

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ-ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՇԽԱՏԱԿԱՆ

# ՏԵԴԵԿԱԳԻՐ ԻՅՎԵՏԻՅԱ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ.  
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԿՐԹԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒՆԵՐՍ

Աղսեղ Շ. Տ., Արևեսևակի Վ. Վ., Եղիազարյան Ի. Վ., Կապլան  
Մ. Վ. (պատ. խմբագիր), Նաթանով Ա. Գ., Սիմոնով Մ. Ջ.,  
Փրենաբյան Վ. Վ. (պատ. խմբագրի տեղակալ):

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Лдонц Г. Т., Алексеевский В. В., Елизаров И. В., Касьян  
М. В. (ответ. редактор), Назаров А. Г., Пикаджян В. В.  
(зам. отв. редактора), Симонов М. Э.

Д. О. АВЕТИСЯН, Э. Б. ПЛУЗЯН, Г. А. АЛАНАКЯН

## ОБ ОДНОМ ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА КОРНЕВОГО ГОДОГРАФА ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1. Определение зависимости динамических характеристик от тех или иных параметров системы является важным этапом синтеза системы автоматического регулирования. Применение логарифмического масштаба позволяет определить логарифмическую амплитудно-частотную характеристику корректирующего звена, подключенного к корректируемой системе последовательно [1]. Решающее значение при синтезе систем автоматического регулирования имеет метод корневого годографа, позволяющий определить влияние параметров системы на расположение нулей и полюсов передаточной функции, что в свою очередь определяет характер переходной функции [2]. В статье предлагается методика, позволяющая получить логарифмические амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики системы непосредственно из корневого годографа.

Идея метода заключается в следующем. Передаточную функцию любой линейной динамической системы можно представить в форме

$$K(P) = K \cdot \frac{\prod_{i=1}^m (P - N_i)}{\prod_{j=1}^n (P - P_j)} \quad (1)$$

Здесь  $N_i$  и  $P_j$  соответственно нули и полюса передаточной функции  $K(P)$ . Так как реальная система обладает некоторой конечной инерционностью, то обычно имеет место неравенство

$$n > m. \quad (2)$$

Выражение (1) можно рассматривать как передаточную функцию системы, представляющей собой последовательное соединение  $n$  апериодических звеньев первого порядка\*, имеющих „сопрягающую“ частоту  $\omega_j = |P_j|$   $m$  звеньев с опережением, имеющих „сопрягающую“ частоту  $\omega_i = |N_i|$  и звена безынерционного усиления с коэффициентом

\* С целью упрощенного изложения и не в ущерб общности метода будем рассматривать системы, для которых все  $N_i$  и  $P_j$  действительные.

усиления равным  $K$ . Таким образом, любую, сколь угодно сложную структуру после определения корневого годографа можно представить как последовательное соединение простых звеньев, что и позволяет использовать преимущества логарифмических амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик.

Рассмотрим примеры построения логарифмических амплитудно-частотных характеристик регуляторов на базе приборов прямого измерения [3]. Передаточная функция Пропорционально-интегрально-дифференциальных (ПИД) регуляторов, построенных по принципу прямого измерения, равна

$$K_x(P) = \frac{K(1 + T_{\text{д}}P + T_{\text{д}}T_{\text{д}}P^2)}{(1 + T_0P)(1 + T_{\text{ин}}P + T_{\text{ин}}T_{\text{д}}P^2) + \xi K T_{\text{д}} \cdot P} \quad (3)$$

где  $\xi$  — коэффициент неравномерности регулятора;

$T_{\text{д}}$  — время предварения;

$T_{\text{ин}}$  — время издрорма;

$T_0$  — постоянная времени измерителя;

$K$  — статический коэффициент усиления измерителя.

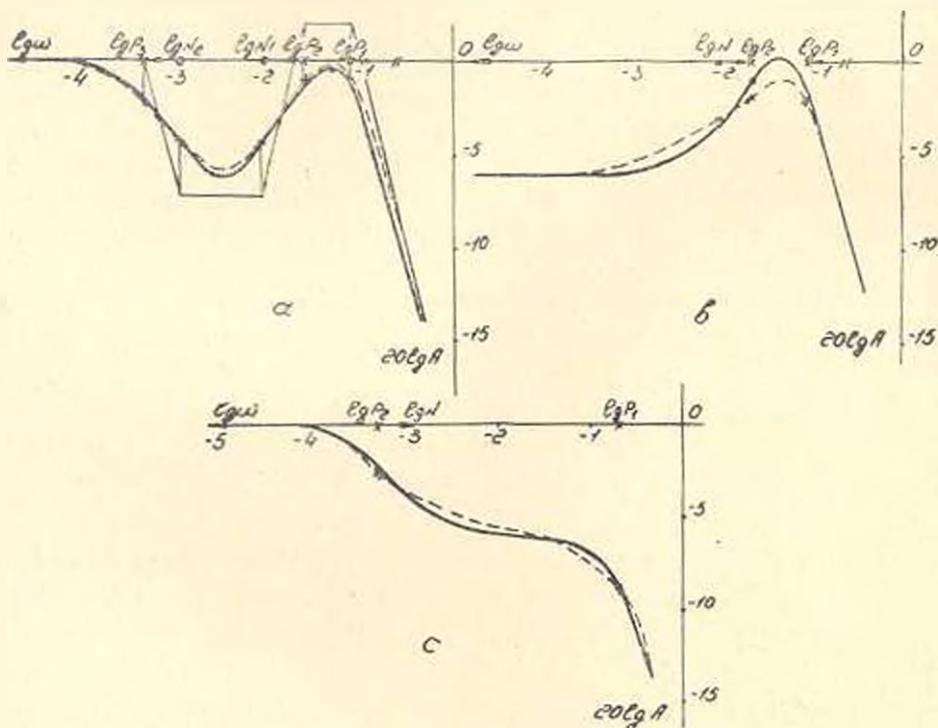


Рис. 1. Сопоставление логарифмических амплитудно-частотных характеристик регуляторов на базе приборов прямого измерения в режимах ПИД ( $T_{\text{д}} = 100$  сек;  $T_{\text{ин}} = 1000$  сек;  $\xi = 0,01$ ), ПИД ( $T_{\text{д}} = 100$  сек;  $T_{\text{ин}} = \infty$ ;  $\xi = 0,01$ ) и ПИ ( $T_{\text{д}} = 0$ ;  $T_{\text{ин}} = 1000$  сек;  $\xi = 0,01$ ), полученных обычным и изложенным методами. Параметры измерителя  $T_0 = 10$  сек;  $K = 100$ .

Построим в логарифмическом масштабе корневой годограф при увеличении значения коэффициента неравномерности  $\xi$  (рис. 1а). Из

точек  $\lg N_i$  и  $\lg P_j$  соответственно вверх и вниз проводятся прямые под углом

$$\varphi = \text{arctg } 6 \frac{\text{децибелл}}{\text{октава}}$$

Сложением всех ординат получим ломанную линию, точки перелома которой имеют абсциссы  $\lg N_i$  и  $\lg P_j$  ( $i=1, 2, \dots, m$   $j=1, 2, \dots, n$ ). В точках, имеющих абсциссы  $\lg N_i$  увеличиваем, а в точках же имеющих абсциссу  $\lg P_j$  уменьшаем ординаты на 3 децибелла. Соединив полученные точки плавной линией, получим приближенную логарифмическую амплитудно-частотную характеристику. По направлению стрелок можно судить о необходимости увеличения или уменьшения значения  $\xi$  с целью получения желательной логарифмической амплитудно-частотной характеристики. На рис. 1 пунктирными линиями представлены логарифмические амплитудно-частотные характеристики при различных режимах работы регулятора, полученные методом корневого годографа. Эти же характеристики, определенные обычным расчетным методом, приведены сплошными линиями.

2. Построение фазо-частотных характеристик методом корневого годографа производится по формуле

$$\varphi = \sum_{i=1}^m \varphi_i - \sum_{j=1}^n \varphi_j$$

где

$$\varphi_i = \text{arctg } \frac{\omega}{|N_i|} ; \quad \varphi_j = \text{arctg } \frac{\omega}{|P_j|}$$

На рис. 2 фазо-частотные характеристики пропорционального с предварением (ПД) регулятора, полученные методом корневого годографа (пунктирная линия) сопоставлена с общепринятым расчетным методом. Амплитудно-фазовые характеристики при различных режимах работы регулятора на базе прямого измерения представлены на рис. 3.

Изложенная методика может быть применена при анализе и синтезе линейных динамических систем. В случае анализа, применение метода корневого годографа дает результаты тем точнее, чем больше расстояние между соседними особыми точками. Если ближайшие особые точки отличаются друг от друга больше, чем на две три октавы, ошибка получается меньше

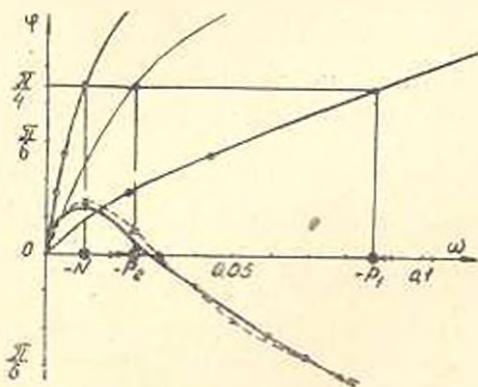


Рис. 2. Построение фазо-частотной характеристики ПД регулятора методом корневого годографа.

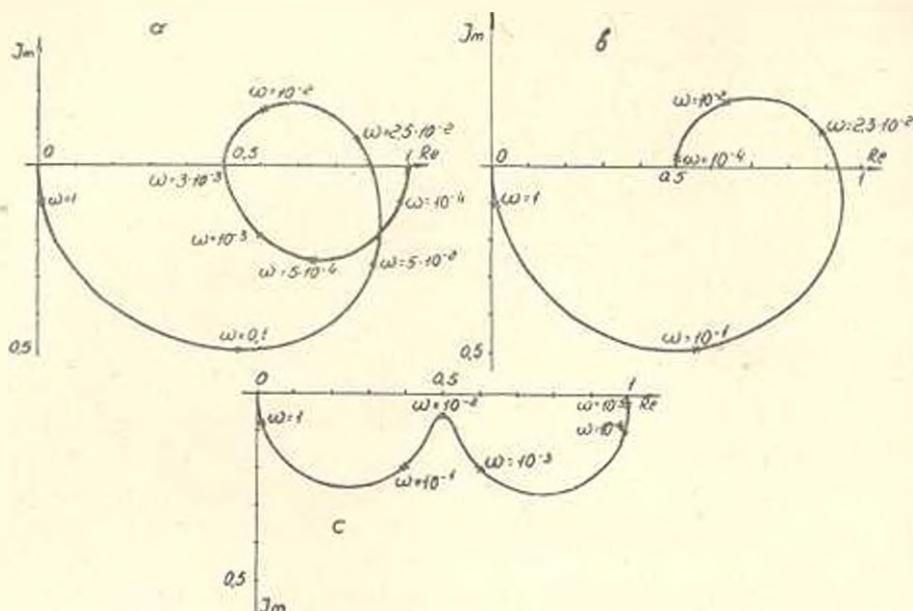


Рис. 3. Амплитудно-фазовые характеристики при различных режимах работы регуляторов на базе приборов прямого измерения.

одного децибелла. В случае, когда особые точки резко удалены друг от друга, эффективность метода становится более очевидной, так как в этом случае могут быть успешно применены итерационные методы нахождения корней.

Поступило 4.II 1965

Գ. Շ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Է. Բ. ՔԼՈՒԶԳԻՆ, Գ. Ա. ԱԼՅԱՆԿՅԱՆ

ԱՐՄԱՏՆԵՐԻ ՀԵՏԱԳՅԵՐԻ ՄԵԹՈԴԻ ՄԵ ԿԻՐԱՌՄԱՆ ՄԱՍԻՆ ԳՓԱՅԻՆ ԿԻՆԱԳՐԻ ՄԱՍԵՐՆԵՐԻ ՀԱՃԱՆԱԿԱՆԱԿԱՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՄԱՆ ՄԵԼՁ

Ո Վ Փ Ո Վ Ո Վ

Հոդվածում նկարագրված է դժային դինամիկ սխեմաների հաճախականության բևեռագրերի ստացման գրաֆո-անալիտիկական եղանակ արմատների հետադանրի մեթոդի կիրառումը:

Վերահիշյալ եղանակը լայն կիրառություն կարող է դառնել դժային դինամիկ սխեմաների հետազոտման ինչպես անալիտիկ, այնպես էլ սինթետիկ հարցերի լուծման գործում:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Айлерман М. А. Лекции по теории автоматического регулирования, М., 1958.
2. Удверман Э. Г. Метод корневого лодографа и теории автоматического управления, М., 1963.
3. Аветисян Д. О. Исследование частотных характеристик регуляторов на базе приборов прямого измерения. Известия АН Армянской ССР, серия ТН, № 6, 1964.

М. Г. АРАКЕЛЯН

К ТЕОРИИ СФЕРИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА  
 С ВОЗДУШНОЙ СМАЗКОЙ

В статье приводится расчет подъемной силы сферического подшипника с воздушной смазкой, с учетом инерционного члена в общих уравнениях аэродинамики, переменности зазора и сжимаемости воздуха. Схема сферического подшипника с воздушной смазкой приведена на рис. 1. Воздух подается по каналу А в зазор между сферическими поверхностями с первоначальным давлением  $P_0$  и выходит в атмосферу с давлением  $P_a$ . Вследствие разницы  $P_0 - P_a$ , в криволинейном зазоре создается давление, которое и поддерживает шар несом  $F$ .

Условимся сферический подшипник с воздушной смазкой называть гнхходимым, когда линейное смещение центров шара и чашки

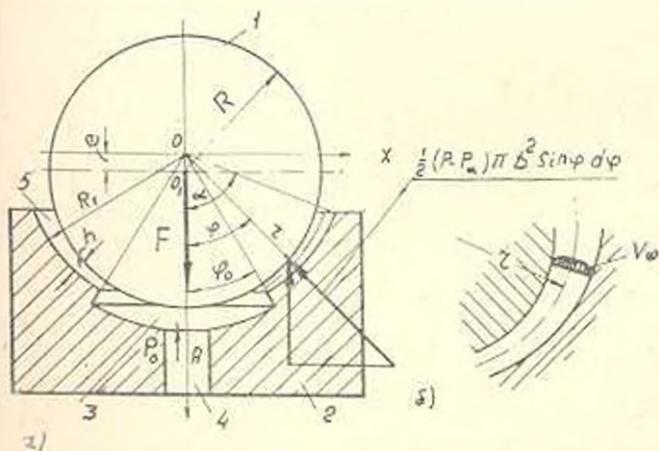


Рис. 1 а) — Схема сферического подшипника с воздушной смазкой; 1 — шар, 2 — чашка, 3 — карман, 4 — входной канал, 4 — криволинейный зазор, б) — Распределение скорости по толщине слоя смазки

(рис. 1) совпадает с вертикальной линией, проходящей через нижнее входное отверстие чашки. Здесь рассматриваются именно такие подшипники, когда можно игнорировать тангенциальными силами, приводящими к медленному колебанию шара. В связи с этим задача сводится к рассмотрению движения сжимаемой вязкой жидкости в поло-

сти между двумя эксцентрически расположенными сферами с центрами  $O$  и  $O_1$ , радиусами  $R$  и  $R_1$ .

На практике величина относительного зазора принимается равной  $\varepsilon/R = 0,001 - 0,002$ , поэтому в приведенных соотношениях эту величину можно принять за малую первого порядка. Для вывода закона распределения скорости и давления в полости между сферическими поверхностями, воспользуемся уравнениями аэродинамики в сферических координатах без учета массовых сил [1]. Началом координатной системы принят центр чашки (рис. 1), а за полярную ось  $OY$  принята линия, проходящая через центры сфер и ось входного отверстия. Положение плоскости  $XOY$  — начало отчета долгот — оставлено произвольным. В исследовании приняты следующие допущения: смещения центров происходит только по направлению силы тяжести, т. е. изменение скоростей, давления, плотности и вязкости по направлению  $\theta$  не происходит; движение стационарное; члены низших порядков по сравнению с  $\varepsilon/R$  не учитываются.

В силу принятых допущений можем написать:

$$\frac{V_r}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} = -\frac{1}{r\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} + \nu \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2};$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\delta V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (r V_r \sin \alpha) = 0,$$

где  $V_r$  и  $V_\varphi$  — проекции скоростей движения воздуха в зазоре соответственно по радиусу и меридиану (на рис. 1, угол по параллели не показан);

$P$  — давление воздуха в данной точке зазора между сферическими поверхностями;

$\rho$  — плотность воздуха в данной точке зазора.

В уравнениях (1) там, где  $r$  не входит под знак дифференцирования с точностью до  $\varepsilon/R$  можно  $r$  заменять на  $R$ . Введем новую переменную:  $r = R_1 - r$  —  $r$  изменяющуюся поперек зазора в пределах от нуля до  $h$  ( $0 \leq r \leq h$ ). Кинематическую вязкость заменим соотношением  $\nu = \mu/\rho$ , где  $\mu$  — вязкость воздуха.

Ограничиваясь рассматриваемым случаем изотермического движения воздуха в зазоре возьмем (1) будем иметь:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0; \quad \rho = \frac{\rho_0}{P_0} P; \quad \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} = f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{R \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho V_r \sin \varphi) = \frac{\partial}{\partial r} (\rho V_r); \quad f(\varphi) = \frac{\rho}{R \mu h} \int_0^h V_r \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} dr. \quad (3)$$

Так как вязкость мало зависит от давления, а температура газа принята постоянной,  $\mu$  будет постоянной.

Интегрируя третье уравнение системы (2) при граничных условиях  $V_r = 0$ , при  $\zeta = 0$  и  $\zeta = h$ , найдем:

$$V_r = \frac{1}{2} \left[ f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right] (\zeta^2 - h\zeta). \quad (4)$$

Как видно из этого выражения, скорость газа по толщине слоя изменяется от нуля (у стенок сфер) до максимальной величины в середине зазора (рис. 16). Для осредненной по сечению зазора скорости в силу (4) будем иметь:

$$\bar{V}_r = \frac{1}{h} \int_0^h V_r d\zeta = -\frac{h^2}{12} \left[ f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right]. \quad (5)$$

После интегрирования уравнения неразрывности системы (2) при граничных условиях  $\varphi = 0$  и  $\varphi = h$ ,  $V_r = 0$ , в силу (5) получим

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \rho h^3 \sin \varphi \left[ f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right] \right] = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) аналогично уравнению Л. Г. Лойцянского [2], в котором отсутствует  $f(\varphi)$ , учитывающий инерционность потока.

Из (6) можем написать:

$$\rho h^3 \sin \varphi \left[ f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right] = \text{const}. \quad (7)$$

Для определения постоянной интегрирования составим условие постоянства расхода через поперечное сечение зазора

$$2\pi R h \mu \sin \varphi \bar{V}_r = S_a \bar{V}_a \rho_a, \quad (8)$$

где  $S_a$ ,  $\bar{V}_a$  и  $\rho_a$  — сечение, средняя скорость и плотность при  $\varphi = \alpha$ .

Секундный расход воздуха

$$Q = S_a \bar{V}_a. \quad (9)$$

Учитывая (5), (9) и изотермичность движения, на основании (8) можно написать

$$f(\varphi) + \frac{1}{\mu R} \frac{\partial P}{\partial \varphi} = -\frac{6Q}{\pi R \frac{\rho}{\rho_a} h^3 \sin \varphi}. \quad (10)$$

Подставляя значение  $V_r$  из (4) в (3), производя интегрирование и учитывая (10), получим

$$f(\varphi) = \frac{0,3Q^2 \rho_a}{\pi^2 R^2 \mu} \frac{h}{\sin \varphi} \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{1}{\frac{\rho}{\rho_a} h^3 \sin \varphi} \right). \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10) получим следующее основное соотношение

между различными параметрами изотермического движения вязкого газа в сферическом зазоре:

$$\frac{0,3Q^2\rho_0}{\pi^2 R^2 \mu} \frac{1}{\sin \varphi} \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{1}{\frac{P}{\rho_0} h^2 \sin \varphi} \right) + \frac{P_0}{\mu R} \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{P}{\rho_0} \right) - \frac{6Q}{\pi R} \frac{P'}{P_0} \frac{1}{h^4 \sin \varphi} = 0. \quad (12)$$

Для  $h$  с точностью до  $\varepsilon R$  можем написать [3]:

$$h = \varepsilon (1 - \lambda \cos \varphi), \quad (13)$$

где  $\lambda = e'/\varepsilon$ ;  $e'$  — эксцентриситет.

Дифференцируя (12) по  $\cos \varphi$  и переходя к безразмерному давлению  $Y = P/P_0$  с учетом (13) после преобразований получим:

$$Y^2 Y' (1 - \lambda \cos \varphi)^2 \sin^4 \varphi - a Y' (1 - \lambda \cos \varphi) \sin^2 \varphi - b Y \sin^2 \varphi - a Y \cos \varphi (1 - \lambda \cos \varphi) = 0, \quad (14)$$

где

$$a = \frac{0,3 Q^2 \rho_0}{\pi^2 R^2 P_0 \varepsilon^2}; \quad (15)$$

$$b = \frac{6 Q \mu}{\pi \varepsilon^2 P_0} = 3a\lambda. \quad (16)$$

Безразмерную функцию ищем в следующей форме

$$Y = A_0 + A \cos \varphi + A_1 \cos^2 \varphi. \quad (17)$$

Зависимость (17) должна удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\text{при } \varphi = \varphi_0, \quad P = P_0 \text{ или } Y = P_0/P_0; \quad (18)$$

$$\text{при } \varphi = \pi/2, \quad P = P_2 \text{ или } Y = 1.$$

Эти условия согласно (17) дают

$$A_0 = 1, \quad A_1 = P_1 \sec^2 \varphi_0 - A \cos^2 \varphi_0 \quad (19)$$

где  $P_1 = \frac{P_0}{P_2} - 1$ .

Заметим, что величину  $(1 - \lambda \cos \varphi)^2$ , входящую в (14), можно представить в следующем виде:

$$(1 - \lambda \cos \varphi)^2 = a_0 + a_1 \cos \varphi + a_2 \cos 2\varphi + a_3 \cos 3\varphi \quad (20)$$

где

$$a_0 = 1 + 1,5 \lambda^2, \quad a_1 = -3\lambda (1 + 0,25\lambda^2),$$

$$a_2 = 1,5 \lambda^2, \quad a_3 = -0,25 \lambda^2. \quad (21)$$

В силу (19) на основании уравнения (17) получим:

$$Y = 1 + a_4 + a_5 A + A \cos \varphi + (a_4 + a_5 A) \cos 2\varphi, \quad (22)$$

где

$$a_4 = 0,5 P_1 \sec^2 \varphi_0; \quad a_5 = -0,5 \sec^2 \varphi_0. \quad (23)$$

Из (22) находим

$$Y' = A + 4 (a_4 + a_5 A) \cos \varphi. \quad (24)$$

Подставляя (20), (22) и (24) в (14), получим:

$$\sum_{n=0}^{n-12} C_n \cos n\varphi = 0, \quad (25)$$

где  $C_0, C_1, \dots, C_n$  суть различные комбинации параметров подшипника ( $\varphi_0, \lambda, P_1$  и т. д.).

Умножая (25) на  $\sin \varphi \sin 2\varphi d\varphi$  и интегрируя по  $\varphi$  от нуля до  $\pi$  найдем:

$$C_1 - C_3 = A^3 a(\lambda) - A^2 b(\lambda) + Ac(\lambda) - d(\lambda) = 0, \quad (26)$$

где

$$a(\lambda) = -0,117 \sec^2 \varphi_0 (0,667 + \lambda^2) - 0,098\lambda \sec^2 \varphi_0 (6 + \lambda^2) - \\ - 0,469 \sec \varphi_0 (0,8 + \lambda^2) - 0,039\lambda (7,2 + \lambda^2);$$

$$b(\lambda) = 0,351 P_1 \sec^2 \varphi_0 (0,667 + \lambda^2) + 0,196 P_1 \lambda \sec^2 \varphi_0 (6 + \lambda^2) + \\ + 0,469 (1 - P_1) \sec^2 \varphi_0 (0,8 + \lambda^2) + 0,234 \lambda \sec \varphi_0 (7,2 + \lambda^2) + \\ + 0,563 (1,112 + \lambda^2);$$

$$c(\lambda) = -0,351 P_1^2 \sec^2 \varphi_0 (0,667 + \lambda^2) - 0,098 \lambda P_1^2 \sec^4 \varphi_0 (6 + \lambda^2) - \\ - 0,928 P_1 \sec^2 \varphi_0 (0,8 + \lambda^2) - 0,234 \lambda P_1 \sec^2 \varphi_0 (7,2 + \lambda^2) - \\ - 0,563 \sec \varphi_0 (1,112 + \lambda^2) + 0,5a \sec \varphi_0 - 0,5b - 0,094 \lambda (1 + \lambda^2);$$

$$d(\lambda) = 0,117 P_1^2 \sec^4 \varphi_0 (0,667 + \lambda^2) + 0,469 P_1^2 \sec^4 \varphi_0 (0,8 + \lambda^2) + \\ + 0,563 P_1 \sec^2 \varphi_0 (1,112 + \lambda^2) - 0,5 a P_1 \sec^2 \varphi_0 + a. \quad (27)$$

Как показывает численный анализ, дискриминант уравнения (26)

$$\Delta(\lambda) = \left[ \frac{m(\lambda)}{3} \right]^2 + \left[ \frac{n(\lambda)}{2} \right]^2 > 0, \quad (28)$$

и уравнение (26) имеет один вещественный корень:

$$A = \left[ -\frac{n(\lambda)}{2} - 1 \sqrt{\Delta(\lambda)} \right]^{\frac{1}{3}} - \left[ \frac{n(\lambda)}{2} + 1 \sqrt{\Delta(\lambda)} \right]^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3} \frac{b(\lambda)}{a(\lambda)}. \quad (29)$$

В (28) и (29) принято

$$m(\lambda) = \frac{c(\lambda)}{a(\lambda)} - \frac{1}{3} \left[ \frac{b(\lambda)}{a(\lambda)} \right]^2, \quad (30)$$

$$n(\lambda) = 2 \left[ \frac{1}{3} \frac{b(\lambda)}{a(\lambda)} \right]^2 - \frac{1}{3} \frac{b(\lambda)}{a(\lambda)} \frac{c(\lambda)}{a(\lambda)} + \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)}. \quad (31)$$

Из (17), (19) и (29) получим следующее уравнение давления в криволинейном зазоре между сферическими поверхностями при изотермическом истечении воздуха:

$$\frac{P}{P_1} = 1 + A \cos \varphi + (P_1 \sec^2 \varphi_0 - A \sec \varphi_0) \cos^2 \varphi, \quad (32)$$

Подставив (32) в (14) и производя интегрирование можно получить результат, соответствующий второму приближению. Однако, как

показано ниже, формула (32) дает результаты, достаточно хорошо совпадающие с данными экспериментов. Поэтому в дальнейшем эту формулу можно рекомендовать для вычисления подъемной силы сферического воздушного подшипника.

Переходим теперь к определению подъемной силы сферического подшипника в воздушной смазке. Подъемная сила подшипника складывается из двух составляющих: из подъемной силы кармана, где давление постоянно и равно  $P_0$ , и подъемной силы криволинейного зазора.

Для общей подъемной силы имеем (рис. 1):

$$F = \frac{\pi D^2}{4} (P_0 - P_2) \sin^2 \tau_0 + \frac{\pi D^2}{4} P_2 \int_0^{\tau_0} \left( \frac{P}{P_2} - 1 \right) \sin 2z d\tau. \quad (33)$$

Подставляя значение  $\left( \frac{P}{P_2} - 1 \right)$  из (32) в (33) и производя интегрирование, найдем окончательно для подъемной силы шарового подшипника диаметра  $D$  с воздушной смазкой следующее выражение:

$$F = \frac{\pi D^2}{4} (P_0 - P_2) \left[ 1 - 0,5 \sec^2 \tau_0 (1 + \cos^4 z) + \frac{1}{6} \frac{A}{P_2} (\cos^3 \tau_0 - \cos^3 z + 3 \cos^4 z \sec \tau_0) \right]. \quad (34)$$

Расчетные величины  $F$  вычисленные по формуле (34) сопоставлены с экспериментальными данными автора статьи [4] в следующей таблице.

Таблица

Давление в кармане (кг/см <sup>2</sup> )	Расход воздуха (м <sup>3</sup> /мин)	Подъем шара (мм)	Г р у з кг		Расхождение в процентах
			экспериментальный	расчетный	
Диаметр шара 35,03 мм					
1,73	0,083	0,061	12,16	11,10	8,7
2,63	0,083	0,057	18,16	16,56	8,8
3,46	0,083	0,047	24,16	21,21	12,2
4,44	0,083	0,045	30,16	27,66	8,3
5,35	0,083	0,042	36,16	33,23	8,1
Диаметр шара 99,20 мм					
1,40	0,084	0,060	70,6	72,0	1,9
2,40	0,135	0,071	121,5	123,8	1,9
3,36	0,157	0,061	170,2	175,5	3,2
4,30	0,193	0,061	219,1	221,0	0,9
5,15	0,230	0,060	258,5	263,4	1,9
Диаметр шара 240,00 мм					
1,07	0,150	0,095	312	323	3,7
1,76	0,192	0,091	515	519	0,8
2,43	0,233	0,084	712	713	0,1
3,00	0,275	0,079	900	902	0,2
3,64	0,317	0,074	1092	1100	0,7

В таблице принято  $\mu = 2,002 \cdot 10^{-6}$  кг. сек/м<sup>2</sup>,  $\rho = 0,111$  кг. сек<sup>2</sup>/м<sup>4</sup>,  $\beta^0 = 50^\circ$  и  $\varepsilon = 0,05$  м.м.

Как показывают приведенные в таблице данные, в большинстве случаев совпадение расчетных данных с экспериментальными довольно хорошие.

ИРФЭ АН Армянской ССР

Получено 30.XI 1964

Մ. Գ. ԱՐԱՅԵԱՆ

ՕՒՆՅԻՆ ՅՈՐՈՄԱՐԻ ԱՅԵՐԿ ԱՌԱՆՅՔԱԿԱՆՆԵՐԻ ՏԵՈՐԻՔԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա ճ փ ո փ ո ռ ի մ

Հոդվածում դրսւ է բերված բանաձև (34) օղակին յուզմամբ սֆերիկ առանցքակալների բարձրացնող ուժի մեծությունը հաշվելու համար:

(34) բանաձևի ճշտությունը ստուգված է փորձնական ավյալներով [4]. որոնք բերված են երկր տարրեր չափանքի առանցքակալների համար 35,03 մմ, 99,2 մմ. և 240 մմ:

Ինչպես նույն էն ապիս աղյուսակում բերված ավյալները. առանցքակալի բարձրացնող ուժի հաշվարկային և փորձնական ավյալները բավականին լավ համընկնում են: Միջին տարրերությունը կազմում է մի քանի տոկոս:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Дроздович В. Н. О смазке сферического подшипника. Сб. „Вопросы теории и расчета гидророботов и приборов точной механики“, вып. 36, 1957.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. Физматгиз, 1959.
3. Лойцянский Л. Г. Гидродинамическая теория сферического подшипника, ИММ, т. XIX, 1955.
4. Аракелли М. Գ. Экспериментальное изучение сферических подшипников с воздушной смазкой. „Известия АН Армянской ССР“, серия ТН, № 2, 1965.

Г. В. МАКСАМЕТЯН

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ТЕПЛОВОМ РАСЧЕТЕ ТОРМОЗНЫХ МЕХАНИЗМОВ АВТОМОБИЛЕЙ

(Сообщение 1)

Важнейшими требованиями, которые предъявляются к тормозным механизмам автомобилей являются стабильность и надежность их действия. Эти качества в первую очередь зависят от стабильности коэффициента трения в широком диапазоне температур. Для автомобильного тормоза наиболее распространенного типа — барабанного тормоза с внутренними колодками, снижение эффективности действия происходит также в результате расширения и деформации тормозного барабана. Барабанные тормоза современных автомобилей склонны к снижению эффективности действия, приводящему к явлению „феддинга“, которое обычно начинается вследствие изменения геометрической формы рабочей поверхности барабана и сопровождается резким повышением температуры и понижением коэффициента трения фрикционной пары. Анализ многочисленных исследований тормозных устройств автомобилей [1, 2, 3, 5, 6, 7] приводит к выводу о том, что тепловой режим тормоза является основным фактором, определяющим сохранение фрикционных свойств тормозной пары. Из приведенных соображений следует, что для создания надежной конструкции тормозного механизма необходимо располагать достаточно точным методом теплового расчета, позволяющим установить влияние любых изменений конструкции и режима торможения на температуру. Располагая таким методом расчета можно было бы определить направление необходимых изменений конструкции для снижения тепловой напряженности тормоза. Это тем более необходимо сейчас потому, что СССР присоединился к международным „Предписаниям“ Европейской экономической комиссии ООН, содержащим повышенные требования к тормозным системам автомобилей, особенно при длительной работе тормозов.

Основываясь на анализе процессов теплообмена напишем уравнение теплового баланса тормозного механизма в виде

$$Q_{\text{в}} = Q_{\text{ост}} + Q_{\text{в}} + Q_{\text{ст}} + Q_{\text{о}}, \quad (1)$$

где  $Q_{\text{в}}$  — количество фрикционного тепла, выделяемое тормозом;

$Q_{\text{ост}}$  — количество тепла, поглощаемое деталями тормоза;

- $Q_{\text{в}}$  — количество тепла, отводимое от тормоза во внешнюю среду;  
 $Q_{\text{ст}}$  — количество тепла, поглощаемое стыкующимися с тормозом массами (например ступицей колеса);  
 $Q_0$  — количество тепла, отводимое специальными мерами охлаждения (системой жидкостного охлаждения, обдув сжатым воздухом, обрызгивание водой и т. д.).

При торможении автомобиля его тормозами выделяется тепло, пропорциональное мощности торможения:

$$Q_{\text{в}} = 860 N \text{ ккал/час}, \quad (2)$$

где  $N$  — средняя тормозная мощность автомобиля (квт), которая для случая единичного торможения определяется по формуле

$$N = 9,81 \cdot 10^{-4} \frac{c_p 2G_s V_{\text{д}}^2}{2g} \text{ квт}, \quad (3)$$

Для случая длительного торможения

$$N = \frac{G_s(i-f)V}{102} = N_x \text{ квт}, \quad (4)$$

где  $N_x$  — тормозная мощность дополнительного тормоза (двигателя на соответствующей передаче, моторного или иного замедлителя). Остальные обозначения общепринятые в теории автомобиля [6].

Фрикционное тепло  $Q_{\text{ф}}$  распределяется между барабаном и колодками в соответствии с коэффициентом распределения тепловых потоков —  $m$ .

$$Q_{\text{ф}} = Q_{\text{б}} + Q_{\text{к}}; \quad Q_{\text{б}} = m Q_{\text{ф}}; \quad Q_{\text{к}} = (1 - m) Q_{\text{ф}}.$$

где  $Q_{\text{б}}$  и  $Q_{\text{к}}$  — тепло, идущее в барабан и в колоду, соответственно. Поэтому,

$$Q_{\text{б}} = \frac{860 m G_s (i - f) V}{102} = N_{\text{б}}. \quad (5)$$

Количество тепла, поглощаемое деталями тормоза пропорционально весу теплопоглощающих деталей ( $G_{\text{т}}$ ), их средней теплоемкости ( $C$ ), и разности температур тормоза ( $\vartheta_{\text{т}}$ ) и окружающего воздуха ( $\vartheta_0$ ):

$$Q_{\text{ст}} = G_{\text{т}} \cdot C (\vartheta_{\text{т}} - \vartheta_0) \text{ ккал/час}. \quad (6)$$

Количество тепла, отводимое путем конвекции омывающим тормоз воздухом определяется по формуле.

$$Q_{\text{в}} = KF (\vartheta_{\text{т}} - \vartheta_0) \text{ ккал/час}, \quad (7)$$

где  $K$  — коэффициент теплопередачи,  $\text{ккал/м}^2 \text{ час}$ ,  $\text{гр}$ :

$F$  — омываемая воздухом поверхность тормоза.

Выбор коэффициента теплопередачи  $K$  представляет наибольшие трудности. Е. А. Чудаков [7], Н. А. Бухарин [2] и Б. В. Гольд [3] принимают  $K_0 = 5 \text{ ккал}$  при скорости автомобиля  $V = 1 \text{ м/сек}$ , считая

$K = K_0 \frac{ds}{dt}$ . Из теории теплопроводности известно, что процесс теплообмена между двумя газами, разделенными плоской стенкой оценивается по уравнению

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (8)$$

Учитывая, что для тормозных механизмов  $\alpha_2 = \infty$  и имея ввиду разницу поверхностей трения (внутренней) и теплоотдачи (наружной), формулу (8) приводим к виду

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{F_{тр}}} \quad (8a)$$

где  $\alpha_1$  — коэффициент теплоотдачи наружной стенки барабана, для скоростей до 70 км/час,  $\alpha_1 = V - 10$  ккал/м<sup>2</sup>, ч, гр, где  $V$  — и км/час;

$\delta$  — толщина стенки барабана, м;

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности материала барабана, ккал/м, час, гр;

$F_{тр}$  — поверхность трения, м<sup>2</sup>.

Уравнение, выражающее отвод тепла от тормоза через соприкасающиеся массы можно написать в виде

$$Q_{ст} = -\lambda \int_V (\text{grad } \vartheta_c) dF_c \quad (9)$$

где  $\text{grad } \vartheta_c$  — температурный градиент на стыках соприкасающихся деталей;

$dF_c$  — элементарные площади стыков.

Чтобы решить уравнение (9), необходимо знать значение градиента температур на стыках и его изменение на всех стыкующихся площадках, что невозможно. В этом случае целесообразно пользоваться формулой А. Д. Крюкова [5].

$$Q_{ст} = \Delta t \sqrt{\frac{l}{\alpha_1} \lambda F_{ст}} \quad (10)$$

где  $\Delta t$  — разность температур соприкасающихся деталей;

$l$  — периметр поверхности соприкосновения;

$F_{ст}$  — площадь поверхности контакта.

Количество тепла, отводимое специальными черами охлаждения  $Q_c$  зависит от способа охлаждения. Ввиду их многообразия, здесь рассмотрим только отвод тепла через систему жидкостного охлаждения. В этом случае конструкция тормоза должна быть изменена. А именно, фрикционная накладка приклеивается к внутренней поверхности барабана, а колодки изготавливаются полыми из металла высокой теплопроводности. Колодки включаются в систему охлаждения и тепло

отводится в радиатор.

Количество тепла, рассеиваемое радиатором может быть определено из выражения

$$Q_0 = F_0 SK \Delta t_{\text{раг}} = G_{\text{ж}} \cdot C_{\text{ж}} (\vartheta_{\text{ж}} - \vartheta_{\text{в}}) \text{ ккал/час}, \quad (11)$$

где  $S$  — охлаждающая поверхность радиатора с фронтом  $F_0 = 1 \text{ м}^2$ ;

$K$  — коэффициент теплопередачи по формуле (8);

$\Delta t_{\text{раг}}$  — разности между температурами жидкости и радиаторе и воздуха,  $^{\circ}\text{C}$ ;

$\vartheta_{\text{ж}}$ ,  $\vartheta_{\text{в}}$  — температура жидкости при входе в радиатор и выходе из него.

Таким образом определены все члены, входящие в уравнение теплового баланса (1). Решение этих уравнений позволит определить скорости рассеивания тепла тормозом или его равновесную температуру при длительном торможении. После несложных преобразований, выражение для установившейся температуры тормоза при отсутствии замедлителя примет вид

$$\vartheta_{\text{р}} = \vartheta_{\text{т}} - \vartheta_{\text{в}} = \frac{8,4 \cdot m G_{\text{ж}} (i - f) V}{K F_0 + \frac{1}{2} \lambda F_{\text{ст}} + G_{\text{ж}} C_{\text{ж}}}, \quad (12)$$

где  $G_{\text{ж}}$  — вес, приходящийся на данное колесо автомобиля.

В настоящее время, тепловой расчет тормоза производится по неполному уравнению теплового баланса, без учета последних двух его членов [2, 3, 7]. Естественно, что точность его невысока, особенно, ввиду того, что вся трудность перекладывается на определение коэффициента теплопередачи  $K$ . Однако у этого метода еще один недостаток. Он не указывает конструктору путей снижения теплонапряженности тормоза. Ввиду отмеченных недостатков метода теплового баланса, целесообразно тепловой расчет тормоза вести методом теплового моделирования, впервые примененного М. П. Александровым к расчету тормозов подъемно-транспортных машин [1].

Процесс нагрева и охлаждения тормоза описывается системой дифференциальных уравнений движения, неразрывности, переноса тепла и состояния, решение которых средствами современной математики невозможно. Одним из путей решения задачи является применение теории подобия, позволяющее решать тепловую задачу тормоза без упрощающих допущений и имеющее достоверность решения основных дифференциальных уравнений, если бы последнее было возможно. Для моделирования тепловых процессов и создания методики теплового расчета тормоза по критериальным уравнениям необходимо составление системы дифференциальных уравнений в частных производных и установление условий однозначности (начальных и граничных условий). Последующая обработка полученной системы уравнений аппаратом теории подобия позволяет составить общее критериальное уравнение, которое является научной основой постановки эксперимента. Результаты экспериментального исследования, обработанные в критериальной

форме позволяют установить вид связи между критериями и симплексами, влияющими на процесс нагрева и охлаждения тормоза.

На основе анализа системы дифференциальных уравнений и условий однозначности для автомобильных тормозов барабанного типа получено критериальное уравнение, устанавливающее зависимость температурного симплекса от критериев и симплексов, выражающих особенности режима торможения и конструкции тормоза

$$\frac{\partial y}{\partial x} = f\left(FO; Pe; \frac{t_1}{t_0}; \frac{a}{a_0}; \frac{a_{\phi}}{a_{\phi 0}}; \frac{t_{\tau}}{t_{\tau 0}}; \frac{h}{h_0}; \frac{K_{\text{кр}}}{K_{\text{кр}0}}; \frac{\xi}{\xi_0}; \frac{U}{U_0}; \frac{S}{S_0}; \frac{S_{\text{ст}}}{S_{\text{ст}0}}\right) \quad (13)$$

Уравнение (13) является критериальным уравнением для наиболее общего случая нестационарного режима торможения. Оно пригодное для определения температурного симплекса при единичном, повторно-кратковременном и длительном режимах торможения.

Поскольку с точки зрения теплового состояния тормоза наиболее напряженным является режим длительного торможения, представляющий собой стационарный процесс, уравнение (13) может быть приведено к виду:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = f\left(FO; Pe; \frac{a}{a_0}; \frac{a_{\phi}}{a_{\phi 0}}; \frac{K_{\text{кр}}}{K_{\text{кр}0}}; \frac{\xi}{\xi_0}; \frac{U}{U_0}; \frac{S}{S_0}; \frac{S_{\text{ст}}}{S_{\text{ст}0}}\right) \quad (14)$$

где  $\partial y$  — установившаяся температура тормоза;

$\partial_0$  — температура среды на „бесконечности“;

$FO = \frac{at_1}{D^2}$  — критерий Фурье ( $t_1$  — время торможения,  $D$  — диаметр тормоза);

$Pe = \frac{VD}{a_0}$  — критерий Пекле ( $V$  — скорость скольжения);

$a, a_{\phi}$  — теплопроводности барабана и фрикционной накладки;

$K_{\text{кр}}$  — коэффициент взаимного перекрытия;

$\xi, U, S, S_{\text{ст}}$  — отношения площадей вентиляционных отверстий ( $\xi$ ), поверхности теплоотдачи ( $U$ ), площади сечения воздушного зазора между барабаном и ободом колеса ( $S$ ) и поверхности теплопроводной стыковки барабана и ступицы колеса ( $S_{\text{ст}}$ ) — к поверхности трения.

Уравнение (14) отличается от (13) тем, что из него исключены все временные симплексы ( $t_1, t_{\tau}, h$ ) за исключением критерия Фурье, в котором время представляет собой фактор интенсивности торможения. Уравнение (14), выведенное теоретически, без всякой связи с каким бы то ни было экспериментом, является научной основой организации экспериментального исследования, с помощью которого определяется вид уравнения, необходимого для теплового расчета тормоза. Экспериментальные исследования проведены на тягово-тормозном стенде с беговыми барабанами и в дорожных условиях. Общий вид экспериментальной установки и испытуемого автомобиля на ней показан на рис. 1. Целью экспериментальных исследований являлось

изучение теплового режима тормозов и установление влияния различных конструктивных и режимных факторов на их нагрев. Стеновыми

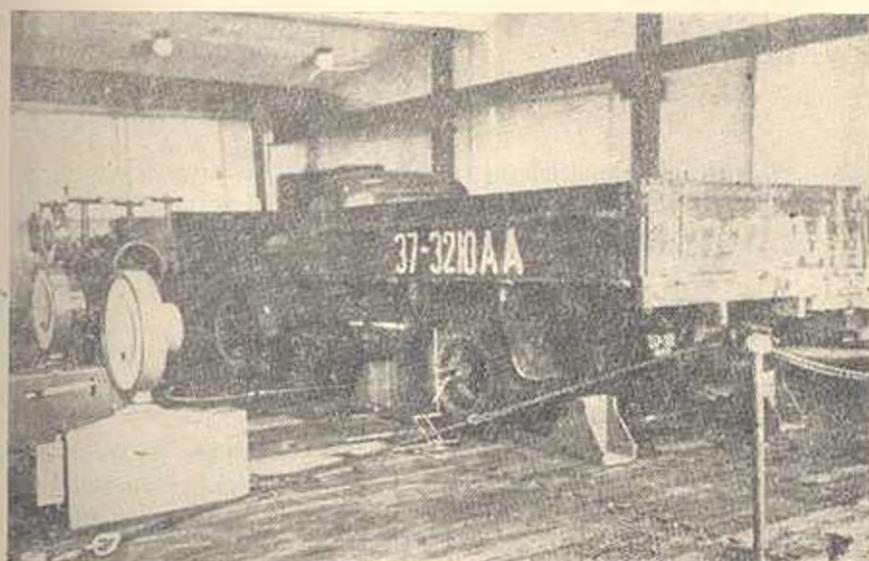


Рис. 1.

испытаниями установлено, что температура накладок тормоза при торможении с постоянной интенсивностью, через 8—12 минут стабилизируется и в дальнейшем изменяется незначительно (рис. 2). На рис. 2

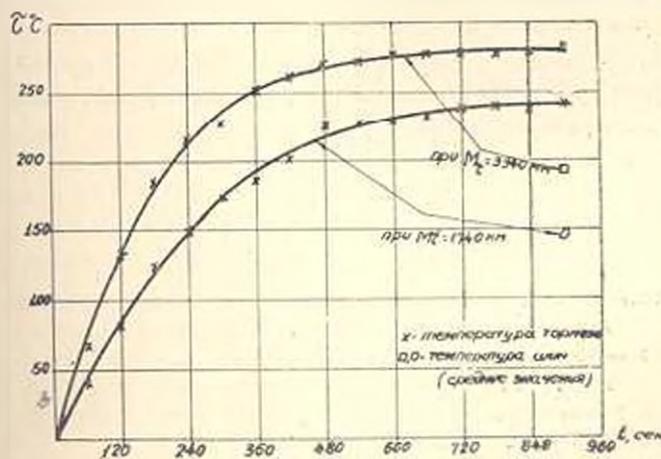


Рис. 2.

приведен график зависимости температур накладок тормоза автомобиля ЗИЛ-16А от времени торможения при двух значениях тормозного момента, соответствующих режимам движения с постоянными скоростями 30 и 40 км/час на спусках с уклонами 6 и 10%. На этом

же графике показаны значения температур шин, замеренные игольчатыми термометрами на неподвижном колесе.

Ереванский политехнический институт

ин. К. Маркса

Получено LVII 1965.

## 2. Վ. ԽՈՐՈՒՓՆԵՑԱՆ

### ԱՎՏՈՂՈՐԻՎԱԶԻՆ ԱՐԳԵԼՎԱԿՆԵՐԻ ՉԵՐՄԱՅԻՆ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ՄԱԿԵԼԱՅՈՐԱՆ ՄԵՋՈՑՈՎ

(Հայտնություն 1)

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Ավտոմոբիլային արգելակի հոսափոխությունը և էրկայակեցությունը մեծ նշանակություն ունի երթևեկության անվտանգությունը ապահովելու և փոխադրամենների արտադրողականությունը բարձրացնելու համար. հասկապես լեռնային պայմաններում և կախված է դիսափորապես արգելակային մեխանիզմի ջերմային լարվածությունից:

Ներկայումս ջերմային հաշվարկը կատարվում է ջերմային բալանսի պարզեցված բանաձևով [2, 3, 6], որի ճշտությունը փոքր է. իսկ հաշվարկի մեթոդիկան ցույց չի տալիս կոնստրուկտորին այն ուղիները, որոնցով հնարավոր կլինի փոքրացնել արգելակի ջերմային լարվածությունը:

Առաջարկվում է ջերմային հաշվարկը կատարել կամ ջերմային բալանսի լրիվ բանաձևով (1), (12), կամ շափանչային հավասարումներով, օդադոզով ճշգրիտ նմանության տեսության ապարատը Ստացված շափանչային հավասարումը (14) թույլ է տալիս որոշելու ջերմաստիճանային սխեմայի քաղցրահամակցությունը, կախված արգելակային մեխանիզմի կառուցվածքային առանձնահատկություններից և արգելակման ուժից:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Александров М. П. Тормоза подъемно-транспортных машин, М., 1958.
2. Бухарин Н. А. Тормозные системы автомобилей, М., 1950.
3. Гольд Б. В. Конструирование и расчет автомобиля., М., 1963.
4. Конаков И. К. Теория колес и ее применение в теплотехнике, М., 1959.
5. Крюков А. Д. Тепловой расчет трансмиссий транспортных машин, М., 1961.
6. Максакетян Г. В. Теория автомобиля, Ереван, 1963.
7. Чудаков Г. А. Расчет автомобиля, М., 1947.

С. М. САРКИСЯН

ОПТИМАЛЬНОЕ АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ  
ВОДОХРАНИЛИЩА ГЭС ДЛИТЕЛЬНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ  
ПРИ ВЕРОЯТНОСТНОМ ОПИСАНИИ РЕЧНОГО СТОКА

Оптимальный режим работы энергосистем с гидростанциями на предстоящий длительный период времени в основном определяется программой наполнения и опорожнения водохранилищ ГЭС. Для составления этой программы исходными являются данные о водном режиме рек, на которых расположены эти водохранилища. Но речной сток имеет вероятностную природу [1], что и предопределяет вероятностный характер режима работы ГЭС и всей энергосистемы. Вследствие этого нельзя заранее предсказать момент времени, в котором водохранилища энергосистемы будут заполнены до отметки НП<sup>1</sup> или опорожены до отметки ГМО. Отсутствие таких отправных точек усложняет задачу, так как требует учета последствий процесса на параметры системы в расчетный период времени [2, 3, 4]. В данной работе предлагается способ учета последствий в многолетнем разрезе, который базируется на оптимизирующем методе динамического программирования Р. Беллмана [5] с использованием итерационного метода Р. Ховарда [5]. При этом в качестве математической модели системы принят марковский процесс с конечным числом  $N$  возможных состояний. Естественным параметром, описывающим состояние системы, является объем воды в водохранилище. В начале каждого года водохранилище может находиться в некотором состоянии  $V_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) в пределах допустимой призмы его регулирования. В течение года состояние системы изменяется и в конце года переходит в одно из возможных состояний  $V_j$  ( $j=1, 2, \dots, N$ ).

Начальное и конечное состояния водохранилища связаны между собой следующим уравнением

$$V_j = V_i + z (q - Q - C), \quad (1)$$

где  $z$  — число секунд в году;  $q$  — среднегодовой приток реки;  $Q$  — среднегодовой расход воды через турбины ГЭС;  $C$  — потери из водохранилища на испарение, фильтрацию и сброс воды через водосбросные сооружения.

Среднегодовой приток реки является случайной величиной, с определенной функцией распределения, и поэтому даже при однознач-

ном задании  $Q$  и  $V_i$ , возможно лишь определение некоторого распределения вероятностей состояний водохранилища  $V_j$  в конце года.

Переписав уравнение (1) в следующем виде

$$q = \frac{V_j - V_i + \tau Q + \tau C}{\tau} \quad (2)$$

можно для некоторого значения  $Q$  определить величину  $q$ , при которой водохранилище из состояния  $V_i$  в начале года переходит в состояние  $V_j$  в конце года. Но вероятность такого перехода равна вероятности появления притока реки  $q$ , которую можно определить по его функции распределения. Необходимо отметить, что вероятность перехода от  $V_i$  к  $V_j$  строго зависит от принятого значения расхода воды через турбины ГЭС  $Q$ .

Определяя набор вероятностей  $p_{ij}$  для всех комбинаций  $V_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) и  $V_j$  ( $j=1, 2, \dots, N$ ) для некоторого значения расхода воды  $Q$ , получим матрицу вероятностей перехода, у которой все элементы положительны и сумма элементов каждой строки равна единице.

Так как вероятность перехода из состояния  $V_i$  в состояние  $V_j$  в течение данного года зависит только от этих величин и расхода воды через ГЭС  $Q$  и не зависит от поведения системы до момента попадания в состояние  $V_j$ , то работу водохранилища можно описать простым марковским процессом с матрицей вероятностей перехода  $P$ . Эксплуатационные годовые издержки смешанной энергосистемы во многом зависят от степени участия ГЭС в покрытии суммарной нагрузки энергосистемы. Величина этих издержек  $b_{ij}$  для некоторого значения расхода воды через ГЭС  $Q$  и состояний водохранилища  $V_i$  и  $V_j$  определяется соответственно оптимальному годовому режиму работы ГЭС, найденному по методам, изложенным в [2, 3]. Множество значений  $b_{ij}$  для всех комбинаций  $ij$  образуют матрицу затрат  $B$  с элементами  $b_{ij}$ . Причем вероятность затрат в  $b_{ij}$  равна вероятности перехода водохранилища системы из состояния  $V_i$  в состояние  $V_j$  при определенных значениях  $Q$ . Имея пути нахождения элементов матриц  $P$  и  $B$  для определенного значения  $Q$ , можно перейти к решению поставленной задачи, т. е. — выбора такого значения  $Q$ , при котором достигается минимальное значение математического ожидания денежных затрат  $\mathcal{E}_i(n)$  за  $n$  последующих лет, если водохранилище в данный момент времени находится в состоянии  $i$ .

Принцип оптимальности динамического программирования [4] для данного случая, может быть сформулирован следующим образом: если процесс оптимален и система в течение первого из  $n$  лет переходит из состояния  $V_i$  в состояние  $V_j$ , то ожидаемые денежные затраты  $B_j$  за  $n$  лет равны  $b_{ij}$  плюс ожидаемые денежные затраты  $\mathcal{E}_j(n-1)$ , которые получаются в системе на оптимальном продолжении за оставшиеся  $(n-1)$  лет, управляясь из состояния  $j$ .

Этот переход возможен с вероятностью  $p_{ij}$ . Но из состояния  $i$  в начале года система может перейти в любое состояние  $j$  ( $j=1, 2, \dots, N$ ), следовательно

$$B_i = \sum_{j=1}^N p_{ij} [b_{ij} + \mathcal{E}_j(n-1)].$$

Так как цель задачи заключается в оптимизации процесса за  $n$  лет, то необходимо минимизировать  $B_i$  в целом, включая издержки первого года, т. е.

$$\mathcal{E}_i(n) = \min B_i = \min \sum_{j=1}^N p_{ij} [b_{ij} + \mathcal{E}_j(n-1)]. \quad (3)$$

Обозначая непосредственно ожидаемые денежные затраты за первый год через  $e_i = \sum_{j=1}^N p_{ij} b_{ij}$  и записав уравнение (3) в векторной форме, получим

$$\mathcal{E}(n-1) = \min [e + P\mathcal{E}(n)], \quad (4)$$

где  $\mathcal{E}(n)$  — вектор столбец с компонентами  $\mathcal{E}_i(n)$  ( $i=1, 2, \dots, N$ );

$e$  — вектор столбец с компонентами  $e_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ).

Используя (4) можно один за другим определить оптимальные значения  $Q$  для последующих лет для каждого состояния водохранилища. Но для этого необходимо иметь вектор столбец  $\mathcal{E}(n)$  для какого-либо значения  $n$ , который заранее не может быть определен. Для выхода из этого затруднения используется асимптотический характер системы, свойственный марковским процессам.

Для нахождения асимптотического поведения системы необходимо иметь аналитическую зависимость, выражающую величину  $\mathcal{E}(n)$  через предельные параметры марковского процесса. Для получения этой зависимости к уравнению (4) применяется  $z$ -преобразование, предполагая при этом, что процесс оптимален:

$$z^{-1} [\bar{\mathcal{E}}(z) - \bar{\mathcal{E}}(0)] = \frac{1}{1-z} e + P\bar{\mathcal{E}}(z), \quad (5)$$

где  $\bar{\mathcal{E}}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{E}(n) z^n$ .

Из уравнения (5) получим

$$\bar{\mathcal{E}}(z) = \frac{z}{1-z} (1-zP)^{-1} e + (1-zP)^{-1} \bar{\mathcal{E}}(0). \quad (6)$$

Выполнив обратное преобразование уравнения (6) после несложных выкладок, получим

$$\mathcal{E}(n) = ng + \bar{W}, \quad (7)$$

где  $g = \sum_{i=1}^N \pi_i e_i$  — средний денежный расход за один год, если наме-

чается эксплуатировать водохранилище много лет;  
 $\pi_i$  — предельные вероятности процесса;

$W$  — вектор с компонентами  $W_i$ , которые представляют собой относительные веса состояний  $i$ , а  $W_{i+1} - W_i$  показывает насколько выгодно системе начать работу из состояния  $i+1$ , а не из  $i$ , если число лет эксплуатации водохранилища велико.

Если уравнение (7) подставим в уравнение (3), получим

$$ng - W_i = e_i + \sum_{j=1}^N p_{ij} [(n-1)g + W_j],$$

откуда

$$g + W_i = e_i + \sum_{j=1}^N p_{ij} W_j, \quad i=1, 2, \dots, N, \quad (8)$$

так как  $\sum_{j=1}^N p_{ij} = 1$ .

Выражение (8) представляет собой систему  $N$  линейных уравнений, связывающих величины  $W_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) и  $g$ . Следовательно имеется  $N$  уравнений с  $N+1$  неизвестными. Но так как достаточно определить разность значений величин  $W_i$ , то одну из них (например  $W_1$ ) можно приравнять нулю и решить систему из  $N$  уравнений с  $N$  неизвестными.

При составлении системы уравнений (8) предполагалось, что процесс оптимален, хотя оптимальные расходы воды  $Q$  и зависящие от них матрицы вероятностей  $P$  и денежные расходы  $B$  заранее неизвестны. Поэтому задачу приходится решать итерационным методом. Для ряда значений среднего годового расхода  $Q_k$  ( $k=1, 2, \dots, s$ ) (каждое из которых в дальнейшем будет называться  $k$ -ой стратегией) определяются матрицы вероятностей перехода  $P^k$  и матрицы денежных расходов  $B^k$ . Затем для значений  $k$ , подсчитывается вектор столбец  $e^k$ ,  $i$ -ый элемент которого представляет собой непосредственно ожидаемые денежные затраты за первый год  $e_i^k$ , если водохранилище в начале года находится в состоянии  $i$ . Далее принимается первоначальное решение, т. е. каждому состоянию водохранилища  $V_i$  назначается стратегия  $k^*$ , —  $Q_{k^*}$ .

По этому решению формируется новая матрица вероятностей перехода  $P^{(0)}$ ,  $i$ -ая строка которой подбирается из имеющихся матриц вероятностей перехода  $P^k$  согласно стратегии  $k$ , которая принята для этого состояния  $i$ . Согласно принятому решению, формируется новый вектор столбец непосредственных денежных затрат  $e^{(0)}$ . По полученным  $P^{(0)}$  и  $e^{(0)}$  составляется система линейных уравнений (8), решение которой дает относительные веса  $W_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) и средний

денежный расход  $g$  для первоначального решения. Имея эти величины, можно приступить к улучшению первоначального решения.

Из уравнения (3) видно, что если известны минимальные ожидаемые денежные затраты за  $n$  лет, то лучшую стратегию в  $i$ -м состоянии на  $n+1$  шаге можно найти, минимизируя относительно всех стратегий выражение

$$B_i^{1k} = e_i^k + \sum_{j=1}^N p_{ij}^k \mathcal{D}_j(n).$$

Но для больших  $n$  справедливо (7), следовательно

$$B_i^{1k} = e_i^k + \sum_{j=1}^N p_{ij}^k (ng + W_j^k). \quad (9)$$

Поскольку  $\sum_{j=1}^N p_{ij}^k = 1$  и  $g$  не зависит от  $j$ , то взамен (9) можно минимизировать выражение

$$B_i = e_i^k + \sum_{j=1}^N p_{ij}^k W_j^k \quad (10)$$

относительно всех стратегий  $k$  в  $i$ -ом состоянии.

Для улучшения первоначального решения, исходя из полученных значений  $W_i$ , определяется критерий оптимальности (10) для каждого состояния водохранилища, по всем стратегиям  $k$ . Новым решением для  $i$ -го состояния является то значение  $k$ , для которого критерий оптимальности получается минимальным.

Определяя новое решение для всех  $i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ), можно приступить ко второй итерации, в которой, согласно вновь полученному решению, формируется новая матрица вероятностей перехода  $P^{(1)}$ ,  $i$ -ая строка которой подбирается согласно новой стратегии  $k$  из имеющихся матриц вероятностей перехода  $P^k$ . Формируется также вектор столбец непосредственных денежных затрат  $e^{(1)}$ . По  $P^{(1)}$  и  $e^{(1)}$  вновь составляется система линейных уравнений (8), решение которой дает относительные веса  $W_i^{(1)}$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) и средний денежный расход  $g$  для решения, полученного в предыдущей итерации. По полученным весам  $W_i$  это решение улучшается посредством критерия оптимальности (10). После чего можно перейти к следующей итерации. Процесс решения продолжается до тех пор, пока не будет найдено оптимальное решение, которое достигается тогда, когда решение двух последних итераций совпадают.

Для иллюстрации вышеприведенного способа определения оптимального асимптотического поведения водохранилища ГЭС длительного регулирования ниже приводится числовой пример. Сток реки, на котором находится водохранилище с полезным объемом  $360 \cdot 10^6$  куб. м, характеризуется следующими статистическими характеристиками: средним многолетним притоком  $q_{\text{ср}} = 25 \text{ м}^3/\text{сек}$ , коэффициентами вариации

$C_0 = 0,265$  и асиметрии  $C_1 = 2C_0$ . Полезный объем водохранилища разделен на 9 равных частей и следовательно рассматриваются 10 состояний. В примере, в качестве стратегии, рассмотрены среднегодовые расходы воды через ГЭС  $Q$ , начиная от 10 до 40  $м^3/сек$  с интервалом 5  $м^3/сек$ . Брать среднегодовые расходы ниже 10  $м^3/сек$  и выше 40  $м^3/сек$  нет смысла, так как при таких расходах вероятности перехода от состояния  $V_i$  в состояние  $V_j$  очень близки или единице или нулю. Поэтому в примере рассмотрены лишь стратегии  $Q = 1, 2, \dots, 7$  соответственно расходам воды  $Q = 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40$ . Для каждой стратегии подсчитаны элементы матриц вероятностей перехода  $P^k$  и матриц денежных расходов  $B^k$ , а также математические ожидания непосредственных денежных затрат за один год для каждой стратегии  $k = 1, 2, \dots, 7$  и для каждого состояния водохранилища  $i$  в начале года  $i = 1, 2, \dots, 10$ . В качестве первоначального решения принята первая стратегия для всех состояний водохранилища  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

Задача запрограммирована и решена на быстродействующей счетно-решающей машине Раздан-2. В машину введено 7 матриц вероятностей перехода для каждой стратегии  $k = 1, 2, \dots, 7$  и математических ожиданий непосредственных денежных затрат за один год.

Ниже приводится программа решения задачи в оперативной записи:

$$\begin{aligned}
 & A^{(1)} (1-i)^{12} (1-j) \Phi_i^{-1} k_{ij} f(j) F(j) P(j > 10)^{11} C_j f(i) F(i) \\
 & P(i > 10)^{12} \Gamma (1-i) (S_{111} \rightarrow S_{111})^{12} (1 \rightarrow k) (S_{111} \rightarrow S_{111})^{14} \\
 & (1 \rightarrow i) (S_{22k} \rightarrow S_{22k})^{12} S_{ijk} f(i) F(j) P(j_i > 10)^{13} f(k) F(2nk) \\
 & P(k > 7)^{14} f(i) F(i) P(i > 10)^{12} (1-i) (P_1 \rightarrow P_1)^{16} P_i (K_i^{(1)} = K_i^{(0)})^{17} \\
 & f(i) F(i) P(i > 10)^{16} \text{ стоп }^{17} (1-i) (v_1 \rightarrow v_1)^{18} v_1 f(i) F(i) P(i > 10)^{18,19},
 \end{aligned}$$

где  $A$  — посылает начальное решение  $k_i^{(0)}$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ );

$\Phi$  — по значениям  $k_i$  формирует операторы  $k_i : c_i$ ;

$k_{ij}$  — посылает коэффициенты уравнения системы в постоянное место, предназначенное для решения методом Гаусса системы линейных алгебраических уравнений;

$c_i$  — посылает свободные члены в соответствующие ячейки,

$\Gamma$  — подпрограмма Гаусса;

$S_{ijk}$  — вычисляет  $e_i^k + \sum_{l=1}^N P_{il}^k W_l$ , и в  $K^{(1)}$  посылает то значение, для

которого это выражение получилось минимальным;

$v_i$  — посылает  $k_i^{(1)}$  в  $k_i^{(0)}$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ).

В каждой итерации машины решает систему линейных уравнений (8), состоящую из 10 уравнений с 11 неизвестными  $W_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ) и  $x$ , принимая  $W_{11}$  равной нулю. Решение задачи было закончено в 4 итерации, так как решение в 3 и 4 итерациях получились одинаковыми. Результаты решения приведены в табл. 1. Как видно из этой таблицы, после улучшения решения в первой итерации, в качестве решения для каждого состояния водохранилища получилась 7-ая стра-

Таблица 1

i	Итерация 0		Итерация 1		Итерация 3		Итерация 4	
	$K_i^{(0)}$	$W_i^{(0)}$	$K_i^{(1)}$	$W_i^{(1)}$	$K_i^{(3)}$	$W_i^{(3)}$	$K_i^{(4)}$	$W_i^{(4)}$
1	1	-0,04689	7	-1,22468	5	-1,32200	5	-1,32200
2	1	-0,03679	7	-0,27758	5	-1,10414	5	-1,10114
3	1	-0,03668	7	-0,71024	5	-0,86382	5	-0,86382
4	1	-0,03637	7	-0,57489	3	-0,72278	3	-0,72278
5	1	-0,02595	7	-0,51386	3	-0,58014	3	-0,58014
6	1	-0,02542	7	-0,40798	7	-0,41016	7	-0,41016
7	1	-0,02447	7	-0,30224	7	-0,30293	7	-0,30293
8	1	-0,01318	7	-0,20710	7	-0,20713	7	-0,20713
9	1	-0,00165	7	-0,10302	7	-0,10303	7	-0,10303
10	1	-0,00000	7	-0,00000	7	-0,00000	7	-0,00000
		36,53010		34,26150		34,24690		31,24690

тегия. Этому решению соответствуют минимальные непосредственно ожидаемые денежные затраты. Но это решение не оптимально при многолетней эксплуатации водохранилища. Оптимальное асимптотическое поведение, при котором работа водохранилища сводит системные денежные затраты к минимуму не в первый год, а в многолетнем разрезе, получено в 4 итерации и приведено в последней графе табл. 1. В нижней строке таблицы 1 показаны также средние ожидаемые денежные расходы в каждой итерации. В последней графе таблицы 1 показаны относительные веса  $W_i$  для оптимального решения. Имея эти веса, по методам, изложенным в работах [2, 3], можно найти оптимальный годовой план работы водохранилища при отсутствии отправных точек, в которых водохранилище полностью заполнено или же опорожнено. Согласно оптимальной стратегии, приведенной в таблице 1, определяются также оптимальные среднегодовые расходы воды  $Q$  для каждого  $i$ -ого состояния, которых надо придерживаться, как только водохранилище в начале года окажется в этом состоянии.

Ер-ванский политехнический институт  
им. К. Маркса

Получено 10.V 1965.

Ս Մ ՍՐԵՄԱՆ

ԵՐԿՐԵՍՏԵՎ ԿՆԵՆՆԱՎՈՐՈՒՄՆ ԶՐԱՄԲԱՐ ՌԵՆՏՈՂ ՀԵՒ-Ի ՕՊՏԻՄԱԼ ԱՍԻՄՊՏՏԱՏԻԿ ՎԵՐՔԸ. ԳԵՏԻ ՀՈՒՔԻ ՀԵՎԱՆԱՎԱՆԱԿԱՆ ԿԵՐԱԴՐՈՒՄՆ ԳԵՊԳՈՒՄ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Վ

Այս աշխատանքում քրտմբարի աշխատանքը ղիտարչվում է որպես մար-  
կայան պրոցես: Ոգովելով այդ պրոչեի ասիմպտոտիկ վարքից, ղիտմիկ ծրա-

զրման օպտիմիզացիոն սկզբունքով որոշվում է ջրամբարի բազմադարյան կանոնափորման օպտիմալ վարքը:

Տարվա բնօրացում ջրամբարի  $V$ , փիճակից  $V$ , փիճակին անցման հավանականությունը  $p$ , հաշվում է (1) բանաձևով օգտվելով գետի հոսքի տարեկան կոլեկցիայի Այդ անցումից ստացված տարեկան ծախսերը և հաշվում են ջրամբարի տարեկան օպտիմալ աշխատանքի պայմանից:

Սեննալով անցման հավանականությունների և տարեկան ծախսերի մաթրիցաները միջին տարեկան ջրի ծախսի մի շարք արժեքների համար (ծ) հավասարումների սխեմայի և (10) օպտիմալության կրիտերիայի միջոցով կազմվում է իստերացիան ցիկլ, որի միջոցով գտնվում է օպտիմալ միջին տարեկան ջրի ծախսերը ջրամբարի տարբեր փիճակների համար: Որոշվում են նաև ջրամբարի փիճակների հարարերական կշիռները, որոնք անհրաժեշտ են ջրամբարի տարեկան օպտիմալ աշխատանքի կորը որոշելու համար:

Խնդիրը ծրագրված և լուծված է «Հրապարակ» — Չ» հաշվիչ մեքենայի վրա:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *И. А. Картелишвили*. О математическом описании и методике расчетов регулирования речного стока. Изв. АН СССР, ОТИ, № 1, 1956.
2. *Е. В. Цветков*. Вероятностная методика назначения оптимальных режимов энергосистем с гидроэлектростанциями длительного регулирования. Труды ВНИИЭС, № 11, 1961.
3. *Շ. Մ. Տարկեսյան*. Выбор оптимального режима работы ГЭС энергосистемы методом динамического программирования. Сб. научных трудов ЕРЭИ, том XXII, вып. 1, 1965.
4. *Р. Беллман*. Динамическое программирование II. Л. 1960.
5. *Բ. Ա. Հավարդ*. Динамическое программирование и марковские процессы.

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

А. С. СОГОЯН

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ПОЛЗУЧЕСТИ ДЕРЕВЯННОЙ БАЛКИ  
 ПРИ ЧИСТОМ ИЗГИБЕ

В работе исследуется напряженное состояние деревянной балки при чистом изгибе, исходя из представления о древесине, как о материале, обладающем одновременно свойством ползучести и изменчивости модуля упругости, в результате изменения влажности древесины в эксплуатационных условиях конструкции. При этом рассматриваются различия модулей упругости  $E(\tau)$  и мер ползучести  $C(t, \tau)$  древесины в растянутой и сжатой зонах с учетом влияния влажности во времени по заданному закону. В исследовании вопроса допускается, что:

1. Между деформациями ползучести и напряжениями имеется линейная зависимость, справедливая при значениях напряжений ниже предела долговременного сопротивления;

2. При деформации ползучести древесины имеет место закон наложения

Закон изменения меры ползучести, в общем случае для бетона, представлен выражением вида [1]:

$$C(t, \tau) = \varphi(\tau) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}], \text{ где } \varphi(\tau) = C_0 + \frac{A_1}{\tau}; \quad (1)$$

$C(t, \tau)$  — (мера ползучести) — деформация ползучести к моменту времени  $t$  от единичного напряжения;

$C_0$  — предельное значение меры ползучести для данного материала;

$A_1, \gamma$  — постоянные.

Изменение модуля упругости во времени в процессе высыхания древесины происходит по следующему закону [2]:

$$E(\tau) = E_{15} - (E_{15} - E_x) e^{-\alpha\tau}, \quad (2)$$

где  $E_x$  — модуль упругости древесины к началу исследования, при  $\tau = 0$ ;

$E_{15}$  — модуль упругости при 15% влажности древесины;

$\tau$  — время, которому соответствует определенный процент влажности древесины;  $\alpha$  — постоянная.

Если указанное выражение  $C(t, \tau)$  для бетона отражает основные свойства ползучести бетона во времени, то аналогичное выраже-

ние для древесины отражает основные свойства деформации ползучести древесины с учетом изменения ее влажности во времени [3]. Такое семейство кривых деформаций ползучести  $C(t, \tau)$  построено для древесины тополя, при растяжении и при сжатии с учетом процесса высыхания древесины, причем при разных влажностях к моменту нагружения (рис. 1). Семейство кривых  $C(t, \tau)$  хорошо описывается

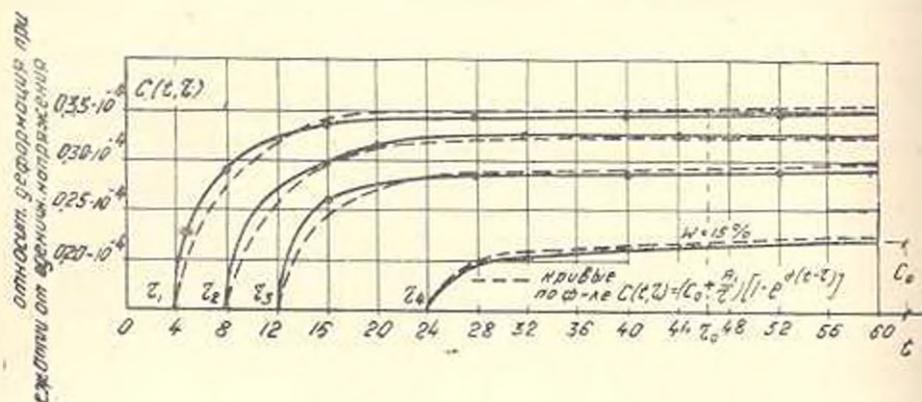


Рис. 1.

уравнением (1), причем коэффициенты  $A_1$  и  $\gamma$  подобраны таким образом, чтобы кривые ползучести хорошо совпали с данными опыта.

Считая справедливым гипотезу плоских сечений и для деформации

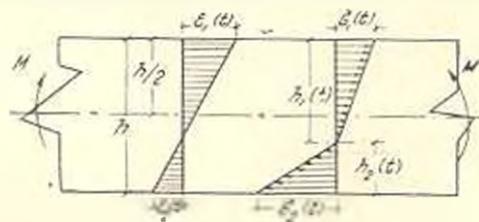


Рис. 2.

ций ползучести, получим следующее геометрическое соотношение (рис. 2)

$$\epsilon_2(t) = \frac{h_2(t)}{h_1(t)} \epsilon_1(t), \quad h_1(t) + h_2(t) = h \quad (3)$$

где  $h_1(t)$ ,  $h_2(t)$  — соответствующие величины, определяющие положение нейтральной оси во времени;

$\epsilon_1(t)$ ,  $\epsilon_2(t)$  — полные относительные деформации в сжатой и растянутой зонах.

Согласно принятой теории ползучести [1]:

$$\epsilon_1(t) = \frac{\sigma_1(t)}{E_1(t)} - \int_{t_0}^t \sigma_1(\tau) K_1(t, \tau) d\tau; \quad (4)$$

$$\varepsilon_2(t) = \frac{\sigma_2(t)^2}{E_2(t)} - \int_0^t \sigma_2(\tau) K_2(t, \tau) d\tau, \quad (5)$$

где

$$K_1(t, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{1}{E_1(\tau)} + C_1(t) \right]; \quad K_2(t, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \frac{1}{E_2(\tau)} + C_2(t, \tau) \right];$$

$\sigma_1(t)$ ,  $\sigma_2(t)$  — максимальные напряжения в сжатой и растянутой зонах;

$E_1(t)$ ,  $E_2(t)$  — модуль упругости древесины при растяжении и сжатии.

Из условия равновесия имеем:

$$\sigma_1(t) = \frac{3M}{hbh_1(t)}; \quad \sigma_2(t) = \frac{3M}{bhh_2(t)}. \quad (6)$$

Из выражения (3) получим

$$\varepsilon_2(t) = \frac{1 - \varphi(t)}{\varphi(t)} \cdot \varepsilon_1(t), \quad \text{где } \varphi(t) = \frac{h_1(t)}{h}. \quad (7)$$

Подставляя значения  $\varepsilon_1(t)$  и  $\varepsilon_2(t)$  из уравнений (4), (5) в уравнение (7) получим нелинейное интегральное уравнение следующего вида

$$\frac{1 - \varphi(t)}{\varphi(t)} - \lambda(t) \frac{\varphi(t)}{1 - \varphi(t)} = \int_0^t \left\{ \frac{1 - \varphi(t)}{\varphi(\tau)} K_1^*(t, \tau) - \frac{\varphi(t)}{1 - \varphi(\tau)} K_2^*(t, \tau) \right\} d\tau, \quad (8)$$

где

$$\lambda(t) = -\frac{E_2(t)}{E_1(t)}; \quad K_1^*(t, \tau) = E_2(t) K_1(t, \tau); \quad K_2^*(t, \tau) = E_1(t) K_2(t, \tau). \quad (9)$$

Введем следующее обозначение

$$\frac{1 - \varphi(t)}{\varphi(t)} - \lambda(t) \frac{\varphi(t)}{1 - \varphi(t)} = \psi(t). \quad (10)$$

Решая уравнение (10) относительно  $\varphi(t)$ , после преобразований получим:

$$\varphi(t) = \frac{\psi(t) + 2 - \sqrt{\psi^2(t) + 4\lambda(t)}}{2[\psi(t) + 1 - \lambda(t)]}. \quad (11)$$

Подставляя это значение  $\varphi(t)$  в уравнение (8), получаем нелинейное интегральное уравнение следующего вида, точное решение которого не известно:

$$\psi(t) = \int_0^t \left\{ \frac{\psi(t) - 2\lambda(t) + \sqrt{\psi^2(t) + 4\lambda(t)}}{\psi(t) + 1 - \lambda(t)} \right\} d\tau.$$

$$\frac{\psi(\tau) + 1 - \lambda(\tau)}{\psi(\tau) + 2 - \sqrt{\psi^2(\tau) + 4\lambda(\tau)}} K_1^*(t, \tau) - \frac{\psi(t) + 2 - \sqrt{\psi^2(t) + 4\lambda(t)}}{\psi(t) + 1 - \lambda(t)}$$

$$\cdot \frac{\varphi(\tau) + 1 - \lambda(\tau)}{\varphi(\tau) - 2\lambda(\tau) + 1 + \sqrt{\varphi_{n-1}^2(\tau) + 4\lambda(\tau)}} \cdot K_2^*(t, \tau) \Big| d\tau.$$

Решая уравнение (11) методом последовательного приближения получим

$$\begin{aligned} \varphi_n = & \int_{\tau_1}^t \frac{\varphi_{n-1} - 2\lambda(t) + \sqrt{\varphi_{n-1}^2(t) + 4\lambda(t)}}{\varphi_{n-1}(\tau) - 2\lambda(\tau) + 1 + \sqrt{\varphi_{n-1}^2(\tau) + 4\lambda(\tau)}} \cdot K_1^*(t, \tau) - \\ & - \frac{\varphi_{n-1}(t) + 2\sqrt{\varphi_{n-1}^2(t) + 4\lambda(t)}}{\varphi_{n-1}(\tau) - 2\lambda(\tau) + 1 + \sqrt{\varphi_{n-1}^2(\tau) + 4\lambda(\tau)}} \cdot K_2^*(t, \tau) \Big| \frac{\varphi_{n-1}(\tau) + 1 - \lambda(\tau)}{\varphi_{n-1}(t) + 1 - \lambda(t)} \cdot d\tau. \end{aligned} \quad (12)$$

В качестве нулевого приближения возьмем начальное значение  $\varphi(t)$ , когда  $t = \tau_1$ . При этом условию  $\varphi_n(t) = \varphi(\tau_1) = 0$ .

Для упрощения решения задачи примем  $E_1(t) = E_1$ ,  $E_2(t) = E_2$ , т. е. постоянными. Согласно принятому имеем:

$$\frac{1 - \varphi_0}{\varphi_0} - \lambda \cdot \frac{\tau_0}{1 - \varphi_0} = 0, \quad \text{где } \lambda = \frac{E_1}{E_2}. \quad (13)$$

Отсюда

$$\varphi_0 = \frac{1}{1 + \sqrt{\lambda}}. \quad (14)$$

Из выражения (12), при  $n = 1$ , после интегрирования получим

$$\varphi_1(t) = \sqrt{\lambda} [E_2 C_2(t, \tau_1) - E_1 C_1(t, \tau_1)] \quad (15)$$

В силу (12) и (15) получим:

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) = & \\ = & \frac{2 + 1 + \sqrt{\lambda} [E_2 C_2(t, \tau_1) - E_1 C_1(t, \tau_1)] - 1 - \lambda + \sqrt{[E_2 C_2(t, \tau_1) - E_1 C_1(t, \tau_1)]^2 + 4}}{2 \{1 - \lambda + 1 + \sqrt{\lambda} [E_2 C_2(t, \tau_1) - E_1 C_1(t, \tau_1)]\}} \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$C_1(t, \tau_1) = B_1 (1 - e^{-\tau_1(t-\tau_1)}); \quad C_2(t, \tau_1) = B_2 (1 - e^{-\tau_2(t-\tau_1)}). \quad (17)$$

По известному значению  $\varphi_1(t)$ , из уравнения (7) получим

$$h_1(t) = h \varphi_1(t); \quad h_2(t) = h [1 - \varphi(t)].$$

Как видно из (17) при  $t = \infty$ ;  $C_1(\infty, \tau_1) = B_1$ ;  $C_2(\infty, \tau_1) = B_2$ .

тогда

$$\varphi_1(\infty) = \frac{\frac{2}{\lambda} + E_2 B_2 - E_1 B_1 - \sqrt{[E_2 B_2 - E_1 B_1]^2 + 4}}{2 \left| \frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 1 + \sqrt{\lambda} + E_2 B_2 - E_1 B_1 \right|} \quad (18)$$

Если

$$E_2 B_2 - E_1 B_1 = 0, \quad (19)$$

то

$$B_2 = \frac{E_1}{E_2} B_1. \quad (20)$$

Условие (19) справедливо, если  $B_1 = B_2 = 0$ , т. е. для начального момента  $t = \tau_1$ , когда ползучести нет и меры ползучести в растянутой и сжатой зонах связаны соотношением (20).

В силу (19), из уравнения (18) получим значение  $\varphi_1(t)$  соответствующее только упругому решению, подобное уравнению (14):

$$\varphi_1(0) = \varphi_1(\infty) = \frac{1}{1 - \frac{1}{\lambda}}. \quad (21)$$

В частном случае, если  $E_1 = E_2$ , то  $\varphi_1(0) = \frac{h}{2}$ , а  $h_1(0) = \frac{1}{2}$ . Имея значения  $h_1(t)$  и  $h_2(t)$ , можем вычислить максимальные краевые напряжения согласно выражению (6).

Полученные результаты были проверены экспериментально. Были исследованы балки на чистый изгиб под длительно действующей постоянной нагрузкой для частного случая, когда влажность древесины в период эксперимента оставалась постоянной, следовательно и модуль упругости древесины не менялся  $E_1(\tau) = E_1$ ,  $E_2(\tau) = E_2$ , а мера ползучести являлась функцией только разности аргументов, т. е.  $C_1(t - \tau_1)$ ,  $C_2(t - \tau_1)$ . Испытание на изгиб производилось в тангентальном направлении на балках натуральных размеров из древесины тополя сечением  $8 \times 20$  см до схеме указанной на рис. 3. Были испытаны

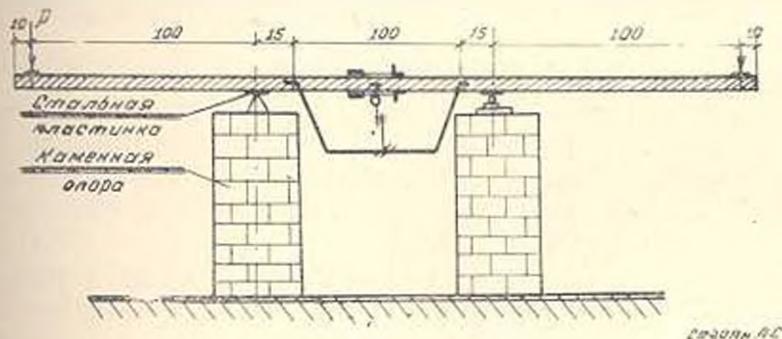


Рис. 3.

ны три балки. Для образцов была взята прямолинейная древесина без сучков при влажности  $W = 15\%$ , при  $E_1 = 10 \cdot 10^5$  кг/см<sup>2</sup>,  $E_2 = 1,2 \cdot 10^5$  кг/см<sup>2</sup>, при  $t = \infty$ ,  $C_1(t - \tau_1) = B_1 = 0,21 \cdot 10^{-4}$  см/кг,  $C_2(t - \tau_1) = 0,12 \cdot 10^{-4}$  см<sup>2</sup>/кг.

Чтобы сохранить влажность древесины постоянной, с целью исключения влияния ее колебания на деформацию ползучести и обеспечить модуль упругости древесины постоянным на протяжении всего исследования, концы балок покрывались парафином, а балки по всей длине плотно обертывались бумагой, края которой заклеивались. Затем поверх бумаги в два слоя наносился битум, растворенный в бензине, после чего производилось обертывание вторым слоем бумаги и вновь наносился раствор битума. Для измерения деформации краевых волокон на верхнюю и нижнюю плоскости балки были установлены индикаторы с удлиненными штифтами, а также тензометры (рис. 4).

Прогибы измерялись в середине пролета балок с помощью индикаторов укрепленных к металлической раме. Измерение мгновенной деформации производилось тотчас по приложению нагрузки. Последующие приращения деформации ползучести измерялись через каждые 24 часа в течение двух месяцев.

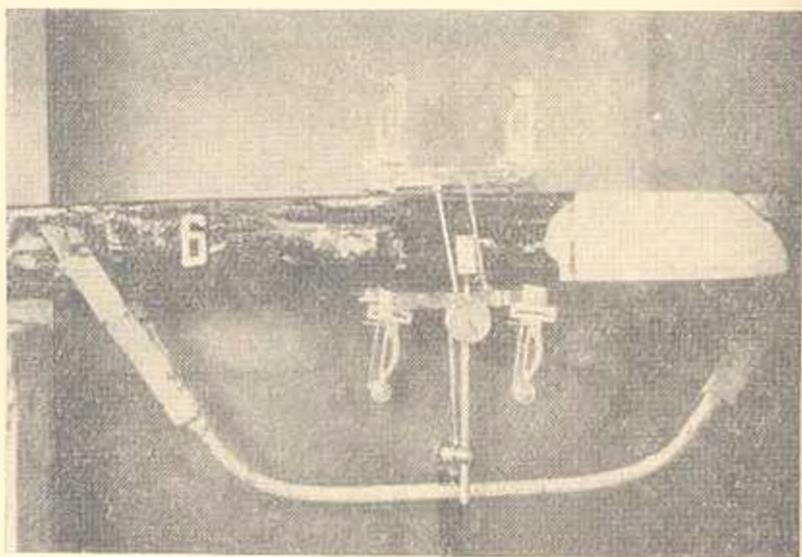


Рис. 4.

Прямые измерения деформаций краевых волокон и деформаций волокон в середине высоты балки при чистом изгибе показывают, что как при мгновенных деформациях, так и в процессе затухающей ползучести, сечения балки остаются плоскими, а нейтральная ось смещается в сторону растянутой зоны.

Из рис. 5 показан закон изменения  $h(t)$  во времени. Как видно из рисунка, расчетная кривая отклоняется от экспериментальной не более 8%.

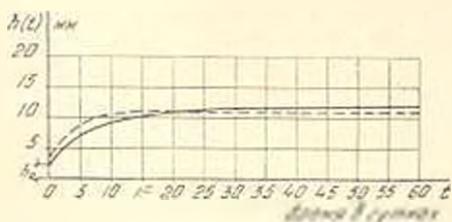


Рис. 5.

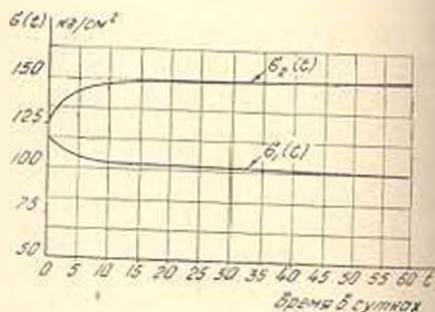


Рис. 6

На рис. 6 изображены кривые изменения напряжения  $\sigma_1(t)$  и  $\sigma_2(t)$ . В растянутой зоне увеличение напряжения  $\sigma_2(t)$  к концу исследования

составляет 20% от начального значения, а в сжатой зоне происходит падение напряжения на 13%.

На рис. 7 сопоставлены теоретические и экспериментальные значения  $\varepsilon_1(t)$  и  $\varepsilon_2(t)$ . Теоретические кривые вычислялись по формулам

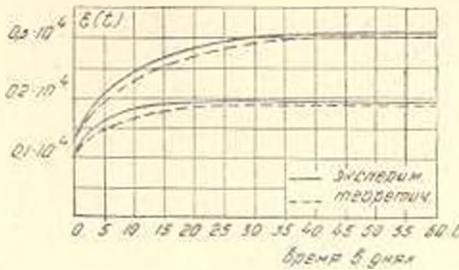


Рис. 7.

(3) и (4), пользуясь приближенным методом интегрирования. Судя по кривым рис. 7 сходимость теоретических данных с опытными удовлетворительная.

Ереванский политехнический институт

им. К. Маркса

Поступило 11.IV.1965

Ա. Ս. ԽՈՂՈՅԱՆ

ՓԱՅՏԵ ԶԵՄԱՆԻ ԽՍՔՈՒՐ ԾՌՈՒՄԱՆ ԿԵՊՔՈՒՄ ՍՈՂՔԻ ԿԻՆ ԿՆԻՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ա մ փ ո փ ո ռ լ մ

Հողվածում ուսումնասիրվում է մաքուր ծաման դեպքում փայտի հեծանի լարվածային վիճակը, կլինելով այն նախադրյալից, որ փայտանյութը կոնստրուկցիայի մեջ տեղադրելուց հետո խոնավության փոխման հետևանքով կենթակա է սողքի և ժամանակի բնթացքում առաձգականության մոդուլի փոփոխելիության: Դիտվում է ձգված և սեղմված դոսիներում փայտանյութի առաձգականության մոդուլի՝  $E(\tau)$ -ի և սողքի շափի՝  $C(t, \tau)$ -ի տարբերությունը: Ըստ որում, տրված օրինքով հաշվի է առնված խոնավության փոփոխության ազդեցությունը ըստ ժամանակի, որը հանդիսանում է հեծանի լարվածային վիճակի փոփոխությանը:

Խնդրի լուծման համար օգտագործված է բևտոն և կրկաթբետոն կոնստրուկցիաների էլեմենտների սողքի հաշվման Ն. Խ. Հարությունյանի տեսությունը [1], որի հիմքում ընկած հիմնական բնդունելությունները և նախադրյալները համապատասխան էրապերիմենտալ ստուգումից հետո տարածվել են փայտանյութի վրա: Ստացվել է (8) ոչգծային ինտեգրալ հավասարումը, որը մոտավոր ձևով լուծվել է  $h_2(t)$ -ի նկատմամբ, վերջինս բնորոշում է շեղոր առանցքի դիրքը ըստ ժամանակի: Խնդրի տեսական լուծման արդյունքների համեմատությունը բարդինու փայտանյութից բնական շափերի հեծանների վրա դրված փորձերից ստացված ավյալների հետ տվել է լավ համընկնում:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. М.-Л., 1952.
2. Согоян А. С. О некоторых характеристиках древесины тополя. „Известия АН Армянской ССР“, серия технич. наук, т. X, № 3, 1957.
3. Согоян А. С. Исследование напряженного состояния деревянной шпренгельной балки с учетом ползучести древесины. „Известия АН Армянской ССР“, серия технич. наук, т. XVII, № 2, 1965.

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

С. Г. ШАГИНЯН

СТАТИЧЕСКОЕ ИСПЫТАНИЕ ФРАГМЕНТА СТЕНЫ  
 КРУПНОБЛОЧНОГО ЖИЛОГО ДОМА

1. В статье изложены результаты экспериментального исследования фрагмента фасадной стены 4-этажного крупноблочного жилого дома на одновременное действие вертикальных и горизонтальных сил. Испытания проводились с целью изучения поведения стен крупноблочных зданий в сейсмических условиях.

Фрагмент состоял из двух простеночных блоков, перемычного блока и подоконного блока (рис. 1). Блоки были изготовлены на заполнителях из арктического туфа. Консистенция бетона жесткая—с осадкой стандартного конуса 2—3 см. Бетонирование блоков производилось в металлических формах слоями по 20 см, с применением глубокого вибрирования. Режим обработки блоков был применен тепловой.

Физико-механические показатели бетона по результатам испытания кубов размерами 20×20×20 см и призм 15×15×40 см, при 28-дневном возрасте бетона, приведены в следующей таблице.

Наименование блоков	Прочность кг/см <sup>2</sup>	Марка бетон	Модул. дефор- мации бетона кг/см <sup>2</sup>	Объемный вес бетона т/м <sup>3</sup>
Простеночный блок . . . .	97	100	89200	1,74
Простеночный блок . . . .	84	75	81000	1,65
Перемычный блок . . . .	147	150	104500	—

Монтаж блоков фрагмента был произведен согласно „Инструкции по возведению жилых и гражданских зданий из крупных блоков“. Расчет конструкции и элементов 4-этажного крупноблочного дома был произведен согласно СНиП II—А.12—62, в предположении статического действия сейсмических сил.

Фрагмент был смонтирован и испытан на силовой железобетонной плите АИСМ (рис. 1). Перемычный блок охватывался обоймой при помощи четырех металлических тяжей и хомутов из швеллеров № 27. Горизонтальное усилие осуществлялось при помощи гидравлических домкратов, грузоподъемностью 60 т каждый

закрепленных в пазах треугольных ферм. Вертикальное обжатие блоков осуществлялось при помощи двух гидравлических домкратов, грузоподъемностью 100 т каждый. Они монтировались между двумя

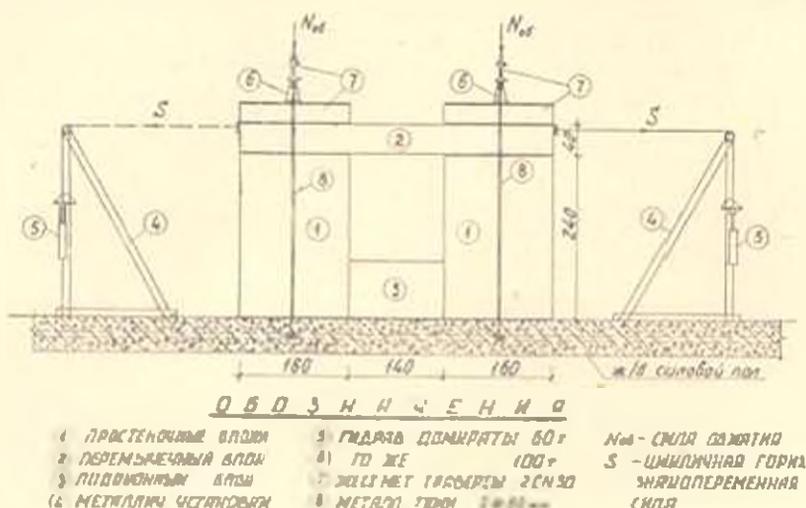


Рис. 1.

жесткими траверсами из парных швеллеров № 30. Усилие от домкратов к фрагменту передавалось четырьмя стальными тяжами  $\phi$  80 мм. Для равномерной передачи усилий от домкратов к фрагменту, шов между траверсами и фрагментом был залит цементно-известковым раствором. Манометры и домкраты были заранее тарированы. При экспериментах измерения величины деформации в блоках и растворных швах производилось мерсурями точностью 0,01 и 0,05 мм, а

#### РАСПОЛОЖЕНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

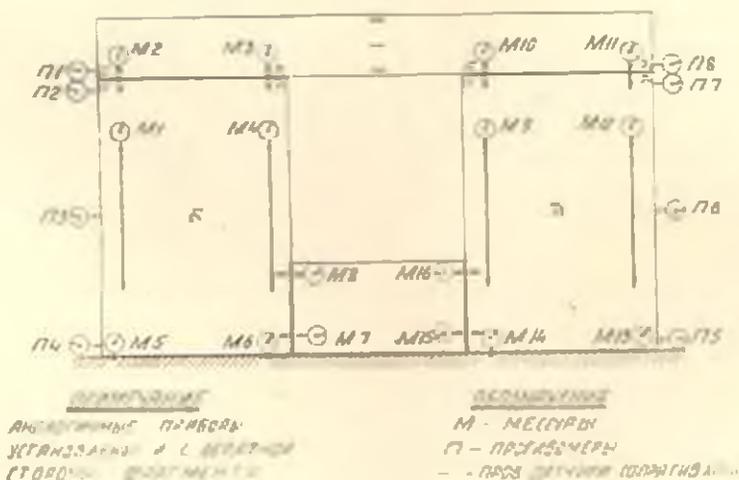


Рис. 2.

также проволочными датчиками сопротивления на базе 50 мм. Прогнбы фрагмента измерялись прогибомерами. Показания датчиков регистри-

ровались с помощью электронного измерителя с автоматической блокировкой типа АИ—1. Схема установки измерительных приборов на фрагменте приведена на рис. 2.

Испытание производилось в следующей последовательности. Прежде всего было осуществлено вертикальное обжатие фрагмента ступенями  $N_{от} = 10, 20, 30$  и  $40$  т. По показаниям приборов при обжатии были вычислены величины относительных деформаций в блоках, на основании чего определялись соответствующие модули деформации для бетонных блоков. Модули деформации бетонных блоков определялись также испытанием призм размером  $40 \times 40 \times 120$  см. При обжатии силой  $20$  т были приложены горизонтальные нагрузки до  $7,5$  т. При обжатии силой  $40$  т были приложены горизонтальные нагрузки, доведенные до величины  $20$  т.

Всего было проведено 6 циклов испытаний, из них 2 цикла при обжатии силой  $20$  т, с доведением максимальных горизонтальных нагрузок до  $4, 5$  и  $7, 5$  т и 4 цикла испытаний с доведением горизонтальных нагрузок до  $4,5; 9; 16,5$  и  $20$  т.

2. Перемещения по высоте фрагментов были измерены в восьми характерных точках с двух сторон фрагмента. Для уточнения расчетной схемы конструкций фрагмента было произведено сравнение измеренных величин прогибов (при различных обжатиях и различных горизонтальных нагрузках) с величинами соответствующих прогибов по существующим расчетным схемам. Расчеты произведены согласно „Инструкции по определению расчетных сейсмических нагрузок“ по следующим двум расчетным схемам:

а) рама с жесткими узлами. В рассматриваемом случае, перемещение в верхней точке от единичной силы

$$\delta_{11} = \frac{M_1}{12} \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{4r + 0,3f} \right),$$

где  $f$  — сумма погонных жесткостей стоек;  $r$  — сумма погонных жесткостей ригеля.

б) плоская стена с проемом. В этом случае перемещение в верхней точке от единичной силы:

$$\delta = \frac{1}{C_1}, \text{ где } C_1 = \frac{E_0 F \sum_1 \mu_1}{l_{ст} + 4,8 (k_1 - k_{np}) \sum_2 \mu_2},$$

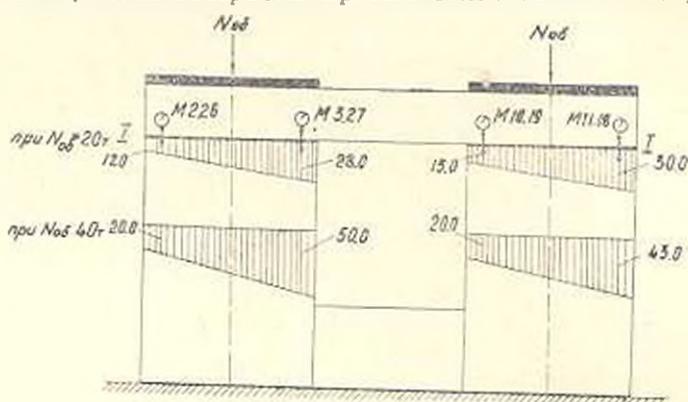
здесь  $E_0$  — начальный модуль упругости материала.

Величины прогибов, полученные экспериментальным путем, оказались более близкими к величинам прогибов, вычисленным по второй расчетной схеме.

Расчет показал, что при малых горизонтальных нагрузках упругая ось фрагмента в зависимости от вертикального обжатия получается различной. Так, при увеличении обжатия в 2 раза происходит

уменьшение прогибов и изменение упругой оси по форме, приближающейся к деформациям сдвига. При одной и той же величине вертикального обжатия увеличение величины горизонтальной изгибающей силы опять-таки приводит к изменению упругой оси от сдвиговой форме к форме, соответствующей деформациям изгиба. При существенном увеличении горизонтальной нагрузки, в растворном шве происходит сдвиг.

Эпюры деформации в растворных швах при различных величинах обжатия представлены на рис. 3. По данным, полученным при экспериментах, были построены кривые относительных деформаций и



$\epsilon \cdot 10^3$  в швах 1-1 при  $N = 20$  и  $40$  т

1 база измерен  $R = 10$  см

2. Мессуры 18, 19, 26 и 27 установлены с противоположной стороны фрагмента

Рис. 3.

верхних и нижних растворных швах, приведенные на рис. 4. При рассмотрении этих кривых можно заметить, что деформации в одних и тех же сечениях швов обоих блоков получились близкими, величина деформации в нижних швах оказалась больше чем деформации в верхних швах, что отчасти следует объяснить дополнительной нагрузкой на нижний шов от собственного веса самих блоков.

По замеренным прогибам, полученным при циклических нагрузках, были построены кривые гистерезиса и определены коэффициенты внутреннего поглощения энергии  $\psi$ . Величины коэффициентов  $\psi$  получились сильно отличающимися друг от друга по высоте фрагмента. Коэффициент внутреннего трения для фрагмента, с учетом податливости основания, в среднем может быть принят равным 0,90. В последнем цикле нагружения при  $N_{об} = 40$  т горизонтальная нагрузка была доведена до  $S = 24$  т, при этом закладные детали в швах между простеночными и перемычечными блоками вступили в работу. Ширина раскрытия швов достигла 0,2—0,4 мм. На лицевых поверхностях блоков появились микротрещины. Далее горизонтальная нагрузка была доведена до  $S = 28$  т. Под этой нагрузкой трещина в верхнем растворном шве имела длину 100 см. Ширина раскрытия в начале

трещины составляла 1 мм, и конце (у проема) 3–4 мм. Трещины появились и в швах между простеночными и подоконными блоками, а также в самом блоке. Закладная деталь правого конца между про-

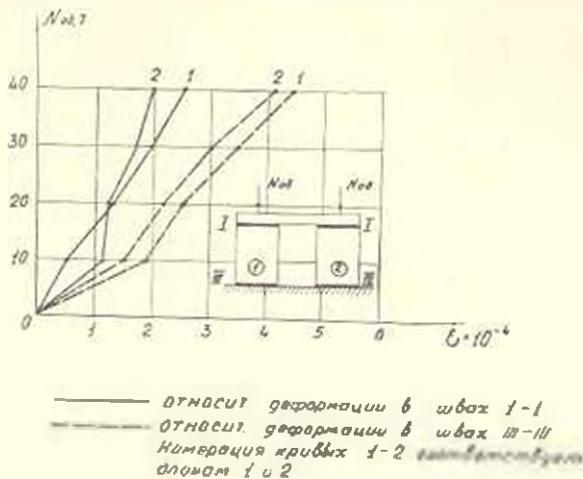


Рис. 4.

стеночным (блок — 1) и перемычечным блоком разорвалась. Далее наступил предел текучести.

Разрушение фрагмента произошло при горизонтальной силе  $S=28 т$  и  $N_{об}=40 т$ . Расчетная величина сейсмической нагрузки на уровне перекрытия I этажа (чему соответствует принятая величина вертикальной нагрузки, для 8-балльного землетрясения) равняется  $S=10 т$ . Следовательно, фрагмент крупноблочного дома с учетом коэффициентов перегрузки, условий работы и неоднородности материалов, выдержал большую нагрузку, чем предусмотрено Нормами для 8-балльного землетрясения.

### Выводы

1. Форма упругой оси фрагмента крупноблочной стены приближается к сдвиговой, поэтому в растворном шве между простеночными и перемычечными блоками необходимо предусмотреть металлические шпонки. При этом жесткие сварные закладные детали следует заменить более податливыми соединениями (болтовыми, шпоночными и пр.).

2. Статические испытания фрагмента крупноблочной кладки показали удовлетворительную сходимости экспериментальных данных с нормативными данными для расчета зданий и сооружений на сейсмостойкость.

## Ա. Գ. ՇԱՂԻՆՏԱՆ

ԵՌՇՈՐՈՒՄԻ ԲՆԱԿԵԼԻ ՏԱՆ ՊԱՏԻ ՖԲԱԿՄԵՆՏԻ ՍՏԱՏԻՍՏԻԿԱՆ ՓՈՐՁԱՐԿՈՒՄԸ

## Ա մ լ ւ յ ւ յ ւ ի մ

Խոշոր բյուրացիներ շէնքի ֆրագմենտի ուսումնասիրությունը ստատիկ ցիկլոսիս ուժերի ազդեցության տակ կատարվել է նրա վարքագիծը սեյսմիկ սլաշմաններում ճշտելու նպատակով՝ քստ համաշխարհային նորմաների:

Բնոնախորտումները կատարվել են հատուկ այդ նպատակի համար նախադրված սարքավորումների և հիդրավլիկ դամկրատների օգնությամբ՝ ուժային երկաթբետոնյա հասակի վրա: Չափումներն իրականացվել են միաժամանակ պորժոգ 106 յափիչ գործիքների օգնությամբ: Էքսպերիմենտայ աշխատանքների կատարման բնթաշրում ստացված են սվչայ տեղափոխությունների, բյուկների և կայանների դեֆորմացիոն և յարմոթրային վիճակների վերաբերյալ, ինչպես նաև հաշվային սխեմաների ճշտման և կներգիայի ներքին կլանման գործակիցների վերաբերյալ:

Ֆրագմենտի էքսպերիմենտայ ուսումնասիրությունը ցույց տվեց, որ Տ րաշի տակ հաշված կոնստրուկցիան, հաշվի առնելով դերբեռնվածության, ոչ համասեռության և աշխատանքի պայմանների գործակիցները, բնդունակ է պիմպրելու ազդի մեծ սեյսմիկ բեռնվածություն, քսն նախատեսված է նորմաներով:

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

А. В. ПИРАДОВ, Л. С. ШАКАРЯН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ  
СЦЕПЛЕНИЯ АРМАТУРЫ С ЛЕГКИМИ БЕТОНАМИ НА  
ПРИРОДНЫХ ЗАПОЛНИТЕЛЯХ

1. В Армянском НИИ стройматериалов и сооружений с 1963 г. начаты систематические исследования сцепления арматуры с бетоном, которые проводились как на призмах размером  $10 \times 10 \times 40$  и  $15 \times 15 \times 45$  см на выдергивание и продавливание арматурных стержней так и на балках  $14 \times 24 \times 200$  см, подверженных изгибу (рис. 1). Вид приме-

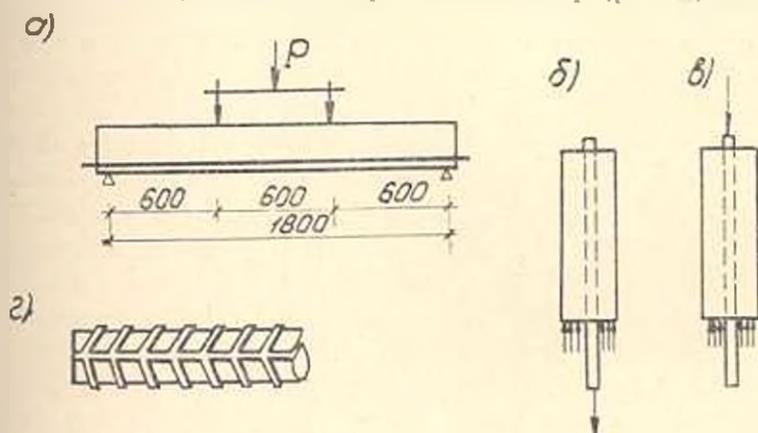


Рис. 1

няемых заполнителей и состава бетона с проектируемыми прочностями сведены в таблицы 1 и 4. Образцы из обычного бетона на кварцевом песке и базальтовом щебне были изготовлены как эталонные, для сравнения. Круглые стержни диаметром 8 и 12 мм, и также периодического профиля диаметром 12 мм были уложены в призмы размером  $10 \times 10 \times 40$  см. Стержни периодического профиля диаметром 18 и 25 мм — в призмы размером  $15 \times 15 \times 45$  см. Фиксирование стержней в форме производилось в торцах, путем пропуска их в торцевых плитах через специально высверленные в середине плиты отверстия. Для определения прочности бетона одновременно с призмами бетонировались кубики  $10 \times 10 \times 10$  см. Укладка бетона производилась вибрированием на виброплощадке в течение 20 сек. Набор прочности бетона образцов осуществлялся двумя методами: нормально-влажно-

Таблица 1

Вид бетона	Вид заполнителя	Маркировка образцов призм	Расход материалов на 1 м <sup>3</sup> бетона (кг)				Активность цемента кг/см <sup>3</sup>
			цемент	песок	щебень	вода	
Легкий	Кармрашенский шлак	1 к; 1 вк; 3 к; 3 вк;	326	291	330	304	419
		4 к; 4 вк; 5 к; 5 вк;	402	350	245	373	419
	Литовская пемза	7 л; 7 пл; 8 л; 8 пл;	158	550	630	152	419
		10 л; 10 пл; 11 л; 11 пл; 16 л; 17 л	236 300	400 454	690 750	304 162	550 550
Тяжелый	Базальтовый щебень и кварцевый песок	13 в; 13 вт; 14 в; 14 вт	191	755	1100	180	419

стным хранением во влажных опилках в течение месяца; пропаркой в лабораторной пропарочной камере при температуре 85°С с режимом пропаривания 3—6+3 часа (эти образцы при маркировке обозначены буквой П). После месячного хранения во влажных опилках образцы хранились до срока испытания в лабораторном помещении. Там же хранились и образцы после пропарки. Образцы с арматурой диаметром 12 мм, испытывались в месячном возрасте. Основная серия, составленная из образцов всех диаметров, включая арматуру диаметром 12 мм, испытывалась в трехмесячном возрасте. В основном образцы испытывались на выдергивание стержней из призм. Только небольшое количество образцов было испытано на продавливание стержней (табл. 3). Все испытания призм проводились на 100-тонном прецизионном гидрпрессе „Рейли“.

Для определения начала нарушения сцепления на нагруженном конце круглой арматуры устанавливался индикатор с ценой деления 0,01 мм.

Железобетонные балки армировались двумя стержнями периодического профиля диаметром 16 мм из стали класса А-II с пределом прочности  $\sigma_s = 5300 \text{ кг/см}^2$  в растянутой зоне и двумя стержнями диаметром 8 мм из стали класса А-I в сжатой зоне. Кроме того балки армировались хомутами из арматуры диаметром 6 мм с шагом хомутов для бетона М—100—110 мм, для бетона М—200—200 мм. Бетон балок изготовлялся в бетономешалке и укладка его производилась в металлические формы при помощи глубинного вибратора. Балки распалубывались через три дня после бетонирования и в течение месяца хранились во влажных опилках. После этого, вплоть до испытания, балки хранились в лабораторном помещении.

Испытание балок производилось в возрасте два месяца на гидрпрессе ГРМ—1. Нагрузка передавалась в третьих пролета ступенями примерно 0,1 от разрушающей нагрузки с выдержкой на каждой ступени 15 минут. Замеры деформаций бетона производились тензодатчиками с базой 50 мм. Тензодатчики приклеивались по всей длине балки на уровне растянутой арматуры с шагом 50 мм. Кроме того по высоте балки замерялись деформации бетона для определения эпюры напряженного состояния при различных этапах загрузки. Тензодатчиками с базой 10 мм, приклеенными к арматуре до бетонирования и изолированными эпоксидной мастикой, измерялись внутренние напряжения в арматуре, как в середине пролета, так и на опорных участках. Прогиб балки измерялся в середине пролета индикатором с ценой деления 0,01 мм. Для определения сдвижки свободных концов рабочей арматуры по отношению к торцу балки на концах стержней были установлены аналогичные индикаторы. Балка под нагрузкой с установленными приборами приведена на рис. 2.

В процессе нагружения балки, после появления трещин: микроскопом определялось их раскрытие на уровне растянутой арматуры. Замерялось также расстояние между трещинами. Вместе с балками

испытывались контрольные бетонные кубики, призмы и восьмерки.

2. Результаты испытания сведены в таблицы 2 и 3. В таблицах приведенные значения являются средними, полученными по испытанию

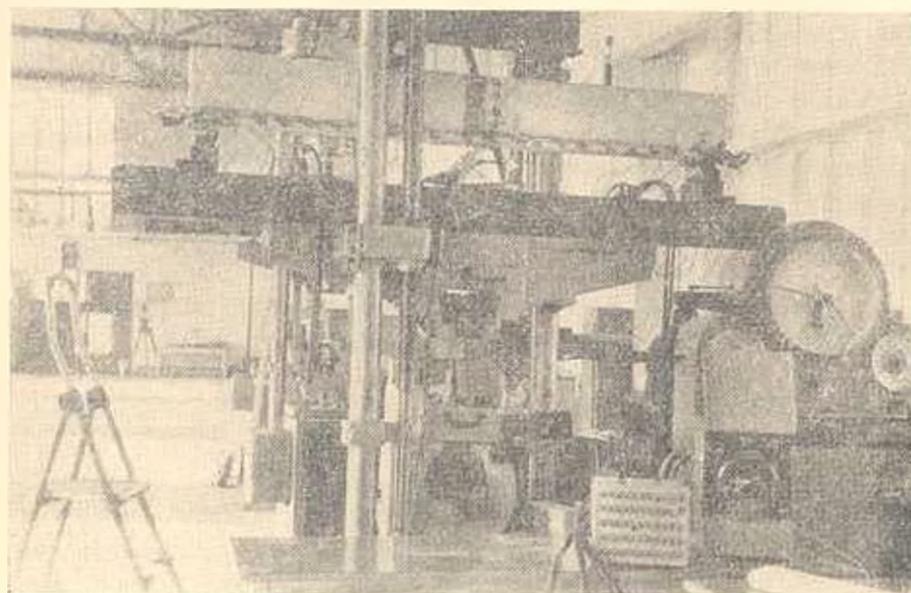


Рис. 2.

Таблица 3

Возраст образцов	Маркировка образцов	Размеры образцов	Прочность бетона в кг/см <sup>2</sup>	Диаметр арматуры мм	Сцепление		Пересечение	Способ испытания
					мм	кг/см		
Два месяца	16 л	15×15×15	227	12 п	43,9	0,194	1,98	продавливание
				12 п	22,2	0,098		
	10×10×40	12 п	37,6	0,166	1,91	продавливание		
			12 п	19,5			0,086	
		12 п	36,7	0,162	1,97	выдергивание		
			12 п	18,6			0,082	
	15×15×45	12 п	37,9	0,167	1,89	выдергивание		
							12 п	20,0
	15×15×45	18 п	61,3	0,27	—	продавливание		
							18 п	59,2
18 п		56,4	0,248	—	выдергивание			
						18 п	56,4	0,248
17 л	10×10×40	213	8	52,1	0,230	—	продавливание	
				14,4	0,063			
	15×15×45	8	24,8	0,1165	—	выдергивание		
							14,2	0,067
	15×15×45	25 п	52,3	0,246	—	продавливание		

трех образцов. Как видно из табл. 2 с увеличением прочности бетона величина его сцепления с арматурой увеличивается. Вместе с тем, размер диаметра арматуры не оказывает существенного влияния на величину сцепления. Данные таблиц 2 и 3 в виде отдельных точек



приведены на рис. 3. На рис. 3а представлены данные, полученные по исследованию 1963 г. [1]. Пунктирная линия, показанная на рис. 2а, соответствует уравнению  $\tau_{сн}/R = 0,077$ . Иная картина наблюдается при

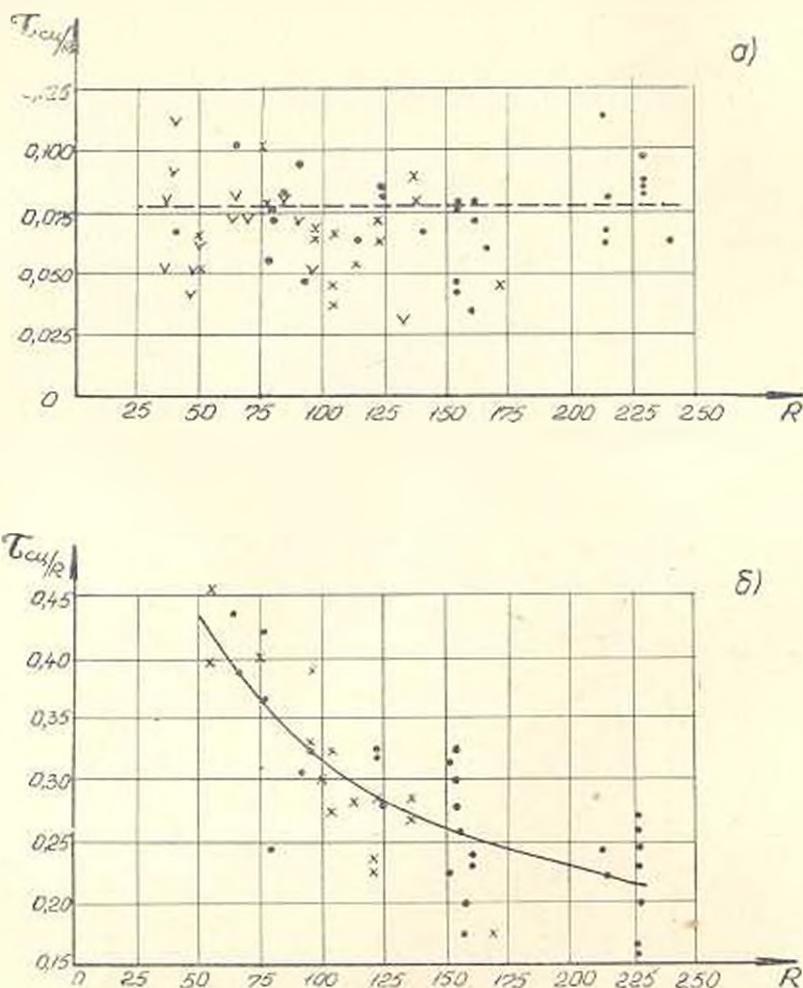


Рис. 3.

арматуре периодического профиля. Здесь с увеличением прочности бетона величина сцепления также увеличивается, но при этом отношение  $\tau_{сн}/R$  падает. Экспериментальные точки нанесены на рис. 3б. Показанная кривая соответствует уравнению:

$$\frac{\tau_{сн}}{R} = \frac{70}{110+R} \quad (1)$$

В опытах с арматурой периодического профиля также, как и с круглой арматурой, не было замечено существенного влияния изменения диаметра на величину сцепления. Здесь опять-таки лимитирующим является прочность самого бетона. Пропаренные образцы и образцы нормально-влажностного хранения всех диаметров и профилей дали при-

мерно одинаковую прочность сцепления в зависимости от полученной прочности бетона. На одной серии образцов (16 и 17 серии табл. 3) было изучено влияние размеров образцов на величину сцепления, а также изменение величины сцепления при испытании арматуры на выдергивание и продавливание. Изменение сечения бетона с  $10 \times 10$  см на  $15 \times 15$  см дает увеличение сцепления на 10%, что может быть объяснено влиянием усадки. При испытании арматурных стержней на продавливание величина сцепления, как и следовало ожидать по сравнению с испытанием на выдергивание, несколько увеличивается (на 2-8%), что является следствием поперечных деформаций арматурного стержня. Учитывая сказанное, при составлении графиков рис. 3, все полученные результаты собраны в один график без разделения на возрастные показатели, методы набора прочности бетона, диаметра арматуры, сечения и методики испытания.

3. Испытанию ж. б. балок предшествовало испытание контрольных кубиков, призм и восьмерок, с целью определения характеристик бетона. Результаты испытания сведены в табл. 4. Как видно из табл. 4 с увеличением прочности бетона отношение  $R_D/R_{ар}$  уменьшается, что по всей вероятности, связано с пониженной прочностью легкого заполнителя на растяжение. С увеличением прочности бетона наблюдается увеличение прочности его на растяжение, что связано с увеличением объема цементного камня в бетоне. Упруго-пластический момент сопротивления легкого бетона  $W$ , принимался в зависимости от прочности бетона по данным, полученным А. Б. Пиратовым и А. А. Аракеляном.

Таблица 4

● Вид заполнителя	Маркировка балок	Расход материалов на 1 м <sup>2</sup> бетона в кг				Кубиковая прочность кг/см <sup>2</sup>	Призматическая прочность кг/см <sup>2</sup>	Прочность бетона на растяжение кг/см <sup>2</sup>	Модуль упругости секунд Е, 02	Коэффициент упругости	Предельная прочность бетона в 10-5	Активность цемента кг/см <sup>2</sup>
		Ц	П	Щ	В							
Литоидная пемза	Б-1; Б-2	158	560	630	152	147	109	10,9	100·10 <sup>3</sup>	0,98	214	550
	Б-3; Б-4	300	454	750	162	309	258	13,9	153·10 <sup>3</sup>	0,98	314	550
	Б-5											

По замеренным деформациям средней зоны балок построены эпюры напряженного состояния для различных этапов загрузки (рис. 4). Переход от деформаций к напряжениям производился по формуле

$$\sigma_0 = \varepsilon_0 E_0, \quad (2)$$

где  $E_0$  — модуль упругости бетона, полученный при испытании бетонных призм.

- ν — коэффициент упругости бетона при сжатии, полученный также при испытании бетонных призм;
- ε<sub>с</sub> — полная деформация бетона, полученная при испытании балки.

Бетон марки „100“

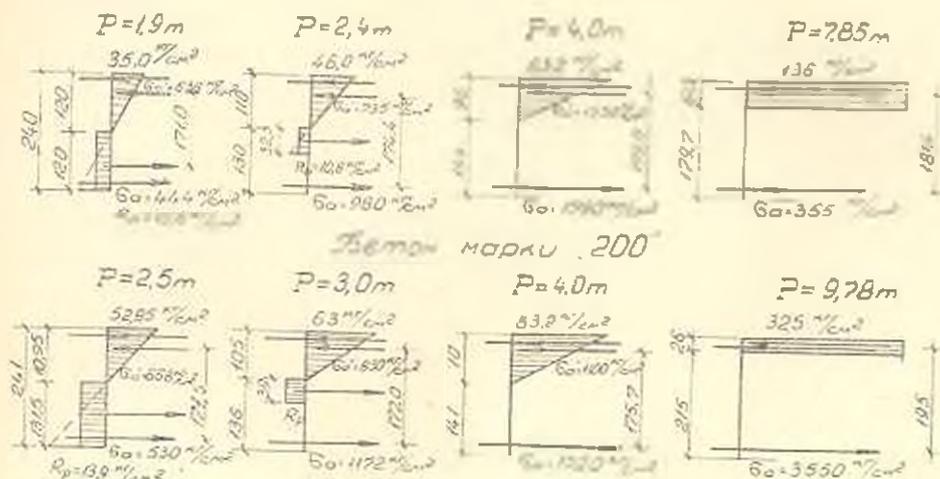


Рис. 4.

Момент трещинообразования определялся из условия равновесия (рис. 4). В практических расчетах для определения момента трещинообразования пользуются формулой [2].

$$M_T = R_p \left[ F_{op} z_{op} + \frac{n}{\nu_p} \left( F_s z + F'_s \frac{x_T - a'}{x_T} z' \right) \right] \quad (3)$$

где  $R_p$  — предел прочности бетона на растяжение.

При заданной эпюре напряженного состояния (рис. 4) в выражении (3) неизвестным является только  $\nu_p$  — коэффициент упругости бетона при растяжении.

Для обычного бетона СНиП рекомендует принимать значение  $\nu_p = 0.5$  [3]. Для изученного состава легкого бетона значение  $\nu_p$  определялось по формуле (3). Кроме того значение  $\nu_p$  определялось из выражения:

$$\frac{1}{\nu_p} = \frac{\sigma_s}{n \cdot R_p} \quad (4)$$

усредненные значения  $\nu_p$ , полученные по обоим методам равны: для балок 1 и 2 — 0,51, для балок 3, 4 и 5 — 0,36. Анализ полученных данных показывает, что при низких прочностях бетона (Б-1 и Б-2) значения  $\nu_p$  совпадают с значениями, рекомендуемыми для обычного бетона. При более же высоких прочностях легкого бетона (Б-3, Б-4 и Б-5) значение  $\nu_p$  уменьшается. Это подтверждает высказанное ранее соображение, что прочность на растяжение легкого бетона низких марок соответствует прочностям, полученным при растяжении обычного бетона. С увеличением же прочности легкого бетона проч-

ность на растяжение, по сравнению с обычными бетонами, уменьшается. Вместе с тем известно [4], что начало трещинообразования железобетонных балок на легких и тяжелых заполнителях имеют одинаковое значение.

При более высоких прочностях легкий бетон в железобетонных балках имеет более низкое значение коэффициента упругости, т. е. обладает большими пластическими деформациями, а следовательно и большим моментом сопротивления при растяжении. Это и подтверждается проведенными испытаниями.

Обработка результатов испытания балок для определения величины сцепления арматуры с бетоном производилась по известной тео-

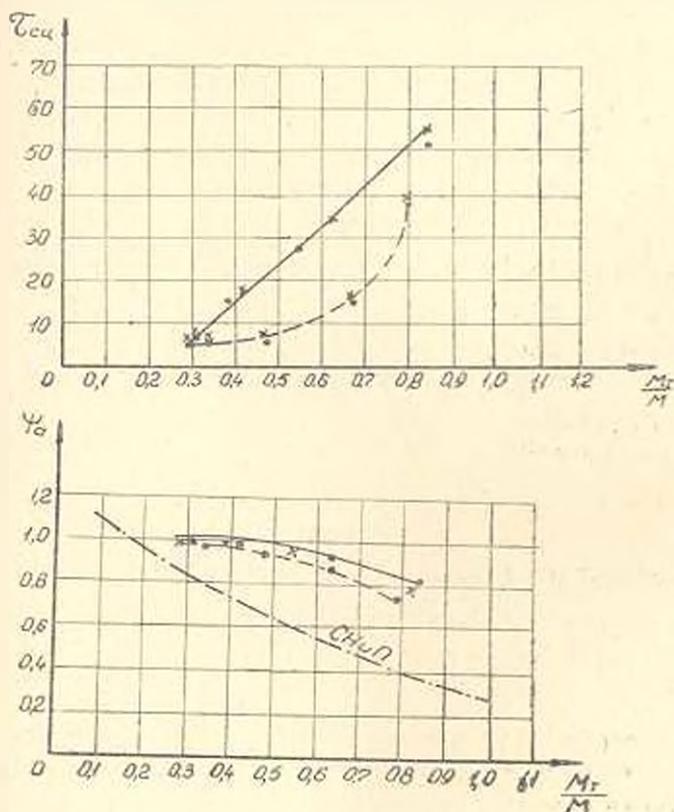


Рис. 5.

ри проф. В. И. Мурашева [2] с использованием имеющихся данных для легких бетонов, по следующей формуле:

$$\tau_{св} = \frac{K_1 \mu \alpha R_D}{l_1} \quad (5)$$

Значения коэффициентов, входящих в формулу (5) заимствованы из [2 и 3].

По данной методике для каждой балки определялось значение  $\tau_{св}$  на всех этапах загрузки. Изменение значения  $\tau_{св}$  и  $\psi_{\alpha}$  в зави-

сности от отношения  $M_1/M$  приведено на рис. 5. Как видно из графика, максимальное сцепление между арматурой и бетоном наблюдается при нагрузке, соответствующей началу трещинообразования. При дальнейшем увеличении нагрузки трещины раскрываются и сцепление между трещинами начинает падать. Коэффициент  $\psi_2$ , из опытов получился разным, при нагрузке соответствующей трещинообразованию, для бетона прочностью  $147 \text{ кг/см}^2 - 0,7$ ; для бетона прочностью  $309 \text{ кг/см}^2 - 0,8$ . При дальнейшем увеличении нагрузки он постепенно увеличивается и достигает своего предельного значения  $\psi_2 = 1$  при разрушении, т. е. тогда, когда сцепление полностью нарушено. На рис. 5 приведена также кривая изменения  $\psi_2$ , рекомендуемая СНиП для обычного бетона [5]. Как видно из графика, значения  $\psi_2$  для легкого бетона получились отличными от величин нормируемых СНиП. Это по всей вероятности связано с работой легкого бетона на растяжение и резким уменьшением сцепления при увеличении нагрузки.

Сравнивая полученные осредненные значения сцепления арматуры с бетоном при выдергивании стержней из призм с максимальными значениями сцепления при испытании балок на изгиб имеем:

для бетона прочностью  $147 \text{ кг/см}^2$  — при выдергивании  $\tau_{\text{ср}} = 39 \text{ кг/см}^2$ ;

при изгибе  $\tau_{\text{ср}} = 40 \text{ кг/см}^2$  (расхождение  $-2,0\%$ );

для бетона прочностью  $309 \text{ кг/см}^2$  — при выдергивании  $\tau_{\text{ср}} = 62 \text{ кг/см}^2$ ;

при изгибе  $\tau_{\text{ср}} = 60 \text{ кг/см}^2$  (расхождение  $+2,5\%$ ).

Армянский НИИ строительных материалов  
и сооружений

Поступило 15.1.1965

Ա. Բ. ՔԻՐԱԼՈՎ, Լ. Ս. ՇԱԽՐԻԱՆ

## ԱՐՄԱՆԻ ԵՎ ԲԵՏՈՆԻՆ ԷՅԻՉՆԵՐՈՎ ԹԵԹԵՎ ԸՆՏՈՂՆԵՐԻ ՀԱՐԹԱՅՐՈՆ ԱՐՐԻԹՅՈՒՆ

Ա. Բ. ՔԻՐԱՎ, Լ. Ս. ՇԱԽՐԻԱՆ

Հուզվածում բերված են ամրանային ձողերի և թևի բետոնների հարակցման ամրության ուսումնասիրությունների արդյունքները: Ուսումնասիրությունները կատարվել են բետոնի պրիզմաների վրա՝ ձողերի դուրս բաշումով և ծրաման ենթարկված հեծանների վրա, օգտագործվել են 75-ից մինչև 200 կգ/ամ ամրության բետոններ՝ յիթիդային պեմզայի լցիչով: Պրիզմաները փորձարկվել են մեկ ամսական և երեք ամսական հասակում, հեծանները՝ երկու ամսական: Պրիզմաները փորձարկելիս, դուրս բաշող և ձգող ուժերի մեծությունները որոշելուց բացի, կոթ պրոֆիլի ձողերի համար որոշվել է նաև ձողի շրտանափորված ծայրի տեղափոխման սկիզբը: Հեծանները փորձարկելիս չափվել են բետոնի զեֆորմացիաները, ինչպես հեծանի ողջ երկարությամբ՝ ձգող ամրանի հարթության վրա, այնպես և ողջ բարձրությամբ՝ թախրի մեջտեղում:

Փորձարկումների արդյունքները բերված են աղյուսակ 2 և 3-ում, ինչպես նաև նկ. 3-ում: Գրանց հիման վրա (5) բանաձևով որոշվել են հարակցման ուժի մեծությունները՝ չես ինչպես նաև  $\psi_2$  պորձակցի արժեքները:

Պրիզմաներից ձողերը դուրս բաշխվա ստացված հարակցման ուժերի միջինացված արժեքների և հեծանների փորձարկումներից ստացված հարակցման ուժերը առափերագույն արժեքների համադրումը ապխ Է լավ համընկնում Եկջ կապակցությամը, ամրանի և քիտոնի հարակցման հարցերը ուսումնասիրելիս, կարող են սգտագործվել և առաջարկվել բիտոնե պրիզմաներից ձողերի դուրս բաշխմից ստացված հարակցման ուժերի մեծությունները:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Пирадова А. Б. Исследование сцепления гладкой арматуры с бетоном на Кармрашенском шлаке. Журн. «Промышленность Армения», № 9, 1964.
2. Мурашев В. Н. Железобетонные конструкции. Госстройиздат, 1962.
3. Строительные нормы и правила. Часть II, раздел В, гл. 1, 1962.
4. Симонов М. Э. Бетон и железобетон на пористых заполнителях. Госстройиздат, 1955.
5. Петрова К. В. Деформации внецентренно сжатых элементов в стадии II. Сб. НИИЖБ под ред. А. А. Глодьева «Расчет конструирование элементов железобетонных конструкций». Госстройиздат, 1964.

## ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

С. А. НИРУЗЯН

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СПЕКТРА ПРИВЕДЕННЫХ  
СЕЙСМИЧЕСКИХ УСКОРЕНИЙ НА ОСНОВЕ СЕЙСМОГРАММ  
ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

При решении задач инженерной сейсмологии и сейсмостойкости сооружений необходимо располагать зарегистрированными инженерными характеристиками интенсивности землетрясений. Поскольку в нашей стране и за рубежом в основу расчета сооружений принимается спектр приведенных сейсмических ускорений  $\tau(T)$  или его модификации, то, естественно принять этот же спектр за искомую меру интенсивности землетрясений [1, 2]. В частности, спектр приведенных сейсмических ускорений лежит в основе разработанного А. Г. Назаровым [3] инструментального метода определения сейсмической нагрузки, заключающегося в непосредственном интегрировании уравнений движения почвы многомаятниковыми сейсмометрами, состоящими из серии линейных осцилляторов, моделирующих поведение зданий и сооружений по периоду свободных колебаний и декременту затухания, присущих последним при сейсмических воздействиях.

Приведенное сейсмическое ускорение представляет из себя максимальную величину сейсмической силы при данном землетрясении, отнесенную к единице сосредоточенной массы линейного осциллятора при заданном демпфировании. Так, например, если имеем линейный осциллятор с сосредоточенной массой  $m$ , периодом свободных колебаний  $T$  и коэффициентом внутреннего трения  $\alpha$  (или сооружение с этими же параметрами), то для изменяющейся во времени сейсмической нагрузки получим

$$S = m \cdot \tau(T, \alpha, t), \quad (1)$$

где функция  $\tau(T, \alpha, t)$  представляет собой спектр приведенных сейсмических ускорений\*, являющийся мерой интенсивности землетрясения.

Спектр  $\tau(T)$  связан с расчетными коэффициентами  $C_H$  и  $C_V$  [1] соотношением

\* Сокращенно спектр  $\tau(T)$ .

$$\tau(T, x, t)_{\max} = K_c g \beta, \quad (2)$$

где  $K_c$  — коэффициент сейсмичности, являющийся ускорением колебания грунта в долях  $g$ ;  $\beta$  — коэффициент динамичности, зависящий от периода свободных колебаний сооружения.

Спектры  $\tau(T)$ , как указано в [4] в принципе возможно получить на основе инструментальных наблюдений следующими способами:

а) непосредственно с помощью многожгутиковых сейсмометров АИС-2, АИС-2П или АИС-2М, способных регистрировать сильные землетрясения, начиная с 3—4 баллов;

б) по записям акселерографов;

в) на основе обработки сейсмограмм.

По первому из перечисленных способов в настоящее время получено большое количество спектров  $\tau(T)$  по данным регистрации многочисленных сильных и умеренной силы землетрясений и сейсмоземлетрясений [5, 6, 7, 8]. По второму способу спектры  $\tau(T)$  или его модификации были получены американскими исследователями с помощью механического интегратора [2] или с помощью интегрирующей установки, действующей на принципах электро-механической аналогии [9]. Отечественными исследователями были разработаны метод получения спектральных кривых сейсмических нагрузок на основе приближенного почленного интегрирования дифференциальных уравнений колебаний сооружений при заданной закономерности ускорения колебания почвы с использованием полученных в США акселерограмм сильных и разрушительных землетрясений [10]; затем, точный метод численного интегрирования этих уравнений с помощью электронно-вычислительных машин на основе тех же американских акселерограмм [11]. Однако эти методы не получили широкого практического применения, поскольку исследователи не располагают выше акселерограммами землетрясений, происходящих в сейсмических районах нашей страны.

Третья возможность получения спектров  $\tau(T)$  на основе обработки сейсмограмм пока является гипотетической, так как до настоящего времени не разработана методика использования сейсмограмм для этих целей с достаточной точностью, что связано с большими трудностями в решении дифференциальных уравнений колебания механических систем при заданном законе перемещения колебательного процесса почвы. Между тем на многочисленных стационарных и временных сейсмических станциях продолжает накапливаться огромное количество сейсмограмм землетрясений, и эта ценная инструментальная информация о закономерностях сейсмических колебаний почвы остается, к сожалению, недоступной для использования со стороны инженеров-антисейсмиков.

В 1956 г. С. В. Медведевым [12] был предложен метод определения так называемого спектра действия, по записям сейсмических станций (сейсмограмм, представляющего по сути дела спектр перемещения механической системы при сейсмическом воздействии. Спектр  $\tau(T)$  связан с указанным спектром действия  $\chi(T)$  соотношением

$$\tau(T) = \chi(T) \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2. \quad (3)$$

Однако метод определения спектра  $\chi(T)$  также является приближенным и требует значительного объема вычислительных работ, так как в основе метода лежит графоаналитический способ обработки записи (способ фазовых плоскостей или векторных диаграмм), причем отрезки сейсмограмм с нестационарными колебаниями преобразуются в форму модулированных синусоид.

Нами при решении задач сейсмического микрорайонирования на инструментальной основе [13] была сделана попытка разработать более точный метод определения спектра приведенных сейсмических ускорений с использованием современной вычислительной техники.

Здание, в первом приближении, рассматривается как невесомый брус, заделанный одним концом в основании и несущий на другом конце сосредоточенный груз, т. е. как система с одной степенью свободы. Перемещение основания бруса  $y_0(t)$  при землетрясении (сейсмограмма), период основного тона свободных колебаний бруса  $T$  и мера его затухания  $\alpha$  задаются условием задачи. Требуется вычислить значение спектра приведенных сейсмических ускорений по формуле

$$\tau(T, \alpha, t) = p^2 y(t, \alpha) = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 y(t, \alpha), \quad (4)$$

где  $y(t, \alpha)$  — перемещение бруса во времени при данной мере затухания;

$T$  — период свободных колебаний бруса.

Функция  $y(t, \alpha)$  определяется решением следующего дифференциального уравнения колебания системы с одной степенью свободы с учетом затухания по гипотезе Фохта [3]

$$y''(t) + 2n y'(t) + p^2 y(t) = -y_0(t), \quad (5)$$

где

$$n = \frac{\alpha p}{2}, \quad p = \frac{2\pi}{T}, \quad \delta = \alpha \cdot \pi. \quad (5')$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент внутреннего трения,  $p$  — круговая частота колебания,  $\delta$  — логарифмический декремент затухания.

Ставится задача решить уравнение (5) на электронно-вычислительной машине, минуя операцию двукратного дифференцирования функции перемещения грунта  $y_0(t)$ , поскольку дифференцирование графически заданной функции (сейсмограммы), в особенности быстро изменяющейся, приводит к большой погрешности.

Интегрируя дважды обе части уравнения (5), получим

$$y(t) + 2n \int_0^t y(t) dt + p^2 \int_0^t \int_0^t y(t) dt = -y_0(t). \quad (6)$$

Преобразуем третий член левой части уравнения (6), пользуясь формулой Коши. Согласно этой формуле [14]

$$\int_{x_0}^x dx \int_{x_0}^x dx \dots \int_{x_0}^x \varphi(x) dx = \frac{1}{(n-1)!} \int_{x_0}^x (x-z)^{n-1} \varphi(z) dz. \quad (7)$$

Уравнение (7) является решением дифференциального уравнения  $y^{(n)} = \varphi(x)$ , при начальных условиях

$$y = 0, y' = 0, \dots, y^{(n-1)} = 0, \text{ при } x = x_0.$$

В силу (5') и (7) уравнение (6) примет вид

$$y(t) + \frac{2\pi \cdot \alpha}{T} \int_0^t y(t) dt + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \int_0^t (t-z) y(z) dz = -y_0(t). \quad (8)$$

Уравнение (8) является интегральным уравнением второго рода типа Вольтерры с известной правой частью, и в принципе возможно составить программу для его численного решения на электронно-вычислительной машине, при заданных значениях  $T$  и  $\alpha$ , и представлении значений амплитуд перемещения почвы  $y_0$  и соответствующих им малых отрезков времени  $\Delta t$  в виде таблиц. Получив из решения уравнения (8) значения  $y(t, \alpha)$  для каждого значения  $t = t_i$ , определяем соответствующие значения  $\tau(t_i, \alpha, T)$  по формуле (4) для ряда комбинаций значений  $T$  и  $\alpha$ , представляющих практический интерес. Затем, выбирая максимальные значения  $\tau(t_i, \alpha, T)$  для отдельных  $T$ , строим спектральную кривую  $\tau_{\max}(T)$  при фиксированном значении  $\alpha$ .

Таким образом создается возможность использовать сейсмограммы для определения меры интенсивности землетрясения — спектра  $\tau(T, \alpha, t)$ . Этот прием даст достаточно точные результаты для длинно-периодных колебаний почвы. С уменьшением периода колебаний почвы погрешность вычисления может возрасти.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии

АН Армянской ССР

Поступило 20.V 1965.

Ս. Ա. ԳԻՐԻՉՅԱՆ

ԵՐԿՐԱՇՈՐԺՆԵՐԻ ՍԵՅՍՄՈԳՐԱԳՐԱՆԵՐԻ ԶԻՄԱՆ ՎԵՍԵՐԿԱՆ ԱՐՔԻՎԱՑԻՈՆԵՐԻ  
ՈՊԵՆՏԻՒ ԲՐՈՇԻՄԱՆ ՄԻԹՈՒՐԸ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ն Վ

Ինժեներային սեյսմոլոգիայի և շինությունների սեյսմակայունության միջաբնական հանդուստյան ինժեներները յուժեղու համար անհրաժեշտ է ունենալ երկրաշարժի ուժի գործիքային եղանակով գրանցված ինժեներային ցուցանիշներու Այդպիսի բավարար ցուցանիշ է հանդիսանում Ա. Գ. Կապարովի կողմից մշակված սեյսմիկ ուժերի ինժեներային անալիզի տեսության հիմքում ընկած բերված արագացումների սպեկտրը [3], որը ըստ գործող նորմաների պիտում է

շինությունների սեյսմակայունության հաշվարկումների հիմքում [1]. նշված սպեկտրի ստացման մինչ այժմ գոյություն ունեցող մեթոդները [1—12] հնարավորություն չեն տալիս այդ նպատակի համար բավարար ճշտությամբ օգտագործելու բազմաթիվ սեյսմիկ կայաններում կուտակված հսկայական քանակի սեյսմոգրամները, այդ թվում թույլ երկրաշարժերի սեյսմոգրամները:

Շեղինակը փորձ է արել մշակելու բերված արագացումների սպեկտրի սրոշման ճշգրիտ մեթոդ՝ երկրաշարժի ժամանակ գեանահաղի ակզափոխման գրանցումների (սեյսմոգրամների) հիման վրա օդտագործելով ժամանակակից էլեկտրոնային հաշվողական սխեմիկան:

Բերված արագացումների  $\tau(T)$  սպեկտրը կարելի է հաշվել ( $A$ ) բանաձևով, յուրաքանչյուր սրոշակի շների համար, ըստ նրա տատանման սեփական  $T$  պարբերության: Բանաձևի մեջ մտնող  $y(t, z)$  ֆունկցիան սրոշվում է մեկ սպատություն աստիճան ունեցող սխեմիկ տատանման հաժախարման լուծելու ճանապարհով: Հալասարումն իր վերջնական տեսքով ( $S$ ) ներկայացնում է Վոլտերրի տիպի երկրորդ տեսակի ինտեգրալ հալասարում, որն ունի լուծման կլասիկ մեթոդներ [15]: էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի օգնությամբ հալասարումը կարելի է լուծել անհրաժեշտ ճշտությամբ՝ սխեմիկ տատանումների ժամանակ սեփական պարբերության տրված մեծությունների դեպքում:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Строительные нормы и правила. Часть II, раздел А, глава 12. Строительство в сейсмических районах. Нормы проектирования. СНиП II—А. 14—62 М., 1963.
2. *Bain* M. A. Bulletin of the Seismological Society of America. Vol. 31 № 2, 1941.
3. *Назаров А. Г.* Метод инженерного анализа сейсмических сна. Ереван, 1959.
4. *Назаров А. Г., Карапетян Б. К., Пирูзян С. А.* Сейсмическое микрорайонирование на инструментальной основе. ДАН АрмССР, № 3, 1961.
5. *Пирูзян С. А.* Фиксация землетрясения 14 февраля 1957 г. в г. Ереване многомаятниковыми сейсмометрами АИС—2. Известия АН Армянской ССР, серия ТН, № 5, 1958.
6. *Карапетян Б. К., Пирูзян С. А.* Изучение сейсмозрывных колебаний в тоннеле Армаволостроя на Лусаванском карьере. Тр. АН СМ-а, вып. 1. Ереван, 1959.
7. *Шагинян С. А.* Приведенные сейсмические ускорения при землетрясениях. Бюллетень Совета по сейсмологии № 14. М., 1963.
8. *Карапетян Б. К.* Многомаятниковые сейсмометры и результаты их применения в инженерной сейсмологии. Ереван, 1963.
9. *Hausner G. W. and Mc Cann G. D.* The Analysis of Strong-Motion Earthquake Records with the Electric Analog Computer. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 39, № 1, 1949.
10. *Корф М. Г.* Применение материалов сейсмометрии к расчетам сооружений на сейсмические воздействия. Тр. Ин-та физики Земли АН СССР, № 10 (177), М., 1960.
11. *Хачян М. Г.* Использование вычислительных машин для определения сейсмической нагрузки по акселерограммам сильных землетрясений. Бюл. Совета по сейсмологии, № 14. М., 1963.
12. *Меоведев С. В.* Записимость сейсмических воздействий от периодов собственных колебаний сооружений. Тр. геофизического Института № 36 (136), М., 1956.
13. *Пирúзян С. А.* О сейсмическом микрорайонировании на основе инструментальных наблюдений. Известия АН Армянской ССР, серия ТН, т. XV, № 4, 1962.
14. *Степанов В. В.* Курс дифференциальных уравнений. Л., 1950.

С. Г. ОВЧИНЕВ, В. З. ЛУШОК

## НОВЫЕ ПОЛИМЕРНЫЕ ГИДРОИЗОЛЯЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Современное промышленное и гражданское строительство предъявляет повышенные требования ко всем строительным материалам, в частности, к гидроизоляционным и кровельным. В настоящее время для устройства гидроизоляции применяют рулонные кровельные материалы—руберойд и пергамин, которые не являются биостойкими, или толь и толь-кожу, отличающиеся повышенной пористостью и хрупкостью. Кроме того, материалы на картонной основе не способны к удлинению более чем на 1—2%, вследствие чего, при температурных и усадочных деформациях оснований могут возникнуть разрывы гидроизоляционного слоя. Создание материалов, удовлетворяющих высокому техническому уровню современного домостроения, возможно при широком использовании полимеров.

В последнее время за рубежом при устройстве плоских кровель в качестве гидроизоляционного материала широко применяются полимерные пленки на основе полиэтилена, полиизобутилена, поливинилхлорида и различных каучуков в чистом виде или в композиции с менее дорогими и недефицитными материалами. В лаборатории гидроизоляционных материалов ВНИИНСМа создан ряд новых гидроизоляционных материалов на основе полимеров. Составы некоторых из них приведены в табл. 1. Критерием при выборе сырья для производства вышеприведенных составов является получение материалов высокого качества, отвечающих всем требованиям, предъявляемым к ним, особенно в отношении долговечности.

Технологию изготовления пленочных материалов в лабораторных условиях можно разделить на три стадии: подготовка сырья, смешение компонентов на вальцах (или в закрытом смесителе) и каландрирование смеси (для полиэтиленпексовых пленок либо каландрирование, либо экструзия).

При изготовлении полимергудрокампексовой пленки можно применять гудрокам с температурой размягчения по К и Ш 80—120°C. Как видно из табл. 2, составленной по результатам наших опытов, чем выше температура размягчения, тем меньше относительное удлинение и больше предел прочности на разрыв. Применение гудрокам с высокой температурой размягчения целесообразно в районах с жарким.

Таблица 1

## Составы некоторых гидроизоляционных пленок

Наименование пленок	Содержание компонентов в % по весу				
	полиэтилен	полиизобутилен П-118	наирит	каменноугольный пек	Гудрокам
Полиэтиленевая 20°	60	20	—	20	—
То же 30°	50	20	—	30	—
То же 30/30	40	30	—	30	—
Полимергудрокамевая	—	—	20	60	20

Таблица 2

## Физико-механические показатели полимергудрокамисковых пленок

Вид гудрокама и состав компонентов	Предел прочности на разрыв в кг/см <sup>2</sup>	Относительное удлинение в %
Гудрокам с температурой размягчения 80° по К и Ш, наирит и каменноугольный пек	16,5	365
Гудрокам с температурой размягчения 90° по К и Ш, наирит и каменноугольный пек	20—25	140
Гудрокам с температурой размягчения 120° по К и Ш, наирит и каменноугольный пек	26,2	314

климатом, а с меньшей температурой размягчения — в холодных районах страны. Кроме того, в том случае, когда основание подвержено сильным деформациям, рекомендуется применение гудрокама с меньшей температурой размягчения, так как при этом относительное удлинение такой пленки значительно и она может следовать за возникающими деформациями в больших интервалах, не нарушая целостности ковра.

При изготовлении полиэтиленевых пленок были опробованы различные марки как низкомолекулярного, так и высокомолекулярного полиизобутилена. Композиции на основе низкомолекулярного полиизобутилена не дали положительных результатов, вследствие чего при изготовлении пленок рекомендуется применять высокомолекулярный полиизобутилен, в особенности марок П-118 и П-200. С увеличением количества полиизобутилена в рецептуре пленок увеличивается относительное удлинение и уменьшается предел прочности при разрыве. При испытании полученных пленок для сравнения с ними были взяты полиэтиленовая пленка завода „Синтезспирта“ и изол руберойдного завода, который в настоящее время применяется в строительстве.

Из табл. 3 видно, что полиэтиленевые пленки имеют относительное удлинение и предел прочности на разрыв меньше, чем полиэтиленовая пленка. При сравнении их с традиционными рулонными гидроизоляционными материалами (руберойд, толь, бризол и др.) эти

Таблица 3

## Основные физико-механические показатели пленок

Показатели	Единица измерения	Наименование пленок					
		Полиэтилен- песковая* 20%	полиэтилен- песковая* 30%	полиэтилене- совая* 30/30	полиэтиле- новая	полимергуд- рокампеко- вая*	изол
Предел прочности на разрыв . . . . .	кг/см <sup>2</sup>	105	50	80	100	25	4
Относительное удлинение . . . . .	%	40	50	70	160	440	80
Водопоглощение по весу за 7 суток . . . . .	%	0,5	0,4	0,3	1,0	0,5	1,3
Водопроницаемость за 7 суток . . . . .	$\frac{кг}{см. м.м., рт., ст. час.}$	$7,5 \cdot 10^{-8}$	$9 \cdot 10^{-8}$	$8,2 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-7}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Гибкость на стержне диаметром 30 мм . . . . .		-65	-65	-65	-65	-25	-25
Биостойкость** . . . . .	$\frac{град.}{мм}$	⊙	⊙	⊙	●	⊙	●
Толщина . . . . .	мм	0,2-0,5	0,2-0,5	0,2-0,5	0,1	0,4-0,8	2,5

\* Материалы изготовлены на лабораторном оборудовании

\*\* Обозначения: ⊙ — нет роста плесневых грибов;

⊙ — слабый рост плесневых грибов;

● — интенсивный рост плесневых грибов.

показатели намного выше, не говоря уже о других характеристиках. Введение каменноугольного пека в состав смеси не только удешевляет материал, но и повышает его качество (биостойкость, долговечность и т. д.). Однако из-за его токсичности несколько осложняется технология рассматриваемых гидроизоляционных материалов, ввиду того, что требуется соблюдение особых правил техники безопасности.

Кроме исследований физико-механических свойств материалов, в лабораторных условиях проводились испытания — на пробиваемость пленок корнями растений (лебеда, пырей, полынь, люпин и др.); на стойкость к плесневым грибам (*Aspergillus amstelodami*, *Aspergillus niger*, *Penicillium cyclospium*, *Penicillium brevi-compactum* и др.); на погодостойкость (везерометр, гермостат, холодильная камера и др.). Исследуемые материалы были проверены также в природных условиях на «крышной» станции и на опытных участках.

В результате проведенных исследований и природных испытаний было установлено, что полиэтиленовые пленки как по техническим показателям, так и по долговечности являются наиболее качественными. Они в максимальной степени удовлетворяют основным требованиям, предъявляемым к гидроизоляционным материалам и могут применяться для наземных и подземных сооружений с защитным слоем и без него. Полимергидрокампековую пленку, полиэтиленовую пленку и изол можно применять только при наличии защитного слоя.

Армянский НИИ строительных материалов  
и сооружений

Поступило 5.VI 1965.

Б. Х. ШАХНАЗАРЯН

### К ВОПРОСУ ВЫБОРА МАТЕРИАЛОВ СТЕН С УЧЕТОМ КЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

По требованию действующих Строительных Норм и Правил (СНиП) проверка толщины стен зданий должна производиться из условий термического сопротивления теплопередаче, теплоустойчивости ограждения в зимнее время и для районов с летней расчетной температурой наружного воздуха 25°С и более, также из условий теплоустойчивости ограждения в летнее время. Однако, до настоящего времени в Армянской ССР расчеты по определению толщины стен проводятся только для наружных отрицательных температур, хотя исходя из климатических условий для ряда районов республики необходимо проводить проверку толщины стен и из условий положительной температуры наружного воздуха.

Толщина (в см) однослойных стен зданий из условий термического сопротивления теплопередаче, автором заметки рекомендуется определить по формуле:

показатели намного выше, не говоря уже о других характеристиках. Введение каменноугольного пека в состав смеси не только удешевляет материал, но и повышает его качество (биостойкость, долговечность и т. д.). Однако из-за его токсичности несколько осложняется технология рассматриваемых гидроизоляционных материалов, ввиду того, что требуется соблюдение особых правил техники безопасности.

Кроме исследований физико-механических свойств материалов, в лабораторных условиях проводились испытания — на пробиваемость пленок корнями растений (лебеда, пырей, полынь, люпин и др.); на стойкость к плесневым грибам (*Aspergillus amstelodami*, *Aspergillus niger*, *Penicillium cyclospium*, *Penicillium brevi-compactum* и др.); на погодостойкость (везерометр, гермостат, холодильная камера и др.). Исследуемые материалы были проверены также в природных условиях на «крышной» станции и на опытных участках.

В результате проведенных исследований и природных испытаний было установлено, что полиэтиленовые пленки как по техническим показателям, так и по долговечности являются наиболее качественными. Они в максимальной степени удовлетворяют основным требованиям, предъявляемым к гидроизоляционным материалам и могут применяться для наземных и подземных сооружений с защитным слоем и без него. Полимергидрокампековую пленку, полиэтиленовую пленку и изол можно применять только при наличии защитного слоя.

Армянский НИИ строительных материалов  
и сооружений

Поступило 5.VI 1965.

Б. Х. ШАХНАЗАРЯН

### К ВОПРОСУ ВЫБОРА МАТЕРИАЛОВ СТЕН С УЧЕТОМ КЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

По требованию действующих Строительных Норм и Правил (СНиП) проверка толщины стен зданий должна производиться из условий термического сопротивления теплопередаче, теплоустойчивости ограждения в зимнее время и для районов с летней расчетной температурой наружного воздуха 25°С и более, также из условий теплоустойчивости ограждения в летнее время. Однако, до настоящего времени в Армянской ССР расчеты по определению толщины стен проводятся только для наружных отрицательных температур, хотя исходя из климатических условий для ряда районов республики необходимо проводить проверку толщины стен и из условий положительной температуры наружного воздуха.

Толщина (в см) однослойных стен зданий из условий термического сопротивления теплопередаче, автором заметки рекомендуется определить по формуле:

$$\delta = 100 (C - d t_n^p) \lambda, \quad (1)$$

где  $t_n^p$  — наружная расчетная отрицательная температура воздуха в градусах, принимаемая согласно СНиП:

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности материалов в *ккал.м.ч.град.*

Для жилых и общественных зданий,  $C = 0,216$ ;  $d = 0,021$ .

Толщину однослойных стен (в см), исходя из условий их теплоустойчивости в летнее время, можно определить по формуле:

$$\delta = \frac{141\lambda}{S} \ln \frac{2\gamma S \alpha_{II}}{0,9(S + \alpha_{II})(S + \alpha_{II})}. \quad (2)$$

где  $\gamma$  — величина затухания колебания температуры наружного воздуха ограждающей конструкции;

$\alpha_{II}$  — коэффициент теплового сопротивления в *ккал/м<sup>2</sup> час. град.*

$\alpha_{II}$  — коэффициент теплоотдачи в *ккал/м<sup>2</sup> час. град.*

$S$  — коэффициент теплоусвоения материалов отдельных слоев ограждения в *ккал/м<sup>2</sup> час. град.*

Взамен выражения (2) автором рекомендуется следующая, более компактная и простая формула, полученная в результате обработки опытных данных:

$$\delta = A + 0,010 \gamma \text{ см.} \quad (3)$$

где  $A$  — коэффициент, равный 18 для районов с расчетной положительной температурой воздуха  $+30^\circ\text{C}$  и более;  $A = 13$  для районов с расчетной положительной температурой от  $+25^\circ\text{C}$  до  $+29^\circ\text{C}$ ;

$\gamma$  — объемный вес стен в *кг/м<sup>3</sup>.*

Проведенные на основе формул (1) и (3) теплотехнические расчеты по определению толщины стен, позволили установить границу объемных весов материалов, при которых лимитирующей является или расчетная положительная, или отрицательная температура.

Например, для расчетных температур  $t_n^p > 30^\circ\text{C}$  и  $t_n^p = -20^\circ\text{C}$ , для материалов при  $\gamma < 1350 \text{ кг/м}^3$  лимитирующей является расчетная положительная температура (теплоустойчивость), а для материалов с  $\gamma > 1700 \text{ кг/м}^3$  расчетная отрицательная температура (сопротивление теплопередаче); для промежуточных значений  $\gamma$  необходимо произвести оба расчета.

Автором было установлено также, что при наличии центрального отопления толщина стен из условий теплоустойчивости в зимнее время оказывается меньше толщины стен полученных, исходя из условий сопротивления теплоотдаче. Поэтому после определения толщины стен из условий сопротивления теплоотдаче нет необходимости проверять толщину по условиям теплоустойчивости в зимнее время, как это рекомендует СНиП.



## Гидротехника

- С. М. Саркисян.* Оптимальное асимптотическое поведение водохранилища ГЭС  
длительного регулирования при вероятностном описании речного стока . . . . . 21

## Строительные конструкции

- А. С. Согоян.* Об одной задаче ползучести деревянной балки при чистом изгибе . . . . . 29
- С. Г. Шагинян.* Статическое испытание фрагмента стены крупноблочного жилого дома . . . . . 37
- А. Б. Пирадов, Л. С. Шакарян.* Экспериментальное исследование прочности сцепления арматуры с легкими бетонами на природных заполнителях . . . . . 43

## Инженерная сейсмология

- С. А. Пирюзян.* Метод определения спектра приведенных сейсмических ускорений на основе сейсмограмм землетрясений . . . . . 54

## Научные заметки

- С. Г. Овчнев, В. Э. Луцюк.* Новые полимерные гидроизоляционные материалы . . . . . 59
- Б. Х. Шахназарян.* К вопросу выбора материалов стен с учетом климатических условий . . . . . 62