

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ  
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵԴԵԿԱԳԻՐ  
ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ  
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԿՐԹԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՆԿՐԵՆ

Աղանց Հ. Յ., Ալիսանյանի Վ. Վ., Եղիազարյան Ի. Վ., Կասյան  
Մ. Վ. (պատ. խմբագրիչ), Նազարով Ա. Գ., Յիմենով Ա. Ջ.,  
Փինեպրան Վ. Վ. (պատ. խմբագրիչ տեղակալ)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Авопи Г. Т., Алексеевский В. В., Елиахаров И. В., Касьян  
М. В. (ответ. редактор), Назаров А. Г., Пинаджян В. В.  
(зам. отв. редактора), Симонов М. Э.

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

В. В. ПИНАДЖЯН

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ НА ПРОЧНОСТЬ  
 СЖАТЫХ СТАЛЬНЫХ СТЕРЖНЕЙ

Учет влияния формы сечения на несущую способность внецентренно сжатых стержней в действующих нормативных положениях по проектированию стальных конструкций [1] производится умножением величины относительного эксцентриситета приложения нагрузки  $m$  эталонного стержня на параметр  $\chi$ . В качестве эталонного принимается внецентренно сжатый стержень простейшего поперечного сечения из идеального упруго-пластического материала, для которого может быть получено замкнутое аналитическое решение. В дальнейшем в качестве эталонного принимается внецентренно сжатый стержень прямоугольного сечения с шарнирно-закрепленными концами из материала, диаграмма которого описывается схемой Прандтля. Несущая способность такого стержня была определена К. Ежеком [2]. Несущая способность эталонного стержня при одностороннем развитии пластических деформаций определяется формулой

$$\chi_{01}^2 = \frac{\pi^2 E I}{\varphi \sigma_n} \left[ 1 - \frac{m \varphi}{3(1-\varphi)} \right]^2 \quad (1)$$

При развитии двусторонних пластических деформаций несущая способность стержня определяется формулой

$$\chi_{02}^2 = \frac{\pi^2 E I}{\varphi \sigma_n} \left( 1 - \varphi^2 - \frac{2m\varphi}{3} \right)^{3/2} \quad (2)$$

В приведенных выше формулах  $F$  и  $I$  соответственно площадь сечения и гибкость стержня;  $E$ ,  $\sigma_n$  — модуль упругости и предел текучести стали;

$\varphi = \frac{N}{F \sigma_n}$  — отношение критической силы для внецентренно сжатого стержня к усилию текучести центрально сжатого короткого стержня.

Здесь и в дальнейшем индекс  $\alpha$  внизу буквенных обозначений относится к эталонному стержню.

Формула (1) применима при условии, когда относительный эксцентриситет приложения нагрузки

$$m \leq 3(1-\varphi) \quad (3)$$

Формула (2) применима при условии, когда

$$m > 3(1 - \varphi). \quad (4)$$

В соответствии с [3] несущая способность внецентренно сжатых стержней любого симметричного сечения определяется по формуле

$$i^2 = \frac{\pi^2 E}{\varphi^2 a} \left( 1 - \frac{m_0 \gamma \varphi}{1 - \varphi} \right), \quad (5)$$

где  $m_0 = m_{i,0}$  ( $i = 1, 2$ ) — условный относительный эксцентриситет эталонного стержня в плоскости изгиба;

$\gamma = \frac{x}{z_{2l}}$  — параметр, учитывающий влияние формы сечения на несущую способность стержня (для прямоугольного сечения  $\gamma = 1$ );

$x$  — функция для стержня любого симметричного профиля, зависящая от его формы и напряженного состояния.

Функция  $x_{2l}$  эталонного стержня при односторонних пластических деформациях на основании (5) в силу (1) приобретает вид:

$$x_{2l} = 1 - \frac{m\varphi}{3(1-\varphi)} + \frac{(m\varphi)^2}{27(1-\varphi)^2}. \quad (6)$$

При двусторонних пластических деформациях в эталонном стержне функция  $x_{2l}$  на основании (5) в силу (2) приобретает вид:

$$x_{2l} = \frac{1-\varphi}{m\varphi} \left[ 1 - \left( 1 - \varphi^2 - \frac{2m\varphi}{3} \right)^{3/2} \right]. \quad (7)$$

Функция  $x$  для стержней любого симметричного сечения из идеального упруго-пластического материала при развитии пластических деформаций только с вогнутой стороны стержня (напряженное состояние 1) согласно [3] имеет вид:

$$x = 1 - \frac{C_1}{a_1} + \frac{S_{1b}}{a_1 F} + \frac{1-\varphi}{m\varphi} \cdot \frac{J_{2b} - (a_1 - C_1) S_{1b}}{J_x}, \quad (8)$$

где  $C_1$  — высота пластической зоны в сжатой части сечения находится из следующего уравнения:

$$S_{1b} + \left( a_1 - C_1 + \frac{m\varphi}{1-\varphi} \cdot \frac{W_1}{F} \right) \frac{\partial S_{1b}}{\partial C_1} - \frac{m\varphi W_1}{1-\varphi} = 0. \quad (9)$$

При развитии пластических деформаций только с выпуклой стороны стержня (напряженное состояние 2) имеем:

$$y = \left[ 1 - \frac{C_2}{a_2} + \frac{S_{2a}}{a_2 F} + \frac{(1+\varphi)a_1}{m\varphi a_2} \cdot \frac{J_{2a} - S_{2a}(a_2 - C_2)}{J_x} \right] \frac{a_1(1-\varphi)}{a_1(1+\varphi)}, \quad (10)$$

где  $C_2$  — высота пластической зоны в растянутой части сечения — находим из следующего уравнения:

$$S_{2n} - \left( a_2 - C_2 + \frac{m\varphi}{1+\varphi} \frac{W_1}{F} \right) \frac{\partial S_{2n}}{\partial C_2} - \frac{m\varphi W_1}{1+\varphi} = 0. \quad (11)$$

При развитии в стержне произвольного симметричного сечения двусторонних пластических деформаций (напряженное состояние 3) функция  $\chi$  определяется из следующего уравнения:

$$\chi = \frac{(h - C_1 - C_2)(1 - \varphi)}{2a_1} + \frac{1 - \varphi}{m\varphi J_1} \left\{ J_{1b} + J_{2b} + (a_1 - C_1) S_{1b} - (a_2 - C_2) S_{2b} \right\}. \quad (12)$$

где значения  $C_1$  и  $C_2$  находятся из следующих уравнений:

$$S_{1b} + \left[ a_1 - C_1 + \frac{m\varphi W_1}{(1-\varphi)F} \right] \frac{\partial S_{1b}}{\partial C_1} - \frac{m\varphi W_1}{1-\varphi} = \left[ C_2 - a_2 + \frac{m\varphi W_1}{(1-\varphi)F} \right] \frac{\partial S_{2b}}{\partial C_2} - S_{2b} \frac{\partial C_2}{\partial C_1}; \quad (13)$$

$$(1 - \varphi)(h - C_1 - C_2)F - 2(S_{1b} - S_{2b}) - 2F(a_1 - C_1) = 0; \quad (14)$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial C_1} = \frac{(1 + \varphi)F - 2 \frac{\partial S_{1b}}{\partial C_1}}{(1 - \varphi)F - 2 \frac{\partial S_{2b}}{\partial C_2}}. \quad (15)$$

Границы функций  $\chi$  для первого и третьего напряженных состояний стержня находятся из условия  $C_1 = 0$ ; для второго и третьего напряженных состояний — из условия  $C_2 = 0$ . В выражениях (8)–(15):  $J_1$  — момент инерции сечения относительно главной оси, перпендикулярной плоскости изгиба;  $a_1, a_2$  — кратчайшее расстояние от центра тяжести сечения соответственно до наиболее сжатого и наиболее растянутого волокон;  $h$  — высота сечения;  $S_{1b}, S_{2b}, J_{1b}, J_{2b}$  — пластические характеристики профиля;  $W_1 = J_1/a_1$ .

По формулам (1)–(4), (6), (7) с помощью цифровой вычислительной машины (ЦВМ) под руководством С. А. Багдасаряна были определены численные значения  $\chi$  при изменении относительного эксцентриситета эталонного стержня в пределах  $m = 0,5 \div 5$  и приведенной гибкости стержня

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_n}{E}} \quad (16)$$

в пределах 0,3–3,2.

По формулам (5), (8)–(15) с помощью ЦВМ при значениях  $m = 0,5 \div 5$ ,  $\bar{\lambda} = 0,3 \div 3,2$ ,  $\nu = F_1/F_2 = 0,7 \div 1,5$  ( $F_1$  — площадь сечения полки,  $F_2$  — площадь сечения стенок профиля) были определены численные значения  $\chi$  для четырех типов сечений, наиболее характерных для сжатых элементов стальных конструкций. По полученным значениям  $\chi_{\text{н}}$  и  $\chi$  для рассмотренных типов сечений при фиксированных величинах параметров  $m, \bar{\lambda}, \nu$  были вычислены величины  $\tau_1 = \chi/\chi_{\text{н}}$ . Результаты этих вычислений при  $E = 2,1 \times 10^4 \text{ кгс/см}^2$ ,  $\sigma_n = 24(0) \text{ кгс/см}^2$

представлены на рисунках 1—4. Как видно из рис. 1 при фиксированных значениях  $\nu$ , влияние относительного эксцентриситета  $m$  на величину  $\chi$  невелико. Имея в виду это обстоятельство и учитывая,

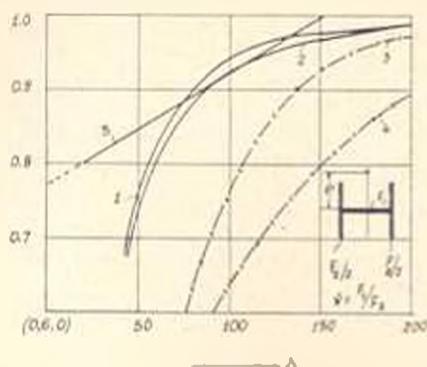


Рис. 1. Величины  $\chi$  для эксцентрично сжатых стальных стержней  $I$ -образного профиля: 1 —  $m = 0,5$ ,  $\nu = 0,7$ ; 2 —  $m = 5$ ,  $\nu = 0,7$ ; 3 —  $m = 0,5$ ,  $\nu = 1,5$ ; 4 —  $m = 5$ ,  $\nu = 1,5$ ; 5 —  $\chi = 0,775 + 0,0015\lambda$  (согласно [1]).

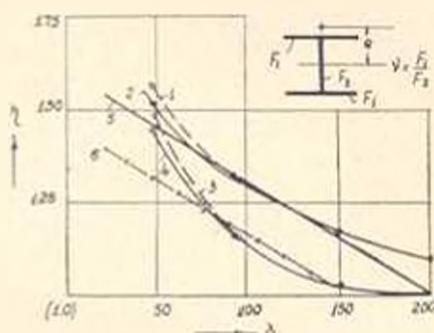


Рис. 2. Величины  $\chi$  для эксцентрично сжатых стержней двутаврового сечения: 1 —  $m = 5$ ,  $\nu = 1,5$ ; 2 —  $m = 5$ ,  $\nu = 0,7$ ; 3 —  $m = 0,5$ ,  $\nu = 1,5$ ; 4 —  $m = 0,5$ ,  $\nu = 0,7$ ; 5 —  $\chi = 1,6 - 0,003\lambda$ ; 6 —  $\chi = 1,45 - 0,003\lambda$ .

что для элементов  $I$ -образного и крестового сечений, современных металлоконструкций обычно величина параметра  $\nu < 1$ , величину  $\chi$  для рассматриваемого типа сечения можно определить по следующим формулам:

$$\chi = 0,775 + 0,0015\lambda, \text{ при } 20 \leq \lambda \leq 150;$$

$$\chi = 1, \text{ при } \lambda > 150. \quad (17)$$

Из рис. 2 видно, что влияние параметра  $\nu$  на величину  $\chi$  для двутаврового сечения мало, а наиболее существенным оказывается влияние гибкости стержня. Поэтому при малых эксцентриситетах приложения нагрузки влияние формы сечения можно учитывать по формуле:

$$\chi = 1,45 - 0,003\lambda, \text{ при } \lambda < 150;$$

$$\chi = 1 \quad \text{при } \lambda > 150.$$

При сравнительно больших эксцентриситетах приложения нагрузки влияние формы сечения на несущую способность стержней двутаврового профиля описывается следующим выражением:

$$\chi = 1,6 - 0,003\lambda \text{ при } 20 \leq \lambda \leq 200. \quad (18)$$

Это выражение рекомендуется (несколько в запас прочности) распространить и на стержни с малым эксцентриситетом приложения нагрузки.

Анализируя кривые, представленные на рис. 3, можно отметить, что для стержней таврового профиля в случае эксцентриситета приложения нагрузки со стороны ребра при  $\nu = F_1/F_2 < 1$ ,  $0,5 < m < 5$ ,  $20 \leq \lambda \leq 200$  величина  $\chi$  с уменьшением гибкости элемента возрастает

от 1 до 1,13, а при  $\nu = 1,5$  от 1,03 до 1,15. Поэтому несколько в запас прочности при изменении  $\lambda$  в пределах от 20 до 200 можно коэффициент  $\gamma$  определить по формуле

$$\gamma = 1,20 - 0,001 \lambda \quad (19)$$

Анализ кривых, представленных на рис. 4, приводит к выводу, что для стержней таврового профиля в случае эксцентриситета приложения нагрузки со стороны полки наиболее существенное влияние на величину  $\gamma$  оказывают  $m$  и  $\nu$ .

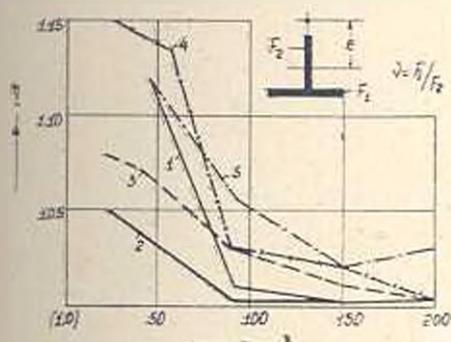


Рис. 3. Величины  $\gamma$  для несymmetricно сжатых стержней таврового сечения при эксцентриситете приложения нагрузки со стороны ребра. 1— $m = 0,5$ ,  $\nu = 0,7$  и  $\nu = 1$ ; 2— $m = 5$ ,  $\nu = 0,7$ ; 3— $m = 5$ ,  $\nu = 1$ ; 4— $m = 0,5$ ,  $\nu = 1,5$ ; 5— $m = 5$ ,  $\nu = 1,5$ .

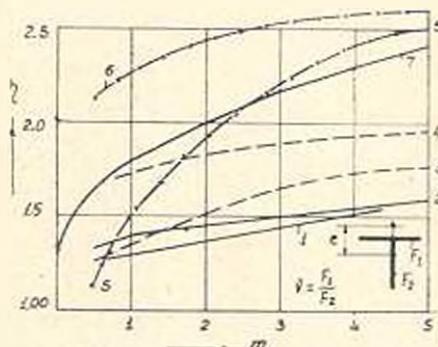


Рис. 4. Величины  $\gamma$  для несymmetricно сжатых стержней таврового сечения при эксцентриситете приложения нагрузки со стороны полки. 1— $\lambda = 45$ ,  $\nu = 0,7$ ; 2— $\lambda = 200$ ,  $\nu = 0,7$ ; 3— $\lambda = 45$ ,  $\nu = 1$ ; 4— $\lambda = 200$ ,  $\nu = 1$ ; 5— $\lambda = 90$ ,  $\nu = 1,5$ ; 6— $\lambda = 200$ ,  $\nu = 1,5$ ; 7— $\gamma = 1,3 + 0,5 \sqrt{m}$  (согласно [1]).

При  $\nu = F_1/F_2 \leq 1$ ,  $20 < \lambda < 200$ , преимущественно в запас прочности, влияние параметра  $\gamma$  на несущую способность сжатых элементов можно учесть по формуле

$$\gamma = 1,2 + 0,4 \sqrt{m} \quad (20)$$

При характеристике профиля  $1 < \nu < 1,5$ , что может иметь место при компоновке сечения из прокатных тавров, угольников или швеллеров, формула (20) для стержней средней и большой гибкости дает преуменьшенное значение  $\gamma$ . При  $\nu = 1,5$  коэффициент влияния формы можно с достаточной точностью (рис. 4) определить по формуле

$$\gamma = 2 + 0,25 \sqrt{m} \quad (21)$$

В случае, когда характеристика сечения  $1 < \nu < 1,5$ , значения  $\gamma$  вычисляются линейной интерполяцией на основании (20) и (21).

Полученные по расчету величины  $\gamma$  для несymmetricно сжатых стержней с учетом рекомендованных значений параметров  $\nu$  были сопоставлены с экспериментальными данными Роша [4], Кольбруннера [5], Остенфельда [6], а также автора этой статьи [3] и при этом установлена их хорошая сходимость. Для иллюстрации на рис. 5 ре-

зультаты расчета для стержня швеллерного сечения сопоставлены с экспериментальными данными Закавказского института сооружений. В свете изложенного рекомендуется при уточнении действующих

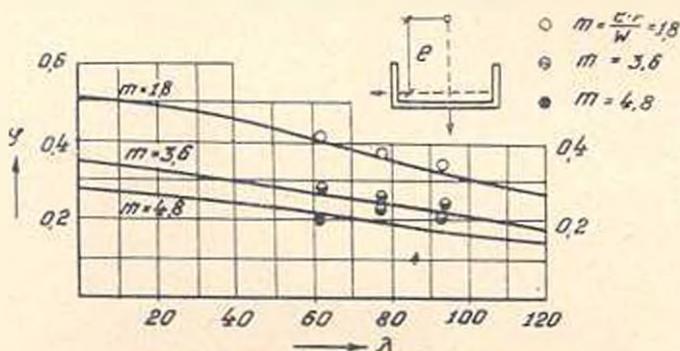


Рис. 5. Значения коэффициентов  $\epsilon$  внецентренно сжатых стальных стержней. Кружочками показаны результаты опыта Закавказского института сооружений [3]. Расчетные величины, представленные в виде кривых, вычислены с учетом формулы (19).

нормативных положений проектирования стальных конструкций [1] внести коррективы в величины параметра  $\eta$  в соответствии с приведенной таблицей.

Значения параметра  $\eta$  влияния формы сечения на несущую способность сжатых стальных стержней

Тип сечения	Схема сечения	Характеристика сечения	Значения $\eta$ при	
			$20 < \lambda < 150$	$150 < \lambda < 200$
1		—	$0,775 + 0,0015 \lambda$	1,0
2		$F_1/F_2 < 1$	$1,2 + 0,4 \sqrt{m}$	$1,2 + 0,4 \sqrt{m}$
		$F_1/F_2 = 1,5$	$2 + 0,25 \sqrt{m}$	$2 + 0,25 \sqrt{m}$
3		—	$1,20 - 0,001 \lambda$	$1,20 - 0,001 \lambda$
4		—	$1,6 - 0,003 \lambda$	$1,6 - 0,003 \lambda$

Վ. Վ. ՓԻՆՉՅԱՆ

## ՍՏՆՆԱԿԱՆ ՀԱՏՎԱԾՔԻ ՁԵՎԻ ԱՋԳԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՊԱՂՊԱՏԻ ԱՆՎՈՎԱԾ ՁՈՂԵՐԻ ԱՄՐՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. ո. մ.

