ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

Խմբագրության հասցեն՝ Երևան—1, Աբովյան փող., 15.
Адрес редакции: Ереван—1, ул. Абовяна, 15.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 2, 1972 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

М. В. КАСЬЯН, Г. Б. БАГДАСАРЯН, Г. А. АРУТЮНЯН

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СТАНИНЫ СТРОГАЛЬНОГО СТАНКА ТИПА 7М36 (уравнения перемещения)

При конструировании металлорежущих станков в качестве параметров для оценки формы их неподвижных узлов выбираются относительные смещения или скорости движения собственных перемещений последних. Помимо этого, без определения собственных колебаний неподвижных частей станков невозможно также установить влияние отдельных факторов на процесс вибраций при резании металлов.

Исходя из вышесказанного, нами проведены исследования собственных колебаний станины станка 7М36 как аналитическим, так и экспериментальным путями. При расчете аналитическим способом принимается, что собственные колебания станины имеют незначительную величину и упругие силы системы зависят от массы m и габаритных размеров станины H и L. Считая, что собственные колебания станины затухают под воздействием сил, пропорциональных скорости перемещений, приходим к исследованию в двух плоскостях следующих уравнений перемещения:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \lambda \frac{dz}{dt} + \frac{g}{L} \sin z = 0,$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \lambda \frac{dy}{dt} + \frac{g}{L} \sin y = 0. \qquad (1)$$

Учитывая массы и размер станины, остановимся теперь на исследовании уравнений перемещения (1) при небольших колебаниях станины, применяя данные эксперимента. В этом случае в уравнении (1) $\sin z$ и $\sin y$ можно заменить двумя или тремя членами тейлоровского разложения:

$$\sin z = z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \cdots$$

$$\sin y = y - \frac{y^3}{3!} + \frac{y^5}{5!} - \cdots \qquad (2)$$

Чтобы не усложнять наши расчеты будем в основном исследовать колебание только в одном направлении. Колебания в другом направлении будут аналогичны. Применив к уравнению (1) формулы (2), ограничиваясь двумя членами разложения. для небольших отклонений находим:

$$\frac{d^2z}{dt^2}+\lambda\frac{dz}{dt}+\frac{g}{L}\left(z-\frac{z^3}{6}\right)=0. \tag{3}$$

Согласно общим формулам, предложенным авторами [1], в первом приближении решением уравнения (3) будет:

$$z=a\cos\theta;\quad \frac{dz}{dt}=-a\omega\sin\theta, \tag{4}$$

где a и θ должны быть определены из системы уравнений первого приближения ($\theta=\omega t+\varphi_1$). Имея в виду, что амплитуда и фаза колебания не постоянны и в зависимости от t изменяются, для составления дифференциального уравнения (для a и φ_1) продифференцируем обе части уравнения $z=a\cos\theta$ или $z=a\cos(\omega t+\varphi_1)$. Тогда получим:

$$\frac{dz}{dt}=\frac{da}{dt}\cos\theta-a\frac{d\varphi_1}{dt}\sin\theta-a\omega\sin\theta. \tag{5}$$

Поскольку $\frac{dz}{dt}=-a\omega\sin\theta$, то получим:

$$\frac{da}{dt}\cos\theta-a\frac{d\varphi_1}{dt}\sin\theta=0. \tag{6}$$

Подставляя в (3) значения z, $\frac{dz}{dt}$ и $\frac{d^2z}{dt^2}$, будем иметь:

$$\frac{da}{dt}(\lambda\cos\theta-\omega\sin\theta)-\frac{d\varphi_1}{dt}(a\omega\cos\theta+\lambda a\sin\theta)=$$

$$=a\omega^2\cos\theta+\lambda a\omega\sin\theta-\frac{g}{L}a\cos\theta+\frac{g}{L}\frac{a^3}{6}\cos^3\theta. \tag{7}$$

Совместно решая (6) и (7), получим:

$$\frac{da}{dt}=\frac{a\omega^2\cos\theta+\lambda a\omega\sin\theta-\frac{g}{L}a\cos\theta+\frac{g}{L}\frac{a^3}{6}\cos^3\theta}{\frac{\lambda\cos\theta-\omega\sin\theta}{a\operatorname{tg}\theta}-(a\omega\cos\theta+\lambda a\sin\theta)};$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt}=\frac{a\omega^2\cos\theta+\lambda a\omega\sin\theta-\frac{g}{L}a\cos\theta+\frac{g}{L}\frac{a^3}{6}\cos^3\theta}{a\operatorname{tg}\theta(\lambda\cos\theta-\omega\sin\theta)-(a\omega\cos\theta+\lambda a\sin\theta)}. \tag{8}$$

Как отмечается в [1], члены, содержащие синус, не играют существенной роли при вибрации, следовательно, ими можно пренебречь. Поэтому (8) можно представить в виде:

$$\frac{da}{dt}=\frac{\left(a\omega^2-\frac{g}{L}a+\frac{g}{6L}\cdot a^3\cos\theta\right)a\operatorname{tg}\theta}{\lambda-a\omega};$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt}=\frac{\omega^2-\frac{g}{L}+\frac{g}{6L}a^2\cos^2\theta}{\omega}. \tag{9}$$

В этих уравнениях по сравнению с остальными членами $\frac{g}{6L}a^2\cos^2\theta$ мала, и ее в дальнейшем можно не учитывать, тогда уравнения (9) преобразуются в следующие:

$$\frac{da}{dt}=-\frac{a\left(\omega^2\operatorname{tg}\theta-\frac{g}{L}\operatorname{tg}\theta\right)}{\omega-\lambda/a}; \tag{10}$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt}=\frac{\omega^2-\frac{g}{L}}{\omega}=\frac{\omega^2\left(1-\frac{g}{L\omega^2}\right)}{\omega}=\omega\left(1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right), \tag{11}$$

где

$$\omega_0^2=\frac{g}{L}.$$

Обозначая

$$\delta_1=\frac{\omega^2\operatorname{tg}\theta-\frac{g}{L}\operatorname{tg}\theta}{\omega-\lambda/a},$$

получим:

$$\frac{da}{dt}=-\delta_1 a;\qquad \frac{d\varphi_1}{dt}=\omega\left(1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right).$$

Интегральное решение фазы и амплитуды колебания дает новое значение первого приближения (1):

$$a=Ae^{-\delta t};$$

$$\theta=\omega\left\{t+\frac{A^2}{32\delta}\left(e^{-2\delta t}-1\right)+\varphi_1\right\}.$$

Подставляя значения амплитуды и фазы в уравнение (4), получим первое приближение в виде:

$$z=Ae^{-\delta t}\cos\left\{\omega\left[t+\frac{A^2}{32\delta}\left(e^{-2\delta t}-1\right)\right]+\varphi_1\right\};$$

$$y=A_1e^{-\delta_1 t}\cos\left\{\omega_2\left[t+\frac{A_1^2}{32\delta_1}\left(e^{-2\delta_1 t}-1\right)\right]+\varphi_2\right\}. \tag{12}$$

Таким образом, колебания будут сильно затухающими с частотой, зависящей от амплитуды $\omega = \omega(a)$, причем, с увеличением времени $\omega = \sqrt{g/L}$ и $\omega_1 = \sqrt{g/H}$. Для определения значений амплитуды и фазы собственных колебаний проводились эксперименты, результаты которых приведены в табл. 1.

Таблица 1

Узел станка	Частота по оси и перемещение		Частота по оси и перемещение		Ординаты перемещения системы в *мм*			
					z		y	
	ω_1, *1/сек*	z, *мк*	ω_1, *1/сек*	y, *мк*	A^z_{n+1}	A^z_n	A^y_{n+1}	A^y_n
Станина	180	2	135	3	12,4	9,4	11	7,7

Пользуясь данными эксперимента, можем получить собственные колебания станины в направлениях z и y. Здесь коэффициент затухания δ определяется выражением [2]:

$$\delta = \omega \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} = \omega \frac{\Delta A}{A_n}, \tag{13}$$

где A_n, A_{n+1} — значения смещения, отстающие одно от другого в направлении возрастания на один полный условный период; ω—частота колебания; $\Delta A = A_{n+1} - A_n$.

После определения исходных понятий при колебании, выводим уравнение колебаний для станины станка во время свободных перемещений:

$$\begin{aligned} z &= 2e^{-51t} \cos\left\{ 180 \left[t + \frac{4}{32 \cdot 54}\left(e^{-108t} - 1\right) \right] + \varphi_1' \right\}; \\ y &= 3e^{40,5t} \cos\left\{ 135 \left[t + \frac{9}{32 \cdot 40,5}\left(e^{-81t} - 1\right) \right] + \varphi_2' \right\}. \end{aligned} \tag{14}$$

Поступило 7.XII.1971

Մ. Վ. ԿԱՍՅԱՆ, Հ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, Հ. Հ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ՌԱՆԴՄԱՆ 7Մ36 ՏԻՊԻ ՀԱՍՏՈՑԻ ԻՐԱՆԻ ՍԵՓԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ (ՏԵՂԱՓՈԽՄԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ)

Ամփոփում

Հոդվածում որոշվում են ռանդման 7M36 տիպի հաստոցի իրանի սեփական տատանումները անալիտիկ եղանակով։ Ընդունելով, որ իրանի սեփա-

կան տատանումները աննշան են, սիստեմի առաձգական ուժերը դիտվում են որպես իրանի գաբարիտային չափերից կախված ֆունկցիա։ Հաշվի առնելով, որ իրանի սեփական տատանումները մարվում են տեղափոխման արագության համեմատական, հավասարումները բերվում են շարքի և լուծվում ընդհանուր ձևով։ Փորձնական ճանապարհով որոշվում են բանաձևում բերված որոշ մեծություններ և ապա լրացվում տեղափոխման հավասարումները x և y ուղղությունների համար։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Аналитические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, 1963.
2. *Кудинов В. А.* Динамика станков. Машиностроение, 1967.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 2, 1972 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

С. А. МОЛАСЯН

К ВОПРОСУ О ДВИЖЕНИИ ДВУХМАССНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ПО ВИБРИРУЮЩЕЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПЛОСКОСТИ

В статье рассматривается движение двухмассной системы по вибрирующей шероховатой плоскости (рис. 1). Основное тело массой m_1 расположено на шероховатой плоскости. Дополнительная масса m_2, связанная с основным телом линейным упругим и демпфирующим элементами, может перемещаться относительно основного тела. Линия, по которой перемещается масса m_2, наклонена к плоскости основания тела массой m_1 под некоторым углом γ, который может меняться от нуля до 180°.

На рис. 1 координатная система $\xi O_1 \eta$ является неподвижной, относительно нее рассматривается движение плоскости. xOy является подвижной системой координат, связанной с вибрирующей плоскостью, относительно которой рассматривается движение массы m_1. Другую систему uO_2v, относительно которой рассматриваем движение массы m_2, берем связанной с телом m_1. Ось O_2u этой системы направим вдоль линии относительного перемещения массы.

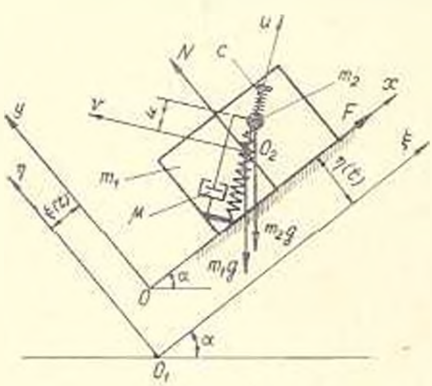

Рис. 1.

Рассматриваемая колебательная система имеет три степени свободы; за обобщенные координаты принимаем декартовые координаты x и y центра тяжести тела m_1 и относительное смещение массы m_2, отчитываемое от положения, соответствующего недеформированному состоянию пружины. Будем предполагать, что положение совпадает с центром тяжести массы m_1. Принимаем, что между основной массой m_1 и плоскостью действует сила сухого (кулонова) трения.

Приведем уравнения движения при относительном покое опорной массы m_1. Допустим, что плоскость колеблется по закону

$$\xi = \xi(t); \quad \eta = \eta(t). \tag{1}$$

Пользуясь уравнениями Лагранжа второго рода, получим следующие дифференциальные уравнения абсолютного движения рассматриваемой колебательной системы:

$$m_2\ddot{u} + \mu\dot{u} + cu = -m_2(\ddot{\xi}\cos\gamma + \ddot{\eta}\sin\gamma) - P_2\sin(\alpha+\gamma); \tag{2}$$

$$(m_1+m_2)\ddot{\xi} + m_2\cos\gamma\,\ddot{u} = F - (P_1+P_2)\sin\alpha; \tag{3}$$

$$(m_1+m_2)\ddot{\eta} + m_2\sin\gamma\,\ddot{u} = N - (P_1+P_2)\cos\alpha, \tag{4}$$

где P_1 и P_2—соответственно веса основного и дополнительного тел; F—сила сухого трения: N—нормальное давление системы на вибрирующую плоскость.

При помощи (2) можно определить закон движения дополнительной массы m_2, а затем на основании (3) и (4) найти силы F и N, действующие со стороны вибрирующей плоскости. Отметим, что система действительно находится в состоянии относительного покоя, если выполняются условия:

$$N(t) > 0; \quad |F(t)| < f_1 N(t), \tag{5}$$

где f_1—коэффициент трения покоя.

Теперь предположим, что вместо условия (5) выполняется условие

$$N(t) > 0; \quad |F(t)| > f_1 N(t), \tag{6}$$

тогда рассматриваемая система начинает двигаться по вибрирующей шероховатой плоскости.

Для получения уравнений движения системы в этом случае можно в уравнениях (2), (3) и (4) заменить координату ξ на $\xi + x$, а координату η на $\eta + y$.

Тогда, вместо уравнений (2), (3) и (4) получим следующие уравнения движения системы:

$$m\ddot{x} = -m\ddot{\xi} - m_2\cos\gamma\,\ddot{u} - mg\sin\alpha + F; \tag{7}$$

$$m\ddot{y} = -m\ddot{\eta} - m_2\sin\gamma\,\ddot{u} - mg\cos\alpha + N; \tag{8}$$

$$\ddot{u} + 2n\dot{u} + k^2u = -(\ddot{\xi}\cos\gamma + \ddot{\eta}\sin\gamma) - (\ddot{x}\cos\gamma + \ddot{y}\sin\gamma) - g\sin(\alpha+\gamma), \tag{9}$$

где

$$2n = \frac{\mu}{m_2}; \quad k^2 = \frac{c}{m_2}; \quad m = m_1 + m_2. \tag{10}$$

При этом, если тело m_1 не отрывается от плоскости, т. е. $N(t) > 0$, то сила сухого трения определяется равенствами

$$F = \begin{cases} -fN \text{ при } \dot{x} > 0 \\ fN \text{ при } \dot{x} < 0 \end{cases} \tag{11}$$

(f—коэффициент трения скольжения), а координата $y=0$. В данном случае из уравнения (8) при $y=0$ получим

$$N(t) = m\ddot{\eta} + m_2 \sin\gamma\, \ddot{u} + mg\cos\alpha. \tag{12}$$

При учете равенств (11) и (12) уравнение (7) относительного движения колебательной системы запишется в следующем виде:

$$\ddot{x} = -(\ddot{\xi} \pm f\ddot{\eta}) - \nu\frac{\cos(\gamma \mp \varphi)}{\cos\varphi}\ddot{u} - g\frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos\varphi}, \tag{13}$$

где

$$\nu = \frac{m_2}{m_1 + m_2}; \qquad \varphi = \operatorname{arc\,tg} f. \tag{14}$$

В уравнении (13), как и всюду в дальнейшем, верхние знаки соответствуют скольжению колебательной системы по плоскости вперед ($\dot{x} > 0$), нижние—скольжению назад ($\dot{x} < 0$).

Из уравнения (9) при учете $y=0$ получим уравнение движения дополнительного тела при движении системы по плоскости:

$$\ddot{u} + 2n\dot{u} + k^2 u = -(\ddot{\xi}\cos\gamma + \ddot{\eta}\sin\gamma) - g\sin(\alpha + \gamma) - \ddot{x}\cos\gamma. \tag{15}$$

Итак, при

$$\dot{x} \neq 0, \quad N(t) > 0, \quad y \equiv 0 \tag{16}$$

получим систему дифференциальных уравнений

$$\ddot{x} = -(\ddot{\xi} \pm f\ddot{\eta}) - \nu\frac{\cos(\gamma \mp \varphi)}{\cos\varphi}\ddot{u} - g\frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos\varphi}; \tag{17}$$

$$\ddot{u} + 2n\dot{u} + k^2 u = -(\ddot{\xi}\cos\gamma + \ddot{\eta}\sin\gamma) - g\sin(\alpha + \gamma) - \ddot{x}\cos\gamma,$$

описывающие движение колебательной системы по вибрирующей шероховатой плоскости.

Допустим, что плоскость движется относительно неподвижных осей $\xi O_1 \eta$ по гармоническому закону:

$$\xi = A\cos(\omega t + \varepsilon); \quad \eta = B\sin\omega t. \tag{18}$$

Подставляя значения ξ и η в (17), получим уравнения движения для этого случая.

Предполагая, что движение системы по плоскости характеризуется следующими начальными условиями:

$$t = t^* \quad u(t^*) = u^*, \ \dot{u}(t^*) = \dot{u}^*, \ x(t^*) = 0 \ \text{и} \ \dot{x}(t^*) = \dot{x}^*, \tag{19}$$

получим решение задачи в следующем виде:

$$\dot{x}(t) = \dot{x}^* + a_{1\pm}\omega\cos(\omega t - \psi_{1\pm}) - a_{1\pm}\omega\cos(\omega t^* - \psi_{1\pm}) -$$

$$- \nu\frac{\cos(\gamma \mp \varphi)}{\cos\varphi}\dot{u}(t) + \nu\frac{\cos(\gamma \mp \varphi)}{\cos\varphi}\dot{u}^* - g\frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos\varphi}(t - t^*); \tag{20}$$

$$x(t) = a_{1\pm} \sin(\omega t - \psi_{1\pm}) - a_{1\pm} \sin(\omega t^* - \psi_{1\pm}) -$$

$$- a_{1\pm}\, \omega \cos(\omega t^* - \psi_{1\pm})(t - t^*) - \nu \frac{\cos(\gamma \mp \varphi)}{\cos\varphi} [u(t) - u(t^*)] +$$

$$+ \nu \frac{\cos(\gamma \mp \varphi)}{\cos\varphi} \dot{u}^* (t - t^*) - g \frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos\varphi} \cdot \frac{(t - t^*)}{2} + \dot{x}^* (t - t^*). \quad (21)$$

Здесь $\dot{u}$ и u определяются из следующего уравнения:

$$\ddot{u} + 2n_{\pm} \dot{u} + k_{\pm}^2 u = a_{2\pm} \sin \omega t - a_{1\pm}, \quad (22)$$

где

$$n_{\pm} = \frac{n}{1 - \dfrac{\nu \cos(\gamma \mp \varphi) \cos\gamma}{\cos\varphi}}; \qquad k_{\pm}^2 = \frac{k^2}{1 - \dfrac{\nu \cos(\gamma \mp \varphi) \cos\gamma}{\cos\varphi}};$$

$$a_{2\pm} = \frac{B \sin(\gamma \mp \varphi)}{\cos\varphi - \nu \cos\gamma \cdot \cos(\gamma \mp \varphi)};$$

$$a_{1\pm} = \frac{g [\sin(\alpha + \gamma)\cos\varphi - \cos\gamma \cdot \sin(\alpha \pm \varphi)]}{\cos\varphi - \nu \cos\gamma \cdot \cos(\gamma \mp \varphi)}.$$

При определении скорости и перемещения системы перемещение дополнительного тела надо определить из уравнения (22).

Формулы (20) и (21) описывают движение колебательной системы до тех пор, пока основная масса m_1 не остановится относительно плоскости*.

Из выражения (20) вытекает, что какова бы не была начальная скорость $\dot{x}^*$, при $|\alpha| < \varphi$ существует момент времени, в котором колебательная система непременно остановится. Действительно, $\dot{x}(t)$ в начальный момент $t = t^*$ совпадает с $\dot{x}^*$, а при достаточно большом t она имеет знак, противоположный знаку $\dot{x}^*$. Поэтому, в силу непрерывности функции $\dot{x}(t)$, непременно существует такой момент времени $t = t^{**} > t^*$, в котором скорость колебательной системы обращается в нуль. Из сказанного следует, что при изучении движения системы можно, не ограничивая общности, считать, что начальная скорость $\dot{x}^*$ равна нулю. После остановки системы возможно три типа движения: 1) мгновенно начинающееся скольжение вперед ($\dot{x} > 0$), 2) мгновенно начинающееся скольжение назад ($\dot{x} < 0$), 3) длительная остановка ($\dot{x} = 0$).

Как было отмечено, движущаяся система наверняка останавливается. Поэтому необходимо установить связь между моментом начала скольжения системы после ее остановки и моментом следующей остановки.

---

* Под остановкой подразумевается обращение в нуль относительной скорости массы m_1. Остановка может быть мгновенной или означать переход к состоянию относительного покоя. В последнем случае остановка называется длительной.

Обозначив соответственно через $\delta^*_+ = \omega t^*$, $\delta^*_- = \omega t'$ фазовые углы, отвечающие моментам начала скольжения вперед и назад, а через $\varphi_+ = \omega t^{**}$ и $\varphi_- = \omega t^{**}$ — фазовые углы, отвечающие моментам остановки после скольжения вперед и назад, запишим уравнение (20) для случая $\dot{x}^* = 0$ в следующей форме:

$$\cos(\varphi_\pm - \psi_{1\pm}) = \cos(\delta^*_\pm - \psi_{1\pm}) + Z_\pm(\varphi_\pm - \delta^*_\pm) +$$
$$+ \frac{\nu\cos(\gamma \mp \varphi)}{a_{1\pm}\,\omega\cos\varphi}\left[\dot{u}\left(\frac{\varphi_\pm}{\omega}\right) - \dot{u}\left(\frac{\delta^*_\pm}{\omega}\right)\right], \tag{23}$$

где

$$Z_\pm = \frac{g}{a_{1\pm}\,\omega^2}\cdot\frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos\varphi}. \tag{24}$$

Определив моменты перехода, можно найти перемещение системы $S_\pm$ по вибрирующей плоскости за один этап. При этом, в соответствии со сказанным выше, можно ограничиться рассмотрением случая, когда скольжение начинается из состояния относительного покоя. Тогда, согласно равенству (21) имеем:

$$S_\pm = x(t^{**}) = a_{1\pm}\sin(\varphi_\pm - \psi_{1\pm}) - a_{1\pm}\sin(\delta^*_\pm - \psi_{1\pm}) -$$
$$- a_{1\pm}\cos(\delta^*_\pm - \psi_{1\pm})(\varphi_\pm - \delta^*_\pm) + \frac{\nu\cos(\gamma \mp \varphi)}{\omega\cos\varphi}\dot{u}^*\left(\frac{\delta^*_\pm}{\omega}\right)(\varphi_\pm - \delta^*_\pm) -$$
$$- \frac{g\sin(\alpha \pm \varphi)}{2\omega^2\cos\varphi}(\varphi_\pm - \delta^*_\pm)^2 - \frac{\nu\cos(\gamma \mp \varphi)}{\cos\varphi}\left[u\left(\frac{\varphi_\pm}{\omega}\right) - u^*\left(\frac{\delta^*_\pm}{\omega}\right)\right]. \tag{25}$$

Ленинаканский филиал
Ереванского политехнического института
им. К. Маркса

Поступило 4.VI.1970.

Ս. Ա. ՄՈԼԱՍՅԱՆ

ԹՐԹՌԱՑՈՂ ԱՆՀԱՐԹ ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ ԵՐԿՈՒ ՄԱՍՍԱՅՈՎ ՏԱՏԱՆՈՂԱԿԱՆ ՍԻՍՏԵՄԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՋԸ

Ամփոփում

Հոդվածում ուսումնասիրվում է երկու մասսայով սիստեմի շարժումը թրթռացող անհարթ հարթության վրայով։ Հիմնական մասսան գտնվում է թրթռացող հարթության վրա, նրան առաձգական մարմնի օգնությամբ ամրացված է երկրորդ լրացուցիչ մասսան, որը կարող է շարժվել առաջինի նկատմամբ։

Ստացված է ուսումնասիրվող սիստեմի շարժման հավասարումը թրթռացող հարթության վրա շարժվելիս (20) տեսքով։ Ըստ էտապների ինտեգրման

միջոցով ստացված է սիստեմի շարժման արագությունը և տեղափոխումը (41) և (42) տեսքով։ Ստացված է նաև մի էտապից մյուսին անցնելու ժամանակամիջոցի որոշման համար (43) բանաձևը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Блехман И. И., Джанелидзе Г. Ю.* Вибрационное перемещение. Изд. „Наука", 1964.
2. *Блехман И. И., Гортинский В. В., Птушкина Г. Е.* Движение частицы в колеблющейся среде при наличии сопротивления типа сухого трения. К теории вибрационного разделения сыпучих смесей. Известия АН СССР ОТН. „Механика и машиностроение", № 4, 1963.
3. *Якимова К. С.* Вибрационное перемещение двухмассной колебательной системы. Известия АН СССР. „Механика твердого тела", № 5, 1969.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 2, 1972 Серия технических наук

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

В. М. МКРТЧЯН, Д. О. МЕЛКУМЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ И ОЦЕНКА ЕЕ КАЧЕСТВА

Устойчивость дискретных систем связана с расположением корней характеристического полинома относительно единичного круга [1—4]. Существуют условия, аналогичные критериям Рауса, Гурвица, Найквиста и Михайлова, позволяющие исследовать устойчивость системы, не находя корни характеристического полинома. В связи с широким применением ЭВМ в научных и инженерных расчетах возникает необходимость разработки новых методов анализа и синтеза систем, удобных с вычислительной точки зрения.

В статье предлагается новый критерий устойчивости для линейных дискретных систем, который, наряду с простотой и наглядностью, удобен при реализации на ЭВМ. Аналогичный критерий существует для непрерывных линейных систем с сосредоточенными параметрами [5].

1. Некоторые свойства производной аргумента характеристического полинома. Рассмотрим линейные дискретные системы, имеющие характеристический полином с вещественными коэффициентами:

$$D(z) = \sum_{k=0}^{n} a_k z^{n-k}. \tag{1}$$

Согласно основной теореме алгебры многочлен (1) можно представить в виде:

$$D(z) = a_0 \prod_{k=1}^{n} (z - z_k). \tag{2}$$

Положим в (2) $z = e^{j\omega}$, тогда

$$\arg D(e^{j\omega}) = \sum_{k=1}^{n} \arg(e^{j\omega} - z_k). \tag{3}$$

Производная соотношения (3) является объектом настоящего исследования. Для простоты записи обозначим:

$$\begin{aligned} \theta_k(\omega) &= \frac{d}{d\omega}[\arg(e^{j\omega} - z_k)]; \\ \theta(\omega) &= \frac{d}{d\omega}[\arg D(e^{j\omega})], \end{aligned} \tag{4}$$

тогда из (3) следует:

$$\theta(\omega) = \sum_{k=1}^{n} \theta_k(\omega). \tag{5}$$

Таким образом, производная аргумента характеристического полинома состоит из n слагаемых (компонент), которые однозначно определяются корнями характеристического полинома.

Покажем некоторые интересные свойства функции $\theta_k(\omega)$. Пусть корни полинома (1) имеют вид:

$$z_k = x_k + iy_k = R_k(\cos\varphi_k + i\sin\varphi_k). \tag{6}$$
$$k = 1, 2, \cdots, n$$

Тогда, учитывая тождество $e^{i\omega} = \cos\omega + i\sin\omega$, из (4) и (6) получим:

$$\theta_k(\omega) = \frac{d}{d\omega}\left(\operatorname{arc\,tg} \frac{\sin\omega - R_k\sin\varphi_k}{\cos\omega - R_k\cos\varphi_k}\right). \tag{9}$$

Отсюда, производя некоторые простые преобразования, получим:

$$\theta_k(\omega) = \frac{1 - R_k\cos(\omega - \varphi_k)}{1 + R_k^2 + 2R_k\cos(\omega - \varphi_k)}. \tag{7}$$

Ясно, что как функции $\theta_k(\omega)$, так и производная аргумента $\theta(\omega)$ являются периодическими функциями с периодом 2π, т. е.

$$\begin{aligned} &\theta_k(\omega) = \theta_k(\omega + 2\pi m), \\ &\theta(\omega) = \theta(\omega + 2\pi m), \quad (m=0, \pm1, \pm2, \cdots) \end{aligned} \tag{8}$$

поэтому их поведение исследуем только в интервале $[0, 2\pi]$. Экстремальные значения функции $\theta_k(\omega)$ находим из условия

$$\frac{d\theta_k}{d\omega} = \frac{R_k(R_k^2 - 1)\sin(\omega - \varphi_k)}{[1 + R_k^2 - 2R_k\cos(\omega - \varphi_k)]^2} = 0, \tag{9}$$

отсюда:

а) $R_k^2 - 1 = 0$, б) $R_k = 0$, в) $\sin(\omega - \varphi_k) = 0$.

В случаях $R_k=0$ и $R_k=1$ равенство (9) превращается в тождество, следовательно, $\theta_k(\omega)$ постоянна, причем,

$$\theta_k(\omega) = \begin{cases} 1/2 \text{ если } R_k = 1, \\ 1 \text{ если } R_k = 0. \end{cases} \tag{10}$$

В остальных случаях экстремальные значения определяются по уравнению

$$\sin(\omega - \varphi_k) = 0,$$

отсюда

$$\omega = \varphi_k + m\pi \qquad (m = 0, \pm1, \pm2, \cdots) \tag{11}$$

При этом максимумы и минимумы функции $\theta_k(\omega)$ можно определить с помощью второй производной

$$\frac{d^2\theta_k}{d\omega^2}=\frac{R_k\,(R_k^2-1)[(1+R_k^2)\cos(\omega-\varphi_k)-2R_k-2R_k\sin^2(\omega-\varphi_k)]}{[1+R_k^2-2R_k\cos(\omega-\varphi_k)]^3}\,. \tag{12}$$

Очевидно, что для внутренних точек единичного круга ($R_k<1$)

$$\max\theta_k(\omega)=\frac{1}{1-R_k},\quad \text{если}\ \ \omega=\varphi_k+2m\pi;$$

$$\min\theta_k(\omega)=\frac{1}{1+R_k},\quad \text{если}\ \ \omega=\varphi_k+(2m+1)\pi. \tag{13}$$

Для внешних точек единичного круга ($R_k>1$)

$$\min\theta_k(\omega)=\frac{1}{1-R_k},\quad \text{если}\ \ \omega=\varphi_k+2m\pi;$$

$$\max\theta_k(\omega)=\frac{1}{1+R_k},\quad \text{если}\ \ \omega=\varphi_k+(2m+1)\pi. \tag{14}$$

Графики функции $\theta_k(\omega)$ для характерных случаев показаны на рис. 1 ($R_k\leqslant1$) и на рис. 2 ($R_k>1$).

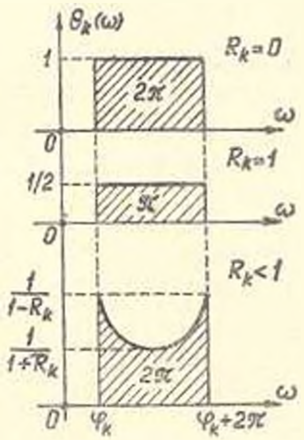

Рис. 1.

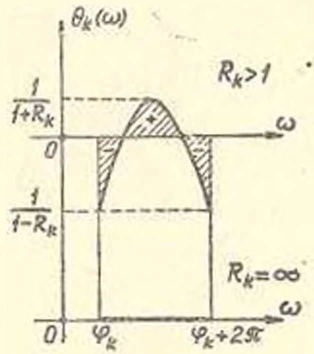

Рис. 2.

Пользуясь принципом аргумента [6] или непосредственным интегрированием (7), можно показать важное свойство функции $\theta_k(\omega)$, а именно:

$$\int\limits_{\varphi_k}^{\varphi_k+2\pi}\theta_k(\omega)\,d\omega=\begin{cases}2\pi, & \text{если}\ R_k<1;\\ \pi, & \text{если}\ R_k=1;\\ 0, & \text{если}\ R_k>1.\end{cases} \tag{15}$$

Это свойство и лежит в основе предложенного критерия устойчивости. Заметим, что в силу периодичности функции $\theta_k(\omega)$, интеграл (15) можно вычислить в интервале $[-\pi,\ \pi]$.

Необходимо отметить, что формулу (7) можно получить при помощи законов элементарной геометрии, рассматривая два случая: корень полинома находится внутри или вне единичного круга. Такой подход не дает дополнительных результатов, поэтому здесь не приводится.

2. **Критерий устойчивости**. Докажем справедливость следующего утверждения: *чтобы линейная дискретная система, имеющая характеристический полином* (1) *была устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы площадь, расположенная между графиком* $\theta(\omega)$ *и абсциссой, была равна* $2n\pi$, *т. е.*

$$\int_{-\pi}^{\pi} \theta(\omega)\, d\omega = 2n\pi. \tag{16}$$

Чтобы система была устойчива, необходимо, чтобы $R_k<1$. Тогда

$$\int_{-\pi}^{\pi} \theta(\omega)\, d\omega = \int_{-\pi}^{\pi} \left[\sum_{k=1}^{n} \theta_k(\omega) \right] d\omega = \sum_{k=1}^{n} \int_{-\pi}^{\pi} \theta_k(\omega)\, d\omega, \tag{17}$$

и на основании свойства (15) получим критерий (16). Достаточность легко доказуема: если справедливо (16), то из соотношений (17) и (15) следует, что

$$\int_{-\pi}^{\pi} \theta_k(\omega)\, d\omega = 2\pi,$$

т. е. $R_k<1$, следовательно, система устойчива.

Предложенный критерий устойчивости (16) по существу является интегральной формой принципа аргумента.

3. **Формулы вычисления**. Формулы (5) и (7) удобны для исследования некоторых свойств функции $\theta(\omega)$, однако они совершенно непригодны для вычисления значения $\theta(\omega)$, так как требуют нахождения корней полинома (1). Существует другой путь вычисления функции $\theta(\omega)$, без которого критерий (16) лишился бы смысла.

Положим в (1) $z=e^{i\omega}$, тогда

$$D(e^{i\omega}) = u(\omega) + iv(\omega), \tag{18}$$

где

$$u(\omega) = \sum_{k=0}^{n} a_k \cos(n-k)\omega, \qquad v(\omega) = \sum_{k=0}^{n-1} a_k \sin(n-k)\omega. \tag{19}$$

Отсюда

$$\arg D(e^{i\omega}) = \operatorname{Arc\,tg} \frac{v(\omega)}{u(\omega)}.$$

следовательно, из определения (4)

$$\theta(\omega) = \frac{d}{d\omega}\left(\operatorname{Arc\,tg}\frac{v}{u}\right) = \frac{uv' - vu'}{u^2 + v^2}. \tag{20}$$

Здесь

$$\begin{aligned} u' &= -\sum_{k=0}^{n-1} a_k (n-k)\sin(n-k)\,\omega; \\ v' &= \sum_{k=0}^{n-1} a_k (n-k)\cos(n-k)\,\omega. \end{aligned} \tag{21}$$

В простейших случаях условие (16) можно использовать в качестве аналитического критерия. Это обстоятельство дает возможность иллюстрировать предложенный критерий (см. пример 1). Отметим, что $\theta(\omega)$ является четной функцией, т. е.

$$\theta(\omega) = \theta(-\omega). \tag{22}$$

Действительно, из (19) и (21) видно, что функции $u(\omega)$ и $v'(\omega)$—четные, а функции $v(\omega)$ и $u'(\omega)$—нечетные. Следовательно, из (20) следует, что $\theta(\omega)$ четная функция. В силу (22) условие (16) примет вид:

$$\int_0^{\pi} \theta(\omega)\, d\omega = \pi n. \tag{23}$$

Таким образом, определение устойчивости линейных дискретных систем сводится к вычислению определенного интеграла (23), при этом ошибка численного интегрирования должна быть несколько меньше π.

4. Оценка корней многочлена. Качество дискретных систем тесно связано с расположением корней многочлена (1) внутри единичного круга. При этом качество системы тем лучше, чем ближе расположены все корни к центру круга. С этой точки зрения важное значение имеет оценка модуля корня полинома (1).

Пусть наибольшее значение функции $\theta(\omega)$ равно величине M в интервале $[0, \pi]$. Покажем, что если система устойчива, то все корни характеристического полинома (1) расположены в круге, радиус которого равен $(M-1)/M$. Действительно, так как

$$M \geqslant \max \theta_k(\omega) = \frac{1}{1 - R_k},$$

то

$$R_k \leqslant \frac{M-1}{M}. \tag{24}$$

Таким образом, построением графика производной аргумента не только определяется устойчивость системы, но и оценивается ее качество.

5. **Примеры.** Пример 1. Определить устойчивость дискретной системы, имеющей характеристический полином

$$D(z) = z^2. \tag{25}$$

По формулам (19), (20), (21) и (23) получим:

$$u(\omega) = \cos 2\omega; \qquad u'(\omega) = -2\sin 2\omega;$$

$$v(\omega) = \sin 2\omega; \qquad v'(\omega) = 2\cos 2\omega;$$

$$\int_0^{\pi} \theta(\omega)\,d\omega = \int_0^{\pi} \frac{vu' - vu'}{u^2 + v^2}\,d\omega = \int_0^{\pi} \frac{2\cos^2 2\omega + 2\sin^2 2\omega}{\sin^2 2\omega + \cos^2 2\omega}\,d\omega = 2\pi.$$

Условие (23) удовлетворено, следовательно, система устойчива. Действительно, корни полинома (25) по модулю меньше единицы, поэтому система устойчива.

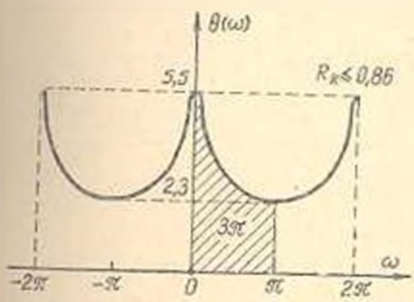

Рис. 3.

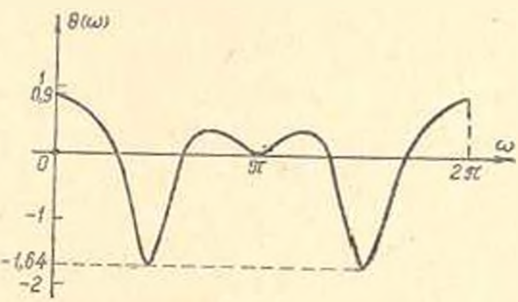

Рис. 4.

Пример 2. Характеристический полином дискретной системы имеет вид [4]:

$$D(z) = z^3 - 1{,}03\,z^2 + 0{,}24z + 0{,}0044. \tag{26}$$

Определить устойчивость системы и оценить корни полинома. График функции $\theta(\omega)$ (рис. 3) построен по формуле (27) в интервале $[-2\pi, 2\pi]$, при этом

$$u = \cos 3\omega - 1{,}03\cos 2\omega + 0{,}24\cos\omega + 0{,}0044;$$

$$v = \sin 3\omega - 1{,}03\sin 2\omega + 0{,}24\sin\omega;$$

$$u' = -3\sin 3\omega + 2{,}06\sin 2\omega - 0{,}24\sin\omega;$$

$$v' = 3\cos 3\omega - 2{,}06\cos 2\omega + 0{,}24\cos\omega.$$

Численным интегрированием функции $\theta(\omega)$ или подсчетом элементарных площадей на рис. 3 в интервале $[0, \pi]$ получим:

$$\int_0^{\pi} \theta(\omega)\,d\omega = 9{,}419.$$

В силу дискретности величины интеграла заключаем, что

$$\int_0^{2\pi} \theta(\omega)\, d\omega = 3\pi,$$

т. е. рассматриваемая система устойчива.

Теперь произведем оценку корней многочлена. Из рис. 3 видно, что

$$M = \sup \theta(\omega) = 5{,}3, \quad [0 \leqslant \omega \leqslant 2\pi]$$

поэтому все корни многочлена (26) расположены внутри круга, радиус которого определяется по формуле (24), т. е.

$$R_k \leqslant \frac{M-1}{M} = 0{,}86.$$

Действительно, корнями многочлена (26) являются: $z_1 = 0{,}64$; $z_2 = 0{,}41$; $z_3 = -0{,}02$, модули которых меньше 0,86.

Пример 3. Система имеет характеристический полином вида

$$D(z) = z^3 + 2z^2 + z + 5. \tag{27}$$

Определить ее устойчивость.

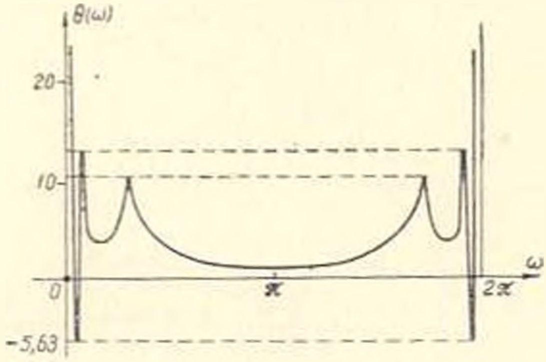

Рис.5.

График функции $\theta(\omega)$ для этого случая показан на рис. 4. Так как функция имеет отрицательное значение, то система неустойчива. Отрицательность $\theta(\omega)$ является достаточным признаком неустойчивости, однако она не является необходимым. Например, для системы

$$D(z) = z^2 - 2z - 1$$

$\theta(\omega) > 0$, но система не устойчива, так как $z_1 = -0{,}41$, $z_2 = 2{,}41 > 1$. Корни многочлена (27) следующие: $z_1 = 0{,}217 + i\,1{,}418$; $z_2 = 0{,}217 - i\,1{,}418$; $z_3 = -2{,}433$, откуда следует, что полином (27) неустойчив.

В заключение рассмотрим особый случай, когда корни многочлена находятся на единичной окружности. Практическим вычислениям присущи определенные неточности и вблизи точек, расположенных на единичной окружности, замечаются сильные колебания функции $\theta(\omega)$, которые по существу могут являться признаками того, что система находится на пределе устойчивости. Примером может служить график $\theta(\omega)$ системы

$$D(z) = (z-0{,}8)(z-1)(z^2-z+0{,}8),$$

показанный на рис. 5.

6. Сравнение критериев устойчивости. В качестве графического критерия предложенный критерий и критерий Михайлова или Найквиста эквивалентны, только по объему вычислений предложенный критерий несколько уступает, хотя его график намного нагляднее. Однако с точки зрения реализации на ЭВМ предложенный критерий имеет существенное преимущество. Если предложенный критерий реализуется на ЭВМ в виде численного интегрирования функции $\theta(\omega)$ в определенном интервале $[0, \pi]$, то критерий Михайлова реализуется на ЭВМ в виде определения действительных корней трансцендентных уравнений

$$u = \mathrm{Re}\,[D(i\omega)] = 0, \qquad v = \mathrm{Im}\,[D(i\omega)] = 0,$$

а критерий Найквиста — в виде определения действительных корней трансцендентных уравнений

$$|w(i\omega)| = 1, \qquad \arg\,[w\,(i\omega)] = -\pi.$$

Ясно, что определение действительных корней трансцендентного уравнения значительно более трудная задача по сравнению с вычислением определенного интеграла.

ЕрНИИММ

Поступило 25.IX.1970.

Վ. Մ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Գ. Հ. ՄԵԼՔՈՒՄՅԱՆ

ԳԾԱՅԻՆ ԴԻՍԿՐԵՏ ՍԻՍՏԵՄՆԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԵՎ ՆՐԱ ՈՐԱԿԻ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ

Ամփոփում

Գծային դիսկրետ սիստեմների կայունության որոշման համար առաջարկվում է նոր չափանիշ՝ հիմնված բնութագրիչ բազմանդամի արգումենտի ածանցյալի հատկությունների վրա։ Այդ չափանիշը հարմար է մաթեմատիկական մեքենաների կիրառմամբ բարձր կարգի սիստեմների ուսումնասիրության համար, քանի որ կայունության որոշման խնդիրը բերվում է որոշյալ ինտեգրալի հաշվման։

Դիտվող սիստեմների որակի գնահատման համար ստացված է բնութագրիչ բազմանդամի արմատների մոդուլի վերին սահմանը՝ արտահայտված այդ բազմանդամի արգումենտի ածանցյալի մեծագույն արժեքի միջոցով։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Цыпкин Я. З.* Теория линейных импульсных систем. Физматгиз, М., 1963.
2. *Джури Э.* Импульсные системы автоматического регулирования. Физматгиз, М., 1963.
3. Теория автоматического управления. Часть 1., под ред. Нетушила А. В. „Высшая школа", М., 1968.
4. *Ту Юлиус Т.* Цифровые и импульсные системы автоматического управления. „Машиностроение", М., 1964.
5. *Мелкумян Д. О.* Исследование систем автоматического управления методом производной аргумента. Автореферат диссертации, Харьков, 1969.
9. *Шабат Б. В.* Введение в комплексный анализ. „Наука", М., 1969.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 2, 1972 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

А. Г. ПЕТРОСЯН

ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ПРОДОЛЬНО ОБТЕКАЕМЫХ ТЕЛАХ ВРАЩЕНИЯ

С практической точки зрения большую важность представляют пограничный слой на продольно обтекаемых удлиненных телах вращения. Рассмотрим задачу о пограничном слое на теле вращения большого удлинения при обтекании его однородным потоком, параллельным оси тела.

Введем криволинейную систему координат (рис. 1), причем, координату x будем измерять вдоль дуги меридиана тела вращения, начиная от критической точки, а координату y — по нормали к поверхности тела. Контур тела вращения задан радиусом сечения $r(x)$, перпендикулярного к оси вращения. Параллельную и перпендикулярную к стенке составляющие скорости обозначим, как при плоском обтекании профиля, соответственно через u и v. Скорость на внешней границе течения обозначим через $U(x)$. Как показал Е. Больтце [1], уравнения пограничного слоя в принятой системе координат (в случае стационарного слоя) имеют следующий вид:

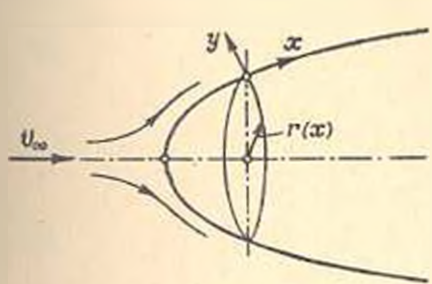

Рис. 1.

$$\left.\begin{aligned} u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} &= U\frac{dU}{dx} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial (ur)}{\partial x} + \frac{\partial (vr)}{\partial y} &= 0, \end{aligned}\right| \tag{1}$$

причем, граничные условия ничем не отличаются от соответствующих условий для плоского пограничного слоя, а именно:

$$\left.\begin{aligned} u = v = 0 &\quad \text{при} \quad y = 0, \\ u \to U(x) &\quad \text{при} \quad y \to \infty. \end{aligned}\right| \tag{2}$$

Если ввести в рассмотрение функцию тока $\psi(x, y)$, положив

$$u = \frac{1}{r}\frac{\partial(r\psi)}{\partial y}, \quad v = -\frac{1}{r}\frac{\partial(r\psi)}{\partial x}, \tag{3}$$

то уравнение (1) заменяется одним уравнением третьего порядка

$$\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} - \left(\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{dr}{dx}\psi\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = U\frac{dU}{dx} + \nu\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}, \tag{4}$$

причем, граничными условиями будут:

$$\left.\begin{aligned} &\psi = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0, \\ &\frac{\partial\psi}{\partial y} \to U(x) \quad \text{при} \quad y \to \infty. \end{aligned}\right| \tag{5}$$

Н. Фрёсслингом [2] был рассмотрен, а в дальнейшем решение было уточнено Ф. Шолькемейером [3], случай распределения скорости в виде степенного ряда

$$U(x) = u_1 x + u_3 x^3 + \cdots$$

В настоящей работе рассматривается более общий случай, когда радиус поперечного сечения тела вращения задан в виде:

$$r(x) = x^m [r_0 + r_1 x^{m+1} + r_2 x^{2(m+1)} + \cdots], \tag{6}$$

а скорость потенциального течения — в виде:

$$U(x) = x^m [u_0 + u_1 x^{m+1} + u_2 x^{2(m+1)} + \cdots]. \tag{7}$$

Функцию тока $\psi(x, y)$ представим в следующем виде:

$$\psi(x, y) = \sqrt{\nu u_0 x^{m+1}}\,[f_0 + x^{m+1} f_1 + x^{2(m+1)} f_2 + \cdots], \tag{8}$$

где

$$\eta = y\sqrt{\frac{u_0 x^{m-1}}{\nu}}. \tag{9}$$

Подставив это разложение в уравнение (5), придем к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для функции $f_i(\eta)$ (штрихи означают дифференцирование по η):

$$\left.\begin{aligned} &f_0''' + \frac{3m+1}{2} f_0 f_0'' - m f_0'^2 = -m, \\ &f_1''' + \frac{3m+1}{2} f_0 f_1'' - (3m+1) f_0' f_1' + \frac{5m+3}{2} f_1 f_0'' = \\ &= -(3m+1)\frac{u_1}{u_0} - m\frac{r_1}{r_0} - \frac{r_1}{r_0} f_0''' + m\frac{r_1}{r_0} f_0'^2 - \\ &- \frac{5m+3}{2}\frac{r_1}{r_0} f_0 f_0'', \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right| \tag{10}$$

Граничные условия имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} & f_i = f_i' = 0 \quad \text{при} \quad \eta = 0, \\ & f_0' \to 1, \quad f_1' \to \frac{u_1}{u_0}, \quad f_2' \to \frac{u_2}{u_0} \quad \text{при} \quad \eta \to \infty. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Принимая во внимание необходимость применения численных методов интегрирования, приведем систему уравнений (10) и граничные условия (11) к численному виду, т. е. не содержащему характерных параметров $u_0, u_1, u_2, \cdots$ и $r_0, r_1, r_2, \cdots$ отдельной задачи. С этой целью заменим функцию f_i новыми, линейно с ней связанными, функциями g_i, φ_i и т. д., положив

$$\left.\begin{aligned} & f_1 = \frac{u_1}{u_0}\left(g_1 + \frac{r_1 u_0}{r_0 u_1}\varphi_1\right), \\ & f_2 = \frac{u_2}{u_0}\left(g_2 + \frac{r_2 u_0}{r_0 u_2}\varphi_2 + \frac{u_1^2}{u_0 u_2}k_2 + \right. \\ & \left. + \frac{r_1 u_1}{r_0 u_2}j_2 + \frac{r_1^2 u_0}{r_0^2 u_2}q\right) \quad \text{и т. д.} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Тогда будем иметь следующую, не содержащую параметров, систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} & f_0''' + \frac{3m+1}{2}f_0 f_0'' - m f_0'^2 = -m, \\ & g_1''' + \frac{3m+1}{2}f_0 g_1'' - (3m+1)f_0' g_1' + \frac{5m+3}{2}f_0'' g_1 = \\ & \qquad = -(3m-1), \\ & \varphi_1''' + \frac{3m+1}{2}f_0 \varphi_1'' - (3m+1)f_0'\varphi_1' + \frac{5m+3}{2}f_0''\varphi_1 = \\ & \qquad = -(m+1)f_0 f_0'', \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

при этом граничными условиями будут:

$$\left.\begin{aligned} & f_0 = f_0' = g_i = g_i' = \varphi_i = \varphi_i' = \cdots = 0 \quad \text{при} \quad \eta = 0, \\ & f_0' \to 1, \; g_1' \to 1, \; g_2' \to 1, \cdots, \; \varphi_1' = \varphi_2' = \\ & = k_2' = j_2' = q_2' \cdots \to 0 \quad \text{при} \quad \eta \to \infty. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Первое из уравнений (13) нелинейное, причем, когда $m = 1$ оно тождественно совпадает с уравнением, полученным для пространственного течения в окрестности критической точки [1]. Все остальные уравнения линейны и содержат каждое последовательно только одну неизвестную функцию, выраженную через другие, ранее вычисленные, функции.

Дадим выражения компонента скорости u и напряжения трения τ_w:

$$u = x^m \Bigg[u_0 f_0' + u_1 \left(g_1' + \frac{r_1 u_0}{r_0 u_1} \varphi_1' \right) x^{m+1} + + u_2 \left(g_2' + \frac{r_2 u_0}{r_0 u_2} \varphi_2' + \frac{u_1^2}{u_0 u_2} k_2' + \frac{r_1 u_1}{r_0 u_2} j_2' + + \frac{r_1^2 u_0}{r_0^2 u_2} q_2' \right) x^{2(m+1)} + \cdots \Bigg], \tag{15}$$

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \sqrt{\rho \mu u_0}\, x^{\frac{3m-1}{2}} \Bigg[u_0 f_0''(0) + + u_1 \left(g_1''(0) + \frac{r_1 u_0}{r_0 u_1} \varphi_1''(0) \right) x^{m+1} + u_2 \left(g_2''(0) + + \frac{r_2 u_0}{r_0 u_2} \varphi_2''(0) + \frac{u_1^2}{u_0 u_2} k_2''(0) + \frac{r_1 u_1}{r_0 u_2} j_2''(0) + + \frac{r_1^2 u_0}{r_0^2 u_2} q_2''(0) \right) x^{2(m+1)} + \cdots \Bigg]. \tag{16}$$

Из решения уравнения пограничного слоя, когда радиус поперечного сечения тела вращения определяется формулой (6), а скорость внешнего потока—формулой (7), в частном случае получается известное решение Н. Фрёсслинга [2].

Действительно, положив в уравнениях (6), (7) и (13) $m=1$, получим:

$$U(x) = u_0 x + u_1 x^3 + u_2 x^5 + \cdots \tag{17}$$

$$r(x) = r_0 x + r_1 x^3 + r_2 x^5 + \cdots \tag{18}$$

и

$$\left.\begin{aligned} f_0''' + 2 f_0 f_0'' - f_0'^2 &= -1, \\ g_1''' + 2 f_0 g_1'' - 4 f_0' g_1' + 4 f_0'' g_1 &= -4, \\ \varphi_1''' + 2 f_0 \varphi_1'' - 4 f_0' \varphi_1' + 4 f_0'' \varphi_1 &= -2 f_0 f_0'', \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \end{aligned}\right| \tag{19}$$

В заключение отметим, что изложенный метод расчета пограничного слоя можно применять для рассмотрения ряда задач обтекания тел вращения большого удлинения.

Ереванский государственный университет

Поступило 21.IX.1971.

Լ. Գ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ՇԵՐՏԸ ԵՐԿԱՅՆՔՈՎ ՇՐՋՀՈՍՎՈՂ ՊՏՏՄԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՎՐԱ

Ամփոփում

Հոդվածում դիտվում է մեծ երկարություն ունեցող պտտման մարմինների վրա սահմանային շերտի վերաբերյալ ընդհանուր խնդիրը, երբ պտտման մարմնի լայնական հատվածքի շառավիղը, ինչպես նաև պոտենցիալ հոսքի արագությունը տրվում են շարքի տեսքով։

Խնդիրը բերվում է առանձին խնդրին բնորոշ պարամետրներ չպարունակող սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների սիստեմի լուծմանը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. ИИЛ, М., 1956.
2. *Frössling N.* Verdunstung, Wärmeubergang und Geschwindigkeitsverteilung bei zweidimensionaler und rotationssymmetrischer laminarer Grenzschichtenströmung, Lunds. Univ. Arsskz. N. F. Adv. 2, 35, № 4 (1940).
3. *Schalkemeyer F. W.* Die laminare Reibungsschicht an rotationssymmetrischen Körpern, диссертация, Braunschweig, 1943; выдержки из диссертации напечатаны в „Arch. d. Math.", 1, (1949), s. 270.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 2, 1972 Серия технических наук

МЕТАЛЛОВЕДЕНИЕ

В. М. СОЛЁНОВ, В. А. СКУДНОВ, А. Д. СОКОЛОВ, А. Н. ГЛАДКИХ

ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ СПЛАВА ИТТРИЯ

1°. Иттрий (Y)—типичный редкоземельный металл с температурой плавления 1509°С. В опытах был использован металл с чистотой 97,388 вес. % с содержанием Dy—0,8; Ca—0,02; Fe—0,1; Cu—0,007; Ta—1,5; Al—0,095; Si—0,085; Ni<0,005. В наличии имелся Y в виде слитков толщиной 8—10 *мм*, весом по 125 *г*.

Подготовка металла состояла из: 1) разрезки слитка на штабики сечением 8×8 *мм*; 10×10 *мм*; 2) получения путем резания круглых заготовок, диаметром 8 *мм*; 3) прессования круглых заготовок в нагретом состоянии при 700—800° в прутки определенного диаметра; 4) механической и термической обработки до получения окончательных размеров прутков.

Материал сменного прессового инструмента—сталь Р18, 3Х2В8. Термообработка Y (отжиг) производилась в вакуумной печи (10^{-4} ÷ ÷ 10^{-4} *мм рт. ст.*) при температуре $0{,}5\ T_{пл}$ (°К). После этого заготовки подвергались правке, механической шлифовке, разрезке на исходные размеры; для растяжения: общая длина образца 40 *мм*, диаметр—2 *мм*, длина рабочей части—10 *мм*; и осадки: диаметр—3 *мм*, высота—4,5 *мм*. На образцах для растяжения (на их рабочей длине) наносились риски.

Хранение образцов производилось в стеклянной банке в керосине. Для исключения выскальзывания образцов при растяжении из захватов, в качестве которых служили конусные полувтулки, на их внутренних пазах была сделана резьба. Разрыв производился в разборном реверсоре, изготовленном из нержавеющей стали.

Размеры реверсора (диаметр 38 *мм*) обеспечивали возможность его размещения как в печи для нагрева до температуры 1000°, так и в стакане с низкими температурами до −196°С.

Для испытания на осадку использовалось приспособление из двух пуансонов с направляющей втулкой. Деформирование с нагревом во всех случаях производилось в среде чистого аргона, который подводился в центральную часть печи снизу через специальный канал, предусмотренный в корпусе. Подача аргона осуществлялась после включения печи в сеть через трансформатор РНО—250—2. Опыты проводились после выдержки 10—15 *мин* при заданной температуре.

Скорости деформации составляли: при растяжении 2.10^{-2} *сек*; при осадке — $2 \cdot 10^{-3}$; $1{,}5 \cdot 10^{-2}$; $1{,}5 \cdot 10^{-1}$ *сек*$^{-1}$.

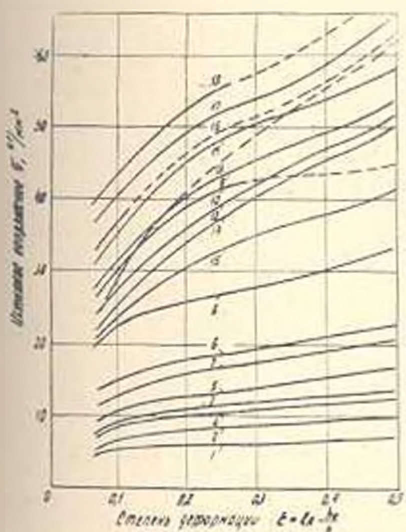

Рис. 1 Кривые зависимости истинного напряжения иттрия от степени деформации при различных температурах и скоростях (параметры кривых даны в табл. 1)

Таблица 1

Кривая	Температура в °C	Скорость в сек$^{-1}$
1	796	0,002
2	796	0,015
3	796	0.150
4	617,9	0,002
5	617,9	0,015
6	617,9	0,150
7	434,9	0,002
8	434,9	0,015
9	434,9	0,150
10	261	0,002
11	261	0,015
12	261	0,150
13	83	0,002
14	83	0,015
15	83	0,150
16	−95	0,002
17	−95	0,015
18	−95	0,150

На рис. 1 приведены кривые деформации (осадка) иттрия. С увеличением степени и скорости деформации, а также с понижением температуры истинные напряжения растут.

На рис. 2 представлены графики температурной зависимости истинного напряжения иттрия при степени деформации $\varepsilon = 0{,}2$. В области низких температур на графиках обнаруживаются немонотонности в виде „горбов" деформационного старения. Кроме того, намечается излом, разделяющий их на „за- и дорекристаллизационные" ветви. Из графиков температурной зависимости (рис. 2) также следует, что с увеличением скорости деформации „горб" деформационного старения смещается в область более высоких температур. Отмечено, что с увеличением степени деформации он смещается в область более низких температур.

Появление „горба" деформационного старения и зависимость его максимума T^1 от скорости и степени деформации указывает на диффузионную природу этого явления, связанного с перемещением примесных атомов к искаженным местам решетки, в результате чего происходит образование „атмосфер", препятствующих движению дислокаций [1].

Смещение максимума T^1 в область более высоких температур с увеличением скорости деформации обусловлено, видимо, тем, что для более высоких скоростей деформации взаимодействие примесей и дислокаций становится возможным только при достаточно высокой температуре, обеспечивающей необходимую скорость диффузии примесных атомов.

У металлов с мелкозернистой структурой скорость диффузии примесных атомов выше [2], чем у крупнозернистых металлов за счет более низкой энергии активации диффузии примесей у первых. Так как в процессе пластической деформации происходит измельчение зерна, то степень деформации также влияет на положение максимума „горба“.

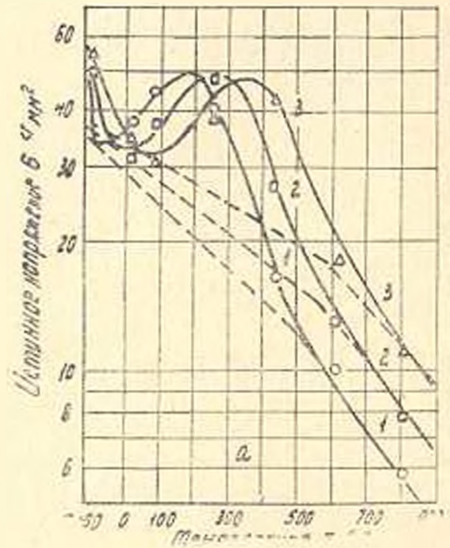

Рис. 2. Температурная зависимость истинного напряжения иттрия при степени деформации $\varepsilon = 0{,}2$ и скоростях (сек$^{-1}$): 1—$2\cdot10^{-3}$; 2—$1{,}5\cdot10^{-2}$; 3—$1{,}5\cdot10^{-1}$

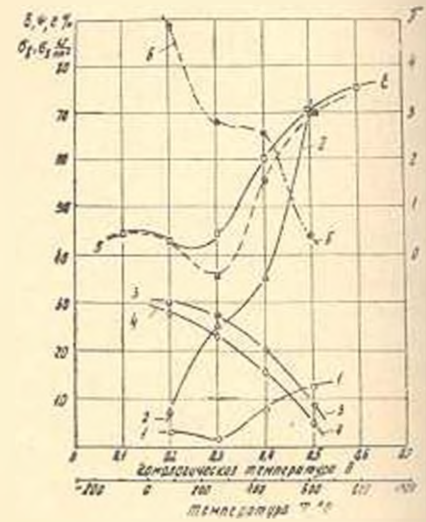

Рис. 3. Температурная зависимость механических характеристик иттрия: 1—δ; 2—ψ; 3—$\sigma_в$; 4—σ_s; 5—ε; 6—π;
——— $2{,}3\cdot10^{-2}$ сек$^{-1}$
— — — $2{,}3\cdot10^{-1}$ сек$^{-1}$

На рис. 3 приведены температурные зависимости механических характеристик Y: относительного полного удлинения (δ); предельного сужения (ψ), предела прочности ($\sigma_в$) и предела текучести (σ_s) при скорости деформации $2\cdot10^{-2}$ сек$^{-1}$, а также предельного относительного обжатия (ε) при осадке. Здесь же приводится график изменения показателя влияния напряженного состояния на предельную пластичность металла (π) [3]. Из рис. 3 следует, что с увеличением температуры пластичность металла монотонно увеличивается; особенно это заметно по сужению ψ, которое уже при 600° С достигает величины 70%, что говорит о возможности обработки Y при температуре 600° С и выше. Сравнительно высокие значения $\sigma_в$ порядка 30 кГ/мм² при обычных условиях с увеличением температуры снижаются до 8—9 $кГ/мм^2$ при 600°С; аналогично ведет себя и предел текучести.

На температурных графиках ε и δ в области температур от 0,2 до 0,4 от $T_{пл}$(°К) наблюдается известная немонотонность; незначительный провал пластичности при 0,25 $T_{пл}$ при $\dot{\varepsilon} = 10^{-2}$ $сек^{-1}$ с увеличением скорости деформации на порядок смещается вправо в область температур 0,3 $T_{пл}$. Это указывает на диффузионную природу этих аномалий, представляющих, видимо, указанное выше явление типа деформационного старения.

Поведение показателя влияния напряженного состояния на пластичность (π) обратно пропорционально изменению показателя ψ: если во всем интервале температур ψ с увеличением температур возрастает, то показатель π падает, причем, некоторое изменение наклона графиков $\psi(T)$ при $T=(0,3-0,4)\, T_{пл}$ °К соответствует зеркальному отображению хода графиков $\pi(T)$.

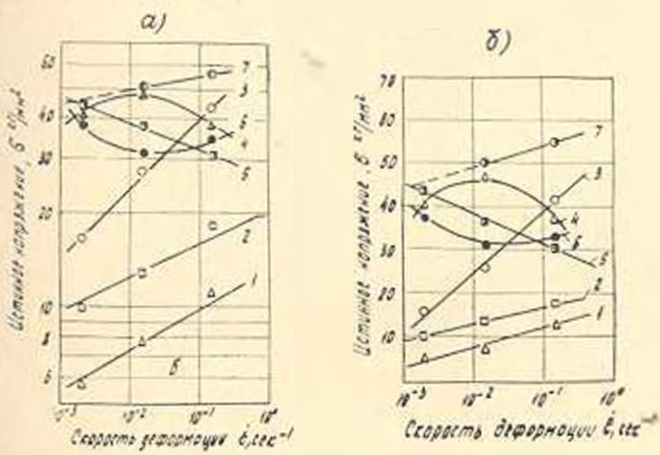

Рис. 4. Скоростная зависимость истинного напряжения для иттрия при $\varepsilon=0,2$ и температурах (°С): *1*—796; *2*—617,9; *3*—434; *4*—261; *5*—83; *6*—20; 7— —95. *а*—в „двойных" логарифмических координатах; *б*—в „полулогарифмических" координатах

Скоростная зависимость $\sigma(\dot{\varepsilon})$ представлена на рис. 4. Для „безаномальных" областей, связанных, как и в случае $\sigma(T)$-зависимостей, с явлением деформационного старения, она одинаково хорошо изображается прямыми линиями как (*а*) в „двойных" логарифмических ($\lg \sigma - \lg \dot{\varepsilon}$), так и в „полулогарифмических" координатах (*б*).

2°. Возможность представления $\sigma(T, \dot{\varepsilon})$—зависимостей в виде двух указанных вариантов обобщений—было показано в ряде работ [4, 5] и должна быть связана с участием в пластической деформации двух или более термически активируемых механизмов.

Первому варианту обобщения отвечает поперечное скольжение, наблюдающееся [6] в ГП-структурах тем чаще, чем меньше асимметрия c/a их кристаллической решетки (у Y $c/a=1{,}57$). Это естественно увязывается с активацией в этом случае внебазисного скольжения [6].

Действительно, указывается [7], что в качестве альтернативного механизма поперечное скольжение может контролировать пластическую деформацию в ГП-структурах в области средних ($0{,}25-0{,}5\,T_{пл}$) температур.

Для этого случая зависимость $\sigma(\varepsilon)$ представляется [6] выражением

$$\sigma = A\,\varepsilon^{n}\,e^{U/2KT}, \tag{1}$$

где A, n и U (энергия активации поперечного скольжения)—параметры, зависящие от энергии дефекта упаковки γ [8]: чем выше γ, тем больше n. Это относится к одинаковым гомологическим температурам.

Второму варианту обобщения отвечают механизмы пересечения леса и неконсервативного движения ступенек в винтовых дислокациях. Оба механизма указываются в качестве контролирующих скорость деформации при низких (от 0 до $0{,}25\,T_{пл}$) и средних (от 0.25 до $0{,}5\,T_{пл}$) температурах [7] и могут быть представлены [9] зависимостью вида

$$\sigma^{*} \approx \sigma = \frac{U_0 + KTB\ln\frac{\dot{\varepsilon}}{C}}{v^{*}}, \tag{2}$$

где σ и σ^{*}—внешнее напряжение и его термическая компонента; v^{*}—объем активации; U_0—энергия активации самодиффузии (для механизма движения ступеньки) или энергия образования порога (для механизма пересечения); B и C—константы.

Величина v^{*} в случае механизма пересечения представляется как произведение вектора Бюргерса b на расстояние между пересекаемыми дислокациями l^{*} и ширину расщепления d, а в случае механизма движения ступенек как произведение b^{2} на расстояние между ступеньками λ^{*}.

Так как в обоих случаях для „чистых“ металлов (но не для сплавов) с увеличением энергии дефекта упаковки (γ) величины l^{*} и λ^{*} уменьшаются, то зависимость $\sigma(\varepsilon)$ усиливается.

На основании данных по коэффициентам электронной теплоемкости [10], а также данных опытов [11] значения γ для некоторых металлов с ГП-решеткой представлены в табл. 2.

Таблица 2

Металл	Mg	Y	Cd	La
эрг/см²	200	~80	150	~80
Показатель n в ур. вида (1) при $\theta=0.5$	0,19	0,115	0,15	0,12

Наблюдающаяся здесь корреляция между n и γ указывает на то, что пластическая деформация в металлах с ГП-решеткой и в частности в Y может контролироваться релаксационными процессами, скорость которых при равных условиях обусловлена величиной энергии дефекта упаковки.

Поступило 11.XI.1970.

Վ. Մ. ՍՈԼՅՈՆՈՎ, Վ. Ա. ՍԿՈՒԴՆՈՎ, Ա. Դ. ՍՈԿՈԼՈՎ, Ա. Ն. ԳԼԱԴԿԻԽ

ԻՏՐԻՈՒՄԻ ՄԻԱՀԱԼՎԱԾՔԻ ՊԼԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՆ

Ամփոփում

Հոդվածում բերված են իտրիումի միահալվածքի պլաստիկական դեֆորմացիայի պրոցեսների փորձարարական հետազոտությունների արդյունքները։ Հետազոտությունների համար օգտագործված է 97.388% իտրիում պարունակող միահալվածք։ Տրված են որոշ մեկնաբանություններ պլաստիկական դեֆորմացիայի մեխանիզմի վերաբերյալ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Коттрелл А. Х.* Дислокации и пластическое течение в кристаллах. Металлургиздат, М., 1958.
2. *Солёнов В. М., Соколов А. Д.* Известия ВУЗ „Черная металлургия“. № 7, 1967.
3. *Скуднов В. А., Соколов А. Д.* Известия АН СССР „Металлы“. № 4. 1965.
4. *Mott* N. *F.* „Philos. Mag.“, 1956, № 8, v. 1, p. 568.
5. *Seeger A., Berner R., Wolf H.* „Z. Physik“. 1959, v. 155, s. 247.
6. *Фридель Ж.* Дислокации. Изд. „Мир“, 1967.
7. *Conrad H.* „J Metals“, 1964, 16, № 7, p. 582.
8. *Соколов А. Д., Гладких А. Н., Скуднов В. А., Солёнов В. М., Штейнберг А. М.* Некоторые вопросы теории пластической деформации. „Труды Горьковского политехнического института им. А. А. Жданова“, т. XXIV, вып. 9, Горький, 1968.
9. *Seeger A.* „Philos. Mag.“, 1955, 46, p. 1194.
10. *Lounasman O. V.* „Physical Review“, 1962, v. 128, № 2, p. 622.
11. *Носкова Н. Н., Немнонов С. А., Павлов В. А.* Сб. „Свойства и применение жаропрочных сплавов“, изд. „Наука“, 1966.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 2, 1972 Серия технических наук

ТЕПЛОТЕХНИКА

Л. Т. КУЛОЯН, Л. С. ОГАНЕСЯН, К. Н. АДАМЯН

ИЗУЧЕНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ СУШИЛКИ ГРАДИЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ

В [1] рассматривался предложенный нами новый способ сушки проницаемых тел в поле градиентного течения. Было показано, что в этих сушилках, даже при умеренных продольных скоростях, на поверхности ткани возникают значительные поперечные градиенты давления, приводящие к возникновению поперечных скоростей, т. е. присоса воздуха через ткань, и, в конечном счете, к существенному увеличению действительной поверхности испарения. В результате достигается значительная интенсификация обменных процессов. В настоящей статье приводятся основные результаты исследования гидродинамики потока в полях градиентного течения. Цель этих исследований — определить значения возникающих поперечных скоростей как в зависимости от режимных характеристик потока, так и от геометрических параметров канала с учетом также структурных характеристик ткани.

Считая ткань, выполняющую роль промежуточной стенки, непроницаемой, движение среды в первом приближении можно описать системой четырех уравнений, а именно: Бернулли, неразрывности, состояния и характеризующего изменения поперечного сечения канала по длине x, т. е.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dp}{\rho} + \frac{dw^2}{2} + dl_f = 0, \\ &\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dw}{w} + \frac{dF}{F} = 0, \\ &\frac{p}{\rho} = RT, \\ &F = F(x). \end{aligned}\right| \qquad (1)$$

Граничными условиями являются: при $x=0$ $p=p_0$, $w=w_0$, $F=F_0=hl$.

Здесь

P — давление;

$\frac{dp}{\rho}$, $\frac{dw^2}{2}$ и dl_f — соответственно потенциальная и кинетическая энергии и работа трения, отнесенная к единице массы среды;

$\frac{d\rho}{\rho}$, $\frac{dw}{w}$ и $\frac{dF}{F}$ — соответственно относительные изменения плотности (ρ), скорости среды (w) и поперечного сечения (F) канала;

h — высота канала (в дальнейшем принимаем $h = 1$ *м*). Значения остальных конструктивных величин видно из рис. 1.

Закон изменения поперечного сечения первого канала (рис. 1):

$$F_1 = h\left(l - a \sin\frac{2\pi}{T} x\right). \tag{2}$$

То же для второго канала:

$$F_2 = h\left(l + a \sin\frac{2\pi}{T} x\right). \tag{3}$$

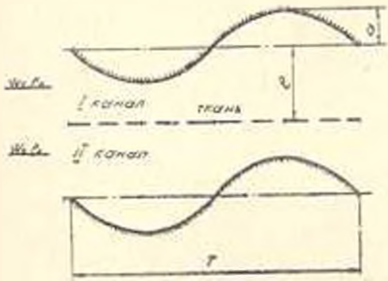

Рис. 1.

Решая систему уравнений (1) для идеальной несжимаемой жидкости при $dl_t = 0$, получаем законы изменения давления в каналах в следующем виде:

$$p_1 = p_0 + \frac{\rho w_0^2}{2} - \frac{\rho w_0^2 l^2}{2\left(l - a \sin\frac{2\pi}{T} x\right)^2}; \tag{4}$$

$$p_2 = p_0 + \frac{\rho w_0^2}{2} - \frac{\rho w_0^2 l^2}{2\left(l + a \sin\frac{2\pi}{T} x\right)^2}. \tag{5}$$

Локальное значение разности давления:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{\rho w_0^2 l^2}{2}\left[\frac{1}{\left(l - a \sin\frac{2\pi}{T} x\right)^2} - \frac{1}{\left(l + a \sin\frac{2\pi}{T} x\right)^2}\right]. \tag{6}$$

Среднее значение Δp при $0 \leqslant x \leqslant T$

$$\Delta p_{cp} = \frac{2}{\pi} \rho w_0^2 \frac{l^2}{l^2 - a^2} \left| \frac{l}{\sqrt{l^2 - a^2}} \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{\sqrt{l^2 - a^2}} + \frac{a}{l} \right|. \qquad (7)$$

Учитывая, что ткань в действительности проницаемая и в связи с этим движение потока в каждом канале происходит при переменном расходе среды, уравнение движения потока следует записать так:

$$\frac{dp}{\rho\, dx} + \frac{\alpha_0}{2} \cdot \frac{dw^2}{dx} \pm \frac{\alpha_0 (w - w')}{F} \cdot \frac{dQ}{dx} + \frac{dh_f}{dx} = 0, \qquad (8)$$

где Q—полный расход потока в данном сечении; h_f—потери напора; α_0—корректив скоростного напора.

Пренебрегая потерями напора по длине потока и принимая, что начальная скорость присоединяющихся масс среды $w' = 0$ и $\alpha_0 = 1$, уравнение (8) запишется в виде

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{1}{2} \frac{d}{dx} w^2 \pm \frac{w}{F} \frac{dQ}{dx} = 0. \qquad (9)$$

Обозначим объемный расход среды в начальном сечении через $Q_0 = w_0 l h$. Линейную объемную плотность присоединяющихся (или отсоединяющихся) масс среды обозначим через U_x [$м^3/м^2\,сек$]. Фактически линейная объемная плотность равняется поперечной скорости присоединяющихся (или отсоединяющихся) масс.

Объемный расход в каналах будет:

$$Q_{1,2} = Q_0 \pm \int_0^x U_x\, dx. \qquad (10)$$

(В этом и последующих уравнениях верхний знак следует отнести к первому каналу, нижний—ко второму.)

Объемную линейную плотность среды при небольших перепадах давления с достаточной точностью можно представить [1] как

$$U_x = \psi \Delta p. \qquad (11)$$

Здесь через ψ мы обозначаем ***удельную воздухопроницаемость***, т. е. количество среды, проходящее в секунду через единицу поверхности при $\Delta p = 1\ кГ/м^2$. Естественно, что удельная воздухопроницаемость, кроме структурных характеристик ткани будет зависеть и от ее влажности. Для приближенного решения (8) принимаем, что перепад давления по длине меняется по закону (6), в связи с чем получаем:

$$U_x = \frac{\psi \rho w_0^2 l^2}{2} \left[\frac{1}{\left(l - a \sin \frac{2\pi}{T} x\right)^2} - \frac{1}{\left(l + a \sin \frac{2\pi}{T} x\right)^2} \right]; \qquad (12)$$

$$Q_{1,2} = Q_0 \pm \frac{\psi\rho w_0^2 l^2}{2}\int\limits_0^x \left[\frac{1}{\left(l - a\sin\frac{2\pi}{T}x\right)^2} - \frac{1}{\left(l + a\sin\frac{2\pi}{T}x\right)^2}\right]dx. \tag{13}$$

Интегрирование уравнения (13) приводит к

$$Q_{1,2} = w_0 l \pm \frac{\psi T\rho w_0^2 l^2}{2\pi(l^2 - a^2)}\left[\frac{a}{l} - \frac{al\cos\frac{2\pi}{T}x}{l^2 - a^2\sin\frac{2\pi}{T}x} + \right. \tag{14}$$

$$\left. + \frac{l}{\sqrt{l^2 - a^2}}\operatorname{arc\,tg}\frac{2a\sqrt{l^2 - a^2}\,\mathrm{tg}^2\frac{\pi}{T}x}{l^2 + l^2\,\mathrm{tg}^2\frac{\pi}{T}x - 2a^2\,\mathrm{tg}^2\frac{\pi}{T}x}\right].$$

Уравнение (9) после преобразований приводится к виду

$$p_{1,2} - p_0 = \rho\int\limits_0^x \left|\frac{Q_{1,2}^2}{F_{1,2}}\frac{dF_{1,2}}{dx} - 2\frac{Q_{1,2}}{F_{1,2}}\frac{dQ_{1,2}}{dx}\right|dx. \tag{15}$$

Для численного интегрирования (15) необходимо определить пределы изменения удельной воздухопроницаемости. С этой целью нами

Рис. 2.

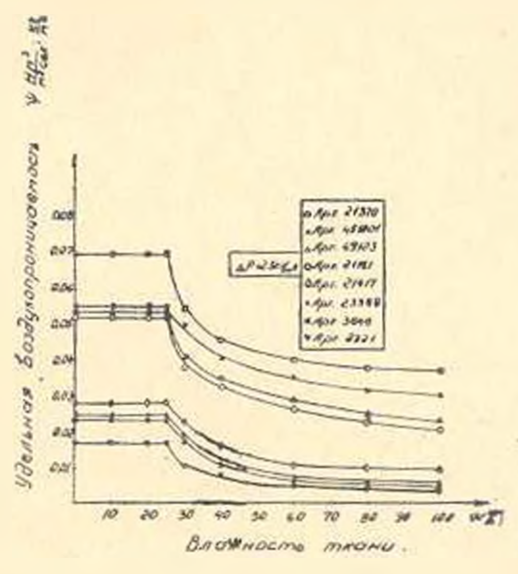

Рис. 3.

были поставлены специальные опыты. Полученные результаты для воздушносухих тканей приведены на рис. 2.

Согласно полученным данным удельная воздухопроницаемость для испытанных типов тканей меняется в пределах $0 \leqslant \psi \leqslant 0{,}2$. Определенный интерес представляет зависимость удельной воздухопроницаемости от влажности ω ткани, в связи с чем было проведено соответствующее исследование зависимости удельной воздухопроницаемости ткани от ее влажности при $\Delta p = 10$; 15; 25 *мм вод.ст.* Влажность тканей изменялась в диапазоне $5 - 100\,\%$.

На рис. 3 представлены кривые зависимости $\psi = f(\omega)$ при $\Delta p = 25$ *мм вод.ст.*

Анализ зависимостей $\psi = f(\omega)$ показывает, что для всех исследованных тканей удельная воздухопроницаемость в интервале влажности ткани $(0 \div 25)\,\%$ остается практически неизменной и равной максимальной удельной воздухопроницаемости данной ткани.

Дальнейшее увеличение влажности ткани в интервале $(25 \div 60)\,\%$ приводит к резкому уменьшению удельной воздухопроницаемости, а в интервале $(60 \div 100)\,\%$ уменьшение удельной воздухопроницаемости происходит относительно незначительно. Необходимо отметить, что влажность ткани не влияет на характер зависимости удельной воздухопроницаемости ткани от перепада давления.

Численное интегрирование (15) при значениях ψ в интервале [0; 0,2] выполнено на ЭВМ. Получены законы распределения давления в изучаемых каналах при различных значениях гидродинамических и конструктивных параметров.

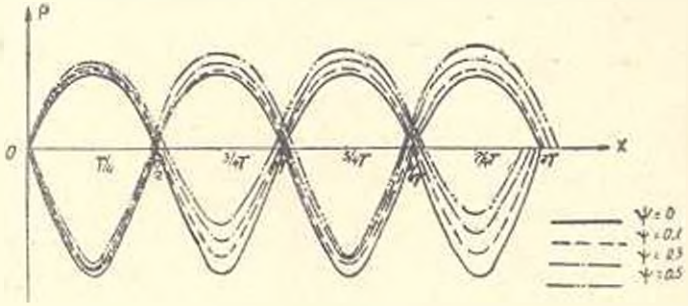

Рис. 4

На рис. 4 результаты машинного решения представлены в графическом виде при $l = 100$ *мм*, $a = 30$ *мм*, $T = 260$ *мм*. Полученные данные показывают, что хотя под влиянием поперечных скоростей по длине канала идет частичное восстановление давления, однако локальное значение перепада давления $(p_{2l} - p_{1l})$ на поверхности остается почти неизменным. В пределах значения $0 \leqslant \psi \leqslant 0{,}2$ средние перепады давления на поверхности ткани с достаточной для практических расчетов точностью можно вычислить, пользуясь формулой (7), полученной для непроницаемой стенки: при этом ошибка не превышает $2 \div 3\,\%$ и находится в пределах точности расчета.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступило 19.V.1971.

Լ. Տ. ՂՈՒԼՈՅԱՆ, Լ. Ս. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Կ. Ն. ԱԴԱՄՅԱՆ

ԳՐԱԴԻԵՆՏԱՅԻՆ ՉՈՐԱՆՈՑԻ ՀԻԴՐՈԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆ

Ամփոփում

Առաջարկվում է բարակ թափանցիկ մարմինների չորացումը կազմակերպել սինուսոիդային պատեր ունեցող կանալներում, որտեղ ճնշման գրադիենտի փոփոխությունը ըստ երկարության տարանշան բնույթ ունի։ Ճնշման նշանափոխ երկայնական գրադիենտն իր հերթին առաջացնում է նշանափոխ լայնական գրադիենտ։ Վերջինիս ազդեցության հետևանքով տեղի է ունենում անընդհատ մասսափոխանակություն չորացվող մարմնի միջով։

Հոդվածում, լայնական գրադիենտների և արագությունների հաշվման համար՝ կախված ինչպես հոսքի ռեժիմային բնութագրերից, այնպես էլ, կանալի երկրաչափական պարամետրերից, էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի օգնությամբ լուծված է հավասարումների հետևյալ սիստեմը. Բեռնուլլի հավասարումը փոփոխական հոսքի համար, անխզելիության և վիճակի հավասարումները և ըստ երկարության կանալի ձևի փոփոխման հավասարումը։

Այդ հավասարումներում չորացվող կտորի ինչպես վիճակը, այնպես էլ կառուցվածքային առանձնահատկությունները հաշվի են առնված նրա տեսակարար օդաթափանցելիության (ψ) *օգնությամբ։ Վերջինիս մեծությունը հավասար է միավոր մակերեսով միավոր ժամանակամիջոցում անցնող օդի քանակությանը՝ երբ ճնշումների տարբերությունը մակերեսի վրա 1* կգ/սմ² *է։*

Մեքենայական լուծման արդյունքների անալիզը ցույց է տալիս, որ երբ $0 \leqslant \psi \leqslant 0{,}1$, *որը հատկանշական է կտորների լայն ասորտիմենտի համար, ճնշման բաշխումը կանալներում կարելի է բավարար ճշտությամբ հաշվել ընդունելով կտորը ոչ թափանցելի։*

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кулоян Л. Т., Оганесян Л. С., Адамян К.Н.* К интенсификации процесса сушки тонких проницаемых тел в поле градиентного течения. Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)", т. XXIII, № 6, 1970.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 2, 1972 Серия технических наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

А. О. ОГАНЯН, Г. А. СИПАЙЛОВ, В. З. ХОРЬКОВА

АНАЛИЗ ИНДУКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ РАССЕЯНИЯ ЛОБОВЫХ ЧАСТЕЙ ОБМОТКИ СТАТОРА УДАРНОГО ГЕНЕРАТОРА

Генератор ударной мощности—специальная электрическая машина типа синхронной, предназначенная для получения больших импульсов мощностей. В качестве источника импульсной энергии генератор ударной мощности используется для питания соленоидов установок для исследования веществ в сверхсильных магнитных полях, для питания обмоток управляющего магнитного поля ускорителей заряженных частиц, для питания соленоидов установок для исследования плазмы и т. д. Амплитуда импульса тока ударного генератора в значительной степени определяется сверхпереходным индуктивным сопротивлением генератора, основную долю которого составляет сопротивление рассеяния обмотки статора. Индуктивное сопротивление рассеяния лобовых частей обмотки статора $x_л$ составляет до 50% полного индуктивного сопротивления рассеяния обмотки. На величину $x_л$ оказывают существенное влияние ферромагнитные и токопроводящие поверхности, окружающие лобовую часть.

Представляет интерес, особенно на стадии проектирования ударного генератора, оценить влияние на индуктивность рассеяния лобовых частей ферромагнитных и токопроводящих сред, а также геометрии самой лобовой части.

Исследованию этих вопросов на примере однофазного генератора посвящена настоящая статья. Для однофазного ударного генератора наилучшим типом обмотки считается однослойная концентрическая обмотка с подразделенными лобовыми частями.

Индуктивность рассеяния лобовых частей при отсутствии токопроводящих экранов определялась методом участков [1]:

$$L = \sum_{k=1}^{n} L_k + \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} M_{ki\,(i \neq k)}, \qquad (1)$$

где L_k—собственная индуктивность k-го участка; M_{ki}—взаимная индуктивность k-го и i-го участков.

Влияние ферромагнитных поверхностей торца статора, щитов и корпуса учитывалось взаимной индуктивностью отрезков лобовой части с их зеркальными отображениями в ферромагнитных поверхностях с учетом их взаимного пространственного расположения. Конструкция лобовой части обмотки статора представлена на рис. 1. Индуктивность прямолинейных участков лобовой части определялась как

$$L_{л(1)} = \frac{\mu_0 w^2}{2\pi} l_k \left| \ln \frac{2l_k}{g_k} + \frac{a_k}{l_k} + \frac{q_k^2}{4l_k^2} - 1 \right|, \qquad (2)$$

где w — число витков в секции; g_k, a_k, q_k — среднегеометрическое, среднеарифметическое и среднеквадратичное расстояния участка от самого себя; l_k — длина прямолинейного участка.

Индуктивность криволинейной части лобового вылета определялась по выражению:

$$L_{л(2)} = \frac{\mu_0 w^2}{2\pi} D_s \frac{\theta}{2} \left| \ln \frac{4D_s}{g_k} + \frac{4}{\theta} \left(\sin \frac{\theta}{2} + C \right) - 2 \right|, \qquad (3)$$

где D_s — диаметр осевой линии криволинейной части лобового вылета; θ — центральный угол, охватываемый лобовой частью; C — коэффици-

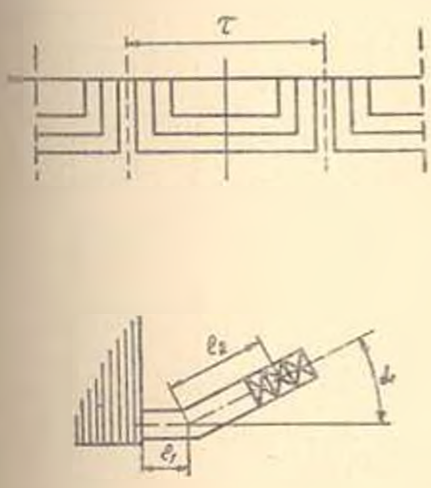

Рис. 1. Схема конструкции лобовой части

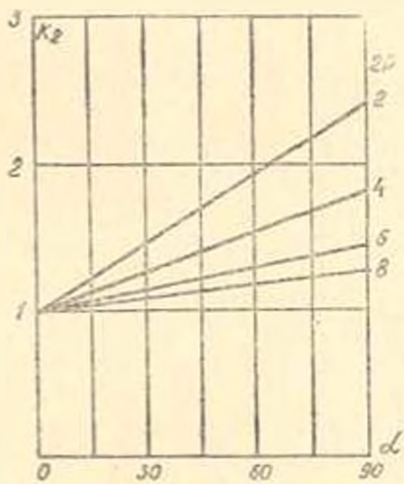

Рис. 2. Зависимость k_2 от угла отгиба лобовой части к оси машины и числа полюсов

ент, зависящий от величины угла θ; g_k — среднегеометрическое расстояние сечения лобовой части от самого себя.

Взаимная индуктивность прямолинейных участков определялась как

$$M_{ki} = \frac{\mu_0 w^2}{2\pi} \frac{\cos \varphi}{2} \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} (-1)^{k+i} F_{ki}; \qquad (4)$$

$$F_{pq} = x_p \ln (y_q - x_p \cos \varphi + d_{pq}) + y_q \ln (x_p - y_q \cos \varphi + d_{pq}) +$$
$$+ \frac{2a}{\sin \varphi} \operatorname{arc\,tg} \left(\frac{x_p + y_q + d_{pq}}{a} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \right), \tag{5}$$

где x_p, x_q, y_p, y_q—координаты, соответствующие началам и концам участков; d_{pq}—среднегеометрическое расстояние участков друг от друга; φ—угол между проекциями участков на одну плоскость; $2a$—расстояние между осевыми линиями участков. При расчете взаимоиндуктивности катушек лобовой части с их зеркальными отображениями в ферромагнитных поверхностях лобовые дуги заменялись ломаной линией из трех прямолинейных участков. Расчеты проведены для двухполюсных и многополюсных ($2p = 4$; 6 и 8) ударных генераторов при углах наклона лобовых частей к оси машины, изменяющихся от 0 до 90°. Расчеты показывают, что при одних и тех же диаметрах расточки статора (при вылете лобовой части под углом $\alpha = 0$) индуктивные сопротивления рассеяния лобовых частей уменьшаются с увеличением числа полюсов машины прямо пропорционально p. С увеличением угла отгиба лобовых частей индуктивные сопротивления рассеяния растут.

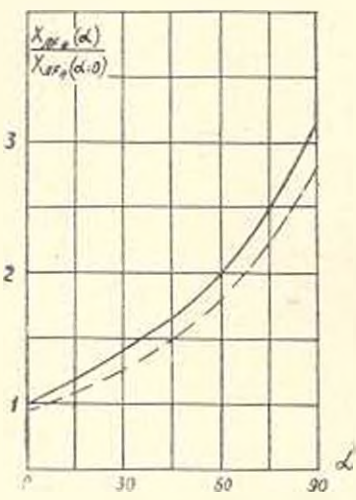

Рис. 3. Зависимость $x_{Fe\alpha}/x_{Fe(\alpha=0)}$ в функции угла наклона лобовой части к оси машины

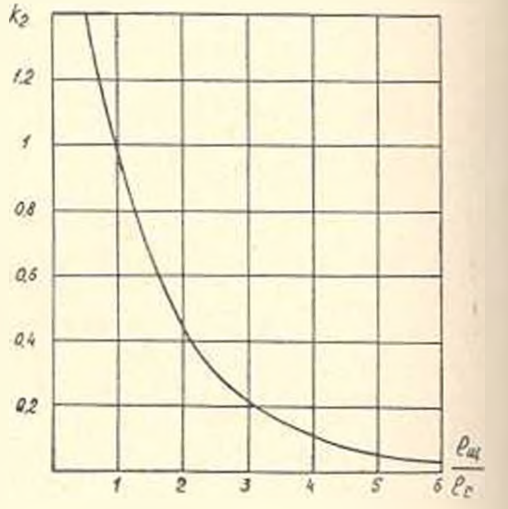

Рис. 4. Зависимость k_l в функции $l_ш/l_c$

Это увеличение $x_л$ можно учесть с помощью коэффициента k_a, построенного нами для машин с разным числом полюсов по результатам обработки многочисленных расчетов $x_л$ на ЭВМ (рис. 2). Возрастание $x_л$ с увеличением угла α определяется с одной стороны увеличением диаметра лобовых дуг, а с другой стороны—увеличением влияния торцовой поверхности статора. Расчеты показывают, что для ударных генераторов любой полюсности возрастание составляющей индуктивного сопротивления рассеяния лобовых частей за счет влияния торцовой поверхности статора при увеличении угла α практически одинаково и характеризуется зависимостью рис. 3, где пунктиром показана практическая кривая, полученная на физической модели. Например, величина $x_э$ при угле наклона лобовых частей, равном нулю градусов для двухполюсных ударных генераторов равна 16%, для четырехполюсных генераторов равна 12%, для шестиполюсных—9%, и для восьмиполюсных—7,5% от величины индуктивного сопротивления рассеяния лобовых частей без учета влияния ферромагнитных поверхностей. При увеличении угла до 90° величина $x_{эFe}$ возрастает более, чем в 3 раза и составляет: для двухполюсных генераторов 60%, для четырехполюсных—40%, для шестиполюсных—30% и для восьмиполюсных—25% от $x_{лв}$.

Влияние ферромагнитной поверхности торцового щита генератора определяется расстоянием от лобовой части обмотки статора до щита $l_щ$. В случае, если $l_щ$ равно расстоянию от лобовой части до торца статора l_c, влияние обеих ферромагнитных поверхностей одинаково. При увеличении $l_щ$ доля индуктивного сопротивления рассеяния за счет влияния ферромагнитной поверхности щита уменьшается. Это уменьшение учитывается коэффициентом k_l (рис. 4). При выполнении генератора с однофазной концентрической обмоткой при $\alpha=0$ расстояние от лобовой части щита примерно в 2—3 раза больше расстояния до торца статора. С увеличением угла это расстояние еще больше увеличивается. Следовательно, доля индуктивного сопротивления рассеяния лобовой части за счет влияния щита генератора невелика. При $\alpha=0$ и $l_щ/l_c=2$ для двухполюсных генераторов она составляет 7%, для четырехполюсных—5,5%, для шестиполюсных 3,6% и для восьмиполюсных—3,4% от $x_{лв}$. При $\alpha=90°$ влиянием щита на $x_л$ можно пренебречь. Влияние ферромагнитной поверхности корпуса на $x_л$ незначительно и при отгибе лобовых частей на угол 90° составляет менее 4% от $x_{лв}$. При уменьшении угла α это значение уменьшается практически до нуля.

Таким образом, нами получены долевые значения величин составляющих индуктивного сопротивления рассеяния лобовых частей обмотки статора за счет влияния ферромагнитных поверхностей, окружающих лобовую часть при изменении угла отгиба от нуля до 90°. Соотношение между индуктивным сопротивлением рассеяния лобовых частей с учетом окружающих ферромагнитных поверхностей и индуктивным сопротивлением „идеализированной“ лобовой части, т. е. лишенной ферромагнитного окружения, определяется коэффициентами k_{Fe}

$$x_л = k_{Fe}\, x_{лв}. \tag{6}$$

Величины коэффициента k_{Fe}, полученные обработкой расчетов $x_л$ на ЭВМ и физических моделях, представлены в табл. 1.

Таблица 1

$2p$	Величины коэффициента k_{pe} при значениях α					
	0°	30°	45°	60°	75°	90°
2	1,23	1,29	1,32	1,38	1,46	1,66
4	1,18	1,22	1,25	1,29	1,35	1,46
6	1,13	1,16	1,22	1,25	1,25	1,38
8	1,11	1,14	1,16	1,19	1,23	1,30

При заключении лобовой части обмотки в токопроводящие экраны, например, медные экраны каппы, переменное электромагнитное поле лобового рассеяния затухает в направлении распространения в токопроводящей среде согласно зависимости $e^{-k_1 z}$ [2], где z — толщина экрана в направлении распространения поля; k_1 — коэффициент затухания:

$$k_1 = \sqrt{\frac{\omega \mu_a \gamma}{2}}; \tag{7}$$

ω — угловая частота тока обмотки статора; γ, μ_a — электропроводность и магнитная проницаемость материала.

Электромагнитное поле, проникающее через экран, уменьшается до 5% своего значения до экрана при толщине экрана $3h$, где h —

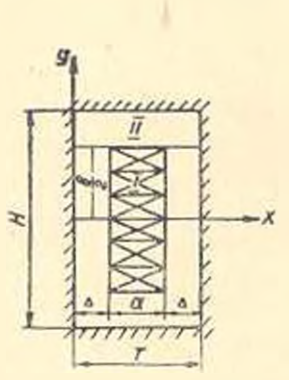

Рис. 5. Расчетная схема решения задачи экранирования лобовых частей

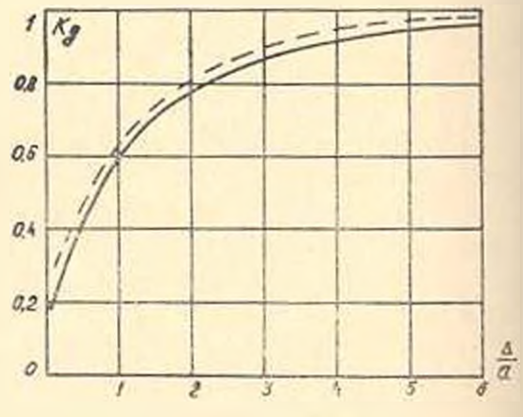

Рис. 6. Зависимость k_g в функции Δ/a

глубина проникновения электромагнитного поля в тело экрана. Для медных экранов ($\gamma = 0{,}58 \cdot 10^6\, 1/ом\,см$; $\mu_a = 1{,}25 \cdot 10^{-8}\, гн/см$) эта величина составляет 2,8 *см*. При достаточной толщине токопроводящих капп можно считать потоки лобового рассеяния к ферромагнитным поверхностям полностью уничтоженными. Благодаря этому, индуктивное сопротивление рассеяния лобовых частей снижается на величину $\frac{1}{K_{F}}$ (табл. 1). Кроме экранирующего действия, каппы оказывают деформирующее действие на потоки лобового рассеяния, являясь по отношению к лобовым частям обмотки статора короткозамкнутыми контурами. Демпфирующее действие токопроводящих экранов определяется путем интегрирования уравнений Максвелла для электромагнитного поля в экранируемом пространстве [3]. В выбранной системе координат рис. 5 для области *I* справедливо уравнение Пуассона, а для области II уравнение Лапласа, т. е.

$$\Delta A_{I} = -\mu_0\delta; \quad \Delta A_{II} = 0, \tag{8}$$

где δ—плотность тока в рассматриваемой области;

$$\delta = \frac{4I}{\pi ab} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n} \cos k\Delta \sin kx; \tag{9}$$

$k = \frac{n\pi}{T}$ — полупериод разложения;

Δ — расстояние от поверхности стержня с током до токопроводящей поверхности экрана.

При определении векторного потенциала исходим из следующих граничных условий:

1. В плоскости $y=0$ отсутствует тангенциальная составляющая индукции, т. е.

$$\frac{\partial A_{I}}{\partial y} = 0. \tag{10}$$

2. На границе областей I и II касательные и нормальные составляющие индукции непрерывны, т. е. при $y=b/2$

$$\frac{\partial A_{I}}{\partial y} = \frac{\partial A_{II}}{\partial y}; \quad \frac{\partial A_{I}}{\partial x} = \frac{\partial A_{II}}{\partial x}. \tag{11}$$

3. На поверхности токопроводящего экрана значение векторного потенциала равно 0, т. е. при $y=H/2$

$$A_{II} = 0. \tag{12}$$

Решив систему дифференциальных уравнений и определив составляющие индукции B_x и B_y в областях I и II, находим выражение для расчета индуктивности рассматриваемой системы через энергию магнитного поля:

$$L = \frac{2}{\mu_0 I^2} \int_v B^2 dV. \tag{13}$$

Индуктивность экранированной лобовой части на единицу длины получается равной

$$L = \frac{8\mu_0}{\pi^3} \frac{T^4}{a^2 b^2} \sum_{n=1,3,5} \frac{1}{n^5} \cos^2 k\Delta \left(N_{\rm I} + \frac{N_{\rm II}}{2} \right), \tag{14}$$

где

$$N_{\rm I} = \frac{kb}{2} + \frac{\operatorname{ch} k\Delta \operatorname{sh} k \dfrac{b}{2}}{\operatorname{ch} k \dfrac{H}{2}} \left(\frac{\operatorname{ch} k\Delta \operatorname{ch} k \dfrac{b}{2}}{\operatorname{ch} k \dfrac{H}{2}} - 2 \right);$$

$$N_{\rm II} = \frac{\operatorname{sh}^2 k \dfrac{b}{2}}{\operatorname{ch}^2 k \dfrac{H}{2}} \operatorname{sh} 2k\Delta. \tag{15}$$

Полученное выражение дает возможность рассчитать индуктивное сопротивление рассеяния лобовой части при различных расстояниях от меди лобовых частей до токопроводящих экранов, а следовательно, оценить демпфирующее действие капп. На рис. 6 представлены значения коэффициента k_e, учитывающего уменьшение индуктивного сопротивления рассеяния лобовых частей токопроводящими каппами в зависимости от геометрии лобовой части и величины Δ. В современных ударных генераторах ширина меди в пазу достигает 20 *мм*. При напряжении на зажимах обмотки статора в 15,7 *кв* двусторонняя толщина изоляции в пазу достигает 14 *мм*, а в зоне лобовых частей до 20 мм. То есть отношение между Δ и a близко к 1. Следовательно, в идеальном случае при сверхпроводящих экранах $x_л$ снижается за счет демпфирующего действия экранов в 2,0—2,5 раза. Проведенные эксперименты с медными экранами показали снижение $x_л$ в 1,8 раз.

Таким образом, индуктивное сопротивление рассеяния лобовых частей с учетом экранирующего и демпфирующего действий токопроводящих капп может быть найдено как

$$x_{лэ} = x_л \frac{k_g}{k_{Fe}}. \tag{16}$$

С целью проверки теоретических положений и расчетов на ЭВМ были проведены экспериментальные исследования на физических моделях лобовых частей статора ударного генератора, которые дали удовлетворительное совпадение с результатами расчета.

Полученные данные могут быть использованы при проектировании ударного генератора для оценки влияния конструктивных факторов на индуктивное сопротивление лобовых частей обмотки статора.

Томский политехнический институт
им. С. М. Кирова

Поступило 19.XI.1971.

Լ. Հ. ՕՀԱՆՅԱՆ, Գ. Ա. ՍԻՊԱՅԼՈՎ, Վ. Զ. ԽՈՐԿՈՎԱ

ՀԱՐՎԱԾԱՅԻՆ ԳԵՆԵՐԱՏՈՐԻ ՍՏԱՏՈՐԻ ՓԱԹՈՒՅԹԻ ՃԱԿԱՏԱՅԻՆ ՄԱՍԵՐԻ ՑՐՄԱՆ ԻՆԴՈՒԿՏԻՎ ԴԻՄԱԴՐՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ամփոփում

Հոդվածում վերլուծության են ենթարկված հարվածային գեներատորի ստատորի փաթույթի ճակատային մասերի ցրման ինդուկտիվ դիմադրության բաղադրիչները։ Ուսումնասիրությունները կատարված են դաշտի տեսության մեթոդով և ֆիզիկական մոդելացմամբ։ Թվային անալիզը կատարված է ԷՀՄ-ի վրա։

Ստացված են ստատորի փաթույթի ճակատային մասերի ցրման ինդուկտիվ դիմադրության բաղադրիչների մեծությունների բաժնեհաս արժեքները՝ ի հաշիվ ճակատային մասը շրջափակող ֆեռոմագնիսական մակերևույթների ազդեցության, երբ ճակատային մասի ծռվածքի անկյունը փոփոխվում է 0-ից մինչև 90°։ Ճակատային մասերը հոսանքատար էկրաններով շրջափակելիս ցույց է տրված մարման գործակցի կախումը ճակատային մասերի և էկրանի մակերևույթի միջև եղած հեռավորությունից։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А.* Расчет индуктивностей (справочная книга), Изд. „Энергия", Л., 1970.
2. *Купалян С. Д.* Теоретические основы электротехники. Ч. 3. Изд. „Энергия", 1970.
3. *Шимони К.* Теоретическая электротехника. Изд. „Мир", 1964.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 2, 1972 Серия технических наук

ЭНЕРГЕТИКА

Р. С. БАЯТЯН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА И УЛУЧШЕНИЯ РЕЖИМОВ НАПРЯЖЕНИЯ В УЗЛАХ ГОРОДСКИХ СЕТЕЙ

Из-за сложности решения задач регулирования напряжения в целом для городских сетей представляется целесообразным проведение предварительных исследований применительно к отдельным городским ТП 6—10/0,4 *кв* с определенным составом потребителей. При этом практический интерес представляют изучение интегральных характеристик режимов нагрузки и напряжения и установление корреляционных связей между случайными величинами потребления активной и реактивной мощностей и отклонениями напряжения. Являясь показателями качества напряжения, интегральные характеристики могут быть использованы для определения возможных мероприятий при улучшении режимов эксплуатируемых сетей.

В настоящей статье приводится метод множественной корреляции, позволяющий на основании интегральной статистической информации оценить качество напряжения, уточнить положение регулировочных ответвлений распределительного трансформатора с ПБВ и выбрать мощность управляемой батареи конденсаторов (УБК) для уменьшения дисперсии отклонения напряжения, минимум которых является критерием оптимальности режима на вторичных шинах ТП 6—10/0,4 *кв*. Необходимо оговорить, что выбор мощности УБК осуществляется лишь по техническим параметрам режимов без рассмотрения вопроса экономического обоснования рекомендации.

Оценка и анализ качества напряжения. Алгоритм оценки качества напряжения получен с помощью метода моментов Чебышева [1]. Зависимость между величинами отклонений напряжений и потреблением активной и реактивной мощностей в узле нагрузки может быть представлена уравнением множественной линейной корреляции

$$\bar{V}_{VPQ} = [\bar{V}] + \sigma_V \left[r_{VP} \frac{P_i - \bar{P}}{\sigma_P} + \frac{r_{VQ} - r_{PQ} r_{VP}}{1 - r_{PQ}^2} \left(\frac{Q_i - \bar{Q}}{\sigma_Q} - r_{PQ} \frac{P_i - \bar{P}}{\sigma_P} \right) \right].$$

$$\bar{V}_{VPQ} = [\bar{V}] + \sigma_V \left[r_{VQ} \frac{Q_i - \bar{Q}}{\sigma_Q} + \frac{r_{VP} - r_{PQ} r_{VQ}}{1 - r_{PQ}^2} \left(\frac{P_i - \bar{P}}{\sigma_P} - r_{PQ} \frac{Q_i - \bar{Q}}{\sigma_Q} \right) \right], \tag{1}$$

где $\bar{V}_{VPQ}$ — величина наиболее вероятного отклонения напряжения в %;
P_i, Q_i — случайные значения потребления активной и реактивной мощностей в *кВт* и *кВар*.

Применение аппарата множественной корреляции для анализа режимов максимальных нагрузок на вторичных шинах ТП 6—10/0,4 *кв*, питающих коммунально-бытовую нагрузку, позволило установить, что

- коэффициенты корреляции r_{VQ} между отклонениями напряжения и потребляемой реактивной мощностью относительно высокие и находятся в диапазоне 0,29÷0,74;
- коэффициенты корреляции r_{VP} между отклонениями напряжения и потребляемой активной мощностью лежат в пределах 0,34÷0,87;
- коэффициенты корреляции r_{PQ} между активной и реактивной мощностями изменяются от 0,38 до 0,79;
- математические ожидания реактивной мощности составляют (6÷62) % активной мощности, причем, реактивная мощность менее подвержена изменениям, нежели активная;
- анализ коэффициентов корреляции r_{VP} и r_{VQ} по отдельным режимам показывает, что на режим напряжения на вторичных шинах ТП 6—10/0,4 *кв* большее влияние оказывает изменение потребления активной мощности;
- величины рассеяния отклонений напряжения σ_V незначительны в режимах максимальных нагрузок и изменяются в пределах (0,93÷2,74) %.

Решением множественного корреляционного уравнения (1) является

$$\bar{V}_{VPQ} = (a + bP_i + cQ_i)\,\%. \tag{2}$$

Влияние сети среднего напряжения (режимы напряжения в ЦП и смежных ТП 6—10/0,4 *кв*) на исследуемый узел нагрузки определяется из уравнения (2) при условии $P_i = Q_i = 0$ и с учетом величины добавки напряжения $\delta U_т$, получающейся во вторичной сети в зависимости от положения регулировочного ответвления распределительного трансформатора с ПБВ.

$$\bar{V}_{сн} = (a - \delta U_т)\,\%. \tag{3}$$

Выбор регулировочных ответвлений РТ. При выборе положений ответвлений очень важно знать, при каких значениях активной и реактивной мощностей получаются те или иные отклонения напряжения. Уравнение (1), устанавливая соответствие между режимом напряжения и режимом нагрузки в узле, может быть использовано как для объективной оценки качества напряжения, так и для разработки мероприятий по его регулированию, так как достаточно полно отражает физический процесс формирования режима напряжения на шинах ТП 6—10/0,4 *кв* под воздействием сети среднего напряжения и в зависимости от режима нагрузки исследуемого узла. Действительно, для обеспечивания наилучших режимов напряжения для всей совокупности потребителей, питающихся от данного ТП, величина наиболее вероятного отклонения $V_{упр}$ в уравнении (1) может быть изменена регулированием напряжения в центре питания, изменением положения регулировочного ответвления РТ или же установкой нерегулируемых БК на шинах низкого напряжения ТП за счет изменения величины математического ожидания режима $[\overline{V}]$. Стандартное отклонение напряжения, обусловленное дисперсией нагрузки, при этом не изменяется.

Таким образом, положение регулировочного ответвления $\delta U_т$ выбирается из условия полной компенсации математического ожидания $[\overline{V}]$ режима

$$\delta U_т = [\overline{V}]. \tag{4}$$

Если величина стандартного отклонения режима σ_v велика, а $[\overline{V}]$ мало, становится ясно, что изменение положения ответвлений РТ с ПБВ не будет эффективным. В этом случае необходимо разрабатывать другие мероприятия — изменять параметры сети или устанавливать управляемые батареи конденсаторов. В существующих сетях наиболее приемлемым является второй путь.

Выбор мощности УБК. Необходимо отметить, что если УБК установить в какой-либо точке низковольтной сети, то регулирующий эффект значительно повысится из-за реактанса воздушной линии, в результате чего необходимая мощность УБК уменьшается. В то же время относительно большая величина реактивного сопротивления трансформатора позволяет обеспечить необходимый диапазон регулирования при сравнительно небольших мощностях УБК. Кроме этого, при установке УБК на вторичных шинах ТП 6—10/0,4 *кв* не имеется затруднений в получении интегральной статистической информации о режимах нагрузки и напряжения.

Исходя из этих соображений, наиболее целесообразным местом установки УБК в низковольтных сетях являются шины низкого напряжения ТП 6—10/0,4 *кв*.

Методика выбора мощности УБК на основании интегральной статистической информации предложена в [2], согласно которому алгоритм определения мощности УБК, устанавливаемых на шинах низкого напряжения ТП 6—10/0,4 *кв*, имеет вид

$$q_{УБК} = -2\sqrt{\frac{2}{\pi}\,\frac{r_{PQ}\cdot\frac{U_a}{U_p}\sigma_P + \sigma_Q}{r_{VQ}}}\ кВар, \tag{5}$$

где U_a и U_p—активная и реактивная составляющие потери напряжения в трансформаторе (%).

Стандартное отклонение режима σ_V, являющееся критерием оптимальности, после включения УБК мощности (5) доводится до значения $0{,}6\,\sigma_V$, что обеспечивает меньшую вероятность выхода за пределы, рекомендуемые [3].

Пример расчета. Оценим утренний режим на шинах РТ 250/0,4 *кв*, питающего бытовой комбинат и детский сад. Интегральные характеристики и коэффициенты корреляции рассчитаны по схеме для малого числа испытаний и равны:

$$\bar{V} = -5{,}87\,\%;\quad \sigma_V = 2{,}48\,\%;\quad r_{VP} = -0{,}87;$$

$$\bar{P} = 40{,}05\ кВт;\quad \sigma_P = 8{,}65\ кВт;\quad r_{VQ} = -0{,}60;$$

$$\bar{Q} = 25{,}60\ кВар;\quad \sigma_Q = 10{,}50\ кВар;\quad r_{PQ} = 0{,}79.$$

Подставляя их в уравнение (1), получим:

$$\bar{V}_{VPQ} = (4{,}8 - 0{,}3\,P_i + 0{,}052\,Q_i)\,\%.$$

Влияние сети среднего напряжения на исследуемый узел определится из (3) при $\delta U_1 = 2{,}63\,\%$. Тогда $\bar{V}_{сп} = 2{,}17\,\%$.

Положение регулировочного ответвления выбирается из условия (4). Мощность управляемой батареи конденсаторов равна $\sim 35\ кВар$, при этом величина стандартного отклонения σ_V доводится до значения $1{,}488\,\%$.

Выводы. С помощью изложенного метода можно осуществлять статистический контроль за качеством напряжения в городских сетях. Уравнение (1) позволяет заполнять узлы распределительных сетей активными и реактивными мощностями с условием, что режим напряжения не будет выходить за пределы, рекомендуемые ГОСТ 13109—67.

АрмНИИЭ Поступило 30.V.1971.

Ռ. Ս. ԲԱՅԱԹՅԱՆ

ՔԱՂԱՔԱՅԻՆ ՑԱՆՑԵՐԻ ՀԱՆԳՈՒՅՑՆԵՐՈՒՄ ԼԱՐՄԱՆ ՌԵԺԻՄՆԵՐԻ ԱՆԱԼԻԶԻ ԵՎ ԲԱՐԵԼԱՎՄԱՆ ՓՈՐՁԱՐԱՐԱ-ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴ

Ամփոփում

Հոդվածում բերված են բազմակի կոռելյացիայի մեթոդով կատարված տեսական և փորձարարական հետազոտությունների արդյունքները, որոնք

հնարավորություն են ընձեռնում լուծել մի շարք գործնական հարցեր, կապված լարման որակի գնահատման, 6—10/0,4 կվ տրանսֆորմատորային ենթակայանների կանոնավորման օրինաչափությունների և կառավարվող կոնդենսատորային մարտկոցների հզորության ընտրության հետ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Митропольский А. К.* Техника статистических вычислений. Физматгиз, 1961.
2. *Баятян Р. С., Беннеян А. А.* Управляемые батареи конденсаторов для регулирования напряжения в городских распределительных сетях. „Промышленность Армении", № 4, 1971.
3. *Баркан Я. Д.* Автоматизация регулирования напряжения в распределительных сетях, Изд. „Энергия", 1971.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 2, 1972 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Э. П. АРУТЮНЯН

РАСЧЕТ ПОДАТЛИВОСТИ ШАРИКОВИНТОВОЙ ПЕРЕДАЧИ С УЧЕТОМ НЕРАВНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ ПО ВИТКАМ РЕЗЬБЫ

Жесткость узла шариковинтовой передачи (рис. 1) является одним из основных критериев работоспособности, предопределяющей нормальное функционирование и стабильность эксплуатационных параметров.

Имеющаяся методика расчета податливости шариковой резьбы [1, 2] основана на предположении, что при идеально точном изготовлении деталей передачи нагрузка по виткам распределяется равномерно, и перемещение винта относительно гайки обусловлено лишь

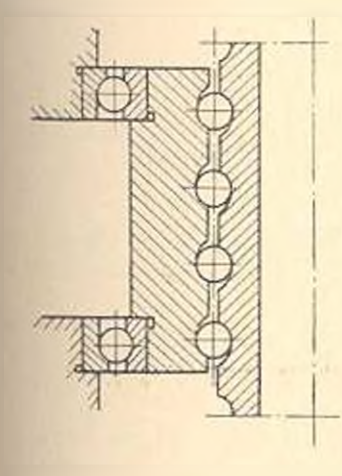

Рис. 1.

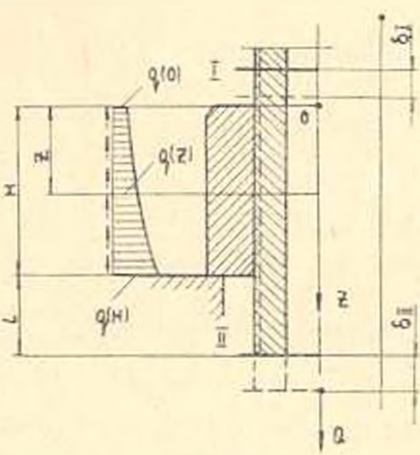

Рис. 2.

контактными деформациями. Уточнение величины податливости обычной резьбы в связи с неравномерностью распределения нагрузки по виткам произведено в работах [3, 4].

Настоящая статья основана на результатах работы (5), где рассматривается распределение нагрузки по виткам шариковой резьбы.

Перемещение сечений винта I и II в осевом направлении (рис. 2)

$$\delta_{I} = \delta(0) + \delta_{г} + \delta_{0};$$

$$\delta_{II} = \delta(H) + \delta_{в} + \delta_{0},$$

где $\delta(0)$, $\delta(H)$—упругие перемещения винта относительно гайки в сечениях $z=0$ и $z=H$;

$\delta_{г}$ и $\delta_{в}$—укорочение гайки на высоте H и удлинение винта на длине L;

δ_0—упругие перемещения в опоре.

Деформация винта определяется элементарной зависимостью (предполагается наличие на длине L ненарезанных участков):

$$\delta_{в} = \frac{Q}{E_1} \sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{F_{1i}},$$

где Q—осевое усилие, приложенное к винту: E_1—модуль упругости материала винта; l_i, F_{1i}—длина и площадь поперечного сечения i-го участка, а данные по вычислению упругих перемещений в опоре приведены в [6]. Ниже, для простоты, принимается $\delta_0 = \delta_0 = 0$.

Интенсивность распределения осевых сил $q(z)$ по высоте соединения, характеризующая неравномерность распределения нагрузки, выражается функцией [5]:

$$q(z) = \frac{Qm}{\operatorname{sh} mH} \operatorname{ch} mz, \qquad (1)$$

где H—высота гайки;

$$m = \left[\frac{\beta}{\gamma + \frac{2}{3} \gamma_k \frac{H^{1/3}}{Q^{1/3}}} \right]^{1/2}, \qquad (2)$$

причем, β, γ, γ_k—упруго-геометрические параметры, определяемые в зависимости от геометрии и материалов изготовления деталей передачи.

Перемещение винта относительно гайки в сечении H [5]

$$\delta(H) = \gamma\, q(H) + \gamma_k [q(H)]^{2/3}. \qquad (3)$$

Первое слагаемое в выражении (3) представляет деформацию витков винта и гайки от изгиба, сдвига и радиального смещения основания витка, а второе—от контактной деформации.

Дифференцируя (3) по Q, получим коэффициент податливости

$$\lambda_2 = \frac{d}{dQ} [\delta(H)] = \left\{ \gamma + \frac{2}{3} \frac{\gamma_k}{[q(H)]^{1/3}} \right\} \frac{d}{dQ} [q(H)]. \qquad (4)$$

Перемещение сечения 0 от суммарной деформации витков и сжатия тела гайки

$$\delta(0) + \delta_r = \gamma\, q(0) + \gamma_k [q(0)]^{2/3} + \frac{1}{E_2 F_2} \int\limits_0^H \int\limits_0^z q(z_1)\, dz_1\, dz, \tag{5}$$

где E_2, F_2 — модуль упругости материала и площадь поперечного сечения тела гайки.

Соответственно коэффициент податливости

$$\lambda_1 = \frac{d}{dQ}[\delta(0) + \delta_r] = \left\{ \gamma + \frac{2}{3} \frac{\gamma_k}{[q(0)]^{1/3}} \right\} \frac{d}{dQ}[q(0)] +$$

$$+ \frac{1}{E_2 F_2} \frac{d}{dQ} \left[\int\limits_0^H \int\limits_0^z q(z_1)\, dz_1\, dz \right]. \tag{6}$$

Используя (1) и (2), получим:

$$\delta(H) = \gamma\, Qm \operatorname{cth} mH + \gamma_k (Qm \operatorname{cth} mH)^{2/3}; \tag{7}$$

$$\delta(0) + \delta_r = \gamma \frac{Qm}{\operatorname{sh} mH} + \gamma_k \left(\frac{Qm}{\operatorname{sh} mH} \right)^{2/3} + \frac{1}{E_2 F_2} \frac{Q}{m \operatorname{sh} mH} (\operatorname{ch} mH - 1); \tag{8}$$

$$\lambda_2 = m \operatorname{cth} mH \left[\gamma + \frac{2}{3} \frac{\gamma_k}{(Qm \operatorname{cth} mH)^{1/3}} \right] \times$$

$$\times \left[1 + K \left(1 - \frac{2mH}{\operatorname{sh} 2mH} \right) \right]; \tag{9}$$

$$\lambda_1 = \frac{m}{\operatorname{sh} mH} \left[\gamma + \frac{2}{3} \gamma_k \left(\frac{\operatorname{sh} mH}{Qm} \right)^{1/3} \right] [1 + K(1 - mH \operatorname{cth} mH)] +$$

$$+ \frac{1}{E_2 F_2} \left\{ \frac{\operatorname{cth} mH}{m} \left[1 - K \left(1 + \frac{2mH}{\operatorname{sh} 2mH} \right) \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{m \operatorname{sh} mH} [1 - K(1 + mH \operatorname{cth} mH)] \right\}; \tag{10}$$

где

$$K = \frac{1}{9} \frac{1}{\frac{\gamma}{\gamma_k} \frac{Q^{1/3}}{H^{1/3}} + \frac{2}{3}}.$$

Коэффициенты податливости λ_1 и λ_2 шариковой резьбы в отличие от обычной изменяются в зависимости от величины осевой силы, что связано с нелинейной зависимостью контактных деформаций от приложенной силы.

