

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԵՎ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ

ՏԵԴԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ И

НАЦИОНАЛЬНОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
АРМЕНИИ

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

Журнал издается с 5.01.1948 г.
Выходит 4 раза в год

ԽՍՐԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

Ռ.Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ (գլխավոր խմբագիր), Ա.Խ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ (գլխ. խմբ.
տեղակալ), Զ.Կ. ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ (պատասխանատու քարտուղար), Ս.Գ. ԱՂԲԱԼՅԱՆ,
Վ.Վ. ԲՈՒՆԻԱՏՅԱՆ, Տ.Գ. ԴԱՎԻԴՅԱՆ, Ս.Պ. ԴԱՎԹՅԱՆ, Ս.Մ. ԴԱԶԱՐՅԱՆ,
Ո.Զ. ՄԱՐՈՒԽՅԱՆ, Վ.Շ. ՄԵԼԻԿՅԱՆ, ՅՈՒ.Լ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Վ.Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ,
Վ.Ս. ՍԱՖԱՐՅԱՆ, Ս.Հ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Մ.Գ. ՍՏԱԿՅԱՆ, Ա.Թ. ՔՈՒՉՈՒԿՅԱՆ

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Р.М. МАРТИРОСЯН (главный редактор), А.Х. ГРИГОРЯН (зам. глав. редактора),
З.К. СТЕПАНЯН (ответственный секретарь), С.Г. АГБАЛЯН, В.В. БУНИАТЯН,
Ж.Д. ДАВИДЯН, С.П. ДАВТЯН, С.М. КАЗАРЯН, А.Т. КУЧУКЯН, В.З. МАРУХЯН,
В.Ш. МЕЛИКЯН, Ю.Л. САРКИСЯН, В.С. САРКИСЯН, В.С. САФАРЯН,
С.О. СИМОНЯН, М.Г. СТАКЯН

EDITORIAL BOARD

R.M. MARTIROSSYAN (editor-in-chief), A.Kh. GRIGORYAN (vice-editor-in-chief),
Z.K. STEPANYAN (executive secretary), S.G. AGHBALYAN, V.V. BUNIATYAN,
Zh.D. DAVIDYAN, S.P. DAVTYAN, S.M. GHAZARYAN, A.T. KUCHUKYAN,
V.Z. MARUKHYAN, V.Sh. MELIKYAN, YU.L. SARGSYAN, V.S. SARKISSYAN,
V.A. SAFARYAN, S.H. SIMONYAN, M.G. STAKYAN

Հրատ. խմբագիր՝

Ժ.Ս. ՄԵՅԴԱՆՅԱՆ

Խմբագիրներ՝

Հ.Ց. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Հ.Զ. ԴԱԶԱՐՅԱՆ

Г.А. ГЕВОРКЯН

**ПРИНЦИП ФОРМАЛЬНОЙ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКОЙ
ОПТИМИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
МНОГОЗВЕННЫХ СИСТЕМ**

Развивается концепция построения формализмов и методов для описания и исследования многозвенных динамических систем на основе оптимальной дифференциации кинематической цепи. Показано, что оптимальному разбиению кинематической цепи на суперэлементы соответствует метод Ньютона-Эйлера, или метод без обращения матрицы масс рассматриваемых систем.

Ключевые слова: суперэлемент, динамические системы, метод Ньютона-Эйлера.

Введение. Понятие *суперэлемента* давно вошло в терминологический аппарат пособий по методу конечных элементов [1, 2]. Как известно, под *элементом* модели заданной сплошной среды понимается некоторый собирательный набор свойств – геометрических, физико-механических, электромагнитных, биохимических и т.д., единообразно присущих каждой отдельно взятой структурной единице, обладающей также фундаментальным математическим признаком стягиваемости к точке как бесконечно малой величины. Суперэлемент же отличается от элемента модели сплошной среды только тем, что априори предполагается обделенным вышеназванным признаком конечного элемента стягиваемости к точке, представляя собой, таким образом, строго конечную величину [1].

В динамике многозвенных систем понятие суперэлемента возникло вследствие формирования на основе метода Ньютона-Эйлера *кинетостатического элемента* [3]; кинетостатический элемент представляет собой схематическую модель кинематической цепи, выполняющую первоначально роль двойного преобразователя: положений, скоростей и ускорений – в прямом направлении, а усилий – в обратном. Таким образом, первичное понятие кинетостатического элемента послужило методологической основой, фундаментом для саморазвития и последующих построений конкретных моделей преобразователей движения и усилий кинематических цепей многозвенных динамических систем, которые стали также называться *суперэлементами* [4].

При описании движения динамических систем выбор методов и формализмов, казалось бы, всегда является произвольным. Однако при строгом раз-

мышлении выясняется, что существуют глубокие связи между условно принятыми за структурные единицы частями кинематических цепей и математической терминологией, призванной для их адекватного выражения. В самом деле, вполне естественно, что существующие различия между разными модификациями суперэлементов исследуемых многозвенных динамических систем должны непосредственно отражаться на математическом языке описания их движения.

1. Метод Ньютона-Эйлера к решению первой задачи динамики.

Несколько десятилетий назад в научной литературе появился метод эффективного численного решения первой основной задачи динамики для простых разомкнутых кинематических цепей, предложенный Лу, Уокером и Полем [5]. Этот метод был впоследствии назван *методом Ньютона-Эйлера* и послужил отправным пунктом для создания так называемых *сверхпрогрессивных формализмов* (*very efficient formulations*), или *формализмов степени сложности* $O(n)$ [3].

Рассмотрим рекурсивную схему численного расчета первой основной задачи динамики манипулятора с абсолютно жесткими звеньями, руководствуясь принципиальной схемой кинетостатического элемента первого типа. Предполагая звенья кинематической цепи манипулятора связанными вращательными парами, обозначим их через $C_1, C_2, \dots, C_n$, а стойку – через C_0 . Вычислительный процесс формализма для некоторого фиксированного момента времени t^* предполагает осуществление *прямой и обратной рекурсий* (рис. 1) [5].

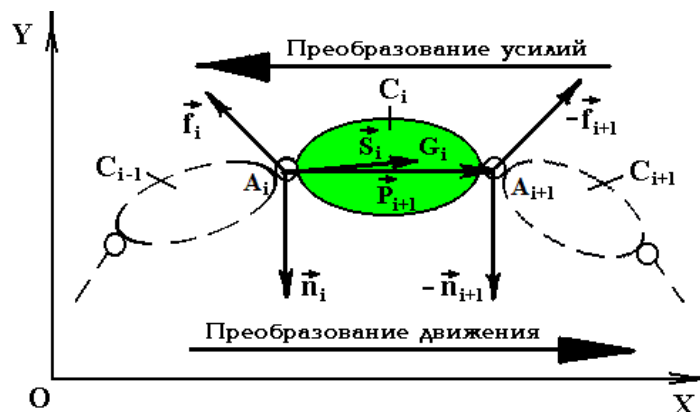


Рис. 1. Решение первой основной задачи динамики методом Ньютона-Эйлера

Прямая рекурсия включает в себя кинематический расчет звеньев цепи в направлении от стойки манипулятора C_0 к его исполнительному органу C_n (рис. 1) и осуществляется с помощью следующих инициализаций [5]:

$$\begin{cases} \vec{v}_0 = \vec{0}_3, \\ \vec{\omega}_0 = \vec{0}_3; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \vec{v}_0 = \vec{g} = -[0, g, 0]^T, \\ \vec{\omega}_0 = \vec{0}_3. \end{cases} \quad (2)$$

Обратная рекурсия, подразумевающая силовой расчет кинематической цепи в направлении от звена C_n к стойке манипулятора C_0 (рис. 1), производится в силу наперед известных усилий на конце исполнительного органа C_n [5]:

$$\begin{cases} \vec{f}_n = \vec{f}_n^t, \\ \vec{n}_n = \vec{n}_n^t. \end{cases} \quad (3)$$

Первая, восходящая, рекурсия обеспечивает нахождение линейных скоростей и ускорений точек A_i и G_i вместе с угловыми скоростями и ускорениями звеньев C_i (рис. 1) для $i=1, \dots, n$ в соответствии с зависимостями [5]

$$\begin{cases} {}^i\vec{v}_i = {}^iR_{i-1} \cdot {}^{i-1}\vec{v}_{i-1}, \\ {}^i\vec{\omega}_i = {}^iR_{i-1} \cdot {}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1} + \dot{q}_i {}^i\vec{a}_i; \end{cases} \quad (4)$$

$${}^i\vec{v}_{G_i} = {}^i\vec{v}_i + {}^i\vec{\omega}_i \times {}^i\vec{S}_i; \quad (5)$$

$$\begin{cases} {}^i\vec{v}_i = {}^iR_{i-1} \cdot [{}^{i-1}\vec{v}_{i-1} + {}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1}\vec{P}_i + {}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1} \times ({}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1}\vec{P}_i)], \\ {}^i\vec{\omega}_i = {}^iR_{i-1} \cdot [{}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1} + {}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1} \times (\dot{q}_i {}^i\vec{a}_i)] + \dot{q}_i {}^i\vec{a}_i; \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} {}^i\vec{v}_i = {}^iR_{i-1} \cdot [{}^{i-1}\vec{v}_{i-1} + {}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1}\vec{P}_i + {}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1} \times ({}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1} \times {}^{i-1}\vec{P}_i)], \\ {}^i\vec{\omega}_i = {}^iR_{i-1} \cdot [{}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1} + {}^{i-1}\vec{\omega}_{i-1} \times (\dot{q}_i {}^i\vec{a}_i)] + \dot{q}_i {}^i\vec{a}_i; \end{cases} \quad (7)$$

$${}^i\vec{v}_{G_i} = {}^i\vec{v}_i + {}^i\vec{\omega}_i \times {}^i\vec{S}_i + {}^i\vec{\omega}_i \times ({}^i\vec{\omega}_i \times {}^i\vec{S}_i),$$

где ${}^{i-1}R_i$ символизирует матрицу поворота звена C_i относительно звена C_{i-1} и ${}^i\vec{a}_i$ обозначает единичный вектор, направленный вдоль положительной полуоси вращения i -й кинематической пары.

Вторая, нисходящая, рекурсия предусматривает определение сил и моментов в точках A_i сопряжений звеньев C_i (рис. 1) для $i=n, \dots, 1$ на основании соотношений [5]

$$\begin{cases} {}^i\vec{f}_i = {}^iR_{i-1}^T \cdot {}^{i+1}\vec{f}_{i+1} + m_i {}^i\vec{v}_{G_i}, \\ {}^i\vec{n}_i = {}^iR_{i-1}^T \cdot {}^{i+1}\vec{n}_{i+1} + {}^iI_{G_i} \cdot {}^i\vec{\omega}_i + {}^i\vec{\omega}_i \times ({}^iI_{G_i} \cdot {}^i\vec{\omega}_i) + {}^i\vec{P}_{i+1} \times ({}^{i+1}R_i^T \cdot {}^{i+1}\vec{f}_{i+1}) + {}^i\vec{S}_i \times (m_i {}^i\vec{v}_{G_i}), \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} {}^i\vec{f}_i = {}^iR_{i-1}^T \cdot {}^{i+1}\vec{f}_{i+1} + m_i {}^i\vec{v}_{G_i}, \\ {}^i\vec{n}_i = {}^iR_{i-1}^T \cdot {}^{i+1}\vec{n}_{i+1} + {}^iI_{G_i} \cdot {}^i\vec{\omega}_i + {}^i\vec{\omega}_i \times ({}^iI_{G_i} \cdot {}^i\vec{\omega}_i) + {}^i\vec{P}_{i+1} \times ({}^{i+1}R_i^T \cdot {}^{i+1}\vec{f}_{i+1}) + {}^i\vec{S}_i \times (m_i {}^i\vec{v}_{G_i}), \end{cases} \quad (9)$$

где ${}^iI_{G_i}$ – тензор инерции звена C_i относительно центра масс G_i .

Вследствие проведенных рекурсий (7) – (12) и (13), (14) представляется возможным выделить из векторных уравнений (14) требуемых выражений для вычисления обобщенных моментов. Эти выражения записываются следующим образом [5]:

$$\Gamma_i = {}^i\vec{a}_i \cdot {}^i\vec{n}_i, \quad i=1, \dots, n. \quad (15)$$

2. Кинетостатический элемент первого типа. Символическим перифразом вышеизложенного метода численного решения первой основной задачи динамики оказалась схема *кинетостатического элемента первого типа* (élément cinétostatique) (рис. 2) [3, 4].

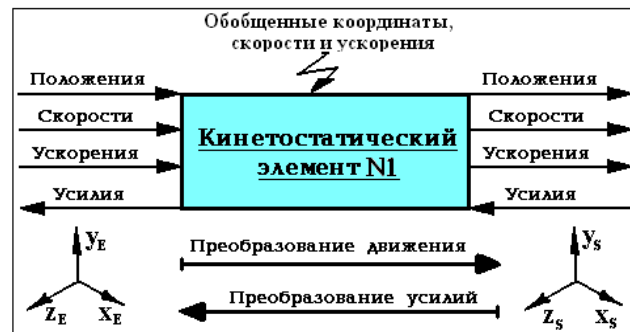


Рис. 2. Функциональная схема кинетостатического элемента первого типа

Принцип функционирования кинетостатического элемента первого типа заключается в обоюдном преобразовании основных кинематических и динамических характеристик в зависимости от законов изменения конфигурационных параметров [3]: в трансформации движения, т.е. положений, скоростей и ускорений, при переходе от входящей (E) к выходящей системе отсчета (S) и в трансформации усилий, т.е. сил и моментов, при осуществлении обратного перехода от выходящей (S) к входящей системе отсчета (E) (рис. 2).

3. Метод Ньютона-Эйлера к решению второй задачи динамики. Численное решение второй основной задачи динамики методом Ньютона-Эйлера предлагается в символах формальной терминологии, развернутой в шестимерном пространстве [6], согласно которой изначально принимаются следующие положения:

$$\begin{cases} {}^i\vec{V}_i = [{}^i\vec{v}_i^T, {}^i\vec{\omega}_i^T]^T, & (16) \\ {}^i\vec{F}_i = [{}^i\vec{F}_i^T, {}^i\vec{M}_i^T]^T. & (17) \end{cases}$$

Алгоритм численного решения второй задачи динамики, в отличие от предыдущего случая, включает в себя три рекурсии для каждого момента времени t^* .

1 – я рекурсивная процедура для $i = 1, \dots, n$ предполагает вычисление матриц ${}^i\mathbf{R}_{i-1}$, ${}^i\mathbf{T}_{i-1}$, ${}^i\mathbf{J}_i$, векторов ${}^i\vec{\mathbf{C}}_i$, ${}^i\vec{\mathbf{h}}_i$ и скаляра τ_i [6], после чего осуществляется кинематический расчет кинематической цепи по следующему восходящему рекурсивному циклу [6]:

$${}^i\vec{\mathbf{V}}_i = {}^i\mathbf{T}_{i-1} \cdot {}^{i-1}\vec{\mathbf{V}}_{i-1} + \dot{\mathbf{q}}_i {}^i\vec{\mathbf{a}}_i, \quad (18)$$

подчинив их предварительно инициализации: ${}^0\vec{\mathbf{V}}_0 = \vec{\mathbf{0}}_{N_0}$.

2 – я рекурсивная процедура для $i = n, \dots, 1$ после инициализаций [6]:

$$\begin{cases} {}^n\mathbf{J}_{nn}^+ = {}^n\mathbf{J}_{nn}; \\ {}^n\vec{\mathbf{C}}_n^{r+} = {}^n\vec{\mathbf{C}}_n^r + {}^{n+1}\mathbf{T}_n^T \cdot {}^{n+1}\vec{\mathbf{F}}_{n+1} = {}^n\vec{\mathbf{C}}_n^r + {}^n\vec{\mathbf{F}}_n^t \end{cases}$$

предусматривает определение вспомогательных инерционных параметров, в том числе особых матриц инерции и векторов гироскопических членов ${}^i\mathbf{J}_i^+$, ${}^i\vec{\mathbf{C}}_i^+$, $i = (n-1), \dots, 1$ по следующему нисходящему расчетному циклу [6]:

1. Нахождение:

$${}^i\mathbf{G}_i = {}^i\mathbf{J}_i^+ \cdot {}^i\mathbf{T}_{i-1}, \quad {}^i\vec{\mathbf{p}}_i = {}^i\mathbf{J}_i^+ \cdot {}^i\vec{\mathbf{h}}_i + {}^i\vec{\mathbf{C}}_i \quad \text{и} \quad Z_i = \frac{1}{{}^i\vec{\mathbf{a}}_i^T \cdot {}^i\mathbf{J}_i^+ \cdot {}^i\vec{\mathbf{a}}_i}.$$

2. Вычисление для $i \neq 1$:

$${}^i\tilde{\mathbf{G}}_i = {}^i\mathbf{G}_i - Z_i {}^i\mathbf{J}_i^+ \cdot {}^i\vec{\mathbf{a}}_i \cdot {}^i\vec{\mathbf{a}}_i^T \cdot {}^i\mathbf{J}_i^+ \cdot {}^i\mathbf{T}_{i-1} \quad \text{и} \quad {}^i\tilde{\vec{\mathbf{p}}}_i = {}^i\vec{\mathbf{p}}_i + {}^i\mathbf{J}_i^+ \cdot {}^i\vec{\mathbf{a}}_i (\tau_i - {}^i\vec{\mathbf{a}}_i^T \cdot {}^i\vec{\mathbf{p}}_i) Z_i.$$

3. Если $i \neq 1$, то рассчитать

$$\begin{cases} {}^{i-1}\mathbf{J}_{i-1}^+ = {}^{i-1}\mathbf{J}_{i-1} + {}^i\mathbf{T}_{i-1}^T \cdot {}^i\tilde{\mathbf{G}}_i, \\ {}^{i-1}\vec{\mathbf{C}}_{i-1}^+ = {}^{i-1}\vec{\mathbf{C}}_{i-1} + {}^i\mathbf{T}_{i-1}^T \cdot {}^i\tilde{\vec{\mathbf{p}}}_i. \end{cases}$$

3 – я рекурсивная процедура для $i = 1, \dots, n$ использует результаты вычислений, произведенных в процессе предшествующих кинематической и символической расчетных процедур, в целях осуществления динамического расчета кинематической цепи по следующему восходящему рекурсивному циклу [6]:

$$\ddot{\mathbf{q}}_i^r = Z_i [\tau_i - {}^i\vec{\mathbf{a}}_i^T \cdot ({}^i\mathbf{G}_i \cdot {}^{i-1}\vec{\mathbf{V}}_{i-1} + {}^i\vec{\mathbf{p}}_i)]; \quad (19)$$

$${}^i\vec{\mathbf{V}}_i = {}^i\mathbf{T}_{i-1} \cdot {}^{i-1}\vec{\mathbf{V}}_{i-1} + \ddot{\mathbf{q}}_i^r {}^i\vec{\mathbf{a}}_i + {}^i\vec{\mathbf{h}}_i; \quad (20)$$

$${}^i\ddot{\mathbf{E}}_i = {}^i\mathbf{J}_i \cdot {}^i\ddot{\mathbf{V}}_i + {}^i\ddot{\mathbf{C}}_i, \quad \text{если требуется,} \quad (21)$$

принимая во внимание инициализацию ${}^0\ddot{\mathbf{V}}_0 = -[{}^0\ddot{\mathbf{g}}^T, \ddot{0}_3^T]^T$.

4. Кинестатический элемент второго типа. Перейдем к рассмотрению схемы кинестатического элемента первого типа, отражающей численное решение второй основной задачи динамики методом Ньютона-Эйлера.

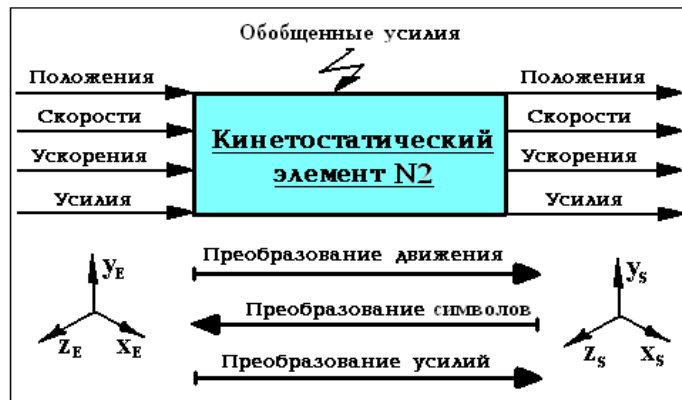


Рис. 3. Функциональная схема кинестатического элемента второго типа

Принцип функционирования кинестатического элемента второго типа заключается в тройственном преобразовании основных кинематических и динамических характеристик в зависимости от законов изменения конфигурационных параметров [6]: в трансформации движения, т.е. положений, скоростей и ускорений, при переходе от входящей (E) к выходящей системе отсчета (S), в символическом преобразовании от выходящей системы отсчета (S) к входящей (E) и, наконец, в трансформации усилий, т.е. сил и моментов, при осуществлении прямого перехода от входящей системы отсчета (E) к выходящей (S) (рис. 3).

5. Метод Ньютона-Эйлера к решению смешанной задачи динамики. Смешанная основная задача динамики применительно к решению дифференциальных уравнений движения упругих манипуляторов методом Ньютона-Эйлера была впервые сформулирована и решена на основе символического исчисления в работе [7].

Нетрудно заметить [4], что переход от второй основной задачи динамики к первой осуществляется путем обыкновенной замены символических параметров:

$$\begin{cases} {}^i\tilde{\mathbf{G}}_i = {}^i\mathbf{G}_i; \\ {}^i\tilde{\mathbf{p}}_i = {}^i\mathbf{p}_i + \ddot{\mathbf{q}}_i^T {}^i\mathbf{J}_i \cdot {}^i\tilde{\mathbf{a}}_i. \end{cases} \quad (22)$$

$$(23)$$

В целях строгого разграничения двух типов задания законов движения в сопряжениях кинематической цепи (рис. 4) множество всех кинематических пар $\{A\} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ представляется в виде двух подмножеств $\{A'\} = \{A'_1, A'_2, \dots, A'_l\}$ $\{A''\} = \{A''_1, A''_2, \dots, A''_m\}$, обладающих очевидными свойствами: $\{A'\} \subseteq \{A\}$, $\{A''\} \subseteq \{A\}$, $\{A'\} \cup \{A''\} = \{A\}$ и $l + m = n$, где n – количество одно-подвижных вращательных или поступательных кинематических пар цепи. При этом для различения каждого из возможных типов законов движения в множестве $\{A\}$ вводится следующий идентификатор (рис. 4) [7]:

$$\chi_i = \begin{cases} 0, & \text{если в паре } i \text{ известно обобщенное усилие } \Gamma_i \\ 1, & \text{если в паре } i \text{ известно обобщенное ускорение } \ddot{q}_i^r \end{cases}, \quad i \in \{1, \dots, n\}. \quad (24)$$

В таком случае смешанная основная задача динамики для многозвенной кинематической цепи формулируется следующим образом [7]: в предположении, что заданы законы изменения обобщенных усилий Γ_i , $i = 1, \dots, l$ и обобщенных ускорений $\ddot{q}_k^r$, $k = 1, \dots, m$, принадлежащих соответственно подмножествам $\{A'\}$ и $\{A''\}$, требуется определить законы изменения обобщенных усилий Γ_k , $k = 1, \dots, m$ и обобщенных ускорений $\ddot{q}_i^r$, $i = 1, \dots, l$, принадлежащих соответственно подмножествам $\{A''\}$ и $\{A'\}$.

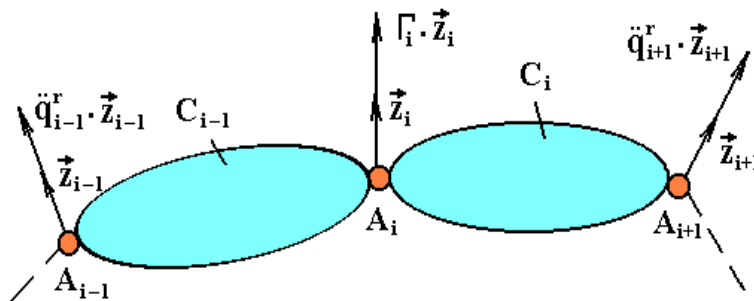


Рис. 4. Смешанные условия основной задачи динамики

При изложении смешанной основной задачи динамики многозвенных систем следует обратить внимание на то обстоятельство, что из двух типов рассмотренных выше кинетостатических элементов смешанной задачи динамики соответствует модификация второго типа, поскольку последняя включает в себя и функциональную схему первой.

6. Оптимизация методов и формализмов путем разбиения кинематических цепей на суперэлементы. Понятие кинетостатического элемента является абстрактным трафаретом организации трехкратно-рекурсивного про-

цесса динамического анализа кинематических цепей многозвенных систем, а следовательно, представляет собой всего лишь условную схему вычислительного процесса, характеризующую только его качественную сторону.

Выясняется, что количественным критерием эффективности вычислительного процесса выступает конкретное слияние структурных элементов кинематической цепи, условно принятое за структурную единицу [4].

Многочисленные исследования в области оптимизации вычислительного процесса динамического анализа многозвенных систем [4–8] показывают и подтверждают эффективность метода Ньютона-Эйлера в контексте сформулированной выше смешанной задачи динамики по отношению к методам, предполагающим обращение матрицы масс рассматриваемых систем. Поэтому методы, исключаяющие процедуру обращения матрицы масс, принято называть *методами без обращения матрицы масс, или сверхпрогрессивными формализмами* [3, 4]. Эти методы обеспечивают пропорциональную зависимость между количеством производимых в процессе динамического расчета арифметических операций и размерностью кинематической цепи, в силу чего они получили и другое название – *методы степени сложности $O(n)$* [3, 4]. Нетрудно заметить, что метод Ньютона-Эйлера предусматривает в качестве суперэлемента кинематической цепи условную структурную единицу, образуемую так, как это схематически показано на рис. 5.



Рис. 5. Схема образования оптимального суперэлемента

С другой стороны, обращаясь к математическому языку описания метода Ньютона-Эйлера [6], или к *формализму R^6* , объединяющему в себе компоненты *кинематического и динамического винтов* (16), (17), удостоверяемся в его оптимальности с точки зрения минимально возможного числа арифметических операций, производимых по ходу вычислительного процесса динамического анализа [6]. Очевидно, что принятой здесь терминологии, выражаемой обозначениями (16), (17), также соответствует суперэлемент на рис. 5.

Рассмотрим теперь для сравнения метод динамического анализа звеньев кинематической цепи с использованием процедуры обращения матрицы масс, основанный на идее ассимиляции суперэлемента со всей совокупностью звеньев многозвенной системы [8]:

$$\begin{cases} \vec{V} = [{}^1\vec{V}_1, {}^2\vec{V}_2, \dots, {}^n\vec{V}_n]^T, \\ \vec{F} = [{}^1\vec{F}_1, {}^2\vec{F}_2, \dots, {}^n\vec{F}_n]^T. \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \vec{V} = [{}^1\vec{V}_1, {}^2\vec{V}_2, \dots, {}^n\vec{V}_n]^T, \\ \vec{F} = [{}^1\vec{F}_1, {}^2\vec{F}_2, \dots, {}^n\vec{F}_n]^T. \end{cases} \quad (26)$$

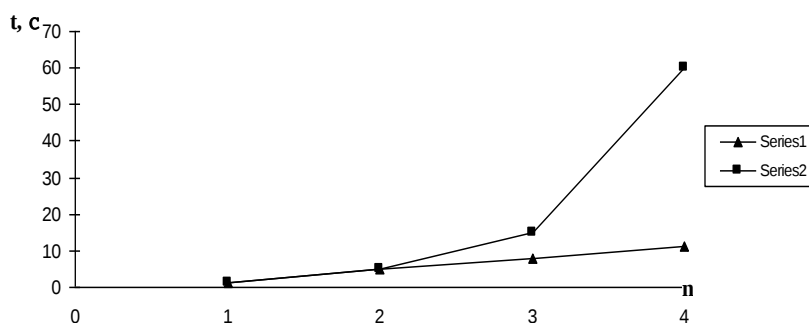


Рис. 6. Сравнительная оценка характеристик методов 1 – $O(n)$ и 2 – $O(n^2)$

На рис. 6 приводятся совмещенные графики расчетного времени (t) в зависимости от размерности (n), выработанные с использованием методов без обращения (прямая 1 на рис. 3) и с обращением (кривая 2 на рис. 3) матрицы масс исследуемых динамических систем вследствие решения смешанной задачи динамики применительно к одно-, двух-, трех- и четырехзвенному манипуляторам.

Заключение. Таким образом, подведены итоги многолетних исследований в области оптимизации динамического моделирования многосвязных систем с абсолютно жесткими и упругими звеньями. Вследствие распространения метода Ньютона-Эйлера на случаи первой и второй основных задач динамики многосвязных систем, а также в результате постановки и решения смешанной основной задачи динамики оказывается возможным формулирование *принципа формальной и методологической оптимизации динамического анализа многосвязных систем* посредством оптимального построения суперэлемента. В настоящей статье прослеживается процесс оптимального формирования суперэлемента на примере исследования кинематической цепи, состоящей из абсолютно жестких звеньев.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Страховская Л.Г., Федоренко Р.П.** Об одном варианте метода конечных элементов // ЖВМ и МФ. – 1979. – Т. 19, № 4. – С. 950 – 960.
2. **Страховская Л.Г., Федоренко Р.П.** Расчет диффузии в многосвязной области методом конечных суперэлементов: Препринт ИПМ АН СССР № 171. – М., 1987. – 26 с.
3. **Verlinden O.** Simulation du comportement dynamique de systèmes multicorps flexibles comportant des membrures de forme complexe: Thèse de doctorat de la Faculté Polytechnique de Mons. – 1994. – 222 p.
4. **Геворкян Г.А.** Развитие теоретических основ и расчетных алгоритмов динамического моделирования манипуляторов с упругими звеньями: Дис. ... канд. техн. наук / ГИУА. – Ереван, 2011. – 133 с.

5. **Luh J.Y.S., Walker M.W. and Paul R.** On-line computational scheme for mechanical manipulators // Trans. ASME. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. – 1980. – Vol. 74. – P. 251 – 269.
6. **Dombre E. and Khalil W.** Modélisation, identification et commande des robots. – Edition Hermès, 1999. – 480 p.
7. **Саркисян Ю.Л., Степанян К.Г., Азиз Н., Геворкян Г.А.** Динамический анализ упругих манипуляторов обобщенным методом Ньютона-Эйлера // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. – 2004. – Т. LVII, № 1. – С. 3 – 10.
8. **Геворкян Г.А.** Динамический анализ упругих древовидных механических систем в присутствии внешних голономных связей // Information technologies and Management. Encyclopedia-Armenica. – 2004. – № 4. – С. 36 – 43.

Институт механики НАН РА. Материал поступил в редакцию 20.05.2017.

Հ.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

ԲԱԶՄՕՂԱԿ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅԱՆ ՖՈՐՄԱԼ ԵՎ ՄԵԹՈԴՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ՕՊՏԻՄԱԼԱՅՄԱՆ ՄԿՁԲՈՒՆՔԸ

Զարգացվել է ֆորմալիզմների և մեթոդների կառուցման հայեցակարգը՝ ուղղված բազմօղակ դինամիկական համակարգերի նկարագրմանն ու հետազոտմանը՝ կինեմատիկական շղթաների օպտիմալ տարանջատման հիման վրա: Ցույց է տրվել, որ կինեմատիկական շղթայի՝ գերտարրերի օպտիմալ տարանջատմանը համապատասխանում է Նյուտոն-Էյլերի մեթոդը կամ այդ համակարգերի՝ առանց զանգվածների մատրիցի հակադարձման մեթոդը:

Առանցքային բառեր. գերտարր, դինամիկական համակարգեր, Նյուտոն-Էյլերի մեթոդը:

H.A. GEVORGYAN

FORMAL AND METHODOLOGICAL AT OPTIMIZATION PRINCIPLE OF THE MULTIBODY SYSTEM DYNAMIC ANALYSIS

A concept of constructing formalisms and methods for the description and investigation of multibody dynamic systems on the basis of optimal differentiation of a kinematic chain into superelements by decomposing is developed. It is shown that the optimal decomposition of the kinematic chain into superelements corresponds to the Newton-Euler method, or the method without inversion of the mass matrix of those systems.

Keywords: superelement, dynamic systems, Newton-Euler method.

Ս.Գ. ԱՂԲԱԼՅԱՆ, Ա.Ռ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

**ԲԱՐՁՐ ԷԼԵԿՏՐԱԶԱՐԱՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՄԲ ԵՎ ՋԵՐՄԱԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՄԲ
ՊՂՆՁԻ ՀԻՄՔՈՎ ՓՈՇԵԿՈՄՊՈԶԻՏԱՅԻՆ ՆՅՈՒԹԵՐԻ ՍՏԱՑՄԱՆ
ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՅԻ ՄՇԱԿՈՒՄԸ**

Մշակվել է դիսպերս մասնիկներով կարծրացող (ինտերմետաղական ֆազեր) և դիսպերս հատիկներով ամրացվող պղնձի հիմքով բարձրամուր և բարձր էլեկտրահաղորդականությամբ ու ջերմակայունությամբ օժտված շերտավոր փոշեկոմպոզիտային նյութի ստացման տեխնոլոգիա, որը ներառում է հետևյալ գործողությունները. արտաքին և ներքին շերտերի բովախառնուրդների պատրաստում, արտաքին շերտի և միջուկի մամլում, մեկը մյուսի մեջ հավաքում, վերամամլում, տաքացում (եռակալում), տաք արտամղում և ջերմային մշակում: Ուսումնասիրվել են ստացված շերտավոր կոմպոզիտային նյութի կառուցվածքը և ֆիզիկամեխանիկական հատկությունները, որոնք լիովին բավարարում են կոնտակտային եռակցման էլեկտրոդների հատկություններին ներկայացվող պահանջները:

Առանցքային բառեր. բովախառնուրդ, մամլում, եռակալում, տաք արտամղում, փոշեկոմպոզիտային նյութ, ջերմամշակում, դիսպերս կարծրացում և ամրացում, էլեկտրահաղորդականություն, ջերմակայունություն:

Ներածություն. Հայաստանի Հանրապետության տնտեսության զարգացման գերակա ուղղություններից է մետալուրգիան, այդ թվում՝ մետաղական հիմքով և ֆունկցիոնալ հատկություններով օժտված նոր կոմպոզիտային նյութերի ստեղծումը, առանց որոնց անհնար է պատկերացնել տեխնիկական առաջընթացը, հատկապես մեքենաշինության, էլեկտրատեխնիկական և ռազմական արդյունաբերության հետագա զարգացումը: Ընդ որում, տեխնիկայի զարգացմանը զուգընթաց ավելի մեծ տեղ է հատկացվում կոմպոզիտային նյութերին (ԿՆ), հատկապես մետաղական հիմքով բարձրամուր և ֆունկցիոնալ նշանակությամբ նյութերին: Այս տեսակետից մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում պղնձի հիմքով կոմպոզիտային նյութերը, ինչպիսիք են դիսպերս մասնիկներով կարծրացող և դիսպերս հատիկներով ամրացվող պղնձե փոշեհամաձուլվածքները, որոնց պահանջարկը շատ մեծ է ժամանակակից տեխնիկայում, հատկապես կոնտակտային եռակցման էլեկտրոդների արտադրությունում: Այս էլեկտրոդներին ներկայացվող պահանջներն են բարձր էլեկտրահաղորդականությունը և ջերմակայունությունը, որոնց ապահովման համար օգտագործվող նախապատրաստվածքները ցանկալի է՝ ունենան անծակոտկեն և շերտավոր կառուցվածք, որում արտաքին

շերտը կապահովի բարձր էլեկտրահաղորդականություն, իսկ ներքին շերտը՝ բարձր ջերմակայունություն: Այսպիսի կառուցվածք գործնականում հնարավոր է ապահովել միայն փոշեմետալուրգիական եղանակներով, հատկապես շերտավոր մամլվածքների տաք արտամղման կամ ճնշմամբ մշակման միջոցով: Սակայն մինչև այժմ մշակված չէ համապատասխան տեխնոլոգիա, և ուսումնասիրված չեն դիսպերս մասնիկներով (ֆազերով) կարծրացող և դիսպերս հատիկներով ամրացվող պղնձի հիմքով շերտավոր կառուցվածքներով փոշեկոմպոզիտային նյութերի ստացման տեխնոլոգիական առանձնահատկությունները և կառուցվածքագոյացման գործընթացը: Եվ քանի որ փոշեմետալուրգիան հանդիսանում է խիստ հեռանկարային ուղղություն Հայաստանի Հանրապետության համար, որտեղ առկա են մետաղական հումքի, հատկապես պղնձի, մեծ պաշարներ, հետևապես՝ առաջարկվող տեխնոլոգիան նույնպես հեռանկարային է, շահավետ և տարբերվում է ավանդական եղանակներից:

Ելնելով վերը նշվածից՝ հետազոտության նպատակն է մշակել դիսպերս մասնիկներով (ֆազերով) կարծրացող և դիսպերս հատիկներով ամրացվող բարձր էլեկտրահաղորդականությամբ ու ջերմակայունությամբ օժտված պղնձի հիմքով շերտավոր կոմպոզիտային նյութերի ստացման տեխնոլոգիա և հետազոտել դրանց կառուցվածքի ու հատկությունների ձևավորման գործընթացները:

Խնդրի դրվածքը և մեթոդիկայի հիմնավորումը. Կատարվել է կոմպոզիտային նյութերի ստացման տեխնոլոգիային և կառուցվածքի ու հատկությունների ձևավորմանը նվիրված հայրենական և արտասահմանյան գրականության վերլուծություն [1-6], որի արդյունքում պարզվել է, որ բարձր կարծրությամբ, ամրությամբ, էլեկտրահաղորդականությամբ, ջերմահաղորդականությամբ և ջերմակայունությամբ օժտված համաձուլվածքները, որոնք կարող են կիրառվել կոնտակտային եռակցման էլեկտրոդներ պատրաստելու համար, պետք է լինեն պղնձի հիմքով, որոնց կարծրացումը և ամրացումը պետք է կատարվի ջերմամշակմամբ՝ դիսպերս մասնիկներով (ինտերմետաղական ֆազերով) կարծրացման և դիսպերս հատիկներով ամրացման մեխանիզմներով:

Դիսպերս մասնիկներով (ֆազերով) կարծրացող և դիսպերս հատիկներով ամրացվող նյութերում դիսպերս մասնիկները և հատիկները սկսում են ցուցաբերել ամրացնող ազդեցություն այն ժամանակ, երբ մեխանիկական ներգործությունների ընթացքում սահմանափակվում է մայրակի դեֆորմացումը: Այդ ամրացման մեծությունը հայտնի չէ և ներկայացնում է բարդ կախվածություն: Սա մասնիկների կամ հատիկների միջև եղած հեռավորության և դրանց տրամագծի հարաբերության ֆունկցիան է, ինչպես նաև՝ մայրակի և մասնիկի կամ հատիկի առաձգական բնութագրերի հարաբերությունը: Մովորաբար դիսպերս մասնիկներով կամ հատիկներով ամրացված կոմպոզիտային նյութի առաձգականության

մոդուլն ունի նվազագույն մեծություն, որը հիմնավորվում է համաձայն «խառնուրդի օրենքի».

$$E_{կն} = V_{ս} E_{ս} + V_{\eta\delta} E_{\eta\delta} + V_{\eta h} E_{\eta h},$$

որտեղ $E_{կն}$ -ն, $E_{ս}$ -ը, $E_{\eta\delta}$ -ը և $E_{\eta h}$ -ը համապատասխանաբար կոմպոզիտային նյութի, մայրակի, դիսպերս մասնիկների և դիսպերս հատիկների առաձգականության մոդուլներն են, $V_{ս}$ -ն, $V_{\eta\delta}$ -ն և $V_{\eta h}$ -ն՝ համապատասխանաբար մայրակի, դիսպերս մասնիկների և դիսպերս հատիկների ծավալային մասնաբաժինները: Այս նյութերում, այդ թվում՝ նաև փոշեկոմպոզիտային, մայրակն իր վրա է կրում հիմնական բեռնվածությունը, իսկ դիսպերս մասնիկները և հատիկներն արգելակում են մետաղական մայրակում դիսլոկացիաների շարժումը: Մայրակի ամրացման աստիճանը համեմատական է այն դիմադրությանը, որը ցուցաբերում են մասնիկները և հատիկները դիսլոկացիաների շարժմանը [7, 8]: Հիմնական փոփոխականները, որոնցից կախված է ամրացման արդյունավետությունը, հանդիսանում են մայրակում մասնիկների կամ հատիկների միջև եղած միջին ազատ ճանապարհը (S) և նրանց միջև գոյություն ունեցող միջակայքը (D): Այս մեծությունները կախված են մասնիկների և հատիկների տրամագծից (d) և նրանց ծավալային կոնցենտրացիայից (V) հետևյալ հարաբերակցությամբ՝

$$S = (2d / 3V) (1 - 3V),$$

$$D = (2d^2 / 3V)^{1/2}(1 - V) :$$

Դիսպերս մասնիկների կամ հատիկների միջով դիսլոկացիայի անցման համար կիրառված լարումը պետք է լինի բավարար և հնարավորություն տա դիսլոկացիային ծովելու և կիսակլոր օղակի վերածվելու: Դիսլոկացիայի ծոման կորության նվազագույն շառավիղը՝ ըստ τ_i ներքին լարումների դաշտի ազդեցության, արտահայտվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$R = G_{ս} b / 2\tau_i,$$

որտեղ $G_{ս}$ -ը մայրակի սահքի մոդուլն է, իսկ b -ն՝ Բյուրգերսի վեկտորը: Համապատասխանաբար, եթե մասնիկների և հատիկների միջև հեռավորությունը հավասար է $D_{\eta\delta}$ կամ $D_{\eta h}$, ապա մասնիկի կամ հատիկի շուրջը դիսլոկացիայի կորացման համար անհրաժեշտ լարումը կլինի.

$$\tau_i = G_{ս} b / D_{\eta\delta} \text{ կամ } \tau_i = G_{ս} b / D_{\eta h},$$

քանի որ $2R = D_{\eta\delta}$ կամ $2R = D_{\eta h}$:

Եթե լարման մեծությունը բավարար է $R = D_{\eta\delta}/2$ կամ $R = D_{\eta h}/2$ կորության շառավիղով դիսլոկացիայի ծոման համար, ապա դիսլոկացիայի հանգույցը ըն-

դարձակվում է ինքնաբերաբար՝ արդեն առանց լարման մեծացման: Մասնիկների միջև վերին և ներքին սահմանների միջակայքը կարելի է գնահատումով որոշել՝ վերցնելով որպես ներքին լարման սահման, որն անհրաժեշտ է մասնիկի շուրջը հանգույցի ընդարձակման համար, մաքուր մայրակի հոսունության սահմանը, որը հավասար է $G_d/1000$, իսկ որպես վերին սահման՝ տեսական ամրությունը, որը սահքի ժամանակ հավասար է $G_d/30$: Տեղադրելով այս արժեքները $2R = D_{\text{մ}}$ կամ $2R = D_{\text{դ}}$ հավասարումների մեջ և ընտրելով b Բյուրգերսի վեկտորի մոդուլի մեծությունը հավասար $0,3$ *նմ*, կստանանք, որ արդյունավետ կերպով ամրացման համար մասնիկների միջև հեռավորությունը պետք է լինի 10 -ից մինչև 300 *նմ* սահմաններում: Բայց եթե հաշվի չառնենք ամրության բարձրացման և սողքի դիմադրության դեպքերը, ապա միշտ նպատակահարմար է պահպանել մայրակի ավելի շատ հատկություններ, ինչպիսիք են պլաստիկությունը, էլեկտրահաղորդականությունը, ջերմահաղորդականությունը և հարվածային մածուցիկությունը: Այս վերջին սահմանափակումը պահանջում է, որ մասնիկների ծավալային կոնցենտրացիան պահպանվի ցածր մակարդակում: Որպեսզի պահպանենք մայրակում միջին ազատ ճանապարհի մեծությունը $0,01$ մինչև $0,3$ *մկմ*, մասնիկների ծավալային բաժնի մինչև 15 տոկոսի սահմաններում, մասնիկների տրամագիծը չպետք է գերազանցի $0,1$ *մկմ*: Այս պարամետրերը դիսպերս-կարծրացող և ամրացվող կոմպոզիտային նյութերում պետք է պահպանել հետևյալ սահմաններում՝ $S = 0,3$ մինչև $0,01$ *մկմ*, $D_{\text{մ}} = 0,3$ կամ $D_{\text{դ}} = 0,3$ մինչև $0,01$ *մկմ*, $d = 0,1$ *մկմ* փոքր, $V_{\text{մ}} = 0,01$ կամ $V_{\text{դ}} = 0,01$ մինչև $0,15$:

Մեխանիկական բարձր հատկություններ ապահովելու համար անհրաժեշտ է ունենալ նաև ամուր կապ «արտաքին շերտ - միջուկ» անցումային շերտում: Նշված խնդիրները կարող են լուծում գտնել միայն կոմպոզիտային նյութերի ստացման փոշեմետալուրգիական տեխնոլոգիաներով, չնայած որ այստեղ նույնպես կան որոշակի դժվարություններ, հատկապես շերտավոր անձակոտկեն կոմպոզիտային նյութի ստացման դեպքում, երբ անհրաժեշտ է ապահովել շերտերի հավասարաչափ հոսք տաք արտամղման ժամանակ: Աշխատանք [9]-ից հայտնի է, որ շերտավոր անձակոտկեն կոմպոզիտային նյութ ստանալու լավագույն ճանապարհը տաք արտամղումն է, երբ եռակալումը և կառուցվածքի ձևավորումը համատեղվում են, և ապահովվում է անցումային շերտի բարձր ամրություն: Սակայն պղնձի հիմքով փոշեկոմպոզիտային նյութերի համար այս ուղղությամբ հետազոտություններ քիչ են կատարվել, մշակված չէ վերջնական տեխնոլոգիա, և ուսումնասիրված չեն հիմնական օրինաչափությունները:

Հետազոտության արդյունքները. Որպես ելանյութեր օգտագործվել են ПМС-1 մակնիշի էլեկտրոլիտիկ պղնձի (ГОСТ 4960-75), ПХ1С մակնիշի քրոմի (ТУ 14-22-50-91), ПЦ1 մակնիշի ցիրկոնիումի (ТУ 48-42-51-73), ПНЭ-1 մակնիշի նիկելի

(ГОСТ 9722-79) և АПС-1А մակնիշի ալյումինի (ГОСТ 10096-76) փոշիները: Արտաքին շերտի բովախառնուրդից ($1,0\%Cr+0,8\%Zr+Cu_{մն}$) երկկողմանի մամլամաք պատրաստվել են սնամեջ գլանական ($D_{տ}=29,5$ մմ, $D_{ն}=21,5$ մմ, $H=50$ մմ, $\theta = 20\%$), իսկ միջուկի բովախառնուրդից ($13\%Ni+3\%Al+1,0\%Cr+0,8\%Zr+Cu_{մն}$)՝ գլանական նմուշներ ($D_{ն}=21$ մմ, $H=50$ մմ, $\theta = 20\%$), այնուհետև մամլվածքներն իրար մեջ հավաքելուց, վերամամլելուց և ջրածնի միջավայրում $900...950^{\circ}C$ ջերմաստիճանում $1...1,5$ ժ եռակալելուց հետո ենթարկվել են տաք արտամղման մայրակի $2\alpha_{մ}=110^{\circ}$ և $\lambda=4$ արտամղման գործակցով:

«Արտաքին շերտ-միջուկ» շերտավոր կառուցվածքով կոմպոզիտային նյութերի միջուկի R-երկրաչափական պարամետրը, որն ապահովում է արտամղման ժամանակ շերտերի կոնտակտային մակերևույթների վրա հարաբերական տեղաշարժերի բացակայությունը, հետևաբար՝ շերտերի կառուցման բարձր ամրությունը, հաշվարկվել է՝ համաձայն [9] աշխատանքում բերված մեթոդիկայի:

Կատարվել են առաջարկվող շերտավոր կառուցվածքով փոշեկոմպոզիտային նյութերի եռակալման և տաք արտամղման ժամանակ կառուցվածքագոյացման գործընթացի մեխանիզմի ու կինետիկայի օրինաչափությունների հայտնաբերմանը նվիրված ջերմածանրաչափական հետազոտություններ, ինչպես նաև իրականացվել են տաք արտամղման և ջերմային մշակման գործընթացների հետազոտում, պարամետրերի օպտիմալացում, մետաղագիտական հիմնավորում և ֆիզիկամեխանիկական հատկությունների ուսումնասիրում:

Ջերմածանրաչափական վերլուծության մեթոդով հետազոտվել են $1,0\%Cr+0,8\%Zr+Cu_{մն}$ և $13\%Ni+3\%Al+1,0\%Cr+0,8\%Zr+Cu_{մն}$ բաղադրություններով փոշեկոմպոզիտային նյութերի կառուցվածքագոյացման մեխանիզմը և կինետիկական տաքացման ժամանակ, որի արդյունքում հիմնավորվել են մշակված փոշեկոմպոզիտային նյութերի եռակալման, տաք արտամղման և միմյան ջերմաստիճանները:

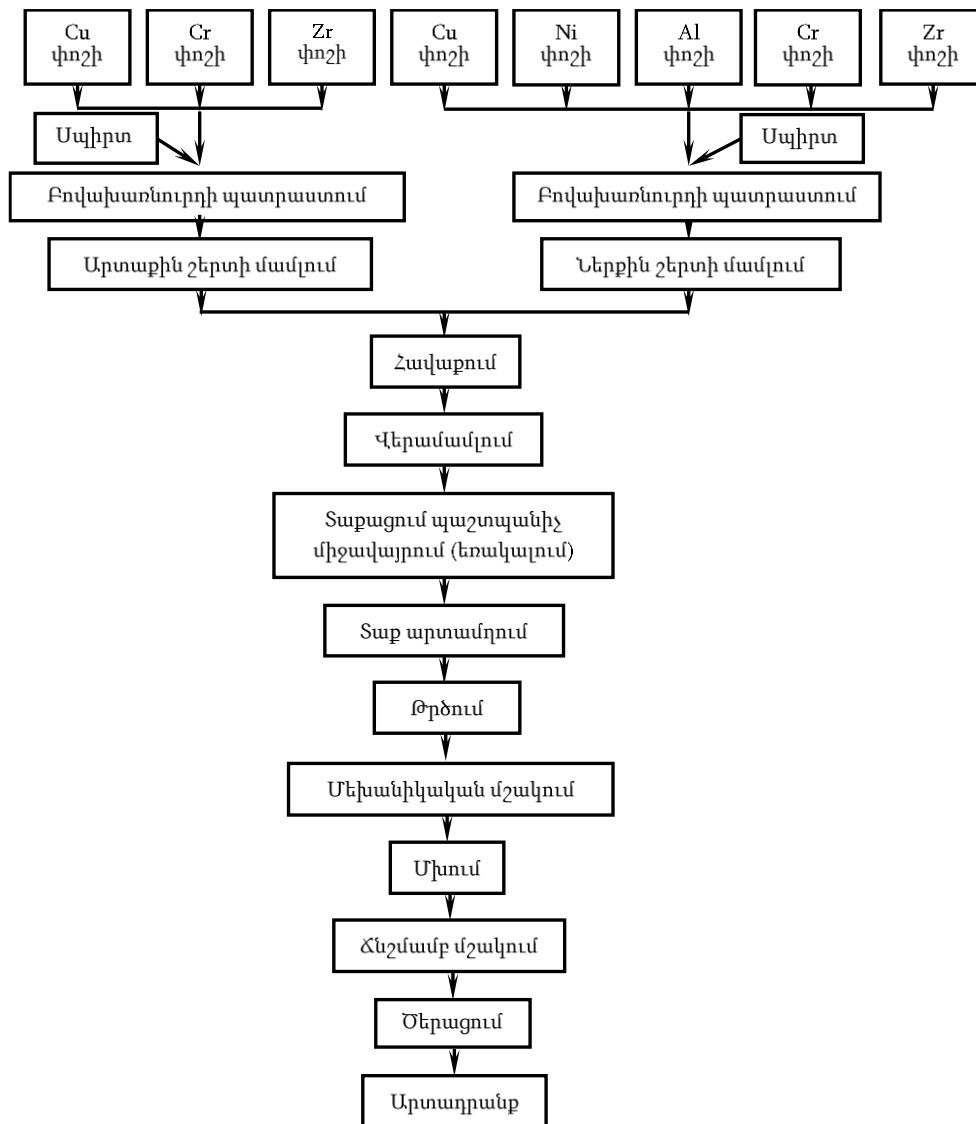
Ջերմաստիճանների և դեֆորմացումների լայն միջակայքում բացահայտվել են $1,0\%Cr+0,8\%Zr+Cu_{մն}$ և $13\%Ni+3\%Al+1,0\%Cr+0,8\%Zr+Cu_{մն}$ բաղադրությամբ փոշեկոմպոզիտային նյութերի տաք արտամղման ժամանակ կառուցվածքագոյացման օրինաչափությունները: Փորձի մաթեմատիկական պլանավորման և գիտափորձերի արդյունքների մշակմամբ արտածվել են ամրության և կարծրության կախվածությունները տաք արտամղման պարամետրերից, որի արդյունքում կատարվել է տաք արտամղման լավարկված ռեժիմների ընտրում և հիմնավորում. արտամղման ջերմաստիճանը՝ $T_{տ}=900...950^{\circ}C$, արտամղման ջերմաստիճանում պահման տևողությունը՝ $\tau_{տ}=1...1,5$ ժ, մայրակի կոնական անկյունը՝ $2\alpha_{մ}=110^{\circ}$ և արտամղման գործակիցը՝ $\lambda=4...5$:

Տաք արտամղումից հետո մշակված շերտավոր փոշեկոմպոզիտային նյութը ենթարկվել է ջերմամշակման՝ թրծման, մխման, ճնշմամբ մշակման (կոփման) և ծերացման: Թրծման ջերմաստիճանն ընտրվել է մեխանիկական հատկությունների ջերմաստիճանային կախվածության գրաֆիկից, համաձայն որի այն գտնվում է համեմատաբար նեղ տիրույթում՝ $T_{\text{վ}}=650\dots700^{\circ}\text{C}$, իսկ տևողությունը վերցվել է $1\dots2\text{ժ}$ կախված վառարանի բեռնավորման աստիճանից:

Կատարված համալիր հետազոտությունների հիման վրա մշակվել է դիսպերս մասնիկներով կարծրացող և դիսպերս հատիկներով ամրացվող պղնձի հիմքով շերտավոր փոշեկոմպոզիտային նյութի ստացման տեխնոլոգիա (նկ.), որը հնարավորություն է տալիս ապահովելու ոչ միայն բարձր մեխանիկական հատկություններ՝ ամրություն, կարծրություն, շիկակայունություն, ջերմակայունություն, այլ նաև բարձր ֆիզիկական հատկություններ՝ ջերմահաղորդականություն և էլեկտրահաղորդականություն:

Կոմպոնենտների հավասարաչափ խառնման և հումոզեն բովախառնուրդներ ստանալու նպատակով ավելացվել է սպիրտ $0,1\%$ -ի չափով: Բովախառնուրդներից արտաքին և ներքին շերտերի ձևավորումից հետո մամլվածքները հավաքվել են իրար մեջ, ենթարկվել վերամամլման, եռակալման, տաք արտամղման, թրծման, մեխանիկական և ջերմային մշակման՝ մխման և ծերացման, ընդ որում, մխումից հետո իրականացվել է ճնշմամբ մշակում՝ էլեկտրոդների ստացման նպատակով, այնուհետև այն ենթարկվել է ծերացման (նկ.):

Համալիր գիտափորձական հետազոտությունների արդյունքում որոշվել են ամրացնող ջերմային մշակման (մխում, ծրացում) լավարկված պարամետրերը՝ $T_{\text{մ}}=1000\pm25^{\circ}\text{C}$, $\tau_{\text{մ}}=1\dots1,5\text{ ժ}$, $T_{\text{ծեր}}=450\pm25^{\circ}\text{C}$, $\tau_{\text{ծեր}}=6\text{ ժ}$, որոնց դեպքում ապահովվում են ոչ միայն բարձր մեխանիկական հատկություններ՝ α -պինդ լուծույթի հիմքով արտաքին շերտի $\sigma_{\text{ծ}}=550\dots600\text{ ՄՊա}$, $\text{HB}=1550\dots1850\text{ ՄՊա}$, $\delta=10\dots20\%$, իսկ α -պինդ լուծույթի հիմքով ներքին շերտի $\sigma_{\text{ծ}}=900\dots950\text{ ՄՊա}$, $\delta=10\dots15\%$, $\text{HB}=2500\dots2600\text{ ՄՊա}$, այլ նաև արտաքին շերտի բարձր ջերմահաղորդականություն ($\chi=70\text{ Վտ/}^{\circ}\text{C}\cdot\text{մ}$), էլեկտրահաղորդականություն՝ պղնձի հաղորդականության $\approx 80\%$ -ը և ներքին շերտի ջերմակայունություն մինչև 500°C : Մետաղագիտական վերլուծությամբ ցույց է տրվել, որ մշակված շերտավոր փոշեկոմպոզիտային նյութի արտաքին շերտի ($1,0\%\text{Cr}+0,8\%\text{Zr}+\text{Cu}_{\text{մ}}$ բաղադրությամբ) կառուցվածքը եռաֆազ է՝ բաղկացած պղնձի հիմքով α պինդ լուծույթից (Cr-ի և Zr-ի պինդ լուծույթը պղնձում), Cr-ի դիսպերս մասնիկներից և Cu_5Zr ինտերմետաղական ֆազից, իսկ ներքին շերտի ($13\%\text{Ni}+3\%\text{Al}+1,0\%\text{Cr}+0,8\%\text{Zr}+\text{Cu}_{\text{մ}}$ բաղադրությամբ) կառուցվածքը բազմաֆազային է՝ բաղկացած պղնձի հիմքով α պինդ լուծույթից (Ni-ի, Al-ի, Cr-ի և Zr-ի պինդ լուծույթը պղնձում), Cr-ի դիսպերս մասնիկներից, Cu_5Zr և NiAl ինտերմետաղական ֆազերից:



Նկ. Դիսպերս մասնիկներով կարծրացող և դիսպերս հատիկներով ամրացվող պղնձի հիմքով ջերմակայուն և բարձր էլեկտրահաղորդականությամբ ու ջերմահաղորդականությամբ օժտված շերտավոր փոշեկոմպոզիտային նյութի ստացման տեխնոլոգիական սխեման

Եզրակացություն. Ստացված շերտավոր կոմպոզիտային նյութի ֆիզիկա-մեխանիկական հատկությունների ուսումնասիրումը ցույց է տալիս, որ ծակոտկեն շերտավոր մամլվածքի տաք արտամղումն առաջացնում է պրակտիկորեն անծակոտկեն կառուցվածք՝ ապահովելով պահանջվող հատկությունները, որի

արդյունքում մշակվել է պղնձի հիմքով բարձր էլեկտրահաղորդականությամբ և ջերմակայունությամբ փոշեկոմպոզիտային նյութի ստացման տեխնոլոգիա՝ կոնսակտային եռակցման էլեկտրոդների համար:

Հետազոտությունը կատարվել է Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանի «Նյութագիտություն և մետալուրգիա» բազային գիտահետազոտական լաբորատորիայում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Николаев А.К., Розенберг В.М.** Сплавы для электродов контактной сварки.- М.: Металлургия, 1978.- 96 с.
2. Современные композиционные материалы / **Под ред. И.Л. Светлова.**- М.: Мир, 1970.- 672 с.
3. **Карпинос Д.М., Тучинский Л.И., Вишняков Л.Р.** Новые композиционные материалы.- Киев: Вища школа, 1977.- 312 с.
4. **Ковальченко М.С.** Теоретические основы горячей обработки пористых материалов давлением.- Киев: Наукова думка, 1980.- 240 с.
5. **Манукян Н.В.** Технология порошковой металлургии.- Ереван: Айастан, 1986.- 230 с.
6. **Агбальян С.Г.** Теоретические и технологические основы формирования структуры и свойств порошковых материалов при экструзии: Автореф. дис. ... докт. техн. наук.- Ереван, 1992.- 33 с.
7. **Աղբալյան Ս.Գ.** Բյուրեղագրություն և մետաղների բյուրեղային ցանցի արատները.- Երևան: Ճարտարագետ, 2005.- 190 էջ:
8. **Новиков И.И.** Дефекты кристаллического строения металлов.- М.: Металлургия, 1983.- 232 с.
9. **Աղբալյան Ս.Գ., Սարգսյան Ա.Ռ.** Պղնձի հիմքով շերտավոր փոշեկոմպոզիտային նյութերի տաք արտամղման գործընթացի հետազոտումը // Հայաստանի ճարտարագիտական ակադեմիայի Լրաբեր.- Երևան, 2017.- Հատ. 14, N 4.- էջ 586-592:

Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարան: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 26.06.2017:

С.Г. АГБАЛЯН, А.Р. САРКИСЯН

**РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ПОЛУЧЕНИЯ ПОРОШКОВЫХ
КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ МЕДИ С ВЫСОКИМИ
ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬЮ И ТЕПЛОСТОЙКОСТЬЮ**

Разработана технология получения высокопрочного слоистого порошкового композиционного материала на основе меди с высокими электропроводностью и теплоустойчивостью, с твердеющими дисперсными частицами (интерметаллические фазы) и упрочняющими дисперсными зернами, которая включает следующие операции: подготовка шихты наружного и внутреннего слоев, прессование наружных и внутренних слоев, сборка, допрессовка, нагрев (спекание), горячее выдавливание и термообработка. Исследованы структура и физико-механические свойства слоистого композиционного материала, которые полностью соответствуют требованиям, предъявляемым к электродам для контактной сварки.

Ключевые слова: шихта, прессование, спекание, горячее выдавливание, порошковый композиционный материал, термообработка, дисперсионное твердение и упрочнение, электропроводность, теплоустойчивость.

S.G. AGHBALYAN, A.R. SARKISYAN

**DEVELOPING A TECHNOLOGY FOR OBTAINING A POWDER COMPOSITE
MATERIAL BASED ON COPPER WITH HIGH ELECTRICAL CONDUCTIVITY
AND HEAT RESISTANCE**

A technology is developed for producing a high-strength layered powder composite material based on copper with high electric conductivity and heat resistance, with hardening disperse particles (intermetallic phases) and strengthening disperse grains, which includes the following operations: the preparation of the charge of the outer and inner layers, pressing of the outer and inner layers, assembly, pre-pressing, heating (sintering); hot extrusion and heat treatment. The structure and physicomachanical properties of the laminated composite material have been studied, which fully correspond to the requirements imposed on the electrodes for contact welding.

Keywords: charge, powder composite material, heat treatment, dispersion hardening and strengthening, electrical conductivity, heat resistance, pressing, sintering, hot extrusion.

В.А. МАРТИРОСЯН, Э.З. ЗАКАРЯН, М.Э. САСУНЦЯН

**ПОВЕДЕНИЕ ДИСУЛЬФИДА МОЛИБДЕНА ПРИ
МЕХАНОХИМИЧЕСКОЙ И ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ
МОЛИБДЕНИТОВОГО КОНЦЕНТРАТА**

Обсуждается поведение MoS_2 , входящего в состав молибденитового концентрата, при механохимической активации и изучаются их термические характеристики в активированном состоянии. Механохимическая активация молибденитового концентрата проведена в вибромельнице в условиях водного и воздушного режимов, а термические исследования - дериватографическим методом. Показано, что протекающие при механохимической активации и термической обработке процессы имеют аналогичный характер. В обоих случаях кристаллический малореакционноспособный минерал MoS_2 подвергается глубоким химическим изменениям, превращаясь в различные соединения молибдена и, в конце концов, в аморфный оксид (MoO_3). Полученный активированный оксид MoO_3 может служить сырьем для дальнейшего получения ферромолибдена методом самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС). Результаты исследования подтверждены методами рентгенофазового и термогравиметрического анализов. В работе рассматриваются также экологические вопросы.

Ключевые слова: молибденитовый концентрат, механохимическая активация, измельчение, молибден, железо, кремний, ферромолибден.

Введение. При решении вопросов, связанных с эффективным использованием минерального сырья, особую роль имеет его комплексная переработка, включающая также пирометаллургические технологии [1,2].

Возрастающая потребность народного хозяйства в цветных, редких и благородных металлах и большое количество поступающих на металлургические предприятия упорных и тонковкрапленных руд и концентратов делают актуальной задачу увеличения эффективности извлечения из них ценных компонентов. Это, в частности, касается молибденитовых руд, которые являются исходным сырьем для получения ценного ферромолибдена.

Ферромолибден используют вместо чистого молибдена при легировании стали, чугуна и сплавов. Так, в стали содержание молибдена составляет от 0,1...0,3% (легированная сталь) до 3...10% (инструментальная сталь). Молибден улучшает закаливаемость и прокаливаемость стали, увеличивает её вязкость, ликвидирует отпускную хрупкость хромоникелевой стали, способствует

сохранению ее свойств при высоких температурах. Добавка молибдена в чугун увеличивает его прочность и сопротивление износу [3].

Технология производства ферромолибдена включает два передела: 1) обжиг сульфидного молибденитового концентрата в многоподовых печах и 2) внепечная металлотермическая плавка. Отходы обжига молибденитового концентрата состоят из газообразных и мелкодисперсных пылевых продуктов. В газообразной фазе содержатся SO_2 и соединения рения, в пылевой - молибден, рений, а также цветные примесные элементы. Выброс в атмосферу SO_2 ухудшает экологическую обстановку в районе производства, а потеря ценных металлов, требующих переработки, приносит убытки предприятию. В среднем на одну тонну выпускаемого ферромолибдена приходится до 500 кг шлаковых и пылевидных отходов, в том числе содержащих ценные сопутствующие элементы. Наряду с этим в разных отраслях промышленного производства образуются отходы, содержащие ценные цветные металлы. Улучшение экологической ситуации и утилизация всех компонентов отходов возможны при условии разработки рациональной технологии получения обожженного молибденитового концентрата [3].

При применении этих технологий, во избежание увеличения загрязнения окружающей среды, использование химических реагентов на стадии предварительной подготовки минерального сырья необходимо свести к минимуму. Большая степень извлечения цветных металлов из руд может привести к уменьшению объема отвальных продуктов и площадей для их складирования, а резкое уменьшение содержания в них невыгодных элементов обеспечит большую чистоту грунтовых вод. Для реализации вышесказанного предлагается разработанный нами способ механопирометаллургической технологии переработки молибденитовых концентратов [4-6]. Комплексная переработка сульфидных руд, характеризующихся особенно сильной вкрапленностью, может быть эффективной лишь при условии их достаточного вскрытия. В литературе отмечается, что окисляемость сульфидов молибдена резко увеличивается при предварительном тонком диспергировании, то есть при механохимической активации.

Механохимия, представляющая собой относительно новое научное направление, развивается достаточно быстро [7]. Вещества, подвергаемые высокоэнергонапряженным воздействиям, значительно изменяют свои свойства, вследствие чего резко повышается реакционная способность многих из них. В настоящее время тенденция нарастающего развития механохимии, проникновения ее в различные области прикладных исследований очевидна. Однако систематического изучения влияния механоактивации на превращения MoO_3 ,

находящегося в молибденитовом концентрате, как класса минералов - источников цветных металлов, до сих пор не проводилось. Между тем прогнозирование поведения этого вида сырья при высокоэнергонапряженных воздействиях и последующих металлургических процессах актуально, так как комплексно перерабатывать его можно лишь путем достаточного вскрытия. Одной из эффективных форм такого сочетания является механохимическая подготовка рудных продуктов для интенсификации металлургических процессов, чему и посвящена предлагаемая работа [8,9].

В работе обсуждается поведение MoS_2 , входящего в состав молибденитового концентрата, при механохимической активации и изучаются его термические характеристики в активированном состоянии.

Для представления о том, что происходит с минеральным сырьем в процессе его комплексной переработки, необходимо более полное знание картины физико-химических превращений отдельных минералов, являющихся его компонентами при механохимическом, термическом и других воздействиях. Однако до сих пор недостаточно изучено поведение сульфидов молибдена и железа при механохимической активации и отсутствуют сведения об их термических характеристиках в активированном и неактивированном состоянии. Из литературных данных известно поведение минералов, предварительно обработанных в планетарной мельнице [3]. При этом нарушение целостности их кристаллической решетки при механохимическом активировании диффузии кислорода в нее, а также обратной диффузии серы на поверхность раздела фаз может особенно сильно проявляться при нагревании. Знание характера фазовых превращений сульфидов в процессе механической обработки необходимо для выбора технологических схем их дальнейшей переработки.

Цель работы - исследование особенностей физико-химических превращений при механохимическом и тепловом воздействиях на MoS_2 , входящий в молибденитовый концентрат, с различными кристаллическими структурами и разработка на этой основе экологически приемлемых способов повышения эффективности металлургических процессов.

Методы исследования. Рентгенофазовые исследования проводились в лаборатории рентгеноструктурного исследования Национального политехнического университета Армении с помощью дифрактометра “Empyrean” фирмы “Pananalytical” [10], а дифференциально-термические - на приборе типа Q-1500D [11].

Опыты механохимической активации проводили методом тонкого измельчения концентрата в вибромельнице. Концентрат активировали в высокоэнергонапряженной вибромельнице типа М-30. Объем каждого барабана

составлял 600 см^3 , количество их оборотов - 1000 в мин, а системы из двух барабанов в противоположном направлении – 425 об/мин, фактор энерго-напряженности – 50 г, мощность электродвигателя - 2,8 кВт. Активирование проводили в водной среде, измельчение - 15, 30, 45 и 60 мин, но на рисунках приведены данные активирования в основном в течение 15 и 60 мин, когда особенно ярко фиксируется изменение минералов. Масса диспергируемых продуктов - 10...50 г.

Экспериментальная часть. Обсуждение результатов опытов. Экспериментальные образцы молибденита содержали небольшую порцию кварца, поэтому четко определить рефлексы молибденита с интенсивностью $d = 2,06$; 1,541 и 3,07 не удалось. На рис.1 приведены дифрактограммы молибденита и продукты его механической обработки, а в таблице - рентгенографическая идентификация молибденита.

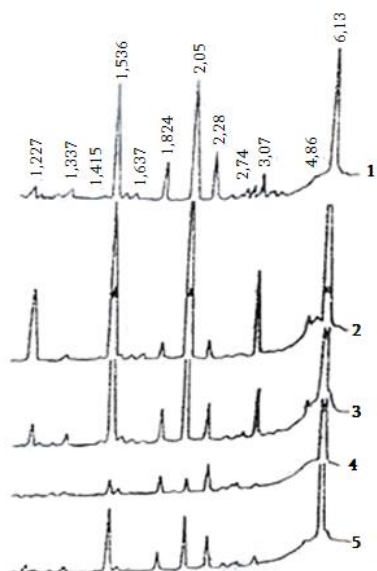


Рис. 1. Дифрактограммы молибденита и продукты его механической обработки: исходный концентрат (1) и активированный 60 мин в воде (2,3), в воздухе (4,5)

Таблица
Рентгенографическая идентификация молибденита

Линии	Экспериментальный образец		Эталон ASTM, 6-0097	
	d	I	d	I
1	6,13	100	6,15	100
2	3,07	13	3,10	30
3	2,28	23	2,28	45
4	1,824	10	1,83	25
5	1,536	54	1,538	12
6	1,475	2	1,529	70
7	1,227	7	1,225	5
8	1,193	2	1,179	5

Минералогические исследования показали, что концентрат содержит в основном молибденит (MoS_2), кварцит (SiO_2), соединения молибдена с железом (FeMoO_4). Полуколичественные спектральные исследования показали содержание в них (%): Si, Al, Fe, Mg - 0,1...1, Cu - 0,003...1, Pb- 0,03...1, Zn - 0,01...0,1, Sn; Mn; Ba; Bi и Ag – следы.

Так как основным минералом, входящим в молибденитовый концентрат, является MoS_2 , для исследования особенностей физико-химических превращений концентрата при механохимическом и тепловом воздействиях, в основном, изучали только поведение MoS_2 .

MoS_2 дает весьма развитую поверхность в процессе активирования в водном режиме, особенно в интервале измельчения 15...30 мин, достигая 42,6 г/см³. Удельная поверхность других минералов при таких условиях значительно больше. Однако при измельчении в воздушной среде поверхность молибденита значительно меньше. В данном случае, вероятно, проявляются особенности кристаллического строения минерала.

При измельчении MoS_2 на дифрактограммах происходит некоторое уширение дифракционных рефлексов. Это свидетельствует о незначительной эффективности указанного режима. Поэтому остальные опыты по измельчению проводились в более жестких условиях энергонапряженности и при значительных временных интервалах механохимической обработки (60 мин).

Кристаллическая структура молибденита в разных средах проявляется необычно. Это находит отражение в резком изменении соотношений интенсивностей рефлексов, например, с $d = 3,07$ и $1,227 \text{ \AA}$ (рис.1, линии 2,3). Линия $d = 2,28 \text{ \AA}$ на дифрактограмме исходного образца - вторая по интенсивности (рис.1, линия 1), а в водном и воздушном режимах измельчения - почти четвертая (рис.1, линии 2,3 и 4,5). Структура молибденита при активации в воде претерпевает бо'льшие изменения, чем в воздухе. Увеличение рефлекса 3,07 в водном и воздушном режимах связано с появлением свободной серы.

Если в водной среде при активации ниже 30 мин на дифрактограммах элементарная сера в MoS_2 не обнаруживается, то при 60 мин ее содержание можно заметить. Отсутствие же на дифрактограммах активированных фракций линий новообразований говорит о рентгеноаморфности последних.

Известно, что при нагревании в температурном интервале 400...600⁰C MoS_2 окисляется до молибдата в диффузионном (400⁰C), диффузионно-кинетическом (500⁰C) и кинетическом (600⁰C) режимах. При температуре 500⁰C имеет место реакция: $\text{MoS}_2 + 3,5\text{O}_2 = \text{MoO}_3 + 2\text{SO}_2$. Интервалы температуры, при которых возникает окисление и восстановление минерала, зависят от его крупности и составляют для фракций от 0,063 до 0,2...0,35 мм соответственно 207...300 и 365...510⁰C. Эти данные предварительно были получены с помощью дифференциально-термического анализа при всасывании воздуха через массу минерала. Оптимальная температура обжига молибденитового концентрата составляет 570...580⁰C. Окисление неактивированного молибденита при нагревании со скоростью 70 ⁰C/мин в атмосфере воздуха протекает в температурном

интервале 390...700⁰C с образованием молибдата (MoO₃), который плавится при 790⁰C. Что касается превращения MoS₂ при нагревании без доступа воздуха, то известно, что при сильном накаливании в электропечи получается Mo₂S₃.

Температурный интервал образца неактивированного молибденитового концентрата равен 410...775 ⁰C (рис.2, кривая 1). По нашим данным, одной из промежуточных фаз, кроме молибденита, при 600 ⁰C является MoO_{3(гекс)}, что подтверждается фиксированием на дифрактограмме линии этого соединения $d = 3,46 \text{ \AA}$. Из конечных продуктов зафиксирован также Mo₄O₁₁. Появляются также оксиды молибдена $d = 4,12; 3,74; 3,45 \text{ \AA}$ и др. Плавление смеси MoO_{3(ортотромб.)} + Mo₄O₁₁ в температурном интервале 775...900 ⁰C сопровождается образованием Mo₄O₂₃ и Mo₉O₂₆ (см. схему).

Механохимическая активация молибденита сильно влияет на его термические характеристики. Даже после 30 - секундной обработки на мельнице М30 скорость окисления минерала резко возрастает, что очевидно из кривых (рис. 1, кривые 1 и 2). Если при увеличении времени предварительной активации до 15 мин на кривых дифрактограмм имеет место существенное изменение, то на кривых скорости нагревания это незначительно влияет на ход кривых (рис. 1, кривые 3...6).

Фазовые превращения при нагревании механически обработанного в водной среде (15 мин) молибденита, вероятно, происходят уже при температуре 340⁰C, о чем можно судить по уширению линии $d = 6,62$ до $6,45 \text{ \AA}$. Если учесть, что это основные рефлексы Mo₃O₄ (ASTM, 27-319), то превращение можно представить следующим образом: $6\text{MoS}_2 + 4\text{O}_2 = 2\text{Mo}_3\text{S}_4 + 4\text{SO}_2$, т.е. обессеривание молибденита происходит при довольно низкой температуре. Однако сульфид Mo₃S₄ неустойчив, так как при повышении температуры до 450 ⁰C межплоскостное расстояние основной линии уменьшается до $6,16 \text{ \AA}$. Часть минерала окисляется до MoO₃, на диаграмме фиксируются линии $d = 6,96; 3,45; 3,31 \text{ \AA}$ и др. При температуре 680 ⁰C, соответствующей окончанию экзотермы, продукты термической обработки молибденита представлены смесью ортотромбической и гексагональной модификации MoO₃. В случае неактивированного MoS₂ картина резко отличается (см. схему), т.е. сдвиг температур в начальной и окончательной стадиях окисления минерала в меньшую область сопровождается изменением механизма этого процесса.

Ход ДТА-кривых молибденита, предварительно активированного в водном режиме в течение 15 мин, при нагревании в различных условиях несколько отличается. Механоактивация в течение 60 мин заметно влияет на термические характеристики MoS₂, о чем можно судить по понижению максимума 560...570⁰C (рис.2, кривые 3...7).

Своеобразно проявляет себя при нагревании MoS_2 , активированный в водном режиме в течение 60 мин (рис.2, кривые 2...8). Если в предыдущем случае отмечено уширение рефлекса молибденита до $6,45 \text{ \AA}$ с образованием при 340°C Mo_3O_4 , то в последнем случае - сужение до $6,09 \text{ \AA}$ при температуре 300°C . Кроме того, при указанной температуре имеет место полиморфный переход одной формы MoS_2 в другую. При продолжительном нагреве до 440°C кристаллическая структура минерала разрушается, что приводит к существенному уменьшению интенсивностей основных линий, при этом межплоскостное расстояние самого сильного рефлекса вновь несколько расширяется, часть минерала окисляется до молибденита (рис. 2, кривая 8). При 630°C MoS_2 полностью окисляется до MoO_3 (орторомб).

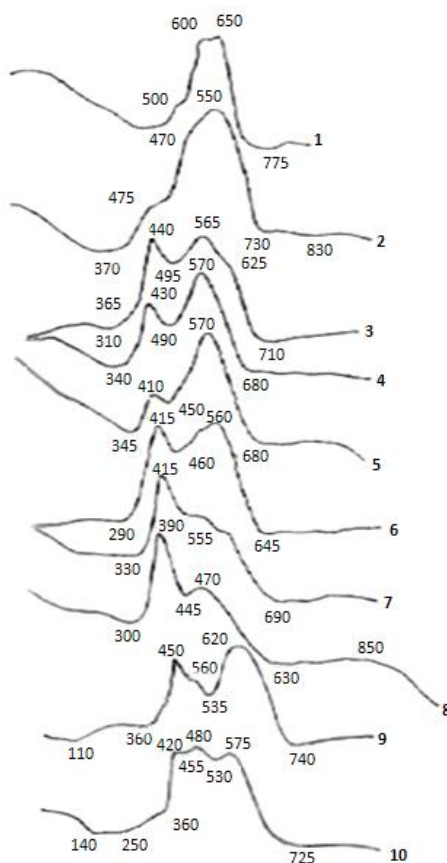
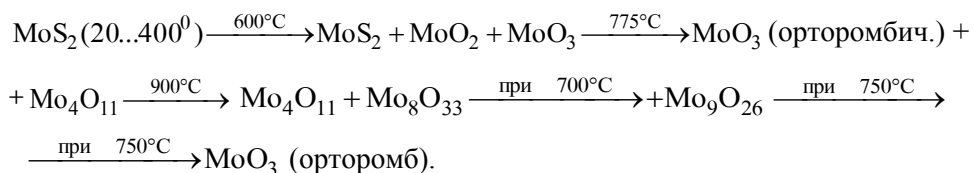


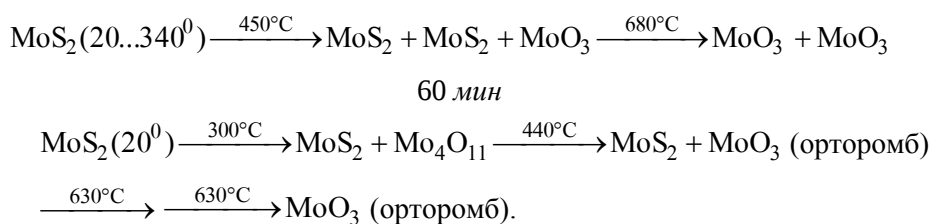
Рис. 2. ДТА-кривые молибденита и продуктов его механической активации: 1 – неактивированного; 2...10 – активированного: 2...8 – в водной среде при продолжительности активации (мин): 2 – 3; 3 – 5; 4 – 7; 5 – 10; 6 – 15; 7 – 30; 8 – 60, 9 – в воздушной; 10 – комбинированной – 60

Схема. Фазовые превращения молибденита при нагревании

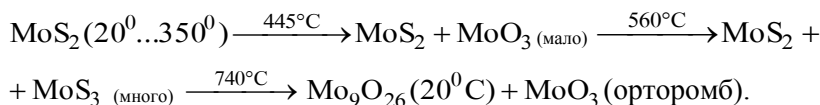
Исходная фракция:



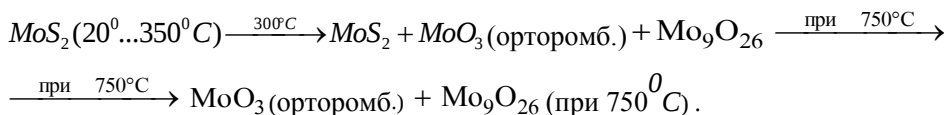
После активирования в водном режиме в течение 15 мин:



После активирования в воздушном режиме в течение 15 мин:



После активирования в комбинированном режиме в течение 15 мин



Фазовые превращения молибденита, активированного в течение 15 мин в водной и воздушной средах при нагревании до $445\dots450^\circ\text{C}$, имеют одинаковый характер, а при более высоких температурах существенно отличаются. Так, при 560°C наблюдается огромное количество MoS_2 , значительная часть которого уже прошла окисление, что подтверждается появлением на дифрактограмме мощных линий с $d = 3,45; 6,85 \text{ \AA}$ и др.

Особенно сильно отличаются фазовые превращения описываемой фракции при достижении 740°C . Основным соединением становится Mo_9O_{26} , который при нагревании неактивированного минерала до температуры, близкой к 775°C , не фиксируется. Не отмечается его образование и в случае термической обработки минерала, активированного в водной среде. Таким образом, исходя из изложенного, становится очевидным, что характер фазовых превращений

MoS₂ в процессе нагревания в воздушной среде сильно зависит от режима его предварительной механохимической активации.

Состав фаз минерала, обработанного в комбинированном режиме при нагревании до 450...525^oC, один и тот же, однако количество окислов молибдена по мере повышения температуры резко возрастает, что подтверждается увеличением интенсивности рефлексов с $d = 3,44...3,46; 6,87...6,96 \text{ \AA}$ (см. схему).

Таким образом, сравнение результатов поведения MoS₂, входящего в состав молибденитового концентрата, при механохимической и термической активации показало, что процессы, протекающие при механохимической активации и термической обработке, имеют аналогичный характер. В обоих случаях кристаллический малореакционноспособный минерал MoS₂ подвергается глубоким химическим изменениям, превращаясь в различные соединения молибдена и, в конце концов, в аморфный оксид (MoO₃). Этот вывод подтверждается данными рентгенофазового и термографического анализов.

Закключение. Результаты механохимического и термического анализов подтверждают, что MoS₂ претерпевает в процессе механической активации существенные изменения, что находит отражение на рентгенограммах и термограммах. При этом механохимическая активация MoS₂ при меньших продолжительностях подвергается наименьшим изменениям. Сопоставление результатов рентгеновских исследований исходных и обработанных образцов показывает, что при увеличении продолжительности активации до 60 мин структуры последних значительно разрушаются, образуются новые фазы, которые рентгеноаморфны.

Своеобразно проявляет себя при нагревании MoS₂, активированный в водном режиме в течение 60 мин. В данном случае при более низких температурах имеют место разные случаи фазообразования MoS₂, вплоть до полного окисления до MoO₃(орторм.). То же самое протекает при комбинированном активировании.

Следовательно, протекающие при механохимической активации и термической обработке процессы имеют аналогичный характер. В обоих случаях кристаллический малореакционноспособный минерал MoS₂ подвергается глубоким химическим изменениям, превращаясь в различные соединения молибдена и, в конце концов, в аморфный оксид (MoO₃). Результаты исследования подтверждены методами рентгенофазового и термографического анализов.

Таким образом, механохимия является эффективным способом для получения аморфного MoO₃ экологически чистыми методами. Полученный активированный оксид MoO₃ может служить сырьем для дальнейшего получения

ферромолибдена методом СВС. В работе решены также экологические вопросы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке ГКН МОН РА в рамках Армяно-Белорусского совместного научного проекта АБ 16-48.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кулебакин В.Г.** Превращения сульфидов при активировании.- Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1983.- 209 с.
2. **Аввакумов Е.Г., Болдырев В.В., Косовудский И.Д.** Механическая активация твердофазных реакций. Сообщ. 1: О взаимодействии пирита с железом // Изв. СО АН СССР. Сер. хим. наук. -1972.- Вып. 4, N9.-С. 45-50.
3. **Зеликман А.Н.** Металлургия тугоплавких редких металлов. -М.: Металлургия, 1986. - 440 с.
4. **Мартirosyan В.А., Закарян Э.Г., Сасунцян М.Э.** Получение ферромолибдена методом СВС // XVIII научно-практическая конференция: Российско-китайский журнал “Содружество”.- 2017.- Ч. I, N17.-С. 56-58.
5. **Martirosyan V.A.** Chemical-Metallurgical Processes of Reprocessing the ores of Armenia: Monograph.- Germany: Lap Lambert Academic Publishing, 2015, ISBN: 978-3-659-76299-4.-154 p.
6. **Сасунцян М., Мартirosyan В.** Получение ферросилиция методом алюминотермического восстановления отходов Армении: Monograph.- Germany: Lap Lambert Academic Publishing, 2016, ISBN: 978-3-659-96596-8.- 110 p.
7. **Болдырев В.В.** Механохимия и механическая активация твердых веществ // Успехи химии / РАН.- 2006.- Т.75, вып. 3.- С. 203-216.
8. **Бутягин П.Ю.** Разупорядоченные структуры и механохимические реакции в твердых телах // Успехи химии.- М.: Наука, 1984.-Т. 53, N11.- С. 1769-1789.
9. **Торосян А.Р., Данелян Н.Г.** Влияние механической обработки на процесс термического восстановления MoS₂ металлическим магнием // Арм. хим. журнал.-1992.-Т. 45, N1-2.- С. 21-26.
10. **Цветков А.И., Пилюян Г.О.** О термическом анализе тонкодисперсных веществ // В кн.: Физические методы исследования минералов осадочных пород.- М.: Наука, 1966.- С. 294-306.
11. **Ревенко А.Г.** Рентгеноспектральный флуоресцентный анализ природных материалов.-Новосибирск: Наука, 1994. - 264 с.

Национальный политехнический университет Армении. Материал поступил в редакцию 03.10.2017.

Վ.Հ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Է.Գ. ԶԱԲԱՐՅԱՆ, Մ.Է. ՍԱՍՈՒՆՅԱՆ

**ՄՈԼԻԲԴԵՆԻ ԴԻՍՈԼԻՖԻԴԻ ՎԱՐՔԸ ՄՈԼԻԲԴԵՆԻՏԱՅԻՆ ԽՏԱՆՅՈՒԹԻ
ՄԵԽԱՆԱՔԻՄԻԱԿԱՆ ԵՎ ԶԵՐՄԱՅԻՆ ՄՇԱԿՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ**

Քննարկվել են մոլիբդենիտային խտանյութում MoS_2 -ի վարքը մեխանաքիմիական ակտիվացման ընթացքում և ջերմային բնութագրերի պարզաբանումը նրա ակտիվացած վիճակում: Մոլիբդենիտային խտանյութի ակտիվացումը կատարվել է թրթռաղացում օդային և ջրային ռեժիմի պայմաններում, իսկ ջերմային մշակումը՝ ջերմաձանրաչափական եղանակով: Ցույց է տրվել, որ մեխանաքիմիական ակտիվացման և ջերմային մշակման գործընթացները նման են միմյանց. երկու դեպքում էլ բյուրեղային, փոքր ռեակցիոն ակտիվություն ցուցաբերող MoS_2 միներալը ենթարկվում է խոր քիմիական փոխարկումների՝ առաջացնելով մոլիբդենի տարբեր միացություններ և, ի վերջո, վերածվում է ամորֆ մոլիբդենի օքսիդի (MoO_3): Ստացված ակտիվացած մոլիբդենի օքսիդը կարող է ծառայել որպես հումք՝ հետագայում ԲԻՄ գործընթացով ֆերոմոլիբդեն ստանալու համար: Ստացված արդյունքները հաստատագրվել են ռենտգենաֆազային և ջերմաձանրաչափական վերլուծության եղանակներով: Աշխատանքում լուծվել են նաև բնապահպանական հարցեր:

Առանցքային բառեր. մոլիբդենիտային խտանյութ, մեխանաքիմիական ակտիվացում, մանրացում, մոլիբդեն, երկաթ, սիլիցիում, ֆերոմոլիբդեն:

V.A. MARTIROSYAN, E.Z. ZAKARYAN, M.E. SASUNTSYAN

**BEHAVIOR OF MOLYBDENUM DISULPHIDE AT THE MECHANOCHEMICAL
AND THERMAL TREATMENT OF THE MOLYBDENITE CONCENTRATE**

The behavior of MoS_2 , forming part of the molybdenum concentrate at mechanochemical activations is discussed and its thermal characteristics in the activated state are studied. The mechanochemical activation of molybdenum concentrate is carried out in a vibratory mill under water and air conditions, and the thermal studies - by the derivational method. It is shown that the processes going on at mechanochemical activation and heat treatment are similar, and in both cases, the low-reactivity mineral MoS_2 undergoes profound chemical changes, turning into various molybdenum compounds and, eventually, converting into an amorphous oxide (MoO_3). The obtained activated MoO_3 oxide can serve as a raw material for the further production of ferromolybdenum by the SHS method. The results of the study are confirmed by X-ray phase and thermographic analyses. Ecological problems are also solved in the work

Keywords: molybdenum concentrate; mechanochemical activation; grinding; molybdenum; iron; silicon; ferromolybdenum.

ՀՏԴ 669.243:546.56

ՄԵՏԱԼՈՒՐԳԻԱ

Ա.Հ. ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ, Գ.Գ. ՇՈՒԼԻՅԱՆ, Թ.Ա. ՎԱՆՅԱՆ, Ս.Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ,
Ա.Ռ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

**ՊՂՆՁԻ ՕՔՍԻԴԱՑԱԾ ՀԱՆՔԱՆՑՈՒԹԻ ՀԴԴՐՈՋԵՐՄԱՅԻՆ ՍՈՒԼՖԻԴԱՑՈՒՄԸ
ՄԱՆՐԱՑՄԱՆ ՓՈԽԼՈՒՄ**

Ներկայացված են գնդաղացում պղնձի օքսիդացած միներալի՝ տենորիտի և նատրիումի սուլֆիդի ու պոլիսուլֆիդի փոխազդեցության արդյունքները: Փորձնական ճանապարհով ապացուցված են նատրիումի պոլիսուլֆիդի բարձր ռեակցիոն ունակությունը և տենորիտից պղնձի սուլֆիդի առաջացման հնարավորությունը:

Առանցքային բառեր. տենորիտ, գնդաղաց, հիդրոջերմային սուլֆիդացում, նատրիումի պոլիսուլֆիդ, պղնձի սուլֆիդ:

Ներածություն. Ծանր գունավոր մետաղների օքսիդացած և խառը հանքանյութերի հարստացման գոյություն ունեցող տեխնոլոգիաների վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ ֆլոտացումով հարստացման դեպքում մետաղների կորուստները պոչհանքերում պայմանավորված են նրանց օքսիդացած միացությունների առկայությամբ:

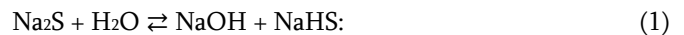
Պղնձի հեշտ հարստացվող սուլֆիդային հանքանյութերի սահմանափակ պաշարների պատճառով արտադրության մեջ ընդգրկվող դժվար հարստացվող օքսիդացած և խառը միներալային հումքի ծավալները անընդհատ ավելանում են: Այս միներալների հարստացման դժվարությունը, ի տարբերություն սուլֆիդայինի, հիմնավորված է օքսիդային միներալների բարձր հիդրոֆիլությամբ և, որպես արդյունք, ցածր ֆլոտացիոն ակտիվությամբ: Հանքանյութի հարստացման արդյունավետության բարձացման համար մշակվում են հանքաքարի նախապատրաստման հատուկ մեթոդներ, որոնցից է օքսիդացած միներալների նախնական սուլֆիդացումը՝ հետագա ֆլոտացման նպատակով [1, 2]:

Գոյություն ունեն օքսիդացած և դժվար հարստացվող խառը հանքանյութերի վերամշակման բազմաթիվ եղանակներ, որոնցից ամենատարածվածները Վ. Յա . Մոստովիչի՝ սորբցիոն ֆլոտացման, սեգրեգացիոն թրծման, կույտային տարրալուծման եղանակներն են: Ներկայումս դժվար հարստացվող հանքանյութերը վերամշակում են ծծմբաթթվային տարրալուծման մեթոդով, որը պահանջում է կոռոզիակայուն սարքավորումներ և ագրեսիվ ու թանկարժեք ռեագենտների մեծ ծախս [3]:

Հեռանկարային մեթոդը, որն ուղղված է գունավոր մետաղների օքսիդային ձևերի (օքսիդներ, կարբոնատներ, սուլֆատներ, մոլիբդատներ և այլն) փոխարկմանը հեշտ հարստացվող սուլֆիդային ձևի, համարվում է հիդրոջերմային սուլֆիդացումը:

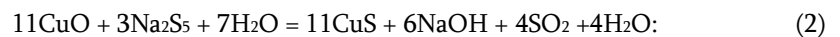
Գործնականում գոյություն ունեն մետաղների ցածր և բարձր ջերմաստիճանային սուլֆիդացման գործընթացներ, որոնք ընթանում են համապատասխանաբար հետևյալ ջերմաստիճանային տիրույթներում՝ 293...413 և 1073...1773 Կ [4,5]: Սակայն պղնձի օքսիդացած և խառը հանքանյութերի սուլֆիդացումը բարձր ջերմաստիճաններում գործնականում դժվար է և տնտեսապես ոչ շահավետ:

Հանքանյութերի ֆլուտացման գործընթացում որպես ռեագենտ՝ սուլֆիդարար, օգտագործվում է նատրիումի սուլֆիդը, որի հիդրոլիզի հետևանքով լուծույթներում ընթանում է խիստ հիմնային ռեակցիա:



25° C-ում, 0,1 ն. լուծույթում Na_2S -ի հիդրոլիզի աստիճանը կազմում է 86,5%: Հետագա հիդրոլիզն ըստ ռեակցիայի՝ $\text{NaHS} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{NaOH} + \text{H}_2\text{S}$, գործնականում չի ընթանում: 25° C-ում, 0,1 ն. լուծույթում NaHS -ի հիդրոլիզն ընթանում է 0,12%-ով:

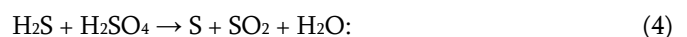
Նատրիումի պոլիսուլֆիդները (Na_2S_2 , Na_2S_3 , Na_2S_4 , Na_2S_5) ջրում անկայուն են և քայքայվում են՝ առաջացնելով նատրիումի սուլֆիդ և ատոմական ծծումբ: Այդ դեպքում սուլֆիդացման գործընթացում մասնակցում են երկու սուլֆիդարար՝ նատրիումի սուլֆիդ և ատոմական ծծումբ: Հետևաբար՝ քիմիական փոխազդեցություններում պոլիսուլֆիդը կարելի է դիտարկել որպես մոնոսուլֆիդ, որին միացած են ծծմբի լրացուցիչ ատոմներ [6]: Այդ իսկ պատճառով սուլֆիդացման գործընթացներն ընթանում են ավելի արդյունավետ:



Հիդրոջերմային ռեակցիայի ընթացքում պղնձի (II) օքսիդը փոխազդում է նաև ատոմական ծծմբի հետ: Պարզվել է, որ պղնձի (II) օքսիդի հիդրոջերմային սուլֆիդացման ժամանակ առաջնահերթ ընթանում է հետևյալ ռեակցիան՝



Ռեակցիա 2-ում ծծմբական թթվի բացակայությունը բացատրվում է նրանով, որ Na_2S -ի հիդրոլիզի ժամանակ առաջացած H_2S -ը փոխազդում է ծծմբական թթվի հետ հետևյալ ռեակցիայով [7]՝



Նատրիումի սուլֆիդով սուլֆիդացման դեպքում պղնձի օքսիդացած միներալների մակերևույթների վրա առաջանում է սուլֆիդային թաղանթ: Թաղանթը

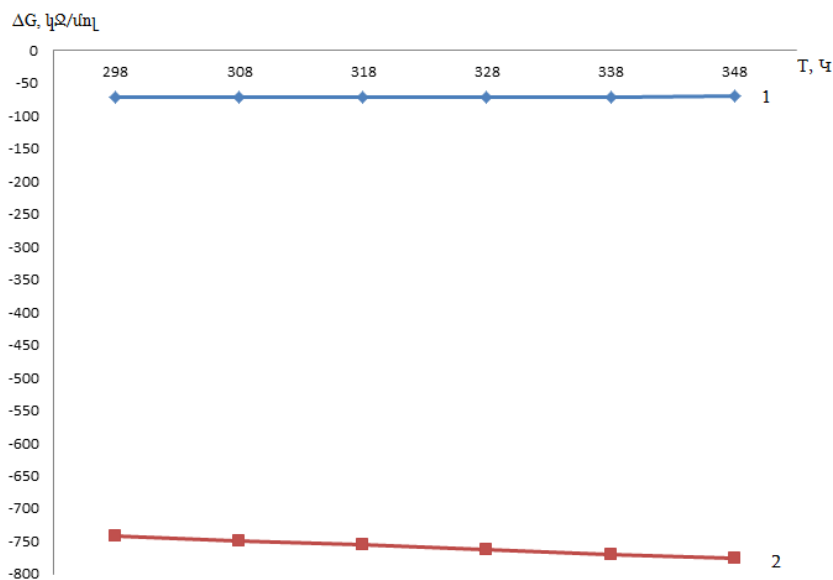
հիմնային միջավայրում փխրուն է, ոչ ամուր և ֆլուտացիայի ժամանակ հեշտ քայքայվում է:

Աշխատանքում ներկայացված են գնդադացում տենորիտի՝ նատրիումի պոլիսուլֆիդի (Na_2S_5) և նատրիումի սուլֆիդի (Na_2S) միջոցով սուլֆիդացման հետազոտությունները:

Մեխանիկական ակտիվացման կիրառումը թույլ է տալիս ավելացնել պինդ մարմինների ռեակցիոն ունակությունը՝ բյուրեղային կառուցվածքում արատների առաջացման և դիֆուզիայի գործընթացի արագացման հաշվին:

Հիդրոջերմային սուլֆիդացման գործընթացը՝ նոր պինդ ֆազի առաջացմամբ, սովորաբար դժվարանում է նրանով, որ պինդ նորագոյացությունները դժվարացնում են ռեակցիայի մուտքը դեպի միջուկի ներսը: Ռեակցիայի արագությունը սահմանափակվում է դիֆուզիոն գործընթացներով: Նմանատիպ փոխազդեցությունների դեպքում մանրացումը հնարավորություն է տալիս մշտապես թարմացնել հանքանյութի մակերևույթը, որը թույլ է տալիս ռեակցիայի արգասիքների առանձնացումը նոր պինդ ֆազի առաջացումով:

Na_2S -ի և Na_2S_5 -ի կիրառմամբ ընթացող սուլֆիդացման ռեակցիաների՝ Գիբսի էներգիաների հետ համեմատության համար կատարվել են թերմոդինամիկական հաշվարկներ: Գիբսի էներգիայի փոփոխության հաշվարկները կատարվել են Տեմկին-Շվարցմանի մեթոդով: Նկ. 1-ում ներկայացված է Գիբսի էներգիայի մեծության փոփոխությունը՝ կախված ջերմաստիճանից:



Նկ. 1. Գիբսի էներգիայի մեծության փոփոխության կախվածությունը ջերմաստիճանից

Ինչպես երևում է նկարից, պոլիսուլֆիդի փոխազդեցության ռեակցիան ունի ΔG -ի մեծ բացասական արժեք, որը հաստատում է նատրիումի պոլիսուլֆիդով պղնձի սուլֆիդի ստացման հնարավորությունը:

Աշխատանքի նպատակը պղնձի օքսիդացած հանքանյութերի սուլֆիդացման գործընթացի հիմնական պարամետրերի որոշումը և դժվար հարստացվող պղնձի օքսիդացած հանքանյութերի վերամշակման տեխնոլոգիայի մշակումն են:

Հետազոտության արդյունքները. Մանրացման փուլում սուլֆիդացման գործընթացի փորձնական հետազոտությունները կատարվել են 0,9 g/l ծավալով կերամիկական գնդաղացում: Նյութերի բեռնումից հետո աղացի թմբուկը տաքացվում է մինչև պահանջվող ջերմաստիճանը, որից հետո կատարվում է սուլֆիդացման գործընթացը:

Փորձերը կատարվում են ռենտգենաֆազային (URD-63 Գերմանիա) և քիմիական անալիզների միջոցով:

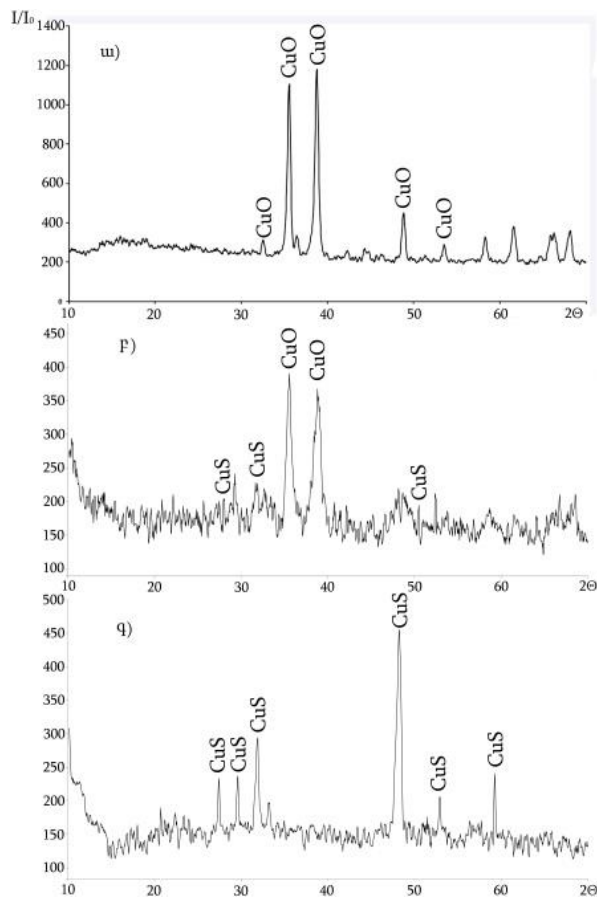
Նմուշներում պղնձի քանակությունը որոշվել է ատոմա-աբսորբցիոն սպեկտրաչափի (Aanalyst-600, Perkin Elmer) միջոցով:

Որպես սուլֆիդարարներ օգտագործվել են նատրիումի սուլֆիդը (ГОСТ 2053-77) և նատրիումի պոլիսուլֆիդը:

Հետազոտությունները կատարվել են հետևյալ մոդելային համակարգով՝ «տենորիտ (CuO)–նատրիումի սուլֆիդ (Na_2S)», «տենորիտ–նատրիումի պոլիսուլֆիդ (Na_2S_5)»:

Սուլֆիդարարի ծախսը կազմվում է տենորիտի զանգվածի ստեխիոչափական քանակով: Սուլֆիդացման աստիճանը գնահատվել է սուլֆիդացումից հետո վերջնական արգասիքում պղնձի սուլֆիդի քանակական պարունակությամբ: Պղնձի օքսիդացած միներալի սուլֆիդացման արագությունը կախված է գործընթացի տևողությունից, ջերմաստիճանից, միջավայրի pH -ից և սուլֆիդարարի կոնցենտրացիայից:

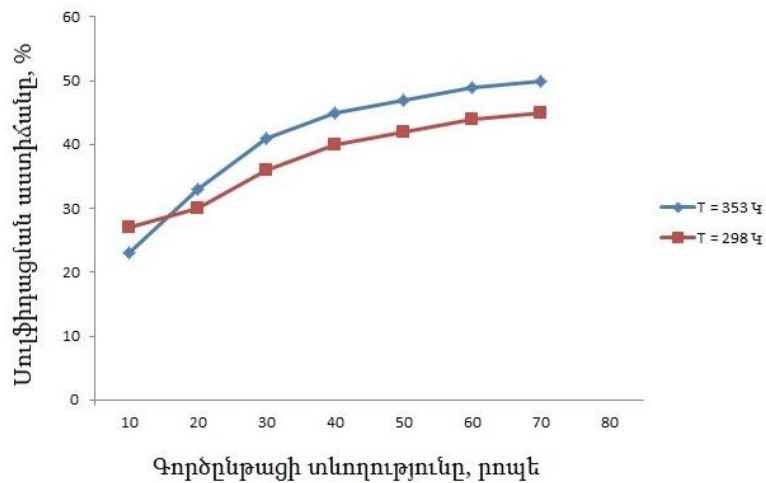
Փորձերը կատարվել են 60...90 $^{\circ}C$ տևողությամբ: Հետազոտությունները ցույց են տալիս, որ նատրիումի սուլֆիդը կարող է առաջացնել ամուր սուլֆիդային թաղանթներ միայն pH -ը 7-ից ոչ ավելի դեպքում: Նկ. 2-ում պատկերված են ելանյութի՝ տենորիտի, տենորիտ - նատրիումի սուլֆիդ խառնուրդից 60 $^{\circ}C$ մեխանաքիմիական մշակումով սինթեզված և տենորիտ - նատրիումի սուլֆիդ խառնուրդից 60 $^{\circ}C$ մեխանաքիմիական մշակումով, pH -ը 5...6-ի դեպքում, սինթեզված նմուշների ռենտգենագրերը: Ռենտգենագրերը ստացվել են ընդհանուր և անօրգանական քիմիայի ինստիտուտում:



Նկ. 2. ա) տենորիտ, բ) տենորիտ - նատրիումի սուլֆիդ խառնուրդից սինթեզված 60 ր մեխանաքիմիական մշակումից հետո, գ) տենորիտ - նատրիումի սուլֆիդ խառնուրդից 60 ր մեխանաքիմիական մշակումով, pH-ը 5...6-ի դեպքում, սինթեզված նմուշների ռենտգենագրերը

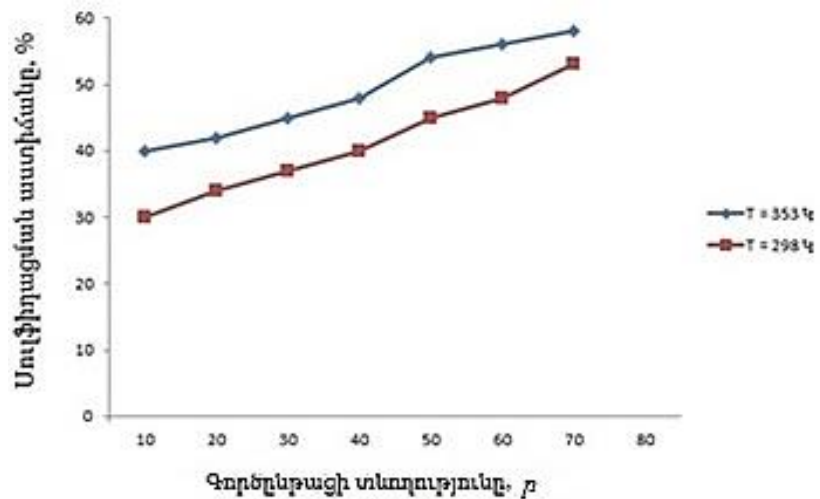
Հետագոտվել է ջերմաստիճանի ազդեցությունը սուլֆիդացման գործընթացի վրա: Ջերմաստիճանը սուլֆիդացման գործընթացի կարևորագույն գործոններից մեկն է:

Նատրիումի սուլֆիդով տենորիտը սուլֆիդացնելիս սուլֆիդացումն աճում է 28-ից մինչև 45% (նկ. 3):



Նկ. 3. Նատրիումի սուլֆիդով տենորիտի սուլֆիդացման աստիճանի կախվածությունը գործընթացի տևողությունից

Նատրիումի պոլիսուլֆիդով տենորիտի սուլֆիդացման գործընթացը մանրացման փուլում տալիս է հետևյալ արդյունքը. 298...353 K ջերմաստիճանի բարձրացման դեպքում սուլֆիդացման աստիճանը բարձրացնում է 30-ից մինչև 55% (սուլֆիդարարի մաքսիմալ ծախսի դեպքում) (նկ. 4):



Նկ. 4. Նատրիումի պոլիսուլֆիդով տենորիտի սուլֆիդացման աստիճանի կախվածությունը գործընթացի տևողությունից

Եզրակացություն. Կատարվել են նատրիումի սուլֆիդի և պոլիսուլֆիդի հետ տենորիտի սուլֆիդացման ռեակցիաների թերմոդինամիկական հաշվարկները 298...353 K ջերմաստիճաններում: Ցույց է տրված, որ նատրիումի պոլիսուլֆիդով փոխազդեցությունն ընթանում է ΔG-ի մեծ բացասական արժեքով, ինչն ապացուցում է պոլիսուլֆիդի ստացման մեծ հնարավորությունը: Հետազոտվել են նատրիումի սուլֆիդով և պոլիսուլֆիդով տենորիտի սուլֆիդացման գործընթացները:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Абрамов А.А.** Флотационные методы обогащения. -3-е изд. -М.: МГГУ, 2008. – 710 с.
2. **Абрамов А.А.** Технология переработки и обогащения руд цветных металлов.- Кн. 1. -М.: МГГУ, 2005. -575 с.
3. **Загайнов В.Г.** Объективная необходимость конверсии технологии первичного обогащения минерального сырья // Горный журнал Казахстана. -2012. -№4. - С. 48-52.
4. **Клушин Д.Н.** Сульфидирование цветных металлов. – М.: Металлургия, 1968. - 212 с.
5. **Литвин Б.Н., Поколитов В.И.** Гидротермальный синтез неорганических соединений.- М.: Наука, 1984. – 185 с.
6. **Антонов В.А.** Взаимодействие оксидов меди, свинца и цинка с элементарной серой в гидротермальных условиях: Автореф. дис. ... к.х.н.- Алма-Ата, 1989. -23 с.
7. **Wang H., Dalla Lana, I.G. and Chuang, K.T.** Kinetics and mechanism of oxidation of hydrogen sulfide by concentrated sulfuric acid // Industrial and Engineering Chemistry Research. - 2002a. - 41(26). – P. 6656-6662.

Ընդհանուր և անորգանական քիմիայի ինստիտուտ: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 12.06.2017:

**А.О. ОВСЕПЯН, Г.Г. ШОЛИНЯН, Т.А. ВАНЯН, С.А. АРУТЮНЯН,
А.Р. АКОПЯН**

ГИДРОТЕРМАЛЬНАЯ СУЛЬФИДИЗАЦИЯ ОКИСЛЕННЫХ МИНЕРАЛОВ МЕДИ НА СТАДИИ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ

Представлены результаты взаимодействия окисленных минералов меди - тенорита с сульфидом и полисульфидом натрия в шаровой мельнице. Экспериментальным путем доказаны высокая реакционная способность полисульфида натрия и возможность образования сульфида меди из тенорита.

Ключевые слова: тенорит, шаровая мельница, гидротермальная сульфидизация, полисульфид натрия, сульфид меди.

**A.H. HOVSEPYAN, G.G. SHOLINYAN, T.A. VANYAN, S.A. HARUTYUNYAN,
A.R. HAKOBYAN**

**HYDROTHERMIC SULPHIDATION OF COPPER OXIDE ORES IN THE
GRINDING STAGE**

The interaction results of the oxidized mineral of copper-tenorite with sodium sulphide and polysulphide in a ball mill are presented. The high reactivity of sodium polysulphide and the formation opportunity of copper sulphide from tenorite have been experimentally confirmed.

Keywords: tenorite, ball mill, hydrothermic sulphidation, sodium polysulphide, copper sulphide.

Ա.Խ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Գ.Ա. ԱՂԶՈՑԱՆ, Տ.Ռ. ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ, Ն.Հ. ՉՈՒԽԱԶՅԱՆ

ՄԱԳՆԻՍՏԱԿԱՌԱՎԱՐՎՈՂ ԿԱԽՈՑԻ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈՂԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ ԵՎ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Ուսումնասիրվել է ավտոմեքենայի մագնիսական (մագնիսառեոլոգիական) հեղուկով կառավարվող կախոցի էլեկտրամագնիսական համակարգը, կազմվել է մագնիսական շղթայի փոխարինման սխեման, մշակվել է համակարգի մաթեմատիկական մոդելը: Հետազոտությունների ընթացքում ընդունվել է, որ կախոցի՝ յուղում կախված մագնիսական նյութի մասնիկներն ունեն խորանարդի ձև: Առաջարկվել են կախոցի կառավարման փաթեթի հոսանքի արժեքի և կախոցի և յուղում մագնիսական մասնիկների շարժման արագության փոխադարձ կախվածության բացահայտման եղանակները:

Առանցքային բառեր. ավտոմեքենա, կախոց, թրթռամեղմիչ սարք, մագնիսական հեղուկ, մագնիսառեոլոգիական հեղուկ, էլեկտրամագնիսական համակարգ, մագնիսական շղթա, մաթեմատիկական մոդել, քարշային բնութագիր:

Ավտոմեքենաների անշարժ մասի (թափք) և շարժվող մասի միջև առաձգական կապ ստեղծող սարքերի համախմբի՝ կախոցի բաղադրիչներից է թրթռամեղմիչ սարքը (ամորտիզատոր), որը նախատեսված է մեքենայի թափքի ու անիվների տատանումների մարման համար (տատանումների մեխանիկական էներգիան կերպափոխվում է ջերմային էներգիայի և հաղորդվում շրջապատող միջավայրին) [1]: Այսուհետ կախոցը քննարկելիս նկատի կունենանք թրթռամեղմիչ սարքը:

Թրթռամեղմիչ հատկությունների տեսանկյունից կախոցները լինում են չկառավարվող (առանց թրթռամեղմման ցուցանիշների կառավարման) և կառավարվող (թրթռամեղմման ցուցանիշների կառավարումով) [1]: Վերջիններիս կառավարումն իրագործվում է ավտոմեքենայի համակարգչով, որը բեռի, արագության, ճանապարհային պայմանների և այլ գործոնների մասին համապատասխան տվիչներից ստանում է ազդանշաններ ու ձևավորում կախոցին ուղղված հրամանները: Ժամանակակից գերավտոմեքենաներում (supercar) տեղադրվող կառավարվող կախոցների հիմնական տեսակներից է մագնիսական (մագնիսառեոլոգիական) հեղուկով կախոցը [1], որի միացի՝ յուղում կախված վիճակում գտնվում են յուղի ծավալի 30%-ը կազմող 3...10 մկմ չափերով մագնիսական նյութի (երկաթ, նիկել, կոբալտ և այլն) մասնիկներ: Սրանք արձագանքում են արտաքին մագնիսական դաշտին. յուղի մեջ անկանոն կախված մասնիկները ձգող էլեկտրամագնիսական ուժի ազդեցության տակ ձգվում-միանում են և կազմում տարրական կամրջակներ: Բնականաբար, այս դեպքում փոխվում են յուղի և, համապատասխանաբար,

կախոցի բնութագրերը. երբ կախոցի կառավարման փաթույթը միացվում է սնման աղբյուրին, ու դրանով հոսանք է հոսում, ստեղծված մագնիսական դաշտի ազդեցության տակ, մասնիկների կազմած կամրջակների շնորհիվ, մեծանում է յուղի մածուցիկությունը, դժվարանում դրա հոսունությունը, և աճում կախոցի կոշտությունը: Իսկ երբ փաթույթն անջատվում է սնման աղբյուրից, ձգող էլեկտրամագնիսական ուժը վերանում է, մասնիկներն իրարից հեռանում են, և կախոցի կոշտությունը փոքրանում է (մասնիկները պատվում են ոչ ֆերոմագնիսական նյութի շերտով, որպեսզի մագնիսական դաշտի ազդեցությունը վերացնելուց հետո բացառվի դրանց հպված-կպած վիճակում մնալը) [1]: Այսպիսով, կառավարման փաթույթի հոսանքի և, համապատասխանաբար, ձգող էլեկտրամագնիսական ուժի արժեքի փոփոխումով կարելի է ազդել մասնիկների փոխադասավորության և, հետևաբար, յուղի ու կախոցի բնութագրերի վրա. որքան մեծ է հոսանքը, այնքան ավելի մեծ է կախոցի կոշտությունը և ընդհակառակը (հոսանքի արժեքը, ինչպես վերը նշել ենք, փոփոխվում է ավտոմեքենայի համակարգչից ստացված հրահանգների համաձայն, որոնք ձևավորվում են մեքենայի ընթացքի ու ճանապարհի առանձնահատկություններից ելնելով): Էլեկտրամագնիսական համակարգի խափանման դեպքում մագնիսական կախոցն աշխատում է որպես սովորական չկառավարվող հիդրավլիկական կախոց [1]:

Մագնիսական դաշտի ազդեցության տակ յուղում կախված մասնիկները կկարողանան տեղաշարժվել և ձևավորել կամրջակներ, եթե դրանց վրա ազդող P_t ձգող էլեկտրամագնիսական ուժը գերազանցի հեղուկի P_h հակազդող ուժը՝ $P_t > P_h$, կամ՝

$$P_t = K_{\text{պ}} P_h, \quad (1)$$

որտեղ $K_{\text{պ}}$ -ն գործակից է ($K_{\text{պ}} > 1$):

Հեղուկում շարժվող մարմնի վրա ազդող դիմադրող ուժը, որը, մասնավորապես, կախված է մարմնի շարժման v արագությունից, կարելի է որոշել հետևյալ հայտնի բանաձևով [2].

$$P_h = CA \frac{\rho v^2}{2}, \quad (2)$$

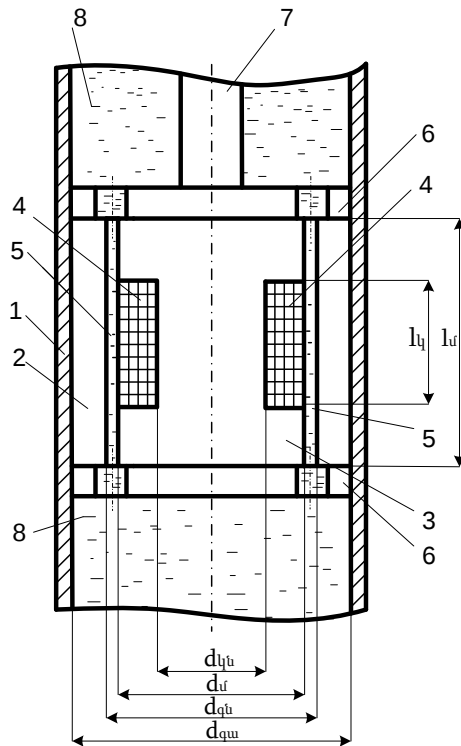
որտեղ C -ն հեղուկում շարժվող մարմնի ձևից կախված գործակից է, ρ -ն՝ հեղուկի խտությունը, A -ն՝ մարմնի ճակատային մակերևույթի պրոյեկցիայի մակերեսը շարժման ուղղությամբ:

Մասնիկի շարժման v արագությունը կարելի է որոշել կախոցի աշխատանքի արագությունից ելնելով. որքան մեծ է կախոցի պահանջվող արագությունը, այնքան ավելի արագ պետք է յուղում շարժվեն մասնիկները՝ կախոցի այս կամ այն աշխատանքային վիճակն ապահովելու համար: Ունենալով մասնիկների v արա-

գությունը, կարելի է (2)-ով հաշվարկել հակազդող P_h ուժի, իսկ (1)-ով՝ P_z ձգող էլեկտրամագնիսական ուժի արժեքները: Վերջինս, համաձայն Մաքսվելի բանաձևի [3], կախված է կախոցի էլեկտրամագնիսական համակարգի Φ մագնիսական հոսքի արժեքի քառակուսուց: Հաշվարկելով Φ -ի արժեքը, կարելի է էլեկտրամագնիսական համակարգի մագնիսական շղթայի ուղիղ խնդրի [4] լուծումով ստանալ կառավարման փաթույթի F մագնիսաշարժ ուժի (ՄՇՈՒ) այն արժեքը, որի դեպքում յուրում կախված մասնիկները կշարժվեն անհրաժեշտ արագությամբ՝ ապահովելով կախոցի պահանջվող արագագործությունը: Այսինքն՝ հնարավոր կլինի բացահայտել մագնիսական յուրով կախոցի կառավարման տեսանկյունից կարևոր $i_{\varphi} = F/W = f(v)$ կախվածությունը (W –ն փաթույթի գալարների քանակն է): Միաժամանակ, նոր ստեղծվող կախոցի պարագայում կառավարման փաթույթի F ՄՇՈՒ-ի հայտնի արժեքով հնարավոր կլինի նախագծել կառավարման փաթույթը՝ ընտրել հաղորդալարը, որոշել գալարների W քանակը, P հզորությունը և այլն [5]:

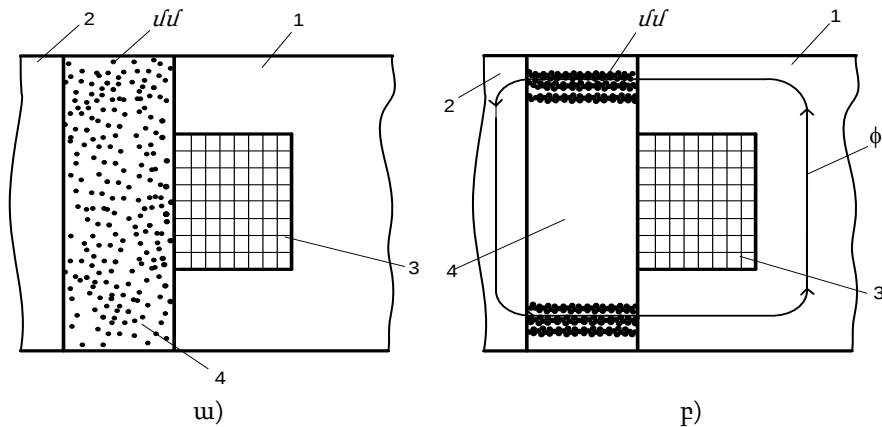
Վերը ձևակերպված խնդրի լուծման համար կազմենք կախոցի էլեկտրամագնիսական համակարգի մաթեմատիկական մոդելը:

Նկ. 1-ում 1-ը կախոցի արտաքին պատյանն է, 2-ը՝ կախոցի միացի արտաքին մասը (արտաքին գլան), 3-ը՝ միացի ներքին մասը (գլանաձև միջուկ), 4-ը՝ կախոցի կառավարման փաթույթը (կոճը), 5-ը՝ արտաքին (արտաքին գլան) և ներքին (գլանաձև միջուկ) մասերը բաժանող ներմիացային ճեղքը, 6-ը՝ արտաքին ու ներքին մասերը ամրակապող (կապակցող) տափօղակը, 7-ը՝ միացը տեղաշարժող ձողը, իսկ 8-ով նշված է միացի ներքին ծավալը լցնող յուղը, որի ծավալի 30%-ը կազմում են մագնիսական մասնիկները: Նկարի վրա նշված են նաև կախոցի էլեկտրամագնիսական համակարգի հիմնական չափերը. l_{μ} -ն միացի երկարությունն է, l_{φ} -ն՝ կառավարման փաթույթի (կոճի) երկարությունը, d_{μ} -ն՝ փաթույթի (կոճի) ներքին տրամագիծը, d_{μ} -ն՝ գլանաձև միջուկի տրամագիծը, d_{qt} -ն՝ արտաքին գլանի ներքին տրամագիծը, d_{qr} -ն՝ արտաքին գլանի արտաքին տրամագիծը:



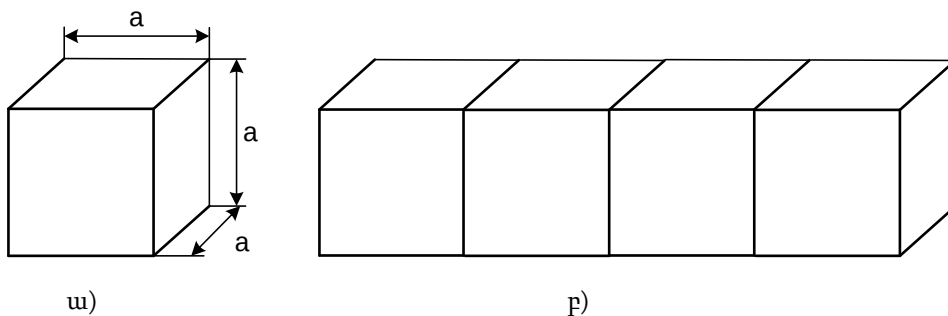
Նկ. 1. Կախոցի էլեկտրամագնիսական համակարգը

Նկ. 2ա –ում կախոցի էլեկտրամագնիսական համակարգը պատկերված է այն դեպքում, երբ կախոցի կառավարման փաթույթը միացված չէ սնման աղբյուրին, բացակայում է i_{φ} հոսանքը, համապատասխանաբար՝ նաև մագնիսական դաշտը, և մագնիսական մասնիկներն (ՄՄ) անկանոն կախված են միացի յուղում: Նկ. 2 բ-ում համակարգը պատկերված է այն դեպքում, երբ կառավարման փաթույթը միացված է սնման աղբյուրին, և փաթույթի հոսանքով ստեղծված մագնիսական դաշտով պայմանավորված՝ P_t ձգող էլեկտրամագնիսական ուժի ազդեցության տակ մագնիսական մասնիկները փոխադարձաբար ձգվել են ու կազմել տարրական կամրջակներ: Այստեղ Φ -ով նշված է մագնիսական հոսքի միջին գիծն այն դեպքում, երբ հոսքն ամբողջությամբ ընդգրկում է կառավարման փաթույթը (կցված է փաթույթի բոլոր գալարներին), և տարրական կամրջակները ձևավորվում են ներմխոցային ճեղքի մագնիսական հոսքով ընդգրկված տիրույթում:



Նկ. 2. Մագնիսական մասնիկները ներմիտցային ճեղքի յուղային միջավայրում.
1-գլանաձև միջուկ, 2-արտաքին գլան, 3-կառավարման փաթույթ, 4-յուղային միջավայր
(ներմիտցային ճեղք)

Էլեկտրամագնիսական համակարգի մագնիսական շղթայի փոխարինման սխեման կազմելու և համակարգի մաթեմատիկական մոդելը մշակելու համար ընդունենք, որ մասնիկներն ունեն խորանարդի ձև՝ կողի a չափով (a -ն ընդգրկում է նաև մասնիկի ոչ մագնիսական ծածկույթի Δ հաստության կրկնապատիկը) (նկ. 3 ա): Այս դեպքում կարող ենք պատկերացնել, որ մագնիսական դաշտի ազդեցության տակ, ներմիտցային ճեղքում, արտաքին գլանն ու գլանաձև միջուկը միացնող երևակայական ուղիղների վրա առաջանում են մագնիսական մասնիկներից կազմված չորսու-կամրջակներ (նկ. 3 բ), որոնց երկարությունը կախված է P_t էլեկտրամագնիսական ուժի արժեքից, հետևաբար՝ նաև i_{ϕ} փաթույթի հոսանքի ու Φ մագնիսական հոսքի արժեքներից. կամրջակը ձևավորվում է արտաքին գլանի պատի մոտ և P_t -ի աճին զուգընթաց երկարում մինչև ներքին գլանային միջուկը՝ մինչև ներմիտցային ճեղքի $l_{\Delta} = 0,5(d_{q\text{ ն}} - d_{\Delta})$ չափը (նկ. 4):



Նկ. 3. Խորանարդաձև մագնիսական մասնիկը (ա) և մասնիկների կազմած չորսու-կամրջակը (բ)

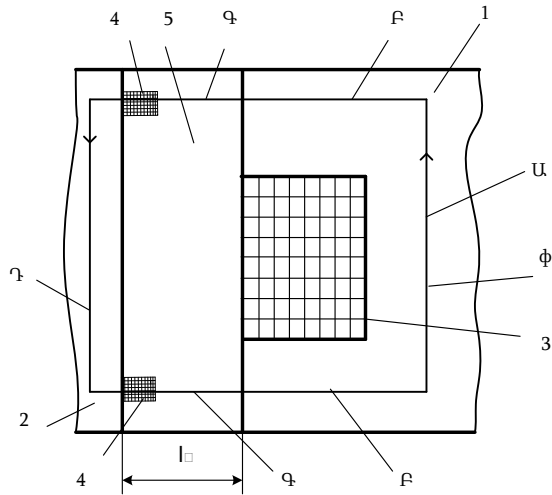
Մագնիսական հոսքի միջին գիծը բաժանենք մի քանի հատկանշական հատվածների՝ Ա, Բ, Գ, Դ (նկ. 4): Դրանցից յուրաքանչյուրի երկարության ու լայնական հատույթի մաթեմատիկական արտահայտությունները տրված են աղ. 1-ում:

Աղյուսակի արտահայտություններում k -ն գործակից է, որը ցույց է տալիս, թե ներմխոցային ճեղքի $l_{\text{ճ}}$ չափի որ մասն է կազմում մագնիսական մասնիկների կամրջակների երկարությունը: Աղյուսակի S_{q1} -ի արտահայտությունից կարելի է որոշել Գ1 տեղամասի հատույթի մակերեսի այն մասը, որը պատված է մագնիսական նյութով:

$$S'_{q1} = S_{q1} \left(\frac{S_{\text{մֆ}}}{S_{\text{մ}}'} \right), \quad (3)$$

որտեղ $S_{\text{մ}}'$ -ն մագնիսական մասնիկների նիստի ամբողջ մակերեսն է՝ $S_{\text{մ}}' = a^2$, իսկ $S_{\text{մֆ}}$ -ն՝ նիստի մագնիսական տիրույթի մակերեսը՝ $S_{\text{մֆ}} = (a - 2\Delta)^2$: Նշենք, որ ինչպես S_{q1} -ը (S'_{q1} -ը), այնպես էլ $S_{\text{Բ}}$ -ն ու S_{q2} -ը համապատասխան հատվածների միջին հատույթների մակերեսներն են:

Նկ. 5-ում տրված է կախոցի էլեկտրամագնիսական համակարգի մագնիսական շղթայի փոխարինման սխեման, որը կառուցվել է մագնիսական հոսքի ճանապարհի մագնիսական դիմադրությունների հաշվառումով: Այստեղ F -ը կառավարման փաթույթի ՄՇՈԻ-ն է, $R_{\text{մԱ}}$ -ն՝ մագնիսական հոսքի միջին գծի Ա, $R_{\text{մԲ}}$ -ն՝ Բ, $R_{\text{մԳ1}}$ և $R_{\text{մԳ2}}$ -ը՝ Գ և $R_{\text{մԴ}}$ -ն՝ Դ հատվածների մագնիսական դիմադրությունները: Շղթայի առանձին հատվածներում B մագնիսական ինդուկցիաների և U մագնիսական պոտենցիալների տարբերությունների մաթեմատիկական արտահայտությունները տրված են աղ. 2-ում, որտեղ H -ով նշված են համապատասխան հատվածներում մագնիսական լարվածությունները, իսկ Λ_{q2} -ով՝ Գ2 հատվածի մագնիսական հաղորդականությունը:



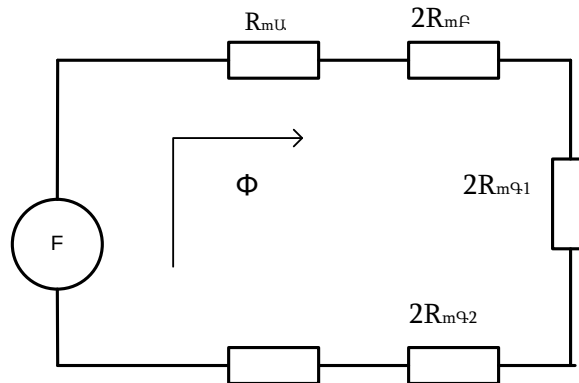
Նկ. 4. Մագնիսական Φ հոսքի միջին գիծը և դրա տեղամասերը.

1 - գլանաձև միջուկ, 2 - արտաքին զլան, 3 - կառավարման փաթույթ, 4 - մագնիսական կամրջակներ, 5 - ներմխողային ձեղք, U, F, Q, T -մագնիսական հոսքի միջին գծի հատկանշական հատվածներ

Աղյուսակ 1

Մագնիսական հոսքի միջին գծի հատվածների երկարությունների ու լայնական հատույթի մակերեսների արտահայտությունները

Հատվածը	Երկարությունը	Լայնական հատույթի մակերեսը
Ա	$l_U = 0,5(l_u + l_y)$	$S_U = \frac{\pi d_{yb}^2}{4}$
Բ	$L_F = 0,5(d_u - d_{yb})$	$S_F = 0,5\pi(d_u + d_{yb}) \frac{l_u - l_y}{2}$
Գ1-մագնիսական մասնիկներով տեղամաս	$l_{Q1} = l_{\Delta 1} = K l_{\Delta}$	$S_{Q1} = \pi(d_{qb} - k l_{\Delta}) \frac{l_u - l_y}{2}$
Գ2-մագնիսական յուղով տեղամաս	$l_{Q2} = l_{\Delta 2} = (1 - K) l_{\Delta}$	$S_{Q2} = \pi[d_u + (1 - k) l_{\Delta}] \frac{l_u - l_y}{2}$
Դ	$l_T = l_U = 0,5(l_u + l_y)$	$S_T = \frac{\pi}{4}(d_{qw}^2 - d_{qb}^2)$



Նկ. 5. Էլեկտրամագնիսական համակարգի մագնիսական շղթայի փոխարինման սխեման

Աղյուսակ 2

Մագնիսական շղթայի հատվածների մագնիսական դիմադրությունների և մագնիսական պոտենցիալների տարբերությունների մաթեմատիկական արտահայտությունները

Հատվածը	Մագնիսական ինդուկցիան	Մագնիսական պոտենցիալների տարբերությունը
Ա	$B_U = \Phi / S_U$	$U_{mU} = H_U l_U$
Բ	$B_F = \Phi / S_F$	$U_{mF} = H_F l_F$
Գ1- տեղամաս	$B_{Q1} = \Phi / S'_{Q1}$	$U_{mQ1} = H_{Q1} l_{Q1}$
Գ2- տեղամաս	$B_{Q2} = \Phi / S_{Q2}$	$U_{mQ2} = \Phi / \Lambda_{Q2}$
Դ	$B_{\gamma} = \Phi / S_{\gamma}$	$U_{m\gamma} = H_{\gamma} l_{\gamma}$

Մագնիսական շղթայի այն հատվածներում (Ա, Բ, Գ1, Դ), որտեղ հոսքն անցնում է մագնիսական նյութով, B ինդուկցիայի արժեքը համապատասխան արտահայտությունով (հոսքի և համապատասխան հատույթի մակերեսի հարաբերությունը) որոշելուց հետո տվյալ նյութի մագնիսացման կորից որոշվում է H մագնիսական լարվածության արժեքը: Ոչ մագնիսական՝ յուղային հատվածի հաղորդականության համար կարելի է օգտագործել $\Lambda_{Q2} = \mu_0 S_{Q2} / l_{Q2}$ հայտնի արտահայտությունը (μ_0 –ն վակուումի մագնիսական թափանցելիությունն է):

Այժմ, ունենալով համակարգը նկարագրող մաթեմատիկական արտահայտությունների համախումբը, հնարավոր է որոշել կախոցի կառավարման փաթույթի F ՄՇՈՒ-ի և i_{ψ} հոսանքի ($i_{\psi} = F/W$) այն արժեքները, որոնց դեպքում մասնիկները յուղում կշարժվեն հանձնարարված v արագությամբ կամ դրանց վրա կգործի անհրաժեշտ P_t էլեկտրամագնիսական ուժը: Այդ նպատակով հակադրող P_h ուժը կորոշվի (2)-ով, դրա մեջ տեղադրելով A -ի հետևյալ արտահայտությունը՝

$$A = \pi[d_{\mathcal{U}} + 2(1 - k)l_{\mathcal{A}}]\frac{l_{\mathcal{U}} - l_{\mathcal{B}}}{2}. \quad (4)$$

Վերը դիտարկված (1) արտահայտությամբ կհաշվարկվի P_t -ն, և հայտնի բանաձևով [3, 5] կորոշվի Φ հոսքի արժեքը՝

$$\Phi = \sqrt{2P_t \mu_0 S'_{q2}}, \quad (5)$$

որտեղ S'_{q2} –ը յուրում շարժվող մասնիկների ճակատային մակերևույթի A մակերեսի այն մասն է, որ կազմում են մասնիկների մագնիսական տիրույթները՝ $S'_{q2} = AS_{\mathcal{U}}/S_{\mathcal{U}}'$:

Այնուհետև աղ. 1 և 2-ի արտահայտություններով կորոշվեն մագնիսական շղթայի բոլոր բնութագրական մեծությունները, և մագնիսական շղթայի ուղիղ խնդրի լուծումով [4] կորոշվի փաթույթի ՄՇՈՒ-ի փնտրվող արժեքը.

$$F = U_{m\mathcal{U}} + 2U_{m\mathcal{F}} + 2U_{mq1} + 2U_{mq2} + U_{m\mathcal{Z}}. \quad (6)$$

Այսպիսով, կախոցի էլեկտրամագնիսական համակարգի մագնիսական շղթայի փոխարինման սխեմայի և մաթեմատիկական մոդելի կազմման ու մագնիսական շղթայի ուղիղ խնդրի լուծման ճանապարհով հնարավոր եղավ բացահայտել կախոցի կառավարման տեսանկյունից կարևոր $F = f(v)$ կամ $i_{\mathcal{F}} = f(v)$ կախվածությունները:

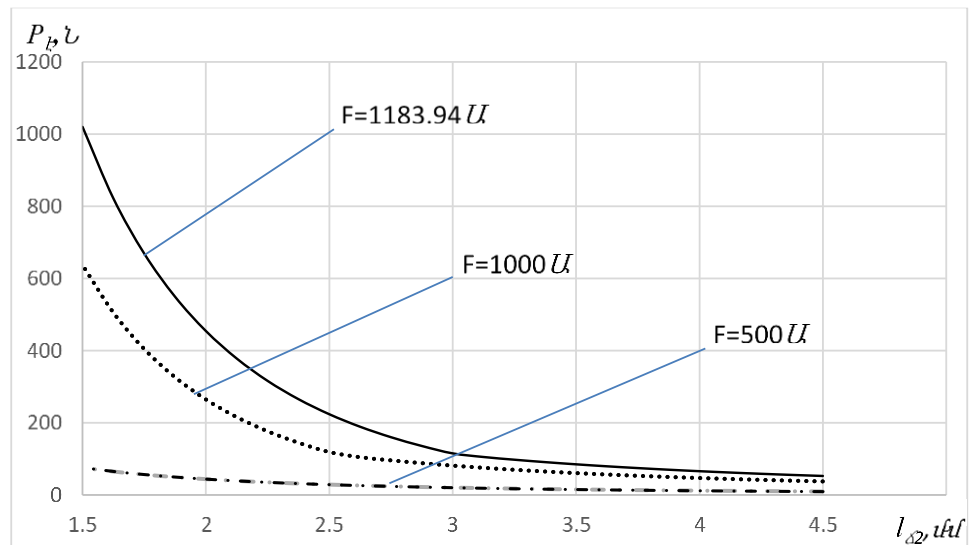
Էլեկտրամագնիսական համակարգի մագնիսական շղթայի հակադարձ խնդրի [4] լուծման ճանապարհով հնարավոր կլինի բացահայտել $v = f(i_{\mathcal{F}})$ կամ $v = f(F)$ կախվածությունները: Այս դեպքում կառավարման փաթույթի $i_{\mathcal{F}}$ հոսանքի կամ F ՄՇՈՒ-ի հայտնի արժեքի համար որոշվում է Φ հոսքի արժեքը, իսկ այնուհետև, (5) և (2) բանաձևերով, համապատասխանաբար, P_t ուժը և v արագությունը:

Հակադարձ խնդիրը լուծելու նպատակով $l_{\mathcal{A}2} = (1 - k)l_{\mathcal{A}} -$ ի մի ինչ-որ չափի համար Φ հոսքին տրվում են Φ_i արժեքներ [4], և ուղիղ խնդրի վերը դիտարկված եղանակով ստացվում են ՄՇՈՒ-ի համապատասխան F_i արժեքները [4]: Այնուհետև, խնդրի լուծման դիտարկվող տարբերակում կտոր-գծային մոտարկմամբ [6], F ՄՇՈՒ-ի հայտնի (հանձնարարված) արժեքով որոշվում է Φ -ի փնտրվող արժեքը:

Էլեկտրամագնիսական համակարգերի կարևորագույն բնութագրերից է քարշային բնութագիրը [3], որը կառավարման փաթույթի F ՄՇՈՒ-ի որոշակի արժեքի դեպքում P_t ուժի կախվածությունն է էլեկտրամագնիսի ոչ մագնիսական աշխատանքային բացակի չափից ($l_{\mathcal{A}2}$): Բնութագիրը կառուցելու նպատակով հակադարձ խնդիրը լուծվում է $l_{\mathcal{A}2}$ -ի մի շարք արժեքների համար, և Φ հոսքի ստացված արժեքներով որոշվում P_t ուժը:

Այստեղ առաջարկվող եղանակով միացի էլեկտրամագնիսական համակարգը բնորոշող մեծությունների հետևյալ արժեքների համար լուծվել է մագնիսական շղթայի ուղիղ խնդիրը. $d_{qu} = 90$ մմ, $d_{qu} = 70$ մմ, $d_{uf} = 60$ մմ, $d_{qu} = 35$ մմ, $l_d = 5$ մմ, $k = 0,3$, $l_{uf} = 80$ մմ, $l_y = 40$ մմ, $a = 10$ մմ, $\Delta = 0,5$ մմ, $v = 20$ մ/վ, $c = 0,1$, $\rho = 900$ կգ/մ³: Մագնիսական մասնիկների նյութի համար ընտրվել է 10 մակնիշի պողպատը, որի մագնիսացման կորը խնդրի լուծման ընթացքում ներկայացվել է աղյուսակային տեսքով, իսկ B ինդուկցիայի հայտնի արժեքով H լարվածության արժեքը որոշելիս կիրառվել է կտոր-գծային մոտարկման մեթոդը [6]: Կառավարման փաթույթի ՄՇՈՒ-ի հաշվարկային արժեքը կազմել է $F=1183,94$ Ա:

Նկ. 6-ի գրաֆիկների վրա տրված է մագնիսական շղթայի հակադարձ խնդրի լուծման ճանապարհով ՄՇՈՒ-ի $F=1183,94$ Ա հաշվարկային արժեքի համար ստացված $P_L(l_{d2})$ քարշային բնութագիրը: Նույն գրաֆիկի վրա, համեմատության նպատակով, կառուցվել են համակարգի քարշային բնութագրերը ՄՇՈՒ-ի $F=1000$ Ա և $F=500$ Ա արժեքների համար:



Նկ. 6. Կախյալ էլեկտրամագնիսական համակարգի քարշային բնութագիրը

Եզրակացություն. Ժամանակակից գերավտոմեքենաներում կիրառվում են մագնիսական (մագնիսառեղդիական) հեղուկով կախոցներ, որոնց բնութագրերը փոփոխվում են՝ կախված բեռից, արագությունից, ճանապարհային պայմաններից և այլն: Այս կախոցների նախագծման և աշխատանքային բնութագրերի կառավարման տեսանկյունից կարևոր նշանակություն ունեն կախոցի յուղային միջավայրի մագնիսական մասնիկների շարժման արագության և կախոցի կառավարման փաթույթի հոսանքի (ՄՇՈՒ-ի) փոխադարձ կախվածությունները: Վեր-

ջիններին բացահայտման նպատակով կազմվել են կախոցի էլեկտրամագնիսական համակարգի մագնիսական շղթայի փոխարինման սխեման ու մաթեմատիկական մոդելը, առաջադրվել և լուծվել են մագնիսական շղթայի հաշվարկի ուղիղ և հակադարձ խնդիրները, կառուցվել են համակարգի քարշային բնութագրերը:

Հետազոտությունը կատարվել է ՀԱՊՀ էլեկտրամագնիսական համակարգերի ու Ավտոմատացված համակարգերի մոդելավորման բազային գիտահետազոտական լաբորատորիաներում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Савич Е.Л.** Легковые автомобили. - 2-е издание. - Минск: Новое знание; Москва: ИНФРА-М, 2013. - 752 с.
2. **Прандтль Л.** Гидроаэромеханика. - Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2000. - 576 с.
3. **Գրիգորյան Ա.Խ.** Կառավարման էլեկտրական ապարատներ: Ուսումնական ձեռնարկ. - Եր.: ՀՊՃՀ, Ճարտարագետ, 2011. - 176 էջ:
4. **Գրիգորյան Ա.Խ.** Կառավարման և մեքենայացման էլեկտրամագնիսական համակարգեր (հետազոտություն, հաշվարկ և նախագծում, նոր համակարգերի մշակում). Դոկ.ատեն. սեղմագիր. - Եր., 1996. - 88 էջ:
5. **Соболев С.Н.** Расчет и конструирование низковольтной электрической аппаратуры. - М.: Высшая школа, 1981. - 224 с.
6. **Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.** Численные методы. - М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. - 636 с.

Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարան: Նյութը ներկայացվել է խմբագրության 25.10.2017:

Ա.Х. ГРИГОРЯН, Г.А. АГДЖОЯН, Т.Р. МЕЛКОНЯН, Н.Г. ЧУХАДЖЯН

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ МАГНИТОУПРАВЛЯЕМОЙ ПОДВЕСКИ

Исследована электромагнитная система магнитоуправляемой подвески автомобиля с магнитной (магнитореологической) жидкостью. Составлена схема замещения магнитной цепи, разработана математическая модель системы. В ходе исследований было принято, что подвешенные в масле подвески частицы магнитного материала имеют кубическую форму. Предложены способы выявления взаимных зависимостей значения тока обмотки управления подвеской и скорости движения в масле подвески магнитных частиц.

Ключевые слова: автомобиль, подвеска, амортизатор, магнитная жидкость, магнитореологическая жидкость, электромагнитная система, магнитная цепь, математическая модель, тяговая характеристика.

**A.KH. GRIGORYAN, G.A. AGHJOYAN, T.R. MELKONYAN,
N.H. CHUKHAJYAN**

**MODELING AND DETERMINING THE CHARACTERISTICS OF
ELECTROMAGNETIC SYSTEM OF THE MAGNETIC CONTROL SUSPENSION**

The electromagnetic system of the automobile suspension with magnetic control, working through magnetic (magnetorheologic) fluid is researched. The equivalent circuit of the magnetic circuit is plotted, the system's mathematical model is developed. During research, it was assumed that the suspensions of the magnetic material particle suspended in oil have a cubic shape. Methods for identifying the interdependencies between the current of the control system's winding and the velocity of the fluid's magnetic particles are proposed.

Keywords: automobile, suspension, shock absorber, magnetic fluid, magnetorheologic fluid, electromagnetic system, magnetic circuit, mathematical model, traction characteristic.

N.H. ABROYAN

RECURRENT NEURAL NETWORKS FOR CLASSIFYING THE REAL-TIME
DATA

In this paper, we provide a method of classification of real-time data by using recurrent neural networks. During the last several years, artificial intelligence researchers and specialists achieved notable results in visual, voice and natural language processing tasks by using new methods and approaches of deep learning, such as recurrent neural networks. However, not much research on the usage of such networks for elaboration of real-time data takes place. The goal of this work is exploring, experimenting and providing a new approach of classification of non-stationary data using recurrent neural networks.

Keywords: deep learning, recurrent neural networks, real-time data, classification.

Introduction. Starting from 2006, deep machine learning (more commonly called deep learning), has appeared as a new field of machine learning research [1]. During the past several years, the techniques and methods that have been developed from deep learning research have revolutionized and started a new era of machine learning and artificial intelligence. There are three important reasons which have made deep learning so popular today - the chip processing abilities have been drastically increased (e.g., general-purpose graphical processing units or GPGPUs), the size of data for training have been significantly advanced, and some new discoveries have been made in the field of machine learning and signal/information processing research [1]. The usage of convolutional, recurrent neural networks, restricted Boltzmann machines, and deep belief networks hugely improved the results of machine and deep learning problems. However, most researches that are carried out now are mostly devoted to visual, natural language, signal processing. Thus, researchers do not often talk about real-time machine learning, which has some specific properties [2]. However, the usage of real-time systems becomes more and more widespread. Thus, it is quite effective and convenient to use machine learning in real time systems for processing a huge amount of newly generated data. In this work, we continue the research started in [3] and [4]. As it turned out in [3], just by switching from classical feed forward to convolutional neural networks mainly keeping the structure of neural network, the performance will not always be improved. Hence, there is a need to take extra steps and pick a correct architecture for the neural network. Moreover, as no free lunch

theorem states, no algorithm performs universally better than any other [5]. For that reason, the architecture should be picked up individually for each specific problem. In this paper, we are concentrating on recurrent neural networks and propose a new method for classification of real-time non-stationary data.

Real-time data. In this work, by saying real-time data, we mean that its total correctness depends not only upon its logical correctness, but also upon the time in which it is performed [2]. A lot of examples of such data can be found in the financial sphere, as an example of such data could be stock prices that rapidly change over time. Another example of a real-time system can be the financial transaction fraud detection system. That is, all orders in stock exchange market are processed and tested for not being fraud. One way of doing that, is using Gaussian distribution [6]. After receiving an alert about possible fraud operation, a qualified person must decide whether that action is normal or not. In fact, that person solves a real-time classification problem, which can be modeled into a machine learning problem. Another and very popular example is deciding the credit approval, i.e. whether a person should be allowed to take a credit from a bank or not. In all above cases, correctness of data and approval decision strongly depend on time. Data of a market order or bank client can sometime later be changed qualitatively and may not be relevant to the training data. For now, we are going to train our model based on historical data and do classification in real time. For simplicity we will not take into account the mentioned fact that historical data may become irrelevant over some time (this is going to be a topic for further research). The basic structure of the described system is presented in Fig. 1.

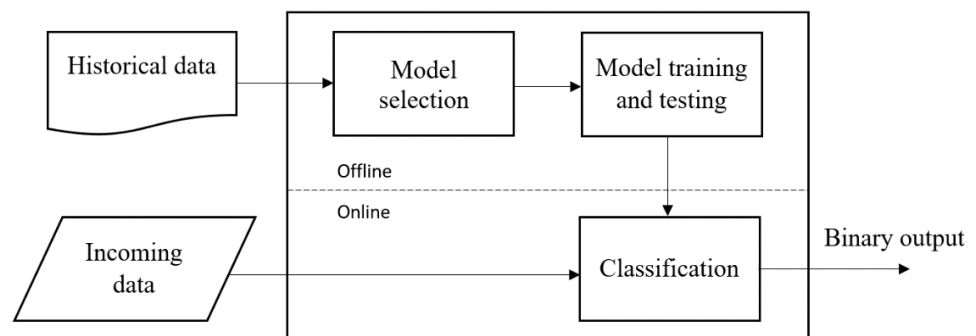


Fig. 1. The illustration of the real-time classification system

In this work, experiments of neural networks are mainly performed for the examples of the credit approval and fraud detection problems.

Recurrent neural networks and related works. Recurrent neural networks are special type of networks, which are used for processing sequential data [5]. A

neural network is considered to be a recurrent neural network if it has at least one feedback loop [7]. For instance, it is possible to have a recurrent network which has a single layer, where each neuron feeds its output signal back to the inputs of all the other neurons [7]. An important fact about recurrent networks is that they can form memory circuits [8]. Recurrent networks can have different architectural layouts. Some examples are presented in Fig. 2.

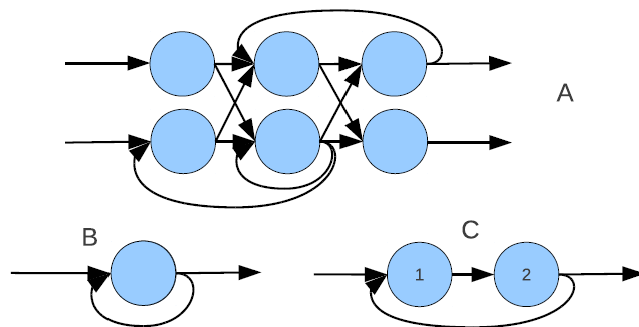


Fig. 2. Examples of recurrent neural networks

In Fig. 2, A is a general recurrent neural network with 3 layers and 3 recurrent connections; B is a self-recurrent neuron, and at every moment, its input depends on its previous output; C is a two-layer recurrent network, where the output of neuron 2 goes to the input of neuron 1, whose output goes into the input of neuron 2 [8].

Often, for making recurrent networks visually more understandable and look like feedforward networks, the unfolded version is represented. An example of an unfolded version is shown in Fig. 3.

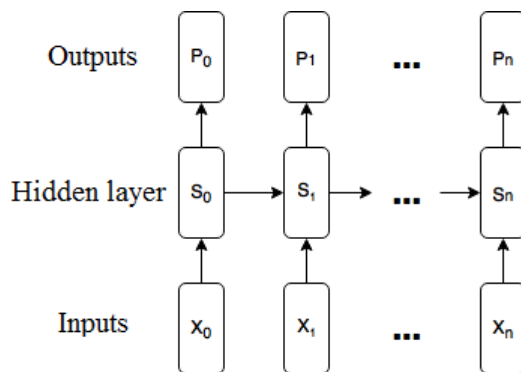


Fig. 3. An example of an unfolded recurrent neural network with one hidden layer

However, researchers started to use recurrent neural networks widely only several years ago, because, before that, it was difficult to train them because of

long-term dependencies, giving rise to vanishing or exploding gradient. That problem is solved through using gated recurrent neural networks, such as LSTMs (long short-term memory). Gates allow the network to accumulate information over a long period of time [5]. After using that information, it might be useful for the neural network to forget the old state i.e. be set to zero [5]. Here a question arises – when to clear the state? Of course, one solution is clearing manually. However, instead of that, it would be effective if the neural network could learn to decide when to do it. This is what gated recurrent neural networks do [5]. An example of a LSTM cell is presented in Fig. 4.

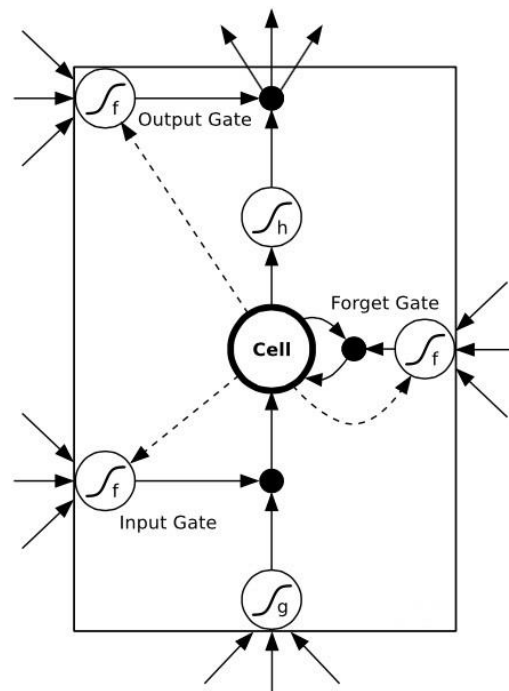


Fig. 4. An example of a LSTM cell

In Fig. 4, continuous arrows show matrix multiplications, dashed arrows show weighted peephole connections (using diagonal matrices). f , g , h are non-linear functions (usually tanh, sigmoid or RELU) [5]. Forget gate is the gate, which either keeps or resets the memory.

Recurrent neural networks have already been used for classification problem for detecting credit card fraud transactions [9]. In the mentioned work, it is shown that recurrent networks outperform the well known Support Vector Machines (SVM) algorithm. On the other hand, in [10] it is experimentally shown that convolutional neural networks perform better than other state-of-art methods

(including SVM) for credit card fraud detection problem on real transaction data of a commercial bank. In this paper, we propose a new method of classification of real-time non-stationary data using recurrent neural networks and provide a comparison of the above mentioned methods.

Experiments and Results. For experiments and implementation of neural networks, Keras library with TensorFlow backend was used [11]. As an initial experimental data set, “German Credit Data” data set has been used. The whole data set and detailed information can be found in [12]. As the data set being used, is not big, k-fold cross validation algorithm [5] is used for choosing hyperparameters. Binary crossentropy [5] was chosen as a loss function. Rectified linear unit activation function was used for hidden layers [5]. At solving the binary classification problem, we use the sigmoid activation function instead of softmax for the output unit [5]. For making a model to generalize well, the dropout regularization method was used [5]. All the mentioned hyperparameters have been picked up empirically by considering the best practices mentioned in [1, 5, 6]. For comparing our experiments with the already known result in [9] and [10], we are going to measure our model performance with

$$F_1 = 2 \cdot \frac{\text{precision} \cdot \text{recall}}{\text{precision} + \text{recall}}$$

score [6]. As it is known there should be a tradeoff between precision and recall. The latter values can be adjusted by changing decision threshold. About thirty experiments were performed, which results are presented in Table 1.

Table 1

Experimental results of F_1 score

Experiments	F ₁ scores	Experiments	F ₁ scores	Experiments	F ₁ scores
1	0.910	11	0.888	21	0.921
2	0.908	12	0.921	22	0.902
3	0.889	13	0.915	23	0.885
4	0.920	14	0.905	24	0.880
5	0.908	15	0.895	25	0.880
6	0.903	16	0.880	26	0.898
7	0.897	17	0.884	27	0.906
8	0.921	18	0.898	28	0.908
9	0.921	19	0.887	29	0.910
10	0.917	20	0.888	30	0.880

The best and the worst results are presented in Table 2 for comparing them with already known results in [10].

Table 2

Results comparison

Experiments	Our results	Known results
Best result	0.92	0.75
Worst result	0.88	0.7

From Table 2, it is possible to see that in a result of experiments up to 0.92 F_1 score was achieved just by using one hidden layer. Which is better than already known results in [10]. On the other hand, results in [9] are not presented by F_1 score. Instead, the results are presented via FAR, TPR parameters and ROC curve. However, it is clearly presented that the algorithm in [9] notably outperforms SVM.

Moreover, to make sure that our results perform and generalize well, we performed similar experiments on another credit card transaction fraud detection dataset. Detailed information for this dataset can be found in [13]. Here also, up to about 0.91 F_1 score was achieved, with almost the same neural network architecture. Actually, these results are better than our previous results in [4].

Conclusion. In this paper, we proposed a method of classification of non-stationary data using LSTM recurrent neural networks. As a result of experiments, we achieved up to 0.92 F_1 score on different data sets with a small neural network, which on the one hand is better than the latest already known method proposed in [10], and on the other hand gives another parametric description to the method proposed in [9].

REFERENCES

1. **Deng L., Yu D.** Deep Learning: Methods and Applications // Foundations and Trends in Signal Processing.- 2014.- Vol. 7, Nos. 3–4.- P. 197–230.
2. **Abroyan N., Hakobyan R.** A Review of the Usage of Machine Learning in Real-time Systems // Proceedings of NPUA, Information technologies, Electronics, Radio engineering.– 2016.- № 1.- P. 46–54.
3. **Abroyan N.** Classification of Real-time Data Using Deep Learning // Proceedings of the 13th International Conference of Science and Technology, New Information Technologies and Systems.- Penza, Russia, 2016.- P. 109-112.
4. **Abroyan N., Hakobyan R.** Convolutional Neural Networks for Real-time Data Classification // Proceedings of the 11th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT 2017).- Yerevan, Armenia, 2017.- P. 267-269.
5. **Goodfellow I., Bengio Y., Courville A.** Deep Learning.- Cambridge, Massachusetts, The MIT Press, 2016.- 800 p.

6. **Ng A.** CS 229 Machine Learning Course Materials.- Stanford University [http://cs229.stanford.edu/materials.html].- 2016.
7. **Haykin S.** Neural Networks and Learning Machines.- 3rd ed., McMaster University.- Hamilton, Ontario, Canada, 2009.- 936 p.
8. **Sher G.** Handbook of Neuroevolution Through Erlang.- University of Central Florida.- Orlando, Florida, USA, 2013.- 831 p.
9. **Wiese B., Omlin C.** Credit Card Transactions, Fraud Detection, and Machine Learning: Modelling Time with LSTM Recurrent Neural Networks // Innovations in Neural Information Paradigms and Applications.- 2009.- P. 235-272.
10. **Fu K., Cheng D., Tu Y., Zhang L.** Credit Card Fraud Detection Using Convolutional Neural Networks // Proceedings of 23rd International Conference, ICONIP.- Kyoto, Japan, 2016.- Part III.- P. 483-490.
11. **Chollet F.** Keras: Deep Learning library for Theano and TensorFlow.- Github, [https://github.com/fchollet/keras].- 2015.
12. **Lichman M.** UCI Machine Learning Repository // [http://archive.ics.uci.edu/ml].- Irvine, CA: University of California, School of Information and Computer Science, 2013.
13. **Pozzolo A., Caelen O., Johnson R., Bontempi G.** Calibrating Probability with Undersampling for Unbalanced Classification // In Symposium on Computational Intelligence and Data Mining (CIDM), IEEE.- 2015.- P 159-166.

National Polytechnic University of Armenia. The material is received 17.10.2017.

Ն.Զ. ԱԲՐՈՅԱՆ

ՌԵԿՈՒՐԵՆՏ ՆԵՅՐՈՆԱՅԻՆ ՑԱՆՅԵՐ՝ ԻՐԱԿԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿԻ ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ ԴԱՍԱԿԱՐԳՄԱՆ ՀԱՄԱՐ

Առաջարկվում է իրական ժամանակի տվյալների դասակարգման մեթոդ՝ ռեկուրենտ նեյտրոնային ցանցերի կիրառմամբ: Վերջին մի քանի տարիների ընթացքում արհեստական բանականության ոլորտի հետազոտողները և մասնագետները հասել են նշանակալի արդյունքների պատկերային, ձայնային և բնական լեզվի մշակման խնդիրներում՝ օգտագործելով խոր ուսուցման այնպիսի նոր մեթոդներ և մոտեցումներ, ինչպիսիք են ռեկուրենտ նեյտրոնային ցանցերը: Սակայն քիչ հետազոտություններ են կատարվում այդպիսի նեյտրոնային ցանցերն իրական ժամանակի տվյալների մշակման համար օգտագործելու ուղղությամբ: Սույն աշխատանքի նպատակն է հետազոտել, փորձարկել և առաջարկել ոչ ստացիոնար տվյալների դասակարգման մի նոր մոտեցում՝ կիրառելով ռեկուրենտ նեյտրոնային ցանցերը:

Առանցքային բառեր. խոր ուսուցում, ռեկուրենտ նեյտրոնային ցանցեր, իրական ժամանակի տվյալներ, դասակարգում:

Н.О. АБРОЯН

**РЕКУРРЕНТНЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ ДАННЫХ
РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ**

Предлагается метод классификации данных реального времени с использованием рекуррентных нейронных сетей. В течение последних лет исследователи и специалисты по искусственному интеллекту добились заметных результатов в задачах обработки визуального, голосового и естественного языка, используя новые методы и подходы глубокого обучения, такие как рекуррентные нейронные сети. Тем не менее имеется немного исследований по использованию таких сетей для обработки данных реального времени. Целью работы является изучение, экспериментирование и предложение нового подхода к классификации нестационарных данных с использованием рекуррентных нейронных сетей.

Ключевые слова: глубокое обучение, рекуррентные нейронные сети, данные реального времени, классификация.

V.SH. MELIKYAN, A.V. AVETISYAN, K.H. SAFARYAN

**CUT-OFF CIRCUIT FOR DUAL RAIL SRAM PERIPHERY WITH
IMPROVED DYNAMIC POWER**

New circuit technique to reduce the dynamic mode power of SRAM is proposed. A cut-off-circuit (COC) is proposed to turn off the periphery voltage while keeping memory array voltage as high. This circuit is implemented in a dual-rail-supply SRAM.

Keywords: static random access memory; power; voltage; dynamic; supply; dual-rail.

Introduction. Nowadays, mobile applications are widely used such as smartphone processors, autopilot cars or virtual-reality headsets, and one of the main challenges for those devices is SRAM memories, that can be operated in a low-power state to extend the battery life [1]. One of the methods for power reduction is the power management mode, which affects the design architecture more than clock gating. It increases time delays, as power gated modes must be safely entered and deduced. Architectural trade-offs exist between designing the amount of leakage power saving in low power modes and the energy dissipation to enter and exit the low power modes. An externally switched power supply is a very basic form of power gating to achieve long-term leakage power reduction. To shut off the block for small intervals of time, internal power gating is more suitable, such as power gating, with light sleep mode, which can drop the array voltage to the lowest possible retention power and shut down mode which turns off the array with no data retention, so the array and periphery are power-gated. But the disadvantage of these modes is the area loss, to overcome this problem, a cut-off-circuit (COC) is proposed. Due to this method, the external CUT signal can control the supply switch of the memory periphery, and at the same time keep the memory array content. This paper demonstrates the cut-off circuit, with improved dynamic power. The rest of the paper is organized as follows. In the first section, the schematic design and operation of the conventional power gating schemes are described. The proposed COC scheme for dual-rail memory architecture is explained in detail in the “proposed cut off circuit and operations for dual rail SRAM periphery” section.

Problems and justification of the methodology:

A. Normal Sleep-Circuit.

One of the widely used power gating feature is data-retention gated power [2] scheme, which provides lower supply across the memory cells, using header and footer devices during the sleep mode (Fig.1). The active current is controlled by the input ENP signal, which activates the PMOS transistor, so internal-VDD starts falling.

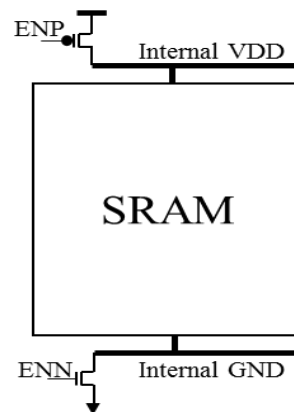


Fig. 1. Normal Sleep Circuit

The normal mode active sink, controlled by the ENN signal, which activates the NMOS transistor and due to that internal-GND plane starts rising.

B. Sleep-Circuit with P-Diode.

When the PMOS transistor becomes fast and the NMOS transistor becomes slow, the value of internal GND increases dramatically, despite the low leakage. This is the problem in normal sleep-circuit at cross corners.

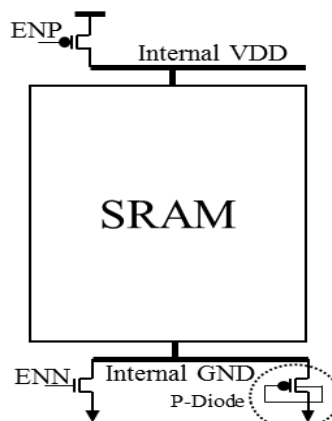


Fig. 2. Sleep Circuit with Footer P-Diode

Due to large process variations, a situation arrives, when at cross corner conditions, rail-to-rail voltage becomes minimum. The solution for these phenomena is to append the P-diode on the internal GND (Fig. 2). To meet the threshold voltage requirement, the p-diode bulk is connected to the ground. Internal-VDD level is reduced because of the increased leakage, which in turn is a feedback to the bulk of P-diode, reducing the threshold voltage of this device.

C. Sleep-Circuit with Header Feedback P-Diode.

The above mentioned method, however has a problem when both devices (NMOS and PMOS) are slow. At this point, the internal-VDD has an inordinate value drop. Moreover, to solve this challenge, in addition to footer p-diode, it is decided to use one more p-diode on the header with a feedback (Fig. 3), which will take care of the drop. This feedback reduces the threshold voltage of the header p-diode, thus precludes the internal-VDD from falling to a certain value. The same method can be used at the footer p-diode with an internal-GND. At low temperatures, threshold voltage increases and a stability [3] problem arrives, due to severe reduction in rail-to-rail-voltage, which creates a limitation for the low voltage designs [4]. This is undesirable if such a restriction occurs with a very low leakage condition or corner, where sleep circuit is not required.

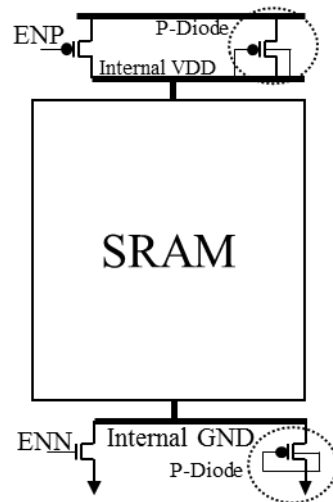


Fig.3. Sleep Circuit with Header Feedback P-Diode

SRAM with dual rail option. The disadvantage of the methods mentioned in the upper section is the area loss when SRAM memory has two physically separated supply voltages for array and periphery, because all the methods are applied on a single SRAM cell, so if the number of words and the number of bits are big, the sleep circuits will dramatically affect the full memory area. Firstly, to

separate the supply for the array and the periphery, the dual rail option is enabled in memory, the periphery power rail and the array power rail are physically separated. Level shifters are used at the boundary of the array, allowing to run the memory array and periphery at different voltages. There are two types of level shifter implementation. If performance is not critical, then periphery voltage can be reduced till the minimum logic functional voltage and, at the same time, keeping the array at the minimum array voltage. In this way, dynamic power is reduced in periphery [5].

1. Level shifters at memory top boundary.
2. Level shifters between control cells and array matrix.

Level shifters at memory top boundary.

Level shifters are added at the memory macro top boundary (Fig. 4), periphery gets the array supply and external supply (VDD) connects to memory input pins. In this case higher internal periphery operating voltage may enable higher speed, but there is no any advantage in dynamic power from the macro when external supply goes low as internal periphery is at higher voltage.

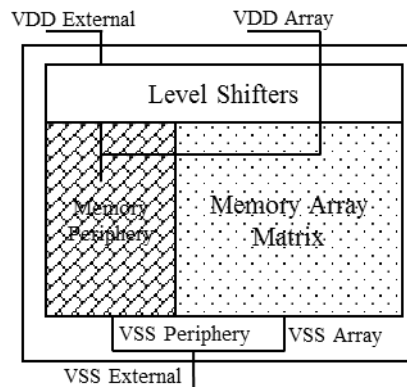


Fig. 4. Dual Rail implementation on top of the memory

Level shifters between control cells and array matrix

Level shifters are added between the periphery and array matrices (Fig. 5). VDD periphery supply is connected to the chip level VDD. Memory macro power is mostly consumed by periphery and it gets power reduction from lower voltage. Some voltage gap between the array and periphery supply can provide lower power.

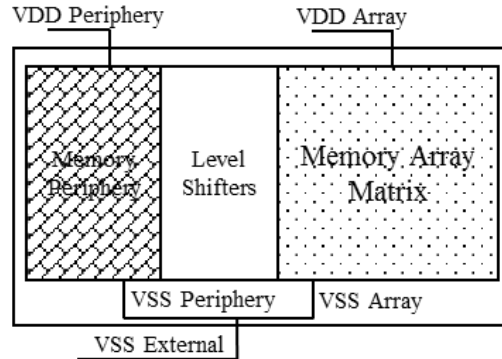


Fig. 5. Dual rail implementation between periphery and array

Proposed cut off circuit and operations for dual rail SRAM periphery.

The proposed cut-off-circuit feature is used only when the memory has dual rail option. This circuit can be used to put memory in power down mode, which will allow the periphery supply to turn off completely and keep the memory content. In Fig. 6, the top-level structure of the COC circuit is shown.

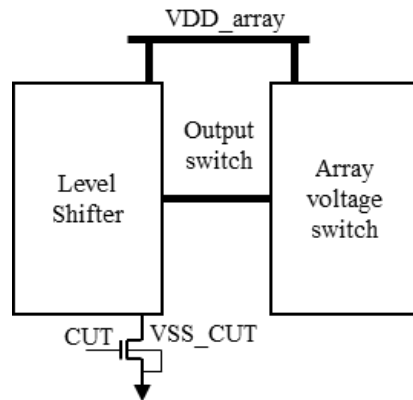


Fig. 6. Top level implementation of COC

This consists of level shifter, array voltage switch and one NMOS transistor. The control signal is CUT, when it is "1" the via NMOS the VSS_CUT discharges to GND, when it is "0" the VSS_CUT is isolated from GND and the source of N2 transistor from level shifter will be floating. This will give an opportunity to control the output switch when CUT signal is disabled and IN and IN inverse signals are respectively "0" and "1". In Fig. 7, the structure of the level shifter is shown. When CUT signal is low, and IN is low the drain of N2 transistor is floating, the P2 is cut off and the current flows from the VDD_array to the output switch. Because the P3 size is small, less current flows along P3. Thus, the

power decreases. The Array voltage switch is presented to control the memory matrix supply, thereby the information in the bit cells can be maintained (Fig. 8).

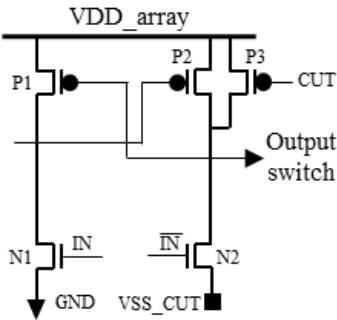


Fig. 7. Structure of level shifter

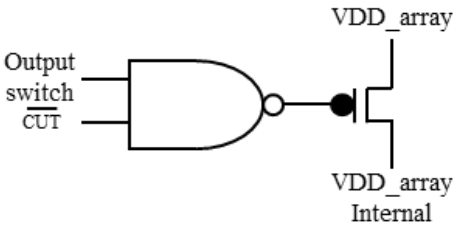


Fig. 8. Structure of the array voltage switch

Measurement results. 512-b SRAM with 6T bitcell and proposed technique has been designed in a 28-NM CMOS technology. The power management is disabled in this memory and the cut-off mode is enabled.

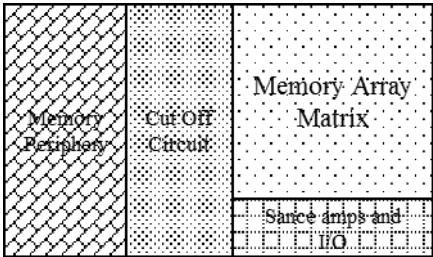


Fig. 9. COC scheme implementation

The memory array is created with 64 physical rows and 8 physical columns. The proposed COC scheme is implemented for the memory array Fig. 9. The peripheral circuit, such as sense amplifiers, control circuit are placed as shown in Fig. 9.

Dynamic power and memory area values for the main PVT corner without using COC scheme is presented in Table 1.

Table 1

Results for regular SRAM

Description	Value
Dynamic Power(uW)	7.77
Area(SM)	300.41

After the COC scheme implementation the dynamic power and the memory area parameters have the following values (Table 2).

Table 2

Results for regular SRAM with COC scheme

Description	Value
Dynamic Power(uW)	7.372
Area(SM)	349.52

As a result, by applying the COC scheme in the SRAM memory, the difference in dynamic power is decreased around 5%, but at the same time, the area is increased by 16%.

Conclusion. 6T SRAM has been presented with an inbuilt cut-off-circuit (COC) scheme to reduce the dynamic power of SRAM. This technique saves dynamic power for the read/write operations. The scheme can be implemented on any SRAM, which has dual rail option. It selectively activates the CUT signal and gives an opportunity to turn off periphery supply and keep memory content then deactivates CUT. As a result, during the read/write cycles, the dynamic power is saved. The dynamic power saving is around 5%, the disadvantage of this method is the memory area increase by 16%.

REFERENCES

1. Embedded SRAM designs for enhancing performance, power and area (PPA) in 16 nm FinFET technology /K. Nii, Y. Ishii, M. Yabuuchi, et al //2016 13th IEEE International Conference on Solid-State and Integrated Circuit Technology (ICSICT). – September, 2016. – P. 563 – 566.
2. Jiao H., Kursun V. Power gated SRAM circuits with data retention capability and high immunity to noise: A comparison for reliability in low leakage sleep mode // 2010 International SoC Design Conference. – April, 2010. – P. 5 – 8.
3. Write-back technique for single-ended 7T SRAM cell /V. Melikyan, A. Avetisyan, D. Babayan, et al //2017 IEEE 37th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO). – April, 2017. – P. 112 – 115.

4. A new approach of multi voltage and adaptive voltage scaling techniques for 16 nm FinFET RISC processor / **D. Babayan, E. Babayan, A. Avetisyan, et al** //2017 IEEE 37th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO) – April, 2017. – P. 128 – 131.
5. **Qazi M., Stawiasz K., Chang L., Chandrakasan A.P.** A 512 kb 8 T SRAM macro operating down to 0.57 V with an AC-coupled sense amplifier and embedded data-retention-voltage sensor in 45 nm SOI CMOS // IEEE Journal of Solid-State Circuits. January, 2011. – Vol. 46, No. 1. – P. 85 – 96.

Synopsys Armenia CJSC, Synopsys Armenia Educational Department (SAED). The material is received 04.10.2017.

Վ.Շ. ՄԵԼԻԿՅԱՆ, Ա.Վ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Կ.Հ. ՍԱՖԱՐՅԱՆ

**ՍՏԱՏԻԿ ԿԱՄԱՅԱԿԱՆ ԸՆՏՐՈՒԹՅԱՍԲ ՀԻՇԱՍԱՐՔԻ ԴԻՆԱՄԻԿ ՀԶՈՐՈՒԹՅԱՆ
ՆՎԱԶԵՑՄԱՆ ՄԽԵՄԱ**

Առաջարկվում է նոր սխեմա՝ ստատիկ կամայական ընտրությամբ հիշասարքի դինամիկ ռեժիմի հզորությունը նվազեցնելու նպատակով: Ներկայացվում է մի շղթա, որն անջատում է շրջագծի լարումը՝ պահպանելով հիշողության մատրիցի լարումը: Ի տարբերություն դինամիկ հզորության կրճատման այլ մեթոդների՝ առաջարկվող մեթոդն ապահովում է դինամիկ հզորության նվազեցումը՝ միևնույն ժամանակ ունենալով մակերեսի նվազագույն աճ: Այս սխեման իրականացված է կրկնակի սնուցման դողերով ստատիկ կամայական ընտրությամբ հիշասարքերում:

Առանցքային բառեր. ստատիկ կամայական ընտրությամբ հիշասարք, հզորություն, լարում, դինամիկ, կրկնակի դող:

В.Ш. МЕЛИКЯН, А.В. АВЕТИСЯН, К.Г. САФАРЯН

**СХЕМА ДЛЯ СНИЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ В
СТАТИЧЕСКОЙ ПАМЯТИ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ДОСТУПОМ**

Предложена новая схема для снижения мощности динамического режима статической памяти с произвольным доступом. Предлагается цепь, которая отключает напряжение периферии, при этом сохраняя напряжение матрицы памяти. В отличие от других методов снижения динамической мощности, предложенный метод имеет меньшую разницу в площади памяти и в то же время обеспечивает наибольшее снижение динамической мощности. Эта схема реализована в статической памяти с произвольным доступом с двумя шинами питания.

Ключевые слова: статическая память произвольного доступа, мощность, напряжение, динамический, двойная шина.

А.Г. ГУЛЯН, О.Ж. СЕВОЯН, А.М. ТАНТУШЯН

**АВТОМАТИЧЕСКОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ ЧЕТЫРЕХ ВИДОВ
СИМУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ
ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ**

Описаны разработка и применение искусственной нейронной сети (ИНС) и обоснована ее правильная и эффективная работа в среде графического программирования LabVIEW. С этой целью разработана базовая модель ИНС в среде LabVIEW, которая использовалась для автоматического распознавания нескольких видов сигналов, симулированных в реальных условиях.

Ключевые слова: искусственные нейронные сети, автоматическое распознавание модуляций.

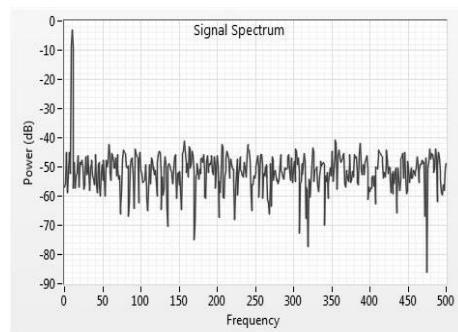
Введение. Для решения задачи автоматического распознавания вида модуляций в [1] было предложено использование метода ИНС. Для того чтобы обосновать, что данный метод работоспособен для решения такого вида задачи и он реализуем в среде графического программирования LabVIEW, была разработана базовая модель ИНС, которая использовалась для распознавания четырех разных видов сигналов. Этими сигналами являются Sine, Triangle, Square и Sawtooth, которые были симулированы в условиях, близких к реальным, т.е. при наличии белого гауссовского шума. Также были выбраны ключевые характеристики, извлеченные из них, которые являются входными данными разработанной сети.

Цель данной работы - показать, что полученные точные результаты проведенных тестов по распознаванию четырех видов сигналов дают основу для дальнейшей разработки и усовершенствования алгоритма в среде LabVIEW для более комплексных задач и расчетов, в особенности для задачи АРМ. Для этого в работе поэтапно описаны шаги, предпринятые для разработки базовой модели ИНС, работа алгоритма и результаты симуляций.

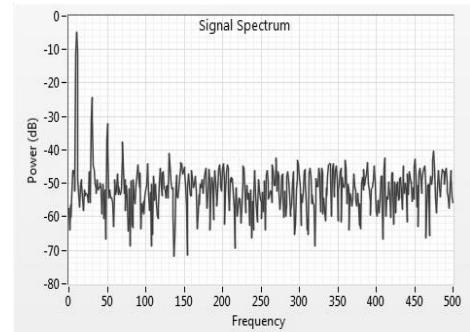
1. Извлечение ключевых характеристик. Ключевые характеристики представляют собой данные, которые характеризуют конкретные, индивидуальные значения входных сигналов. Ключевые характеристики выбираются в зависимости от приложения и вида классификации, которую ИНС должна провести. Е.Е. Аззоуз и А.К. Нанди в [2] привели ключевые характеристики для распознавания и аналоговых, и цифровых модуляций. Некоторые выбранные

ключевые характеристики сигнала могут быть одинаковыми для двух видов модуляций, но не существует таких двух типов модуляций, для которых все ключевые характеристики были бы одинаковыми. Следовательно, знание пороговых значений для каждой характеристики каждого вида модуляции позволяет правильно классифицировать их.

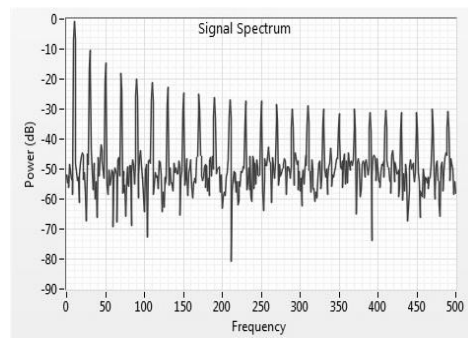
Для четырех видов сигналов Sine, Triangle, Square и Sawtooth ключевыми характеристиками были выбраны уровни их первых четырех гармоник. Выбор обосновывается тем, что у каждого вида особые уровни гармоник, и в зависимости от увеличения номера гармоники, разность между уровнями следующих гармоник сокращается индивидуальным образом.



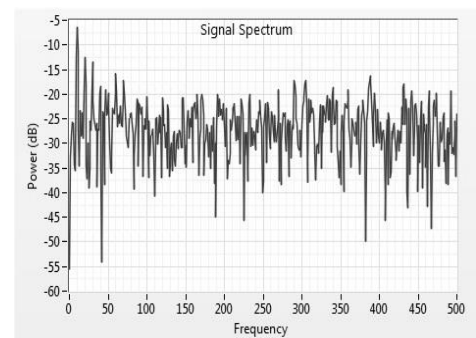
а)



б)



в)



г)

Рис. Спектры сигналов: а – Sine, б – Triangle, в - Square и г - Sawtooth

На рисунке можно увидеть спектры симулированных сигналов с частотой 10 Гц и амплитудой 1 с прибавленным гауссовским шумом. Частота и амплитуда сигналов были выбраны произвольным образом. Из рисунка (а) видно, что у синуса одна фундаментальная гармоника. Уровни гармоник сигнала Triangle, отображенного на рисунке (б), снижаются довольно резко, и разность уровней фундаментальной и второй гармоник довольно большая. Рисунок (в)

показывает, что уровни гармоник сигнала Square снижаются сравнительно плавным образом, и они довольно большие по сравнению с другими сигналами. Сигнал Sawtooth имеет гармоники на всех кратных частотах, т.е. на $2f$, $3f$, $4f$... и т.д. Следовательно, разность уровней гармоник незначительная.

В табл. 1 приведены уровни первых четырех гармоник каждого сигнала.

Таблица 1

Уровни первых четырех гармоник сигналов

Sine	Triangle	Square	Sawtooth
0,99848	0,81229	1,27299	0,654083
0,00481117	0,0890761	0,425666	0,318342
0,00468779	0,0317383	0,254277	0,274312
0,00439043	0,0159492	0,184412	0,230254

Как видно из таблицы, все уровни разные, что и является отличительной характеристикой сигналов. Для того чтобы подать эти значения на входы сети, нужно пронормировать их с уровнем фундаментальной гармоники. Иными словами, нужно поделить уровни всех четырех гармоник сигнала на уровень его фундаментальной гармоники. Нормировка обязательна, чтобы изменение амплитуды сигнала не имело бы значительного влияния на входные значения сети.

2. Обучение и тестировка сети. Разработанная базовая модель ИНС состоит из входного слоя с четырьмя нейронами, двух скрытых слоев, каждый с шестью нейронами, и выходного слоя с четырьмя выходными нейронами. Входными и выходными проверочными данными обучающих пар сети являлись пронормированные значения уровней. Таким образом, во время обучения сеть устанавливает такой набор “весов”, чтобы на выходах получить те же значения, что и на входах.

Обучение сети было проведено на основе алгоритма обратного распространения ошибки [3]. Поскольку во время обучения данные проходят этапы прямого и обратного распространения, то за общее количество итераций было взято число 32768, являющееся степенью двойки. Во время обучения сеть считает ошибку каждого выходного нейрона по формуле

$$E_k = \frac{1}{2} (y_k - t_z)^2, \quad (1)$$

где t_z - это z -й элемент требуемых выходных значений сети, а y_k – k -е полученное выходное значение. Значения ошибок сети после этапа обучения отображены в табл. 2.

Таблица 2

Ошибки выходных нейронов K для каждого сигнала

Но ошибки	Sine	Triangle	Square	Sawtooth
Ошибка k_1	1,22629E-5	1,22269E-5	1,30666E-5	1,2749E-5
Ошибка k_2	1,22765E-5	1,23371E-5	1,31654E-5	1,28466E-5
Ошибка k_3	1,21942E-5	1,22235E-5	1,31754E-5	1,26765E-5
Ошибка k_4	1,22888E-5	1,21981E-5	1,30192E-5	1,26339E-5

Из таблицы видно, что ошибки сети очень маленькие, т.е. обучение прошло довольно эффективно. После обучения для каждого вида сигналов установленные “весы” были сохранены в отдельных файлах. После того как сеть обучена и соответствующие “весы” для всех сигналов сохранены в файлах, можно перейти к тестированию.

Во время теста генерируется любой из четырех сигналов, извлекаются ключевые характеристики, которые подаются к входным нейронам сети. Поскольку сеть уже обучена и в файлах записаны “весы” для каждого вида сигналов, она тестирует входные данные по всем конфигурациям “весов” и для каждой из них считает общую ошибку сети по формуле

$$E = \sum_k E_k = \frac{1}{2} \sum_k (y_k - t_z)^2. \quad (2)$$

3. Результаты тестов. После того как сеть считает выходные данные, тестируя их по всем конфигурациям “весов”, и считает ошибки сети для каждой конфигурации, в массиве записываются четыре ошибки. Правильная классификация происходит методом выбора наименьшей ошибки сети. Иными словами, сеть выдает название того сигнала, с чьими “весами” общая ошибка сети была наименьшей. Результаты тестирования разработанной базовой ИНС для распознавания четырех видов сигналов при разных значениях отношения сигнал-шум приведены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты тестирования базовой модели ИНС для распознавания четырех видов сигналов

SNR	Sine	Triangle	Square	Sawtooth
3dB	95%	95%	100%	100%
10dB	99%	97%	100%	100%
15dB	100%	99%	100%	100%
20dB	100%	100%	100%	100%

Заключение. ИНС являются эффективным и точным методом для распознавания образа. Разработана базовая модель такой сети с целью дальнейшего применения этого метода для АРМ в среде графического програм-

мирования LabVIEW. Целью этой работы являлось обоснование работоспособности данного метода в среде LabVIEW и практическое применение теории.

Разработанный алгоритм использован для распознавания четырех видов сигналов Sine, Triangle, Square и Sawtooth. Точность результатов являлась основой для дальнейшего усовершенствования алгоритма при решении задачи АРМ в среде LabVIEW.

Полученные результаты могут быть улучшены путем увеличения количества нейронов в скрытых слоях и/или обучения сети для многих значений отношения сигнал-шум.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гулян А.Г., Севоян О.Ж., Тантушян А.М. Искусственные нейронные сети и их применение в автоматическом распознавании модуляций // Известия НАН РА и НПУА. Серия Техн. науки. - 2017. - Т. 70, N 3. - С. 358-365.
2. Azzouz E.E., Nandi A.K. Automatic Modulation Recognition of Communication Signals.- Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1996. – 214 p.
3. Rojas R. Neural Networks. A systematic introduction. - Berlin, Springer-Verlag, 1996.- 247 p.

Институт Радиофизики и Электроники НАН РА, ООО “Олимп Энджинеринг”.
Материал поступил в редакцию 22.06.2017.

Ա.Գ. ԴՈՒԼՅԱՆ, Օ.Ժ. ՄԵՎՈՅԱՆ, Ա.Մ. ԹԱՆԹՈՒՇՅԱՆ

ՉՈՐՍ ՏԵՍԱԿԻ ՄԻՍՈՒԼԱՅՎԱԾ ԱԶԴԱՆՇԱՆՆԵՐԻ ՃԱՆԱԶՈՒՄԸ ԱՐԶԵՍՏԱԿԱՆ ՆԵՅՐՈՆԱՅԻՆ ՑԱՆՑԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Նկարագրված են արհեստական նեյրոնային ցանցի (ԱՆՑ) մշակումը և օգտագործումը, հիմնավորված է նրա ճշգրիտ և արդյունավետ աշխատանքը LabVIEW գրաֆիկական ծրագրավորման միջավայրում: Այդ նպատակով մշակվել է ԱՆՑ բազային մոդել LabVIEW միջավայրում, որն օգտագործվել է մի քանի տեսակ ազդանշանների ճանաչման համար, որոնք սիմուլացվել են իրական պայմաններում:

Առանցքային բառեր. արհեստական նեյրոնային ցանցեր, մոդուլացումների ավտոմատացված ճանաչում:

A.G. GULYAN, O.ZH. SEVOYAN, A.M. TANTUSHYAN

AUTOMATIC RECOGNITION OF FOUR TYPES OF SIMULATED SIGNALS BY ARTIFICIAL NEURAL NETWORK

The development and usage of artificial neural network (ANN) are described and its proper and effective operation in the LabVIEW graphical programming environment is substantiated. For that purpose, a basic model of ANN was developed, which was used for recognizing several types of signals, simulated in real conditions.

Keywords: artificial neural networks, automatic modulation recognition.

Մ.Վ. ԱՂԻԲԵԿՅԱՆ

**ՄԵՑՍՄԻԿ ՎՏԱՆԳԻ ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ՝ ԻՈՆՈԼՈՐՏԻ ՌԻԴԱԶԻԳ
ԶՈՆԴԱՎՈՐՄԱՄԲ ՀԱՄԱԿԱՐԳ**

Ուսումնասիրվել է սեյսմիկ վտանգի գնահատման նախանշանների՝ $\lambda=4,2$ Մ/վրբի երկարությամբ և իոնոլորտի ուղղահայաց զոնդավորմամբ համակարգի կառուցվածքը: Դիտման արդյունքների վերլուծությունը հաստատել է $M \geq 3,5$ մագնիտուդով երկրաշարժերի և իոնոլորտից բնական տիեզերական աղբյուրների ռադիոճառագայթումների կլանման միջև կապի առկայությունը:

Առանցքային բառեր. ալեհավաք, ռադիոճառագայթում, իոնոլորտ, սեյսմիկ վտանգ:

Ներածություն. Սեյսմիկ վտանգի գնահատումն իրականացվում է երկրաշարժերի էլեկտրամագնիսական, երկրամագնիսական, իոնոլորտային և այլ (հիդրոդինամիկական, երկրաֆիզիկական, երկրաքիմիական) նախանշանների անընդհատ ուսումնասիրման հիման վրա: Առաջարկվել են իոնոլորտի գրգռման մի շարք մոդելներ, որոնցում սեյսմակտիվ գոտիներում երկրաշարժին նախորդող փուլում գրգռումը տեղի է ունենում անոմալ աճող քարոլորտ-իոնոլորտ փոխազդեցությունների արդյունքում [1-5]: Ի տարբերություն թեք զոնդավորման՝ ռադիոաստղագիտական եղանակով իոնոլորտի ուղղաձիգ զոնդավորումն ունի մի շարք առանձնահատկություններ.

- ընդգրկում է երկրաշարժին նախորդող որոշակի գոտին,
- երկրաշարժին նախորդող փուլում բնութագրում է իոնոլորտի բոլոր շերտերում տեղի ունեցող փոփոխությունները,
- բարձր է զգայուն ռադիոդիտակի միջոցով ստացվող տեղեկատվության աստիճանը:

Մարավանդի փորձադաշտում և ԼՂՀ-ի Շուշի քաղաքում նախագծվել, կառուցվել և տեղակայվել են $\lambda=4,2$ Մ/վրբի երկարության տիրույթով ռադիոդիտակներ, որոնցով իրականացվում են գալակտիկական ֆոնի և մի շարք կետային կոսմիկական ռադիոաղբյուրների տևական դիտումներ:

Կատարվել են ռադիոաստղագիտական եղանակով «Կասիոպեա-Ա» և «Կարապ-Ա» դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրների ռադիոալիքների հզորությունների գրանցումները ՀՀ տարածաշրջանում տեղի ունեցող երկրաշարժերից առաջ:

Խնդրի դրվածքը և մեթոդիկայի հիմնավորումը. Դիտումների նպատակով ընտրվել են երկնալորտի պայծառ ռադիոաղբյուրների՝ «Կարապ-Ա»-ի (ռադիոգա-

լակտիկա) և «Կասիոպեա-Ա»-ի (գերնորի մնացորդ) հարակից տիրույթները: Նշված տիրույթների ընտրությունը պայմանավորված է նրանով, որ այստեղ բավականին ինտենսիվ է գալակտիկական ֆոնային ռադիոճառագայթումը, և, որ պակաս կարևոր չէ, վերոհիշյալ դիսկրետ ռադիոաղբյուրների կուլմինացիան տեղի է ունենում դիտման վայրի գենիթին մոտ: Առավել մանրամասն դիտումների ծրագրի ու մեթոդների, ինչպես նաև դիտման տիրույթի ընտրության մասին ներկայացված է [5, 6]-ում: Գալակտիկական ֆոնի, «Կասիոպեա-Ա» և «Կարապ-Ա» դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրների ռադիոճառագայթումների համատեղ գրանցումը (Կելվինի ջերմաստիճանային սանդղակով) կատարվում է թե՛ անալոգային տեսքով՝ КСІІ- 4 ավտոմատ ինքնագրի ժապավենի վրա, թե՛ չափված հզորությունների՝ ժամանակից կախված թվային շարքի տեսքով՝ համակարգչի հիշողության մեջ: Ռադիոազդանշանի հետ համատեղ գրանցվում են նաև ադմկային գեներատորից տրվող տրամաչափարկման չափանմուշային (էտալոնային) հզորությունն (Тк) ու տեղական ժամանակի պարբերական նշումները [5, 6]: Տիեզերական ռադիոաղբյուրների ճառագայթման հզորության տրամաչափարկումը, նկատի ունենալով աշխատանքի նպատակը, անչափ կարևոր խնդիր է: Ռադիոաստղագիտական դիտումների դեպքում օգտակար ազդանշանը կետային ռադիոաղբյուրի ճառագայթումն է, որը հստակ առանձնանում է հաշվարկային մակարդակ հանդիսացող գալակտիկական ֆոնին: Մեր դեպքում և՛ գալակտիկական ֆոնը, և՛ դիսկրետ աղբյուրի ճառագայթումը տարբեր հզորությամբ օգտակար ազդանշաններն են, որոնք պետք է գրանցել միաժամանակ:

Հետազոտությունների արդյունքները և դրանց մեկնաբանությունը. Մեյսմա-իոնոլորտային փոխազդեցությունների մեխանիզմների տեսական հիմնավորման և փորձարարական ուսումնասիրությունների վերաբերյալ աշխատանքներում շատ կարևորվում է երկրաբանական միջավայրի, այդ թվում և երկրակեղևի սեյսմակտիվ գոտիների կառուցվածքներում պինդ, հեղուկ և գազային ֆազերի առկայությունը: Հայտնի է, որ նման կառուցվածքի հարևան ֆազերի բաժանման տիրույթում ձևավորվում են էլեկտրական լիցքերի բաժանման տիրույթ (LFS) կամ, այլ կերպ, կրկնակի իոնային էլեկտրական շերտեր: Կախված կառուցվածքային առանձնահատկություններից՝ ամեն մի երկրաբանական միջավայրի LFS բնութագրվում է իր սեփական ունակությամբ (C), ինդուկտիվությամբ (L), դիմադրողականությամբ (R) և, հետևաբար, նաև էլեկտրամագնիսական ճառագայթման իր սեփական՝ ռեզոնանսային հաճախականությամբ (f_0) և ալիքի երկարությամբ (λ_0):

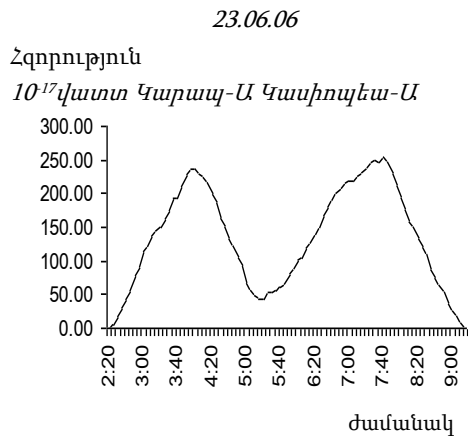
$$f_0 = 1 / (2\pi \sqrt{LC}) :$$

Երկրակեղևի սեյսմաակտիվ գոտիներում ուժեղ սեյսմիկ իրադարձության նախապատրաստման փուլից առաջ, ունենալով մեծ շարժունակություն և գտնվելով տեղային ու տարածաշրջանային ֆիզիկական տարբեր ուժերի ազդեցության դաշտերում, այդ ԼՖՏ-ները կողմնորոշված են մնում տարբեր ուղղություններով: Ընդհանուր էլեկտրադինամիկական չեզոքության այս իրավիճակը սկսվում է խախտվել ուժեղ սեյսմիկ իրադարձության նախապատրաստման փուլում, երբ սեյսմաակտիվ գոտում սկսում է ձևավորվել գերակայող ֆիզիկական ազդեցությունը՝ առաձգական լարվածության ուժային դաշտը, ինչը ներգործում է տարբեր ԼՖՏ-ների վրա որպես գլխավոր կողմնորոշող ազդեցություն՝ առաջացնելով միանման ուղղորդված ԼՖՏ-ների էներգաակտիվ կազմավորումներ, որոնց տիրույթն աստիճանաբար աճում է առաձգական լարվածության դաշտի դեֆորմացնող ուժի աճին զուգընթաց:

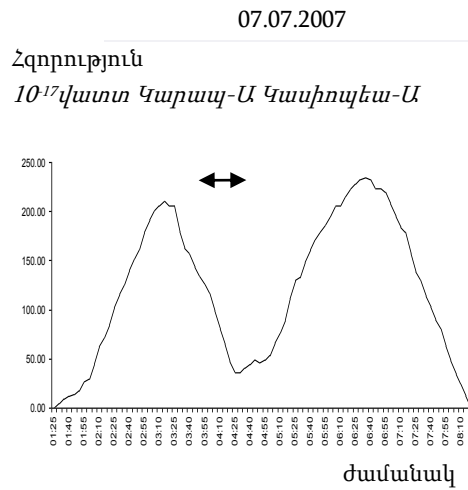
Սեյսմաակտիվ օջախի զարգացման ընթացքում միանման կողմնորոշված ԼՖՏ-ների տիրույթը հասնում է իր առավելագույն մեծությանը լեռնային ապարների տեկտոնական կառուցվածքի խզման՝ երկրաշարժի պահին:

Միանման բևեռացված (կողմնորոշված) ԼՖՏ-ների տիրույթի աճն ուղեկցվում է դրանց էլեկտրական L, C բնութագրերի աճով, ինչը համապատասխանում է ճառագայթման սեփական հաճախության նվազմանը կամ ալիքի երկարության մեծացմանը:

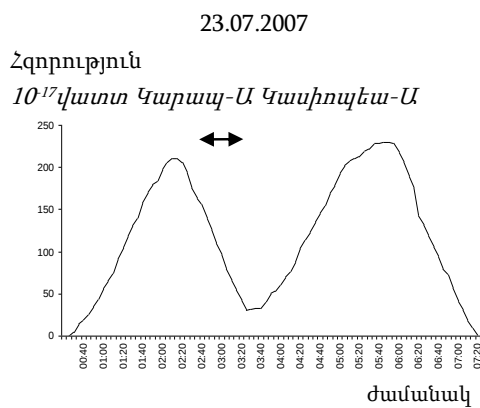
Երկրակեղևի էներգաակտիվ օջախներում սեյսմիկ ակտիվության պրոցեսի զարգացման ընթացքում առաձգական լարվածության աճող ուժային դաշտի ազդեցությամբ ձևավորվող ցածր հաճախականային էլեկտրամագնիսական ալիքների ճառագայթման մեխանիզմների, այդ ճառագայթման տարածման և նրա սեյսմաիոնոլորտային կապերի հայտնաբերման ու բացատրության բազմաթիվ տեսական ու փորձնական ուսումնասիրություններ են իրականացված տարբեր հետազոտական խմբերի կողմից [1,7]: Իոնոլորտի դիտարկման արդյունքների մշակման գրաֆիկական պատկերները բերված են նկ. 1,2,3 -ում, որոնցում ներկայացված են «Կարապ-Ա» և «Կասիոպեա-Ա» դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրների իոնոլորտային շերտերում կլանված հզորությունների արժեքների աստիճանական նվազումը և ժամանակային շարքի պատկերները: Ուժեղ երկրաշարժերին նախորդող փուլում սեյսմաակտիվ գոտիներում ձևավորվում է առաձգական լարվածության ուժային դաշտ, որը երկրաշարժին նախորդող գոտում տարբեր լիցքավորված, բաժանված տիրույթների (ԼՖՏ) վրա թողնում է կողմնորոշիչ ազդեցություն: Ռադիոաստղագիտական եղանակով իոնոլորտային ուղղահայաց զոնավորումը հնարավորություն է ընձեռում բացահայտելու սպասվող երկրաշարժը:



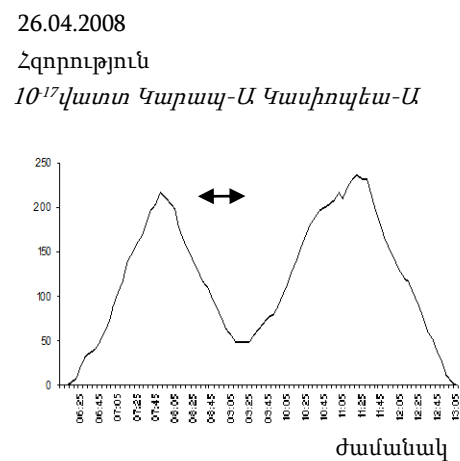
U)



F)

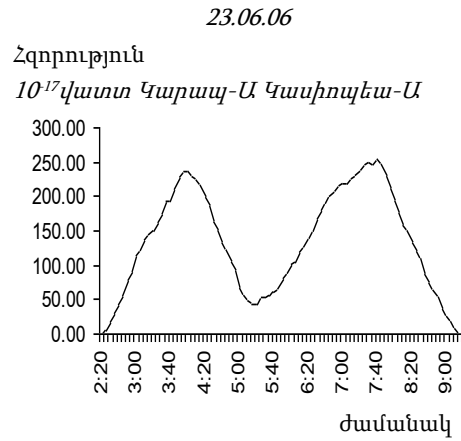


G)



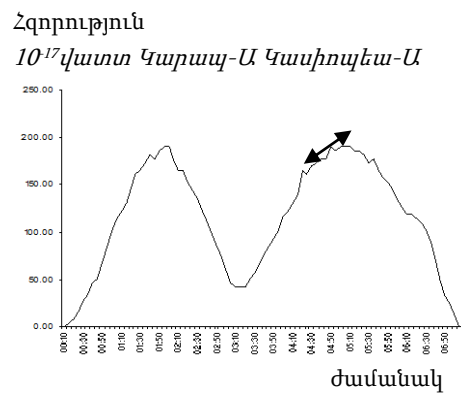
V)

Նկ.1. U) -ն Գարապ-Ա և Կասիոպեա-Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրների նորմալ տեսքն է, իսկ ՀՀ տարածքում տեղի ունեցած երկրաշարժերի դեպքում՝ F) Բավրա (Հայաստան, 09.07.2007, $M=3.5$), G) Բավրա (Հայաստան, 24.07.2007, $M=4.0$) և V), Վարդենիս Հայաստան, 29.04.2008, $M=3.6$), Գարապ- Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքները փոքր են Կասիոպեա – Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքներից

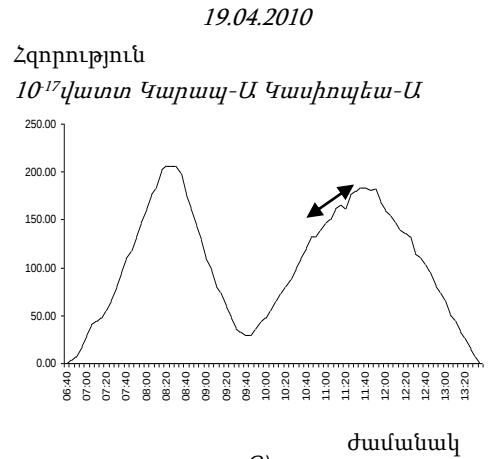


Ա)

27.07.2010

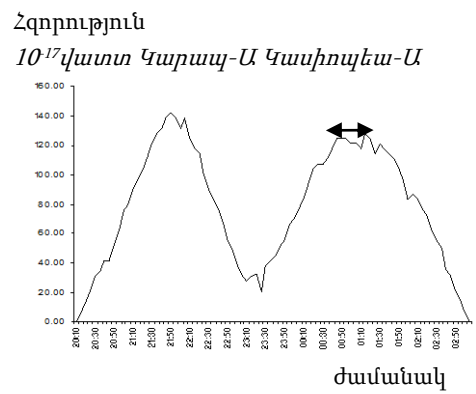


Գ)



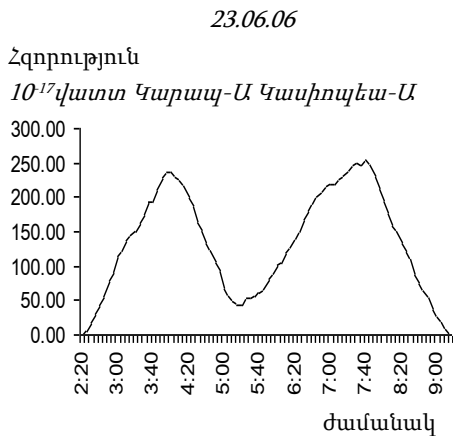
Բ)

26.09.2011

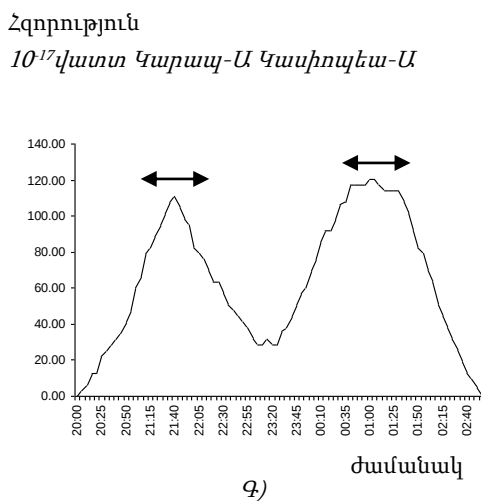


Դ)

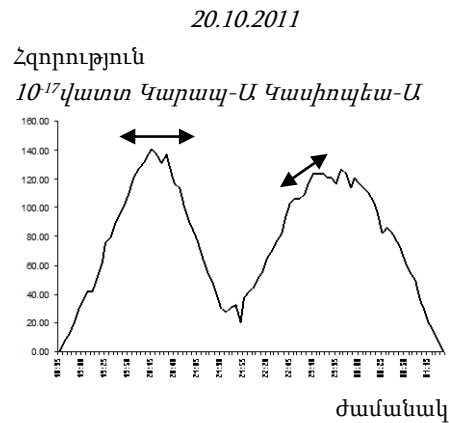
Նկ.2. Ա) -ն Գարապ-Ա և Գասիոպեա -Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրների նորմալ տեսքն է, Բ) երբ $M < 4$. Գյանջա (Ադրբեջան, 23.04.2010, $M=3.6$), Գ) Մինգեչաուր (Ադրբեջան, 28.07.2010, $M=3.6$) և Դ) Վրաստանում (Վրաստան - Հայաստան սահմ. 27.09.2011, $M=4.3$) տեղի ունեցած երկրաշարժերի դեպքում Գասիոպեա - Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքները փոքր են Գարապ- Ա - դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքներից



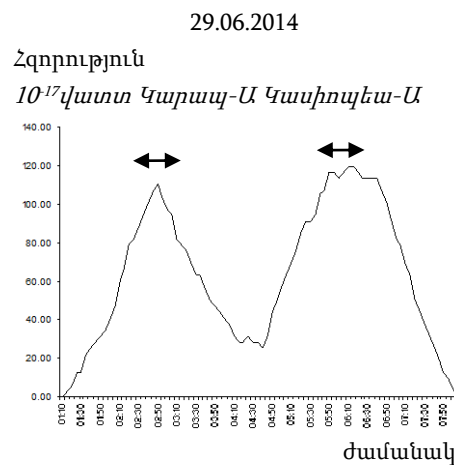
Ս)
17.09.2013



Գ)



Բ)



Դ)

Նկ.3. Ս) -ն Կարապ-Ա և Կասիոպեա -Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրների նորմալ տեսքն է, Բ) երբ $M \geq 5$ Վանում (Թուրքիա, 23.10.2011, $M=7.2$), Գ) Թելավիում (Վրաստան, 17.09.2013, $M=5.1$) և Դ) Զաքաթալայում (Ադրբեջան, 29.06.2014, $M=5.0$) տեղի ունեցած երկրաշարժերից առաջ Կարապ- Ա և Կասիոպեա – Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրների արժեքները նվազում են

Տեղի ունեցած երկրաշարժերի անոմալիաների հնարավոր տեսակները տարանջատելու համար նպատակահարմար է համարվել աղյուսակավորել 9 երկրաշարժերի ամփոփ տվյալները (աղ. 1,2):

Տարածաշրջանային և տեղական երկրաշարժերի պատկերը

N	Տարի	Ամիս	Օր	Ժամ/ րոպե	Հյուս լայն փ	Արև. Երկ լ	Մագ. M	Տարածք
1	2007	07	09	09:33	41,10	43,90	3.50	Բավրա
2	2007	07	24	19:31	41,20	43,73	4.00	Բավրա
3	2008	04	29	05:20	40,32	45,83	3.60	Վարդենիս
4	2010	04	23	12:37	40,47	46,53	3.6	Աղբրեջան-Գյանջա
5	2010	07	28	11:43	40,53	47,10	3.6	Աղբրեջան-Մինգեչաուր
6	2011	09	27	08:58	41,25	44,00	4.3	Վրաստան – Հայաստան սահ.
7	2011	10	23	10:41	38,68	43,22	7.2	Թուրքիա-Վան
8	2013	09	17	04:09	42,00	45,68	5.10	Վրաստան-Թեթլի
9	2014	06	29	17:26	41,55	46,67	5.0	Աղբրեջան-Զաքաթալա

Աղ. 1-ից երևում է, որ երբ $M > 4.3$ -ից, աղյուսակի 6,7,8,9 տողերին համապատասխան երկրաշարժերի դեպքում Կարապ-Ա և Կասիոպեա –Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրների արժեքները նվազում են:

Երբ $M < 4.0$, Աղբրեջանում տեղի ունեցած երկրաշարժերի դեպքում Կասիոպեա – Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքները մեծ են Կարապ-Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքներից:

ՀՀ տարածքում տեղի ունեցած երկրաշարժերի դեպքում Կարապ-Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքները մեծ են Կասիոպեա –Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքներից:

Տարածաշրջանային և տեղական երկրաշարժերի պատկերը

№№	Տարի	Հեռ.Մա- րավանդ կայանից	Ամիս	Օր	Անոմալիա, Հզորություն (վատտ) *	Մագ. M	Տարածք
1	2007	66	07	09	200 240	3.50	Բավրա
2	2007	88	07	24	210 240	4.00	Բավրա
3	2008	202	04	29	220 240	3.60	Վարդենիս
4	2010	244	04	23	200 180	3.6	Աղբրեջան- Գյանջա
5	2010	188	07	28	200 200	3.6	Աղբրեջան- Մինգեչաուր
6	2011	101	09	27	140 122	4.3	Վրաստան – Հայաստան սահ.
7	2011	206	10	23	140 130	7.2	Թուրքիա-Վան
8	2013	217	09	17	115 120	5.10	Վրաստան- Թեւալի
9	2014	240	06	29	110 120	5.0	Աղբրեջան- Զաքաթալա

*Անոմալիա դաշտի առաջին թիվը Կարապ-Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի հզորության արժեքն է, երկրորդ թիվը՝ Կասիոպեա-Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի հզորության արժեքը:

Ուսումնասիրելով աղ. 1,2-ում բերված երկրաշարժերի տվյալները՝ կարելի է ասել, որ անոմալիաները կարելի է բաժանել 3 խմբերի՝ հիմք ընդունելով տեղի ունեցած երկրաշարժերին անմիջականորեն նախորդած ուժեղ ցնցումները (նախանշանները): Բոլոր խմբերի համար բնական է, որ ընտրվի նույն՝ ոչ սեյսմա-ակտիվ ժամանակահատվածի որևէ պատկեր: Որպես այդպիսին մեր կողմից ընտրվել են 23.06.2006թ. Կարապ-Ա և Կասիոպեա-Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրները, որոնց ակտիվության պատկերը բերված է նկ. 1Ա, 2Ա, 3Ա-ում՝ գրաֆիկական տեսքով:

Առաջին խմբի յուրահատկությունը կարելի է տեսնել նկ.1 Բ,Գ,Դ-ում: ՀՀ տարածքում տեղի ունեցած երկրաշարժերի դեպքում Կարապ- Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքները մեծ են Կասիոպեա-Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքներից:

Երկրորդ խմբի յուրահատկությունը կարելի է տեսնել նկ. 2Բ,Գ,Դ-ում, երբ $M < 4,0$, Աղբրեջանում տեղի ունեցած երկրաշարժերի դեպքում Կասիոպեա-Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքները մեծ են Կարապ-Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրի արժեքներից:

Երրորդ խմբի յուրահատկությունը կարելի է տեսնել նկ. 3Բ,Գ,Դ -ում, երբ $M > 4,3$ –ից, աղյուսակի 6,7,8,9 տողերին համապատասխան երկրաշարժերի դեպքում Կարապ-Ա և Կասիոպեա-Ա դիսկրետ կետային ռադիոաղբյուրների արժեքները նվազում են:

Եզրակացություն: Նկարներում ներկայացված արդյունքները հաստատում են.

Ուժեղ՝ $M \geq 5,0$ և զգացված՝ $M \geq 3,5$ մագնիտոտոկ երկրաշարժերից առաջ իոնոլորտում տեղի են ունենում անոմալ փոփոխություններ, որոնք բացատրվում են գրգռված իոնոլորտի ռադիոթափանցելիության վատացմամբ: Հաստատված կապը բացատրվում է գրգռված իոնոլորտի ռադիոթափանցելիության վատացմամբ, ինչը պայմանավորված է երկրաշարժի առաջացման գոտում դեֆորմացված լեռնային ապարների էլեկտրամագնիսական դաշտերով, ներառյալ ճառագայթայինով:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Սուրադյան Ա.Ժ., Պողոսյան Ա.Ա., Աղիբեկյան Մ.Վ.** Իոնոլորտի թեք զոնդավորման ընթացքում ԳԵՌԱ տարածման անոմալիաների անջատման մեթոդիկա// ՀՀ ԳԱԱ Տեղեկագիր Տեխն. գիտ. սերիա.- 2001.- Հատոր 54, N3.- էջ 434-444:
2. **Gokhberg M.B., Gufeld I.L. and Marchenko V.D.** Study of natural ang, aetificial electromagnetic field excitation by the sources of seismic // Izv. AN SSSR. Fizika Zemli. – 1987. - 2. – P. 17-24.
3. Эффекты в ионосфере и атмосфере перед Спитакским землетрясением 7 декабря 1988г. / **В.В. Воинов** и др. // Физика земли. – 1992. - N3. - С. 96-101.
4. Disturbance of radio wave field prioie to the Roudbar and Racha carthquakes / **I.L. Gufeld, A.A. Rozhnoi, S.N. Tiumentsev, S.T. Sherstiuk, et al** // Izv. AN SSSR. Fizika Zemli. – 1992. - N3.- P. 102-106.
5. Система вертикального зондирования ионосферы для оценки сейсмической опасности/ **Р.М. Мартиросян, А.Г. Гулян, В.А. Санамян и др.** // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер.ТН.-2006.- Т.LIX, N3.ISSN 0002-306X.- С. 609-614.
6. SYSTEM FOR VERTICAL IONOSPHERE SOUNDING SEISMIC HAZARD ASSESSMENT / **R. Martirosyan, A. Gulyan, G. Pirumyan, et al** // Tenth Anniversary Scientific Conference with International Participation SPACE, ECOLOGY, SAFETY (SES 2014), 12-14 November, 2014.- Sofia, Bulgaria, 2014.- P. 348-354.
7. **Баласаян С.Ю.** Динамическая геоэлектрика.- Новосибирск: Наука, 1990.- 232 с.

ՀՀ ԱԻՆ «Մեյսմիկ պաշտպանության արևմտյան ծառայություն» ՊՈԱԿ: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 11.05.2017:

М.В. АДИБЕКЯН

**СИСТЕМА ВЕРТИКАЛЬНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ИОНОСФЕРЫ ДЛЯ
ОЦЕНКИ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ОПАСНОСТИ**

Рассмотрены структура и технические характеристики системы вертикального зондирования ионосферы на длине волны $\lambda=4,2$ м с целью исследования оценки предвестников сейсмической опасности, а также программа радиоастрономических наблюдений и способ калибровки системы. Анализ результатов наблюдений подтвердил связь между сейсмическими явлениями и поглощением ионосферой радиоизлучения природных космических источников при землетрясении магнитудой $M \geq 3,5$.

Ключевые слова: антенна, радиация, ионосфера, сейсмическая опасность.

M.V. ADIBEKYAN

**THE VERTICAL SENSING SYSTEM OF THE IONOSPHERE FOR ASSESSING
THE SEISMIC HAZARD**

The structure and technical characteristics of the system of vertical sounding of the ionosphere on the wavelength of $\lambda = 4.2$ m for assessing the precursor of seismic hazard, as well as the program of the radio-astronomical observations and a method of calibration of the system have been considered. The analysis of results of observations has confirmed the relation between the seismic phenomena and absorption by the ionosphere of radio-astronomical space sources at the $m \geq 3.5$ magnitude earthquakes.

Keywords: antenna, radiation, ionosphere, seismic hazard.

УДК 621.317

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ
УПРАВЛЕНИЯ

С.О. СИМОНЯН, Г.В. АДАМЯН, А.В. МЕЛИКЯН

**МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КУБИЧЕСКИХ
МАТРИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ (I)
(Прямой подход)**

Рассмотрены однопараметрические кубические матричные уравнения, для решения которых предложены аналитический, а также последовательный и параллельный численно-аналитические методы решения. Аналитический метод служит основой для разработки численно-аналитических методов, базирующихся на дифференциальных преобразованиях. Для всех методов получены соответствующие условия разрешимости задачи.

Ключевые слова: однопараметрические кубические матричные уравнения, аналитические и численно-аналитические методы решения, условия разрешимости задачи, современные средства информационных технологий.

Введение. В работе [1] предложен спектральный метод решения однопараметрических квадратных матричных уравнений и получены условия разрешимости задачи; в работе [2] - декомпозиционные гиперматрично-блочные аналитический, а также последовательный и параллельный численно-аналитические методы решения таких же уравнений, где также получены соответствующие условия разрешимости задачи; в работе [3] - спектральный метод решения однопараметрических обобщённых квадратных матричных уравнений, охватывающие как частные случаи однопараметрические квадратные матричные уравнения, однопараметрические видоизменённые квадратные матричные уравнения, однопараметрические непрерывные матричные уравнения Сильвестра, однопараметрические матричные уравнения Ляпунова, однопараметрические приведенные обобщённые квадратные матричные уравнения, однопараметрические матричные уравнения Риккати и др. Получены условия разрешимости задач. И, наконец, в работе [4] разработаны декомпозиционные гиперматрично-блочные численно-аналитические методы решения. Получены соответствующие условия разрешимости задачи.

При численно-аналитических методах основным математическим аппаратом служили дифференциальные преобразования Г.Е. Пухова [5]. Кроме того, во всех работах [1-4] приведены модельные примеры, иллюстрирующие вычислительную эффективность предложенных методов.

В настоящей работе рассматриваются однопараметрические кубические матричные уравнения

$$A_0(t) \cdot X^3(t) + A_1(t) \cdot X^2(t) + A_2(t) \cdot X(t) + A_3(t) = [0], \quad (1)$$

где $A_0(t)$, $A_1(t)$, $A_2(t)$, $A_3(t)$ - однопараметрические квадратные матрицы порядка m , а $X(t)$ - однопараметрическая квадратная матрица также порядка m , подлежащая определению. Здесь заметим, что если степенное матричное уравнение имеет конечное число решений, то это число в общем случае $i \leq C_{mn}^n$, где n - степень уравнения, а m - порядок матричных коэффициентов [6-9].

Матричное уравнение (1) порождает частные задачи, такие как:

а) если $A_3(t) = 0$, то:

либо

$$X(t) = 0,$$

либо

$$A_0(t) \cdot X^2(t) + A_1(t) \cdot X(t) + A_2(t) = 0,$$

методы решения которых рассмотрены в [1-4];

б) если $A_2(t) = A_3(t) = 0$, то:

либо

$$X(t) = 0,$$

либо

$$A_0(t) \cdot X(t) + A_1(t) = 0,$$

откуда

$$X(t) = -A_0^{-1}(t) \cdot A_1(t),$$

при котором условиями разрешимости задачи служат соотношения

$$\text{rang } A_0(t) = m, \quad \forall t;$$

в) если $A_0(t) = 0$, то

$$A_1(t) \cdot X^2(t) + A_2(t) \cdot X(t) + A_3(t) = 0,$$

что, очевидно, совпадает со случаем "а".

Естественно, можно рассмотреть и другие частные случаи, на которых, однако, здесь останавливаться не будем.

Математический аппарат

1. Аналитический метод решения. Однопараметрическое кубическое матричное уравнение (1) представим в виде следующей эквивалентной матричной системы второго порядка:

$$\begin{cases} A_0(t) \cdot X(t) \cdot Y(t) + A_1(t) \cdot Y(t) + A_2(t) \cdot X(t) + A_3(t) = [0], \\ X^2(t) - Y(t) = [0], \end{cases} \quad (2)$$

или в виде эквивалентной гиперматрично-гипервекторно-блочной системы

$$\begin{bmatrix} A_0(t) & A_0(t) \cdot X(t) + A_1(t) \\ X(t) & -E \end{bmatrix}_{2m \times 2m} \cdot \begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix}_{2m \times m} + \begin{bmatrix} A_3(t) \\ 0 \end{bmatrix}_{2m \times m} = \\ = D(t) \cdot \begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_3(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

с дополнительной неизвестной матрицей $Y(t)$ также порядка m .

При условии полноранговости матрицы $D(t)$, т.е. условия разрешимости задачи (или условия регулярности)

$$\text{rang } D(t) = 2m, \quad \forall t, \quad (4)$$

из представления (3) будем иметь итерационную вычислительную схему

$$\begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix}_{(q+1)} = -D^{-1}(t)_{(q)} \cdot \begin{bmatrix} A_3(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

или, аналогично [4], вычислительную схему

$$\begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix}_{(q+1)} = \frac{1}{2} \cdot \left[\begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix}_{(q)} - D^{-1}(t)_{(q)} \cdot \begin{bmatrix} A_3(t) \\ 0 \end{bmatrix} \right], \quad (6)$$

где q - номер итераций.

2. Численно-аналитические методы решения. Рассмотрим применение дифференциальных преобразований для решения гиперматрично-гипервекторно-блочной системы (3), допустив, что для всех матричных элементов этой системы имеют место следующие дифференциальные преобразования [5]:

$$A_0(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d^K A_0(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v} \quad \overline{\cdot} \quad A_0(t) = \aleph_0(t, t_v, H, A_0(K)), \quad (7)$$

$$A_1(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d^K A_1(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v} \quad \overline{\cdot} \quad A_1(t) = \aleph_1(t, t_v, H, A_1(K)), \quad (8)$$

$$A_2(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d^K A_2(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v} \quad \overline{\cdot} \quad A_2(t) = \aleph_2(t, t_v, H, A_2(K)), \quad (9)$$

$$A_3(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d^K A_3(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v} \quad \overline{\cdot} \quad A_3(t) = \aleph_3(t, t_v, H, A_3(K)), \quad (10)$$

$$X(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d^K X(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v} \quad \overline{\cdot} \quad X(t) = \aleph_4(t, t_v, H, X(K)), \quad (11)$$

$$Y(K) = \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{d^K Y(t)}{dt^K} \Big|_{t=t_v} \quad \overline{\cdot} \quad Y(t) = \aleph_5(t, t_v, H, Y(K)), \quad (12)$$

где $A_0(K)$, $A_1(K)$, $A_2(K)$, $A_3(K)$, $X(K)$, $Y(K)$ - матричные дискреты однопараметрических матриц $A_0(t)$, $A_1(t)$, $A_2(t)$, $A_3(t)$, $X(t)$, $Y(t)$ соответственно; H - масштабный коэффициент; $K = \overline{0, \infty}$ - целочисленный аргумент; t_v - центр аппроксимации; $\aleph_0(\bullet)$ - $\aleph_5(\bullet)$ - аппроксимирующие функции, восстанавливающие матрицы-оригиналы $A_0(t)$, $A_1(t)$, $A_2(t)$, $A_3(t)$, $X(t)$, $Y(t)$ соответственно.

Последовательный численно-аналитический метод решения. Итак, учитывая дифференциальные преобразования (7)-(12), переведем нелинейную гиперматрично-гипервекторно-блочную систему (3) из области оригиналов в область дифференциальных изображений. При этом будем иметь:

при $K=0$:

$$\begin{bmatrix} A_2(0) & A_0(0) \cdot X(0) + A_1(0) \\ X(0) & -E \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X(0) \\ Y(0) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} A_3(0) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

откуда

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ Y(0) \end{bmatrix}_{(q+1)} = - \begin{bmatrix} A_2(0) & A_0(0) \cdot X(0) + A_1(0) \\ X(0) & -E \end{bmatrix}_{(q)}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} A_3(0) \\ 0 \end{bmatrix} = D^{-1}(0, 0)_{(q)} \cdot \begin{bmatrix} A_3(0) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

если, конечно, имеют место условия гиперрегулярности

$$\text{rang } D(0, 0)_{(q)} = 2m, \quad \forall q; \quad (15)$$

при $K=1$:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c|c} A_2(0) & A_0(0) \cdot X(0) + A_1(0) \\ \hline X(0) & -E \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} X(1) \\ Y(1) \end{array} \right] + \\ & + \left[\begin{array}{c|c} A_2(1) & A_0(0) \cdot X(1) + A_0(1) \cdot X(0) + A_1(1) \\ \hline X(1) & 0 \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} X(0) \\ Y(0) \end{array} \right] = - \left[\begin{array}{c} A_3(1) \\ 0 \end{array} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

откуда при выполнении условия (15) получим

$$\left[\begin{array}{c} X(1) \\ Y(1) \end{array} \right]_{(q+1)} = -D^{-1}(0, 0) \cdot \left[\begin{array}{c} A_3(1) \\ 0 \end{array} \right] + D(1, 0; 0, 1)_{(q)} \cdot \left[\begin{array}{c} X(0) \\ Y(0) \end{array} \right]; \quad (17)$$

при $K=2$:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c|c} A_2(0) & A_0(0) \cdot X(0) + A_1(0) \\ \hline X(0) & -E \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} X(2) \\ Y(2) \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} A_2(1) & A_0(0) \cdot X(1) + A_0(1) \cdot X(0) + A_1(1) \\ \hline X(1) & 0 \end{array} \right] \times \\ & \times \left[\begin{array}{c} X(1) \\ Y(1) \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} A_2(2) & A_0(0) \cdot X(2) + A_0(1) \cdot X(1) + A_0(2) \cdot X(0) + A_1(2) \\ \hline X(2) & 0 \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} X(0) \\ Y(0) \end{array} \right] = \\ & = - \left[\begin{array}{c} A_3(2) \\ 0 \end{array} \right], \end{aligned} \quad (18)$$

откуда при выполнении условия (15) имеем

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c} X(2) \\ Y(2) \end{array} \right]_{(q+1)} = -D^{-1}(0, 0) \cdot \left[\begin{array}{c} A_3(2) \\ 0 \end{array} \right] + D(1, 0; 0, 1) \cdot \left[\begin{array}{c} X(1) \\ Y(1) \end{array} \right] + \\ & + D(2, 0; 1, 1; 0, 2)_{(q)} \cdot \left[\begin{array}{c} X(0) \\ Y(0) \end{array} \right]; \end{aligned} \quad (19)$$

⋮

при $K=K$:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c|c} A_2(0) & A_0(0) \cdot X(0) + A_1(0) \\ \hline X(0) & -E \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} X(K) \\ Y(K) \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c|c} A_2(1) & A_0(0) \cdot X(1) + A_0(1) \cdot X(0) + A_1(1) \\ \hline X(1) & 0 \end{array} \right] \times \\ & \times \left[\begin{array}{c} X(K-1) \\ Y(K-1) \end{array} \right] + \dots + \left[\begin{array}{c|c} A_2(K-1) & A_0(0) \cdot X(K-1) + \dots + A_0(K-1) \cdot X(0) + A_1(K-1) \\ \hline X(K-1) & 0 \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} X(1) \\ Y(1) \end{array} \right] + \\ & + \left[\begin{array}{c|c} A_2(K) & A_0(0) \cdot X(K) + \dots + A_0(K) \cdot X(0) + A_1(K) \\ \hline X(K) & 0 \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} X(0) \\ Y(0) \end{array} \right] = - \left[\begin{array}{c} A_3(K) \\ 0 \end{array} \right], \end{aligned} \quad (20)$$

откуда при выполнении условия (15) получим

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} X(K) \\ Y(K) \end{bmatrix}_{(q+1)} &= -D^{-1}(0,0) \cdot \begin{bmatrix} A_3(K) \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{r=0}^{K-1} \begin{bmatrix} A_2(K-r) & \sum_{r=0}^K A_0(r) \cdot X(K-r) + A_1(K-r) \\ X(K-r) & -E \cdot \delta(K-r) \end{bmatrix}_{(q)} \times \\
&\times \begin{bmatrix} X(r) \\ Y(r) \end{bmatrix} = -D^{-1}(0,0) \cdot \begin{bmatrix} A_3(K) \\ 0 \end{bmatrix} + D(1,0;0,1) \cdot \begin{bmatrix} X(K-1) \\ Y(K-1) \end{bmatrix} + D(2,0;1,1;0,2)_{(q)} \cdot \begin{bmatrix} X(K-2) \\ Y(K-2) \end{bmatrix} + \\
&+ \dots + D(K-1,0;K-2,1;\dots;1,K-2;0,K-1) \cdot \begin{bmatrix} X(1) \\ Y(1) \end{bmatrix} + \\
&+ D(K,0;K-1,1;\dots;1,K-1;0,K)_{(q)} \cdot \begin{bmatrix} X(0) \\ Y(0) \end{bmatrix} = \\
&= -D^{-1}(0,0) \cdot \begin{bmatrix} A_3(K) \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{r=1}^K D(r,0;r-1,1;\dots;1,r-1;0,r) \cdot \begin{bmatrix} X(K-r) \\ Y(K-r) \end{bmatrix}. \quad (21)
\end{aligned}$$

Замечание 1. Очевидно, основная вычислительная трудность при организации последовательных численных процедур (14), (17), (19), ..., (21) связана с решением нелинейной системы (13), имеющей в общем случае множество решений $\begin{bmatrix} X(0) \\ Y(0) \end{bmatrix}_i$, $i \leq C_{mn}^n$. Остальные матричные дискреты $\begin{bmatrix} X(r) \\ Y(r) \end{bmatrix}_i$, $r = \overline{1, K}$ определяются рекуррентно в соответствии с линейными системами (16), (18), ..., (20), а восстановление решений $\begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix}_i$ осуществляется в соответствии с (11), (12), при котором легко решается и так называемая проблема ветвления [10, стр. 130-138].

Замечание 2. Учитывая (6), в соответствии с (13), (16), (18), ..., (20), в отличие от (14), (17), (19), ..., (21), можно организовать и более гибкие вычислительные схемы ньютоновского типа по определению неизвестных матричных дискретов, например,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} X(K) \\ Y(K) \end{bmatrix}_{(q+1)} &= \frac{1}{2} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} X(K) \\ Y(K) \end{bmatrix}_{(q)} - D^{-1}(0,0) \cdot \begin{bmatrix} A_3(K) \\ 0 \end{bmatrix} + \right. \\
&+ \left. \sum_{r=1}^K D(r,0;r-1,1;\dots;1,r-1;0,r) \cdot \begin{bmatrix} X(K-r) \\ Y(K-r) \end{bmatrix} \right\} \quad (22)
\end{aligned}$$

или др.

Параллельный численно-аналитический метод решения. Объединив гиперматрично-гипервекторно-блочные уравнения (13), (16), (18), ..., (20) в одно целое, получим следующую суперматрично-супервекторно-блочную систему:

$$\begin{bmatrix} D(0,0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ D(1,0;0,1) & D(0,0) & 0 & \dots & 0 \\ D(2,0;1,1;0,2) & D(1,0;0,1) & D(0,0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D(K,0;\dots;0,K) & D(K-1,0;\dots;0,K-1) & D(K-2,0;\dots;0,K-2) & \dots & D(0,0) \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{X(0)}{Y(0)} \\ \frac{X(1)}{Y(1)} \\ \frac{X(2)}{Y(2)} \\ \vdots \\ \frac{X(K)}{Y(K)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{A_3(0)}{0} \\ \frac{A_3(1)}{0} \\ \frac{A_3(2)}{0} \\ \vdots \\ \frac{A_3(K)}{0} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

или в компактной записи:

$$D(\bullet)_{2(K+1)m \times 2(K+1)m} \cdot \begin{bmatrix} \frac{X}{Y} \\ \bullet \end{bmatrix}_{2(K+1)m \times m} = - \begin{bmatrix} \frac{A_3}{0} \\ \bullet \end{bmatrix}_{2(K+1)m \times m}, \quad (24)$$

откуда при выполнении условия суперрегулярности

$$rang D(\bullet) = 2(K+1)m \quad (25)$$

получим

$$\begin{bmatrix} \frac{X}{Y} \\ \bullet \end{bmatrix}_{(q+1)} = -D^{-1}(\bullet)_q \cdot \begin{bmatrix} \frac{A_3}{0} \\ \bullet \end{bmatrix} \quad (26)$$

и, следовательно, в соответствии с (11), (12), решение исходной задачи.

Естественно, для решения задачи (23) или (24) можно организовать и другие вычислительные схемы [11].

Замечание 3. Очевидно, что матричное уравнение (1) можно представить и в виде других, аналогичных (2) систем с дальнейшими аналитическими, а также последовательными и параллельными численно-аналитическими методами их решения.

Заключение. Таким образом, основные вычислительные операции по решению рассматриваемой задачи сводятся к рекуррентным численным процедурам на первом этапе вычислений и к простой операции суммирования по восстановлению матричных оригиналов-решений на втором этапе вычислений. Для реализации первого этапа вычислений, естественно, эффективно могут быть использованы средства современных информационных технологий [12]. Что касается реализации второго этапа вычислений, то, очевидно, это не представляет какой-либо трудности.

Исследование проведено в научно-исследовательской базовой лаборатории “Системный анализ” НПУА.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Симонян С.О.** К решению однопараметрических квадратных матричных уравнений // Вестник ИАА. –2016. - Т. 13, №4. – С. 463-471.
2. **Симонян С.О.** Гиперматрично-блочный численно-аналитический метод решения однопараметрических квадратных матричных уравнений // Известия НАН РА и НПУА. Сер. ТН.-2016.- Т. LXIX, №4. – С. 422-430.
3. **Симонян С.О.** Метод решения однопараметрических обобщённых квадратных матричных уравнений // Вестник НПУА: Информационные технологии, электроника, радиотехника.- 2016. - №2. -С. 12-23.
4. **Симонян С.О.** Декомпозиционные гиперматрично-блочные численно-аналитические методы решения однопараметрических квадратных матричных уравнений // Известия НАН РА и НПУА. Сер. ТН.-2017.- Т. LXX, №1. – С. 95-108.
5. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций и уравнений.-Киев: Наукова думка, 1984. – 420 с.
6. **Гельфанд С.И.** О числе решений квадратного уравнения // Журнал “Глобус-1”. – 2000. - С. 124-134.
7. **Козлов В.В.** Спектр линейной гамильтоновой системы и симплектическая геометрия комплексного пространства Артина // Доклады РАН. Математика.- 2003.- Т. 393, №4. -С. 453-455.
8. **Козлов В.В.** Ограничения квадратичных форм на лагранжевы плоскости, квадратные матричные уравнения и гироскопическая стабилизация // Функциональный анализ и его приложения.- 2005.- Т.39, вып.4.- С. 32-47.
9. **Палин В.В.** О разрешимости квадратных матричных уравнений // Вестник Московского государственного университета. Серия 1: Математика, механика.- 2008.- №6. -С. 36-41.

10. **Симонян С.О., Аветисян А.Г.** Прикладная теория дифференциальных преобразований. – Ереван: Изд-во ГИУА “Чартарагет”, 2010. – 364 с.
11. **Воеводин В.В., Воеводин Вл.В.** Параллельные вычисления.- СПб.: “БХВ-Петербург”, 2004.- 608 с.
12. **Stroustrup B.** The C++ Programming Language. 4th ed.- Boston: Addison-Wesley Professional, 2013.- 1368 p.

Национальный политехнический университет Армении. Материал поступил в редакцию 05.09.2017.

Ս.Հ. ՄԻՄՈՆՅԱՆ, Գ.Վ. ԱԴԱՄՅԱՆ, Ա.Վ. ՄԵԼԻԿՅԱՆ

**ՄԻԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ԽՈՐԱՆԱԴՂ ՄԱՏՐԻՑԱՑԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ
ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐ (I)
(Ուղղակի մոտեցում)**

Դիտարկված են միապարամետրական խորանարդ մատրիցային հավասարումները, որոնց լուծման համար առաջարկված են անալիտիկ, ինչպես նաև հաջորդական և զուգահեռ թվա-անալիտիկ եղանակներ: Անալիտիկ եղանակը հիմք է ծառայում թվա-անալիտիկ եղանակների մշակման համար, որոնք հիմնված են դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա: Բոլոր եղանակների համար էլ ներկայացված են խնդրի լուծելիության համապատասխան պայմանները:

Առանցքային բառեր. միապարամետրական խորանարդ մատրիցային հավասարումներ, լուծման անալիտիկ և թվա-անալիտիկ եղանակներ, խնդրի լուծելիության պայմաններ, տեղեկատվական տեխնոլոգիաների ժամանակակից միջոցներ:

S.H. SIMONYAN, G.V. ADAMYAN, A.V. MELIKYAN

**METHODS OF SOLVING ONE-PARAMETRIC CUBIC MATRIX EQUATIONS (I)
(Direct approach)**

One-parametric cubic matrix equations are considered for whose solution analytical and sequential and parallel numerical-analytical methods of solution are proposed. The analytical method serves as a basis for the development of numerical and analytical methods based on differential transformations. For all methods, corresponding solvability conditions for the problem are obtained.

Keywords: one-parametric cubic matrix equations, analytical and numerical-analytical methods of solution, solvability conditions for the problem, modern means of information technologies.

УДК 621.865

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ
УПРАВЛЕНИЯО.Н. ГАСПАРЯН, Г.Г. ЕГИАЗАРЯН, А.Г. ДАРБИНЯН,
Д.У. ЕГИАЗАРЯНРАЗРАБОТКА L_1 АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
КВАДРОКОПТЕРОМ

Рассмотрена задача разработки адаптивной системы компенсации внешних возмущений, действующих на квадрокоптер. Показано, что решение данной задачи имеет важное значение при наблюдении наземных объектов при помощи видеокамеры, установленной на квадрокоптере в двусосном кардановом подвесе. Предлагаемая процедура проектирования заключается во введении в систему развязывающего компенсатора и последующем синтезе адаптивного регулятора, обеспечивающего компенсацию внешних возмущений. Показано, что за счет выбора значения коэффициента адаптации ошибку системы управления можно свести к сколь угодно малой величине.

Ключевые слова: квадрокоптер, многосвязная система управления, внешние возмущения, матричный развязывающий компенсатор, L_1 адаптивный регулятор, предсказатель состояний, коэффициент адаптации.

Введение. Беспилотные летательные аппараты (БЛА) имеют в настоящее время широкое применение в военных и различных гражданских областях. В последнем случае их применяют при: решении различных задач полицейского характера; оценке состояний магистральных трубопроводов и высоковольтных линий передач; контроле технического состояния зданий и других сооружений, а также железных и автомобильных дорог; обнаружении очагов возгорания в лесах и на торфяниках; информационном обеспечении сельскохозяйственных работ и геологоразведке и др. [1, 2].

Основным измерительным блоком БЛА, предназначенным для решения перечисленных выше военных и гражданских задач, является обзорная система с телевизионной видеокамерой и, возможно, с дополнительной инфракрасной камерой (тепловизором) для наблюдений в ночное время [3, 4].

Для обеспечения возможности наведения видеокамеры на различные наземные объекты ее устанавливают на корпусе БЛА в специальных кардановых подвесах с двумя взаимно перпендикулярными осями вращения. Назначением системы управления кардановым подвесом при этом являются не только наведение видеокамеры на требуемые объекты и последующее слежение за ними, но и компенсация нежелательных угловых движений БЛА, вызванных,

например, случайными порывами ветра, аэродинамическим сопротивлением атмосферы и т.д. [3-5]. Поэтому одной из основных задач при создании высокоточных систем слежения за наземными объектами (целями) с БЛА является разработка системы управления самим БЛА, эффективно компенсирующей воздействие указанных внешних аэродинамических и ветровых возмущений.

В настоящей статье рассмотрены вопросы разработки так называемой L_1 адаптивной системы управления [6, 7] угловым движением квадрокоптера с учетом действующих на него внешних возмущающих воздействий [5].

1. Уравнения движения квадрокоптера. Схематическое изображение квадрокоптера показано на рис. 1, где через $O^I X^I Y^I Z^I$ обозначена инерциальная система координат (СК), относительно которой описывается движение центра масс (ЦМ) квадрокоптера; через $OXYZ$ - жестко связанная с квадрокоптером СК с началом в ЦМ и осями, направленными вдоль главных моментов инерции [5]; через θ , ϕ и ψ - углы тангажа, крена и рыскания, а через L - расстояния бесщеточных электродвигателей постоянного тока (моторов) от ЦМ O (далее для простоты все моторы считаются одинаковыми) [5].

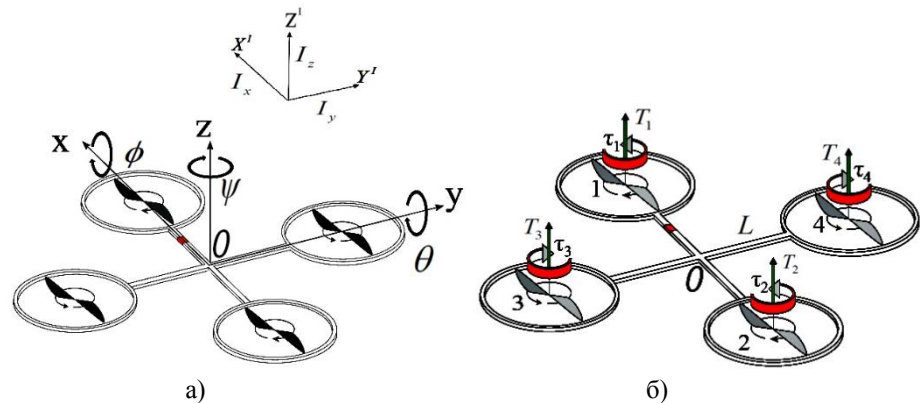


Рис. 1. Схематическое изображение квадрокоптера:
а - системы координат, б - расположение моторов

В общем случае поступательные движения ЦМ квадрокоптера относительно инерциальной СК и угловые движения относительно связанной СК описываются следующими нелинейными уравнениями шестого порядка [2, 5]:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = u_z (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) + \gamma_x - k_x \frac{dx}{dt}, \quad (1)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = u_z (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) + \gamma_y - k_y \frac{dy}{dt}, \quad (2)$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = u_z (\cos \phi \sin \theta \cos \psi) - mg + \gamma_z - k_z \frac{dz}{dt}, \quad (3)$$

$$I_x \frac{d^2 \theta}{dt^2} = u_\theta + \gamma_\theta + (I_y - I_z) \frac{d\phi}{dt} \frac{d\psi}{dt} - J_T \frac{d\phi}{dt} \Omega - k_\theta \frac{d\theta}{dt}, \quad (4)$$

$$I_y \frac{d^2 \phi}{dt^2} = u_\phi + \gamma_\phi + (I_z - I_x) \frac{d\theta}{dt} \frac{d\psi}{dt} - J_T \frac{d\theta}{dt} \Omega - k_\phi \frac{d\phi}{dt}, \quad (5)$$

$$I_z \frac{d^2 \psi}{dt^2} = u_\psi + \gamma_\psi + (I_y - I_z) \frac{d\theta}{dt} \frac{d\phi}{dt} - k_\psi \frac{d\psi}{dt}. \quad (6)$$

Здесь m - масса квадрокоптера; g - гравитационная постоянная; I_x , I_y , I_z - главные моменты инерции относительно осей OX , OY и OZ ; u_z - подъемная сила вдоль вертикальной оси $O^I Z^I$; u_θ , u_ϕ , u_ψ - управляющие моменты вокруг главных осей инерции; γ_x , γ_y , γ_z и γ_θ , γ_ϕ , γ_ψ - внешние возмущающие силы и моменты; k_x , k_y , k_z , k_θ , k_ϕ , k_ψ - коэффициенты лобового сопротивления при поступательных и вращательных движениях квадрокоптера; J_T - одинаковые моменты инерции ротора каждого мотора (с пропеллером); Ω - суммарная скорость вращения пропеллеров:

$$\Omega = -\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4, \quad (7)$$

где Ω_i - скорость i -го пропеллера.

Отметим, что все переменные в уравнениях (1)-(7) являются функциями времени t , однако для краткости записи зависимость этих переменных от t в явном виде не указывается.

Основной особенностью системы управления квадрокоптером является то, что имеется только четыре управляющих сигнала, а именно - напряжения u_1 , u_2 , u_3 и u_4 на входах моторов, причем тяги T_i всех четырех моторов направлены параллельно оси OZ . Подобная конфигурация не дает возможности управлять непосредственно всеми шестью степенями свободы квадрокоптера. Поэтому в качестве четырех управляемых параметров движения квадрокоптера

обычно выбираются углы θ , ϕ , ψ и высота полета z . Управление же перемещениями в горизонтальной плоскости $O^I X^I Y^I$ при этом осуществляется косвенно за счет изменения углов крена θ и тангажа ϕ [2, 5].

Как показано в [5], при малых угловых скоростях квадрокоптера и малых углах тангажа θ и крена ϕ , а также при условии, что при прямолинейном движении угол рыскания ψ равен нулю, управляемые движения по высоте z , а также угловые движения с учетом динамики моторов описываются в первом приближении следующими линейными уравнениями в операторной форме:

$$z = \frac{1}{ms^2} [w_M(s)(u_1 + u_2 + u_3 + u_4) - mg] + \frac{1}{ms^2} \gamma_z, \quad (8)$$

$$\theta = \frac{L}{I_x s^2} w_M(s)(u_1 - u_2) + \frac{1}{I_x s^2} \gamma_\theta, \quad (9)$$

$$\phi = \frac{L}{I_y s^2} w_M(s)(u_3 - u_4) + \frac{1}{I_y s^2} \gamma_\phi, \quad (10)$$

$$\psi = \frac{K_\psi}{I_z s^2} w_M(s)(u_1 + u_2 - u_3 - u_4) + \frac{1}{I_z s^2} \gamma_\psi, \quad (11)$$

где передаточная функция $w_M(s)$ описывает динамику моторов в виде апериодического звена первого порядка:

$$w_M(s) = \frac{T_i}{u_i} = K_M \frac{\omega_M}{s + \omega_M} \quad (i = 1, 2, 3, 4). \quad (12)$$

Укажем, что постоянные коэффициенты K_ψ в (11) и K_M , ω_M в (12) являются конструктивными параметрами моторов, где величина ω_M обратно пропорциональна электромеханической постоянной времени мотора T_M , т.е. $\omega_M = 1/T_M$ [5]. Отметим также, что все переменные в (8)-(12) зависят от оператора Лапласа s , что в явном виде не указывается для краткости записи.

Если ввести в рассмотрение векторы регулируемых переменных $\bar{\eta} = [z, \theta, \phi, \psi]^T$, управляющих напряжений на входе моторов $\bar{u} = [u_1, u_2, u_3, u_4]^T$

и внешних возмущений $\bar{\gamma} = [\gamma_z, \gamma_\theta, \gamma_\phi, \gamma_\psi]^T$, а также вектор $F = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, то уравнения (8)-(11) можно записать в следующей матричной форме:

$$\bar{\eta} = W_U(s)R\bar{u} + W_\gamma(s)\bar{\gamma} - \frac{1}{s^2}Fg, \quad (13)$$

где матрицы $W_U(s)$ и $W_\gamma(s)$ являются диагональными (см. [5]), а числовая матрица R имеет вид

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

и характеризует указанные выше кинематические особенности квадрокоптера.

Таким образом, система управления квадрокоптером относится к многосвязным (многомерным) системам управления [8, 9], где взаимные связи между отдельными каналами характеризуются матрицей жестких взаимных связей R (14).

2. Адаптивная система компенсации внешних возмущений. Рассмотрим L_1 адаптивную систему [7] компенсации внешних возмущений $\bar{\gamma}$, вызванных порывами ветра и аэродинамическим сопротивлением атмосферы. При этом будем предполагать, что линейные перемещения квадрокоптера в инерциальном пространстве отсутствуют, а слежение за наземными целями осуществляется автономно за счет системы управления кардановым подвесом видеокамеры. В подобной ситуации основной задачей системы управления квадрокоптером является компенсация внешних угловых возмущений $\gamma_\theta, \gamma_\phi, \gamma_\psi$, вызванных порывами ветра, которые непосредственно влияют на точность наведения видеокамеры на цели.

В соответствии с предложенной в [5] процедурой проектирования введем в систему управления квадрокоптером статический развязывающий компенсатор вида

$$K_c = R^{-1} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,5 & 0 & 0,25 \\ 0,25 & -0,5 & 0 & 0,25 \\ 0,25 & 0 & 0,5 & -0,25 \\ 0,25 & 0 & -0,5 & -0,25 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

который связывает вектор напряжений на входах моторов $\bar{u}$ с вектором $\bar{u}_r = [u_z, u_\theta, u_\phi, u_\psi]^T$ напряжений на входах компенсатора K_c (15), т.е. $\bar{u} = K_c \bar{u}_r$.

Матричная структурная схема системы управления при этом примет вид, показанный на рис. 2, где k_{gi} - статические коэффициенты усиления [5, 7]; предполагается, как указывалось выше, что все компоненты входного вектора $\bar{\eta}_r$ равны нулю.

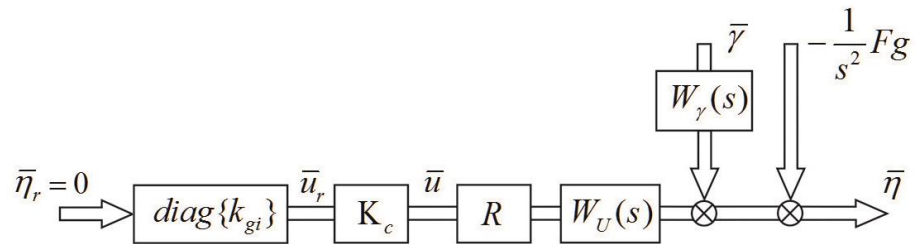


Рис. 2. Матричная структурная схема управления с компенсатором K_c (15)

Уравнение (13) при этом примет вид

$$\begin{aligned}\bar{\eta} &= W_U(s)R\bar{u} + W_\gamma(s)\bar{\gamma} - \frac{1}{s^2}Fg = W_U(s)RK_c\bar{u}_r + W_\gamma(s)\bar{\gamma} - \frac{1}{s^2}Fg = \\ &= W_U(s)\bar{u}_r + W_\gamma(s)\bar{\gamma} - \frac{1}{s^2}Fg,\end{aligned}\quad (16)$$

где, как указывалось выше, матрицы $W_U(s)$ и $W_\gamma(s)$ являются диагональными.

Таким образом, введение компенсатора K_c (15) приводит к независимости отдельных каналов управления квадрокоптером.

Рассмотрим, к примеру, канал управления по углу тангажа θ (управление развязанной системой по остальным каналам осуществляется аналогично). На основании уравнений (9) и (12)-(16) можно записать

$$\theta = \frac{L}{I_x s^2} \frac{K_M \omega_M}{(s + \omega_M)} u_g + \frac{1}{I_x s^2} \gamma_\theta. \quad (17)$$

Соответствующая структурная схема системы показана на рис. 3.

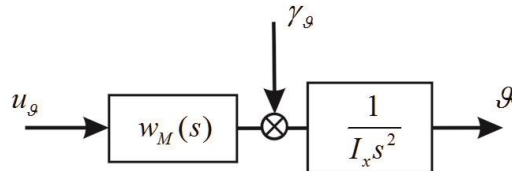


Рис. 3. Структурная схема развязанной системы управления по тангажу

Ставится задача разработать L_1 адаптивный регулятор с предсказателем состояний (называемым также эталонной моделью) [7], который компенсирует внешнее возмущающее воздействие γ_θ произвольной, но ограниченной (т.е. $|\gamma_\theta| \leq \Delta_0$) величины. Так как управляющим сигналом системы после ввода компенсатора K_c (15) является вектор напряжений $\bar{u}_r$, приведем возмущение γ_θ в (17) к точке приложения напряжения $u_\theta = \theta_r$. На основании известных правил преобразования структурных схем [10] это дает

$$\theta = \frac{L}{I_x s^2} \frac{K_M \omega_M}{(s + \omega_M)} (u_\theta + \gamma_E), \quad (18)$$

где эквивалентное возмущение γ_E имеет вид $\gamma_E = \gamma_\theta (s + \omega_M) / LK_M \omega_M$.

Для разработки L_1 адаптивного регулятора запишем операторное уравнение (18) в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= Ax(t) + b[u_\theta(t) + \gamma_E(t)], \quad x(0) = x_0, \\ y(t) &= \mathcal{G}(t) = cx(t), \end{aligned} \quad (19)$$

где трехмерный вектор состояний $x(t)$ имеет компоненты $\theta(t)$, $d\theta(t)/dt$ и $d^2\theta(t)/dt^2$, а постоянные матрица A и векторы b и c имеют вид

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_M \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ LK_M \omega_M / I_x \end{bmatrix}, \quad c = [1 \quad 0 \quad 0]. \quad (20)$$

Предсказатель состояний имеет ту же структуру, что и система (19):

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}(t)}{dt} &= A\hat{x}(t) + b[u_\theta(t) + \hat{\gamma}_E(t)], \quad \hat{x}(0) = x_0, \\ \hat{y}(t) &= c\hat{x}(t), \end{aligned} \quad (21)$$

с той лишь разницей, что неизвестное внешнее возмущение $\gamma_E(t)$ заменено его оценкой $\hat{\gamma}_E(t)$.

Компенсация возмущения $\gamma_E(t)$ осуществляется при помощи следующего адаптивного закона управления [7, 11, 12]:

$$\frac{d\hat{\gamma}_E(t)}{dt} = \Gamma b^T P \varepsilon(t) \quad (\text{или} \quad \dot{\hat{\gamma}}_E(t) = \Gamma b^T P \int \varepsilon(t) dt), \quad (22)$$

где $\varepsilon(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ есть *ошибка предсказания*, а положительно-определенная матрица P ($P = P^T > 0$) является решением уравнения Ляпунова

$$A^T P + P A = -Q \quad (23)$$

для произвольной симметричной положительно-определенной матрицы Q ($Q = Q^T > 0$). Положительный скаляр $\Gamma > 0$ в (22) называется *коэффициентом адаптации* (adaptation gain) [7, 11, 12].

В соответствии с теорией L_1 адаптивного управления [7] управляющий (компенсирующий) сигнал системы $u_\theta(t)$ в операторной форме задается как

$$u_\theta(s) = q(s) [k_g \vartheta_r(s) - \hat{\gamma}_E(s)], \quad (24)$$

где $\vartheta_r(s) = 0$ - заданный входной сигнал; k_g - статический коэффициент усиления, а $q(s)$ - передаточная функция устойчивого низкочастотного фильтра, удовлетворяющая условию $q(0) = 1$ [7].

Структурная схема системы управления с предсказателем состояний (21), адаптивным законом компенсации возмущений (22) и сигналом управления $u_\theta(s)$ (24) показана на рис. 4, где обычные линии соответствуют скалярным сигналам, а двойные – векторным.

Как показано в [11, 12], выходной сигнал (ошибка) $\vartheta_\gamma(s)$ адаптивной системы на рис. 4, обусловленный возмущением $\gamma_E(s)$, может быть записан в операторной форме в виде

$$\vartheta_\gamma(s) = W(s) [1 - q(s) [I + W_0(s)]^{-1} W_0(s)] \gamma_E(s), \quad (25)$$

где передаточные функции $W(s)$ и $W_0(s)$ имеют вид

$$W(s) = c(sI - A)^{-1}b, \quad W_0(s) = \frac{\Gamma}{s} W_{PR}(s), \quad W_{PR}(s) = b^T P(sI - A)^{-1}b. \quad (26)$$

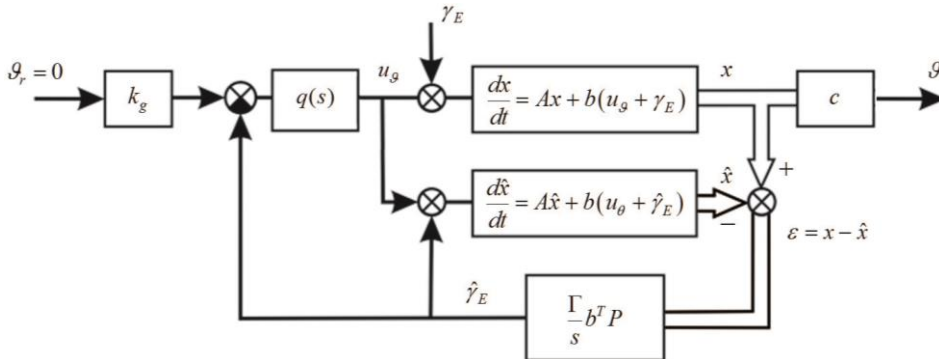


Рис. 4. L_1 адаптивная система управления с предсказателем состояний

Отметим, что $W(s)$ в (25) и (26) есть передаточная функция разомкнутой системы управления квадрокоптером по каналу тангажа при вводе в систему матричного развязывающего компенсатора K_c (15), а $W_{PR}(s)$ в (26) относится к классу *положительных действительных (Positive Real)* передаточных функций, фазовый сдвиг которых не превышает -90° [6, 11].

Уравнение (25) описывает систему, структурная схема которой представлена на рис. 5, где передаточная функция замкнутого контура $F_\Sigma(s)$ с отрицательной обратной связью дается выражением

$$F_\Sigma(s) = [I + W_0(s)]^{-1} W_0(s). \quad (27)$$

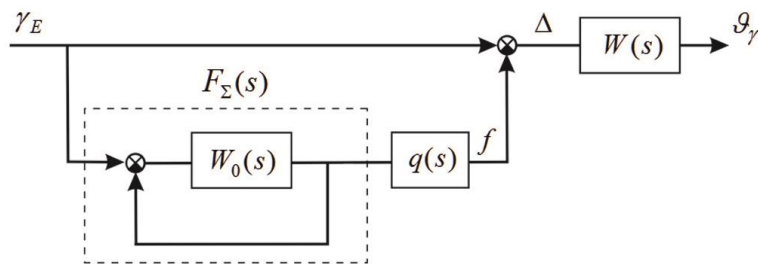


Рис. 5. К определению ошибки адаптивной системы, вызванной внешним возмущением $\gamma_E(s)$

Поскольку фазовый сдвиг передаточной функции $W_{PR}(s)$ в (26) не превышает -90° , а интегратор в $W_0(s)$ вносит постоянный фазовый сдвиг -90° , то очевидно, что система с передаточной функцией $F_\Sigma(s)$ (27) устойчива при любой величине коэффициента адаптации Γ (так как годограф $W_0(j\omega)$ на

комплексной плоскости не может охватить критическую точку $(-1, j0)$ ни при каких значениях $\Gamma > 0$ и $\omega > 0$).

При этом, если для простоты принять, что $q(s) = 1$, то из (26) и рис. 5 видно, что при $\Gamma \rightarrow \infty$ имеем $F_\Sigma(s) \rightarrow 1$, и ошибка $\mathcal{Q}_\gamma$ стремится к нулю независимо от величины и формы возмущения $\gamma_E(t)$. Иными словами, за счет выбора величины Γ можно свести ошибку $|\mathcal{Q}_\gamma|$ к любой, сколь угодно малой величине. Что касается постоянных внешних возмущений $\gamma_E = \text{const}$, то адаптивный контур управления полностью компенсирует такие возмущения независимо от величины $|\gamma_E|$, а также значения $\Gamma > 0$, так как передаточная функция $W_0(s)$ в (27) имеет астатизм первого порядка (одно интегрирующее звено), и сигнал f на рис. 5 в установившемся состоянии равен γ_E , т.е. $\Delta = \gamma_E - f = 0$.

Заключение. Рассмотрена задача разработки адаптивной системы компенсации внешних возмущений (например, порывов ветра), действующих на квадрокоптер, в предположении, что линейные перемещения квадрокоптера в инерциальном пространстве отсутствуют. Решение этой задачи имеет важное значение при наблюдении наземных объектов при помощи видеокамеры, установленной на квадрокоптере в двусосном кардановом подвесе. Предлагаемая процедура проектирования заключается во введении в систему управления квадрокоптером матричного развязывающего компенсатора, который приводит к независимости отдельных каналов системы, и последующем синтезе L_1 адаптивного регулятора с предсказателем состояний, обеспечивающего компенсацию ограниченных внешних возмущений.

Показано, что при произвольной величине и форме внешних возмущений $\gamma_E(t)$ ошибку системы управления квадрокоптером можно свести к сколь угодно малой (по модулю) величине за счет выбора соответствующего (большого) значения коэффициента адаптации Γ . Если же внешнее возмущение является постоянным, т.е. $\gamma_E = \text{const}$, то адаптивный регулятор полностью компенсирует его влияние независимо от величины $|\gamma_E|$.

Исследование выполнено совместно с Российско-Армянским университетом за счет средств, выделенных в рамках субсидии МОН РФ на финансирование научно-исследовательской деятельности РАУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Shah B., Choset H.** Survey on Urban Search and Rescue Robotic// Journal of Robotics Society of Japan. – 2004. –Vol. 22, No. 5. – P. 582-586.
2. **Bresciani T.** Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopte / Department of Automatic Control, Lund University. – 2008. – 16 p.
3. **Гаспарян О.Н., Багиян А.А.** Программное управление в задачах сопровождения наземных объектов с летательных аппаратов// Информационные технологии и управление. – 2011. – № 3. – С. 234–240.
4. **Altug E., Ostrowski J.P., Taylor C.J.** Control of a Quadrotor Helicopter Using Dual Camera Visual Feedback // The International Journal of Robotics Research.– 2005.– 24.– P. 5-6.
5. **Гаспарян О.Н., Егиазарян Г.Г., Дарбинян А.Г., Егиазарян Д.У.** Разработка системы управления квадрокоптером с развязывающим регулятором с учетом динамики электродвигателей // Вестник РАУ. – 2017. – №1. –16 с.
6. **Ioannou P., Sun J.** Robust Adaptive Control.- Prentice Hall, 1996. – 834 p.
7. **Hovakimyan N., Cao. C.** L_1 Adaptive Control Theory - Guaranteed Robustness with Fast Adaptation.-SIAM, Philadelphia. – 2010. – 340 p.
8. **Skogestad S., Postlethwaite I.** Multivariable Feedback Control. Analysis and Design. –John Wiley and Sons Ltd, Chichester, Sussex, UK, 2005 . – 585 p.
9. **Gasparyan O.N.** Linear and Nonlinear Multivariable Feedback Control: A Classical Approach.- John Wiley & Sons, UK, 2008. – 354 p.
10. **Dorf R.C., Bishop R.** Modern Control Systems. – Addison-Wesley Publishing Co., Reading, MA, 2007. – 1046 p.
11. On Application of L_1 Adaptive Control to Multivariable Control Systems. Part I. General-Type Multivariable Systems/ **O.N. Gasparyan, T. Hovanissyan, N. Vardanyan**, et al // Proceedings of RA NAS and NPUA. Series of Technical sciences. – 2014. – V.67, №4. – P. 434-445.
12. On Application of L_1 Adaptive Control to Multivariable Control Systems. Part II. Uniform Systems, / **O.N. Gasparyan, T. Hovanissyan, N. Vardanyan**, et al // Proceedings of RA NAS and NPUA. Series of Technical sciences. – 2015. – V.67, №4. – P. 238-249.

Национальный политехнический университет Армении. Материал поступил в редакцию 14.09.2017.

Օ.Ն. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Գ.Գ. ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ, Հ.Գ. ԴԱՐԲԻՆՅԱՆ,
Դ.Հ. ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ

ՔԱՌԱՊՏՈՒՏԱԿԻ L_1 ԱԴԱՊՏԻՎ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄՇԱԿՈՒՄԸ

Դիտարկված է քառապտուտակի վրա ազդող արտաքին վրդովմունքները չեզոքացնող ադապտիվ համակարգի մշակման խնդիրը: Ցույց է տրված, որ խնդիրը կարևոր նշանակություն ունի քառապտուտակի վրա երկառանցք կարդանային կախոցում տեղադրված տեսախցիկի միջոցով երկրային օբյեկտների դիտարկման դեպքում: Առաջարկվող նախագծման էությունը հետևյալն է. համակարգի է ներմուծվում կապագերծող կարգավորիչ, որից հետո իրականացվում է ադապտիվ կարգավորիչի սինթեզը, որն էլ կոմպենսացնում է արտաքին վրդովմունքները: Ցույց է տրված, որ կառավարման համակարգի սխալը կարելի է մոտեցնել ցանկացած փոքրագույն մեծությանը՝ ադապտացման գործակցի ընտրության հաշվին:

Առանցքային բառեր. քառապտուտակ, բազմակապ կառավարման համակարգ, արտաքին վրդովմունքներ, մատրիցային կապագերծող կոմպենսատոր, L_1 ադապտիվ կարգավորիչ, վիճակների կանխագուշակիչ, ադապտացման գործակից:

O.N. GASPARYAN, G.G. YEGHIAZARYAN, H.G. DARBINYAN,
D.H. YEGHIAZARYAN

**DEVELOPMENT OF THE L_1 ADAPTIVE CONTROL SYSTEM
OF QUADROCOPTER**

The issue of developing a control system for compensating the external disturbances acting on the quadcopter is considered. It is shown that the solution of the given task is important for the observation of ground objects with the help of a video camera mounted on the quadcopter in a two-axis Cardan gimbal. The proposed design procedure consists in introducing into the system a decoupling compensator and subsequent synthesis of an adaptive regulator that provides the compensation of external disturbances. It is shown that by virtue of choosing the value of the adaptation gain, one can reduce the control system error to any arbitrary small value.

Keywords: quadcopter, multivariable control system, external disturbances, matrix decoupling compensator, L_1 adaptive regulator, state predictor, adaptation gain.

Վ.Ա. ՊՈՂՈՍՅԱՆ, Ա.Գ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

ԲԵՐԿՈՎԻՑԻ ԱԼԳՈՐԻԹՄԻ ԲԱԶՄԱԶԱՓ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՆՄԱՆԱԿԸ

Առաջարկվել է բազմապարամետրական մատրիցների բնութագրիչ բազմանդամի որոշման մեթոդ՝ հիմնված Բերկովիցի ալգորիթմի և Գ.Ե. Պոլիտովի բազմապարամետրական դիֆերենցիալ ձևափոխությունների վրա: Ներկայացվել են մոդելային օրինակ և բնութագրիչ բազմանդամի գործակից-ֆունկցիաների որոշման ընթացակարգը:

Առանցքային բառեր. բազմապարամետրական մատրից, բնութագրիչ բազմանդամ, բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխություններ, գործակից-ֆունկցիա:

Ներածություն: Մի քանի անկախ պարամետրերով նկարագրվող համակարգերը հետազոտելիս անհրաժեշտություն է առաջանում բնութագրերը որոշել մի քանի պարամետրերից կախված ֆունկցիաներով: Աշխատանքում առաջարկվում է բազմապարամետրական մատրիցների բնութագրիչ բազմանդամի գործակից-ֆունկցիաների որոշման նմանակ՝ հիմնված ավտոնոմ մատրիցների բնութագրիչ բազմանդամի որոշման Բերկովիցի ալգորիթմի [1, 2] և բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխությունների [3] կիրառման վրա:

Բերկովիցի ալգորիթմը: Ավտոնոմ մատրիցների բնութագրիչ բազմանդամի կառուցման արդյունավետ և զուգահեռականացման բարձր աստիճանով օժտված ալգորիթմներից է Բերկովիցի ալգորիթմը [1, 2]:

Բերկովիցի ալգորիթմի կիրառմամբ $A_{n \times n}$ ավտոնոմ մատրիցի բնութագրիչ բազմանդամի գործակիցների P_A վեկտորը որոշվում է հետևյալ կերպ [1, 2].

$$P_A = C_1 \cdot C_2 \cdot \dots \cdot C_n,$$

որտեղ $C_j, j=1, n$ մատրիցները $(n+2-j) \times (n+1-j)$ չափայնությամբ ստորին եռանկյունաձև Տոպլիցի մատրիցներ են, որոնց 1-ին սյան տարրերը որոշվում են այսպես.

$$\begin{cases} 1, & \text{եթե } i = 1, \\ -a_{jj}, & \text{եթե } i = 2, \\ -R_j M_j^{i-3} S_j, & \text{եթե } 3 \leq i \leq n+2-j, \end{cases}$$

որտեղ $R_j = (a_{j(j+1)}, a_{j(j+2)}, \dots, a_{jn})$, $S_j = (a_{(j+1)j}, a_{(j+2)j}, \dots, a_{nj})^T$, M_1 -ը A , իսկ $M_j, j=2, n-1$ - երբ M_{j-1} մատրիցների գլխավոր ենթամատրիցներն են՝

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & R_1 \\ S_1 & M_1 \end{bmatrix}, M_1 = \begin{bmatrix} a_{22} & R_2 \\ S_2 & M_2 \end{bmatrix}, M_2 = \begin{bmatrix} a_{33} & R_3 \\ S_3 & M_3 \end{bmatrix}, \dots, M_{n-1} = [a_{nn}]:$$

$(n+2-j) \times (n+1-j)$ չափայնությամբ C_j մատրիցն ունի այսպիսի կառուցվածք.

$$C_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -a_{jj} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -R_j S_j & -a_{jj} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -R_j M_j S_j & -R_j S_j & -a_{jj} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_j M_j^{n-j-2} S_j & -R_j M_j^{n-j-3} S_j & -R_j M_j^{n-j-4} S_j & -R_j M_j^{n-j-5} S_j & \dots & 1 \\ -R_j M_j^{n-j-1} S_j & -R_j M_j^{n-j-2} S_j & -R_j M_j^{n-j-3} S_j & -R_j M_j^{n-j-4} S_j & \dots & -a_{jj} \end{bmatrix} :$$

Բերկովիցի ալգորիթմի բազմաչափ դիֆերենցիալ (Դ -) նմանակը: Միապարամետրական մատրիցների բնութագրերի որոշման մի շարք եղանակներ են մշակվել [4] դիֆերենցիալ միաչափ ձևափոխությունների կիրառմամբ: Բազմապարամետրական մատրիցների բնութագրերի որոշման եղանակներ առաջարկվել են [5 - 7] աշխատանքներում՝ կիրառելով Գ.Ե. Պոլիսովի բազմաչափ դիֆերենցիալ-թեյլորյան ձևափոխությունները [3].

- ուղիղ ձևափոխությունը՝

$$U(K_1, K_2, \dots, K_m) = \frac{H_1^{K_1} H_2^{K_2} \dots H_m^{K_m}}{K_1! K_2! \dots K_m!} \left[\frac{\partial^{K_1+K_2+\dots+K_m} u(x_1, x_2, \dots, x_m)}{\partial x_1^{K_1} \partial x_2^{K_2} \dots \partial x_m^{K_m}} \right]_{\substack{x_1=t_1, \\ x_2=t_2, \\ \dots \\ x_m=t_m}}, \quad (1)$$

- հակադարձ ձևափոխությունը՝

$$u(x_1, x_2, \dots, x_m) = \sum_{f=0}^{\infty} \sum_{K_1+K_2+\dots+K_m=f} \left(\frac{x_1-t_1}{H_1} \right)^{K_1} \left(\frac{x_2-t_2}{H_2} \right)^{K_2} \dots \left(\frac{x_m-t_m}{H_m} \right)^{K_m} U(K_1, K_2, \dots, K_m), \quad (2)$$

որտեղ $U(x_1, x_2, \dots, x_m)$ -ն բնօրինակն է (ենթադրվում է, որ գոյություն ունեն այս ֆունկցիայի բոլոր մասնակի ածանցյալներն ըստ $x_1, x_2, \dots, x_m$ փոփոխականների), $U(K_1, K_2, \dots, K_m)$ - ն՝ ամբողջաթիվ $K_1, K_2, \dots, K_m$ արգումենտներից կախված պատկերը ($U(K_1, K_2, \dots, K_m) \cong U(x_1, x_2, \dots, x_m)$), $H_1, H_2, \dots, H_m$ -երը՝ մասշտաբային գործակիցները, $t_1, t_2, \dots, t_m$ -երը՝ մոտարկման կենտրոնի կոորդինատները: Պատկերների առկայության դեպքում բնօրինակները վերականգնվում են (2) առնչությամբ:

Բազմապարամետրական $A(x_1, x_2, \dots, x_m)$ $n \times n$ չափայնությամբ մատրիցի բնութագրիչ բազմանդամի գործակից-ֆունկցիաները որոշելու համար նախ կատարենք հետևյալ նշանակումները՝

$$A(x_1, x_2, \dots, x_m) = \begin{bmatrix} a_{11}(x_1, x_2, \dots, x_m) & R_1(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ S_1(x_1, x_2, \dots, x_m) & M_1(x_1, x_2, \dots, x_m) \end{bmatrix},$$

$$M_1(x_1, x_2, \dots, x_m) = \begin{bmatrix} a_{22}(x_1, x_2, \dots, x_m) & R_2(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ S_2(x_1, x_2, \dots, x_m) & M_2(x_1, x_2, \dots, x_m) \end{bmatrix},$$

$$M_2(x_1, x_2, \dots, x_m) = \begin{bmatrix} a_{33}(x_1, x_2, \dots, x_m) & R_3(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ S_3(x_1, x_2, \dots, x_m) & M_3(x_1, x_2, \dots, x_m) \end{bmatrix},$$

...

$$M_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_m) = [a_{nn}(x_1, x_2, \dots, x_m)],$$

$$R_j(x_1, x_2, \dots, x_m) = (a_{j(j+1)}(x_1, x_2, \dots, x_m), a_{j(j+2)}(x_1, x_2, \dots, x_m), \dots, a_{jn}(x_1, x_2, \dots, x_m)),$$

$$S_j(x_1, x_2, \dots, x_m) = (a_{(j+1)j}(x_1, x_2, \dots, x_m), a_{(j+2)j}(x_1, x_2, \dots, x_m), \dots, a_{nj}(x_1, x_2, \dots, x_m))^T,$$

$$j=1, n:$$

$(n+2-j) \times (n+1-j)$ չափայնությամբ ստորին եռանկյունաձև $C_j(x_1, x_2, \dots, x_m)$, $j=1, n$ մատրիցների 1-ին սյան տարրերը, կատարված նշանակումների հաշվառմամբ, կլինեն՝

$$\begin{cases} 1, & \text{եթե } i = 1, \\ -a_{jj}(x_1, x_2, \dots, x_m), & \text{եթե } i = 2, \\ -R_j(x_1, x_2, \dots, x_m) \cdot M_j^{i-3}(x_1, x_2, \dots, x_m) \cdot S_j(x_1, x_2, \dots, x_m), & \text{եթե } 3 \leq i \leq n+2-j: \end{cases}$$

$P_A(\lambda(x_1, x_2, \dots, x_m))$ բազմանդամի գործակից-ֆունկցիաները կորոշվեն այսպես՝

$$P_A(x_1, x_2, \dots, x_m) = C_1(x_1, x_2, \dots, x_m) \cdot C_2(x_1, x_2, \dots, x_m) \cdot \dots \cdot C_n(x_1, x_2, \dots, x_m):$$

Բազմապարամետրական $A(x_1, x_2, \dots, x_m)$ մատրիցի բնութագրիչ $P_A(\lambda(x_1, x_2, \dots, x_m))$ բազմանդամի գործակից-ֆունկցիաները որոշելու համար նախ ենթադրենք, որ $A(x_1, x_2, \dots, x_m)$ մատրիցի $a_{ij}(x_1, x_2, \dots, x_m)$, $i, j=1, n$ տարրերն օժտված են բավարար աստիճանի ողորկությամբ, և ներկայացնենք Բերկովիցի ալգորիթմի Դ-նմանակը:

Դիֆերենցիալ պատկերների տիրույթում գործողությունները կազմակերպելու համար կատարենք հետևյալ նշանակումները՝

$$\begin{aligned}
A(K_1, K_2, \dots, K_m) &\cong A(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad K_i = \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m}, \\
M_j(K_1, K_2, \dots, K_m) &\cong M_j(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad j = \overline{1, n-1}, K_i = \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m}, \\
R_j(K_1, K_2, \dots, K_m) &\cong R_j(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad j = \overline{1, n-1}, K_i = \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m}, \\
S_j(K_1, K_2, \dots, K_m) &\cong S_j(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad j = \overline{1, n-1}, K_i = \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m}, \\
C_j(K_1, K_2, \dots, K_m) &\cong C_j(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad j = \overline{1, n}, K_i = \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m}, \\
P_A(K_1, K_2, \dots, K_m) &\cong p_A(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad K_i = \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m} :
\end{aligned}$$

Բերկովիցի ալգորիթմի բազմաչափ Դ-նմանակը ներկայացնենք քայլերի հետևյալ հաջորդականությամբ.

Քալլ 1: $H_1, H_2, \dots, H_m$ մասշտաբային գործակիցների, մոտարկման կենտրոնի $t_1, t_2, \dots, t_m$ կոորդինատների, պատկերների քանակների $K_1, K_2, \dots, K_m$ արժեքների համար հետևյալ դիսկրետների հաշվում՝

$$\begin{aligned}
A(K_1, K_2, \dots, K_m), \quad K_i &= \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m}, \\
M_j(K_1, K_2, \dots, K_m), \quad j &= \overline{1, n-1}, K_i = \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m}, \\
R_j(K_1, K_2, \dots, K_m), \quad j &= \overline{1, n-1}, K_i = \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m}, \\
S_j(K_1, K_2, \dots, K_m), \quad j &= \overline{1, n-1}, K_i = \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m} :
\end{aligned}$$

Քալլ 2: $C_j(x_1, x_2, \dots, x_m), j = \overline{1, n}$ բնօրինակ մատրիցների $C_j(K_1, K_2, \dots, K_m), K_i = \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m}$ մատրիցային պատկերների 1-ին սյան տարրերի որոշում՝

$$\begin{cases} 1, & \text{եթե } i = 1, \\ -a_{jj}(K_1, K_2, \dots, K_m), & \text{եթե } i = 2, \\ -R_j(K_1, K_2, \dots, K_m) * M_j^{\frac{i-3}{2}}(K_1, K_2, \dots, K_m) * S_j(K_1, K_2, \dots, K_m), & \text{եթե } 3 \leq i \leq n+2-j, \end{cases}$$

որտեղ $*$ -ը դիֆերենցիալ ձևափոխությունների տիրույթում բազմապատկման կամ փաթաթի գործողության, իսկ $\perp$ - ը՝ աստիճան բարձրացնելու նշաններն են:

Քալլ 3: Բնութագրիչ բազմանդամի գործակից-ֆունկցիաների պատկերների վեկտորի տարրերի հաշվում՝

$$\begin{aligned}
P_A(K_1, K_2, \dots, K_m) &= C_1(K_1, K_2, \dots, K_m) * C_2(K_1, K_2, \dots, K_m) * \dots * C_n(K_1, K_2, \dots, K_m), \\
K_i &= \overline{0, \infty}, i = \overline{1, m} :
\end{aligned}$$

Քայլ 4: Բնութագրիչ բազմանդամի գործակից-ֆունկցիաների բնօրինակների վեկտորի վերականգնում՝ համաձայն (2)-ի.

$$P_A(x_1, x_2, \dots, x_m) = \sum_{f=0}^{\infty} \sum_{K_1+K_2+\dots+K_m=f} \left(\frac{x_1-t_1}{H_1} \right)^{K_1} \left(\frac{x_2-t_2}{H_2} \right)^{K_2} \dots \left(\frac{x_m-t_m}{H_m} \right)^{K_m} P_A(K_1, K_2, \dots, K_m):$$

Քայլ 5: Բնութագրիչ բազմանդամի կառուցում՝

$$P(\lambda(x_1, x_2, \dots, x_m)) = \lambda^n(x_1, x_2, \dots, x_m) - p_1(x_1, x_2, \dots, x_m) \cdot \lambda^{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_m) - \\ - p_2(x_1, x_2, \dots, x_m) \cdot \lambda^{n-2}(x_1, x_2, \dots, x_m) - \dots - p_n(x_1, x_2, \dots, x_m):$$

Սողեյային օրինակ: Առաջարկված Դ-նմանակով որոշենք հետևյալ երկ-պարամետրական մատրիցի բնութագրիչ բազմանդամը.

$$A(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2^2 + 1 & x_1 x_2^2 - 2x_1 & 5 \\ 2 - x_1 & 4 + 3x_1^2 & 7x_1 x_2 \\ x_1 & x_2 & x_1 x_2 \end{bmatrix}:$$

$A(x_1, x_2)$ մատրիցի երկչափ դիսկրետները, մոտարկման $x_i = 0, \forall i = \overline{1, 2}$ կենտրոնի և $H_i = 1, \forall i = \overline{1, 2}$ մասշտաբային գործակիցների դեպքում կլինեն.

$$A(0,0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A(1,0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A(2,0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A(K_1, 0) = [0], \forall K_1 \geq 3,$$

$$A(0,1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, A(1,1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A(K_1, 1) = [0], \forall K_1 \geq 2,$$

$$A(0,2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A(1,2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A(K_1, 2) = [0], \forall K_1 \geq 2,$$

$$A(K_1, K_2) = [0], \forall K_1 \geq 1, K_2 \geq 3:$$

1-4 քայլերի կատարման արդյունքում ստացված $P_1(K_1, K_2)$, $P_2(K_1, K_2)$ և $P_3(K_1, K_2)$ գործակից-ֆունկցիաների պատկերների արժեքները ներկայացված են աղյուսակում:

Բնութագրիչ բազմանդամի գործակից-ֆունկցիաների պատկերները

$\begin{matrix} K_2 \\ \backslash \\ K_1 \end{matrix}$	$P_1(K_1, K_2)$					$P_2(K_1, K_2)$					$P_3(K_1, K_2)$				
	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
0	5	0	1	0	0	-4	0	-4	0	0	0	10	0	0	0
1	1	1	0	0	0	-3	-5	9	-1	0	-20	-1	-7	4	-7
2	3	0	0	0	0	-1	-1	-4	0	0	0	8	-7	-2	0
3	0	0	0	0	0	-3	-3	0	0	0	-15	-13	0	11	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0

Գործակից-ֆունկցիաները (2) առնչությամբ վերականգնելուց հետո կստանանք՝

$$p_1(x_1, x_2) = 5 + x_2^2 + x_1 + x_1 x_2 + 3x_1^2,$$

$$p_2(x_1, x_2) = -4 - x_2^2 - 3x_1 - 5x_1 x_2 + 9x_1 x_2^2 - x_1 x_2^3 - x_1^2 - x_1^2 x_2 - 4x_1^2 x_2^2 - 3x_1^3 - 3x_1^3 x_2,$$

$$p_3(x_1, x_2) = -10x_1 - 20x_1 - x_1 x_2 - 7x_1 x_2^2 + 4x_1 x_2^3 - 7x_1 x_2^4 + 8x_1^2 x_2 - 7x_1^2 x_2^2 - 2x_1^2 x_2^3 - 15x_1^3 - 13x_1^3 x_2 + 11x_1^3 x_2^3 + 3x_1^4 x_2 :$$

Եվ, վերջապես, երկպարամետրական մատրիցի բնութագրիչ բազմանդամը կլինի.

$$\begin{aligned} p(\lambda(x_1, x_2)) &= \lambda^3(x_1, x_2) - (5 + x_2^2 + x_1 + x_1 x_2 + 3x_1^2) \cdot \lambda^2(x_1, x_2) - \\ &\quad - (-4 - x_2^2 - 3x_1 - 5x_1 x_2 + 9x_1 x_2^2 - x_1 x_2^3 - x_1^2 - x_1^2 x_2 - 4x_1^2 x_2^2 - 3x_1^3 - 3x_1^3 x_2) \cdot \lambda(x_1, x_2) - \\ &\quad - (-10x_1 - 20x_1 - x_1 x_2 - 7x_1 x_2^2 + 4x_1 x_2^3 - 7x_1 x_2^4 + 8x_1^2 x_2 - 7x_1^2 x_2^2 - 2x_1^2 x_2^3 - \\ &\quad - 15x_1^3 - 13x_1^3 x_2 + 11x_1^3 x_2^3 + 3x_1^4 x_2) : \end{aligned}$$

Առաջարկված բազմաչափ Դ-նմանակի կիրառմամբ մշակվել է ֆունկցիա և ներդրվել [8-10]-ում ներկայացված առցանց մաթեմատիկական հարթակում: Դիտարկված մոդելային օրինակի համար նշված հարթակում ստացված արդյունքները ներկայացված են նկարում:

Rows	3	Columns	3	Function	Characteristic polynomial	Calculate
F = [...]						
	$x + y^2 + 1$		$x^2 y - 2 * x$		5	
	$2 - x$		$4 + 3 * x^2$		$7 * x * y$	
	x		y		$x * y$	
Result:						
Characteristic polynomial = $\lambda^3 + \lambda^2 * (-3 * x^2 - x * y - x - y^2 - 5) + \lambda * (3 * x^3 * y + 3 * x^3 + 4 * x^2 * y^2 + x^2 * y + x^2 + x * y^3 - 9 * x * y^2 + 5 * x * y + 3 * x + 4 * y^2 + 4) - 3 * x^4 * y - 11 * x^3 * y^3 + 13 * x^3 * y + 15 * x^3 + 2 * x^2 * y^3 + 7 * x^2 * y^2 - 8 * x^2 * y + 7 * x * y^4 - 4 * x * y^3 + 7 * x * y^2 + x * y + 20 * x - 10 * y$						

Նկ. Մոդելային օրինակի լուծման արդյունքները

Եզրակացություն: Առաջարկվել է բազմապարամետրական մատրիցների բնութագրիչ բազմանդամի որոշման Բերկովիցի ալգորիթմի Դ-նմանակը՝ հիմնված բազմաչափ դիֆերենցիալ ձևափոխությունների կիրառման վրա: Ալգորիթմի հիման վրա մշակվել է ֆունկցիա ներդրվել [8-10] առցանց մաթեմատիկական հարթակում:

Հետազոտությունը կատարվել է ՀԱՊՀ Ավտոմատացված համակարգերի և մոդելավորման բազային գիտահետազոտական լաբորատորիայում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Berkowitz S.J.** On computing the determinant in small parallel time using a small number of processors // Inform. Process. Letters 18.- 1984.- P. 147–150.
2. **Michael Soltys.** Berkowitz's Algorithm and Clow Sequences. - 2002.
3. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций.- Киев: Наукова думка, 1984. – 420 с.
4. **Симонян С.О., Аветисян А.Г.** Прикладная теория дифференциальных преобразований. - Ереван: Изд-во ГИУА “Чартарагет”, 2010. –361с.
5. **Аветисян А.Г.** Многомерный дифференциальный аналог метода Д.К. Фаддеева // Известия Томского политехнического университета. - 2011. - Т. 319, No 5. - С. 14-18.
6. **Аветисян А.Г.** Построение собственных многочленов многопараметрических матриц на основе многомерных дифференциальных преобразований // Вестник Инженерной академии Армении. – 2011. - Т. 8, N2. - С. 242-247.
7. **Аветисян А.Г., Авинян В.Р.** Метод определения обратных многопараметрических матриц, основанный на симплекс-преобразованиях и многомерных дифференциальных преобразованиях // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. Техн. наук. – 2012. - Т. LXV, N1. - С. 94-99.
8. **Պողոսյան Վ.Ա.** Առցանց հաշվողական հարթակի վեր ծառայություններ //ՀԱՊՀ Լրաբեր.– 2016.- Մաս 1. - էջ 221-227:

9. Պողոսյան Վ.Ա. Առցանց հաշվողական հարթակ //ՀՃԱԱ. -2015.- Հատոր 12, հ. 3.- էջ 568-572:
10. Պողոսյան Վ.Ա., Մանուկյան Ռ.Ա. Բազմապարամետրական մատրիցների բնութագրերի որոշման առցանց համակարգի աշխատանքային միջավայրը //ՀԱՊՀ Լրաբեր. – 2017.- Մաս 1. -էջ 206-213:

Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարան: Նյութը ներկայացվել է տպագրության 06.09.2017:

В.А. ПОГОСЯН, А.Г. АВЕТИСЯН

МНОГОМЕРНЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ АНАЛОГ МЕТОДА БЕРКОВИЦА

Предложен метод определения коэффициентов-функций характеристического многочлена многопараметрических матриц на основе метода Берковица и многомерных дифференциальных преобразований Г.Е. Пухова. Представлены модельный пример и процедура нахождения коэффициентов-функций характеристического многочлена.

Ключевые слова: многопараметрическая матрица, характеристический многочлен, многомерные дифференциальные преобразования, коэффициент-функция.

V.A. POGHOSYAN, A.G. AVETISYAN

THE MULTIDIMENSIONAL DIFFERENTIAL ANALOG OF BERKOWITZ'S ALGORITHM

A method for defining the coefficients-functions of the characteristic polynomial based on Berkowitz's algorithm, and G.E. Pukhov's multidimensional differential transforms is proposed. A model example and a procedure for finding the characteristic polynomial coefficients-functions are presented.

Keywords: multiparametric matrix, characteristic polynomial, multidimensional differential transforms, coefficient-function.

К.Р. ЕНОКЯН, М.Е. АЛАЕИ, Г.С. СУКИАСЯН
ОБ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ
АППРОКСИМАЦИИ С НЕРЕГУЛЯРНОЙ РЕШЕТКОЙ

Предложен алгоритм автоматического построения кусочно-линейной аппроксимации непрерывной функции с нерегулярной решеткой на оси абсцисс. Алгоритм минимизирует погрешность аппроксимации при заданном числе точек решетки. Развитый подход реализован на моделях функций, заданных аналитически и таблично. Численные эксперименты показали преимущество предложенного алгоритма по сравнению со стандартной аппроксимацией, порожденной равномерной решеткой.

Ключевые слова: кусочно-линейная аппроксимация, нерегулярная решетка.

При численном решении нелинейных задач на сходимость процесса последовательных приближений сильное влияние оказывает количество узлов дискретизации. Это вызывает потребность в построении экономных аппроксимаций, требующих малого количества узлов при сохранении достаточной точности приближений. Стремление уменьшить число сеточных узлов приводит к необходимости перехода от общепринятых равномерных решеток к нерегулярным решеткам (см. [1 – 4]). Отметим, что в прошлом веке использовались исключительно регулярные решетки (см. [5]).

Пусть на отрезке $[a, b]$ задана непрерывная функция $F(x)$. В [1] изучались приближения $F_\varepsilon(x)$ функции $F(x)$, “экономные” в следующем смысле:

1) $|F(x) - F_\varepsilon(x)| < \varepsilon$ при заданном уровне точности ε и всех x из отрезка $[a, b]$;

2) $F_\varepsilon(x)$ является кусочно-линейной функцией, ее график – ломаная линия, состоящая из отрезков;

3) количество отрезков (т.е. число точек излома) минимально в следующем смысле: если удалить любую из точек излома x_k , т.е. заменить два отрезка $x_{k-1}x_k$ и x_kx_{k+1} на один отрезок $x_{k-1}x_{k+1}$, то нарушится условие 1.

Таким образом, в [1] решалась задача минимизации числа точек излома при заданном уровне точности.

В настоящей работе исследуется дуальная задача: минимизировать погрешность аппроксимации при заданном числе точек излома.

Рассмотрим на отрезке $[a, b]$ упорядоченное множество точек $M = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$, причем полагаем $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$. Обозначим через

F_M следующее приближение к функции $F(x)$. Приближение $F_M(x)$ является кусочно-линейной функцией, ее график – ломаная линия, состоящая из отрезков, соединяющих точку с декартовыми координатами $(x_{k-1}; y_{k-1})$ с точкой с координатами $(x_k; y_k)$, где $y_k = F(x_k)$, $k=1, 2, \dots, n$.

Заметим, что число отрезков равно фиксированному числу n . Обозначим через E_M погрешность аппроксимации F_M :

$$E_M = \max_{\{a < x < b\}} |F(x) - F_M(x)|.$$

Разумеется, погрешность E_M зависит не только от вида функции $F(x)$, но и от выбора точечного множества M . Наша цель – для данной функции $F(x)$ и заданного числа точек излома n так построить точечное множество M , чтобы погрешность E_M была как можно меньше.

Вначале рассмотрим случай, когда функция $y=F(x)$ является монотонной и известна обратная функция $x=F^*(y)$. Предлагается следующий алгоритм построения точечного множества M и соответствующей аппроксимации $F_M(x)$.

На оси OY рассмотрим отрезок $[cd]$, где $c=F(a)$, $d=F(b)$. Пусть для определенности $c < d$. Разобьем отрезок $[cd]$ точками $y_0, y_1, \dots, y_n$ на n интервалов равной длины ε , где

$$c = y_0 < y_1 < y_2 < \dots < y_n = d, \quad \varepsilon = (d-c)/n, \quad y_{k+1} - y_k = \varepsilon.$$

Разбиение $y_0, y_1, \dots, y_n$ при помощи обратной функции $x=F^*(y)$ порождает на оси OX разбиение $M = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$, где $x_k = F^*(y_k)$. График искомой оптимальной аппроксимации $F_M(x)$ получается соединением двумерных точек (x_k, y_k) , $k=0, 1, 2, \dots, n$.

Заметим, что на оси OY точки $y_0, y_1, \dots, y_n$ составляют равномерную решетку, в то время как на оси OX точки $x_0, x_1, \dots, x_n$ распределены неравномерно: там, где функция сильно меняется, густота узлов на оси OX больше, если же функция медленно меняется, там узлы расположены реже.

Отметим также, что в случае существования обратной функции $x=F^*(y)$ разбиение M единственно, аппроксимация $F_M(x)$ – наилучшая, а погрешность E_M – наименьшая возможная при заданном числе точек излома n .

На рис. 1 представлен пример такой аппроксимации $F_M(x)$ для функции $F(x)=\text{tg}(x)$ на отрезке $a = -1$, $b = 1$. Число узлов неравномерной одномерной сетки равно 62. Хорошо видно, что в середине отрезка $[a, b]$, где функция медленно меняется, густота сеточных узлов относительно невелика. А по краям отрезка $[a, b]$, где наблюдается быстрое изменение функции, отрезки становятся

мелкими. Видно также, что на оси ОУ точки $y_0, y_1, \dots, y_n$ составляют равномерную решетку.

Наглядно видно, что интенсивность сеточных узлов на оси ОХ в разных участках одномерной сетки существенно разная. Четко соблюдается условие: густота сеточных узлов тем больше, чем сильнее меняется функция.

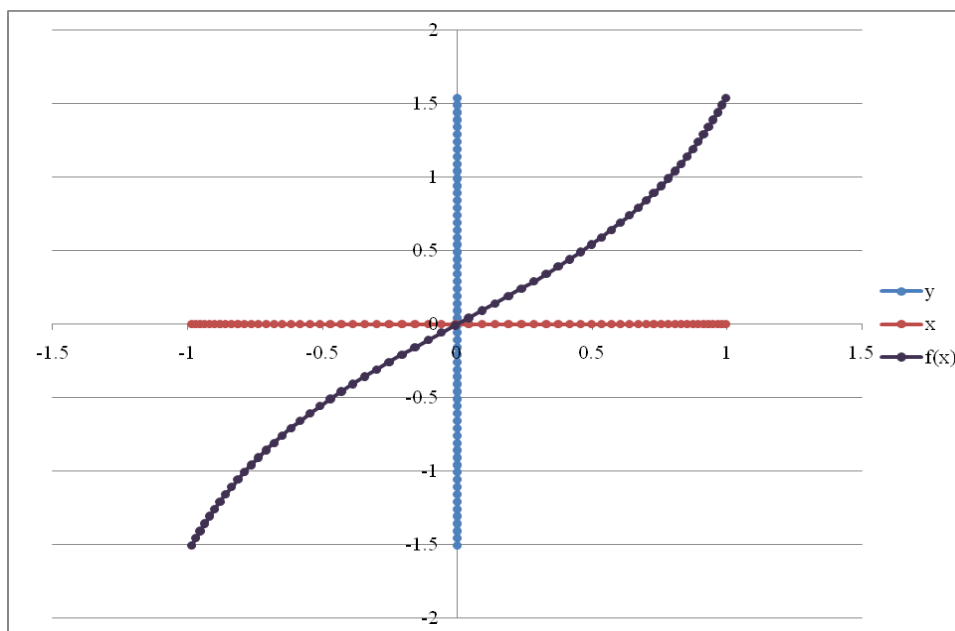


Рис. 1. Пример аппроксимации при помощи обратной функции

Теперь рассмотрим общий случай, когда у функции $y=F(x)$ обратной функции нет, или она неизвестна. В этом случае говорить о наилучшей аппроксимации не приходится, и возникает задача нахождения алгоритма автоматического построения кусочно-линейной аппроксимации, которая была бы лучше, чем некая стандартная аппроксимация.

В качестве стандартной рассмотрим аппроксимацию, порожденную равномерной решеткой $M_0 = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$ на оси ОХ с шагом δ :

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b, \quad x_k = x_0 + k\delta, \quad \delta = (b-a)/n.$$

Соответствующее стандартное приближение $F_{M_0}(x)$ является кусочно-линейной функцией, ее график – ломаная линия, состоящая из отрезков, соединяющих точку с координатами $(x_{k-1}; y_{k-1})$ с точкой $(x_k; y_k)$, где $y_k = F(x_k)$, $k=1, 2, \dots, n$.

Предлагается следующий алгоритм автоматического построения (методом последовательных приближений) неравномерной решетки, которой

соответствует кусочно-линейная аппроксимация с погрешностью меньшей, чем у стандартного приближения $F_{M_0}(x)$.

Вначале на оси OX разобьем отрезок $[ab]$ пополам точкой x_1 , которая порождает на оси OY точку $y_1=F(x_1)$. Найдем, какой из отрезков на оси OY является наибольшим ($[cy_1]$ или $[y_1d]$) и какой из отрезков на оси OX ($[ax_1]$ или $[x_1b]$) ему соответствует. Разобьем последний отрезок пополам точкой x_2 . Будем продолжать добавлять узлы делением пополам отрезка на оси OX , соответствующего наибольшему из отрезков на оси OY , до тех пор, пока количество узлов (включая концы $a = x_0$ и $x_n = b$) достигнет заданного числа n .

При этом для достаточно больших n в силу того, что уменьшается наибольший из отрезков на оси OY , точки $y_0, y_1, \dots, y_n$ будут приближаться к равномерной решетке. Соответствующее множество точек $M = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$ будет приближаться к идеальной неравномерной решетке, а соответствующая аппроксимация $F_M(x)$ будет приближаться к идеальной аппроксимации, которую можно было бы построить, если знать обратную функцию $x=F^*(y)$.

Предложенный алгоритм реализован для построения соответствующей аппроксимации $F_M(x)$ для функции $F(x)=\text{tg}(x)$ без использования обратной функции $x=F^*(y)=\text{arctg}(y)$ (см. рис. 2). Для числа узлов $n=40$ погрешность E_M получилась равной 0,0015.

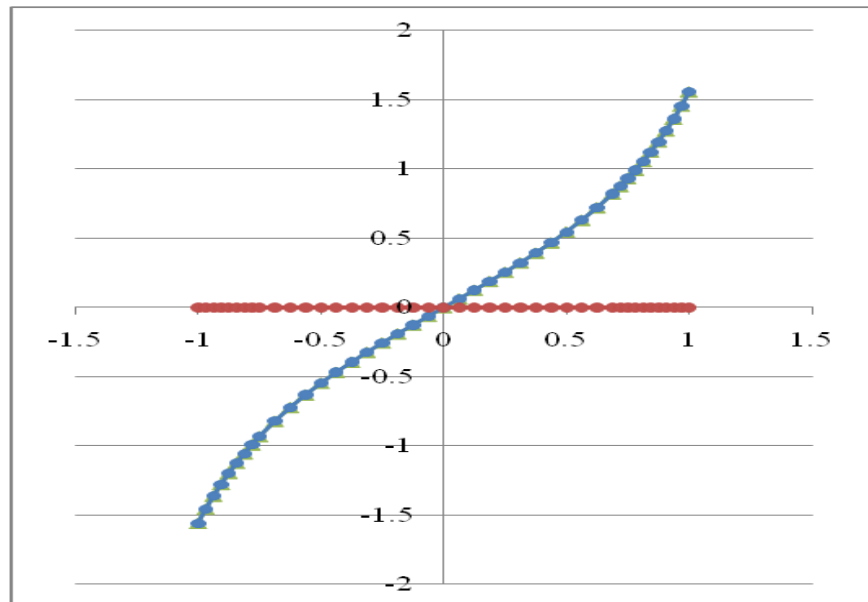


Рис. 2. Пример аппроксимации при помощи предложенного алгоритма

На рис. 3 представлена стандартная аппроксимация для функции $F(x)=\text{tg}(x)$, порожденная равномерной решеткой на отрезке $a = -1$, $b = 1$. Для числа узлов $n=40$ погрешность E_M получилась равной 0,0029, что подтверждает преимущество аппроксимации с неравномерной решеткой.

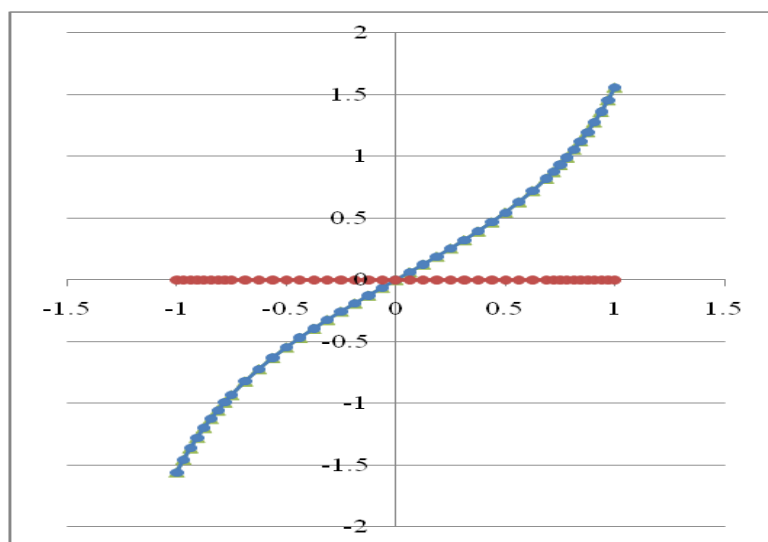


Рис. 3. Стандартная аппроксимация с равномерной решеткой

Теперь рассмотрим дискретный случай: о функции $F(x)$ известны лишь ее значения $y_k = F(x_k)$, $k=1,2,\dots,N$ на равномерной решетке, состоящей из N узлов. Цель та же – для заданного числа точек излома n так построить точечное множество M , чтобы погрешность E_M была как можно меньше. Разумеется, $n < N$.

На рис. 4 показаны колебания цены барреля нефти на Лондонской бирже с 20 ноября 2006 года до 16 апреля 2009 года (данные взяты из статьи [6]). Число узлов (дней) равномерной решетки равно $N=604$ (пропущены выходные для биржи дни).

На рис. 5 представлена стандартная аппроксимация для дискретной функции колебания цены барреля нефти, порожденная равномерной решеткой с $n=40$ узлами. Погрешность от замены 604 данных сорока данными составила 11,3236.

На рис. 6 представлена аппроксимация для дискретной функции колебания цены барреля нефти по предложенному алгоритму с неравномерной решеткой, содержащей $n=40$ узлов. Погрешность от замены 604 данных сорока данными составила 9,6481, что подтверждает преимущество аппроксимации с неравномерной решеткой.

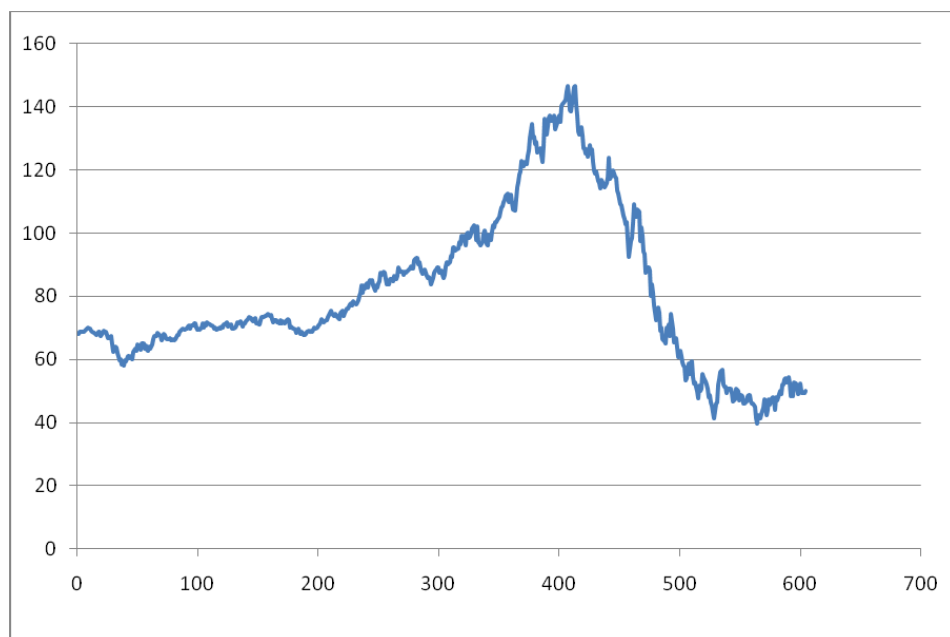


Рис. 4. Пример дискретной функции

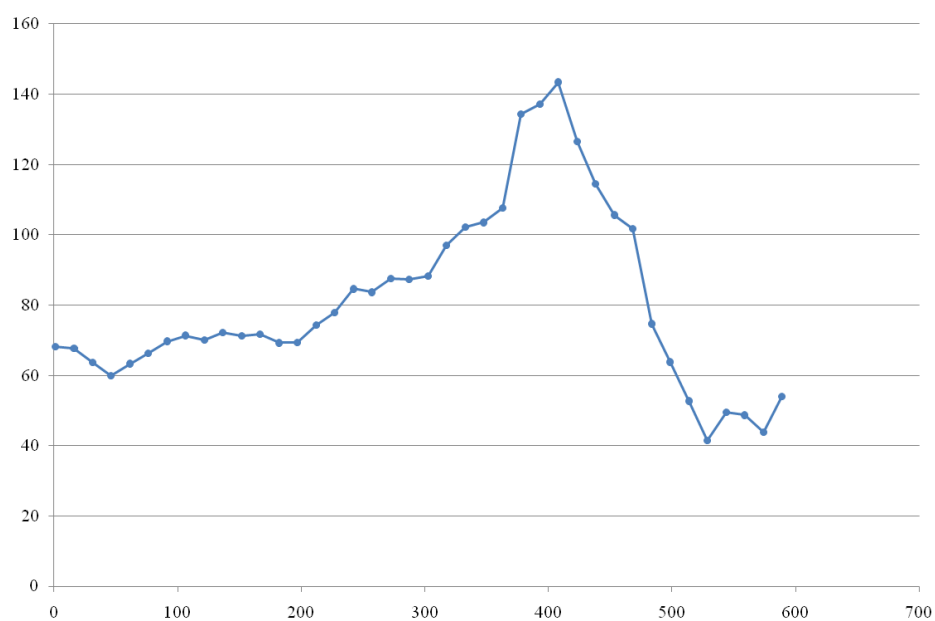


Рис. 5. Стандартная аппроксимация с равномерной решеткой

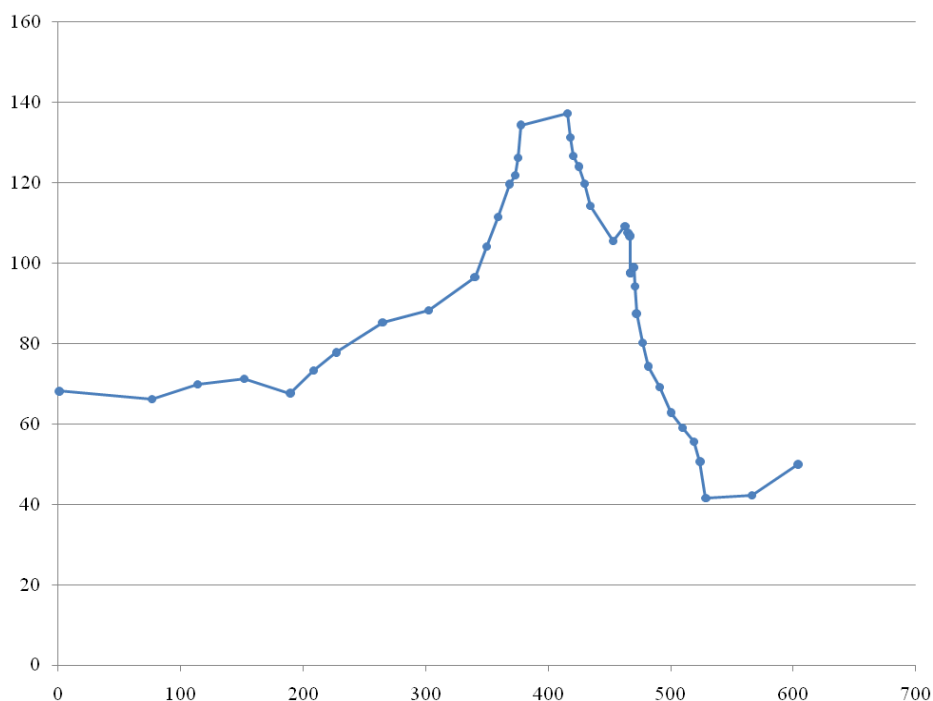


Рис. 6. Аппроксимация по предложенному алгоритму с неравномерной решеткой

Заключение. Развита и реализована алгоритм автоматического построения кусочно-линейной аппроксимации заданной функции с неравномерной решеткой. Алгоритм минимизирует погрешность аппроксимации при заданном числе точек решетки.

Развитый подход реализован на модельных задачах построения кусочно-линейной аппроксимации для непрерывных функций, заданных аналитически, и дискретных функций, заданных таблично.

Численные эксперименты показали преимущество предложенного алгоритма по сравнению со стандартной аппроксимацией, порожденной равномерной решеткой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сукиасян Г.С., Еномян К.Р., Мелконян Т.Р., Оганнисян А.А. Об автоматическом построении экономной аппроксимации решений краевых задач // Известия НАН РА и НПУА. Сер. ТН.- 2017.- Т. 70, № 1.- С. 109-114.
2. Терзян А.А., Сукиасян Г.С. К оценке погрешности численного решения трехмерного уравнения Лапласа с **нерегулярной** сеткой // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2000. - Т. 53, №3. – С. 359-363.

3. **Терзян А.А., Сукиасян Г.С., Пароникян А.Е.** Об оптимизации сетки для расчета магнитных полей методом конечных элементов // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2005. - Т. 58, № 3. - С. 570-578.
4. **Боровиков С.Н.** Метод построения нерегулярных тетраэдральных расчетных сеток в произвольных трехмерных областях с криволинейными границами: Дис. ... к.т.н.- М., 2005.- 192 с.
5. **Березин И.С., Жидков Н.П.** Методы вычислений. - М.: ФИЗМАТГИЗ, 1962.- 464 с.
6. **Alaei M.E.** On numerical comparison between European and Asian options // Caspian Journal of Computational & Mathematical Engineering. – 2017. - № 1. - P.44 - 57.

Национальный политехнический университет Армении. Материал поступил в редакцию 17.10.2017.

Կ.Ռ. ԵՆՈԿՅԱՆ, Մ.Է. ԱԼԱԵՆԻ, Հ.Ս. ՍՈՒԳԻԱՍՅԱՆ
ԱՆԿԱՆՈՆ ՑԱՆՑԻ ՄԻՋՈՑՈՎ ԿՏՈՐ-ԳԾԱՅԻՆ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՎԱԾ ՄՈՏԱՐԿՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Առաջարկված է արգիսների առանցքի վրա անկանոն ցանցի միջոցով անընդհատ ֆունկցիայի կտոր-գծային մոտարկմամբ ավտոմատացված կառուցման ալգորիթ: Ալգորիթը նվազեցնում է մոտարկման սխալանքը ցանցի կետերի ֆիքսված քանակի դեպքում: Մշակված մոտեցումն իրագործված է տարբեր ֆունկցիաների մոդելների վրա, որոնք տրված են անալիտիկորեն կամ աղյուսակով: Թվային փորձարկումները ցույց են տվել առաջարկվող ալգորիթի առավելությունը՝ ի համեմատ հավասարաչափ ցանցով ստանդարտ մոտարկման:

Առանցքային բառեր. կտոր-գծային մոտարկում, անկանոն ցանց:

K.R. YENOKYAN, M.E. ALAEI, H.S. SUKIASYAN
AUTOMATIC CONSTRUCTION OF PIECEWISE-LINEAR APPROXIMATION WITH AN IRREGULAR LATTICE

An algorithm for the automatic construction of piecewise-linear approximation of continuous function with an irregular lattice on the abscissa axis is proposed. The algorithm minimizes the approximation error for the given number of lattice points. The developed approach is implemented on the models of functions determined in the analytical and tabular forms. Numerical experiments have shown the advantage of the proposed algorithm in comparison with the standard approximation generated by a regular lattice.

Keywords: piecewise-linear approximation, irregular lattice.

А.Г. КОЧАРЯН

ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА XRANDNET ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ
ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ СЕТЕЙ

Активное изучение случайных сетей делает актуальным вопрос о разработке системы, которая способна имитировать поведение случайных сетей различных моделей (*Erdős-Rényi*, *Watts-Strogatz*, *Barabási-Albert*, *Regular Block-Hierarchical* и *Non Regular Block-Hierarchical*) и проводить анализ их топологических свойств. Разработанная система *xRandNet* направлена на эффективную имитацию именно блочно-иерархических сетей, которые являются достаточно новыми объектами в данной области.

Ключевые слова: случайные сети, блочно-иерархические сети, топологические характеристики.

Введение. В различных областях науки все чаще можно встретить так называемые сложные, комплексные системы, которые, как правило, нетривиальны и по своей структуре, и по характеру их изменений. Такими являются биологические системы (в частности, биополимеры – ДНК, РНК, белки), технические системы, социальные, экономические и т.д. [1]. На протяжении последних десятилетий сложные системы моделируются с помощью сетей, узлами (вершинами) которых являются элементы системы, а связями – взаимодействие этих элементов. В начале 1960-ых Пал Эрдеши и Альфред Реньи обратили внимание на то, что в изучении сложных систем можно использовать вероятностные методы, и основали теорию случайных сетей. Сеть называется случайной, если возникновение любой связи в ней подчиняется определенному вероятностному правилу. Далее будем рассматривать только ненаправленные (*non directed*) сети, в которых не допускается существование петель (*self-reference*) и кратных связей. Эрдеши и Реньи предложили модель случайной сети (классическая модель), для которой задаются число узлов N и вероятность p , определяющая наличие связи между любыми двумя узлами сети.

Изучение случайных сетей предполагает статистическое исследование различных топологических характеристик, таких как средняя длина пути, диаметр, распределение степени узлов, коэффициента кластеризации, циклов различной длины, расстояний между узлами и т.д.

Помимо изучения классических случайных сетей *Erdős-Rényi*, растет интерес и к новым классам сетей – “малым мирам” (*small-world*), для которых значение среднего расстояния между узлами по сравнению с размером сети очень малое; *безмасштабным* (*scale-free*), для которых характерно степенное поведение распределения степеней узлов и т.д. А в последнем десятилетии было предложено изучение принципиально иного класса случайных сетей – *блочно-иерархических*, с помощью которых, как оказалось, можно моделировать различные биологические структуры, начиная от белков до нейронных сетей [2,3].

Существующие программные системы (*GraphCrunch*, *mfinder*, *FANMOD*, *pajek*) позволяют проводить генерацию и анализ случайных сетей для стандартных моделей *Erdős-Rényi*, *Watts-Strogatz*, *Barabási-Albert* с числом узлов порядка 10^4 . В рассматриваемой системе *xRandNet*, помимо стандартных моделей, проводятся генерация и анализ сетей блочно-иерархического класса с числом вершин, превышающим 10^6 . Для моделей *Regular Block-Hierarchical* и *Non Regular Block-Hierarchical* разработаны новые алгоритмы, позволяющие довольно быстро проводить различные исследования. Оценка и описание этих алгоритмов даны в [4-6], а в данной статье приведены их времена выполнения. Помимо анализа по основным топологическим свойствам, включены конкретные виды исследований, которые описаны ниже. Особенностью системы является простое подключение новых моделей, для которых выполняются все имеющиеся исследования.

Необходимость исследования случайных сетей вообще и сетей блочно-иерархического класса, в частности, делает актуальными вопросы разработки инструмента, предназначенного имитировать генерацию случайных сетей различных моделей, вычисления топологических характеристик, выполнение различных исследований и проведения статистического анализа полученных результатов. Детальное описание генерации ансамбля случайных сетей разных моделей приведено в [7].

В данной статье представлены функциональность системы *xRandNet*, ее архитектура, детали реализации и иллюстрация ее работы.

Функциональность системы *xRandNet*. Данная система дает возможность генерировать ансамбли случайных сетей моделей *Erdős-Rényi*, *Watts-Strogatz*, *Barabási-Albert*, *Regular Block-Hierarchical* (далее *RBH*) и *Non Regular Block-Hierarchical* (далее *NRBH*), вычислять топологические характеристики для каждой сети в ансамбле, сохранять полученные результаты в хранилище данных и проводить статистический анализ этих данных.

Рассмотрим виды исследований, проведение которых поддерживается системой *xRandNet*.

Базовое исследование (Basic Research). Под базовым исследованием понимается генерация ансамбля случайных сетей конкретной модели и вычисление выбранного набора топологических характеристик этих сетей. Это могут быть как глобальные свойства, такие как средняя длина пути, диаметр, средний коэффициент кластеризации, так и локальные свойства - распределение степеней узлов, распределение коэффициентов кластеризации узлов и т.д. В рамках базового исследования можно также анализировать реальные сети, представленные в виде матрицы связей или списка смежностей в текстовом файле (рис. 1).

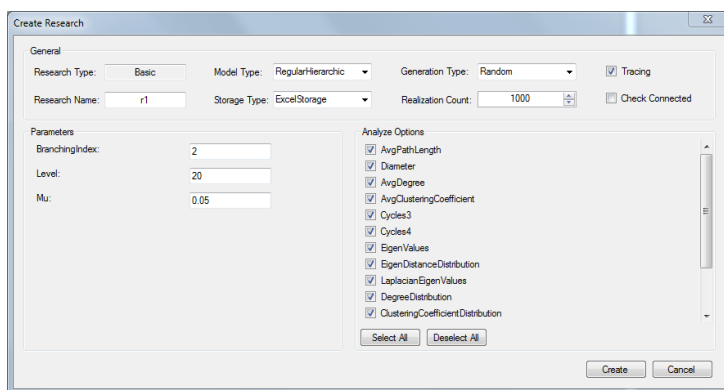


Рис. 1. Окно для создания базового исследования (Basic Research) в системе *xRandNet*

Исследование эволюции (Evolution Research). В данном исследовании рассматривается направленная эволюция случайных сетей по выбранному глобальному свойству при "замораживании" одной из степеней свободы. В системе *xRandNet* реализован процесс развития с увеличением числа циклов длиной 3 при сохранении числа связей или степеней вершин. Для семплирования использован алгоритм Метрополиса–Гастингса [8].

Исследование пороговой величины (Threshold Research). Для некоторой модели случайной сети вероятностным назовем параметр, с помощью которого определяется вероятность появления связей между узлами сети. Например, для модели *Erdős-Rényi* таким является параметр p , а для модели *RBH* – параметр плотности сети μ [4] и т.д. В теории случайных сетей одним из актуальных вопросов является нахождение порогового значения вероятностного параметра, при котором в сети появляется выбранное глобальное свойство Q . В системе *xRandNet* с этой целью реализовано исследование *Threshold Research*, для которого в качестве Q выбрано свойство связности сети. В процессе

исследования генерируются ансамбли сетей с изменением вероятностного параметра в данном диапазоне с шагом дельта. Для каждого ансамбля вычисляются размер максимальной связной компоненты, размер второй связной компоненты и средний размер всех остальных связных компонент, что позволяет изучать их зависимость от вероятностного параметра.

Для всех исследований результаты вычислений сохраняются в выбранном хранилище данных – XML файлы (*.xml), MS Excel файлы (*.xlsx) или MS SQL таблицы.

Статистический анализ. В системе *xRandNet* также предусмотрен инструмент для предварительного статистического анализа полученных результатов – *xRandNetStat* (*Extended Random Networks Statistics*). Он имеет функциональность загрузки результатов из хранилища данных, группирования их по входным параметрам и получения соответствующих таблиц усредненных значений или графиков усредненных распределений. Для последних можно задавать аппроксимацию – степенную, экспоненциальную, гауссовскую, параметр сгущения для сглаживания графика и т.п. (рис. 2).

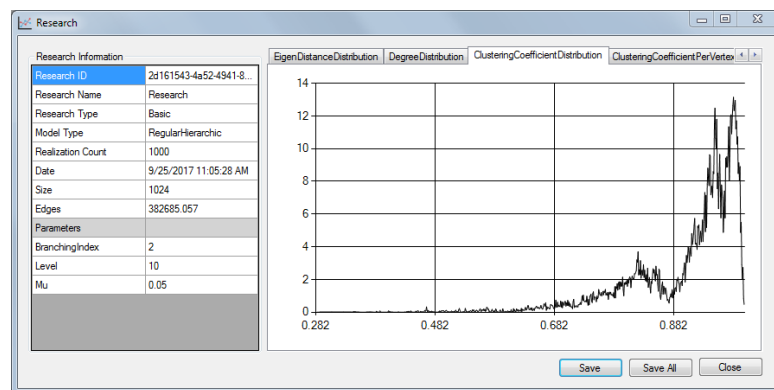


Рис. 2. Окно статистического анализа в системе *xRandNet*

Наличие такого инструмента позволяет предварительно фильтровать полученные результаты, выявляя особенности поведения для последующего детального анализа полученных данных с помощью более специализированных инструментов (таких как *Origin Pro*).

Архитектура системы *xRandNet*. Перечислим технические требования к разработке системы *xRandNet*:

1. **Эффективное использование памяти.** Это требование вытекает из необходимости изучения сетей с 10^6 узлами в рамках ансамблей из 1000 реализаций.

2. *Скорость вычисления топологических характеристик случайной сети.* Изучение случайных сетей подразумевает также возможность вычисления широкого набора топологических характеристик для каждой сети сгенерированного ансамбля. Оценки сложностей соответствующих классических алгоритмов вычисления, как правило, варьируются от $O(N)$ до $O(N^k)$ (k зависит от алгоритма) [9], что значительно затрудняет проведение исследований для больших сетей.

Данные проблемы в системе *xRandNet* решены для моделей RBH и NRBH путем разработки и реализации новой структуры хранения и новых оптимальных алгоритмов, оценки сложностей которых не превышают $O(N)$ [4-6].

Кроме чисто технических требований, перед системой *xRandNet* были поставлены ряд функциональных задач:

1. *Масштабируемость.* В систему *xRandNet* минимальными средствами можно включать как принципиально новые исследования, так и новые модели случайных сетей, а также реализовать новые типы хранилищ данных.

2. *Способность к взаимодействию.* В системе *xRandNet* в целях возможности передачи данных были учтены распространённые форматы вход/выходов других программных средств, например, *Tulip*, *Origin Pro* и т.п.

Разработанная система *xRandNet* спроектирована соответственно требованиям, сформулированным выше. Система реализована на языке *C#* платформы *.Net Framework 4.5*. Архитектуру системы можно разделить на три независимых слоя (*layers*): графический интерфейс пользователя (*GUI*), управление сеансом системы (*Session Manager*) и ядро (*Core*) (рис. 3).

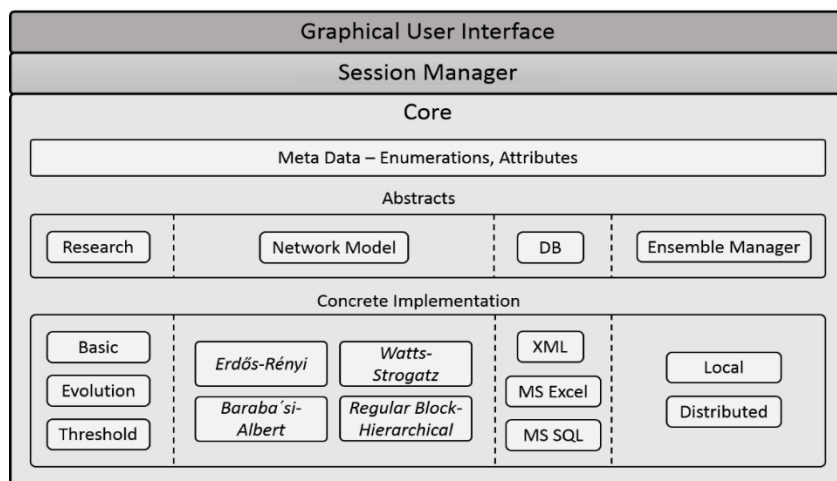


Рис. 3. Архитектурная структура *xRandNet*

Слой *GUI* использует элементы управления *Windows Forms* и технологию визуализации графики *GDI+*. Для взаимодействия *GUI* с более низкими слоями разработан модуль управления сеансом системы – *Session Manager*, который предоставляет единый интерфейс для запуска доступных исследований, процессов генерации и анализа случайных сетей, сохранения результатов и дальнейших запросов к полученным данным.

Слой *Core* состоит из трех основных компонент - организация работы с мета-данными типов (*Meta Data*) по технике позднего связывания с использованием атрибутов и отражений типов (*Enumerations, Attributes*), абстрактные интерфейсы, взаимодействие между ними (*Abstracts*) и имплементация (*Concrete Implementation*). В компоненте *Abstracts* определяются базовые классы для последующей имплементации видов исследований (*Research*), моделей сетей (*Network Model*), хранилищ данных (*DB*) и управления ансамблем (*Ensemble Manager*).

Важнейшей абстракцией в системе является *Network Model* (рис. 4).

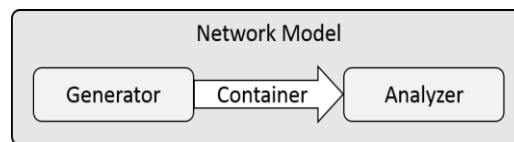


Рис. 4. Абстракция *Network Model*

Модель основана на том, что случайная сеть определяется тремя компонентами: генератор (*Generator*), контейнер (*Container*) и анализатор (*Analyzer*). Логика взаимодействия этих трех абстрактных компонентов такова: генератор на основе входных параметров генерирует случайную сеть в контейнере, затем на сгенерированном контейнере анализатор запускает алгоритмы вычислений топологических характеристик.

Так как процесс генерации и вычислений характеристик выполняется независимо, в системе реализован параллелизм, управляемый в модуле *Ensemble Manager*. Параллельная обработка каждой сети в ансамбле выполняется или с помощью потоков (с учётом числа ядер на машине), или распределением работы в локальной сети.

В компоненте *Concrete Implementation* представлены конкретные реализации исследований, моделей случайных сетей, взаимодействие с разными типами хранилищ данных, многопоточная или распределенная организация работы над ансамблями и т.д. Именно на этом этапе для каждой модели сети разработаны соответствующие алгоритмы генерации, структуры хранения в памяти (контейнеры) и алгоритмы вычислений топологических характеристик,

оптимизированные на основе особенностей данной модели. В *Concrete Implementation* использовались средства *ADO.NET* для доступа к базам данных, объекты синхронизации пространства имен *Threading* и *WCF* технология для распределения в локальной сети.

Структура хранения блочно-иерархических сетей. Учитывая, что система *xRandNet* сориентирована на проведение исследований над случайными сетями моделей *RBH* и *NRBH*, можно сказать, что важную роль в разработке имеет структура хранения блочно-иерархических сетей.

Приведем определение блочно-иерархических сетей. Пусть b и Γ – натуральные числа, $b > 1$. Для заданных b и Γ определяется класс **регулярно-ветвящихся блочно-иерархических сетей** $\mathcal{H}_{b,\Gamma}$. Число узлов сети $G_{b,\Gamma} \in \mathcal{H}_{b,\Gamma}$ равно b^Γ . Сеть конструируется по уровням. На каждом новом уровне γ , $0 \leq \gamma \leq \Gamma$, новые кластеры (подсети) формируются посредством объединения кластеров, построенных на предыдущем уровне, и введения новых связей между ними посредством соединения некоторых из них [4] (рис. 5).

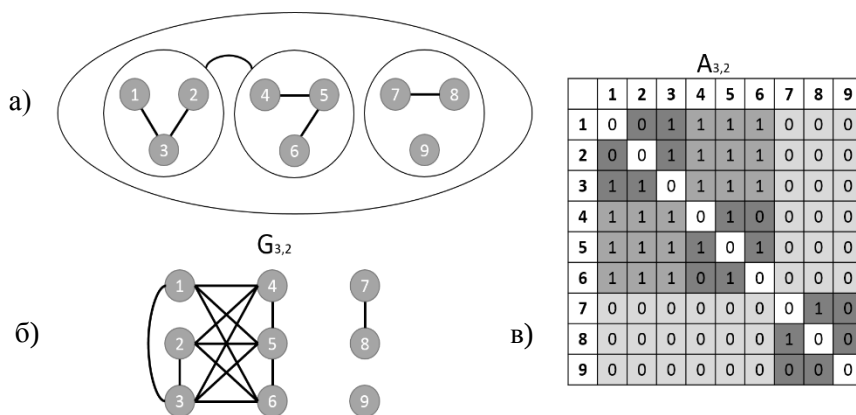


Рис. 5. Блочно-иерархическая сеть $G_{3,2}$: а- вид с выделенными кластерами, б- вид с выделенными связями, в- вид ее матрицы смежности $A_{3,2}$

Рассмотрен также нерегулярный случай, когда число кластеров, которые объединяются в один кластер, определяется случайным образом от единицы до значения b [6].

Такие сети представляются в виде **дерева связей**, листьями которого являются узлы сети, а поддеревья соответствуют кластерам (группам узлов) и отмечены последовательностью нулей и единиц, которые представляют связи между соответствующими узлами кластера (рис. 6). Все алгоритмы вычисления топологических характеристик сети блочно-иерархической модели используют дерево связи.

В системе *xRandNet* дерево связей реализовано в виде двумерного массива (*BitArray*[][] на языке C#). Для каждого уровня конструируется битовая последовательность, являющаяся совокупностью меток всех узлов данного уровня. Очевидно, что на уровне γ , $0 \leq \gamma \leq \Gamma$ дерево имеет b^γ узлов, каждый из которых “отмечен” последовательностью 0 и 1 длиной $b * (b - 1)/2$. Следовательно, размер использованной памяти равен

$$\Gamma * \frac{b*(b-1)}{2} * \sum_{\gamma=0}^{\Gamma} b^\gamma. \quad (1)$$

Как известно, платформа *.Net Framework* имеет ограничение на размер *BitArray*-а (4ГБ для 64-разрядной машины), что, как видно из (1), может привести к переполнению при достаточно больших значениях b или Γ . Во избежание этого битовая последовательность для каждого уровня разбивается на нужное количество *BitArray*-ов, размер которых не превышает некоторое фиксированное значение (в системе *xRandNet* это значение равно $2 * 10^9$) (рис. 6). Так как изучение блочно-иерархических сетей, как правило, предполагает значения $b < 10$ и $\Gamma < 20$, то можно сказать, что с помощью данной структуры можно представлять сети практически любого размера.

Для выбора структуры хранения также важно оценить сложность алгоритма определения наличия связи между любыми двумя вершинами сети. Очевидно, что для дерева связи этот алгоритм потребует не больше Γ шагов (высота дерева).

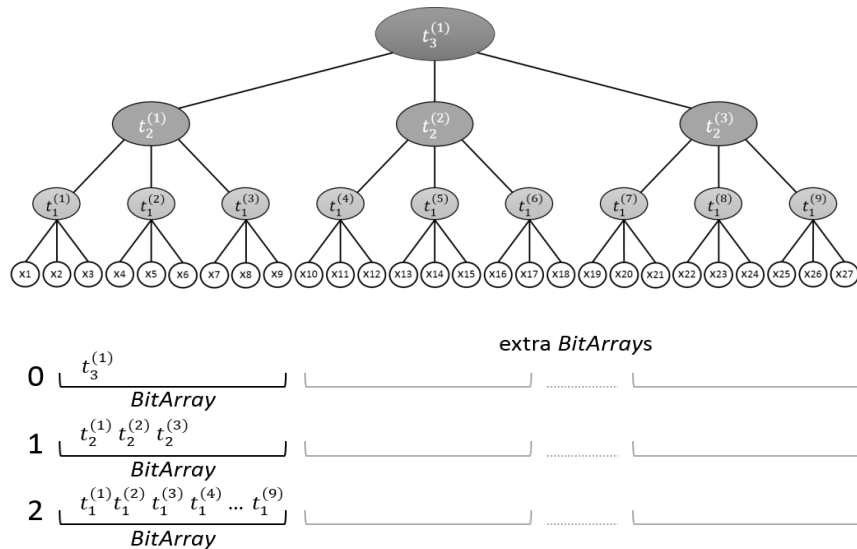


Рис. 6. Дерево связей для сети $G_{3,3}$ и его представление в памяти

Как известно, для представления сетей в памяти традиционно используются два подхода: матрица смежности и список смежности [9]. Матрица смежности, реализованная с помощью битовой последовательности, для сети размером N использует $(N^2 - N)/2$ бит. А размер использованной памяти для списка смежности равен $N * (32 + N/2 * 64) = 32 * N * (1 + N)$ с допущением, что машина 32-разрядная, размер целочисленного значения равен 32 бита, и в среднем каждая вершина может иметь порядка $N/2$ соседей.

Основываясь на вышесказанном, можно сделать вывод, что структура хранения блочно-иерархических сетей в виде дерева связей является наиболее оптимальной, что также видно из данных табл. 1. Заметим, что для нерегулярного случая дополнительно хранится информация о ветвлении [6].

Таблица 1

Размеры использованной памяти в битах для разных структур хранения. Размеры вычислены для сети порядка $N = 3^{12} = 531\,441$ на 32-разрядной машине, где Γ - максимальный уровень блочно-иерархической сети (высота дерева связи)

Реализация	Размер памяти	Сложность алгоритма определения наличия связи
Матрица смежности	$\approx 10^{12}$	$O(1)$
Списки смежности	$\approx 9 * 10^{12}$	$O(N)$
Структура хранения для блочно-иерархических сетей	$\approx 3 * 10^7$	$O(\Gamma)$

Работа системы xRandNet. Для иллюстрации работы системы xRandNet проведены базовые исследования для моделей сетей *Erdős-Rényi* и *RBH*. В табл. 2 приведены средние значения времен выполнения основных алгоритмов для модели *Erdős-Rényi* и модели *RBH* (специализированных алгоритмов). По этим данным можно сделать вывод, что система имеет высокую производительность для сетей блочно-иерархического класса.

Сравнение времен выполнения проведено на машине с процессором *Intel(R) Core(TM) i7-3540M*, 3.00 GHz и ОЗУ 4.00 GB.

Таблица 2

Среднее время выполнения алгоритмов вычисления средней степени, среднего коэффициента кластеризации, числа циклов длиной 3, 4 и распределения степеней вершин для сетей модели Erdős–Rényi размером $N = 512$ с вероятностью связи 0,3 и для сетей модели RBH размером $N = 2^9 = 512$, $N = 2^{20} = 1\,048\,576$, $N = 3^{13} = 1\,594\,323$, $N = 5^{10} = 9\,765\,625$ и $N = 7^8 = 5\,764\,801$ с вероятностью связи 0,3

Топологическая характеристика	ER	RBH				
Размер сети N	512	512	2^{20}	3^{13}	5^{10}	7^8
Средняя степень	200 с	$\ll 1$ с	1 с	1 с	7 с	5 с
Средний коэффициент кластеризации	200 с	$\ll 1$ с	60 с	60 с	180 с	180 с
Число циклов длиной 3	200 с	$\ll 1$ с	2 с	4 с	24 с	24 с
Число циклов длиной 4	360 с	$\ll 1$ с	5 с	5 с	60 с	60 с
Распределение степеней	360 с	$\ll 1$ с	3 с	3 с	25 с	25 с

Заключение. Спроектирована и реализована программная система *xRandNet*, которая используется для исследования новых моделей RBH и NRBH при изучении поведения широкого набора статистических характеристик и позволяет проводить сравнение со стандартными моделями.

Предполагается развитие системы с добавлением новых моделей и новых видов исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Albert R., Barabási A.L. Statistical mechanics of complex networks // Rev. Mod. Phys.-2002.-74.-P. 47–97.
2. Some Physical Applications of Random Hierarchical Matrices / V.A. Avetisov, A.Kh. Bikulov, O.A. Vasilyev, et al // JETP.-2009.-109(3).-P. 485-504.
3. Mirny L.A. The fractal globule as a model of chromatin architecture in the cell // Chromosome Res.-2011, Jan.-19(1).-P. 37-51.
4. Алгоритмы вычислений статистических свойств регулярных блочно-иерархических сетей / С. Аветисян, А. Арутюнян, Д. Асланян и др. // Шестая годовичная научная конференция (5–9 декабря 2011г.): Сборник научных статей.-Ер.: Изд-во РАУ, 2012.-С. 108-121.
5. Аветисян С., Кочарян А. О циклах длины четыре в регулярных блочно-иерархических сетях // Ученые записки АрГУ.-2013.-2.-С. 26-35.
6. Аветисян С., Самвелян М., Карапетян М. Случайная нерегулярная блочно-иерархическая сеть: алгоритмы вычислений основных свойств // Девятая годовичная научная конференция (3–8 декабря 2014г.): Сборник научных статей.– Ер.: Изд-во РАУ, 2015.-С. 48-60.

7. **Avetisyan C., Kocharyan A.** The System of Generation of Random Networks and Computation of Their Topological Properties // Proceedings of the Conference CSIT-2013, Publishing House of NAS of RA.-Yerevan, 2013.-P. 381-384.
8. **Hovhannisyan M., Avetisyan S.** Clustering of random networks under topological constraints // Proceedings of the Conference CSIT-2015, Publishing House of NAS of RA.-Yerevan, 2015.-P. 155-159.
9. **Уилсон Р.** Введение в теорию графов.-М.: Мир, 1977.- 208 с.

Ереванский государственный университет. Материал поступил в редакцию 31.01.2017.

Ա.Գ. ԲՈՉԱՐՅԱՆ

XRANDNET ԾՐԱԳՐԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳ՝ ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ ՑԱՆՑԵՐԻ ՏՈՊՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԻՉՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՄԱՆ ՀԱՄԱՐ

Պատահական ցանցերի ակտիվ հետազոտությունն արդիական է դարձնում այնպիսի համակարգի մշակումը, որն ունակ է իմիտացնելու տարբեր մոդելների (*Erdős-Rényi, Watts-Strogatz, Baraba'si-Albert, Regular Block-Hierarchical* և *Non Regular Block-Hierarchical*) պատահական ցանցերի վարքը և իրականացնելու դրանց տոպոլոգիական հատկանիշների վերլուծությունը: Ներկայացված *xRandNet* համակարգը նպատակաուղղված է հատկապես բլոկ-հիերարխիկական ցանցերի արդյունավետ իմիտացիային, որոնք բավականին նոր օբյեկտներ են տվյալ ոլորտում:

Առանցքային բառեր. պատահական ցանցեր, բլոկ-հիերարխիկական ցանցեր, տոպոլոգիական բնութագրիչներ:

A.G. KOCHARYAN

APPLICATION XRANDNET FOR STUDYING THE TOPOLOGICAL CHARACTERISTICS OF RANDOM NETWORKS

The active research of random networks makes the development of an application capable of imitating the random networks of different models (*Erdős-Rényi, Watts-Strogatz, Baraba'si-Albert, Regular Block-Hierarchical* and *Non Regular Block-Hierarchical*), relevant and analyzing their topological properties. The developed application *xRandNet* is aimed at the efficient imitation of block-hierarchical networks which are quite new objects in this field.

Keywords: random networks, block-hierarchical networks, topological properties.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ Հ.Ա.

ԲԱԶՄՕՂԱԿ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅԱՆ
ՖՈՐՄԱԼ ԵՎ ՄԵԹՈԴԱԲԱՆԱԿԱՆ ՕՊՏԻՄԱԼԱՑՄԱՆ ՄԿԶՔՈՒՆՔԸ 401

ԱՂԲԱԼՅԱՆ Ս.Գ., ՄԱՐԳՍՅԱՆ Ա.Ռ.

ԲԱՐՁՐ ԷԼԵԿՏՐԱԶԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՄԲ ԵՎ ԶԵՐՄԱԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՄԲ
ՊՂՆՁԻ ՀԻՄՔՈՎ ՓՈՇԵԿՈՄՊՈԶԻՏԱՅԻՆ ՆՅՈՒԹԵՐԻ ՍՏԱՅՄԱՆ
ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՅԻ ՄՇԱԿՈՒՄԸ 411

ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ Վ.Հ., ԶԱՔԱՐՅԱՆ Է.Գ., ՄԱՍՈՒՆՅԱՆ Մ.Է.

ՄՈԼԻԲԴԵՆԻ ԴԻՍՈԼՖԻԴԻ ՎԱՐՔԸ ՄՈԼԻԲԴԵՆԻՏԱՅԻՆ ԽՏԱՆՅՈՒԹԻ
ՄԵԽԱՆԱՔԻՄԻԱԿԱՆ ԵՎ ԶԵՐՄԱՅԻՆ ՄՇԱԿՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ 420

ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ Ա.Հ., ՇՈԼԻՆՅԱՆ Գ.Գ., ՎԱՆՅԱՆ Թ.Ա., ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ Ս.Ա., ՀԱԿՈԲՅԱՆ Ա.Ռ.

ՊՂՆՁԻ ՕՔՍԻԴԱՅԱԾ ՀԱՆՔԱՆՅՈՒԹԻ ՀԻԴՐՈԶԵՐՄԱՅԻՆ ՍՈԼԼՖԻԴԱՅՈՒՄԸ
ՄԱՆՐԱՑՄԱՆ ՓՈԽԼՈՒՄ 431

ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ Ա.Խ., ԱՂՋՈՅԱՆ Գ.Ա., ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ Տ.Ռ., ՉՈՒԽԱԶՅԱՆ Ն.Հ.

ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՌԱՎԱՐՎՈՂ ԿԱԽՈՑԻ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ ԵՎ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ 439

ԱԲՐՈՅԱՆ Ն.Հ.

ՌԵԿՈՒՐԵՆՏ ՆԵՅՐՈՆԱՅԻՆ ՑԱՆՅԵՐ՝ ԻՐԱԿԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿԻ ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ
ԴԱՍԱԿԱՐԳՄԱՆ ՀԱՄԱՐ 451

ՄԵԼԻՔՅԱՆ Վ.Շ., ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ Ա.Վ., ՄԱՖԱՐՅԱՆ Կ.Հ.

ՍՏԱՏԻԿ ԿԱՄԱՅԱԿԱՆ ԸՆՏՐՈՒԹՅԱՄԲ ՀԻՇԱՍԱՐՔԻ ԴԻՆԱՄԻԿ ՀԱՐՈՒԹՅԱՆ
ՆՎԱԶԵՑՄԱՆ ՄԽԵՄԱ 459

ՂՈՒԼՅԱՆ Ա.Գ., ՄԵՎՈՅԱՆ Օ.Ժ., ԹԱՆԹՈՒՇՅԱՆ Ա.Ս.

ՉՈՐՄ ՏԵՍԱԿԻ ՄԻՍՈՒԼԱՑՎԱԾ ԱԶԴԱՆՇԱՆՆԵՐԻ ՃԱՆԱՉՈՒՄԸ ԱՐՀԵՍՏԱԿԱՆ
ՆԵՅՐՈՆԱՅԻՆ ՑԱՆՅԻ ՄԻՋՈՑՈՎ 467

ԱՂԻԲԵԿՅԱՆ Մ.Վ.

ՄԵՅՄՄԻԿ ՎՏԱՆԳԻ ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ՝ ԻՈՆՈԼՈՐՏԻ ՈՒՂՂԱԶԻԳ
ԶՈՆԴԱՎՈՐՄԱՄԲ ՀԱՄԱԿԱՐԳ 472

ՄԻՍՈՆՅԱՆ Ս.Հ., ԱԴԱՍՅԱՆ Գ.Վ., ՄԵԼԻՔՅԱՆ Ա.Վ.

ՄԻԱՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ԽՈՐԱՆԱՐԴ ՄԱՏՐԻՑԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ
ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐ (I) 482

ԳԱՄՊԱՐՅԱՆ Օ. Ն., ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ Գ.Գ., ԴԱՐԲԻՆՅԱՆ Հ.Գ., ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ Դ.Հ.

ՔԱՌԱՊՏՈՒՏԱԿԻ L_1 ԱԴԱՊՏԻՎ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄՇԱԿՈՒՄԸ 491

ՊՈՂՈՍՅԱՆ Վ.Ա., ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ Ա.Գ.

ԲԵՐԿՈՎՅԻ ԱԼԳՈՐԻԹՄԻ ԲԱԶՄԱԶԱՓ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՆՄԱՆԱԿԸ 503

ԵՆՈՔՅԱՆ Կ.Ո., ԱԼԱՅԵՒ Մ.Է., ՄՈՒՔԻԱՍՅԱՆ Հ.Ս.

ԱՆԿԱՆՈՆ ՑԱՆՑԻ ՄԻՋՈՑՈՎ ԿՏՈՐ - ԳԾԱՅԻՆ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՎԱԾ ՄՈՏԱՐԿՄԱՆ
ՄԱՍԻՆ 511

ՔՈՉԱՐՅԱՆ Ա.Գ.

XRANDOMET ԾՐԱԳՐԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳ՝ ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ ՑԱՆՑԵՐԻ
ՏՈՊՈՒՄԱԿԱՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԻՉՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՄԱՆ ՀԱՄԱՐ 519

СОДЕРЖАНИЕ

ГЕВОРКЯН Г.А. ПРИНЦИП ФОРМАЛЬНОЙ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МНОГОЗВЕННЫХ СИСТЕМ.....	401
АГБАЛЯН С.Г., САРКИСЯН А.Р. РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ПОЛУЧЕНИЯ ПОРОШКОВЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ МЕДИ С ВЫСОКИМИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬЮ И ТЕПЛОСТОЙКОСТЬЮ.....	411
МАРТИРОСЯН В.А., ЗАКАРЯН Э.З., САСУНЦЯН М.Э. ПОВЕДЕНИЕ ДИСУЛЬФИДА МОЛИБДЕНА ПРИ МЕХАНОХИМИЧЕСКОЙ И ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ МОЛИБДЕНИТОВОГО КОНЦЕНТРАТА	420
ОВСЕПЯН А.О., ШОЛИНЯН Г.Г., ВАНЯН Т.А., АРУТЮНЯН С.А., АКОПЯН А.Р. ГИДРОТЕРМАЛЬНАЯ СУЛЬФИДИЗАЦИЯ ОКИСЛЕННЫХ МИНЕРАЛОВ МЕДИ НА СТАДИИ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ	431
ГРИГОРЯН А.Х., АГДЖОЯН Г.А., МЕЛКОНЯН Т.Р., ЧУХАДЖЯН Н.Г. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ МАГНИТОУПРАВЛЯЕМОЙ ПОДВЕСКИ	439
АБРОЯН Н.О. РЕКУРРЕНТНЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ ДАННЫХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ	451
МЕЛИКЯН В.Ш., АВЕТИСЯН А.В., САФАРЯН К.Г. СХЕМА ДЛЯ СНИЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ В СТАТИЧЕСКОЙ ПАМЯТИ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ДОСТУПОМ	459
ГУЛЯН А.Г., СЕВОЯН О.Ж., ТАНТУШЯН А.М. АВТОМАТИЧЕСКОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ ЧЕТЫРЕХ ВИДОВ СИМУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ	467
АДИБЕКЯН М.В. СИСТЕМА ВЕРТИКАЛЬНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ИОНОСФЕРЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ОПАСНОСТИ	472
СИМОНЯН С.О., АДАМЯН Г.В., МЕЛИКЯН А.В. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КУБИЧЕСКИХ МАТРИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ (I) (ПРЯМОЙ ПОДХОД).....	482
ГАСПАРЯН О.Н., ЕГИАЗАРЯН Г.Г., ДАРБИНЯН А.Г., ЕГИАЗАРЯН Д.У. РАЗРАБОТКА L_1 АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРОМ	491
ПОГОСЯН В.А., АВЕТИСЯН А.Г. МНОГОМЕРНЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ АНАЛОГ МЕТОДА БЕРКОВИЦА	503
ЕНОКЯН К.Р., АЛАЕИ М.Е., СУКИАСЯН Г.С. ОБ АВТОМАТИЧЕСКОЙ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ С НЕРЕГУЛЯРНОЙ РЕШЕТКОЙ.....	511
КОЧАРЯН А.Г. ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА XRANDNET ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ СЕТЕЙ	519

CONTENTS

GEVORGYAN H.A. FORMAL AND METHODOLOGIC AI AT OPTIMIZATION PRINCIPLE OF THE MULTIBODY SYSTEM DYNAMIC ANALYSIS.....	401
AGHBALYAN S.G., SARKISYAN A.R. DEVELOPING A TECHNOLOGY FOR OBTAINING A POWDER COMPOSITE MATERIAL BASED ON COPPER WITH HIGH ELECTRICAL CONDUCTIVITY AND HEAT RESISTANCE.....	411
MARTIROSYAN V.A., ZAKARYAN E.Z., SASUNTSYAN M.E. BEHAVIOR OF MOLYBDENUM DISULPHIDE AT THE MECHANOCHEMICAL AND THERMAL TREATMENT OF THE MOLYBDENITE CONCENTRATE	420
HOVSEPYAN A.H., SHOLINYAN G.G., VANYAN T.A., HARUTYUNYAN S.A., HAKOBYAN A.R. HYDROTHERMIC SULPHIDATION OF COPPER OXIDE ORES IN THE GRINDING STAGE	431
GRIGORYAN A.KH., AGHJOYAN G.A., MELKONYAN T.R., CHUKHAJYAN N.H. MODELING AND DETERMINING THE CHARACTERISTICS OF ELECTROMAGNETIC SYSTEM OF THE MAGNETIC CONTROL SUSPENSION.....	439
ABROYAN N.H. RECURRENT NEURAL NETWORKS FOR CLASSIFYING THE REAL-TIME DATA	451
MELIKYAN V.SH., AVETISYAN A.V., SAFARYAN K.H. CUT-OFF CIRCUIT FOR DUAL RAIL SRAM PERIPHERY WITH IMPROVED DYNAMIC POWER	459
GULYAN A.G., SEVOYAN O.ZH., TANTUSHYAN A.M. AUTOMATIC RECOGNITION OF FOUR TYPES OF SIMULATED SIGNALS BY ARTIFICIAL NEURAL NETWORK.....	467
ADIBEKYAN M.V. THE VERTICAL SENSING SYSTEM OF THE IONOSPHERE FOR ASSESSING THE SEISMIC HAZARD	472
SIMONYAN S.H., ADAMYAN G.V., MELIKYAN A.V. METHODS OF SOLVING ONE-PARAMETRIC CUBIC MATRIX EQUATIONS (I).....	482
GASPARYAN O.N., YEGHIAZARYAN G.G., DARBINYAN H.G., YEGHIAZARYAN D.H. DEVELOPMENT OF THE L_1 ADAPTIVE CONTROL SYSTEM OF QUADROPTER.....	491
POGHOSYAN V.A., AVETISYAN A.G. THE MULTIDIMENSIONAL DIFFERENTIAL ANALOG OF BERKOWITZ'S ALGORITHM	503
YENOKYAN K.R., ALAEI M.E., SUKIASYAN H.S. AUTOMATIC CONSTRUCTION OF PIECEWISE-LINEAR APPROXIMATION WITH AN IRREGULAR LATTICE	511
KOCHARYAN A.G. APPLICATION XRANDNET FOR STUDYING TOPOLOGICAL CHARACTERISTICS OF RANDOM NETWORKS.....	519