

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ  
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

# ՏԵԴԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ  
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

#### ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒՆԻՒՄ

Գոսլան Ի. Վ. (պատ. խմբագիր), Աղանց Հ. Տ. (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ալեխանյան  
Վ. Վ., Անանյան Ա. Կ., Գոսլան Տ. Ա., Զալիզյան Ի. Ա., Խաչատրյան Ա. Ի., Տեր-Ազատի Ի. Ա.,  
Փինաջյան Վ. Վ. (պատ. խմբագրի տեղակալ)  
Պատասխանատու քարտուղար Ստեփանյան Զ. Ա.

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Касьян М. В. (ответ. редактор) Адонц Г. Т. (зам. ответ. редактора), Алексеевский  
В. В., Анимян А. К., Гороян Т. А., Задоян М. А., Илларион А. Г., Пинад-ян В. В. (зам.  
ответ. редактора), Тер-Азарьев Н. А.  
Ответственный секретарь Степанян Э. К.

Խմբագրության հասցեն՝ Երևան—19, Բարեկամության, 24

Адрес редакции: Ереван—19, Барикамутьян, 24

# МАШИНОСТРОЕНИЕ

Ф. Р. АЛАВЕРДЯН, Л. Н. ГУСТИН

## ВЛИЯНИЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ПОЛЮСА КАЧЕНИЯ НА ТЯГОВЫЕ СВОЙСТВА МНОГОДИСКОВОГО ВАРИАТОРА

В практике современного машиностроения, в частности в станкостроении и системах автоматических линий, оснащенных дистанционным управлением, в качестве приводов для регулирования скоростного режима технологического процесса широкое применение получают многодисковые вариаторы системы Байера.

По конструктивно-кинематическим признакам вариаторы системы Байера выполняются с наружным и внутренним касанием дисков (рис. 1), одноступенчатые и двухступенчатые, а по месту varyирования крутящего момента—в начале или в конце кинематической цепи.

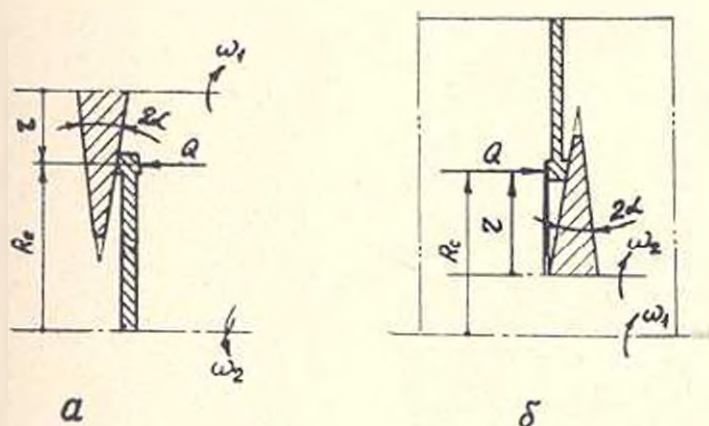


Рис. 1. Схемы взаимодействия фрикционных дисков:  
 а—с наружным касанием; б—с внутренним касанием

Сравнительная оценка параметров площадки контакта в многодисковых вариаторах зарубежного и отечественного производства показала, что максимальные значения отношения длины площадки контакта к его ширине  $n = \frac{2a}{2b}$  колеблется в пределах 7+17 (большее значение соответствует вариаторам конструкций НАМИ с внутренним контактированием дисков).

Одним из важнейших показателей, определяющих точность установки и регулирования, а также поддержание постоянства угловой

скорости выходного вала вариатора при переменных нагрузках, является стабильность передаточного отношения, характеризуемая, в основном, координатой полюса качения. Изменение положения полюса качения приводит к изменению действительного передаточного отношения и коэффициента относительной потери скорости, являющихся функциями от момента сопротивления и усилия нажатия дисков.

В многодисковых вариаторах с внутренним контактированием, работающих на повышение скорости, полюс качения выходит за пределы ширины контакта до того, как коэффициент тяги достигает своего предельного значения ( $\psi = 1$ ) [1, 2, 3].

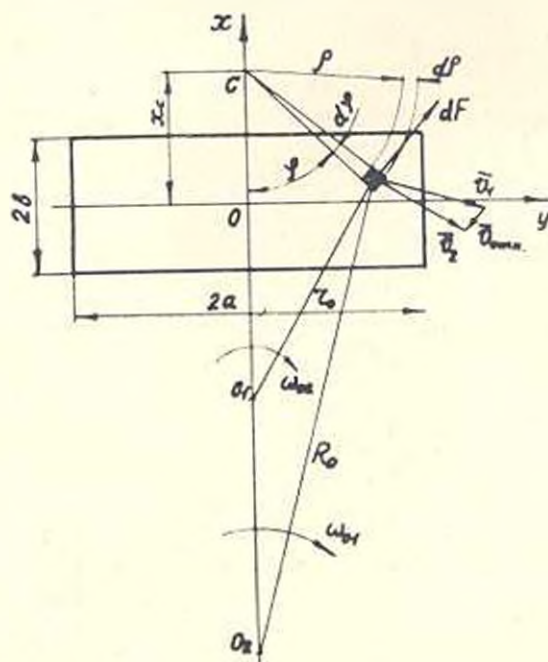


Рис. 2 К определению коэффициента тяги и момента трения на площадке контакта

Допуская, что коэффициент трения  $f$  в пределах площадки контакта сохраняет постоянную величину, и учитывая, что элементарная сила трения направлена против относительной скорости  $v_{\text{отн}}$  (рис. 2), уравнение равновесия ведомого диска имеет вид

$$T = f \int_S p(x, y) \cos \varphi \, ds, \quad (1)$$

где  $p(x, y) = p_0 \left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right)$  — давление в произвольной точке площадки контакта, которое, на основании исследований [1, 3], принято параболическим;

$p_0 = \frac{3}{8} \frac{N}{ab}$  — максимальное давление;



$N = \frac{Q}{\cos \alpha}$  — сила нормального давления.

Уравнение (1) в полярных координатах для прямоугольной формы площадки контакта запишется так:

$$T = 2f\mu_0 \left[ \int_a^{\arctg \frac{a}{x_c + b}} \int_{\frac{x_c - b}{\cos \varphi}}^{\frac{x_c + b}{\cos \varphi}} \left( 1 - \frac{\rho^2}{a^2} \sin^2 \varphi \right) \rho d\rho + \int_{\arctg \frac{a}{x_c - b}}^{\arctg \frac{a}{x_c + b}} \int_{\frac{x_c - b}{\cos \varphi}}^{\frac{x_c + b}{\cos \varphi}} \left( 1 - \frac{\rho^2}{a^2} \sin^2 \varphi \right) \rho d\rho \right]. \quad (2)$$

После интегрирования и преобразований уравнение (2) принимает вид:

$$\psi = \frac{3}{8} \frac{1}{a} \lambda. \quad (3)$$

Здесь  $\psi = \frac{T}{Nf}$  — коэффициент тяги, характеризуемый отношением передаваемой касательной силы  $T$  к силе трения  $Nf$ , действующей перпендикулярно к линии контакта;  $\lambda$  — безразмерный параметр коэффициента тяги, зависящий от изменения координаты полюса качения и параметров площадки контакта, определяемый уравнением:

$$\lambda = \frac{4x_c}{b} \left[ \frac{(x_c^2 + b^2)}{2a^2} + 1 \right] \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \varphi_1 \right) \right| - \frac{2x_c}{b} \frac{(x_c^2 + b^2)}{a(x_c - b)^2} l_2 + \frac{a}{2b^2} (l_1 - l_2) + \\ + \frac{(x_c - b)^4}{4ab^2} \left[ \frac{l_2}{(x_c - b)^2} - \frac{l_1}{(x_c - b)^2} \right] + \frac{(x_c - b)^2}{b^2} \left[ 1 + \frac{(x_c - b)^2}{4a^2} \right] \ln \left| \frac{\operatorname{tg}(\pi/4 + \varphi_1)}{\operatorname{tg}(\pi/4 + \varphi_2)} \right|, \quad (4)$$

где  $l_1 = \sqrt{(x_c + b)^2 + a^2}$ ;  $l_2 = \sqrt{(x_c - b)^2 + a^2}$ ;

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} \arctg \frac{a}{x_c + b}; \quad \varphi_2 = \frac{1}{2} \arctg \frac{a}{x_c - b}.$$

В многодисковых вариаторах наиболее доминирующими потерями являются потери на трение на площадке контакта, определяемые угловой скоростью относительного вращения соприкасающихся дисков и моментом сил трения относительно полюса качения.

Для рассматриваемого случая угловая скорость относительного вращения фрикционных дисков определяется по формуле:

$$\omega_c = \omega_2 (1 - i_2) \cos \alpha, \quad (5)$$

где  $i_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_p}{R_p} = \frac{r + x_c \cos \alpha}{R_c + x_c \cos \alpha}$

— действительное передаточное отношение, определяемое по радиусам  $R_p$  и  $r_p$ , соответствующим полюсу качения;

$\alpha$  — угол конусности рабочих поверхностей дисков;

$r$  — радиус конического диска, соответствующий среднему радиусу  $R_c$  отбуртованного диска.

Применительно к площадке контакта уравнение момента трения имеет вид:

$$M_T = f \int p(x, y) dS. \quad (6)$$

Интегрируя (6) в той же области, что и (1), после преобразования получим:

$$M_T = \frac{3}{8} N f b \lambda, \quad (7)$$

где  $\lambda$  — безразмерный параметр момента трения, зависящий от изменения координаты полюса качения в скоростном поле площадки контакта, определяемый выражением:

$$\begin{aligned} \lambda = & \frac{l_1^2}{10a^2b^2(x_c+b)^4} [(x_c-b)^5 - (x_c+b)^5] + \frac{1}{4ab^2} \left\{ \frac{4}{3} [(x_c+b)^3 - (x_c-b)^3] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{5a^2} [(x_c+b)^5 - (x_c-b)^5] \right\} \cdot \left[ \frac{al_1}{(x_c+b)^2} + \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \varphi_1 \right) \right| \right] + \\ & + \ln \left| \left( \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_1} \right)^{\frac{2a^2}{15b^2}} \left[ \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \varphi_1 \right)}{\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \varphi_2 \right)} \right]^{\frac{2A}{ab^2}} \right| + \frac{(x_c-b)l_2}{60a^2b^2} [3(x_c-b)^2 - 22a^2] + \\ & + \frac{(x_c+b)l_1}{b^2} \left\{ \left( \frac{x_c-b}{x_c+b} \right)^3 \left| \frac{1}{3} + \frac{(x_c-b)^2}{20a^2} \right| + \frac{2}{15} - \frac{l_1^2}{10a^2} \left( \frac{x_c-b}{x_c+b} \right)^3 \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

где 
$$A = \frac{(x_c-b)^2}{8} \left| \frac{4}{3} + \frac{(x_c-b)^2}{5a^2} \right|.$$

На ЭВМ были подсчитаны значения параметров  $\lambda$  и  $\lambda_1$ , которые на рис. 3 представлены в виде графиков в зависимости от координаты полюса качения при различных значениях длины площадки контакта  $2a$ . Кривые, приведенные сплошными линиями, соответствуют изменению параметра  $\lambda$ .

Из графиков видно, что удаление полюса качения при расположении его за пределами площадки контакта увеличивает коэффициент тяги и момент трения, и при больших значениях длины площадки контакта интенсивность роста безразмерного параметра  $\lambda$  больше, чем параметра  $\lambda_1$ , а при малых значениях длины площадки — наоборот.

Допуская, что равнодействующая сил трения приложена к геометрическому центру площадки контакта, с учетом уравнений (5) и (7) к. п. д. многодискового вариатора от геометрического скольжения

$$\eta_c = 1 - \frac{N_T}{N_1} = \frac{\psi}{\psi + 0,375 b \lambda \cdot \frac{\rho_p}{\rho_c} \left( \frac{1}{r_p} \pm \frac{1}{R_p} \right) \cos \alpha}. \quad (9)$$

где  $N_1$  — потери мощности в площадке контакта;

$N_2$  — мощность на ведущем валу вариатора;

$\rho_c$  и  $\rho_p$  — расстояние от оси ведомого диска до центра площадки и до полюса качения, как для наружного, так и внутреннего контакта.

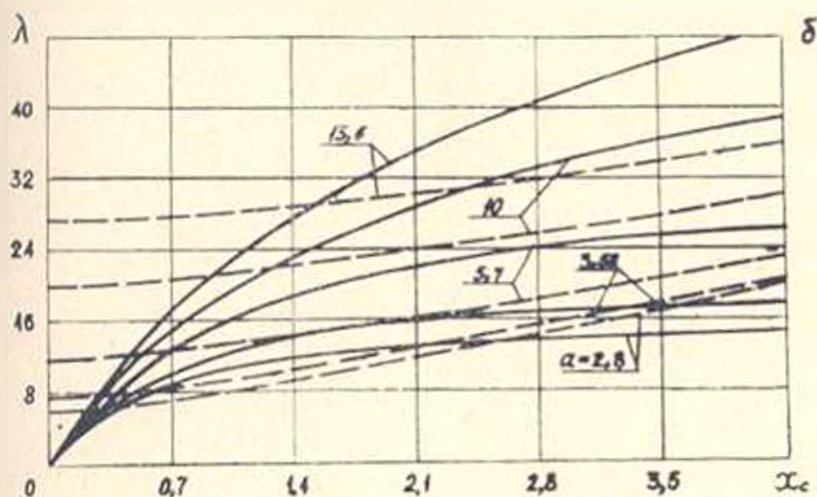


Рис. 3. Графики для определения безразмерных параметров  $\lambda$  и  $\delta$

Знаки плюс и минус имеют место для вариатора с внешним и внутренним контактированием дисков соответственно.

Исследование уравнения (9) для внутреннего контакта показало, что при больших значениях соотношения  $a/b$ , соответствующих большому радиусу конического диска, изменение положения полюса качения, расположенного за пределами площадки контакта, мало влияет на к. п. д. от геометрического скольжения, и при работе вариатора в режиме муфты  $\tau_c = 1$ . При прочих равных условиях увеличение радиуса отбуртованного диска с внутренним конусом приводит к уменьшению геометрического к. п. д. и увеличению коэффициента  $\xi$ .

С целью экспериментального исследования коэффициента относительной потери скорости  $\xi$  и к. п. д.  $\eta$  испытания проводились на специально изготовленном стенде с опытным многодисковым вариатором. Функциональная схема испытательного стенда показана на рис. 4. Нагружение вариатора осуществлялось порошковым тормозом ПТ-40М конструкции ЭНИМС. Регистрация чисел оборотов входного и выходного валов осуществлялась тахогенераторами постоянного тока типа ГД-102, подсоединенные с соответствующим валом пальчиковой полу-муфтой. Вырабатываемые сигналы от тахогенераторов и тензорезисторов, наклеенных на динамометре тормоза, одновременно записывались на шлейфовом осциллографе Н-700.

Коэффициент относительной потери скорости выходного вала вариатора с учетом падения чисел оборотов электродвигателя определялся по формуле:

$$\xi = 1 - \frac{i_{x,x}}{i_x},$$

где  $i_{x,x} = n_{1x}/n_{2x}$  — передаточное отношение вариатора при холостом ходе;

$i_x = n_1/n_2$  — действительное передаточное отношение вариатора (под нагрузкой);

$n_1$ ,  $n_2$  и  $n_{1x}$ ,  $n_{2x}$  — числа оборотов входного и выходного валов вариатора под нагрузкой и на холостом ходу.

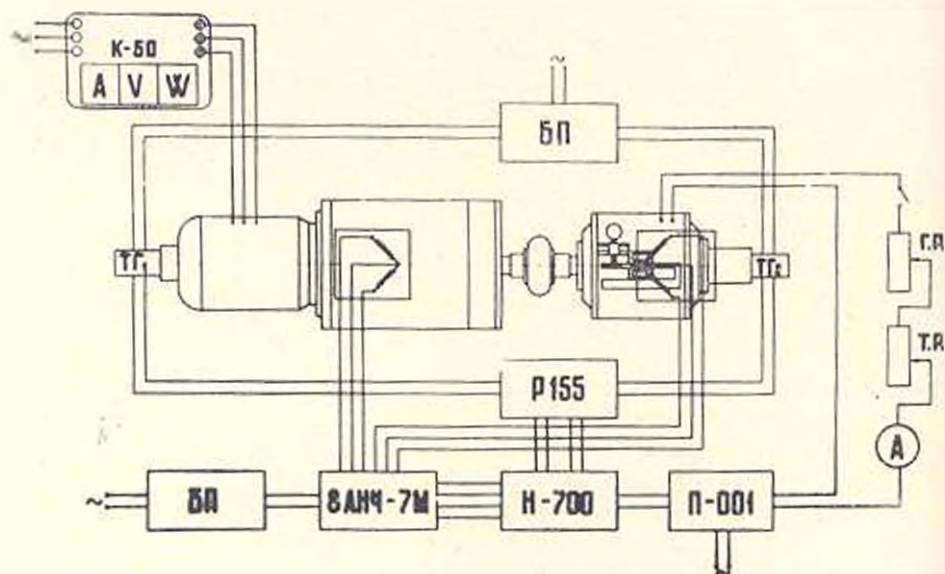


Рис. 4. Функциональная схема испытательного стенда: К-50 — измерительный комплект; ТГ<sub>1</sub> и ТГ<sub>2</sub> — тахогенераторы; ГР и ТР — реостаты грубой и тонкой регулировки; Р155 — магазин сопротивлений и шунтов; БП и П-001 — блоки питания; У-700 — шлейфовый осциллограф; ВАНЧ-7М — усилитель

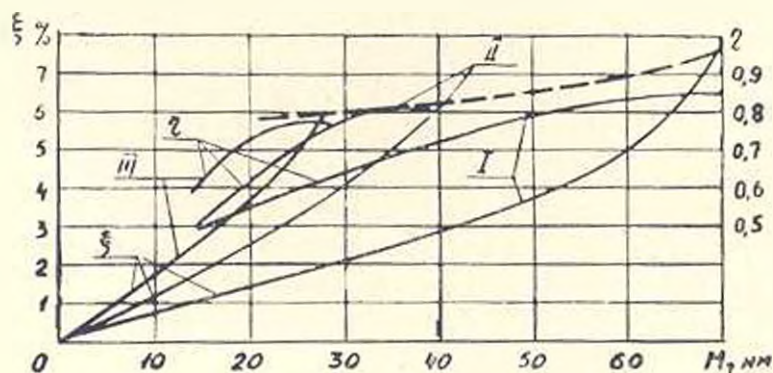


Рис. 5. Зависимости  $\xi = f_1(M_2)$  и  $\xi = f_2(M_2)$  для работы вариатора при  $n_{30} = 1500$  об/мин



На рис. 5 показаны экспериментальные кривые  $\xi = f_1(M_2)$  и  $\tau_1 = f_2(M_2)$  для вариатора в целом при  $n_{\text{н}} = 1500$  об/мин и числе оборотов выходного вала  $n = 400; 645; 900$  об/мин, соответствующих I, II, III режимам работы. Из графиков видно, что коэффициент относительной потери скорости  $\xi$  до начала буксования имеет почти линейный характер, а уменьшение передаточного отношения вариатора приводит к увеличению коэффициента  $\xi$  и к. п. д. Графики показывают, что при номинальной нагрузке изменение к. п. д. в диапазоне регулирования чисел оборотов незначительно и колеблется в пределах  $0,75 \div 0,85$  (большее значение соответствует меньшему числу оборотов ведомого вала). Испытание вариатора показало, что он может передать постоянную мощность с максимальным коэффициентом падения скорости  $\xi$ , равным 7,7 %. Пунктирная кривая соответствует наибольшим значениям коэффициента  $\xi$  в диапазоне регулирования. Кривые построены при работе вариатора на масле ВМ-5 с плавным нагружением.

Знаменский филиал ЭНИМС

Поступило 10.XII.1974.

Յ. Բ. ԱՂԱՎԵՐԵԱՆ, Լ. Խ. ԳՈՐԻՍԻՆ

### ՊԱՐԻԱՆ ԲԵՎԵՐԻ ԳԻՐԲԻ ԱՂԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԲԱԶՄԱԿԱՎԱՐՈՒԹՅԱՆ ՎԱՐԻԱՏՈՐԻ ՔՈՐՇՈՅԻՆ ՀԱՏՈՒԹՅԱՆՆԵՐԻ ՎՐԱ

#### Ա Ն Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Բայերի սխառմի բազմափոփոխակալին մարիատորի նոր տիպի համար քննարկվում է կոնտակտի մակերևույթի սահմաններից դուրս գալովող պարման բնույթի դիրքի ազդեցությունը իրական փոխանցման հարաբերության և երկրաչափական օ. գ. դ.-ի վրա: Բերված են արագության հարաբերական կորուստի գործակցի և օ. գ. դ.-ի փորձարարական հետադասությունների արդյունքները:

Ստացված են կախումներ, որոնք հնարավորություն են քննելու և բացահայտել փոխանցման հարաբերության կախումության և օ. գ. դ.-ի բարձր ցուցանիշներն ապահովող պայմանները:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Михайлова В. А., Решетов Л. Н. Потери на площадке контакта в регулируемых фрикционных передачах. «Вестник машиностроения», № 2, 1957.
2. Вирабоа Р. В., Петрова Т. М. Тяговые свойства фрикционных передач с эластичным телом. «Вестник машиностроения», № 11, 1969.
3. Красеньков В. И., Смирнов В. И. Конструкция и расчет бесступенчатых фрикционных передач. Сб. «Расчеты на прочность», вып. 5, Машино, 1960.

## ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕХНИКА

Я. М. ПОГОСЯН, С. А. АРУТЮНЯН, К. Л. ОВАНЕСЯН

О ВЫСОКОЧАСТОТНОМ СПОЛЗАНИИ В  
ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ

Явление червеобразного движения доменных границ впервые описано в [1] при исследовании тонких ферромагнитных пленок толщиной более  $900 \text{ \AA}$  под действием импульсных наносекундных полей, приложенных в направлении оси трудного намагничивания (ОТН). Доменные границы при этом находятся в непрерывном движении, и, в отличие от сползания доменных границ, где направление приложенного поля по оси легкого намагничивания (ОЛН) предопределяет направление движения доменных границ, здесь граница как бы колеблется (и довольно широком диапазоне, вплоть до нескольких миллиметров) вокруг некоторого равновесного положения. Причину существования червеобразного движения в пленках толщиной более  $900 \text{ \AA}$  авторы работы [1] находили в гиромагнитном поведении спинов блоховской границы. Вслед за этой работой появилось несколько работ [2-6], где по сути подтверждаются идеи, приведенные в [1].

В настоящей статье приводится другой возможный механизм червеобразного движения доменных границ в тонких ферромагнитных пленках с границей с поперечными связями.

Исследования проводились на пленках состава  $80-20 \text{ Ni-Fe}$  и  $80 \text{ ПХС}$  толщиной  $800-3000 \text{ \AA}$ , измеренной методом многолучевой интерферометрии. Процесс червеобразного движения наблюдался методом магнитооптического эффекта Керра при полной компенсации поля Земли в направлении ОЛН. Импульсные поля создавались катушками Гельмгольца, питающимися импульсным генератором Г5-3Б с длительностью переднего фронта импульса до  $50$  наносекунд.

**Экспериментальные данные и обсуждение результатов.** Известно, что основными параметрами, приводящими к червеобразному движению доменных границ, являются как продолжительность переднего и заднего фронтов импульса [1], так и коэрцитивная сила смещения доменных границ [6].

На рис. 1 приводятся области существования червеобразного движения доменных границ (заштрихованные области) в координатах  $H_{\text{им}}$  (импульсное поле по ОТН) и  $H_{\text{ст}}$  (постоянное поле по ОТН для пленки толщиной  $1280 \text{ \AA}$  и продолжительностью переднего фронта импульса  $50 \text{ нсек}$ ). Зависимость величины шага червеобразного движения за один импульс ( $\delta$ ), соответствующая режиму АА (рис. 1), приводит-

ся на рис. 2. Аналогичность кривых, приведенных на рис. 2, и кривых, приведенных на рис. 6 нашей работы [7] и полученных в режиме сползания, не вызывает сомнения, что подтверждает единство природы сползания и червеобразного движения доменных границ в тонких пленках.

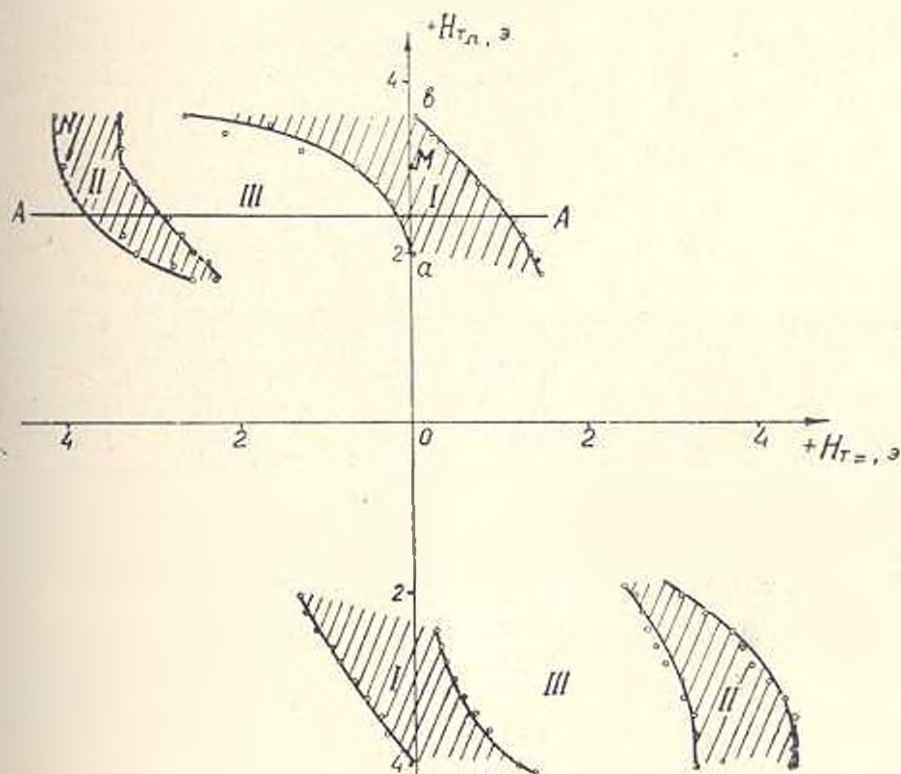


Рис. 1. Значения полей (заштрихованные области), при которых осуществляется червеобразное движение для пленки с  $H_c = 1,8$  Э,  $H_k = 5,3$  Э

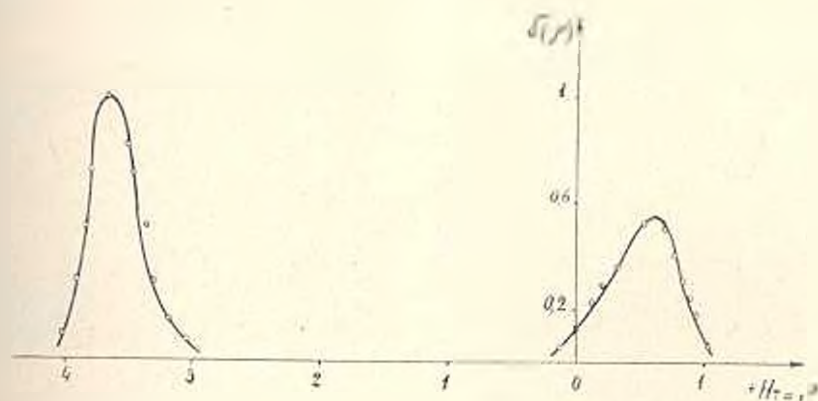


Рис. 2. Зависимость величины шага смещения ( $\Delta$ ) от амплитуды от соответствующего режима на рис. 1

ках, независимо от нас отмеченное в работе [8]. Из рис. 1 видно, что червеобразное движение существует в определенной области величин полей  $H_{\text{н}}$  и  $H_{\text{т}}$ .

Магнитооптические исследования показали также, что червеобразное движение имеет место, когда направление действующего импульсного поля находится в секторе углов, соответствующем  $2\alpha_{\text{н}}$ . При этом, если  $\alpha = 0^\circ$  ( $\alpha$  — угол между ОТИ и направлением приложенного поля), червеобразное движение осуществляется таким образом, чтобы сохранить размагниченное состояние пленки, то есть хотя и границы и пленка находятся в движении, но в каждый момент этого процесса доменная структура напоминает размагниченное состояние пленки по ОТИ. Это хорошо видно из рис. 3, где сумма площадей, имеющих одно

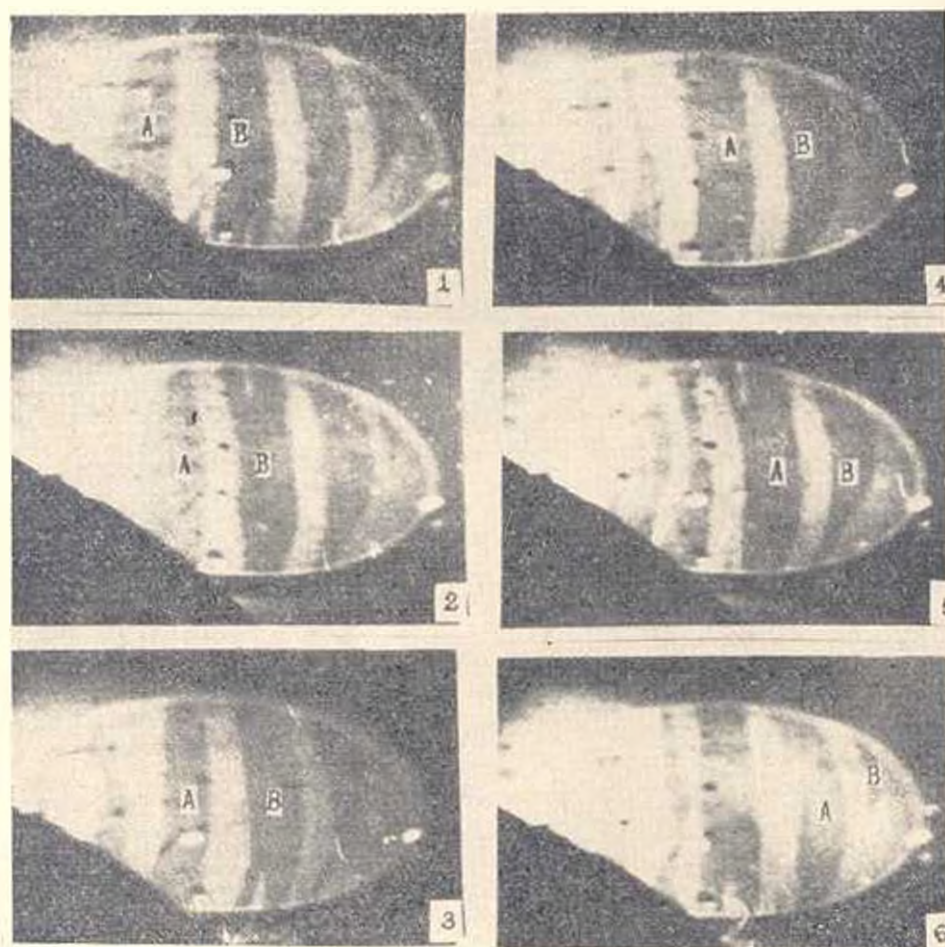


Рис. 3. Изменение доменной структуры в процессе червеобразного движения границы (векторы намагниченности в доменах А и В параллельны)



направление намагниченности, в процессе червеобразного движения остается почти постоянной. Если теперь повернем пленку на угол  $\alpha < \alpha_{\text{кр}}$ , то хотя и движение границ не прекращается, но соотношение площадей антипараллельных доменов изменяется так, что разность площадей антипараллельных доменов находится в соответствии с Кроу-теровской дисперсией. Наконец, при  $\alpha > \alpha_{\text{кр}}$  пленка становится одно-доменной, и, естественно, исчезают доменные границы, а следовательно, и их движение.

Если принять, что червеобразное движение доменных границ является разновидностью явления сползания, то объяснение этого движения гироманнитным поведением спинов в границе, по нашему мнению, является неудовлетворительным, ибо сползание доменных границ наблюдается и в статическом режиме. Причиной такого объяснения, по-видимому, является отсутствие единого мнения о механизме сползания доменных границ типа Блоха. Существующие модели низкочастотного сползания доменных границ типа Блоха [9—11] страдают многими недостатками и не могут быть приняты в основу для объяснения процесса высокочастотного сползания. С другой стороны, червеобразное движение имеет место в пленках толщиной 900 Å и более, где существуют границы с поперечными связями (в [12] показано, что этот тип границы может существовать и в пленках толщиной 2000 Å и, поэтому, объяснение червеобразного движения доменных границ в свете предложенной нами модели сползания доменных границ с поперечными связями, основанной на данных электронномикроскопических исследований, по нашему мнению, более уместно.

Из приведенной на рис. 3 серии магнитооптических снимков нетрудно видеть, что роль размагничивающих полей здесь весьма существенна, ибо они вынуждают границу колебаться таким образом, чтобы в каждый момент времени состояние доменной структуры соответствовало бы минимуму размагничивающих полей. Поэтому возможно, что если какая-либо граница в силу каких-либо обстоятельств начнет смещаться, то это движение, естественно, может привести к росту одного из антипараллельных доменов, что безусловно приведет к возникновению размагничивающих полей, действующих по ОЛН, и тем самым обеспечить движение этой же или другой границы таким образом, чтобы восстановить соотношение двух антипараллельных доменов. Естественно, при прочих равных условиях величина размагничивающих полей прямо пропорциональна толщине пленки и в толстых пленках она соответственно больше.

Эффект усиления процесса сползания при крутых импульсных полях, действующих по ОЛН, в свете предложенной нами в работах [13—15] модели, по-видимому, обусловлен тем, что круговая линия Блоха не успевает перейти в свое равновесное положение из-за малого времени нарастания импульса. В работе [16] показано, что действие поля

по ОТН приводит к смещению круговой линии Блоха с удлинением выгона намагниченного к внешнему полю неселевского сегмента границы. Присутствие постоянно действующего поля по ОЛН приводит к прогибу границы с углом при вершине с круговой линией Блоха, и в этом случае наблюдается рост коэрцитивной силы смещения круговой линии Блоха при приложении поля по ОТН, то есть положение круговой линии Блоха при наличии неходного поля по ОЛН не будет соответствовать равновесному состоянию. Это обстоятельство безусловно может привести к возникновению дивергенции магнитного потока вблизи граници. Последняя снимается срывом границы на крестообразных линиях Блоха [14], и сползание границы завершается переходом круговой линии Блоха в свое равновесное состояние. В случае высокочастотного сползания рост коэрцитивной силы смещения круговой линии Блоха только при импульсных полях по ОТН диктуется самим характером ее движения. Если  $\tau_{\text{пер}} = 5-10$  нсек ( $\tau_{\text{пер}}$  — продолжительность переднего фронта импульса) достаточно для поворота векторов намагниченности в соседних доменах, то это время далеко недостаточно для переноса круговой линии Блоха в равновесное состояние, ибо этот процесс осуществляется смещением самой круговой линии Блоха, имеющей диаметр меньше, чем ширина границы [17]. Имитация условий сползания в данном случае, выражающаяся в искусственном росте коэрцитивной силы смещения круговой линии Блоха, вполне логична: эффективность червеобразного движения тем сильнее, чем меньше  $\tau_{\text{пер}}$ .

Наличие импульсных полей с крутыми наносекундными фронтами является необходимым условием для создания высокочастотного сползания. Вторым обязательным условием для поддержания процесса движения доменных границ является наличие постоянно действующего поля по ОЛН с амплитудой по крайней мере равной 0,01 Э, способной вызвать процесс сползания. В состоянии насыщения пленки по ОЛН величина магнитоэстатических полей рассеяния, действующих по ОЛН, составляет  $H' = 4\pi M/D$ , где  $t$  и  $D$  — толщина и диаметр пленки соответственно. При  $t = 2000 \text{ \AA}$  и  $D = 1 \text{ см}$   $H' \approx 0,2 \text{ Э}$ , что является достаточным для приведения пленки в размагниченное состояние путем сползания доменных границ, при котором  $H'$  становится равным нулю.

Для поддержания непрерывного движения границ наряду с  $H'$  необходимо существование и другого поля, конкурирующего с  $H'$ . Как было показано нами в [19], такими полями являются поля, связанные с дисперсией анизотропии как по направлению, так и по амплитуде.

На справедливость принятой модели сползания для объяснения червеобразного движения доменных границ указывает также следующий эксперимент.

Были исследованы пленки с различными магнитными параметрами (табл. 1), в режиме высокочастотного сползания и строились критические кривые сползания ( $\delta = 0,07 \text{ мкм} = \text{const}$ ) в зависимости от по-

лей  $H_c$  и  $H_d$ . На рис. 4 приводятся критические кривые сползания в координатах  $H_d - H_c$ , где в качестве параметра взято  $H_{c0}$ , значение которого выбиралось кратным статическому полю аннигиляции данной пленки. Величина поля аннигиляции определялась для каждой пленки по кривым зависимости величины шага смещения ( $\delta$ ) за один импульс

Таблица 1

| №№ | Обозначение образцов | Толщина, $\mu$ | $H_{c0}$ , Э | $H_{c1}$ , Э | $H_{c2}$ , Э |
|----|----------------------|----------------|--------------|--------------|--------------|
| 1  | ○                    | 2000           | 1,00         | 4,7          | 1,90         |
| 2  | ●                    | 2000           | 1,30         | 11,7         | 2,60         |
| 3  | □                    | 2000           | 1,40         | 4,2          | 1,00         |
| 4  | ◻                    | 2000           | 1,50         | 6,5          | 1,17         |
| 5  | △                    | 1200           | 1,70         | 8,1          | 2,30         |
| 6  | ▲                    | 2000           | 1,85         | 3,9          | 1,00         |
| 7  | ◐                    | 1200           | 1,95         | 10,1         | 1,17         |

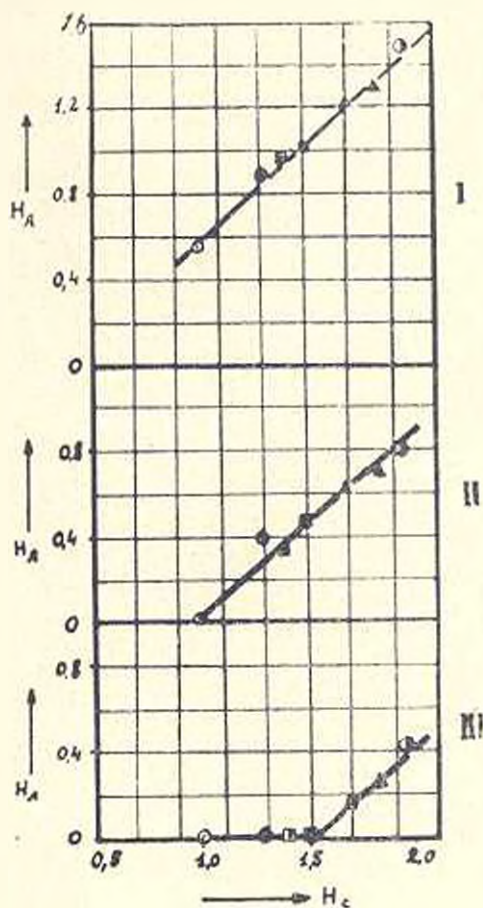


Рис. 4. График зависимости поля  $H_d$ , соответствующего сползанию доменных границ ( $\delta = \text{const}$ ), от коэрцитивной силы ( $H_c$ ) пленок. В качестве параметра взято нормированное к полю аннигиляции (при статике) импульсное поле, действующее по ОЛН. Точки  $H_d = 0$  соответствуют режиму червеобразного движения.

1— $H_{c0} - H_d$ ; II— $H_{c1} - 3H_d$ ; 2; III— $H_{c2} - 2H_d$

от постоянного поля  $H_{c0}$  в режиме низкочастотного сползания, расстояние между максимумами которых, как отмечалось нами ранее [7], характеризует величину  $2H_d$  (см. рис. 2). Из кривой 1, полученной при  $H_{c0} = H_{c1}$ , видно, что для возникновения сползания доменных границ с  $\delta = 0,07 \mu\text{м}$  в пленке с  $H_c = 1,3$  Э надо по ОЛН приложить поле, равное  $0,56$  Э, а в случае пленки с  $H_c = 1,3$  Э поле по ОЛН должно быть  $\approx 0,56 + (1,3 - 1) = 0,9$  Э. То есть поле  $H_d$ , необходимое для создания процесса сползания доменных границ с  $\delta = 0,07 \mu\text{м}$ , в пленках с различной коэрцитивной силой при соответствующих значениях  $H_c$  возрастает с увеличением коэрцитивной силы пленки, причем зависимость  $H_d = f(H_c)$  носит линейный характер. При сравнении кривых I, II, III, полученных при приложении различного по величине поля  $H_{c1}/H_d$ , видно, что для возникновения процесса сползания доменных границ в одной и той же пленке

при больших значениях  $H_{\text{св}}/H$ , требуется уже меньшее поле по ОЛН, например, для пленки 4 (см. табл. 1) с  $H_c = 1,5$  Э:

$$\text{при } H_{\text{св}} = 1,17 \text{ Э} \quad H_{\text{с}} = 1,02 \text{ Э};$$

$$\text{при } H_{\text{св}} = 1,87 \text{ Э} \quad H_{\text{с}} = 0,48 \text{ Э};$$

$$\text{при } H_{\text{св}} = 2,34 \text{ Э} \quad H_{\text{с}} = 0;$$

для пленки 5 с  $H_c = 1,7$  Э:

$$\text{при } H_{\text{св}} = 2,3 \text{ Э} \quad H_{\text{с}} = 1,23 \text{ Э};$$

$$\text{при } H_{\text{св}} = 3,7 \text{ Э} \quad H_{\text{с}} = 0,63 \text{ Э};$$

$$\text{при } H_{\text{св}} = 4,6 \text{ Э} \quad H_{\text{с}} = 0,15 \text{ Э}.$$

Таким образом, как и следовало ожидать, рост поля по ОЛН приводит к возрастанию эффективности процесса сползания. Как видно из кривых II (пленка 1) и III (пленки 1, 2, 3, 4), при определенных значениях поля  $H_{\text{св}}/H_c$  величина магнитоэлектронных полей рассеяния, по-видимому, становится приблизительно равной коэрцитивной силе, и для поддержания сползания границы не требуется внешнего постоянного поля по ОЛН, что и является режимом чересобразного движения.

ЕРГУ

Поступило 21.IX.1972.

Յու. Կ. ՊՈԼՅԱՆՈՎ, Ս. Ս. ՀԱՐՈՒԹՅԱՆՈՎԱՆ, Կ. Հ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ:

## ԲԱՐՉՐԱՀԱՆԱԽԱՅԻՆ ՍՈՎԵՐ ՀԵՌՈՄԵԴԻՈՒՄԱՆ ՔԱՂԱՅԻՆԵՐՈՒՄ

### ԱՄՓԻՍՓԻՆԻՍ

Հոդվածում հետազոտված է դոմենային պատերի որդանման շարժումը (ստրիմինգ) թաղանթի դժվար մագնիսացման առանցքի ուղղությամբ տրվող նանոպայրկյանային դաշտում:

Յույց է արվում, որ երբ իմպուլսի հակառի տեղադրությունը 50 նվրկ է, դժվար մագնիսացման առանցքով տրվող հաստատուն դաշտի ազդեցությունն արտփխին է, ինչպիսին ունի նա դոմենային պատերի ցածրա հոճախային սողորի վրա: Դա նշանակում է, որ բարակ թաղանթներում դոմենային պատերի սողոր և որդանման շարժումը ունեն նույն բնույթը: Բերվում է դոմենային պատերի որդանման շարժման հետաքննարկման մեխանիզմը: Հիմք բնդունելով դոմենային պատերի սողորի վերաբերյալ հեղինակների կողմից նախկինում առաջարկած մոդելը, հաշվի առած այն, որ որպես հեղամագնիսացման առանցքով դործող հաստատուն դաշտեր են ծառայում ինչպես թաղանթի ապամագնիսացող դաշտերը, այնպես էլ թաղանթի անիզոտրոպիայի դիսկրետային առկայությունը:



## ЛИТЕРАТУРА

1. *Stuin K. U., Feldtkeller E. J.* Appl. Phys., 1967, **38**, 1401.
2. *Kusuda T., Konishi S., Sakurai Y.* IEEE Trans. Mag., 1967, **3**, 286.
3. *Bourne H. C., Kusuda T., Lin C. H.* IEEE Trans. Mag., 1968, **4**, 440.
4. *Bourne H. C., Kusuda T., Lin C. H. J.* Appl. Phys., 1969, **40**, 1220.
5. *Bourne H. C., Kusuda T., Lin C. H.* IEEE Trans. Mag., 1969, **5**, 247.
6. *Kusuda T. T., Bourne H. C., Bartran D. S.* IEEE Trans. Mag., 1971, **7**, 165.
7. *Погосян Я. М., Арутюнян С. А.* ФММ, **34**, 1164, 1972.
8. *Хистенко А. И., Шишков А. Г.* и др. ФММ, **34**, 1179, 1972.
9. *Olson A. L., Torok E. J. J.* Appl. Phys., 1966, **37**, 1297.
10. *Виноградов О. А., Ильичева Е. Н.* и др. Физика магнитных пленок. Пркутек, 1968, стр. 219.
11. *Kayser W., Pohn A. V., Samuels P. L.* IEEE Trans. Mag., 1969, **5**, 236.
12. *Torok E. J., Oredson H. N., Simon W. I. J.* Appl. Phys., 1970, **41**, 1338.
13. *Погосян Я. М.* ФММ, 1972, **33**, 1207.
14. *Погосян Я. М., Гэрян Э. М., Арутюнян С. А.* ФММ, 1972, **34**, 1004.
15. *Погосян Я. М.* ДАН СССР, 1972, т. **203**, 1290.
16. *Погосян Я. М., Шишков А. Г., Телеснин Р. В.* ФММ, 1970, **30**, 880.
17. *Feldtkeller E., Thomas H.* Phys. condens. Mater., 1965, **4**, 8.
18. *Костяков В. А., Салинский Н. М.* ФММ, 1971, **31**, 745.
19. *Погосян Я. М., Арутюнян С. А.* ФММ, 1973, **36**, 270.



## ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М. А. КАРАПЕТЯН

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В НЕОДНОРОДНОМ  
ДИЭЛЕКТРИКЕ, СМОДЕЛИРОВАННОМ  
МОНОДИСПЕРСНОЙ СИСТЕМОЙ

Расчетам электрического поля в неоднородных диэлектриках, аппроксимированных монодисперсными системами, при внешнем однородном постоянном, синусоидальном и импульсных полях посвящены работы [1-5]. Однако, отсутствие в этих работах анализа полученных аналитических результатов не позволило выяснить вопросы, являющиеся конечной целью исследований, а именно: какие параметры диэлектрика и включений должны быть учтены при расчете электрического поля в неоднородном диэлектрике — диэлектрические проницаемости или удельные электропроводности в зависимости от длительности приложения постоянного и синусоидального полей, частоты синусоидального и формы импульсных внешних полей; каково влияние концентрации и формы включений на интенсивность поля в неоднородном диэлектрике? В данной работе, пользуясь результатами [1-5], обсуждаются перечисленные выше вопросы, представляющие практический интерес.

Относительные величины напряженностей электрического поля внутри эллипсоидальных включений ( $E_1$ ), в среде ( $E_2$ ) у вершин первых и взаимного влияния ( $E'$ ) при внешнем постоянном поле (напряженности  $E_0$ ) определяются по формулам:

$$E_1'(t) = E_1(t)/E_0 = 1 - (1-f)N_a[(m-n)e^{-t/\tau} + n];$$

$$E_2(t) = E_2(t)/E_0 = 1 + [1 - (1-f)N_a][(m-n)e^{-t/\tau} + n]; \quad (1)$$

$$E_b'(t) = E_b(t)/E_0 = f[(m-n)e^{-t/\tau} + n]N_a. \quad (2)$$

где  $N_a$  — коэффициент деполяризации эллипсоида вдоль оси  $2a$ , ориентированного по направлению внешнего поля;  $f$  — объемная концентрация включений;

$$\tau = \frac{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)(1-f)N_a}{\gamma_2 + (\gamma_1 - \gamma_2)(1-f)N_a}$$

— постоянная времени установления поля;

$$m = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(1-f)N_a}; \quad n = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_2 + (\gamma_1 - \gamma_2)(1-f)N_a}; \quad (3)$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$  и  $\gamma_1, \gamma_2$  — абсолютные диэлектрические проницаемости и удельные проводимости веществ включений и среды соответственно. Зависимости  $E_1, E_2$  и  $E_3$  от времени приведены на рис. 1, а зависимости начальных и установившихся значений этих же напряженностей от концентрации и формы включений  $N_a$  для двух типов монодисперсных систем — на рисунках 2 и 3. Сплошные линии относятся к системе с диэлектрическими включениями ( $\gamma_1 \gg \gamma_2 \approx 10^{-10}$  См/м), прерывистые линии — с полупроводящими ( $\gamma_1 \gg \gamma_2 \approx 10^{-10}$  См/м).

В случае  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$  и  $\gamma_1 < \gamma_2$  поле взаимного влияния отрицательное или встречное ( $m < 0$ ;  $n < 0$ ;  $E_n < 0$ ). Это значит, что напряженность действующего поля  $E_d$  меньше  $E_0$ , т. е.

$$E_d = E_0 + E_n < E_0. \quad (4)$$

С увеличением концентрации включений,  $E_n$  по абсолютной величине увеличивается, а  $E_d$  — уменьшается. Это приводит к уменьшению  $E_1$  и  $E_2$ , хотя всегда  $E_1 > E_2$ ,  $E_1 > E_0$  и  $E_2 < E_0$ .

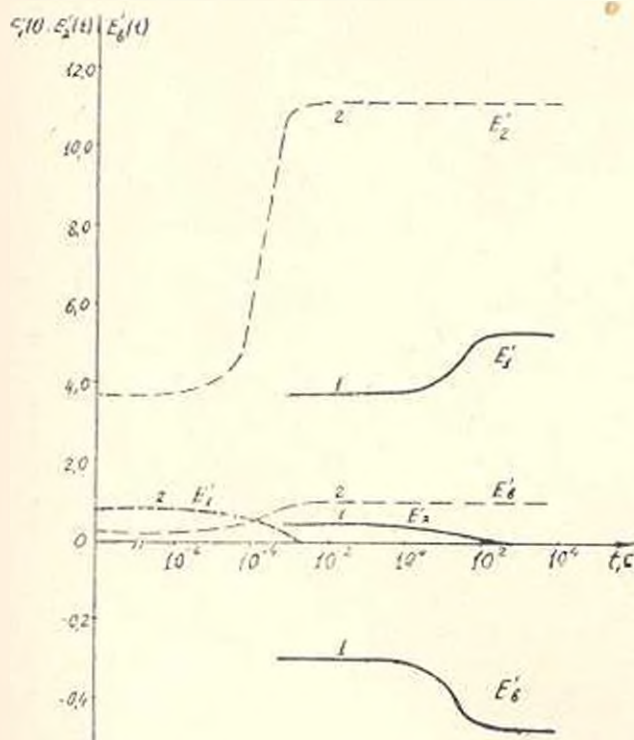


Рис. 1. Зависимость относительных величин напряженностей электрического поля в дисперсных системах  $E_1, E_2$  и  $E_3$  от времени:

— при  $\varepsilon = \varepsilon_2/\varepsilon_1 = 0.1$ ;  $\gamma = \gamma_1/\gamma_2 = 10^{-3}$ ;  $N_a = 0.9$ ;  $f = 0.1$ ;  $\varepsilon_2/\gamma_2 = 20$ ;  
 - - - при  $\varepsilon = 5$ ;  $\gamma = 10^3$ ;  $N_a = 0.1$ ;  $f = 0.1$ ;  $\varepsilon_2/\gamma_2 = 0.2$ .

В случае  $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$  и  $\gamma_1 > \gamma_2$  поле взаимного влияния положительное или согласное ( $m > 0$ ;  $n < 0$ ;  $E_0 > 0$ ) и  $E_1 > E_0$ . С ростом концентрации включений увеличивается  $E_1$ , следовательно и  $E_2$ , что ведет к усилению интенсивности поля в системе. При этом имеют место неравенства:  $E_2 > E_1$ ,  $E_2 > E_0$  и  $E_1 < E_0$ .

Рассмотрим зависимости  $E_1$  и  $E_2$  от формы эллипсоидальных включений (рис. 3). В случае  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$  и  $\gamma_1 < \gamma_2$  с ростом величины  $N_a$ , т. е. со сплюсыванием включений, напряженности  $E_1$  и  $E_2$  увеличиваются. Увеличение напряженностей с ростом  $N_a$  тем сильнее, чем меньше концентрация включений. Это объясняется усилением (с ростом  $f$ ) встречного поля взаимного влияния. При  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$  и  $\gamma_1 > \gamma_2$  с ростом  $N_a$  напряженности  $E_1$  и  $E_2$  уменьшаются. В случае одиночного

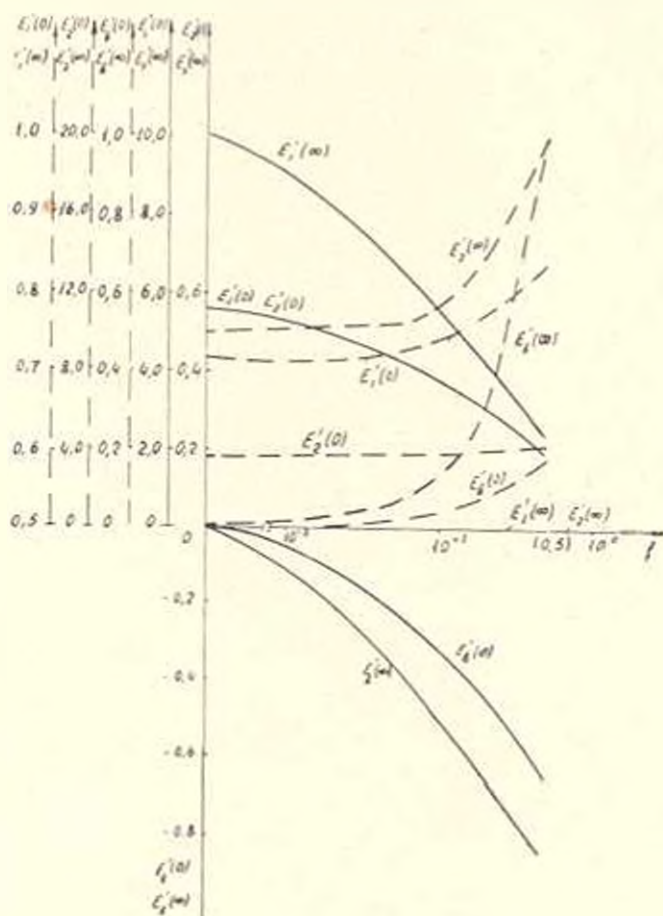


Рис. 2. Зависимости относительных величин напряженностей электрического поля в дисперсных системах при  $E_0 \text{ const}$  от концентрации диэлектрических и полупроводящих включений:  
 — при  $\xi = 0.1$ ;  $\gamma = 10^{-4}$ ;  $N_a = 0.9$ ,  
 — — — при  $\xi = 5$ ;  $\gamma = 10^{-4}$ ;  $N_a = 0.1$



включения уменьшение  $E_1$  и  $E_2$  с ростом  $N_d$  сильнее. С ростом концентрации включений усиливается согласное поле взаимного влияния и уменьшение  $E_1$  и  $E_2$ , связанное с увеличением  $N_d$ , замедляется.

$E_1$ ,  $E_2$  и  $E_3$  при внешнем синусоидальном поле напряженностью  $E_0 = E_{0m} \sin(\omega t + \psi_e)$  определяются выражениями:

$$E_1(t) = k_1 E_{0m} \sin(\omega t + \psi_e - \psi_1) + k'_1 (1 - f) N_d E_{0m} e^{-t/\tau} \sin(\psi_e - \psi_1);$$

$$E_2(t) = k_2 E_{0m} \sin(\omega t + \psi_e - \psi_2) + k'_2 [1 - (1 - f) N_d] E_{0m} e^{-t/\tau} \sin(\psi_e - \psi_2); \quad (5)$$

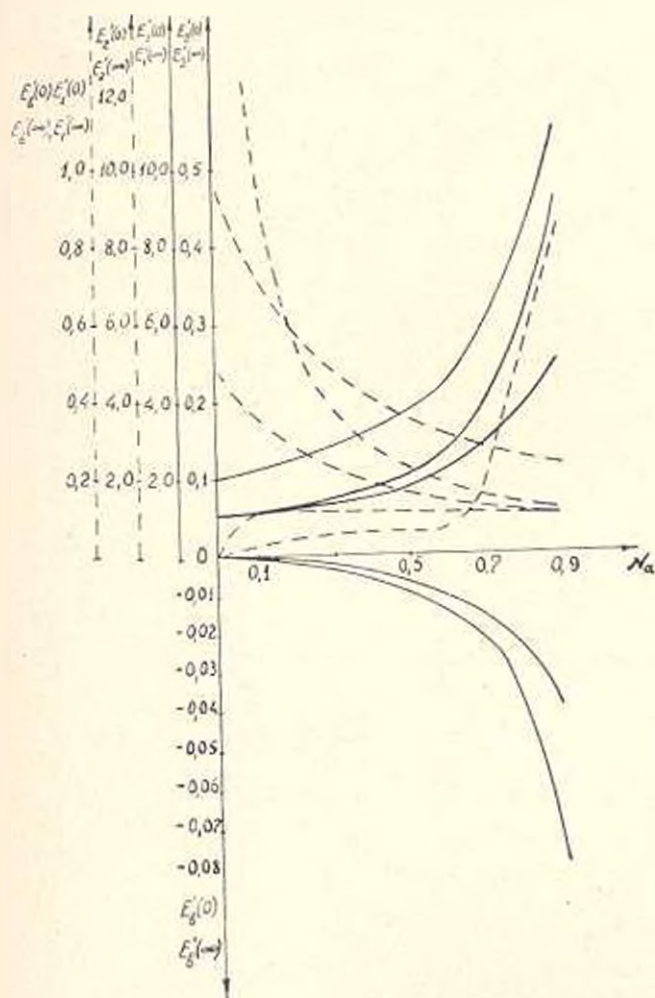


Рис. 3. Зависимости относительных величин напряженностей электрического поля в дисперсных системах при  $E_0 = \text{const}$  от формы диэлектрических и полупроводящих включений:

— при  $\epsilon = 0.1$ ;  $\epsilon_0 = 10^{-3}$ ;  $f = 0.01$ ,  
 --- при  $\epsilon = 5$ ;  $\epsilon_0 = 10^4$ ;  $f = 0.1$

$$E_e(t) = f k_1' E_{am} \sin(\omega t + \psi_e - \alpha) - f k_2' E_{am} e^{-\omega \tau} \sin(\psi_e - \theta_1); \quad (6)$$

где

$$k_1 = n \sqrt{\frac{1 + \omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}}; \quad k_2 = \frac{n(\tau - \Theta)}{\tau \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}};$$

$$k_3 = \sqrt{\frac{[1 - (1-f)nN_a]^2 + \omega^2[\tau - (1-f)nN_a\Theta]^2}{1 + \omega^2 \tau^2}};$$

$$k_4 = \sqrt{\frac{[1 + n[1 - (1-f)N_a]]^2 + \omega^2[\tau + n\Theta][1 - (1-f)N_a]^2}{1 + \omega^2 \tau^2}}; \quad (7)$$

$$\Theta = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/(\gamma_1 - \gamma_2); \quad \theta_1 = \arctg \omega \tau; \quad \alpha = \arctg \frac{\omega(\tau - \Theta)}{1 + \omega^2 \tau^2}; \quad (8)$$

$$\psi_1 = \arctg \omega \frac{(1-f)nN_a(\Theta - \tau)}{1 - (1-f)N_a + \omega^2 \tau[\tau - (1-f)nN_a\Theta]};$$

$$\psi_2 = \arctg \omega \frac{[1 - (1-f)nN_a]n(\tau - \Theta)}{1 + [1 - (1-f)N_a]n + \omega^2 \tau[\tau + [1 - (1-f)N_a]n\Theta]}.$$

Если инородные включения неоднородного диэлектрика являются диэлектриками, постоянная времени  $\tau$ , а также и  $\Theta$  равняются сотням или тысячам секундам. В этом случае, начиная с частоты 50 Гц, члены выражений (7) и (8), содержащие произведения  $\omega\tau$  и  $\omega\Theta$ , намного велики по сравнению с членами, не содержащими  $\omega\tau$  и  $\omega\Theta$ . При этом для коэффициентов  $k_i$  из (7) получаем:

$$k_1' \approx 1; \quad k_2' \ll 1; \quad (9)$$

$$k_3 = 1 - (1-f)N_a n \frac{\Theta}{\tau} = 1 - (1-f)mN_a = E_1(0);$$

$$k_4 = 1 + [1 - (1-f)N_a]n \frac{\Theta}{\tau} = 1 + [1 - (1-f)N_a]m = E_2(0). \quad (10)$$

Из (9) и (10) следует, что свободные составляющие напряженностей  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E_3$  в неоднородном диэлектрике с диэлектрическими включениями весьма малы по сравнению с принужденными. Из (10) следует также, что в распределении электрического поля в этой системе участвуют только диэлектрические проницаемости ( $\varepsilon_i$ ) веществ компонентов.

Таким образом, синусоидальное поле в неоднородном диэлектрике с диэлектрическими включениями распределяется так, как постоянное поле в первый момент его наложения.