На рис. 3 показано изменение величин перемещений и коэффициентов λ_1 и λ_2 в зависимости от осевой силы, вычисленных по формулам (7)—(10) для резьбы с параметрами: $\beta = 0{,}027\cdot10^{-6}\,\frac{1}{кГ}$; $\gamma_k = 8{,}626\cdot10^{-}$[illegible] $\frac{см^{2/3}}{кГ^{2/3}}$; $\gamma = 0{,}687\cdot10^{-}$[illegible] $\frac{см^2}{кГ}$; $H = 7{,}2\,см$; $E_в F_в = 80{,}9\times10^6\,кГ$ (см. пример расчета в [5]). Пунктирная кривая зависимости перемещений винта относительно гайки в сечении H, вычисленная в

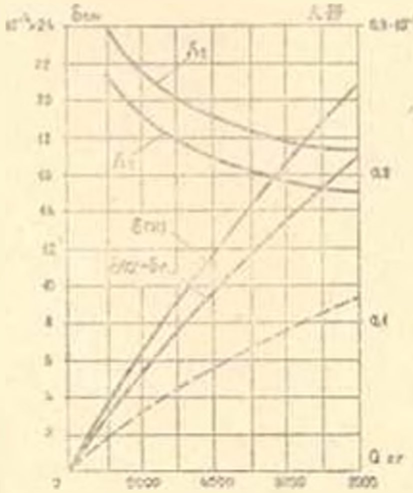

Рис. 3.

предположении равномерного распределения нагрузки и с учетом только контактных деформаций, т. е. по существующей методике расчета.

Предлагаемая методика расчета, как следует из рис. 3, существенно уточняет величину перемещений в шариковой резьбе.

МАДИ Поступило 15.XII.1971.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Левит Г. А.* Расчет передач винт-гайка качения (шариковых). „Станки и инструмент", № 5, 1963.
2. *Павлов Б. И.* Шариковинтовые механизмы в приборостроении. Изд. „Машиностроение", Ленинград, 1968.
3. *Куклин Н. Б.* Уточнение расчетов резьбовых соединений. „Вестник машиностроения", № 7, 1957.
4. *Старостин Н. Г.* Определение коэффициента податливости болта (шпильки) с учетом деформаций резьбы. „Труды Куйбышевского авиационного института", вып. 3, 1957.
5. *Биргер И. А., Арутюнян Э. П.* Распределение нагрузки по виткам шариковой резьбы. „Вестник машиностроения", № 3, 1971.
6. *Бейзельман Р. Д., Цыпкин Б. В.* Подшипники качения (справочник). Машгиз, 1960.

В. В. КАРАПЕТЯН, А. В. ШАХСУВАРЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЫ ТУФОВОЙ КЛАДКИ И ЖЕЛЕЗОБЕТОНА В КОМПЛЕКСНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ПРИ КРАТКОВРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ

Метод расчета комплексных конструкций по СНиП II—В.2—62 [1] основан на результатах экспериментов с кирпичной кладкой. Особенности кладки из естественных камней требуют специальных исследований с целью получения расчетных данных для комплексных конструкций с кладкой из них.

В статье приводятся результаты экспериментальных исследований комплексных конструкций с кладкой из туфовых камней правильной формы. Опытные образцы размерами $60 \times 60 \times 150$ и $40 \times 40 \times 150$ *см* изготавливались с внутренней и наружной бетонной или железобетонной частью (рис. 1). Одновременно испытывались эталонные образцы

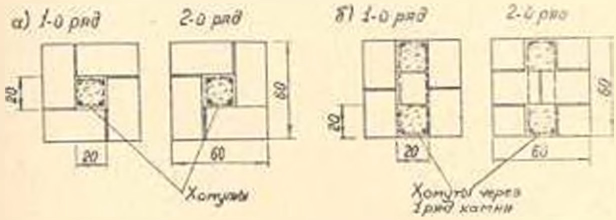

Рис. 1. Конструкция образцов с внутренним *(а)* и наружным *(б)* расположением железобетона в сечении

кладки. В опытных образцах были использованы: туфовые камни артикского типа марки 75—200; туфобетоны марки 100, 150; цементно-известковый раствор марки 50. Образцы армировались сталью класса А—I ($\sigma_т = 2400 - 2600$ *кГ/см²*) и возводились по технологии, разработанной согласно РТУ [2] и [3]. Бетон с подвижностью ОК$=5-6$ *см* укладывался вибрированием. Образцы испытывались на кратковременное осевое сжатие на 1000-тонном гидравлическом прессе в месячном возрасте. Продольные и поперечные деформации кладки и бетона измерялись мессурами, а арматурных стержней—тензорезисторами. Всего было испытано три серии по 2 образца кладки и 4 образца комплексного сечения в каждой. Характеристики образцов и результаты испытаний приведены в табл. 1.

В теории расчета комплексных конструкций [4] для кладки и бетона принимается одинаковая предельная сжимаемость ($\varepsilon_{сж} \geqslant 1{,}2$ *мм/м*) и предельная растяжимость ($\varepsilon_{пр} \geqslant 0{,}1$ *мм/м*). Как известно, предельная сжимаемость кладки больше предельной сжимаемости бетона и железобетона, поэтому при их совместной работе несущая способность комплексных сечений не соответствует сумме прочностей кладки, бетона и арматуры при ее пределе текучести. В момент разрушения

Таблица 1

Серия образцов	Группа образцов	Конструкция образцов	Материал сердечника	Марка камня и бетона	Процент бетона и арматуры	Предел прочности $кГ/см^2$ при первой трещине $\sigma_{тр}$	Предел прочности $кГ/см^2$ при разрушении R	Отношение $R_{кс}/R_к$	Коэф. трещинообразования $K_{тр}$	Коэф. использования кладки λ	Условный предел текучести $R' = \mu R$	Упругая характеристика α	Начальный модуль упругости E_0, $кГ/см^2$	Отношение $E_{0кс}/E_{0к}$
I	1	Кладка	—	75/100	—	23,5	45	—	0,52	—	2,2 R	525	22300	—
	2	Комплексное сечение	бетон		14,5/нет	27,0	48	1,06	0,55	0,84	1,6 R	510	24400	1,1
	3	Комплексное сечение	железобетон		14,5/1,1	28,0	51	1,13	0,55	0,87	1,5 R	510	26000	1,16
II	4	Кладка	—	150/150	—	30,5	60	—	0,51	—	1,2 R	540	32500	—
	5	Комплексное сечение	бетон		19/нет	37,0	68	1,13	0,54	0,96	1,7 R	505	34400	1,06
	6	Комплексное сечение	железобетон		17/1,0	39,0	73	1,22	0,54	0,97	1,1 R	600	43900	1,35
III	7	Кладка	—	200/100	—	40,0	71	—	0,56	—	1,6 R	510	36100	—
	8	Комплексное сечение	бетон		24,5/нет	41,0	75	1,05	0,54	0,96	1,5 R	680	51000	1,42
	9	Комплексное сечение	железобетон	200/150	24/1,5	44,0	84,5	1,19	0,52	0,98	1,3 R	650	54800	1,52

Примечание. Процент продольной арматуры принят к площади сердечника, а процент бетона—к общему сечению образца.

комплексного сечения его несущая способностьвыражается зависимостью:

$$N_{кс} = \lambda R_{кл} F_{кл} + R_{пр} F_{б} + R_{т} F_{а}, \qquad (1)$$

где $N_{кс}$ — нагрузка на комплексное сечение в момент разрушения бетонной части; λ—коэффициент использования прочности кладки; $R_{кл}$, $R_{пр}$, $R_{т}$—предел прочности кладки, призменная прочность бетона, предел текучести арматуры; $F_{кл}$, $F_{б}$, $F_{а}$—площади сечения кладки, бетона и арматуры.

Подсчеты коэффициентов использования прочности туфовой кладки λ по формуле (1) на основании экспериментальных данных для различных групп испытанных образцов приведены в табл. 1. Как видно, значения λ при равномерном загружении всего сечения колеблятся в среднем в пределах 0,84 ÷ 0,98. При этом для кладки с относительно низкой прочностью камня (марки 75) λ получена равной в среднем 0,85. С увеличением прочности камня (марки 150, 200) значение λ повышается и в среднем можно принять равной 0,95. Экспериментальные данные показывают, что с включением бетонного или железобетонного сердечников в сечение кладки ее прочность и трещиностойкость повышаются. В случае железобетона увеличение прочности составляет в среднем до 22%.

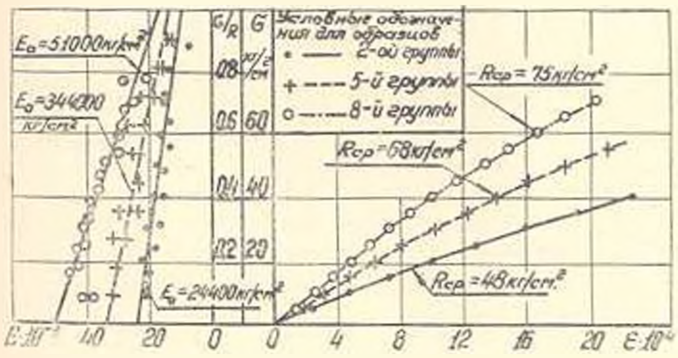

Рис. 2. Кривые деформаций и изменения модуля упругости образцов комплексного сечения с бетонными сердечниками (группы: 2; 5; 8)

Так как в комплексном элементе площадь арматуры составляет незначительный процент от общей площади сечения, то характер деформации такого элемента, в основном, должен подчиняться закономерности деформации кладки и бетона. Проведенная нами на основании экспериментов проверка показала, что известная логарифмическая зависимость для кладок из различных материалов и бетона может быть использована для комплексных конструкций в виде:

$$\varepsilon_{кс} = -\frac{R_{кс}}{E_{0_{кс}}} \ln\left(1 - \frac{\sigma_{кс}}{R_{кс}}\right). \qquad (2)$$

Для определения начального модуля упругости $E_{0_{кс}} = \alpha_{кс} R_{кс}$ необходимо иметь величину упругой характеристики кладки комплексного сечения $\alpha_{кс}$, которая была вычислена по экспериментальным данным. На рис. 2 приведены средние значения продольных деформаций по трем группам образцов и графики действительных модулей упругости. Как видно из табл. 1, начальный „модуль упругости для комплексных конструкций увеличивается до 50%.

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Кладка из туфовых камней правильной формы в комплексных конструкциях вплоть до разрушения всего сечения работает совместно с бетоном и железобетоном. Различное расположение сердечников в сечении образцов не оказывает влияния на повышение несущей способности комплексной конструкции.

2. При проектировании комплексных конструкций с кладкой из туфовых камней правильной формы расчет по прочности может быть произведен по формулам СНиП с принятием коэффициента использования прочности туфовой кладки λ равным 0,85 при марке камня 75,100, а при марке камня 150, 200 $\lambda = 0,95$.

АИСМ Поступило 3.IX.1971.

ЛИТЕРАТУРА

1. СНиП II—В. 2—6 2. Каменные и армокаменные конструкции. Нормы проектирования. М., 1969.
2. РТУ Арм. ССР 877—68. Проектирование и возведение стен зданий и сооружений из туфовых камней правильной формы. Ереван, 1968.
3. *Поляков С. В.* Исследование прочности и деформационных свойств комплексных сечений. Исследования по каменным конструкциям. М., 1950.
4. *Пастернак И. А.* Комплексные конструкции. 1948.

УДК 621.912—752+517.9

Собственные колебания станины строгального станка типа 7М36 (уравнения перемещения). Касьян М. В., Багдасарян Г. Б., Арутюнян Г. А. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 2, 1972, 3—7.

Аналитическим путем дается определение собственных колебаний станины строгального станка типа 7М36. Принимая, что собственные колебания станины имеют незначительную величину, упругие силы системы рассматриваются в функции от габаритных размеров станины. Учитывая, что собственные колебания станины затухают пропорционально скорости перемещения, уравнения разлагаются в ряды и решаются общим способом. Экспериментальным путем определяются некоторые величины, входящие в уравнения, после чего уравнения дополняются для направлений осей z и y.

Табл. 1. Библ. 2 назв.

УДК 62—752+62—408.8+519.42

К вопросу о движении двухмассной колебательной системы по вибрирующей шероховатой плоскости. Моласян С. А. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 2, 1972, 8—13.

Рассматривается движение двумассной колебательной системы по вибрирующей шероховатой плоскости. Основное тело расположено на вибрирующей шероховатой плоскости. Дополнительная масса, связанная с основным телом линейным упругим и демпфирующим элементами, может перемещаться относительно основного тела. Пользуясь уравнениями Лагранжа второго рода, получено уравнение дополнительного тела и колебательной системы. Получено также уравнение движения дополнительного тела и колебательной системы по вибрирующей плоскости. Интегрируя уравнение движения, получены скорости и перемещение системы. Дано уравнение, при помощи которого можно определить момент остановки при движении системы вперед или назад.

Илл. 1. Библ. 3 назв.

УДК 62—507+62—503.4+517.3

Определение устойчивости линейных дискретных систем и оценка ее качества. Мкртчян В. М., Мелкумян Д. О. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 2, 1972, 14—22.

Для определения устойчивости линейных дискретных систем предлагается новый критерий, основанный на свойствах производной аргумента характеристического полинома. Этот критерий удобен при исследовании систем высокого порядка с применением ЭВМ, поскольку задача определения устойчивости приводится к вычислению определенного интеграла. Для оценки качества рассматриваемых систем получен верхний предел модулей корней характеристического полинома, выраженный через максимальное значение производной аргумента полинома.

Илл. 5. Библ. 6 назв.

УДК 532.526+62—437+517.9

Пограничный слой на продольно обтекаемых телах вращения. Петросян Л. Г. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 2, 1972, 23—27

Рассматривается задача о пограничном слое на телах вращения большого удлинения, когда радиус поперечного сечения тела вращения, а также скорость потенциального течения, заданы в виде ряда.

Задача приведена к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений, не содержащей характерных параметров отдельной задачи.

Илл. 1. Библ. 3 назв.

УДК 669.794:539.374

Пластическая деформация сплава иттрия. Солёнов В. М., Скупнов В. А., Соколов Л. Д., Гладких А. Н. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 2, 1972, 28—33.

Приводятся результаты экспериментальных исследований процессов пластической деформации сплава иттрия. Для исследований использован сплав, содержащий 97,388% иттрия. Даны некоторые интерпретации о механизме пластической деформации.

Табл. 2. Илл. 4. Библ. 11 назв.

УДК 66.047:532.5

Изучение гидродинамики сушилки градиентного течения. Кулоян Л. Т., Оганесян Л. С., Адамян К. Н. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 2, 1972, 34—39.

Предлагается сушку организовать в каналах с синусоидальными стенками, между которыми устанавливается сушимое тонкое тело. В этих каналах изменения градиентов давления по длине обоих каналов имеют обратные знаки, что приводит к появлению знакопеременного поперечного градиента давления. Под влиянием последнего происходит непрерывный массообмен через полотнище сушимого материала. Приведены результаты машинного решения уравнений Бернулли, неразрывности, состояния и уравнения, характеризующего изменение поперечного сечения канала по длине. Показано, что для широкого ассортимента тканей распределение давления в каналах можно вычислить, принимая ткань непроницаемой.

Илл. 4. Библ. 1 назв.

УДК 621.373:621.3.045

Анализ индуктивного сопротивления рассеяния лобовых частей обмотки статора ударного генератора. Оганян Л. О., Сипаилов Г. А., Хорькова В. З. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 2, 1972, 40—47.

Проанализированы составляющие индуктивного сопротивления рассеяния лобовых частей обмотки статора ударного генератора. Исследования выполнены методом теории поля и физического моделирования. Численный анализ проведен на ЭВМ.

Получены долевые значения величин составляющих индуктивного сопротивления рассеяния лобовых частей обмотки статора за счет влияния ферромагнитных поверхностей, окружающих лобовую часть, при изменении угла отгиба лобовой части от 0 до 90°. При окружении лобовых частей токопроводящими экранами показана зависимость коэффициента демпфирования от расстояния между лобовыми частями и поверхностью экранов.

Табл. 1. Илл. 6. Библ. 3 назв.

УДК 621.311 072.2

Экспериментально-статистический метод анализа и улучшения режимов напряжения в узлах городских сетей. Баятян Р. С. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 2, 1972, 48—52.

Приводятся результаты теоретических и экспериментальных исследований с помощью аппарата множественной корреляции, позволяющих решать ряд практических вопросов, связанных с оценкой качества напряжения, выбором законов регулирования в ТП 6—10/0,4 *кв* и мощности управляемых батарей конденсаторов на основе интегральной статистической информации.

Библ. 3 назв.

УДК 621.882.2:621.83+621.822.7

Расчет податливости шариковинтовой передачи с учетом неравномерности распределения нагрузки по виткам резьбы. Арутюнян Э. П. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 2, 1972, 53—56.

Рассматривают вопрос определения перемещений в узле шариковинтовой передачи с учетом неравномерности распределения нагрузки по виткам резьбы. Получены формулы для определения перемещений и коэффициентов податливости.

Илл. 3. Библ. 6 назв.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