_2(\tau)\delta_{ij}\right]K(\Theta,t,\tau)\,d\tau, \tag{1}$$

$(i, j=1, 2)$

где δ_{ij} — символ Кронекера; $\Theta(z)$ — относительная температура;

$$\sigma_2(t)=\sum\sigma_{2_{ij}}(t)\delta_{ij};\quad \Theta(z)=\frac{T(t)}{T_0}=\alpha_1+\frac{c_1}{H}\left[h(r,t)-z\right];\quad \alpha_1=\alpha T_0;$$

$T(z)$ — температурная функция; T_0 — порог действия температуры на деформативные характеристики материала; α — коэффициент линейного расширения.

Выражения ядра ползучести и модуля упругости бетона при высоких температурах имеют следующий вид

$$K(\Theta,t,\tau)=E_2(\Theta,\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{E_2(\Theta,\tau)}+C(\Theta,t,\tau)\right];\quad E_2(\Theta)=\beta\exp(-\gamma\Theta),$$

где $C(\Theta,t,\tau)=\beta_1\{1-\exp[-\gamma(t-\tau)]\}\exp(\gamma_1\Theta)$ — мера ползучести, а $\gamma=0{,}15$; $\gamma_1=0{,}28$; $\beta_1=1{,}12\cdot10^{-5}$ $см^2/кГ$; $\beta=2\cdot10^5$ $кГ/см^2$; $p_0=1{,}162$;

$\gamma = 0{,}026$ *1/день* — параметры, характеризующие деформативные свойства бетона при высоких температурах.

Связь между напряжениями и деформациями арматуры запишем в следующем виде [9]:

$$\varepsilon_{1ij} = \alpha_1 \Theta \delta_{ij} + \frac{\sigma^m_{1ij}}{E_1(\Theta)}, \tag{2}$$

где $E_1(\Theta)$ — модуль упругости материала арматуры.

Исходя из [10], решение задачи приводится к решению системы нелинейных интегродифференциальных уравнений следующего вида:

$$\nabla\nabla W + \frac{D_{,i}}{D} L_1(W, \Theta) + \frac{D_{,ii}}{D} L_2(W) + \frac{D_{,j}}{D} L_3(W, \Theta) + \frac{D_{,jj}}{D} L_4(W) +$$

$$+ \frac{D_{,ij}}{D} L_5(W) + \left(\frac{D_{,ii} + D_{,jj}}{D}\right) \alpha_1 \Theta + 2\alpha_1 \nabla \Theta = \frac{q(x, y)}{D}; \tag{3}$$

$$[E_1(\Theta)(W_{,ij} - \alpha_1 \Theta_1 \delta_{ij})][1 - \varphi(r, \Theta)]H^{1/m} s - \frac{1}{H(1-\nu^2)}[W_{,ii} +$$

$$+ \nu W_{,jj} - (1+\nu)\alpha_1 \Theta_1 \delta_{ij}] \int_0^{h^*(r,\Theta)} E_2(\Theta)[1 + R^*] z\,dz = 0, \tag{4}$$

где

$$L_1(W, \Theta) = 2(\nabla W_{,i} + \alpha_1 \Theta_{,i}); \quad L_4(W) = \frac{1}{r} W_{,i} + \frac{1}{r^2} W_{,jj} + \nu W_{,ii};$$

$$L_2(W) = W_{,ii} + \nu\left(\frac{1}{r} W_{,i} + \frac{1}{r^2} W_{,jj}\right); \quad L_3(W, \Theta) = \frac{2}{r}(\nabla W_{,j} + \alpha_1 \Theta_{,j});$$

$$L_5(W) = (1-\nu)\left(\frac{1}{r} W_{,ij} - \frac{1}{r^2} W_{,j}\right);$$

$$D[\Theta_1, h^*(r, \Theta)] = \frac{1}{1-\nu^2}\left[\frac{1 + R_1^*}{\int_0^{h^*(r,\Theta)} E_2(\Theta)[H - h^*(r, \Theta) + z] z\,dz}\right]^{-1}; \quad s = \frac{\Delta}{h};$$

$$R_1^* = \lim_{t \to \infty} \int_{\tau_1}^{t} R_1(\Theta, t, \tau)d\tau = \frac{A}{n}; \quad R_1(\Theta_1, t, \tau) = A \exp[-n(t-\tau)];$$

$$A = \frac{A_1[a(\gamma_1 + \gamma_0 - n)^2 + b(\gamma_1 + \gamma_0 - n) + 2c]}{3(\gamma_1 + \gamma_0 - n)^2 + 2A_1 a(\gamma_1 + \gamma_0 - n) + A_1 b}; \quad A_1 = \frac{H^3 A_0^* E_{\gamma_0}}{B_0^*};$$

$$B_0^* = \int_0^{h^*(r,\Theta)} z E_2(\Theta)[H - h^*(r, \Theta) + z]dz; \quad \gamma_0 = A_0^* \exp[(a_1 + c_1 \xi^*(r, \Theta))\delta_1];$$

$$b = \left[(1 - \varphi^*(r, \Theta))\delta_1 c_1 \frac{\xi^{*3}(r, \Theta)}{3} - \delta_1 c_1 \frac{\xi^{*4}(r, \Theta)}{4}\right]\gamma_0; \quad \xi(r, \Theta, t) = \frac{h(r, \Theta, t)}{H};$$

$$c=\left[\delta_1^2 c_1^2(1-\varphi^*(r,\Theta))\frac{\varphi^{*}(r,\Theta)}{8}+\delta_1^2 c_1^2\,\frac{\varphi^{*}(r,\Theta)}{10}\right]\gamma_{10}^2;\quad \varphi^*(r,\Theta)=\lim_{t\to\infty}\varphi(r,\Theta,t);$$

$$T_0=100;\qquad \delta_1=\iota_1=8;\qquad a_1=\frac{T_1}{T_0}=1;$$

$$a=[3-\varphi^*(r,\Theta)]\,\frac{\varphi^{*2}(r,\Theta)}{6};\qquad c_1=\frac{T_2-T_1}{T_0}=4;$$

$$E_1(\Theta)=E_1=1{,}8\cdot 10^6\ \text{кГ/см}^2;\quad E_{a}=2\cdot 10^6\ \text{кГ/см}^2;\quad A_0^*=P_0E_2\beta_1\gamma_1;$$

$$R^*=\lim_{t\to\infty}\int_{\tau_1}^{t}R(\Theta,\ t,\ \tau)d\tau=\frac{A_0^*\exp(\delta_1\Theta)}{A_0^*\exp(\delta_1\Theta)+\gamma_1};\qquad \Theta_1=\int_0^{h(r,\infty)}\Theta(z)dz;$$

$$R=-A_0^*\exp(\delta_1\Theta)\exp\left[-[A_0^*\exp(\delta_1\Theta)+\gamma_1](t-\tau)\right];$$

A, A_1, B_0, γ_0, b, a, c, n — параметры, характеризующие деформативные свойства бетона при высоких температурах; H — толщина плиты; Δ — толщина арматуры; $h(r,t)$ — толщина сжатого слоя бетона (рис. 1).

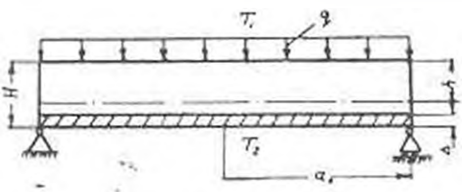

Рис. 1

Значения n в зависимости от коэффициента армирования (s) приведены в табл. 1.

Таблица 1

s	0,1	0,05	0,025	0,0143	0,01	0,007
n	0,0191	0,0196	0,02	0,021	0,0215	0,0219

В случае симметричного изгиба система (3)—(4) приводится к следующему виду:

$$\Psi^*_{,xx}+\left[\frac{1}{x}+(\ln y^3)_{,x}\right]\Psi^*_{,x}-\left[\frac{1}{x^2}-\frac{\nu}{x}(\ln y^3)_{,x}\right]\Psi^*=\frac{Px}{y^3};\tag{5}$$

$$E_1(\Theta)[\Psi^*_{,x}(1-\varphi_0^* y)]s-\frac{1}{1-\nu^2}\left[\Psi^*_{,x}+\frac{\nu}{x}\Psi^*\right]F^*=0,\tag{6}$$

где $\Psi=W_{,x}$; $y=\frac{\varphi^*}{\varphi_0^*}$; $\varphi^*=\frac{h^*(x,\Theta)}{H}$; $\varphi_0^*=\frac{h_0(0,\Theta)}{H}$;

$$x=\frac{r}{a_0};\qquad P=\frac{a_0^3 q}{2D[\Theta_1,\ h^*(x,\Theta)]};$$

$h^*(x, \Theta)$ — толщина сжатого слоя бетона в некоторой точке плиты; $h^*(0, \Theta)$ — толщина сжатого слоя бетона в центре плиты; a_0 — радиус внешнего контура плиты;

$$F^* = \frac{1}{H^2}\int_0^{h^*(x,\Theta)} E_2(\Theta)\left[1 + R^*\right] z\,dz = E_2 A^*\left[\frac{\exp(-\lambda a_1)}{A_0^*(-\lambda a_1)^2}\right] \exp(-\lambda c_1 \varphi^*(x, \Theta -$$

$$-(1 - \lambda c_1 \varphi^*(x, \Theta))\Big] + \frac{\varphi^*(x, \Theta)}{b_2}\left[\ln\left(a_2 + b_2\varphi^*(x, \Theta)\right) - \ln a_2\right] -$$

$$-\frac{1}{b_2^2}\Big[\left(a_2 + b_2\varphi^*(x, \Theta)\right)\ln\left(a_2 + b_2\varphi^*(x, \Theta)\right) - \left(a_2 + b_2\varphi^*(x, \Theta)\right)\ln a_2 -$$

$$- b_2\varphi^*(x, \Theta)\Big]\Big\};$$

$$a_2 = \gamma_1 + A_0^*(1 + a_1\lambda_1 + \lambda_1 c_1 \varphi^*(x, b)); \quad b_2 = -A_0^*\lambda_1 c_1.$$

Поскольку при симметричной нагрузке в центре плиты имеет место чистый изгиб, то значения h_0^* для разных s берем из [10], и принимая $y = \exp\left(-\frac{\beta_0 x^2}{4}\right)$ [где β_0 — постоянная величина, которая определяется из уравнения (6)], общее решение уравнения (5) будет:

$$\Psi^* = P(c_2\Psi_1^* + \Psi_0^*).$$

где $\Psi_0^* = -\frac{P x \exp(0{,}5\beta_0 x^2)}{(3-\nu)\beta}$ — частное решение уравнения (5);

$$\Psi_1^* = c_3\left[x + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\beta_0(1+\nu)(3+\nu)\ldots(2n-1+\nu)}{2\cdot 4\cdot 4\cdot 6\cdot 6\ldots 2n\cdot 2n(2n+2)}x^{2n+1}\right]$$

— решение однородного уравнения (5);

c_3 — произвольная постоянная; c_2 — постоянная, определяемая в каждом частном случае из контурных условий плиты.

