ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

Խմբագրության հասցեն՝ Երևան, Բարեկամության, 24
Адрес редакции: Ереван, Барекамутян, 24

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտ. սերիա XXIV, № 1, 1971 Серия техн. наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

М. В. КАСЬЯН, В. А. СИПАЙЛОВ, Р. С. АМБАРЯН

ТЕМПЕРАТУРА, ВОЗНИКАЮЩАЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ ПРЕРЫВИСТЫМ КРУГОМ

Шлифование металлов характеризуется быстро изменяющимися силами резания и температуры. Это приводит к нагреву зоны контакта круга с деталью до температур, обычно превышающих температуру фазовых и структурных превращений. При этих условиях поверхностный слой детали претерпевает нежелательные изменения, из-за чего его качество не обеспечивает заданной надежности сопряжения тел.

Для улучшения качества поверхностного слоя необходимо регулировать температуру при шлифовании и эффективно понижать ее. Низкие температуры шлифования особо важны для вольфрамо-молибденовых сталей, титановых, магниевых, алюминиевых сплавов и прочих новых материалов, чувствительных к тепловым импульсам. Охлаждение, применяемое при шлифовании, понижая теплосодержание детали в целом, не является эффективным методом понижения температуры в зоне шлифования.

Прерывистое шлифование [1] при правильно рассчитанных параметрах круга может служить эффективным методом понижения температуры с одновременным понижением усилий резания. Однако прерывистость контакта шлифовального круга с деталью приводит к вибрациям шпинделя станка и самого круга, что, являясь причиной образования волнистостей на поверхности, приводит к усиленному износу опорных подшипников шпинделя и неустойчивому процессу шлифования.

Наши исследования показывают, что возможны конструкции кругов, которые, сохраняя прерывистость обработки, обеспечивают равномерность контакта. Развертка рабочего профиля одного из таких кругов приведена на рис. 1. При таком рабочем профиле круга протяженности боковых режущих кромок в некоторых случаях могут быть несколько увеличенными и тепловое насыщение успевает происходить. По этой причине теоретические основы прерывистого шлифования, изложенные в [1], область применения которых ограничена периодом теплового насыщения, должны быть расширены до более общего случая. Для расчета таких кругов необходимо более полное исследование нестационарного температурного поля и исследование температурного поля от полосового источника, ориентированного под углом к направлению движения.

Рассмотрим нестационарный режим работы круга и возникающее при этом температурное поле на его боковой части. Процесс схематизируем следующим образом. По поверхности полубесконечного тела в положительном направлении оси z (рис. 2) движется длинный полосо-

Рис. 1. Развертка рабочего профиля прерывистого круга.

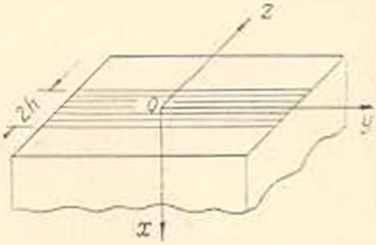

Рис. 2. Расчетная схема подвижного поверхностно-полосового источника.

вой источник тепла шириной $2h$. Полагаем, что поверхность $x = 0$ не пропускает тепла. Начало системы координат поместим в центре полосы, связанной с источником. Математическая формулировка задачи, соответствующей принятым условиям, может быть записана следующим образом. Требуется решить дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + v\,\frac{\partial T}{\partial z} \tag{1}$$

(где a — температуропроводность, v — скорость источника, T — температура) при краевых условиях:

$$\left.\begin{aligned} &\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\substack{x=0\\ |z|\le h}} + q = 0, \quad T|_{t=0} = 0,\\ &T|_{x\to\infty} = 0, \quad \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\substack{x=0\\ |z|>h}} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где λ — теплопроводность; q — плотность теплового потока. Эта задача наиболее наглядно и просто решается методом источников, т. е. реальный источник тепла представляется как сумма бесконечного числа элементарных (точечных) источников тепла, действие которых описывается функцией

$$T(x,\ y,\ z,\ x',\ y',\ z',\ t,\ t') =$$

$$= \frac{Q}{C\gamma\,[4\pi a\,(t-t')]^{3/2}} \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4a\,(t-t')}\right], \tag{3}$$

где Q — количество тепла, мгновенно выделившегося в точке с координатами x', y', z'; C — удельная теплоемкость; γ — плотность среды.

В результате движения источника координата z' непрерывно меняется на величину $v(t-t')$ и решение задачи может быть представлено в виде интеграла:

$$T=\int\limits_{-h}^{+h} dz' \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dy' \int\limits_{0}^{t} \frac{2q\,dt'}{C\gamma\,[4\pi a(t-t')]^{3/2}} \exp\left\{-\frac{x^2+(y-y')^2+[z-z'+v(t-t')]^2}{4a(t-t')}\right\}. \tag{4}$$

Интегрируя по y', получим:

$$T=\frac{q}{2\pi\lambda}\int\limits_{-h}^{+h} dz' \int\limits_{0}^{t} \frac{dt'}{t-t'} \exp\left\{-\frac{x^2+[z-z'+v(t-t')]^2}{4a(t-t')}\right\}. \tag{5}$$

Ограничиваясь рассмотрением температуры на поверхности металла $(x=0)$, получим:

$$T=\frac{q}{2\pi\lambda}\int\limits_{-h}^{+h} dz' \int\limits_{0}^{t} \frac{dt'}{t-t'} \exp\left\{-\left[\frac{(z-z')^2}{4a(t-t')}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{v}{2a}(z-z')+\frac{v^2}{4a}(t-t')\right]\right\}. \tag{6}$$

Введем обозначения:

$$\frac{v^2}{4a}(t-t')=\xi;\quad -\frac{v^2}{4a}dt'=d\xi.$$

Тогда

$$T=\frac{q}{2\pi\lambda}\int\limits_{-h}^{+h} dz' \int\limits_{0}^{v^2t/4a} \frac{d\xi}{\xi} \exp\left\{-\left[\frac{v(z-z')}{4a\sqrt{\xi}}+\sqrt{\xi}\right]^2\right\}. \tag{7}$$

Заменяя $\frac{v(z-z')}{2a}=\eta$ и $-\frac{v\,dz'}{2a}=d\eta$, получим:

$$T=\frac{qa}{\pi\lambda v}\int\limits_{v(z-h)/2a}^{v(z+h)/2a} d\eta \int\limits_{0}^{v^2t/4a} \frac{d\xi}{\xi} \exp\left[-\left(\frac{\eta}{2\sqrt{\xi}}+\sqrt{\xi}\right)^2\right]. \tag{8}$$

Далее, обозначая:

$$\frac{\eta}{2\sqrt{\xi}}+\sqrt{\xi}=u;\quad \frac{d\eta}{2\sqrt{\xi}}=du;\quad \frac{vz}{2a}=Z;\quad vh=H,$$

будем иметь:

$$T=\frac{2qa}{\pi\lambda v}\int\limits_{(Z-H+\xi)/2\sqrt{\xi}}^{(Z+H+\xi)/2\sqrt{\xi}} du \int\limits_{0}^{v^2t/4a} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi}} \exp(-u^2). \tag{9}$$

Представляя выражение (9) через интеграл вероятности, окончательно получим:

$$T=\frac{2qa}{\pi\lambda v}\int\limits_0^{v^2t/4a}\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left[\operatorname{erf}\left(\frac{Z+H+\xi}{2\sqrt{\xi}}\right)-\operatorname{erf}\left(\frac{Z-H+\xi}{2\sqrt{\xi}}\right)\right]\frac{d\xi}{\sqrt{\xi}}. \qquad (10)$$

Выражение (10) представляет собой температурное поле подвижного полосового источника, который двигался по поверхности полубесконечного тела в течение времени t. Если t достаточно велико ($t\to\infty$), то выражение (10) будет представлять известное стационарное температурное поле, которое реализуется при обычном шлифовании. Отметим, что выражение (10) является точным решением поставленной задачи, которое получено без каких-либо ограничений в области применения.

Рассмотрим характер зависимости относительной температуры $\Theta=\pi\lambda vT/2qa$ от комплекса $v^2t/4a$ (произведение квадрата Пекле), пропорционального времени. Для определенности рассмотрим изменение температуры в зависимости от времени в области ее максимальных значений, т. е. на задней кромке источника ($Z=-H$).
Тогда выражение (10) можно представить в виде:

$$\Theta=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\int\limits_0^{v^2t/4a}\left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{\xi}}{2}\right)-\operatorname{erf}\left(\frac{\xi-2H}{2\sqrt{\xi}}\right)\right]\frac{d\xi}{\sqrt{\xi}}. \qquad (11)$$

Зависимость Θ от $v^2t/4a$ представлена на рис. 3, она имеет характер насыщения. В любом случае с течением времени температура на зад-

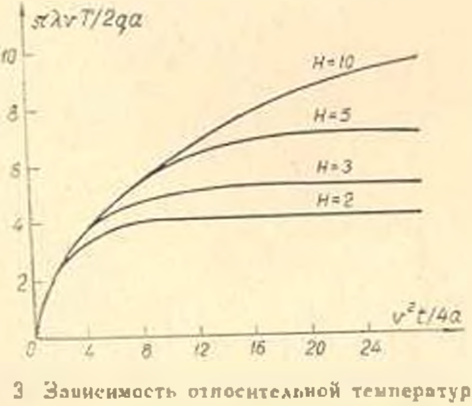

Рис. 3 Зависимость относительной температуры от комплекса, пропорционального времени

ней кромке источника стремится к некоторому пределу, характерному для данной относительной полуширины источника.

Для расчета температурного поля в центральной части круга с волнообразной режущей кромкой необходимо учесть лишь протяженность режущей кромки в направлении скорости круга. Наклонное положение режущего выступа в данном случае не окажет влияния на тепловой расчет, т. к. длина дуги контакта круга с деталью намного меньше, чем размер наклонной перемычки. Максимальные значения температуры будут определяться длиной режущей кромки между точками A и B (рис. 1).

Произведем оценку этой температуры для конкретного режима шлифования. Круг ЭБ25СМ2К, диаметр 250 *мм*, $t = 0{,}05$ *мм*, $v_c = 12$ *м/мин* $= 20 \cdot 10^{-2}$ *м/сек*, $n = 2700$ *об/мин*. Материал — сталь 12Х2Н4А ($R_c = 56 - 62$), $a = 0{,}04$. При этих условиях: $H = \frac{vb}{2a} = \frac{20.0{,}14}{2.0{,}04} = 35$; максимальное значение относительной температуры на задней кромке источника $\Theta = 19{,}8$. Если наложить условие необходимости снижения относительной температуры на 50%, то как видно из графика (рис. 3), этому требованию удовлетворяет приблизительное значение комплекса, пропорционального времени, равное 24. Из этих условий можно определить время достижения этой температуры:

$$\frac{v^2 t}{4a} = 24; \; t = \frac{4.0{,}04.24}{400} \approx 0{,}96.10^{-2} \text{ сек}.$$

Это время достаточно велико и наложенному условию будет соответствовать большой класс кругов, выполненных по предложенной схеме. Так, например, если при рассмотренных схеме и режиме шлифования взять сплошной круг, то, как показывают расчеты и эксперименты многих авторов, температура на задней кромке источника будет порядка 1500°. Если же круг выполнить по предложенной схеме и протяженностью выступов по AB (рис. 1), скажем 100 *мм*, то, очевидно, время работы такого круга, определенное из условия (1) $t = l/\pi D n$, будет равно $t = \frac{10}{\pi.25.45} \approx 3.10^{-3}$ *сек*, а комплекс $v^2 t/4a$ получит значение 7.5, при котором $\Theta = 5{,}3$, т. е. в 3,7 раза ниже температуры насыщения, развиваемой сплошным кругом. Для рассмотренного режима эта температура будет равна 400°, что является вполне безопасной в смысле образования прижогов, микротрещин и т. п.

Выводы

1. При прерывистом шлифовании температура в зоне контакта круга с деталью на 30—50% ниже по сравнению со сплошным шлифованием, что объясняется, в основном, прерывистым процессом резания.

2. Прерывистое шлифование дает значительное улучшение качества поверхностного слоя за счет понижения температуры. При низких температурах структурные изменения (незначительный отпуск) распространяются приблизительно на глубину 35—50 *мк* взамен 270 *мк* при шлифовании сплошными кругами, что приводит к пониже-

нию микротвердости, фазовым и структурным превращениям обрабатываемого материала.

3. Предложенный вариант прерывистого круга позволяет сэкономить абразивный материал.

Մ. Վ. ԿԱՍՅԱՆ, Վ. Ա. ՍԻՓԱՅԼՈՎ, Ե. Ս. ՀԱՄԲԱՐՅԱՆ

ԸՆԴՀԱՏՈՒՆ ՍԿԱՎԱՌԱԿՈՎ ՀՂԿՄԱՆ ԱՌԱՋԱՑՈՂ ՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԸ

Ամփոփում

Հոդվածում քննարկվում է հղկասկավառակի աշխատանքի ոչ-ստացիոնար ռեժիմը և դրա ժամանակ սկավառակի կողմնային մասում առաջացող ջերմաստիճանային դաշտը։ Ցույց է տրված, որ անընդհատ հղկման համեմատությամբ ընդհատուն հղկման ժամանակ սկավառակի և դետալի կոնտակտի զոնայում ջերմաստիճանը 30-50% ցած է։ Հետևություն է արված, որ ընդհատուն հղկումը զգալիորեն բարելավում է մակերևույթային շերտի որակը՝ ի հաշիվ ջերմաստիճանի իջեցման։ Առաջարկվում է ընդհատուն սկավառակի տարբերակ, որն ընձեռնում է հղկանյութի տնտեսման հնարավորություն։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сипайлов В. А., Якимов А. В.* Расчет размеров режущих перемычек круга при прерывистом шлифовании.
2. *Якимов А. В., Сипайлов В. А., Потемкин В. И., Яковлев Г. С., Бояршинов Ю. А., Екимов С. К.* Прерывистое шлифование. „Вестник машиностроения“, № 3, 1967.
3. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. Гостехиздат, 1952.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտ. սերիա XXIV, № 1, 1971 Серия техн. наук

ЭНЕРГЕТИКА

Г. Т. АДОНЦ

УРАВНЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЛИНИИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В электроэнергетике продолжается рост числа дальних линий электропередач напряжением 500 кв. Ведутся большие работы по созданию сверхдальних электропередач на еще более высокие напряжения, предназначаемых для обеспечения магистральных связей между отдельными энергосистемами. В этой связи возникает необходимость разработки методов расчета установившихся режимов электроэнергетических систем и их объединений, в которых дальние и сверхдальние линии электропередачи представляются параметрами, распределенными по линии.

Целью данной статьи является вывод уравнений установившегося режима линии с распределенными параметрами в форме, соответствующей задачам расчета установившихся режимов электроэнергетических систем, содержащих длинные линии.

В качестве исходных примем следующие выражения связи между комплексными напряжениями ($\dot{U}_x$) и токами ($\dot{I}_x$) в любой точке линии с распределенными параметрами через напряжение ($\dot{U}_2$) и ток ($\dot{I}_2$) в конце линии [1]:

$$\dot{U}_x = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma (l-x) + \frac{1}{Y_b} \dot{I}_2 \operatorname{sh} \gamma (l-x);$$

$$\dot{I}_x = \dot{U}_2 Y_b \operatorname{sh} \gamma (l-x) + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma (l-x), \qquad \text{(a)}$$

где l — длина линии;

x — расстояние от начала линии до произвольной ее точки;

$Y_b = \sqrt{\dfrac{g + j\omega C}{r + j\omega L}}$ — волновая проводимость линии;

$\gamma = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} = \alpha + j\beta$ — коэффициент распространения;

r, g, L, C — параметры на единицу длины линии.

Принимая $x = 0$, получим выражения напряжения ($\dot{U}_1$) и тока ($\dot{I}_1$) в начале линии через $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$ в конце линии, а именно:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l + \frac{1}{Y_b} \dot{I}_2 \operatorname{sh} \gamma l;$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_2 Y_b \operatorname{sh} \gamma l + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma l. \qquad (6)$$

Расчет установившегося режима линии с распределенными параметрами в настоящей статье рассматривается как две последовательно решаемые задачи. В первой определяется установившийся режим на концах линии. Во второй определяется установившийся режим линии в произвольной ее точке.

Постановка первой задачи. Принимаются в качестве заданных: активная (P_m) и реактивная (Q_m) мощности начала ($m = 1$) или конца ($m = 2$) линии. Требуется определить: модуль (U_k) и фазу (ψ_k) комплексного напряжения ($\dot{U}_k$) конца ($k = 2$) или начала ($k = 1$) линии. Итак, имеем m, $k = 1, 2$; $m \neq k$.

Для решения этой задачи в качестве исходных примем уравнения в форме (6).

Преобразуем систему (6) к виду уравнений четырехполюсника, записанных в форме (Y):

$$\begin{bmatrix} Y_b \dfrac{\operatorname{ch} \gamma l}{\operatorname{sh} \gamma l} & -Y_b \dfrac{1}{\operatorname{sh} \gamma l} \\ Y_b \dfrac{1}{\operatorname{sh} \gamma l} & -Y_b \dfrac{\operatorname{ch} \gamma l}{\operatorname{sh} \gamma l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

где $\operatorname{sh} \gamma l$, $\operatorname{ch} \gamma l$ — функции комплексного аргумента $\gamma l = (\alpha + j\beta) l$.

Дополним (1) следующими выражениями комплексных мощностей генератора, действующего на входных—1, и нагрузки, подключенной к выходным—2 зажимам четырехполюсника:

$$P_1 - jQ_1 = \overset{*}{U}_1 \dot{I}_1;$$

$$P_2 - jQ_2 = -\overset{*}{U}_2 \dot{I}_2, \qquad (2)$$

где $\overset{*}{U}$ — величина, сопряженная с комплексом $\dot{U}$.

Путем исключения из системы (1) токов $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$, используя для этой цели выражения (2), получаются следующие уравнения комплексной мощности на зажимах линии с распределенными параметрами в функции ее комплексных напряжений и вторичных ее параметров Y_b и γ:

$$P_m - jQ_m = \frac{Y_b}{\operatorname{sh} \gamma l} (U_m^2 \operatorname{ch} \gamma l - \overset{*}{U}_m \dot{U}_k), \qquad (3)$$

где $m = 1, 2$ — индекс начала и конца линии.