В случае проводящих включений  $\tau$  и  $\Theta$  очень малы (порядка  $10^{-14} - 10^{-15}$  сек), следовательно, в широком диапазоне частот члены в выражениях (7), содержащие произведения  $\omega\tau$  и  $\omega\Theta$ , пренебрежимо малы по сравнению с членами, не содержащими  $\omega\tau$  и  $\omega\Theta$ . Поэтому

$$k_1' = 1; \quad k_2' = n \left( 1 - \frac{\theta}{\pi} \right) = n - m; \quad (11)$$

$$k_3 = 1 - (1-f)nN_a = E_1(\infty);$$

$$k_4 = 1 - [(1-f)N_a]n = E_2(\infty). \quad (12)$$

Из (12) следует, что синусоидальное поле в диэлектрике с проводящими включениями распределяется так, как постоянное поле в установившемся режиме. Поведение неоднородного диэлектрика с полупроводящими включениями (например, с капельками воды) во внешнем синусоидальном поле определяется частотой поля. При низких частотах  $k_3 = E_1(\infty)$  и  $k_4 = E_2(\infty)$ . С повышением частоты  $k_3$  увеличивается, а  $k_4$  уменьшается (рис. 4). В пределе ( $\omega \rightarrow \infty$ )  $k_3 = E_1(0)$  и  $k_4 = E_2(0)$ .

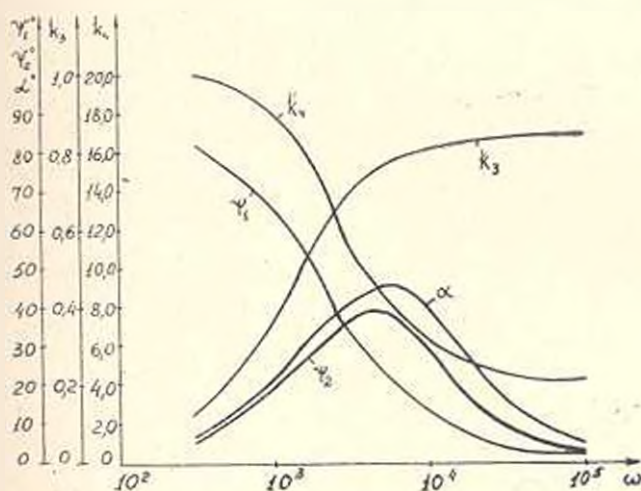


Рис. 4. Зависимость коэффициентов  $k_1, k_2$  и начальных фаз  $\varphi_1, \varphi_2$  от частоты внешнего синусоидального поля для дисперсионной системы с полупроводящими включениями ( $\varepsilon = 5$ ;  $\tau = 10^{-4}$ ;  $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 0,2$ ;  $f = 0,5$ ;  $N_a = 0,1$ )

Из вышесказанного можно сделать вывод, что функции  $E_1(t)$  и  $E_2(t)$  при внешнем постоянном поле (1) определяют граничные значения этих напряженностей при синусоидальном поле любых частот. Величины  $E_1(0)$ ,  $E_2(0)$  и  $E_1(\infty)$ ,  $E_2(\infty)$  являются граничными значениями напряженностей электрического поля во включениях и среде неоднородного диэлектрика и для импульсных внешних полей любых форм.

Обозначим период синусоидального поля через  $T$  и рассмотрим частные случаи:

а) при  $T \gg \tau$  амплитудные значения установившихся составляющих напряженностей электрического поля во включениях и среде равны:

$$E_{1m} = \sqrt{2}E_1(\infty) \text{ и } E_{2m} = \sqrt{2}E_2(\infty),$$

где  $E_1(\infty)$  и  $E_2(\infty)$  определяются из (1) при  $t = \infty$ , если  $E_0 = E_{0m}/\sqrt{2}$ ;

б) когда  $T \ll \tau$ , то  $E_{1m} = \sqrt{2}E_1(0)$  и  $E_{2m} = \sqrt{2}E_2(0)$ , где  $E_1(0)$  и  $E_2(0)$  определяются из (1) при  $t = 0$ ;

в) если  $T$  и  $\tau$  соизмеримые величины, то  $E_{1m}$  и  $E_{2m}$  должны быть определены из (5).

Приведенная выше схема расчета напряженностей  $E_1$  и  $E_2$  практически верна и для периодических затухающих и апериодических импульсных внешних полей. Для случая периодических затухающих импульсов с величиной  $\tau$  должен быть сопоставлен период периодических колебаний. Влиянием изменения декремента колебаний, обычно меняющегося в малом диапазоне, можно пренебречь [4]. В случае стандартного апериодического импульса с величиной  $\tau$  должны быть сопоставлены длительности фронта и всего импульса [3].

При расчете синусоидального поля в неоднородном диэлектрике обычно пользуются формулами одиночного ( $f=0$ ) диэлектрического включения, пренебрегая проводимостями вещества компонентов системы, хотя включения часто бывают полупроводящими (например, капельки воды). Из рисунков 1 и 2 видно, что названный расчет приводит к грубым ошибкам.

Представляет практический интерес определить ту концентрацию включений  $f_1$ , при которой поле взаимодействия составляет один процент от внешнего поля, т. е.  $E_1/E_0 = 0,01$ . Из (2) следует, что

$$\begin{aligned} f_1(0) &= 0,0099 \frac{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)N_a}{|\epsilon_1 - \epsilon_2|N_a}, \\ f_1(\infty) &= 0,0099 \frac{\tilde{\epsilon}_2 + (\tilde{\epsilon}_1 - \tilde{\epsilon}_2)N_a}{|\tilde{\epsilon}_1 - \tilde{\epsilon}_2|N_a}. \end{aligned} \quad (13)$$

При  $\tilde{\epsilon}_2 \gg \tilde{\epsilon}_1$  со сплющиванием эллипсоидальных включений ( $N_a \rightarrow 1$ )  $f_1(\infty) = 0,009$ . В случае сферических включений  $f_1(\infty) \approx 0,01$ . При  $\tilde{\epsilon}_1 \ll \tilde{\epsilon}_2$  со сплющиванием включений  $f_1(\infty) \rightarrow 0$ . Для сферических включений в этом случае получаем  $f_1(\infty) = 0,02$ . Эти результаты представляют интерес не только для электроизоляционной техники, но и электронно-ионных технологических процессов.



Ի. Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԴԱՇՏԸ ԱՆՀԱՄԱՍՆՈՒ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿՈՒՄ, ՈՐԸ ՄՈՊԵԼԱՎՈՐՎԱՆ  
Է ՄՈՆՈԳՆՈՊԵՐՈՒ ՄԻՍՏԵՄՈՎ

Ա. Վ Բ Ո Ւ Ն Ո Վ

Հոգվածը նվիրված է դիսպերս սիստեմներում էլեկտրական դաշտի ուսումնասիրությանն ու անալիզին կախված՝ ներառումների և միջավայրի նյութերի պարամետրներից, ներառումների ձևից և ծավալային կոնցենտրացիայից, կիրառված հաստատուն դաշտի տեղադրությունից, իմպուլսային դաշտի բնույթից և սինուսոիդային դաշտի հաճախությունից: Ասումնասիրությունները կատարված են մոնոգրափերային սիստեմների համար:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Կարապետյան Մ. Ա. Перераспределение постоянного поля в дисперсной системе с сферическими включениями. «Электричество», 1971, № 10.
2. Կարապետյան Մ. Ա. Синусоидальное поле в дисперсной системе с сферическими включениями. «Изв. АН АрмССР. Физика», 1972, № 4.
3. Կարապետյան Մ. Ա. Воздействие импульсов напряжения на неоднородный диэлектрик. «Сборник научных трудов Ереванского политехнического института имени Карла Маркса», том 36, выпуск IV, часть I, 1972.
4. Կարապետյան Մ. Ա. Электрическое поле в неоднородном диэлектрике при вольтационных перенапряжениях. См [3].
5. Կարապետյան Մ. Ա. Электрическое поле в дисперсной системе при произвольной ориентации сферических включений. «Изв. АН АрмССР. Серия технических наук», 1972, № 6.

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Л. Х. МАШИՆՅԱՆ

МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ЦВМ АСИНХРОННОГО  
ДВИГАТЕЛЯ С ТИРИСТОРАМИ В ЦЕПИ СТАТОРА

С внедрением тиристоров регулируемый асинхронный электропривод с фазным управлением получил широкое распространение на практике. Рассмотрим только схемы с тиристорами в цепи питания асинхронного двигателя (АД), позволяющие регулировать эффективное значение подводимого к зажимам статора напряжения. Воздействие на двигатель осуществляется за счет изменения угла открывания тиристоров, что представляет собой разновидность параметрического (амплитудного) регулирования.

Математическое моделирование асинхронных машин, в том числе и двигателей с тиристорами в цепи статора, вообще, базируется на представлении реальной машины некоторой идеализированной моделью, называемой «обобщенной машиной» [1]. При выводе дифференциальных уравнений асинхронной машины вводятся следующие допущения: не учитываются насыщение магнитопровода, потери в стали, влияние пазов, а также высшие пространственные гармоники магнитного поля (считается, что поле каждой обмотки распределено синусоидально по окружности расточки статора). Обычно принимается, что параметры ротора приведены к цепи статора.

Для записи дифференциальных уравнений асинхронной машины использована неподвижная относительно статора система координат. При этом целесообразно оперировать с реальными токами статора, что особенно важно при наличии нелинейных элементов в цепи статора. Обмотку ротора можно преобразовать в эквивалентную двухфазную. Таким образом, при соединении обмоток статора в звезду с изолированной нейтралью уравнения асинхронного двигателя запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} U_{sa} &= r_s i_{sa} + L_s \frac{di_{sa}}{dt} + L_m \frac{di_{ra}}{dt}, \\ U_{sb} &= r_s i_{sb} + L_s \frac{di_{sb}}{dt} + L_m \left( -\frac{1}{2} \frac{di_{ra}}{dt} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{di_{rs}}{dt} \right), \\ U_{sc} &= r_s i_{sc} + L_s \frac{di_{sc}}{dt} + L_m \left( -\frac{1}{2} \frac{di_{ra}}{dt} - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{di_{rs}}{dt} \right), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= r_s i_{rs} + L_s \frac{di_{rs}}{dt} + \omega_r L_r i_{rs} + \omega_r \frac{L_m}{\sqrt{3}} (i_{sb} - i_{sc}) + L_m \frac{di_{sa}}{dt} \\ 0 &= r_r i_{rs} + L_r \frac{di_{rs}}{dt} - \omega_r L_r i_{rs} - \omega_r L_m i_{sa} + \frac{L_m}{\sqrt{3}} \frac{d(i_{sb} - i_{sc})}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$m = \frac{2}{3} p L_m \left[ i_{rs} \frac{(i_{sb} - i_{sc})}{\sqrt{3}} - i_{rs} i_{sa} \right]; \quad (3)$$

$$I \frac{d\omega_r}{dt} = p(m \pm m_c). \quad (4)$$

Здесь  $L_m$  — взаимная индуктивность от главного магнитного поля;  $L_s$  — синхронная индуктивность обмотки статора, равная  $L_s = L_m + L_{s1}$ ;  $L_r$  — синхронная индуктивность обмотки ротора, равная  $L_r = L_m + L_{r2}$ ;  $r_s, r_r$  — активные сопротивления обмоток статора и ротора;  $i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}$  — токи фаз статора;  $i_{rs}, i_{rb}, i_{rc}$  — преобразованные токи ротора в осях  $\alpha, \beta, \gamma$ ;  $m$  — электромагнитный момент;  $m_c$  — момент статической нагрузки;  $\omega_r$  — электрическая угловая скорость ротора;  $I$  — момент инерции;  $p$  — число пар полюсов.

При разработке математической модели расчета на ЦВМ была поставлена задача максимально приблизить ее структуру к реальным схемам исследуемых электроприводов. Для получения гибкой универсальной модели расчета выведены уравнения, позволяющие рассчитывать моменты подачи управляющих импульсов при любом законе изменения угла регулирования  $\alpha$ ; разработан специальный логический блок, имитирующий работу тиристоров. В схемах с естественной коммутацией работе тиристора соответствует логическая операция  $X \wedge Y \vee Z$ , где функция  $X$  соответствует напряжению на тиристоре, функция  $Y$  — сигналу управления вентиля, функция  $Z$  — току через вентиль. Функции  $X, Y$  равны 1, если соответствующие напряжения положительны, и равны нулю, если они отрицательны. Кроме этого, логический блок учитывает особенности работы вентиля на трехфазную нагрузку с изолированной нейтралью [2].

Важной особенностью модели тиристорного регулятора напряжения (ТРН) является то, что каждому тиристору соответствует свой аналог — логическая функция. Такое построение логического блока дает широкие возможности для моделирования различных схем соединения тиристоров (рис. 1), а также позволяет осуществить как симметричное, так и несимметричное управление вентилями. При алгоритмировании предполагается произвольная форма линейных напряжений сети.

Тиристорное управление асинхронным двигателем приводит (в зависимости от угла регулирования  $\alpha$  и динамического угла нагрузки  $\gamma$ ) к чередованию участков: симметричного токового (СТ) режима, который характеризуется наличием тока во всех фазах, несимметричного токового (НТ), когда ток в одной из фаз отсутствует, и бестокового режима (БТ), когда токи всех фаз равны нулю.

1. СТ режим. Открыты ТЭ всех фаз статора (ТЭ—пара встречно-параллельно включенных тиристоров)

$$U_{sa} = \frac{U_{AH} + U_{AC}}{3}, \quad U_{sb} = \frac{U_{BC} + U_{BA}}{3}, \quad U_{sc} = \frac{U_{CA} + U_{CB}}{3}.$$

Последнее уравнение системы (1) можно исключить, учитывая, что

$$i_{sc} = -(i_{sa} + i_{sb}).$$

2. ИТ режим. а) Открыты тиристоры в ТЭ фаз *B* и *C*:  $i_{sa} = 0$ ,  $\frac{di_{sa}}{dt} = 0$ .

Напряжение на отключенной от сети фазе *A*, наведенное токами ротора,

$$U_{sa} = e_{ra} - l_m \frac{di_{ra}}{dt}.$$

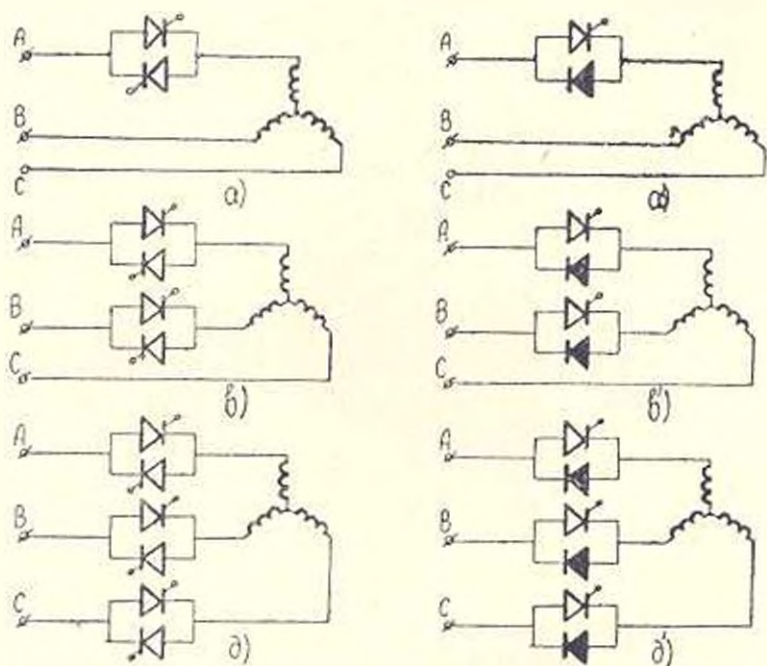


Рис. 1. Схемы трехфазных тиристорных регуляторов напряжения

Третье уравнение системы (1) можно исключить, учитывая, что  $i_{sc} = -i_{sb}$ . Напряжение фазы *B* статора равно:  $U_{sb} = \frac{U_{BC} - U_{sa}}{2}$ .

б) Открыты тиристоры в ТЭ фаз *A* и *C*:  $i_{sb} = 0$ ,  $\frac{di_{sb}}{dt} = 0$ .

Напряжение на отключенной от сети фазе *B* статора, наведенное токами ротора,



$$U_{sb} = e_{rb} = -\frac{1}{2} I_m \frac{di_{ra}}{dt} - \frac{\sqrt{3}}{2} I_m \frac{di_{rc}}{dt}$$

Третье уравнение системы (1) можно исключить, учитывая, что  $i_{ra} = -i_{sa}$ . Напряжение фазы А статора равно:  $U_{sa} = \frac{U_{ac} - U_{sb}}{2}$ .

в) Открыты тиристоры в ТЭ фаз А и В:  $i_{ra} = 0$ ,  $\frac{di_{rc}}{dt} = 0$ .

Напряжение на отключенной от сети фазе С статора, наведенное токами ротора,

$$U_{sc} = e_{rc} = -\frac{1}{2} I_m \frac{di_{ra}}{dt} - \frac{\sqrt{3}}{2} I_m \frac{di_{rb}}{dt}$$

Второе уравнение системы (1) можно исключить, учитывая, что  $i_{sb} = -i_{sa}$ . Напряжение фазы а статора равно:  $U_{sa} = \frac{U_{ab} - U_{sc}}{2}$ .

3. БТ режим. Закрыты все тиристорные элементы фаз. В обмотках статора будут наводиться э. д. с. вращения от токов ротора  $e_{ra}$ ,  $e_{rb}$ ,  $e_{rc}$ . При этом все уравнения системы (1) можно исключить, так как  $i_{ra} = i_{sb} = i_{sc} = 0$ . В уравнениях роторных обмоток (2) следует подставить  $\frac{di_{sa}}{dt} = \frac{di_{sb}}{dt} = \frac{di_{sc}}{dt} = i_{sa} = i_{sb} = 0$ .

Программа расчета универсальной математической модели составлена на ЦВМ БЭСМ-6. В качестве иллюстрации приводится расчетная осциллограмма динамических характеристик пуска двигателя (рис. 2).

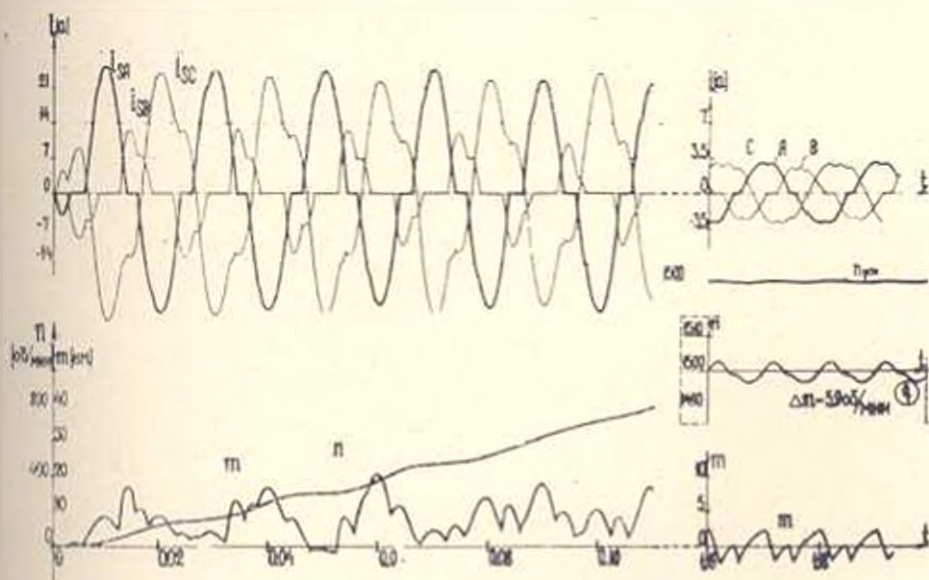


Рис. 2. Расчетная осциллограмма пуска двигателя АО2-31-1 при  $\alpha = 105^\circ$  по схеме а' (рис. 1).  $m_c = 0.1$  н.м.

По разработанной блок-схеме рассчитаны переходные и установившиеся процессы большого числа двигателей различных серий. Для машин различных серий получены экспериментальные характеристики, расхождения которых от аналогичных, рассчитанных на ЦВМ, находятся в пределах, соответствующих принятым допущениям.

ЕрПН им. К. Маркса

Поступило 26.IV.1974

Լ. Խ. ՄԱՇԻՆՅԱՆ

ՄՏԱՏՈՐԻ ՇՂԹԱՅՈՒՄ ՏԻՐԻՍՏՈՐՆԵՐ ՈՒՆԵՑՈՂ ԱՊԱՌԱՐԿՈՆ ՇԱՐՔԻՉԻ  
ԻՌԻՅԱԿԱՆՈՐՈՒՄԸ ԹՎԱՅԻՆ ՀԱՇՎԻՉ ՄԵՔԵՆԱՅԻ ՎՐԱ

Ա Վ Ո Ր Ո Ր Ո Ր Ո Ր

Հաղվածը նվիրված է ստատորի շղթայում տիրիստորներ ունեցող ապա-  
սինիտոն էլեկտրաշարժիչի ստատիկական ու դինամիկական բնութագրերը  
էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենաների վրա հաշվարկելու մաթեմատիկական  
մոդելի մշակման հարցերին:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Копач К. П., Рач Н. Переходные процессы в машинах переменного тока. Госэнер-  
гоиздат, М.—Л., 1963.
2. Петров Л. Н., Тадекзон В. А., Обуховский М. П., Подолов Р. Г. Асинхронный  
электропривод с тиристорными коммутаторами. Изд. «Энергия», М., 1970.

# ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

К. М. МЕЛКОЯН

## МОСТОВАЯ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ЦЕПЬ КАК ЗВЕНО АВТОМАТИЧЕСКОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

В последнее время получили распространение автоматические приборы переменного тока для измерения комплексного сопротивления с компенсационными, компенсационно-мостовыми и мостовыми измерительными цепями [2, 3, 4]. При автоматизации процесса измерения комплексного сопротивления ( $Z = R + jX$ ) соответствующая измерительная цепь включается как звено в автоматическую измерительную систему.

Цель настоящей статьи — исследование динамики мостовой уравновешенной цепи переменного тока (рис. 1) на примере конкретных мостовых цепей (рис. 2). Из множества вариантов исполнений мостовых схем выбраны только 14, содержащие комплексное сопротивление. Указанные схемы можно представить 5 основными видами измерительных цепочек (см. рис. 2). Эти исполнения мостовых цепей рассмотрены в статье в качестве примеров анализа при изучении поведения моста в области больших и малых отклонений от положения равновесия  $E = 0$ .

Как составная часть всего автоматического измерительного прибора мостовая цепь представляет звено в автоматической системе регулирования комплексного сопротивления. Входными сигналами являются составляющие комплексного сопротивления  $\Delta Z$ , выходным — напряжение  $E$  разбаланса моста. Напряжение  $E$  снимается с сопротивления  $Z_4$ , включенного в измерительную диагональ моста, как показано на рис. 1.  $Z_x$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$ ,  $Z_1$  — соответственно измеряемое, регулируемое и включенные в противоположные плечи мостовой цепи балансные сопротивления.

На основании законов Кирхгофа получена передаточная зависимость  $E(\Delta Z)$ :

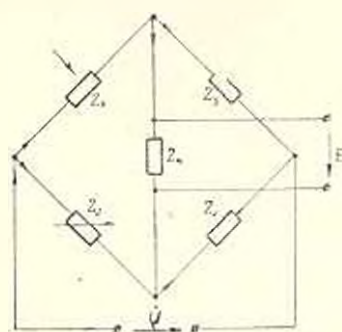


Рис. 1. Мостовая измерительная цепь переменного тока  $U = U_0 \sin \omega t$

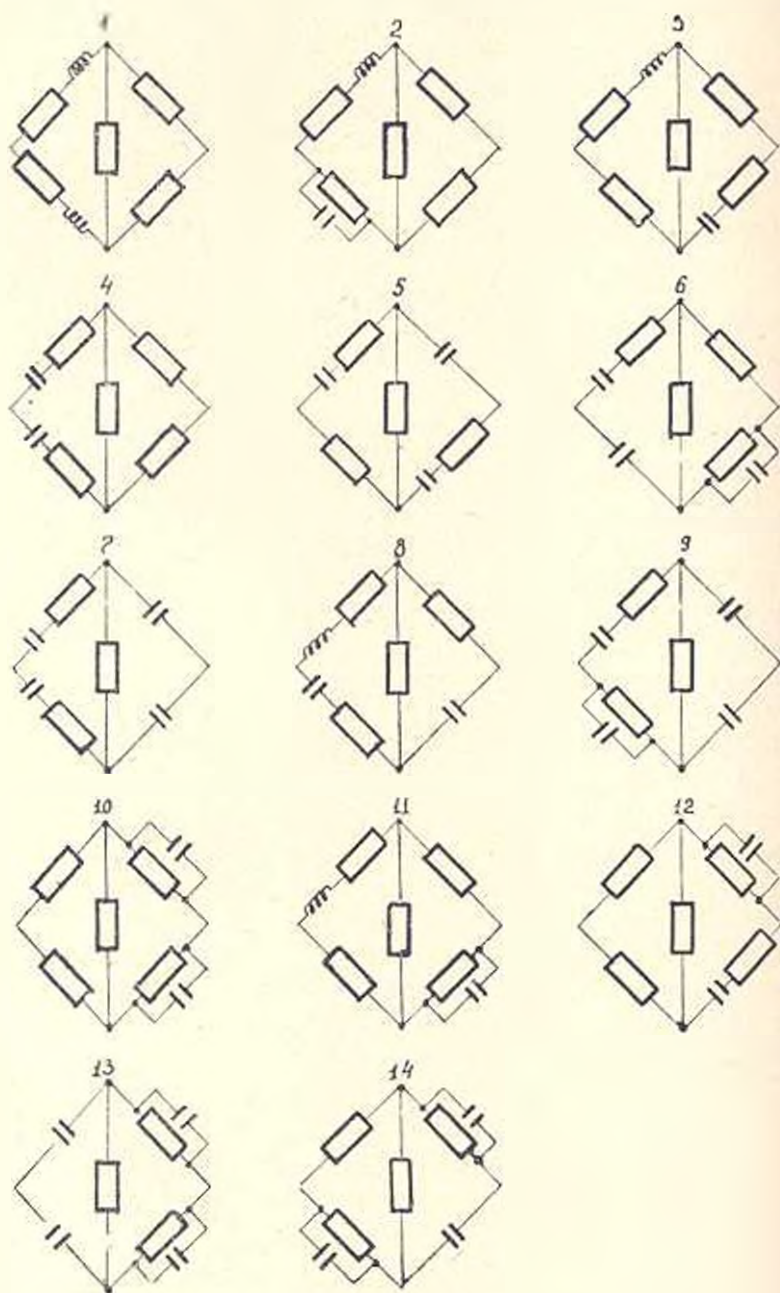


Рис. 2. Схемы измерительных цепочек:

вида 1—1, 2, 3, 8, 11;

вида 2—3, 4, 6, 12;

вида 3—5, 7, 8, 9;

вида 4—2, 10, 11, 12, 14;

вида 5—6, 9, 13, 14



$$E = \dot{U} \left[ \Delta Z + \frac{Z_2}{Z_3} \left( \frac{Z_3}{Z_1} - 1 \right) \right] \left[ \Delta Z \left[ 1 + \frac{Z_2}{Z_3} - \frac{1}{Z_4} \left( Z_1 \frac{Z_2 + Z_3}{Z_3} + Z_2 \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{Z_2 + Z_3}{Z_3} \left( Z_1 + Z_2 - \frac{Z_2}{Z_4} Z_1 - \frac{Z_2}{Z_4} Z_3 \right) + \frac{Z_2}{Z_4} Z_1 \left( \frac{Z_3}{Z_1} - 1 \right) \right]^{-1},$$

где  $\Delta Z = Z_x - Z_2$ .

При  $Z_3 = Z_1 = Z$

$$\bar{E} = \dot{U} \frac{\Delta Z}{\Delta Z \left[ 1 + \frac{Z_2}{Z} - \frac{1}{Z_4} (Z + 2Z_2) \right] + (Z + Z_2) \left( \frac{Z + Z_2}{Z} - 2 \frac{Z_2}{Z_4} \right)}. \quad (1)$$

Отличие полученного выражения (1) от известного [4] заключается в учете комплексного сопротивления  $Z_4$  измерительной диагонали. Обычно при рассмотрении мостовой измерительной цепи предполагалось  $Z_4 = \infty$ . Такое упрощение оправдывалось при рассмотрении мостовой цепи как самостоятельного измерительного устройства. При автоматизации процесса измерения мостовая цепь подключается к последующему звену, представляющему нагрузку. В этом случае пренебрежение сопротивлением измерительной диагонали не оправдано. Учет сопротивления  $Z_4$  позволяет делать обобщенное исследование поведения мостовой цепи как звена автоматической системы регулирования в области больших и малых отклонений от точки  $\bar{E} = 0$ . В области больших отклонений  $\Delta Z$  от положения равновесия  $E = 0$  характеристика (1) нелинейная. Мостовая измерительная цепь в этом случае представляет нелинейное звено, которое можно линеаризовать только в области малых отклонений  $\Delta Z$  от точки равновесия. Следовательно, при включении звена с характеристикой (1) в автоматическую измерительную систему в области больших отклонений  $\Delta Z$  рассматривается нелинейная двумерная измерительная система. Динамическое изучение таких систем представляет трудности.

Для анализа динамики нелинейных систем автоматического регулирования существуют точные частотные методы. Эти методы основаны на применении теоремы об абсолютной устойчивости В. М. Попова [6, 7]. Методы позволяют изучить динамику нелинейных систем с определенным типом нелинейности (класса А).

Для распространения критерия В. М. Попова на автоматические измерительные системы с мостовой измерительной частью необходимо получить условия, при которых нелинейная характеристика (1) попадает в класс исследуемых нелинейностей типа А. При анализе зависимости  $E(\Delta Z)$  получены следующие условия:

$$1. \text{ Условие непрерывности } E(\Delta Z)|_{\Delta Z=0} = 0; \quad (2)$$

$$2. \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{E}(\Delta Z) d\Delta Z = \pm \infty; \quad (3)$$

$$3. \text{ Условие ограниченности } 0 < \frac{\dot{E}(\Delta Z)}{\Delta Z} < K \quad (4)$$

$$\text{при } Z > 2Z_2, \quad Z_2 > Z_1, \quad (5)$$

где  $K$  — комплексный коэффициент усиления линеаризованной мостовой цепи. Для цепочек видов 1, 2, 4, 5 (рис. 2)

$$K = 0,5 \frac{1}{a_2} e^{j\pi/2}, \quad (6)$$

а для вида 3

$$K = 0,5 \frac{1}{a_3} e^{j\pi/2}, \quad (7)$$

где  $a_2, a_3$  — коэффициенты, представляющие действительные числа и зависящие от параметров мостовой цепи (табл. 1).

Из выражений (6) и (7) видно, что для видов 1, 2, 4, 5  $K = 0,5/a_2$ , а для вида 3  $K = 0,5/a_3$ .

Соответственно, для аргумента комплексного коэффициента  $K$  имеем  $\arg K = \pi/2$ .

Область больших отклонений  $\Delta Z$  есть критический режим работы мостовой цепи. Рабочим же режимом является область малых отклонений от положения равновесия, так как мост, как звено, включается в следующую систему регулирования. В области малых отклонений от точки  $\dot{E} = 0$  нелинейная характеристика линеаризуется известными методами [5]. В результате линеаризации для всех случаев исполнений мостовой цепи (рис. 2) получены линеаризованные зависимости  $\dot{E}(\Delta Z)$ .

Для видов 1, 2, 4, 5 имеем следующее уравнение динамики:

$$a_1 \frac{dz}{dt} + a_2 z = f_1(t) \sin \omega_n t - f_2(t) \cos \omega_n t, \quad (8)$$

а для вида 3 —

$$a_1 \frac{d^2 z}{dt^2} + a_2 \frac{dz}{dt} + a_3 z = f_1(t) \sin \omega_n t - f_2(t) \cos \omega_n t, \quad (9)$$

где  $a_1, a_2, a_3$  — постоянные коэффициенты, определяемые через параметры мостовой цепи, выражения которых приведены в табл. 1;  $f_1(t), f_2(t)$  — функции отклонений и их производных по обем составляющим комплексного сопротивления  $\Delta Z$ ;  $z$  — напряжение рассогласования. Соответственно выражения  $g_0, L_0, C_0$  представляют значения активной проводимости, индуктивности, емкости при установившемся уравновешенном состоянии мостовой цепи;  $\omega_n$  — частота питания моста.

Выражения (8) и (9) можно записать так:

| №№ | Коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и функции $f_1(t), f_2(t)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | $\alpha_1 = L_0 g - 2L_0 g_4; \alpha_2 = 1 + R_0 g - 2R_0 g_4; \alpha_3 = \omega_H^2 L_0^2 (R + R_0)^2; Z_x = R_x + j\omega_H L_x; Z_2 = R_2 + j\omega_H L_2;$ $f_1(t) = U \left\{ \left[ \frac{1}{R} - \frac{L_0}{R(R+R_0)} - \frac{L_0 \omega_H}{\alpha_1 (R+R_0)} \right] \cdot \frac{1}{R+R_0} \cdot \Delta R + \frac{1}{\alpha_1} \cdot L_0 \omega_H^2 \Delta L - \frac{\omega_H}{R+R_0} \left[ \frac{R_0}{R} + \frac{1}{\alpha_1} \cdot L_0^2 \omega_H^2 \right] \cdot \frac{d\Delta L}{dt} \right\};$ $f_2(t) = U \left\{ \frac{1}{\alpha_1} \omega_H L_0 \Delta R + \left[ \frac{1}{R} - \frac{R_0}{R(R+R_0)} - \frac{1}{(R+R_0)\alpha_1} \cdot L_0^2 \omega_H^2 \right] \frac{\omega_H}{R+R_0} \cdot \Delta L + \omega_H \left[ \frac{1}{R} - \frac{1}{\alpha_1} \cdot L_0 \right] \frac{d\Delta L}{dt} \right\};$                                                                          |
| 2  | $\alpha_1 = 1 + R_0 g - 2R_0 g_4; \alpha_2 = \frac{g_0}{C_0} - 2 \frac{g_4}{C_0}; \alpha_3 = \omega_H^2 C_0^2 (R + R_0)^2 + 1; Z_x = R_x + j\omega_H C_x; Z_2 = R_2 + j\omega_H C_2; \Delta X_c = \frac{1}{\omega_H \Delta C};$ $f_1(t) = U \left\{ \frac{1}{R\alpha_2} \omega_H^2 [R_0 - C_0(R+R_0)] \cdot \Delta R + \frac{R_0^2}{L_0 R} + \frac{1}{R\alpha_2} \cdot C_0(R+R_0) \omega_H^2 [R_0 - C_0(R+R_0)] \frac{d\Delta R}{dt} + \left[ \frac{\omega_H}{R} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot C_0(R+R_0) \omega_H^2 [R_0 - C_0(R+R_0)] \right] \cdot \Delta X_c \right\};$ $f_2(t) = U \left\{ \left[ \frac{\omega_H}{R} + \frac{1}{\alpha_2} \omega_H^2 C_0(R+R_0) [R_0 - C_0(R+R_0)] \right] \Delta R - \frac{\omega_H}{R\alpha_2} [R_0 - C_0(R+R_0)] \cdot \frac{d\Delta R}{dt} + \frac{\omega_H^2}{R\alpha_2} [R_0 - C_0(R+R_0)] \cdot \Delta X_c \right\};$                                       |
| 3  | $\alpha_1 = R_0 C; \alpha_2 = 1 + \frac{C}{C_0} - 2R_0 g_4; \alpha_3 = - \left( 2 \frac{g_4}{C_0} + \frac{C}{C_0^2} \right); Z_x = R_x + j\omega_H C_x; Z_2 = R_2 + j\omega_H C_2; \alpha_3 = \omega_H^2 (C C_0 R_0)^2; (C+C_0)^2;$ $f_1(t) = U \left\{ (C R_0 \omega_H^2 B_2 - C \omega_H^2 + C \frac{\omega_H}{C_0} B_1) \Delta R - \left[ C \omega_H + C(R_0 \omega_H B_2 + \frac{B_1}{C_0}) \right] \frac{d\Delta R}{dt} + [C \omega_H (R_0 \omega_H B_2 + \frac{B_1}{C_0}) - C \omega_H^2] \Delta X_c \right\}; B_1 = \frac{1}{\alpha_3} \omega_H^2 (C+C_0) C C_0 R_0;$ $f_2(t) = U \left\{ [C \omega_H (R_0 \omega_H B_2 + \frac{B_1}{C_0}) - C \omega_H^2] \Delta R - [C \omega_H + C(R_0 \omega_H B_2 + \frac{B_1}{C_0})] \frac{d\Delta R}{dt} + (C R_0 \omega_H^2 B_2 - C \omega_H^2 + C \frac{\omega_H}{C_0} B_1) \Delta X_c \right\}; B_2 = \frac{1}{\alpha_3} \omega_H^2 (C C_0 R_0)^2;$ |
| 4  | $\alpha_1 = C_0; \alpha_2 = g_0 + g - 2g_4; Y_x = g_x + j\omega_H C_x; Y_2 = g_2 + j\omega_H C_2; \alpha_4 = \omega_H^2 (R R_0 C_0)^2 + (R+R_0)^2; \Delta g = \frac{1}{\Delta R}; Y_0 = \frac{1}{Z_1}; Y_1 = \frac{1}{Z_2};$ $f_1(t) = U \left\{ R_0 (R+R_0) \Delta g + \omega_H^2 R R_0^2 C_0 \Delta C + R_0 (R+R_0) \cdot \frac{d\Delta C}{dt} \right\} \cdot \frac{1}{\alpha_4};$ $f_2(t) = U \left\{ \omega_H^2 R R_0^2 C_0 \Delta g + R_0 (R+R_0) \Delta C + R R_0^2 C_0 \omega_H^2 \frac{d\Delta C}{dt} \right\} \cdot \frac{1}{\alpha_4};$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 5  | $\alpha_1 = \frac{C_0 + C}{g_0 - 2g_4}; \alpha_2 = 1; \alpha_3 = [\omega_H^2 R_0^2 (1 + C_0 C)^2 + C^2] (1 + C_0 C); Y_x = g_x + j\omega_H C_x; Y_2 = g_2 + j\omega_H C_2;$ $f_1(t) = U \left\{ -\omega_H^2 C^2 \Delta g + \omega_H^2 C R_0 (1 + C_0 C) \Delta C - \omega_H^2 C R_0 (1 + C_0 C) \frac{d\Delta C}{dt} \right\} \cdot \frac{1}{\alpha_3};$ $f_2(t) = U \left\{ \omega_H^2 C R_0 (1 + C_0 C) \Delta g - \omega_H^2 C^2 \Delta C - \omega_H^2 C R_0 (1 + C_0 C) \frac{d\Delta C}{dt} \right\} \cdot \frac{1}{\alpha_3};$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

$$a_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + a_2 \varepsilon = |\dot{F}| \sin(\omega_n t - \varphi_1);$$

$$a_1 \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + a_2 \frac{d\varepsilon}{dt} + a_3 \varepsilon = |\dot{F}| \sin(\omega_n t - \varphi_1), \quad (10)$$

где

$$|\dot{F}| = \sqrt{\dot{f}_1^2(t) + \dot{f}_2^2(t)}; \quad \varphi_1 = \arctg \frac{\dot{f}_2(t)}{\dot{f}_1(t)}.$$

Уравнению (8) соответствует последовательное соединение звена 1-го порядка (рис. 3) с коэффициентом характеристического уравнения  $p = -a_2/a_1$  и безынерционного модулятора

$$U_m = |\dot{F}| \sin(\omega_n t - \varphi_1). \quad (11)$$

Уравнению (9) соответствует последовательное соединение инерционного звена второго порядка (рис. 3) с коэффициентом характеристического уравнения

$$p_{1,2} = -\frac{a_2}{2a_1} \pm \sqrt{\left(\frac{a_2}{2a_1}\right)^2 - \frac{a_3}{a_1}} \quad (12)$$

и безынерционного модулятора согласно (11).

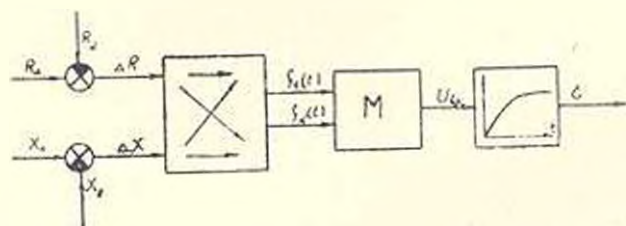


Рис. 3. Структурная схема линейризованной мостовой цепи (M—модулятор)

В силу условия для случая  $\frac{a_2}{2a_1} > \frac{a_3}{a_1}$

$$(C_0 + C - 2R_0 g_4)^2 + 8C_0 C > 0; \quad R_1 = 1/R_0, \quad (13)$$

двум действительным корням (12) соответствует последовательное соединение двух инерционных звеньев первого порядка.

Анализ уравнений динамики мостовой цепи в области малых отклонений позволил получить условия пренебрежения инерционностью мостовой цепи. Результаты анализа сведены в табл. 2.



Таблица 2

| № № | Условия пренебрежения инерционностью мостовой цепи                                                                                                  |                                                                                                                        |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1   | <p>при <math>a_1 = 0</math></p> $g_1 = \frac{g}{2}; \quad g = \frac{1}{R}; \quad g_4 = \frac{1}{R_4}$ <p><math>g</math> — активная проводимость</p> | <p>при <math>a_1 = a_2</math></p> $g_4 < \frac{1}{2(R_4 - L_4)} + \frac{g}{2}$                                         |
|     | <p>при <math>a_1 = 0</math></p> $g_4 = (1 - R_0 g) \cdot 0,5 g_0; \quad g_0 = \frac{1}{R_0}$                                                        | <p>при <math>a_1 &lt; a_2</math></p> $g_4 < \frac{g}{2} - \frac{C_0}{2(1 - R_0 C_0)}$ <p><math>C_0 &gt; C_0</math></p> |
| 3   | <p><math>a_1 \neq 0</math></p> <p>Условие <math>a_1 = 0</math> не выполняется</p> <p><math>a_1 \neq 0</math></p>                                    | <p><math>a_1 = a_2</math></p> $g_4 < \frac{g}{2} + \frac{g_0 - C_0}{2}$                                                |
| 4   | <p>Условие <math>a_1 = 0</math> не выполняется</p> <p><math>a_1 \neq 0</math></p>                                                                   | <p><math>a_1 &lt; a_2</math></p> $g_4 < \frac{g_0}{2} - \frac{C + C_0}{2}$                                             |
| 5   | <p>Условие <math>a_1 = 0</math> не выполняется</p>                                                                                                  |                                                                                                                        |

## Выводы

1. В области больших отклонений  $\Delta Z$  от положения равновесия  $E=0$  мостовая цепь переменного тока, показанная на рис. 1, имеет нелинейную характеристику. Вводимые ограничения позволяют включить мостовую цепь в класс исследуемых нелинейностей типа А и применить известные методы анализа нелинейных автоматических систем.

2. Для области малых отклонений от положения равновесия динамика мостовой цепи может быть исследована при помощи уравнений (8) и (9), при выводе которых учтено сопротивление измерительной диагонали моста. При этом для схем видов 1, 2, 4, 5 получены неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка, а для вида 3 — уравнение второго порядка. Результаты анализа динамики мостовой цепи переменного тока получают применение при автоматизации процесса одновременного уравнивания обеих составляющих комплексного сопротивления. Для анализа условий пренебрежения инерционностью мостовой цепи можно воспользоваться результатами, приведенными в табл. 2.

Поступило 12.IX.1973.

Կ. Մ. ՄԵԼԵՔՈՆՅԱՆ

# ԿԱՌԱՐՋԱՅԻՆ ՉԱՓՈՒՆ ԾՂԻՍԸ ՈՐՓԵՍ ԱՎՏՈՐԱՏ ՉԱՓԻՉ ՄԻՈՏԵՐԻ ՕՂԱԿ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում արված է փոփոխական հոսանքի կամրջային էլեկտրաշարժման շղթաների վերլուծությունը, որը կատարված է հավասարակշռության փոփոխության մեծ և փոքր շեղման տիրույթներում: Ստացված են պարամետրեր պարամետրների բնութագրան համար և կազմված է կամրջային շղթայի դժվարացված մոդելների գործակիցների աղյուսակը:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бутусов Н. Б. Измерительные информационные системы, М., 1970.
2. Мелик-Шахназаров А. М., Алиев Т. М. и др. Автокомпенсационные системы для измерения комплексных величин переменного тока «Приборы и системы управления», № 3, 1971.
3. Кнеллер В. Ю. Автоматическое измерение гостивляющих комплексного сопротивления М., «Энергия», 1967.
4. Каранигеев К. Б. Мостовые методы измерений. Гостехиздат. Киев, 1953.
5. Теория автоматического регулирования. Под ред. Солодовникова В. В., «Машиностроение», 1967.
6. Попов В. М. Об абсолютной устойчивости нелинейных систем автоматического регулирования. «Автоматика и телемеханика», т. XXII, № 6, 1961.
7. Наумов Б. Н. Теория нелинейных автоматических систем. М., 1972.

## СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Р. А. УШАНИН

ИЗГИБ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ПЛИТЫ ПРИ  
ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

В статье рассматривается напряженное состояние железобетонной плиты при изгибе. Принимается, что в реологических соотношениях, описывающих напряженно-деформированное состояние бетонной части плиты, деформационные характеристики бетона существенно зависят от температуры.

Задачи, посвященные определению напряженного состояния железобетонных элементов с учетом ползучести, рассмотрены в работах [1—4]. При учете термоползучести бетона зависимость между напряжениями и деформациями запишется в виде [1]:

$$\varepsilon_{ij}(t) = \varepsilon_1 \theta \delta_{ij} + \frac{1}{E_2(\theta)} [(1 + \nu) \varepsilon_{20}(t) - \nu \varepsilon_2(t) \delta_{ij}] - \\ - \frac{1}{E_2(\theta)} \int_0^t [(1 + \nu) \varepsilon_{2ij}(\tau) - \nu \varepsilon_2(\tau) \delta_{ij}] K[\theta, t, \tau] d\tau, \quad (i, j = 1, 2) \quad (1)$$

где

$\delta_{ij}$ —символ Кронекера:  $\varepsilon_2(t) = \sum \varepsilon_{2ij}(t) \delta_{ij}$ ;

$\theta(z)$ —относительная температура:

$$\theta(z) = \frac{T(z)}{T_0} = a_1 + \frac{\alpha_1}{H} [h(x, y, t) - z]; \quad \varepsilon_1 = \alpha T_0;$$

$T(z)$ —температурная функция;

$T_0$ —порог действия температуры на деформационные характеристики материала;

$\alpha$ —коэффициент линейного расширения.

Выражения ядра ползучести и модуля упругости бетона при высоких температурах имеют следующий вид [7—9]:

$$K[\theta, t, \tau] = E_2(\theta, t) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{1}{E_2(\theta, \tau)} + C[\theta, t, \tau] \right]; \quad E_2(\theta) = \beta \exp(-\gamma_1 \theta),$$

где  $C[\theta, t, \tau] = \beta_1 [1 - \exp(-\gamma_1(t - \tau))] \exp(\gamma_1 \theta)$ —мера ползучести;

$\gamma_1 = 0,15$ ,  $\gamma_2 = 0,28$ ,  $\beta_1 = 1,12 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кг}^\circ$ ,  $\beta = 2 \cdot 10^5 \text{ кг}/\text{см}^2$ ,  $P_0 = 1,162$  и  $\gamma_1 = 0,026 \text{ 1/день}$ —параметры, характеризующие деформационные свойства бетона при высоких температурах.

Связь между напряжениями и деформациями арматуры запишется в следующем виде [5]:

$$\varepsilon_{ij} = \alpha_1 \Theta_{ij} + \frac{\sigma_{ij}^0}{E_1(\theta)} \quad (2)$$

где  $E_1(\theta)$  — модуль упругости материала арматуры.

Как известно [6], усилия связаны с напряжениями следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} \Delta - \int_0^{h(x, y, t)} \sigma_{ij}(t) dz &= 0; \\ \sigma_{ij} \Delta [H - h(x, y, t)] + \int_0^{h(x, y, t)} \sigma_{ij}(t) z dz &= M_{ij}(x, y), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $H$  — толщина плиты,  $\Delta$  — толщина арматуры,  $h(x, y, t)$  — положение нейтрального слоя плиты (рис. 1).

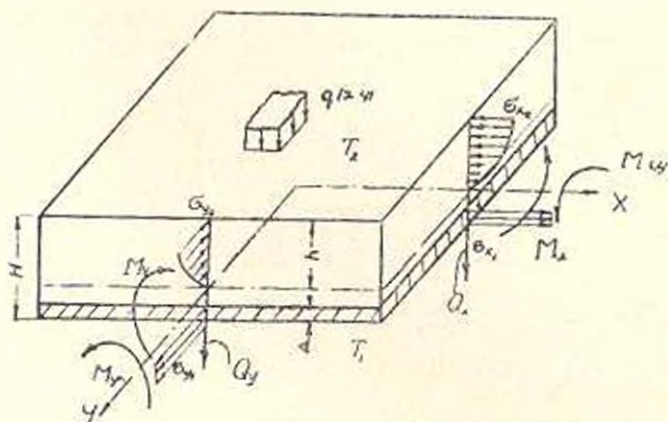


Рис. 1

Решая уравнения (1) и (2) относительно  $\sigma_{ij}$  и принимая гипотезу прямых нормалей, для бетона и арматуры соответственно получаем следующие зависимости между напряжениями и кривизнами:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(t) = \frac{E_2(\theta)}{1-\nu} \left\{ [(1-\nu)\varepsilon_{ij}(t) + \nu(t)\varepsilon_{ij} - (1+\nu)\alpha_1\Theta_{ij}\delta_{ij}] + \right. \\ \left. + \int_{-1}^1 [(1-\nu)\varepsilon_{ij}(\tau) + \nu(\tau)\varepsilon_{ij} - (1+\nu)\alpha_1\Theta_{ij}R(\theta, t, \tau)] d\tau \right\} z; \\ \sigma_{ij}(t) = [E_1(\theta)[\varepsilon_{ij}(t) - \alpha_1\Theta_{ij}\delta_{ij}] [H - h(x, y, t)]]^{1/m}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $R(\theta, t, \tau) = -A_0^* \exp(\delta_1 \Theta) \exp[-[A_0^* \exp(\delta_1 \Theta) + \gamma_1][t - \tau]]$

— резольвента ядра  $k[\Theta, t, \tau]$ ;  $A_0^* = P_0 E_1 \delta_1 \gamma_1$ ;  $E_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$ .



После некоторых преобразований, из (3) и (4) получаем следующее интегральное уравнение Вольтерра второго рода:

$$\frac{(1-\nu)M_{ij}(x, y)}{h(x, y, t)} = [(1-\nu)x_{ij}(t)\delta_{ij} - (1+\nu)x_1\Theta_1\delta_{ij} + \nu x(t)\delta_{ij}] + \\ + \int_0^t E_2(\theta) |H - h(x, y, t) + z| z dz \\ + \int_0^t [(1-\nu)x_{ij}(\tau) + \nu x(\tau)\delta_{ij} - (1+\nu)x_1\Theta_1\delta_{ij}] K_1[\theta_1, t, \tau] d\tau,$$

где

$$K_1[\theta, t, \tau] = \frac{\int_0^{h(x, y, t)} E_2(\theta) |H - h(x, y, \tau) + z| R[\theta, t, \tau] z dz}{\int_0^{h(x, y, t)} E_2(\theta) |H - h(x, y, t) + z| z dz}$$

— ядро уравнения;

$$\Theta_1 = \int_0^{h(x, y, t)} \Theta(z) dz; \quad x(t) = \sum x_{ij}(t)\delta_{ij}.$$

Решая (5), получим:

$$(1-\nu)x_{ij}(t) + \nu x(t)\delta_{ij} - (1+\nu)x_1\Theta_1\delta_{ij} = \frac{M_{ij}(x, y)}{D[\theta_1, h(x, y, t)]}. \quad (6)$$

Здесь

$$D[\theta_1, h(x, y, t)] = \frac{1}{1-\nu} \left[ \frac{1}{\int_0^{h(x, y, t)} E_2(\theta) |H - h(x, y, t) + z| z dz} + \right. \\ \left. + \int_0^t \frac{R_1[\theta_1, t, \tau] d\tau}{\int_0^{h(x, y, t)} E_2(\theta) |H - h(x, y, t) + z| z dz} \right]^{-1}$$

— жесткости плиты;

$R_1[\theta_1, t, \tau] = A \exp | -u(t-\tau) |$  — резольвента ядра  $K_1[\theta, t, \tau]$ ,

где  $A, A_1, B_0, \gamma_0, b, a, c, \varphi(x, y, t), a_1, c_1, \bar{c}_1, T_0, u$  — параметры, характеризующие деформационные свойства бетона при высоких температурах, и определяются по следующим выражениям:

$$A = \frac{A_1[a(\gamma_1 + \gamma_0 - u)^2 + b(\gamma_1 + \gamma_0 - u)] + 2c}{3(\gamma_1 + \gamma_0 - u)^2 - 2A_1a(\gamma_1 + \gamma_0 - u) + A_1b}; \quad A_1 = \frac{H^3 A_0^* E_{20}}{B_0};$$

$$B_0 = \int_0^{h(x, y, t)} E_2(\theta) [H - h(x, y, t) + z] z dz; \quad \gamma_0 = A_0^* \exp \{ (a_1 + c_1 \varphi(x, y, t)) \delta_1 \};$$

$$b = \left| (1 - \varphi(x, y, t)) \delta_1 c_1 \frac{\varphi^2(x, y, t)}{3} + \frac{\delta_1 c_1 \varphi^3(x, y, t)}{4} \right| \gamma_0;$$

$$a = \frac{\varphi^2(x, y, t)}{6} [3 - \varphi(x, y, t)];$$

$$c = \left| \delta_1^2 c_1^2 [1 - \varphi(x, y, t)] \frac{\varphi(x, y, t)}{8} + \frac{\delta_1^2 c_1^2 \varphi^2(x, y, t)}{10} \right| \frac{1}{10}; \quad \varphi(x, y, t) = \frac{h(x, y, t)}{H};$$

$$a_1 = \frac{T_1}{T_0} = 1; \quad c_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_0} = 4; \quad \delta_1 = \delta_1 - \delta_2; \quad T_0 = 100.$$

Значения  $n$  в зависимости от коэффициента армирования ( $s$ ) приведены в табл. 1.

Таблица 1

| $s$                | 0.10   | 0.05   | 0.025  | 0.0143 | 0.010  | 0.007  |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $n, 1/\text{день}$ | 0.0191 | 0.0196 | 0.0200 | 0.0210 | 0.0215 | 0.0219 |

Приведем дифференциальное уравнение равновесия [6]:

$$M_{,ii} + M_{,jj} - 2M_{,ij} = -q(x, y). \quad (7)$$

Учитывая, что для тонких плит можно пренебречь влиянием перерезывающих сил и сжимающего напряжения  $\sigma_z$  на изгиб, можем воспользоваться основными соотношениями, выведенными для чистого изгиба. Следовательно, выражая кривизну плиты через прогиб

$$\frac{1}{\rho_{ij}} = W_{,ij} \quad (8)$$

и используя соотношения (6)–(8), получаем дифференциальное уравнение в частных производных с переменными коэффициентами относительно  $W$ :

$$\begin{aligned} \nabla \nabla W + \frac{D_2}{D} L_1(W, \Theta) + \frac{D_{22}}{D} L_2(W) + \frac{D_4}{D} L_2(W, \Theta) + \frac{D_{44}}{D} L_4(W) + \\ + \frac{D_{42}}{D} L_5(W) + \left( \frac{D_{66} + D_{44}}{D} \right) \alpha_1 \Theta + 2\alpha_1 \nabla \Theta = - \frac{q(x, y)}{D}. \end{aligned} \quad (9)$$

В прямоугольной системе координат

$$L_1(W, \Theta) = 2[\nabla W_{,i} + \alpha_1 \Theta_{,i}]; \quad L_4(W) = W_{,44} + 2W_{,ii};$$

$$L_1(W) = W_{,ii} + \nu W_{,jj}; \quad L_2(W) = (1-\nu) W_{,ij};$$

$$L_3(W, \Theta) = 2[\nabla W_{,i} + \alpha_i \Theta_{,i}]. \quad (10)$$

В полярной системе координат

$$L_1(W, \Theta) = 2(\nabla W_{,i} + \alpha_i \Theta_{,i}); \quad L_2(W) = \frac{1}{r} W_{,r} + \frac{1}{r^2} W_{,\theta\theta} + \nu W_{,\theta\theta};$$

$$L_2(W) = W_{,\theta\theta} + \nu \left( \frac{1}{r} W_{,rr} + \frac{1}{r^2} W_{,\theta\theta} \right);$$

$$L_3(W, \Theta) = \frac{2}{r} (\nabla W_{,i} + \alpha_i \Theta_{,i}); \quad L_3(W) = (1-\nu) \left( \frac{1}{r} W_{,\theta\theta} - \frac{1}{r^2} W_{,\theta\theta} \right). \quad (11)$$

Используя уравнения (3), (4) и (8), для предельных моментов времени, когда  $t \rightarrow \infty$ , получаем нелинейное интегро-дифференциальное уравнение относительно  $h^*(x, y)$ :

$$[E_1(\theta) [W_{,ii}^* - \alpha_i \Theta_{,i} z_{0,i}] | [H - h^*(x, y)] |^{1/m} s - \frac{1}{H(1-\nu)} [W_{,ii}^* + \nu W_{,jj}^* -$$

$$- (1+\nu) \alpha_i \Theta_{,i} z_{0,i}] \int_0^{h^*(x,y)} E_2(\theta) [1 + R^*] z dz = 0], \quad (12)$$

где

$$s = \Delta/H; \quad R^* = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t R(\theta, t, z) dz; \quad W^* = W(x, y, \infty); \quad h^*(x, y) = h(x, y, \infty).$$

Таким образом, при  $t \rightarrow \infty$  решение задачи приводится к решению системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (9) и (12).

**Чистый изгиб железобетонной плиты.** Рассмотрим случай, когда  $W_{,ii}^* = W_{,jj}^* = \kappa^*$ . В случае чистого изгиба для определения расположения нейтральной поверхности, напряжений в бетоне и арматуре из (4) и (12) получим:

$$s [E_1(\theta) [\kappa^* - \alpha_i \Theta_{,i} z_{0,i}] | [H - h^*] |^{1/m} -$$

$$- \frac{1}{H(1-\nu)} \left| [\kappa^* - \alpha_i \Theta_{,i} z_{0,i}] \int_0^{h^*} E_2(\theta) (1 + R^*) z dz \right| = 0;$$

$$\kappa_i^* = \left| \frac{(1-\nu) M E_1(\theta) [1 + R_i^*] | [H - h^*] |^{1/m}}{\int_0^{h^*} E_2(\theta) [H - h^* + z] z dz} \right|^{1/m};$$

$$\varepsilon_1^* = \frac{ME_2(\theta) [1 + R_1^*] [1 + R^* z]}{(1 + \nu) \int_0^{z^*} E_2(\theta) [H - h^* + z] z dz},$$

где  $\varepsilon_1^* = \varepsilon_1(\infty)$ ;  $\varepsilon_2^* = \varepsilon_2(\infty)$ ;  $R_1^* = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t R_1(\theta_1, t, z) dz$ ;  $z^* = z(\infty)$ .

Пами задача решена при всех значениях коэффициента армирования ( $\nu$ ), приведенных в табл. 1 и  $m = 1, 2$  для четырех случаев.

I. Температурное поле отсутствует, ползучесть бетона не учитывается. Тогда:

$$\int_0^{z^*} E_2(\theta) [H - h^* + z] z dz = \frac{H^3 E_2}{6} \varepsilon_0^2 (3 - \varepsilon_0);$$

$$E_1(\theta) = E_1 = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2; \quad E_2(\theta) = E_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2;$$

$$\varepsilon_1^* = \varepsilon_1; \quad \varepsilon_2^* = \varepsilon_2; \quad \varepsilon_0 = h_0/H; \quad h_0 = h(\tau_1); \quad \varepsilon^* = \varepsilon_0.$$

II. Температурное поле отсутствует, учитывается ползучесть бетона. Тогда:

$$R^* = R_0 = -\frac{A_0}{A_0 + \gamma_1}; \quad R_1^* = R_2^* = \frac{A_0}{\gamma_1}; \quad \varepsilon_1^* = \varepsilon_1^{\text{II}}; \quad \varepsilon_2^* = \varepsilon_2^{\text{II}};$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0^* = \frac{h_0^*}{H}; \quad h_0^* = h(\infty); \quad A_0 = E_2 \varepsilon_0 \gamma_1; \quad \varepsilon_0 = 0,9 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кг}.$$

III. Действует высокое стационарное температурное поле, ползучесть бетона не учитывается. Тогда:

$$E_1(\theta) = E_1 = 1,8 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2; \quad E_2(\theta) = E_2 \exp(-\theta);$$

$$\int_0^{h^*} E_2(\theta) [H - h^* + z] z dz = \frac{H^3 E_2}{\kappa^2 c_1^3 \exp(a_1 \kappa)} [(1,4 - 0,24 \varepsilon_1) - (1,4 + 0,6 \varepsilon_1) \exp(-\kappa c_1 \varepsilon_1)];$$

$$\int_0^{h^*} E_2(\theta) z dz = 478172 H^2 [\exp(-0,6 \varepsilon_1) - (1 - 0,6 \varepsilon_1)];$$

$$\varepsilon_1^* = \varepsilon_1^{\text{III}}; \quad \varepsilon_2^* = \varepsilon_2^{\text{III}}; \quad \varepsilon^* = \varepsilon_1 = h_1/H; \quad h_1 = h(\theta, \tau_1).$$

IV. Действует высокое стационарное температурное поле в условиях неоднородной ползучести бетона. Тогда:

$$R^* = R_2^* = -\frac{A_0^* \exp(\varepsilon_1 \theta)}{A_0^* \exp(\varepsilon_1 \theta) + \gamma_1}; \quad R_1^* = R_1^* = \frac{A}{u};$$



$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} \left| E_s(\theta) \int_0^t R(\theta, t, \tau) d\tau \right| z dz = \frac{E_s \Lambda_s H^2}{0,035185} |\varphi_1^*| \ln 0,10246 -$$

$$- \ln (0,10246 + 0,035188 \varphi_1^*) + 28,4188 [0,10246 \ln (0,10246) -$$

$$- 0,10246 \ln (0,10246 + 0,035188 \varphi_1^*) + 0,035188 \varphi_1^*];$$

$$\sigma_1^* = \sigma_1^{IV}; \quad \sigma_2^* = \sigma_2^{IV}; \quad \varphi_1^* = \varphi^* = h_1^* H; \quad h_1^* = h(\theta, \infty).$$