Ստամնասիրված է լաշնական հատվածքի ձևի ազդեցությունը պողպատե կոնստրուկցիաների արտակենտրոն սեղմված ձողերի կրողունակության վրա: Հետևելով է. Խալաբի և Կ. Յոթեկի ախտությունը, որը հետազայում դարգացված է հեղինակի կողմից, ցանկացած սիմետրիկ այրոֆիլի սեղմված ձողի հաշվարկը հանգեցվում է կտալոնային ձողի հաշվարկի՝ կտալոնային ձողին կիրառված բռնվածքի ու հարաբերական արտակենտրոնությունը հատվածքի ձևի ազդեցության  $\gamma$  դործակցով բազմապատկելով: Որպես կտալոն է բնորոշված իզոլական առաձգա-պլաստիկական նյութից բառանկյան հատվածքի արտակենտրոն սեղմված ձող հողակապա-ամրակցված ծայրերով, որի համար ստացված է փակ անալիտիկ լուծում: Առաձգա-պլաստիկական ստադիայում գտնվող արտակենտրոն սեղմված ձողերի լուծման հավասարումների հիման վրա, կլիկտրոնային հաշվիչ մեթոդային օգնությամբ, հաշված են ազդեցության ֆունկցիայի՝  $\gamma$ -ի արժեքները սիմետրիկ կտրվածքների համար: Ստացված արդյունքների ապրոբսիմացման շնորհիվ առաջարկված են  $\gamma$ -ի հաշվային արժեքները պողպատե կոնստրուկցիաների սեղմված ձողերում առավել կիրառվող 4 տիպի բնորոշ հատվածքների համար:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Строительные нормы и правила. «Стальные конструкции. Нормы проектирования». СНиП II-В. 3—62. Госстройиздат, 1963.
2. Isch K. Die Festigkeit von Druckstäben aus Stahl, Wien, 1937.
3. Пикаджия В. В. Некоторые вопросы предельного состояния сжатых элементов стальных конструкций. Изд. АН АрмССР, Ереван, 1956.
4. Reif M. Die Bemessung zentrisch u. exzentrisch gedrückter Stäbe auf Knickung. Int. Kong. f. Bruck. u. Hochbau, Wien, 1928.
5. Köllbrunner C. Zentrischer u. exzentrischer Druck von an beiden Enden gelenkig gelagerten Rechteckstäben aus Avional M. u. Baustahl. Der Stahlbau II. 4—II. 6, 1938.
6. Ostnord. Exzentrisch beanspruchte Säulen, Mitt. № 2, № 5, Kjobenhavn, 1929—1930.

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Т. А. ГОРОЯН

О ВЛИЯНИИ НЕРАВЕНСТВА ПОЭТАЖНЫХ МАСС НА ПЕРИОДЫ  
 И ФОРМЫ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ МНОГОЭТАЖНЫХ  
 ЗДАНИЙ

Определение периодов и форм свободных колебаний многоэтажных зданий сопряжено со значительными трудностями, связанными с вычислением определителей высшего порядка и решением алгебраических уравнений со многими неизвестными. С целью преодоления этих трудностей ранее нами [1] были даны упрощенные рекомендации, позволяющие с достаточной для практических целей точностью определять периоды и формы колебаний. При этом принималось, что массы, сосредоточенные на уровнях перекрытий всех этажей, равны, жесткости всех этажей одинаковы, а перекрытия играют роль жестких дисков.

Согласно этим рекомендациям, период  $r$ -ой формы свободных колебаний системы с  $n$ -ю степенями свободы определяется по формуле:

$$T_r = 2\pi (A_r + B_r n) \sqrt{\frac{m}{a}} \quad (1)$$

где  $m$  — поэтажная масса;  $a$  — жесткость этажа — сила, вызывающая единичное горизонтальное перемещение этажа;  $A_r$  и  $B_r$  — постоянные, зависящие от формы колебаний (их значения даны в табл. 1).

Таблица 1

Форма колебания	$A_r$	$B_r$
I форма	0,367	0,643
II форма	0,160	0,210
III форма	1,118	0,126

Однако на практике, в случае плоской кровли, масса, сосредоточенная на уровне перекрытия верхнего этажа, иногда бывает больше, чем на уровнях междуэтажных перекрытий. Такое превышение может иметь место и на других этажах.

Возможен также случай, когда одна из масс по величине меньше остальных поэтажных масс, и частности, на уровне перекрытия верхнего этажа. Изменение величины массы на любом этаже приводит к изменению всех составляющих спектра частот и форм свободных колебаний здания. Только в исключительном случае изменение величины одной из масс не окажет никакого влияния на одну из собственных частот системы, когда она находится в узле соответственной формы колебаний.







Таблица 2

## Корни частотных уравнений

Число этажей и форма коле- баний		Величины $\lambda_r$							
		при $\zeta = 1$ $\mu = 1$	при значениях $\zeta$ :				при значениях $\mu$		
			0,8	1,2	1,4	1,6	1,2	1,4	1,6
2	I	0,382	0,416	0,333	0,295	—	0,362	0,342	—
	II	2,618	2,804	2,500	2,419	—	2,305	2,086	—
3	I	0,198	0,222	0,179	0,162	—	0,191	0,190	—
	II	1,555	1,686	1,163	1,395	—	1,399	1,268	—
	III	3,247	3,342	3,192	3,157	—	3,074	2,971	—
4	I	0,121	0,132	0,111	0,103	—	0,119	0,118	—
	II	1	1,077	0,911	0,896	—	0,934	0,871	—
	III	2,317	2,457	2,777	2,229	—	2,173	2,018	—
5	I	0,081	—	0,076	0,071	0,081	0,081	0,080	0,079
	II	0,690	—	0,653	0,622	0,597	0,661	0,631	0,601
	III	1,715	—	1,655	1,612	1,580	1,600	1,502	1,422
6	I	0,058	—	—	0,052	0,049	—	0,059	0,058
	II	0,503	—	—	0,457	0,139	—	0,174	0,159
	III	1,291	—	—	1,209	1,182	—	1,155	1,095
7	I	0,044	—	—	0,040	0,038	—	0,044	0,043
	II	0,382	—	—	0,350	0,337	—	0,367	0,359
	III	1	—	—	0,937	0,911	—	0,915	0,875

где  $T_r$  — период  $r$ -ой формы свободных колебаний, когда одна из поэтажных масс по величине отлична от остальных;

$T_r^*$  — то же, при равенстве поэтажных масс.

Поскольку корни  $\lambda_r$  — безразмерные частоты свободных колебаний, то выражение (12) удобнее представить в виде:

$$\lambda_r = \sqrt{\frac{\lambda_r^2}{\lambda_r^*}} \quad (13)$$

где  $\lambda_r^*$  — корни частотного уравнения при равенстве поэтажных масс.

Кривые зависимости  $\lambda_r$  от этажности  $n$  и параметров  $\zeta$  и  $\mu$ , построенные по данным табл. 2, приведены на рис. 2.

Как видно из рис. 2 и табл. 2, влияние большей массы зависит от этажности здания — уменьшаясь с увеличением числа степеней свободы системы  $n$ . Когда одна из масс превышает по величине остальные поэтажные массы на 20—30% и имеет экстремальное расположение, ее влияние на периоды первых трех форм колебаний уже при  $n = 5$  не превышает 5%. В случае, когда одна из поэтажных масс меньше остальных на 20—30%, периоды свободных колебаний получаются с недостатком, не превышающим 5%. Поступая аналогичным образом, можно показать, что при ином расположении большей

(меньшей) массы ее влияние на периоды первых трех тонов колебаний, в частности обертонов, будет того же порядка.

Используя данные табл. 2, по выражениям (7) и (11) вычислены величины коэффициентов  $\gamma_{kr}$  первых трех форм колебаний систем со

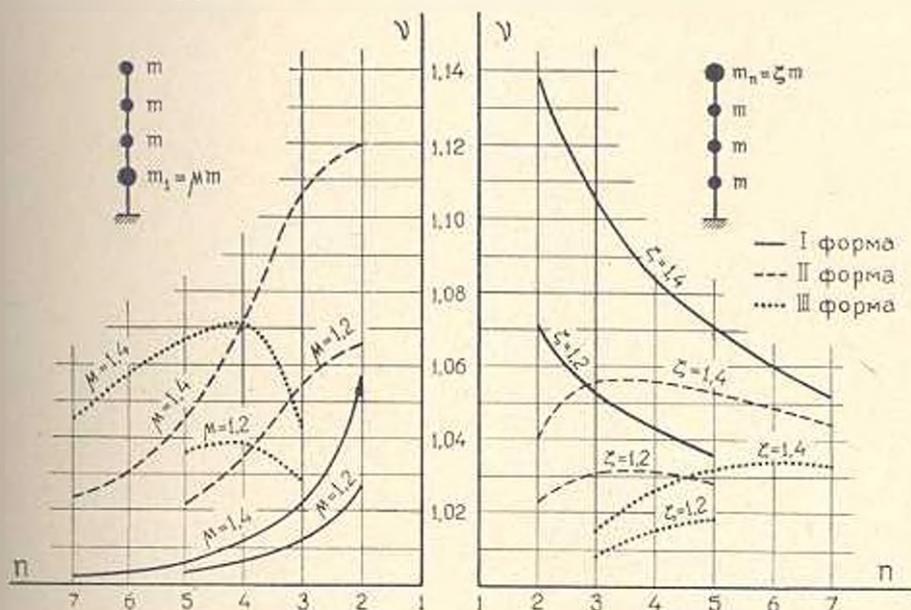


Рис. 2. Кривые зависимости  $\gamma_r$  от этажности  $n$  и параметров  $\zeta$  и  $\zeta_1$ .

степенями свободы до  $n = 4$ . Для оценки влияния одной из масс, отличающейся по величине от остальных поэтажных масс, на формы свободных колебаний, рассматривается отношение

$$\bar{\gamma}_{kr} = \frac{\gamma_{kr}}{\gamma_{kr}^0}$$

где  $\gamma_{kr}^0$  — коэффициенты формы колебания  $r$ -го тона в случае равенства поэтажных масс.

Вычисленные величины  $\bar{\gamma}_{kr}$  приведены в таблицах 3 и 4. Как видно из этих таблиц, влияние большей массы на формы свободных колебаний зависит от этажности здания, с увеличением которой величины  $\bar{\gamma}_{kr}$  для первых двух тонов колебаний стремятся к единице.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что при числе степеней свободы системы  $n > 5$  влиянием неравенства поэтажных масс в пределах 20—30% можно пренебречь и периоды и формы свободных колебаний многоэтажных зданий определять как для систем с равными массами на всех этажах. Более точные результаты получаются, когда в формуле (1) за величину поэтажной массы принимается среднеарифметическое всех масс системы. При этом отношение периодов свободных колебаний представляется в виде:

$$\bar{\gamma}_r = \gamma_r \sqrt{\frac{n}{n-1+\xi}} \quad (14)$$

Таблица 3

Соотношение коэффициентов форм колебаний при расположении большей массы на уровне перекрытия верхнего этажа

Число этажей	Этаж	Величины $\gamma_n$ при значениях $\epsilon$					
		1,2			1,4		
		I форма	II форма	III форма	I форма	II форма	III форма
2	I	0,959	1,112	—	0,924	1,199	—
	II	0,987	0,906	—	0,974	0,818	—
3	I	0,959	1,034	1,102	0,924	1,066	1,176
	II	0,962	1,244	1,052	0,943	1,442	1,089
	III	0,990	0,918	0,833	0,977	0,943	0,717
4	I	0,961	0,991	1,054	0,928	1,012	1,092
	II	0,967	1,048	0,857	0,937	1,117	0,730
	III	0,975	—	1,105	0,953	—	1,179
	IV	0,997	0,931	0,858	0,987	0,874	0,750

Таблица 4

Соотношение коэффициентов форм колебаний при расположении большей массы на уровне перекрытия первого этажа

Число этажей	Этаж	Величины $\gamma_n$ при значениях $\epsilon$					
		1,2			1,4		
		I форма	II форма	III форма	I форма	II форма	III форма
2	I	1,047	0,877	—	1,089	0,769	—
	II	1,104	1,094	—	1,022	1,153	—
3	I	1,041	1,049	0,630	1,081	1,052	0,426
	II	1,020	0,756	0,867	1,040	0,526	0,741
	III	1,016	1,054	0,933	1,030	1,096	0,850
4	I	1,025	1,120	0,848	1,055	1,204	0,679
	II	1,015	0,985	1,508	1,032	0,940	1,714
	III	1,011	—	0,858	1,025	—	0,741
	IV	1,017	1,060	0,992	1,029	1,102	0,950

где  $\gamma_n$  определяется из выражения (13), а через  $\epsilon$  обозначены значения  $\epsilon$  и  $\nu$ . Тогда даже при более значительных отклонениях (порядка 50–60%) величины большей массы от остальных поэтажных масс, ее влияние на периоды первых трех форм свободных колебаний не значительно — менее 5%, в особенности, когда эта масса расположена на уровне перекрытия верхнего этажа. Равенство поэтажных масс следует принимать при определении периодов и форм свободных колебаний. Однако в последующем при определении сейсмических нагрузок учет реальных величин поэтажных масс уже необходим.

Տ. Ա. ԿՈՐՈՏՅԱՆ

**ՔԱՂՄԱՀԱՐԿ ԵՆՆՔԵՐԻ ԱՉԱՏ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՊԱՐԵՐՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒ ՁԵՎԵՐԻ ՎՐԱ ՀԱՐԿԵՐԻ ՄԱՍՍԱՆԵՐԻ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒԹՅԱՆ ԱԶԳԵՑՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱՐԵՐՅԱԼ**

Ա մ փ ո փ ու մ

Ուսումնասիրության է ենթարկված հարկերի մասսաների անհավասարության ազդեցությունը բազմահարկ շենքերի ազատ տատանումների պարբերությունների ու ձևերի սպեկտրի վրա: Ընդունելով, որ ծածկերը կոշտ սկավաակի դեր են խաղում, դիտված են մինչև 7 ազատության աստիճան ունեցող սխտեմների հաճախությունների հավասարումները՝ երբ որևէ հարկի մասսաների մեծությամբ տարբեր է մնացած հարկերի մասսաներից:

Բացահայտված է, որ երբ հարկերի մասսաների մեծությունների տարբերությունը 20—30% սահմաններում է, ապա 5-ից ավելի ազատության աստիճան ունեցող սխտեմների համար այդ տարբերության ազդեցությունը զորանականորեն արճամարելի է և ազատ տատանումների առաջին երեք տոնի պարբերություններն ու ձևերը կարելի է որոշել բոլոր հարկերում հավասար մասսաներ ընդունելով: Ընդ որում նշվում է, որ առավել ճշգրիտ արդյունքներ կստացվեն, եթե որպես հարկի մասսայի մեծություն վերցվի սխտեմի բոլոր մասսաների միջին թվաքանականը:

**Л И Т Е Р А Т У Р А**

1. Гороян Т. А., Хачиян Э. Е. К изучению сейсмостойкости железобетонных каркасных зданий повышенной этажности. Доклады Всесоюзного совещания по сейсмостойкому строительству в Алма-Ате. Ереван, 1967.
2. Бернштейн С. А. Основы динамики сооружений. Стройиздат, 1941.

ՈՒՄ-11228



ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Д. А. АВЕТИСЯН

ПОИСК МАКСИМУМА ВДОЛЬ ПОДХОДЯЩИХ ДОПУСТИМЫХ НАПРАВЛЕНИЙ

Составной частью автоматических систем оптимального управления являются вычислительные устройства, предназначенные для поддержания на максимальном (минимальном) уровне заданного показателя качества управляемой системы, принятого за критерий оптимальности. Многие устройства такого рода осуществляют процесс автоматического поиска максимума (минимума) функции нескольких переменных в ограниченной области поиска, обладающей той особенностью, что локальный максимум совпадает с глобальным. Конкретные примеры подобных автоматических систем вместе с обширной библиографией рассмотрены, например, в [1, 2]. Эффективность этих систем во многом определяется быстродействием процесса поиска и простотой технической реализации, что в свою очередь зависит от метода поиска. Для поиска локального максимума широкое практическое применение нашли градиентные методы. Однако, при попадании на границу области поиска дальнейшее движение вдоль градиента максимизируемой функции может оказаться недопустимым. Для этих случаев развиты способы выбора возможных направлений дальнейшего поиска. При этом задача поиска рассматривается в следующей постановке:

$$\begin{array}{l}
 \text{максимизировать функцию} \\
 M(X_1, X_2, \dots, X_n) \\
 \text{при условии, что} \\
 H_j(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq 0 \quad (j=1, 2, \dots, m), \\
 X_i \geq 0, \quad (i=1, 2, \dots, n).
 \end{array} \quad (A)$$

Задача A удовлетворяет известным допущениям, свойственным градиентным методам как для функции  $M$ , так и для функции  $H_j$ . Возможные направления поиска классифицируются так [3, 4]. Допустимым называется направление, движение по которому на бесконечно малый шаг не выводит за пределы области поиска. Подходящим допустимым называется допустимое направление, которое приводит к возрастанию величины  $M$ . Наилучшим подходящим допустимым называется подходящее допустимое направление, единичный вектор которого имеет максимальную проекцию в направлении  $\text{grad } M$ . Способ

определения наилучших подходящих допустимых направлений, иначе называемый проекционным градиентным методом, изложен в [5]. Направление поиска при этом представляется вектором

$$\bar{U}_{nr} = \text{grad } M - \sum_{r=1}^l \varepsilon_r \text{grad } H_r, \quad (1)$$

где  $l \ll m$  — число ограничений  $H_r$ , препятствующих движению вдоль  $\text{grad } M$ .

Определение коэффициентов  $\varepsilon_r$  требует совместного решения  $l$  уравнений с коэффициентами в виде частных производных, что приводит к значительным вычислительным операциям.

Примером определения допустимых направлений является способ зигзагообразного движения вдоль границы [1], пригодный для случая выпуклой области поиска. Здесь допустимое направление представляется вектором

$$\bar{U}_k = \bar{H}_k = - \sum_{r=1}^l \text{grad } H_r. \quad (2)$$

Определение  $\bar{U}_k$  требует минимального по сравнению с  $\bar{U}_{nr}$  объема вычислений, зато число шагов в процессе поиска по сравнению с предыдущим методом будет больше. Поэтому длительность поиска зависит не только от метода поиска, но и от конкретного содержания задачи  $A$  и способа технической реализации ее решения. Возможны ситуации, когда наиболее эффективным окажется поиск вдоль подходящих допустимых направлений. Ниже излагается способ определения подходящих допустимых направлений, занимающий с вычислительной точки зрения промежуточное положение между указанными выше методами.

Подходящее допустимое направление представим вектором

$$\bar{U}_{ng} = \text{grad } M + \varepsilon \bar{H}_0, \quad (3)$$

где  $\bar{H}_0$  — определяется выражением (2).

Коэффициент  $\varepsilon$  надо выбрать таким образом, чтобы удовлетворить условиям допустимости и одновременно обеспечить возрастание значения функции  $M$  вдоль направления  $\bar{U}_{ng}$ . Условия допустимости требуют, чтобы  $\bar{U}_{ng}$  не имел положительных составляющих вдоль нормали ни к одной поверхности ограничений  $H_r$ , содержащей точку  $R$ , в которой выбирается направление поиска [3, 4]. Направление нормали к поверхности ограничения в точке  $R$  совпадает с направлением  $\text{grad } H_r$  в этой точке.

Пользуясь правилами векторного анализа, условия допустимости представляются так

$$(\bar{U}_{ng}, \text{grad } H_r) \leq 0, \quad (r = 1, 2, \dots, l). \quad (4)$$

С помощью (3) условия (4) преобразуются к виду

$$(\text{grad } M, \text{grad } H_r) + \varepsilon (H_0, \text{grad } H_r) \leq 0, \quad (r = 1, 2, \dots, l). \quad (5)$$

Для функций  $H_r$ , препятствующих движению вдоль  $\text{grad } M$ , угол между нормалью функции  $H_r$  и  $\text{grad } M$  не превышает  $90^\circ$ , т. е.

$$(\text{grad } M, \text{grad } H_r) > 0, \quad (r = 1, 2, \dots, l). \quad (6)$$

Неравенства (6) показывают, что первые слагаемые в (5) всегда больше нуля. Следовательно, чтобы  $\bar{U}_{ng}$  был допустимым вектором, необходимо выполнение условий:

$$\varepsilon (H_0, \text{grad } H_r) < 0. \quad (7)$$

$$(\text{grad } M, \text{grad } H_r) < |\varepsilon (H_0, \text{grad } H_r)|. \quad (8)$$

Направление  $\bar{U}_{ng}$  обеспечит возрастание значений функции  $M$ , если угол между векторами  $\bar{U}_{ng}$  и  $\text{grad } M$  меньше  $90^\circ$ , т. е.  $\bar{U}_{ng}$  имеет положительную проекцию в направлении  $\text{grad } M$ , что выражается условием

$$(\bar{U}_{ng}, \text{grad } M) > 0. \quad (9)$$

С учетом (3) условие (9) приводится к виду

$$(\text{grad } M)^2 + \varepsilon (H_0, \text{grad } M) > 0. \quad (10)$$

С помощью (2) легко показать, что

$$(H_0, \text{grad } M) = - \sum_{r=1}^l (\text{grad } H_r, \text{grad } M). \quad (11)$$

С учетом (6) и (11) условие (10) преобразуется следующим образом:

$$(\text{grad } M)^2 > |\varepsilon (H_0, \text{grad } M)|. \quad (12)$$

Неравенства (7), (8) и (12) определяют возможности выбора коэффициента  $\varepsilon$ . Исходя из (8) видно, что

$$\varepsilon_{\min} > \frac{(\text{grad } M, \text{grad } H_r)}{|(H_0, \text{grad } H_r)|}, \quad (r = 1, 2, \dots, l), \quad (13)$$

а (12) показывает, что

$$\varepsilon_{\max} < \frac{(\text{grad } M)^2}{|(H_0, \text{grad } M)|}. \quad (14)$$

Величина  $\varepsilon$  должна выбираться в пределах, определяемых (13) и (14), если, конечно, последние совместимы, т. е.  $\varepsilon_{\max} > \varepsilon_{\min}$ . Меньшие значения  $\varepsilon$  являются более предпочтительными (при  $\varepsilon \rightarrow 0$  имеем  $\bar{U}_{ng} \rightarrow \text{grad } M$ ), поэтому  $\varepsilon$  будем определять из условий (13). Так как последние являются нестрогими, то возможна замена неравенств равенствами, т. е.

$$\varepsilon_r = \frac{(\text{grad } M, \text{grad } H_r)}{|(H_0, \text{grad } H_r)|}, \quad (r = 1, 2, \dots, l) \quad (15)$$

или же

$$\alpha_r = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\partial M}{\partial X_i} \frac{\partial H_r}{\partial X_i}}{\left| \sum_{i=1}^n \frac{\partial H_{r_0}}{\partial X_i} \frac{\partial H_r}{\partial X_i} \right|} \quad (r = 1, 2, \dots, l), \quad (16)$$

где

$$\frac{\partial H_{r_0}}{\partial X_i} = - \sum_{j=1}^l \frac{\partial H_j}{\partial X_i}. \quad (17)$$

Пользуясь соотношениями (16), можно определить  $l$  независимых значений  $\alpha_r$ , наибольший из которых удовлетворяет одновременно всем неравенствам (13) и принимается в качестве коэффициента  $\alpha$  для определения  $\bar{U}_{ng}$ . Таким образом, значительно уменьшается объем вычислений при определении  $\bar{U}_{ng}$ . Если полученный коэффициент  $\alpha$  не удовлетворяет (14), т. е. (13) и (14) несовместимы, то это значит, что в исходной точке  $R$  не существует подходящих допустимых направлений, определяемых выражением (3). Анализ зигзагообразного процесса поиска [1] показывает, что для каждой пары последовательных шагов (вдоль  $U_g = \bar{H}_0$  и вдоль  $\text{grad } M$ ), ведущих к увеличению значения функции  $M$ , существует в исходной точке хотя бы один вектор  $\bar{U}_{ng}$ . И только в точке локального максимума, когда векторы  $\text{grad } M$  и  $\bar{H}_0$  коллинеарны и противоположно направлены [1], нельзя построить вектор  $\bar{U}_{ng}$ , имеющий положительную проекцию на направление  $\text{grad } M$ . Таким образом для выпуклой области поиска несовместимость (13) и (14) означает, что точка  $R$  является точкой локального максимума. В случае, когда  $|\bar{U}_{ng}|$  равен нулю, что означает коллинеарность и противоположную направленность  $\text{grad } M$  и  $\bar{H}_0$ , точка  $R$  также будет локальным максимумом.

Условия окончания поиска, когда локальный максимум находится внутри области и движение происходит вдоль  $\text{grad } M$ , общезвестны.

МАИ им. С. Орджоникидзе

Поступило 9.1.1968.

Ջ. Ա. ԱՎԵՏԻՅԱՆ

ՄԱՏԻՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՀԱՐՄԱՐԱԿՈՐ ՈՐԿԵՆՏՐԱԿՆԵՐԻ  
ԵՐԿԱՅՆՈՒԹՅԱՄԸ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Թույլատրելի տիրույթին վրազրկած անհավասարությունների տիպի սահմանափակման դեպքում անհրաժեշտ է գտնում դրադիենտային մեթոդների սեմիգրան կիրառումը լուծել մաթեմատի ֆնարման համար: Թույլատրելի

տիրույթի սահմանում փնտրման ուղղությունները աարբեր են մարսիմիզացվող ֆունկցիայի գրադիենտից և սկսոր է բավարարեն թույլատրելիության պայմաններին՝ այսինքն փնտրման թույլատրելի տիրույթ դուրս դալուն:

Հողվածում սահմանային կետերի համար դիտվում են փնտրման այնպիսի ուղղություններ, որոնք միաժամանակ ազատվում են մարսիմիզացվող ֆունկցիայի աճը: Հաշվողական տեսակետից այդ ուղղությունների որոշման հղանակը միջակա դիրք է դրավում սլոյեկցիոն գրադիենտալին մեթոդի և թույլատրելի ուղղությունների մեթոդի միջև:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Фельдбаум А. А.* Вычислительные устройства в автоматических системах. Физматгиз, 1959.
2. *Draper C. S., Li J. T.* Principles of optimizing control systems and an application to the internal combustion engine. ASME, New York, September, 1951.
3. *Зойтендейк Г.* Методы возможных направлений, ИЛ, 1963.
4. *Ленкин Лж. Б.* Математическое программирование и электрические цепи, ИЛ, 1961.
5. *Мозговая Э. А.* Об одном методе поиска минимума функции при наличии ограничений. Журн. «Автоматика и телемеханика», № 12, 1962.

ЭНЕРГЕТИКА

Г. А. БУРНАЧАНИ, С. В. ШАХВЕРДЯН

ОПТИМАЛЬНОЕ ВНУТРИСТАНЦИОННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ  
 НАГРУЗКИ ГЭС МЕТОДОМ ДИНАМИЧЕСКОГО  
 ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В энергетической практике при оптимальном распределении нагрузки ГЭС между ее агрегатами наибольшее распространение получили методы, основанные на математическом аппарате классического анализа (метод относительных приростов). Применение указанного метода при наличии разнотипных агрегатов, когда характеристики относительных приростов последних представляют собой монотонно возрастающие функции, весьма удобно, требует незначительных затрат времени и дает вполне хорошие результаты. Однако в ряде случаев

характеристики относительных приростов гидроагрегатов, получаемые из кривых, зависимости потерь от нагрузки могут быть не монотонно возрастающими функциями (рис. 1). В этом случае, как видно из рисунка, каждому значению относительного прироста в определенных зонах соответствуют два значения мощности. При наличии на гидростанции значительного числа таких агрегатов возникает вопрос: при каких же комбинациях этих нагрузок

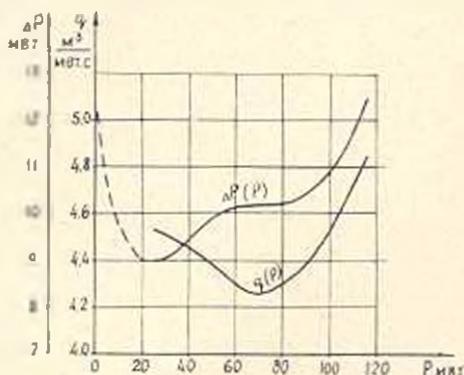


Рис. 1.

достигается абсолютный минимум потерь. Чтобы выяснить это положение необходимо испытать все возможные комбинации значений нагрузок и оценить  $2^n$  случаев, где  $n$  — число агрегатов. При  $n$  свыше 10 число возможных случаев настолько возрастает, что становится серьезным препятствием для численного решения. Рассматриваемый вопрос полностью остается в силе и при наличии однотипных агрегатов, имеющих одинаковые энергетические характеристики. В этом случае оптимальному режиму станции, как принято, соответствует не равномерное распределение нагрузки между агрегатами, а некоторое другое, обусловленное наличием характеристик такого рода. В свете изложенного ясно, что применение методов, основанных на аппарате классического анализа для решения задач по оптимизации внутристанционных режимов, явно ограничено. В этом аспекте теория

динамического программирования, представляющая собой новый подход, основанный на использовании функциональных уравнений и принципа оптимальности, значительно расширяет диапазон решения таких экстремальных задач.

При заданных зависимостях потерь в гидроагрегатах от нагрузки —  $\Delta P_i(P_i)$ ;  $i=1, 2, \dots, n$ , для определенного напора на станции требуется найти такое распределение нагрузки между агрегатами  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , с учетом ограничений по балансу мощностей и отдельных агрегатов, чтобы суммарные потери на гидростанции были бы минимальными. Математически эта задача формулируется так: необходимо минимизировать следующую функцию

$$R(P_1, P_2, \dots, P_n) = \sum_{i=1}^n \Delta P_i(P_i) \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^n P_i = X; P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max}; P_i \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Здесь  $n$  — число агрегатов на станции;  $\Delta P_i$  — величина потерь  $i$ -ого агрегата;  $P_i$  — мощность  $i$ -ого агрегата.

При рассмотрении задачи как многостадийного процесса минимальное значение функции  $R$  зависит от числа  $n$ , т. е. переменных  $P_i$  и величины  $X$ . Обозначим через  $F_n(X)$  последовательность функций

$$f_n(X) = \min_{\{P_i\}} R(P_1, P_2, \dots, P_n). \quad (3)$$

Тогда при одностадийном процессе получим:

$$F_1(X) = \min R(P_1) = \Delta P_1(P_1), \quad (4)$$

где  $P_1 = X$ ,  $X \geq 0$ .

Далее, используя принцип оптимальности динамического программирования и выражения (3, 4), легко можно получить основное функциональное уравнение:

$$F_i(X) = \min_{\substack{0 \leq P_i \leq X \\ P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max}}} [\Delta P_i(P_i) + F_{i-1}(X - P_i)], \quad i=2, 3, \dots, n. \quad (5)$$

Из уравнения (5) видно, что на каждой стадии решение задачи осуществляется посредством отыскания минимума функции только по одной переменной. Вследствие этого первоначальная задача нахождения функции  $n$  переменных сводится к последовательному отысканию  $n$  функций одной переменной. Это намного упрощает решение задачи. Минимизация (5) на каждой стадии  $i$  выполняется путем непосредственного перебора различных дискретных значений  $P_i$  с определенным шагом при заданных переменных  $X$ . Таким образом, имея уравнения (4), (5), можно последовательно вычислить  $F_1(X)$ ,  $F_2(X)$ ,  $\dots$ ,  $F_n(X)$ . При этом на каждой стадии решения получаются не только

значения этих функций, но и соответствующие им значения искомым переменных  $P_1, P_2, \dots, P_n$ . Определение точки включения и отключения очередного агрегата производится, исходя из условия равенства минимизируемых потерь  $l-1$  и  $l$  совместно работающих агрегатов, т. е.

$$F_{l-1}(X) = F_l(X). \quad (6)$$

Если  $F_{l-1}(X) < F_l(X)$ , то работают  $l-1$  агрегатов.

Если  $F_{l-1}(X) > F_l(X)$ , то работают  $l$  агрегатов.

Существенным моментом, с точки зрения уменьшения времени счета и незагромождения памяти ЭВМ, является правильное установление на каждой стадии граничных условий для  $X$ . Величины  $X$  рекомендуются принимать для первых  $m$  стадий в пределах  $0 < X \leq mP^{max}$  ( $m=1, 2, \dots, k$ ), а для последующих  $(l-4)P^{max} < X \leq lP^{max}$  ( $l=k+1, k+2, \dots, n$ ). При этом  $k$  выбираются в каждом конкретном случае, исходя из условий задачи. По этому алгоритму составлена программа для реализации на ЭВМ „Урал-3“, блок-схема которой представлена на рис. 2. Используя данную программу, было произведено оптимальное внутростанционное распределение нагрузки для конкретной гидростанции, состоящей из 22 агрегатов.

В качестве исходных характеристик, как было сказано выше, использованы зависимости потерь в гидроагрегатах от нагрузки (рис. 1), одинаковые для всех агрегатов. Оперирование этими зависимостями взамен исходных характеристик более целесообразно, так как увеличивается точность расчетов. Шаг квантования в расчетах был принят равным 5 мвт, а  $k=3$ . Продолжительность оптимизации внутростанционного режима данной ГЭС, с обращением к внешней памяти машины, для одного значения напора колеблется в пределах от 18 до 20 минут. В табл. 1 приведены некоторые результаты оптимального распределения суммарных нагрузок на станции при заданном составе работающих агрегатов.

Как видно из табл. 1, при оптимальном распределении нагрузки значения суммарных потерь  $F_l(X)$  по сравнению с равномерным  $F_p(X)$  меньше на величину  $\Delta F$ . Последнее по отношению к опти-

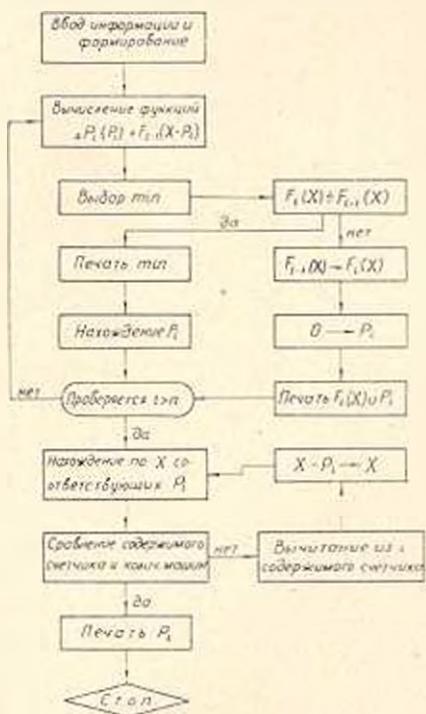


Рис. 2.

Таблица 1

X мвт	Агрегаты								F <sub>1</sub> (X) мвт	F <sub>2</sub> (X) мвт	$\frac{\Delta F \cdot 100}{F_1(X)}$	$\frac{\Delta F \cdot 100}{X}$
	1	2	3	4	5	6	7	8				
500	30	85	85	30	30	80	80	80	78,3	81,2	3,7	0,58
450	30	30	90	90	30	90	90	—	68,9	71,1	3,2	0,49
350	30	80	80	80	30	80	—	—	58,9	60,9	3,4	0,53
320	30	85	85	30	90	—	—	—	49,1	50,8	3,5	0,53
220	30	30	80	80	—	—	—	—	38,5	40,2	4,4	0,77

малыми значениями суммарных потерь и нагрузок соответственно составляют 3,0–4,5% и 0,5–0,8%. При этом, чем больше число работающих агрегатов при данной нагрузке, тем больше эффект от оптимального распределения по сравнению с равномерным.

Если суммарная нагрузка, деленная на число работающих агрегатов, превышает 80–85 мвт, то эффект от оптимального распределения по сравнению с равномерным равен нулю. Это объясняется тем, что при нагрузках свыше 80–85 мвт кривая потерь носит монотонно возрастающий характер и распределение нагрузок между агрегатами в обоих случаях получается одинаковым.

Предложенный алгоритм в отличие от [3] позволяет значительно сократить число вычислительных операций за счет правильного учета на каждой стадии граничных условий по суммарной мощности работающих агрегатов; более правильно распределить нагрузки, так как в качестве исходных характеристик взамен расхожих используются зависимости потерь в гидроагрегатах от нагрузки.

АрмИИИЭ

Поступило 8 VII.1968.

Հ. Ա. ԲՈՒՐՆԱԿՅԱՆ, Ս. Վ. ՇԱԽՔԵՐԿՅԱՆ

ՀԷԿ-Ի ԲԱՐՅԵՎՈՒԹՅՈՒ ՆԵՐՈՒՅՆԱԵՆՆԵՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ԲՈՇԵՆՈՒՄ ԳԻՆԿՄԵԿ  
ՆԵՐՈՒՄՈՒՄ ԻՆՏԵՐՆԱԿԱՆ ԿԵՆՏՐՈՆԻՈՒ

Ա. Վ. Ք Ո Ւ Ք Ո Ւ Վ

ՀԷԿ-ի ագրեգատների միջև բեռնվածքի օպտիմալ բաշխում կատարելիս գործնականում առավել մեծ տարածում անեն մաթեմատիկական անալիզի ապարատի վրա հիմնված մեթոդները, մասնավորապես՝ հարարերական ածի մեթոդը, որի կիրառումը առիթ է բախանալ լավ արդյունքներ, երբ ագրեգատների հարարերական ածի բնութագրերը մոտոտան աճող ֆունկցիաներ են։ Աստիայն, երբ հիդրոագրեգատների բնութագրերը ոչ մոտոտան աճող ֆունկցիաներ են (նկ. 1), ՀԷԿ-ի ներկայանալին սեփականների օպտիմալացման խնդիրները լուծելիս այդ մեթոդի կիրառումը զգալի սահմանափակում է։

Այդպիսի խնդիրների լուծման համար, նշված տիպի բնութագրերի առկայության դեպքում, հոգիվածում օպտագործում է դինամիկ ծրագրման ապա-

րատր, որը թույլ է տալիս (4) և (5) համասարումների հիման վրա, բնութագրելի տարրեր դիտարկելու արժեքների համար տրված X-երի դեպքում, գտնել  $P_1, P_{2000}, P_2$  փնտրվող փոփոխականները: Սերված է խնդրի լուծման ալգորիթներ և կազմված է ծրագրի «Սիրայ-3» էՊՀԱ-ի վրա իրագործելու համար: Այդ ծրագրով կատարված է բնութագրի սպտիմալ բաշխում 22 ազդեցատից բաղկացած կոնկրետ ՀէԿ-ի համար: Արդյունքները բերված են ազ. 1-ում և զույգ է տված ալգորիթի բաշխման դեպքում ստացվող էֆեկտը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Լեռման Ի., Դրեյֆուս Ս. Прикладные задачи динамического программирования. М., 1955.
2. Գարնտեյն Վ. Մ. Наиболее эффективные режимы работы гидроэлектростанций в энергетических системах. Госэнергоиздат, 1959.
3. Злотник С. Г., Журавлев В. Г. Оптимизация интуристационных режимов ГЭС с учетом пусковых расходов. Журнал «Электрические станции», № 9, 1967.

А. А. КАСАМЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ  
 ЧЕТЫРЕХЗВЕННОЙ ЦЕПИ ОБЩЕГО ВИДА С ОДНОЙ  
 ШАРОВОЙ И ТРЕМЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ПАРАМИ

1. Исследование и прежде всего вывод законов относительных движений звеньев кинематической цепи необходимы потому, что выведенные зависимости и результаты их исследования распространяются на механизмы, которые могут быть получены из рассматриваемой цепи. В [1] проведено исследование такого рода для плоской кинематической цепи с одной поступательной и тремя вращательными парами с учетом проворачиваемости и возвратно-поступательного движения ее звеньев. Целесообразно вывести и исследовать законы относительных движений в пространственных цепях общего вида с несколькими степенями подвижности, так как из этих цепей как частные случаи можно получить плоские и пространственные цепи с одной степенью подвижности.

В статье рассматривается одна из таких цепей, кинематическая схема которой приведена на рис. 1. Для наглядности решения зада-

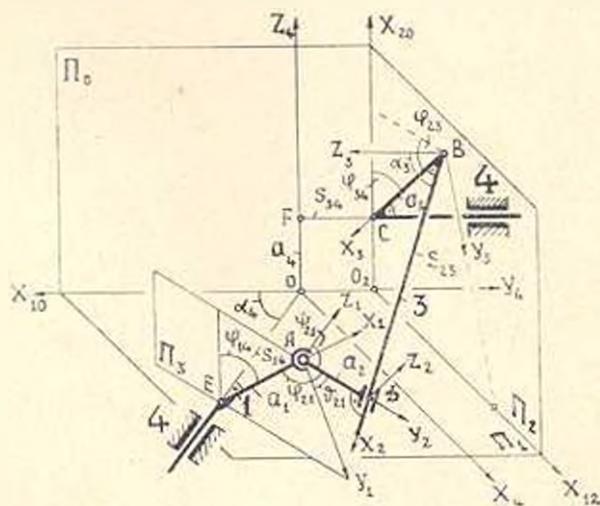


Рис. 1.

чи звено 4 изображено как неподвижное, т. е. кинематическая цепь рассматривается в виде конкретного механизма.

Принятые обозначения

- $A$  — центр шаровой пары 1—2;
  - $OE, FC, BD$  — оси цилиндрических пар 1—4, 3—1, 2—3;
  - $AE = a_1, AD = a_2$  — кратчайшие расстояния точки  $A$  от осей  $OE$  и  $BD$  или линейные размеры звеньев 1 и 2;
  - $BC = a_3, OF = a_4$  — кратчайшие расстояния между осями  $CF$  и  $BD$ ,  $CF$  и  $OE$  или линейные размеры звеньев 3 и 4;
  - $\tau_3, \tau_4$  — углы между осями  $CF$  и  $BD$ ,  $CF$  и  $OE$  или угловые размеры звеньев 3 и 4;
  - $\varphi_{11}, \varphi_{21}, \varphi_{22}, \varphi_{34}$  — углы между отрезками  $a_1$  и  $a_2, a_2$  и  $a_1, a_2$  и  $a_3, a_3$  и  $a_4$ ;
  - $s_{11}, s_{22}, s_{34}$  — кратчайшие расстояния между отрезками  $a_1$  и  $a_2, a_2$  и  $a_3, a_3$  и  $a_4$ ;
  - $X, Y, Z_i$  — прямоугольная правая система координат, связанная со звеном  $i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ );
  - $x_i, y_i, z_i$  — координаты произвольной точки в системе  $X_i Y_i Z_i$ ;
  - $\theta_{21}, \psi_{21}$  — углы, образованные прямой  $AD$  с осями  $AY_1$  и  $AZ_1$ ;
  - $\theta_{21}$  — линейный угол между плоскостями  $EAD$  и  $ADB$ ;
  - $\Pi_0$  — плоскость, проведенная через точки  $O, F, C$ ;
  - $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5, \Pi_6$  — плоскости, проведенные соответственно через точки  $O, C, F, B, D, A$  и перпендикулярные отрезкам  $OF, CF, OE, BC, BD, AD$ ;
  - $A_p, B_p$  и т. д. — пресечения точек  $A, B$  и т. д. на плоскость  $\Pi_p$  ( $p = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ );
  - $X_{pq}$  — линия (ось) пересечения взаимно-перпендикулярных плоскостей  $\Pi_p$  и  $\Pi_q$ ;
  - $A_{pq}, B_{pq}$  и т. д. — проекции точек  $A, B$  и т. д. на ось  $X_{pq}$ .
- Оси  $Ax_1, Dx_2, Dy_2, Bx_3, Oz_4$  проведены соответственно по  $EA, BD, AD, BC, OF$ , а оси  $Az_1, Bz_3, On_4$  — параллельно  $EO, CF, FC$ .
- Положение (перемещение) звена 1 относительно звена 4 определяется параметрами  $s_{34}$  и  $\tau_{34}$ . Положение звена 2 относительно звена 1 определяется двумя из углов  $\varphi_{21}, \theta_{21}, \psi_{21}$  и углом  $\theta_{21}$ .
- Положение звена 2 относительно звена 3 определяется параметрами  $s_{23}$  и  $\tau_{23}$ . Положение звена 3 относительно звена 4 определяется параметрами  $s_{34}$  и  $\tau_{34}$ . Положение звена 2 относительно звена 4 определяется координатами  $x_2, y_2, z_2$  текущей точки  $M(x_2, y_2, z_2)$  звена 2 в системе  $X_2 Y_2 Z_2$ . Положение звена 3 относительно звена 1 определяется координатами  $x_3, y_3, z_3$  текущей точки  $N(x_3, y_3, z_3)$  звена 3 в системе  $X_3 Y_3 Z_3$ . Механизм данного вида обладает тремя степенями подвижности, а потому среди его переменных параметров независимыми могут быть три параметра.
- Даны: независимые переменные  $\varphi_{21}, s_{11}, s_{11}$ ; постоянные параметры  $\tau_3, \tau_4, a_1, a_2, a_3, a_4$ ; точка  $M(x_2, y_2, z_2)$  звена 2 и точка  $N(x_3, y_3, z_3)$  звена 3. Нужно определить переменные  $\tau_{34}, \tau_{23}, s_{34}, \tau_{21}, \theta_{21}, \psi_{21}, \theta_{21}$ ; координаты  $x_1, y_1, z_1$  точки  $M$  и  $x_3, y_3, z_3$  точки  $N$ . Эту задачу

можно решить графически методом, разработанным В. В. Егоровым [2], а затем на основе графического решения, согласно Г. Д. Анянову [3], вывести аналитические зависимости перемещений.

Ниже задача решается несколько по-другому. Искомый параметр  $\varphi_{21}$  переносится в число заданных, а известный параметр  $a$  — в число искомых, т. е. производится некоторая перестановка заданных параметров. Строится ортогональные проекции характерных точек кинематической схемы механизма в новых заданных параметрах и эта схема, которую нельзя назвать графическим решением данной задачи, ставится в основу для вывода аналитических зависимостей искомых параметров механизма.

2. Очевидно, что отрезки  $OE$ ,  $BC$ ,  $AE$ ,  $BD$  и  $AD$  лежат соответственно в плоскостях  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$ ,  $\Pi_4$ ,  $\Pi_5$  и  $\Pi_2 \perp \Pi_1$ ,  $\Pi_2 \perp \Pi_3$ ,  $\Pi_4 \perp \Pi_2$ ,  $\Pi_5 \perp \Pi_4$ ,  $\Pi_6 \perp \Pi_3$ ,  $OF \parallel (\Pi_2 \text{ и } \Pi_3)$ ,  $FC \parallel (\Pi_4 \text{ и } \Pi_5)$ ,  $BC \parallel \Pi_2$ ,  $BD \parallel \Pi_4$ . Согласно этому и вышепринятым обозначениям можно написать:

$$a_1 = A_3E_3, \quad a_2 = A_2D_3, \quad a_3 = B_1C_1, \quad a_4 = O_2C_2,$$

$$s_{34} = OE_3, \quad s_{24} = F_1C_1 = OO_2, \quad s_{23} = B_4D_4,$$

$$\varphi_{31} = \angle A_3E_3F_3, \quad \varphi_{21} = \angle X_{20}C_2B_2, \quad \varphi_{23} = \angle A_2D_2C_2,$$

$$\varphi_{24} = \angle F_4B_4D_4, \quad \varphi_{25} = \angle X_{20}O_2E_2, \quad \varphi_{21} = \angle E_6A_6B_6.$$

Углы  $\varphi_{21}$ ,  $\vartheta_{21}$ ,  $\psi_{21}$  в натуральную величину изображаем следующим образом: разведя пару 2—3; фиксируем угол  $\varphi_{21}$  и совмещаем плоскость  $EAD$  с плоскостью  $\Pi_2$  поворотом ее вокруг оси  $AX_1$ ;

фиксируем угол  $\vartheta_{21}$  и совмещаем плоскость  $DAZ_2$  с плоскостью  $\Pi_3$  поворотом ее вокруг оси  $AZ_1$ ; фиксируем угол  $\psi_{21}$  и поворачиваем плоскость  $DAZ_1$  вокруг оси  $AZ_1$  до положения, параллельного плоскости  $\Pi_1$ . Тогда на плоскость  $\Pi_2$  без искажения будут проектироваться углы  $\varphi_{21}$ ,  $\vartheta_{21}$  и отрезок  $AD$ , а на плоскость  $\Pi_1$  — угол  $\psi_{21}$  и отрезок  $AD$ .

Перейдем к построению схемы рис. 2. Принимая плоскость чертежа за плоскость  $\Pi_1$ , проводим оси  $O_2X_{10}$  и  $O_2X_{10}$ . На оси  $O_2X_{10}$  и на расстоянии  $s_{31}$  от точки  $O_2$  отмечаем точку  $O$ . Под углом  $\alpha_1$  к  $OX_{10}$  откладываем отрезок

$OE_1 = s_{31}$ . Очевидно, что ось  $X_{11}$  проходит через точку  $E_1$  и перпендикулярна отрезку  $OE_1$ . Совмещаем плоскость  $\Pi_2$  с плоскостью  $\Pi_1$  поворотом ее вокруг оси  $X_{11}$ . Проекция  $E_2$  совпадает с  $E_1$ , так как

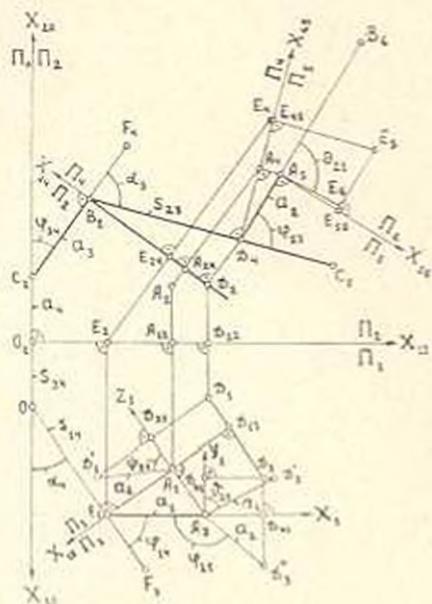


Рис. 2

точка  $E$  принадлежит плоскостям  $\Pi_1$  и  $\Pi_4$ . На продолжении  $OE_1$  и на расстоянии  $a_1$  от оси  $X_{11}$  получим проекцию  $F_2$ . По углу  $\varphi_{11}$  и отрезку  $a_1$  находим точку  $A_2$ . Совмещаем плоскость  $\Pi_2$  с плоскостью  $\Pi_1$  так, чтобы ось  $O_2X_{20}$  была противоположна оси  $O_1X_{10}$ . На оси  $O_2X_{20}$  и на расстоянии  $a_2$  от точки  $O_2$  отмечаем точку  $C_2$ . По углу  $\varphi_{21}$  и отрезку  $a_2$  находим проекцию  $B_2$ . Очевидно, что ось  $X_{11}$  проходит через точку  $B_2$  и перпендикулярна отрезку  $B_2C_2$ . Совмещаем плоскость  $\Pi_1$  с плоскостью  $\Pi_2$  поворотом ее вокруг оси  $X_{11}$ . Проекция  $F_1$  совпадает с точкой  $O$ , а  $F_2$  — с точкой  $C_2$ . Поэтому проекция  $F_1$  находится на прямой  $C_2B_2 \perp X_{11}$  и на расстоянии  $B_2F_1 = OO_2$  от оси  $X_{11}$ . Проекция  $B_1$  совпадает с  $B_2$ , так как точка  $B$  принадлежит плоскостям  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ . Проводим прямую  $B_2D_1$  под углом  $\alpha_2$  к отрезку  $B_2F_1$ . Опуская перпендикуляр из точки  $A_1$  на ось  $X_{11}$ , получим проекцию  $A_1$ , так как точка  $A$  лежит в плоскости  $\Pi_2$ . Имея  $A_2$  и  $A_1$ , можно определить проекции  $A_3$  и  $A_4$ . Прямой угол  $A_1AB$  проектируется на плоскость  $\Pi_1$  без искажения, так как одна его сторона  $AD$  лежит в этой плоскости. Следовательно, опуская перпендикуляр из точки  $A_1$  на прямую  $B_2D_1$ , получим точку  $D_1$  и отрезок  $B_2D_1$ , изображающий искомый параметр  $s_{23}$  в натуральную величину.

Ось  $X_{12}$  проходит через точки  $A_1$  и  $D_1$ , так как отрезок  $AD$  лежит в плоскости  $\Pi_2$ . Совмещаем плоскость  $\Pi_3$  с плоскостью  $\Pi_1$ . По  $A_2$  и  $A_1$  находим точку  $A_3$ . Проекция  $D_3$  совпадает с  $D_2$ , так как точка  $D$  принадлежит плоскостям  $\Pi_2$  и  $\Pi_1$ . Таким образом, отрезок  $A_3D_3$  изобразит параметр  $a_3$  без искажения. С точкой  $B_2$ , кроме  $B_1$ , совпадает и проекция  $C_2$ , так как  $BC \perp \Pi_1$ . Следовательно, по точкам  $C_2$  и  $B_2$  можно найти проекцию  $C_3$ . Угол  $A_3D_3C_3$  будет искомым углом  $\varphi_{31}$ .

Ось  $X_{30}$  проходит через точку  $A_3$  и перпендикулярна отрезку  $A_3D_3$ . Совмещаем плоскость  $\Pi_4$  с плоскостью  $\Pi_2$ . Опуская перпендикуляр из точки  $E_1$  на ось  $X_{12}$ , получим проекцию  $E_2$ , так как точка  $E$  лежит в плоскости  $\Pi_1$ . Имея  $E_1$  и  $E_2$ , можно найти проекции  $E_3$ ,  $E_4$  и  $E_5$ . Кроме  $D_3$ , с точкой  $D_4$  совпадает и проекция  $B_3$ , так как  $BD \perp \Pi_2$ . Поэтому по  $B_2$  и  $D_1$  можно найти проекцию  $B_4$ . Проекция  $A_4$  совпадает с  $A_3$ , так как точка  $A$  принадлежит плоскостям  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$ . Таким образом, получим угол  $E_4A_4B_4$ , который изображает угол  $\varphi_{41}$  в истинную величину. Опуская перпендикуляр из точки  $D_4$  на ось  $X_{22}$ , получим проекцию  $D_2$ , так как точка  $D$  лежит в плоскости  $\Pi_1$ . По  $D_1$  и  $D_2$  находим проекции  $D_3$  и  $D_4$ . Оси  $X_1$  и  $Y_1$  в плоскости  $\Pi_1$  проходят через точку  $A_1$ , а ось  $AZ_1$  изображается в плоскости  $\Pi_1$  осью  $A_1Z_1 \perp X_{11}$ . При повороте плоскости  $AAZ_1$  вокруг оси  $AZ_1$  до положения, параллельного плоскости  $\Pi_1$ , проекция  $D_1$  займет новое положение  $D_1'$ , где  $D_1'D_1 \perp A_1Z_1$  и  $A_1D_1' = a_2$ . Угол  $D_1'A_1Z_1$  равен искомому углу  $\varphi_{21}$ . При совмещении плоскости  $AAU_1$  с плоскостью  $\Pi_1$ , проекция  $D_1$  займет положение  $D_1''$ , где  $D_1''D_1' \perp A_1U_1$  и  $A_1D_1'' = a_1$ . Угол  $D_1''A_1U_1$  равен искомому углу  $\varphi_{31}$ . При совмещении плоскости  $DAE$  с плоскостью  $\Pi_1$ , проекция  $D_1$  займет по-

ложение  $D_3$ , где  $D_2 D_3 \perp A_2 X_1$  и  $A_2 D_3 = a_2$ . Угол  $E_1 A_1 D_3$  равен иско-  
мому углу  $\varphi_{21}$ .

Чтобы не усложнять схему рис. 2 построение координат точек  
 $M$  и  $N$  производим отдельно на рис. 3. Проведем оси  $O X_4$  и  $O Y_4$  в

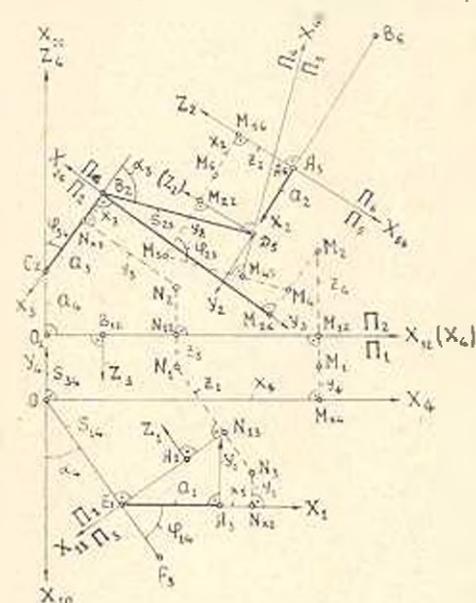


Рис. 3.

плоскости  $\Pi_1$ . В этой плоскости ось  $BZ$  изображается осью  $B_{12} Z_{12} \perp X_{12}$ . Проведем оси  $O_2 Z_4$ ,  $B_2 X_3$  и  $B_2 Y_2$  в плоскости  $\Pi_2$ . В этой плоскости ось  $O X_2$  изображается осью  $O_2 X_{12}$ . Откладывая заданные координаты  $x_3 = B_2 N_{x_3}$  и  $y_1 = N_{y_1} N_2$  в плоскости  $X_3 B_2 Y_2$ , получим проекцию  $N_2$ , а на продолжении  $A_2 X_{12} \perp X_{12}$  и на заданном расстоянии  $z_3 = N_2 N_{12}$  от оси  $X_{12}$  находим проекцию  $A_1$ . По  $N_1$  и  $A_1$  определяем проекцию  $A_2$ . Координаты  $A_2 N_{x_1}$  и  $A_{x_1} A_2$  точки  $N_1$  в системе  $X_1 A_2 Y_1$  изображают соответственно искомые координаты  $x_1$  и  $y_1$ , а отрезок  $A_1 A_{13}$  в плоскости  $\Pi_1$  представляет координату  $z_1$ . Ось  $D X_6$  в плоскости  $\Pi_3$  изображается осью  $A_6 X_6$ , которая направлена по  $B_6 A_6$ . Ось  $D Y_6$  в плоскости  $\Pi_3$  проходит через  $A_3$  и  $D_5$ . Ось  $D Z_6$  в плоскости  $\Pi_3$  проходит через точку  $D$ , а в плоскости  $\Pi_4$  — через точку  $A_4$  и с осями  $A_6 X_6$  и  $D_5 Y_6$  образует правую систему координат, т. е. имеет направление, противоположное оси  $X_{56}$ . Откладывая заданные координаты  $z_2 = A_6 M_{z_6}$  и  $x_2 = M_{x_2} M_6$  в плоскости  $X_2 A_6 Z_2$ , получим проекцию  $M_6$ , а на продолжении отрезка  $M_6 M_{22} \perp D_5 Z_2$  и на заданном расстоянии  $y_2 = M_{22} M_1$  от оси  $D_5 Z_2$  находим проекцию  $M_3$ . По  $M_6$  и  $M_3$  можно определить проекции  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_1$ . Координаты  $O M_{x_1}$  и  $M_{x_1} M_1$  точки  $M_1$  в системе  $X_1 O Y_1$  изображают соответственно искомые координаты  $x_1$  и  $y_1$ , а отрезок  $M_2 M_{12}$  в плоскости  $\Pi_2$  представляет координату  $z_1$ .

3. Из треугольников  $A_3 A_1 E_1$ ,  $A_2 A_1 D_1$  (рис. 2), контуров  $O E_1 A_1 A_{12} O_2 O$ ,  $O_2 A_1 A_2 A_{23} B_2 C_2 O_2$ ,  $B_2 A_2 A_3 D_1 B_1$  с учетом  $A_2 A_{12} = A_1 A_2$ ,  $A_1 A_{23} = A_1 A_{12}$ ,  $A_3 A_2 = A_2 A_{21}$  получаем

$$\begin{aligned} & |a_3 + (a_1 - a_1 \cos \varphi_{11}) \cos \varphi_{31} - (s_{11} \sin z_1 + a_1 \cos z_1 \sin \varphi_{11}) \sin \varphi_{31}|^2 + \\ & + [(s_{11} + s_{11} \cos z_1 - a_1 \sin z_1 \sin \varphi_{11}) \sin z_3 - \\ & - [(a_1 - a_1 \cos \varphi_{13}) \sin \varphi_{31} - (s_{11} \sin z_1 + a_1 \cos z_1 \sin \varphi_{11}) \cos \varphi_{31}] \cos z_3]^2 = a_2^2. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} z_{23} = & |(a_1 - a_1 \cos \varphi_{13}) \sin \varphi_{31} + (s_{11} \sin z_1 + a_1 \cos z_1 \sin \varphi_{11}) \cos \varphi_{31}| \sin z_3 + \\ & + (s_{11} + s_{11} \cos z_1 - a_1 \sin z_1 \sin \varphi_{11}) \cos z_3; \end{aligned} \quad (2)$$

$$a_1 \sin \alpha_1 = -[(a_1 - a_1 \cos \alpha_{11}) \sin \varphi_{31} + (s_{11} \sin \alpha_1 + a_1 \cos \alpha_1 \sin \varphi_{11}) \cos \varphi_{11}] \cos \alpha_1 + \\ + (s_{31} + s_{11} \cos \alpha_1 - a_1 \sin \alpha_1 \sin \varphi_{11}) \sin \alpha_1; \quad (3a)$$

$$a_2 \cos \alpha_2 = a_2 + (a_2 - a_2 \cos \alpha_{11}) \cos \varphi_{31} - (s_{11} \sin \alpha_1 + a_1 \cos \alpha_1 \sin \varphi_{11}) \sin \varphi_{31}. \quad (3b)$$

Из выражения (1) угол  $\varphi_{31}$  в явном виде удается получить лишь для частных случаев механизма, например, при  $\alpha_1 = 0$  или  $\alpha_1 = 90^\circ$  и т. д. В общем случае значение угла  $\varphi_{31}$  целесообразно найти сначала графически по методу В. В. Егорова [2] с точностью геометрического построения, а затем — по формуле (1) с любой точностью методом последовательного приближения. Из  $\Delta B_2 D_2 D_1$ , контуров  $O_2 D_1 D_2 B_2 C_2 O_2$ ,  $O E_1 D_1 D_2 D_1 O_2 O$ ,  $E_1 D_2 D_1 D_2 E_1$  и треугольников  $A_2 D_2 D_1$ ,  $A_2 D_2 D_3$ ,  $A_2 D_1 D_3$  с учетом  $D_1 D_2 = D_1 D_1$ ,  $D_2 D_3 = D_2 D_2$ ,  $A_2 D_1 = D_1 D_1$ ,  $A_2 D_3 = D_2 D_3$  получим

$$a_2 \cos \varphi_{31} = s_{11} - (s_{31} - s_{21} \cos \alpha_1) \cos \alpha_1 - (a_3 \sin \varphi_{31} + s_{23} \sin \alpha_3 \cos \varphi_{31}) \sin \alpha_1; \quad (4)$$

$$a_1 \cos \varphi_{31} = -[(s_{31} - s_{21} \cos \alpha_1) \sin \alpha_1 + (a_1 \sin \varphi_{31} + s_{23} \sin \alpha_3 \cos \varphi_{31}) \cos \varphi_{11}] \sin \varphi_{11} - \\ - (a_1 + a_2 \cos \varphi_{31} - s_{23} \sin \alpha_3 \sin \varphi_{31}) \cos \varphi_{11} - a_1; \quad (5)$$

$$a_2 \cos \alpha_2 = [(s_{31} - s_{21} \cos \alpha_1) \sin \alpha_1 + (a_1 \sin \varphi_{31} + s_{23} \sin \alpha_3 \cos \varphi_{31}) \cos \varphi_{11}] \cos \varphi_{11} - \\ - (a_1 + a_2 \cos \varphi_{31} - s_{23} \sin \alpha_3 \sin \varphi_{31}) \sin \varphi_{11}. \quad (6)$$

Имея в виду, что  $E_1 E_{36} = E_1 E_{45}$ ,  $E_1 E_{15} = E_2 E_{24}$ ,  $E_1 E_{23} = E_1 E_{23}$ , из  $\Delta A_1 E_{36} E_3$ , контуров  $A_2 E_{36} E_3 E_{45} D_1 A_2$ ,  $B_2 D_1 E_{45} E_3 E_{24} B_2$ ,  $O E_1 E_{23} B_2 C_2 O$ ,  $O E_1 E_2 O$ , получим

$$|s_{31} - (a_1 \sin \varphi_{31} - s_{11} \sin \alpha_1 \cos \varphi_{31}) \sin \alpha_1 - (s_{31} + s_{11} \cos \alpha_1) \cos \alpha_1| \operatorname{tg} \delta_{31} = \\ = -[(s_{31} + s_{11} \cos \alpha_1) \sin \alpha_1 + (a_1 \sin \varphi_{31} + s_{11} \sin \alpha_1 \cos \varphi_{31}) \cos \alpha_1] \cos \varphi_{31} + \\ + (a_1 + a_2 \cos \varphi_{31} - s_{11} \sin \alpha_1 \sin \varphi_{31}) \sin \varphi_{31}. \quad (7)$$

Учитывая, что  $M_2 M_{36} = M_1 M_{15}$ ,  $M_2 M_{15} = M_2 M_{24}$ ,  $M_1 M_{24} = M_2 M_{24}$ ,  $O_2 M_{15} = O_2 M_{24}$ ,  $y_4 = s_{31} - M_1 M_{15}$  (рис. 3), из контуров  $M_2 M_{15} D_1 M_{24} M_5$ ,  $B_2 M_1 M_5 D_1 B_2$ ,  $O_2 M_{15} M_2 M_4 B_2 C_2 O_2$  находим

$$x_1 = [(s_{31} + x_2) \sin \alpha_1 + (y_2 \sin \varphi_{21} - z_2 \cos \varphi_{23}) \cos \alpha_1] \cos \varphi_{31} + (a_1 + y_2 \cos \varphi_{23} + \\ + z_2 \sin \varphi_{23}) \sin \varphi_{31}; \quad (8a)$$

$$y_4 = s_{31} - (s_{31} + x_2) \cos \alpha_1 + (y_2 \sin \varphi_{23} - z_2 \cos \varphi_{23}) \sin \alpha_1; \quad (8b)$$

$$z_4 = -[(s_{21} + x_2) \sin \alpha_1 + (y_2 \sin \varphi_{21} - z_2 \cos \varphi_{23}) \cos \alpha_1] \sin \varphi_{31} + \\ + (a_1 + y_2 \cos \varphi_{23} + z_2 \sin \varphi_{23}) \cos \varphi_{31} - a_1. \quad (8c)$$

Учитывая, что  $N_2 N_{15} = N_2 N_{13}$ ,  $C_2 N_{15} = a_2 - x_3$ , из контуров  $O_2 N_{15} N_2 N_{13} C_2 O_2$ ,  $O E_1 N_{13} N_1 N_{13} O_2 O$ ,  $E_1 N_{13} N_1 N_{13} E_1$  находим

$$x_1 = [(s_{31} - x_3) \sin \alpha_1 + [(a_2 - x_3) \sin \varphi_{31} + y_3 \cos \varphi_{31}] \cos \alpha_1] \sin \varphi_{11} + \\ + [a_1 + (a_1 - x_3) \cos \varphi_{31} - y_3 \sin \varphi_{31}] \cos \varphi_{11} - a_1; \quad (9a)$$

$$y_1 = [(s_{31} - x_3) \sin \alpha_1 + [(a_2 - x_3) \sin \varphi_{31} + y_3 \cos \varphi_{31}] \cos \alpha_1] \cos \varphi_{11} - \\ - [a_1 + (a_2 - x_3) \cos \varphi_{31} - y_3 \sin \varphi_{31}] \sin \varphi_{11}; \quad (9b)$$

$$z_1 = -[(a_2 - x_3) \sin \varphi_{31} + y_3 \cos \varphi_{31}] \sin \alpha_1 + (s_{31} - x_3) \cos \alpha_1 + s_{14}. \quad (9c)$$

Если в уравнениях (1)–(7) положить  $s_{11} = \text{const}$  и  $s_{31} = \text{const}$ , получим аналитические зависимости перемещений для механизма общего вида с одной шаровой (1–2), с одной цилиндрической (2–3) и двумя вращательными (1–4 и 3–4) парами. Выражения (8) будут уравнениями движения шатунной точки  $M$ . Графическое определение угла  $\varphi_{31}$  этого механизма дано в работе [2], а для его частного случая ( $a_3 = 0$ ) — в работе [4].

Если в уравнениях (1)–(8) положить  $s_{11} = \text{const}$ ,  $s_{23} = \text{const}$ , получим перемещения механизма с одной шаровой (1–2), с одной цилиндрической (3–4) и двумя вращательными (1–4 и 2–3) парами. В работе [5] определены положения звеньев этого механизма как аналитически, так и графически.

Если в уравнениях (1)–(7) принять  $s_{11} = \text{const}$ ,  $s_{33} = \text{const}$ ,  $a_2 = r_1 + r_2$ , то получим перемещения трехзвенного механизма общего вида с соприкасающимися шаром 1 радиуса  $r_1$  и цилиндром 2 радиуса  $r_2$  (рис. 4). Уравнения движения точки  $M$  касания звеньев 1 и

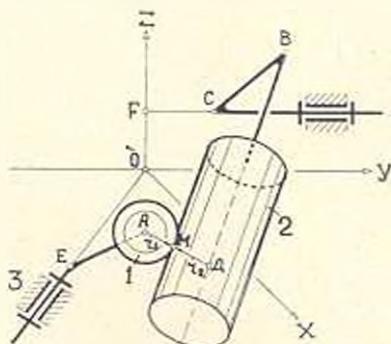


Рис. 4.

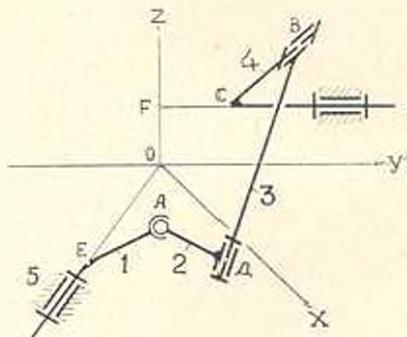


Рис. 5.

2 можно получить из выражений (8), принимая в них  $x_2 = z_2 = 0$  и  $y_2 = -r_2$ . Из уравнения (1) следует, что угол ( $\varphi_{31}$ ) поворота ведомого звена 2 этого механизма зависит от суммы радиусов  $r_1$  и  $r_2$ , т. е. от  $a_2$ , и не зависит от соотношения  $r_1$  и  $r_2$ . Поэтому механизм рис. 4 кинематически эквивалентен трехзвенному механизму с соприкасающимися точкой  $A$  и цилиндром 2 радиуса  $r = r_1 + r_2$ . Для этого случая механизма в работе [6] даны метод и результат графического определения положения звена 1 при заданном положении звена 2.

Если в уравнениях (1)–(7) положить  $s_{13} = \text{const}$ ,  $s_{23} = \text{const}$ ,  $s_{33} = \text{const}$ , а угол  $\alpha_3$  считать переменным, то получим аналитические зависимости для пятизвенного механизма частного вида с одной шаровой и четырьмя вращательными парами (рис. 5). Если вместо звена 4 (рис. 1) сделать неподвижным звено 1, то получим другой механизм рассматриваемой цепи, для которого зависимости (1)–(7) остаются без изменения. В этом механизме шатуном будет уже звено 3, а для определения движения шатунной точки  $N$  имеем выражения (9).

Механизмы, изображенные на рисунках 1, 4, 5, имеют одинаковую геометрию, но отличаются друг от друга по структуре и кинематике.

Ереванский политехнический институт  
им. К. Маркса

Поступило 19.1.1968.

Ն. Ն. ԿԱՍՍՄԱՆՅԱՆ

Մեկ ԳԵՂԱՅԻՆ ԵՎ ԵՐԵՔ ԳՂԱՆԱՅԻՆ ԶՈՒՅԿԵՐՈՎ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՏԵՍԲԻ  
ՔԱՌՈՂԱԿ ՇՂԹԱՅԻ ՕՂԱԿՆԵՐԻ ՀԱՐԱՔԻՐԱԿԱՆ ՏԵՂԱՓՈՆՈՒԹՅՆԵՐԻ  
ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Առաջարկված է գրաֆո-անալիտիկ եղանակ հրեր ադատության աստիճան ունեցող քառոդակ տարածական մեխանիզմի շուրաքանչյուր օղակի տեղափոխությունը մնացած օղակների նկատմամբ որոշելու համար, երբ տանող և ասրժող օղակները անշարժ օղակի հետ կազմում են դրանային կինեմատիկ զույգեր:

Տրված է «հրերաչափորեն համարժեք մեխանիզմներ» հասկացությունը: Ելվում է, որ դիտված մի շարք այլ խնդիրների անալիտիկ լուծումներն ստացվում են որպես այլալ խնդրի մասնավոր դեպքեր:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Կոնս. Կ. Вращательные и качательные относительные движения в четырехзвенных кинематических цепях со скользящим шарниром. В сб. „Современные проблемы ТММ“, изд. „Наука“, 1965.
2. Էնթրոն Վ. Վ. Графический метод определения положения пространственных механизмов. Труды семинара по ТММ, т. VII, вып. 25, 1949.
3. Ալանյա Դ. Դ. Кинематика пространственных шарнирных механизмов сельскохозяйственных машин. Машииз, 1963.
4. Կասսումյան Ն. Ն. Некоторые вопросы кинематического анализа четырехзвенных пространственных механизмов. „Сообщения АН ГрузССР“, т. XXXIII, № 2, 1964.
5. Կրոնկե Ք. Analytische und zeichnerische Verfahren zur Untersuchung egentlicher Raumkurbelgetriebe. „Konstruktion“, 11 (1959), 11, 9.
6. Կասսումյան Ն. Ն. Кинематическое исследование пространственных трехзвенных механизмов графическим методом. Изв. вузов „Машиностроение“, 11—12, 1958.

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Г В ВАРТАНЯН

О ВЛИЯНИИ АНИЗОТРОПИИ НА ПОЛЗУЧЕСТЬ БЕТОНА ПРИ ИЗГИБЕ

В существующих теориях ползучести бетон рассматривается как однородный изотропный материал. Между тем, как показывают исследования [1], [2] и др., бетон является анизотропным материалом: прочностные и деформативные показатели образцов, испытанных перпендикулярно и параллельно слоям бетонирования, отличаются друг от друга.

В настоящей статье приводятся результаты исследования влияния анизотропии на ползучесть бетона при изгибе в зависимости от следующих факторов: влажности образца, возраста бетона к моменту загрузки, величины действующего напряжения и размеров поперечного сечения балок.

Влияние анизотропии на ползучесть бетона в зависимости от влажности образца исследовалось на балках сечением  $12 \times 18$  см длиной 100 см и призмах сечением  $10 \times 10$  см при свободном влагообмене со средой и при постоянной влажности образца. Одновременно с основными образцами бетонировалось необходимое количество кубиков, призм и посьмерок для определения прочностных и деформативных характеристик бетона. Данные по их испытанию к моменту загрузки приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Прочностные и деформативные характеристики бетона

Возраст бетона в сутках к моменту загрузки	Образцы	Характеристики бетонов $\text{кг/см}^2$ при направлении усилия							$\frac{R_{\text{пр}}}{R_p}$	$\frac{E'}{E}$	$\frac{R'_s}{R_p}$	
		перпендикулярно слоям укладки				параллельно слоям укладки						
		$R'$	$R_{\text{пр}}$	$E \cdot 10^{-5}$	$R_p$	$R'$	$R_{\text{пр}}$	$E \cdot 10^{-5}$				$R_s$
30	без изоляции	200	160	3,20	15,5	195	176	3,44	15,0	1,10	1,08	1,16
30	с изоляцией	210	178	3,60	16,5	200	155	3,68	17,0	0,87	1,02	1,03

На рис. 1а, б приводятся кривые деформации ползучести сжатой зоны балок, испытанных перпендикулярно и параллельно слоям бетонирования при отсутствии и наличии изоляции. При наличии изоля-

ли деформации ползучести больше в образцах, испытанных параллельно слоям, а при ее отсутствии — в балках, испытанных перпендикулярно слоям.

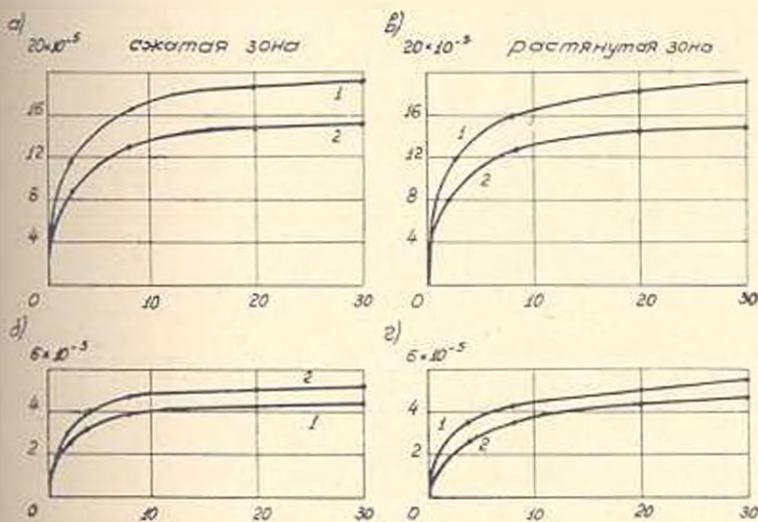


Рис. 1. Ползучесть изгибаемых бетонных образцов а) и б) неизолированных образцов при сжимающем напряжении  $\sigma = 12 \text{ кг/см}^2$ ; в) и г) изолированных образцов. По оси абсцисс показана длительность загрузки в сутках, по оси ординат — относительные деформации ползучести. 1 — испытание производится перпендикулярно слоям бетонирования; 2 — то же, параллельно слоям бетонирования.

Кривые ползучести бетона в растянутой зоне балок приводятся на рис. 1в, г. В рассматриваемом случае кривые деформации ползучести балок, испытанных параллельно слоям, расположились ниже кривых ползучести балок, испытанных перпендикулярно слоям. Большая ползучесть в изолированных образцах при растяжении перпендикулярно слоям бетонирования объясняется тем, что при растяжении бетона водные прослойки не участвуют в работе сечения, а поскольку при испытании силой, перпендикулярной слоям укладки, их площадь в сечении больше, то они значительно увеличивают деформации бетона по сравнению со случаем, когда сила действует параллельно слоям. Спустя 30 суток после загрузки, изоляция с образцов удалась и образцы продолжали оставаться под прежней нагрузкой. При этом наблюдалось интенсивное развитие деформаций ползучести обеих зон балок, загруженных как перпендикулярно, так и параллельно слоям укладки (рис. 2). Примерно через 20 суток после удаления изоляции деформации ползучести сжатой зоны балок, нагруженных перпендикулярно слоям укладки, отставившие до удаления изоляции от деформаций ползучести балок, нагруженных параллельно слоям, сравниваются с ними, а затем и превышают их.

Влияние анизотропии на ползучесть бетона в зависимости от возраста при загрузении исследовалось на изолированных балках, загруженных перпендикулярно и параллельно слоям бетонирования

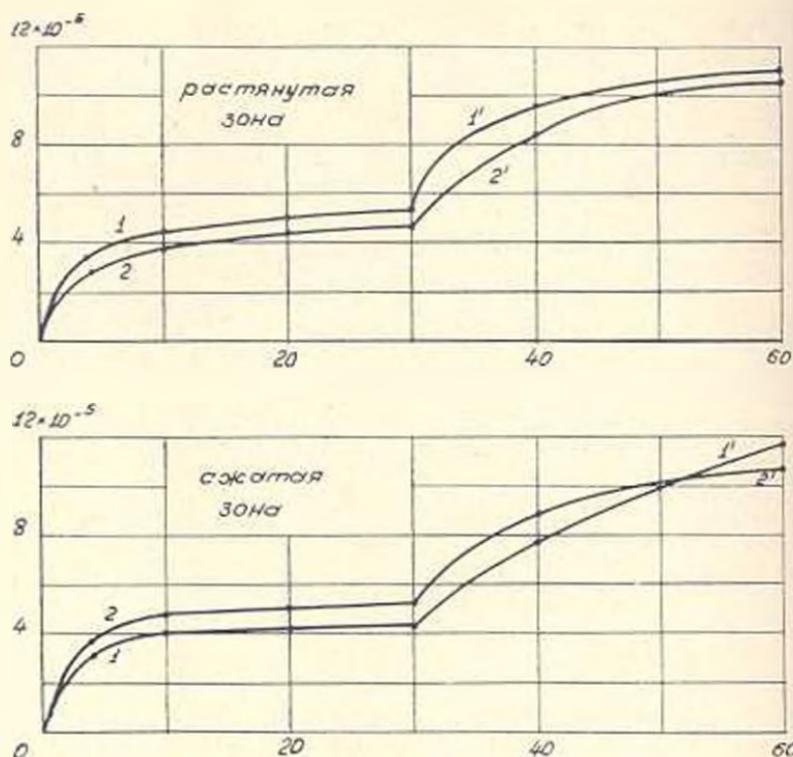


Рис. 2. Ползучесть изгибаемых бетонных образцов ( $\sigma = 12 \text{ кг/см}^2$ ): 1 и 2 — до удаления изоляции, 1' и 2' — после удаления изоляции. Остальные пояснения см. рис. 1.

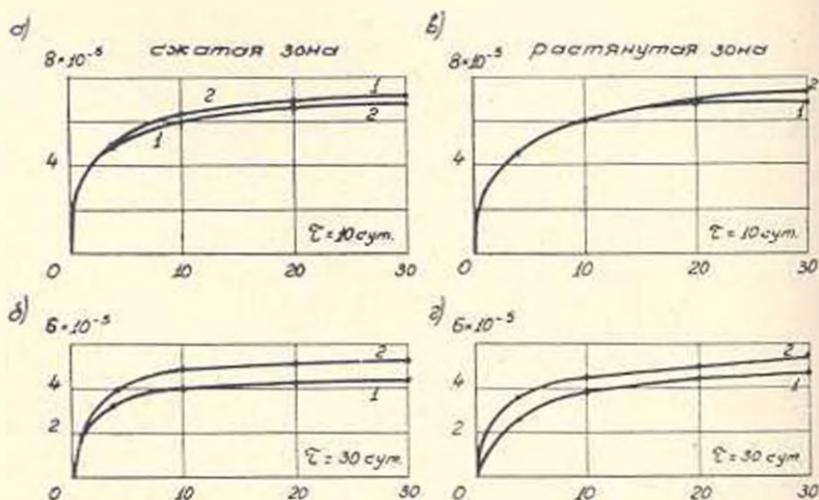


Рис. 3. Ползучесть изгибаемых бетонных образцов ( $\sigma = 12 \text{ кг/см}^2$ ) в зависимости от возраста бетона в сутках и момента нагружения. Остальные пояснения см. рис. 1.

в возрасте 10 и 30 суток. Как показали опыты (рис. 3), с увеличением возраста бетона к моменту загрузки влияние анизотропии на ползучесть бетона сжатой и растянутой зон увеличивается. Влияние анизотропии на ползучесть при изгибе изучалось над балками, при разном уровне напряжения в бетоне. Загрузка балок производилась при возрасте бетона 30 суток. Результаты исследования представлены в табл. 2.

Таблица 2

Влияние анизотропии на ползучесть бетона при изгибе в зависимости от величины напряжения

Зона балки	Условия хранения	Напряжения в бетоне $\sigma$ , кг/см <sup>2</sup>	Ползучесть при $t = 60$ сут. ( $t = 30$ сут.), когда направление напряжений сжатия и растяжения по отношению к слоям укладки бетона		$\varepsilon_{\parallel} / \varepsilon_{\perp}$
			перпендикулярно $\varepsilon_{\perp} \times 10^5$	параллельно $\varepsilon_{\parallel} \times 10^5$	
Сжатая	обычное с изоляцией	6	2,16	2,60	0,83
		12	4,25	5,20	0,82
	обычное без изоляции	6	10,30	8,40	1,23
		12	19,40	15,20	1,28
Растянутая	обычное с изоляцией	6	2,38	2,85	0,83
		12	4,70	5,50	0,85
	обычное без изоляции	6	9,60	7,40	1,30
		12	19,20	15,00	1,28

Рассматривая последний столбец табл. 2, замечаем, что если отношение  $\varepsilon_{\parallel} / \varepsilon_{\perp}$  при  $\sigma = 6$  кг/см<sup>2</sup> в сжатой зоне изолированных образцов составляет 0,83, то при  $\sigma = 12$  кг/см<sup>2</sup> это отношение равно 0,82. При отсутствии изоляции оно соответственно равно 1,23 и 1,28. Следовательно, с увеличением величины напряжения влияние анизотро-

Таблица 3

Влияние анизотропии на ползучесть бетона при изгибе в зависимости от размеров поперечного сечения балок

Зона балок	Поперечные сечения балок, см	Относительные деформации ползучести при $t = 60$ сут. ( $t = 30$ сут.), когда направление сжимающих и растягивающих напряжений по отношению к слоям бетона		$\varepsilon_{\parallel} / \varepsilon_{\perp}$
		перпендикулярно $\varepsilon_{\perp} \times 10^5$	параллельно $\varepsilon_{\parallel} \times 10^5$	
Сжатая	9×12	23,10	16,50	1,40
	12×15	20,60	15,40	1,34
	12×18	18,70	14,90	1,25
Растянутая	9×12	21,45	15,10	1,42
	12×15	20,60	16,60	1,27
	12×18	21,00	16,10	1,30

нии на ползучесть сжатой зоны балок сохраняется как при наличии изоляции, так и при ее отсутствии. Аналогичный результат получается и для растянутой зоны образцов.

Опыты по изучению влияния анизотропии на ползучесть бетона при изгибе в зависимости от масштабного фактора проводились на теплоизолированными балками с размерами поперечного сечения  $9 \times 12$  см,  $12 \times 15$  см и  $12 \times 18$  см. Величина внешней нагрузки подбиралась таким образом, чтобы напряжение в бетоне во всех балках было одинаковым ( $12 \text{ кг/см}^2$ ).

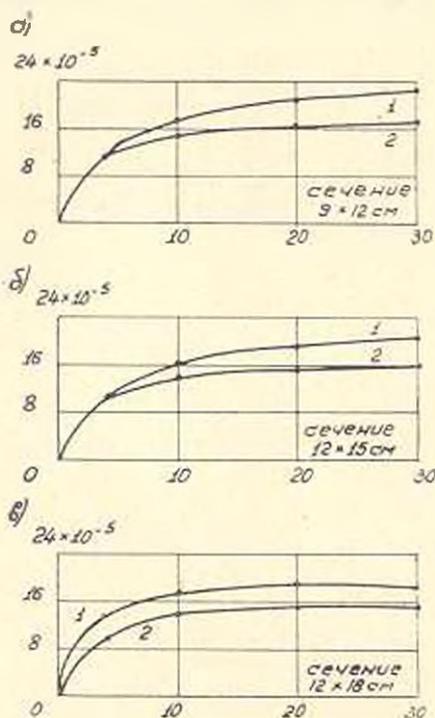


Рис. 4. Ползучесть изгибаемых бетонных образцов ( $\sigma = 12 \text{ кг/см}^2$ ) в зависимости от размеров поперечных сечений. Остальные пояснения см. рис. 1.

тропии на ползучесть старого бетона сказывается в значительно большей мере, чем на ползучесть молодого бетона; с увеличением размеров поперечного сечения образца влияние анизотропии на ползучесть бетона в сжатой зоне балок уменьшается; ползучесть бетона при растяжении не зависит от его анизотропии, а также от масштабного фактора. Масштабный фактор на ползучесть бетона в растянутой зоне балок существенного влияния не оказывает.

Ленинградский политехнический институт  
им. М. И. Калинина

На рис. 4 приводятся экспериментальные кривые ползучести сжатой зоны балок, испытанные перпендикулярно и параллельно слоям бетонирования, имеющих разные поперечные сечения. Из этого рисунка видно, что с увеличением размеров сечения балок расхождение между кривыми ползучести уменьшается. В растянутой зоне балок четкой закономерности влияния анизотропии на ползучесть бетона в зависимости от поперечных сечения образцов выявить не удалось. По-видимому, в растянутой зоне балок масштабный фактор деформации ползучести существенного влияния не оказывает.

В [1] отмечается аналогичное явление при осевом растяжении бетонных образцов.

По результатам проведенных опытов можно прийти к выводу, что влияние анизотропии на ползучесть бетона меняется с изменением влажности; влияние анизотропии на ползучесть старого бетона сказывается в значительно большей мере, чем на ползучесть молодого бетона; с увеличением размеров поперечного сечения образца влияние анизотропии на ползучесть бетона в сжатой зоне балок уменьшается; ползучесть бетона при растяжении не зависит от его анизотропии, а также от масштабного фактора. Масштабный фактор на ползучесть бетона в растянутой зоне балок существенного влияния не оказывает.

Получено 25.IX.1966

Գ. Վ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

ԲԻՏՈՆԻ ԽՈՂՔԻ ՎՐԱ ԾՌՈՒՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ԵՎ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊԻԱՅԻ ԱԶԿԵՑՈՒԹՅԱՆ  
ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Քննարկված են բետոնի սողքի վրա ժամանակամասնակ առնչությունների ազդեցության էությունը և բետոնի կոմպլեքսային հատկությունների վրա անիզոտրոպիայի ազդեցության էությունը, բետոնի կոմպլեքսային հատկության հասակից, լարման մեծությանից և մասշտաբային պարամետրից՝ նշվում է, որ անիզոտրոպիայի ազդեցությունը սեղմված ու ձգված պոտենցիալի վրա հետևում է նույն այն օրինաչափություններին, ինչ ավելի վաղ բացահայտված է այլ հետազոտողների կողմից բետոնի փորձանմուշների առանցքային սեղմման ու առանցքային ձգման ժամանակ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Արաբչյան Կ. Ս.* Экспериментальное исследование ползучести бетона (автореферат докторской диссертации). Ереван, 1966.
2. *Սարգսյան Կ. Ե.* Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений. М., 1963.

## СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

В. М. МОСКВИН, В. Г. НЕРСЕСЯН

О ПРОНИЦАЕМОСТИ НАГРУЖЕННОГО БЕТОНА  
НА ПРИРОДНЫХ ЛЕГКИХ ЗАПОЛНИТЕЛЯХ

Многообразие условий, в которых эксплуатируются бетонные и железобетонные конструкции, требуют внимательного рассмотрения всех факторов, обуславливающих их долговечность в агрессивной среде, а также глубину, на которую проникают агрессивно действующие вещества, скорость и размер деструктивных процессов, вызванные процессами коррозии бетона. При этом, обязательно должно быть учтено напряженное состояние конструкций, которые должны быть защищены от разрушительных воздействий внешней среды, так как бетон всегда находится в напряженном состоянии, вызванном приложением нагрузок или предварительным натяжением арматуры. Напряженное состояние и соответствующие деформации вызывают либо «уплотнение» структуры при сжатии, либо «разуплотнение» ее при растяжении. При адсорбционно-активной коррозионной среде растягивающие напряжения, вызывающие раскрытие микротрещин и щелей, способствуют процессам взаимодействия среды и бетона, а сжимающие напряжения, наоборот, замедляют их.

В ряде работ (например, [1]) указывается, что скорость коррозии материалов и, особенно, бетона зависит от характера и степени их напряженного и деформированного состояния, которые влияют: на условия протекания коррозионных процессов у поверхности твердого тела, на интенсивность обмена между материалом и средой, на появление и развитие в нагруженном материале трещин, приводящих к его разрушению. Причем, следует иметь в виду не только видимые раскрытые трещины, свидетельствующие о прошедшем разрушении, но и микротрещины, с которых начинается и которыми, главным образом, характеризуется процесс разрушения и разрыва. Однако, указанное обстоятельство в последнее время учитывалось лишь при изучении стойкости тяжелых бетонов, а для легких бетонов подобные исследования отсутствуют. С целью изучения этого вопроса впервые были проведены эксперименты по исследованию проницаемости нагруженного легкого бетона на естественных заполнителях методом люминесцентного анализа.

Применяемые в современном строительстве легкие бетоны, чрезвычайно разнообразны по своим свойствам, способам приготовления и используемым для их получения материалам. Показатели проницаемости этих бетонов зависят от капиллярно-пористой структуры заполнителей,

от плотности контактного слоя между заполнителем и цементным камнем, а также от плотности цементно-песчаного раствора.

Бетон, представляющий собой гетерогенное капиллярно-пористое тело, в зависимости от плотности структуры обладает различной степенью проницаемости. Обычно применяемые методы определения этой характеристики недостаточно выявляют картину проницаемости бетона, т. к. газ или вода проникает по системе сообщающихся между собой более крупных пор и каналов, а не по сплошному сечению образцов. Поэтому случайное наличие одного какого-либо канала может резко увеличить «среднюю» проницаемость образца, которая совершенно не характеризует общей структуры бетона, необходимой при изучении развития процессов коррозии. Для изучения влияния напряженного состояния на проницаемость бетона, а также для выявления характера проникания жидкости нами применен метод люминесцирующих индикаторов. Этот метод основан на явлении фотолюминесценции флуоресцирующих растворов [2].

Напряженное состояние в образцах создавалось на специально сконструированной рычажной установке. Балочки из бетона размером  $4 \times 4 \times 16$  см устанавливались на опоры, помещенные в ванне. С помощью рычага, на конце которого подвешен груз, эти балочки нагружались игибающей нагрузкой, составляющей определенную долю от предела прочности при изгибе.

Определение проницаемости бетонов производилось следующим образом: исследуемые образцы погружались в раствор люминофора на определенное время, причем, чтобы пропитка осуществлялась только через сжатую (верхнюю) и растянутую (нижнюю) участки, боковые грани образцов парафинировались; затем они вынимались, раскалывались в средней части и просматривались на люминесцентной установке; под действием фильтрованного ультрафиолетового света область, пропитанная светящимся составом, начинает флуоресцировать. Измерив глубину пропитанной зоны бетонов различных составов, можно судить об их сравнительной проницаемости. Если образец непроницаем и люминофор через него в толщу материала не проник, свечения не будет. Если же люминофор беспрепятственно проникает в толщу материала, то наблюдается характерная для флуоресценции зеленая окраска, что свидетельствует о сквозной его проницаемости. Светящийся состав приготавлился путем растворения 1 г/л флуоресцина в 5%-ном растворе едкого натра.

Для изучения проницаемости бетонов в качестве объектов исследования были использованы образцы бетонов повышенной плотности на природных легких заполнителях (литонидная пемза, ахтанакский туф, приндская пемза), изготовленные на портландцементе марки 500 при одинаковых расходах цемента и одинаковой консистенции. Исследования проводились также над тяжелым бетоном на базальтовом щебне и кварцевом речном песке, взятым в качестве эталона. Все образцы до начала испытаний находились в совершенно одинаковых условиях. При этом

Таблица 1

Сравнительные характеристики испытанных бетонов на различных  
естественных заполнителях

№ п.п.	Наименование вида бетона	Расход цемента в кг/м <sup>3</sup>	Объемный вес в кг/м <sup>3</sup>	Кубиков. прочность месячного возраста в кгс/см <sup>2</sup>	Степень загрузки и доля от $R_{пр}$	Средняя высота фронта пропитки в мм	
						сжатая зона	растяг. зона
1	Тяжелый бетон	290	2220	216	0	12,0	12,0
		350	2240	282	0	8,5	8,5
					0,25	8,5	8,5
					0,50	7,0	9,0
0,75	6,5	11,0					
2	Бетон на лусанской антоидной пемзе	295	1590	155	0	13,0	13,0
		350	1626	216	0,5	11,0	15,0
					0	8,0	6,0
					0,25	8,0	8,0
					0,50	6,0	9,0
					0,75	6,0	10,0
395	1630	238	0	7,0	7,0		
0,5	7,0	6,0					
3	Бетон на алтанакском туфе	293	1950	216	0	12,0	12,0
		350	1980	274	0	10,0	10,0
					0,5	8,0	12,0
4	Бетон на иридакской пемзе	350	1050	70	0	60,0	60,0

Примечание 1. Объемный вес бетонов определялся в воздушно-сухом состоянии образцов.

выдерживался равный для всех партий срок твердения. В силу этого показатели проницаемости отдельных составов бетонов могут быть сравнимы между собой, характеризуя преимущества одного состава перед другим.

Проницаемость бетонов изучалась на ненагруженных и нагруженных образцах при напряжении, равном 0,25; 0,5; 0,75 от предела прочности растяжения при изгибе. Из значений, полученных для четырех близнецов, вычислялась средняя зона (высота) фронта пропитки. Результаты испытаний приведены в табл. 1. Как видно из таблицы, проницаемость легких бетонов на некоторых заполнителях, характеризующихся мелкопористостью и высокой проницаемостью, может быть и выше и ниже, чем в тяжелом бетоне. Этому способствует образование в легком бетоне уплотненного цементного камня в контактином слое с заполнителем, вследствие абсорбции пористыми заполнителями цементного теста. Имеет значение также повышенное содержание пылевидных

частиц в природных легких заполнителях, как бы уплотняющих цементно-песчаный раствор. Из приведенных экспериментальных данных также следует, что с уменьшением расхода цемента высота фронта проникновения увеличивается. Это объясняется не только ростом общего количества каналов, по которым проникает люминофор, но и увеличением доли крупных каналов, размеры которых допускают движение по ним крупных молекул красителя.

Представляют интерес результаты, полученные на образцах, испытывавшихся в напряженном состоянии. Проведенные эксперименты показывают, что проницаемость ненагруженного бетона меньше проницаемости растянутой зоны нагруженного бетона и больше — сжатой зоны бетона.

Влияние напряженного состояния на проницаемость частично может быть объяснено изменением размеров пор и капилляров бетона под нагрузкой. Напряжения сжатия уменьшают сечения пор и уплотняют структуру бетона. Увеличение проницаемости под влиянием растягивающих напряжений обуславливается понижением плотности бетона, вследствие возникновения и развития в бетоне системы микротрещин.

Существенное влияние на проницаемость бетона оказывает вид и степень его напряженного состояния, в особенности для менее плотных бетонов. Из приведенных в табл. 1 данных следует предполагать, что существуют некоторые критические напряжения, ниже которых влияние напряженного состояния на проницаемость бетона становится малозаметным. Эти пределы напряжений являются величиной переменной, зависящей от конкретных условий испытания — состава и возраста бетона и других факторов. В данном случае такой границей явилось напряжение, составляющее 25—30% от предела прочности образцов при изгибе, как для легкого, так и для тяжелого бетона. Дальнейшее увеличение напряжений растяжения приводит к повышению глубины проникания жидкости вследствие возникновения и развития микротрещин, а также увеличения размеров пор. Напряжения сжатия действуют противоположным образом и понижают проницаемость бетона. Таким образом, основным фактором, обуславливающим увеличение проницаемости нагруженного бетона, являются растягивающие усилия в нем. Что же касается влияния сжимающих усилий, то проницаемость будет в какой-то степени зависеть от величины вызываемых ими поперечных напряжений растяжения.

Исследование проницаемости методом люминесцентного анализа проводилось также, как уже указывалось, для выявления пути продвижения жидкости через толщу бетона на различных природных заполнителях. С этой целью образцы, парафинированные по боковым граням, ставились на капиллярный подсос в раствор люминофора в течение 24 часов. Из замера светящейся зоны образцов следует, что жидкость проникает в толщу бетона, в основном, по цементному камню, минуя заполнитель. По-видимому, это обуславливается образованием уплотненной цементной корки вокруг пористого заполнителя, которая закупори-

вают капиллярные ходы на его поверхности и тем самым капиллярные поры крупного заполнителя становятся труднодоступными для проникновения люминофора, а возможно, также и тем, что размер пор в заполнителе имеет больший диаметр, чем поры в цементном камне. При исследовании легких бетонов на заполнителях, характеризующихся весьма высокой степенью проницаемости (кармрашенский шлак, приндская пемза), люминофор беспрепятственно проникает в толщу образцов и наблюдается свечение по всему сечению, что свидетельствует о сквозной их проницаемости.

### В ы в о д ы

1. Напряженное состояние легкого бетона существенно влияет на его проницаемость. Растягивающие напряжения при изгибе увеличивают глубину проникания жидкости, в то время как сжатие приводит к понижению проницаемости.

2. Существуют некоторые критические напряжения изгиба, ниже которых проницаемость нагруженного и ненагруженного бетона становится практически одинаковой. В наших экспериментах величина этих напряжений составляла примерно 25% от предела прочности при изгибе.

3. В бетонах на некоторых природных легких заполнителях (ахтанакский туф, литондкая пемза) высота фронта пропитки люминофора мало отличается от таковой для тяжелого бетона. При этом жидкость проникает в толщу бетона в основном по цементному камню, минуя заполнитель.

Настоящие исследования по проницаемости нагруженного бетона на природных легких заполнителях методом люминесцирующих индикаторов были проведены в 1966—1967 гг. в Лаборатории долговечности легкого бетона и железобетона (руков. канд. техн. наук В. М. Худавердян) Армянского научно-исследовательского института строительных материалов и сооружений.

АНСМ

Поступило 1.X.1968.

Վ. Մ. ՄՈՍԿՎԻՆ, Վ. Գ. ՆԵՐՍԻԱՅԱՆ

ԲՆԱՊԱՆ ԹԵՐԹԻՎ ԼՏԻԶՆԵՐՈՎ ՊԱՏՐԱՍՏՎԱԾ ԲԵՌՆԱՎՈՐՎԱՆ ԲԵՏՈՆԻ  
ԹԱՓԱՆԳԵԼԻՈՒԹՅԱՆ ԼԱՎՈՐԻ

### Ո Ւ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Ինքզիքը են բնական թեթև լուծվող պատրաստված բեռնավորված բետոնի թափանցելիության և բարդերիմենտալ հետազոտությունների արդյունքները: Պարզված է, որ թեթև բետոնի լարվածաչին վիճակը Լապես աղղում է նրա թափանցելիության վրա: Չորը լարումները խորացնում են հեղուկի թափանցելիությունը:

փանցելիությունը, մինչդեռ սեղմումը նվազեցնում է այն նշվում է, որ որոշ թևքն լցիչներով պատրաստված բետոններ իրենց ֆափանցելիության աստիճանով բիշ են տարրերվում ծանր բետոնից. ըստ սրում հեղուկը բետոնի խորքն է թափանցում, հիմնականում, ցեմենտաբարի միջով՝ շրջանցելով ցիւրը:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Москвин В. М., Подвальный А. М. Исследование коррозионных процессов в нагруженном бетоне. Известия АСИА СССР, вып. 4, 1962
2. Левшин В. Л. Люминесценция и ее технические применения. Изд. АН СССР, 1956.

МЕТАЛЛОВЕДЕНИЕ

А. И. ШЛЯНКЕВИЧ, Г. К. АБРАМЯН

ПОЛУЧЕНИЕ ТОНКИХ ПЛЕНОК СПЛАВА  
 Cu—Ti ВАКУУМНЫМ НАПЫЛЕНИЕМ

Тонкие пленки металлов и сплавов находят все большее применение в целом ряде областей техники: в микрорадиоэлектронике, в электротехнике при создании новых контактных материалов, в материаловедении для создания композитных материалов, в качестве декоративных и защитных покрытий и др. Кроме того, тонкие пленки являются удобными объектами для металлофизических исследований с помощью таких современных методов, как электронная микроскопия и электронография.

Одним из наиболее распространенных методов получения тонких пленок металлов является вакуумное напыление. Получение этим способом сплавов заданного состава является весьма сложной задачей, так как при испарении массивного образца за счет разных парциальных давлений, а следовательно, разных скоростей испарения происходит частичное или полное фракционирование сплава. Поэтому использование вакуумного испарения сплава для получения пленок заданного состава ограничено небольшим количеством сплавов, не подверженных нежелательному разложению на компоненты в процессе испарения (например, Al—Cu, Sn, Cu нихром, хромель [1]). Для получения пленок сплавов, компоненты которых имеют сильно различающиеся давления паров, может быть применен метод одновременного испарения компонент из отдельных испарителей [2]. Однако, для обеспечения заданного сплава необходимо контролировать условия напыления, поддерживая в течение всего процесса требуемое соотношение атомов компонентов в потоке, падающем на поверхность осаждения. В настоящей работе изучалась возможность получения указанным способом тонких пленок сплава Cu—Ti.

1. Для получения двухкомпонентного сплава с весовым соотношением компонентов  $P_1$  и  $P_2$  необходимо знать соответствующие скорости конденсации  $v_{k_1}$  и  $v_{k_2}$  на поверхности осаждения:

$$v_{k_1} = \frac{P_1}{t_1} \quad \text{и} \quad v_{k_2} = \frac{P_2}{t_2}, \quad (1)$$

где  $t$  — время испарения.

Очевидно, что однородной по составу пленка будет при выполнении двух условий:  $v_k = \text{const}$ ;  $t_1 = t_2$ .

Из второго условия следует, что

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{v_k}{v_{k1}} \quad (2)$$

Скорость конденсации, т. е. вес конденсирующегося за единицу времени вещества, зависит от скорости испарения  $v_{k1}$ , от площади конденсирующей поверхности  $S$  и ее расстояния до испарителя  $R$ , а также от коэффициента конденсации  $\alpha$ .

Нетрудно показать, что эта зависимость выражается формулой

$$v_k = \frac{v_{k1} \cdot S \cdot \alpha}{4\pi \cdot R^2} \quad (3)$$

в предположении, что точечный испаритель со сферической эмиссионной характеристикой удален от поверхности конденсации на расстоянии, значительно превышающее линейные размеры пленки.

Подставляя (3) в (2) и считая  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ , имеем:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{v_{k1}}{v_{k2}} \cdot \frac{R_2^2}{R_1^2} \quad (4)$$

Из формулы (4) видно, что состав сплава может регулироваться изменением как скорости испарения, так и расстояния между испарителем и конденсатом. Имеющиеся в литературе данные по скоростям испарения различных веществ в вакууме не могут быть непосредственно использованы для расчета по формуле (4), так как они относятся, как правило, к единице поверхности испаряемого вещества, которое в процессе испарения непрерывно изменяется. Кроме того, отсутствуют достаточно надежные сведения по температурной зависимости скоростей испарения, что не позволяет изменять заданным образом эту величину. В связи с этим нами было проведено экспериментальное определение скоростей испарения для меди и титана и исследована их зависимость от температуры испарения.

2. В качестве исходных материалов был использован подвидный титан и медь марки МО. Медь и титан испарялись из конических испарителей, изготовленных из вольфрамовой проволоки 0,5 мм, при давлении  $5 \cdot 10^{-6}$  мм рт. ст. В качестве поверхности конденсации служили обезжиренные покровные стекла размером  $22 \times 22$  мм. Вес напыленной пленки  $P$  определялся по разности весов до и после напыления на микроаналитических весах ВМ-1 с точностью  $\pm 5 \cdot 10^{-6}$  г. Температура испарителя определялась оптическим пирометром ОИПир-09. По известному весу пленки и времени испарения рассчитывалась скорость конденсации  $v_k$ , которая по (3) затем пересчитывалась в скорость испарения. В связи с тем, что конический испаритель не является точечным и его эмиссионная характеристика отличается от сферической [3], полученное по формуле (3) значение  $v_{k1}$  является условным, приведенным к условиям точечного испарителя. Величина приведенной скорости  $v_k$  характеризует скорость испарения

из точечного испарителя, который, находясь на расстоянии  $R$  от конденсата, обеспечивает ту же скорость конденсации, что и реализуемая в данных экспериментальных условиях.

Графический анализ полученных зависимостей  $V_n = f(T)$  показал, что они достаточно точно аппроксимируются уравнением типа

$$V_n = A \cdot \exp\left(-\frac{B}{T}\right).$$

Для меди  $A = 4,08 \cdot 10^{-2}$  г/сек;  $B = 9600$  К;

для титана  $A = 1,7 \cdot 10^3$  г/сек;  $B = 51800$  К.

Полученные данные были использованы для напыления медно-титанового сплава с 5% титана по весу. Испарение меди велось при температуре 1920° С ( $V_n = 5,97 \cdot 10^{-1}$  г/сек); испарение титана — при 2050° С ( $V_n = 0,28 \cdot 10^{-1}$  г/сек). Время испарения составляло 16 сек. при этом образовывалась пленка толщиной порядка 150 Å. Напыленные на угольную подложку пленки исследовались с помощью электронного микроскопа ПЕМ-6А в режиме дифракции и изображения. В качестве эталона, необходимого для надежного определения параметра кристаллической решетки сплава, использовалась медь, напыленная в тех же условиях на угольную подложку.

3. Как видно из приведенной на рис. 1 электронной микрофотографии, пленка сплава имеет мелкокристаллическую структуру и соответствующая ей электронограмма (рис. 2) имеет вид четких Де-



Рис. 1. Электронная микрофотография напыленной пленки сплава  $\text{Cu}-5\%$  Ti  $\times 13000$ .

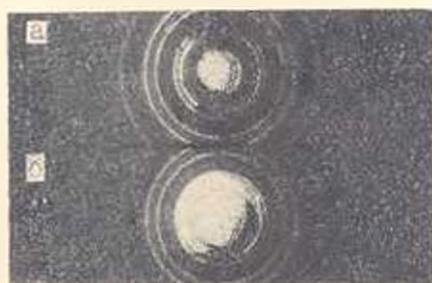


Рис. 2. Электронограммы напыленных пленок: а) медь, б) сплав  $\text{Cu}-5\%$  Ti.

бай-шереровских колец, типичных для поликристаллического образца. В табл. 1 приведены результаты расчета электронограммы сплава  $\text{Cu}-5\%$  Ti.

Анализ приведенных в таблице данных показывает, что большинство линий на электронограмме (за исключением линий 1 и 4) могут быть отнесены к гранецентрированной кубической решетке с периодом  $a = 3,623$  Å. Тот факт, что полученное значение периода превышает величину периода кристаллической решетки эталонной меди  $a = 3,615$  Å укладывает, что пленка представляет собой твердый

Таблица 1

Результаты расчета электронограммы напыленной пленки сплава  $\text{Cu}-5\% \text{Ti}$ 

Экспериментальные данные				Литературные данные [4]									
№ линии	$\lambda, \text{Å}$	Интенсивность $J$	$d_{\text{пл}}$	Cu		Ti		$\text{Cu}_2\text{O}$					
				$\lambda$	$J$	$\lambda$	$J$	$\lambda$	$J$				
1	2,44	сл.	—	—	—	2,56	40	3,00	3				
				—	—	2,34	40	2,45	100				
				—	—	2,24	100	—	—				
2	2,09	о. сл.	111	2,08	100	—	—	2,12	31				
				3	1,812	с	200	1,81	53	1,78	40		
				4	1,49	сл.	—	—	1,48	40	1,51	41	
				5	1,281	сп.	220	1,277	33	1,336	50	1,283	31
								—	—	1,249	40	—	—
6	1,093	сп.	311	—	—	1,233	30	1,228	5				
				—	—	1,176	10	—	—				
				—	—	1,125	10	—	—				
				7	1,046	сл.	222	1,089	33	1,065	20	1,065	3
				—	—	1,043	9	—	—	—	—		
8	0,831	сл.	331	—	—	0,989	30	0,977	3				
				—	—	0,942	30	0,959	3				
				—	—	0,905	3	0,917	3				
9	0,810	сл.	420	—	—	—	—	—					
10	0,739	о. сл.	422	—	—	—	—	—					
11	0,697	о. сл.	333	—	—	—	—	—					
12	0,162	о. сл.	531	—	—	—	—	—					

раствор титана и меди. Об этом же свидетельствует отсутствие на электронограммах линий титана.

Интересно отметить, что согласно литературным данным растворение 5% по весу титана в меди увеличивает период ее решетки на  $0,011 \text{ Å}$  [5]. Таким образом, установленное нами значение периода решетки  $a = 3,623 \text{ Å}$  указывает, во-первых, что пленка представляет собой метастабильный пересыщенный твердый раствор, и, во-вторых, что концентрация титана в растворе близка к заданной условиями напыления. Дополнительные, не относящиеся к ГЦК-структуре, слабые линии с межплоскостными расстояниями 2,44 и 1,49 Å могут быть, по-видимому, приписаны закиси меди  $\text{Cu}_2\text{O}$ , которая могла образоваться либо в процессе напыления, либо в результате частичного окисления напыленной пленки на воздухе. Следует заметить, что эти линии присутствуют и на эталонной электронограмме от меди (рис. 2).

По результатам проведенных исследований могут быть сделаны следующие выводы:

1. Предложена методика расчета и получения тонких пленок заданного состава при одновременном испарении компонентов из двух источников.

2. Экспериментально определены приведенные скорости испарения меди и титана в условиях вакуумного напыления и получены

уравнения, описывающие зависимости скорости испарения от температуры.

3. Нанесенные тонкие пленки представляют собой метастабильный твердый раствор титана и меди, образовавшийся в результате „закалки пара“ на подложке.

4. Определенное значение параметра раствора  $\alpha = 3.623 \text{ \AA}$  указывает на значение концентрации растворенного титана, близкое к заданной условиям нанесения величине (5 вес. %).

Институт проблем материаловедения  
АН УССР

Поступило 30.IV.1968.

Ա. Ն. ԳՈՂՅՈՒՆՅԱՔԻՉ, Զ. Կ. ԱԲՐԱՅԱՆ

Сu—Ti ԹԻՆԷՍԱԼՎԱԾՔԻ ԲԱՐՈՎ ԹՈՂԱՆՔՆԵՐԻ ՍՏՆՑՈՒՄ ՎԱԿՈՒՈՒՄԻՈՒՄ  
ՓՈՇԵՆՍԵՑՈՒՄՈՎ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. լ. մ.

Մշակված է արված բազադրոթյան միաձալվածքի բարակ թաղանթների ստացման մեթոդիկա՝ բազադրամաները երկու ազդյուններից միաժամանակյա զոլորչիացման եղանակով: Փորձնական եղանակով որոշված են պղնձի ու տիտանի զոլորչիացման բերված արագությունները վակուումում փոշենսանցման պայմաններում և ստացված են զոլորչիացման արագության ու ջերմաստիճանի միջև կապ հաստատող հավասարումներ: Էլեկտրոնագրաֆիայի մեթոդով բազաձալված է, որ վակուումում փոշենսանցումով ստացված պղնձատիտանային միաձալվածքի թաղանթը իրենից ներկայացնում է տիտանը պղնձի մեջ հաղեցած անկայուն կարծր լուծույթ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Холзена Э. Нанесение тонких пленок в вакууме Госэнергоиздат, 1963.
2. Слущкая В. В. Тонкие пленки в технике сверхвысоких частот. Госэнергоиздат, 1962.
3. Ильянцевич А. Н., Стоянова И. Г. Биофизика, т. 8, № 1, 1963.
4. Миркин Л. И. Справочник по рентгеноструктурному анализу полукристаллов. Физматгиз, 1962.
5. Еременко В. И. Титан и его сплавы. Изд. АН УССР, Киев, 1960.

ТЕПЛОТЕХНИКА

Մ. Մ. ՄԱՐԿՕՅԱՆ, Կ. Դ. ՕԳԱՆԵՅԱՆ

К РАСЧЕТУ ВРЕМЕНИ ВУЛКАНИЗАЦИИ КАБЕЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЙ С ИЗОЛЯЦИЕЙ ИЗ ВУЛКАНИЗИРУЮЩЕГОСЯ ПОЛИЭТИЛЕНА

В статье рассматривается вопрос определения оптимального времени вулканизации кабельных изделий из вулканизирующегося полиэтилена. Качество этого материала в готовом изделии зависит не только от правильного подбора технологии обработки в соответствии с его реологическими свойствами, но и от правильного выбора режима вулканизации. Согласно [1] вулканизация полиэтилена органической перекисью дикумила происходит по свободнорадикальному механизму. Образование этих радикалов является реакцией первого порядка, зависящей только от температуры. При 148,2°С с учетом четырехкратного периода полураспада, оптимальное время вулканизации составляет 45 мин, при 180°С — 2,4 мин, а при 200°С и выше перекись разлагается в течение нескольких секунд. В последнем случае время вулканизации кабелей эквивалентно времени прогрева изоляционного слоя. В общем случае действительное время оптимальной вулканизации полиэтилена перекисью дикумила определяется выражением:

$$t = t_p + 4t_{1/2} \quad (1)$$

где

$t_p$  — время нагрева вулканизируемого слоя до соответствующей температуры, определяемое расчетным путем;

$t_{1/2}$  — время полураспада перекиси дикумила при соответствующей температуре.

Как известно, прогрев кабеля на АИВ происходит насыщенным паром при его прохождении через вулканизационную трубу. При этом термодинамические условия теплообмена таковы, что нагрев происходит при граничных условиях первого рода, то есть температура нагреваемой поверхности изоляции принимается равной температуре пара [2]. Подобные условия теплообмена создаются также при вулканизации в среде жидких теплоносителей, применение которых стало возможным после создания АИВ с вертикально-расположенной вулканизационной камерой (ВАИВ).

В ВАИВ в качестве жидкого теплоносителя применяются высокотемпературные органические теплоносители, в частности диэтиленгликоль. Термодинамические параметры ее таковы, что легко соз-

даются условия теплообмена турбулентного режима течения и следовательно, режим теплообмена соответствует принятым условиям первого рода. В этом случае температура нагреваемой поверхности изоляционного слоя принимается равной средней температуре потока теплоносителя. Поэтому, нижеприводимые результаты расчета равным образом можно отнести к обоим случаям вулканизации. Пренебрегая потерями теплоты через теплоизолированную стенку вулканизационной трубы можно принять, что прогрев кабеля при этом происходит в квазистационарных условиях нагрева.

Согласно теории нестационарной теплопередачи для расчета времени прогрева — изоляционного слоя можно применить одномерное дифференциальное уравнение в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial z}{\partial r} \right), \quad (2)$$

где  $a$  — коэффициент температуропроводности изоляции кабеля.

Решение (2) выраженного через ряд с функциями Бесселя имеет следующий вид:

$$\theta_{r,z} = \theta_a \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 J_1(m_i)}{m_i [J_0'(m_i) + J_1'(m_i)]} I_0 \left( m_i \frac{r}{k} \right) e^{-m_i^2 F_0}, \quad (3)$$

где

$\theta_{r,z} = t_a - t_{r,z}$  — разность температуры среды и искомого слоя изоляции в °С;

$\theta_a = t_c - t_n$  — разность температуры среды и поверхности изоляционного слоя кабеля после выхода из головки шприцпресса в °С;

$J_0(m_i)$  и  $J_1(m_i)$  — функций Бесселя первого рода и первого порядка;

$m_i$  — корни характеристического уравнения;

$r$  и  $R$  — соответственно внутренний и внешний радиусы изоляционного слоя в мм;

$F_0 = \frac{a \tau}{R^2}$  — критерий Фурье;

$a = 0,41 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{час}}$  — коэффициент температуропроводности полиэтилена;

$\tau$  — время в часах.

Для тел цилиндрической формы „ $m$ “ определяется из характеристического уравнения:

$$m \frac{J_1(m)}{J_0(m)} = B_i, \quad (4)$$

где

$B_i = \frac{h_i}{\lambda_n} R$  — критерий Био;

$\alpha_i$  — коэффициент теплоотдачи нагревающей среды в  $\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot ^\circ\text{C}}$ ;

$\lambda_0 = 0,21 \frac{\text{ккал}}{\text{м} \cdot \text{ч} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплопроводности вулканизирующего полиэтилена.

При граничных условиях первого рода теплопередачи соответствует большое значение  $\alpha_i$  и маленькое значение  $\lambda_0$ , поэтому критерий  $B_i \gg 1$ . Следовательно, из уравнения (4) получим —

$$J_0(m) \approx 0. \quad (5)$$

Учитывая (5), уравнение (3) принимает следующий вид:

$$\frac{\theta_{r, z}}{\theta_a} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 J_0\left(m_i \frac{r}{R}\right)}{m_i J_1(m_i)} e^{-m_i^2 F_i} \quad (6)$$

Определение времени вулканизации в зависимости от геометрического фактора —  $r/R$  связано с большими трудностями. Однако в пределах

$$0,36 \leq \frac{r}{R} \leq 0,83, \quad (7)$$

которые соответствуют изолированным жилам с сечением 0,75–300 мм<sup>2</sup>, значения критерий Фурье получаются в таких пределах, что при определении времени вулканизации достаточно учесть только первый член суммы формулы (6):

$$\frac{\theta_{r, z}}{\theta_a} = \frac{2 J_0\left(m_1 \frac{r}{R}\right)}{m_1 J_1(m_1)} e^{-m_1^2 F_i} \quad (8)$$

Подставляя значение  $F_i = \frac{a^2 \tau}{R^2}$  в (8) получим выражение времени нагрева изолированного провода

$$\tau = \frac{R^2}{m_1^2 a} \ln \frac{2 J_0\left(m_1 \frac{r}{R}\right)}{m_1 J_1(m_1)} \cdot \frac{\theta_a}{\theta_{r, z}} \quad (9)$$

Подставляя в выражение (9) значения  $a$  и  $m$  для провода с изоляцией из вулканизирующегося полиэтилена неплавленой смеси, получим расчетное время нагрева

$$\tau_p = 6 \cdot 10^{-2} R^2 \lg 1,6 \cdot J_0\left(2,405 \cdot \frac{r}{R}\right) \frac{\theta_a}{\theta_{r, z}} \quad (10)$$

где

$\tau_p$  — расчетное время нагрева кабеля в мин;  $R$  — радиус по изоляции в мм.

Время добавочной вулканизации в охлаждающем устройстве согласно [3] составляет 20% от общего времени вулканизации. Поэто-

Таблица 1

Время вулканизации кабеля с изоляцией из неплавящегося вулканизующегося полиэтилена

Номинальное сечение жилы, (мм <sup>2</sup> )	Диам. жилы, (мм)	Диам. провода, (мм)	$R$ (мм)	$\frac{r}{R}$	$\lambda \left( m, \frac{r}{R} \right)$	$t_{\Sigma} = 180^{\circ}C, t_{\Sigma_{170}} = 170^{\circ}C, t_{\Sigma} = 120^{\circ}C$			$t_{\Sigma} = 200^{\circ}C, t_{\Sigma_{180}} = 180^{\circ}C, t_{\Sigma} = 120^{\circ}C$			
						$t_{170} = 1,5 \text{ мин} \frac{\eta_{170}}{\eta_{120}} = 6$			$t_{180} = 0,6 \text{ мин} \frac{\eta_{180}}{\eta_{120}} = 4$			
						$\bar{t}_p$ (мин)	$\bar{t}_R = \bar{t}_p \cdot 4^{-170}$ (мин)	$\bar{t}_B = 0,8 \bar{t}_R$ мин	$\bar{t}_p$ мин	$\bar{t}_R$	$\bar{t}_p \cdot 4^{-180}$ мин	$\bar{t}_B = 0,8 \bar{t}_R$ мин
0,75	1,11	3,1	1,55	0,358	0,826	0,130	7,33	5,70	0,075	2,48	2,0	
1,0	1,25	3,3	1,65	0,379	0,808	0,145	7,31	5,70	0,083	2,48	2,0	
1,5	1,56	3,6	1,80	0,434	0,740	0,165	7,36	5,80	0,11	2,51	2,0	
25	2,05	4,05	2,02	0,495	0,670	0,200	7,40	5,80	0,16	2,55	2,02	
4,0	2,6	4,6	2,30	0,565	0,590	0,235	7,43	5,95	0,17	2,57	2,05	
6	3,2	5,2	2,60	0,615	0,520	0,280	7,48	6,0	0,21	2,61	2,08	
10	4,1	6,5	3,25	0,630	0,500	0,430	7,63	6,10	0,31	2,70	2,16	
16	5,76	8,16	4,08	0,706	0,394	0,535	7,75	6,20	0,40	2,80	2,24	
25	7,67	10,47	5,24	0,737	0,340	0,850	8,05	6,45	0,54	2,94	2,36	
35	8,7	11,5	5,75	0,756	0,320	0,965	8,16	6,54	0,61	3,0	2,48	
50	9,6	12,8	6,40	0,750	0,320	1,200	8,40	6,73	0,76	3,16	2,53	
70	10,2	13,4	6,70	0,763	0,300	1,24	8,44	6,77	0,79	3,26	2,56	
95	12,55	16,15	8,10	0,777	0,290	1,76	8,96	7,16	1,05	3,45	2,76	
120	15,96	19,16	9,60	0,830	0,244	2,04	9,24	7,40	1,08	3,50	2,80	
150	18,09	11,0	11,0	0,820	0,260	2,88	10,08	8,00	1,60	4,0	3,20	
185	19,92	24,38	12,20	0,820	0,260	3,50	10,70	8,55	1,96	4,56	3,66	
240	22,95	27,77	13,85	0,828	0,246	4,20	10,40	9,10	2,26	4,66	3,74	
300	26,14	31,34	15,67	0,830	0,244	5,50	11,70	10,00	2,90	5,30	4,21	

\*  $t_{170}$  и  $t_{180}$  — время полуразпада перекиси дисульфидов соответственно при 170° и 180°С.

Таблица 2

Время вулканизации силовых кабелей с изоляцией из вулканизирующего полиэтилена

Номинальное сечение жилы, (мм <sup>2</sup> )	Диаметр жилы, (мм)	Диаметр изолированной жилы, (мм)	R (мм)	$\frac{r}{R}$	$J_0\left(m_1 \frac{r}{R}\right)$	$t_p = 180^\circ \text{C} \quad t_{c.} = 170^\circ \text{C} \quad t_n = 120^\circ \text{C}$			$t_p = 200^\circ \text{C} \quad t_{c.} = 180^\circ \text{C} \quad t_n = 120^\circ \text{C}$		
						$\tau_{170} = 1,8 \text{ мин} \quad \frac{\theta_{170}}{\theta_{c.}} = 6$			$\tau_{180} = 0,6 \text{ мин} \quad \frac{\theta_{180}}{\theta_{c.}} = 4$		
						$\tau_p$ мин	$\tau_b = \tau_p + 4 \tau_{170}$ мин	$\tau_b = 0,8 \tau_p$ мин	$\tau_p$ мин	$\tau_b = \tau_p + 4 \tau_{180}$ мин	$\tau_b = 0,8 \tau_p$ мин
16	4,5	10,5	5,25	0,43	0,750	1,41	8,61	6,8	1,12	3,52	2,82
25	6,39	12,39	6,20	0,515	0,652	1,83	9,03	7,2	1,43	3,83	3,14
35	7,47	13,47	6,73	0,555	0,600	2,03	9,23	7,4	1,57	4,17	3,34
50	9,05	15,05	7,50	0,600	0,540	2,13	9,63	7,7	1,83	4,23	3,38
70	10,65	16,65	8,37	0,630	0,500	3,18	10,38	8,3	2,12	4,52	3,62
95	12,45	18,45	9,22	0,675	0,440	3,20	10,40	8,3	2,28	4,68	3,74
120	14,07	20,07	10,03	0,680	0,450	3,81	11,04	8,7	2,42	4,82	3,86

му окончательное время вулканизации определяется следующим выражением:

$$\tau_b = 0,8 \tau_g'$$

В таблицах 1 и 2 приведены результаты расчета времени вулканизации соответственно проводов и силовых кабелей.

### В ы в о д ы

1. В отличие от методики расчета времени вулканизации резиновых кабельных изделий с учетом плато вулканизации, предлагается упрощенная методика расчета времени вулканизации изделий из полиэтилена с учетом времени полураспада перекиси дикумила при его вулканизации.

2. Приводятся значения параметров  $\frac{r}{R}$ ,  $a$ ,  $\iota$  (табл. 1, 2), облегчающие расчет времени вулканизации кабельных изделий из вулканизирующего полиэтилена.

Получено 21.XI 1967.

И. И. ПАРЧАНЯН, Ч. Г. ЗОЦАКАНОВА

### ՎՈՒԿԱՆԱԶԱՏՎՈՂ ՊՈՒԼՔԵՐԻՆԵ ՄԵԿՈՒՄԵԶՈՎ ԿԱՐԵՍՆԵՐԻ ՇԵՆՎԱՏՔՆԵՐԻ ՎՈՒԿԱՆԱՅՄԱՆ ՏԵՎՈՂՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՇՈՒՐՁԸ

#### Ս և փ և փ և ւ ւ ւ

Առաջարկված է վուկանացվող պոլիէթիլենով մեկուսացված կարելային շինվածքների օպտիմալ վուկանացման համար անհրաժեշտ տարացման տևողության հաշվարկի մեթոդ: Հաշվարկի գոյություն ունեցող մեթոդները վերաբերվում են սեփական մեկուսիչներով կարելային շինվածքներին և հիմնվում են նախնական լարորատոր փորձարկումների վրա: Ըստ սրում, վուկանացման տևողությունն ընտրելիս հաշվի չի առնվում ժամանակի անհրաժեշտ փոփոխությունը՝ կախված հաղորդչարի տրամագծից ու մեկուսիչի հաստությունից տարբեր կոնստրուկցիաներում:

Առաջարկվող մեթոդը ներառվորություն է րեձևոնում ընտրել վուկանացման համար անհրաժեշտ տարացման տևողությունը՝ հաշվի առնել հաղորդչարի տրամագիծը, մեկուսիչի հաստությունը և վուկանացնող սեղանակալի դիկտիլի պիրոքսիդի կիսատրոհման ժամանակը:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Амберг Уиллис. Химия вулканизации перекисного дикумила и журн. «Химия и технология полимеров», 1960, № 4.
2. Татарников А. А. Усовершенствование производства проводов и кабелей с резиновой изоляцией. Сборник материалов II отраслевого научно-технического совещания. М., 1964.
3. Цудаков И. И. Графоаналитический метод расчета времени вулканизации шланговых оболочек кабелей на АНВ. «Кабельная техника», Вып. 3, 10, 1957.

**Влияние формы поперечного сечения на прочность сжатых стальных стержней.** Пинаджян В. В. «Известия АН АрмССР (серия Г.Н.)», т. XXII, № 1, 1969, 3—9.

Исследуется влияние формы поперечного сечения на несущую способность вращенно сжатых стержней стальных конструкций. Следуя теории Э. Хвалла и К. Ежека, развитой в дальнейшем автором статьи, расчет сжатых стержней произвольного симметричного профиля сводится к расчету эталонного стержня умножением  $\sigma_{\text{ср}}(\sigma_{\text{ср}} — \text{относительный эксцентриситет приложения нагрузки для эталонного стержня})$  на коэффициент влияния формы сечения  $\gamma$ . В качестве эталонного принимается вращенно сжатый стержень прямоугольного сечения, с шарнирно-закрепленными концами, из идеального упруго-пластического материала, для которого получено замкнутое аналитическое решение. На основании разрешающих уравнений вращенно сжатых стержней, находящихся в упруго-пластической стадии, с помощью автоматических цифровых машин определялись численные значения функции влияния  $\gamma$  для симметричных сечений. В результате аппроксимации полученных данных предложены расчетные значения  $\gamma$  для четырех наиболее характерных типов сечений, применяемых в сжатых стержнях стальных конструкций.

Библиографии 6. Иллюстраций 6. Таблица 1.

УДК 69.033+624.025.4

**О влиянии неравенства поэтажных масс на периоды и формы свободных колебаний многоэтажных зданий.** Гороян Т. А. «Известия АН АрмССР (серия Т.Н.)», т. XXII, № 1, 1969, 10—17.

Исследовано влияние неравенства поэтажных масс на спектр частот и форму свободных колебаний многоэтажных зданий, в которых перекрытия играют роль жестких тисков. При различных расположениях одной из поэтажных масс, но величине отличной от остальных, и различных значениях отклонения ее величины рассмотрены частотные уравнения для системы со степенями свободы до 7. Установлено, что при числе степеней свободы больше 5 влиянием неравенства поэтажных масс в пределах 20—30% практически можно пренебречь и периоды и формы первых трех тонов свободных колебаний определять как для систем с равными массами на всех этажах. Отмечается, что более точные результаты получаются, когда за величину поэтажной массы принимается среднеарифметическое всех масс системы.

Библиографий 2. Иллюстраций 2. Таблиц 4.

УДК 624.042

**Поиск максимума вдоль подходящих допустимых направлений.** Аветисян Д. А. «Известия АН АрмССР (серия Т.Н.)», т. XXII, № 1, 1969, 18—22.

В случае ограничения типа неравенств, наложенных на допустимую область, непосредственное применение градиентных методов для поиска локального максимума оказывается невозможным. Направления поиска на границе допустимой области отличны от градиента максимизируемой функции и должны удовлетворять условиям допустимости, т. е. выводу в допустимую область поиска. В работе рассматриваются такие направления поиска для граничных точек, которые одновременно обеспечивают возрастание величины максимизируемой функции. Способ определения этих направлений с вычислительной точки зрения занимает промежуточное положение между проекционным градиентным методом и методом допустимых направлений.

Библиографий 5.

Оптимальное внутростанционное распределение нагрузки ГЭС методом динамического программирования. Бурначян Г. А., Шахвердян С. В. «Известия АН АрмССР (серия Т.Н.)», т. XXII, № 1, 1969, 23—27.

Излагается методика расчета оптимального внутростанционного распределения нагрузки ГЭС, когда энергетические характеристики агрегатов не монотонно-возрастающие функции. Дается алгоритм решения и программа для реализации на ЭВМ. Приводятся некоторые результаты оптимального распределения нагрузки для конкретной ГЭС, состоящей из 22 агрегатов. При заданном составе работающих агрегатов показан эффект от такого распределения по сравнению с равномерным.

Библиографий 3. Иллюстраций 2. Таблица 1.

Определение относительных перемещений звеньев четырехзвенной цепи общего вида с одной шаровой и тремя цилиндрическими парами.

Касаманян А. А. «Известия АН АрмССР (серия Т.Н.)», т. XXII, № 1, 1969, 28—35.

Излагается графо-аналитический метод определения перемещения каждого звена относительно остальных звеньев четырехзвенного пространственного механизма с тремя степенями подвижности, ведущее и ведомое звенья которого с неподвижным звеном образуют цилиндрические кинематические пары. Решение задачи состоит из следующих этапов. Из числа заданных и искоемых параметров рассматриваемого механизма выбираются и задаются новые параметры. Строятся ортогональные проекции точек кинематической схемы механизмов в новых заданных параметрах. На основе этих построений выводятся аналитические зависимости перемещений. Аналитические зависимости, полученные для данного механизма, распространяются на ряд механизмов, геометрически эквивалентных друг другу.

Библиографий 6. Иллюстраций 5.

О влиянии анизотропии на ползучесть бетона при изгибе. Вартамян Г. В. «Известия АН АрмССР (серия Т.Н.)», т. XXII, № 1, 1969, 36—41.

Приводятся результаты экспериментального исследования анизотропии бетона при изгибе в зависимости от влажности среды, возраста бетона к моменту изгиба, величины напряжения и масштабного фактора. Отмечается то влияние анизотропии на ползучесть сжатой и растянутой зон опытных образцов, которые ранее другими исследователями не отмечались. Выявлены закономерности, которые ранее другими исследователями не отмечались: при осевой сжатии и осевой растяжке бетонных образцов.

Библиографий 4. Иллюстраций 1. Таблица 3.

**О проницаемости нагруженного бетона на природных легких заполнителях.**  
Москвин В. М., Нерсесян В. Г. «Известия АН АрмССР  
(серия Т.Н.)», т. XXII, № 1, 1969, 42—47.

Приведены результаты экспериментальных исследований проницаемости нагруженного бетона на природных легких заполнителях методом люминесцирующих индикаторов. Установлено, что напряженное состояние легкого бетона увеличивает глубину проникания жидкости, при этом сжатие приводит к понижению проницаемости. Отмечается, что степень проницаемости бетона на некоторых легких заполнителях мало отличается от таковой для тяжелого бетона, при этом жидкость проникает в толщу бетона в основном по цементному камню, минуя заполнитель.

Библиографий 2. Таблица 1.

**Получение тонких пленок сплава Си — Ti вакуумным напылением.**  
Пилыкевич А. П., Абрамин Г. К. «Известия АН АрмССР  
(серия Т.Н.)», т. XXII, № 1, 1969, 48—52.

Разработана методика получения тонких пленок сплава заданного состава одновременным испарением компонентов из двух источников. Экспериментально определены приведенные скорости испарения меди и титана в условиях вакуумного напыления и получения уранилени, описывающие зависимости скорости испарения от температуры. Электрографическим методом установлено, что напыленные пленки медно-титанового сплава представляют собой метастабильный твердый раствор титана в меди.

Библиографий 5. Иллюстраций 2. Таблица 1.

**К расчету времени вулканизации кабельных изделий с изоляцией из вулканизирующегося полиэтилена.** Маркосян М. М., Оганесян К. Г.  
«Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXII, № 1, 1969, 53—58.

Предложена методика расчета оптимального времени вулканизации кабельных изделий из вулканизирующегося полиэтилена путем учета времени полураспада органической перекиси дикумила.

Библиографий 3. Таблица 2.



Բ Ի Վ Լ Լ Ն Դ Լ Կ Ի Ի Թ Յ Ը Ի Կ Ն

Շինարարական մեխանիկա

- Վ. Վ. Բինսլյուն, Հայաստան հատվածքի ձեռն ազդեցությունը պողպատե սեղմված  
ձողերի ամրության վրա . . . . . 3
- Տ. Ա. Գորոչյան, Փաղմաշարի շենքերի ազատ տատանումների պարբերությունների ու  
ձևերի վրա հարկերի մասսաների անհամարության ազդեցության վերաբերյալ . . . . . 10

Հաշվողական անխնիկա

- Ձ. Ա. Ավետիսյան, Մաքսիմումի փոխումը հարմարավոր ուղղությունների երկայնու-  
թյամբ . . . . . 18

Էներգետիկա

- Հ. Ա. Բուռնաչյան, Ս. Վ. Շանվերդյան, ՀԷԿ-ի բնօրինակ ներկայանալիս սպորմալ  
բաշխում դինամիկ ծրագրման մեթոդով . . . . . 24

Մեկնաշիւնույուն

- Հ. Հ. Կասաճյան, Մեկ զննաչին և երեք դանային զույգերով բեղձանուր տեսքի քառ-  
օղակ շղթայի սղուկների հարաբերական տեղափոխումների սրտչումը . . . . . 28

Շինարարական կոնստրուկցիաներ

- Կ. Վ. Վարդանյան, Բետոնի սողի վրա ծովան ծամանակ տնիդարությունի ազդեցու-  
թյան վերաբերյալ . . . . . 30
- Վ. Մ. Մսակվին, Վ. Կ. Կոնստանտինով, Բնական թեթև լցիչներով սյառաստված բեռնա-  
փորված բետոնի թափանցելիության մասին . . . . . 40

Մեքանադադիտույուն

- Ա. Ն. Գիլյանով, Հ. Կ. Աբրահամյան, Հ—Լ միահավածքի բարակ թաղանթների  
ստացում փոփոխումում փոշեռետեղումով . . . . . 48

Ձերմատեխնիկա

- Ս. Մ. Մարտիսյան, Կ. Կ. Հովհաննիսյան, Վուկանադադիտը պոլիէթիլենե մեկուսիչով  
կարելույի շինվածքների փոփոխանալման տեղափոխան հաշվարկի լուրջը . . . . . 53

## СОДЕРЖАНИЕ

### Строительная механика

- В. В. Пинкоженн.* Влияние формы поперечного сечения на прочность сжатых стальных стержней . . . . . 3
- Г. А. Гороян.* О влиянии неравенства поэтажных масс на периоды и формы свободных колебаний многоэтажных зданий . . . . . 10

### Вычислительная техника

- Д. А. Лавочкин.* Поиск максимума вдоль подходящих допустимых направлений 18

### Энергетика

- Г. А. Бурначян, С. В. Шахвердян.* Оптимальное внутростанционное распределение нагрузки ГЭС методом динамического программирования . . . . . 23

### Машиностроение

- А. А. Кисамаян.* Определение относительных перемещений звеньев четырехзвенной цепи общего вида с одной шаровой и тремя цилиндрическими парами . . . . . 28

### Строительные конструкции

- Г. В. Вартамян.* О влиянии анизотропии на ползучесть бетона при изгибе . . 36
- В. М. Москвин, В. Г. Нерсисян.* О проницаемости нагруженного бетона на природных легких заполнителях . . . . . 42

### Металловедение

- А. Н. Пидникевич, Г. К. Абрамян.* Получение тонких пленок сплава  $\text{Cu-Ti}$  вакуумным напылением . . . . . 48

### Теплотехника

- М. М. Маркосян, К. Г. Оганесян.* К расчету времени вулканизации кабельных изделий с изоляцией из вулканизирующегося полиэтилена . . . . . 53