После преобразований получаются следующие формулы для расчета активной и реактивной мощностей:

$$P_m = U_m y_b \frac{1}{s} [U_m c \cos (\varepsilon - \rho_b + \rho_c) - U_k \cos (\varepsilon - \rho_b + \psi_k - \psi_m)];$$

$$Q_m = U_m y_b \frac{1}{s}\left[-U_m c \sin(\varepsilon - \rho_c + \psi_b) + U_k \sin(\varepsilon - \rho_s + \psi_k - \psi_m)\right], \quad (4)$$

где коэффициенты y_b, s, c, ε, ρ_s, ρ_c определяются в функции параметров линии, а именно:

$$y_b = \frac{\sqrt{(gr - \omega^2 CL)^2 + \omega^2 (Cr - Lg)^2}}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}};$$

$$s = \sqrt{\mathrm{sh}^2 \alpha l \cos^2 \beta l + \mathrm{ch}^2 \alpha l \sin^2 \beta l};$$

$$c = \sqrt{\mathrm{ch}^2 \alpha l \cos^2 \beta l + \mathrm{sh}^2 \alpha l \sin^2 \beta l};$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega (Cr - Lg)}{gr - \omega^2 CL};$$

$$\rho_s = \operatorname{arc\,tg} \frac{\mathrm{ch}\, \alpha l \sin \beta l}{\mathrm{sh}\, \alpha l \cos \beta l};$$

$$\rho_c = \operatorname{arc\,tg} \frac{\mathrm{sh}\, \alpha l \sin \beta l}{\mathrm{ch}\, \alpha l \cos \beta l};$$

$$\alpha = \frac{\omega}{2\beta}(Lg + Cr);$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\omega^2 LC - rg + \sqrt{(r^2 + \omega^2 L^2)(g^2 + \omega^2 C^2)}\right]}. \quad (5)$$

Учитывая, что линия с распределенными параметрами, представляемая четырехполюсником, служит связью между энергосистемами, эквивалентируемыми многополюсниками, целесообразно искомые уравнения установившегося режима линии с распределенными параметрами записать в форме, соответствующей условиям указанного метода [2] расчета. С учетом сказанного на основе уравнений (4) получаются выражения (6) – (9) для искомых значений: активной мощности P_m, реактивной мощности Q_m, модуля напряжений U_k и синуса фазы напряжения $x_k = \sin\psi_k$ соответственно для узлов m, k четырехполюсника, эквивалентно представляющего линию с распределенными параметрами. Так как $m \neq k$, то очевидно, что в данной задаче величины P_m, Q_m, U_m, ψ_m принимаются в качестве заданных.

$$P_m = U_m^2 a - U_m U_k \frac{y_b}{s}\left[\cos(\varepsilon - \rho_s)\left(\sqrt{(1 - x_m^2)(1 - x_k^2)} + x_m x_k\right) - \right.$$

$$\left. - \sin(\varepsilon - \rho_s)\left(x_m \sqrt{1 - x_k^2} - x_k \sqrt{1 - x_m^2}\right)\right]; \quad (6)$$

$$Q_m = U_m^2 b + U_m U_k \frac{y_b}{s}\left[\cos(\varepsilon - \rho_s)\left(x_k \sqrt{1 - x_m^2} - x_m \sqrt{1 - x_k^2}\right) - \right.$$

$$\left. - \sin(\varepsilon - \rho_s)\left(\sqrt{(1 - x_m^2)(1 - x_k^2)} + x_m x_k\right)\right]; \quad (7)$$

$$x_k = \frac{1}{U_k^2 b - Q_k}\Big\{(P_k - U_k^2 a)\sqrt{1-x_k^2} + U_k U_m y_b \frac{1}{s}\left[\cos(\varepsilon - \rho_s)\sqrt{1-x_m^2} - \right.$$

$$\left. - \sin(\varepsilon - \rho_s)\, x_m\right]\Big\}; \tag{8}$$

$$U_k = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\,, \tag{9}$$

где

$$p = U_m y_b \frac{1}{bs}\left[\sin(\varepsilon - \rho_s)\left(\sqrt{(1-x_k^2)(1-x_m^2)} + x_k x_m\right) + \right.$$

$$\left. + \cos(\varepsilon - \rho_s)\left(x_m\sqrt{1-x_k^2} - x_k\sqrt{1-x_m^2}\right)\right];$$

$$q = -\frac{Q_k}{b}; \quad x_m = \sin\psi_m; \quad x_k = \sin\psi_k;$$

$$a = y_b\frac{c}{s}\cos(\varepsilon - \rho_s + \rho_c); \quad b = -y_b\frac{c}{s}\sin(\varepsilon - \rho_s + \rho_c);$$

$$m,\ k = 1,\ 2; \quad m \neq k.$$

Полученные уравнения (6) ÷ (9) установившегося режима линии с распределенными параметрами могут быть записаны и в следующей форме неявных функций:

$$P_m^{i+1} = P(x_k^i;\ U_k^i); \tag{6^1}$$

$$Q_m^{i+1} = Q(x_k^i;\ U_k^i); \tag{7^1}$$

$$x_k^{i+1} = x(x_k^i;\ U_k^i); \tag{8^1}$$

$$U_k^{i+1} = U(x_k^i). \tag{9^1}$$

где i — индекс шага итерации.

Из структуры уравнений (6^1) ÷ (9^1) видно, что они являются нелинейными и могут быть решены методами последовательных приближений [3]. После их решения величины комплексных токов $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ легко определяются согласно уравнениям (2). Решения этих уравнений могут быть записаны в следующей форме:

$$I_m = \frac{1}{U_m}\sqrt{P_m^2 + Q_m^2}; \tag{10}$$

$$\varphi_m = \psi_m - \operatorname{arc\,tg}\frac{Q_m}{P_m}, \tag{11}$$

где I_m, γ_m — модуль и аргумент комплексного тока в конце ($m = 2$) и в начале ($m = 1$) линии;

ψ_m — фаза комплексного напряжения $\dot{U}_m$.

По полученным результатам расчета установившегося режима на концах линии можно определить также потери активной (π) и реактивной (q) мощностей в линии, а именно:

$$\pi = P_1 - P_2; \quad q = Q_1 - Q_2. \tag{12}$$

Постановка второй задачи. Принимаются в качестве заданных комплексное напряжение ($\dot{U}_2$) и ток ($\dot{I}_2$) в конце линии. Эти величины получаются, как было отмечено выше, в результате решения уравнений (6) — (11). Требуется определить режим линии в любой ее точке, т. е. $\dot{U}_x$, $\dot{I}_x$, P_x, Q_x. Исходным для решения этой задачи могут служит уравнении (а) и (2).

Активное (U'_x) и реактивное (U''_x) слагаемые напряжения в произвольной (x) точке линии могут быть вычислены по следующим формулам:

$$U'_x = U_2 c_x \cos(\psi_2 + \rho_{cx}) + \frac{1}{y_b} I_2 s_x \cos(\gamma_2 - \varepsilon + \rho_{sx}); \tag{13}$$

$$U''_x = U_2 c_x \sin(\psi_2 + \rho_{cx}) + \frac{1}{y_b} I_2 s_x \sin(\gamma_2 - \varepsilon + \rho_{sx}). \tag{14}$$

Аналогично вычисляются активные (I'_x) и реактивные (I''_x) слагаемые тока в произвольной (x) точке линии:

$$I'_x = I_2 c_x \cos(\gamma_2 + \rho_{cx}) + Y_b U_2 s_x \cos(\psi_2 + \varepsilon + \rho_{sx}); \tag{15}$$

$$I''_x = I_2 c_x \sin(\gamma_2 + \rho_{cx}) + Y_b U_2 s_x \sin(\psi_2 + \varepsilon + \rho_{sx}). \tag{16}$$

Используемые в формулах (13) — (16) коэффициенты определяются выражениями:

$$c_x = \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha (l - x) \cos^2 \beta (l - x) + \operatorname{sh}^2 \alpha (l - x) \sin^2 \beta (l - x)};$$

$$s_x = \sqrt{\operatorname{sh}^2 \alpha (l - x) \cos^2 \beta (l - x) + \operatorname{ch}^2 \alpha (l - x) \sin^2 \beta (l - x)};$$

$$\rho_{sx} = \operatorname{arc\,tg} \frac{\operatorname{ch} \alpha (l - x) \sin \beta (l - x)}{\operatorname{sh} \alpha (l - x) \cos \beta (l - x)};$$

$$\rho_{cx} = \operatorname{arc\,tg} \frac{\operatorname{sh} \alpha (l - x) \sin \beta (l - x)}{\operatorname{ch} \alpha (l - x) \cos \beta (l - x)}, \tag{17}$$

где x — расстояние от начала линии до произвольной ее точки.

Коэффициенты α, β, γ_b, ε определяются согласно (5). Легко заметить, что коэффициенты c, s, γ_1, γ_2, определяемые по (5), получаются из (17), если в последних принять $x=0$, что будет соответствовать условию $\dot U_x = \dot U_1$, $\dot I_x = \dot I_1$.

По вычисленным величинам активных и реактивных слагаемых токов и напряжений в произвольной точке линии легко определяются комплексные $\dot U_x$ и $\dot I_x$, а именно:

$$\dot U_x = U'_x + jU''_x = U_x e^{j\psi_x};$$

$$\dot I_x = I'_x + jI''_x = I_x e^{j\gamma_x},$$

где

$$U_x = \sqrt{(U'_x)^2 + (U''_x)^2}; \qquad \psi_x = \operatorname{arc\,tg} \frac{U''_x}{U'_x}.$$

$$I_x = \sqrt{(I'_x)^2 + (I''_x)^2}; \qquad \gamma_x = \operatorname{arc\,tg} \frac{I''_x}{I'_x}.$$

Легко вычисляются также активные и реактивные мощности в произвольной точке линии:

$$\begin{aligned} P_x &= U_x I_x \cos(\psi_x - \gamma_x); \\ Q_x &= U_x I_x \sin(\psi_x - \gamma_x). \end{aligned} \tag{19}$$

Выводы: Установившийся режим линии с распределенными параметрами находится путем последовательного решения двух задач. В первой задаче определяются параметры режима в начале и конце линии, во второй задаче—параметры режима в произвольной точке линии. Для решения первой задачи предлагаются формулы (6) ÷ (11), для второй задачи—формулы (13) ÷ (19).

АрмНИИЭ

Поступило 23.X.1950.

Հ. Տ. ԱԴՈՆՑ

ԲԱՇԽՎԱԾ ՊԱՐԱՄԵՏՐՆԵՐՈՎ ԳԾԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ՀԱՇՎԱՐԿՈՒՄՆԵՐԸ

Ամփոփում

Բաշխված պարամետրներով գծի կայունացած ռեժիմի պարամետրերը գտնվում են հաջորդաբար երկու խնդիրներ լուծելով։ Առաջին խնդրի լուծումից ստացվում են գծի ռեժիմի պարամետրերը նրա սկզբում և վերջում, երկրորդի լուծումից՝ գծի ռեժիմի պարամետրերը նրա կամայական կետում։ Առաջին խնդրի լուծման համար առաջարկվում են (6)÷(11) բանաձևերը, երկրորդի համար՝ (13)÷(19) բանաձևերը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Атабеков Г. И.* Теоретические основы электротехники. Изд. „Энергия", 1966.
2. *Адонц Г. Т.* Алгоритм расчета установившегося режима энергосистемы с учетом нелинейных характеристик генераторов и нагрузок. „Электричество", № 2, 1970.
3. *Демидович Б. П., Марон И. А.* Основы вычислительной математики. Изд. „Наука", 1970.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտ. սերիա XXIV, № 1, 1971 Серия техн. наук

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Вл. А. АМБАРЦУМЯН

О ПЕРИОДАХ СВОБОДНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ

Точный расчет каркасных зданий на восприятие сейсмических сил в значительной степени зависит от правильного определения их динамических характеристик, в частности от частоты (периода) свободных колебаний. Определение частот свободных колебаний каркасных зданий связано с трудоемкими вычислениями собственных значений квадратных матриц и решением систем алгебраических уравнений высших порядков. В работе [1] получена компактная формула для определения периодов колебаний каркасных зданий в зависимости от этажности при упругих линейных колебаниях. Цель настоящей работы—определить аналогичную зависимость с учетом нелинейности колебаний.

Свободные линейные колебания каркасных зданий при абсолютно жестких ригелях (без учета затухания) описываются дифференциальными уравнениями вида [2]:

$$\sum_{k=1}^{s} m_k \ddot{y}_k + a_s (y_s - y_{s+1}) = 0, \quad (s = 1, 2, \cdots, n) \tag{1}$$

где m_k — масса, сосредоточенная в $(n-k+1)$-ом этаже;

a_s — жесткость $(n-s+1)$-го этажа;

y_s — перемещение $(n-s+1)$-го этажа.

Как видно из (1), восстанавливающая сила $\bar{R}_s (y_s - y_{s+1}) = a_s (y_s - y_{s+1})$ изменяется линейно. Для материалов, применяемых в строительных конструкциях, характерна так называемая „мягкая характеристика“ восстанавливающей силы [3], при которой производная $R_s (y_s - y_{s+1})$ убывает с ростом деформаций. Диаграммы строительных материалов при динамических процессах характеризуются различными законами нагрузки и разгрузки. При нагрузке восстанавливающая сила подчиняется нелинейному закону, а при разгрузке—линейному. Для решения задачи исходим из уравнений упруго-нелинейных колебаний. Как будет показано, используя значения периодов упруго-нелинейных колебаний, можно найти периоды колебаний при гистерезисной схеме деформирования. Подставляя в (1) вместо линейной восстанавливающей силы нелинейную в виде $R_s (y_s - y_{s+1}) = a_s [(y_s - y_{s+1}) - \varepsilon (y_s - y_{s+1})^3]$, получим уравнения упруго-нелинейных колебаний:

$$\sum_{k=1}^{s} m_k \ddot{y}_k + a_s[(y_s - y_{s+1}) - \varepsilon_s (y_s - y_{s+1})^3] = 0, \quad (s = 1, 2, \cdots, n) \qquad (2)$$

где ε_s — малый положительный параметр, характеризующий нелинейность деформации $(n - s + 1)$-го этажа. По результатам работы [4] для простой и консольной железобетонных балок коэффициент нелинейности ε соответственно имеет значения: 0,06 см$^{-2}$ и 0,17 см$^{-2}$. В многоярусной раме нижние и верхние этажи сжаты в разной степени. Это означает, что в уравнениях (2) значение ε_s для нижних этажей должно быть больше по сравнению с верхними. Однако в дальнейшем влиянием нормальных сил пренебрегаем и принимаем

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \cdots = \varepsilon_s = \varepsilon.$$

Исходя из физических представлений, уравнениями (2) можно воспользоваться только для таких значений $(y_s - y_{s+1})$, при которых восстанавливающая сила по абсолютной величине возрастает. Из условия

$$R'_s(y_s - y_{s+1}) = a_s[1 - 3\varepsilon(y_s - y_{s+1})^2] > 0$$

находим, что

$$\varepsilon < \frac{1}{3(y_s - y_{s+1})^2_{max}}. \qquad (3)$$

Для нахождения частоты (периода) нелинейной системы, описываемой уравнениями (2), воспользуемся асимптотическим методом Крылова-Боголюбова [5]. Общее решение уравнений (2) ищем в виде разложения:

$$y_s = C_s^{(1)} Y \cos(\omega_1^{(1)} t + \theta) + \varepsilon U_s^{(1)}(Y, \omega_1^{(1)} t + \theta) + \varepsilon^2 U_s^{(2)}(Y, \omega_1^{(1)} t + \theta) + \cdots \qquad (4)$$

где Y — максимальное перемещение свободного конца;

$C_s^{(1)}$ — частные решения линейной системы уравнений (1);

$\omega_1^{(1)}$ — круговая частота основной формы линейных колебаний;

$U_s^{(1)}, U_s^{(2)}$ — периодические функции угла $\psi = \omega_1^{(1)} t + \theta$ с периодом 2π.

Величины Y и ψ как функции времени определяются дифференциальными уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dY}{dt} &= \varepsilon A_1(Y) + \varepsilon^2 A_2(Y) + \varepsilon^3 \cdots \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_1^{(1)} + \varepsilon B_1(Y) + \varepsilon^2 B_2(Y) + \varepsilon^3 \cdots \end{aligned} \right|$$

В качестве первого приближения принимаем:

$$y_s = C_s^{(1)} Y \cos\psi, \quad (s = 1, 2, \cdots, n) \qquad (5)$$

где

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{dY}{dt} &= \varepsilon A_1(Y) \\
\omega(Y) = \frac{d\psi}{dt} &= \omega_n^{(1)} + \varepsilon B_1(Y)
\end{aligned}\right| \tag{6}
$$

$\omega(Y)$ — искомая частота нелинейных колебаний.
Для нахождения $B_1(Y)$ воспользуемся одним из уравнений гармонического баланса [5]

$$
\int_0^{2\pi} \sum_{r=1}^{n} C_r^{(1)} \left| \sum_{k=1}^{s} m_k \ddot{y}_k + a_s (y_s - y_{s+1}) - a_s \varepsilon (y_s - y_{s+1})^3 \right| \cos\psi \, d\psi = 0. \tag{7}
$$

$$
(s = 1, 2 \cdots n)
$$

Дифференцируя (5) с учетом (6), с точностью до величин первого порядка малости находим:

$$
\ddot{y}_k = C_k^{(1)} [-2\varepsilon \omega_n^{(1)} \sin\psi\, A_1(Y) - Y \omega_n^{(1)2} \cos\psi - 2\varepsilon Y \omega_n^{(1)} \cos\psi\, B_1(Y)]. \tag{8}
$$

Подставляя (5) и (8) в уравнения (7), получим:

$$
\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \sum_{r=1}^{n} C_r^{(1)} \Bigg| \sum_{k=1}^{s} - m_k C_k^{(1)} [2\varepsilon \omega_n^{(1)} \sin\psi\, A_1(Y) + Y \omega_n^{(1)2} \cos\psi + \\
+ 2\varepsilon Y \omega_n^{(1)} \cos\psi\, B_1(Y)] + a_s Y \cos\psi (C_s^{(1)} - C_{s+1}^{(1)}) - \\
- \varepsilon a_s Y^3 \cos^3\psi (C_s^{(1)} - C_{s+1}^{(1)})^3 \Bigg| \cos\psi \, d\psi = 0.
\end{aligned} \tag{9}
$$

После интегрирования и преобразований получим:

$$
\begin{aligned}
-2Y \omega_n^{(1)} \varepsilon B_1(Y) \sum_{r,\,k=1}^{n,\,s} m_k C_r^{(1)} C_k^{(1)} + Y \sum_{r,\,k=1}^{n,\,s} C_r^{(1)} [- m_k \omega_n^{(1)2} C_k^{(1)} + \\
+ a_s (C_s^{(1)} - C_{s+1}^{(1)})] = \frac{3}{4} \varepsilon Y^3 \sum_{r,\,s=1}^{n} a_s C_r^{(1)} (C_s^{(1)} - C_{s+1}^{(1)})^3. \quad (s = 1, 2, \cdots, n)
\end{aligned} \tag{10}
$$

Принимаем, что все сосредоточенные массы равны, а жесткость по всем этажам постоянна ($a_1 = a_2 = \cdots = a$; $m_1 = m_2 = \cdots = m$).
Имея ввиду, что

$$
\sum_{r,\,k=1}^{n,\,s} - m \omega_n^{(1)2} C_k^{(1)} + a (C_s^{(1)} - C_{s+1}^{(1)}) = 0 \quad (s = 1, 2 \cdots n)
$$

и обозначая

$$
\sum_{r,\,k=1}^{n,\,s} C_r^{(1)} C_k^{(1)} = M_1^{(s)} \quad \text{и} \quad \sum_{r,\,s=1}^{n} C_r^{(1)} (C_s^{(1)} - C_{s+1}^{(1)})^3 = \Delta_1^{(s)},
$$

получим

$$\varepsilon B_1 = -\frac{3}{8}\frac{\varepsilon Y^2}{\omega_{\text{л}}^{(1)}}\frac{a}{m}\frac{\Delta_1^{(n)}}{M_1^{(n)}}. \qquad (11)$$

В работе [1] приведены значения $C_s^{(1)}$ и $\lambda_1 = \omega_{\text{л}}^{(1)2}\cdot\dfrac{m}{a}$ для $n = 2 \div 20$.

Используя эти данные и вычисляя $\Delta_1^{(n)}$ и $M_1^{(n)}$, получим εB_1. Подставляя εB_1 во второе уравнение системы (6), получим значение частоты нелинейных колебаний $\omega(Y)$ в первом приближении. Вычисления проводились для $n = 2 \div 10$; 15; 20 этажей. Полученные значения $M_1^{(n)}$, $\Delta_1^{(n)}$ и $\omega(Y)$ приведены в таблице 1.

Таблица 1

n	$M_1^{(n)}$	$\Delta_1^{(n)}$	$\omega(Y)/\omega_{\text{л}}^{(1)}$
1	1	1	$1-0{,}375\ \varepsilon Y^2$
2	4,235	0,869	$1-0{,}109\ \varepsilon Y^2$
3	11,328	0,316	$1-0{,}0528\ \varepsilon Y^2$
4	24,089	0,247	$1-0{,}0317\ \varepsilon Y^2$
5	43,542	0,197	$1-0{,}0209\ \varepsilon Y^2$
6	71,373	0,164	$1-0{,}01479\ \varepsilon Y^2$
7	109,336	0,141	$1-0{,}01107\ \varepsilon Y^2$
8	158,886	0,123	$1-0{,}00912\ \varepsilon Y^2$
9	221,977	0,111	$1-0{,}00687\ \varepsilon Y^2$
10	299,713	0,100	$1-0{,}00562\ \varepsilon Y^2$
15	961,594	0,068	$1-0{,}00256\ \varepsilon Y^2$
20	2224,004	0,051	$1-0{,}00147\ \varepsilon Y^2$

Решение уравнений (2) во втором приближении имеет вид:

$$y_s = C_s^{(1)} Y\cos\psi + \varepsilon U_s^{(1)}, \quad (s = 1, 2 \cdots n) \qquad (12)$$

где Y и ψ определяются из уравнений второго приближения:

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dt} &= \varepsilon A_1(Y) + \varepsilon^2 A_2(Y), \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_{\text{л}}^{(1)} + \varepsilon B_1(Y) + \varepsilon^2 B_2(Y). \end{aligned} \qquad (13)$$

Значение $U_s^{(1)}$ в уравнении (12) находим как амплитуду вынужденных колебаний, возбуждаемых в системе (1) силами $a\varepsilon(y_s - y_{s-1})^3$, в которых y_s и y_{s-1} синусоидальные:

$$U_s^{(1)} = \sum_{j=1}^{n} C_s^{(j)} \frac{\sum\limits_{p=1}^{n} f_p^{(0)} C_p^{(j)}}{mM_j\omega_j^2} + \sum_{j=2}^{n} C_s^{(j)} \frac{\sum\limits_{p=1}^{n}\left(f_p^{(1)}\cos\psi + g_p^{(1)}\sin\psi\right) C_p^{(j)}}{mM_j\left(\omega_j^2 - \omega_{\text{л}}^{(1)2}\right)} +$$

$$+ \sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{n} C_s^{(j)} \frac{\sum\limits_{p=1}^{n}\left(f_p^{(i)}\cos i\psi + g_p^{(i)}\sin i\psi\right) C_p^{(j)}}{mM_j\left(\omega_j^2 - i^2\omega_{\text{л}}^{(1)2}\right)}, \qquad (14)$$

где

$$\sum_{r,\,k=1}^{n} C_r^{(j)} C_k^{(j)} = M_j \ (s,\ j = 1,\ 2 \cdots n),$$

$f_p^{(1)}$ и $a_p^{(1)}$ — коэффициенты разложения функции $a(y_p - y_{p+1})^3$ в ряд Фурье. При вычислении $U^{(1)}$ в сумме третьего слагаемого было учтено три члена. Дифференцируя (12) с учетом (13) с точностью до величин второго порядка малости включительно и подставляя y и $\dot{y}$ в (7), находим $B_1(Y)$. Что подставляя во второе уравнение системы (13) находим значение $\omega(Y)$ с учетом двух приближения. Значения $B_1(Y)$ вычислены для $n = 1,\ 2,\ 3$ этажей. Значения частот $\omega(Y)$ с учетом двух приближений имеют вид:

$$\text{при } n = 1 \quad \omega(Y) = \omega_1^{(1)}(1 - 0{,}375\,\varepsilon\, Y^2 - 0{,}058\,\varepsilon^2\, Y^4);$$

$$\text{при } n = 2 \quad \omega(Y) = \omega_1^{(1)}(1 - 0{,}109\,\varepsilon\, Y^2 - 0{,}0039\,\varepsilon^2\, Y^4);$$

$$\text{при } n = 3 \quad \omega(Y) = \omega_1^{(1)}(1 - 0{,}058\,\varepsilon\, Y^2 - 0{,}00084\,\varepsilon^2\, Y^4).$$

Для систем со степенями свободы более трех второе приближение не произведено из-за громоздкости вычислений, кроме того, как видно из табл. 2, при принимаемом интервале изменения коэффициента нелинейности ε первое приближение дает результаты с достаточной для практических целей точностью.

Таблица 2

n	$\omega(Y)/\omega_1^{(1)}$ (I приближение)		$\omega(Y)/\omega_1^{(1)}$ (II приближение)	
	$\varepsilon = 0.16$	$\varepsilon = 0,33$	$\varepsilon = 0.16$	$\varepsilon = 0,33$
1	0.9398	0,8763	0,9384	0,8700
2	0.9302	0,8562	0,9286	0,8501
3	0.9239	0,8432	0,9222	0,8362
4	0,9188	0,8327	—	—
5	0,9164	0,8276	—	—
6	0,9147	0,8242	—	—
7	0,9137	0,8222	—	—
8	0,9124	0,8195	—	—
9	0,9109	0,8164	—	—
10	0,9100	0,8146	—	—
15	0,9078	0,8100	—	—
20	0,9060	0,8060	—	—

О количественном изменении частоты нелинейных колебаний $\omega(Y)$ в зависимости от этажности и от коэффициента нелинейности можно судить по данным табл. 2, где для простоты принято $(y_s - y_{s+1})_{max} = 1$. Из условия (3) получается, что $\varepsilon \le 0{,}33$. Для сравнения влияния этажности на величину $\omega(Y)/\omega_1^{(1)}$ в первом приближении принимаем, что $Y = n\,(y_s - y_{s+1})_{max}$ [1].

Как видно из табл. 2, с увеличением этажности уменьшается отношение $\omega(Y)/\omega_л^{(1)}$ и разница между частотами нелинейных и линейных колебаний более существенна при больших ε. Обработка данных табл. 1 показала, что значения $\omega(Y)/\omega_л^{(1)}$ хорошо аппроксимируются функцией:

$$\omega(Y)/\omega_л^{(1)} = 1 - 0{,}375\, n^{-1,84}\, \varepsilon\, Y^2,$$

а для отношения периодов колебаний $T(Y)/T_л^{(1)}$ с точностью ε будем иметь:

$$T(Y)/T_л^{(1)} = 1 + 0{,}375\, n^{-1,84}\, \varepsilon\, Y^2. \tag{15}$$

Подставляя в (15) вместо $T_л^{(1)}$ его значение, приведенное в работе [1], получим аналогичную формулу для определения периода упруго-нелинейных колебаний:

$$T(Y) = 2\pi\,(0{,}367 + 0{,}633\, n)\sqrt{\frac{m}{a}}\,(1 + 0{,}375\, n^{-1,84}\, \varepsilon\, Y^2).$$

Теперь рассмотрим случай, когда восстанавливающая сила при нагрузке подчиняется нелинейному закону

$$R_s = a\,[(y_s - y_{s-1}) - \varepsilon\,(y_s - y_{s-1})^3],$$

а разгрузка происходит линейно. Угол наклона линии разгрузки с осью $(y_s - y_{s-1})$ равен $\alpha = \mathrm{arc\,tg}\, a$.

Время t_1, в течение которого восстанавливающая сила изменяется от нуля до R_s^{max}, равно:

$$t_1 = \frac{1}{4}\, T(Y).$$

Время разгрузки t_2 (независимо от значения Y) равно:

$$t_2 = \frac{1}{4}\, T_л^{(1)}.$$

Для полупериода гистерезисной системы имеем:

$$\frac{1}{2}\, T_{гис} = t_1 + t_2 = \frac{1}{4}\,[T(Y) + T_л^{(1)}]. \tag{16}$$

Используя (15), получим формулу для определения периода гистерезисных колебаний:

$$T_{гис} = T_л^{(1)}\left[1 + \frac{1}{2}\, 0{,}375\, n^{-1,84}\, \varepsilon\, Y^2\right]. \tag{17}$$

Рассмотрим важный с практической точки зрения случай, когда угол наклона линии разгрузки β меньше значения $\alpha = \mathrm{arc\,tg}\, a$. Отметим, что значения $T(Y)$ первого приближения, то есть (15), можно получить также эквивалентной линеаризацией уравнений упруго-нелинейных колебаний [5]. Линеаризованные уравнения (2) при $a_1 = a_2 = \cdots = a$; $m_1 = m_2 = \cdots m$ имеют вид:

$$\sum_{k=1}^{n} m\ddot{y}_k + a_s(y_s - y_{s+1}) = 0, \quad (s = 1, 2, \cdots, n)$$

где a_s — эквивалентная жесткость этажа, определяемая выражением:

$$a_s = a\left[1 - \frac{3}{4}\varepsilon Y^2 \frac{\sum\limits_{s=1}^{n}(C_s^{(1)} - C_{s+1}^{(1)})^4}{\sum\limits_{s=1}^{n}(C_s^{(1)} - C_{s+1}^{(1)})^2}\right].$$

Угол наклона (γ) линии $R_s = a_s(y_s - y_{s+1})$ с осью $(y_s - y_{s+1})$ равен: $\gamma = \operatorname{arc\,tg} a_s$. Из (16) нетрудно убедиться, что если $\gamma < \beta < \alpha$, то периоды упруго-нелинейной и гистерезисной систем будут близкими. При $\beta = \gamma$ периоды обоих систем оказываются равными. В случае $\beta < \gamma$ период упруго-нелинейной системы будет меньше периода гистерезисной системы.

В заключение отметим, что определение периода колебаний каркасных зданий с учетом нелинейности деформаций даст возможность выявить их действительную несущую способность при сейсмических воздействиях.

Армянский НИИ
стройматериалов и сооружений

Поступило 19.VII.1970.

Վ. Ա. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ

ԿԱՐԿԱՍԱՅԻՆ ՇԵՆՔԵՐԻ ՈՉ-ԳԾԱՅԻՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՊԱՐԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ամփոփում

Ուսումնասիրվում է բազմահարկ կոշտ պարզունակներով կարկասային շենքերի տատանումների պարբերությունները՝ վերականգնող ուժի և տեղափոխության ոչ-գծային կախման դեպքում։ Ստացված է բանաձև ոչ-գծային տատանումների պարբերությունների որոշման համար՝ կախված ոչ-գծայնության աստիճանից և հարկայնությունից։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гороян Т. А., Хачиян Э. Е.* К изучению сейсмостойкости железобетонных каркасных зданий повышенной этажности. Доклады Всесоюзного совещания по сейсмостойкому строительству в Алма-Ате. Ереван, 1967.
2. *Хачиян Э. Е.* Упруго-пластический расчет систем со многими степенями свободы на сейсмостойкость. Научные сообщения АИСМ, вып. 7. Ереван, 1966.
3. *Каудерер Г.* Нелинейная механика. М., 1961.
4. *Мурусидзе Р. Х.* Экспериментальное исследование нелинейности деформации при колебаниях железобетонных элементов. Сб. „Сейсмостойкость сооружений“, изд. „Мецниереба“, Тбилиси, 1965.
5. *Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., 1958.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտ. սերիա XXIV, № 1, 1971 Серия техн. наук

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

П. А. МАТЕВОСЯН

ПРИМЕНЕНИЕ АВМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ИНВЕРСНОЙ ЗАДАЧИ ТОЧНОСТИ СЛОЖНЫХ МОДЕЛИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ

В работах [1—5 и др.] рассмотрены, главным образом, методы решения задач анализа точности сложных устройств. Не менее важной и более сложной является задача синтеза устройств, исходя из условий заданной точности. Эта, так называемая инверсная задача, в значительной степени усложняется, если ограничения задаются не на один выходной параметр, а на несколько. При установлении ограничений на погрешности параметров решающих устройств необходимо также соблюдать условие минимума затрат на изготовление сложного устройства, т. е. требуется так назначить ограничения (допуски), чтобы стоимость изготовления сложного устройства в целом была возможно минимальной. Аналитические методы решения рассматриваемой задачи для сложных устройств, описываемых нелинейными уравнениями, представляются весьма сложными и трудоемкими. Решение этой задачи в значительной степени облегчается при применении обратимых решающих блоков аналоговых вычислительных машин (АВМ).

В статье предлагается метод решения инверсной задачи точности сложных аналоговых устройств, основанный на применении универсальных АВМ и обратимых решающих блоков.

Систему машинных уравнений в общем случае можно представить так:

$$\dot{y}_s = F_s(y_1, \cdots, y_n, y_{bs}, k_{1s}, \cdots, k_{ls}, k_{bs}), \qquad (1)$$

$$(s = 1, 2, \cdots, n)$$

где y_i — машинная переменная или выходной параметр (напряжение, угол поворота, скорость);

$\dot{y}_s$ — производная машинной переменной по машинному времени $t_м$ $(s = 1, 2, \cdots, n)$;

y_{bs} — независимая переменная или входной параметр, поданный на вход s-го решающего блока, имеющего коэффициент передачи k_{bs};

k_{qs} — коэффициент передачи q-го входа решающего блока $(q = 1, 2, \cdots, l)$.

Начальные условия определим в виде $y_s(0) = A_s$.

При исследовании точности аналоговых вычислительных устройств (АВУ) в качестве „первичных ошибок“ удобно рассматривать не погрешности параметров отдельных деталей, а погрешности решающих блоков в целом, учитываемых ошибками коэффициентов передач k_{ij}, k_{bj}.

Если решение системы (1) представить в виде:

$$y_i = \Phi_i (t, \ k_{11}, \ k_{21}, \ \cdots, \ k_{hl}, \ k_{b1}, \cdots, \ k_{bm}, \ y_{b1}, \cdots, \ y_{bm}), \tag{2}$$

то формулу для расчета точности АВУ согласно [1, 2] можно представить так:

$$\Delta y_i = \sum_{q=1}^{l \cdot s} \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial k_{qi}} \right)_0 \Delta k_{qi} + \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial y_{bj}} \right)_0 \Delta y_{bj} + \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial k_{bj}} \right)_0 \Delta k_{bj} \tag{3}$$

Если при решении задачи синтеза ограничения задаются только на p выходных параметра, а остальные $n-p$ выходных параметров исследуемого АВУ не ограничены допусками, то структурную схему устройства, предназначенного для решения уравнений (3), можно представить в виде, приведенном на рис. 1. Здесь блок ПАУ, построен-

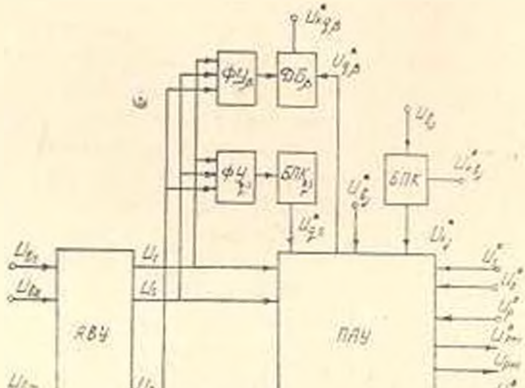

Рис. 1.

ный на обратимых решающих блоках, соответствует схеме „преобразованного вычислительного устройства", смоделированного на основе уравнений (3). Блок АВУ, соответствующий схеме устройства, смоделированного на основе исходных заданных уравнений (1), предназначен для выдачи в блок ПАУ напряжений, необходимых для вычислений частных производных. Блок ФУ—функциональное устройство, БПК — блок постоянного коэффициента, ДБ — обратимый множительно-делительный блок.

С помощью схемы в общем случае можно решать как обратную задачу, так и прямую, т. е. можно установить погрешности выходных параметров АВУ от совместного влияния всех возможных первичных ошибок решающих блоков. При использовании устройства для решения обратной задачи необходимо иметь в виду, что число получаемых в качестве решения ограничений первичных ошибок решающих блоков должно быть равно числу выходных параметров, на погрешности которых задаются ограничения, т. е. во всех случаях число неизвестных системы (3) должно быть равно числу уравнений. С помощью схемы можно выполнять расчет точности только для одного, единичного экземпляра АВУ. Однако, как известно, в каждом конкретном экземпляре устройства первичные ошибки параметров решающих блоков имеют случайные значения.

При рассмотрении серий однотипных АВУ, предполагая, что распределение случайных значений „первичных ошибок" решающих блоков нормальное, уравнения допусков для решения рассматриваемой задачи синтеза, согласно (3), можно представить в виде:

$$\delta^2 |U_s| = \sum_{i=1}^{p} B_{si}^2 \delta^2 |U_i| + \sum_{q=p+1}^{l+n} B_{skq}^2 \delta^2 |U_{kq}| +$$

$$+ \sum_{j=1}^{m} B_{sbj}^2 \delta^2 |U_{bj}| + \sum_{j=1}^{m} B_{skbj}^2 \delta^2 |U_{kbj}| \tag{4}$$

$$(s = p+1,\ p+2, \cdots, n)$$

и

$$\delta^2 |U_\beta| = \sum_{i=1}^{p} B_{\beta i}^2 \delta^2 |U_i| + \sum_{q=p+1}^{l+n} B_{\beta kq}^2 \delta^2 |U_{kq}| +$$

$$+ \sum_{j=1}^{m} B_{\beta bj}^2 \delta^2 |U_{bj}| + \sum_{j=1}^{m} B_{\beta kbj}^2 \delta^2 |U_{kbj}|, \tag{5}$$

$$(\beta = 1,\ 2, \cdots, p),$$

где B_{si}, $B_{skq}, \cdots$, $B_{\beta kbj}$ — нелинейные коэффициенты, которые могут быть получены в результате решения уравнений (3) относительно неизвестных Δk_q и Δy_i.

Основываясь на принципе независимости действия „первичных" ошибок", с помощью устройства, для заданных значений входных параметров и времени, поочередно можно определять ограничения, погрешностей параметров решающих блоков от действия каждого заданного ограничения в отдельности. Для получения слагаемых формул (4) и (5) к соответствующим выходам схемы ПАУ подключаются блоки квадраторов.

Решение задачи синтеза специализированных АВУ, исходя из условий заданной точности решения, как известно, может иметь множество вариантов, если не исходить из дополнительных условий, например, из условия минимальной стоимости изготовления.

Как известно, специализированные АВУ, в зависимости от их назначения, могут быть изготовлены на базе использования как механических, так и электронных, электрических, электромеханических и др. типов решающих блоков. Поэтому зависимость между точностью решения и стоимостью изготовления решающих блоков, предназначенных для выполнения одной и той же операции, может быть самой разнообразной, которую удобно представить в виде графика или таблицы, а не в виде определенной формулы [6]. Зависимость между стоимостью изготовления решающего блока и допуском δ_i в общем виде можно написать в виде

$$q_i = f_i(\delta_i). \tag{6}$$

В стоимость q_i входят стоимость решающего блока, а также дополнительные долевые затраты на блок питания, на корпус АВУ и др. устройства.

Стоимость Q изготовления АВУ, включающего в себя n решающих блоков, согласно (6), можно представить в виде:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} f_i(\delta_i). \tag{7}$$

Выражение (7) представляет собой минимизируемую функцию. Здесь необходимо так подобрать значения допусков δ_i на параметры отдельных решающих блоков, чтобы стоимость Q получилась бы минимальной, при условии выполнения следующих n уравнений допусков:

$$\left.\begin{array}{l}
a_{11}^2 \delta_1^2 + a_{12}^2 \delta_2^2 + \cdots + a_{1p}^2 \delta_p^2 - \delta_{\text{в}1}^2 = Д_1 = 0 \\
a_{21}^2 \delta_1^2 + a_{22}^2 \delta_2^2 + \cdots + a_{2p}^2 \delta_p^2 - \delta_{\text{в}2}^2 = Д_2 = 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
a_{n1}^2 \delta_1^2 + a_{n2}^2 \delta_2^2 + \cdots + a_{np}^2 \delta_p^2 - \delta_{\text{в}n}^2 = Д_n = 0
\end{array}\right| . \tag{8}$$

где $\rho = l + 2m$; $a_{i\nu}$ — частная производная формулы (3) ($i = 1, 2, \cdots, n$; $\nu = 1, 2, \cdots, \rho$);

δ_ν — допуск на величину коэффициента передачи решающего блока или на величину входного параметра;

$\delta_{\text{в}i}$ — допуск на выходной параметр АВУ.

Если при построении специализированного АВУ ограничения заданы на p выходных параметров, то для решения рассматриваемой задачи составим функционал Лагранжа:

$$F = Q + \lambda_1 Д_1 + \lambda_2 Д_2 + \cdots + \lambda_p Д_p. \tag{9}$$

Приравняв к нулю частные производные выражения (9) по $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \cdots$ $\cdots, \delta_\rho$, получим систему ρ уравнений вида:

$$
\left.\begin{array}{l}
\dfrac{\partial F}{\partial \delta_1} = \dfrac{\partial f_1}{\partial \delta_1} + \lambda_1 a_{11}^2 2\delta_1 + \cdots + \lambda_p a_{p1}^2 2\delta_1 = 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\dfrac{\partial F}{\partial \delta_\nu} = \dfrac{\partial f_\nu}{\partial \delta_\nu} + \lambda_1 a_{1\nu}^2 2\delta_\nu + \cdots + \lambda_p a_{p\nu}^2 2\delta_\nu = 0
\end{array}\right| , \qquad (10)
$$

где $\dfrac{\partial f_i}{\partial \delta_i}$ — относительный прирост стоимости изготовления i-го решающего блока в функции допуска.

Уравнения (10) совместно с уравнениями (8) представляют систему $\nu + p$ нелинейных уравнений. В качестве неизвестных имеем ν значений допусков на параметры решающих блоков и p неизвестных, представляющих собой неопределенные множители Лагранжа. Из совместного решения указанных уравнений можно будет определить значения допусков на параметры решающих блоков, при которых обеспечивается минимальная стоимость изготовления АВУ. Аналитическое решение уравнений (8) и (10), в общем случае, представляет значительные трудности. Решение рассматриваемых уравнений может быть выполнено с помощью АВМ. С этой целью уравнения (8) следует преобразовать к виду:

$$
\left.\begin{array}{l}
a_{11}^2 \delta_1^2 + a_{12}^2 \delta_2^2 + \cdots + a_{1\nu}^2 \delta_\nu^2 - \delta_{x1}^2 = \dfrac{\partial \gamma_1}{\partial t} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
a_{p1}^2 \delta_1^2 + a_{p2}^2 \delta_2^2 + \cdots + a_{p\nu}^2 \delta_\nu^2 - \delta_{xp}^2 = \dfrac{\partial \gamma_p}{\partial t}
\end{array}\right| , \qquad (11)
$$

а уравнения (8) представить так:

$$
\left.\begin{array}{l}
2(\lambda_1 a_{11}^2 + \cdots + \lambda_p a_{p1}^2) = -\dfrac{\partial f_1}{\partial \delta_1} / \delta_1 = \Phi_1(\delta_1) \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
2(\lambda_1 a_{1\nu}^2 + \cdots + \lambda_p a_{p\nu}^2) = -\dfrac{\partial f_\nu}{\partial \delta_\nu} / \delta_\nu = \Phi_\nu(\delta_\nu)
\end{array}\right| . \qquad (12)
$$

Блок-схема моделирования уравнений (11) и (12) представлена на рис. 2. Решение предполагается выполнять последовательно для определенных значений входных параметров исследуемого АВУ и времени. При этом значения частных производных a_{ij} можно моделировать блоками постоянных коэффициентов. Для получения значений квадратов допусков в схеме устройства использованы функциональные блоки, с помощью которых моделируются функции вида:

$$
\delta_i^2 = f_i\,[\Phi_i(\delta_i)]. \qquad (13)
$$

Так как частные производные $\frac{\partial f_\nu}{\partial \delta_\nu}$ предполагается задать графически, то выражения (13) также можно представить в виде графика, тем более, что такая форма представления функции требуется для моделирования с помощью функциональных блоков АВМ.

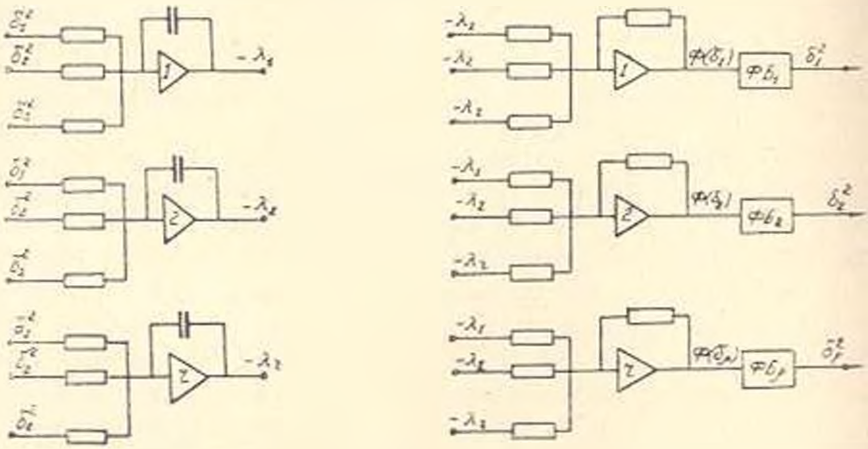

Рис. 2.

Решение рассматриваемой задачи с помощью АВМ может выполняться как по способу „непрерывного решения“, так и итеративным методом расчета. Последний позволяет в значительной степени сократить число используемых решающих блоков путем применения принципа многократного их использования. Если исследуемое АВУ имеет только один выходной параметр, ограниченный допуском, то, согласно (8) и (10), имеем:

$$
\left.
\begin{array}{l}
a_{11}^2 \delta_1^2 + a_{12}^2 \delta_2^2 + \cdots + a_{1p}^2 \delta_p^2 - \delta_z^2 = Д_1 = 0 \\
\dfrac{\partial F}{\partial \delta_1} = \dfrac{\partial f_1}{\partial \delta_1} + \lambda_1 a_{11}^2 2 \delta_1 = 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\dfrac{\partial F}{\partial \delta_p} = \dfrac{\partial f_p}{\partial \delta_p} + \lambda_1 a_{1p}^2 2 \delta_p = 0.
\end{array}
\right| \qquad (14)
$$

Из решения написанных $p+1$ уравнений получим [6]:

$$
\delta_\nu = \frac{\delta_z^2 \left(\dfrac{\partial f_\nu}{\partial \delta_\nu} \right)^2}{a_{1\nu}^4 \sum\limits_{\nu=1}^{p} \left| \left(\dfrac{\partial f_\nu}{\partial \delta_\nu} \right) \dfrac{1}{a_{1\nu}^2} \right|} . \qquad (15)
$$

Если предположить также, что относительные приросты стоимости решающих блоков величины постоянные и равны между собой, то

$$\delta_\nu^2 = \frac{\delta_s^2}{a_{1\nu}^4 \sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{a_{1\nu}^2}}. \tag{16}$$

Формула (16) может быть использована для грубых ориентировочных расчетов.

АрмНИИЭ Поступило 23.XI.1969.

Գ. Ա. ՄԱՐԿՈՍՅԱՆ

ԱՆԱԼՈԳԱՅԻՆ ՀԱՇՎԻՉ ՄԵՔԵՆԱՆԵՐԻ ՕԳՏԱԳՈՐԾՈՒՄԸ ԲԱՐԴ ՄՈԴԵԼԱՑՆՈՂ ՍԱՐՔԵՐԻ ՃՇՏՈՒԹՅԱՆ ԻՆՎԵՐՍԱՅԻՆ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՀԱՄԱՐ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Առաջարկվում է բարդ մոդելացնող սարքերի ճշտության ինվերսային խնդրի լուծման մեթոդ այն պայմանով, որ լուծող բլոկների պարամետրների վրա դրված է սահմանափակում՝ ելնելով սարքերի պատրաստման նվազագույն ծախսերից։ Քննարկվող խնդրի լուծման համար առաջարկվում է օգտագործել անալոգային հաշվիչ մեքենայի համադարձ լուծող բլոկները։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бругевич Н. Г.* Точность механизмов. Гостехиздат, 1946.
2. *Быховский М. Л.* Основы динамической точности электрических и механических цепей. Изд. АН СССР, 1958.
3. *Бругевич Н. Г., Сергеев В. И.* Основы нелинейной теории точности механизмов с низшими кинематическими парами. Сб. „Точность механизмов и автоматизированных измерительных средств". Изд. „Наука", 1966.
3. *Meissinger H. F.* The Use of Parameter Influence Coefficients in Computer Analysis of Dynamic Systems. Proc. Western Joint Computer Conf., May 3—5, 1960.
5. *Лебедев А. Н.* Основы теории точности счетно-решающих устройств. Ленинград, 1964.
6. *Баранов Г. Г.* О выборе допусков, обеспечивающих заданную точность механизма и наименьшую стоимость его изготовления. Сб. „Труды института машиноведения". Семинар по точности в приборостроении. Выпуск 11, Изд. АН СССР, 1956.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտ. սերիա XXIV, № 1, 1971 Серия техн. наук

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Э. В. КАЗАРЯН, А. П. ШОРЫГИН

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЦЕНТРАЦИОННОЙ ПОГРЕШНОСТИ КАПИЛЛЯРНЫХ РТУТНО-ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ СЧИТЫВАНИЕМ

Существенный интерес представляют в настоящее время капиллярные ртутно-электролитические преобразователи информации, отличающиеся простотой конструкции, технологичностью, большим сроком службы, малыми габаритами и весами, малыми уровнями управляющих сигналов и потребляемой мощности. Совмещение в них функций интегрирования и запоминания при длительной сохранности записанных значений и отсутствии разрушения накопленной информации при непрерывном или при повторном импульсном считывании, легкость сочетания с интегральными полупроводниковыми схемами позволяют достаточно широко применить их в системах автоматического контроля, в системах связи, автоматического управления и др. в качестве аналоговых запоминающих элементов, интеграторов, управляемых сопротивлений (см. [1, 2] и др.).

Одним из методов считывания в таких элементах является фотоэлектрический метод [2, 3, 4], достоинства которого—высокий уровень выходного сигнала, отсутствие гальванических связей цепей управления и считывания и др. Однако имеются лишь весьма неполные и не во всем достоверные сведения о погрешностях рассматриваемых элементов, а способы уменьшения этих погрешностей мало разработаны. Наибольший интерес, при считывании по положению границ жидких фаз ртуть-электролит, представляют специфические здесь концентрационные погрешности, связанные с изменением распределения концентраций компонентов по объему электролита в капилляре при прохождении тока через ячейку, а именно:

„деформационная погрешность", обусловленная деформацией ртутных менисков в результате изменения поверхностного натяжения;

„погрешность оптической неоднородности", которая является следствием образования в растворе электролита в прианодной области окрашенного слоя с малым коэффициентом пропускания светового потока.

Деформация границ раздела фаз и изменение толщины указанного слоя при изменении тока приводят к изменению активной площади отверстия (щели) диафрагмы фотоэлектрического устройства в дополнение к тем полезным изменениям, которые создаются Фарадеевскими процессами. Так как указанные процессы для колиброванного капилляра практически не зависят от места (положения) границы раздела фаз в капилляре, то относительная величина погрешности растет по мере закрытия щели диафрагмы одним из ртутных электродов ячейки и может достигать, как показали наши исследования, существенных значений.

Возникающие смещения границ раздела жидких фаз взаимно связаны [5] и результирующие деформации оказываются следствием взаимодействия всех объемных и поверхностных упругих сил системы. Если при этом условия таковы, что не происходит смещения боковых поверхностей столбиков ртути относительно капилляра [5], то взаимная компенсация деформаций обеих границ должна происходить главным образом за счет анодного мениска.

Возникновение у поверхности анодного мениска тонкого окрашенного (зеленоватого) слоя электролита с повышенной оптической плотностью можно приписать увеличению концентрации ионов HgJ_4^{-} в этой зоне, а также образованию мелко-дисперсной фазы HgJ_2 из-за обеднения этого слоя ионами K^{+} в результате миграции (дрейфа) в прикатодную область. Указанный слой охватывает анодный мениск по всему сечению капилляра. Толщина слоя растет с ростом тока через ячейку и убывает при его уменьшении. Процесс практически обратим, а время установления стационарного состояния (образования слоя при включении тока и его исчезновение при выключении) не превышает нескольких секунд, что подтверждает миграционный характер процесса.

Когда площадь продольного сечения мениска того из ртутных электродов, который в данный момент перекрывает часть щели диафрагмы фотоэлектрического устройства считывания (а в случае анода — также и поглощающего слоя) мала по сравнению с площадью части этой щели, оставшейся открытой, то форма границы раздела жидких фаз (и соответственно границ цветного слоя) практически не оказывает влияния на концентрационную погрешность преобразователя. Задача экранирования щели диафрагмы электродами ячейки может быть в этом случае сведена к одномерной, с заменой реального электрода прямым круглым цилиндром с эквивалентной длиной x.

Рассмотрим как будет меняться при сделанных допущениях относительная погрешность в процессе изменения длины одного из электродов. Примем за начало отсчета положение этого электрода, когда эквивалентная линейная граница его с электролитом находится на расстоянии x_0 за пределами щели, а экранирующее действие второго электрода также отсутствует.

Тогда в интервале

$$0 \leqslant x \leqslant x_0 - \Delta x_0 \qquad (1)$$

(где $\Delta x_{\text{п}}$ — изменение эквивалентной длины электрода при включении или выключении тока управления) концентрационная погрешность равна нулю.

В интервале

$$x_0 - \Delta x_{\text{п}} \leq x \leq x_0 \qquad (2)$$

эта погрешность (выраженная в долях активной длины щели диафрагмы l)

$$\delta_{\text{п}} = \frac{\Delta x_{\text{п}} - x_0 - x}{l} \qquad (3)$$

изменяется по линейному закону в пределах

$$0 \leq \delta_{\text{п}} \leq \frac{\Delta x_{\text{п}}}{l}. \qquad (4)$$

Основную часть образует интервал

$$x_0 \leq x \leq l - \Delta x_{\text{п}} + x_0, \qquad (5)$$

для которого зависимость погрешности от x:

$$\delta_{\text{п}} = \frac{\Delta x_{\text{п}}}{l - x_0 - x} \qquad (6)$$

имеет гиперболический характер.

Расчетные кривые $\delta_{\text{п}} = \varphi\left(\frac{l-x}{l}\right)$ для трех различных, неизменных для каждой кривой, значений $\Delta x_{\text{п}}$, выраженных в долях длины щели диафрагмы, в предположении, что $x_0 = \Delta x_{\text{п}}$ (без учета знака деформаций), представлены для иллюстрации на рис. 1. Наибольшего отклонения

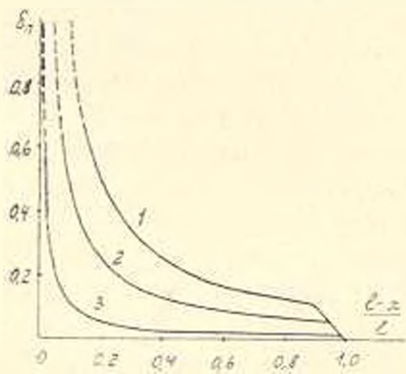

Рис. 1. Зависимость погрешности от положения экранирующего электрода при больших отверстиях (щели) диафрагмы:
1 — при $\Delta x_{\text{п}}/l = 0{,}1$; *2* — при $\Delta x_{\text{п}}/l = 0{,}05$;
3 — при $\Delta x_{\text{п}}/l = 0{,}01$

хода этих кривых от действительной картины (и притом в сторону преувеличения абсолютной величины относительной погрешности) следует ожидать для того конца нелинейной части кривой (указан на рисунке пунктиром), на котором x становится близким к l, так что средняя наиболее выступающая часть ртутного мениска или наружный край прилегающего к нему поглощающего слоя (если он имеется) может заходить при изменении тока за край диафрагмы. Задача может быть в этом случае сведена к двухмерной, если рассматривать проекцию экранирующего электрода на плоскость щели диафрагмы. В первом приближении проекцию мениска на эту плоскость, а вместе с ним и поглощающего свет цветного слоя, можно аппроксимировать круговым сегментом с основанием, равным ширине щели, и считать, что изменение радиуса кривизны определяется только током через ячейку, а смещение этого основания относительно края щели, Δx_0 зависит только от протекшего заряда, причем, это смещение отличается от $l-x$ на небольшую постоянную величину.