Исходя из [10], значения ε для арматуры и бетона будут:

$$\varepsilon_a^* = HE_1(\Theta)\left[W^*_{,rr}(1 - \varphi^*(r))\right]; \tag{7}$$

$$\varepsilon^*_{bq} = \frac{E_2(\Theta)}{(1-\nu^2)}\left[(1-\nu)W^*_{q} + \nu W_1^*\beta_0\right]\left[1 + R^*\right]z. \tag{8}$$

Здесь $W_1^* = \sum W^*_{i}\delta_{ij}$; W^* — прогиб от q:

$$W_0^* = a_0\left\{\left[0{,}5(x^2 - 1) + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\beta_0^n(1+\nu)(3+\nu)\ldots(2n-1+\nu)}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 6\ldots 2n\cdot 2n(2n+2)^2}x^{2n+2} -\right.\right.$$

$$-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\beta^{n}(1+\nu)(3+\nu)\ldots(2n-1+\nu)}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 6\ldots 2n\,.\,2n(2n+2)^{2}}\left[c_{2}+\frac{P}{\beta^{2}(3-\nu)}\left[e^{\ldots}-e^{\ldots}\right]\right]$$

— суммарный прогиб плиты (от q и T),

где

$$c_{2}=\frac{1}{[(1+\lambda_{1})+\nu(1+\lambda_{2})]}\left[\frac{P[1+\beta_{0}+\nu]e\beta_{0}2}{\beta_{0}(3-\nu)}+\alpha\Delta t(1+\nu)\right].$$

Задача решена при значениях коэффицента s, приведенных в табл. 1, для двух случаев:

1. Действует стационарное высокотемпературное поле, ползучесть бетона не учитывается;

2. Действует стационарное высокотемпературное поле в условиях неоднородной ползучести бетона при $t\to\infty$.

Числовые результаты для указанных случаев приведены на рисунках 2 и 3 в виде графиков.

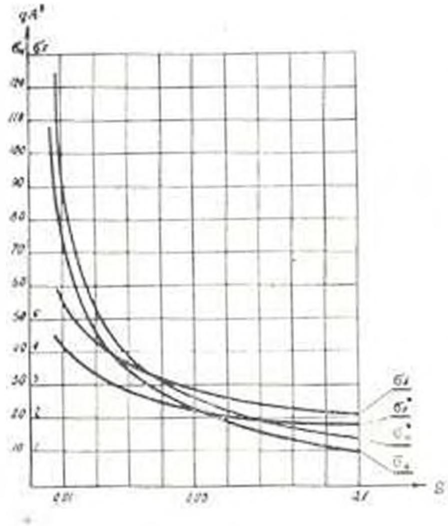

Рис. 2

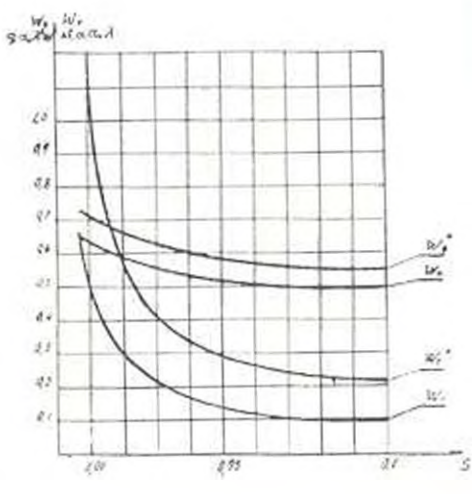

Рис. 3

Как видно из этих графиков, прогиб плиты со временем и в зависимости от уменьшения коэффициента армирования увеличивается.

Характер распределения напряжений в бетоне при высоких температурах качественно отличается от картины распределения напряжения для тех случаев, когда механические свойства материалов не зависят от температуры.

Как видно из рис. 2, со временем максимальные нормальные напряжения в бетоне уменьшаются, а в арматуре увеличиваются; перераспределение напряжений увеличивается с уменьшением коэффициента армирования.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 11.XI.1971

Ռ. Ա. ՀՈՒՆԱՆՅԱՆ

ԵՐԿԱԹԲԵՏՈՆԵ ԿԼՈՐ ՍԱԼԻ ՍԻՄԵՏՐԻԿ ԾՌՈՒՄԸ ԲԱՐՁՐ ՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ամփոփում

Հոդվածում դիտվում է երկաթբետոնե ազատ հենված կլոր սալի լարվածային վիճակը համառանցքային բաշխված բեռնվածքի տակ ծռվելիս՝ երբ սալը գտնվում է ստացիոնար բարձր ջերմային դաշտում, որի ջերմաստիճանը ֆունկցիա է սալի հաստությունից։ Ենթադրվում է, որ սալի բետոնի մասի լարվածադեֆորմացիոն վիճակը պատկերող ռեոլոգիական հավասարումներում բետոնի դեֆորմացիոն բնութագրերը [illegible] կախված են ջերմաստիճանից։

Խնդիրը լուծված է երկու դեպքի համար.

1. Ազդում է ստացիոնար բարձր ջերմային դաշտ, բետոնի սողքը հաշվի չի առնվում,

2. Ազդում է ստացիոնար բարձր ջերմային դաշտ բետոնի անհամաչափ սողքի պայմաններում՝ երբ ժամանակը ձգտում է անվերջության։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнян Н. Х.* Некоторые задачи теории ползучести. Гостехиздат, М.—Л., 1952.
2. *Улицкий И. И.* Теория и расчет железобетонных стержневых конструкций с учетом длительных процессов. Киев, 1967.
3. *Бондаренко В. М.* Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. Харьков, 1968.
4. *Гвоздев А. А., Крылов С. М.* [illegible] использование ЭВМ для [illegible] их влияния на [illegible] М., 1969.
5. *Задоян М. А.* «Известия АН СССР, ОТН, механика и машиностроение», № 4, 1961.
6. *Тимошенко С. П.* Пластинки и оболочки. М., 1963.
7. *Задоян М. А., Мурадян Л. М.* «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXIV, № 4, 1971.
8. *Мурадян Л. М.* ДАН АрмССР, том 55, № 1, 1972.
9. *Гольденблат И. И.* и др. Расчет конструкции на тепловые воздействия. М., 1969.
10. *Унанян Р. А.* «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 1, 1975.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, №4, 1975 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

А. Г. НАЗАРЯН

ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В НАПОРНОМ ТРУБОПРОВОДЕ С ПРИСОЕДИНЯЕМЫМ ПО ПУТИ РАСХОДОМ

Решение многих инженерных задач практики гидротехнического и мелиоративного строительства связано с применением теории движения жидкости с переменным по пути расходом. Такое явление имеет место при течении в трубах водопроводных и оросительных сетей, в фильтрах очистительных сооружений, буровых скважин, в дренажных трубах, трубах подпочвенного орошения и др. Тем не менее теория движения жидкости с переменным по пути расходом еще не вполне разработана.

В ряде существующих решений большей частью рассматривается случай, когда присоединяемые расходы принимаются постоянными или линейной функцией длины, что значительно суживает класс решаемых задач [1—3]. В других же работах не все факторы учтены [4, 5] или же решения не доведены до практического применения [6, 7].

Вследствие нелинейности уравнений, описывающих данное явление, их общее решение пока отсутствует.

В настоящей работе поставлена цель: дать общее решение применительно к одному из практических случаев—движению жидкости в перфорированной трубе, расположенной под уровнем воды. Решение такой задачи представляет значительный интерес, так как по такой схеме можно решать многие задачи водоснабжения, мелиорации и др.

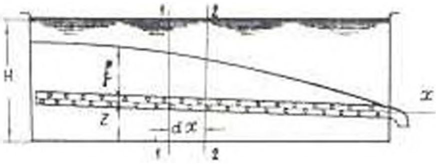

Рис. 1. Схема расположения перфорированной трубы.

Рассмотрим установившееся движение реальной жидкости в перфорированной трубе круглого поперечного сечения, находящейся под уровнем (рис. 1). Путем применения теоремы импульсов и закона сохранения массы к выделенному объему жидкости [8] получим систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{2\alpha_0}{g\Omega^2} Q \frac{dQ}{dx} + \frac{1}{\gamma}\frac{dP}{dx} - \frac{\alpha_s d^2 D c \operatorname{tg}\beta}{4 m g \Omega^2} + \frac{\lambda Q^2}{2Dg\Omega^2} = i_0; \qquad (1)$$

$$\frac{dQ}{dx} = q,$$

где α_0 — коэффициент количества движения; Q — переменный по пути расход жидкости; P — переменное по длине трубы давление; q — переменный по пути расход жидкости, поступающей через боковые отверстия трубы на единицу ее длины, $\Omega = \pi D^2/4$ — площадь поперечного сечения трубы; m — степень перфорации (скважность) трубы; β — угол между направлением течения жидкости, поступающей через отверстия трубы, и ее продольной осью; i_0 — геометрический уклон трубы.
Потеря на трение учтена по формуле Дарси — Вейсбаха:

$$i_f = \frac{\lambda}{2D}\frac{Q^2}{g\Omega^2}.$$

Приведенная система (1) не замкнута (два уравнения с тремя неизвестными: Q, P и q). Для замыкания системы принимается выражение, характеризующее явление поступления жидкости через отверстия в трубе, в виде

$$q = \mu\pi D m \sin\beta\sqrt{2g(H-h)}, \tag{2}$$

где μ — коэффициент расхода отверстий перфорации; H — общий напор; $h = z + \frac{P}{\gamma}$ — пьезометрический напор.

Исключая из (1) и (2) давление P и путевой расход q, для определения величины переменного по пути расхода Q в перфорированной трубе получим следующее общее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dQ}{dx}\frac{d^2Q}{dx^2} - \frac{1}{m}\frac{dm}{dx}\left(\frac{dQ}{dx}\right)^2 - \delta\left[2\alpha_0 Q\frac{dQ}{dx} + \frac{\lambda Q^2}{2D} - \frac{\alpha_0 D\pi \operatorname{tg}\beta}{4m}\left(\frac{dQ}{dx}\right)^2\right] = 0, \tag{3}$$

где

$$\delta = \frac{4\mu m \sin\beta}{D}.$$

Граничными условиями для данной задачи могут служить следующие:

$$x = 0 \quad Q = 0; \quad x = L \quad \frac{dQ}{dx} = q_k,$$

где L — длина трубы; q_k — значение путевого расхода в конечном сечении трубы.

Уравнение (3) представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, общее аналитическое решение которого связано с почти непреодолимыми математичекими трудностями. Однако, введя ограничения о равномерной перфорации ($m =$

$=\mathrm{const}$) удается решить уравнение (3) в параметрическом виде. При этом допущении уравнение (3) пишется так:

$$\frac{dQ}{dx}\frac{d^2Q}{dx^2}-\delta^2\left[2\alpha_0 Q\frac{dQ}{dx}+\frac{\lambda}{2D}Q^2-\frac{\alpha_0 D\,\mathrm{ctg}\,\beta}{4m}\left(\frac{dQ}{dx}\right)^2\right]=0. \quad (5)$$

Произведем в (5) замену переменных согласно выражению

$$\frac{dQ}{dx}=\frac{Q}{F(x)}, \quad (6)$$

тогда

$$-\frac{dF}{dx}=\frac{\lambda\delta^2}{2D}F^3+2\alpha_0\delta^2F^2-1\,.$$

Разделяя переменные, получим

$$\frac{dF}{\frac{\lambda\delta^2}{2D}F^3+2\alpha_0\delta^2F^2-\frac{\alpha_0 D\,\mathrm{ctg}\,\beta\delta^2}{4m}F-1}=-dx. \quad (7)$$

Путем несложных преобразований приведем (7) к удобоинтегрируемому виду. Если F_0 — вещественный корень уравнения

$$\frac{\lambda\delta^2}{2D}F_0^3+2\alpha_0\delta^2F_0^2-\frac{\alpha_0 D\,\mathrm{ctg}\,\beta}{4m}\delta^2F_0-1=0,$$

то можно написать

$$\frac{\lambda\delta^2}{2D}F^3+2\alpha_0\delta^2F^2-\frac{\alpha_0 D\,\mathrm{ctg}\,\beta\delta^2}{4m}F-1=$$

$$=(F-F_0)\,(aF^2+bF+c)\,. \quad (8)$$

где

$$a=\frac{\lambda\delta^2}{2D};\qquad b=\left(\frac{\lambda F_0}{2D}+2\alpha_0\right)\delta^2;$$

$$c=bF_0-\frac{\alpha_0 D\,\mathrm{ctg}\,\beta}{4m}\delta^2.$$

С учетом (8) левую часть (7) можно представить в виде простых дробей:

$$\frac{1}{\frac{\lambda\delta^2}{2D}F^3+2\alpha_0\delta^2F^2-\frac{\alpha_0 D\,\mathrm{ctg}\,\beta\delta^2}{4m}F-1}=\frac{K_1}{F-F_0}+$$

$$+\frac{K_2+FK_3}{aF^2+bF+c}. \quad (9)$$

Значения постоянных K_1, K_2 и K_3 определяются путем приравнивания друг к другу коэффициентов при одинаковых степенях функции в обеих

частях уравнения (9).
Тогда:

$$K_1=\frac{1}{B_0};\ K_2=-\frac{aF_0+b}{B_0};\ K_3=-\frac{a}{B_0},$$

где

$$B_0=aF_0^2+bF_0+c.$$

Следовательно, дифференциальное уравнение (7) можно представить в следующем виде:

$$\frac{dF}{F-F_0}-\frac{(aF_0+b)dF}{aF^2+bF+c}-\frac{aF\,dF}{aF^2+bF+c}=-B_0dx. \qquad (10)$$

После интегрирования (10) получим:

$$\ln\frac{|F-F_0|}{\sqrt{aF^2+bF+c}}-\frac{2aF_0+b}{\sqrt{\Delta}}\operatorname{arctg}\frac{2aF+b}{\sqrt{\Delta}}=-B_0x+\varphi_1, \qquad (11)$$

где
$\Delta=4ac-b^2$; φ_1 — постоянная интегрирования, определяемая из граничных условий (4):

$$\varphi_1=\ln\frac{|-F_0|}{\sqrt{c}}-\frac{2aF_0+b}{\sqrt{\Delta}}\operatorname{arctg}\frac{b}{\sqrt{\Delta}}. \qquad (12)$$

Подставляя значение φ_1 в (11), получим:

$$-B_0x=\ln\frac{|F-F_0|\sqrt{c}}{|-F_0|\sqrt{aF^2+bF+c}}-$$

$$-\frac{2aF_0+b}{\sqrt{\Delta}}\left(\operatorname{arctg}\frac{2aF+b}{\sqrt{\Delta}}-\operatorname{arctg}\frac{b}{\sqrt{\Delta}}\right). \qquad (13)$$

Для определения искомой функции $Q=f(x)$ в уравнении (13) следует перейти к прежним переменным при помощи соотношения (6). В результате такой замены для определения $Q(x)$ получается сложное трансцендентное дифференциальное уравнение, аналитическое решение которого не представляется возможным.

Для получения решения $Q(x)$ дополнительно предлагается следующий способ.

Рассмотрим выражение (6) как дифференциальное уравнение относительно $Q(x)$. Разделяя переменные, получим:

$$\frac{dQ}{Q}=\frac{dx}{F(x)}. \qquad (14)$$

Значение правой части этого выражения находим согласно (10), деля обе его части на $F(x)$.
Тогда взамен (14) получим:

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{B_0}\left[\frac{dF}{F(F-F_0)} - \frac{(b+aF_0)}{F(aF^2+bF+c)} - \frac{dF}{aF^2+bF+c}\right].$$

Интегрирование этого уравнения уже не представляет трудности.

$$\ln Q = -\frac{1}{B_0}\left[\frac{1}{F_0}\ln\frac{|F-F_0|}{F} - \frac{b+aF_0}{c}\ln\frac{F}{\sqrt{aF^2+bF+c}} -\right.$$

$$\left. - \frac{2ac-b^2-abF_0}{c\sqrt{\Delta}}\operatorname{arctg}\frac{2aF+b}{\sqrt{\Delta}}\right] + \varphi_2, \qquad (15)$$

где φ_2 — постоянная интегрирования.

Определяя значение φ_2 и подставляя его в (15), после несложных преобразований получим:

$$\frac{Q}{Q_к} = \exp\left(\frac{-1}{B_0F_0}\right)\left[\ln\frac{|F-F_0|\sqrt{aF_к^2+bF_к+c}}{|F_к-F_0|\sqrt{aF^2+bF+c}} -\right.$$

$$-\frac{B_0}{c}\ln\frac{F\sqrt{aF_к^2+bF_к+c}}{F_к\sqrt{aF^2+bF+c}} - \frac{(2ac-b^2-abF_0)}{c\sqrt{\Delta}}\left(\operatorname{arctg}\frac{2aF+b}{\sqrt{\Delta}} -\right.$$

$$\left.\left. - \operatorname{arctg}\frac{2aF_к+b}{\sqrt{\Delta}}\right)\right] \qquad (16)$$

При заданных значениях F из уравнений (13) и (16) определяются величины x и Q. Сделать это практически довольно просто, поскольку заранее известно, что величина x изменяется в пределах от нуля до l (общая длина перфорированной части трубы).

Таким образом, предлагаемый способ позволяет получить точное аналитическое решение задачи движения жидкости с переменным по пути расходом в параметрическом виде.

На численном примере выясним некоторые особенности полученного решения.

Пример расчета. Определить закономерности изменения общего расхода $Q = Q(x)$ в сборной трубе, а также путевых расходов $q = q(x)$ и давлений $P = P(x)$ по длине трубы уложенной под уровень жидкости на глубину $H = 2$ *м*, при следующих данных: диаметр трубы $D = 80$ *мм*, диаметр боковых отверстий $d = 5$ *мм*, длина трубы $l = 30$ *м*, число отверстий на 1 *м* трубы $n = 4$ шт., геометрический уклон трубы $i_к = 0{,}01$, пьезометрический напор в конце трубы $\frac{P}{\gamma} = 0{,}5$ *м*. Известны также значения коэффициентов: $\alpha_0 = 1{,}05$; $\lambda = 0{,}025$; $\mu = 0{,}65$.

Определяя значения постоянных, для подбора параметра получаем следующее выражение:

$$x = -12{,}63\left[\ln\frac{0{,}5|F-33{,}7|}{\sqrt{0{,}19F^2+0{,}86F+290}} - \right.$$

$$-1{,}77\left(\operatorname{arctg}\frac{0{,}37F+8{,}61}{12}-0{,}62\right)\Bigg|$$

Задаваясь значениями F определяем соответствующие величины x, и затем по уравнениям (16), (6) и (2) находим значения общих и путевых расходов и давлений. Результаты расчетов приведены на графике рис. 2.

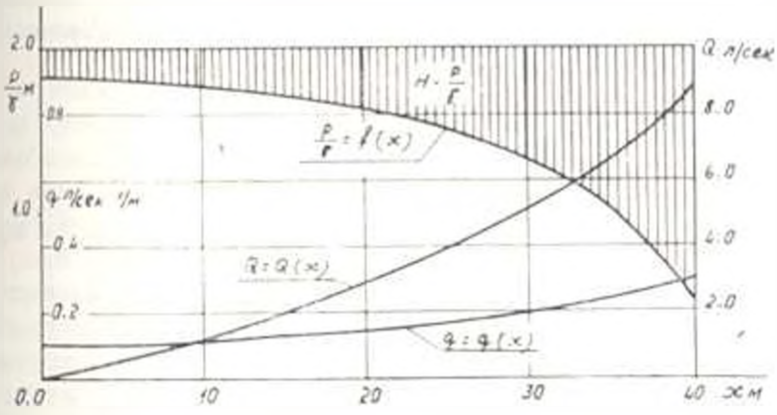

Рис. 2. Кривые изменения общих и боковых расходов и давлений по длине трубы

Из графика рис. 2 видно, что как общий расход в трубе, так и присоединяемый боковой расход по длине трубы нарастает, а давление в ней, наоборот, уменьшается. Заштрихованные ординаты представляют собой разность давлений, под действием которой происходит приток воды в перфорированную трубу. Зависимость $Q=Q(x)$ на графике представляется монотонно возрастающей кривой и оставляет кажущееся впечатление: как будто при непрерывном увеличении координаты x расход в трубе непрерывно может увеличиваться. Однако, это противоречит физической сущности явления, поскольку труба имеет ограниченную пропускную способность.

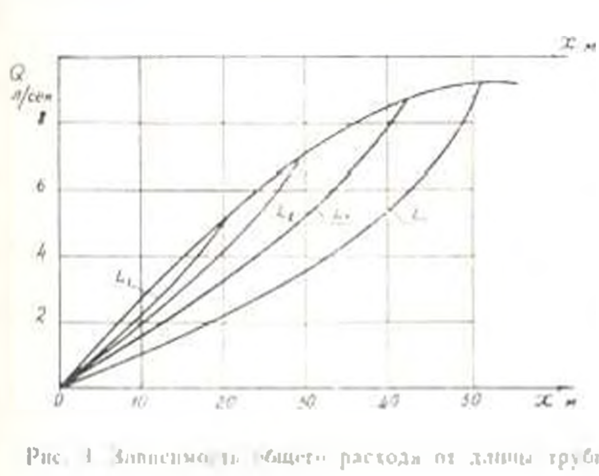

Рис. 3. Зависимость общего расхода от длины трубы

Рассмотрение зависимости пропускной способности труб различных длин показывает, что предельная пропускная способность труб с увеличением длины последних стремится к конечному значению, что хорошо согласуется с экспериментальными данными (рис. 3).

Очевидно, что полученное решение и численный пример являются ограниченными в смысле возможности исследования задачи в большом интервале изменения начальных условий и продольной координаты вдоль трубы. Такая возможность представляется при качественном анализе дифференциального уравнения [9]

$$\frac{dR}{dQ} = \frac{AQ^2 + bQR + CR^2}{R^2} = \frac{\varphi(Q,R)}{\psi(Q,R)}, \tag{18}$$

полученного из исходного уравнения (3) путем подстановки $\frac{dQ}{dx} = q(x) = R(Q)$. На графике рис. 4 приведены семейства интегральных кривых уравнения (18), расположенных в первом квадранте плоскости R,Q. Как видно из этого графика, интегральные кривые разграничены прямой $R = KQ$, являющейся частным решением уравнения (18).

В зависимости от того, при каких начальных условиях $R_н$, $Q_н$ начинается процесс движения жидкости в перфорированной трубе, полу-

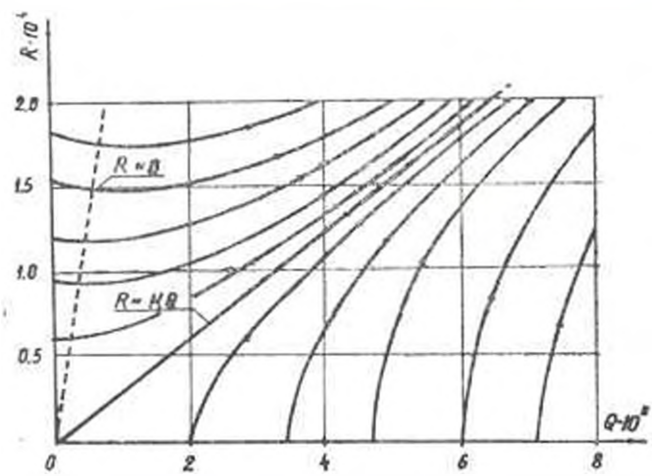

Рис. 4. Поведение интегральных кривых в плоскости R, Q

чаются соответствующие законы распределения расхода вдоль трубы. В частности, если начальные условия находятся на прямой $R=KQ$, то распределение $Q(x)$ в трубе происходит по экспоненциальному закону. Действительно, из уравнения $R = KQ$ имеем $\frac{dQ}{Q} = Kdx$, т. е. $Q = Ce^{Kx}$. Очевидно, что для отдельных семейств интегральных кривых получаются различные закономерности $Q = Q(x)$.

Из рисунка также видно, что интегральные кривые, исходящие из оси OR, в начале несколько убывают, затем, после пересечения с прямой $R'=0$, начинают монотонно расти, приближаясь к прямой $R=KQ$, а кривые, исходящие из оси OQ, монотонно приближаются к прямой $R=KQ$.

Величина путевого присоединяемого расхода q соответствующим образом следует упомянутым закономерностям, а давление в трубе $\frac{p}{\gamma}$, наоборот, изменяется согласно (2). Если рассмотреть случай $\beta=\pi/2$, то прямая $R'=0$ совпадает с осью OR, и, следовательно, первоначальное убывание интегральных линий у оси OR в этом случае не наблюдается.

Как нетрудно заметить из графика, функции $R=f(Q)$ в основном нарастающие и, поэтому, у всех семейств интегральных кривых $q_k>q_n$ (конечное значение путевого расхода больше начального). При этом, если q_n, оставаясь меньшим q_k, одновременно мало отличается от него, то суммарный расход в конце трубы будет меньшим по сравнению с случаем, когда q_n значительно отличается от q_k, будучи всегда меньшим от него. Это, на первый взгляд, парадоксальное утверждение выяснится, если учесть, что меньшим значениям R (или же q) соответствуют трубы большой длины. Действительно, согласно обозначению (17) имеем:

$$\int_0^L dx = L = \int_0^{QK} \frac{dQ}{R(Q)}.$$

Подынтегральное выражение правой части показывает, что с уменьшением $R(Q)$ длина трубы L увеличивается, и, поэтому, переход с вышерасположенной кривой к нижней соответствует увеличению длины трубы.

Следовательно, наибольшая длина трубы соответствует кривой, проходящей через начало координат, где значение расхода стремится к конечной величине. Поэтому, с увеличением длины трубы расход в ней стремится к конечной величине, что соответствует физической сущности задачи. Этот факт подтверждается и выше при решении частного примера.

АрмНИИВПиГ Поступило 28 II 1975.

Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՅԱՆ

ՃԱՆԱՊԱՐՀԻ ԵՐԿԱՐՈՒԹՅԱՄԲ ՄԵԾԱՑՈՂ ԵԼՔՈՎ ՀԵՂՈՒԿԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ՃՆՇՈՒՄԱՅԻՆ ԽՈՂՈՎԱԿԱՇԱՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում դիտված է իրական հեղուկի մեջ խառնուրդված ծախսերին պատերով խողովակում ներծծված հեղուկի համատեղված շարժումը: Ստաց-

ված է այդ շարժման ընդհանուր դիֆերենցիալ հավասարումը և որոշված են խնդրի լուծման սահմանային պայմանները։ Խողովակի մեջ նրա երկարությամբ փոփոխական ելքով հեղուկի շարժումը արտահայտված է երկրորդ կարգի ոչ-գծային դիֆերենցիալ հավասարումով, որի ընդհանուր լուծումը ավարտական ձևատարրերով (կվադրատուրայով) չի ստացված։

Դիտելով հավասարաչափ բաշխված հոսանքի ծակոտիներով խողովակ, հնարավոր է գտնել տվյալ հավասարման մի լուծում՝ պարամետրական տեսքով։ Արդյունքում ստացվել են ուսումնասիրվող խողովակում ընդհանուր և կողային ելքերի, ինչպես նաև ճնշումների փոփոխման օրինաչափությունները ձևատարրի երկարությամբ։ Լուծումը հանգված է գործնական կիրառման տարբերակի. վերցված է թվային օրինակ։ Տրված է դիֆերենցիալ հավասարման որակական վերլուծությունը և բացահայտված են խնդրի որոշ առանձնահատկությունները։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Петров Г. А.* Движение жидкости с изменением расхода вдоль пути. М.—Л., 1964.
2. *Ненько Я. Т.* О движении жидкости с переменной вдоль потока массой. Труды Харьковского гидромет. института, 1937.
3. *Факторович М.* Напорное движение жидкости с линейным законом изменения присоединяемости расхода. Из. ВНИИГ, № 5, 1953.
4. *Коновалов И. М.* Движение жидкости с переменным расходом. Труды ЛИИВТ, вып. 8, 1937.
5. *Егоров А. И.* Сбор воды дырчатыми трубами с постоянным шагом отверстий. «Водоснабжение и санитарная техника» № 6, 1972.
6. *Nesrala G.* Erogazione costante di portata da una condotta in pressione forata „Energia Elettrica", n. 8, 1958.
7. *Василенко А. А., Смыслов В. В.* Анализ уравнения движения жидкости в горизонтальном цилиндрическом трубопроводе с присоединением расхода вдоль пути. «Гидравлика и гидротехника», вып. 17, Изд. «Техника», Киев, 1973.
8. *Назарян А. Г.* Движение жидкости по напорной перфорированной трубе. Труды АрмНИИВПиГ, № III (VIII), Ереван, 1974.
9. *Стокер Дж.* Нелинейные колебания в механических и электрических системах. М., 1953.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, № 4, 1975 Серия технических наук

ГИДРОТЕХНИКА

ЛЕ НГОК ТУП

О ДВИЖЕНИИ НАНОСОВ НА ПОВОРОТЕ ВОДОВОДА

При движении жидкости на повороте водовода наряду с продольным течением возникают поперечные скорости, которые, складываясь с продольными скоростями, придают потоку винтообразный характер.

Задача настоящего исследования заключается в том, чтобы установить влияние поперечных скоростей на распределение наносов (твердых частиц) в плоскости живого сечения потока при движении жидкости на повороте водовода. Наглядную картину этого влияния получим тогда, когда при прочих одинаковых условиях дадим решение этой же задачи для прямого участка водовода, где поперечные скорости равны нулю.

Поставленную задачу приближенно решаем следующим образом. Дифференциальное уравнение движения наносов на прямом участке водовода при равномерном движении жидкости в общем виде можно представить так:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(A\frac{\partial s}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(A\frac{\partial s}{\partial z}\right)+w\frac{\partial s}{\partial z}=0, \tag{1}$$

где s — мутность потока в любой точке плоскости живого сечения потока; A — коэффициент турбулентного перемешивания; w — гидравлическая крупность наносов; z — вертикальная ось; y — поперечная ось. Начало координатной системы расположено на поверхности жидкости, ось z одновременно является осью симметрии.

Преобразовав уравнение (1) в цилиндрических координатах, получим дифференциальное уравнение движения наносов на повороте водовода

$$U_y\frac{\partial s}{\partial R}+U_z\frac{\partial s}{\partial z}=\frac{gA}{\gamma}\left(\frac{\partial^2 s}{\partial R^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial s}{\partial R}+\frac{\partial^2 s}{\partial z^2}\right)+\frac{g}{\gamma}\left(\frac{\partial A}{\partial R}\frac{\partial s}{\partial R}+\frac{\partial A}{\partial z}\frac{\partial s}{\partial z}\right)+$$
$$+w\frac{\partial s}{\partial z}, \tag{2}$$

где U_y, U_z — поперечные скорости; R — радиус закругления водовода; g — ускорение силы тяжести; γ — объемная масса воды.

В уравнение (2) входят четыре неизвестные величины: U_y, U_z, A, s. Значение поперечных скоростей определяется из дифференциального уравнения [2]:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}\left(A\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}\right)-\frac{\partial^2}{\partial R^2}\left(A\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right)-\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(A\frac{\partial^2 F}{\partial R^2}\right)+\frac{\partial}{\partial z^2}\left(A\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right)+$$

$$+4\frac{\partial^2}{\partial R\partial z}\left(A\frac{\partial^2 F}{\partial R\partial z}\right)=2\rho U_x\frac{\partial U_x}{\partial z}. \quad (3)$$

где $$U_y=-\frac{1}{R}\frac{\partial F}{\partial R};\qquad U_z=\frac{1}{R}\frac{\partial F}{\partial R}; \quad (4)$$

$F(x, y)$ — функция поперечной циркуляции; U_x — продольная скорость частиц жидкости до поворота водовода; ρ — плотность жидкости.

Значение коэффициента турбулентного перемешивания определяется из дифференциального уравнения

$$\frac{\partial}{\partial R}\left(A\frac{\partial U_x}{\partial R}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(A\frac{\partial U_x}{\partial z}\right)=g\rho i, \quad (5)$$

которое по существу является обобщенным выражением общеизвестной зависимости

$$A=\rho\frac{gih}{\dfrac{dU_x}{dz}}, \quad (6)$$

где h — глубина потока; i — продольный уклон дна водовода.

Таким образом, уравнения (2), (3) и (5) составляют замкнутую систему, если считать, что закон распределения продольных скоростей до поворота известен.

Для примера примем, что закон продольных скоростей на прямом участке водовода изменяется по закону Базена:

$$U_x=U_0-U_{cp}\frac{m}{C}\left[\left(\frac{z}{h}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2\right], \quad (7)$$

где U_0 — значение продольных скоростей на поверхности потока; U_{cp} — средняя скорости по сечению водовода ($U_{cp}=Q/\omega$); C — коэффициент Шези; m—постоянная.

Решение дифференциального уравнения (3) при нулевых значениях скоростей U_y, U_z для направленного к нормали контура водовода прямоугольного сечения при заданном значении U_x по (7) после преобразования можно представить в следующем виде [3]:

$$U_y=M_1\left[\lambda\cos\frac{\pi y}{2b}+\left(\frac{y}{b}\right)^2-1\right]\left[\mu\pi\cos\frac{\pi z}{h}+3\left(\frac{z}{h}\right)^2-1\right]; \quad (8)$$

$$U_z=M_2\left[-\frac{\lambda\pi}{2}\sin\frac{\pi y}{2b}+2\left(\frac{y}{b}\right)\right]\left[\mu\sin\frac{\pi z}{b}+\frac{z}{h}\left(\frac{z^2}{h^2}-1\right)\right], \quad (9)$$

где $$M_1=\frac{4\rho}{A_{cp}}\frac{m}{C}\frac{U_{cp}U_0}{R}b^2M_0;\qquad M_2=-\frac{4\rho}{A_{cp}}\frac{m}{C}\frac{U_{cp}U_0}{R}hbM_0; \quad (10)$$

M_0, λ, β — постоянные коэффициенты, значения которых приведены в [3].

При определении значений коэффициентов турбулентного перемешивания для упрощения задачи взамен уравнения (5) будем пользоваться гипотезой о пропорциональности коэффициента турбулентного перемешивания местным продольным скоростям, т. е.

$$A = KU_x. \tag{11}$$

По известным значениям U_y, U_z и A из уравнений (1) и (2) можно определить распределение мутности в плоскости живого сечения потока до поворота и на повороте водовода. Задача решается численным методом. Для этого представим эти уравнения в конечно-разностном виде. Уравнение (2) примет вид:

$$\frac{gA}{\gamma}\left[\frac{S_{n+1,k}+S_{n-1,k}-2S_{n,k}}{\Delta y^2}+\frac{S_{k+1,n}+S_{k-1,n}-2S_{k,n}}{\Delta z^2}\right]+\left[\frac{g}{\gamma}\frac{(A_{n+1,k}-A_{n,k})}{\Delta y}+\frac{gA}{\gamma R}-U_y\right]\frac{(S_{n+1,k}-S_{n,k})}{\Delta z^2}+\left[\frac{g}{\gamma}\frac{(A_{k+1,n}-A_{k,n})}{\Delta z}+w-U_z\right]\times\frac{(S_{k+1,n}-S_{k,n})}{\Delta z}=0, \tag{12}$$

где Δy, Δz — шаги по направлениям осей y, z (рис. 1).

При заданных значениях M_1, M_2, ω, K по формулам (7)–(11) вычисляются значения U_y, U_z и A для узловых точек сетки (рис. 1).

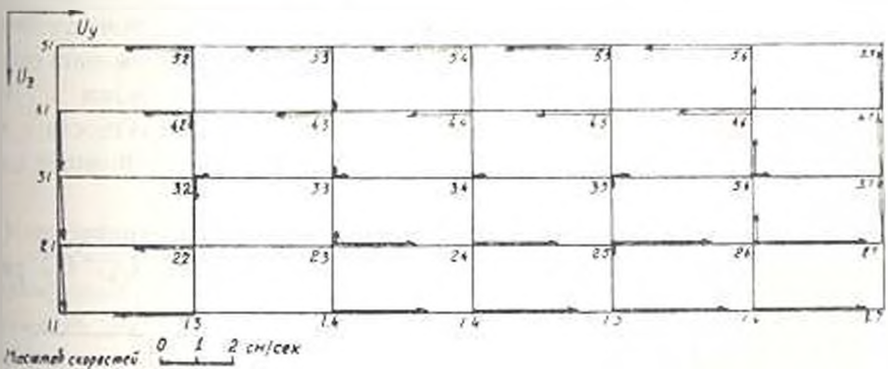

Рис. 1. Схема распределения поперечных скоростей U_y и U_z

Граничными условиями для уравнения (12) являются значения мутности потока на контуре водовода. Для определения мутности потока в придонном слое поступаем следующим образом.

Используя известные формулы Великанова М. А., Егиазарова И. В. и др. о транспортирующей способности потока, придонную мутность для плоско-параллельного потока в обобщенном виде можно представить следующим образом:

$$s_0 = D\tau^2; \tag{13}$$

$$\tau = \gamma h i. \tag{14}$$

где D — коэффициент, численное значение которого, если в основу взять формулу Великанова М. А. [4], можно определить по формуле

$$D = \frac{0,0022}{\gamma h \varepsilon \varkappa^2}, \tag{15}$$

где $\varkappa$ — постоянная Кармана; ε — постоянная.
Используя (13), при наличии поперечных скоростей выражение придонной мутности потока на повороте водовода можно представить в следующем виде:

$$s = D(\tau_1^2 + \tau_2^2). \tag{16}$$

Значения придонных касательных скоростей τ_1, τ_2 определяются по формулам:

$$\tau_1 = \gamma h i; \tag{17}$$

$$\tau_2 = A\left(\frac{\partial U_z}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial z}\right). \tag{18}$$

Используя выражения (8) и (9), по формуле (18) нетрудно определить значение τ_2. Значение мутности для соответствующих точек придонного слоя потока определяется по (15).
Результаты этих расчетов приведены на рис. 1.

После такой подготовительной работы приступили к составлению системы алгебраических уравнений, используя при этом конечно-разностные уравнения (12). Нетрудно заметить, что при этом число неизвестных s, будет равняется числу узловых точек, поэтому точность расчета можно увеличить за счет уменьшения шага сетки. В данном случае имеем 28 уравнений с 28-ю неизвестными s_i. Решение этой системы на ЭВМ дает искомые значения мутности в узловых точках сетки (рис. 1). Результаты этих расчетов приведены на рис. 2 в виде изолиний мутности.

Аналогичным образом были выполнены расчеты по уравнению (1) для прямого участка водовода, где поперечные скорости U_z, U_y рав-

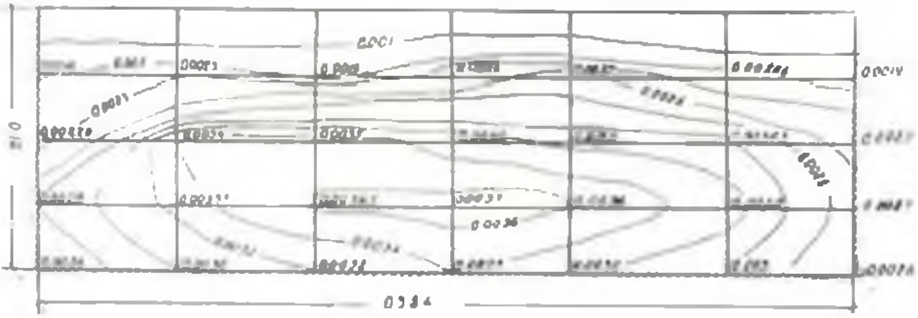

Рис. 2. Изолинии мутности в циркуляционном потоке

ны нулю. Результаты этих расчетов в виде изолиний мутности приведены на рис. 3.

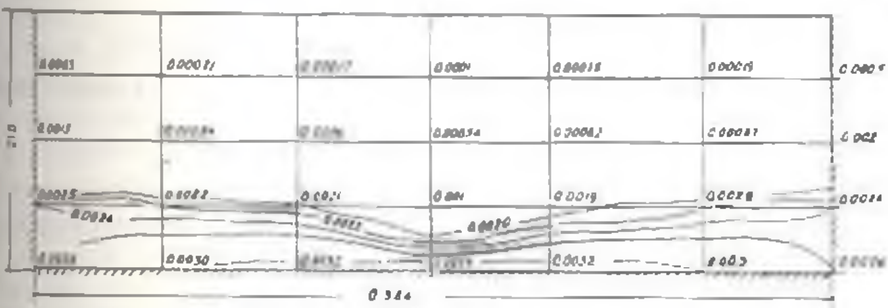

Рис. 3. Изолинии мутности в параллельно-струйном потоке

Сопоставляя изолинии мутностей, приведенные на рис. 2 и 3, нетрудно заметить влияние поперечных скоростей на перераспределение твердых частиц по сечению водовода.

Из данных рис. 2 видно, что на повороте водовода центральная часть потока (зона больших продольных скоростей) активно участвует в процессе переноса твердых частиц во взвешенном состоянии. Этим и объясняется установленный практикой закон о возможности повышения транспортирующей способности потока циркуляционным течением.

Используя этот закон в гидротехнике, разработаны целые системы инженерных мероприятий для борьбы с заилением напорных и безнапорных водоводов, водоприемных сооружений, отстойников и т. д.

ЕрПИ им. К. Маркса Поступило 24.II.1975

Ա. Կ. ԱՆԱՆՅԱՆ

ՋՐԱՏԱՐԻ ՈԼՈՐԱՆՈՒՄ ՋՐԱԲԵՐՈՒԿՆԵՐԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածը նվիրված է ջրատարի ոլորանում երկփուլ հոսքի պղտորության օրինաչափությունների բացահայտմանը։ Ուսումնասիրության հիմքում ընկած են չորս դիֆերենցիալ հավասարումներ, այդ թվում՝ ջրաբերուկների շարժման հավասարումը, լայնական արագությունները և տուրբուլենտ խառնման գործակիցը որոշելու հավասարումները։ Ենթադրվում է, որ լայնական արագությունների բաշխումը մինչև ոլորանը նախօրոք տրված է։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ананян А. К.* О взвешивании мутности в потоке с поперечной циркуляцией. ДАН СССР, т. 109, №2, 1956.
2. *Ананян А. К.* Уравнения движения турбулентного потока на повороте водовода. ДАН СССР, т. XCII, № 1, 1953.
3. *Ананян А. К.* Движение жидкости на повороте водовода. Изд. АН АрмССР, Ереван, 1957.
4. *Великанов М. А.* Движение наносов. Издательство речного флота, М., 1948.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, №4, 1975 Серия технических наук

ГИДРОТЕХНИКА

В. О. САРКИСЯН

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДИНАМИЧНОСТИ ПОДЗЕМНОГО СТОКА В ГОРНЫЕ РЕКИ ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИМ ДАННЫМ

Наиболее сложным вопросом в расчетах подземного стока в горные реки является объективный учет его динамичности. Существующие способы оценки репрезентативности характеристик динамичности дебитов «опорных» родников для расчетов подземной составляющей речного стока в значительной мере носят субъективный характер и основаны на качественном анализе гидрогеологических условий разгрузки подземных вод через родники.

Осуществление принципа комплексного гидролого-гидрогеологического подхода к оценке подземного притока в реки [1] в значительной мере требует получения количественных характеристик динамичности подземного стока на основе совместного объективного анализа гидрогеологической и гидрометеорологической информаций.

Анализ материалов по динамичности стока родников на территории АрмССР (в бассейнах рек Ахурян, Раздан и Касах, за период наблюдений 1960—70 гг.) показал, что основными факторами, определяющими закономерности изменения коэффициентов динамичности (величин отношений максимальных дебитов родников к минимальным), являются высотное положение водосборов, запас воды в снежном покрове перед началом весеннего половодья и интенсивность снеготаяния.

Высотное положение родников является одним из основных факторов динамичности родникового стока в горных странах, отражая хорошо известную закономерность изменения климатических условий с высотой местности. Величина снегозапасов, изменяясь год от года, в зависимости от многолетней изменчивости метеорологических факторов, определяет объем пополнения запасов воды в речных бассейнах весной, в том числе и ежегодно возобновляемых запасов подземных вод. Интенсивность снеготаяния в данном случае выступает как фактор, который отражает интенсивность пополнения запасов подземных вод в весенний период. Таким образом, все три указанных фактора в той или иной мере влияют на режим разгрузки подземных вод в виде родникового стока, в том числе и на исследуемый параметр режима родников—коэффициенты динамичности.

Определение количественных показателей первых двух факторов не встречает принципиальных затруднений при использовании гипсометрических карт и метеорологических данных. В свою очередь, сведения об интенсивности снеготаяния за разные годы и на разных высотах в рассматриваемом районе ограничены. В соответствии с этим в настоящей работе в качестве косвенного показателя интенсивности снеготаяния принята дата разрушения устойчивого снежного покрова на следующем основании. Анализ метеорологической обстановки в условиях АрмССР показал, что средняя интенсивность снеготаяния находится в прямой зависимости от времени наступления весеннего снеготаяния. Установлено, что при ранней весне интенсивность снеготаяния, как правило, меньше по сравнению с аналогичной величиной при поздней весне. При этом даты разрушения устойчивого снежного покрова и наступления наибольшей интенсивности снеготаяния в большинстве случаев совпадают. Расчеты по отдельным пунктам наблюдения показали, что коэффициент корреляции между средней интенсивностью снеготаяния и датой разрушения устойчивого снежного покрова, как правило, не меньше 0,8. Необходимо также отметить, что между датами (T) разрушения устойчивого снежного покрова (а следовательно, и наибольшей интенсивностью снеготаяния) и прохождения максимальных расходов воды в реках имеется устойчивая связь. Последнее дало возможность дополнительно использовать даты наступления максимальных расходов воды и тем самым повысить надежность расчетных зависимостей $T = f(H)$ (рис. 1).

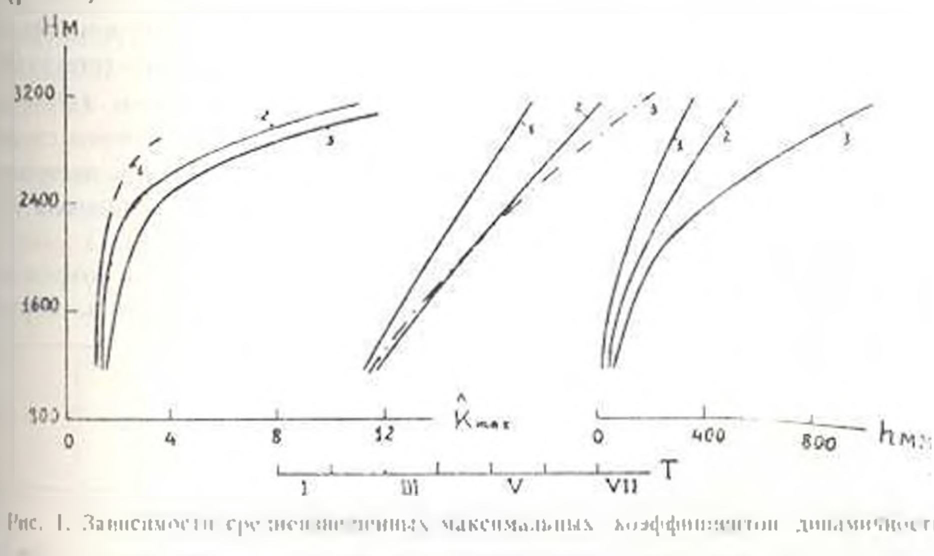

Рис. 1. Зависимости средневзвешенных максимальных коэффициентов динамичности ($\hat{K}_{max}$), запаса воды в снеге (h) и даты интенсивного снеготаяния (T) от высоты местности (H) в разные по водности годы

1 — 1961 г. (маловодный); 2 — 1967 г. (средний); 3 — 1963 г. (многоводный)

В анализе использованы средневзвешенные величины коэффициентов динамичности [2] по дебитам родников в отдельных высотных зонах речных бассейнов. Основная задача заключалась в построении такой схемы расчета, которая давала бы возможность рассчитывать коэффициенты динамичности родникового стока только по упомянутым трем факторам при отсутствии данных наблюдений за режимом родников.

Для определения коэффициентов динамичности был использован один из объективных методов расчета—аппроксимация нелинейной функции нескольких переменных по методу наименьших квадратов. По сравнению с широко применяемым в гидрологии методом линейной множественной корреляции, этот метод позволяет более точно учесть возможные связи между гидрометеорологическими характеристиками, которые, как правило, нелинейны.

В качестве аппроксимирующей функции y был использован полином второй степени от трех переменных:

$$P(x_1, x_2, x_3) = c_1 + c_2x_1 + c_3x_2 + c_4x_3 + c_5x_1x_2 + c_6x_1x_3 + c_7x_2x_3 + c_8x_1^2 + \\ + c_9x_2^2 + c_{10}x_3^2 \tag{1}$$

Известно, что коэффициенты $c_1, c_2, \ldots, c_{10}$ определяются из условия минимума среднеквадратичного отклонения (E) [3]:

$$E = \sqrt{\frac{\sum\limits_{k=1}^{N} \left[y_k - P(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}) \right]^2}{N}}, \tag{2}$$

где y_k —известные значения функции (средневзвешенные максимальные коэффициенты динамичности); $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}$ —соответствующие значения аргументов, в данном случае: высота местности (H) в $м$, запас воды в снежном покрове (h) в $мм$, дата интенсивного снеготаяния (даты разрушения устойчивого снежного покрова и наступление максимальных расходов воды в реках — T, в днях от начала календарного года); N —число известных значений функции.

Минимум значения E достигается в том случае, если коэффициенты c_i $(i = 1, 2, \ldots, 10)$ удовлетворяют системе линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} a_{1,1}c_1 + a_{1,2}c_2 + \cdots + a_{1,10}c_{10} &= b_1; \\ a_{2,1}c_1 + a_{2,2}c_2 + \cdots + a_{2,10}c_{10} &= b_2; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ a_{10,1}c_1 + a_{10,2}c_2 + \cdots + a_{10,10}c_{10} &= b_{10}. \end{aligned} \tag{3}$$

Параметры $a_{i,j}$ и b_i определяются по формулам:

$$a_{i,j} = \sum_{k=1}^{N} \varphi_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}) \cdot \varphi_j(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}); \tag{4}$$

$$b_i = \sum_{k=1}^{N} y_k \varphi_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}), \tag{5}$$

где $\varphi_{i,j}(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)})$ суть одночлены многочлена (1), расположенные в следующем порядке:

$$\varphi_1(u) = 1; \qquad \varphi_6(u) = x_1^{(k)} x_3^{(k)};$$
$$\varphi_2(u) = x_1^{(k)}; \qquad \varphi_7(u) = x_2^{(k)} x_3^{(k)};$$
$$\varphi_3(u) = x_2^{(k)}; \qquad \varphi_8(u) = (x_1^{(k)})^2;$$
$$\varphi_4(u) = x_3^{(k)}; \qquad \varphi_9(u) = (x_2^{(k)})^2;$$
$$\varphi_5(u) = x_1^{(k)} x_2^{(k)}; \qquad \varphi_{10}(u) = (x_3^{(k)})^2,$$

где $(u) = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)})$.

Величины $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}, y_k$ $(i, j = 1, 2, \ldots, 10)$ определяются при помощи зависимостей средневзвешенных максимальных коэффициентов динамичности (K_{max}), запаса воды в снежном покрове перед началом весеннего половодья (h) и даты интенсивного снеготаяния (T) от высоты местности (H). В качестве примера на рис. 1 приведены такие зависимости для лет, различающихся по водности. Их анализ показывает, что величины рассматриваемых параметров определяются и водностью года: в многоводном году они больше и, наоборот.

Численные эксперименты, проведенные на ЭВМ показали, что в целях уменьшении отклонения эмпирических точек от аппроксимирующей функции оказалось целесообразным разбить весь интервал высот (1400—3000 м), в пределах которого лежат отметки средневзвешенных высот бассейнов рек исследуемой территории, на три высотных диапазона 1400—1950 м, 1950—2250 м и 2250—3000 м. Определение параметров формулы (1) для каждого из диапазонов производилось отдельно, при показателе степени аппроксимирующего полинома, равным 2. Попытки увеличить показатель степени до 3—4 с соответствующим увеличением числа коэффициентов в формуле (1) не привели к существенному уменьшению среднеквадратичного отклонения E.

Результаты расчетов сведены в табл. 1 и 2, откуда следует, что величины E в пределах 4,3—17,8% (при среднем значении 11,2%).

Таблица 1

Коэффициенты аппроксимирующего полинома (c)

c	Интервалы высот, м		
	1400—1950	1950—2250	2250—3000
c_1	$7{,}195 \cdot 10^{-2}$	$2{,}456 \cdot 10$	$1{,}464 \cdot 10^{2}$
c_2	$-5{,}827 \cdot 10^{-3}$	$2{,}826 \cdot 10^{-1}$	$-1{,}251 \cdot 10^{-1}$
c_3	$-8{,}424 \cdot 10^{-3}$	$1{,}273 \cdot 10^{-1}$	$1{,}718 \cdot 10^{-1}$
c_4	$1{,}367 \cdot 10^{-1}$	$-5{,}495 \cdot 10^{-1}$	$-2{,}796 \cdot 10^{-1}$
c_5	$2{,}736 \cdot 10^{-1}$	$-3{,}183 \cdot 10^{-3}$	$-5{,}532 \cdot 10^{-3}$
c_6	$3{,}078 \cdot 10^{-4}$	$3{,}442 \cdot 10^{-4}$	$9{,}988 \cdot 10^{-4}$
c_7	$-2{,}718 \cdot 10^{-4}$	$-1{,}034 \cdot 10^{-3}$	$-3{,}870 \cdot 10^{-4}$
c_8	$-7{,}316 \cdot 10^{-4}$	$-6{,}410 \cdot 10^{-6}$	$2{,}647 \cdot 10^{-3}$
c_9	$-5{,}781 \cdot 10^{-5}$	$1{,}749 \cdot 10^{-1}$	$7{,}037 \cdot 10^{-5}$
c_{10}	$-3{,}412 \cdot 10^{-1}$	$4{,}476 \cdot 10^{-1}$	$7{,}802 \cdot 10^{-1}$

Таблица 2

Среднеквадратичные отклонения (E) рассчитанных коэффициентов динамичности от измеренных для различных высот местности (H)

H, м	E, %	H, м	E, %	H, м	E, %
1400	9,0	2000	17,8	2600	7,3
1500	10,9	2100	17,8	2700	5,8
1600	10,1	2200	14,4	2800	5,5
1700	13,5	2300	18,3	2900	4,3
1800	14,8	2400	14,0	3000	5,3
1900	16,6	2500	9,5		

Необходимо подчеркнуть, что при определении параметров уравнения (1) использовались данные о родниковом стоке, снегозапасах и датах разрушения устойчивого снежного покрова за все годы периода 1960—70 гг. Поэтому значение коэффициентов аппроксимирующего уравнения в табл. 1 следует считать средним за многолетний период. Вместе с тем, небольшие значения среднеквадратических отклонений ежегодных данных от аппроксимирующей функции со среднемноголетними параметрами, во-первых, свидетельствуют о правильном выборе природных факторов, принятых в качестве аргументов, и, во-вторых, дают возможность использовать данные табл. 1 при расчетах не только среднемноголетних значений коэффициентов динамичности в исследуемом районе, но и их величин за отдельные годы.

В связи с тем, что в диапазоне высот 1900—2300 м происходит более резкое изменение кривизны зависимостей $K_{\text{дин}} = h, T = f(H)$ (рис. 1), разброс точек здесь несколько больше. Об этом же свидетельствуют и величины среднеквадратических отклонений, приведенные в табл. 2. Относительно меньшая устойчивость параметров уравнения (1) в указанном диапазоне высот дает основание считать, что природные условия формирования подземного стока здесь более разнообразные, чем на остальных высотах.

Полученные результаты показывают, что рассматриваемый способ расчета коэффициентов динамичности при отсутствии данных наблюдений за родниковым стоком с использованием данных о высоте местности, запасе воды в снежном покрове и датах разрушения устойчивого снежного покрова позволяет вычислять значение этих коэффициентов в среднемноголетнем разрезе и по отдельным годам с погрешностью меньше 20%.

Расчет коэффициентов динамичности подземного стока в реки рассматриваемого района АрмССР предлагаемым способом при отсутствии данных наблюдений за режимом родников производится следующим образом.

1. Определяются величина запаса воды в снежном покрове в конце зимы и дата разрушения устойчивого снежного покрова на необходимой высоте. Расчеты целесообразнее производить по зависимостям $h = f(H)$

и $T=f(H)$. При наличии достаточного числа пунктов гидрометеорологических наблюдений эти зависимости могут быть построены по отдельным речным бассейнам, высотным зонам, горным склонам разной экспозиции и т. п., что увеличит общую точность расчета. При построении графиков $T=f(H)$, кроме дат разрушения устойчивого снежного покрова, целесообразнее дополнительно использовать даты прохождения максимальных расходов воды на реках в период весеннего половодья, которые, как это показано выше, практически совпадают.

Если расчеты коэффициента динамичности производятся за какой-то отдельный год, то зависимости $h=f(H)$ и $T=f(H)$ строятся за тот же год. При необходимости рассчитать средний коэффициент динамичности за многолетний период построение рассматриваемых зависимостей производится по среднемноголетним данным об h и T.

2. По известным значениям H, h и T по формуле (1) рассчитывается коэффициент динамичности. При этом коэффициенты аппроксимирующего полинома (c) берутся из табл. 1.

По мнению автора рассмотренный способ может быть применен в других горных районах для рек с нисходящим типом подземного стока. При этом возможно использовать дополнительные факторы, определяющие коэффициенты динамичности подземного стока в реки, например, объем весеннего половодья и другие.

Изложенная методика может давать положительные результаты при однородных, или близких к ним геологических условиях местности при неглубоком залегании водоупора.

Поступило 27 XII 1974

Վ. Հ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

ԴԵՊԻ ԼԵՌՆԱՅԻՆ ԳԵՏԵՐ ՍՏՈՐԵՐԿՐՅԱ ՀՈՍՔԻ ԴԻՆԱՄԻԿՈՒԹՅԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ԸՍՏ ՀԻԴՐՈՕԴԵՐԵՎՈՒԹԱԲԱՆԱԿԱՆ ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Քննարկվում է լեռնային երկրներում դեպի գետ ստորերկրյա հոսքի դինամիկության գործակցի հաշվարկի մեթոդը ազատ հոսման ռեժիմի դեպքում՝ ըստ հիդրոմետեորոլոգիական ինֆորմացիայի: Աղբյուրների ռեժիմը բնութագրող տվյալների բացակայության դեպքում այդ ինֆորմացիայի օգտագործումը հնարավորություն է տալիս որոշել դինամիկության գործակիցը մինչև 20% սխալով:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Попов О. В.* Подземное питание рек. Л., Гидрометеоиздат, 1968.
2. *Саркисян В. О.* К методике расчета подземного стока в горные реки (на примере р. Азат в Армении). Тр. ГГИ, вып. 213, 1974.
3. *Линник Ю. В.* Метод наименьших квадратов и основы математикостатистической теории обработки наблюдений. Физматгиз, М., 1962.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, № 4, 1975 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

С. С. ХАЧАТРЯН, А. В. ТАТЕВОСЯН, Ю. П. КУЛЕШОВА

ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИЛЬСОНА ДЛЯ КОРРЕЛЯЦИИ ПАРОЖИДКОСТНОГО РАВНОВЕСИЯ

В последнее время как у нас в стране, так и за рубежом делаются попытки создать математические модели, наиболее точно соответствующие процессу парожидкостного равновесия. Требуемая точность модели определяется тем, что полученные результаты в дальнейшем используются как основные составляющие методов расчета многокомпонентной ректификации.

В работе [1] были рассмотрены уравнения Ван—Лаара, Маргулеса, Редлиха—Кистера применительно к бинарным смесям. Целью настоящей работы является изучение модели реальных растворов, предложенной Вильсоном [2], и в ней рассматривается применение модели для бинарных систем.

Отклонение системы от идеальной учитывается коэффициентом активности, поэтому он и является основной характеристикой при расчете парожидкостного равновесия.

Зависимость коэффициента активности от состава смеси приближенно выражается следующим образом

$$\frac{g^E}{RT} = \sum_i^N X_i \ln \gamma_i, \tag{1}$$

где g^E —мольная энергия Гиббса; R —универсальная газовая постоянная; T —температура; X —мольный состав i-го компонента в жидкой фазе; γ — коэффициент активности i-го компонента.

Энергия Гиббса как функция от мольных долей всех компонентов смеси по уравнению Вильсона определяется так:

$$\frac{g^E}{RT} = -\sum X_i \ln(1 - \sum_j X_j A_{ji}), \tag{2}$$

где A —бинарные константы ($A_{ii} = 0$, $A_{ij} \neq A_{ji}$).

Проделав подстановку, получим зависимость коэффициентов активности от состава смеси:

$$\ln \gamma_i = 1 - \ln\left[\sum_j X_j A_{ij}\right] - \sum_k \frac{X_k A_{ki}}{\sum_j X_j A_{kj}}. \tag{3}$$

Константы A определяются из системы уравнений, дающих зависимость коэффициентов от состава в бинарных смесях.

Таблица 1

Вода—уксусная кислота			Ацетон—винилацетат		
X	$Y_{эксп}$	$Y_{расч}$	X	$Y_{эксп}$	$Y_{расч}$
0,270	0,394	0,34955	0,1	0,173	0,25308
0,455	0,545	0,49456	0,2	0,306	0,31424
0,588	0,707	0,62823	0,3	0,424	0,38319
0,690	0,790	0,74785	0,4	0,530	0,46282
0,769	0,844	0,84440	0,5	0,626	0,55332
0,833	0,886	0,92231	0,6	0,715	0,66230
0,886	0,919	0,97903	0,7	0,794	0,77346
0,930	0,950	0,98103	0,8	0,869	0,89119
0,968	0,977	0,99754	0,9	0,938	0,99190

Таблица 2

Метилацетат—бензол			Этилацетат—уксусная кислота		
X	$Y_{эксп}$	$Y_{расч}$	X	$Y_{эксп}$	$Y_{расч}$
0,055	0,133	0,23082	0,138	0,327	0,36819
0,076	0,175	0,24327	0,182	0,422	0,40850
0,139	0,282	0,29180	0,286	0,589	0,50672
0,189	0,356	0,32587	0,420	0,732	0,63001
0,212	0,387	0,34061	0,561	0,854	0,75965
0,620	0,749	0,66170	0,872	0,978	0,99129
0,735	0,832	0,79197			
0,863	0,914	0,94033			
0,895	0,933	0,97059			

$$\ln \gamma_1 = -\ln(1-A_{21}X_2)+X_2\left[\frac{X_2A_{12}}{1-X_1A_{12}}-\frac{X_1A_{21}}{1-X_2A_{21}}\right]; \qquad (4)$$

$$\ln \gamma_2 = -\ln(1-A_{12}X_1)-X_1\left[\frac{X_2A_{12}}{1-X_1A_{12}}-\frac{X_1A_{21}}{1-X_2A_{21}}\right]. \qquad (5)$$

Данная система решалась на ЭВМ методом последовательных приближений [4].

Модель Вильсона была применена для ряда бинарных систем. В качестве примера для анализа процесса парожидкостного равновесия в таблицах 1 и 2 (где Y—состав паровой фазы) приводятся расчетные данные следующих бинарных смесей: ацетон-винилацетат, вода-уксусная кислота, метилацетат-бензол, этилацетат-уксусная кислота. Средняя абсолютная ошибка по составу паровой фазы составляет соответственно 4,6; 4,8; 4,9; 5,9%. Расчеты показывают, что уравнение Вильсона дает удовлетворительные результаты для корреляции парожидкостного равновесия в бинарных системах по сравнению с вышеуказанными моделями [1].

Ереванское отделение ОНПО «Пластполимер» Поступило 19.XII.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Татевосян А. В., Хачатрян С. С., Килешова Ю. Н.*, «Известия АН АрмССР» (серия Т. Н.), т. XXVII, № 3, 1974.
3. *Коган В. Б.* Гетерогенные равновесия, 1968.
4. *Кафаров В. В., Бояринов А. И., Ляшенко В. А., Ветохин В. Н.* ТОХТ, 4 (1), 1970.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, № 4, 1975 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

К. А. ГАМБУРЯН

МОДЕЛЬ НАГРУЗОЧНОГО УЗЛА ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

Создание гибридных устройств, состоящих из ЦВМ, модели электрических систем и ряда аналоговых устройств, предназначенных для расчетов установившихся, электромеханических переходных процессов и других режимов энергосистем, представляет большой интерес [1].

В настоящее время в ряде организаций страны, а также за рубежом, проводятся большие работы по созданию специализированных гибридных вычислительных устройств, предназначенных для указанной цели. В этой связи проводятся также работы по усовершенствованию отдельных узлов и элементов такого комплекса.

Одним из элементов гибридного устройства является модель нагрузок энергосистемы.

При расчете установившегося режима энергосистемы для узла нагрузок заданными являются потребляемые активная и реактивная мощности. Поэтому на таких моделях нагрузки обычно моделируются устройствами, поддерживающими постоянство потребляемых активной и реактивной мощностей.

Известны модели нагрузок с постоянством потребляемых мощностей, построенные с применением электромеханических следящих систем [2], и устройство моделирования нагрузок, основанное на постоянстве потребляемой реактивной мощности [3]. Применение указанных моделей нагрузок имеет недостатки, заключающиеся в том, что в схеме по [2] значительно замедляется расчет установившегося режима на моделирующем устройстве, а по [3] — нагрузки энергосистемы моделируются не полностью.

В настоящей заметке предлагается схема модели нагрузок энергосистемы, построенная на элементах аналоговой вычислительной техники.

Из выражения тока нагрузки

$$\dot I = \frac{P - jQ}{U} e^{j\psi} = \dot I_a + \dot I_p \tag{1}$$

следует, что активная ($\dot I_a$) и реактивная ($\dot I_p$) составляющие тока определяются из выражений:

$$\dot I_a = \frac{1}{U} P e^{j\psi}; \quad \dot I_p = -j\frac{1}{U} Q e^{j\psi}. \tag{2}$$

где U и φ — модуль и фаза напряжения $\dot{U}$ на зажимах нагрузочного узла.

При постоянстве потребляемых активной (P) и реактивной (Q) мощностей модули составляющих тока обратно пропорциональны приложенному напряжению $\dot{U}$, а по фазе активная составляющая тока совпадает с вектором напряжения $\dot{U}$, а реактивная—отстает от последнего на угол $\pi/2$ (рис. 1).

Выражение (1) можно реализовать с применением «источника тока» (ИТ), построенного на операционных усилителях (ОУ) постоянного тока (рис. 2). При соответствующем подборе резисторов в схеме ИТ нагрузочный ток не зависит от приложенного напряжения и определяется из выражения [4]:

$$\dot{I} = -k\dot{U}_{вх}.$$

При моделировании (1) и (2) с использованием ИТ в качестве управляющего напряжения $\dot{U}_{вх}$ на вход ИТ можно подать два напряжения. По модулю одно из них пропорционально активной составляющей тока, а второе—реактивной, по фазе оба совпадают с фазой напряжения $\dot{U}$. Первое из этих напряжений подается на вход ИТ через резистор, а второе через конденсатор, чем осуществляется 90°-ый фазовый сдвиг относительно первого.

Блок-схема модели нагрузочного узла с постоянно потребляемыми активной и реактивной мощностями приведена на рис. 2.

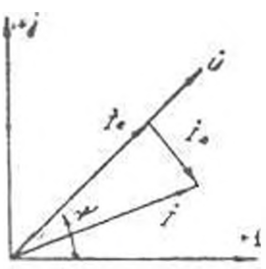
Рис. 1

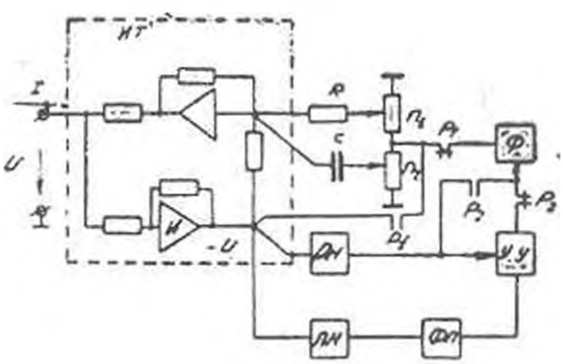
Рис. 2

Напряжение, снимаемое с выхода инвертора $И$, равное напряжению на зажимах нагрузочного узла $\dot{U}$, подается на входы ограничителя напряжения ($ОН$) и преобразователя напряжения ($ПН$), преобразующего напряжение переменного тока в постоянный. Выход преобразователя $ПН$ через функциональный преобразователь $ФП$, реализующий обратную функцию от выпрямленного напряжения U, подается на первый вход устройства умножения ($УУ$), на второй вход которого подано выходное напряжение $ОН$. Последний предназначен для стабилизации модуля комплексного напряжения $\dot{U}$. Выходное напряжение

$УУ$ фильтруется избирательным фильтром $Ф$, на выходе которого получается напряжение, пропорциональное $\frac{A}{U} e^{j\varphi}$, где A — коэффициент пропорциональности.

Выходное напряжение фильтра $Ф$ подается на потенциометры $П_1$ и $П_2$, снимаемые с которых напряжения являются управляющими. Последние соответственно через резистор R и конденсатор C подаются на вход $ИТ$.

Умножение на устройстве $УУ$ осуществляется по методу широтно-импульсной модуляции, построенной на транзисторном ключе. Такая же схема применена для преобразователя $ФП$. При этом $УУ$ подключено в обратную связь операционного усилителя.

Модели нагрузочных узлов подключаются к соответствующим узлам модели электрической сети, где воспроизведена схема замещения исследуемой электрической системы. Заданные активные и реактивные мощности устанавливаются с помощью потенциометров $П_1$ и $П_2$. При изменении напряжения на зажимах нагрузок, например, в расчетах установившегося режима энергосистемы, ток нагрузки изменяется автоматически, тем самым поддерживая мощности постоянными.

Модель нагрузочного узла позволяет представить нагрузки, помимо постоянства потребляемой мощности, также постоянством проводимости и постоянством тока нагрузки при постоянном коэффициенте мощности. Для этой цели в схеме предусмотрены переключающие элементы P_1 и P_2. При срабатывании переключающего элемента P_1 на входы тенциометров $П_1$ и $П_2$ в качестве управляющего напряжения подается напряжение нагрузочного узла $\dot{U}$. При изменении напряжения на зажимах нагрузок в определенном пределе ($U_{min} = 0,5\, U_{ном}$) ток нагрузки изменяется пропорционально напряжению U, т. е. при этом модель нагрузки работает в режиме постоянной проводимости.

При срабатывании переключающего элемента P_2 на входы $П_1$ и $П_2$ подается напряжение, снимаемое с выхода ограничителя $ОН$ через избирательный фильтр $Ф$. При изменении напряжения на зажимах модели нагрузок ток нагрузки $\dot{I}$ остается неизменным.

Лабораторный макет модели нагрузочного узла был собран на ОУ типа УУ—2. Исследование на этом макете при различных режимах работы модели показало высокую надежность и стабильность работы. Погрешность поддержания активной и реактивной мощностей при изменении напряжения на зажимах в диапазоне $(0,5 \div 1,3)\, U_{ном}$ не превышала 1%. В остальных режимах работы (постоянство проводимости и постоянство тока нагрузки) погрешность не превышает 0,5%.

Вывод. Разработанная модель нагрузочного узла энергосистемы имеет большое быстродействие, высокую надежность, стабильность и точность работы, а также позволяет работать в трех режимах: постоянства активной и реактивной мощностей, постоянства проводимости и постоянства тока нагрузки.

АрмНИИЭ

Поступило 4.I.1975.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Адонц Г. Т., Гамбурян К. А., Мартиросян В. Ш.* Управление с помощью ЭЦВМ расчетом установившегося режима энергосистемы на АМЭС—2М. Гибридные вычислительные машины и комплексы. «Наукова думка», Киев, 1973.
2. *Гамбурян К. А.* Моделирование узла нагрузки на автоматизированной модели энергосистем. V межвузовская конференция по физическому и математическому моделированию, подсекция энергетическая, «Энергия», 1968.
3. *Пухов Г. Е.* и др. Устройство моделирования нагрузок, заявка № 1812267 от 10 июня, 1972.
4. Применение аналоговых вычислительных машин в энергетических системах, под ред. Н. И. Соколова, «Энергия», 1964.

УДК 621.373+621.313.12

Анализ влияния высших гармонических м.д.с. на величину электромагнитного момента однофазного индукторного генератора с пульсирующим потоком. Арешян Г. Л. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 4, 1975, 3—8

В результате анализа показано, что электромагнитный момент кроме постоянной составляющей, содержит сильно выраженные вторую и четвертую косинусные гармоники и первую, вторую и четвертую синусные гармоники. Вследствие этого кривая электромагнитного момента оказывается знакопеременной. Высшие гармоники м.д.с. изменяют амплитуды сильно выраженных гармоник момента на 10÷20%.

Илл. 1. Табл. 2. Библ. 2 назв.

УДК 621.313.323+51.001.57

Математическая модель для исследования переходных процессов субсинхронных двигателей. Байбуртян М. В. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 4, 1975, 9—14

Рассмотрены физические модели обобщенной субсинхронной машины, получены выражения для само- и взаимоиндуктивностей обмоток различных типов субсинхронных двигателей. На основе анализа основных параметров получена матрица переходных сопротивлений обобщенной электродинамической модели.

Илл. 2. Библ. 3 назв.

УДК 621.3.062.8+621.316.5+621.313.13

К построению многорежимных коммутаторов фаз на потенциальных элементах. Арутюнян В. Ш. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 4, 1975, 15—19.

Рассматриваются принципы построения многорежимных коммутаторов фаз (МКФ) для трех- и четырехфазных реверсивных шаговых электродвигателей (ШЭД), обеспечивающих все теоретически возможные режимы *m*- и 2*m*- тактной коммутации фаз с одноходовыми циклами. Анализируются различные варианты их построения на потенциальных логических элементах *И-Не*, *Или-Не*, *И-Или-Не* и триггерных устройствах. Рассмотрены возможности построения аналогичных МКФ для *m*-фазных реверсивных ШЭД как в обычном, так и в микросхемном исполнении.

Илл. 1. Библ. 3 назв.

УДК 62—50 : 519.3

Оптимальная система управления уравновешиванием при вращении. Татевосян Э. В. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 4, 1975, 20—27.

Рассматривается система автоматического управления уравновешиванием при вращении. Доказывается, что для достижения предельной точности уравновешивания высокодобротный фильтр из системы уравновешивания должен быть исключен. Предлагается алгоритм управления для достижения допуска на неуравновешенность.

Илл. 3. Библ. 7 назв.

УДК 621.316.925.2

Квазирелеевское замирание на коротких волнах. Долуханов М. П., Саакян А. С., Энтина И. Н. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 4, 1975, 28—35.

Рассматривается однопараметрическое квазирелеевское распределение, отличающееся значительной простотой с точки зрения практического применения. Рассчитаны статистические характеристики распределения. Проводится аналогия между КВ и оптическими линиями связи, с точки зрения применения разнесенного приема. Обосновывается возможность оценки глубины быстрых замираний на КВ с помощью дисперсии.

Илл. 4. Табл. 1. Библ. 5 назв.

УДК 624.075.4

Симметричный изгиб круглой железобетонной плиты при высоких температурах. Унанян Р. А. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 4, 1975, 36—41.

Рассматривается напряженное состояние круглой свободно опертой железобетонной плиты, находящейся в стационарном высокотемпературном поле, где температура является функцией толщины плиты, при изгибе равномерно распределенной нагрузкой. Принимается, что в реологических соотношениях, описывающих напряженно-деформированное состояние бетонной части плиты, деформативные характеристики бетона существенно зависят от температуры.

Задача решена для двух случаев:

1. Действует стационарное высокотемпературное поле, ползучесть бетона не учитывается;

2. Действует стационарное высокотемпературное поле в условиях неоднородной ползучести бетона при $t \to \infty$.

Илл. 3. Табл. 1. Библ. 10 назв.

УДК 621.643 : 532.5

Движение жидкости в напорном трубопроводе с присоединением по пути расходом. Назарян А. Г. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 4, 1975, 42—50.

Рассматривается стационарное движение в напорной перфорированной трубе, расположенной под уровнем воды. Получены общие дифференциальные уравнения и установлены граничные условия задачи. Движение жидкости с переменным по пути расходом определяется дифференциальным уравнением второго порядка, общее решение которого в квадратурах не выражается.

Рассматривая трубу с равномерной перфорацией, получено одно решение уравнения в параметрическом виде. В результате получены законы изменения путевых и общих расходов по длине трубы. Дается качественный анализ дифференциальных уравнений и выявлены некоторые особенности движения.

Илл. 4. Библ. 9 назв.

УДК 627.84 : 627.157

О движении наносов на повороте водовода. Ле Нгок Туй. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 4, 1975, 51—55.

Исследованы закономерности распределения мутности двухфазного потока на повороте водовода. В основу исследований положены четыре дифференциальных уравнений, в том числе уравнение движения наносов, уравнения для определения поперечных скоростей и коэффициента турбулентного перемешивания. Эти уравнения совместно составляют замкнутую систему с четырьмя неизвестными. Считается, что задано распределение продольных скоростей до поворота.

Илл. 3. Библ. 1 назв.

УДК 556.168.048

Расчет коэффициентов динамичности подземного стока в горные реки по гидрометеорологическим данным. Саркисян В. О. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 4, 1975, 56—61.

Рассматривается метод расчета коэффициентов динамичности при нисходящем режиме подземного стока в реки горных стран с использованием гидрометеорологической информации. Ее использование дает возможность определять коэффициенты динамичности при отсутствии данных о режиме родников с погрешностью, не превышающей в среднем 20%.

Илл. 1. Табл. 2. Библ. 3 назв.

УДК 66.061.51 : 54—18[illegible]

Применение уравнения Вильсона для корреляции парожидкостного равновесия. Хачатрян С. С., Т[illegible] А. В., Кулешова Ю. П. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 4, 1975, 62—64.

На примере бинарных смесей: ацетон-винилацетат, вода-уксусная кислота, метилацетат-бензол, этилацетат-уксусная кислота — показано применение уравнения Вильсона для корреляции парожидкостного равновесия.

Табл. 2. Библ. 4 назв.

УДК 621.311.151

Модель нагрузочного узла энергосистемы. Гамбурян К. А. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 4, 1975, 65—68.

Предлагается схема модели нагрузок энергосистемы, построенная на элементах АВМ. Модель может работать в трех режимах: по постоянству активной и реактивной мощностей, постоянной проводимости и постоянным током нагрузки. Испытания лабораторного макета дали удовлетворительные результаты.

Илл. 2. Библ. 4 назв.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ

Электротехника

Радиотехника

Строительная механика

Гидравлика

Гидротехника

Научные заметки