

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵԴԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԽՐԱԴՐԱԿԱՆ ԿԱՐԵՐԱԿ

Պատյան Ս. Վ. (պատ. խմբագիր), Ազունջ Շ. Տ. (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ալեքսեևսկի Վ. Վ.,
Անանյան Ա. Կ., Գորոյան Տ. Ա., Զաքոյան Մ. Ա., Նազարով Ա. Դ., Տեր-Ազարի Ի. Ա., Փինաջ-
յան Վ. Վ. (պատ. խմբագրի տեղակալ)
Պատասխանատու քարտուղար Ստեփանյան Չ. Կ.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Касьян М. В. (ответ. редактор), Адоныч Г. Т. (зам. ответ. редактора), Алексеевский
В. В., Ананян А. К., Гороян Т. А., Задоян М. А., Назаров А. Г., Пинаджян В. В. (зам.
ответ. редактора), Тер-Азарян Н. А.
Ответственный секретарь Степанян З. К.

Խմբագրության հասցեն՝ Երևան—1, Արաբյան փող. 15.

Адрес редакции: Ереван—1, ул. Абовяна, 15.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

К. Х. ШАХБАЗЯН, Г. О. ОГАНЕСЯН

СИНТЕЗ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА
 ПО ПОЛОЖЕНИЯМ ОСИ ШАТУНА

В статье впервые дается решение задачи синтеза пространственного четырехзвенника по пяти положениям оси шатуна. Рассматривается синтез кривошипного механизма с вращательными парами на его концах и ведомым звеном, обладающим двумя шаровыми шарнирами (рис. 1). Данный механизм имеет две степени свободы, но одна из них представляет вращение ведомого звена относительно общей оси двух его шаровых шарниров и не влияет на положение оси шатуна. Поэтому вторая степень свободы не учитывается.

Методика синтеза пространственных механизмов такого типа, воспроизводящих произвольные заданные пространственные кривые, представлена в работе Тулла [1], а управлению перемещением твердого тела посвящена работа Су [2]. С математической точки зрения задачи синтеза по заданным направлениям оси шатуна представляют собой интерполяционные задачи с заранее заданными узлами интерполяции. Для плоских механизмов подобные задачи различными методами решены рядом авторов [3-7].

Постановка задачи. Рассмотрим пространственный механизм O_1ABCD (рис. 1). Система координатных осей $Oxyz$ связана со стойкой. Кривошип AB образует со стойкой первую вращательную пару, ось которой направлена вдоль оси Oy . Шатун BC образует с кривошипом AB вторую вращательную пару B . Оси вращательных пар скрещиваются. Коромысло CD образует сферические пары с шатуном и со стойкой.

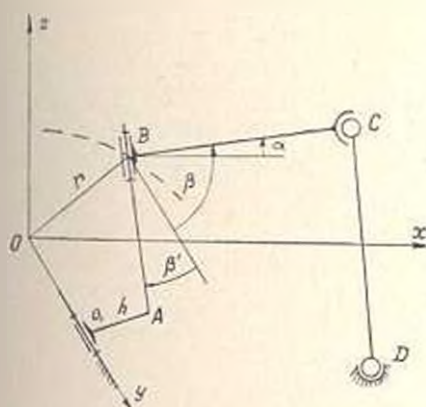


Рис. 1.

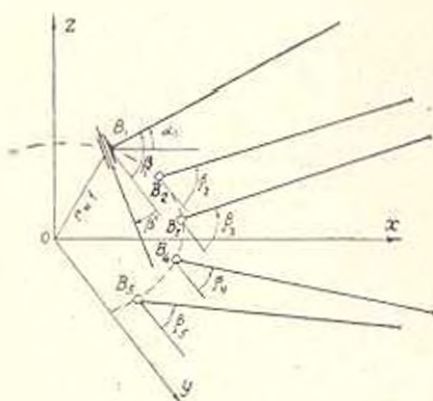


Рис. 2.

Задача синтеза указанного четырехзвенника рассматривается при следующих условиях:

а) заданы направления оси шатуна, ограниченные с одной стороны, находящейся на окружности, расположенной в плоскости xOz ;

б) дан угол β' между двумя скрещивающимися прямыми AB и Oy ;

в) углы наклона оси шатуна α и β относительно координатных осей Ox и Oy заданы только для одного ее положения, а для остальных ее положений задан только β_i — угол наклона к оси Oy (рис. 2).

При $OB = r$ координаты точки B определяются из условия

$$B_x^2 + B_z^2 = r^2. \quad (1)$$

При выборе координат точки B необходимо, чтобы удовлетворялось одно из условий:

$$\left. \begin{array}{l} B_{x_1} > B_{x_2} > \dots > B_{x_n} \quad (B_{x_1} < B_{x_2} < \dots < B_{x_n}) \\ B_{z_1} > B_{z_2} > \dots > B_{z_n} \quad (B_{z_1} < B_{z_2} < \dots < B_{z_n}) \end{array} \right\}. \quad (2)$$

и не нарушалась требуемая последовательность занимаемых положений оси шатуна.

Имея координаты точки B , углы наклона оси шатуна относительно осей Ox и Oy и угол β' , определяем кратчайшее расстояние между двумя скрещивающимися прямыми

$$h = \frac{|B_x \cos \alpha' - B_z \cos \alpha'|}{\sqrt{1 - \cos^2 \beta'}} \quad (3)$$

где α' и α'' — углы наклона оси AB относительно осей Ox и Oz .

Имея h и β' , можем определить углы наклона α'_i , α''_i и β'_i прямых AB и BC относительно осей Ox и Oz по формулам

$$\left. \begin{array}{l} h \sin \beta' = B_{x_i} \cos \alpha'_i - B_{z_i} \cos \alpha''_i \\ \cos^2 \alpha'_i + \cos^2 \beta'_i - \cos^2 \alpha''_i = 1; \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} \cos \alpha'_i \cos \alpha'_i + \cos \beta'_i \cos \beta'_i + \cos \alpha''_i \cos \alpha''_i = 0; \\ \cos^2 \alpha'_i + \cos^2 \beta'_i + \cos^2 \alpha''_i = 1. \end{array} \right\} \quad (5)$$

Имея координаты точки B и углы наклона оси шатуна относительно координатных осей Ox , Oy , Oz , определяем координаты точки C , выраженные через координаты точки B и искомую длину шатуна l :

$$\left. \begin{array}{l} C_{x_i} = B_{x_i} + l \cos \alpha'_i; \\ C_{y_i} = B_{y_i} + l \cos \beta'_i; \\ C_{z_i} = B_{z_i} + l \cos \alpha''_i. \end{array} \right\} \quad (6)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

где $B_{y_i} = 0$, а n — число заданных направлений оси шатуна.

Центр вращения точки C находится в плоскости, перпендикулярной к отрезкам между точками C_i . Геометрическое место центров кривизны двух положений точки C_i есть плоскость, уравнение которой будет:

$$(C_{xi} - C_{xi-1})(2x - C_{xi} - C_{xi-1}) + (C_{yi} - C_{yi-1})(2y - C_{yi} - C_{yi-1}) + \\ + (C_{zi} - C_{zi-1})(2z - C_{zi} - C_{zi-1}) = 0, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (7)$$

Число уравнений (7) будет на единицу меньше числа заданных уравнений оси шатуна. Уравнения (7) позволяют произвести синтез данного механизма по пяти направлениям оси шатуна.

Синтез по пяти направлениям оси шатуна. Пусть требуется проектировать пространственный четырехзвенник, для которого ось шатуна принимает последовательно заданные пять направлений (рис. (2)).

Выбирая $r = OB, B', B_2, B_3, B_4$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) и определяя амплитуды и углы α_i, γ_i из уравнений (1) и (5), по уравнениям (6) вычисляем координаты точки C , выраженные через неизвестную длину шатуна. Уравнения плоскостей, на которых лежит центр вращения коромысла, принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} (A_1 - B_1)x + D_1y + (E_1 - F_1)z - N_1 &= 0; \\ (A_2 - B_2)x + D_2y + (E_2 - F_2)z - N_2 &= 0; \\ (A_3 - B_3)x + D_3y + (E_3 - F_3)z - N_3 &= 0; \\ (A_4 - B_4)x + D_4y + (E_4 - F_4)z - N_4 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_{i-1} &= B_{xi} - B_{xi-1}; & B_{i-1} &= \cos \alpha_i - \cos \alpha_{i-1}; \\ D_{i-1} &= \cos \beta_i - \cos \beta_{i-1}; \\ E_{i-1} &= B_{zi} - B_{zi-1}; & F_{i-1} &= \cos \gamma_i - \cos \gamma_{i-1}; \\ N_{i-1} &= B_{xi-1} \cos \alpha_{i-1} + B_{zi-1} \cos \gamma_{i-1} - B_{xi} \cos \alpha_i - \\ &- B_{zi} \cos \gamma_i, & i &= 2, 3, 4, 5 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Здесь и в дальнейшем двойной знак соответствует расположению точки C относительно точки B влево и вправо.

Определяя из первых трех уравнений системы (8) координаты x, y, z , выраженные через l , и подставляя в четвертое уравнение, получим:

$$kl^2 + ml + n = 0; \quad (10)$$

$$l_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4nk}}{2k}.$$

где

$$\begin{aligned}
k &= B_1 E_1 + D_1 (B_2 F_{IV} + B_3 F_{II} + B_4 F_{III}) - F_1 B_1 - N_1 (B_2 D_{III} + B_3 D_{IV} + B_4 D_{II}); \\
m &= A_1 F_1 + B_1 E_1 + D_1 (A_2 F_{IV} + A_3 F_{II} + A_4 F_{III}) + B_2 E_{IV} + B_3 E_{II} + B_4 E_{III} - \\
&\quad - F_1 A_1 - E_1 B_1 - N_1 (A_2 D_{III} + A_3 D_{IV} + A_4 D_{II}) + B_2 E'_{IV} + B_3 E'_{II} + B_4 E'_{III}; \\
n &= A_1 E_1 + D_1 (A_2 E_{IV} + A_3 E_{II} + A_4 E_{III}) - E_1 A_1 - N_1 (A_2 E'_{IV} + A_3 E'_{II} + A_4 E'_{III}).
\end{aligned}
\tag{11}$$

$$\begin{aligned}
A_1 &= A_2 N_{III} + A_3 N_{IV} + A_4 N_{II}; & B_1 &= B_2 N_{III} + B_3 N_{IV} + B_4 N_{II}; \\
E_1 &= E_2 N_{III} + E_3 N_{IV} + E_4 N_{II}; & F_1 &= F_2 N_{III} + F_3 N_{IV} + F_4 N_{II};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{II} &= D_2 F_3 - D_3 F_2; & E_{II} &= E_2 N_1 - E_3 N_2; \\
D_{III} &= D_3 F_1 - D_1 F_3; & E_{III} &= E_3 N_2 - E_2 N_3; \\
D_{IV} &= D_4 F_2 - D_2 F_1; & E_{IV} &= E_4 N_3 - E_3 N_1; \\
E_{II} &= E_2 D_4 - E_4 D_2; & F_{II} &= F_2 N_1 - F_3 N_2; \\
E_{III} &= E_3 D_2 - E_2 D_3; & F_{III} &= F_3 N_2 - F_2 N_3; \\
E_{IV} &= E_4 D_3 - E_3 D_4; & F_{IV} &= F_4 N_3 - F_3 N_4;
\end{aligned}$$

$$N_{II} = N_2 D_3 - N_3 D_2;$$

$$N_{III} = N_3 D_4 - N_1 D_2;$$

$$N_{IV} = N_1 D_2 - N_2 D_4.$$

После определения I вычисляем координаты

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}; \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}; \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}, \tag{12}$$

где Δ — определитель первых трех уравнений системы (8):

$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ — дополнительные определители.

Пример вычисления пяти параметров. Пусть заданы: $r=1$; $\beta' = 40^\circ 51' 07''$; $\beta_1 = 80^\circ 47' 13''$; $\beta_2 = 76^\circ 39' 42''$; $\beta_3 = 70^\circ 31' 52''$; $\alpha_1 = 45^\circ 29' 34''$; $\alpha_2 = 67^\circ 36' 32''$; $\alpha_3 = 70^\circ 14' 41''$.

Выбрав абсциссы точки B и учитывая условия (2), определяем по формуле (1) аппликаты B_z . Их значения и значения направляющих косинусов: прямых AB и BC сведены в табл. 1, а значения коэффициентов в табл. 2.

Таблица 1

Положе- ния	A_x	A_z	$\cos \alpha'$	$\cos \beta'$	$\cos \gamma'$	$\cos \alpha$	$\cos \beta$	$\cos \gamma$
1	1	-1	0.53339	0.75640	0.34874	0.36030	0.16010	-0.91899
2	0.4	-0.91652	0.36769	0.75640	0.54098	0.62394	0.23070	-0.74665
3	0.8	0.6	0.05304	0.75640	0.62958	0.81770	0.33330	-0.46933
4	0.8	0.6	-0.61103	0.75640	0.23347	0.70100	0.28000	0.60349
5	0.4	0.91652	-0.64669	0.75640	-0.09827	0.25780	0.33800	0.90515

Таблица 2

Положе- ние	A	B	D	E	F	N
1	0,4	0,26363	0,07060	0,08449	0,17235	-0,01489
2	0,4	0,19376	0,10260	0,31652	0,27741	-0,00119
3	0	0,11670	0,04670	1,20000	1,07282	0,01287
4	0,4	0,44320	0,04200	0,31652	0,39166	0,00981

Из выражений (11) имеем: $k = 0,55847$; $m = 0,93912$; $n = 0,38194$.

Подставляя полученные значения k , m и n в уравнение (10), получим:
 $l_1 = -0,70791$; $l_2 = -0,97367$.

Далее, по формулам (12) определяем координаты x , y и z центр вращения коромысла:

$$x_1 = -0,31499; \quad x_2 = -0,12843;$$

$$y_1 = -1,12993; \quad y_2 = 0,19933;$$

$$z_1 = -0,00510; \quad z_2 = 0,11620.$$

Наконец, из уравнений (9) определяем длину коромысла R :

$$R_1 = 1,07510; \quad R_2 = 0,31680.$$

Полученный механизм для R_1 показан на рис. 3.

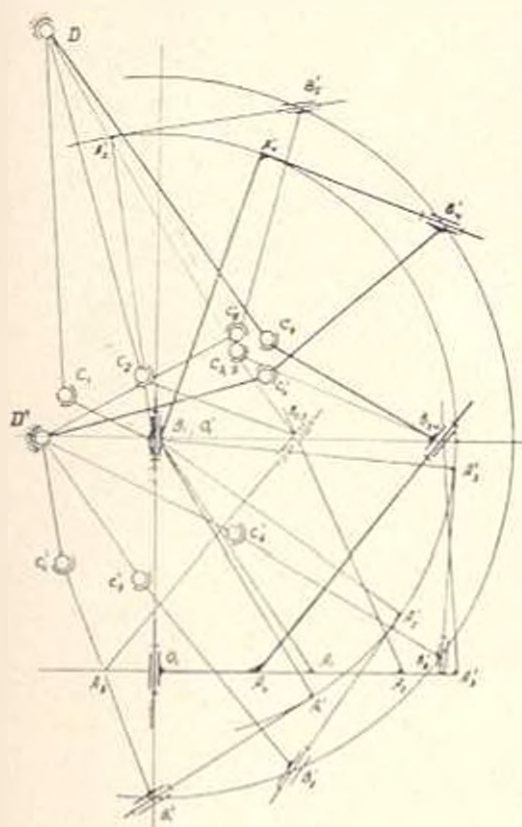


Рис. 3.

В заключение отметим, что в формуле (8) и далее нет необходимости двойных знаков, поскольку квадратные уравнения относительно длины шатуна стачаются только знаком при l .

Երևանский государственный
университет

Поступило 13.VI.1972.

Կ. Մ. ՄԱԽԲԱԴՅԱՆ, Դ. Օ. ՕՂԱՆՅԱՆ

ՏԱՐԺԱՅԻՆԱՆ ԲԱԹՈՂԱՆ ԴԵՆԱՆԶՈՐ ՍԻՆԹԵԶ ԸՍՏ ՇԱՐԺԱԲԵՐԻ
ԱՌԱՆՑՔԻ ԳԻՐԳՆՐԻ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Հոգվածում տրված է տարածական բառադակ մեխանիզմի (պտտման-պտտման-գնդային-գնդային ղույզերով) սինթեզի բառ շարժափեի առանցքի հինգ զիրքերի: Շարժափեի առանցքի տրված հինգ զիրքերի ղեկըրում ստացվում է բառադակի հափառում շարժափեի երկարություն նկատմամբ: Հոգված է թվային օրինակ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Դալ Մ. Пространственный кинематический синтез. Труды американского общества инженеров-механиков. Серия В, № 3, 1968.
2. Ը. Проектирование пространственных механизмов для управления перемещением твердого тела. Труды американского общества инженеров-механиков. Серия В, № 3, 1968.
3. Բրոբոлевский Н. Н., Լевитский Н. Н., Բերкуднов С. А. Синтез плоских механизмов. Физматгиз, 1959.
4. Բейер Р. Кинематический синтез механизмов. Машгиз, 1959.
5. Լухтеякельոտ В. Синтез механизмов.
6. Դալ Մ. Аналитический кинематический синтез механизмов посредством конечных перемещений. Труды американского общества инженеров-механиков. Серия В, № 2, 1965.
7. Մախбադյան Կ. Մ., Կարյան Բ. Մ. Синтез плоских механизмов по положению одной шатуна. «Изв. АН Арм. ССР, серия технических наук», № 2, 1970.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

В. И. АДЖЕМЯН, Л. Н. ГУСТИН

О ЗАЩЕМЛЯЮЩЕМ ЭФФЕКТЕ ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ
ПОДШИПНИКОВ В ШПИНДЕЛЬНЫХ УЗЛАХ

В настоящее время в шпиндельных опорах прецизионных металлорежущих станков находят широкое применение гидродинамические и гидростатические подшипники жидкостного трения. Это обуславливается тем, что последние обеспечивают получение более высокой точности размеров, формы и чистоты обработанной поверхности по сравнению с подшипниками качения. Большое влияние на точность и качество обработки оказывают колебания, возникающие в станке, особенно в шпиндельном узле, поэтому в процессе конструирования металлорежущих станков необходимо учитывать статическую и динамическую жесткости шпиндельного узла. Для получения характера колебаний шпиндельных узлов прецизионных токарных станков на гидростатических подшипниках нами сконструирован испытательный стенд, дающий возможность изучить влияние различных конструктивных и технологических параметров на динамическое поведение узла. При экспериментах динамическое нагружение узла осуществлялось с помощью электромагнитного вибратора, расположенного у правого консольного конца шпинделя (рис. 1).

При исследовании динамических характеристик шпиндельного узла было обнаружено, что датчик в точке 1, кроме резонанса при частоте 285 гц (собственная частота системы), фиксирует также резонансные пики при частотах 430 и 580 гц. С изменением межопорного расстояния вышеуказанные резонансные пики менялись как по частоте так и по амплитуде. Чтобы определить, являются ли эти колебания специфическими для гидростатических опор, и выявить их источники, проводились также эксперименты без подачи масла в подшипники (т. е. $P_n = 0$). АЧХ системы соответственно с подачей и без подачи масла показаны на рис. 2. Как видно из графиков, резонансные пики при частотах 430 и 580 гц при прекращении подачи масла не имеют столь резко выраженного характера, т. е. именно наличие масла в подшипниках под давлением является причиной возникновения указанных колебаний. Большой интерес представляет полученная форма колебания шпинделя соответственно при резонансной частоте 285 гц и при частотах 430 и 580 гц. На рис. 3 показаны осциллограммы колебаний шпинделя в точках 1, 2, 3 при этих частотах и соответствующие им формы колебания шпинделя. При частоте 285 гц форма колебания системы качественно совпадает

с формой упругой линии шпинделя. Однако при частоте 580 гц передняя консоль шпинделя колеблется в противофазе относительно точек 2 и 3. При частоте 430 гц аналогичное явление наблюдается с задней консолью шпинделя. Эксперименты подтвердили предположение о том, что частоты 430 и 580 гц являются соответственно собственными частотами задней и передней консолей шпинделя. Отсюда следует, что, в отли-

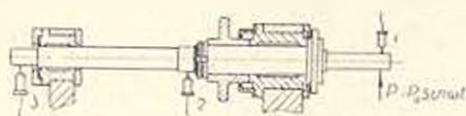


Рис. 1. Схема динамического нагружения шпинделя.

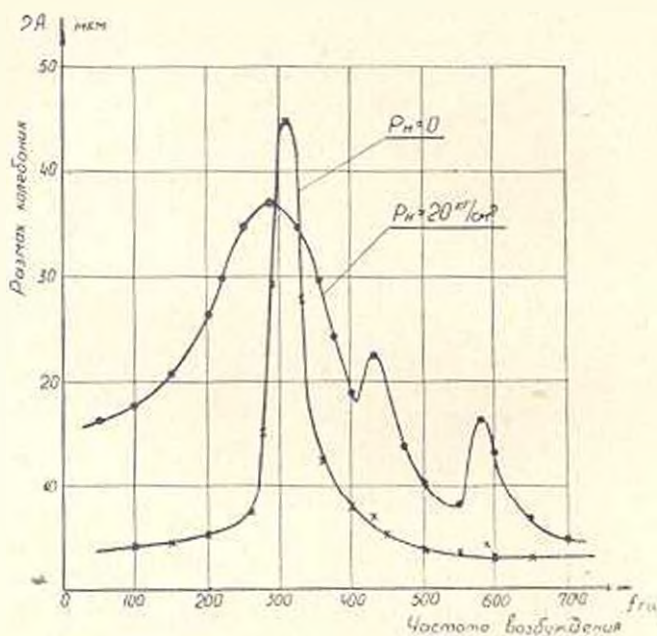


Рис. 2. Экспериментальные резонансные кривые.

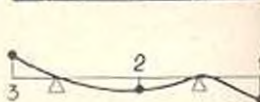
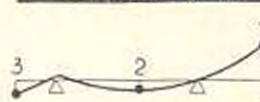
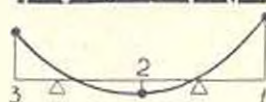
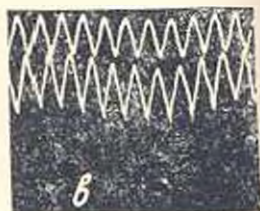
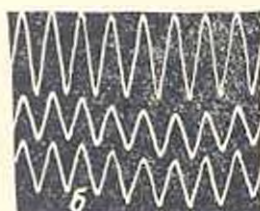


Рис. 3. Примеры записей колебаний (порядок кривых сверху вниз соответствует точкам 1, 2, 3 шпинделя) и соответствующие им формы колебания шпинделя:

а — при $f = 285$ гц; б — при $f = 430$ гц; в — при $f = 580$ гц

чие от широко применяемых подшипников качения, гидростатические подшипники обладают эффектом «заземления» благодаря высокой степени демпфирования и сравнительно большой ширине самого подшипника.

Эффект заземления обнаруживается также по форме осциллограммы затухающих колебаний системы, показанной на рис. 4. Как видно, после быстрого затухания собственных колебаний системы при 285 гц консольная часть шпинделя продолжает долго колебаться своей собственной частотой 580 гц. Как известно, «заземляющий эффект», создаваемый передней опорой, играет положительную роль [1].

Отметим, что при аналогичных исследованиях шпиндельного узла на подшипниках качения [2] эффект «заземления» вовсе не наблюдается. Для достижения повышения виброустойчивости путем использования такого эффекта приходится в опоре шпинделя установить два радиальных или радиально-упорных подшипника на определенном расстоянии друг от друга [3], что в свою очередь вводит ряд технологических усложнений изготовления опор, а также является дополнительным источником тепловыделения.

Выявленный эффект «заземления», как свойство гидростатических опор шпинделя, дает ряд новых сведений о формах колебаний шпинделя при широком диапазоне частот возбуждающей силы, вводит некоторые уточнения в определение оптимального межопорного расстояния шпинделя, в вопросе оптимального соотношения жесткости консольных и межопорных частей шпинделя и т. д.

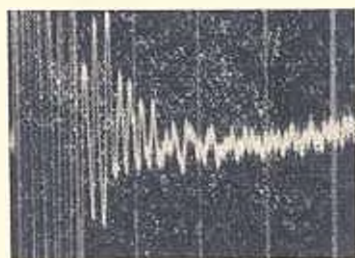


Рис. 4. Осциллограмма затухающих колебаний шпинделя.

Выводы

Одним из основных свойств гидростатических опор шпинделей является их «заземляющее» влияние, что в общем способствует повышению динамического качества системы. Динамические расчеты шпиндельных систем на указанных опорах необходимо производить с обязательным учетом этого свойства, так как последнее вводит существенные уточнения в формы колебаний, в резонансные размахи и т. д.

Ա. Գ. ԱՃԵՄԻՆ, Ա. Ի. ԳՈՍՏԻՆ

ԻՍՏԻՆ ԶԱՆԴՈՒՅՑՆԵՐՈՒՄ ԶԻՐՈՍՏԱՏԻԿ ԱՌԱՆՅՔԱԿԱՆՈՒՐ «ՃՄԼՄԱՆ» ԷՅԵԿՏԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Հոդվածում քերված են տվյալներ հիդրոստատիկ առանցքակալներում բաշախալված «ճմլման» էֆեկտի վերաբերյալ, որը չի նկատվել պորման առանցքակալներ տնեցող իլային հանդույցների մինչ այդ կատարված դինամիկ բնութագրերի հետազոտումների ժամանակ:

«Ճմլման» երևույթը, որպես սոսքի առանցքակալների հատկություն, ոչ միայն նոր պատկերացում է իշերի սառանման ձեերի վերաբերյալ, այլև մտցնում է որոշ ճշտումներ իլային հանգույցների դինամիկ հաշվումների մեջ, ինչպես օրինակ՝ միջհենարանային ուղտիմալ հեռավորության որոշման, իլի բարձակային և միջհենարանային մասերի կոշտությունների ուղտիմալ հարաբերակցության հարցերում և այլն:

ԼԻՏԵՐԱՏՄՐԱ

1. Кудинов В. А. Динамика станков, М., 1967.
2. Авакян В. А., Аджемин В. Г. Динамические характеристики шпиндельного узла прецизионного токарного станка, «Станки и инструменты», № 11, 1969.
3. Kuntel Heinrich. Schwingungen an Spindel-Lager-Systemen in Werkzeugmaschinen. Möglichkeiten zur Erhöhung der Systemdämpfung. Klopzig Fachber., 1969, 77, № 5, S. 292—300.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

А. А. КАСАМАНЯН

АНАЛИЗ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В МЕХАНИЗМЕ СМЕСИТЕЛЯ
 СИСТЕМЫ ШАТЦ

Кинематическая схема рассматриваемого механизма приведена на рис. 1. Оси AF и DE шарниров неподвижного звена параллельны, а оси AF , AS , BF , CE , DS , DE шарниров подвижных звеньев $1-5$ последовательно перпендикулярны. Размеры механизма связаны соотношениями: $AB = BC = CD = l$; $AD = l/3$ [1].

Для кинематического исследования данного механизма в [2] получены углы относительного поворота α , β , γ , δ , ϵ смежных звеньев в виде одной тригонометрической функции от угла поворота ϕ ведущего звена 1 . Однозначность искомых углов устанавливается с помощью вспомогательной таблицы границ изменения этих углов, составленной на основе анализа четырех крайних положений механизма.



Рис. 1.

Цель настоящей работы: вывести формулы для углов относительного поворота звеньев в виде двух тригонометрических функций (синуса и косинуса), непосредственно и однозначно определяющие значения искомых углов, облегчающие анализ механизма в целом; получить формулы для определения абсолютных координат x , y , z текущей точки M рабочего звена 3 в виде явных функций от угла поворота ведущего звена 1 ; разработать графический способ определения углов относительного положения звеньев и абсолютных координат точки M ; на основе выведенных зависимостей произвести анализ перемещений звеньев и характерных точек механизма.

Очевидно, что оси FB и SD пересекаются в точке P , а оси AS и EC — в точке Q . Ось BC звена 3 проходит через точку S пересечения осей AS и DS шарниров. Точки P , Q , S лежат в плоскости ZAY . Из прямоугольного треугольника ABP имеем:

$$AP = l \sin \alpha; \quad (1) \quad BP = l \tan \alpha. \quad (2)$$

В четырехугольнике $BCDP$ углы CBP и CDP прямые и $BC = CD$. Откуда следует, что

$$DP = BP = l \sin \alpha / (1 + \cos \alpha). \quad (3)$$

Учитывая, что $\angle PAD = \varphi - \pi/2$, $\angle ADP = -\psi$ и имея в виду выражения (1)–(3), из $\triangle APD$ имеем:

$$\sin \psi = -\cos \alpha / \cos \varphi; \quad (4)$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \psi = \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\varphi - \varphi). \quad (5)$$

Подставляя (4) в (5), находим

$$\cos \psi = \frac{1}{\cos \alpha} (\sin \varphi - \sqrt{3} \sin \alpha). \quad (6)$$

Возводя в квадрат выражения (4) и (6) и складывая их, получим

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi, \quad (7)$$

которое можно записать в виде

$$\cos \alpha = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - 3 \cos^2 \varphi}. \quad (8)$$

В (8) положительный знак соответствует схеме сборки механизма при $\alpha < \pi/2$, а отрицательный — при $\alpha' > \pi/2$. В дальнейшем формулу (8) будем рассматривать только с положительным знаком.

Подставляя (8) в (4), получим*

* Для определения α и ψ в [2] получены формулы в более сложной форме и в формуле для ψ имеется неопределенность вида $0/0$ (при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$).

$$\sin \psi = -2 \cos \varphi \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}. \quad (9)$$

Подставляя (7) и (8) в (6), будем иметь

$$\cos \psi = -\sin \varphi \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}. \quad (10)$$

Из выражений (2) и (3) находим

$$\operatorname{tg} z = \frac{1}{\sin \theta} (1 + \cos \theta), \quad (11)$$

откуда

$$\sin \theta = \sin 2z. \quad (12)$$

Подставляя (7) и (8) и (12), получим

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}. \quad (13)$$

Подставляя (7), (8) и (13) в (11), находим

$$\cos \theta = \frac{1}{2} (1 - 3 \cos^2 \varphi). \quad (14)$$

Из прямоугольного треугольника DCQ имеем

$$DQ = l/\sin \beta, \quad (15) \quad CQ = l/\operatorname{tg} \beta. \quad (16)$$

В четырехугольнике $ABCQ$ углы BAQ и BCQ прямые и $AB = BC$.

Откуда следует, что

$$AQ = CQ = l \sin \gamma / (1 + \cos \gamma). \quad (17)$$

Учитывая, что $\angle DAQ = \pi - \varphi$, $\angle ADQ = \psi - \pi/2$, и имея в виду выражения (15) и (17), из $\triangle ADQ$ имеем:

$$\sin \beta = \frac{1 - \cos(\psi - \varphi)}{1 + 3 \frac{\sin \psi}{\sin \varphi}}, \quad (18)$$

$$\cos \beta = -\cos \psi / \sin \varphi. \quad (19)$$

Используя выражения (9), (10), (18) и (19), получим

$$\sin \beta = -\sqrt{3} \cos \varphi / \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}. \quad (20)$$

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}}. \quad (21)$$

Из выражений (16) и (17) находим

$$\operatorname{tg} \beta = (1 - \cos \gamma) / \sin \gamma. \quad (22)$$

откуда

$$\sin \gamma = \sin 2\beta. \quad (23)$$

Подставляя (18) и (19) в (23), получим

$$\sin \gamma = -2\sqrt{3} \cos \varphi / (1 + 3 \cos^2 \varphi). \quad (24)$$

Из выражений (20), (21), (22) и (24) находим

$$\cos \gamma = (3\cos^2 \varphi - 1)(3\cos^2 \varphi + 1). \quad (25)$$

Из прямоугольного треугольника $AQ_Y Q$ с учетом (17), (24) и (25) получаем

$$AQ_Y = l \frac{\sqrt{3}}{3} = \text{const.} \quad (26)$$

Это значит, что геометрическое место точек Q — прямая, лежащая в плоскости ZAY на расстоянии $\frac{1}{3} AD$ от оси AZ .

Из прямоугольного треугольника $AP_Y P$ с учетом (1) и (7) находим

$$AP_Y = 2l \frac{\sqrt{3}}{3} = \text{const.} \quad (27)$$

Геометрическое место точек P — прямая, лежащая в плоскости ZAY на расстоянии $\frac{2}{3} AD$ от оси AZ .

Вышеуказанные свойства геометрических мест точек Q и P можно положить в основу графического определения углов α , β , γ , θ , φ и координат x , y , z точки M .

Обозначим плоскости треугольников ASP , AFP , ABS , BSP , QED соответственно через Π_0 , Π_1 , Π_2 , Π_3 , Π_4 и проекции точек на них с индексами 0, 1, 2, 3, 4. Если совместить эти плоскости с плоскостью Π_0 , то получим схему, приведенную на рис. 2, где все углы относительного поворота смежных звеньев механизма изображены в натуральную величину.

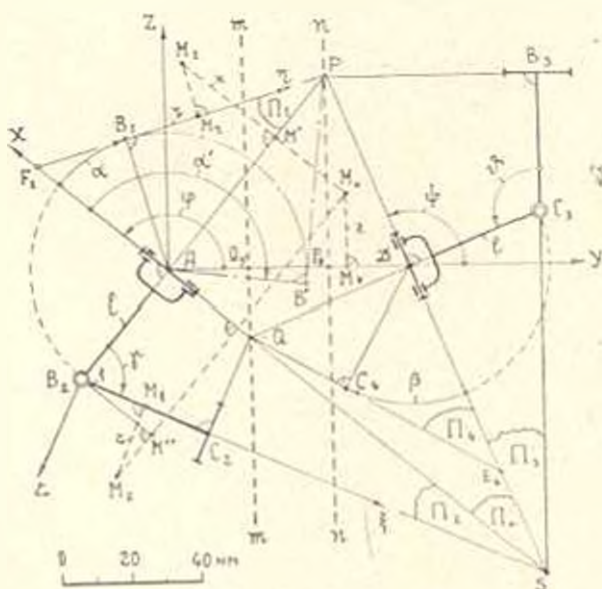


Рис. 2

Графическое определение углов α , β , γ , θ , φ при заданном угле ε можно осуществить в следующем порядке.

Откладываем отрезок $AD = l_1/3$ и делим его на три части $AQ_1 = Q_1P_1 = P_1D$. Через точку Q_1 проводим прямую $mn \perp AD$ (геометрическое место точек Q), а через точку P_1 — прямую $pi \perp AD$ (геометрическое место точек P). Откладываем заданный угол $\varepsilon = \angle DAF_1$. Проводим отрезок $AB_1 = l$ перпендикулярно к AF_1 . На пересечении прямых B_1A и pi получим точку P . Соединяя эту точку с точкой D , получим $\angle PDY = \beta$. На пересечении прямых F_1A и PD получим точку S . Соединяя S с точкой B_1 , найдём $\angle AB_1S = \gamma$. Откладываем отрезок $DC_1 = l$ перпендикулярно к PD . Проведя прямую SB_1 через точку C_1 , находим $\angle DC_1B_1 = \theta$. Построив на отрезке AP как на гипотенузе прямоугольный треугольник AB_1P , где $AB_1 = l$, получим $\angle B_1AF_1 = \alpha$. На пересечении прямых C_1D и mn находим точку Q . Построив на отрезке DQ как на гипотенузе прямоугольный треугольник DQ_1C_1 , где $DC_1 = l$, получим $\angle C_1DE_1 = \beta$.

Теперь можно графически определить абсолютные координаты x , y , z точки M звена 3, если известны координаты ξ , η , ζ этой точки относительно ортогональной системы $\xi\eta\zeta$, связанной со звеном 3.

Ось ξ проведена через BC , а η — через FB . Очевидно, что оси ξ и η лежат в плоскости Π_2 . Поэтому, откладывая на рис. 2 $B_2M_1 = \xi$ вдоль оси ξ и $M_2M_1 = \eta$ параллельно оси η , найдём проекцию M_2 точки M на плоскость Π_2 .

Проекцию M_1 точки M на плоскость Π_1 нужно искать на прямой AM , перпендикулярной B_1M_1 , где $B_1M_1 = \eta$. Если мысленно провести через точку B плоскость, перпендикулярную к BA , то расстояние точки M от этой плоскости изобразится на рис. 2 отрезком M_2M' , перпендикулярном B_2M'' , где $B_2M'' \perp B_2A$, или же — отрезком $M_1M_2 = M_2M'$. На пересечении прямых M_2M' и $M_1M' \perp AP$ получим проекцию M_0 точки M на плоскость Π_0 . Опустив перпендикуляр из точки M_0 на ось Y , получим $AM_y = y$ и $M_0M_y = z$. Абсцисса x изображается отрезком M_1M' .

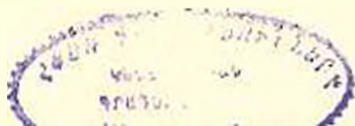
Учитывая, что $M_0M' = B_2M''$, $M_1M_2 = M_2M'$, $\angle M_1M_2M' = \alpha$, $\angle M'AM_y = \varphi = 90^\circ$, $\angle M_1B_2M'' = 90^\circ - \gamma$, из пятиугольника $AB_1M_1M_2M'$ и четырёхугольников $AM'M_0M_y$ и $B_2M_1M_2M''$ находим

$$x = l \cos \alpha - \xi \cos \gamma \cos \alpha - \eta \sin \alpha - \zeta \sin \gamma \cos \alpha;$$

$$y = l \sin \alpha \sin \varphi - \xi (\cos \gamma \sin \alpha \sin \varphi + \sin \gamma \cos \varphi) + \eta \cos \alpha \sin \varphi - \zeta (\sin \gamma \sin \alpha \sin \varphi - \cos \gamma \cos \alpha); \quad (28)$$

$$z = -l \sin \alpha \cos \varphi - \xi (\cos \gamma \sin \alpha \cos \varphi - \sin \gamma \sin \varphi) - \eta \cos \alpha \cos \varphi - \zeta (\sin \gamma \sin \alpha \cos \varphi + \cos \gamma \sin \varphi).$$

Принимая в выражениях (28) $\xi = \eta = \zeta = 0$ и учитывая (7) и (8), будем иметь координаты точки B :



$$x_B = \frac{l}{2} \sqrt{1+3\cos^2\varphi}; \quad y_B = l \frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2\varphi; \quad z_B = -l \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\varphi \cos\varphi. \quad (29)$$

Исключив из них параметр φ , получим

$$x_B^2 + y_B^2 + z_B^2 = l^2; \quad (30)$$

$$\left(y_B - l \frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 + z_B^2 = \left(l \frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2. \quad (31)$$

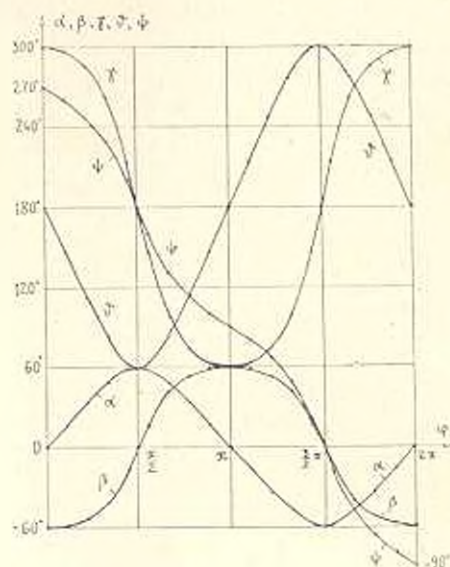


Рис. 3

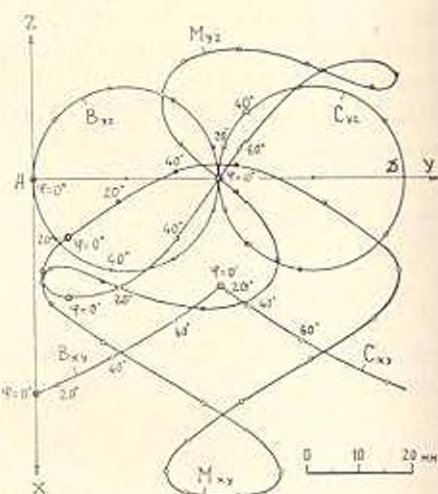


Рис. 4

Стало быть, точка B движется по линии пересечения сферической и цилиндрической поверхностей. Чтобы получить координаты точки C , необходимо в выражениях (28) принять $\chi_1 = \chi_2 = 0$ и $BC = l$. Далее, учитывая (7), (8), (24) и (25), получим

$$x_C = \frac{l}{\sqrt{1+3\cos^2\varphi}}, \quad y_C = l\sqrt{3} \frac{1+\cos^2\varphi}{1+3\cos^2\varphi}, \quad z_C = l\sqrt{3} \frac{\sin\varphi \cos\varphi}{1+3\cos^2\varphi}. \quad (32)$$

Исключив параметр φ , будем иметь

$$x_C^2 + (y_C - l\sqrt{3})^2 + z_C^2 = l^2; \quad (33)$$

$$\left(y_C - \frac{3}{4}l\sqrt{3}\right)^2 + z_C^2 = \left(l\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2. \quad (34)$$

Точка C движется по линии пересечения сферы (33) и цилиндра (34). На рис. 3 показаны графики изменений углов α , β , γ , δ , φ , а на рис. 4 — траектории точек M , B и C в двух проекциях.

2. 2. ԿԱՍԱՐԱՆՅԱՆ

ՏԵՂԱԿՈՒՍՈՒՄՆԵՐԻ ՎԵՐԱԴՈՒԹՅՈՒՆԸ ՇԱՏՅՈՒ ՄԻՍՏԵՐԻ

ԽԱՌԿԻՉԻ ՄԵՆԱՆԻՉՄԱՆՈՒՄ

Ա. Մ. ՓԻՆՓԻՆԻ

Փրագած է պատողական գույքերով տարածական վեցադակ մեխանիզմ, որի անշարժ առանցքները գուղահեն են. իսկ մնացած առանցքները՝ հաջորդաբար փոխադրահայաց: Մեխանիզմի հարեան օդակների պատման անկյունների համար ստացված են բանաձևեր երկու եռանկյունաչափական ֆունկցիաների տեսքով: Ապացուցված է, որ ոչ հարեան շարժական առանցքների հատման կետերի երկաշափական տեղերը ուղիղ դժեր են, որոնց վրա աջնունեան կառուցված է խնդրի լուծման դրաֆիկ եղանակը: Յուրջ է տրված նաև, որ մեխանիզմի միջանկյալ օդակի ծալրակետերից լուրսքանչուրը շարժվում է զնդային և դլանային մակերևույթների հատման կորով, որտեղ գլանի առանցքը չի անցնում գնդի կենտրոնով:

ЛИТЕРАТУРА

1. Онохимов А. Г. Анализ пассивной связи пространственного шестизвенного механизма с вращательными парами. «Известия вузов. Машиностроение», № 2, 1970.
2. Онохимов А. Г. Кинематическое исследование пространственного шестизвенного механизма с вращательными парами. «Известия вузов. Машиностроение», № 5, 1970.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

С. И. ДЕМИРЧЯН

СИНТЕЗ ПЯТИЗВЕННОГО ПЕРЕДАТОЧНОГО
 ЗУБЧАТО-РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА*

В последние годы большое внимание уделяется синтезу и исследованию передаточного зубчато-рычажного механизма, обладающего рядом существенных преимуществ по сравнению с шарнирным передаточным четырехзвенником [1, 2]. Первое из них состоит в большем числе параметров схемы механизма; полное число параметров схемы четырехзвенного передаточного механизма равно семи, а пятизвенного передаточного зубчато-рычажного механизма — десяти. Следовательно, пятизвеном зубчато-рычажным механизмом можно воспроизводить заданную передаточную функцию точнее, чем шарнирным четырехзвенником. Второе преимущество заключается в том, что передаточные функции могут быть как монотонные, так и немонотонные [1].

В статье дано решение задачи синтеза схемы пятизвенного передаточного зубчато-рычажного механизма по трем, четырем и пяти параметрам.

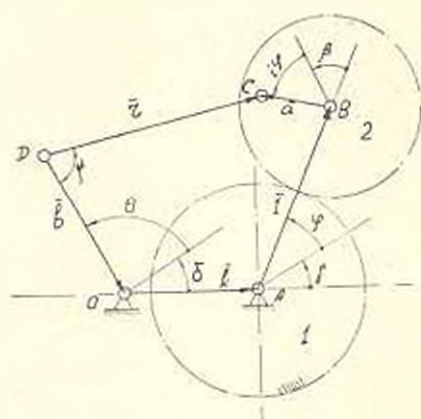


Рис. 1.

Схема механизма образована присоединением трехшарнирной двухповодковой группы к сателлиту и стойке трехзвенного планетарного механизма с ведущим звеном — водилом AB , длину которого принимаем равной единице (рис. 1).

Обозначим: $BC = a$; $DO = b$; $OA = k$; $DC = r$; i — передаточное отношение зубчатой пары 2—1 при условно неподвижном водиле; φ — угол передачи;

ψ — начальный угол поворота сателлита относительно водила AB ;

δ, θ — начальные углы поворота звеньев OD и AB относительно стойки OA ;

φ и θ — углы поворота соответственно ведущего AB и ведомого OD звеньев, отсчитываемых от начальных положений звеньев;

Δ — относительное отклонение угла поворота ведомого звена в %.

Для установления зависимости между параметрами кинематической схемы и независимой переменной φ пятизвенного передаточного зубчато-рычажного механизма примем длину звеньев — векторам b, k, i, a, r , направления, показанные на рис. 1.

* Работа выполнена под руководством проф. Белецкого В. И.

Тогда
$$\overline{r} = \overline{b} + \overline{k} + \overline{l} + \overline{a} \quad (1)$$

Возводя в квадрат обе части векторного равенства, после преобразования получим:

$$\frac{1}{2}(b^2 + k^2 + l^2 + a^2 - r^2) + bk \cos(\theta + \delta) - b \{ \cos[(\theta + \delta) - (\varphi + \gamma)] + \\ + a \cos[(i+1)\varphi + \gamma + \beta - (\theta + \delta)] \} + k \{ \cos(\varphi + \gamma) - a \cos[(i+1)\varphi + \gamma + \beta] \} + \\ + a \cos(i\varphi + \beta) = 0. \quad (2)$$

Так как функциональная зависимость θ от φ известна, то уравнение (2) содержит восемь неизвестных параметров схемы механизма: $b, k, r, a, \delta, \gamma, \beta, i$.

Вычисление трех параметров схемы механизма.

Для вычисления трех параметров b, k и r представим уравнение (2) в виде следующего полинома:

$$p_0 + p_1 f_1(\varphi) + p_2 f_2(\varphi) + p_1 p_2 f_3(\varphi) + f_0(\varphi) = 0, \quad (3)$$

$$\text{где } f_1(\varphi) = -[\cos[(\theta + \delta) - (\varphi + \gamma)] + a \cos[(i+1)\varphi + \gamma + \beta - (\theta + \delta)]]; \\ f_2(\varphi) = \cos(\varphi + \gamma) - a \cos[(i+1)\varphi + \gamma + \beta];$$

$$f_3(\varphi) = -\cos(\theta + \delta); \quad f_0(\varphi) = a \cos(i\varphi + \beta); \quad (4)$$

$$p_0 = \frac{1}{2}(b^2 + k^2 + l^2 + a^2 - r^2); \quad p_1 = b; \quad p_2 = k. \quad (5)$$

При использовании метода интерполяционного приближения функции получим систему из трех нелинейных уравнений

$$p_0 + p_1 f_1(\varphi_j) + p_2 f_2(\varphi_j) + p_1 p_2 f_3(\varphi_j) + f_0(\varphi_j) = 0, \quad (6)$$

$$j = 1, 2, 3$$

Методом последовательного исключения из системы неизвестных p_0 и p_2 придем к квадратному уравнению относительно p_2 , решая его, находим p_2 , а затем p_1 и p_0 . После этого вычисляем искомые параметры механизма b, k и r по формулам, получаемым из соотношений (5).

Вычисление четырех параметров схемы механизма. Если требуется вычислить четыре параметра схемы механизма:

b, k, r и δ , — то выражение (2) записывается в виде следующего полинома:

$$p_0 + p_1 f_1(\varphi) + p_2 f_2(\varphi) + p_1 f_3(\varphi) + p_1 f_4(\varphi) + p_2 f_5(\varphi) + f_0(\varphi) = 0, \quad (7)$$

$$\text{где } f_1(\varphi) = -[\cos(\theta - \varphi - \gamma) + a \cos[(i+1)\varphi - \gamma + \beta - \theta]]; \\ f_2(\varphi) = [\sin(\theta - \varphi - \gamma) - a \sin[(i+1)\varphi - \gamma + \beta - \theta]]; \\ f_3(\varphi) = \cos(\varphi + \gamma) + a \cos[(i+1)\varphi + \gamma + \beta];$$

$$f_4(\varphi) = \sin(\varphi + \gamma) + a \sin[(i+1)\varphi + \gamma + \beta]; \quad f_5(\varphi) = -\sin(\theta + \delta); \quad f_0(\varphi) = a \cos(i\varphi + \beta); \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 f_4(\varphi) &= -\cos\theta; \quad f_5(\varphi) = \sin\theta; \\
 f_0(\varphi) &= a \cos(i\varphi + \beta); \\
 p_0 &= \frac{1}{2} (b^2 + k^2 + 1 + a^2 - r^2); \\
 p_1 &= b \cos\theta; \quad p_2 = b \sin\theta; \\
 p_3 &= k; \quad p_4 = p_1 p_3; \quad p_5 = p_2 p_3.
 \end{aligned} \quad (9)$$

Используя метод интерполяционного приближения функции, получим систему из четырех нелинейных уравнений

$$p_0 + p_1 f_1(\varphi_j) + p_2 f_2(\varphi_j) + p_3 f_3(\varphi_j) + p_4 f_4(\varphi_j) + p_5 f_5(\varphi_j) + f_0(\varphi_j) = 0, \quad (10)$$

$$j = 1, 2, 3, 4$$

Последовательным исключением из системы (10) коэффициентов p_0 , p_1 и p_2 получим кубическое уравнение относительно p_3 , из которого находим одно или три (если все корни вещественные) значения p_3 , а затем определим p_2 , p_1 и p_0 . Значения искомых параметров схемы механизма можно вычислить по формулам, получаемым из соотношений (9).

Вычисление пяти параметров схемы механизма. Для вычисления пяти параметров механизма b , k , r , β и γ запишем выражение (2) в следующем виде:

$$p_0 + p_1 f_1(\varphi) + p_2 f_2(\varphi) + p_3 f_3(\varphi) + p_4 f_4(\varphi) + p_5 f_5(\varphi) + p_6 f_0(\varphi) + f_0(\varphi) = 0, \quad (11)$$

где $f_1(\varphi) = -\cos\theta$; $f_2(\varphi) = \sin\theta$;

$$f_3(\varphi) = \cos\varphi + a \cos[(i+1)\varphi + \beta];$$

$$f_4(\varphi) = -|\sin\varphi + a \sin[(i+1)\varphi + \beta]|;$$

$$f_5(\varphi) = -|\cos(\theta - \varphi) + a \cos[(i+1)\varphi + \beta - \theta]|; \quad (12)$$

$$f_6(\varphi) = -|\sin(\theta - \varphi) + a \sin[(i+1)\varphi + \beta - \theta]|;$$

$$f_0(\varphi) = a \cos(i\varphi + \beta);$$

$$p_0 = \frac{1}{2} (b^2 + k^2 + 1 + a^2 - r^2); \quad p_1 = b k \cos\theta; \quad p_2 = b k \sin\theta; \quad (13)$$

$$p_3 = k \cos\gamma; \quad p_4 = k \sin\gamma; \quad p_5 = \frac{p_1 p_3 + p_2 p_4}{p_3^2 + p_4^2}; \quad p_6 = \frac{p_1 p_4 - p_2 p_3}{p_3^2 + p_4^2}.$$

Методом интерполяционного приближения функции получим систему из пяти нелинейных уравнений

$$p_0 + p_1 f_1(\varphi_j) + p_2 f_2(\varphi_j) + p_3 f_3(\varphi_j) + p_4 f_4(\varphi_j) + p_5 f_5(\varphi_j) + p_6 f_6(\varphi_j) + f_0(\varphi_j) = 0$$

$$j = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (14)$$

Такую систему уравнений можно решить лишь с помощью ЭЦМ.

Известно, что, кроме определения параметров кинематической схемы механизма по условию воспроизведения заданной функции с необходимой точностью, надо обеспечить также и дополнительные условия. Такими условиями являются: допускаемые соотношения между длинами звеньев и минимально допускаемое значение угла передачи.

Проектируя векторный контур (рис. 1) на направление OA , получаем уравнение

$$\cos[\mu + (\theta + \delta)] = \frac{1}{r} [b \cos(b/\delta) - k - \cos(\gamma + \tau) - a \cos[(l+1)\gamma + \tau + \beta]]. \quad (15)$$

из которого можно определить значения угла передачи μ для каждой фиксированной величины τ .

Для решения задачи синтеза механизма по пяти указанным параметрам с учетом дополнительных условий разработана блок-схема вычислений на ЭЦМ, в которой предусмотрено варьирование параметров a , β и l . На печать выдаются значения величин: a , i , γ , δ , k , b , c , $r_{\min}$ и $\Delta\theta$, — для механизмов, удовлетворяющих всем наложенным ограничениям.

Заметим, что иногда возникает необходимость в том, чтобы рычажный исполнительный механизм машины — автомата на некотором угле поворота ведущего кривошипа воспроизводил заданную линейную зависимость. Известно, что такая зависимость может быть воспроизведена шарнирным четырехзвенником, однако он будет непроворачивающимся, т. е. может найти применение лишь в счетно-решающих и других устройствах [3].

Между тем, в качестве указанного исполнительного проворачивающегося механизма может быть использован рассмотренный выше пятизвеной передаточный зубчато-рычажный механизм.

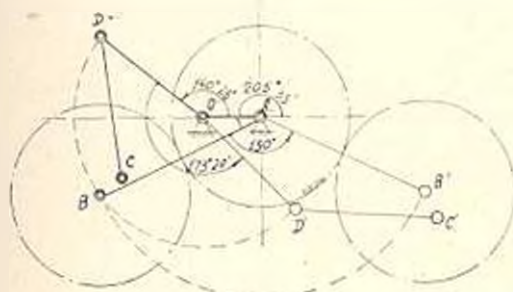


Рис. 2.

Так, выполнив по разработанной блок-схеме и программе вычисления на ЭЦМ „Раздан-2“ для случая воспроизведения линейной функции $\theta = \frac{4}{3}\tau$ на угле поворота ведущего кривошипа, равного

130° , получено: $a=0,150$; $\beta=190^\circ$; $\gamma=1$; $\delta=140^\circ 28'$; $\epsilon=205^\circ 33'$;
 $k=0,326012$; $b=0,716089$; $r=0,807047$; $\alpha_{\min}=-44^\circ$; $\Delta_0=0,3\%$.

Полученный механизм, в отличие от четырехзвенника, воспроизводящего линейную функцию, — проворачивающийся (двухкривошипный). Его схема изображена на рис. 2.

Как известно, механизмы, воспроизводящие линейную функцию, характеризуются также и величиной максимального отклонения передаточного отношения от постоянного значения на всем интервале приближения. В полученном механизме, как показали подсчеты, оно равно 0,04.

Одесский технологический институт
 пищевой промышленности

Поступило 29.V.1972

Ս. Ն. ԴԵՄՐԻԱՆ

ՀԵՊՈՂԱԿ ԱՏԱԴԵՆԱ-ԸՆԱԿԱՅԻՆ ԳՈՐԱՆՆԻՉ ԻՄԵԱՆՆԻՉԻՒՄԻ ՍԻՆԹԵԶ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հստիված է ներդրակ առամնա-լծակային փոխանցիչ մեխանիզմի սինթեզի խնդիրը, մեխանիզմ, որն ստացվում է եռոտղակապ երկկարգ խումբը եռոտղակ պլանետար մեխանիզմի իմքին և սատելիտին միացնելով: Ստացված են անալիտիկ արտահայտություններ, որոնց օգնությամբ՝ ֆունկցիաների խնտերպոլյացիոն մոտեցման մեթոդով, որոշվում են մեխանիզմի սինմայի երեք, չորս և ինգ պարամետրները:

Л И Т Е Р А Т У Р А

- 1 Крамер, Санзор Кинематический синтез шкломзально-кривошипного механизма для воспроизведения функции по конечным положениям «Конструирование и технология машиностроения», № 3, 1970.
- 2 Арцман, Санзор Кинематический синтез пятизвенного механизма, «Конструирование и технология машиностроения», № 1, 1971.
- 3 Чернышков С. А. Об одном методе приближения к синтезу механизмов. Тр. семинара по ТММ, V, вып. 20, М.: изд-во АН СССР, 1948.

Л. Г. ПЕТРОСЯН

УРАВНЕНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ С МОМЕНТНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

В работе изучаются основные уравнения магнитной гидродинамики с моментными напряжениями, строятся уравнения движения несжимаемой электрическипроводящей жидкости с большой или бесконечной электропроводностью. Получаются уравнения плоского пограничного слоя магнитной гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости с моментными напряжениями, несимметричным тензором напряжений и внутренней перерывной части. Рассмотрены различные типы уравнений плоского пограничного слоя в случае жидкости с большой или бесконечной электропроводностью, а также в случае жидкости с очень малой электрической проводимостью.

1. Пограничный слой в случае жидкости с большой или бесконечной электропроводностью. Система уравнений магнитной гидродинамики с моментными напряжениями (асимметрической магнитной гидродинамики), описывающая изотермическое движение электропроводящей среды в присутствии магнитного поля, состоит из уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости с моментными напряжениями [1, 2], содержащих члены электромагнитного происхождения, уравнений Максвелла и закона Ома для движущихся сред [3 - 5].

Общая система уравнений магнитной гидродинамики с моментными напряжениями имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \rho \vec{V} &= 0; \\ \frac{d\vec{V}}{dt} &= \frac{\rho_r}{\rho} (\vec{H} \cdot \nabla) \vec{H} - \frac{1}{\rho} \nabla \left(p - \frac{\rho_r H^2}{2} \right) + 2\nabla \cdot (\tau \vec{V}) + \\ &+ \nabla_r \nabla \times [2\vec{\omega} - \tau \vec{V}]; \\ \frac{d\vec{\omega}}{dt} &= 2\nabla_r (\tau \times \vec{V} - 2\vec{\omega}) + c_{\omega r} (\tau \cdot \vec{\omega}) + 2c_{\omega d} \tau \cdot (\tau \vec{\omega}) + \\ &+ 2c_{\omega d} \tau \cdot (\nabla \vec{\omega})^d; \\ \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &+ (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{H} - (\vec{H} \cdot \nabla) \vec{V} = \eta \nabla^2 \vec{H}; \quad \nabla \cdot \vec{H} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

Здесь ρ — массовая плотность; p — давление; I — скалярная константа с размерностью момента инерции единицы массы; $\vec{V}$ — вектор скорости точки; $\vec{\omega}$ — вектор, характеризующий среднюю угловую скорость вращения частиц, из которых состоит точка континуума; ∇ —

нематическая ньютоновская вязкость; ν_r — кинематическая вращательная вязкость; ϵ_0 , ϵ_d и ϵ_a — коэффициенты моментной вязкости; $\vec{H}$ — вектор напряженности магнитного поля; $\mu_r = 4\pi \cdot 10^{-7}$ кГм/к² — магнитная проницаемость для пустоты; χ — коэффициент магнитной вязкости (магнитной диффузии); $d(\dots)/dt$ — полная производная по времени; ∇ — пространственный градиент; $(\nabla V)^d$ и $(\nabla \vec{v})^d$ — симметричные части соответствующих див; $(\nabla V)^a$ и $(\nabla \vec{v})^a$ — антисимметричные дивы.

Система уравнений (1.1) для двумерного (плоского) движения в безразмерной форме будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} - R_a \left(H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + H_y \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) = \\
 & = - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{R_a}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(H_x^2 + \frac{1}{R} H_y^2 \right) + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_r} \right) \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \\
 & + \left(1 - \frac{R}{R_r} \right) \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} - \frac{2R}{R_r} \frac{\partial \omega_z}{\partial y}, \\
 & - \frac{1}{R} \left[\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} - R_a \left(H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + H_y \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) \right] = \\
 & = - \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{R_a}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left(H_x^2 + \frac{1}{R} H_y^2 \right) + \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{RR_r} \right) \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \\
 & + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_r} \right) \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} - \frac{2}{R_r} \frac{\partial \omega_z}{\partial x}, \\
 & \frac{\partial \omega_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial \omega_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial \omega_z}{\partial y} = - \frac{4E}{R_r} \omega_z + \frac{ER}{R_c} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial x^2} + \right. \\
 & + \left. \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial y^2} \right) + \frac{2E}{R_r} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right), \\
 & \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0; \\
 & \frac{R_r}{R} \left[\frac{\partial H_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial H_x}{\partial y} - \left(H_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + H_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \right] = \\
 & = - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2}, \\
 & \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0.
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{V_x X}{\nu}; & E &= \frac{X^2}{l}; & R_r &= \frac{V_x X}{\nu_r}; \\
 R_c &= \frac{V_x X^2}{\eta l} = \frac{V_x X^2}{c_a c_d}; & \eta &= \frac{c_a - c_d}{l}; \\
 R_0 &= \frac{\mu_0 h^2}{\rho V_x^2}; & R_1 &= \eta_c V_x X = \frac{V_x X}{\nu_0},
 \end{aligned} \quad (1.31)$$

где R_0 — число магнитного давления; ν — электропроводность среды; R_1 — магнитное число Рейнольдса; V_x , X — характерная скорость и длина; h — характеристика магнитная напряженность поля.

Для масштабов имеем:

$$\begin{aligned}
 Y &= X/l \bar{R}; & V_y &= V_x/l \bar{R}; \\
 \varrho_z &= \frac{V_x}{X} \bar{R}; & h_y &= h_x/l \bar{R}.
 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Полученная система уравнений представляет собой исходную систему (1.1) уравнений движения магнитной гидродинамики с моментными напряжениями, преобразованную к безразмерному виду. Основным параметром является число Рейнольдса потока R .

Пусть в полученных уравнениях $R \rightarrow \infty$. В зависимости от соотношений между величинами R , R_r , R_c , E рассмотрим четыре возможных типа дифференциальных уравнений пограничного слоя магнитной гидродинамики с моментными напряжениями.

1. Если безразмерные величины R , R_r , E , $R_c R$ имеют одинаковые порядки, то уравнения пограничного слоя в размерных переменных будут:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\nu_x}{\rho} \left(H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + H_y \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) = \\
 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(p + \frac{\nu_e H_x^2}{2} \right) + (\nu + \nu_r) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2\nu_r \frac{\partial \omega}{\partial y}; \\
 \frac{\partial}{\partial y} \left(p + \frac{\nu_e H_x^2}{2} \right) &= 0; \\
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0; \\
 \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} &= -\frac{4\nu_r}{l} \omega - \frac{2\nu_r}{l} \frac{\partial u}{\partial y} + \nu_r \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}; \\
 \frac{\partial H_x}{\partial t} + u \frac{\partial H_x}{\partial x} + v \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \left(H_x \frac{\partial u}{\partial x} + H_y \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \nu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2}; \\
 \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} &= 0,
 \end{aligned} \quad (1.5)$$

где

$$u = v_x; \quad v = v_y; \quad \omega = \omega_z. \quad (1.6)$$

В этом случае уравнения содержат члены, характеризующие несимметричность дивыда напряжений, моментные напряжения и шверцию вращения частиц жидкости.

2. В случае, когда R , R_r , E имеют одинаковые порядки, а $ER \ll R_c$, то имеем систему уравнений (1.5), в которой последнее уравнение заменяется равенством

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = - \frac{4\nu_r}{l} \omega - \frac{2\nu_r}{l} \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (1.7)$$

Этот случай соответствует отсутствию моментных напряжений в жидкости.

3. В том случае, когда R , R_r , R_c , E имеют одинаковые порядки при условии $E \ll R$, то в системе (1.5) последнее уравнение заменяется уравнением

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = - \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}. \quad (1.8)$$

Уравнение (1.8) соответствует случаю, когда моментное напряжение играет главную роль при вращении частиц.

4. Если R , R_r , R_c имеют одинаковые порядки при условии, что $E \gg R$, то получим систему (1.5), в которой последнее уравнение имеет вид

$$0 = -4\nu_r \omega - 2\nu_r \frac{\partial u}{\partial y} + \eta \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}. \quad (1.9)$$

Это соответствует случаю, когда инерцией вращения частиц можно пренебречь.

Из второго уравнения системы (1.5) имеем

$$p + \frac{\nu_r H_x^2}{2} = F(x). \quad (1.10)$$

При исследовании пограничного слоя произвольная функция $F(x)$ считается известной. На внешней границе пограничного слоя продольная скорость u переходит в скорость $U(x, t)$ внешнего течения. Так как здесь уже не имеется сильного градиента скорости и составляющей магнитного поля H_x в направлении, перпендикулярном к стенке, т. е.

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad (1.11)$$

то, пренебрегая силами вязкости, из первого уравнения системы (1.5) получим:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\nu_e}{\rho} H_{x,\infty} \frac{\partial H_{x,\infty}}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(p + \frac{\nu_e H_x^2}{2} \right), \quad (1.12)$$

где индекс ∞ относится к величинам внешней границы пограничного слоя, которые известны из решения для случая невязкой жидкости.

2. **Пограничный слой в случае жидкости с очень малой электрической проводимостью.** Во многих инженерных задачах магнитной гидродинамики магнитное число Рейнольдса

$$R_\tau = \nu_e V_\infty X = \frac{V_\infty X}{\eta_0}$$

обычно имеет малые значения. В этих задачах индуцированным магнитным полем, обусловленным течением жидкости, можно пренебречь по сравнению с приложенным внешним магнитным полем H_∞ .

Рассмотрим снова плоское течение.

В случае очень малых значений электропроводности для составляющих подемоторной силы по направлениям x и y в первом приближении соответственно имеем [5]

$$F_{ex} = -2\mu_0^2 H_{x,\infty}^2; \quad F_{ey} = 0. \quad (2.1)$$

Выражения (2.1) можно использовать в уравнениях движения при изучении течения в пограничном слое. В первом приближении здесь можно рассматривать только первые три уравнения системы (1.5). В случае, когда моментные напряжения играют главную роль при вращении частиц, уравнения для плоского пограничного слоя будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + (\nu + \nu_e) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \\ &+ 2\nu_e \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\sigma}{\rho} \mu_0^2 H_{x,\infty}^2 u; \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} &= \gamma \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Второе уравнение системы (2.2) отличается от соответствующего уравнения пограничного слоя с моментными напряжениями только наличием добавочного члена.

Լ. Գ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ՄԱԳՆԵՏԱԿԱՆ ՇԻՐՈՐԴԱՄՈՒԴՆԵՐ ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ՇԵՐՏԻ
ՉԱՂԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ՄՈՄԵՆՏԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Ա. Մ. Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում ուսումնասիրվում են մագնիսական հիդրոդինամիկայի իմ-
նական հավասարումները մոմենտային լարումների առկայությամբ՝ կաղմվում
են անսեղմելի էլեկտրահաղորդիչ հեղուկի շարժման հավասարումները մեծ
կամ անսահման էլեկտրահաղորդականության դեպքում: Ուսումնասիրվում են
մոծուցիկ անսեղմելի հեղուկի մագնիսական հիդրոդինամիկայի հարթ սահ-
մանալին շերտի հավասարումները մոմենտային լարումների, լարումների ոչ
սիմետրիկ տեղերի և մասնիկների ներքին ինտերցիայի առկայության դեպ-
քում: Գրություն են հարթ սահմանային շերտի հավասարումների տարբեր տի-
պեր մեծ կամ անսահման էլեկտրահաղորդականություն ունեցող, ինչպես նաև
շատ փոքր էլեկտրական հաղորդականություն ունեցող հեղուկի դեպքում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Нгуен Ван Дьен. Об уравнениях пограничного слоя жидкости с моментными имп-
жениями. ПММ, т. 32, вып. 4, 1968.
2. Азро Э. А., Булыгин А. Н., Куцаковский Е. В. Асимметрическая гидромеханика
ПММ, 1965, т. 29, вып. 2.
3. Ландау Л. Д., Lifшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. 1959.
4. Куликовский А. Г., Лебедев Г. А. Магнитная гидродинамика. 1962.
5. Бид Ш-и. Магнитная гидродинамика и динамика плазмы. 1964.

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

В. Г. САРКИСЯН, А. С. ХАЧИКЯН

ПЛОСКОЕ ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОГО АРМИРОВАННОГО ПРЯМОУГОЛЬНИКА

Рассматривается плоское деформированное состояние упругого тела с предварительно напряженным тонкостенным гибким включением. Сцепление гибкого включения с упругим телом принимается полным. Получено условие, связывающее величину предварительного напряжения с предельными значениями деформаций и напряжений упругого тела при включении.

Решение рассматриваемой задачи для упругого прямоугольника и бесконечной полосы приведено к квази-полным регулярным бесконечным системам линейных алгебраических уравнений. Проведены вычисления для прямоугольника с одним симметричным включением и определено распределение напряжений, обусловленное предварительным натяжением включения.

Аналогичным задачам, связанным с совместной работой арматуры и бетона, при различных предположениях и с использованием экспериментально полученных соотношений, посвящены работы [1-4] и др.

1. Рассмотрим плоское деформированное состояние упругого тела с тонкостенным гибким предварительно напряженным включением. Следуя Мелану [5], будем рассматривать включение как одномерную среду, сопротивляющуюся только растяжению-сжатию.

Пусть включение было подвергнуто предварительному натяжению, после чего было приведено в контакт с упругим телом и полностью сцеплено с ним тем или иным способом. Определение напряженно-деформированного состояния упругого тела после снятия внешних сил, осуществляющих предварительное напряжение включения, является нашей задачей.

Если предварительная деформация включения равна ε_0 , окончательная деформация — ε_1 , предельное значение деформации упругого тела на включении — $\frac{d\varepsilon}{dy}$, то

$$\varepsilon_1 = (1 - \varepsilon_0) \frac{d\varepsilon}{dy} + \varepsilon_0. \quad (1.1)$$

При этом деформации включения могут быть большими по сравнению с деформациями упругого тела, которые считаются малыми.

Согласно приближению, принятому Меланом [5], [6],

$$\varepsilon_1 = k' T, \quad k' = \frac{1 - \varepsilon_0}{h_1 E_1}, \quad (1.2)$$

где T — натяжение включения, а E_1 , h_1 , ν_1 — модуль упругости, толщина и коэффициент Пуассона включения соответственно.

Подставляя (1.2) в (1.1), получим

$$\frac{dv}{dy} = \frac{k'T}{1+\nu_0} = \frac{\varepsilon_0}{1+\nu_0}. \quad (1.3)$$

2. Рассмотрим плоское деформированное состояние прямоугольника при наличии в нем одного тонкого предварительно напряженного симметричного включения (рис. 1). Примем для простоты, что прямо-

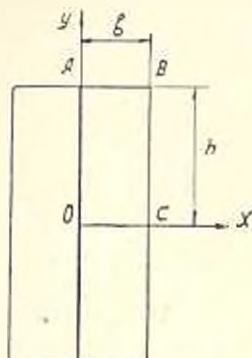


Рис. 1

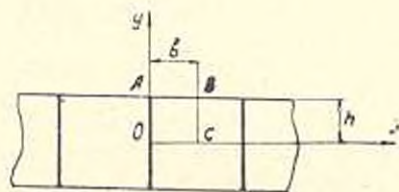


Рис. 2.

угольник не подвергнут воздействию внешних усилий. В силу симметрии можно рассматривать элемент прямоугольника OABC. На границах рассматриваемой области должны удовлетворяться условия:

$$\tau_{xy}(x, h) = \tau_{xy}(x, 0) = \tau_{xy}(b, y) = 0; \quad (2.1)$$

$$v(x, 0) = u(0, y) = 0;$$

$$\sigma_y(x, h) = \sigma_x(b, y) = 0; \quad (2.2)$$

$$\frac{dv}{dy}\bigg|_{y=0} = \frac{[xT]_{y=0}}{1+\nu_0} = \frac{\varepsilon_0}{1+\nu_0}.$$

где

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_0}{1+\nu_0}; \quad x = \frac{b^2}{\varepsilon_0}; \quad T = \int_y^b \tau_{xy} dy. \quad (2.3)$$

Представим функцию напряжений в виде

$$\Phi(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \operatorname{ch} \alpha_k y + B_k \operatorname{sh} \alpha_k y + \alpha_k y (C_k \operatorname{ch} \alpha_k y + D_k \operatorname{sh} \alpha_k y)] \cos \alpha_k x + \sum_{k=1}^{\infty} [E_k \operatorname{ch} \beta_k x + F_k \operatorname{sh} \beta_k x + \beta_k x (G_k \operatorname{ch} \beta_k x + H_k \operatorname{sh} \beta_k x)] \cos \beta_k y + t_1 x^2 + t_2 y^2, \quad (2.4)$$

где

$$\alpha_k = \frac{k\pi}{b}; \quad \beta_k = \frac{k\pi}{h}.$$

Напряжения и перемещения определяются через бигармоническую функцию Эри по известным формулам:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}; \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} Eu &= \int \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} dx = \nu \frac{\partial \Phi}{\partial x} + u_0 - \omega y; \\ Ev &= \int \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} dy = \nu \frac{\partial \Phi}{\partial y} + v_0 + \omega x. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Для общности изложения и (2.4) и (2.6) не использована симметрия рассматриваемой задачи.

Удовлетворяя условиям (2.1), получим соотношения:

$$\begin{aligned} (A_k + D_k) \operatorname{sh} z_k h + z_k h (C_k \operatorname{sh} z_k h + D_k \operatorname{ch} z_k h) &= 0; \\ B_k &= -C_k = \frac{b \omega}{z_k} \cdot \frac{(-1)^k - 1}{\pi^2 k^2}; \\ (E_k + H_k) \operatorname{sh} z_k b + (F_k + G_k) \operatorname{ch} z_k b + z_k b (G_k \operatorname{sh} z_k b + H_k \operatorname{ch} z_k b) &= 0; \\ (1 + \nu) F_k - (1 - \nu) G_k &= -\frac{2h \omega}{z_k} \cdot \frac{(-1)^k - 1}{\pi^2 k^2}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Удовлетворяя условиям (2.2) и (2.3), приходим к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} X_p &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(b_{pk}^{(1)} - \frac{B_p a_2}{\sqrt{p} k^{3/2}} \right) \frac{Z_k}{M_k} + \frac{B_p a_1}{\sqrt{p}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k Y_k}{k^{3/2} N_k} - \frac{B_p^{(2)}}{N_p} Y_p - \frac{B_p}{\sqrt{p}}; \\ Y_p &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(C_{pk}^{(1)} - \frac{2C_p a_2}{\sqrt{p} k^{3/2}} \right) \frac{Z_k}{M_k} - \frac{2C_p a_1}{\sqrt{p}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k Y_k}{k^{3/2} N_k} - \frac{C_p^{(2)}}{Q_p} X_p + \frac{2C_p}{\sqrt{p}}; \\ Z_p &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_{pk}^{(1)}}{Q_k} X_k + \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_{pk}^{(2)} + \frac{h}{b} \frac{A_p a_1 (-1)^k}{\sqrt{p} k^{3/2}} \right] \frac{Y_k}{N_k} + \\ &\quad + \frac{h}{b} \frac{A_p a_2}{\sqrt{p}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Z_k}{M_k k^{3/2}} - \frac{h}{b} \frac{A_p}{\sqrt{p}}; \\ \frac{t_1}{h} &= \frac{h}{b} \frac{1}{\pi^2 (1 + \nu)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^{3/2} N_k} Y_k - \frac{h}{b} \frac{1}{4(1 + \nu)} \cdot \frac{\omega}{h}; \quad t_2 = 0; \\ \frac{\omega}{h} &= a_1 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^{3/2} N_k} Y_k + a_2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Z_k}{k^{3/2} M_k} + 1; \\ u_0 &= \frac{\omega h}{2}; \quad v_0 = \frac{\omega b}{2}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где введены обозначения:

$$\begin{aligned}
a_{jk}^{(1)} &= 4 \frac{h}{b} \frac{(-1)^p \gamma_p^3}{\pi \sqrt{p}} \frac{(-1)^k \gamma' \bar{k}}{(\gamma_p^2 + k^2)^2}; \\
a_{jk}^{(2)} &= \frac{4}{\pi(1+\nu)} \frac{h}{b} \frac{\gamma_p}{\sqrt{p}} \frac{(2+\nu)\gamma_p^2 + k^2}{(\gamma_p^2 + k^2)^2} \gamma' \bar{k}; \\
b_{jk}^{(1)} &= 4 \frac{h}{b} \frac{(-1)^p \gamma_p^3}{\pi \sqrt{p}} \frac{(-1)^k \gamma' \bar{k}}{(\gamma_p^2 + k^2)^2}; \quad b_{jk}^{(2)} = \frac{1-\nu}{1+\nu} \frac{1}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} - \frac{\gamma_p \pi \operatorname{cth} \gamma_p \pi}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi}; \\
C_{jk}^{(1)} &= 4 \frac{h}{b} \frac{(-1)^p \gamma_p}{\pi \sqrt{p}} \frac{\gamma_p^2 - k^2}{(k^2 + \gamma_p^2)^2} \gamma' \bar{k}; \\
C_{jk}^{(2)} &= \frac{1-\nu}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} - (1+\nu) \frac{\gamma_p \pi \operatorname{cth} \gamma_p \pi}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi}; \\
M_p &= \operatorname{cth} \gamma_p \pi + \frac{\gamma_p \pi}{\operatorname{sh}^2 \gamma_p \pi}; \quad Q_p = \operatorname{cth} \gamma_p \pi + \frac{\gamma_p \pi}{\operatorname{sh}^2 \gamma_p \pi}; \\
N_p &= (-3-\nu) \operatorname{cth} \gamma_p \pi + \frac{(1+\nu) \gamma_p \pi}{\operatorname{sh}^2 \gamma_p \pi} - \frac{2}{1+\nu} \frac{E \gamma h}{\pi p}; \\
A_p &= [(-1)^p - 1] \left(\frac{1}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} + \frac{\gamma_p \pi \operatorname{cth} \gamma_p \pi}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} \right) + \frac{2}{1+\nu} \left(\operatorname{cth} \gamma_p \pi - \frac{1}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} \right); \quad (2.9) \\
B_p &= -2 \frac{(-1)^p - 1}{(1+\nu) \operatorname{sh} \gamma_p \pi} + \left(\operatorname{cth} \gamma_p \pi - \frac{1}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} \right) \left(1 - \frac{\gamma_p \pi}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} \right); \\
C_p &= -[(-1)^p - 1] \left[\operatorname{cth} \gamma_p \pi + \frac{E \gamma h}{\pi p(1+\nu)} \right] + \operatorname{cth} \gamma_p \pi - \frac{1}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} - \\
&\quad - \frac{1+\nu}{2} \left(\operatorname{cth} \gamma_p \pi - \frac{1}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} \right) \left(1 - \frac{\gamma_p \pi}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} \right); \quad \gamma_p = \frac{h}{b} p; \quad \tau_p = \frac{b}{h} p; \\
(H_k \operatorname{sh} \gamma_k b + G_k \operatorname{ch} \gamma_k b) \frac{\gamma_k^3}{\gamma' \bar{k}} \frac{Q_k}{a_1} &= X_k; \\
(D_k \operatorname{sh} \gamma_k h + C_k \operatorname{ch} \gamma_k h) \frac{\gamma_k^3}{\gamma' \bar{k}} \frac{M_k}{a_2} &= Z_k; \\
(G_k \frac{\gamma_k^3}{\gamma' \bar{k}} \frac{N_k}{a_2} &= Y_k; \quad a_2 = 2 \frac{E \gamma}{h C}.
\end{aligned}$$

В бесконечной системе (2.8) квази-полное регулярность доказывается при помощи оценок:

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{\infty} \left| \left(b_{jk}^{(1)} + \frac{B_p a_2}{\gamma' p k^{3/2}} \right) \frac{1}{M_k} \right| &= \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^k B_p a_2}{N_k \gamma' p k^{3/2}} \right| = O(p^{-1/2}); \\
\sum_{k=1}^{\infty} \left| \left(C_{jk}^{(1)} - \frac{2C_p a_2}{\gamma' p k^{3/2}} \right) \frac{1}{M_k} \right| &+ \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{2(-1)^k C_p a_1}{N_k \gamma' p k^{3/2}} \right| = O(p^{-1/2}); \quad (2.10)
\end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{h}{b} \frac{A_p a_2}{M_k \sqrt{p k^{3/2}}} \right| + \sum_{k=1}^{\infty} \left| \left(a_{pk}^{(2)} + \frac{h}{b} \frac{A_p a_1 (-1)^k}{\sqrt{p k^{3/2}}} \right) \frac{1}{N_k} \right| + \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{a_{pk}^{(1)}}{Q_k} \right| = O(p^{-1/2}).$$

Свободные члены при больших p имеют порядок $O(p^{-1/2})$.

После решения бесконечных систем уравнений, напряжения и перемещения во всей области могут определяться формулами (2.5) и (2.6). Приведем выражения нормальных напряжений σ_x и контактных касательных напряжений $\tau_{xy}(0, y)$

$$\begin{aligned} \tau_{xy}(0, y) &= 2 \frac{E_1}{C} \left\{ \frac{2}{1+\nu} \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y_k}{k N_k} \sin 2_k y - \frac{2}{\pi(1+\nu)} \frac{a_2}{h} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k - 1}{k} \sin 2_k y \right\}; \\ \sigma_x(x, y) &= 2 \frac{E_1}{C} \left\{ \frac{a_2}{h} \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k - 1}{k} \left[\frac{\operatorname{ch} 2_k(h-y)}{\operatorname{sh} 2_k h} + 2_k y \frac{\operatorname{sh} 2_k(h-y)}{\operatorname{sh} 2_k h} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2_k h \operatorname{ch} 2_k y}{\operatorname{sh} 2_k h} \right] \cos 2_k x + \frac{a_1}{h} \frac{2}{\pi(1+\nu)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k - 1}{k} \frac{\operatorname{ch} 2_k(b-x)}{\operatorname{sh} 2_k b} \cos 2_k y - \right. \\ &\quad \left. - \frac{b}{h} \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Z_k}{k \operatorname{sh} 2_k h} \left(\frac{2_k y \operatorname{sh} 2_k y \operatorname{sh} 2_k h - 2_k h \operatorname{ch} 2_k y \operatorname{ch} 2_k h}{\operatorname{sh} 2_k h} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \operatorname{ch} 2_k y \right) \frac{\cos 2_k x}{M_k} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{X_k}{k \operatorname{sh} 2_k b} \left(-\operatorname{ch} 2_k x + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2_k b \operatorname{ch} 2_k b \operatorname{ch} 2_k x - 2_k x \operatorname{sh} 2_k b \operatorname{sh} 2_k x}{\operatorname{sh} 2_k b} \right) \frac{\cos 2_k y}{Q_k} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y_k}{k \operatorname{sh} 2_k b} \left[-\frac{3+\nu}{1+\nu} \operatorname{ch} 2_k(b-x) + 2_k x \operatorname{sh} 2_k(b-x) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2_k b \operatorname{ch} 2_k x}{\operatorname{sh} 2_k b} \right] \frac{\cos 2_k y}{N_k} + 2 \frac{t_1}{h} \right\}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

3. Рассмотрим плоское деформированное состояние упругой полосы при наличии в ней тонких предварительно напряженных, периодически расположенных включений (рис. 2).

На границах рассматриваемого элемента полосы $OABC$ будем иметь те же условия (2.1)–(2.3), за исключением условия $\sigma_x(b, y) = 0$, которое заменяется на

$$u(b, y) = C_1. \quad (3.1)$$

Введя функцию напряжений (2.4) и поступая аналогично п. 2, получим бесконечную систему:

$$\begin{aligned} Y_p &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(C_{pk}^{(2)} - \frac{2C_p a_2}{\sqrt{p k^{3/2}}} \right) \frac{Z_k}{M_k} - \frac{2C_p a_1}{\sqrt{p}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k Y_k}{N_k k^{3/2}} + \frac{2C_p}{\sqrt{p}}; \\ Z_p &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_{pk}^{(2)} + \frac{h}{b} \frac{a_1 A_p (-1)^k}{\sqrt{p k^{3/2}}} \right) \frac{Y_k}{N_k} + \frac{h}{b} \frac{A_p a_2}{\sqrt{p}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Z_k}{M_k k^{3/2}} - \frac{h}{b} \frac{A_p}{\sqrt{p}}; \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$(E_k - H_k) \operatorname{sh} \beta_k b + (F_k - G_k) \operatorname{ch} \beta_k b + \beta_k b (G_k \operatorname{sh} \beta_k b + H_k \operatorname{ch} \beta_k b) = \frac{2h_{0k}}{\beta_k} \frac{1 - (-1)^k}{\pi^2 R^2}; \quad C_1 = -2\delta t_1; \quad t_2 = 0,$$

где

$$C_p' = C_p + \frac{(-1)^p - 1}{2} \left[\frac{\gamma - 1}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} + \frac{(1 + \gamma) \gamma_p \pi \operatorname{cth} \gamma_p \pi}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} \right];$$

$$A_p' = A_p + (-1)^p \left(\operatorname{cth} \gamma_p \pi - \frac{1}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} \right) \left(1 - \frac{\gamma_p}{\operatorname{sh} \gamma_p \pi} \right); \quad (3.3)$$

а остальные обозначения определены в п. 1. 2.

Квази-полная регулярность бесконечной системы линейных алгебраических уравнений (3.2) доказывается при помощи оценок, аналогичных (2.10).

Заметим, что суммы абсолютных значений коэффициентов и свободные члены этих систем для больших p (номера уравнения в данной системе) имеют порядок $O(p^{-1/2})$, что позволяет сравнительно легко выполнять необходимые вычисления.

Рассмотрим численный пример.

Таблица 1

E	$1.5 \cdot 10^5$	$1.9 \cdot 10^5$	$2.65 \cdot 10^5$	$3.5 \cdot 10^5$
T(0)	0.659	0.697	0.769	0.845

Таблица 2

$\frac{\gamma}{h}$	Значения $\tau_{\lambda\gamma}(0, \gamma) \frac{1}{2} \frac{C}{E\gamma}$ при E			
	$1.9 \cdot 10^5$	$1.5 \cdot 10^5$	$2.65 \cdot 10^5$	$3.5 \cdot 10^5$
0.70	0	0	0	0
0.72	0.131	0.109	0.047	0.075
0.74	0.268	0.183	0.190	0.220
0.76	0.241	0.214	0.128	0.167
0.78	0.431	0.405	0.333	0.365
0.80	0.430	0.593	0.280	0.333
0.82	0.693	0.662	0.571	0.613
0.84	0.731	0.689	0.552	0.618
0.86	1.109	1.080	0.982	1.029
0.88	1.200	1.161	1.020	1.091
0.90	1.752	1.738	1.676	1.710
0.92	1.869	1.873	1.785	1.835
0.94	2.700	2.740	2.831	2.795
0.96	2.730	2.783	2.903	2.857
0.98	3.923	4.108	4.713	4.422
1.00	0	0	0	0

Таблица 3

x b	Значения $\varepsilon(x, y) \cdot \frac{1}{2} \frac{C}{E_1}$ при											
	E $1.5 \cdot 10^5$			E $1.9 \cdot 10^5$			E $2.65 \cdot 10^5$			E $3.5 \cdot 10^5$		
	y/h			y/h			y/h			y/h		
	0.7	0.8	0.9	0.7	0.8	0.9	0.7	0.8	0.9	0.7	0.8	0.9
0.1	4.230	4.339	4.907	4.062	4.209	4.959	4.066	4.272	5.431	4.068	4.321	5.719
0.2	4.187	4.196	4.402	4.022	4.066	4.422	4.031	4.130	4.755	4.036	4.182	5.078
0.3	4.150	4.050	3.857	3.988	3.919	3.838	3.999	3.983	4.102	4.008	4.034	4.357
0.4	4.114	3.908	3.295	3.855	3.776	3.233	3.969	3.836	3.419	3.981	3.884	3.595
0.5	4.083	3.773	2.744	3.923	3.640	2.637	3.942	3.694	2.742	3.956	3.741	2.834
0.6	4.055	3.651	2.226	3.898	3.517	2.076	3.919	3.569	2.065	3.936	3.609	2.115
0.7	4.034	3.550	1.762	3.878	3.410	1.574	3.902	3.459	1.541	3.920	3.496	1.469
0.8	4.019	3.467	1.367	3.864	3.325	1.146	3.890	3.371	1.044	3.911	3.406	0.920
0.9	4.011	3.409	1.049	3.857	3.267	0.804	3.885	3.313	0.656	3.908	3.348	0.485
y/h 0.7	4.157			4.022			4.016			4.014		
x/b 0.1-0.9												

Укороченные системы уравнений для задачи п.2 были решены при помощи ЭЦВМ при следующих значениях параметров:

$$h/b = 10; \quad b/h_1 = 14; \quad E_1 = 1.8 \cdot 10^4 \text{ кг/см}^2;$$

$$\gamma = \gamma_1 = 0.25; \quad \varepsilon_0 = 0.58 \cdot 10^{-2}.$$

Укороченная система решалась при $\rho = 40$ и $\rho = 50$. При этом достигается удовлетворительная сходимость (разница искомых величин не более 5%). Результаты вычисления контактных касательных напря-

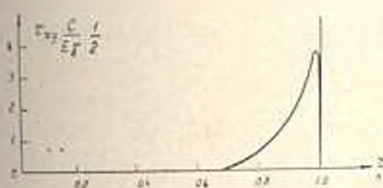


Рис. 3.

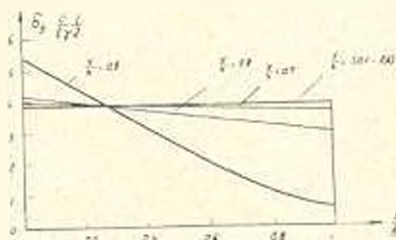


Рис. 4.

жений, нормальных напряжений и максимального остаточного натяжения включения $T(0)$ иллюстрированы графиками (рис. 3, 4) и таблицами.

Վ. Գ. ՈՐՈՇՅԱՆ Ա. Ս. ԽԱՇԿՅԱՆ

ՆԱԽԱԳԻՅԱՆ ԼԱՐՎԱՆՔ ԱՄԲԱՆԱՎՈՐՎԱՆ ՈՒՂԱՆԿՅԱՆ ՀԱՐԹ ԳՈՅՈՐԲԱՑՎԱԾ ՎԻՃԱԿԸ

ԱՄՓՈՒՈՒՄ

Դիտված է նախապես լարված քարակապտ ճկուն ներդրակով առածդական մարմնի շարքի զեֆորմացված վիճակը: Ճկուն ներդրակի և առածդական մարմնի կապակցումը բնորոշվում է լրիվ: Մտացված է պայման, որը կապ է հաստատում նախնական լարման մեծության և ներդրակի վրա առածդական մարմնի զեֆորմացիաների և լարումների սահմանային արժեքների միջև:

Սիմետրիկ ներդրակով ուղղանկյան և պարբերական ներդրակներով շերտի համար խնդիրները բերված են կվադր-լինիին սեղուլյար հանրահաշվական հավասարումների անվերջ սիստեմների լուծման: Բերված է թվային օրինակ:

ЛИТЕРАТУРА

1. Оатул А. А. Основы теории сцепления арматуры с бетоном. Сборник научных трудов Челябинского политехнического института. Исследования по бетону и железобетону, № 46, Челябинск, 1967.
2. Холмянский М. М. Основные задачи расчета на сцепление арматуры периодического профиля с бетоном в центрально армированных призматических элементах. «Докл. АН СССР», т. 129, № 2, 1959.
3. Цирков В. И. Передача усилия с арматуры на бетон. «Бетон и железобетон», № 10, 1962.
4. Карпенко Н. Н., Судяков Г. И. О задаче сцепления арматурного стержня с цилиндрическим бетонным образцом. Сцепление арматуры с бетоном (Материалы Всесоюзного научно-технического совещания в Челябинске) М., 1971.
5. Meilan E. Ein Beitrag zur Theorie geschweißter Verbindungen. Ing.-Archiv, 1932, Bd. 3, Heft 2, s. 123.
6. Чубянян К. С., Хачикян А. С. Плоское деформированное состояние упругого тела с тонкостенным гибким включением. «Изв. АН Арм. ССР. Механика», т. XX, № 6, 1967.

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М. А. КАРАПЕТЯН, В. В. АРУТЮНЯН, В. А. ГРИГОРЯН

СИНУСОИДАЛЬНОЕ ПОЛЕ В ДИСПЕРСНОЙ СИСТЕМЕ
 С ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ МАЛОЙ
 КОНЦЕНТРАЦИИ

В работе [1] нами исследовалось постоянное поле в дисперсной системе с эллипсоидальными включениями малой концентрации. Целью настоящей работы является изучение распределения синусоидального поля в той же системе.

Пусть в однородной изотропной дисперсионной среде с абсолютной диэлектрической проницаемостью ϵ_0 и удельной объемной электропроводностью γ_0 установлено поле с напряженностью

$$E_0 = E_{0m} \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (1)$$

Если в эту непрерывную среду внесем дисперсную фазу в виде эллипсоидальных включений (с параметрами ϵ_1, γ_1), то последние, в случаях их малой концентрации, будут поляризованы под действием поля (1). Здесь имеются в виду такие малые концентрации, при которых взаимное влияние полей поляризованных включений пренебрежимо мало из-за больших расстояний между ними.

Будем считать, что под действием поля оси 2а всех эллипсоидов ориентируются по направлению вектора $\vec{E}_0$ (это вполне допустимо при малой вязкости среды). На практике нередко встречаются дисперсные системы, включения которых ориентированы одинаковым образом. Ось x декартовой координатной системы также направим по вектору $\vec{E}_0$.

В принятых условиях напряженности поля внутри и вне эллипсоида у его вершины по оси x (уравнения (1) работы [1]) при $t > 0$ могут быть преобразованы следующим образом:

$$E_{in}(t) = E_0 - \frac{N_x}{V\epsilon_0} P(t), \quad E_{out}(t) = E_0 + \frac{1 - N_x}{V\epsilon_0} P(t), \quad (2)$$

где V — объем трехосного эллипсоида $\left(V = \frac{4\pi}{3} abc \right)$;

N_x — коэффициент деполяризации эллипсоида вдоль оси x (или оси 2а эллипсоида) [2, 3]; $P(t)$ — электрический момент эквивалентного к поляризованному эллипсоиду точечного диполя, начальное значение которого может быть представлено в виде

$$P(0) = V\epsilon_2 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)N_x} E_{0m} \sin \varphi_E; \quad (3)$$

a , b , c — полуоси эллипсоида.

Справедливость произведенного преобразования можно проверить подстановкой (3) в (2) при $t=0$. Если при этом $E_{0m} \sin \varphi_E$ заменить на E_0 , то получим уравнения (1) работы [1], взятые из [2, 3]. В отличие от [1] в преобразованных уравнениях (2) и (3) учтена зависимость электрического момента p эллипсоида и его объема [4].

Пользуясь граничным условием для плотностей полных токов, записанном относительно точки у вершины эллипсоида по оси x , для планового изображения неизвестного электрического момента $p(t)$ получим

$$P(S) = V\epsilon_2 E_{0m} e^{i\omega t} \frac{(1-S\Theta)n}{(S-j\omega)(1+S\tau)}, \quad (4)$$

где τ — постоянная времени установления поля;

$$\tau = \frac{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)N_x}{\gamma_2 + (\gamma_1 - \gamma_2)N_x}; \quad \Theta = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\gamma_1 - \gamma_2}; \quad n = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_2 + (\gamma_1 - \gamma_2)N_x}. \quad (5)$$

Применимость преобразования Лапласа в данных расчетах обоснуется линейностью исследуемой дисперсной системы в электрическом поле.

Для мгновенного значения электрического момента, пользуясь теоремой разложения, получим

$$P(t) = k_1 E_{0m} \sin(\omega t + \varphi_E + \gamma_2 - \gamma_1) + k_2 E_{0m} e^{-\frac{t}{\tau}} \sin(\varphi_E - \gamma_1), \quad (6)$$

$$\text{где } k_1 = V\epsilon_2 n \sqrt{\frac{1 - \omega^2 \tau^2}{1 - \omega^2 \tau^2}}; \quad k_2 = V\epsilon_2 n \frac{\tau - \Theta}{\Theta \tau \sqrt{1 - \omega^2 \tau^2}}; \quad (7)$$

$$n = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\epsilon_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2)N_x}; \quad \tau = \text{arctg} \omega b; \quad \gamma_1 = \text{arctg} \omega \tau.$$

Подставив (6) в (2), найдем искомые напряженности полей внутри и вне эллипсоидов на границе с их вершинами по оси x :

$$E_{\text{вн}}(t) = k_1 E_{0m} \sin(\omega t + \varphi_E + \gamma_2 - \gamma_1) + k_2 E_{0m} e^{-\frac{t}{\tau}} \sin(\varphi_E - \gamma_1);$$

$$E_{\text{вн}}(t) = k_1 E_{0m} \sin(\omega t + \varphi_E + \gamma_2 - \gamma_1) + k_2 E_{0m} e^{-\frac{t}{\tau}} \sin(\varphi_E - \gamma_1), \quad (8)$$

$$\text{где } k_1 = \sqrt{\frac{(1 - nN_x)^2 + \omega^2 (\tau - nN_x \Theta)^2}{1 - \omega^2 \tau^2}};$$

$$\begin{aligned}
 k_1 &= \sqrt{\frac{[1+n(1-N_x)]^2 + \omega^2[\tau - n\theta(1-N_x)]^2}{1 + \omega^2\tau^2}}; & k_2 &= m(1-N_x) \frac{\theta - \tau}{\theta\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}; \\
 \varphi_1 &= \arctg \omega \frac{\tau - n\theta N_x}{1 - nN_x}; & \varphi_2 &= \arctg \omega \frac{\tau - n\theta(1-N_x)}{1 + n(1-N_x)}.
 \end{aligned} \quad (9)$$

Длительность переходного процесса установления поля определяется постоянной времени τ , которая, согласно (5), определяется параметрами среды, включений (ε_j , γ_j) и формы последних (N_j). В исследованных системах среда всегда подразумевается диэлектрической; между тем, включения могут быть диэлектрическими, полупроводящими и проводящими. Таким образом, τ системы в зависимости от γ_j меняется в широких пределах (от 10^{-14} до 10^4 сек). В случае проводящих включений переходный процесс настолько кратковременный, что им можно пренебречь.

Уравнения напряженностей для дисперсных систем с включениями типа диска или цилиндра можно получить из (8) и (9), если в соответствующих обозначениях соответственно подставить значения коэффициента деполяризации $N_x = 1, 0$.

В частности для дискообразных включений ($N_x = 1$)

$$\begin{aligned}
 k_1 &= \sqrt{\frac{(1-n)^2 + \omega^2\tau^2(1-m)^2}{1 + \omega^2\tau^2}}; & k_2 &= m \frac{\theta - \tau}{\theta\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}; & (10) \\
 k_1' &= 1; & k_2' &= 0; \\
 \varphi_1 &= \arctg \omega\tau \frac{1-m}{1-n}; & \varphi_2 &= \arctg \omega\tau; \\
 \tau_1 &= \frac{\tau_1}{\tau_0}; & m_1 &= \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1}; & n_1 &= \frac{\tau_1 - \gamma_2}{\tau_0}.
 \end{aligned} \quad (10)$$

Для изолирующих сред, содержащих капельную влагу (туман, влажное трансформаторное масло и т. п.), имеет место неравенство, $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$, $n < \gamma_2$. В этом случае

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{1}{N_x}; & n &= \frac{1}{N_x}; & \tau &= \theta = \frac{\tau_1}{\tau_0}; & k_1 &= \omega\tau \frac{1}{N_x}; & k_2 &= 0; & k_1' &= 0; \\
 k_1 &= \sqrt{\frac{1 + \omega^2\theta^2(2N_x - 1)^2}{(1 + \omega^2\theta^2)N_x^2}}; & k_2 &= 0; & k_2' &= 0; & \varphi_2 &= 0; \\
 \varphi_2 &= \arctg \omega\theta(2N_x - 1).
 \end{aligned} \quad (11)$$

Для напряженностей электрического поля при этом получим:

$$E_{\text{вн}} = 0; \quad E_{\text{вн}} = k_1 E_{\text{вн}} \sin(\omega t + \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1). \quad (12)$$

Отсутствие поля внутри капелек объясняется бесконечной про-

водимостью воды (пренебрежения γ_1 относительно γ_2 равносильно условию $\gamma_1 \rightarrow \infty$).

В случае воздушных пузырьков в жидком диэлектрике величины ε_1 , ε_2 , а также γ_1 , γ_2 соизмеримы. Напряженности полей при этом должны определяться по (8).

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 8.II.1971

Մ. Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Վ. Վ. ՇԱՐՈՒՅԱՆՅԱՆ, Վ. Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

ՍԵՆՏԻՄԵՏԻԿԱՆ ԿԱՇՏՈՒ ՓԻՔԻ ԿՈՆՑԵՆՏՐԱՑԻԱՅԻ ԷԼԻՊՍՈՒԴԱԶՆԻՎ ՆԵՐԱՌՈՒՄՆԵՐՈՎ ԴԻՍԳՆԵՐՍ ՍԻՍՏԵՄՈՒՄ

Ս. մ փ ո փ ո Վ

Հեղինակների [1] աշխատանքում ուսումնասիրվել է հաստատուն դաշտը վերոհիշյալ սիստեմում: Այժմ ընդունվում է, որ արտաքին դաշտը համասեռ է և փոփոխվում է ժամանակի ընթացքում սինուսոիդային օրենքով:

Հոսանքի խտության վեկտորների համար գրված սահմանային պայմանից ստացվող դիֆերենցիալ հավասարումը հաղթասի ձևափոխման կիրառմամբ լուծելով, ստացվել են ներառման էլեկտրական մոմենտի ժամանակային ֆունկցիան և նրա միջոցով՝ դաշտի լարվածությունների ժամանակային ֆունկցիան: Ստացված ընդհանուր լուծումները քննարկված են մի շարք մասնավոր դեպքերի համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Карапетян М. А., Григорян В. А., Арутюнян В. В., «Известия АН Арм. ССР (серия Т. II.)», т. XXIV, № 2, 1971.
2. Гурганов Д. А. Теория электромагнетизма, ОГНЗ, Гостехиздат, 1948.
3. Петрушил А. В. и др. Вискозистотный нагрев диэлектриков и полупроводников, Госэнергиздат, 1959.
4. Джуварлы Ч. М., Вейсхайзер Г. В., Штейнмрайбер В. М. «Известия АН СССР. Энергетика и транспорт», № 1, 1969.

B_i — расход условного топлива на i -ой теплостанции за единицу времени;

λ_i — переменный по времени множитель;

P_{ii}, P_{ij} — соответственно нагрузки i -ой ($i = 1, 2, \dots, m$) тепло-станции и j -ой ($j = 1, 2, \dots, n$) гидростанции;

$P_{\Sigma}, \Delta P$ — соответственно нагрузка энергосистемы и потери в линиях электропередач;

$\vec{P}_i, \vec{V}_i, \vec{V}_e$ — соответственно векторы с компонентами $(P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{in}), (V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{in}), (V'_{e1}, V'_{e2}, \dots, V'_{en})$;

R_{ij}, Q_{ij} — соответственно притоки в водохранилище и расходы через турбины j -ой гидростанции системы;

V_{ij}^* — используемый в течение цикла регулирования объем воды на j -ой ГЭС.

Кривые, реализующие экстремум рассматриваемого функционала, как известно, должны удовлетворять дифференциальным уравнениям Эйлера-Лагранжа, которые применительно к рассматриваемой задаче, могут быть записаны в следующем виде:

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_{ii}} + \lambda_i \left(1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_{ii}} \right) = 0; \quad (5)$$

$$\lambda_i \left(1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_{ij}} \right) \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_{ij}} - \frac{d}{dt} \left[\lambda_i \left(1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_{ij}} \right) \frac{\partial P_{ij}}{\partial V'_{ij}} \right] = 0.$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n.$$

Если систему уравнений (5) дополнить (3), то число полученных уравнений достаточно для определения $(m+n+1)$ неизвестных функций $P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{im}; P_{e1}, P_{e2}, \dots, P_{en}; \lambda_i$. За граничные условия для гидростанции дают возможность определить $2n$ произвольных постоянных в общем решении системы уравнений Эйлера-Лагранжа. Но так как моменты времени, в которых выполняются граничные условия для каждой ГЭС, приняты неизвестными, поскольку один и тот же объем воды в течение суток можно использовать при разных продолжительностях цикла регулирования, то данная задача относится к более широкому классу вариационных задач с подвижными границами.

В этом случае $2n$ недостающих условий для определения произвольных постоянных общего решения уравнений Эйлера-Лагранжа могут быть получены из условия трансверсальности, записываемого для j -ой ГЭС в следующем виде:

$$\left[\sum_{i=1}^m B_i + \lambda_i V'_{ij} H_j \right]_{t_k=t_f}^{t_k=t_i} - \lambda_i H_j \Big|_{t_k=t_f}^{t_k=t_i} = 0, \quad (6)$$

где

$$H_j = \left(1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_{ij}} \right) \frac{\partial P_{ij}}{\partial Q_{ij}},$$

t_i, t_j — переменные значения моментов времени, где выполняются граничные условия;

$\partial, \partial V_{ij}$ — соответственно вариации по t и V_{ij} .

В случае наличия конечного числа разрывов искоемых функций, что является вполне реальным и зависит от характеристик станций системы и конфигурации графика нагрузки, задача еще более усложняется, поскольку экстремали, реализующие экстремум рассматриваемого функционала в точках излома, должны удовлетворять также условию Вейерштрасса-Эрмана

$$\left(\lambda_t H_j \Big|_{t=0} - \lambda_t H_j \Big|_{t=0} \right) \partial V_{ij} + \left| \left(\sum_{i=1}^m B_i + \lambda_t V_{ij} H_j \right) \Big|_{t=0} - \right. \\ \left. - \left(\sum_{i=1}^m B_i + \lambda_t V_{ij} H_j \right) \Big|_{t=0} \right| \partial t = 0. \quad (7)$$

Выражения (3), (5), (6), (7) образуют полную систему уравнений для решения поставленной задачи в случае, когда граничные точки являются подвижными и имеются разрывы. Аналитическое решение полученных уравнений вряд ли возможно, поскольку известно, что вообще в редких случаях для элементарных функций удается найти решение уравнений Эйлера-Лагранжа. В конкретном случае это положение еще более усугубляется условиями (6), (7) и наличием скачков и изломов в энергетических характеристиках станций, которые входят в приведенные математические выражения.

Поэтому при решении рассматриваемой задачи воспользуемся теми же приемами, которые приняты в энергетической практике при оптимизации режимов сложных энергосистем, но в сочетании с методом последовательных приближений для учета условий (6), (7). С этой целью из уравнений (5), приняв напоры на ГЭС постоянными, а граничные условия закрепленными, после несложных преобразований получим известное условие оптимального режима работы станций системы [2], записываемое в следующем виде:

$$\frac{b_i}{1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_{ni}}} = \lambda_j \frac{q_j}{1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_{rj}}} \quad (8)$$

где $b_i = \frac{\partial B_i}{\partial P_{ni}}$; $q_j = \frac{\partial Q_{rj}}{\partial P_{rj}}$ — соответственно относительные приросты i -ой теплостанции и j -ой гидростанции;
 $\frac{\partial \Delta P}{\partial P}$ — относительные приросты потерь активной

мощности в линиях электропередачи;

λ_j — множители, постоянные в течение цикла регулирования.

Условие (8) совместно с (2), (3) дает возможность одновременно с назначением оптимального режима работы станций системы выбрать и оптимальный период регулирования ГЭС. При этом, условия (6), (7), выражающие изменение расхода топлива, обусловленное вариациями δM , δV и моменты времени t_k , t_n в точках излома, заменяются проверкой условия изменения расхода топлива по системе и зависимости от продолжительности периода регулирования ГЭС. Последнее достигается выполнением условия (8) для ряда фиксированных периодов регулирования с последующим определением расхода топлива по системе и их сопоставлением.

В свете сказанного, вкратце рассмотрим алгоритм решения поставленной задачи в предположении, что изменениями потерь в сетях можно пренебречь и в энергосистеме, кроме тепловых станций, имеется только одна ГЭС, т. е. $j = 1$. Рассматриваемый алгоритм служит основой для более общего алгоритма, когда в энергосистеме имеются несколько регулирующих ГЭС.

1. Определяется предел изменения t ($t_{min} \leq t \leq t_{max}$).

2. Приняв какое-то значение t в указанном пределе, согласно условию (8) и с учетом принятых допущений, производится оптимальное распределение нагрузки между станциями системы. По полученному режиму работы гидростанции подсчитывается суточный объем используемой воды (V_t) и сопоставляется с заданным — V^* . Если полученное значение V_t больше или меньше заданного, то t нужно соответствующим образом скорректировать и весь расчет повторить снова. Расчет в такой последовательности производится несколько раз до получения необходимого соответствия между расчетным и заданным значениями суточного расхода воды на гидростанции. Полученный режим работы станций системы и продолжительность цикла регулирования ГЭС принимается за оптимальный в первом приближении.

3. Для этого режима, в зависимости от полученных часовых значений P_t ($t = 1, 2, \dots, 24$) по эквивалентной расходной характеристике тепловых станций, подсчитываются часовые (B^1) и суточные (B) расходы топлива.

4. Уменьшается продолжительность цикла регулирования ГЭС, полученная в первом приближении, на 1 час. Уменьшение производится в порядке возрастания нагрузки, т. е. от меньшего ее значения к большему. Для этого фиксированного периода времени работы ГЭС снова, согласно пунктам 2 и 3, производится расчет и определяется новое значение B^1 .

5. Полученное B^1 сопоставляется с B . Если $B^1 < B$, то опять уменьшаем продолжительность работы ГЭС на 1 час и расчеты по пунктам 2 и 3 производим заново. Расчет в такой последовательности продолжается до тех пор, пока последовательное уменьшение периода работы ГЭС не приведет к увеличению расхода топлива по системе.

Тот период работы ГЭС и соответствующий режим работы станций

системы, после которого наблюдается увеличение расхода топлива, и принимается за оптимальный.

При наличии в энергосистеме нескольких гидростанций задача решается с использованием метода циклической диспетчеризации в следующей последовательности.

3. По условию (8) определяются оптимальные режимы работы всех станций системы. При этом ограничения по объемам используемой воды на каждый ГЭС выполняются одновременно посредством варьирования множителей λ_j ($j = 1, 2, \dots, n$). Полученные режимы работы всех ГЭС, кроме одной, допустим n -ой, фиксируются.

6. Для n -ой гидростанции на основе вышеизложенного алгоритма (п.1-5) определяется оптимальный режим ее работы, а затем расход условного топлива по системе.

7. Далее переходим к $(n-1)$ -ой гидростанции, фиксируя полученный режим n -ой и других оставшихся ГЭС.

В этом случае также определяются оптимальный режим работы данной ГЭС и расход условного топлива по системе (п.1-5).

Расчеты в такой последовательности продолжаются до тех пор, пока не будут охвачены все гидростанции системы. Завершая таким образом один цикл, снова возвращаются к n -ой гидростанции, и в вышеизложенной последовательности производятся расчеты во втором цикле, и так несколько раз.

Расчет заканчивается, когда разница расхода условного топлива по системе в двух последних циклах не превышает наперед заданной величины.

Использование метода циклической диспетчеризации при решении подобных задач, которые можно отнести к комбинаторным задачам, позволяет значительно сократить объем вычислительных операций, поскольку на каждом шаге оптимизируется режим работы только одной ГЭС.

Действительно, чтобы найти оптимальное решение с учетом перцепции работы каждой ГЭС, нужно проанализировать полное число возможных решений, равное $\prod_{j=1}^n (t+1)_j$, где t — число часов, на которое сокращается продолжительность работы j -ой ГЭС.

Хотя подобный анализ в принципе и возможен, но практически не осуществим даже при применении быстродействующих вычислительных машин.

При циклической же диспетчеризации полное число возможных решений равно $k \sum_{j=1}^n (t-1)_j$ (где k — число циклов), что намного меньше, чем в первом случае. Например, при наличии в энергосистеме 4 ГЭС использование метода циклической диспетчеризации позволяет число возможных решений сократить в 15-20 раз.

На основе изложенного алгоритма составлена программа для реализации на ЭВМ «Раздан-2». Указанная программа была использо-

вана для оптимизации суточных режимов работы гидротепловой энергосистемы при наличии в ней одной, двух и четырех гидростанций.

Некоторые результаты расчетов при наличии в системе двух ГЭС приведены в табл. 1. В столбцах 3, 4, 5 таблицы приведены соответственно нагрузки эквивалентной тепловой станции и первой, второй ГЭС, полученные в результате оптимального распределения часовых нагрузок

Таблица 1

Часы	P_{Σ} мвт	P_T мвт	$P_{Г1}$ мвт	$P_{Г2}$ мвт	P_1 мвт	$P_{Г1}$ мвт	$P_{Г2}$ мвт
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1050	949.5	64.1	36.4	971.0	0	79.0
2	1000	909.7	61.7	28.6	943.1	0	56.9
3	940	857.1	55.3	27.6	910.0	0	0
4	900	821.8	51.4	26.8	900.0	0	0
5	900	821.8	51.4	26.8	900.0	0	0
6	970	881.4	60.2	28.4	970.0	0	0
7	1060	953.3	64.5	42.2	976.5	0	0
8	1170	1009.7	70.4	89.9	998.2	81.6	90.2
9	1270	1088.0	85.6	96.4	1027.0	149.5	93.5
10	1350	1111.7	141.1	97.2	1036.4	219.1	94.5
11	1300	1097.7	105.6	96.7	1030.6	175.5	93.9
12	1210	1036.5	79.6	93.9	1016.8	100.6	92.6
13	1140	984.0	67.5	88.5	1044.5	0	95.5
14	1160	1001.1	69.4	89.5	1063.9	0	96.1
15	1200	1029.3	77.6	93.1	1015.1	92.4	92.5
16	1290	1095.0	98.4	96.6	1029.5	166.7	93.8
17	1390	1122.5	170.0	97.5	1041.8	252.0	95.3
18	1490	1145.0	246.7	98.3	1110.7	281.7	97.6
19	1600	1174.0	320.0	106.0	1174.0	320.0	106.0
20	1540	1151.4	287.3	101.3	1149.0	289.7	101.3
21	1470	1142.1	229.8	98.1	1093.1	279.5	97.1
22	1380	1119.9	162.7	97.4	1040.3	244.6	95.1
23	1280	1092.2	91.3	96.5	1028.4	158.0	93.6
24	1140	984.0	67.5	88.5	1044.5	0	95.5

$V_{Г1}$ млн м³
в т. сут

$V_{Г1} = 10.78; V_{Г2} = 9.01$
8693

$V_{Г1} = 10.8; V_{Г2} = 8.9$
8639

зок энергосистемы P_{Σ} между ними при заданных $V_{Г1}^* = 10.8 \cdot 10^6$ м³ и $V_{Г2}^* = 9.0 \cdot 10^6$ м³. В столбцах 6, 7, 8 приведены значения нагрузок указанных станций при тех же $V_{Г1}^*$ и $V_{Г2}^*$, но с учетом продолжительности работы каждой ГЭС. Внизу, в последних двух строках таблицы, для этих режимов соответственно приведены полученные значения объемов воды и расходов топлива.

Проведенные исследования показали, что учет оптимальных периодов работы каждой ГЭС, начиная с $V_{Г1}^* > 1.2V_{Г1(max)}$, приводит к уменьшению значений, гидростанции за рассматриваемый период работают почти вается, доходя до некоторого максимального значения при объемах используемой воды на каждой ГЭС, близких к средним, а затем уменьшается, и при $V_{Г1}^* \approx 0.75V_{Г1(max)}$ становится равным нулю.

Такой характер изменения расхода топлива по системе объясняется тем, что при $V'_{гг}$, близких к своим минимальным или максимальным значениям, гидростанции за рассматриваемый период работают почти вынужденным режимом.

В целом, для средних условий при доле ГЭС примерно 20–25% от общей мощности энергосистемы, снижение расхода топлива по системе в связи с учетом оптимальных периодов работы гидростанций может составить порядка 0,3–0,5%. В этом случае к известному эффекту от краткосрочной оптимизации, оцениваемого экономией топлива в размере 1,2–1,5% [3], приплюсовывается эффект от учета оптимальной продолжительности периодов работы ГЭС. В итоге величина экономии составит порядка 1,5–2% от общего расхода топлива по системе.

Выводы. 1. Задача выбора оптимальных режимов работы ГЭС в энергосистеме, если нет заранее установленных физических ограничений по продолжительности их работы, должна в принципе рассматриваться как вариационная с подвижными границами и разрывными решениями.

2. Учет оптимальной продолжительности работы ГЭС при краткосрочной оптимизации режимов энергосистем позволяет повысить экономию топлива по системе.

Л. И. НИКО

Поступило 7.11.1972.

2. Ա. ՔԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Հիդրոէլեկտրակայանների և հեղրամակարդի աշխատանքի սեփականության կառնառև օպտիմալացման հարցի շուրջը

Ուսման փուլում

Դիտված է էներգամակարդի սեփականության օպտիմալացման հարցը՝ հաշվի առնելով նրա մեջ բնորոշված ՀԷԿ-երի աշխատանքի օպտիմալ տեղադրությունը: Ցույց է տված, որ այդ դեպքում խնդրի պետք է դիտվի որպես վարիացիոն՝ շարժական սահմաններով: Շարադրված է խնդրի լուծման ալգորիթը և բերված են որոշ արդյունքներ իր կազմում երկու ՀԷԿ ունեցող համակարգի վերաբերյալ: Տված է էֆեկտի գնահատականը՝ կախված էներգամակարդից ՀԷԿ-երի օպտիմալ տեղադրության հաշվառումից:

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурмачи Г. А. Топливный эффект ГА-ГЭС при оптимальном режиме ее работы. В сб. «Выравнивание графиков нагрузки энергетических систем и выбор типа электростанций для покрытия пиковых нагрузок». Изд. «Наука», 1968.
2. Грошветин В. М. Наиболее выгодные режимы работы гидроэлектростанций в энергетических системах. Госэнергониздат, 1959.
3. Каргалишвили Н. А. Некоторые общие вопросы оптимизации режимов энергетических систем. Доклады к научно-техническому совещанию по оптимальным режимам работы гидроэлектростанций в энергосистемах, часть 1, М., 1956.

ЭНЕРГЕТИКА

Е. А. ИЕРСЕСЯН, Р. С. БАЯТЯН

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ
 ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ УРОВНЕЙ
 ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ И НАГРУЗОК

В связи с растущими темпами жилищного строительства и повышения культуры быта населения все более актуальными становятся вопросы исследования жилищно-бытовых нагрузок, правильное определение фактического потребления электроэнергии, их нормирование и прогнозирование.

Для определения потребления электроэнергии бытовыми электроприемниками на перспективу необходимо знать потребление энергии отдельных электроприемников и их ожидаемый охват семьями на требуемый период. Поскольку в современных квартирах учет электроэнергии производится в общем порядке и отдельные семьи имеют различный набор бытовых приборов, то эта задача решается с помощью метода множественной корреляции [1—2]. Исходным материалом являются данные обследования большого числа абонентов г. Еревана, произведенного Арм. НИИЭ в течение 1968—1970 гг. Было установлено среднее количество установленных у абонентов бытовых приборов, мощность электроприемников и расход электроэнергии на одну квартиру. Были изучены парные зависимости между общим расходом электроэнергии квартирой и установленной мощностью каждого прибора. Изучены также парные связи между установленными мощностями возможных комбинаций совместной работы электробытовых приборов. Путем сопоставления коэффициентов связи разных групп приборов, оценивался характер влияния различных комбинаций приборов на зависимости между их мощностями и расходами электроэнергии квартиры.

На основе полученных коэффициентов парных связей были составлены системы уравнений множественной зависимости с неизвестными параметрами, равными количеству групп приборов.

Уравнение множественной регрессии среднего потребления электроэнергии квартирой, имеющей n электроприемников мощностью по P_n (в *квт*), имеет вид:

$$\mathcal{E}_t = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \dots + \mathcal{E}_n = T_1 P_1 + T_2 P_2 + \dots + T_n P_n, \quad \text{[квт. ч/год]}, \quad (1)$$

где T — число часов использования мощности отдельных приборов

(коэффициенты регрессии потребления электроэнергии и мощности отдельных приборов).

Для контроля полученных значений коэффициентов регрессии и результатов потребления электроэнергии по отдельным группам приборов был применен метод последовательного исключения. Метод заключается в следующем. Отбор элементов, имеющих только осветительные приборы, позволил установить среднее годовое использование установленной мощности лампы (900 час). Затем по средним показателям для группы, имеющей лампы и утюги, методом исключения энергии, потребляемой лампами, устанавливалось среднее потребление энергии утюгами и т. д.

Для условий г. Еревана, по найденным коэффициентам, уравнение множественной регрессии для газифицированных зданий имеет вид:

$$\Sigma \epsilon = 900 P_1 + 500 P_2 + 1350 P_3 + 2000 P_4 + 150 P_5 + 300 P_6 + 180 P_7 + 900 P_{12},$$

где P_1 —установленная мощность лампы освещения в квт; P_2 —радиоприемников; P_3 —телевизоров; P_4 —холодильников; P_5 —стиральных машин; P_6 —утюгов; P_7 —пылесосов и полотеров; P_{12} —прочих приборов.

Имея значения установленных мощностей отдельных видов приборов можно определить потребление электроэнергии одной газифицированной квартирой. Такие уравнения составлены и для квартир с газовыми и электрическими плитами.

Для прогноза сбыта энергии необходимо было определить уровень процентных насыщений приборами на перспективный период. Анализ данных обследований жилых помещений города Еревана после математической обработки и сравнения с аналогичными данными для других городов с учетом программы производства приборов на будущее позволил выявить средний уровень насыщений семей бытовыми приборами на перспективу.

Для оценки перспективных нагрузок исследована и установлена связь между электропотреблением и нагрузкой. Методика исследования основывается на обработке данных обследования электропотребления и измерения фактических нагрузок жилых квартир в зданиях с газовыми и газовыми плитами. Измерения производились в зимний период на вводах в жилые здания. Начальная обработка заключалась в вычислении удельных величин средней максимальной нагрузки и расходов электроэнергии на квартиру в год. Систематизация материала произведена графо-аналитическим методом, т. е. путем построения эмпирических линий регрессии и корреляционной таблицы. Отыскание теоретической линии регрессии производилось методом приближенной оценки наименьших квадратов. Сравнением вычисленных величин корреляционного отношения и коэффициента корреляции установлено, что между максимальной нагрузкой (P) и электропотреблением (Σ) существует прямолинейная корреляционная зависимость.

Уравнение прямой регрессии P на Σ , полученное эмпирическим

путем для газифицированных зданий, имеет вид:

$$P_g = 0,17 + 0,0003Э. \quad (3)$$

Аналогичную корреляционную зависимость получили также и для зданий без газификации быта:

$$P_g = 0,32 + 0,0003Э. \quad (4)$$

Полученные формулы (3) и (4) справедливы в пределах диапазона изменения величины годового расхода электроэнергии от 100 до 5000 *квт. ч/год* и удельной нагрузки — от 0,2 до 2 *квт.*

Согласно данным ожидаемых значений электропотреблений и установленной связи (см. формулы 3 и 4) получены следующие удельные величины электропотреблений и максимальных нагрузок для одной квартиры с газовыми (ГП), газовыми (ОП) и электрическими (ЭП) плитами.

1. Для современного периода

$$\left. \begin{aligned} Э_{\text{ср}} &= 772,8 \text{ квт. ч/год}; & P_{\text{ср}} &= 0,40 \text{ квт}; \\ Э_{\text{макс}} &= 1070,1 \text{ квт. ч/год}; & P_{\text{макс}} &= 0,64 \text{ квт}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

2. Для перспективного периода (1975—80 гг.)

$$\left. \begin{aligned} Э_{\text{ср}} &= 1085,4 \text{ квт. ч/год}; & P_{\text{ср}} &= 0,50 \text{ квт}; \\ Э_{\text{макс}} &= 1419,7 \text{ квт. ч/год}; & P_{\text{макс}} &= 0,75 \text{ квт}; \\ Э_{\text{ср}} &= 2229,7 \text{ квт. ч/год}; & P_{\text{ср}} &= 0,98 \text{ квт}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Полученные данные существующих удельных величин максимальных нагрузок были сопоставлены с результатами измерений фактических нагрузок жилых зданий г. Еревана и других городов Союза. Сравнение показало большую сходимость результатов наших исследований с результатами измерений.

Выводы

1. Уравнения прямых регрессий P на $Э$ (формулы 3 и 4) можно использовать для приближенной оценки одной величины, имея другую.

2. Результаты корреляционного анализа позволили установить для жилых квартир с газовыми, газовыми и электрическими плитами существующий уровень удельных величин электропотреблений и максимальных нагрузок (5) и рекомендовать приближенные оценки их ожидаемых величин на перспективный период (6).

АрмНИИЭ

Поступило 9.IV.1971.

Ե. Ա. ՆԵՐՏԵՍՅԱՆ, Բ. Շ. ԵՆՅԱԴՅԱՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ, ՎԻՃԱԿԱԿՐՈՒԹՅԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ՕԳՏԱԿՈՐԾՈՒՐԸ
ԷԼԵԿՏՐԱՊԱՐԱՐՈՒՄԱՆ ԵՎ ԲԵՌՈՎԱՄՈՒԹՅԱՆ ՀԵՌԱՆԿԱՐԱՅԻՆ ՄԱԿԱՐԳԱԿԸ
ՈՐՈՇԵԼՈՒ ՀԱՄԱՐ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում բերված են փաստացի բեռնվածությունների չափումների և
բնակարանների էլեկտրապահուման վիճակագրական տվյալների մշակման և

հետազոտման արդյունքները՝ նրանց միջև կապ հաստատելու և հետահայրա-
յին մեկարդակի որոշելու նպատակով:

Օչնելով ակտիվ հզորություն ու էլեկտրաէներգիայի ծախսման միջև գրա-
նշան կոռելյացիոն կապից և էլեկտրատապառման սպասվող արժեքների սվյալ-
ներից, տրված են հետահայրային ախահայրար մեծությունները տարբեր ախ-
այի բահարանների համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Смирнов И. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математиче-
ской статистики. «Наука», 1965.
2. Липовский Я. Н. Теория корреляции и ее применение к анализу производства.
Госстатиздат, 1961.

Синтез пространственного четырехзвенника по положениям оси шатуна Шахбазян К. Х., Оганесян Г. О. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXVI, № 1, 1973, 3—8

Дается решение задачи синтеза пространственного четырехзвенника по пяти положениям оси шатуна. Рассматривается синтез кривошипного механизма с вращательными парами на его концах и ведомым звеном, обладающим двумя широкими шарнирами.

Илл. 3. Табл. 2. Библи. 7 назв.

УДК 621.9.06.001.5.

О защемляющем эффекте гидростатических подшипников в шпиндельных узлах Аджемян В. Г., Гусев Л. П. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXVI, № 1, 1973, 9—12.

При исследовании динамических характеристик шпиндельного узла на гидростатических подшипниках было обнаружено свойство «защемления» этих опор. Выявленный эффект «защемления» как свойство гидростатических подшипников дает ряд новых сведений о формах колебания шпинделя при широком диапазоне частот возбуждающей силы, вводит некоторые уточнения в определение оптимального межопорного расстояния, в вопросе оптимального соотношения жесткости консольных и межопорных частей шпинделя и т. д.

Илл. 4. Библи. 3 назв.

УДК 621.01-531.8+621.929

Анализ перемещений и механизм смесителя системы Шатц Кацамян А. А. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXVI, № 1, 1973, 13—19

Рассматривается шестизвеновый механизм с вращательными парами, в котором две неподвижные оси шарниров взаимно параллельны, а остальные—последовательно перпендикулярны, длины трех промежуточных звеньев одинаковы и равны трети расстояния между неподвижными осями.

Выведены формулы для углов относительного поворота смежных звеньев механизма в виде двух тригонометрических функций синуса и косинуса, однозначно определяющих значения искоемых углов.

Доказано, что геометрическое место точек пересечения несмежных подвижных осей шарниров—прямая линия. Разработан графический способ определения углов относительного поворота звеньев, а также абсолютных координат произвольной точки рабочего звена механизма.

Илл. 4. Библи. 2 назв.

УДК 621.01

Синтез пятизвенного передаточного зубчато-рычажного механизма Демурчян С. Н. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXVI, № 1, 1973, 20—24

Решена задача синтеза пятизвенного передаточного механизма, образованного присоединением трехшарнирной двухзвездочковой группы к стойке и сателлиту трехзвездочного планетарного механизма. Получены аналитические выражения, с помощью которых методом интерполяционного приближения функций можно определить три, четыре и пять параметров схемы механизма.

Илл. 2. Библи. 3 назв.

Уравнения пограничного слоя магнитной гидродинамики с моментными напряжениями Петросян Л. Г. «Известия АН Арм. ССР (серия Т II)», т. XXVI, № 1, 1973, 25—30.

Рассматриваются основные уравнения магнитной гидродинамики с моментными напряжениями; строятся уравнения движения несжимаемой микропроводящей жидкости с большой или бесконечной электропроводностью. Изучаются уравнения плоского пограничного слоя магнитной гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости с моментными напряжениями, несимметричным тензором напряжений и внутренней инерцией частиц. Рассмотрены различные типы уравнений плоского пограничного слоя в случае жидкости с большой или бесконечной электропроводностью, а также в случае жидкости с очень малой электрической проводимостью.

Библ. 5 назв.

УДК 539.37

Плоское деформированное состояние предварительно напряженного армированного прямоугольника Саркисян В. Г., Хачикян А. С. «Известия АН Арм. ССР (серия Т II)», т. XXVI, № 1, 1973, 31—38.

Рассматривается плоское деформированное состояние упругого тела с предварительно напряженным тонкостенным гибким включением. Сопоставление гибкого включения с упругим телом принимается полным. Получено условие, связывающее величину предварительного напряжения с предельными значениями деформаций и напряжений упругого тела на включении.

Решение задачи для упругого прямоугольника и бесконечной полосы с предварительно напряженными включениями приведено к квази-вполне регулярным бесконечным системам линейных алгебраических уравнений. Проведены вычисления для прямоугольника с одним симметричным включением и определено распределение напряжений, обусловленное предварительным напряжением включения.

Пал. 4. Табл. 3. Библ. 6 назв.

УДК 538.3+511.182

Синхронизальное поле в дисперсной системе с эллипсоидальными включениями малой концентрации Каранетян М. А., Хурцоян В. В., Григорян В. А. «Известия АН Арм. ССР (серия Т II)», т. XXVI, № 1, 1973, 39—42.

Исследуется переходный процесс установления электрического поля в неоднородной среде с эллипсоидальными включениями малой концентрации, при которой взаимным влиянием можно пренебречь. Рассчитывается также переходная функция электрического момента поляризованного включения.

Библ. 4 назв.

УДК 621.311.22—50

К вопросу о краткосрочной оптимизации режимов работы гидроэнергетической энергосистемы Бурнацкий Г. А. «Известия АН Арм. ССР (серия Т II)», т. XXVI, № 1, 1973, 43—49.

Рассматривается вопрос оптимизации режимов энергосистем с однопеременным учетом оптимальной продолжительности работы входящих в нее ГЭС. Показано, что в этом случае задача должна быть рассмотрена как вариационная с подвижными границами. Изложен алгоритм решения задачи и приведены некоторые результаты по системе, имеющей в своем

составе для ГЭС. Дана оценка эффекта от учета оптимальной продолжительности ГЭС в энергосистеме.

Табл. 1. Библ. 3 назв.

УДК 621.3.016.23 : 519.2

Применение метода математической статистики для определения перспективных уровней электропотребления и нагрузок. Персесян Е. А., Баядян Р. С. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. II.)», г. XXVI, № 1, 1973, 50—53.

Приводятся результаты исследования и обработки статистических данных обследования электропотребления и измерения фактических нагрузок с целью установления связи между ними и определения их перспективных уровней. Потребление электроэнергии отдельных групп приборов определялось методами множественной корреляции и последовательного исключения. По найденным коэффициентам составлено уравнение множественной регрессии для условий г. Еревана. Рекомендованы перспективные удельные величины максимальных нагрузок для квартир с различными типами кухонных очагов.

Библ. 2 назв.

ԲՈՎԱՆԳԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Մենք ենաշինություն

Պ. Լ. Նախագիտել, 2. 2. Հովնանելիսյան, Տարածական քառասուն մեխանիզմի սինթեզի բառ ցարժավորի առանցքի դիրքի	3
Պ. Գ. Աննայան, Լ. Ի. Կուրին, Իլային Հանգուցներում Հիդրոստատիկ առանցքակայուն ների ճամբան էֆեկտի վերաբերյալ	9
Հ. Հ. Անտոնյան, Տեղափոխումների վերլուծությունը Շատցի սխեմայի նախնիների մե- խանիզմում	13
Պ. Ն. Կեմուրյան, Հեղուկի առանձնա-լծակային փոխանցիչ մեխանիզմի սինթեզ	20

Հիդրավլիկա

Լ. Գ. Պետրոսյան, Մագնիսական հիդրոդինամիկայի ուժմանային շերտի հաճախարում- ները մոմենտային լարումների առկայությամբ	25
---	----

Ելեկտրական մեխանիկա

Պ. Կ. Սուրբյան, Ա. Ա. Խաչիկյան, Նախապես լարված ամրանափոխված ուղղանկյան հարթ դեֆորմացիայի վիճակը	31
--	----

Էլեկտրատեխնիկա

Պ. Ա. Կուսակյան, Վ. Վ. Հարությունյան, Վ. Ա. Գրիգորյան, Միևուսողային զաշտը փոքր հոսքի ներառման էլեկտրոդային ներառումներով դիսպերս սխեմայում	39
---	----

Էներգետիկա

Հ. Ա. Բուրնայան, Հիդրոդինամիկային էներգա-ամակարգի աշխատանքի ուժիմների կարճատև ազդեցության հարցի շուրջը	43
Կ. Ա. Ներսիսյան, Ռ. Ա. Բայրյան, Մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդների ազդեցությունը էլեկտրատեխնիկային և բնականություն հետազոտության մեկարդակը որոշելու համար	50

СОДЕРЖАНИЕ

Машиностроение

К. А. Шахбазян, Г. О. Оганесян. Синтез пространственного четырехзвенника по положению оси шатуна	1
В. Г. Аджемян, Л. Н. Густин. О заземляющем эффекте гидростатических подшипников и шпиндельных узлов	7
А. А. Касамбян. Анализ перемещений в механизме смесителя системы Шати	13
С. Н. Демурчин. Синтез пятизвенного передаточного зубчато-рычажного механизма	20

Гидравлика

Л. Г. Петросян. Уравнения пограничного слоя магнитной гидродинамики с моментными напряжениями	25
---	----

Строительная механика

В. Г. Саркисян, А. С. Хачикян. Плоское деформированное состояние предельно напряженного армированного прямоугольника	31
--	----

Электротехника

М. А. Карапетян, В. В. Арутюнян, В. А. Григорян. Синусоидальное поле в дисперсной системе с синусоидальными включениями малой концентрации	39
--	----

Энергетика

Г. А. Бурмачев. К вопросу о краткосрочной оптимизации режимов работы гидротепловой энергосистемы	43
Е. А. Пересян, Р. С. Баягин. Применение методов математической статистики для определения перспективных уровней электропотребления и нагрузок	50