Результаты расчетов приведены на рисунках 2, 3 и 4 в виде графиков; верхние индексы I, II, III и IV соответствуют рассмотренным случаям. Как видно из этих графиков, нейтральный слой плиты со временем перемещается вниз. Величина перемещения увеличивается с умень-

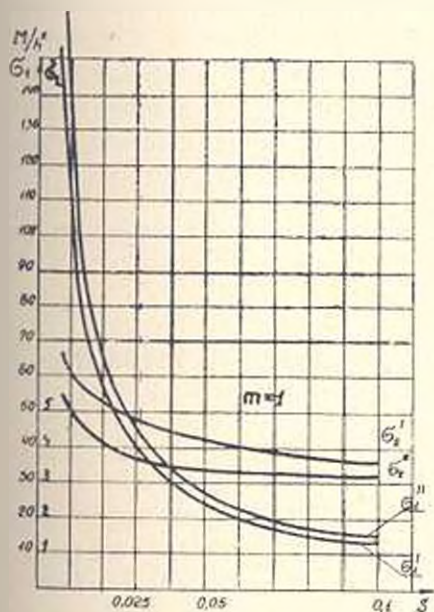


Рис. 2

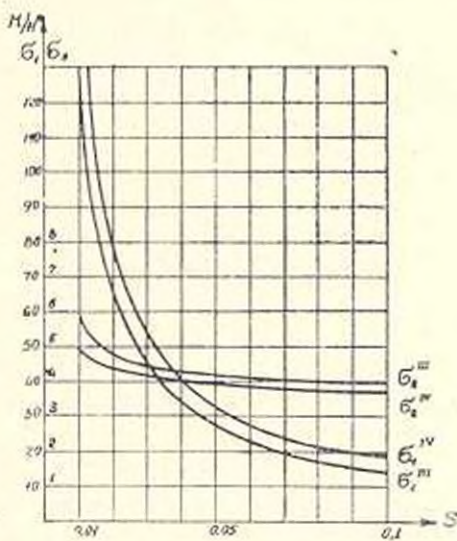


Рис. 3

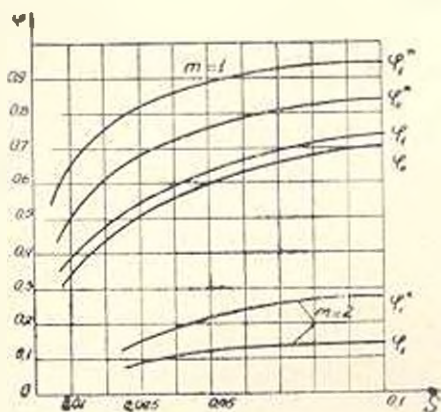


Рис. 4

шением коэффициента армирования, а при действии высокого температурного поля перемещение нейтрального слоя происходит более интенсивно. При высоких температурных полях, когда  $m = 1$ , применение железобетонных плит с коэффициентом армирования  $s > 0,1$  не целесообразно, так как при этом нейтральный слой опускается ниже бетонной части плиты. Когда  $m = 2$  толщина сжатой зоны бетона резко уменьшается, соответственно уменьшается несущая способность плиты, и, поэтому, применение железобетонных плит при высоких температурах с коэффициентом армирования  $s < 0,025$  нецелесообразно.

Характер распределения напряжений в бетоне при высоких температурах качественно отличается от картины распределения напряжения для тех случаев, когда механические свойства материалов не зависят от температуры. Как видно из рис. 3, максимальные нормальные напряжения в бетоне со временем уменьшаются, а в арматуре — увеличиваются; перераспределение напряжений увеличивается с уменьшением коэффициента армирования, а при действии высокого температурного поля перераспределение напряжений происходит более интенсивно.

ЕрПН им. К. Маркса

Поступило 17.IV.1971

Ռ. Ա. ՄՈՒՆՅԱՆ

# ԵՐԿԱՅՐԵՏՈՆԻ ՈՍԿԻ ԾՈՌԻՈՂ ԸՆԴՐԱՅԻՆ ԳՆԱՏՈՒՄ

Ա. մ. փ. ո. մ.

Հոդվածում բնութագրվում է Երկաթբետոնե սալի ծածան խնդիրը ստացիոնար բարձր ջերմային դաշտում, երբ բետոնի և երկաթի առաձգական հաստատունները և բետոնի սողքի չափը կախված են ջերմաստիճանից: Խնդրի լուծումը բերվում է ոչ-զծային ինտեգրո-դիֆերենցիալ հավասարումների սխեմայի: Բրգան օրինակ ուսումնասիրված է երկաթբետոնե սալի մարմնի ծածան խնդիրը չորս տարրերի դեպքերի համար:

## ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н. А. Некоторые задачи теории ползучести. Гостехиздат, М.—Л., 1952.
2. Улицкий И. И. Теория и расчет железобетонных стержневых конструкций с учетом длительных процессов. Киев, 1967.
3. Бондиренко В. М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. Харьков, 1968.
4. Гвоздева А. А. и Крылов С. М. Особенности деформации бетона и железобетона и использование ЭВМ для оценки их влияния на поведение конструкций, М., 1969.
5. Гольденблат И. И. и др. Расчет конструкций на тепловые воздействия. М., 1969.
6. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки. М., 1963.
7. Мурадян А. М., Задоян М. А. «Известия АН АрмССР (серия техн. наук)», № 4, 1971.
8. Мурадян А. М. «ДАН АрмССР», том LIV, № 1, 1972.
9. Задоян М. А. «Известия АН СССР, ОТИ, механика и машиностроение», № 4, 1961.

## ЭНЕРГЕТИКА

Ю. Г. ГРИГОРЬЯН, Д. М. БАБАЯН

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ПО ПАРАМЕТРУ К ЗАДАЧАМ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАГРУЗОК МЕЖДУ АГРЕГАТАМИ ТЭЦ

В связи с развитием средств автоматического управления и регулирования энергетических систем дальнейшее развитие получил процесс алгоритмизации и программирования определенного класса задач, связанных с работой теплоэлектроцентралей. Применение ЭВМ значительно расширило возможности математического моделирования режимов ТЭЦ, что позволило обеспечить получение оптимального решения, т. е. минимального расхода топлива при неизменных исходных данных.

Задача оптимального распределения тепловых и электрических нагрузок между агрегатами ТЭЦ относится к классу условно-экстремальных задач с ограничениями типа неравенств на определяемые переменные. Математически она сводится к решению системы нелинейных уравнений

$$F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (i = \overline{1, n}) \quad (1)$$

при ограничениях

$$x_i^* \leq x_i \leq x_i^* \quad (2)$$

Вопросы существования решения системы (1) и методы его нахождения являются достаточно сложными задачами.

За последние годы для решения системы нелинейных уравнений был предложен метод дифференцирования по параметру, который сводит задачу об определении корня системы (1) к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями. Этот метод и его разновидности применялись многими авторами [2, 3, 4] и признаны более эффективными по сравнению с общими методами, наряду с разновидностями метода Ньютона и методами спуска. Причем, в основном, эти методы отличаются как классами нелинейных уравнений, так и способом введения переменного параметра.

В настоящей статье рассматривается возможность введения переменного параметра  $\alpha$ , а некоторой непрерывной функции  $\psi(\alpha)$ , за счет выбора которой можно обеспечить выполнение (2), причем от  $\psi(\alpha)$  требуется, чтобы она обладала свойством:

$$\gamma(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x=1, \\ 0 & \text{при } x=0. \end{cases} \quad (3)$$

Рассмотрим общую математическую постановку задачи оптимального распределения тепловых и электрических нагрузок между агрегатами ТЭЦ, состоящей из различных конденсационных, теплофикационных (с одним и двумя отборами) и противодавленческих турбин.

Необходимо заданную электрическую и тепловую нагрузки различного параметра распределить между турбогенераторами ТЭЦ так, чтобы суммарный расход тепла по станции был бы минимальным. С этой целью необходимо минимизировать целевую функцию

$$\Phi_0(x, y, z) = \sum_{s=1}^k Q_s [x_s(y_s)] + \sum_{s=k+1}^m Q_s(x, y, z_s) + \sum_{s=m+1}^l Q_s(x, y_s) + \sum_{s=l+1}^n Q_s(x_s) \quad (4)$$

по  $x_s, y_s, z_s$  при ограничениях:

$$\sum_{s=1}^n x_s = A; \quad \sum_{s=1}^l y_s = B; \quad \sum_{s=k+1}^m z_s = C; \quad (5)$$

$$x_s^0 \leq x_s \leq x_s^*; \quad y_s^0 \leq y_s \leq y_s^*; \quad z_s^0 \leq z_s \leq z_s^*, \quad (6)$$

где  $x_s$  — активная мощность турбин;  
 $y_s, z_s$  — тепловые нагрузки различных параметров;  
 $A$  — электрическая нагрузка станции;  
 $B, C$  — тепловые нагрузки станции;  
 $Q_s$  — расход тепла на турбину;  
 $k$  — число противодавленческих турбин;  
 $m$  — число противодавленческих турбин и турбин с двумя регулирующими отборами;  
 $l$  — число всех турбин, за исключением конденсационных;  
 $n$  — общее число работающих на станции турбин;  
 $x_s^0, y_s^0, z_s^0$  — минимальные значения переменных;  
 $x_s^*, y_s^*, z_s^*$  — максимальные значения переменных.

На основании (4) легко подсчитать число независимых переменных, которое будет равно  $2n - 3k$ . Построим функцию Лагранжа

$$F(x, y, z, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \Phi_0(x, y, z) + \lambda_1 \left( \sum_{s=1}^n x_s - A \right) + \lambda_2 \left( \sum_{s=1}^l y_s - B \right) + \lambda_3 \left( \sum_{s=k+1}^m z_s - C \right), \quad (7)$$

которая является функцией от  $p = 2n - 3k + 3$  независимых переменных. Занумеровав эти переменные как  $u_1, u_2, \dots, u_p$ , получим  $F(u_1, u_2, \dots, u_p)$ . Отсюда необходимое условие экстремума представится в виде:

$$\frac{\partial F}{\partial u_i} = 0, \quad (i = \overline{1, p}) \quad (8)$$



Для решения полученной нелинейной системы (8) построим новую систему уравнений:

$$\frac{\partial F}{\partial u_i} = \left| 1 - \psi(x) \right| \left( \frac{\partial F}{\partial u_i} \right)_0, \quad (i=\overline{1, p}) \quad (9)$$

вместо

$$\frac{\partial F}{\partial u_i} = (1 - x) \left( \frac{\partial F}{\partial u_i} \right)_0, \quad (i=\overline{1, p}) \quad (10)$$

где в отличие от [2, 3, 4] вместо параметра  $x$  принимается функция  $\psi(x)$ , обладающая свойством (3);  $\left( \frac{\partial F}{\partial u_i} \right)_0$  — значение  $\frac{\partial F}{\partial u_i}$  при некоторых начальных  $u_i = u_i^0$  ( $i=\overline{1, p}$ ). Продифференцировав (9) по  $x$ , получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\sum_{j=1}^p \frac{\partial^2 F}{\partial u_i \partial u_j} u_j' \psi'(x) \left( \frac{\partial F}{\partial u_i} \right)_0 = 0. \quad (11)$$

Добавив к (11) начальные условия

$$u_i|_{x=0} = u_i^0, \quad (12)$$

получим задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (11), численное решение которой можно осуществить по методу Рунге—Кутты. При практической реализации этой задачи в качестве  $\psi(x)$  была подобрана функция  $\psi(x) = x \ln(1 + e - x)$ , которая, очевидно, обладает свойством (3).

Численно решая систему дифференциальных уравнений (11) при условии (12) на отрезке  $[0, 1]$  с шагом  $h=0,1$ , получаем решение  $u_i(x)$ , которое при  $x=1$  совпадает с решением системы (8).

Предложенный метод расчета оптимальных режимов ТЭЦ, кроме прочих преимуществ, указанных выше, характеризуется еще тем, что поставленная задача сводится к классу задач, успешно реализуемых методом Рунге—Кутты, программа которого хорошо разработана и входит в матобеспечение любой современной ЭВМ.

АрмИНИЭ

Поступило 12.VI.1974.

ՄԱՐ. Պ. ՇԱՐՊԻՐՅԱՆ, Ջ. Մ. ԲԱՔԱՅԱՆ

ՀԱՅ ՊԱՐԱՄԵՏՐԻ ՊԻՅԵՐԵՆՑԻԱՆ ՄԵԹՈԴԻ ԿԻՐԱՌՈՒՐԸ ԶԵՐՄԱՆԱՆՈՒՄԻ  
ԿԵՆՏՐՈՆԻ ԱՐԵՎԱՏՆԵՐԻ ՄԻՋԵԿ ԶԵՐՄԱՆՈՒ ՆԵՐԱՐԱՆՈՒՄԻ ԲԵՐՆԱ-  
ՎՈՐՈՒՄՆԵՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ԲԱԾԵՐԱՆ ԽԵՒՐՆԵՐՈՒՐ

Ա. Մ. Փ. Ո. Փ. Ո. Փ.

Հոդվածում բերված է ջերմաէլեկտրակենտրոնի ադրեղատների միջև ջերմային և էլեկտրական բևեռավորումների օպտիմալ բաշխման խնդիրների լուծման նոր մոտեցում: Այդ խնդիրները պատկանում են անհավասարություն-

ների տիպի սահմանափակումներով պայմանական էքստրեմալ խնդիրների դասին:

Մոտեցման հիմքում ընկած է բառ պարամետրի դիֆերենցման դադարի փարր, միայն այն ապրեքերություն, որ պարամետրի փոխարեն մտցվում է որոշ անընդհատ ֆունկցիա, որի բնորոշված կարելի է ապահովել որոշվող փոփոխականների վրա դրվող պայմանների կատարումը: Որպես հետևանք խնդիրը հանգեցվում է տրված սկզբնական պայմաններով սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների սխառեմի լուծման, որն իրականացվում է Ռունգե-Կուտտի մեթոդով:

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Բաբայան Լ. Մ. Алгоритм оптимизации режима ТЭЦ, построенный на основе методов динамического программирования и последовательных приближений. «Теплоэнергетика», № 10, 1970.
2. Давиденко Д. Ф. () приближенном решении систем нелинейных уравнений. «Укр. матем. журнал», 1953, 5, № 2.
3. Яковлев М. Н. К решению систем нелинейных уравнений методом дифференцирования по параметру. «Журнал вычисл. матем. и матем. физики», 1964, 4, № 1.
4. Баранов А. В. Об одном методе вычисления комплексных корней системы нелинейных уравнений. «Журнал вычисл. матем. и матем. физики», 1972, 12, № 1.

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

П. А. МАТЕВОСЯՆ, Л. А. ОТАՐՅԱՆ, Դ. Լ. ԲԵԺՅԱՆՅԱՆ

К ВОПРОСУ РАСЧЕТА УДЕЛЬНЫХ ПРИРОСТОВ  
ПОТЕРЬ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ

Решение задачи экономического распределения активных нагрузок между станциями энергосистемы с учетом потерь электрической энергии в линиях электропередач связано с определением удельных приростов потерь активной мощности.

В специализированных вычислительных машинах (СВМ) для экономического распределения нагрузок в энергосистеме [1, 2] вычисление удельных приростов потерь осуществляется с помощью моделей сетей постоянного тока, включенных в конструкцию СВМ. Такое сопряжение в значительной степени усложняет конструкцию машины, делает ее менее надежной. Представляет интерес расчет удельных приростов потерь на основе коэффициентов потерь [3]. Конструкция блока вычисления удельных приростов потерь в СВМ при этом несколько упрощается. Однако, при изменениях в сети электрической системы необходимо каждый раз вычислять и вводить в машину новые значения коэффициентов потерь.

В настоящей статье рассматриваются вопросы построения специализированного вычислительного устройства, предназначенного для оперативного расчета коэффициентов потерь, используемого в качестве отдельной приставки к СВМ. Рассматриваемый способ вычисления позволяет определять значения коэффициентов потерь независимо от работы СВМ и делает конструкцию СВМ более универсальной.

Уравнения, положенные в основу построения приставки к СВМ [3], следующие:

$$\alpha_i = 2x_i \sum_{j=1}^n B_{ij} P_j; \quad (1)$$

$$B_{ij} = B_{ji} \beta_{ij}; \quad (2)$$

$$B_{ij} = \frac{r_{ij}}{U_i U_j}. \quad (3)$$

$$\beta_{ij} = (1 + \operatorname{tg} \varphi_i \operatorname{tg} \varphi_j) \cos \varphi_{ij} + (\operatorname{tg} \varphi_j - \operatorname{tg} \varphi_i) \sin \varphi_{ij}; \quad (4)$$

$$\alpha_i = \left( \sum_{j=1}^N B_{ij} P_j \right); \left( \sum_{j=1}^L B_{ij} P_j \right), \quad (5)$$

где  $\alpha_i$  — удельный прирост потерь активной мощности;

$P_j$  — активная мощность, вырабатываемая  $j$ -ой станцией;

$B_{ij}$  — коэффициент потерь активной мощности;

$r_{ij}$  — взаимное (или собственное при  $i=j$ ) активное сопротивление между узловыми точками  $i$  и  $j$  электрической сети;

$U_i, U_j$  — напряжения в узловых точках сети;

$\varphi_{ij}$  — разность фаз между напряжениями  $U_i, U_j$ ;

$\varphi_i$  — угол сдвига фаз между напряжением и током в  $i$ -ой узловой точке;

$\tau_i$  — коэффициент, учитывающий влияние нагрузок энергосистемы

$g$  — число станций системы;

$l$  — число станций и нагрузочных узлов энергосистемы.

Таким образом, при расчете удельных приростов потерь с помощью формул (1) и (2) учитываются сдвиги фаз между напряжениями и токами в сети энергосистемы.

Согласно [3], а также выполненных нами исследований с помощью СВМ, некоторые результаты которых приведены в настоящей статье, при расчете коэффициентов потерь активной мощности существенное значение имеет учет значений  $\beta_{ij}$ .

При создании специализированного вычислительного устройства, предназначенного для оперативного расчета коэффициентов потерь  $B_{ij}$ , можно принять значения  $\beta_{ij}$  и  $\tau_i$  постоянными, заведомо вычисленными для определенной группы режимов. Кроме того, в практических расчетах принимают значения напряжений  $U_i$  и  $U_j$  равными  $U_{cp}$  [2].

Таким образом, задача вычисления  $B_{ij}$  сводится, в основном, к определению собственных и взаимных сопротивлений  $r_{ij}$  между узловыми точками моделирующего устройства сети, с последующим умножением их согласно (2) и (3) на коэффициенты вида  $\beta_{ij}/U_{cp}^2$ . Исходя из вышеизложенного, для вычисления коэффициентов  $\beta_{ij}$  можно построить аналоговое устройство, включающее в себя: моделирующее устройство сети постоянного тока, которое соответствует эквивалентной схеме сети исследуемой энергосистемы; источник единичного тока; вычислительный блок для умножения на коэффициенты  $\beta_{ij}/U_{cp}^2$ .

При подключении источника единичного тока в цепь  $j$ -ой узловой точки моделирующего устройства электрической сети на  $i$ -ой узловой точке появится напряжение, пропорциональное по величине сопротивлению  $r_{ij}$ . Таким образом, путем поочередного включения источника единичного тока в каждый из внешних контуров моделирующего устройства, можно установить все значения  $r_{ij}$  формулы (3), пропорциональные напряжениям соответствующих узлов. Подавая поочередно эти напряжения на вход вычислительного блока, предназначенного для умножения на коэффициент



В табл. 1 приведены значения коэффициентов  $B_{ij} \times 10^4$ , вычисленные на основе формулы (3) без учета коэффициента  $\beta_{ij}$ .

Матрица коэффициентов  $B' \approx 10^4 \text{ ом/ка}^2$

[illegible]

Таблица 2

Матрица коэффициентов  $B_{ij} \times 10^4 \text{ ом} \cdot \text{км}^2$ 

|   | 1 | 2    | 3      | 4     | 5     | 6     | 7     | 8    | 9    |
|---|---|------|--------|-------|-------|-------|-------|------|------|
| 1 | 0 | 0    | 0      | 0     | 0     | 0     | 0     | 0    | 0    |
| 2 | 0 | 9,42 | 7,17   | 5,27  | 2,89  | 2,99  | 2,97  | 2,37 | 0    |
| 3 | 0 | 7,11 | 207,42 | 28,97 | 10,26 | 10,23 | 10,49 | 7,94 | 0    |
| 4 | 0 | 5,27 | 28,97  | 44,40 | 13,14 | 11,45 | 11,40 | 9,16 | 0    |
| 5 | 0 | 2,89 | 10,26  | 13,14 | 9,12  | 3,08  | 3,01  | 7,32 | 0    |
| 6 | 0 | 2,99 | 10,23  | 11,45 | 3,08  | 19,30 | 12,64 | 6,60 | 0    |
| 7 | 0 | 2,97 | 10,49  | 11,40 | 3,01  | 12,64 | 13,10 | 6,91 | 0    |
| 8 | 0 | 2,37 | 7,94   | 9,16  | 7,32  | 6,60  | 6,91  | 9,45 | 0    |
| 9 | 0 | 0    | 0      | 0     | 0     | 0     | 0     | 0    | 9,10 |

В табл. (2) приведены значения  $B_{ij} \cdot 10^4$ , полученные по формуле (2).

Из сравнения данных таблиц 1 и 2 видно, что при учете коэффициентов  $B_{ij}$  значение коэффициентов потерь  $B_{ij}$  могут существенно изменяться.

Описанная выше методика расчета коэффициентов потерь и удельных приростов потерь активной мощности была реализована в созданной в АрмНИИЭ МЭиЭ СССР специализированной вычислительной машине, предназначенной для экономического распределения активных нагрузок между станциями энергосистемы [4].

**Вывод.** При решении задачи экономического распределения нагрузок в энергосистеме с учетом потерь активной мощности в линиях электропередач с целью упрощения конструкции СВМ представляется целесообразным расчет удельных приростов потерь активной мощности производить по коэффициентам потерь, вычисление которых удобно осуществлять с помощью специализированного аналогового устройства, изготовленного в виде отдельной приставки к СВМ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ворпизинец Б. В., Гинзбург С. А., Шлимович В. Д. Схема, конструкция и эксплуатационные показатели вычислительной машины РЭР для ОДУЭС. Труды ВНИИЭ, вып. XVIII, изд. «Энергия», 1964.
2. Усов С. В., Павлов Г. М., Кинган В. В., Петрова С. С., Степанов Б. Н. Решение задачи наивыгоднейшего распределения нагрузок на машине «АНРАН-IV». «Электричество», 1964, № 2.
3. Адоиц Г. Т. Многополюсник. Изд. АН АрмССР, Ереван, 1965.
4. Матевосян Н. А., Огарян Л. А. Аналоговая вычислительная машина для оперативного расчета экономического режима распределения нагрузок между станциями энергосистемы. «Промышленность Армении», 1971, № 1.
5. Адоиц Г. Т., Гамбуриан К. А., Мурадян С. Г. Об одной тестовой задаче расчета установившегося режима энергосистемы. «Электрические станции», 1971, № 12.

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Л. О. КАРАХАНИЯ

РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОЙ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ И  
 ПОТЕРЬ В МАГНИТОДИЭЛЕКТРИКЕ В  
 СИНУСОИДАЛЬНОМ ПОЛЕ

Исследование электромагнитных свойств неоднородных материалов имеет важное теоретическое и практическое значение в связи с широким применением магнитодиэлектриков в радиоэлектронике, а также в связи с решением различных задач магнитной сепарации и разведки руд. При этом возникает задача определения эффективной (средней) магнитной проницаемости и характеристик неоднородного материала на основании данных о составе и физических свойствах его компонентов. Иногда возникает и обратная задача — определение проницаемости вещества данного компонента по результатам измерения среднего значения проницаемости неоднородной среды.

Решению указанных задач посвящено много исследований [1—4]. Однако в них не учитываются мультипольные взаимодействия высоких порядков между частицами. При больших концентрациях ферромагнитных включений необходимо учесть все мультипольные взаимодействия между частицами.

В настоящей заметке рассматривается расчет эффективной магнитной проницаемости и магнитных потерь неоднородной системы, состоящей из ферромагнитных включений сферической формы радиуса  $a$  и связующего вещества — диэлектрика. Ферромагнитные включения с объемной концентрацией  $p$  расположены в узлах кубической решетки (рис. 1). Вещество ферромагнитных включений обладает потерями на гистерезис и характеризуется комплексной магнитной проницаемостью

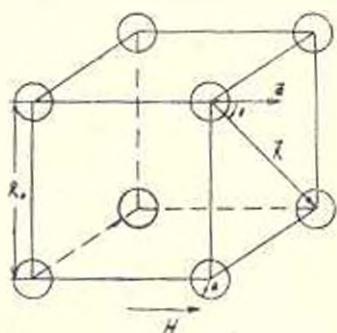


Рис. 1

$\mu_1 = \mu'_1 - j\mu''_1 = \mu_1 e^{-j\delta}$  и удельной электрической проводимостью  $\sigma$ .

Пусть в исследуемой неоднородной системе действует переменное однородное магнитное поле

$$H(t) = H_m \sin(\omega t - \psi_0). \quad (1)$$

Будем считать, что напряженность поля во включениях такая, что для вещества ферромагнитных включений зависимость  $B=f(H)$  можно считать прямолинейной.



Следовательно, действительная ( $\mu_1'$ ) и мнимая ( $\mu_1''$ ) части комплексной проницаемости вещества феррочастиц постоянны (не зависят от напряженности поля).

Для определения эффективной проницаемости неоднородной среды воспользуемся известной аналогией расчета электростатических и магнитостатических полей. Гюнтер и Гейрих [5] на основании мультипольной теории получили выражение диэлектрической проницаемости смеси в функции от диэлектрических проницаемостей включений, связующей среды и концентрации включений для случая постоянного поля.

Заменяя в выражении средней диэлектрической проницаемости, полученном в работе [5],  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  магнитными проницаемостями связующего вещества ( $\mu_0$ ) и ферромагнитных включений ( $\mu_1$ ), получим формулу статической магнитной проницаемости смеси

$$\mu_{\text{ср}} = \mu_0 \frac{3 + 2(\mu_0/\mu_1 - 1)(1 - p) - \gamma}{3 + (\mu_0/\mu_1 - 1)(2 + p) - \gamma} \quad (2)$$

с учетом мультипольного взаимодействия.

При пренебрежении мультипольными моментами высокого порядка (т. е. при учете только дипольных моментов)  $\gamma = 0$  и получается результат, полученный в [6].

Распространим расчет эффективной проницаемости по мультипольной теории на случай синусоидального внешнего поля. В этом случае необходимо учесть влияние вихревых токов и ферромагнитных включений. Для этого пользуемся понятием эквивалентной магнитной проницаемости одиночного шара (включения), учитывающей поверхностный эффект [7]:

$$\bar{\mu}_{\text{ш}} = \frac{2\mu_1(\bar{\mu} - \text{th } \bar{\mu})}{\bar{\mu}^2 \text{th } \bar{\mu} - (\bar{\mu} - \text{th } \bar{\mu})}, \quad (3)$$

где  $\bar{\mu} = a\sqrt{j\omega\mu_1\sigma}$ ;  $\mu_1$  — комплексная магнитная проницаемость вещества ферромагнитного включения, т. е. значение магнитной проницаемости на поверхности, учитывающей только явление гистерезиса. В первом приближении в качестве модуля  $\mu_1$  можно взять значение магнитной проницаемости по основной кривой намагничивания при  $H = H_m/\sqrt{2}$  [8].

Подставляя в (3) вместо  $\mu_1$  эквивалентную проницаемость  $\bar{\mu}_{\text{ш}}$  включения, получим выражение эффективной комплексной проницаемости неоднородной среды в синусоидальном поле:

$$\mu_{\text{ср}} = \mu_0 \frac{3 + 2(\mu_0/\bar{\mu}_{\text{ш}} - 1)(1 - p) - \gamma}{3 + (\mu_0/\bar{\mu}_{\text{ш}} - 1)(2 + p) - \gamma}, \quad (4)$$

где

$$\bar{\gamma} = \frac{48 \frac{(\mu_0/\mu_{\text{вкл}} - 1)^2}{7 + 4(\mu_0/\mu_{\text{вкл}} - 1)} \left(\frac{a}{R_0}\right)^{10} \left| \sum_{R \neq 0} \frac{P_0(\vec{e}\vec{R}/R)}{(R/R_0)^5} \right|^2}{1 + 60 \frac{\mu_0/\mu_{\text{вкл}} - 1}{7 + 4(\mu_0/\mu_{\text{вкл}} - 1)} \left(\frac{a}{R_0}\right)^2 \sum_{R \neq 0} \frac{P_0(\vec{e}\vec{R}/R)}{(R/R_0)^3}};$$

$\vec{e}$  — единичный вектор в направлении внешнего поля;

$R$  — решеточный вектор;

$R_0$  — расстояние между ближайшими включениями в решетке.

В полученном выражении эффективной комплексной проницаемости учитывается влияние концентрации, магнитной проницаемости, удельной электрической проводимости и радиуса ферромагнитных включений, а также частоты внешнего синусоидального поля (в диапазоне  $5 \cdot 10^2 - 10^6$  Гц) на величину эффективной проницаемости.

С целью расчета потерь в магнитодиэлектрике определим магнитный момент ферромагнитных включений. Магнитный момент (средний дипольный момент) включения с учетом мультипольных взаимодействий до третьего порядка включительно, по аналогии с [6], равен:

$$M = 4\pi a^3 \frac{\mu_{\text{вкл}} - \mu_0}{\mu_{\text{вкл}}(1 - p - \gamma) + \mu_0(2 + p)} \quad (5)$$

Поглощаемую ферромагнитным включением мощность можно выразить через магнитный момент включения [9]

$$W_1 = -\frac{1}{2} H_m^0 \text{Im} M, \quad (6)$$

Потери мощности в единице объема магнитодиэлектрика равны

$$\dot{W} = n W_1 = -\frac{n}{2} H_m^0 \text{Im} M, \quad (7)$$

где  $n = \frac{3\rho}{4\pi a^3}$  — число ферромагнитных включений в единице объема.

## Выводы

1. Показано, что метод расчета средней магнитной проницаемости по мультипольной теории можно распространить на случай синусоидального поля, заменяя комплексную проницаемость вещества ферромагнитных включений эквивалентной проницаемостью шара, которой учитывается поверхностный эффект в каждом отдельном включении.

2. Получены выражения для магнитного момента включения, находящегося в неоднородной среде с эффективной проницаемостью  $\mu_{\text{эф}}$  при учете влияния всех намагниченных включений и поглощаемой мощности.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 11 III.1974.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Ondorff F.* „Arch. Elektrotechnik“, 25, 436 (1931).
2. *Кондорский Е. И.* «Известия АН СССР, серия физическая», 16, 449 (1952).
3. *Фрадкин Б. М.* «Известия АН СССР, серия физическая», 19, 481 (1952).
4. *Doebke W.* „Ferromagnetische Mäxskörper Zs. f. techn. Physik“, 1930, т. 11, стр. 12.
5. *Ganter R. und Heinrich D.* „Zs. f. Physik“, 1965, В. 185.
6. *Кирапетян М. А., Карахиян Л. О.* Расчет магнитной проницаемости магнитодieleктриков с эллипсоидальными феррочастицами. Научные труды Ереванского политехнического института им. К. Маркса, том 36, вып. IV, серия технической кибернетики (1972).
7. *Катков Н. Г., Поликинов К. М.* «Известия АН СССР, серия физическая», 18, 419, (1954).
8. *Нейман Л. Р.* Поверхностный эффект в ферромагнитных телах, 1949.
9. *Фрадкин Б. М.* Сборник трудов МЭИ, 1953, вып. 14.

*Влияние расположения полюса качения на тяговые свойства многодискового вариатора.* Алавердян Ф. Р., Густин Л. И. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 1, 1975, 3—9.

Применительно к новому типу многодискового варианта системы Байера рассматривается влияние полюса качения, расположенного за пределами площадки контакта, на действительное передаточное отношение и на геометрический к. п. д. Приводятся результаты экспериментального исследования коэффициента относительной потери скорости и к. п. д. Получены зависимости, позволяющие выявить условия, обеспечивающие высокие показатели стабильности передаточного отношения и к. п. д.

Илл. 5. Библ. 3 назв.

УДК 538.221

*О высокочастотном сползании в ферромагнитных пленках* Погоряч Я. М., Арутюниан С. А., Ованесян К. Л. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 1, 1975, 10—17.

Исследовано червеобразное движение доменных границ (стрипин) при возбуждении пленки наносекундными полями, действующими в направлении оси трудного намагничивания (ОТН).

Показано, что при длительности переднего фронта импульса  $\sim 50$  нсек, влияние постоянно действующего поля по ОТН такое же, что и при низкочастотном сползании доменных границ. Это указывает на великую природу сползания червеобразного движения доменных границ в тонких пленках. Приводится возможный механизм червеобразного движения доменных границ в свете ранее предложенной авторами модели сползания доменных границ с поперечными связями с учетом того, что постоянно действующими полями по оси легкого намагничивания могут служить как размагничивающие поля, так и наличие дисперсии анизотропии в пленке.

Табл. 1. Илл. 4. Библ. 20 назв.

УДК 621.3.013.001.24+621.315.61

*Электрическое поле в неоднородном диэлектрике, смоделированном дисперсной системой* Карапетян М. А. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 1, 1975, 18—25.

Произведен анализ зависимости напряженностей электрического поля во включениях и в среде монодисперсной системы от параметров вещества компонентов, концентрации и формы частиц, длительности приложения постоянного поля, характера импульсных и частоты синусоидальных внешних полей.

Илл. 4. Библ. 5 назв.

УДК 621.313.333 : 681.32

*Моделирование на ЦВМ асинхронного двигателя с тиристорами в цепи статора.* Машинян Л. Х. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 1, 1975, 26—30.

Рассмотрены вопросы разработки гибкой и универсальной математической модели расчета статических и динамических характеристик асинхронных электродвигателей с тиристорами в цепи статора.

Илл. 2. Библ. 2 назв.

*Мостовая измерительная цепь как звено автоматической измерительной системы* Мелконян К. М. «Известия АН АрмССР (серия Т. II)», т. XXVIII, № 1, 1975, 31—38

Рассматривается задача расчета характеристики мостовой измерительной системы в качестве звена в системе автоматического управления. В результате анализа в области больших и малых отклонений от положения равновесия получены условия подбора параметров и коэффициенты линеаризованных моделей мостовой цепи.

Илл. 3, Табл. 2, Библ. 7 назв.

УДК 666.982.2+69.058.7+691.32 : 539.3.1

*Изгиб железобетонной плиты в высоком температурном поле* Уманца Р. А. «Известия АН АрмССР (серия Т. II)», т. XXVIII, № 1, 1975, 39—46.

Рассматривается задача изгиба железобетонной плиты, находящейся в высоком стационарном температурном поле, когда упругие характеристики бетона и арматуры и мера ползучести бетона зависят от температуры. Решение задачи сводится к системе нелинейных интегро-дифференциальных уравнений. В качестве примера рассмотрена задача чистого изгиба железобетонной плиты для четырех случаев.

Табл. 1 Илл. 4 Библ. 9 назв.

УДК 621.311.22+517.91

*Применение метода дифференцирования по параметру к задачам оптимального распределения тепловых и электрических нагрузок между агрегатами ТЭЦ* Григорьян Ю. Г., Баблин Л. М. «Известия АН АрмССР (серия Т. II)», т. XXVIII, № 1, 1975, 47—50

Приводится новый подход к решению задачи оптимального распределения тепловых и электрических нагрузок между агрегатами ТЭЦ, относящейся к классу условно-экстремальных задач с ограничениями типа неравенства. В основе подхода лежит идея дифференцирования по параметру, с той разницей, что вместо параметра вводится некоторая непрерывная функция, выбором которой можно обеспечить выполнение условий, налагаемых на определяемые переменные. В результате задача сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями, которая решается методом Рунге-Кутты.

Библ. 4 назв.

УДК 621.31 : 518+621.31 : 681.3.06

*К вопросу расчета удельных приростов потерь активной мощности* Матевосян П. А., Отарян Л. А., Беджанин Г. Д. «Известия АН АрмССР (серия Т. II)», т. XXVIII, № 1, 1975, 51—55

Рассматриваются вопросы построения специализированного вычислительного устройства, предназначенного для оперативного расчета коэффициентов потерь, используемого в качестве отдельной приставки к специализированной вычислительной машине (СВМ) для наимыгоднейшего распределения активных нагрузок в энергосистеме. Предложенный способ вычисления удельных приростов потерь на основе коэффициентов потерь позволяет определять значения коэффициентов потерь независимо от ра-



боты СВМ, что позволяет повысить точность расчета удельных приростов потерь и делает конструкцию СВМ более универсальной.

Табл. 2. Библ. 5 назв.

УДК 621.315.61+537.226+538.221

*Расчет эффективной магнитной проницаемости и потерь энергии в магнитодieleктрике в синусоидальном поле.* Караханян Л. О. Известия АН АрмССР (серия Т. II.), т. XXVIII, № 1, 1975, 56-59.

Исследовано синусоидальное магнитное поле в неоднородной системе с ферромагнитными включениями. Получено выражение эффективной комплексной магнитной проницаемости неоднородной системы с учетом мультипольных взаимодействий до третьего порядка включительно, учитывая явление гистерезиса и поверхностный эффект. Получено выражение магнитного момента и потерь на гистерезис и вихревые токи ферромагнитных включений.

Илл. 1. Библ. 9 назв.

## СОДЕРЖАНИЕ

### Машиностроение

- Ф. Р. Алавердян, Л. Н. Густин. Влияние расположения полюса качения на тяговые свойства многодискового вариатора . . . . . 3

### Электронная техника

- М. М. Логосян, С. А. Арутюнян, К. Л. Овинисян. О высокочастотном сползании в ферромагнитных пленках . . . . . 10

### Электротехника

- И. А. Карапетян. Электрическое поле в неоднородном диэлектрике, смоделированном монодисперсной системой . . . . . 18
- Л. А. Машинян. Моделирование на ЦВМ асинхронного двигателя с тиристорами в цепи статора . . . . . 26

### Измерительная техника

- К. М. Мелконян. Мостовая электроизмерительная цепь как цепь автоматической измерительной системы . . . . . 31

### Строительная техника

- А. А. Унанян. Изгиб железобетонной плиты при высоких температурах . . . . . 39

### Энергетика

- Ю. Г. Григорьян, Д. М. Бабалян. Применение метода дифференцирования по параметру к задачам оптимального распределения тепловых и электрических нагрузок между агрегатами ТЭЦ . . . . . 47

### Научные заметки

- П. А. Матевосян, Л. А. Отарян, Г. Д. Беджиян. К вопросу расчета удельных приростов потерь активной мощности . . . . . 51
- Л. О. Караханян. Расчет эффективной магнитной проницаемости и потерь в магнитодиэлектрике в синусоидальном поле . . . . . 56

# ԲՈՎԱՆԻԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

## ՄԷԼԵՆԱՅԻՆՈՐԿԱՆ

Ն. Ռ. Ալավերդյան, Լ. Ի. Կուստյան Կոմիտաս քանդակի դիրքի ազդեցությունը բաղմանական  
ապակյա վարժատորի քարային ատկությունների վրա . . . . . 3

## ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՈՆԼԻՆԻԿԱ

Ռա. Մ. Պողոսյան, Ս. Ս. Հաբուսյան, Կ. Լ. Հովհաննիսյան, Բարձրահասակային  
սողբր ֆեոտագնիտային թաղանթներում . . . . . 10

## ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՆԻԿԱ

Մ. Ս. Կուրադիսյան, Էլեկտրական դաշտը անհամասեռ դիէլեկտրիկում, որը մոդելա  
վորված է մոնոդիսկերա սխեմայով . . . . . 13

Լ. Ն. Մաշիկյան, Սառսարի չղթայում տիրապետող ունեցող ապասխերոն չարմիչի մո  
դելավորումը լվային հաշվի մեթոդային վրա . . . . . 26

## ՉԱՌՈՂԱԿԱՆ ՈՆԼԻՆԻԿԱ

Կ. Մ. Մելգոնյան, Կապույտին չափման չղթան որպես ափսոմատ չափի սխեմայի սղակ  
. . . . . 31

## ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ՄԷԼԱՆԻԿԱ

Ս. Ս. Հունանյան, Իրկաթյան ասիի ծուծը բարձր զերմային դասում . . . . . 38

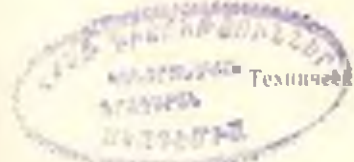
## ԷՆԵՐԳԻՏԻԿԱ

Յու. Կ. Կրիզոսյան, Չ. Մ. Սարգսյան, Հոս պարամետրի դիֆերենցման մեթոդի կիրառումը  
չերմալեկտրականության ազդեցականների միջև շերմային և էլեկտրական բևեռավո  
րումների ապսիմայ թաղանթի խեղդերում . . . . . 42

## ԻՍՏԱԿԱՆ ՆՈՐԻՍ

Պ. Ս. Մարկոսյան, Լ. Ս. Սարգսյան, Կ. Կ. Քեչանյան, Անթիվ հոյություն կորուստների  
տեսակետար աների հաշվարկի նորի շուրջ . . . . . 51

Լ. Հ. Կարապետյան, Մադիտագիտականությունից էֆեկտիվ մադիտական թափանցելիության  
և էներգիայի կորուստների հաշվարկի սխեմայի դասում . . . . . 56



Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН