ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

Խմբագրության հասցեն՝ Երևան—1, Աբովյան փող., 15.

Адрес редакции: Ереван—1, ул. Абовяна, 15.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 1, 1972 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

М. В. КАСЬЯН, Р. Г. БАГДАСАРЯН

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ЧИСЛА ОБОРОТОВ ПРИ ТОЧЕНИИ ДЕТАЛЕЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ РАЗМЕРАМИ ПО ДЛИНЕ ОБРАБОТКИ

Большинство деталей, обрабатываемых точением, отличается не постоянством диаметра вдоль длины. Возможность сохранения стабильной скорости резания [1] требует применения станков с автоматическим регулированием числа оборотов или при постоянной скорости использования системы автоматического регулирования элементов сечения среза за счет упругих перемещений. В обширном парке металлорежущих станков станки с такими возможностями исчисляются единицами. Ручное переключение скоростей неправомерно с экономических позиций. Построение же режимов работы на максимальный диаметр обработки приводит к снижению производительности при недоиспользовании режущих свойств инструмента. Поэтому разработка методики выбора так называемого эквивалентного числа оборотов, при котором обеспечивается по возможности оптимальная стойкость инструмента, представляет большой интерес и решение этой задачи актуально.

Из большого числа факторов, влияющих на интенсивность изнашивания режущего инструмента, считаем целесообразным остановиться на двух, а именно: продолжительность τ и скорость резания V, учитывая, что они являются главными влияющими факторами. Величина локального износа инструмента, характеризующая данные условия резания, связана с продолжительностью и скоростью резания выражением

$$h = C_1 \tau^p V^q, \tag{1}$$

где C_1—коэффициент, характеризующий влияние остальных факторов, а p и q—показатели, определяемые экспериментально. Если в выражение (1) подставить значение конечного износа, т. е. $h = h_k$, то тогда $\tau = T$, и получим известную зависимость

$$VT^m = C_v,$$

в которой показатель относительной стойкости $m = 1/q = p/q$, а величина C_v будет связана с параметрами, входящими в (1), выражением:

$$C_v = \left(\frac{h_k}{C_1}\right)^{1/q}.$$

Для определения эквивалентного числа оборотов выражение (1) запишем в следующем виде:

$$h^{1/r} = C\tau V^{k}. \qquad (2)$$

За время $d\tau$ обрабатывается часть поверхности, для которой скорость резания можно рассматривать как постоянную величину. Износ режущей части инструмента, соответствующий времени резания $d\tau$ из уравнения (2), равен

$$CV^{k}\,d\tau,$$

а для времени τ будет:

$$h^{1/r} = C\int_0^{\tau} V^{k}\,d\tau.$$

Такой же износ за то же время получится при точении цилиндрической поверхности эквивалентного диаметра $d_э$, для которого скорость резания $V_э$—постоянная величина. Следовательно, можно написать

$$CV_э^{k}\tau = C\int_0^{\tau} V^{k}\,d\tau,$$

откуда

$$V_э^{k} = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} V^{k}\,d\tau.$$

Учитывая известную зависимость эквивалентной скорости

$$V_э = \frac{\pi d_э n}{1000},$$

для эквивалентного диаметра получим:

$$d_э^{k} = \left(\frac{1000}{\pi n}\right)^{k}\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} V^{k}\,d\tau. \qquad (3)$$

В соответствии с этим, переменную скорость резания можно заменить постоянной скоростью $V_э$ с целью использования известных закономерностей для износа. Эта скорость резания в соответствии с материалом инструмента, его геометрией и т. д. при заранее заданной стойкости определяется выражением

$$VT^{m} = C_v.$$

При этом принимается, что m и C_v для данного сочетания обрабатываемого и инструментального материалов являются постоянными величинами для всех участков поверхности, подлежащей обработке [2, 3, 4].

Уравнение (3) позволяет определить эквивалентный диаметр $\left(\text{или эквивалентное число оборотов } n_э = \dfrac{1000\, V_э}{\pi d_э}\right)$ для точения поверхностей вращения, а также торцовых поверхностей.

Переменная скорость резания по мере перемещения резца вдоль образующей поверхности получается из выражения

$$V = \frac{2\pi n y}{1000} = \frac{2\pi n}{1000} f(x). \tag{4}$$

В случае обточки конической поверхности функцию $y = f(x)$ можно записать в следующем виде:

$$y = f(x) = \frac{d_1}{2} + x \operatorname{tg} \varphi = \frac{d_1}{2} + x \frac{d_2 - d_1}{2l}.$$

Из рис. 1, *а* следует, что расстояние x, которое прошел резец за время τ, может быть выражено так: $x = ns\tau$, где n — число оборотов

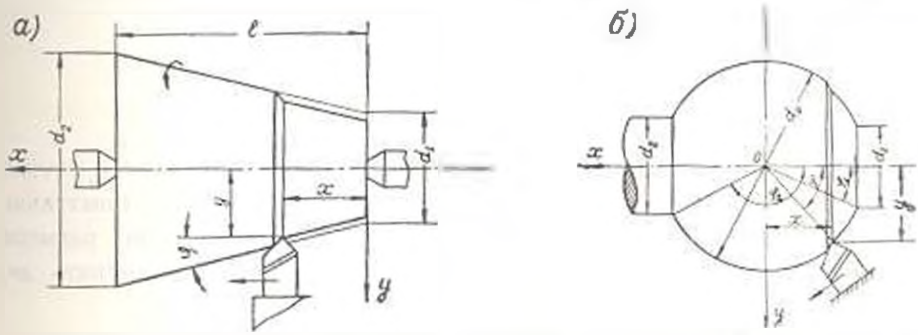

Рис. 1. К определению эквивалентного диаметра: *а* — конической поверхности; *б* — сферической поверхности.

заготовки, *об/мин*; s — величина подачи, *мм/об*. В этом случае, учитывая выражение (4) и подставив значения y и x в уравнение (3), получим:

$$d_э^{\mu} = \frac{2^{\mu}}{\tau} \int_0^{\tau} \left(\frac{d_1}{2} + \frac{d_2 - d_1}{2l} ns\tau \right)^{\mu} d\tau.$$

Учитывая, что $\tau = \dfrac{l}{ns}$, после интегрирования получим:

$$d_э = \sqrt[\mu]{\frac{d_2^{\mu+1} - d_1^{\mu+1}}{(\mu + 1)(d_2 - d_1)}}. \tag{5}$$

При обработке конуса ($d_1 = 0$) эквивалентный диаметр будет:

$$d_э = \frac{d_2}{\sqrt[\mu]{\mu - 1}}. \tag{5а}$$

Выведенные уравнения эквивалентного диаметра для случая точения конической поверхности аналогичны формуле для торцового точения. Поэтому полученные уравнения (5) и (5а) можно использовать для определения эквивалентного диаметра при торцовом точении.

При обработке сферической поверхности (когда суммарная подача постоянна и направлена по касательной образующей) уравнение скорости резания примет вид (рис. 1, *б*):

$$V = \frac{\pi d_э n}{1000} \cdot \sin \varphi,$$

а выражение (3) для этого случая можно написать в следующем виде:

$$d_э^2 = \frac{d_0^2}{\tau} \int_0^{\tau} (\sin \varphi)^2 \, d\tau. \qquad (6)$$

Подставив значения $d\tau = \frac{d_0}{2ns} d\varphi$ и $\tau = \frac{l}{ns}$ в (6), получим:

$$d_э^2 = \frac{d_0^{3}}{2l} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (\sin \varphi)^2 \, d\varphi,$$

где l — длина образующей кривой поверхности.

Таким образом, на основании приведенных зависимостей и уравнений определяются эквивалентное число оборотов и, следовательно, скорости резания при точении поверхностей с переменными размерами по длине обработки. Полученные уравнения можно применять для технологических расчетов режимов резания.

Поступило 11.XI.1971.

Մ. Վ. ԿԱՍՅԱՆ, Ռ. Գ. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

ՄՇԱԿՄԱՆ ԵՐԿԱՐՈՒԹՅԱՆ ՈՒՂՂՈՒԹՅԱՄԲ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ՉԱՓԵՐ ՈՒՆԵՑՈՂ ԴԵՏԱԼՆԵՐԻ ՇՐՋԱՏԱՇՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ՀԱՄԱՐԺԵՔ ՊՏՈՒՅՏՆԵՐԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՋԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում տրված է մշակման երկարության ուղղությամբ փոփոխական չափեր ունեցող մակերևույթների շրջատաշման համար համարժեք պտույտների հաշվարկման մեթոդ։ Խնդրի առանձնահատկությունը կայանում է նրանում, որ հաշվի է առնվում մշակման տրամագծի փոփոխականությունը և, հետևաբար, կտրման արագության փոփոխականությունը։ Ստացված բանաձևերը կարելի է հանձնարարել կտրման ռեժիմների տեխնոլոգիական հաշվարկների համար։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Касьян М. В.* Режимы стабилизации процесса резания металлов. „Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)", т. XIII, № 6, 1960.
2. *Зорев Н. Н.* Влияние природы износа режущего инструмента на зависимость его стойкости от скорости резания. „Вестник машиностроения", № 2, 1965.
3. *Макаров А. Д.* Износ и стойкость режущих инструментов. Изд-во „Машиностроение", 1966.
4. *Багдасарян Г. Г.* Исследование технологических основ обрабатываемости металлов. Кандидатская диссертация. Ереван, 1969.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 1, 1972 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Р. В. СИРЕКАНЯН, Р. Х. СОГОМОНЯН, А. Б. ЗАХАРЯН

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГУСЕНИЧНОЙ ЛЕНТЫ С МИКРОПРОФИЛЕМ

Для исследования работы ходовых систем гусеничных машин необходимо определить случайные входные воздействия от почвенной поверхности через гусеничную ленту. Однако, до настоящего времени в аналогичных исследованиях гусеничная цепь рассматривалась как бесконечно длинная лента, толщиной которой пренебрегали. Такая картина не является реальной, поскольку при езде по неровностям гусеничная лента копирует не все неровности пути, а лишь часть из них, образуя некоторую случайную ломаную дорожку, по которой и катятся опорные катки трактора.

Целью настоящей работы является определение вероятностных характеристик указанного ломаного контура-дорожки в зависимости от аналогичных характеристик неровностей пути.

Для определения вероятностных характеристик микропрофиля имеется ряд работ, в большинстве из них экспериментально полученные нормированные корреляционные функции аппроксимируются выражением

$$\rho_h(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}\cos\beta\tau. \tag{1}$$

Однако, нетрудно заметить, что корреляционная функция вида (1) соответствует недифференцируемому процессу, поэтому более естественно аппроксимировать ее выражением

$$\rho_h(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}\left(\cos\beta\tau + \frac{\alpha}{\beta}\sin\beta|\tau|\right). \tag{2}$$

Случайный процесс с корреляционной функцией (2) является дифференцируемым со спектральной плотностью, определяемой равенством:

$$S_h(\omega) = \frac{2\sigma_h^2\alpha}{\pi}\cdot\frac{\alpha^2+\beta^2}{(\omega^2-\beta^2-\alpha^2)^2+4\alpha^2\omega^2}, \tag{3}$$

где σ_h^2 — дисперсия микропрофиля.

Для получения зависимостей, связывающих статистические характеристики микропрофиля и гусеничной ленты, необходимо иметь исходную предпосылку касательно положения звеньев гусеницы. Такой предпосылкой является предположение о контакте мест сопряжения звеньев с почвой (для гусеницы без шпор). Для обычной гусеницы это предположение сводится к требованию равенства деформаций грунта под опорами. Данное допущение позволяет провести вычисление вероятностных характеристик гусеничной ленты. Оно вносит незначительные неточности, которые, как будет показано ниже, пренебрежимо малы.

В соответствии со сказанным процесс взаимодействия гусеничной ленты с микропрофилем имеет вид, показанный на рис. 1, где $x(t)$ — реализация почвенного микропрофиля; $x(t_j)$ — точки сопрокосновения шарниров с почвой; по оси абсцисс отложено время, хотя, на самом деле, должна быть отложена длина l. Однако, учитывая наличие зависимости $l = vt$ и принимая $v = 1$ *м/сек*, можно заменить l на t, что более удобно. Углы, образованные направлениями звеньев гусениц

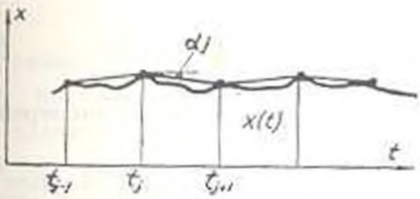

Рис. 1.

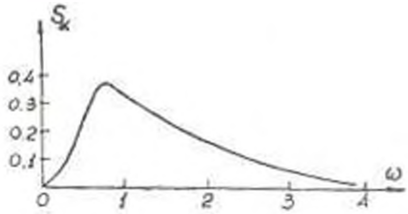

Рис. 2.

с горизонтальчой осью, обозначим через α_j, принимая отсчет по часовой стрелке за положительное направление. Ввиду малости углов α_j, можно принять, что интервалы $\Delta = [t_j, t_{j+1}]$ равны длине звена и $\operatorname{tg} \alpha_j = \alpha_j$. При этих предположениях будем иметь:

$$\alpha_j(t) = \frac{1}{\Delta}[X(t_{j+1}) - X(t_j)]; \ (t_j < t < t_{j+1}). \tag{4}$$

По общему определению корреляционной функции имеем:

$$K_\alpha(\tau) = M\left\{\frac{1}{\Delta}[X(t) - X(t-\Delta)] \cdot \frac{1}{\Delta}[X(t+\tau) - X(t+\tau-\Delta)]\right\},$$

перемножая сомножители и вынося за знак математического ожидания множитель $1/\Delta^2$, получим:

$$K_\alpha(\tau) = \frac{1}{\Delta^2}[2K_x(\tau) - K_x(\tau+\Delta) - K_x(\tau-\Delta)]. \tag{5}$$

Применяя преобразования Фурье к формуле (5), после несложных преобразований получим:

$$S_\alpha(\omega) = \frac{4}{\Delta^2}\sin^2\frac{\omega\Delta}{2}S_x(\omega). \tag{6}$$

График $S_\alpha(\omega)$, построенный в соответствии с формулой (6), приведен на рис. 2 и, как видно, основной части кривой $S_\alpha(\omega)$ соответствуют значения ω, заключенные в пределах $0 - 4$ *сек*$^{-1}$. Поэтому, учитывая, что $\Delta = 0,17$ *м*, вместо (6) можно написать

$$S_\alpha(\omega) = \frac{4}{\Delta^2}\frac{\omega^2\Delta^2}{4}S_x(\omega)$$

или

$$S_\alpha(\omega) = \omega^2 S_x(\omega), \tag{7}$$

откуда передаточная функция рельеф-углы, образованные гусеницами, выразится следующим образом:

$$W(p) = p, \tag{8}$$

т. е. представляет собой идеальное дифференцирующее звено. Физический смысл полученной формулы (8) в том, что производная $\dot{X}(t)$ случайного процесса $X(t)$, равная $\operatorname{tg}\alpha$, может быть заменена на α, что является отражением того факта, что реальные углы колеблются в весьма малых пределах. Из формулы (5) при $\tau = 0$ имеем:

$$D_\alpha = \frac{2}{\Delta^2}\left[K_x(0) - K_x(\Delta)\right]. \tag{9}$$

Таким образом, выведена зависимость, связывающая дисперсию углов с корреляционной функцией профиля почвы.

Поскольку процесс $X(t)$ является нормальным стационарным и эргодическим, то, если замена $\operatorname{tg}\alpha = \alpha$ окажется слишком грубой, необходимо будет разложить выражение $\alpha = \operatorname{arc\,tg}\left\{\frac{1}{\Delta}\left[X(t) - X(t-\Delta)\right]\right\}$ в

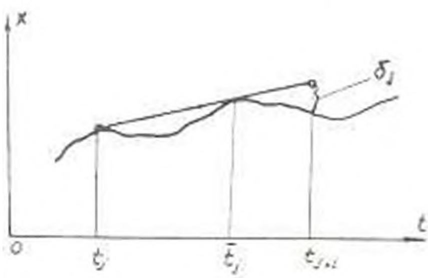

Рис. 3.

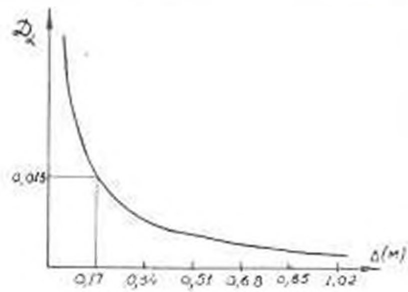

Рис. 4.

ряд и учесть первые три степени разложения. Окончательный результат в этом случае можно получить весьма просто, ввиду нормальности процесса.

При сделанных приближениях допускаются ошибки двух типов.

1. Не учитываются случаи, когда звено опирается о две точки, а конец висит в воздухе, как показано на рис. 3. В этом случае, вместо $X(t_j)$, в качестве ординаты правого шарнира следует взять $X(t_j) + \delta_j$. Поскольку

$$X(t) = X(\bar{t}_j) - \frac{1}{8}\ddot{X}(\bar{t}_j)\Delta^2,$$

то ошибка в определении δ_j равна:

$$\delta_j = \frac{1}{8}\ddot{X}(\bar{t}_j)\Delta^2. \tag{10}$$

Как видно из (10), эта погрешность существенной роли не играет.

2. Не учитываются случаи, когда оба конца звена оказываются в воздухе, что, однако, маловероятно.

Вернемся к уравнению (9). Выражая корреляционную функцию $K_x(\tau)$ через нормированную корреляционную функцию $\rho_x(\tau)$, получим:

$$D_\alpha = \frac{2D_x}{\Delta^2}[1 - \rho_x(\Delta)]. \tag{11}$$

Поскольку все экспериментально полученные значения $\rho_x(\Delta) > 0$, то из (11) следует, что

$$\max D_\alpha < \frac{2D_x}{\Delta^2}.$$

Типичный график для $D_\alpha(\Delta)$, построенный по (11), приведен на рис. 4. Как видно из рис. 4, чем больше Δ, тем меньше D_α, т. е. тем лучше плавность хода гусеничной машины: например, при увеличении Δ в два раза D_α уменьшается более, чем наполовину. Однако, значение длины звена выбирается не только по критерию плавности хода машины, но и в зависимости от ряда других причин (системы подвески, пара-

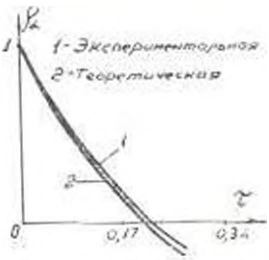

Рис. 5.

метров направляющего колеса и т. д.). С этой точки зрения, кривая, изображенная на рис. 4, должна служить одним из факторов, оценивающих оптимальную длину звена гусеничной ленты данного типа машины.

Для проверки теоретических выводов были проведены эксперименты по определению корреляционных функций почвы, гусеницы и указанных углов. Сами углы непосредственно не измерялись, а вычислялись по известным ординатам гусеничной ленты. По найденным значениям углов строилась корреляционная функция $K_\alpha(\tau)$ и определялась дисперсия D_α. Далее по формулам (9) и (11) определялись теоретические значения $K_\alpha(\tau)$ и D_α. Как видно из рис. 5, найденные теоретические и экспериментальные (аппроксимированные) корреляционные функции совпадают.

Таким образом, можно сделать следующие выводы.

1. Зная вероятностные характеристики микропрофиля, можно определить вероятностные характеристики гусеничной ленты, поскольку последние полностью определяются функцией $K_x(\tau)$.

2. Переход корреляционной функции $K_x(\tau)$ через 0 почти всегда получается в промежутке между $\tau=\Delta$ и $\tau=2\Delta$, то есть корреляционная связь между углами, образованными звеньями с горизонтальной осью, слабая. Этот вывод распространяется как на деформирумые, так и на жесткие почвы. Физическая сущность этого явления в том, что вероятность прохождения бугров, длина образующих которых больше 1 *м* (т. е. $\tau>6$), весьма мала. Поэтому для всех экспериментально полученных кривых переход корреляционной функции через 0 получался в промежутке $[\Delta, 2\Delta]$, откуда ясно, что корреляционной связью между соседними углами в первом приближения можно пренебречь и считать, что углы, образованные направлениями гусениц с горизонтальной осью, независимы (поскольку они подчинены нормальному закону распределения).

3. График $D_x(\Delta)$ может служить вспомогательным критерием, позволяющим (в совокупности с другими конструктивными требованиями) определить оптимальную длину звена гусеничной ленты.

ЮНИИС—НАТИ Поступило 13.IV.1971.

Ռ. Վ. ՍԻՐԵԿԱՆՅԱՆ, Ռ. Խ. ՍՈՂՈՄՈՆՅԱՆ, Լ. Բ. ԶԱՔԱՐՅԱՆ

ԹՐԹՈՒՐԱՎՈՐ ՇՂԹԱՅԻ ԵՎ ՀՈՂԻ ԱՆՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆԱՅԻՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում հավանականությունների տեսության մեթոդներով ուսումնասիրվում է թրթուրավոր շղթայի և հողի անհարթությունների փոխազդեցությունը։ Ցույց է տրված թրթուրավոր շղթայի և հողի անհարթությունների հավանականական բնութագրերի կապը։ Ստացված է թրթուրավոր շղթայի օղակի լավագույն երկարության ընտրման պայմանները։ Տեսականորեն ստացված արդյունքները հաստատվել են փորձնականորեն։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Свешников А. А.* Прикладные методы теории случайных функций. „Наука", 1968.
2. *Силаев А. А.* Спектральная теория подрессоривания транспортных машин. Машгиз, 1963.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 1, 1972 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

Р. М. БАРСЕГЯН

ФИЛЬТРАЦИЯ ЖИДКОСТИ В СЛОИСТЫХ ПЛАСТАХ С ПЕРЕМЕННЫМИ МОЩНОСТЯМИ И КОЭФФИЦИЕНТАМИ ФИЛЬТРАЦИИ СЛАБОПРОНИЦАЕМЫХ ПРОСЛОЕК

В задачах о фильтрации жидкости в гидравлически связанных водоносных горизонтах мощности слабопроницаемых прослоек, разделяющих водоносные горизонты, обычно осредняются по высоте, вследствие чего движение жидкости рассматривается в горизонтально залегаемых горизонтах.

Представляет интерес произвести оценку практической допустимости осреднения мощностей слабопроницаемых прослоек. В статье производится такая оценка путем сравнения решений для двух типовых задач, относящихся к модели Мятиева-Гиринского. Сопоставляются решения задач, найденные без осреднения мощности слабопроницаемой прослойки (точные решения), с решениями с осреднением мощности слабопроницаемой прослойки (приближенные решения).

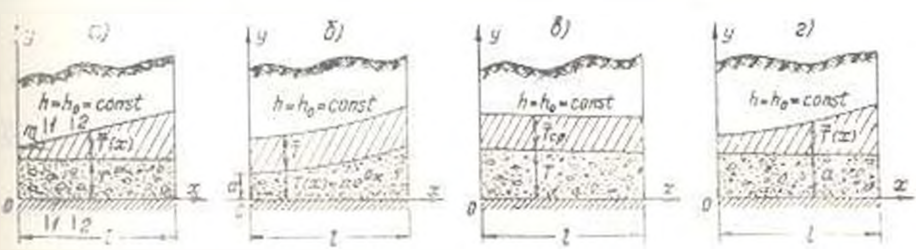

Рис. 1.

Сущность первой задачи заключается в следующем. Требуется найти решение для случая одномерной напорной установившейся фильтрации однородной несжимаемой жидкости (по закону Дарси) в трехслойном недеформируемом массиве при условии, что верхний и нижний слои сильнопроницаемы и разобщены средним слабопроницаемым слоем (рис. 1, *а*, *б* и *в*). В верхнем сильнопроницаемом слое напор h_0 = const. Нижняя и верхняя границы массива являются кровлями водоупора.

1°. **Точные решения задач.** а) Пусть мощность слабопроницаемой прослойки изменяется по линейному закону (рис. 1, *а*). Найдем уравнение, которому должен удовлетворить напор $h(x)$ в нижнем водоносном горизонте массива. Для этого составим баланс фильтрационного расхода в бесконечно малом отсеке ($1-1$, $2-2$) нижнего слоя массива. Согласно закону Дарси удельный фильтрационный расход, поступающий в рассматриваемый отсек через сечение $1-1$, будет $q = -KT\frac{dh}{dx}$. Удельный фильтрационный расход, выходящий через сечение $2-2$, будет $q+dq = q - KT\frac{d^2h}{dx^2}$. Следовательно, дефицит количества жидкости в рассматриваемом отсеке за единицу времени составит $-KT\frac{d^2h}{dx^2}dx$. Этот дефицит равен удельному фильтрационному расходу, поступающему через кровлю отсека, равному $-\overline{K}\frac{h-h_0}{\overline{T}+mx}$.

Отсюда получим уравнение баланса удельного фильтрационного расхода в рассматриваемом отсеке:

$$\frac{d^2h}{dx^2} - \frac{\overline{K}(h-h_0)}{KT(\overline{T}_0+mx)} = 0, \tag{1}$$

где $m = \operatorname{tg}\beta$; K и $\overline{K}$ — коэффициенты фильтрации соответственно водоносного горизонта и слабопроницаемой прослойки; остальные обозначения показаны на рис. 1.

Общее решение уравнения (1) имеет вид:

$$h - h_0 = \xi[C_1 I_1(\xi) + C_2 K_1(\xi)], \tag{2}$$

где

$$\xi = \frac{2}{m}\sqrt{\frac{\overline{K}(mx+\overline{T}_0)}{KT}};$$

$I_1(\xi)$ и $K_1(\xi)$ — модифицированные функции Бесселя первого порядка соответственно первого и второго родов.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 задаемся граничными условиями

$$h|_{x=0} = h_1, \quad h|_{x=l} = h_2. \tag{3}$$

С помощью (3) решение (2) приводится к виду

$$h = h_0 + \xi\left\{\frac{(h_1-h_0)\xi_2[K_1(\xi_2)I_1(\xi) - I_1(\xi_2)K_1(\xi)]}{\xi_1\xi_2[I_1(\xi_1)K_1(\xi_2) - K_1(\xi_1)I_1(\xi_2)]} + \frac{(h_2-h_0)\xi_1[I_1(\xi_1)K_1(\xi) - K_1(\xi_1)I_1(\xi)]}{\xi_1\xi_2[I_1(\xi_1)K_1(\xi_2) - K_1(\xi_1)I_1(\xi_2)]}\right\}, \tag{4}$$

где

$$\xi_1 = \frac{2}{m}\sqrt{\frac{\overline{K}\,\overline{T}_0}{KT}}; \qquad \xi_2 = \frac{2}{m}\sqrt{\frac{\overline{K}(ml+\overline{T}_0)}{KT}}.$$

Отметим, что при достаточно малых $\overline{K}/K$ (например, при $\overline{K}/K \leqslant 0{,}001$) можно воспользоваться выражением

$$h = h_0 + (mx + \overline{T}_0)\left[\frac{(h_1 - h_0)(ml + \overline{T}_0)\ln\sqrt{\dfrac{ml + \overline{T}_0}{mx + \overline{T}_0}}}{\overline{T}_0(mx + \overline{T}_0)\ln\dfrac{ml + \overline{T}_0}{\overline{T}_0}} + \frac{(h_2 - h_0)\overline{T}\ln\sqrt{\dfrac{mx + \overline{T}_0}{\overline{T}_0}}}{\overline{T}_0(mx + \overline{T}_0)\ln\dfrac{ml + \overline{T}_0}{\overline{T}_0}}\right], \tag{5}$$

которое можно получить из (4), если удовлетвориться только первыми членами рядов функций $I_1(\xi)$ и $K_1(\xi)$.

б) Пусть требуется найти напор $h = h(x)$ нижнего водоносного горизонта при схеме, приведенной на рис. 1, *б*. Эта задача отличается от первой тем, что мощности слабопроницаемой прослойки и основного водоносного горизонта изменяются по экспоненциальному закону.

Как и в предыдущем случае находим, что напор $h = h(x)$ удовлетворяет уравнению [1]:

$$\frac{d^2h}{dx^2} + \frac{T'(x)}{T(x)}\frac{dh}{dx} - \frac{\overline{K}(h - h_0)}{K\,T(x)\,\overline{T}(x)} = 0, \tag{6}$$

где $T(x) = ae^{bx}$ и $\overline{T}(x) = \mu a e^{bx}$ — соответственно мощности нижнего водоносного горизонта и слабопроницаемой прослойки;

$$T'(x) = abe^{bx};$$

a, b и μ — постоянные.

При граничных условиях (3) решение уравнения (6) имеет вид:

$$h = h_0 + \frac{(h_1 - h_0)\,\mathrm{sh}\sqrt{\gamma}\,(\xi - \xi_2) + (h_2 - h_0)\,\mathrm{sh}\sqrt{\gamma}\,(\xi_1 - \xi)}{\mathrm{sh}\sqrt{\gamma}\,(\xi_1 - \xi_2)}, \tag{7}$$

где

$$\xi = -\frac{e^{-bx}}{ab};\quad \xi_1 = -\frac{1}{ab};\quad \xi_2 = -\frac{e^{-bl}}{ab};\quad \gamma = \frac{\overline{K}}{K\mu}.$$

2°. Приближенные решения задач. При осреднении мощности слабопроницаемой прослойки (для двух вышерассмотренных задач) слои пласта становятся горизонтальными (рис. 1, *в*). В этом случае напор $h = h(x)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2h}{dx^2} - \frac{\overline{K}}{KT\overline{T}_{\text{ср}}}(h - h_0) = 0, \tag{8}$$

решение которого при граничных условиях (3) имеет вид:

$$h = h_0 + \frac{(h_1 - h_0)\,\mathrm{sh}\sqrt{\lambda}\,(l - x) + (h_2 - h_0)\,\mathrm{sh}\sqrt{\lambda}\,x}{\mathrm{sh}\sqrt{\lambda}\,l}, \tag{9}$$

где

$$\lambda = \frac{\overline{K}}{KT\overline{T}_{\text{cp}}}.$$

Осреднение мощности слабопроницаемой прослойки по высоте для второй задачи в отличие от первой (где осреднение было произведено в пределах верхнего горизонта) влечет за собой осреднение мощности водоносного горизонта. Естественно, что в этом случае ожидаемое расхождение между значениями напоров, вычисленными точным и приближенным методами, будет значительное.

Сопоставлением величин напоров, вычисленных по формулам (4), (7) и (9) (соответственно: $h = h_т$, $h = h_I$ и $h = h_{II}$) при одинаковых параметрах, входящих в эти формулы, можно судить о степени расхождения между значениями напоров в одних и тех же сечениях. В табл. 1 приводятся результаты вычислений при следующих исходных данных: $h_0 = 20$ м; $\beta = 5^{\circ}$; $\overline{T}_1 = 10$ м; $l = 1000$ м; $T = 20$ м [по формулам (4) и (9)]: $\overline{K} = 0{,}001$ м/сутки; $K = 0{,}1$ м/сутки. При значениях $a = 6{,}25$ и $b = 0{,}002$ осредненные по высоте мощности слабопроницаемой прослойки и нижнего водоносного горизонта второй задачи совпадают с соответственными мощностями слоев первой задачи. В четвертой и пятой строках таблицы приведены значения напоров h'_I и h'_{II}, вычисленные по формуле (7), и h'_{II}—по формуле (9) при $\overline{K}/K = 0{,}0001$.

Таблица 1

Сечения, x в м		0	100	200	500	800	900	1000
Напоры, в м	$h_т$	40	33,6	31,0	32,7	43,4	51,5	60
	h_{II}	40	35,7	32,8	32,0	42,3	49,7	60
	h_I	40	30,9	28,3	26,0	51,1	57,0	60
	h'_I	40	44,6	47,7	54,1	58,0	59,2	60
	h'_{II}	40	42,5	44,0	50,0	56,0	58,0	60

Как видно из таблицы, расхождение между точными и приближенными значениями напоров при $0{,}01\,K \leq \overline{K}$ значительное и при изучении фильтрации на больших территориях не следует им пренебречь.

Таким образом, при решении конкретных задач фильтрации в многослойных пластах осреднение мощностей слабопроницаемых прослоек с требуемой точностью в большинстве случаев можно считать нецелесообразным. Осреднение особенно недопустимо, если оно влечет за собой осреднение мощностей водоносных горизонтов.

Ниже дается решение некоторых конкретных задач фильтрации жидкости в многослойных пластах без осреднения мощностей слабопроницаемых прослоек. Получены уравнения движения и найдены их решения.

1. Рассмотрим фильтрацию жидкости в прямоугольном массиве, вертикальное сечение которого приведено на рис. 1, г. Требуется найти напор нижнего водоносного горизонта, если мощность слабопроницаемой прослойки изменяется по закону

$$\bar{T}(x) = ae^{bx},$$

где a и b — постоянные.

Искомый напор $h(x)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2h}{dx^2} - \frac{\bar{K}}{KTa}e^{-bx}(h - h_0) = 0. \tag{10}$$

Решением уравнения (10) является

$$h(x) = h_0 + J_0\left(2\gamma i e^{-\frac{bx}{2}}\right)\left[C_2 - bC_1\int\frac{dx}{J_0^2\left(i2\gamma e^{-\frac{bx}{2}}\right)}\right],$$

где J_0 — функция Бесселя; $\gamma^2 = \frac{\bar{K}}{KTab^2}$; C_1 и C_2 — постоянные, определяемые с помощью граничных условий, которые могут быть 1-го, 2-го или 3-го родов.

2. Пусть требуется найти напор $h = h(x)$ нижнего водоносного горизонта для схемы рис. 1, а при условии, что коэффициент фильтрации слабопроницаемой прослойки $\bar{K}(x)$ — линейная функция

$$\bar{K}(x) = \bar{K}_1 + \frac{\bar{K}_2 - \bar{K}_1}{l}x,$$

где $\bar{K}_1$ и $\bar{K}_2$ — коэффициенты фильтрации слабопроницаемой прослойки соответственно в сечениях $x = 0$ и $x = l$.

Искомый напор $h(x)$ нижнего водоносного горизонта удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2h}{dx^2} = \frac{\bar{K}_1 l + (\bar{K}_2 - \bar{K}_1)x}{lKT(mx + \bar{T}_0)}(h - h_0). \tag{11}$$

С помощью подстановки

$$h - h_0 = \frac{t}{2p}e^{-\frac{t}{2}}H(t)$$

уравнение (11) преобразуется к вырожденному гипергеометрическому уравнению

$$t\frac{d^2H}{dt^2} + (2 - t)\frac{dH}{dt} - \left(1 + \frac{q}{2p}\right)H = 0, \tag{12}$$

где

$$p^2 = \frac{\overline{K}_2 - \overline{K}_1}{l(KTm)^2}; \quad q = \frac{l\overline{K}_1 KTm - KT\overline{T}_0(\overline{K}_2 - \overline{K}_1)}{l(KTm)^2}.$$

Общее решение уравнения (12) имеет вид:

$$H(t) = C_1F(n, 2, t) + (n-1)C_2\Big[F(n, 2, t)\ln t +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty}\frac{n(n+1)\cdots(n+k-1)}{2\cdot 3\cdots(2+k-1)k!}t^k\sum_{j=0}^{k-1}\left(\frac{1}{n+j} - \frac{1}{2+j} - \frac{1}{1+j}\right)\Big],$$

где

$$F(n, 2, t) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{n(n+1)(n+2)\cdots(n+k-1)}{2\cdot 3\cdots(2+k-1)k!}t^k$$

— вырожденная гипергеометрическая функция; $n = 1 + \frac{q}{2p}$. Для определения постоянных C_1 и C_2 задаются граничные условия (1-го, 2-го или 3-го родов).

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступило 8.II.1971.

Ռ. Մ. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ

ՀԵՂՈՒԿԻ ՖԻԼՏՐԱՑԻԱՆ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ՀԶՈՐՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ ՖԻԼՏՐԱՑԻԱՅԻ ԳՈՐԾԱԿԻՑ ՈՒՆԵՑՈՂ ՎԱՏ ԹԱՓԱՆՑՈՂ ՄԻՋՆԱՇԵՐՏԵՐՈՎ ՃԵՐՏԱՎՈՐ ՀՈՂԱՇԵՐՏԵՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Բազմաշերտ հողաշերտերում հեղուկի ֆիլտրացիայի վերաբերյալ խնդիրներ լուծելիս սովորաբար վատ թափանցող շերտերի հզորությունները անտեսվում են, որի հետևանքով շերտերը ստանում են հիդրավլիկական կապակցություն։

Հոդվածում լուծված են խնդիրներ առանց անտեսելու բաժանող վատ թափանցող շերտի հզորությունը։ Այդ լուծումները համեմատվում են նույն խնդիրների լուծումների հետ՝ միայն վատ թափանցող շերտի անտեսված հզորությամբ։ Պարզվում է, որ շատ դեպքերում այդ անտեսումը անթույլատրելի է։ Լուծված են նաև մի քանի խնդիրներ, երբ վատ թափանցող շերտի հզորությունը և ֆիլտրացիայի գործակիցը փոփոխական են։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Барсегян Р. М.* Некоторые задачи неравномерной фильтрации в многослойных пластах. „Известия АН Арм. ССР, Механика“, № 6, 1970.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 1, 1972 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

А. А. ГУРГЕНЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЖИДКОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ СОЕДИНЕНИЯ ФРОНТОВ ВОЛН МЕТОДОМ ЛЕГРАСА

1. Рассматривается осесимметричная задача о движении полупространства сжимаемой идеальной жидкости под действием ударной волны или твердых тел. Исследуется окрестность точки соединения волновых фронтов методом Леграса [1].

Пусть на поверхности жидкости в некоторой точке O произведен взрыв. Ось Ox выбрана по невозмущенной границе жидкости, ось Oy направлена вглубь жидкости (рис. 1). Ударная волна от взрыва распространяется по поверхности жидкости по закону:

$$P = \begin{cases} P_1 P_0\left(\dfrac{x}{Vt}\right) & x < Vt \\ 0 & x > Vt \end{cases} \tag{1.1}$$

где P—давление; t—время с начала движения; V—скорость фронта A давления по границе жидкости; P_1—давление в точке A; P_0—профиль давления за фронтом на поверхности. Картина возмущенного движения показана на рис. 1. Решение этой задачи в линейной постановке для давления P при граничном условии (1) и нулевых начальных условиях найдено в [2] и имеет вид

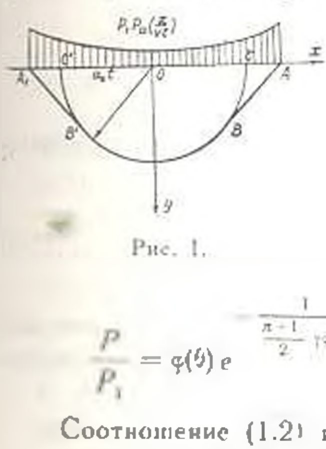

Рис. 1.

$$\frac{P}{P_1} = \varphi(\theta)\, e^{-\frac{1}{\frac{\varkappa+1}{2}\gamma\varphi(\theta)}}, \qquad \text{где} \qquad \varphi(\theta) = \frac{M^2 \sin\theta}{(1 - M^2\cos^2\theta)^{3/2}}. \tag{1.2}$$

Соотношение (1.2) имеет место на BB' всюду, кроме окрестности точки B, где решение становится двумерным. В [3] и [4] показано, что в этой области решение будет короткой волной, зависящей от двух переменных, и найдены частные решения этих уравнений, которые удовлетворяют условию непрерывности касательной составляющей скорости к ударной волне в точке B, лишь в нулевом порядке. Так как именно в окрестности этой точки происходит наибольшее изменение решения, то необходимо применить другие методы, которые дают более точные результаты.

Покажем, что используя метод Легласа, который приводит к численному интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений, можно определить окрестность точки B, причем, условиям на ударной волне удовлетворить не только в точке B, а всюду, и в точке B не в нулевом порядке, а в первом.

Для плоской задачи этим же методом с помощью стыковки удалось найти решение в окрестности особой точки B в виде ряда по степеням α, которое удовлетворяет всем условиям задачи включительно до второго порядка [5].

Уравнение движения и неразрывности для осесимметричного движения в окрестности точки B можно записать в виде уравнения коротких волн [3]

$$\frac{\partial\mu}{\partial\xi}(\mu-\xi)+\mu+\frac{1}{2}\frac{\partial\nu}{\partial y}=0,$$

$$\frac{\partial\mu}{\partial Y}=\frac{\partial\nu}{\partial\xi}, \tag{1.3}$$

где введены обозначения:

$$v_r=a_0M_0\mu;\quad v_\theta=a_0\sqrt{\frac{n+1}{2}}V_0\nu;\qquad \frac{P}{Bn}=M_0\alpha;$$

$$r_1=a_0t\left(1-\frac{n+1}{2}\delta_0\xi\right);\quad \theta-\theta_0=\sqrt{\frac{n+1}{2}}\vartheta Y;\qquad \cos\theta_0=\frac{a_0}{V};$$

$$M_0=\delta_0=\left(\frac{P_1}{Bn}\right)^{[illegible]};\qquad V=\delta_0^{[illegible]};\quad \vartheta_0=\delta_0^{1/2}.$$

Условия на ударном фронте BB' (рис. 1) в этих переменных можно записать в виде

$$\nu-\mu\sqrt{2\xi-\mu}=0;\qquad \frac{\partial\xi}{\partial Y}+\sqrt{2\xi-\mu}=0, \tag{1.4}$$

где первое уравнение выражает условие непрерывности касательной составляющей скорости к фронту ударной волны, а второе — скорость распространения ударной волны BB'.

Решение уравнений (1.2) и (1.4) ищем в параметрическом виде:

$$\mu=a_1(\alpha)+tl_1(\alpha);\qquad \nu=b_2(\alpha)+tl_2(\alpha);$$

$$\xi=l(\alpha)+tl'(\alpha);\qquad Y=m(\alpha)+t\beta(\alpha), \tag{1.5}$$

где α и t параметры, причем, $t=0$ — уравнение ударной волны.,

Функции $a_1(\alpha)$, $l_3(\alpha)$, $b_4(\alpha)\cdots$ — безразмерные.

Первое уравнение (1.3) в переменных (1.5) запишется так:

$$[a_1'\beta - l_3 m' + t(l_3'\beta - l_3\beta')][a_1 - l + t(l_3 - \Gamma)] + (a_1 + t l_3)[\beta l' - \Gamma m' +$$

$$+ t(\beta\Gamma' - \Gamma\beta')] + \frac{1}{2}[-b_2'\Gamma + l_2 l' - t(l_2\Gamma' - l_2'\Gamma)] = 0. \qquad (1.6)$$

Приравниваем в (1.6) слагаемые без t:

$$(a_1'\beta - l_3 m')(a_1 - l) + a_1(\beta l' - \Gamma m') - \frac{1}{2} b_2'\Gamma + \frac{1}{2} l_2 l' = 0, \qquad (1.7)$$

то же при t:

$$(a_1'\beta - l_3 m')(l_3 - \Gamma) + (\beta l_3' - \beta' l_3)(a_1 - l) + l_3(\beta l' - \Gamma m') +$$

$$+ a_1(\beta\Gamma' - \Gamma\beta') - \frac{1}{2}(l_2\Gamma' - l_2'\Gamma) = 0, \qquad (1.8)$$

то же при t^2:

$$(\beta l_3' - \beta' l_3)(l_3 - \Gamma) + l_3(\beta\Gamma' - \Gamma\beta') = 0. \qquad (1.9)$$

Второе уравнение (1.3) дает:

$$-a_1'\Gamma - l_3 l' - b_2'\beta + l_2 m' = 0; \qquad (1.10)$$

$$l_3\Gamma' - l_3'\Gamma - \beta l_2' + l_2\beta' = 0. \qquad (1.11)$$

Условия на ударной волне BB' запишутся в виде:

$$l' + \sqrt{2l - a_1}\, m' = 0; \qquad (1.12)$$

$$b_2 - a_1\sqrt{2l - a_1} = 0. \qquad (1.13)$$

Нетрудно показать, что в этих уравнениях $l_3(x)$ входит однородно, так что можно положить $l_3(x) = 1$.

Для решения вышепоставленной задачи получили семь обыкновенных дифференциальных уравнений для семи неизвестных функций (1.5).

Поскольку получена однородная система уравнений, примем $a_1(x) = 1 - x$. Тогда получатся семь уравнений для шести неизвестных, поэтому уравнение (1.9) при t^2 следует отбросить, что возможно вследствие малости t вблизи ударной волны. Граничными условиями для этих уравнений может служить решение этих же уравнений в точке пересечения ударных волн AB и BB' и условия соединения этого решения с известным решением на AB в точке B [3]:

$$\alpha_1 = 1 + \sqrt{\lambda}\sqrt{-Y_1}; \quad \beta_1 = 1 + \sqrt{\lambda}\sqrt{-Y_1} + \frac{1}{2} Y_1, \qquad (1.14)$$

где

$$\lambda = \sqrt{\frac{n+1}{2}} \sin\delta_1 \cos\delta_1; \quad \sin\delta_1 = 1/M.$$

Однако, для определения всех неизвестных функций в точке приходится дифференцировать каждое из этих уравнений по три раза, вследствие чего получаются двадцать восемь нелинейных алгебраических уравнений, решение которых представляет большие трудности. Поэтому здесь, в отличие от плоской задачи, примем $\beta(\alpha)=0$ и $\Gamma(\alpha)=1$, причем. уравнения (1.9) и (1.11) выпадают, а для остальных неизвестных функций остаются следующие уравнения:

$$\left.\begin{aligned} & m'(l-2a_1)-\frac{1}{2}\,b_2-\frac{1}{2}\,l_2 l'=0; \\ & m'+\frac{1}{2}\,l_2'=0; \quad -a_1 l'+l_2 m'=0; \\ & l'-\sqrt{2l-a_1}\,m'=0; \; b_2-a_1\sqrt{2l-a_1}=0. \end{aligned}\right| \tag{1.15}$$

Если продифференцировать уравнения (1.15) один раз и перейти к точке, использовав соотношения (1.14), то получатся десять алгебраических уравнений для десяти неизвестных. Однако оказывается, что эти уравнения не имеют действительного решения, т. е. удовлетворить в точке всем условиям задачи включительно до второго порядка по $\alpha-\alpha_1$ невозможно, поэтому вместо последнего уравнения (1.15), выражающего условие сохранения касательной составляющей скорости во втором порядке, возьмем второе уравнение (1.15), проинтегрированное в виде $l_2=-2m+C$, причем, задаваясь C, найдем решение в точке $\alpha=\alpha_1$ и подберем такое C, чтобы решение системы (1.15) вдали от начальной точки переходило в известное решение на BB_1 (1.2). В этом случае уравнения (1.15) для точки B приводятся к следующему уравнению:

$$x^4-\sqrt{\lambda}\,x-(2x^2+C)\sqrt{\sqrt{\lambda}\,x+x^4}+ \\ +\left(\sqrt{\sqrt{\lambda}\,x+x^4}-\frac{\sqrt{\lambda}\,x}{2\sqrt{\sqrt{\lambda}\,x+x^4}}\right)\left(\sqrt{\sqrt{\lambda}\,x+x^4}-2x^2-C\right)=0, \tag{1.16}$$

где

$$x=\sqrt{-m(\alpha_1)}. \tag{1.17}$$

При $n=7$, $M=2$, $C=-1.3$ корень этого уравнения есть $x=0{,}8059$. Вычисляя остальные неизвестные, решение в малой окрестности точки B можно представить в виде:

$$\left.\begin{aligned} & m(\alpha)=-0{,}6495+0{,}6818(\alpha-\alpha_1)+0{,}3066(\alpha-\alpha_1)^2+\cdots \\ & l(\alpha)=1{,}9436-1{,}0007(\alpha-\alpha_1)+0{,}6825(\alpha-\alpha_1)^2+\cdots \\ & b_2(\alpha)=2{,}5433-2{,}0589(\alpha-\alpha_1)-3{,}6594(\alpha-\alpha_1)^2+\cdots \\ & l_2(\alpha)=-0{,}0010-1{,}3635(\alpha-\alpha_1)+0{,}6131(\alpha-\alpha_1)^2+\cdots, \end{aligned}\right\} \tag{1.18}$$

где

$$\alpha_1=-0.7327.$$

Для определения решения вдали от точки B можно численно интегрировать систему (1.15) с граничными условиями (1.18), причем, второе уравнение, соответствующее первой степени l, отбрасывается, что возможно вследствие малости l вблизи ударной волны BB'.

Результаты расчетов для $\gamma=1/400$ и $\gamma=1/1000$ приведены на рис. 2.

В случае проникания твердых тел вращения, в частности конуса, в жидкость с постоянной сверхзвуковой скоростью V, область возмущенного движения ограничена линией $ABCA'B'$ (рис. 3). Ось Or выбрана по поверхности жидкости, ось Oz — по оси конуса.

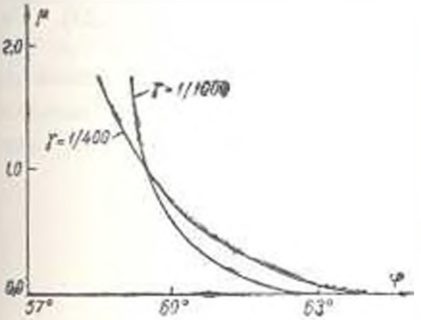

Рис. 2.

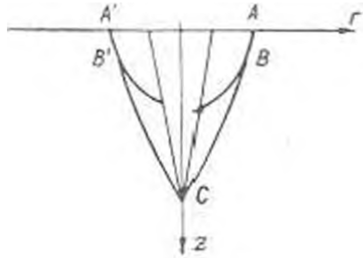

Рис. 3.

Так как задача осесимметрична, то можно использовать уравнения (1.6—1.13), причем, в последних двух уравнениях знаки перед радикалом нужно поменять на обратные.

Для определения решения в точке пересечения BC и BB' (рис. 3) разложим функции в ряд Тейлора по $\alpha-\alpha_1$ и оставим члены до второго порядка. Тогда получается двадцать одно нелинейное алгебраическое уравнение и столько же неизвестных. Однако, эти уравнения трудно решаются, поэтому, как и в предыдущей задаче, примем $\beta(\alpha)=0$ и $\Gamma(\tau)=1$, после чего получим следующую систему уравнений в точке

$$
\left.
\begin{aligned}
&-m'' + m'(l'-2) - 0{,}5b_2 + 0{,}5l_2 l' - 0{,}5l_4 l'' = 0;\\
&-m' - 0{,}5b_2 + 0{,}5l_4 l' = 0; \quad m' - 0{,}5l_1 = 0;\\
&m'' - 0{,}5l_3 = 0; \qquad 1 - l' + l_4 m' = 0;\\
&l'' + l_2 m' - l_1 m'' = 0; \quad l' - m' = 0;\\
&l'' - m'' + m'^2 - 0{,}5 = 0; \quad b_2 - l' - 0{,}5 = 0.
\end{aligned}
\right| \qquad (1.19)
$$

Здесь условие непрерывности касательной составляющей скорости к фронту ударной волны AB выполняется в первом порядке по $\alpha-\alpha_0$, где $\alpha_0=0$ в силу $\gamma=a_1(\alpha)=1-\alpha=1$ [4]. Решая эти уравнения, получим решение в окрестности точки B в виде

$$m(\alpha) = 1 + \frac{3}{4}\alpha + \frac{45}{64}\alpha^2 + \dots$$

$$
l(a)=1+\frac{3}{4}a+\frac{57}{64}a^2+\cdots
$$

$$
b_2(a)=-1-\frac{5}{4}a-\frac{263}{64}a^2+\cdots \tag{1.20}
$$

$$
l_1(a)=\frac{1}{3}-\frac{3}{2}a-\frac{45}{64}a^2+\cdots
$$

Вдали от точки B вдоль ударной волны AB решение получится интегрированием системы (1.15) при граничных условиях (1.20). Результаты расчетов приведены на рис. 4.

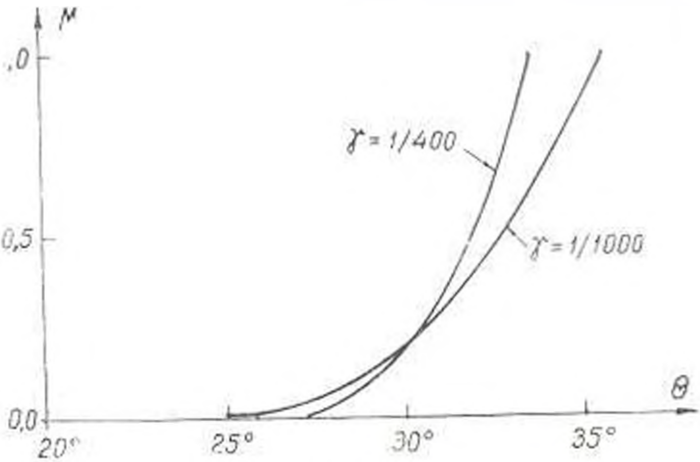

Рис. 4.

2. Приведенным методом можно исследовать также окрестности точки соединения фронтов волн в задаче о движении полупространства бесконечно проводящей сжимаемой жидкости в магнитном поле. Постановка и решение линейной задачи как в плоском, так и в осесимметричном случае даны в [6]. Тем же автором в работе [7] для плоской задачи в окрестности точки B (рис. 1) получено нелинейное уравнение и показано, что оно совпадает с уравнением коротких волн для однородной непроводящей жидкости. Следуя [7], получим в окрестности точки B нелинейное уравнение для осесимметричной задачи.

Уравнения магнитной газодинамики в этом случае имеют вид [8]:

$$
\frac{\partial H_x}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial y}(v_x H_y-v_y H_x)+\frac{1}{y}(v_x H_y-v_y H_x);
$$

$$
\frac{\partial H_y}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial x}(v_x H_y-v_y H_x);
$$

$$
\frac{\partial v_x}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}=\frac{1}{4\pi\rho}\left(\frac{\partial H_x}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial x}\right)H_y; \tag{2.1}
$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_y}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}=-\frac{1}{4\pi\rho}\left(\frac{\partial H_x}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial x}\right)H_x;$$

$$\frac{\partial P}{\partial t}+v_x\frac{\partial P}{\partial x}+v_y\frac{\partial P}{\partial y}+\rho a^2\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{v_y}{y}\right)=0. \quad (2.1)$$

Пусть $\beta=\beta(\alpha)$ — дисперсионное уравнение плоских волн для линейного варианта (2.1). Если в уравнениях (2.1) перейти к переменным $x_1=\alpha_0 x+\beta_0 y-t$, $\frac{1}{V}=\alpha_0$, где уравнение точечной волны CBB_1C_1 есть $x_1=0$, и оставить в нелинейных частях слагаемые второго порядка, заменив в них все производные через производные по x_1, при начальном магнитном поле H_0, направленном по оси x, можно получить [6]:

$$\tau h_x+\xi_2 v_y=2\frac{\beta_0^2}{\rho_0^2 a_0^2\mu}P\frac{\partial P}{\partial x_1}-\frac{1}{y}\frac{\beta_0}{\rho_0\mu}P;$$

$$\tau h_y-\xi_1 v_y=-2\frac{\alpha_0\beta_0}{\rho_0^2 a_0^2\mu}P\frac{\partial P}{\partial x_1};$$

$$\tau v_x+\frac{1}{\rho_0}\xi_1 P=-\frac{a_1^2\rho_0\beta_0^2}{a_0^2\rho_0^2\mu}\,\frac{1}{1-a_1^2\alpha_0^2}\,P\frac{\partial P}{\partial x_1}; \quad (2.2)$$

$$\tau v_y+\frac{1}{\rho_0}\xi_2 P+a_1^2(\xi_2 h_x-\xi_1 h_y)=-\frac{a_1^2\beta_0^2}{a_0^2\rho_0^2\mu}\,\frac{1}{1-a_1^2\alpha_0^2}\,P\frac{\partial P}{\partial x_1};$$

$$\tau P+\rho_0 a_0^2\xi_1 v_x+\rho_0 a_0^2\xi_2 v_y=-2\alpha_2\frac{1}{\rho_0 a_0^2}P\frac{\partial P}{\partial x_1}-\frac{1}{y}\rho_0 a_0^2\frac{\beta_0}{\rho_0\mu}P,$$

где

$$\tau=\frac{\partial}{\partial t};\quad \xi_1=\frac{\partial}{\partial x};\quad \xi_2=\frac{\partial}{\partial y};\quad \mu=1-a_1^2(\alpha_0^2+\beta_0^2);\quad a_1^2=\frac{H_0^2}{4\pi\rho_0};$$

P — давление; v_x, v_y — составляющие скорости; ρ_0, α_0 — невозмущенные плотность и скорость, отнесенные к $H_0(0)$; h_x, h_y — возмущенные значения напряженности магнитного поля. Уравнение состояния взято в виде $a=a_0(\alpha_2-1)\frac{P}{\rho_0 a_0}$, а правые части в (2.2) получены использованием характеристических соотношений:

$$v_x=\frac{\alpha_0}{\rho_0}P;\quad v_y=\frac{\beta_0}{\rho_0\mu}P;\quad h_x=\frac{\beta_0^2}{\rho_0\mu}P;\quad h_y=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\alpha_0\beta_0}{\mu}P.$$

Решая систему (2.2) относительно P, можно получить:

$$\Delta_0 P=\Delta_1 P\frac{\partial P}{\partial x_1}, \quad (2.3)$$

где $\Delta_1=\left[\alpha_1 a_0^2 a_1^2\rho_0\xi_2^2+\alpha_1\rho_0 a_0^2 a_1^2\frac{\alpha_0}{\beta_0}\xi_1\xi_2-\alpha_2\rho_0 a_0^2\xi_2\right][\tau^2-a_1^2(\xi_1^2+\xi_2^2)]-$

$$-\alpha_3\frac{\beta_0}{\rho_0}\rho_0 a_0^2\tau^2\xi_2+\alpha_5[\tau^3-\tau a_1^2(\xi_1^2+\xi_2^2)]\Big\}P\frac{\partial P}{\partial x_1}-\frac{1}{y}\frac{\beta_0}{\rho_0\mu}a_1^2\tau\xi_2^2 P+$$

$$+\frac{1}{y}\frac{a_0^2\beta_0}{\mu}[\tau^3-\tau a_1^2(\xi_1^2+\xi_2^2)]P;$$

$$\Delta_0=[\tau^2-a_1^2(\xi_1^2+\xi_2^2)](\tau^2-a_0^2\xi_3^2)-a_0^2\tau^2\xi_2^2,$$

причем, введены обозначения:

$$\alpha_1=-2\frac{\beta_0^2}{\rho_0^2 a_0^2\mu};\quad \alpha_2=-\frac{a_1^2\alpha_0\beta_0^2}{a_0^2\rho_0\mu}\frac{1}{1-a_1^2\alpha_0^2};\quad \alpha_5=-2\alpha_2\frac{1}{\rho_0 a_0^2}.$$

Если в выражениях Δ_0 и Δ_1 перейти к переменным [7]

$$x_1=\alpha_3\frac{x}{t}+\beta_2\frac{y}{t}-1,\ \alpha_2=\frac{1}{V}\ \text{ и } t,$$

а в Δ_1 производные заменить через производные по x_1, то можно получить:

$$\Delta_1=\left\{3\frac{\beta_3^2}{\rho_0}\frac{a_1^2(\alpha_3^2+\beta_3^2)}{t^4\mu}+\frac{2\alpha_2\mu}{t^4\rho_0 a_0^2}\right\}\frac{\partial^3}{\partial x_1^3}\left(P\frac{\partial P}{\partial x_1}\right)+\frac{\mu_1}{t^4}\frac{\partial^3 P}{\partial x_1^3}.$$

Для Δ_0 после вычислений можно получить приближенное выражение [7]:

$$\frac{2\mu_1}{t^4}x_1\frac{\partial^4}{\partial x_1^4}-\frac{2\mu_1}{t^3}\frac{\partial^4}{\partial x_1^3\partial t}-\frac{\mu_1}{t^4}\frac{\partial^4}{\partial x_1^2\partial y_1^2}+\frac{\mu_1}{t^4}\frac{\partial^3}{\partial x_1^3},$$

где

$$\mu_1=2-(a_0^2+a_1^2)(\alpha_3^2+\beta_3^2);\qquad y_1=\left(\frac{1}{V}-\alpha_3\right)\sqrt{-\beta''y/t};$$

а $\beta''(\alpha)$ определяется из уравнения для поверхности нормалей

$$1-(\alpha_3^2+\beta_3^2)(a_0^2+a_1^2-a_0^2a_1^2\alpha^2)=0.$$

Подставляя выражения Δ_0 и Δ_1 в (2.3), получим:

$$\frac{\partial^4 P}{\partial x_1^4}\frac{2\mu_1}{t^4}x_1-\frac{\partial^4 P}{\partial x_1^3\partial t}\frac{2\mu_1}{t^3}-\frac{\partial^4 P}{\partial x_1^2\partial y_1^2}\frac{\mu_1}{t^4}+\frac{\partial^3 P}{\partial x_1^3}\frac{5\mu_1}{t^4}= \tag{2.4}$$

$$=\frac{A_1}{\rho_0 a_0^2 t^4}\frac{\partial^3}{\partial x_1^3}\left(P\frac{\partial P}{\partial x_1}\right)+\frac{\mu_1}{t^4}\frac{\partial^3 P}{\partial x_1^3},$$

где

$$A_1=3\beta_3^2 a_0^2 a_1^2\frac{\alpha_3^2+\beta_3^2}{1-a_1^2(\alpha_3^2+\beta_3^2)}+2\alpha_2[1-a_1^2(\alpha_3^2+\beta_3^2)].$$

Используя равенство

$$\frac{\partial^4}{\partial x_1^4}\left(x_1\frac{\partial P}{\partial x_1}\right)=3\frac{\partial^4 P}{\partial x_1^4}+x_1\frac{\partial^5 P}{\partial x_1^5}$$

и вводя функцию $\varphi = \rho_t a^{1}\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}$, (2.4) можно записать в виде

$$t\frac{\partial^2\varphi}{\partial t\,\partial x_1} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2}\left(\frac{A_1}{2\mu}\frac{\partial\varphi}{\partial x_1} - x_1\right) + \frac{\partial\varphi}{\partial x_1} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial y_1^2} = 0.$$

Вводя переменные

$$\frac{x_1}{\frac{A_1}{2\mu}} = \xi, \quad \frac{y_1}{\sqrt{\frac{A_1}{2\mu}}} = Y, \quad \varphi = \frac{A_1}{2\mu}\Phi$$

(2.7) можно записать в виде

$$t\frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi\,\partial t} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi} - \xi\right) + \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial Y^2} = 0, \qquad (2.5)$$

что совпадает с уравнением коротких волн для однородной непроводящей жидкости в осесимметричной задаче. Тогда решение, полученное для этого случая в [4], а также решение п. 1 верны и для этой задачи.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступило 11.XI.1970

Ա. Ա. ԳՈՒՐԳԵՆՅԱՆ

ՀԵՂՈՒԿԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՀԱՏՄԱՆ ԿԵՏԻ ՄՈՏ ԼԵԳՐԱՍԻ ՄԵԹՈԴՈՎ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտվում է իդեալական անզիջ հեղուկ կիսատարածության շարժման առանցքասիմետրիկ խնդիրը։ Որոշվում է դաշտի պարամետրերը ալիքային ճակատների հատման կետի մոտ Լեգրասի մեթոդով, որը մինչդեռ ֆունկցիաները և անկախ փոփոխականները ներկայացնում է α և 1 պարամետրերից կախված ֆունկցիաների տեսքով, որտեղ 1 բնորոշում է կետի հեռավորությունը հարվածային ալիքից, իսկ α անկյունային հեռավորությունը։ Խնդրի լուծումը բերվում է սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների սիստեմի, որոնք լուծվում են թվային եղանակով։ Հատման կետի փոքր շրջակայքում լուծումը արտահայտվում է շարքերի տեսքով, որը բավարարում է խնդրի պայմաններին ներառյալ մինչև երկրորդ կարգը ըստ α-ի։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Legras Jean.* Nouvelles applications de la methode de Lightill a l'etudes des ondes de choc. Paris, ONERA 1953, p. 62. Comptes rendus de Seances, 1952

2. *Багдоев А. Г.* Пространственные нестационарные движения сплошной среды с ударными волнами. Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1961.
3. *Багдоев А. Г.* Исследование распределения давления на ударной волне. „Известия АН Арм. ССР, серия физ.-мат. наук", т. XVII, № 4, 1964.
4. *Багдоев А. Г., Гургенян А. А.* Приближенное решение ряда нелинейных задач определения ударных волн в сжимаемой жидкости. „Известия АН Арм. ССР. Механика", т. XXI, № 1, 1968.
5. *Гургенян А. А.* Применение метода Легранса к задаче о движении жидкого полупространства. „Известия АН Арм. ССР. Механика", т. XXIV, № 5, 1971.
6. *Багдоев А. Г.* Некоторые нелинейные задачи о движении сжимаемой жидкости. Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1967.
7. *Багдоев А. Г.* Определение параметров движения среды вблизи каустики. „Известия АН Арм. ССР. Механика", т. XXIII, № 2, 1970.
8. *Бай Ши-и.* Магнитная газодинамика. М., 1964.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 1, 1972 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

А. Я. МАРКАРЯН

РАСЧЕТ СЖАТИЯ ВОЗДУХА, ЗАЩЕМЛЕННОГО В МЕСТЕ РАЗРЫВА СПЛОШНОСТИ ПОТОКА В ТРУБОПРОВОДЕ

Для снижения ударного давления в турбопроводах насосных станций А. Ф. Мошнин [1] предлагает произвести впуск и защемление воздуха в местах образования разрывов сплошности потока. Защемленный воздух, играя роль буфера, изменяет условия образования отраженных волн повышения и понижения давления на границах разошедшихся колонн воды. По мере сближения колонн воздух постепенно сжимается, что удлиняет процесс протекания гидравлического удара и тем самым исключает возможность мгновенного повышения давления.

Методика расчета гидравлического удара при впуске и защемлении воздуха в местах образования разрывов сплошности потока, основанная на применении уравнений упругого гидравлического удара, отличается сложностью и трудоемкостью. Учет волнового характера протекания процесса гидравлического удара не позволяет непосредственно определить максимум повышения давления без промежуточных расчетов.

Целью настоящей статьи является упрощение расчетов гидравлического удара при впуске и защемлении воздуха в местах образования разрывов сплошности потока, путем применения уравнения неустановившегося движения несжимаемой жидкости в неупругой трубе.

Во избежание распространения волн повышения и понижения давления по всей длине трубопровода на вероятных местах образования разрывов сплошности потока рекомендуется устанавливать на трубопроводе отсекающие обратные клапаны и клапаны для впуска и защемления воздуха [1].

Предположим, что после выключения насоса в промежуточной точке трубопровода образуется разрыв сплошности потока, вследствие чего колонны воды раздвигаются на расстояние l_p. Если в месте образования разрыва сплошности потока произвести впуск воздуха, то расстояние между разошедшимися колоннами увеличится. Обозначим это расстояние l_0 (рис. 1). Определим повышение давления в защемленном воздухе при сближении колонны воды к отсекающему обратному клапану, установленному на правой границе воздушного участка трубы. Для этой цели рассмотрим неустановившееся движение воды в простом трубопроводе с защем-

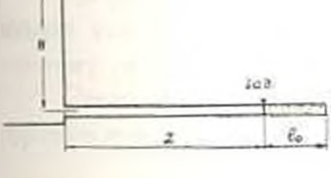

Рис. 1.

ленным воздухом в конце (рис. 1). На границе раздела воды и воздуха установлена задвижка. Начальное абсолютное давление воздуха p_{at}.

Пусть в момент времени $t=0$ мгновенным открытием задвижки вызвано неустановившееся движение воды. Определим скорость движения воды и давление воздуха в зависимости от времени. Будем считать, что в период сжатия воздуха не происходит его растворения в воде и объем воздуха пренебрежимо мал по сравнению с объемом воды, заключенной в трубе, то есть $l_0 \ll L$. Примем также, что передний фронт колонны воды плоский и перпендикулярен к оси трубы. В действительности при движении колонны передний фронт принимает пологую форму, а воздух собирается в верхней части трубы. Однако при этом объем воздуха не меняется, и такая идеализированная схема не может привести к существенному изменению истинной картины явлений.

Если пренебречь потерями напора и скоростным напором, то уравнение неустановившегося движения несжимаемой жидкости в неупругой трубе запишется в виде:

$$H + \frac{p_{at}}{\gamma} = \frac{p}{\gamma} + \frac{L}{g}\frac{dv}{dt}, \tag{1}$$

где p_{at} — атмосферное давление; p — абсолютное давление воздуха; v — скорость движения воды; t — время; L — длина трубы.

Уравнение (1) содержит две неизвестные функции $p(t)$ и $v(t)$. Скорость движения колонны воды можно определить из выражения:

$$v\,dt = -\,dl. \tag{2}$$

Связь между давлением и объемом воздуха выражается уравнением состояния газа.

При изотермическом сжатии воздуха будем иметь:

$$p_{at}\, l_0 = pl. \tag{3}$$

Решая уравнение (1) с учетом уравнений (2) и (3) при начальном условии

$$t = 0 \quad v = 0 \ \text{и} \ p = p_{at}, \tag{4}$$

получим

$$\frac{v}{v_*} = \sqrt{\varepsilon\left(1 - \frac{p_{at}}{p}\right) - \ln\frac{p}{p_{at}}}, \tag{5}$$

где

$$v_* = \sqrt{2g\,\frac{p_{at}}{\gamma}\,\frac{l_0}{L}}; \quad \varepsilon = 1 + \frac{\gamma H}{p_{at}}. \tag{6}$$

Адиабатическое сжатие воздуха характеризуется уравнением

$$p_{at}\, l_0^k = pl^k, \tag{7}$$

где k — показатель адиабаты (для воздуха $k = 1{,}4$).

Совместное решение уравнений (1), (2) и (7) с учетом (4) дает:

$$\frac{v}{v_*} = \sqrt{\sigma\left(1 - \frac{p_{ат}^{1/k}}{p^{1/k}}\right) - \frac{1}{k-1}\left(\frac{p^{(k-1)/k}}{p_{ат}^{(k-1)/k}} - 1\right)}. \tag{8}$$

Скорость v_* характеризует разгонную способность защемленного воздуха. Чем больше длина участка защемленного воздуха в трубе, тем больше v_*, следовательно, и скорость движения воды.

На рис. 2 приведена зависимость $\frac{v}{v_*}\left(\frac{p}{p_{ат}}\right)$ при изотермическом и адиабатическом сжатий воздуха для $\sigma = 2$ и $\sigma = 3$.

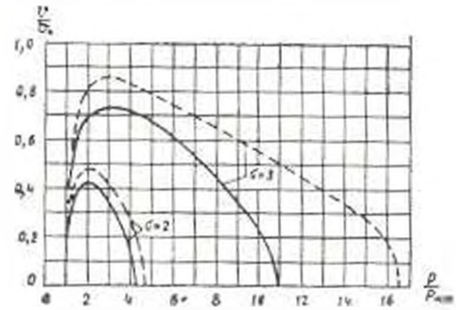

Рис. 2. Кривые зависимости v/v_* от $p/p_{ат}$:
— — — изотермическое сжатие;
——— адиабатическое сжатие.

Из (5) и (8) легко заметить, что скорость движения воды достигает максимума при $p/p_{ат} = \sigma$. Это означает, что при изменении $p/p_{ат}$ в интервале $[1, \sigma]$ движение ускоренное, а в интервале $[\sigma, p_{max}/p_{ат}]$ движение замедленное. При изотермическом сжатии максимальная скорость будет:

$$v_{max} = v_* \sqrt{\sigma - 1 - \ln\sigma}, \tag{9}$$

а при адиабатическом —

$$v_{max} = v_* \sqrt{\sigma - \frac{1}{k+1} - \frac{k}{k-1}\sigma^{(k-1)/k}}. \tag{10}$$

Из (5) и (8) следует, что $v = 0$ либо при $p = p_{ат}$ [это соответствует условию (4)], либо при $p = p_{max}$, что соответствует максимально сжатому состоянию воздуха.

Стало быть, максимальные давления при изотермическом и адиабатическом сжатиях соответственно определятся выражениями:

$$\sigma\left(1 - \frac{p_{ат}}{p_{max}}\right) - \ln\frac{p_{max}}{p_{ат}} = 0, \tag{11}$$

$$\sigma\left(1 - \frac{p_{ат}^{1/k}}{p_{max}^{1/k}}\right) - \frac{1}{k-1}\left(\frac{p_{max}^{(k-1)/k}}{p_{ат}^{(k-1)/k}} - 1\right) = 0. \tag{12}$$

Из (11) и (12) следует, что p_{max} зависит только от напора и не зависит от длины участка защемленного воздуха.

В действительности процесс сжатия воздуха будет политропным. С одной стороны, пространство, куда впускается воздух, заполнено водовоздушной смесью и имеется интенсивный отвод тепла от воздуха к воде [1]. Поэтому в процессе сжатия температура воздуха изменяется незначительно (в этом отношении процесс близок к изометрическому). С другой стороны, процесс сжатия происходит за короткий промежуток времени и происходит частичный отвод тепла от воздуха к воде (процесс близок к адиабатическому).

Для оценки эффекта, получаемого при впуске и защемлении воздуха в месте образования разрыва, определим p_{max} при отсутствии воздуха. В этом случае в (1) p следует заменить давлением насыщенных паров $p_{нп}$. Тогда уравнение (1) будет характеризовать равноускоренное движение воды. Очевидно, что в момент времени, когда граница колонны воды достигнет закрытого конца трубы, скорость движения воды будет максимальной и равной:

$$v_{max} = \sqrt{2g\left(H + \frac{p_{at}}{\gamma} - \frac{p_{нп}}{\gamma}\right)\frac{l_0}{L}}. \tag{13}$$

В месте образования разрыва потока величину вакуума принимая максимальной $h_в = 10$ *м вод. ст.* ($p_{нп} = 0$), (13) запишется в виде:

$$v_{max} = \sqrt{2g\frac{p_{at}}{\gamma}\cdot\frac{l_0}{L}}. \tag{14}$$

Максимальное повышение давления, вызванное гашением скорости v_{max}, будет [2]:

$$p_{max} = a\sqrt{2\frac{\gamma}{g}p_{at}\cdot\frac{l_0}{L}}, \tag{15}$$

где a — скорость распространения волн изменения давления.

Из (15) видно, что при отсутствии воздуха величина максимального повышения давления зависит от l_0 и L, что не имело места при защемлении воздуха.

Для нахождения функции $p(t)$ воспользуемся уравнениями (2), (3) и (5). После несложных преобразований получим:

$$d\left(\frac{t}{\tau_*}\right) = \frac{d\left(\frac{p}{p_{at}}\right)}{\frac{p^2}{p_{at}^2}\sqrt{\varepsilon\left(1 - \frac{p_{at}}{p}\right) - \ln\frac{p}{p_{at}}}}, \tag{16}$$

где

$$\tau_* = \frac{l_0}{v_*} = \sqrt{\frac{\gamma\, l_0 L}{2g\, p_{at}}} \tag{17}$$

— некоторый параметр времени.

Вводя новое переменное $x = 1 - p_{ат}/p$, (16) представится в виде:

$$d\left(\frac{t}{\tau_*}\right) = \frac{dx}{\sqrt{\sigma x + \ln(1-x)}}. \tag{18}$$

Из уравнений (2), (7) и (8) для адиабатического сжатия получим:

$$d\left(\frac{t}{\tau_*}\right) = \frac{dx}{\sqrt{\sigma x - \frac{1}{k-1}[(1-x)^{1-k} - 1]}}, \tag{19}$$

где

$$x = 1 - p_{ат}^{1/k}/p^{1/k}.$$

По уравнениям (18) и (19) при $t=0$ $x=0$ на ЭВМ вычислены значения функции $p\left(\frac{t}{\tau_*}\right)$ для $\sigma=2$ и $\sigma=3$. Графики зависимости $\frac{p}{p_{ат}}\left(\frac{t}{\tau_*}\right)$ приведены на рис. 3. С помощью этих зависимостей и формул (5) и (8) построены графики функции $\frac{v}{v_*}\left(\frac{t}{\tau_*}\right)$, которые представлены на рис. 3.

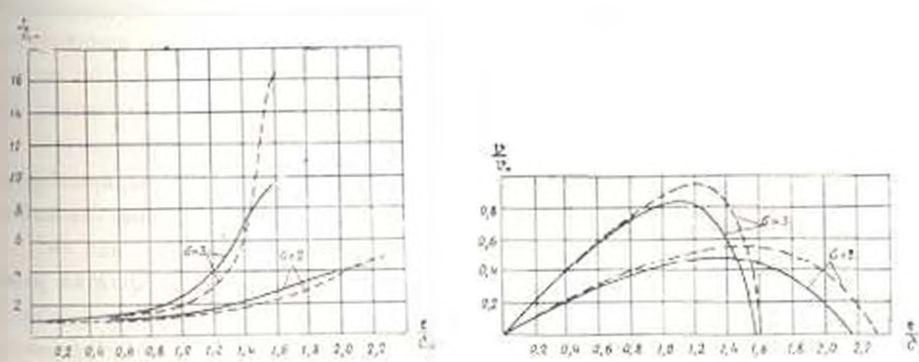

Рис. 3. Кривые зависимости $p/p_{ат}$ и v/v_* от t/τ_*.
— — — изотермическое сжатие;
——— адиабатическое сжатие.

Из графиков рис. 3 следует, что промежуток времени, в течение которого давление достигает максимума, зависит от параметров σ и τ_*. Из (6) и (17) следует, что этот промежуток времени зависит от H, l_0 и L.

Как видно из рис. 3, эффект торможения потока защемленным воздухом усиливается после достижения скорости движения воды максимума.

Выводы

1. Максимальное повышение давления при впуске и защемлении воздуха в месте образования разрыва сплошности потока не зависит

от длины зоны разрыва, а зависит только от статического напора в месте образования разрыва.

2. Впуск и защемление воздуха в месте образования разрыва сплошности потока снижает давление, когда длина разрыва сплошности потока больше ее предельного значения, определяемого совместным решением уравнений (11) и (15) для изотермического сжатия воздуха и (12), (15) для адиабатического.

3. Впуск и защемление воздуха как мера борьбы с гидравлическим ударом тем эффективнее, чем меньше статический напор в месте образования разрыва сплошности потока. При высоких статических напорах предельное значение длины разрыва возрастает и впуск и защемление воздуха становится нецелесообразным, так как достигаемый при этом эффект незначительный.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступило 15.IV.1971.

Ա. Յա. ՄԱՐԿԱՐՅԱՆ

ԽՈՂՈՎԱԿԱՇԱՐԵՐՈՒՄ ՀՈՍԱՆՔԻ ԱՆԸՆԴՀԱՏՈՒԹՅԱՆ ԽԶՄԱՆ ՏԵՂՈՒՄ ԽՑՎԱԾ ՕԴԻ ՕԳՏԱԿԱՐՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում դիտվում է պոմպային կայանների խողովակաշարերում ջրի հոսանքի անընդհատության խզման տեղում օդի մուտքի և խցանման հետևանքով ճնշման փոփոխության հարցը։

Օդի իզոթերմ և ադիաբատ սեղմման դեպքերի համար ստացված են բանաձևեր առավելագույն ճնշումների որոշման համար։

Որոշված է հոսանքի անընդհատության խզման սահմանային երկարությունը, որից մեծ և փոքր երկարության խզումների դեպքում օդի մուտքը և խցանումը խզման տեղում բերում է ճնշման փոփոխության հակառակ արդյունքների։ Օդի մուտքը և խցանումը հոսանքի անընդհատության խզման տեղում արդյունավետ է, երբ խզվածքի երկարությունը մեծ է նրա սահմանային արժեքից։

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Указания по защите водоводов от гидравлического удара. Госстройиздат, М., 1961.
2. *Жуковский Н. Е.* О гидравлическом ударе в водопроводных трубах. Гостехиздат, М., 1949.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 1, 1972 Серия технических наук

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Р. С. МЕКИНЯН

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ НА ПОКАЗАНИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ КОМПЕНСАТОРОВ

Известно, что точность измерения, в основном, зависит от нелинейностей, имеющихся в элементах прибора. В данной статье приводится анализ работы автокомпенсаторов, в частности, влияния нелинейностей на их показания. Исследовано влияние нелинейностей (типа зоны нечувствительности и ограничения скорости) на характер движения указателя прибора при синусоидальном входном сигнале. При этом не учитывается влияния линейной части прибора.

Наличие зоны нечувствительности в автокомпенсаторах в основном обусловлено инерционностью двигателя и трением в механической передаче. Ограничение же скорости движения указателя объясняется присутствием нелинейности типа „ограничения" в усилителе мощности, которая обусловлена использованием в следящей системе асинхронного двигателя.

Значение предельной скорости движения указателя ($V_{п}$) и зоны нечувствительности (δ) определяется по *скоростным характеристикам** этих приборов.

Так как скорость движения указателя ограничена, можно сделать вывод, что, когда максимальная скорость изменения входного сигнала не превышает предельной скорости движения указателя, прибор успевает следить за входным сигналом. Максимальная скорость синусоидального сигнала определяется по уравнению

$$V_{max} = \max \dot{x}_{m} = \max A\omega \cos \omega t = A\omega. \qquad (1)$$

Для приборов низкого и среднего быстродействий можно принять [1]

$$V_{max} = V_{ср} = E_{д}/t_{ш}, \qquad (2)$$

откуда

$$\omega_{п} = \frac{E_{д}}{At_{ш}}, \qquad (3)$$

где $V_{ср}$—средняя скорость движения указателя, *мм/сек*; $E_{д}$—диапазон

* Под скоростной характеристикой автоматических электронных приборов с отсчетным устройством подразумевается зависимость скорости движения указателя от величины входного сигнала, когда следящая система разомкнута.

измерения прибора, *мв*; $t_{ш}$ — время движения указателя по всей длине шкалы при стопроцентном ступенчатом входном сигнале, *сек*; A — амплитуда входного синусоидального сигнала, *мв*; $\omega_{н}$ — предельная частота входного сигнала, *рад/сек*.

Для обобщения принимаем $E_{1} = 100\%$, а амплитуда входного сигнала (A) берется в процентах от диапазона измерения. С учетом этого получим:

$$\omega_{н} = \frac{100}{At_{ш}}. \tag{4}$$

Когда частота входного сигнала превышает предельную ($\omega_{н}$), указатель прибора не успевает следить за входным сигналом и кривая движения указателя приближается к треугольной форме, так как максимальная скорость изменения входного сигнала превышает предельную скорость перемещения указателя. В этом случае при некоторой частоте (ω_{1}) высота треугольника зуба кривой движения указателя соответствует амплитуде синусоидального входного сигнала. Значение этой частоты определяют с учетом того, что за четверть периода синусоидального входного сигнала перемещение указателя по шкале должно соответствовать амплитуде измеряемого сигнала. Исходя из этого, будем иметь:

$$\omega_{1} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{E_{1}}{At_{ш}}. \tag{5}$$

Если E_{1} и A даны в процентах, то

$$\omega_{1} = \frac{50\pi}{At_{ш}}. \tag{6}$$

В случае наличия зоны нечувствительности на выходе прибора получаются синусоидальные ($V_{max} \leq V_{cp}$) или треугольные ($V_{max} > V_{cp}$) колебания со срезанными верхушками с высотой полупериода $a = A - \delta$ (рис. 1, *а* и *б*), так как коэффициент передачи прибора $K_{пр} = 1$[*]. Здесь принято, что до частоты $\omega_{н}$ линейная часть прибора не влияет на характер движения указателя.

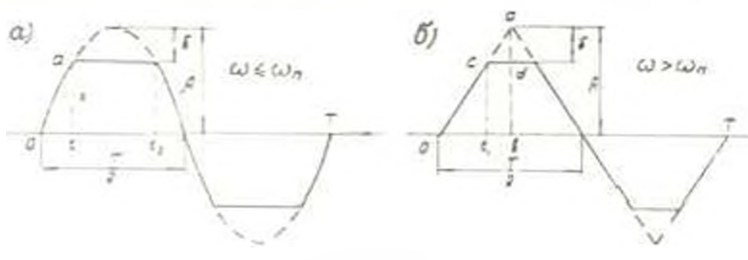

Рис. 1.

Из рис. 1, *а* видно, что, при значении выходного сигнала a ука-

* Шкала прибора градуирована по величине входного сигнала.

затель прибора, из-за наличия зоны нечувствительности, останавливается и остается неподвижной в течение времени $t_2 - t_1$, затем движется по синусоидальному закону. Таким образом, в момент времени t_1 показание прибора будет:

$$X_{вых}(t_1) = A - \delta. \tag{7}$$

До момента времени t_1 указатель прибора движения по синусоидальному закону, т. е., когда $t \leq t_1$ $X_{вых}(t) = X_{вх}(t)$. В момент времени t_1 имеем:

$$A - \delta = A \sin \omega t_1. \tag{8}$$

Отсюда следует, что

$$t_1 = \frac{T}{2\pi} \arcsin\left(1 - \frac{\delta}{A}\right). \tag{9}$$

Из рисунка 1, *а* видно, что время действия зоны нечувствительности равно:

$$t_{зн} = t_2 - t_1 \quad (\text{где } t_2 = T/2 - t_1),$$

следовательно,

$$t_{зн} = T/2 - 2t_1. \tag{10}$$

С учетом (9) уравнение (10) принимает вид

$$t_{зн} = \frac{T}{2}\left[1 - \frac{2}{\pi} \arcsin\left(1 - \frac{\delta}{A}\right)\right]. \tag{11}$$

Для частоты ω_1 (рис. 1, *б*) время действия зоны нечувствительности будет:

$$t_{зн} = \frac{T}{A} \cdot \frac{\delta}{A}, \tag{12}$$

соответственно

$$t_1 = \frac{T}{4}\left(1 - \frac{\delta}{A}\right). \tag{13}$$

На рис. 2 и 3 даны зависимости относительного времени действия зоны нечувствительности от амплитуды входного синусоидального сигнала при различных значениях зоны нечувствительности*.

Имея величину зоны нечувствительности прибора, задаваясь величиной амплитуды входного синусоидального сигнала, по графикам (рис. 2 и 3) можно определить относительное время действия зоны нечувствительности ($t_{зн}/T$). Исходя из этого, можно определить величину времени действия зоны нечувствительности ($t_{зн}$) на периодический выходной сигнал для каждой частоты в отдельности, лежащей в допустимых пределах, определяемой формулами (4) и (6).

---

* Амплитуда входного синусоидального сигнала и зоны нечувствительности даны в процентах от диапазона измерения.

Для определения первой гармоники кривой изменения показания прибора (см. рис. 1, *а* и *б*) при синусоидальном входном воздействии необходимо подсчитать коэффициенты ряда Фурье (a_0, a_1 и b_1).

В автоматических приборах с отсчетным устройством постоянная составляющая кривой изменения показания (a_0) в пределах класса точности прибора равна постоянной составляющей входного синусоидального возмущения, так как в этих приборах шкала проградуирована по величине входного сигнала.

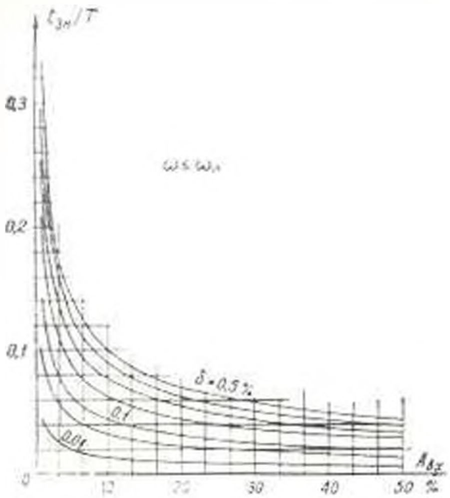

Рис. 2.

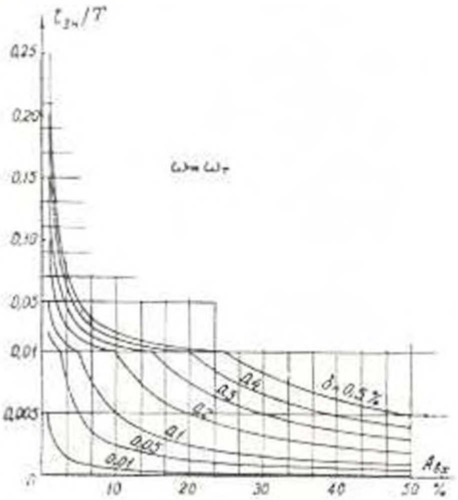

Рис. 3.

Из рис. 1, *а* и *б* видно, что приведенные зависимости однозначны, т. е. $a_1 = 0$. Соответственно до частоты ω_1 входного сигнала фазовый сдвиг между входом и выходом прибора равен нулю. В экспериментальных характеристиках фазовый сдвиг в этом диапазоне частот появляется за счет наличия запаздывания в системе и влияния его линейной части. Таким образом, определение амплитуды первой гармоники выходного сигнала прибора (кривой движения указателя) приводится к вычислению коэффициента $b_1 = A$.

Для случая, показанного на рис. 1, *а*, амплитуда первой гармоники выходного сигнала определяется по выражению:

$$A_1 = \frac{4}{T}\left| \int_0^{T/2 - t_1} a \sin\omega t\,dt + \int_{T/2-t_1}^{T/2+t_1} A \sin^2\omega t\,dt \right|. \tag{14}$$

Используя (9), при $a = A - \delta$ будем иметь:

$$A_1 = \frac{2A}{\pi}\left| \left(1 - \frac{\delta}{A}\right)\sqrt{1 - \left(1 - \frac{\delta}{A}\right)^2} + \arcsin\left(1 - \frac{\delta}{A}\right) \right|. \tag{15}$$

Для случая, показанного на рис. 1, *б*:

$$A_1 = \frac{4}{T}\left[\int\limits_{t_1}^{T/2-t_1} a\sin\omega t\,dt + \int\limits_{T/2-t_1}^{T/2+t_1} \frac{a(T/2-t)}{t_1}\sin\omega t\,dt\right]. \tag{16}$$

Используя (13), при $a = A - \delta$ будем иметь:

$$A_1 = \frac{8A}{\pi^2}\sin\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{\delta}{A}\right). \tag{17}$$

На рис. 4 приведена зависимость относительной амплитуды первой гармоники кривой движения указателя прибора ($A_1/A_{вх}$) от величины зоны нечувствительности при различных амплитудах входного синусоидального сигнала. Когда $\omega > \omega_1$ кривая движения указателя прибора приобретает форму трапеции, поэтому амплитуда первой гармоники увеличивается. При достижении частоты ω_2 амплитуда первой

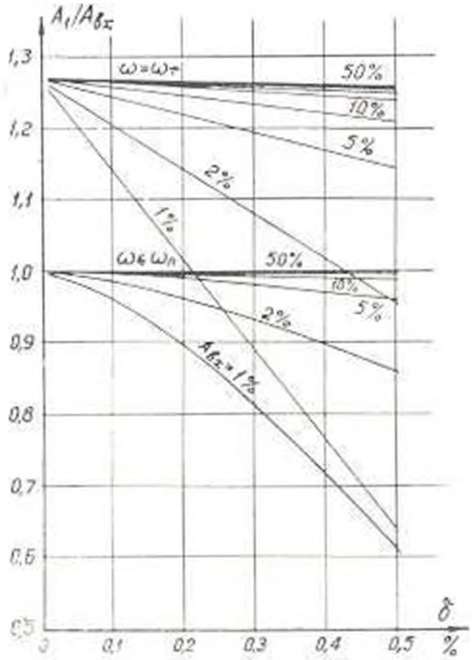

Рис. 4.

гармоники имеет максимальное значение. Когда $\omega > \omega_2$ кривая движения указателя может снова приблизиться к синусоиде, благодаря сглаживающему действию линейной части прибора. Значения амплитуды первой гармоники и характерные частоты, полученные по предлагаемой методике, проверены экспериментально. Опыты проведены на приборах типа КСП и ЭПП с $t_ш = 2{,}5$ *сек* и типа ПС и МС с $t_ш = 8{,}0$ *сек* [2, 3].

Таким образом, можно сделать следующее заключение. При больших амплитудах входного синусоидального сигнала ($A > 10\%$) полученные теоретические выводы достаточно хорошо согласуются с результатами эксперимента. При малых амплитудах входного сигнала ($A < 10\%$) значения частот $\omega_{п}$ и $\omega_{т}$, вычисленные по формулам (4) и (6), получаются больше экспериментальных. Это объясняется тем, что в этих условиях торможение и разгон реверсивного двигателя оказывают влияние на скорость перемещения указателя прибора.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступило 27.X.1970.

Ռ. Ս. ՄԵՔԻՆՅԱՆ

ԱՎՏՈՄԱՏ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿՇՌՈՂՆԵՐԻ ՑՈՒՑՄՈՒՆՔՆԵՐԻ ՎՐԱ ՈՉ-ԳԾԱՅՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ամփոփում

Հոդվածում տրված են արտահայտություններ, որոնց միջոցով որոշվում է չափացույցի շարժման բնույթի վրա ազդող անզգայնության սահմանի տևողության համեմատական մեծությունը՝ կախված մուտքի գրգռման սինուսակերպ տատանման ամպլիտուդայից և հաճախությունից։ Այդ դեպքում հաշվի չի առնվում սարքի գծային մասի ազդեցությունը։ Բերված են նաև հավասարումներ, որոնց միջոցով որոշվում է ավտոմատ համակշռողների չափացույցի շարժման կորի առաջին հարմոնիկայի ամպլիտուդան այն դեպքերի համար, երբ չափացույցը հասցնում է կամ չի հասցնում հետևել մուտքի գրգռման փոփոխմանը։ Բերված են գրաֆիկներ նշված մեծությունների որոշման համար։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кляндер М. С.* Частотные характеристики электронного потенциометра. „Измерительная техника", № 2, 1964.
2. *Бувин Н. П., Мекинян Р. С., Преображенский В. П.* Динамические свойства электронного потенциометра КСП—4. Сб. „Доклады научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ за 1968—69 г.г. Секция теплоэнергетическая, подсекции—автоматизации производственных процессов", МЭИ, 1969.
3. *Бувин Н. П., Мекинян Р. С., Преображенский В. П.* Динамические свойства электронных потенциометров типа ПС и мостов типа МС. Сб. „Доклады научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ за 1966—67 г.г. Секция теплоэнергетическая, подсекции—автоматизации производственных процессов", МЭИ, 1967.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 1, 1972 Серия технических наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

С. Г. АМАМЧЯН, В. С. АРУТЮНЯН

ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБМОТКИ В СИНХРОННЫХ МАШИНАХ С ВОЗБУЖДЕНИЕМ ОТ ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКИ ПОЛЯ

1. Одним из перспективных направлений по улучшению надежности и экономичности синхронных машин с автоматическим регулированием возбуждения является переход на встроенную систему возбуждения с использованием третьей гармоники поля [1—3]. Питание обмотки возбуждения через выпрямитель при этом осуществляется от специальной дополнительной обмотки (ДО), устанавливаемой в пазах вместе с основной обмоткой якоря. Наиболее целесообразная конструкция ДО имеет вид симметричной трехфазной обмотки с числом полюсов, утроенным по отношению к основной обмотке, с шагом, возможно близким к трети полюсного деления. Для разработки и исследования такой системы возбуждения необходимо определение индуктивного сопротивления ДО. Величина этого параметра имеет важное значение при определении мощности, генерируемой ДО, а также при определении внешних характеристик синхронной машины.

2. Для m-фазной ДО индуктивное сопротивление фазы, с учетом взаимоиндуктивности от других фаз, при синусоидальном распределении н. с. и неявнополюсном роторе, может быть определено в виде:

$$x_{a3} = \frac{4m}{3\pi} f_1 \frac{\mu_0 \tau l}{\delta k_\delta} \frac{(w_3 k_{об3})^2}{p_1}, \tag{1}$$

где f_1—частота первой гармоники поля; τ—полюсное деление машины; l—длина якоря (расчетная); δ—величина воздушного зазора; k_δ—коэффициент воздушного зазора; w_3—число витков в фазе ДО; $K_{об3}$—обмоточный коэффициент ДО для третьей гармоники поля; p_1—число пар полюсов машины; μ_0—магнитная проницаемость воздуха.

Индуктивное сопротивление x_{a3} является сопротивлением реакции ДО. Полное индуктивное сопротивление ДО

$$x_3 = x_{a3} + x_{\sigma 3},$$

где $x_{\sigma 3}$—индуктивное сопротивление рассеяния.

3. При явнополюсном роторе характер реакции ДО и ее индуктивное сопротивление изменяются. В этом случае кривая поля $B_3(x)$ имеет несинусоидальную форму (рис. 1, *а*) и зависит от величины

воздушного зазора δ, коэффициента полюсного перекрытия α, отношений δ_m/δ, δ/τ и угла между осями полюса и н.с. ДО $\beta = \frac{\pi}{\tau} b$.

Особенности реакции ДО при явнополюсном роторе удобно выявить в простейшем случае, когда величина воздушного зазора на протяжении полюсного наконечника весьма мала ($\delta \approx 0$), что позволяет пренебречь краевыми эффектами и принять $\delta_m/\delta = 1$.

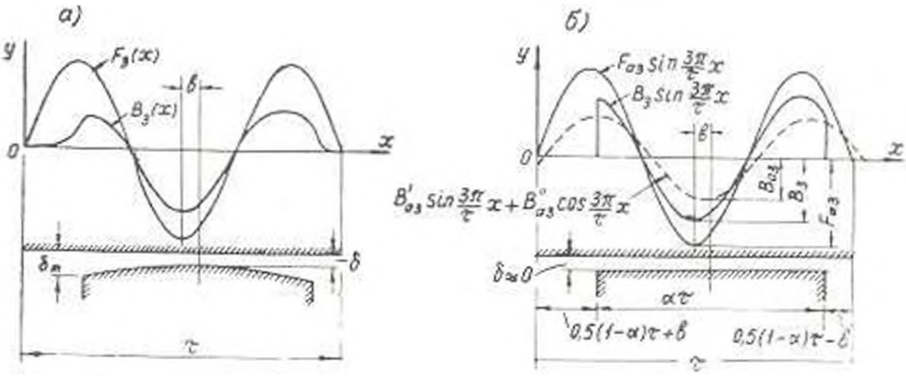

Рис. 1. Реакция ДО при реальном (*а*) и идеализированном (*б*) роторах.

При $\mu_{ст} = \infty$ кривая индукции в воздушном зазоре $B_3(x)$ в пределах полюсного наконечника воспроизводит форму кривой н. с.:

$$F_3(x) = F_{a3}\sin\frac{3\pi}{\tau}x; \quad B_3(x) = B_3\sin\frac{3\pi}{\tau}x.$$

Амплитуда третьей гармоники поля

$$B_{a3} = \sqrt{(B'_{a3})^2 + (B''_{a3})^2},$$

где

$$B'_{a3} = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} B_3(x)\sin\frac{3\pi}{\tau}x\,dx = \frac{2}{\tau}\int_{0,5(1-\alpha)\tau+b}^{0,5(1+\alpha)\tau+b} B_3\sin^2\frac{3\pi}{\tau}x\,dx;$$

$$B''_{a3} = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} B_3(x)\cos\frac{3\pi}{\tau}x\,dx = \frac{2}{\tau}\int_{0,5(1-\alpha)\tau+b}^{0,5(1+\alpha)\tau+b} B_3\sin\frac{3\pi}{\tau}x\cos\frac{3\pi}{\tau}x\,dx.$$

С учетом $b = \tau\beta/\pi$ получим:

$$B'_{a3} = B_3\left(\alpha + \frac{\sin 3\pi\alpha}{3\pi}\cos 6\beta\right); \quad B''_{a3} = B_3\left(\frac{\sin 3\pi\alpha}{3\pi}\sin 6\beta\right).$$

Окончательно амплитуда третьей гармоники поля будет:

$$B_{a3} = B_3\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha\frac{\sin 3\pi\alpha}{3\pi}\cos 6\beta + \frac{\sin^2 3\pi\alpha}{9\pi^2}}.$$

Коэффициент формы поля

$$k_3 = \frac{B_{a3}}{B_3} = \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha\frac{\sin 3\pi\alpha}{3\pi}\cos 6\beta + \frac{\sin^2 3\pi\alpha}{9\pi^2}} \qquad (2)$$

учитывает уменьшение третьей гармоники поля реакции ДО из-за явнополюсности и сдвига осей н. с. ДО и полюса. Значения k_3 экстремальны при $\beta = 0$ и $\beta = \pi/6$, причем, период $k_3(\beta)$ составляет $\pi/6$.

В явнополюсной машине основная обмотка имеет аналогичные свойства, но уже при утроенном значении углов β. Поскольку реакция основной обмотки допускает разложение по продольной и поперечной осям, то и реакция ДО может быть разложена на две составляющие. Но здесь, в отличие от основной обмотки, в соответствующих выражениях аргументы тригонометрических функций должны быть утроены.

По аналогии с теорией двух реакций разложим н. с. F_{a3} на две составляющие:

$$F_{ad_3} = F_{a3}\cos 3\beta,$$

экстремум которой совпадает с осью полюса, и

$$F_{aq_3} = F_{a3}\sin 3\beta,$$

экстремум которой сдвинут относительно оси полюса на 30 *эл. град* по периоду основного поля[*]. Третьи гармоники соответствующих индукций при совмещении начала координаты x с центром полюса составляют:

$$B_{ad_3} = \frac{\mu_0}{\delta} F_{ad_3}\left(\alpha + \frac{\sin 3\pi\alpha}{3\pi}\right)\cos\frac{3\pi}{\tau}x;$$

$$B_{aq_3} = \frac{\mu_0}{\delta} F_{aq_3}\left(\alpha - \frac{\sin 3\pi\alpha}{3\pi}\right)\sin\frac{3\pi}{\tau}x. \qquad (3)$$

В (3) величины

$$k_{ad_3} = k_3(0) = \alpha + \frac{\sin 3\pi\alpha}{3\pi} \quad \text{и} \quad k_{aq_3} = k_3\left(\frac{\pi}{6}\right) = \alpha - \frac{\sin 3\pi\alpha}{3\pi}$$

являются коэффициентами поля реакции ДО по соответствующим осям. Зависимости k_{ad_3} и k_{aq_3} от α при идеализированном рассмотрении приведены на рис. 2.

В соответствии с вышеизложенным сопротивление реакции ДО для явнополюсной машины будет:

$$x_{a3я} = x_{a3}\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha\frac{\sin 3\pi\alpha}{3\pi}\cos 6\beta + \frac{\sin^2 3\pi\alpha}{9\pi^2}},$$

а сопротивление реакции ДО по осям запишется в виде:

$$x_{ad_3} = x_{a3}k_{ad_3}; \quad x_{aq_3} = x_{a3}k_{aq_3}.$$

[*] Здесь индекс q не относится к поперечной оси машины.

В отличие от основной обмотки, где $x_{ad_1} > x_{aq_1}$, в ДО $x_{ad_3} \geq x_{aq_3}$. Косвенным подтверждением разницы сопротивлений x_{ad_3} и x_{aq_3} является тот факт, что генератор 60 *квт* ($\alpha = 0{,}77$; $\delta = 1{,}5$ *мм*; $\delta_m/\delta = 1$; $\tau = 275$ *мм*) с ДО, подключенной к трехфазному источнику частотой 150 *гц*, оказался в состоянии вращаться в режиме синхронного реактивного двигателя. При этом основная обмотка якоря и обмотка возбуждения были разомкнуты. ДО была выполнена с большим числом витков и сечением меди, чем это было необходимо для обеспечения самовозбуждения генератора.

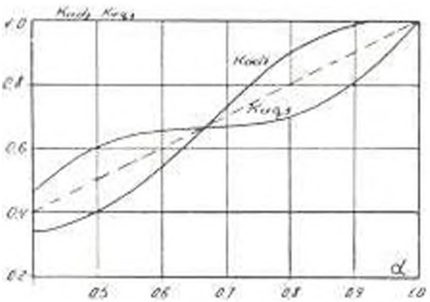

Рис. 2. Коэффициенты формы поля реакции ДО при идеализированном роторе.

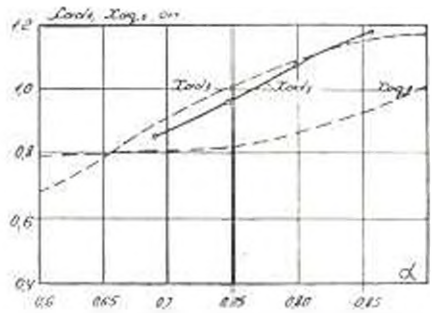

Рис. 3. Зависимость сопротивлений x_{ad_3} и x_{aq_3} от α для генератора ЕСС82—4:
——— экспериментальная,
— — — расчетная.

В отличие от основной обмотки, где $x_{ad_1} = x_{aq_1}$ при $\alpha = 1$, в ДО $x_{ad_3} = x_{aq_3}$ при $\alpha = 1/3;\ 2/3;\ 1$.

В отличие от основной обмотки, где x_{ad_1} и x_{aq_1} обычно заметно отличаются, в ДО это различие между x_{ad_3} и x_{aq_3} гораздо меньше.

4. При рассмотрении общего случая $\delta \neq 0$ для полей реакции ДО имеем:

$$B_{ad} = \frac{\mu_0}{\delta} \lambda_\delta F_{ad_3} \cos \frac{3\pi}{\tau} x;$$

$$B_{aq} = \frac{\mu_0}{\delta} \lambda_\delta F_{aq_3} \sin \frac{3\pi}{\tau} x, \tag{4}$$

где $\lambda_\delta = \frac{\delta}{\mu_0} \Lambda_\delta$, а Λ_δ является удельной магнитной проводимостью на единицу площади зазора.

В соответствии с [4]:

$$\lambda_\delta = \lambda_0 + \sum_{k=1,2,3,\ldots} \lambda_{2k} \cos \frac{2k\pi}{\tau} x. \tag{5}$$

Используя (5), выражения (4) запишутся в виде:

$$B_{ad} = \frac{\mu_0}{\delta} F_{ad_3} \Big\{ \lambda_0 \cos \frac{3\pi}{\tau} x + \frac{1}{2} \sum_{k=1, 2, 3, \ldots} \lambda_{2k} \times$$

$$\times \left[\cos \frac{(2k-3)\pi}{\tau} x + \cos \frac{(2k+3)\pi}{\tau} x \right] \Big\}; \qquad (6)$$

$$B_{aq} = \frac{\mu_0}{\delta} F_{aq_3} \Big\{ \lambda_0 \sin \frac{3\pi}{\tau} x - \frac{1}{2} \sum_{k=1, 2, 3, \ldots} \lambda_{2k} \times$$

$$\times \left[\sin \frac{(2k-3)\pi}{\tau} x - \sin \frac{(2k+3)\pi}{\tau} x \right] \Big\}. \qquad (7)$$

Выделяя из (6) и (7) третьи гармоники поля B_{ad_3} и B_{aq_3}, получим, что они обусловлены только проводимостями λ_0 и λ_6:

$$B_{ad_3} = \frac{\mu_0}{\delta} F_{ad_3} \left(\lambda_0 + \frac{1}{2} \lambda_6 \right) \cos \frac{3\pi}{\tau} x;$$

$$B_{aq_3} = \frac{\mu_0}{\delta} F_{aq_3} \left(\lambda_0 - \frac{1}{2} \lambda_6 \right) \sin \frac{3\pi}{\tau} x.$$

Здесь

$$k_{ad_3} = \lambda_0 + 0{,}5\lambda_6 \quad \text{и} \quad k_{aq_3} = \lambda_0 - 0{,}5\lambda_6$$

представляют собой коэффициенты формы поля реакции ДО для реального воздушного зазора ($\delta \neq 0$). Значения λ_0 и λ_6 могут быть определены по кривым, приведенным в [4, 5] для всех практически встречающихся значений a, δ_m/δ и δ/τ. Рассмотрение значений λ_6 и λ_0 по [5] показывает, что $0{,}5\lambda_6/\lambda_0$, характеризующее различие между x_{ad_3}, x_{aq_3} и их полусуммой, составляет всего 15%, в то время как соответствующее отношение $0{,}5\lambda_2/\lambda_0$ для основной обмотки несравненно больше.

5. При определении сопротивлений реакции ДО с учетом насыщения стали в (1) необходимо ввести коэффициент $k_{\mu 3}$, учитывающий насыщение по пути потока третьей гармоники:

$$x_{a3} = \frac{4m}{3\pi} f_1 \frac{\mu_0 \tau l}{\delta k_\delta k_{\mu 3}} \frac{(w_3 k_{об3})^2}{p}.$$

С достаточной для практических целей точностью коэффициент $k_{\mu 3}$ может быть определен по выражению:

$$k_{\mu 3} = \frac{F_\delta + F_z + F_a + F_p}{F_\delta},$$

где F_δ, F_z, F_a и F_p — соответственно н. с. воздушного зазора, зубцов якоря, ярма якоря и зубцов ротора (или полюсного наконечника при явнополюсной машине).

Приемлемость и достаточная практическая точность предлагаемого способа расчета параметров ДО с учетом насыщения подтверждается практическим совпадением экспериментальных и расчетных данных по x_{ad_3} (рис. 3). Сопоставление проводилось на макете, выполненном из генератора ЕСС82—4 30 *квт*, со следующей геометрией активных частей: $\alpha=0,692$; $0,748$; $0,8$; $0,857$; $\tau=228$ *мм*; $\delta k_\delta=1,07$ *мм*; $\delta_m/\delta=1$.

Поступило 20.II.1971.

Ս. Գ. ՀԱՄԱՄՉՅԱՆ, Վ. Ս. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ԴԱՇՏԻ ԵՐՐՈՐԴ ՀԱՐՄՈՆԻԿԱՅԻՑ ՍՆՎՈՂ ԳՐԳՌՄԱՆ ՍԻՍՏԵՄՈՎ ՍԻՆԽՐՈՆ ՄԵՔԵՆԱՅԻ ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ ՓԱԹՈՒՅԹԻ ԻՆԴՈՒԿՏԻՎ ԴԻՄԱԴՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ամփոփում

Հոդվածը նվիրված է դաշտի երրորդ հարմոնիկայից սնվող գրգռման սիստեմով սինխրոն մեքենայի լրացուցիչ փաթույթի ինդուկտիվ դիմադրության որոշմանը։ Դիտված են մեքենայի բացահայտ և ոչ-բացահայտ բևեռներով ռոտորի տեսակները։ Արտածված են բանաձևեր, որոնց միջոցով հնարավոր է որոշել լրացուցիչ փաթույթի ինդուկտիվ դիմադրությունը հագեցման հաշվառով։ Կատարված է հաշվարկային և մակետի վրա ստացված փորձարկման տվյալների համադրում։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Krabbe U.* Self excited synchronous generator. Патент США, кл. 322—28, № 3.025.450, заявл. 10. 02. 59, опубл. 13.03.62.
2. *Platthaus H. L.* Erregung von Synchronmaschinen durch die dritte Hormonische des Luftspaltfeldes. „ETZ— A", 1963, Bd. 84. H. 23.
3. *Антонов М. В., Радин В. И., Трошин В. П.* Использование третьей гармоники поля для возбуждения синхронных генераторов. „Известия вузов. Электротехника", № 3, 1965.
4. *Вольдек А. И.* Исследование магнитного поля в воздушном зазоре явнополюсных синхронных машин методом гармонических проводимостей. "Электричество", № 7, 1966.
5. *Вольдек А. И., Лаатмметс Р. А.* Магнитная проводимость воздушного зазора и расчет магнитного поля явнополюсных синхронных машин. „Известия вузов. Электротехника", № 6, 1968.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 1, 1972 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

А. Б. МКРТЧЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КОЛЕС МЕХАНИЗМОВ, ВОСПРОИЗВОДЯЩИХ ПРИБЛИЖЕННО-РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ*

Во многих текстильных машинах, например, в наматывающих каретках ленточных и ровничных машин [1], приближенно-равномерное движение достигается с помощью эллиптических колес с присоединением к ним синусного механизма. Условие равномерного движения ведомого звена синусного механизма будет соблюдено при скорости кривошипа

$$\omega = \frac{C}{\sin\varphi}, \tag{1}$$

где $C = V/R$; V—скорость ведомого звена; R—радиус кривошипа; φ—угол поворота кривошипа. На рис. 1, *а* приведен график зависимости $\omega(\varphi)$ при $V=0{,}5$ *м/сек* и $R=0{,}05$ *м*. При этом

$$\omega = \frac{10}{\sin\varphi}. \tag{2}$$

Такой же закон движения можно получить при помощи некруглых колес. В практике часто применяется механизм, кинематическая схема которого изображена на рис. 2 [1, 2], где *1* и *2*—эллиптические колеса с передаточным отношением $i_{12\,\text{ср}}=1$; *2'* и *3*—цилиндрические зубчатые колеса с $i_{2'3}=2$.

Целью настоящей работы является определение оптимальных параметров эллиптических колес—определение зависимости Δ (отклонение скорости от постоянного значения, в процентах) от эксцентриситета эллипса e. Для этого необходимо построить график зависимости угловой скорости колеса *3* ω_3 от угла поворота φ_1 и сопоставить его с зависимостью (2).

Поскольку

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1-2e\cos\varphi_1+e^2}{1-e^2}, \tag{3}$$

---

* Научный руководитель д. т. н., проф. Э. А. Горов.

а $\omega_2/\omega_3 = 2$, то

$$\omega_3 = \frac{\omega_1 (1 - e^2)}{2 (1 - 2e \cos \varphi_1 + e^2)}.$$

Известно [3], что

$$\varphi_2 = 2 \operatorname{arc\,tg} \left[\frac{1 + e}{1 - e} \operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2} \right] \quad \text{и} \quad \varphi_1 = 2\varphi_3,$$

следовательно,

$$\omega_3 = \frac{0{,}5 (1 - e^2)\, \omega_1}{1 - 2e \cos \left[2 \operatorname{arc\,tg} \left(\frac{1 - e}{1 + e} \operatorname{tg} \varphi_3 \right) \right] + e^2}. \qquad (4)$$

Построим семейство кривых $\omega_3(\varphi_3)$ с таким расчетом, чтобы $\omega_{min} - \omega_{3min} = \Delta$, так как только при таком расположении графиков получим

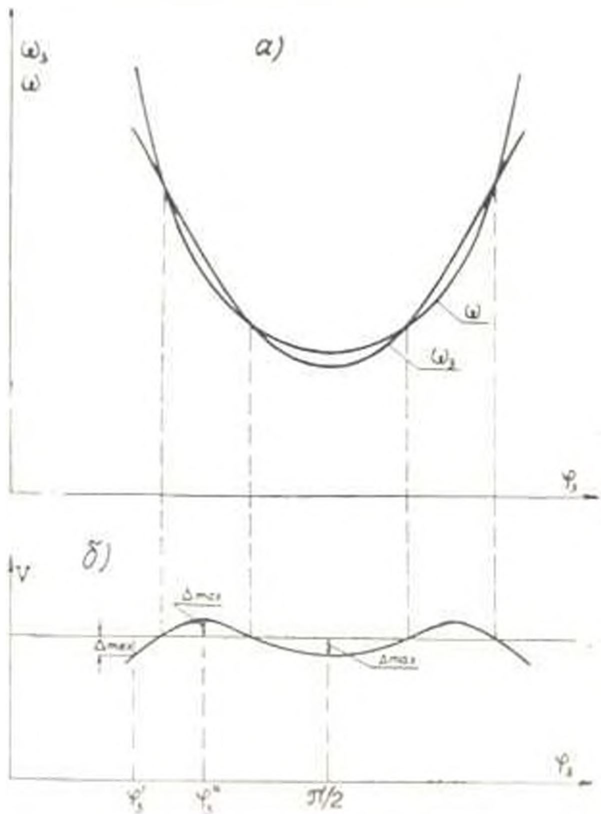

Рис. 1.

наибольшие ходы приближенно-равномерного движения при разных Δ. Поскольку кривошип синусного механизма устанавливаем на валу колеса 3 (см. рис. 2), то вместо φ и φ_3 можно принять одну обобщенную координату φ_3. Исходя из графиков угловых скоростей кривошипа, можно построить графики скоростей ведомого звена в зависимости от угла φ_3 (рис. 1, *б*). Отклонение $\delta(\varphi_3)$ от постоянной скорости можно определить по формуле:

$$\frac{0{,}5\,R\sin\varphi_3\cdot\omega_1(1-e^2)}{1-2e\cos\left|2\arg\operatorname{tg}\left(\frac{1-e}{1+e}\operatorname{tg}\varphi_3\right)\right|+e^2}-V_{\text{п}}=\delta(\varphi_3). \tag{5}$$

Так как графики (рис. 1, *а*) симметричны относительно $\varphi_3=\pi/2$, то достаточно рассмотреть только их половину. Из рис. 1, *б* видно, что

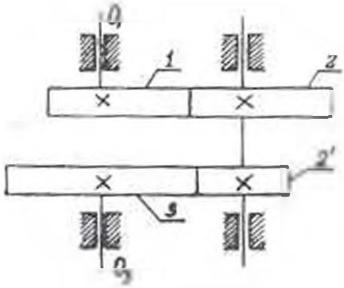

Рис. 2.

отклонение δ имеет максимумы при трех значениях φ_3: $\varphi_3=\varphi_3$, $\varphi_3=\varphi_3'$ и $\varphi_3=\pi/2$. При этом неизвестными являются угловая скорость ведущего вала ω_1, эксцентриситет эллипса e и углы φ_3 и φ_3'. Для нахождения этих четырех неизвестных составляем систему из четырех уравнений. Напишем три уравнения разности скоростей при углах φ_3, φ_3' и $\pi/2$:

$$\frac{0{,}5\,R\sin\varphi_3(1-e^2)\,\omega_1}{1-2e\cos\left|2\arg\operatorname{tg}\left(\frac{1-e}{1+e}\operatorname{tg}\varphi_3\right)\right|+e^2}-V_{\text{п}}=-\delta; \tag{6а}$$

$$\frac{0{,}5\,R\sin\varphi_3'(1-e^2)\,\omega_1}{1-2e\cos\left|2\operatorname{arc}\operatorname{tg}\left(\frac{1-e}{1+e}\operatorname{tg}\varphi_3'\right)\right|+e^2}-V_{\text{п}}=\delta; \tag{6б}$$

$$\frac{0{,}5\,R(1-e)\,\omega_1}{1+e}-V_{\text{п}}=-\delta. \tag{6в}$$

Четвертое уравнение системы получим, исходя из условия, что функция $\delta(\varphi_3)$ имеет максимум в точке $\varphi_3=\varphi_3'$. Приравнивая нулю производную выражения (5), будем иметь:

$$\cos\varphi_3'\left|1-2e\cos\left|2\operatorname{arc}\operatorname{tg}\left(\frac{1-e}{1+e}\operatorname{tg}\varphi_3'\right)\right|+e^2\right|-$$

$$-\frac{4e\sin\varphi_3'\sin\left|2\operatorname{arc}\operatorname{tg}\left(\frac{1-e}{1+e}\operatorname{tg}\varphi_3'\right)\right|(1-e^2)}{1+2e(\cos^2\varphi_3'-\sin^2\varphi_3')+e^2}=0. \tag{6г}$$

При численных значениях $V_в = 0{,}5$ *м/сек*, $R = 0{,}05$ *м* и $\Delta = 0{,}1$; 0,5; 1; 2; 3; 4; 5 % на ЭВМ решены 7 вариантов системы уравнений (6).

По результатам машинных вычислений построен график зависимости $e(\Delta)$ (рис. 3). На участке $[\varphi_1 \div (\pi - \varphi_3')]$ осуществляется приближенно-равномерное движение. Обозначая отношение хода приближенно-равномерного движения к общему ходу через H, определяем зависимость $H(\Delta)$ (рис. 3). Из графиков $e(\Delta)$ и $H(\Delta)$ видно, что при увеличении отклонения Δ возрастают эксцентриситет эллипса e и область приближенно-равномерного хода. При заданной скорости $V_в$ угловая скорость ведущего вала $\omega_в$ определяется из уравнения (6в). Предлагаемая методика исследования применима и для других схем.

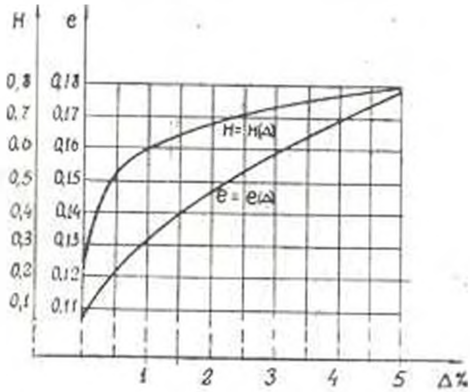

Рис. 1.

Выводы. Полученные графики могут быть использованы при проектировании наматывающих кареток ленточных и ровничных машин. Задаваясь отклонением Δ, можно определить эксцентриситет эллипса e и область приближенно-равномерного движения и наоборот, задаваясь областью приближенно-равномерного движения, определить e и Δ. Имея величину e, можно рассчитать все параметры эллиптических колес.

Московский текстильный институт

Поступило 2.V.1971.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Африканов Н. А.* и др. Шерстопрядильное оборудование. Изд. „Легкая индустрия", М., 1966.
2. *Литвин Ф. Л.* Некруглые зубчатые колеса. Машгиз, Л., 1966.
3. *Артоболевский И. И.* и др. Синтез плоских механизмов. Физматгиз, 1959.

А. А. ГРИГОРЯН, Г. М. ГРИГОРЯН

ОБ ЭКСТРЕМАЛЬНОМ РЕГУЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ РУД

Эффективное управление и регулирование сложными объектами возможно в том случае, когда присущие им основные закономерности возможно представить в виде математического описания, т. е. идентификации объекта, и лишь по нему разработать алгоритм управления [1]. Для описаний можно применять детерминистический путь по теоретическому рассмотрению динамики процесса, или статистический, позволяющий устанавливать регрессионные приближения даже при неполной информации о происходящих явлениях на различных микроуровнях.

В общем задача оптимизации решается по соотношениям:

$$y_i = f_i(z_1, z_2, \cdots, z_n) \to \max;$$

$$\beta_i = \varphi_i(z_1, z_2, \cdots, z_n) = \beta_{пл}, \tag{1}$$

где y_i — выходные параметры оптимизации; β_i — выходные плановые показатели; z_i — управляющие воздействия.

Эти модели процесса непосредственно не могут быть использованы для управления, т. к. они представляют собой зависимости выходных параметров от управляющих, в то время как для целей управления необходимо иметь зависимости управляющих параметров от входных возмущающих (x_i).

Нами рассмотрена задача оптимизации применительно к процессу измельчения руд, что позволило разработать блок-схему автоматизации цикла экстремального регулирования в двухстадиальной схеме с соотношением мельниц 1:1 (рис. 1) [1—3].

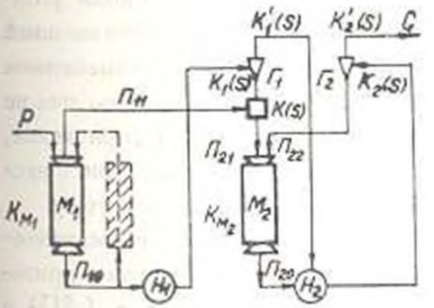

Рис. 1.

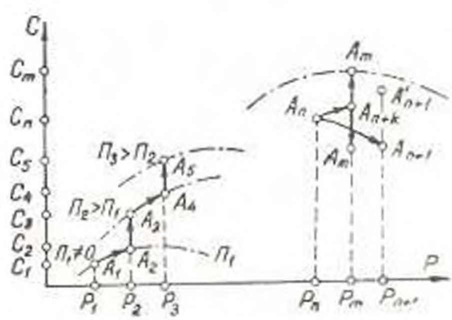

Рис. 2.

В общем виде выходное количество слива (C) зависит от количества подаваемой руды (P) и песков ($П$) на разных участках схемы. Последнее фактически означает, что слив (C) зависит от количества руды (P) и песков ($П$) на входе первой стадии, а также от их соотношения.

Можно показать, что

$$C = \frac{A_p(s)}{A_c(s)} P + \frac{A_n(s)}{A_c(s)} П, \tag{2}$$

где s — оператор, характеризующий символ производной; A_p, A_n, A_c — передаточные функции в схемах цепи аппаратов мельниц. Таким образом, действительно слив схемы однозначно зависит от компонент руды и песков на входе первой стадии.

Решение дифференциального уравнения (2) выражает экстремальное соотношение по двум переменным (руда и пески), поиск по которому рассмотрим ниже.

Экстремальное регулирование схемы связано с поиском максимума по скачкообразному изменению руды и песков на входе. В основу положен метод Зейделя-Гаусса для поиска максимума функции многих переменных. Поиск экстремума можно осуществить несколькими методами. Допустим, система находится в точке A и имеет какое-то соотношение руды и песков $P_1:П_1$ (рис. 2). Производится скачкообразное увеличение количества руды от P_1 до P_2 при $П_1 = \text{const}$ или песков от $П_1$ и $П_2$. Количество измельченной пульпы на сливе может возрасти от C_1 до C_2 (переход в точку A_2). Величина $\Delta P = P_2 - P_1$ выбирается экспериментально, в общем случае ΔP 0. В точке A_2 при неизменном количестве подаваемой руды, увеличивают количество песков на $\Delta П = П_2 - П_1$, причем, $\Delta П$ 0. После m шагов поиска с результатами $C_1 < C_2 < \cdots < C_m$ в итоге будет некоторое завершающее положение системы, допустим это A_m, и при любых ΔP и $\Delta П$ наблюдается $\Delta C < 0$, тогда эта точка будет экстремум системы, обеспечивающий оптимальную производительность для данного технологического метода. В этой точке система может оставаться устойчиво и сколь угодно долго, пока по какой-либо внешней причине, связанной с изменением количества руды или песков, она не будет выведена в новое положение, откуда вновь продолжит поиск экстремума по указанному методу.

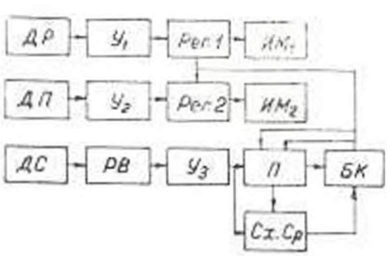

Рис. 3.

В качестве схемы автоматического поиска экстремума может быть рекомендована блок-схема, приведенная на рис. 3. На блок-схеме датчики руды (ДР), песков (ДП) и слива (ДС) выдают сигналы о количествах проходящих материалов. Эти сигналы усиливаются (У) и поступают в последующие блоки. Сигнал о количестве слива записывается и хранится в памяти (П) для сравнения с последующим значением в блоке (Сх.Ср). В зависимости от знака сигнала рассогласования из блока команд (БК) поступают разрешения на приоткрывания каналов руды или песков. Управляющий сигнал поступает в блок регулировки (Рег) для включения исполнительного механизма (ИМ). От блока команд поступают разрешения в память (П) для записи или считывания сигнала. Завершение переходных процессов фиксируется реле времени (РВ).

НИГМИ

Поступило 26.VII.1971.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бородюк В. П.* и *Лецкий Э. К.* Статистическое описание промышленных объектов. „Энергия", М., 1971.
2. *Шепелев Г. Д.* Об автоматическом регулировании процесса измельчения руд в шаровых мельницах. „Колыма", № 1, 1959.
3. *Тихонов О. Н.* Дрейф статических характеристик измельчительного агрегата при автоматическом регулировании. „Обогащение руд", № 5, 1963.

УДК 621.902

К вопросу определения эквивалентного числа оборотов при точении деталей с переменными размерами по длине обработки. Касьян М. В., Багдасарян Р. Г. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 1, 1972, 3—6.

Приводится метод расчета эквивалентного числа оборотов при точении поверхностей с переменными размерами по длине обработки. Особенность задачи состоит в том, что учитывается переменность диаметра обработки и, следовательно, скорости резания. Получены формулы, которые могут быть рекомендованы для технологических расчетов режимов резания.

Илл. 2. Библ. 4 назв.

УДК 629.11.012.57:519.2

Вероятностный анализ взаимодействия гусеничной ленты с микропрофилем. Сирекянин Р. В., Согомонян Р. Х., Захарян Л. Б. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 1, 1972, 8—12.

Методами теории вероятностей рассматривается взаимодействие гусеничной цепи с микропрофилем. Выведены зависимости, связывающие вероятностные характеристики гусеничной цепи с вероятностными характеристиками микропрофиля. Сделаны выводы по выбору оптимальной длины звена гусеничной цепи. Теоретически полученные результаты подтверждены экспериментально.

Илл. 5. Библ. 2 назв.

УДК 532.546:013.3+517.9

Фильтрация жидкости в слоистых пластах с переменными мощностями и коэффициентами фильтрации слабопроницаемых прослоек. Барсегян Р. М. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 1, 1972, 13—18.

В результате строгого решения дифференциальных уравнений фильтрации, написанных в отдельности для пластов с переменной и постоянной толщиной (при одних и тех же граничных условиях), предлагается методика для оценки величины ошибки, которая получается при осреднении мощности водоносного пласта и толщины слабопроницаемого слоя.

Табл. 1. Илл. 1. Библ. 1 назв.

УДК 532.1+517.9

Определение параметров жидкости в окрестности точки соединения фронтов волн методом Леграса. Гургенян А. А. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 1, 1972, 19—28.

Рассматривается осесимметричная задача о движении полупространства сжимаемой идеальной жидкости под действием ударной волны или твердых тел. Исследуется окрестность точки соединения волновых фронтов методом Леграса, который заключается в представлении искомых функций и независимых переменных в функции параметров α и ξ, где ξ характеризует удаление точки от ударной волны, а α — угловое расстояние. Решение задачи приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений и находится численно. В малой окрестности точки соединения решение представлено в виде ряда по степеням α, которое удовлетворяет условиям задачи включительно до второго порядка по α.

Илл. 4. Библ. 8 назв.

УДК 621.643+532.542

Расчет сжатия воздуха, защемленного в месте разрыва сплошности потока в трубопроводе. Маркарян А. Я. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 1, 1972, 29—34.

Рассмотрен вопрос изменения давления в трубопроводе насосной станции при впуске и защемлении воздуха в местах образования разрыва сплошности потока. Получены формулы для определения максимального повышения давления при изотермическом и адиабатическом процессах сжатия воздуха. Показано, что впуск и защемление воздуха в месте разрыва сплошности потока снижает давление при длине разрыва большей, чем ее предельное значение.

Илл. 3. Библ. 2 назв.

УДК 621.317.727.2—52

Анализ влияния нелинейностей на показания автоматических электронных компенсаторов. [illegible] «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 1, 1972, 35—40.

В статье приводится анализ влияния нелинейностей типа «зоны нечувствительности» и «ограничения скорости движения указателя автокомпенсатора» на его показания при неучете влияния линейной части прибора. Получены выражения для определения относительного времени влияния зоны нечувствительности на характер движения указателя автокомпенсатора в зависимости от амплитуды и частоты входного сигнала. Получены также выражения для определения амплитуды первой гармоники кривой движения указателя прибора в зависимости от величины зоны нечувствительности при различных амплитудах входного синусоидального сигнала. Приведены графики указанных зависимостей.

Илл. 4. Библ. 3 назв.

УДК 621.313.32

Индуктивное сопротивление дополнительной обмотки в синхронных машинах с возбуждением от третьей гармоники поля. Амамчян [illegible], Арутюнян В. С. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 1, 1972, 41—46.

Статья посвящена определению индуктивного сопротивления дополнительной обмотки в синхронных машинах с системой возбуждения от третьей гармоники поля. Рассматриваются [illegible] и [illegible] исполнения ротора машины. Приводятся выражения для определения индуктивного сопротивления дополнительной обмотки с учетом насыщения. Дается сравнение расчетных данных с экспериментальными, полученными на макете.

Илл. 3. Библ. [illegible] назв.

УДК 621.833.[illegible]

Определение оптимальных параметров эллиптических колес механизмов, воспроизводящих [illegible] движение. Мкртчян [illegible] «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXV, № 1, 1972, 47—50.

Равномерность хода ведомого звена достигается последовательным присоединением синусного механизма к эллиптической зубчатой передаче. Получена функция [illegible] ведомого [illegible] стоянной величины, исследованием которой определяются неизвестные параметры механизма, обеспечивающего равномерность хода ведомого звена с заданной точностью в требуемых пределах.

Илл. 3. Библ. 3 назв.

Технический редактор
Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 03689 изд. № 3722, заказ 94 тираж 510

Подписано к печати 21/IV 1972 г.

Печ. л. 3,63, бум. л. 1,82, усл. печ. л. 5,1, уч.-изд. л. 3,81

Формат бумаги $70 \times 108^1/_{16}$.

Типография Издательства АН Арм. ССР, Ереван, Барекамутян, 24

СОДЕРЖАНИЕ

МАШИНОСТРОЕНИЕ

ГИДРАВЛИКА

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԵՔԵՆԱՇԻՆՈՒԹՅՈՒՆ

ՀԻԴՐԱՎԼԻԿԱ

ՉԱՓՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

ԷԼԵԿՏՐԱՏԵԽՆԻԿԱ

ԳԻՏԱԿԱՆ ՆՈԹԵՐ