При этих условиях, когда проекция конца экранирующего ртутного электрода на плоскость щели достаточно далеко заходит за край щели, относительная погрешность, как показывают расчеты, перестает увеличиваться с уменьшением отверстия диафрагмы, и наибольшая погрешность оказывается меньше, чем следует из расчета для одномерной модели.

Результаты экспериментального определения рассматриваемой погрешности для одного из испытанных образцов преобразователя показаны в виде примера на рис. 2. В качестве выходного сигнала использовался постоянный ток через сопротивление нагрузки, включен-

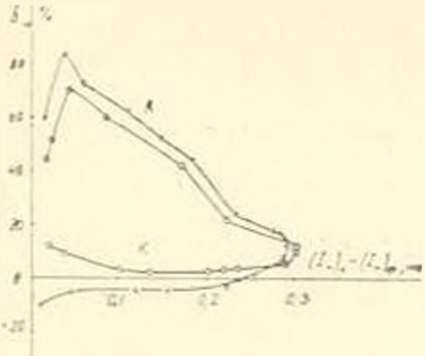

Рис. 2 Зависимость погрешности от значения выходного сигнала, вычисленная по экспериментальным данным для одного из образцов. X—случай анодной поляризации одного электрода: ○—то же другого электрода; A—при экранировании щели анодом; K—то же катодом.

ное последовательно в цепь фотосопротивления.

На рисунке, по оси ординат

$$\delta_k = \frac{I_0 - I_k}{I_0 - I_T}, \tag{6}$$

где I_0 — выходной ток в цепи считывания при токе через ячейку $I_{y=}$ равным нулю; $I_п$ — то же при заданном значении тока $I_{y=}$; $I_ф$ — выходной фоновый ток при перекрытии одним из ртутных электродов щели диафрагмы по всей ее длине. По оси абсцисс отложена разность токов $I_0 - I_ф$. При работе на линейном участке характеристики считывающего устройства эта разность приблизительно пропорциональна площади открытой части щели диафрагмы. Характерной является значительно большая погрешность при экранировании щели диафрагмы анодно-поляризованным электродом (кривые A на рис. 2), что связано с большей деформацией границы жидких фаз и с наличием цветного поглощающего слоя у анода.

Эффективный путь уменьшения концентрационной погрешности преобразователя заключается в наложении на постоянный управляющий сигнал переменного синусоидального тока низкой частоты. При этом происходит выравнивание концентрации ионов в объеме электролита и как следствие уменьшение влияния постоянного тока на результирующее значение поверхностного натяжения ртутных менисков, а также исчезновение цветного поглощающего слоя в прианодной области.

На рис. 3 показаны зависимости выходного напряжения при фо-

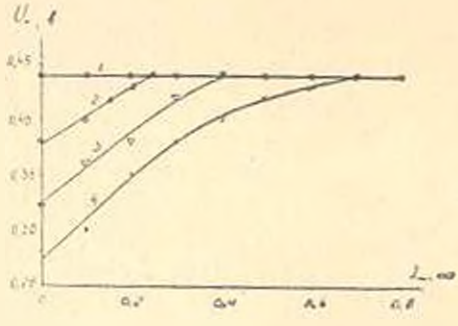

Рис. 3. Зависимость выходного сигнала при фотоэлектрическом считывании от переменного тока с $f = 100$ гц, наложенного на ток управления: 1 — $I_{y=} = 0$; 2 — $I_{y=} = 0{,}05$ ма; 3 — $I_{y=} = 0{,}1$ ма; 4 — $I_{y=} = 0{,}15$ ма

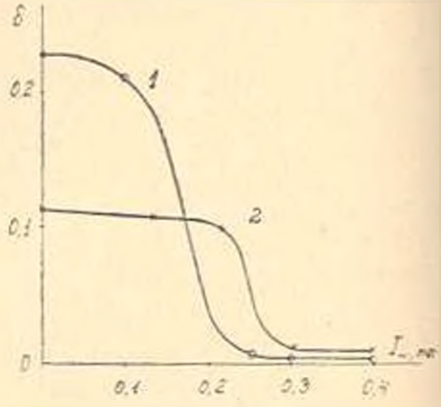

Рис. 4. Зависимость погрешности от значения переменного тока с $f = 100$ гц, наложенного на ток управления ($I_{y=} = 0{,}15$ ма): 1 — при $I_0 - I_ф = 0{,}24$ ма; 2 — при $I_0 - I_ф = 0{,}31$ ма

тоэлектрическом считывании от наложенного на ток управления переменного тока. Кривые сняты при заданных, практически неизменных, объемах ртутных электродов, при анодной поляризации экранирующего световой поток электрода. Прямая 1 на рисунке соответствует случаю, когда постоянный ток управления равен нулю. Как видно, чем больше ток управления (и тем, следовательно, сильнее деформация мениска и толще прианодный цветной слой), тем больше требуется переменный ток для устранения концентрационной погрешности. Аналогичный результат наблюдается при катодной поляризации экранирующего электрода.

Наибольший эффект достигается при низких частотах, а затем с ростом частоты требуется все больший переменный ток, что связано с увеличением затухания концентрационной волны при увеличении частоты (см., напр. [6]).

Уменьшение концентрационной погрешности с ростом амплитуды переменного тока низкой частоты наглядно видно из экспериментальных кривых рис. 4. Здесь характерно наличие зон быстрого спада погрешности при достижении определенных областей значения $I_{\sim}$, что и определяет выбор амплитуды компенсирующего тока.

Институт проблем управления
(автоматики и телемеханики) АН СССР Поступило 12.III.1970.

Է. Վ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա. Պ. ՇՈՐԻԳԻՆ

ՖՈՏՈԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՀԱՇՎԻՉԻ ԱՆԴԻՍԱ-ԷԼԵԿՏՐՈԼԻՏԱՅԻՆ ԿԱՊԻԼՅԱՐ ԿԵՐՊԱ-ՓՈԽԻՉՆԵՐԻ ԿՈՆՑԵՆՏՐԱՑԻՈՆ ՍԽԱԼԱՆՔՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում ուսումնասիրված են այն գործոնները, որոնք բնորոշում են կերպափոխիչների «կոնցենտրացիոն» սխալանքները՝ պայմանավորված կառավարող հոսանքի անցման ժամանակ կապիլյարում էլեկտրոլիտի կոմպոնենտների խտության բաշխման փոփոխությամբ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шорыгин А. П.* Электрохимические элементы: основные особенности и классификация. ЭИКА, вып. 8, „Энергия“, 1967.
2. *Боровков В. С., Графов Б. М., Новиков А. А., Новицкий М. А., Соколов Л. А.* Электрохимические преобразователи информации. Изд. „Наука“, 1966.
3. *Kirylük W.* Process Control and Automation. 11, 9 (1964), No 1.
4. *Beusman C. C.* IEEE Intern. Conv. Record Pt. 8, 171 (1964), March.
5. *Балашев А. Н., Урманчеев Л. М., Шорыгин А. П.* „Электрохимия“, 5, 699 (1969), № 6.
6. *Феттер К.* Электрохимическая кинетика. Изд. „Химия“, 1967.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտ. սերիա XXIV, № 1, 1971 Серия техн. наук

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

А. Г. ГУКАСЯН, М. А. КАРАПЕТЯН, В. С. СИМОНЯН

ПОГРЕШНОСТИ $L-C$ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ

В [1—3] предложены две измерительные цепи (рис. 1), которые в дальнейшем для краткости будут названы $L-C-$I и $L-C-$II цепями. В указанных работах приведен качественный анализ систематических методических погрешностей измерений при условии применения генератора со стабилизированным выходным напряжением фиксированной частоты. В настоящей статье изложены результаты количественного анализа методических погрешностей $L-C$ цепей, вызванных пренебрежением потери энергии в образцовой катушке и нестабильностью частоты генератора.

Фаза выходного напряжения U_2 (рис. 1, a) без учета сопротивления r_0 при фиксированной частоте генератора равна:

$$\varphi_2 = \operatorname{arc\,tg}\frac{x_x}{r_x} = \operatorname{arc\,tg}(\operatorname{tg}\delta_x) = \delta_x, \tag{1}$$

т. е. углу потерь испытуемого образца. С учетом сопротивления r_0 и нестабильности частоты генератора фаза и модуль напряжения U_2' определятся из выражений:

$$\varphi_2' = \operatorname{arc\,tg}\frac{\dfrac{\operatorname{tg}\delta_x}{m} + \dfrac{a(1\mp b)}{(1+a^2)(1\pm b)}}{1+\dfrac{1}{m} - \dfrac{1\mp b}{(1+a^2)(1\pm b^2)}}; \tag{2}$$

$$U_2' = \frac{mU_1}{\sqrt{\left[(1+m)(1+a^2) - m\dfrac{1\mp b}{1\pm b}\right]^2 + \left[(1+a^2)\operatorname{tg}\delta_x - am + \dfrac{1\mp b}{1\pm b}\right]^2}}, \tag{3}$$

где $m = C_0/C_x$; $a = 1/Q_{k0}$; Q_{k0} — добротность образцовой катушки; $b = \Delta f/f$.

Для вывода формул (2) и (3) принято, что при малых колебаниях частоты генератора $f = f_0 \pm \Delta f$; C_x и $\operatorname{tg}\delta_x$ испытуемого образца остаются постоянными; сопротивления образцовых элементов изменяются согласно выражениям $x_L = x_0 \pm \Delta x_L$ и $x_C = x_0 \mp \Delta x_C$; имеют место равенства $\Delta x_L = bx_0 = \Delta x_C$. Абсолютная погрешность измерения угла потерь $\Delta\delta$ испытуемого образца, вызванная эквивалентным активным сопротивлением катушки r_0 и нестабильностью частоты генератора на $\pm\Delta f$, определится разностью

$$\Delta\delta = \psi_2 - \delta_x. \tag{4}$$

С целью оценки частотной методической погрешности измерительной цепи нестабильность частоты примем равной $\pm 1\%$, хотя, в действительности, величина нестабильности частоты предопределяется типом использованного генератора. Результаты подсчета погрешностей $\Delta\delta$ при $b = \pm 0{,}01$ и различных значениях m и a приведены в табл. I; причем, верхние цифры соответствуют положительному значению b, нижние—отрицательному.

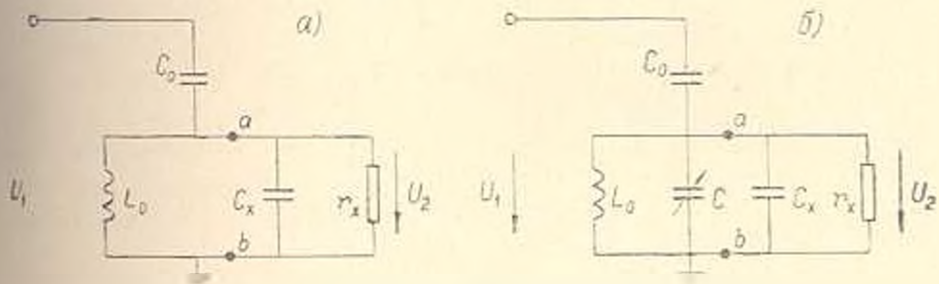

Рис. 1. Схемы измерительных цепей: а—$L-C-$I; б—$L-C-$II

При пользовании прибором с измерительной цепью $L-C-$I искомая емкость испытуемого образца пересчитывается по формуле:

$$C_x = \frac{U_1 C_0}{U_2 \sqrt{1+\mathrm{tg}^2\delta_x}}, \tag{5}$$

полученной при пренебрежении сопротивлением r_0 и фиксированной частоте f_0. В действительности измеряется емкость

$$C_x' = \frac{U_1}{U_2'}\,\frac{C_0}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\psi_2'}}. \tag{6}$$

Погрешность измерения емкости в процентах определяется из выражения:

$$\Delta c\,\% = \frac{C_x' - C_x}{C_x}\cdot 100\,\% = \left[\frac{U_2}{U_2'}\sqrt{\frac{1+\mathrm{tg}^2\psi_2}{1+\mathrm{tg}^2\delta_x}} - 1\right]\cdot 100\,\%. \tag{7}$$

Результаты подсчета погрешностей Δc, вызванных сопротивлением r_0 и нестабильностью частоты, при $b = \pm 0{,}01$ и различных значениях m и a приведены в табл. 1. Величины погрешностей, вызванных только нестабильностью частоты в идеализированной цепи ($r_0 = 0$, $a = 0$), приведены в последних четырех строках таблицы.

Таблица 1

a	$\mathrm{tg}\,\delta$	$m=0,01$			$m=0,1$			$m=1$		
		0,1	1,0	10	0,1	1,0	10	0,1	1,0	10
0,100	$\Delta\delta$	+3′	+1′10″	−4″	+30′	+11′30″	−40″	+5°7′20″	+1°0′50″	−6′
		+3′20″	+1′20″	+4″	+34′40″	+14′50″	+39″	+5°45′20″	+3°2′	+6′39″
	ε_c %	−0,010	−0,050	−0,0200	−0,01	−0,40	−0,100	−0,50	−4,45	−0,97
		−0,040	−0,070	−0,0100	−0,40	−0,60	−0,100	−4,00	−5,00	−1,00
0,010	$\Delta\delta$	+12″	−10″	+20″	+2′35″	−2′	−20″	+24′	−18′30″	−16′26″
		+25″	+30″	+4″	+4″	+5′10″	+39″	+42″	+52′5″	+6′59″
	ε_c %	−0,020	−0,012	−0,0100	−0,20	−0,15	−0,100	−0,20	−2,50	−0,13
		+0,019	+0,005	−0,0010	+0,19	+0,05	−0,010	+1,90	+0,50	−0,10
0,002	$\Delta\delta$	0	−10″	−4″	0	−3′	−41″	−10″	−47′40″	−7′19″
		+8′	+4″	+20″	+1′20″	+3′40″	+39″	+14″	+38′10″	+6′49″
	ε_c %	−0,020	−0,010	−0,0010	−0,20	−0,10	−0,006	−1,90	−1,08	−0,04
		+0,020	+0,010	+0,0002	+0,20	+0,09	+0,001	+2,00	+0,90	+0,01
0	$\Delta\delta$	0	−8″	−21″	−40″	−3′30″	−41″	−6′40″	−30′	−6′46″
		+4″	+20″	+5″	+20″	+2′30″	+39″	+6′44″	+34′40″	+6′44″
	ε_c %	−0,020	−0,010	−0,0002	−0,20	−0,10	−0,002	−1,90	−1,00	−0,02
		+0,020	+0,010	+0,0002	+0,20	+0,10	+0,002	+2,00	+1,00	+0,02

Для определения систематических методических погрешностей измерений δ_x и C_x, обусловленных только пренебрежением сопротивления r_0, необходимо в выражениях ψ_2 и U_2' подставить $b = 0$ и воспользоваться формулами (4) и (7).

Рассмотрение табл. 1 приводит к выводу, что при $m < 1$ и $a < 0{,}01$ предложенная измерительная цепь может быть с успехом применена для измерений угла потерь и емкостей, особенно, при малых добротностях испытуемых материалов.

Условие $a \leqslant 0{,}01$ удается осуществить при повышенных и высоких частотах. При частоте 50 гц добротность $L - C$ контура получается не лучше десяти. Из табл. 1 следует, что при этом должно быть соблюдено условие $m \leqslant 0{,}1$. Если питание схемы осуществить из электрической сети, где частота колеблется только на $\pm 0{,}4\%$, то погрешности будут значительно меньше данных табл. 1.

Перейдем к анализу цепи $L - C - II$. Если емкости C и C_x объединить в одну $C_э = C + C_x$, то цепь рис. 1, *б* совпадает с цепью рис. 1, *а* для случая $\operatorname{tg} \delta_x = 1$. Следовательно, величина $\Delta\delta$ может быть определена по выражению (4) при $\operatorname{tg} \delta_x = 1$ (см. табл. 1). Погрешность $\pm\Delta\delta$ приведет к ложной индикации фазы 45°, тогда, как действительная фаза

$$\psi_2' = 45^\circ \pm \Delta\delta.$$

При этом

$$\frac{x'}{r_x} = \operatorname{tg}(45^\circ \pm \Delta\delta). \tag{8}$$

Это приводит к погрешности измерения $C_э$ и r_x. Так как величина емкости C_x при малой нестабильности частоты остается постоянной, то погрешность измерения $C_э$ обуславливается неточной настройкой переменной емкости C. Следовательно, абсолютная погрешность измерения $C_э$ равняется абсолютной погрешности установления C, т. е. $\pm\Delta C_э = \pm\Delta C$, и искомая емкость

$$C_x = C_э' - C' = C_э \pm \Delta C_э - (C \pm \Delta C) = C_э - C \tag{9}$$

определяется без погрешностей.

Для определения погрешности измерения r_x воспользуемся формулой

$$U_2 = \frac{U_1 r_x x}{x_0 \sqrt{r_x^2 + x^2}}, \tag{10}$$

взятой из [3].

В условиях нестабильности частоты и при наличии сопротивления r_0 величины U_2 и сопротивлений, входящих в (10), изменяются. Совместным решением (8) и (10) находим формулу r_x и относительную погрешность его измерения:

$$\varepsilon_r\,\% = \left\{ 1 - \frac{U_2 \sqrt{2}}{U_2} \cdot \frac{\operatorname{tg}(45^\circ \mp \Delta\delta)}{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2(45^\circ \mp \Delta\delta)}} \right\} \cdot 100\,\%. \tag{11}$$

Результаты подсчета погрешностей измерения r_x приведены в табл. 2, причем, значения $\Delta\delta$ взяты из табл. 1 (при $\operatorname{tg}\delta = 1$).

Таблица 2

a	$m = 0,01$	$m = 0,1$	$m = 1$
0,100	−0,0679 −0,0790	−0,681 −0,882	−3,879 −10,6906
0,010	+0,0300 −0,02599	+0,0971 −0,0994	−1,9957 2,0266
0,032	+0,0120 +0,0220	+0,1241 +0,007427	+0,3044 +2,1812
0	+0,0070 0,0210	+0,012388 +0,0353	−0,0781 +2,3812

На основании формулы [3]

$$\operatorname{tg}\delta_x = 1 + \beta = 1 + \frac{C}{C_x} \tag{12}$$

можно найти выражение для подсчета погрешностей измерения $\operatorname{tg}\delta_x$.

При учете нестабильности частоты и сопротивления r_0 тангенс фазы вторичного напряжения можно записать следующим образом:

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = 1 + \frac{C + \Delta C}{C_x}. \tag{13}$$

Следовательно, погрешность измерения $\operatorname{tg}\delta_x$ определится из выражения:

$$\varepsilon_{\operatorname{tg}\delta}\,\% = \frac{\operatorname{tg}\varphi_2 - \operatorname{tg}\delta_x}{\operatorname{tg}\delta_x}\,100\,\% = \frac{\Delta C}{C_x} \cdot 100\,\%. \tag{14}$$

Нетрудно убедиться, что (14) совпадает с (7), если в последней подставить $\operatorname{tg}\delta_x = 1$. Это значит, что результаты расчета погрешностей измерения C_x схемой $L - C - \text{I}$, приведенные в табл. 1 (в столбцах при $\operatorname{tg}\delta = 1$), являются также погрешностями измерения $\operatorname{tg}\delta_x$ схемой $L - C - \text{II}$.

Вышеизложенное дает основание утверждать, что приборы, использующие предложенные нами $L - C$ измерительные цепи, могут быть с успехом применены для измерения или контроля величин емкости и угла потерь диэлектриков низкой добротности.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступило 24.II.1970.

Հ. Գ. ՂՈՒԿԱՍՅԱՆ, Մ. Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Վ. Ս. ՍԻՄՈՆՅԱՆ

L—C ՉԱՓԻՉ ՇՂԹԱՆԵՐԻ ՍԽԱԼԱՆՔՆԵՐԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Կատարված է L—C չափիչ շղթաների մեթոդական սխալանքների քանակական անալիզ, որոնք առաջանում են նմուշային կոճում էներգիայի կորուստների և գեներատորի հաճախության անկայունության արհամարհելիս:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карапетян М. А.* Метод измерения емкостей конденсаторов низкой добротности. „Электричество", № 8, 1968.
2. *Карапетян М. А., Симонян В. С., Гукасян А. Г.* Метод непрерывного измерения угла потерь конденсаторов. „Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)", т. XXIII, № 1, 1970.
3. *Карапетян М. А., Симонян В. С.* Измерение емкости и тангенса угла потерь диэлектриков с низкой добротностью. „Электричество", № 10, 1969.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտ. սերիա XXIV, № 1, 1971 Серия техн. наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

А. М. АРАКЕЛЯН

ТЕНЗОР НАТЯЖЕНИЙ, ОБУСЛОВЛЕННЫЙ МАГНИТНЫМ ИЛИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

1. Используемый метод определения сил натяжений

Известно, что электрическое и магнитное поля вызывают пондеромоторные силы в телах, введенных в эти поля. В тех случаях, когда пондеромоторные силы могут быть сведены к натяжениям, действующим на поверхности, эти натяжения можно рассмотреть при помощи сил, действующих на границе раздела двух сред различных параметров. Согласно Максвеллу в трубке индукции действует гидростатическое давление. В окрестностях каждой выбранной точки трубки это давление одинаково во всех направлениях. Кроме того, трубки индукции испытывают продольное растяжение. Если отдельно рассмотреть вырезанный из трубки индукции элемент объема, образующие которого совпадают с линиями индукции, а основания перпендикулярны этим линиям, то в случае достаточно малого объема можно считать, что единица поверхности, ограничивающей рассматриваемый объем, в любой своей части испытывает одинаковое гидростатическое давление изнутри наружу. Кроме того, основания рассматриваемого объема испытывают растяжения, направленные перпендикулярно их поверхностям во внутрь. Если рассматриваемый объем граничит с другим элементарным объемом и эта граница совпадает с поверхностью трубки индукции, то сила, действующая на единицу поверхности границы, представляет разность гидростатических давлений, действующих в граничащих элементах (средах). Если же рассматриваемые объемы граничат по торцам, перпендикулярным линиям поля, то сила, действующая на единицу поверхности раздела, представит разность двух величин. Каждая из этих величин равняется разности растяжения и давления в соответствующей среде.

Рассмотрим две предельные задачи, когда среда состоит из двух областей различных нелинейных параметров и линии индукции поля в одном случае *перпендикулярны*, а в другом случае *совпадают* с границей раздела этих двух сред. Возьмем тороидальную катушку, сопротивление обмотки которой равно нулю (скажем, благодаря глубокому охлаждению). Обмотка замкнута сама на себя. Ток, протекающий через обмотку, благодаря отсутствию сопротивления, может циркулировать долго, не требуя стороннего источника для своего поддержания. Вся энергия заключена в катушке в виде энергии магнитного поля. Примем, что радиус сечения катушки очень мал по сравнению со средним радиусом самого тороида. В нижерассматриваемых задачах это позволяет в каждой среде поле считать однородным.

2. Определение давлений в общем случае произвольной нелинейности параметров сред (первая предельная задача)

Пусть тороид содержит сердечник из материала с нелинейной магнитной характеристикой. Сердечник по всей длине имеет соосно расположенный паз постоянного круглого сечения, заполненный другим материалом, также обладающим нелинейной магнитной характеристикой, отличной от характеристики первой среды (рис. 1, *а*). В этой

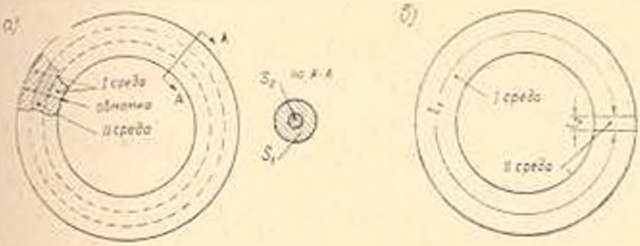

Рис. 1.

задаче граница раздела сред будет совпадать с границей одной из трубок индукции. В обоих средах напряженности магнитного поля равны. Средние длины обоих сердечников одинаковы и равны l. Общее сечение катушки s. Сечения первой и второй сред соответственно равны s_1 и s_2. Поле в каждой среде однородно. Пусть магнитные характеристики сред имеют вид, приведенный на рис. 2. Энергия в единице объема каждой из сред соответственно равна*:

$$w_1 = \int\limits_0^{B_1} HdB_1 \quad w_2 = \int\limits_0^{B_2} HdB_2. \tag{1}$$

Полная энергия, ввиду однородности поля каждой из сред, равна:

$$W = l(s_1 w_1 + s_2 w_2). \tag{2}$$

Придадим малое приращение Δs сечению первой среды за счет сечения второй среды:

* На рис. 2 этим энергиям соответствуют площади: $w_1 \sim ObcmO$; $w_2 \sim OadnO$

$$s_1' = s_1 + \Delta s; \quad s_2' = s_2 - \Delta s. \tag{3}$$

При этом изменится индуктивность катушки и в ее обмотке наведется э. д. с., которая изменит ток таким образом, чтобы сохранить магнитный поток неизменным. Так как обмотка не имеет сопротивления, в ней не будет потрачено никакой энергии. Таким образом, приращение энергии магнитного поля по величине будет равно произведенной работе перемещения границы раздела двух сред. Благодаря изменению

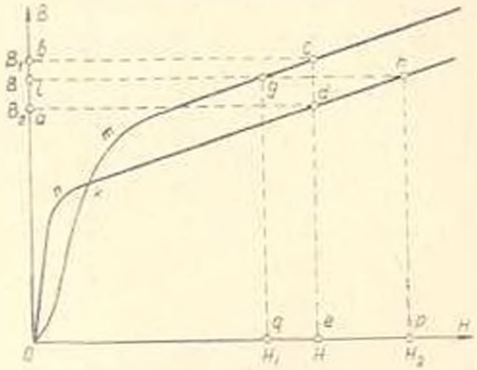

Рис. 2.

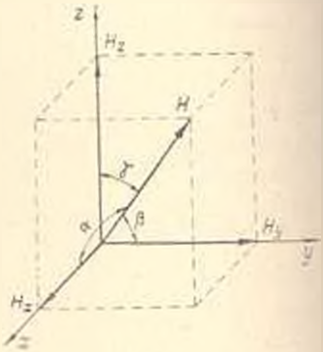

Рис. 3.

тока обмотки изменится напряженность магнитного поля, вследствие чего изменится и энергия в единице объема каждой среды. Поскольку изменение Δs очень мало, малым будет и изменение напряженности $\Delta H = H' - H$. Малому изменению напряженности будет соответствовать малое изменение магнитной индукции:

$$\Delta B_1 = \Delta H \mu_1; \quad \Delta B_2 = \Delta H \mu_2,$$

где μ_1 и μ_2 в пределе представляют соответствующие динамические проницаемости рассматриваемых сред при напряженности H.

Приращение энергии в единице объема каждой среды будет:

$$\Delta w_1 = \frac{(H')^2 - (H)^2}{2} \mu_1; \quad \Delta w_2 = \frac{(H')^2 - (H)^2}{2} \mu_2. \tag{4}$$

Тогда, имея ввиду (3) и (4), полная энергия будет*:

$$W' = l(s_1 w_1 + s_2 w_2) + l(s_1 \Delta w_1 + s_2 \Delta w_2) + l \Delta s (w_1 - w_2). \tag{5}$$

Учитывая равенство

$$\frac{(H')^2 - (H)^2}{2} = H \frac{B_2 - B_1}{\mu_1 s_1 + \mu_2 s_2 + \Delta s (\mu_1 - \mu_2)},$$

из (5), (2) и (4) найдем общее приращение энергии:

$$\Delta W = \Delta s l \left[(B_1 - B_2) H + (w_2 - w_1) \right]. \tag{6}$$

* Член $l\Delta s(\Delta w_1 - \Delta w_2)$ отброшен как малая величина второго порядка.

Сила, действующая на единицу поверхности раздела сред, будет:

$$f = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{-\Delta W}{l \Delta s} = (B_1 - B_2) H + (w_2 - w_1) = (B_1 H - w_1) - (B_2 H - w_2).$$

Учитывая (1), получим:

$$f = \left(B_1 H - \int_0^{B_1} H dB_1 \right) - \left(B_2 H - \int_0^{B_2} H dB_2 \right), \tag{7}$$

откуда

$$f = \int_0^H B_1 dH - \int_0^H B_2 dH = \int_0^H (B_1 - B_2)\, dH. \tag{8}$$

Каждому члену соответствует в принятом масштабе площадь на рис. 2:

$$\int_0^H B_1 dH \sim OmceO; \qquad \int_0^H B_2 dH \sim OndeO.$$

Силе, действующей на единицу поверхности раздела, соответствует в том же масштабе поверхность

$$f \sim (kmcdk - OnkmO).$$

Легко показать, что гидростатическое давление в каждой среде выражается интегралом:

$$P_{g_1} = \int_0^{H_1} B_1 dH_1; \quad P_{g_2} = \int_0^{H_2} B_2 dH_2. \tag{9}$$

Действительно, если магнитную проницаемость одной из сред (например, второй) считать не зависящей от величины поля, то выражение удельной силы примет вид:

$$f = \int_0^H B_1 dH - \frac{B_2 H_2}{2}.$$

Но $B_2 H_2/2$, как известно, представляет собой гидростатическое давление в среде с линейной магнитной характеристикой. Согласно Максвеллу, в рассмотренном случае удельная сила равна разности гидростатических давлений по обе стороны границы. Отсюда получается, что в первой среде гидростатическое давление равно $\int_0^H B_1 dH$. Точно также может быть доказана правильность (9) для второй среды.

Таким образом, в общем случае гидростатическое давление в среде с произвольной магнитной характеристикой выражается формулой:

$$P_z = \int_0^H BdH. \tag{10}$$

3. Определение продольных растяжений в общем случае произвольной нелинейности параметров (вторая предельная задача)

Пусть тороид содержит сердечник из материала с нелинейной магнитной характеристикой. В сердечнике прорезан тонкий поперечный паз, заполненный другим материалом, также обладающим нелинейной магнитной характеристикой, отличной от характеристики первой среды (рис. 1, б). В этой задаче граница раздела сред будет перпендикулярна линиям индукции поля. Средняя длина катушки l, длина сердечника из первого материала l_1, из второго материала — l_2. Сечение везде постояно и равно s. Магнитные характеристики материалов примем такими же, как в первой задаче (рис. 2). Магнитная индукция в обеих средах одинакова. Напряженности магнитного поля в этих средах отличны друг от друга. Энергия единицы объема каждой из сред выражается формулой (1), на рис. 2 в выбранном масштабе им соответствуют площади:

$$w_1 \sim OigmO; \quad w_2 \sim OihnO.$$

Общая энергия будет:

$$W = s\,(l_1 w_1 + l_2 w_2). \tag{11}$$

Придадим длине первого сердечника приращение Δl за счет длины второго сердечника. Изменится индуктивность катушки и в обмотках наведется э. д. с., изменяющая ток таким образом, чтобы сохранить магнитный поток прежним. Благодаря постоянству магнитного потока и сечения сердечников, магнитная индукция не изменится. Следовательно, не изменятся и напряженности в каждой из сред, хотя общая м. д. с. и ее распределение на сердечниках изменится. Так как магнитная индукция и напряженность магнитного поля сохраняют свою величину, то величина энергии единицы объема каждой из сред останется неизменной. Благодаря изменению объема каждого сердечника, изменяется общая энергия:

$$W' = s\,(l_1 w_1 + l_2 w_2) + s\,\Delta l\,(w_1 - w_2), \tag{12}$$

так как

$$l_1' = l_1 + \Delta l \quad \text{и} \quad l_2' = l_2 - \Delta l.$$

Из (11) и (12) находим:

$$\Delta W = -s\,\Delta l\,(w_2 - w_1).$$

Сила, действующая на единицу поверхности раздела сред, будет:

$$f = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{-\Delta W}{s \Delta l} = w_2 - w_1.$$

Используя выражение (1), получим:

$$f = \int_0^{B_2} H_2 dB_2 - \int_0^{B_1} H_1 dB_1. \tag{13}$$

На рис. 2 эта сила в выбранном масштабе отражается площадью:

$$f \sim (kmahk - OnkmO).$$

Согласно Максвеллу, эта удельная сила может быть выражена разностью:

$$f = (P_{p_2} - P_{g_2}) - (P_{p_1} - P_{g_1}), \tag{14}$$

где P_{p_1} и P_{p_2} — соответственно продольные растяжения в первой и во второй средах;

P_{g_1} и P_{g_2} — соответствующие гидростатические давления.

Подставляя в (14) значения (9) и (13), найдем:

$$P_{p_2} - P_{p_1} = \left(\int_0^{B_2} H_2 dB_2 + \int_0^{H_2} B_2 dH_2 \right) - \left(\int_0^{B_1} H_1 dB_1 + \int_0^{H_1} B_1 dH_1 \right) =$$

$$= B_2 H_2 - B_1 H_1.$$

Попеременно принимая параметр каждой среды не зависящим от величины поля, легко найти, что

$$P_{p_2} = B_2 H_2; \quad P_{p_1} = B_1 H_1. \tag{15}$$

Точно такой же результат получается при линейных параметрах сред.

Таким образом, в общем случае силы растяжения в среде с произвольной магнитной характеристикой выражаются формулой:

$$P_p = BH. \tag{16}$$

4. Определение тензора натяжений для общего случая произвольной нелинейности параметров сред

Выше было показано, что в общем случае произвольного нелинейного параметра среды растяжение выражается формулой (16), а гидростатическое давление — формулой (10). Их совокупность определяет натяжения, действующие на поверхность. Выберем произвольную точку в одной из сред в какой-либо рассмотренной задаче. Примем выбранную точку за начало координат и произвольно сориентируем взаимно перпендикулярные оси x, y, z.

Пусть вектор напряженности (индукции) магнитного поля в этой точке с осями x, y, z соответственно составит углы α, β, γ (рис. 3). Определим компоненты тензора натяжений:

$$
\begin{aligned}
T_x &= iT_{xx} + jT_{yx} + kT_{zx},\\
T_y &= iT_{xy} + jT_{yy} + kT_{zy},\\
T_z &= iT_{xz} + jT_{yz} + kT_{zz}.
\end{aligned} \tag{17}
$$

Для определения T_x возьмем единичную площадку и направим ее нормально по оси x. Тогда нормаль составит с вектором напряженности магнитного поля, следовательно, и с направлением растяжения, угол α. Воспользуемся методом Сирля. Поперечное сечение трубки индукции, опирающейся на выбранную единичную площадку, будет равно $1 \cdot \cos\alpha$. Следовательно, растяжение, действующее на рассматриваемую площадку будет равно $P_p \cos\alpha$. Составляющие этого растяжения по осям x, y, z соответственно будут:

$$
\begin{aligned}
&P_p \cdot \cos^2\alpha,\\
&P_p \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta,\\
&P_p \cdot \cos\alpha \cdot \cos\gamma.
\end{aligned} \tag{18}
$$

Гидростатическое давление на площадку будет действовать по направлению нормали, так как по другим направлениям оно уравновешивается. Величина этого давления равна $\int\limits_0^H BdH$.

Таким образом, составляющие T_x будут равны*:

$$
T_{xx} = HB\cos^2\alpha - \int\limits_0^H BdH = H_xB_x - \int\limits_0^H BdH = \mu_{ст} H_x^2 - \int\limits_0^H BdH,
$$

$$
\begin{aligned}
T_{yx} &= HB\cos\alpha \cdot \cos\beta = H_xB_y = \mu_{ст} H_xH_y,\\
T_{zx} &= HB\cos\alpha \cdot \cos\gamma = H_xB_z = \mu_{ст} H_xH_z.
\end{aligned} \tag{19}
$$

Точно таким же образом определяются составляющие T_y и T_z соответственным направлением нормали единичной площадки по оси y и z.

Таким образом тензор натяжений имеет вид:

$$
T = \begin{vmatrix}
\mu_{ст} H_x^2 - \int\limits_0^H BdH & \mu_{ст} H_xH_y & \mu_{ст} H_xH_z\\
\mu_{ст} H_yH_x & \mu_{ст} H_y^2 - \int\limits_0^H BdH & \mu_{ст} H_yH_z\\
\mu_{ст} H_zH_x & \mu_{ст} H_zH_y & \mu_{ст} H_z^2 - \int\limits_0^H BdH
\end{vmatrix} \tag{20}
$$

* Здесь $\mu_{ст}$ представляет статическую магнитную проницаемость.

Как видно, полученный тензор симметричен относительно главной диагонали. Следовательно, и в общем случае произвольных нелинейных параметров пондеромоторные силы можно привести к натяжениям, действующим на поверхность.

Заметим, что в случае линейности параметров среды полученный тензор принимает вид максвелловского тензора, который можно рассматривать как частный случай полученного тензора.

Следует отметить, что выведенный тензор, также как и тензор Максвелла, не отражает полностью все силы, обусловленные магнитным или электрическим полем, так как этот тензор не отражает стрикционные натяжения. Тем не менее для определения общей силы, действующей на рассматриваемое тело, указанный тензор достаточен, так как согласно [1] сила, обусловленная стрикционным тензором, интегральна или равна нулю (если исследуемое тело находится в вакууме) или уравновешивается соответствующим тензором окружающей среды (если система тел находится в равновесии).

Выводы. Получен тензор натяжений для наиболее общего случая произвольных нелинейных характеристик среды. Показано, что под воздействием магнитного поля возникают не только силы, пропорциональные $\int HdB$, но и силы, пропорциональные $\int BdH$. Все полученные формулы полностью удовлетворяют случаю электрического поля при соответствующей замене μ и H на ε и E.

АрмНИИЭ Поступило 8.II.1968.

Ա. Մ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ

ԿԱՄԱՅԱԿԱՆ ՈՉ-ԳԾԱՅԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐ ՈՒՆԵՑՈՂ ԱՆՇԱՐԺԱՍԵՌ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԿԱՄ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՎ ՊԱՅՄԱՆԱՎՈՐՎԱԾ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՏԵՆԶՈՐԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Նյութերի մեջ մագնիսական կամ էլեկտրական դաշտի առկայության դեպքում առաջ են գալիս պոնդերոմոտոր ուժեր, որոնց կարելի է ներկայացնել մեխանիկական լարումների (ձգումների) տենզորի միջոցով՝ երբ նյութերի մագնիսական կամ էլեկտրական բնութագրերը գծային են. այսինքն՝ երբ նրանց մագնիսական կամ էլեկտրական թափանցելիության մեծությունը կախված չէ դաշտի խտությունից: Հոդվածում ցույց է տրված, որ դա հնարավոր է նաև նյութերի բնութագրերի կամայական ոչ-գծայնության դեպքում: Այդ ընդհանուր դեպքի համար ստացված է մեխանիկական լարումների տենզորի արտահայտությունը, որից, որպես մասնավոր դեպք, բխում է նրա հայտնի տեսքը:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. Гос. изд. технико-теоретической литературы, М., 1956.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտ. սերիա XXIV, № 1, 1971 Серия техн. наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Г. А. АЙРАПЕТЯН, Г. А. НАЛЧАДЖЯН

РАСЧЕТ НА ЭЦВМ РЕЖИМА РАБОТЫ ЯВНОПОЛЮСНОГО СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ЗНАЧИТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ НАПРЯЖЕНИЯ И ЧАСТОТЫ В ЭНЕРГОСИСТЕМЕ

Режимы и законы регулирования синхронных двигателей, расположенных в различных узлах энергосистемы и работающих параллельно с остальной нагрузкой, должны определяться не только условиями работы данного узла, но и требованиями режима энергосистемы в целом. Параметрами, определяющими режим энергосистемы, являются частота f, напряжение узла U и их производные.

Исследования, с целью выявления оптимальных режимов работы синхронных двигателей, а также их размещения, должны выполняться в комплексе с исследованием режима энергосистемы, что возможно только на современных ЭЦВМ. Отсюда возникает необходимость составления алгоритма и программы расчета на ЭЦВМ режима синхронного двигателя при различных заданных значениях частоты и напряжения с возможностью рассмотрения различных законов регулирования. При этом необходимо рассмотрение как неявнополюсных, так и явнополюсных машин, а также вопросов их эквивалентирования.

Настоящая статья посвящена составлению алгоритма и программы расчета режима явнополюсного синхронного двигателя при значительных колебаниях напряжения узлов и частоты в энергосистеме.

Программа составлена применительно к ЭЦВМ „Урал 3" и, кроме самостоятельного значения, является составной частью общей программы исследования режимов энергосистемы, связанных с возникновением больших дефицитов мощности.

При холостом ходе синхронного двигателя э. д. с. статора равна $E_0 = E_x$ и определяется только током холостого хода. Э. д. с. E_{0f} при скорости вращения n_*, отличной от номинальной n_0, равна (в относительных единицах) [1]:

$$E_{0f} = \frac{f^* x_{ad}}{x_{ad0}} \cdot \frac{I_b}{I_{b.x}} = \frac{f^* k_i I_b^*}{k_{x.x}}. \tag{1}$$

Здесь f^* — частота сети; I_b — ток возбуждения; $I_{b.x}$ — ток возбуждения холостого хода; x_{ad} — индуктивное сопротивление продольной реакции статора; $x_{ad0} = \frac{x_{d\text{нен}} - x_\sigma}{C} = \left(\frac{1}{\text{ОКЗ}} - \frac{x_\sigma}{C}\right)$ — сопротивление продольной реакции статора при насыщении магнитной цепи, соответствующем номинальному напряжению на холостом ходу, где $x_{d\text{нен}}$ — индуктивное сопротивление по продольной оси без учета насыщения; x_σ — индуктивное сопротивление рассеяния; ОКЗ — отношение короткого замыкания; С — коэффициент искривления характеристики холостого хода при токе возбуждения $I_в = I_{в.х}$; $k_{в} = \frac{I_{в.х}}{I_{в.н}}$ — постоянный коэффициент; $k_н = \frac{x_{ad}}{x_{ad0}}$ — коэффициент насыщения, представляющий собой нелинейную передаточную функцию между $\frac{I_в}{I_{в.х}}$ и $E_н$ [1].

С другой стороны, по векторной диаграмме явнополюсного синхронного двигателя (рис. 1) при любых значениях напряжения и частоты находим (в относительных единицах)*:

$$E_0 = f(x_d - x_q)\, I_d + \sqrt{U^2 - 2UfIx_q \sin\varphi + I^2 f^2 x_q^2}\,. \tag{2}$$

Здесь U, I — соответственно напряжение и ток статора двигателя;
I_d — составляющая тока статора по продольной оси;
x_d, x_q — индуктивное сопротивление соответственно по продольной и поперечной осям.

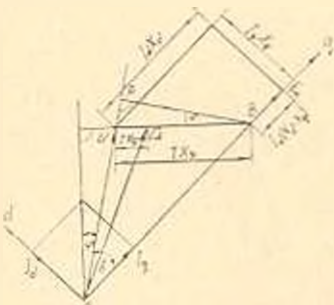

Рис. 1. Векторная диаграмма явнополюсного синхронного двигателя.

Аналогично из этой же векторной диаграммы определяется э. д. с. E_δ, пропорциональная потоку в воздушном зазоре:

$$E_\delta = \sqrt{U^2 + 2UfIx_\sigma \sin\varphi + I^2 f^2 x_\sigma^2}\,. \tag{3}$$

Составляющая тока статора по продольной оси определяется из выражения:

$$I_d = I \sin\varphi \cos\theta - I \sin\theta \cos\varphi. \tag{4}$$

* Величины в относительных единицах в дальнейшем будут указаны без индекса.

Угол нагрузки δ определяется из $\triangle\, OAB$ векторной диаграммы:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{Ifx_q\cos\varphi}{U + Ifx_q\sin\varphi}. \tag{5}$$

В формулах (2), (3), (4), (5) произведя подстановки:

$$I\sin\varphi = \frac{\alpha\sin\varphi_н}{U}; \quad I\cos\varphi = \frac{\beta\cos\varphi_н}{U};$$

$$I^2 = \frac{1}{U^2}\left(\beta^2\cos^2\varphi_н + \alpha^2\sin^2\varphi_н\right)$$

$\left(\text{где } \beta = \dfrac{P}{P_н},\ \alpha = \dfrac{Q}{Q_н}\right.$ — относительные нагрузки статора соответственно по активной и реактивной мощностям$\Big)$, находим выражения (2), (3), (4) и (5) через активную и реактивную мощности статора:

$$E_0 = f(x_d - x_q)I_d +$$

$$+ \sqrt{U^2 + 2fx_q\alpha\sin\varphi_н + \left(\frac{fx_q}{U}\right)^2\left(\beta^2\cos^2\varphi_н + \alpha^2\sin^2\varphi_н\right)}; \tag{6}$$

$$E_s = \sqrt{U^2 + 2fx_s\alpha\sin\varphi_н + \left(\frac{fx_s}{U}\right)^2\left(\beta^2\cos^2\varphi_н + \alpha^2\sin^2\varphi_н\right)}; \tag{7}$$

$$I_d = \frac{\alpha}{U}\sin\varphi_н\cos\delta + \frac{\beta}{U}\cos\varphi_н\sin\delta; \tag{8}$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{fx_q\beta\cos\varphi_н}{U^2 + fx_q\alpha\sin\varphi_н}. \tag{9}$$

Приравнивая уравнения (1) и (6), после решения относительно α находим:

$$\alpha = \frac{\sqrt{\left[k_s U\dfrac{I_s}{K_{sн}} - U(x_d - x_q)I_d\right]^2 - (x_q\beta\cos\varphi_н)^2} - \dfrac{U^2}{f}}{x_q\sin\varphi_н}, \tag{10}$$

где

$$x_d = k_s x_{ad0} + x_\sigma. \tag{11}$$

Необходимо заметить, что в работе принято допущение о независимости x_q от насыщения [3].

Нелинейная функция $k_s = \varphi(E_s)$ может быть получена из характеристики холостого хода, которая одновременно представляет собой зависимость $k_s = \varphi\left(\dfrac{E_s}{f}\right)$ при любой частоте и аппроксимирована в виде ломаной линии, каждая из отрезков которой описывается уравнением:

$$k_{n\,n} = a_n - b_n \frac{E_f}{f}, \tag{12}$$

где a_n и b_n — коэффициенты отрезков.

Зависимость тока возбуждения от различных параметров режима осуществляется принятым законом регулирования:

$$I_b = \varphi(n_1, n_2, \cdots, n_n).$$

В рассматриваемых алгоритме и программе току возбуждения даны дискретные значения. Предусматривается возможность совместного использования программы с подпрограммами, реализующими различные законы регулирования.

Таким образом, для определения величины реактивной мощности необходимо совместное решение уравнений (7 — 12). Их решение осуществляется итерационным методом. В первом шаге итерации помимо заданных U, f, β и I_b принимаем заданным также $\alpha_1 = 0$. Итерация продолжается до выполнения условия сходимости ($\alpha_i - \alpha_{(i-1)} < \varepsilon$). Блок-схема программы расчета приведена на рис. 2.

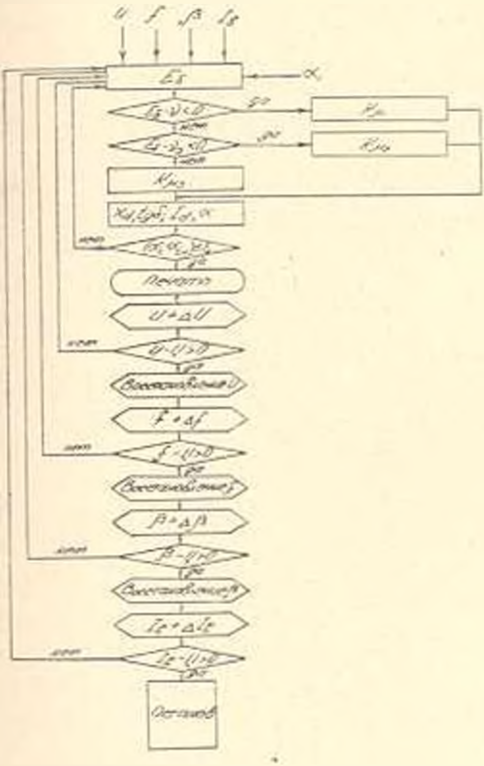

Рис. 2. Блок-схема программы расчета

В качестве примера рассмотрен синхронный двигатель типа СДН 18—91—10 с параметрами: $P_н = 10000$ *квт*; $U_н = 6000$ *в*; $I_н = 1100$ *а*;

$n_н = 600$ *об/мин.*; $\cos \varphi_н = 0,9$; ОКЗ $= 0,9$; $x_s = 0,082$; $x_d = 1,095$; $x_q = 0,016$
Принимаем $C = 1,2$, следовательно, $x_{ad} = 1,042$.

По характеристике холостого хода синхронного двигателя строится характеристика $k_н = \varphi(E_i)$ (рис. 3), которая аппроксимирована в виде трех прямых отрезков.

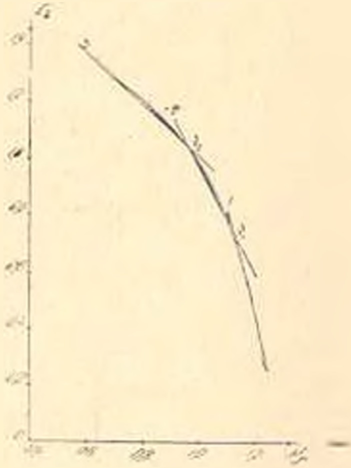

Рис. 3. Зависимость $k_н = \varphi(E_i)$. ν_1 и ν_2 — точки пересечения отрезков прямых

Коэффициенты отрезков равны:

$$a_1 = 1,296;\ a_2 = 1,51;\ a_3 = 2,15;\ b_1 = 0,232;\ b_2 = 0,51;\ b_3 = 1,13.$$

Коэффициент $k_{н.н}$ определяется по номинальному режиму: $k_{н.н} = 0.545$.

Рис. 4. Характеристика синхронного двигателя типа СДН—18—91—10. Сплошной линией указаны характеристики с учетом явнополюсности, пунктирной — без учета явнополюсности.
1 — $\varphi(U)$ при $\beta = 0,8$, $I_b = 0,9$, $f = 1$;
2 — $\varphi(\beta)$ при $U = 1,05$, $I_b = f = 1$;
3 — $\varphi(f)$ при $U = 0,95$, $I_b = \beta = 1$;
4 — $\varphi(I_b)$ при $U = 0,95$; $f = \beta = 1$.

Получены семейства кривых зависимости δ от U, f, β и I_k (некоторые из них приведены на рис. 4).

Выводы. Предложенная программа расчета режимов явнополюсного синхронного двигателя с учетом режима узла питания с одной стороны даст возможность исследования электромеханических переходных процессов энергосистемы с учетом влияния режима синхронных двигателей, с другой—позволяет произвести анализ математической модели синхронного двигателя и оценку принимаемых допущений. Примеры расчета режима синхронного двигателя на ЭЦВМ по разработанной программе показали необходимость учета явнополюсности в случаях широкого изменения параметров режима питающего узла и загрузки двигателя. Показано (см. рис. 4), что в ряде режимов погрешность от неучета явнополюсности доходит до 10% (например, кривые 2 при $U=f=I_k=1$ и $\beta=1{,}1$).

Распространенное в литературе [2] мнение, что такая погрешность не превышает 1–3%, объясняется тем, что в [2] рассматриваются некоторые дискретные значения переменных параметров режима ($f=I_k=1$; $\beta=0{,}5$; $\beta=0{,}75$ и $\beta=1$), при которых, действительно, погрешность не превышает 1—3% (см. рис. 4). Применение же ЭЦВМ позволяет вести расчет по более полным расчетным выражениям и рассматривать весь диапазон возможных изменений параметров.

АрмНИИЭ Поступило 3.X.1969.

Գ. Ս. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ, Դ. Ա. ՆԱԼՉԱՋՅԱՆ

ԱՐՏԱՀԱՅՏ ԲԵՎԵՌՆԵՐՈՎ ՍԻՆԽՐՈՆ ՇԱՐԺԻՉԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՌԵԺԻՄԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ԷԹՀՄ-Ի ՎՐԱ

Ամփոփում

Հոդվածում տրված են ալգորիթմ և ծրագիր, որոնք թույլ են տալիս արտահայտ սինխրոն շարժիչի ռեժիմի պարամետրերը (հաշվի առած կամ չառած ակնհայտությունը) էներգահամակարգում հանգույցների լարման և հաճախության զգալի փոփոխման դեպքում։ Ալգորիթմը նախատեսում է նաև գրգռման կարգավորման տարբեր օրենքների իրագործման հնարավորություն։ Ծրագիրը, որը կազմված է «Ուրալ-3» ԷԹՀՄ-ի համար, հանդիսանում է էներգահամակարգում հզորության մեծ դեֆիցիտի հետ կապված ռեժիմների ուսումնասիրման ընդհանուր ծրագրի բաղադրիչ մասը։

Բերված է հաշվման ծրագրի բլոկ-սխեման։ Տրված են սինխրոն շարժիչի բնութագրերը՝ ակնհայտության հաշվառքով և առանց դրա։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сыромятников И. А.* Режимы работы асинхронных и синхронных электродвигателей. Госэнергоиздат, 1963.
2. *Литвак Л. В.* Влияние снижения напряжения на реактивную мощность синхронных двигателей при нормальном возбуждении. Сборник статей под редакцией Сыромятникова И. А. Госэнергоиздат, 1959.
3. *Лайбль Т.* Теория синхронной машины при переходных процессах. Госэнергоиздат, 1957.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտ. սերիա XXIV, № 1, 1971 Серия техн. наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Г. Г. ГИМОЯН, Ш. А. АРОЯН

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФИЛЬТРОВ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ ОБРАТНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ В СХЕМАХ МАКСИМАЛЬНОЙ ЗАЩИТЫ

Известно, что схемы защит от коротких замыканий и ненормальных режимов с применением фильтров симметричных составляющих реагируют не только на количественные, но и на качественные изменения электрических параметров защищаемой установки. Поэтому при применении их в сетях с малыми кратностями токов короткого замыкания (горные, сельскохозяйственные, лесотехнические и др.), защита получается со значительно лучшими параметрами по чувствительности и селективности, чем при устройствах, использующих полные токи.

Если учесть, что при любом несимметричном повреждении в трехфазной сети возникают как токи, так и напряжения обратной последовательности, казалось бы, нет особой разницы при выполнении вышеназванных защит использовать фильтры тока или напряжения. Однако, это не так. В подтверждение сказанного на рис. 1 приведены

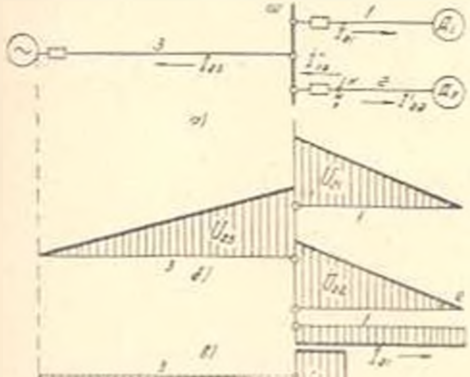

Рис. 1. Двухфазное короткое замыкание в простейшей сети: а—схема сети; б—распределение напряжений обратной последовательности; в—распределение токов обратной последовательности

потенциальные диаграммы распределения напряжений и токов обратной последовательности вдоль простейшей сети при двухфазном коротком замыкании в точке K. Здесь $Д_1$ и $Д_2$ — двигатели, 3 — питающая линия. Если для простоты допустить, что мощность источника питания несоизмеримо велика по сравнению с мощностями двигателей, то напряжения обратной последовательности U_{21}, U_{22} и U_{23}, соответствующие ветвям двигателей $Д_1$ и $Д_2$ и линии, распределятся так, как показано на рис. 1, *б*. Они максимальны в месте короткого замыкания и, постепенно снижаясь, равны нулю в конце приемника. Поэтому, если короткое замыкание произойдет вблизи шин *Ш*, напряжения U_{21}, U_{22} и U_{23} будут равны друг другу и равны напряжению обратной последовательности в месте короткого замыкания, вследствие чего защита с использованием фильтров напряжения будет лишена селективности.

Совершенно иначе распределяются при этом же повреждении токи обратной последовательности. Ввиду того, что они генерируются в точке короткого замыкания, а затем растекаются по всей сети, диаграмма их распределения будет иметь вид, представленный рис. 1, *в*. На последнем за положительное принято направление токов, притекающих к шинам. Поэтому токи I_{21}, I_{22}, I_{23} отложены ниже оси ветвей *1*, *2*, *3*, а ток I_{22}, являющийся током через выключатель поврежденного двигателя, —выше этой оси. Величина его равна:

$$\dot I_{22} = \dot I_{21} + \dot I_{23}. \tag{1}$$

Благодаря условию $I_{22} > I_{21}$ защиту с использованием фильтров тока легко отстроить от коротких замыканий вне зоны действия и добиться надежного действия ее при повреждениях в зоне.

Аналогичное о вышеназванных защитах можно сказать при ненормальных режимах, сопровождающихся искажением токов и напряжений в сети. Так, на рис. 2 приведены распределения напряжения и тока обрат-

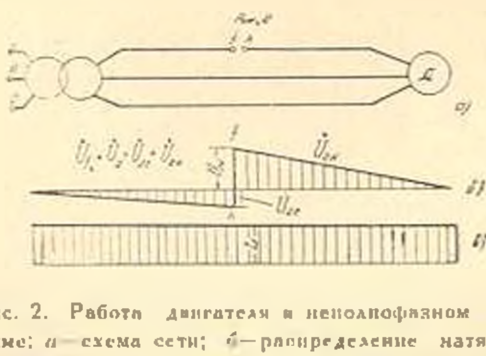

Рис. 2. Работа двигателя в неполнофазном режиме: *а*—схема сети; *б*—распределение напряжений обратной последовательности; *в*—распределение токов обратной последовательности

ной последовательности при обрыве фазы. Здесь, как и в предыдущем случае, напряжение обратной последовательности $U_2 = U_{fh}$ (рис. 2, б) максимально в месте повреждения. Составляющие его $U_{2н}$ и U_{2c} — напряжения обратной последовательности ветвей нагрузки и сети в месте повреждения — прямо пропорциональны их сопротивлениям обратной последовательности

$$U_{2c} = I_2 Z_{2c}; \quad U_{2н} = I_2 Z_{2н}, \tag{2}$$

где I_2 — ток обратной последовательности при обрыве фазы;
Z_{2c} и $Z_{2н}$ — сопротивления обратной последовательности ветвой сети и двигателя.

Ввиду непостоянства отношения $Z_{2c}/Z_{2н}$ (зависящего от таких факторов, как мощности питающих трансформаторов и сопротивления линии, количество одновременно работающих двигателей, мощность и скольжение поврежденного двигателя) $U_{2н}$ и U_{2c} также будут непостоянны. При мощной сети, когда $Z_{2c} \ll Z_{2н}$, напряжение U_{2c} вообще будет равно нулю. Ток же обратной последовательности, как видно из диаграммы рис. 2, *в*, по всей линии одинаков и меньше подвержен изменениям.

Коэффициенты асимметрии по напряжению $\varepsilon_н$ и току $\varepsilon_т$ двигателя будут равны:

$$\varepsilon_н = \frac{U_{2н}}{U_{1н}}; \quad \varepsilon_т = \frac{I_{2н}}{I_{1н}}, \tag{3}$$

где $U_{1н}$ и $I_{1н}$ — действующие значения напряжения и тока прямой последовательности двигателя;
$U_{2н}$ и $I_{2н}$ — действующие значения напряжения и тока обратной последовательности двигателя.

Зависимости этих коэффициентов от скольжения и мощности двигателя имеют характер кривых рис 3. Из них видно, что величина $\varepsilon_н$ сильно

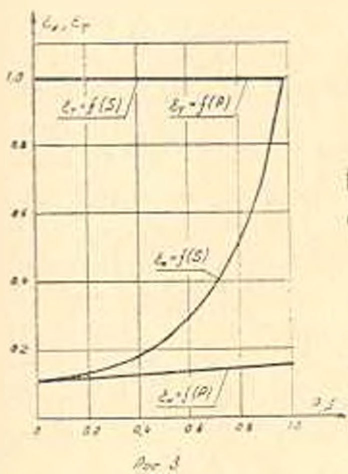

Рис. 3. Зависимости коэффициентов асимметрии $\varepsilon_т$ и $\varepsilon_н$ от скольжения и мощности двигателя

зависит как от скольжения, так и от отдаваемой мощности двигателя и колеблется в больших пределах. Величина же $\varepsilon_т$ не зависит от этих факторов и всегда равна единице. Поэтому защита с применением фильтра напряжения будет вести себя совершенно неопределенно: может ложно отключить неповрежденный двигатель $Д_1$, как в случае двухфазного короткого замыкания, разобранном выше, или же отказать в действии при обрыве фазы, если он произошел между местом установки защиты и двигателем. И, наоборот, защиту с использованием фильтров тока легко можно отстроить от коротких замыканий вне зоны действия и эксплуатационных асимметрий сети, а постоянство ε_1, независимо от скольжения и нагрузки, обеспечит ее надежное действие при обрывах фазы и других режимах, сопровождающихся малыми токами повреждения.

Использование фильтров тока дает возможность выполнять защиту с зависимой амперсекундной характеристикой, способствующей созданию селективности. Например, на рис. 4, *а* приведена зависимость

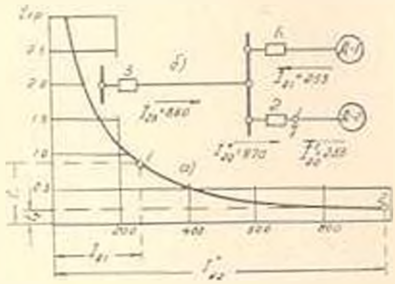

Рис. 4. Обеспечение селективности фильтровой токовой защиты: *а*—амперсекундная характеристика защиты; *б*—схема сети

времени срабатывания ($t_{ср}$) реле от величины тока обратной последовательности аппарата типа АЗЭД [1]. Такая характеристика позволяет практически мгновенно отключать двигатель при повреждениях, сопровождающихся опасными для него токами, и, наоборот, не допускает ложных отключений двигателя при внешних коротких замыканиях. Указанное рассмотрим на примере схемы рис. 4, б. Здесь нагрузка состоит из двух идентичных двигателей $Д_1$ и $Д_2$, защищаемых фильтровой токовой защитой. Допустим, данные сети и нагрузки таковы, что при двухфазном коротком замыкании в ветви двигателя $Д_2$ токи обратной последовательности соответствующих ветвей равны [1]: $I_{21} = 253$ *а*, $I_{22} = 253$ *а*, $I'_{22} = 970$ *а*, $I_{23} = 860$ *а*. Из рис. 4, *а* нетрудно заметить, что поврежденный двигатель $Д_2$ отключится с выдержкой времени $t_2 = 0,2$ *сек*, а двигатель $Д_1$ не успеет отключиться, т. к. выдержка времени его защиты составит $t_1 = 0,8$ *сек*. Таким образом, будет обеспечена селективность действия защиты.

Большим преимуществом фильтровых защит тока является также нетребовательность их к тщательной настройке, т. к. вследствие резкого и скачкообразного изменения I_2 в нормальном и аварийном режимах всегда обеспечивается надежное срабатывание схемы фильтр-реле.

Рассмотрим, какова чувствительность фильтровых токовых защит по сравнению с защитами, использующими полные токи (простые максимальные защиты). При прочих равных условиях (мощность защищаемой электроустановки, схема коммутации сети и т. д.) чувствительность фильтровых защит зависит от следующих факторов [1]: вида ампер-секундной характеристики исполнительного органа (мгновенного действия, зависимая характеристика, ограниченно-зависимая с отсечкой), типа примененного фильтра (простой, сдвоенный, комбинированный), способа питания исполнительного органа.

Если предположить, что обе защиты выполнены мгновенного действия, то коэффициент чувствительности защиты, использующей простой фильтр, будет:

$$K_{ч(ф)} = \frac{I_{2(кз)}}{K_н I_{2(вш)}}, \tag{4}$$

где $K_{ч(ф)}$ — коэффициент чувствительности фильтровой защиты;

$I_{2(кз)}$ — минимальный ток обратной последовательности через защиту при двухфазном коротком замыкании в зоне действия ее (ток I'_{22}, рис. 1, *в*);

$I_{2(вш)}$ — максимальный ток обратной последовательности при двухфазном коротком замыкании вне зоны действия защиты (ток I_{22}, рис. 1, *в*);

$K_н$ — коэффициент надежности уставки.

Учитывая, что минимальная величина тока $I_{2(кз)}$ будет иметь место при отключенном двигателе $Д_1$ и повреждении в конце линии, питающей защищаемый двигатель, получим:

$$I_{2(кз)} = \frac{I^{(2)}_{(кз)}}{\sqrt{3}} = \frac{I^{(3)}_{(кз)}}{2} = \frac{E}{2Z_л}, \tag{5}$$

где $I^{(2)}_{(кз)}$ и $I^{(3)}_{(кз)}$ — полные токи при двух— и трехфазных коротких замыканиях в конце линии, питающей защищаемый двигатель;

E — фазная э. д. с. сети;

$z_л$ — сопротивление линии с учетом сопротивления сети.

Максимальная величина тока $I_{2(вш)}$ будет иметь место при повреждении на шинах Ш и равна половине пускового тока защищаемого двигателя

$$I_{2(вш)} = \frac{E}{2(Z_л + Z_д)}, \tag{6}$$

где $Z_д$ — пусковое комплексное сопротивление защищаемого двигателя.

На основании (5) и (6) взамен (4) получим:

$$K_{ч(ф)} = \frac{Z_л + Z_д}{K_н Z_л}. \tag{7}$$

Аналогично для максимальной защиты, использующей полные токи, получим:

$$K_{ч(м)} = \frac{I^{(3)}_{кз}}{K_н I_{пн}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{Z_п}{K_н Z_д}, \qquad (8)$$

где $I_{пн}$ — номинальный пусковой ток двигателя.

Отношение коэффициентов чувствительности обеих защит будет:

$$C_ч = \frac{K_{ч(ф)}}{K_{ч(м)}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(1 + \frac{Z_д}{Z_п}\right). \qquad (9)$$

Если учесть, что для маломощных сильнонагруженных сетей отношение $Z_д/Z_п$ равно $0{,}5 \div 0{,}6$, а для общепромышленных мощных сетей стремится к нулю, то из последнего уравнения получим граничные значения: $1{,}15 < C_ч < 1{,}8$.

Выводы. В маломощных сильнонагруженных сетях с малыми кратностями токов короткого замыкания (горные, сельскохозяйственные, лесотехнические и др.) необходимо применять защиты, работающие на фильтровом принципе. При осуществлении фильтровых защит от токов коротких замыканий и ненормальных режимов предпочтенние следует давать фильтрам тока. Чувствительность фильтровых защит по сравнению с простыми максимальными защитами выше в $1{,}15 \div 1{,}8$ раз.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступило 16.III.1970

Գ. Գ. ԳԻՄՈՅԱՆ, Շ. Ա. ԱՐՈՅԱՆ

ՀՈՍԱՆՔԻ ԵՎ ԼԱՐՄԱՆ ՀԱԿԱԴԱՐՁ ՀԱՋՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՖԻԼՏՐԵՐԻ ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆ ԱՆԱԼԻԶ ՄԱՔՍԻՄԱԼ ՊԱՇՏՊԱՆՈՒԹՅԱՆ ՍԽԵՄԱՆԵՐՈՒՄ

Ամփոփում

Կատարված է հոսանքների և լարումների հակադարձ հաջորդականության սկզբունքի վրա կառուցված կարճ միացումներից և աննորմալ ռեժիմներից ֆիլտրային պաշտպանությունների համեմատում։ Ապացուցվում է, որ հոսանքի ֆիլտրերի օգտագործումը ունի անվիճելի առավելություն համեմատած լարման ֆիլտրերի հետ։ Հոսանքային ֆիլտրային պաշտպանությունները հեշտ է կարգավորել պաշտպանության գոտուց դուրս կարճ միացումներից և հեշտ է ապահովել նրա հուսալի գործողությունը գոտու ներսում վնասվածքների դեպքում։ Ցույց է տրված, որ հոսանքային ֆիլտրային պաշտպանությունների զգայնությունը պարզ մաքսիմալ հոսանքային պաշտպանությունների զգայնության համեմատությամբ բարձր է 1,15 ÷ 1,8 անգամ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гимоян Г. Г., Лейбов Р. М.* Релейная защита подземного горного электрооборудования и сетей. Изд. „Недра“, М., 1970.

УДК 621.923:536.12

Температура возникающая при шлифовании прерывистым кругом. Касьян М. В., Сипайлов В. А., Амбарян Р. С. «Известия АН Арм. ССР (серия Т.Н.)», т. XXIV, № 1, 1971, 3—8.

Рассматривается нестационарный режим работы круга и возникающее при этом температурное поле на его боковой части. Показано, что при прерывистом шлифовании температура в зоне контакта круга с деталью на 30—50% ниже по сравнению со сплошным шлифованием. Сделан вывод, что прерывистое шлифование дает значительное улучшение качества поверхностного слоя за счет понижения температуры. Предложен вариант прерывистого круга, позволяющего сэкономить абразивный материал.

Илл. 3. Библ. 3 назв.

УДК 621.01+621.396.64

Уравнения установившегося режима линии с распределенными параметрами. Адонц Г. Т. «Известия АН Арм. ССР (серия Т.Н.)», т. XXIV, № 1, 1971, 9—15.

Выведены уравнения установившегося режима линии с распределенными параметрами в форме, соответствующей задачам расчета установившихся режимов электроэнергетических систем, содержащих длинные линии. Установившийся режим находится путем последовательного решения двух задач. Решением первой задачи определяются параметры режима в начале и конце линии, второй задачи — в произвольной точке линии.

Библ. 3 назв.

УДК 693.9:534

О периодах нелинейных колебаний каркасных зданий. Амбарцумян Вл. А. «Известия АН Арм. ССР (серия Т.Н.)», т. XXIV, № 1, 1971, 16—22.

Исследуются периоды колебаний каркасных зданий с недеформируемыми ригелями при нелинейной зависимости между восстанавливающей силой и перемещением. Получена формула для определения периодов нелинейных колебаний в зависимости от этажности и степени нелинейности.

Табл. 2. Библ. 5 назв.

УДК 62—501.72

Применение АВМ для решения инверсной задачи точности сложных моделирующих устройств. Матевосян П. А. «Известия АН Арм. ССР (серия Т.Н.)», т. XXIV, № 1, 1971, 23—29.

Предлагается методика решения инверсной задачи точности сложных моделирующих устройств при условии установления ограничений параметров решающих блоков, исходя из требования минимума затрат на изготовление сложного устройства. Для решения рассматриваемой задачи предлагается использование АВМ с обратимыми решающими блоками.

Илл. 2. Библ. 6 назв.

УДК 621.385+621.372.852.5

Исследование концентрационной погрешности капиллярных ртутно-электролитических преобразователей с фотоэлектрическим считыванием. Казарян Э. В., Шорыгин А. П. «Известия АН Арм. ССР (серия Т.Н.)», т. XXIV, № 1, 1971, 30—35.

Исследованы факторы, определяющие «концентрационную» погрешность преобразователей, обусловленную изменением распределения концентраций компонентов электролита в капилляре при протекании тока управления. Приведены экспериментальные характеристики указанных погрешностей, исследован метод уменьшения концентрационной погрешности путем наложения на постоянный управляющий ток переменного тока низкой частоты, позволяющего существенно повысить метрологические характеристики преобразователя.

Илл. 4. Библ. 6 назв.

УДК 621.3.011.1

Погрешности L—C измерительных цепей. Гукасян А. Г., Карапетян М. А., Симонян В. С. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXIV, № 1, 1971, 36—41.

Изложены результаты количественного анализа методических погрешностей L—C измерительных цепей, вызванных пренебрежением потерь энергии в образцовой катушке и нестабильностью частоты генератора.

Табл. 2. Илл. 1. Библ. 3 назв.

УДК 621.3.512.9

Тензор натяжений, обусловленный магнитным или электрическим полем в неоднородной среде с произвольными нелинейными характеристиками. Аракелян А. М. «Известия АН Арм. ССР (серия Т.Н.)», т. XXIV, № 1, 1971, 42—49.

В присутствии магнитного или электрического поля в телах возникают пондеромоторные силы, которые могут быть выражены посредством тензора натяжений в том случае, когда магнитные или электрические характеристики этих тел линейны, т. е. когда величины их магнитной или электрической проницаемости не зависят от интенсивности поля. В работе показано, что это возможно и в случае произвольной нелинейности характеристик тел. Для заданного общего случая получено выражение тензора натяжений, из которого, как частный случай, вытекает его известная форма.

Илл. 3. Библ. 1 назв.

УДК 621.313.323:681.3

Расчет на ЭЦВМ режима работы явнополюсного синхронного двигателя при значительных колебаниях напряжения и частоты в энергосистеме. Айрапетян Г. А., Налчаджян Г. А. «Известия АН Арм. ССР (серия Т.Н.)», т. XXIV, № 1, 1971, 50—56.

Рассматриваются алгоритм и программа, позволяющие определить параметры режима синхронного двигателя (с учетом и без учета явнополюсности) при значительных колебаниях напряжения узлов и частоты в энергосистеме. Алгоритм предусматривает также задания различных законов регулирования возбуждения. Программа составлена применительно к ЭЦВМ «Урал-3».

Илл. 4. Библ. 3 назв.

УДК 621.3.023+621.316.9

Сравнительный анализ фильтров тока и напряжения обратной последовательности в схемах максимальной защиты. Гимоян Г. Г., Аронян Ш. А. «Известия АН Арм. ССР (серия Т.Н.)», т. XXIV, № 1, 1971, 57—62.

Проводится сравнение фильтровых защит от коротких замыканий и ненормальных режимов, построенных на принципе токов и напряжений обратной последовательности. Доказывается, что использование фильтров тока имеет неоспоримое преимущество по сравнению с фильтрами напряжения. Фильтровые токовые защиты легко отстроить от коротких замыканий вне зоны действия и добиться надежного действия ее при повреждениях в зоне.

Доказывается, что чувствительность фильтровых токовых защит по сравнению с простыми максимальными защитами выше в 1,15÷1,8 раз.

Илл. 4. Библ. 1.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԵՔԵՆԱՇԻՆՈՒԹՅՈՒՆ

ԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱ

ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ՄԵԽԱՆԻԿԱ

ՀԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

ՉԱՓՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

ԷԼԵԿՏՐԱՏԵԽՆԻԿԱ

СОДЕРЖАНИЕ

МАШИНОСТРОЕНИЕ

ЭНЕРГЕТИКА

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА