

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԵՎ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ

ՏԵԴԵԿՆԱԳԻՐ

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ И

НАЦИОНАЛЬНОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
АРМЕНИИ

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

Журнал издается с 5.01.1948 г.
Выходит 3 раза в год

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒԵԳԻԱ

Ռ.Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ (գլխավոր խմբագիր), Ռ.Վ. ԱԹՈՅԱՆ (գլխ. խմբ. տեղակալ),
Հ.Ա. ԹԵՐԶՅԱՆ (գլխ. խմբ. տեղակալ), Ս.Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ռ.Զ. ՄԱՐՈՒԽՅԱՆ,
Ն.Վ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ, Ֆ.Տ. ՍԱՐԿՍՅԱՆ, ՅՈՒ.Լ. ՍԱՐԿՍՅԱՆ, Վ.Ս.
ՍԱՐԿՍՅԱՆ, Մ.Գ. ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ (գլխ. խմբ. տեղակալ), Զ.Կ. ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ
(պատասխանատու քարտուղար), Վ.Ս. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Հ.Զ. ՔՈՉԻՆՅԱՆ

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Р.М. МАРТИРОСЯН (главный редактор), Р.В. АТОЯН (зам. глав. редактора), С.М.
КАЗАРЯН, Г.ДЖ. КОЧИНЯН, Н.В. МАНУКЯН, В.З. МАРУХЯН, В.С.
САРКИСЯН, Ф.Т. САРКИСЯН, Ю.Л. САРКИСЯН, М.Г. СТАКЯН (зам. глав.
редактора), З.К. СТЕПАНИЯН (ответ. секретарь), А.А. ТЕРЗЯН (зам. глав.
редактора), В.С. ХАЧАТРЯН

EDITORIAL BOARD

R.M. MARTIROSSYAN (Editorial-in-Chief), **R.V. ATOYAN** (Vice-Editor-in-Chief),
S.M. GHAZARYAN, V.S. KHACHATRYAN, H.J. KOCHINYAN, N.V.
MANOUKYAN, V.Z. MAROUKHYAN, F.T. SARKISSYAN, V.S.
SARKISSYAN, YU.L. SARKISSYAN, M.G. STAKYAN (Vice-Editor-in-Chief), **Z.K.**
STEPANYAN (Secretary - in – Chief),
H.A. TERZYAN (Vice-Editor-in-Chief)

Հրատ. խմբագիր՝

ԺԱՆՆԱ ՍԵՅՐԱՆՅԱՆ

Համակարգչային
շարվածքը
եւ ձեւավորումը՝

ԼԻԼԻԹ ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆԻ

Խմբագիրներ՝

ԼԵՅԼԱ ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ
ՆԵԼԼԻ ԱՆԱՆՅԱՆ

© Издательство ГИУА

Известия НАН и ГИУ Армении (сер. техн. наук), 2002

Г.Г. ШЕКЯН, Э.П. ХАЛАТЯН

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ РОТОРНЫХ МАШИН

Рассматриваются вопросы выявления неустойчивых зон колебаний вертикальных роторных машин с применением теории параметрического резонанса. Выявлено, что при частотах вращения, близких к первой собственной частоте корпуса машины, имеет место явление динамической неустойчивости колебания системы, как результат малого параметрического возбуждения от консольности конца вертикального вала.

Ключевые слова: параметрические колебания, резонанс, устойчивая система, неустойчивые зоны колебания, критическая частота возбуждения.

Явления параметрического резонанса описываются системами линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами, близкими к постоянным, т.е. системами, у которых некоторые параметры периодически меняются с относительно малыми амплитудами. При таком малом параметрическом возбуждении ранее устойчивая система может стать неустойчивой [1]. Это имеет место обычно лишь на некоторых критических частотах возбуждения [2]. Работа направлена на выявление неустойчивых зон колебания вертикальных роторных машин с применением теории параметрического резонанса.

Рассмотрим колебания вертикальной роторной машины, корпус 2 которой установлен на трех упругих амортизаторах 3 с полностью уравновешенным ротором 1 (рис.).

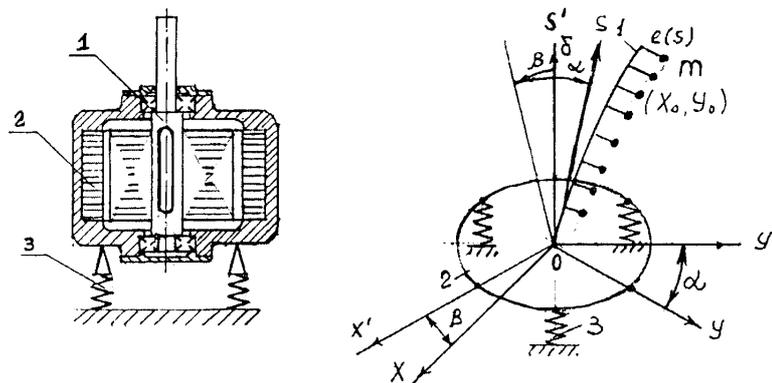


Рис. Динамическая модель вертикальной роторной машины:

а – общий вид модели; б – расчетная схема

Вал длиной ℓ с удельной массой m имеет эксцентриситет $e(S)$. При вращении вала с угловой скоростью ω корпус машины начинает колебаться, и первоначально вертикальная ось подшипников OS' принимает наклонное положение OS . Здесь $OX'Y'S'$ - неподвижная система; $OXYZ$ - система координат, жестко связанная с ротором; α и β - углы отклонения, определяющие положение оси симметрии корпуса OS , которая является также осью вращения вала 1; $X_0(S,t)$, $Y_0(S,t)$ - координаты точки, лежащие на изогнутой оси вала. Углы α и β считаются малыми. В дальнейшем учитываются члены не выше второго порядка малости относительно α и β .

Дифференциальные уравнения движения системы в форме Лагранжа второго порядка имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(A + \frac{1}{3} m \ell^3 + mJ \sin^2 \omega t \right) \ddot{\alpha} + \frac{1}{2} mJ \ddot{\beta} \sin 2\omega t + mJ \omega \dot{\alpha} \sin 2\omega t - \\ - 2m\omega J \dot{\beta} \sin^2 \omega t + K\alpha = m\omega^2 \sin \omega t \int_0^{\ell} S b(S) dS; \\ \left(A + \frac{1}{3} m \ell^3 + mJ \cos^2 \omega t \right) \ddot{\beta} + \frac{1}{2} mJ \ddot{\alpha} \sin 2\omega t + 2mJ \omega \dot{\alpha} \cos^2 \omega t - \\ - mJ \omega \dot{\beta} \sin 2\omega t + K\beta = m\omega^2 \cos \omega t \int_0^{\ell} S b(S) dS, \end{array} \right. \quad (1)$$

где K - суммарный коэффициент упругости амортизаторов; A - эквивалентный момент инерции корпуса (статора);

$$b(S) = \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n X_n(S)}{v_n^2 - \omega^2} + e(S), \quad J = \int_0^{\ell} b^2(S) dS,$$

где $v_n - \omega$ - я собственная частота изгибных колебаний вала; $X_n(S)$ - собственная функция, соответствующая собственному числу v ; α_n - коэффициент разложения в ряд Фурье по функциям $X_n(S)$; $e(S)$ - функция, описывающая распределения неуровненности по длине вала [3].

Разделив (1) на $A + (m\ell^3/3)$, запишем соответствующие им однородные уравнения в виде

$$\begin{cases} (1 + \varepsilon \sin^2 \varpi t) \ddot{\alpha} + \frac{1}{2} \varepsilon \ddot{\beta} \sin 2\varpi t + \varepsilon \varpi \dot{\alpha} \sin 2\varpi t - 2\varepsilon \varpi \dot{\beta} \sin^2 \varpi t + \lambda \alpha = 0, \\ (1 + \varepsilon \cos^2 \varpi t) \ddot{\beta} + \frac{1}{2} \varepsilon \ddot{\alpha} \sin 2\varpi t + 2\varepsilon \varpi \dot{\alpha} \cos^2 \varpi t - \varepsilon \varpi \dot{\beta} \sin 2\varpi t + \lambda^2 \beta = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где введены обозначения $\lambda^2 = \frac{K}{A + \frac{1}{3} m \ell^3}$; $\varepsilon = \frac{mJ}{A + \frac{1}{3} m \ell^3}$.

Здесь λ – собственная частота колебания корпуса; ε – малый безразмерный параметр.

Сохраняя лишь члены первой степени по ε , преобразуем систему (2) к виду

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} + \varepsilon \varpi (\dot{\alpha} \sin 2\varpi t - 2\dot{\beta} \sin^2 \varpi t) + \lambda^2 (1 - \varepsilon \sin^2 \varpi t) \alpha - \frac{1}{2} \varepsilon \lambda \dot{\beta} \sin 2\varpi t = 0, \\ \ddot{\beta} + \varepsilon \varpi (2\dot{\alpha} \cos^2 \varpi t - \dot{\beta} \sin 2\varpi t) + \lambda^2 (1 - \varepsilon \cos^2 \varpi t) \beta - \frac{1}{2} \varepsilon \lambda^2 \alpha \sin 2\varpi t = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Систему (3) в матричной форме запишем в виде

$$\ddot{Y} + \varepsilon Q(\varpi t) \dot{Y} + [P_0 + \varepsilon P(\varpi t)] Y = 0, \quad (4)$$

где

$$Y = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}; \quad P_0 = \begin{Bmatrix} \lambda^2 & 0 \\ 0 & \lambda^2 \end{Bmatrix}; \quad P(\varpi t) = -\lambda^2 \begin{Bmatrix} \sin^2 \varpi t & \frac{1}{2} \sin^2 \varpi t \\ \frac{1}{2} \sin 2\varpi t & \cos^2 \varpi t \end{Bmatrix};$$

$$Q(\varpi t) = \varpi \begin{Bmatrix} \sin 2\varpi t & -2 \sin^2 \varpi t \\ 2 \cos^2 \varpi t & -2 \sin 2\varpi t \end{Bmatrix}.$$

Применим к системе (4) формулы теории параметрического резонанса [4]. Собственные значения матрицы P_0 , обозначаемые через ϖ_1^2, ϖ_2^2 , очевидны, суть $\varpi_1^2 = \varpi_2^2 = \lambda^2$. Поэтому для канонической системы существует единственная критическая частота возбуждения $\varpi_0 = \lambda$.

На основании результатов решения системы 3 линейных дифференциальных уравнений второго порядка с периодическими коэффициентами [4] исследуем систему (4) на луче $\varpi = \lambda + \mu \varepsilon (-\infty < \mu < \infty)$. Для этого вычислим собственные векторы α_1 и α_2 матрицы P_0 , нормированные условиями

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix},$$

затем отличные от нуля матричные коэффициенты Фурье матриц – функций $P(\varpi t)$ и $Q(\varpi t)$:

$$P^{(0)} = -\frac{1}{2} \lambda^2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad P^{(2)} = \frac{1}{4} \lambda^2 \begin{vmatrix} 1 & i \\ -i & -1 \end{vmatrix},$$

$$Q^{(0)} = \varpi \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}; \quad Q^{(2)} = \frac{1}{2} \varpi \begin{vmatrix} -i & 1 \\ 1 & i \end{vmatrix}$$

и, наконец, величины, определяемые формулами

$$\sigma_{-2,-2} = \sigma_{-1,-1} = \sigma_{11} = \sigma_{22} = \frac{1}{4} + \frac{\mu}{\lambda}, \quad \sigma_{-1,1} = \sigma_{1,-1} = \frac{1}{8},$$

$$\sigma_{-1,2} = \sigma_{-2,1} = -\sigma_{2,-1} = -\sigma_{1,-2} = \frac{i}{8}.$$

Для первого основного резонанса

$$(J_1 = -1, J_2 = 1, \varpi_0 = 2\varpi_1 / 2 = \lambda),$$

$$A_1 + iA_2 = i(\sigma_{jj} v_{jj} + \sigma_{hh} v_{hh}),$$

полагая $z^2 + (A_1 + iA_2)z + (B_1 + iB_2) = 0$, согласно [5] найдем

$$A_1 = A_2 = B_2 = 0; \quad B_1 = \lambda^4 \left[\frac{1}{64} - \left(\frac{1}{4} + \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 \right].$$

Следовательно, остается единственное условие появления неограниченных решений системы (4): $B_1 < 0$, т. е. $-\frac{3}{8}\lambda < \mu < -\frac{1}{8}\lambda$.

Аналогичный результат получим для второго основного резонанса: $J_1 = -2, J_2 = 2$.

Для обоих резонансов: $J_1 = -1, J_2 = 2, J_1 = -2, J_1 = 1$.

Хотя в силу равенства обеих собственных частот критические частоты возбуждения, к которым примыкают широкие области неустойчивости ($m=2$), одинаковы ($\varpi_0 = \lambda$), не исключена возможность появления областей неустойчивости с острием в точке ($\varepsilon = 0, \varpi = \lambda$).

Выполненные экспериментальные исследования на электрических машинах с вертикальными роторами, а также на модельных установках подтверждают выводы о том, что при частотах вращения, близких к собственной частоте корпуса, имеет место явление динамической неустойчивости колебания

машины. Известны случаи, когда при доводке таких машин невозможно было вывести ротор на расчетную скорость из-за сильных колебаний корпуса. Этот факт целесообразно иметь в виду при проектировании узлов и машин, в целом содержащих вертикальный двухопорный ротор.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Болотин В.В.** Параметрические колебания упругих систем // Прочность, устойчивость, колебания / Под ред. И.А. Биргер и Я.Г. Пановко. – 1968. – 321 с.
2. **Абрамов Р.А.** О комбинационных резонансах в динамически настраиваемых гироскопах // Изв. вузов. Приборостроение. – 1979. – Т.22, № 1. – С. 66-68.
3. **Шекян Г.Г.** Устойчивость высокоскоростных роторов, вращающихся на подшипниках качения // Труды ВНИИКЕ. – 1979. – Т.8. – С. 62-77.
4. **Фомин В.Н.** Математическая теория параметрического резонанса в линейных распределительных системах. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1972. – 417 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 15.07.2001.

Գ.Գ. ՇԵԿՅԱՆ, Է.Պ. ԽԱԼԱԹՅԱՆ

ՈՒՂԱԶԻԳ ՌՈՏՈՐԱՅԻՆ ՄԵՔԵՆԱՆԵՐԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՏՍՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ

Քննարկվում են պարամետրական ռեզոնանսային տեսության կիրարկմամբ ուղղաձիգ ռոտորային մեքենաներում անկայուն գոտիների տատանումների առկայությունն ի հայտ բերելու հարցեր: Բացահայտված է, որ մեքենայի իրանի տատանման առաջին ռեզոնանսային հաճախությանը մոտ հաճախությամբ ռոտորի պտտվելու դեպքում համակարգում առաջանում են անկայուն դինամիկական երևույթներ, որոնք ուղղաձիգ կոնսոլային վերջավորություն ունեցող լիսեռի համար պարամետրական փոքր զրգրման հետևանք են:

G.G. SHEKYAN, E.P. KHALATYAN

PARAMETRIC EXCITATIONS OF VERTICAL ROTOR MACHINES

Problems of revealing instable zones of vertical rotor machine excitations using parametric resonance theory are considered. It is shown that with rotational speed near to the first natural frequency of the machine frame, dynamic instability of the system excitation as a result of parametric excitation from cantilevered end of the vertical shaft takes place.

М.Г. СТАКЯН, А.Р. ДЕМИРХАНЫ

УРАВНЕНИЕ КРИВОЙ УСТАЛОСТИ С УЧЕТОМ ПОРОГА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПО ДОЛГОВЕЧНОСТЯМ

Сообщение 1. Исследование порога чувствительности

С целью повышения точности статистических характеристик долговечностей разработана новая методика определения порога чувствительности и получена система линейных корреляционных уравнений. Используя данную систему, построена номограмма для их графического определения. Для выполнения расчетных и графических процедур разработан программный пакет.

Ключевые слова: испытания на усталость, порог чувствительности, циклическая долговечность, номограмма.

При обработке результатов испытаний на усталость возникает необходимость решения одно- и многомерных статистических задач для повышения точности вероятностных оценок показателей сопротивления усталости. Поэтому, помимо применения традиционных методов, в вычислительный процесс вводят оптимизационные процедуры и приемы, преследующие цель:

- а) приведения результатов испытаний к виду, наиболее соответствующему принятому закону распределения;
- б) выявления многомерных связей между показателями сопротивления усталости;
- в) разработки усовершенствованной математической модели усталости.

Первая группа задач решается трехуровневыми оптимизационными процедурами [1]. На первом уровне производится оптимальное разбиение размаха варьирования данных $R = x_n - x_1$ на интервалы и комплексные проверки нормальности распределения по критериям согласия λ , ω^2 , χ^2 [2], на втором уровне – оптимальные преобразования вариационных рядов долговечностей по логарифмическим, степенным и экспоненциальным функциям, повышающим действительный уровень значимости α_ϕ , рассчитанный по критерию согласия χ^2 , а на третьем уровне – рассмотрение опытных данных как сумм случайных и детерминированных составляющих [3] и “фильтрация” второй составляющей.

Одновременно или отдельно действующие на процесс усталостного разрушения многочисленные и разнообразные факторы меняют не только средние значения и статистические характеристики долговечностей деталей, но и закон распределения этих данных, вызывая отклонения от нормальности даже при их логарифмическом преобразовании – асимметрию, эксцесс, многомодальность и

композиции законов распределения. Это, в конечном итоге, существенно влияет на точность вероятностных оценок исследуемых параметров из-за невозможности эффективного использования математического аппарата нормированных функций нормального распределения (интегральных и дифференциальных), что вызывает необходимость разделения второй составляющей циклической долговечности, названной порогом чувствительности - N_{oi} , и рассмотрения нормальности распределения логарифма разности - $\lg(N_{ij} - N_{oi})$, где N_{ij} - полная долговечность, полученная в ходе эксперимента. Значение N_{oi} имеет физический смысл и является той частью долговечности, которая соответствует начальному, инкубационному периоду накопления циклических повреждений, в течение которого даже при очень высоких уровнях вероятности практически невозможно наступление окончательного разрушения [4]. Дальнейшие массовые испытания на усталость подтвердили наличие порога чувствительности и ее зависимость от уровня циклических перенапряжений σ_i . Систематические исследования в этой области не были проведены, и в результате полностью не выявлены закономерности изменения значений N_{oi} , что затрудняет их ввод в уточненные расчеты на долговечность ответственных деталей машин и несущих конструкций инженерных сооружений.

Между тем, участвовавшие случаи крупных аварий и происшествий техногенного характера в транспорте и инфраструктуре, которые в большинстве случаев обнаруживают усталостную природу (особенно в авиации и ракетостроении), требуют уточнения показателей сопротивления усталости на новом уровне.

Вторая группа задач относится к установлению оптимальных корреляционных связей между статистическими характеристиками долговечностей, оцениваемых максимальным значением коэффициента корреляции Γ_{\max} , который получается оптимальным подбором преобразующих координатных систем (u, v) , обеспечивающих наилучшую линеаризацию этих связей. Подобный подход обеспечит формирование системы линейных уравнений, обобщающих результаты испытаний, и получение показателей сопротивления усталости расчетным путем без длительных и дорогостоящих испытаний.

Комплексный расчетный алгоритм и составленный на его основе программный пакет являются реализацией не только первых двух, но и третьей задачи - создания новой, более усовершенствованной математической модели для описания семейств квантильных кривых усталости и их доверительных границ.

В качестве экспериментальных данных использованы результаты массовых испытаний на усталость образцов ($d = 7,62 \text{ мм}$), изготовленных из среднеуглеродистой низколегированной (хромомолибденовой) конструкционной стали, испытанных при круговом изгибе на 6 уровнях $\sigma_i = 392,0, 411,6, 441,0, 470,4, 499,8, 529,2 \text{ МПа}$ (на каждом уровне σ_i - по 100 образцов) [5].

1. Определение порога чувствительности по долговечностям.

Первоначально составляют вариационные ряды X_{ij} по уровням y_i (рис. 1):
 $y_i = \lg \sigma_i$, $i = \overline{1, m}$, $x_{ij} = \lg N_{ij}$, $j = \overline{1, n_i}$, где m , σ_i - количество и уровень перенапряжений; N_{ij} - долговечность j -го образца на i -ом уровне σ_i ; n_i - количество испытаний на i -ом уровне: $x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{ini}$.

Далее определяют среднее значение \bar{x}_i , дисперсию s_i^2 , среднее квадратическое отклонение S_i и коэффициент вариации v_i на каждом i -ом уровне σ_i :

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}, \quad s_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2, \quad v_i = \frac{S_i}{\bar{x}_i}, \quad (1)$$

а также коэффициенты асимметрии S_{ki} и эксцесса E_{ki} :

$$S_{ki} = \frac{1}{n_i S_i^3} \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^3, \quad E_{ki} = \frac{1}{n_i S_i^4} \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^4 - 3. \quad (2)$$

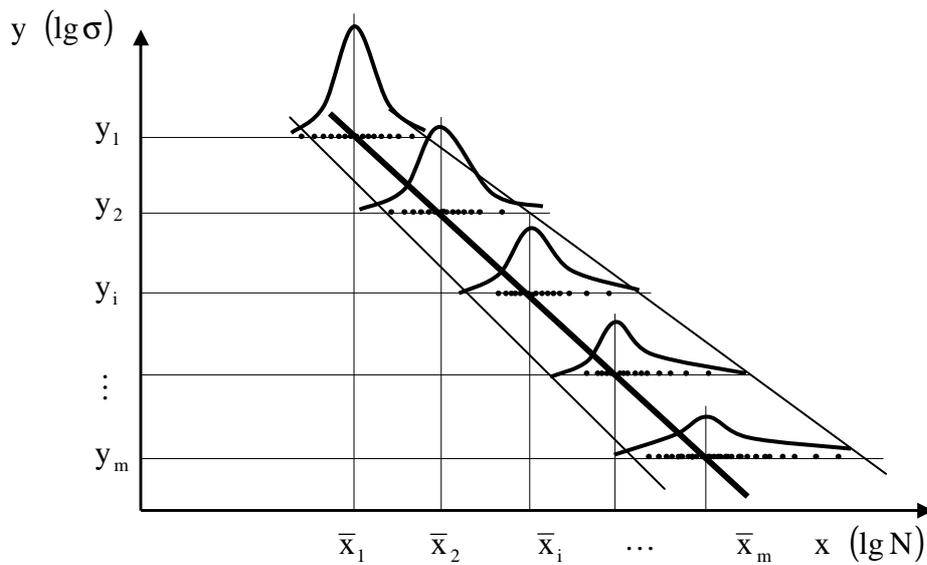


Рис. 1

Нормальность распределения вариационных рядов X_{ij} проверяют по критериям согласия χ^2 , λ , ω^2 и определяют уровень значимости α_{\max} :

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \max[D_n^+, D_n^-] \left[\sqrt{n} - 0,01 + \frac{0,85}{\sqrt{n}} \right] \leq \lambda_\alpha, \\ W^2 &= \omega^2 \left(1 + \frac{1}{2n} \right) \leq W_\alpha^2, \\ \omega^2 &= \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n [W(x_i) - \Phi(z_i)]^2, \\ \alpha_{\max} &= \max[P(\chi^2 > \chi_1^2)] = \\ &= \max \left[2^{k/2} \Gamma(k/2)^{-1} \int_{\chi_1^2}^{\infty} (\chi^2)^{k/2-1} \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right) d\chi^2 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Порог чувствительности N_{oi} определяют методом подбора, для чего назначают: $N_{oi} = kN_{i1}$, где N_{i1} - первый член i -го вариационного ряда, а $k = 0,05, 0,10, 0,15, \dots, 0,95$. Для каждого значения k составляют новые вариационные ряды X'_{ij} :

$$X'_{i1}, X'_{i2}, X'_{i3}, \dots, X'_{ij}, \dots, X'_{ini},$$

где

$$X'_{ij} = \lg N'_{ij}, \quad N'_{ij} = (N_{ij} - N_{oi}) = (N_{ij} - kN_{i1}).$$

Рассчитывают значения $\bar{X}'_i, S'^2_i, S'_i, v'_i, S'_{ki}, E'_{ki}$ для каждого i -го ряда и для всех значений $k = 0,05, \dots, 0,95$. При этом выбирают оптимальные значения $k_{i_{opt}}$, обеспечивающие $S'_{k_{min}}$ и $E'_{k_{min}}$, а с их помощью - $\max[\alpha_{\max}]$, определяемые согласно (3), чем и обосновывается окончательное значение $N_{oi} = k_{i_{opt}} N_{i1}$. Составляют таблицу предварительных расчетов и повторяют проверки нормальности распределения согласно (3) для новых рядов X'_{ij} (с учетом N_{oi} - табл.1).

Разделение порога чувствительности в значительной степени повысило нормальность распределения логарифмов долговечностей, о чем свидетельствуют возросшие значения α_{\max} особенно на низких уровнях σ_i :

		$\sigma_1 >$	$\sigma_2 >$	$\sigma_3 >$	$\sigma_4 >$	$\sigma_5 >$	σ_6
α_Φ	до	0,779	0,696	0,456	0,273	0,148	0,079
	после	0,779	0,914	0,939	0,708	0,909	0,873
$k_{i_{opt}}$		0	0,80	0,75	0,75	0,90	0,85
N_{oi}		0	$0,22 \cdot 10^5$	$0,47 \cdot 10^5$	$0,93 \cdot 10^5$	$2,62 \cdot 10^5$	$4,34 \cdot 10^5$

Аналогичное повышение зафиксировано и по критерию согласия W^2 : 0,058...0,225 и 0,016...0,05 – до и после разделения, и это повышение лишь незначительно по критерию λ – соответственно 0,388...0,572 и 0,366...0,550.

2. Исследование статистических характеристик и порога чувствительности.

Известны многомерные связи статистических характеристик долговечностей от уровня σ_i и средних значений \bar{x}_i , \bar{x}'_i , где параметром является квантиль нормального распределения Z_p . Классификация всех вариантов параметрических связей приводит их к виду

$$\begin{aligned}
 1. \hat{\bar{x}}_{Pi} &= f_1(\sigma_i, Z_p), & - & & - \\
 2. \hat{\bar{x}}'_{Pi} &= f_2(\sigma_i, Z_p), & \hat{\bar{x}}'_{Pi} &= \varphi_1(\hat{\bar{x}}_{Pi}), & - \\
 3. x_{oi} &= f_3(\sigma_i), & x_{oi} &= \varphi_2(\bar{x}_i, Z_p), & x_{oi} = \psi_1(\bar{x}'_i, Z_p), \\
 4. s_i^2 &= f_4(\sigma_i), & s_i^2 &= \varphi_3(\bar{x}_i), & - \\
 5. v_i &= f_5(\sigma_i), & v_i &= \varphi_4(\bar{x}_i), & - \\
 6. s_i'^2 &= f_6(\sigma_i), & - & & s_i'^2 = \psi_2(\bar{x}'_i), \\
 7. v'_i &= f_7(\sigma_i), & - & & v_i = \psi_3(\bar{x}_i),
 \end{aligned} \tag{4}$$

где $\hat{\bar{x}}_{Pi} = \bar{x}_i + Z_p s_i$, $\hat{\bar{x}}'_{Pi} = \bar{x}'_i + Z_p s'_i$, $x_{oi} = \lg N_{oi}$.

Систему (4) можно оптимизировать, отобрать лишь важнейшие из них и представить в виде системы линейных корреляционных уравнений:

$$\begin{aligned}
 1. \hat{\bar{x}}'_{Pi} &= a_1 + b_1 \lg \sigma_i, \quad P = 0,5 \dots 0,999 \quad (z_p = 0 \dots -3,09), \\
 2. x_{oi} &= a_2 + b_2 \lg \sigma_i, \\
 3. s_i'^2 &= a_3 + b_3 \lg \sigma_i, \\
 4. v'_i &= a_4 + b_4 \lg \sigma_i, \\
 5. x_{oi} &= a_5 + b_5 \hat{\bar{x}}_{Pi}, \quad P = 0,5 \dots 0,999 \quad (z_p = 0 \dots -3,09), \\
 6. s_i^2 &= a_6 + b_6 \bar{x}_i, \\
 7. v'_i &= a_7 + b_7 \bar{x}_i,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где a_1, \dots, a_7 и b_1, \dots, b_7 – параметры и коэффициенты медианных линий регрессии.

Таблица 1

i	y_i	Вариационные ряды x'_{ij} ($i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n_i}$)	n_i	\overline{x}'_i	s'_i	v'_i
1	y_1	$x'_{11}, x'_{12}, x'_{13}, \dots, x'_{1j}, \dots, x'_{1n_1}$	n_1	\overline{x}'_1	s'_1	v'_1
2	y_2	$x'_{21}, x'_{22}, x'_{23}, \dots, x'_{2j}, \dots, x'_{2n_2}$	n_2	\overline{x}'_2	s'_2	v'_2
3	y_3	$x'_{31}, x'_{32}, x'_{33}, \dots, x'_{3j}, \dots, x'_{3n_3}$	n_3	\overline{x}'_3	s'_3	v'_3
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
i	y_i	$x'_{i1}, x'_{i2}, x'_{i3}, \dots, x'_{ij}, \dots, x'_{ini}$	n_i	\overline{x}'_i	s'_i	v'_i
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
m	y_m	$x'_{m1}, x'_{m2}, x'_{m3}, \dots, x'_{mj}, \dots, x'_{mnm}$	n_m	\overline{x}'_m	s'_m	v'_m

Продолжение табл. 1

$s_i'^2$	$s_i'^3$	$s_i'^4$	$s'_{ki_{min}}$	$E'_{ki_{min}}$	$k_{i_{opt}}$	x_{oi}	N_{oi}
$s_1'^2$	$s_1'^3$	$s_1'^4$	$s'_{k1_{min}}$	$E'_{k1_{min}}$	$k_{1_{opt}}$	x_{o1}	N_{o1}
$s_2'^2$	$s_2'^3$	$s_2'^4$	$s'_{k2_{min}}$	$E'_{k2_{min}}$	$k_{2_{opt}}$	x_{o2}	N_{o2}
$s_3'^2$	$s_3'^3$	$s_3'^4$	$s'_{k3_{min}}$	$E'_{k3_{min}}$	$k_{3_{opt}}$	x_{o3}	N_{o3}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$s_i'^2$	$s_i'^3$	$s_i'^4$	$s'_{ki_{min}}$	$E'_{ki_{min}}$	$k_{i_{opt}}$	x_{oi}	N_{oi}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$s_m'^2$	$s_m'^3$	$s_m'^4$	$s'_{km_{min}}$	$E'_{km_{min}}$	$k_{m_{opt}}$	x_{om}	N_{om}

Для выявления связей (5) определены расчетные значения изучаемых параметров на всех уровнях σ_i и вероятности неразрушения $P = 0,5 \dots 0,999$. При этом составлены двумерные корреляционные таблицы данных согласно (5), а для их линейризации использованы преобразующие системы координат (u, v) . При этом определяют параметры медианной линии регрессии:

$$u_v = \bar{u} + r \frac{s_u}{s_v} (v - \bar{v}) = a + b_{u/v} v, \quad (6)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a = \bar{u} - b_{u/v} \bar{v}, \quad b_{u/v} = r \frac{s_u}{s_v}, \quad r = \frac{\mu}{s_u s_v}, \quad \mu = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (v_i - \bar{v})(u_i - \bar{u}), \\ s_u = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (u_i - \bar{u})^2}, \quad s_v = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (v_i - \bar{v})^2}. \end{aligned} \right\} (7)$$

В табл. 2 приведены наиболее известные типы преобразующих координатных систем (60 групп, 248 наименований), которые сгруппированы по виду преобразующих функций и их параметров, реализующих процесс с высоким, умеренным и низким градиентами линеаризации. Поочередно для каждого вида и параметра функции производится преобразование значений Y_i, X_i на u_i, v_i и расчет величины r_i . Затем из каждой группы преобразований выбирают те координатные системы (u, v) , которые обеспечивают $|r_{\max_i}|$, и составляют их таблицу - $|r_{\max 1}| > |r_{\max 2}| > \dots > |r_{\max 60}|$ с указанием кода и вида преобразующих координат (u, v) (табл. 2). Окончательно выбирают оптимальную преобразующую систему координат (u_{opt}, v_{opt}) , обеспечивающую $\max[r_{\max}]$ или удобную систему (u, v) для дальнейшей унификации расчетов согласно (6).

3. Построение номограммы $\sigma_i - \hat{x}_{pi} - \hat{x}'_{pi} - x_{oi} - s_i - s'_i - v_i - v'_i - z_p$.

Система уравнений (5), где в качестве основного аргумента выступает уровень перенапряжений σ_i , а параметром является квантиль нормального распределения z_p ($P = 0,5 \dots 0,999$), в полной мере отражает взаимосвязь основных статистик процесса усталостного разрушения, позволяет сравнительно простыми процедурами, расчетным путем определить эти статистики. Но наиболее наглядным является графический метод определения этих величин с помощью номограммы (рис.2), позволяющей последовательными графическими процедурами решить систему уравнений (5) для интересующих нас интервалов варьирования этих статистик. Номограмма обладает также другим важным преимуществом – с ее помощью можно решить широкий спектр статистических задач с разными предварительными условиями, диктующими стартовый ход графических процедур. В качестве стартового параметра принят уровень перенапряжений, и с его помощью определены остальные статистики. Для реализации указанных расчетных и графических процедур на алгоритмическом языке *Borland Pascal 7.0* составлен программный пакет *SMДА4* (25 кБт).

Преобразующие системы координат

№	Степенные	Логарифмическо-степенные		
1	$y - x^n$, $n = 1 \dots 5$ 1,1	$y - (\lg x)^n$, $n = 1 \dots 5$ 2,1	$\lg y - x^n$, $n = 1 \dots 5$ 3,1	$\lg y - (\lg x)^n$, $n = 1 \dots 5$ 4,1
2	$y - 1/x^n$, $n = 1 \dots 5$ 1,2	$y - 1/(\lg x)^n$, $n = 1 \dots 5$ 2,2	$\lg y - 1/x^n$, $n = 1 \dots 5$ 3,2	$\lg y - 1/(\lg x)^n$, $n = 1 \dots 5$ 4,2
3	$y^n - x$, $n = 2 \dots 5$ 1,3	$y^n - \lg x$, $n = 2 \dots 5$ 2,3	$(\lg y)^n - x$, $n = 2 \dots 5$ 3,3	$(\lg y)^n - \lg x$, $n = 2 \dots 5$ 4,3
4	$1/y^n - x$, $n = 1 \dots 5$ 1,4	$1/y^n - \lg x$, $n = 1 \dots 5$ 2,4	$1/(\lg y)^n - x$, $n = 1 \dots 5$ 3,4	$1/(\lg y)^n - \lg x$, $n = 1 \dots 5$ 4,4
5	$y^n - x^n$, $n = 2 \dots 5$ 1,5	$y^n - (\lg x)^n$, $n = 2 \dots 5$ 2,5	$(\lg y)^n - x^n$, $n = 2 \dots 5$ 3,5	$(\lg y)^n - (\lg x)^n$, $n = 2 \dots 5$ 4,5
6	$1/y^n - 1/x^n$, $n = 1 \dots 5$ 1,6	$1/y^n - 1/(\lg x)^n$, $n = 1 \dots 5$ 2,6	$1/(\lg y)^n - 1/x^n$, $n = 1 \dots 5$ 3,6	$1/(\lg y)^n - 1/(\lg x)^n$, $n = 1 \dots 5$ 4,6
7	$y^n - 1/x^n$, $n = 2 \dots 5$ 1,7	$y^n - 1/(\lg x)^n$, $n = 2 \dots 5$ 2,7	$(\lg y)^n - 1/x^n$, $n = 2 \dots 5$ 3,7	$(\lg y)^n - 1/(\lg x)^n$, $n = 2 \dots 5$ 4,7
8	$1/y^n - x^n$, $n = 2 \dots 5$ 1,8	$1/y^n - (\lg x)^n$, $n = 2 \dots 5$ 2,8	$1/(\lg y)^n - x^n$, $n = 2 \dots 5$ 3,8	$1/(\lg y)^n - (\lg x)^n$, $n = 2 \dots 5$ 4,8

Степенно-логарифмические			Экспоненц.
$y - \lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 5,1	- 6,1	$\lg y - \lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 7,1	$y^n - e^x$, $n = 1 \dots 5$ 8,1
$y - 1/\lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 5,2	- 6,2	$\lg y - 1/\lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 7,2	$y^n - 1/e^x$, $n = 1 \dots 5$ 8,2
- 5,3	$\lg y^n - x$, $n = 2 \dots 5$ 6,3	$\lg y^n - \lg x$, $n = 2 \dots 5$ 7,3	$e^y - x^n$, $n = 1 \dots 5$ 8,3
- 5,4	$1/\lg y^n - x$, $n = 2 \dots 5$ 6,4	$1/\lg y^n - \lg x$, $n = 2 \dots 5$ 7,4	$1/e^y - x^n$, $n = 1 \dots 5$ 8,4
$y^n - \lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 5,5	$\lg y^n - x^n$, $n = 2 \dots 5$ 6,5	$\lg y^n - \lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 7,5	$e^y - e^x$, 8,5
$1/y^n - 1/\lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 5,6	$1/\lg y^n - 1/x^n$, $n = 2 \dots 5$ 6,6	$1/\lg y^n - 1/\lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 7,6	$1/e^y - 1/e^x$ 8,6
$y^n - 1/\lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 5,7	$\lg y^n - 1/x^n$, $n = 2 \dots 5$ 6,7	$\lg y^n - 1/\lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 7,7	$e^y - 1/e^x$, 8,7
$1/y^n - \lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 5,8	$1/\lg y^n - x^n$, $n = 2 \dots 5$ 6,8	$1/\lg y^n - \lg x^n$, $n = 2 \dots 5$ 7,8	$1/e^y - e^x$, 8,8

Примечания: 1. $u = y, 1/y^n, y^n, (\lg y)^n, \lg y^n, 1/(\lg y)^n, 1/\lg y^n$ и т. д.
 2. $v = x, 1/x^n, x^n, (\lg x)^n, \lg x^n, 1/(\lg x)^n, 1/\lg x^n$ и т. д.

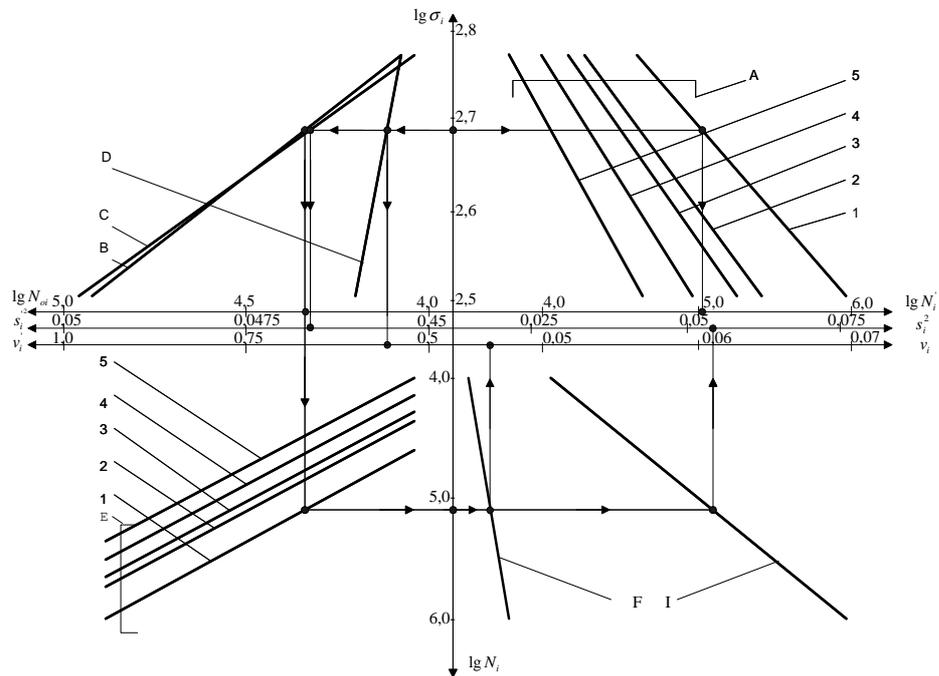


Рис. 2. Номограмма $F(\sigma_i, \hat{x}_{pi}, \hat{x}'_{pi}, x_{oi}, s_i'^2, v_i', s_i^2, v_i, z_p) = 0$. Зависимости:
 $A - \hat{x}_{pi} = f_2(\sigma_i, z_p)$, $B - x_{oi} = f_3(\sigma_i)$, $C - s_i'^2 = f_4(\sigma_i)$, $D - v_i' = f_7(\sigma_i)$,
 $E - x_{oi} = \varphi_2(\hat{x}_i, z_p)$, $F - s_i^2 = \varphi_3(\bar{x}_i)$, $I - v_i = \psi(\bar{x}_i)$.
 Линии 1-5 соответствуют вероятностям $P = 0,5, 0,9, 0,95, 0,99$ и $0,999$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Стакян М.Г., Демирханян А.Р.** Модифицированный метод проверки нормальности распределения результатов механических испытаний // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 2000.- Т.53, №3.- С.271-280.
2. **Степнов М.Н.** Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справ. - М.: Машиностр., 1985. - 232 с.
3. **Айвазян С.А.** Прикладная статистика. Исследование зависимостей: Справ. - М.: Финансы и статистика, 1985. - 487 с.
4. **Когаев В.П., Махутов М.А., Гусенков А.П.** Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справ. - М.: Машиностр., 1985. - 223 с.
5. **Бастенер Ф., Бастьен М., Поме Ж.** Статистический анализ результатов новых усталостных испытаний // Усталость и выносливость металлов: Сб. ст. - М.: ИЛ, 1963. - С.390-406.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 30.01.2002.

Մ.Գ. ՍՏԱԿՅԱՆ, Ա.Ռ. ԴԵՄԻՐԽԱՆՅԱՆ

**ՀՈԳՆԱԾՍՅԻՆ ԿՈՐԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ ԵՐԿԱՐԱԿԵՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ԶԳԱՅՆՈՒԹՅԱՆ ՇԵՄԻ ՀԱՇՎԱՌՄԱՄԲ**

Հաղորդում 1. Զգայնության շեմի հետազոտումը

Երկարակեցությունների վիճակագրական բնութագրերի ճշտությունը բարձրացնելու նպատակով մշակված է երկարակեցությունների զգայնության շեմի որոշման նոր մեթոդիկա: Կատարված է զգայնության շեմի վիճակագրական հետազոտություն և ստացված է այդ բնութագրերի որոշման համար անհրաժեշտ գծային հարաբերակցական հավասարումների համակարգ: Նշված համակարգի կիրարկմամբ կառուցված է նոմոգրամ՝ բնութագրերի գրաֆիկական որոշման համար: Հաշվարկային և գրաֆիկական ընթացակարգերի կատարման համար մշակված է ծրագրային փաթեթ:

M.G. STAKYAN, A.R. DEMIRKHANYAN

**EQUATION OF STRESS-CYCLE DIAGRAM WITH ACCOUNT OF LONGEVITY
SENSITIVITY THRESHOLD**

REPORT 1. INVESTIGATION OF SENSITIVITY THRESHOLD

In order to improve the longevities of statistical character accuracy, a new method for determining sensitivity threshold is developed, and a system of correlation equations for these characteristics determination is found out. Using these system a nomograph is constructed for their graphical determination. For realization of graphical and calculation procedures software is elaborated.

В.Г. АДАМЯН, Г.М. ЗАИМЦЯН

ЧИСТОТА ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ОБРАБОТКЕ ДВУХЛЕЗВИЙНЫМ И БЕЗВЕРШИННЫМ РЕЗЦАМИ

Приводится сравнительный анализ шероховатости обработанной поверхности при работе двухлезвийным и безвершинным резцами.

Ключевые слова: двухлезвийный, безвершинный, проходной резец, обработанная поверхность, срезаемый слой, чистота поверхности, шероховатость.

Существует множество разновидностей конструкций проходных резцов, к которым относятся двухлезвийные и безвершинные. Создание новых типов резцов всегда происходило под влиянием тенденции увеличения производительности труда с возрастающими требованиями к точности и чистоте обработанной поверхности. Большинство из них не получило широкого применения из-за некоторых недостатков их конструкции, которые не были учтены авторами. При разработке резцов новой конструкции с оптимальной формой, по нашему мнению, необходимо с самого начала провести научно обоснованный графический анализ геометрических параметров срезаемого слоя, обеспечивающий функциональную связь между геометрическими параметрами резца и чистотой обработанной поверхности, что приводит к уменьшению объема предварительных экспериментов и увеличению экономической эффективности. Целью настоящей работы является изложение сущности метода графического анализа геометрических параметров срезаемого слоя при точении с помощью двухлезвийного и безвершинного резцов, обоснование основных преимуществ этого метода по сравнению с традиционными.

При обработке поверхности двухлезвийным резцом в зоне резания образуются две стружки - основная и чистовая, которые имеют разные сечения и удаляются влево и вправо соответственно передним граням резца. В зависимости от величины подачи сечение чистовой стружки в 5...10 раз меньше сечения основной стружки. Двухлезвийный резец по принципу работы является совокупностью двух резцов: обычного с большим углом наклона главной режущей кромки λ и безвершинного [1]. Такая форма дает возможность, помимо уменьшения силовых и тепловых нагрузок на режущую часть резца, значительно улучшить чистоту обработанной поверхности при работе на повышенных подачах, существенно превышающих стандартные получистовые и чистовые подачи по сравнению с обычными проходными резцами с чистовыми режимами резания [2]. Эти признаки позволяют применять двухлезвийные резцы при получистовых и чистовых операциях, что дает возможность одновременно обеспечить высокую производительность резания и качество обработанной поверхности. Основная причина заключается в том, что режущие лезвия двухлезвийного резца скрещиваются с осью вращения заготовки, в результате чего обводки двух главных

режущих кромок резца на обработанной поверхности представляют собой однополостные гиперboloиды вращения, которые обеспечивают большую чистоту обработанной поверхности. Работая с большими подачами, левая режущая кромка резца удаляет основную часть припуска резания, обеспечивая высокую производительность обработки, а правая режущая кромка в это время удаляет с поверхности остаточную несущественную часть припуска резания, обеспечивая высокое качество обработанной поверхности [3].

Шероховатость обработанной поверхности, как известно, определяется величиной осевого сечения гребешков, остающихся на поверхности, т.е. остаточным сечением срезаемого слоя между режущими кромками двухлезвийного резца и обработанной поверхностью при перемещении резца относительно заготовки за время ее полного оборота. Определим поочередно площади осевого сечения срезаемых слоев, снимаемых с помощью левой, а потом и правой режущих кромок.

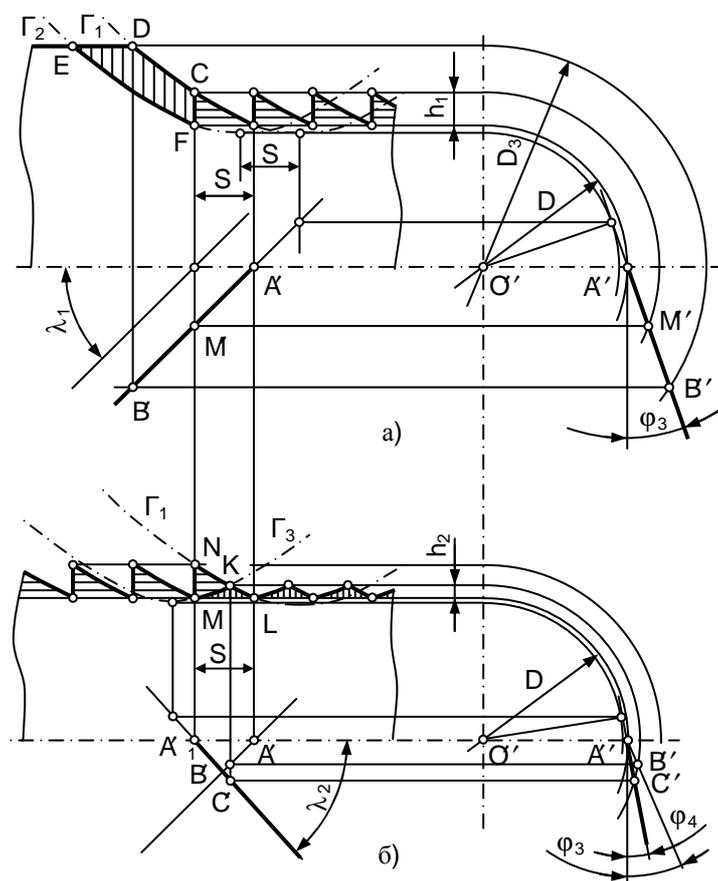


Рис. 1

На рис. 1а изображены проекции левой режущей кромки АВ, очерки Г1 и Г2 (гиперболы), поверхности резания в двух положениях резца, перемещенного на величину подачи S, а также профиль обработанной поверхности, когда в работу не

включена правая режущая кромка, где площадь осевого сечения срезаемого слоя - это площадь криволинейного четырехугольника CDEF. Высота микронеровностей h_1 остаточного сечения срезаемого слоя определена геометрическими построениями. Проведена плоскость кругового сечения гиперboloида резания, удаленная от вершины резца на величину подачи резания S , и найдена проекция M (точки M искомого кругового сечения на фронтальную проекцию левой режущей кромки. С помощью линии связи построена профильная проекция M (точки M , через которую и проходит окружность кругового сечения однополостного гиперboloида. Разность радиусов построенной окружности и обработанной поверхности и является искомой высотой микронеровностей h_1 .

На рис. 1б изображены проекции правой режущей кромки резца, обрабатываемая заготовка и ее профиль до и после обработки правой режущей кромкой, где поверхность резания является однополостным гиперboloидом вращения, осевое сечение которого есть гипербола ГЗ. Площадь осевого сечения срезаемого слоя правой режущей кромки - это площадь криволинейного треугольника MNK, а площадь остаточного сечения срезаемого слоя - площадь криволинейного треугольника MKL, высота которого является высотой неровностей h_2 , что и характеризует чистоту обработанной поверхности при обработке двухлезвийным резцом.

Очевидно, есть много путей уменьшения высоты микронеровностей h_2 , а следовательно, и повышения чистоты обработанной поверхности. Эффективнее всего это достигается уменьшением угла наклона λ_2 правой режущей кромки резца. При наперед заданном значении h_2 можно определить значение угла λ_2 , необходимое для обеспечения требуемой шероховатости обработанной поверхности. Для этого нужно на профильной плоскости провести окружность радиусом $D/2+h_2$ и построить точки B'' и C'' - точки пересечения с профильными проекциями режущих кромок резца. После этого необходимо найти фронтальную проекцию B (точки B на фронтальную проекцию левой режущей кромки, через которую проходит общее круговое сечение гиперboloидов - поверхностей резания левой и правой режущих кромок. Построив на этом сечении проекции C' точки C правой режущей кромки и соединив с вершиной A_1' резца, получим фронтальную проекцию правой режущей кромки, а следовательно, определим искомый угол λ_2 .

Безвершинные резцы, по сравнению с обычными проходными резцами с чистовыми режимами резания [4,5], успешно используются при чистовом точении труднообрабатываемых материалов и сплавов с большими подачами, где одним из условий получения качественных поверхностей, по мнению авторов работ [4,6], является исключение из конструкции резца его вершины. Однако неверно считать, что таким путем полученные безвершинные резцы коренным образом отличаются от всех существующих обычных проходных резцов.

Исследования показали, что самым обычным проходным резцом является двухлезвийный резец ДЛР-1, из которого при конкретных значениях переменных параметров, определяющих положение режущих кромок, можно получить все проходные резцы, включая также безвершинные [7].

На рис. 2а изображены проекции прямолинейной режущей кромки CL безвершинного резца, а на рис. 2б - проекции левой AC и правой AD режущих кромок двухлезвийного резца, а также осевые сечения срезаемых слоев и профилей обработанных поверхностей при работе с

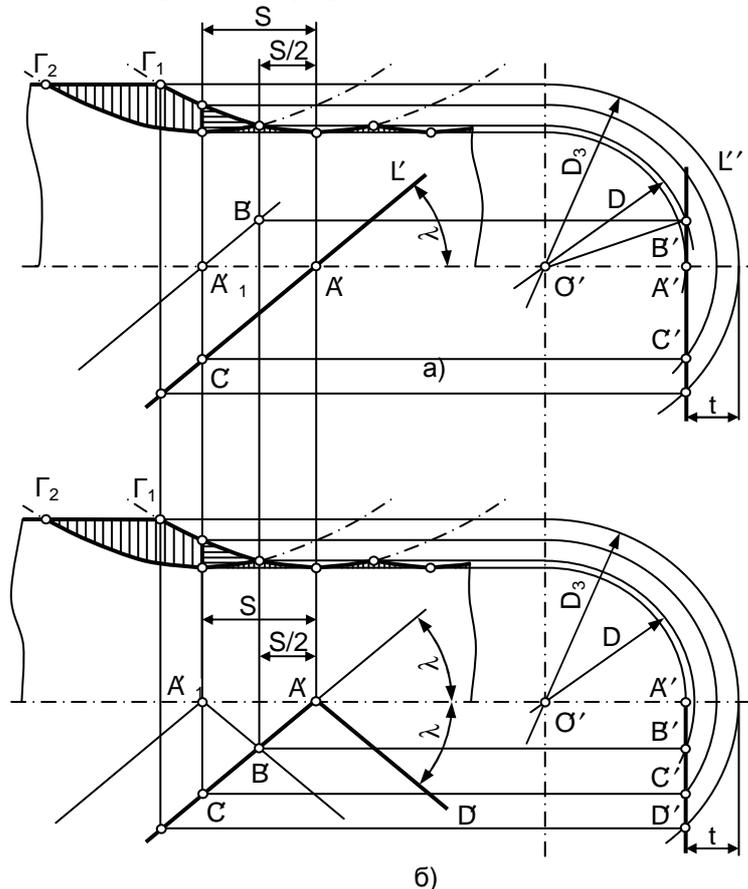


Рис. 2

указанными резцами. Точка A , принадлежащая режущей кромке безвершинного резца (рис. 2а) и разделяющая ее рабочую часть на две неравные части, принадлежит также горловой окружности однополостного гиперboloида, на поверхности которой находится режущая кромка безвершинного резца. Оставим левую часть AC режущей кромки безвершинного резца неподвижной, а правую часть AL заменим новой режущей кромкой AD (рис. 2б) симметрично ей, относительно прямой, проходящей через точку A и параллельной оси обработанной заготовки. Очевидно, что при такой замене получается двухлезвийный резец с вершиной A . Ввиду того, что углы наклона и атаки для обеих режущих кромок имеют одинаковые значения, следует, что поверхность резания левой режущей кромки будет являться и поверхностью резания правой режущей кромки, которая будет принадлежать второй образующей однополостного гиперboloида. Как известно, от параметров поверхности резания зависят значения

всех параметров снимаемых стружек и остаточных гребешков обработанной поверхности. Следовательно, изменение конструкции резца и переход от безвершинного резца к двухлезвийным не влияют на качество обработанной поверхности и его топологию.

Вышеуказанное сравнение конструкции двух резцов позволило нам рассмотреть безвершинные резцы как двухлезвийные, углы при вершине которых равны 180° . Однако вершина безвершинного резца является не точкой пересечения двух или более граней резца, как это принято считать, а точкой режущей кромки безвершинного резца, имеющей минимальное расстояние от оси обработанной поверхности, где такая вершина появляется только в процессе резания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Касьян М.В., Бояджян Р.Е.** и др. Анализ резца конструкции КБ-1 по сравнению с обычными и безвершинными резцами: Сб. мат-ов 10-й конф. Лен. фил-а ЕрПИИ. Ч. 3.- Лениакан, 1976.- С. 72-76.
2. **Касьян М.В., Бояджян Р.Е.** Исследование особенностей качества поверхности при использовании резца КБ-1: Сб. мат-ов 9-й конф. Лен. фил-а ЕрПИИ. Ч. 3.- Лениакан, 1974. - С. 95-103.
3. **Бояджян Р.Е., Адамян В.Г.** Графоаналитический метод определения оптимальных значений углов двухлезвийного резца с двумя главными режущими кромками: Тез. докл. 22-й науч.-техн. конф. асп-ов обществ. аспирантуры.- Ереван, 1985.- С. 140-147.
4. **Касьян М.В., Минасян Г.С.** Особенности резания титановых сплавов безвершинными резцами.- Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1975. – 168 с.
5. **Катаян В.В.** Шероховатость поверхности при точении безвершинным минералокерамическим резцом: Сб. мат-ов 9-й конф. Лен. фил-а ЕрПИИ. Ч. 3.- Лениакан, 1974.- С. 110-117.
6. **Халфен В.Г.** Исследование процесса чистого точения труднообрабатываемых материалов и сплавов с большими подачами: Автореф. дис. ... к.т.н.- Киев, 1978. - 20 с.
7. **Адамян В.Г.** Формообразование алгебраических поверхностей и создание на их основе теории и конструкции нового типа аналоговых вычислительных машин: Дис. ... д.т.н. - Гюмри, 1996.- 328 с.

Гюмрийский образовательный комплекс ГИУА. Материал поступил в редакцию 13.03.2001.

Վ.Գ. ԱԴԱՄՅԱՆ, Գ.Մ. ԶԱՅԻՄՅԱՆ

**ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՄԱՔՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՐԿԵԶՐԱՆԻ ԵՎ ԱՆԳԱԳԱԹ
ԿՏՐԻՉՆԵՐՈՎ ՄՇԱԿԵԼԻՄ**

Բերվում է երկեզրանի և անգագաթ կտրիչներով մշակված մակերևույթների խորրոլորրոլությունների համեմատական վերլուծությունը:

V.G. ADAMYAN, G.M. ZAYIMTSYAN

**THE CLEARNESS OF THE SURFACE WHILE MACHINING TWO-BLADE
AND TOPLESS CUTTERS**

A comparative analysis of the processed surface roughness while using two-blade and topless cutting-tools is given.

Г.А. АРУТЮНЯН

К АНАЛИТИЧЕСКОМУ ИССЛЕДОВАНИЮ СИЛЫ УДАРА ПРИ СТРОГАНИИ

Приведены результаты определения силы удара при строгании расчетным путем с учетом пластической деформации в зоне удара. Динамический коэффициент податливости b , входящий в формулу для определения силы удара, выбран с учетом того, что резец, который ударяет заготовку, рассматривается как односторонний штамп. Показатель n выбран равным единице, поскольку пластическая деформация при ударе почти линейно зависит от силы. Сравнение расчетных и экспериментальных данных силы удара дает удовлетворительное совпадение.

Ключевые слова: приведенная кинетическая энергия, приведенная масса, коэффициент податливости, односторонний штамп.

Под ударом понимается совокупность явлений, возникающих при столкновении тел и сопровождающихся полным или частичным переходом кинетической энергии в энергию их деформации.

Удар возникает при некоторых видах механической обработки. Им сопровождается прерывистое резание (строгание, долбление, зубострогание, зубодолбление, фрезерование). Его влияние отрицательно сказывается на динамической прочности и работоспособности режущего инструмента, виброустойчивости технологической системы. Удар при резании оказывает определенное влияние на качество формируемой поверхности, особенно на микроструктуру и остаточные напряжения.

Существуют две теории относительно физической сущности явления удара: контактная и волновая. Контактная теория вполне применима для исследования ударных явлений при резании, поскольку, по экспериментальным исследованиям ряда авторов, эта теория правомочна при относительно коротких массивных телах и сравнительно небольших скоростях удара (до 20...30 м/с).

Исследователями сделаны попытки, направленные на замену контактной теории Герца соотношением, применимым в случае пластических деформаций при контакте.

Для активного этапа удара, когда деформация в зоне контакта носит упруго-пластический характер и сила удара возрастает, в [1] предлагается формула для определения максимальной силы удара:

$$P_{\max} = \left(\frac{E}{b} \frac{1+n}{n} \right)^{\frac{1}{1+n}}, \quad (1)$$

где E – приведенная кинетическая энергия соударяющихся тел ($E = MV^2 / 2g$); n и b – постоянные, определяемые экспериментальным путем; M – приведенная масса соударяющихся тел: $M = (m_1 m_2) / (m_1 + m_2)$.

Показатель n зависит от формы соударяющихся тел, предопределяя характер пластического течения в зоне контакта. Коэффициент b в основном зависит от физико-механических характеристик материала и, по существу, имеет смысл коэффициента податливости деформируемого материала. В [1] приводятся статические и динамические значения n и b , определенные соответственно в зоне статического контакта и при динамическом нагружении, т.е. в зоне контакта соударяющихся тел. Испытанию подвергались стали различных марок в определенных условиях с наконечниками, имеющими формы штампов.

Для расчета силы удара при строгании нами была использована формула (1). При теоретическом исследовании обычно принимают, что упругая деформация подчиняется закону Герца, а пластическая почти линейно зависит от контактного усилия. В этом случае $n=1$ (для линейной силовой характеристики), и (1) принимает вид

$$P_{\max} = \sqrt{2E/b}. \quad (2)$$

Выбирая по [1] соответствующее статическое значение коэффициента $b_{\text{ст}}$, определяем его динамическое значение b с учетом среднего коэффициента динамичности:

$$b = b_{\text{ст}} / \alpha,$$

где $\alpha=1,3$. Его величина для поликристаллических материалов составляет 1,2...1,35.

Однако, поскольку резание материалов ближе всего подходит к случаю вдавливания штампа в выступ заготовки, т.е. резец рассматривается как односторонний штамп, то рассчитанный коэффициент податливости b необходимо брать в два раза больше.

В таблице приведены рассчитанные по формуле (2) величины силы удара при различных значениях скорости удара. Расчеты проведены для гидрофицированного поперечно-строгального станка 7М36, имеющего определенный диапазон изменения скорости движения ползуна. Для этого станка масса ползуна с резцодержателем $m_1=460$ кг, масса динамометра с заготовкой $m_2=20$ кг. В таблице приведены также значения силы удара при строгании, полученные экспериментом на этом же станке [2].

Следовательно, выбирая или имея соответствующие значения коэффициента податливости b , можно пользоваться формулой (2) для предварительной оценки силы удара при строгании.

Таблица

V, м/с	E, кгм	b, м/кг	P _{max} (расч.), кг	P _{max} (экс.), кг	Условия резания
0,05	0,0024	0,86 · 10 ⁻⁵	23,5	33,4	Обрабатываемый материал сталь Ст 3 S=0,5 мм/гхх t=1,0 мм γ = +10° φ = 60° α = 6°
0,13	0,016		61	62,9	
0,24	0,056		114	96,3	
0,28	0,076		133	152	
0,33	0,105		156	170	
0,4	0,152		190	201	
0,6	0,35		288	277	
0,78	0,59		370	369	

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Батуев Г. С.** и др. Инженерные методы исследования ударных процессов. – М.: Машиностроение, 1969. – 240 с.
2. **Касьян М. В., Арутюнян Г. А., Багдасарян Г. Б.** О связи силы удара с характером изменения сил резания при строгании // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН. – 1970. – Т. XXIII, №1. – С.3-10.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 24.05.2001.

Հ. Հ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ ՈՒՆԴՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՈՒՄ ՀԱՐՎԱԾԻ ՈՒԺԻ ՎԵՐԼՈՒԾԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՄԱՆ ՇՈՒՐՋԸ

Բերված են ունդման գործընթացում հարվածի ուժի՝ հաշվարկային մեթոդով որոշման արդյունքները, հաշվի առնելով, որ հարվածի գոտում առաջանում է պլաստիկական դեֆորմացիա: Դյուրաշարժության դինամիկական *b* գործակիցը (որը մտնում է հարվածի ուժի որոշման բանաձևի մեջ) ընտրված է՝ հաշվի առնելով, որ կտրիչը դիտարկվում է որպես միակողմանի դրոշմ: *n* ցուցիչը ընդունված է հավասար մեկի, քանի որ պլաստիկական դեֆորմացիան համարյա գծային օրինաչափությամբ է կապված հարվածի ուժի հետ: Հարվածի ուժի հաշվարկային և փորձական մեծությունները բավարար չափով համընկնում են:

H.H. HAROUTIUNYAN ON ANALYTICAL STUDY OF THE IMPULSIVE FORCE IN PLANING

Results of impulsive force determination in planing by calculation taking into account plastic deformation in the zone of impact are given. The dynamic factor of mechanical compliance *b*, which appears in the formula for determining the impulsive force, has been selected taking into account the fact that the cutter hitting the workpiece is considered as a single-side die. The index *n* has been selected equal to unity as far as plastic deformation on impact is approximately linearly dependent on force. Comparison of designed and calculated data on the impulsive force has shown satisfactory coincidence.

С.Г. АГБАЛЯН, А.М. СТЕПАНЯН

ОСОБЕННОСТИ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ПОРОШКОВЫХ БЫСТРОРЕЖУЩИХ СТАЛЕЙ

Исследованы процессы термической обработки порошковых быстрорежущих сталей, полученных экструзией. Выбраны оптимальные режимы термической обработки. Выявлено, что порошковые стали обладают более высокой износостойкостью и режущими свойствами, чем стандартная P6M5.

Ключевые слова: порошок, экструзия, сталь, закалка, отпуск, твердость, износостойкость.

Как известно [1-3], качество продукции машиностроительной промышленности связано с выбором материала инструмента и режимов их термической обработки. В связи с возрастающим применением более прочных конструкционных, жаропрочных, нержавеющей, а также титановых и других сплавов, имеющих плохую обрабатываемость и т.д., необходимы инструменты повышенной стойкости. Для обеспечения работоспособности металлорежущего инструмента он должен обладать высокой прочностью, износостойкостью, жаропрочностью и достаточной вязкостью. В связи с этим в области инструментальной промышленности широкое применение получили быстрорежущие стали.

К трудноразрешимым проблемам производства быстрорежущих сталей относятся структурные дефекты, возникающие в процессе кристаллизации. Поэтому в литых быстрорежущих сталях структура преимущественно дендритная со сложной ликвацией, что значительно ухудшает их свойства [4,5]. Вопросы структурообразования быстрорежущих сталей, связанные с карбидной сегрегацией, наиболее полно решаются методами порошковой металлургии [6,7]. В последние годы при производстве инструментов наблюдается тенденция интенсивной замены литой быстрорежущей стали порошковой. Для этих сталей до сих пор актуальным остается не только улучшение технологии их получения из порошков, но и выбор оптимальных и эффективных режимов их термической обработки. Термическая обработка быстрорежущей стали имеет особенности, обусловленные природой самой стали.

Целью настоящей работы является исследование и разработка технологии термической обработки быстрорежущей порошковой стали, полученной из распыленных порошков P6M5 методом экструзии.

Эксперименты проводили на порошковой (P6M5-П) и стандартной (P6M5) быстрорежущих сталях диаметром 20 мм и высотой 10 мм.

Нагрев быстрорежущих сталей обычно осуществляется до довольно высоких температур – 1220...1240°C, при которых наблюдается максимальная растворимость карбидов в аустените [1,2]. При этом сталь сохраняет мелкозернистую структуру – 10...11 баллов. Для изучения режимов закалки

образцы сперва нагревали до 450...550°C в воздухе, затем до 840...860°C в соляных ваннах (68%BaCl₂+30%NaCl+2%MgF₂), окончательный подогрев проводили тоже в соляных ваннах (95%BaCl₂+5%MgF₂) до 1210...1220°C.

Как известно [1], величина аустенитного зерна играет важную роль в формировании механических свойств инструментальных сталей, поэтому при выборе оптимальных интервалов температур и выдержек окончательного нагрева под закалку основными контролирующими характеристиками брали размер аустенитного зерна и вторичную твердость.

После закалки в температурном интервале 1140...1240°C образцы подвергали трехкратному отпуску при 560°C с выдержкой по одному часу. Рекомендуемая твердость HRC 63,5...65,0 (ГОСТ 19265-73) при нормальной выдержке (10 *с/мм*) для Р6М5-П достигается в температурном интервале 1160...1205°C, а для стандартной – 1190...1240°C. При меньшей выдержке (6 *с/мм*) – соответственно 1170...1220°C и 1200...1240°C. Понижение закалочных температур порошковой стали обусловлено наличием в структуре мелких карбидов (рис.1), растворимость которых в матрице сравнительно больше.

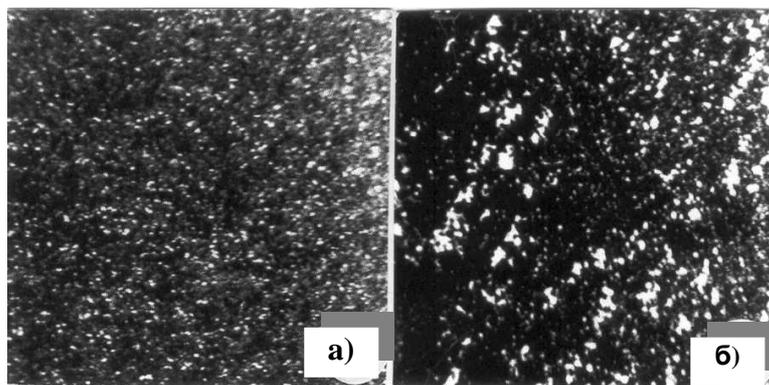


Рис.1. Микроструктура порошковой и стандартной быстрорежущих сталей после термообработки по оптимальным режимам:

а - $t_3=1190^\circ\text{C}$, $t_{\text{отп}} = 560^\circ\text{C}$, 3 раза по одному часу; б - $t_3=1220^\circ\text{C}$, $t_{\text{отп}}=560^\circ\text{C}$, 3 раза по одному часу

Следовательно, при аустенизации растворимость карбидов, а также их вторичная твердость достигают максимальных значений при гораздо меньших выдержках – 6...7 *с/мм*. На рис.2 показаны зависимости аустенитного зерна от температуры закалки. Как видно, при равных условиях после термообработки до 1170°C размер зерна аустенита порошковой стали (рис.2, кр.1) гораздо меньше, чем стандартной (рис.2, кр.2), при нагреве выше 1170°C он резко увеличивается. Это объясняется тем, что мелкие карбиды вначале активно задерживают рост зерна, когда же большая часть их растворяется в матрице, то наблюдается заметное возрастание размера зерна аустенита. В стали Р6М5-П этому способствует отсутствие крупных первичных карбидов. При нагреве до 1190°C большая часть карбидов переходит в твердый раствор. При этом размер зерна аустенита сохраняется – 11...10 баллов (рис.2). Дальнейшее повышение температуры до

1220...1240°C приводит к интенсивному растворению мелких карбидов и росту зерна – 9...8 баллов. На основе проведенных опытов для стали Р6М5-П выбран оптимальный закалочный температурный интервал – 1180...1190°C, время выдержки – 8...10 с/мм.

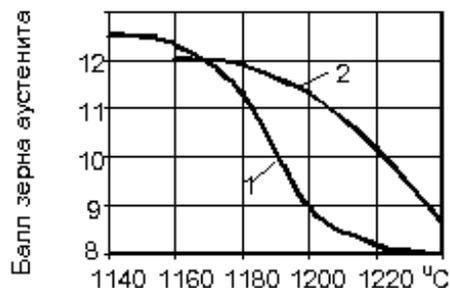


Рис.2. Зависимость размера зерна аустенита от температуры закалки: 1 - порошковая сталь, 2 - стандартная сталь

После закалки образцы подвергались трехкратному отпуску при 520...600(С с выдержкой по одному часу.

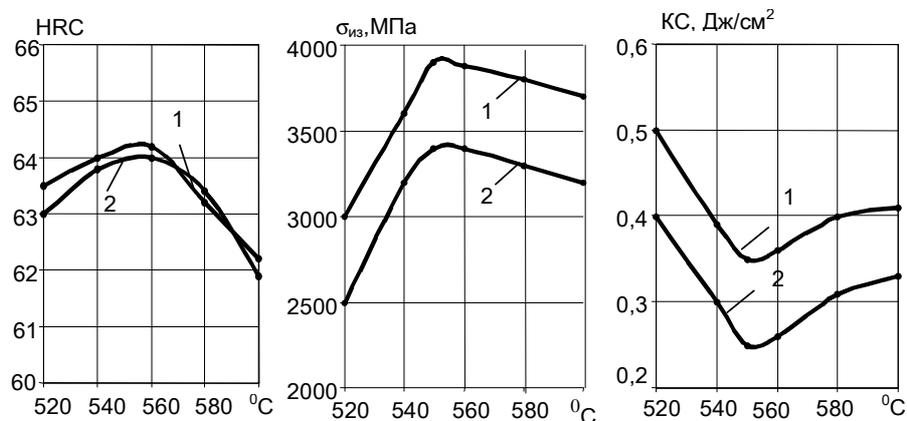


Рис.3. Зависимость механических свойств порошковой и стандартной сталей от температуры отпуска: 1 - порошковая сталь, 2 - стандартная сталь

Как видно (рис.3), максимальные значения твердости для стандартной и порошковой сталей достигаются при температурном интервале 550...560°C. Твердость порошковой быстрорежущей стали находится почти на том же уровне, что и стандартной, а теплостойкость выше на 0,5...1 HRC.

Сравнение прочностных свойств показало, что прочность при изгибе порошковой стали на 15...20% выше, чем стандартной, а ударная вязкость – примерно на 5...7% выше. Прочность при изгибе и ударная вязкость, измеренные после оптимального отпуска 560°C (3 раза по 1 ч.), при температуре аустенизации

1220°C резко падают, что коррелируется с характером растворения при аустенизации карбида М₆С. Полученные результаты позволяют вновь сформулировать требования к термической обработке быстрорежущих сталей для обеспечения наивысших эксплуатационных свойств.

Карбидная неоднородность меньше одного балла. Порошковые стали обладают более высокой износостойкостью и режущими свойствами, чем стандартные стали Р6М5. Так, при обработке стали 45 при скоростях резания V=40, 60 и 80 м/мин стойкость режущего инструмента из стали Р6М5-П соответственно в 1,2, 1,4 и 2,9 раза выше стандартной стали. На основании экспериментов разработана оптимальная технология термической обработки быстрорежущих порошковых сталей, обеспечивающих высокие прочностные свойства и износостойкость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Геллер Ю.А. Инструментальные стали.-М.: Металлургия, 1975.-584 с.
2. Адаскин А.М. Особенности вольфрамомолибденовой стали Р6М5 (методическая разработка)/ Ин.-т пов. квал. рук. работ. и спец. Минстанкопрома.-М., 1975.- 56 с.
3. Гуляев А.П., Малинина К.А., Саверина С.М. Инструментальные стали: Справочник.-М.: Машиностроение, 1975.-272 с.
4. Голдштейн М.И., Грачев С.В., Векслер Ю.Г. Специальные стали.-М.: Металлургия, 1985.- 408 с.
5. Агбальян С.Г., Салтыкова Е.С. Металловедение и технология термической обработки металлов / ГИУА.-Ереван, 1997.-162 с.
6. Манукян Н.В. Технология порошковой металлургии.-Ереван: Луйс, 1986.- 232 с.
7. Агбальян С.Г. Разработка и исследование технологии изготовления протяжного инструмента из порошков быстрорежущих сталей: Автореф. дис. ... канд.тех.наук.-Киев, 1984. - 24 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 27.03.2001.

Մ.Գ. ԱՂԲԱԼՅԱՆ, Ա.Մ. ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ ԱՐԱԳԱՀԱՏ ՓՈՇԵՂՈՂՊԱՏՆԵՐԻ ԶԵՐՄԱՅԻՆ ՄՇԱԿՄԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Ուսումնասիրված է էքստրուզիոն եղանակով ստացված արագահատ փոշեպողպատների ջերմամշակման գործընթացը: Ընտրված են ջերմային մշակման լավարկված ռեժիմները: Ցույց է տրված, որ փոշեպողպատներն օժտված են ավելի բարձր մաշակայունությամբ և կտրող հատկություններով, քան Р6М5 մակնիշի ստանդարտ պողպատները:

S.G. AGHBALYAN, A.M. STEPANYAN HEAT-TREATMENT PECULIARITIES FOR POWDER HIGH-SPEED STEELS

The process of heat-treatment for powder high-speed steels made by extrusion has been studied. Optimal rates of heat treatment have been chosen. It has been shown that powder steels have rather high wear and tear stability and cutting properties than standard steels of P6M5.

Գ.Ս. ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ, Կ.Գ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Հ.Ա. ԱՄԲԱՐՅԱՆ,
Կ.Լ. ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ, Ն.Ս. ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ

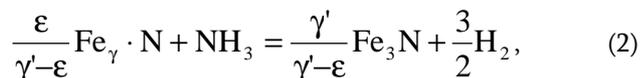
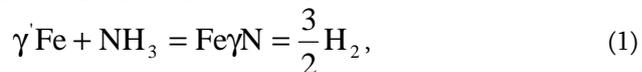
ԱԶՈՏԱՑՄԱՆ ԵՎ ԿԱՐԲՈՆԻՏՐԱՑՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՆԵՐԻ
ԿԱՐԳԱՎՈՐՄԱՆ ԹԵՐՄՈՂԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ
ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

Բերված են տվյալներ գազային խառնուրդի ազոտային պոտենցիալի փոփոխման վերաբերյալ: Տրված օրինաչափությունների հիման վրա որոշված են տարբեր գազային միջավայրերի ածխածնային և ազոտային պոտենցիալները՝ կախված ջերմաստիճանից: Ցույց է տրված, որ պինդ և գազային միջավայրերում ամիակի և կալիումի երկաթազանիդի կիրառմամբ հնարավոր է ստանալ ածխածնի և ազոտի առկայությամբ ակտիվ միջավայր՝ պողպատի մակերևույթի վրա դիֆուզիան ձևով մաշակայուն շերտ ստանալու համար:

Առանցքային բառեր. թերմոդինամիկա, ազոտացում, կարբոնիտրացում, մթնոլորտ, տաքացում:

Ազոտացման գործընթացների կարգավորումը կատարվում է մթնոլորտի ազոտային պոտենցիալի փոփոխումով, ինչը որոշում է դիֆուզիոն շերտի կառուցվածքը, ֆազային բաղադրությունը, ինչպես նաև ջերմաքիմիական մշակման արագությունը: Մթնոլորտը հարստացնող ազոտային պոտենցիալը կախված է գործընթացի ջերմաստիճանից և ամիակի դիսոցման աստիճանից: Այն կարող է փոխվել չեզոք, ածխածին և թթվածին պարունակող գազերի ներմուծումից, ինչպես նաև հսկվող մթնոլորտների օգտագործումից [1]:

Հարկ է նշել, որ ջերմաքիմիական մշակման գործընթացի կարգավորման ժամանակ դետալների տաքացման եղանակը նույնպես մեծ ազդեցություն է թողնում մթնոլորտի բաղադրության և խառնուրդում գազերի փոխհարաբերությունների վրա: Ազոտացման գործընթացի կարգավորման ռեժիմները և լավարկված միջավայրերը պարզելու համար բավական է ուղղակի հիմնվել ամիակի լուծման տարբեր պայմաններում երկաթազոտային ֆազերի առաջացման ռեակցիաների թերմոդինամիկական հաշվարկների վրա: Երկաթի ազոտացման ժամանակ, NH_3 պարունակող մթնոլորտում, $500-700^{\circ}C$ տիրույթում հնարավոր է Fe_4N (γ' - ֆազ), $Fe_{2-3}N$ (ϵ - ֆազ) նիտրիդների, ինչպես նաև երկաթում ազոտի α -և γ -պինդ լուծույթների առաջացում ըստ ռեակցիաների



որտեղ γ' -ը և ϵ -ը -երկաթի ատոմների թիվն են համապատասխան նիտրիդում; $[N]$ -ը ազոտի պինդ լուծույթն է երկաթում:

(1) - (3) ռեակցիաների ընթացքի թերմոդինամիկական պայմաններն են.

$$\lg \frac{P_{\text{NH}_3}}{P_{\text{H}_2}^{3/2}} \leq \frac{\Delta G_{T(1)-(2)}^0}{4.57T}, \quad (4)$$

$$\lg \frac{P_{\text{NH}_3}}{a_N P_{\text{H}_2}^{3/2}} \leq \frac{\Delta G_{T(3)}^0}{4.57}, \quad (5)$$

որտեղ P_{H_2} -ը և P_{H_3} -ը ջրածնի և ամիակի պարզիակ ճնշումներն են; a_N -ը երկաթում ազոտի ակտիվությունն է; ΔG_T^0 -ն ստանդարտ պայմաններում ռեակցիայի ազատ էներգիայի փոփոխումն է:

(4) և (5) հավասարումներից հետևում է, որ ազոտացման գործընթացի ընթանալու հնարավորությունը նախ և առաջ որոշվում է մթնոլորտի ազոտային պոտենցիալի մեծությամբ.

$$\lg \Pi_N = \frac{1120}{T} - 2,1: \quad (6)$$

γ և ε ֆազերի հավասարակշռության դեպքում

$$\lg \Pi_N = \frac{1900}{T} - 2,3: \quad (7)$$

Օգտագործելով (2)-ի երկաթում մոլեկուլյար ազոտի լուծելիության տվյալները և NH_3 ազատ էներգիայի առաջացման արժեքները, կարելի է որոշել երկաթում ազոտի խտացման կախվածությունը ջերմաստիճանից և մթնոլորտի ազոտային պոտենցիալից (այն ենթադրությամբ, որ $[N] \approx a_N$): Այսպես, α -պինդ լուծույթի համար՝

$$\lg [N] = \lg \Pi_N - \frac{4400}{T} + 5,1, \quad (8)$$

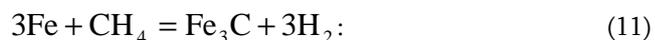
γ -պինդ լուծույթի համար՝

$$\lg N = \lg \Pi_N - \frac{2500}{T} + 4,1: \quad (9)$$

Մթնոլորտի ազոտային պոտենցիալը, որը պարունակում է ամիակ, կախված է նրա դիսոցման աստիճանից (α), սկզբնական խառնուրդում՝ ամիակի (λ) և գազ-լուծիչում՝ ջրածնի ծավալային մասերից: Ցույց է տրված, որ այդպիսի գազային խառնուրդի ազոտային պոտենցիալը (1013 ԳՊա ընդհանուր ճնշման ժամանակ) արտահայտվում է հետևյալ օրինաչափությամբ.

$$\Pi_N = \frac{\lambda(1-\alpha)(1-\alpha\lambda)^{1/2}}{[\varepsilon_{\text{H}_2}(1-\lambda) + 1.5\alpha\lambda]^{3/2}}: \quad (10)$$

Ամիակին ածխածին պարունակող գազեր ավելացնելիս, հնարավոր է ցեմենտիտի (Fe_3C) կամ երկաթում ածխածնի պինդ լուծույթի առաջացում: Միջավայրի ածխածնացման գործընթացը որոշվում է ածխածնային պոտենցիալով՝ n_C (6): Մեթան ավելացնելիս հնարավոր է ռեակցիայի հետևյալ ընթացք՝



(1)-ի և (3)-ի տվյալների համաձայն, մթնոլորտի ածխածնային պոտենցիալը, որն անհրաժեշտ է տվյալ շերմաստիճանում ցեմենտիտի առաջացման համար՝

$$\lg = \Pi_C \frac{P_{\text{CH}_4}}{P_{\text{H}_2}^2} = -3,3 + \frac{2760}{T} : \quad (12)$$

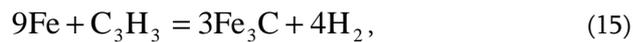
Ամիակի հետ խառնուրդում մեթանի ածխածնային պոտենցիալը կախված է նրա դիսոցման աստիճանից և ծավալային մասից.

$$\Pi_C = \frac{(1-\lambda)(1+\alpha\lambda)}{(1,5\alpha\lambda)^2} : \quad (13)$$

Օգտագործելով (3) տվյալները ֆերիտում ածխածնի լուծելիության վերաբերյալ, կարելի է ստանալ α -երկաթում ածխածնի խտության կախվածությունը (ենթադրելով, որ մեթանում $[C](ac)$ ՝ մթնոլորտի ածխածնային պոտենցիալի և ածխածնով հարստացման ժամանակ՝

$$\lg[C] = \lg \Pi_C + 7,9 - \frac{8560}{T} : \quad (14)$$

Պրոպանով ամիակի ջրիկացման ժամանակ նույն ռեակցիայի ընթացքում տեղի ունեն նաև՝

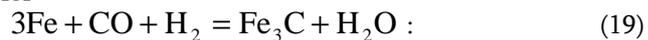


$$\Pi_C \frac{P_{\text{C}_3\text{H}_3}}{P_{\text{H}_2}^4} = \frac{(1-\lambda)(1+\alpha\lambda)}{(1,5\alpha\lambda)^4}, \quad (16)$$

$$\Pi_C = -20,1 + \frac{10300}{T}, \quad (17)$$

$$\lg[C] = \lg \Pi_C + 24,7 - \frac{16100}{T} : \quad (18)$$

Էնդոգազով (40%N₂+40%H₂+20%CO) ամիակի՝ խառնուրդում ածխածնացման ժամանակ (ինչպես նաև էնդոէկոգազով՝ 60%N₂+20%H₂+20%CO) հնարավոր է գումարային ռեակցիա.



Ակնհայտ է, որ (19) ռեակցիայի ուղղությունը կախված է լուծիչում ջրի գոլորշիների $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}$ պարունակությունից, ջրածնի (H_2 և ածխածնի օքսիդի ε_{CO} ծավալային մասերից:

$$\Pi_C = \frac{P_{\text{CO}} P_{\text{H}_2}}{P_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{\varepsilon_{\text{CO}} [\varepsilon_{\text{H}_2} (1-\lambda) + 1,5\alpha\lambda]}{\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} (1+\alpha\lambda)} : \quad (20)$$

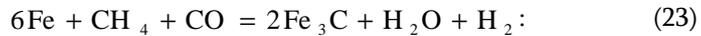
Ածխածնային պոտենցիալը, որը համապատասխանում է Fe₃C-ի առաջացմանը՝

$$\lg \Pi_C = 6,7 - \frac{6200}{T}, \quad (21)$$

իսկ ածխածնի խտությունը α -երկաթում՝

$$\lg[C] = \lg \Pi_C - 1,95 + \frac{440}{T} : \quad (22)$$

Եռէթանոլամինի ջերմաքայքայման արգասիքների խառնուրդում (15%CH₄+30%CO+45%H₂+10%N₂) ամիակի հետ ածխածնացումն ընթանում է գումարային ռեակցիայի ձևով՝



Այդ դեպքում՝

$$\Pi_C = \frac{P_{\text{CH}_4} P_{\text{CO}}}{P_{\text{H}_2\text{O}} P_{\text{H}_2}} = \frac{\varepsilon_{\text{CH}_4} \varepsilon_{\text{CO}} (1-\lambda)}{\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} [\varepsilon_{\text{H}_2} (1-\lambda) + 1.5\alpha\lambda]}, \quad (24)$$

$$\lg \Pi_C = 3,1 - \frac{3070}{T}, \quad (25)$$

$$\lg [C] = \lg \Pi_C + 1,55 - \frac{2730}{T}, \quad (26)$$

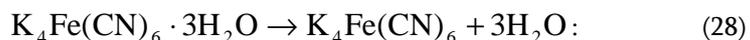
որտեղ $\varepsilon_{\text{CH}_4}$ -ն և ε_{CO} -ն եռէթանոլամինի պիրոլիզի արգասիքներում CH₄-ի և CO-ի ծավալային մասերն են:

(12), (17), (21), (25) բանաձևերի համաձայն, կարելի է որոշել տարբեր գազային միջավայրերի ածխածնային պոտենցիալը՝ կախված ջերմաստիճանից, իսկ (13), (16), (20), (24) բանաձևերով՝ n_C կախվածությունը՝ գազային ֆազի բնութագրերից: Այս հաշվարկների հիման վրա կարելի է կառուցել ֆազային հավասարակշռության դիագրամները Fe-C համակարգում, ածխածին պարունակող տարբեր գազերում ջերմաքիմիական մշակման ժամանակ, որոնք համանման են Fe-N համակարգում ֆազային հավասարակշռության դիագրամներին: Դիֆուզիոն շերտերի ֆազային բաղադրության լավարկման համար ամիակի և ածխածին պարունակող այլ գազերի (պրոպան, էնդոգազ, էնդոէկզոգազ և եռէթանոլամինի պիրոլիզի արգասիքները ջրի գոլորշիների ≤0,5% կոնցենտրացիան ժամանակ) խառնուրդի օգտագործման դեպքում անհրաժեշտ է ազոտացման գործընթացն անցկացնել երկու փուլով: Առաջին փուլում հարստացումը կատարվում է ամիակի և նրա նախնական կրեկինգի արգասիքների խառնուրդում, ինչի հետևանքով գործընթացն արագանում է:

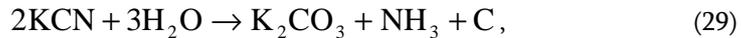
Ազոտացման և կարբոնիտրացման թերմոդինամիկական գործընթացների ուսումնասիրությունը ցույց է տալիս, որ ազատ թթուների կամ թթու աղերի առկայության դեպքում տեղի է ունենում կալիումի երկաթացիանիդի տարրալուծում, որի հետևանքով առաջանում է ցիանաջրածնաթթու [4]: Անթթվածին միջավայրում և գազափոխանակության դեպքում կալիումի երկաթացիանիդի ջերմային տարաբաժանումը տեղի է ունենում հետևյալ սխեմայով.



600-650⁰C ջերմաստիճաններում ցիանային երկաթը անկայուն է, և տեղի է ունենում վերջինիս արագ կազմալուծում: Բյուրեղային ջրի առկայությամբ տեխնիկական աղը մինչև 150⁰C տաքացնելիս տեղի է ունենում ջրի առանձնացում.



Խոնավությունը մասնակիորեն մասնակցում է կալիումի ցիանիդի օձառացմանը՝



առաջացնելով ամիակ և կարբոնատ, որն ակտիվ դեր է կատարում պողպատի մակերևույթի վրա հագեցման գործընթացում: Խոնավությունը մասնակիորեն փոխազդում է նաև ցիանատի հետ.



Գոյացած ամիակը ևս ժանդակում է պողպատի մակերևույթի վրա ազոտի ներթափանցմանը: Ռեակցիայի (29) ժամանակ անջատված ածխածինը ակտիվ դեր է կատարում պողպատի մակերևույթային շերտում կարբոնիտրիդի առաջացման գործընթացում [5]:

Ներկայացված տվյալները հնարավորություն են տալիս պինդ և զազային միջավայրերում ամիակը և կալիումի երկաթացիանիդը կիրառել որպես ակտիվ միջավայր՝ ցածր ջերմաստիճաններում պողպատի մակերևույթի վրա ազոտի և ածխածնի դիֆուզիան համար:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Уикс К.Е., Блок Ф.Е.** Термодинамические свойства 65 элементов, их окислов, галогенодов, карбидов и нитридов.- М.: Металлургия. 1965. – 240 с.
2. **Аверин В.В. и др.** Азот в металлах.- М.: Металлургия, 1976.-153с.
3. **Могутнов Б.М., Томилин И.А., Шварцман Л.М.** Термодинамика железоуглеродистых сплавов.- М.: Металлургия, 1972.-250с.
4. **Тананаев И.В., Сейгер Г.Б., Харитонов Ю.Я.** Химия ферроцианидов.- М.: Наука, 1971.-320с.
5. **Овсебян Г.С. и др.** Повышение прочности и износостойкости инструментов и деталей методом химико-термической обработки // Мат-лы год. науч. конф. – 2002. – Т.2.

ՀՊՃՀ: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 30.04.2001.

**Г.С. ОВСЕПЯН, К.Г. КАРАПЕТЯН, А.А. АМБАРЯН,
К.Л. ЕГИАЗАРЯН, Н.С. АЛЕКСАНИЯН
ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕГУЛИРУЕМЫХ ПРОЦЕССОВ
АЗОТИРОВАНИЯ И КАРБОНИТРАЦИИ**

Приведены данные по изменению азотного потенциала газовой смеси. На основании приведенных закономерностей определены углеродный и азотный потенциалы различных газовых сред в зависимости от температуры. Показана возможность получения износостойкого слоя на поверхности стали методом диффузии в твердых и газовых средах с применением аммиака и ферроцианида калия.

**G.S. HOVSEPYAN, K.G. KARAPETYAN, A.A. HAMBARYAN,
K.L. EGHIAZARYAN, N.S. ALEXANYAN
THERMO-DYNAMIC PRINCIPLES OF NITROGENATION AND
CARBONATION PROCESSES REGULATION**

Data of nitrogen potential changes of gaseous mixture are adduced. On the basis of adduced principles carbon and nitrogen potentials of different gaseous media are defined depending on temperature. The possibility of wear-firm layer obtaining on steel surface by method of diffusion in solid and gaseous media with ammoria and potassium ferrocyanide is shown.

В.А. МАРТИРОСЯН, М.Э. САСУНЦЯН, А.Р. МАЧКАЛЯН

О МЕХАНИЗМЕ ХЛОРИРОВАНИЯ ОКСИДОВ МЕТАЛЛОВ В ПРИСУТСТВИИ УГЛЕРОДА

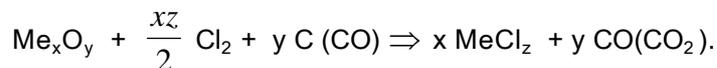
Предлагается контактно-диффузионный механизм хлорирования, обеспечивающий образование промежуточных продуктов оксикарбидов и оксихлоридов и дальнейший их расход на хлориды.

Ключевые слова: хлорирование, оксихлорид, оксикарбид, восстановитель.

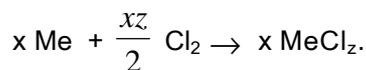
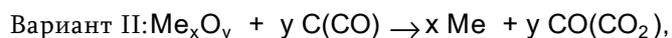
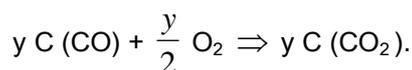
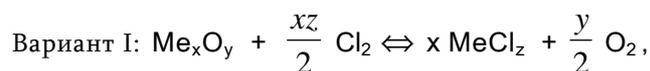
Вопросы механизма хлорирования оксидов металлов в присутствии восстановителей являются узловыми в теории процессов хлорирования.

Практически все промышленные способы получения хлоридов металлов из оксидов основаны на процессах хлорирования в присутствии восстановителей (графит, сажа, нефтяной и каменноугольный кокс и др.). Тем не менее, еще не выяснена роль восстановителя при хлорировании оксидов [1]. Механизм хлорирования оксидов металлов во многом противоречив и не дает реального представления о физико-химических процессах в системе "Me_xO_y-Г-С", где Г – галоген (Cl₂, HCl и др.).

Процесс хлорирования оксидов металла хлором в присутствии восстановителя протекает по следующей суммарной реакции:

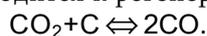


Эту реакцию можно осуществить двумя вариантами:



Для легковосстанавливаемых оксидов (CuO, NiO, MoO₃, Fe₂O₃) может быть реализован второй вариант [2-4]. Что касается трудновосстанавливаемых оксидов (Cr₂O₃, TiO₂, Al₂O₃, SiO₂ и др.), то предлагаемая постадийная схема оказывается несостоятельной. Здесь более применим первый вариант [5]. Тем не менее, еще не выяснена роль восстановителя при хлорировании оксидов, точнее, механизм действия углерода.

В литературе существуют различные подходы и толкования относительно этого вопроса. Как видно из первого варианта, вытесняемый хлором кислород транспортируется к углероду и взаимодействует с ним, образуя CO и CO₂ [1]. Иной механизм предлагает Магитсон [5,6], согласно которому хлорирование осуществляется с участием CO, а не твердого углерода (C), роль которого сводится к регенерации CO :

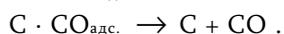
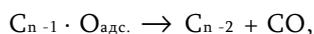
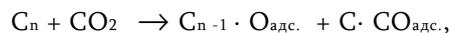


По мнению других [7], углерод - более эффективный восстановитель, чем монооксид углерода CO.

Таким образом, механизм хлорирования оксидов металлов во многом противоречив.

В системе “ Me_xO_y+Cl₂” хлор не способен вытеснить кислород [O²⁻] даже при его диссоциации (Cl₂ → 2Cl), так как ионный радиус $r_{\text{Cl}} = 1,81 \text{ \AA}$. Хотя по термодинамическим расчетам первый вариант возможен, однако он не имеет механизма осуществления. В молекулярном виде CO тоже не может диффундировать в оксид (Me_xO_y), учитывая его геометрические параметры. Кислородный потенциал CO выше, чем у C, поэтому и восстановительная способность значительно ниже. Кроме того, термодинамическая прочность CO существенно возрастает с повышением температуры [8].

По нашим данным, наиболее вероятный механизм характеризуется следующими реакциями:



Адсорбция CO₂ на поверхности кристаллов углерода сопровождается образованием кето - C_{n-1} · O_{адс.} и кетонной группы C · CO_{адс.}. Затем происходит термический распад кето - и кетонных групп, продуктом которых является CO.

Ввиду значительной степени ионности связей (по Полингу [9] - 60...70%) оксиды относятся к ионным соединениям. Оксиды двухвалентных металлов кристаллизуются по типу структуры NaCl, т.е. решетка состоит из четырех анионов кислорода и четырех катионов металла; трехвалентных металлов - корунда (α - Al₂O₃) с ромбоэдрической решеткой; четырехвалентных металлов - тетрагональной кубической решетки.

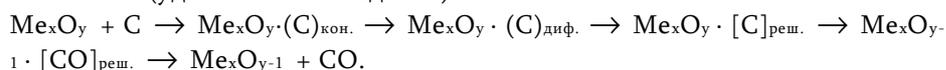
Во всех оксидах катионы металлов обладают большей подвижностью, чем анионы кислорода (ионный радиус по Гольдшмидту $r_{\text{O}^{2-}} = 1,32 \text{ \AA}$, по Полингу $r_{\text{O}^{2-}} = 1,4 \text{ \AA}$), которые по Вагнеру нетранспортабельны [10].

В связи с тем, что результаты многих окислительно-восстановительных процессов невозможно было объяснить без учета диффузии кислорода, за последнее время были опубликованы работы, опровергающие “неподвижность” кислорода. По расчетам Лебедева [11], ионный радиус кислорода составляет $r_{\text{O}^{2-}} =$

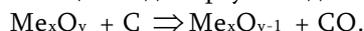
0,46 Å, что значительно меньше иона металлов. На основе этого предположения Воронцов [12] показал, что скорости диффузии катионов и анионов становятся сопоставимыми.

Представленный анализ и результаты выполненных нами исследований дают основание предложить контактно-диффузионный механизм хлорирования оксидов (рудных минералов) твердым углеродом. Он заключается в следующем.

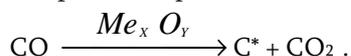
1. Углерод, диффундируя в оксид Me_xO_y , образует нестехеометрическое соединение типа оксикарида с разупрочненной решеткой вследствие частичного восстановления (удаления O^{2-} в виде CO):



В общем виде первую стадию можно записать:

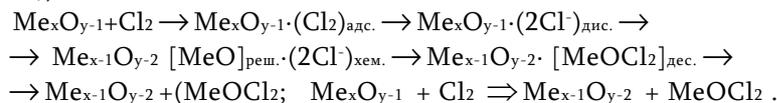


Эта реакция протекает аналогично и с участием CO, но через диссоциацию:

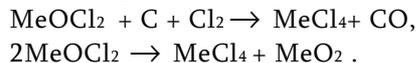


Атомарный углерод C^* более активно “разрыхляет” решетку, внедряясь в нее, и тем самым ускоряет восстановительные процессы, а следовательно, и процессы хлорирования. Как известно, термический распад CO легко происходит при температурах $< 700^\circ C$. Однако в этом случае реакционные процессы протекают весьма медленно. В области повышенных температур ($900 \dots 1200^\circ C$) термодинамическая прочность CO возрастает, поэтому требуются дополнительные энергозатраты на ее диссоциацию, что снижает эффективность CO в качестве восстановителя.

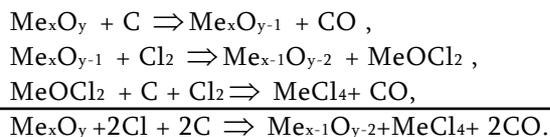
2. Вторая стадия характеризуется процессом образования оксихлоридов. По механизму хемосорбции осуществляется диссоциация $Cl_2 \rightarrow 2Cl^*$ и взаимодействие с дефектной структурой Me_xO_{y-1} , промежуточным продуктом которых являются оксихлориды типа $MeOCl_2$. Так как реакции протекают на поверхности оксида, т.е. в кинетическом режиме, и оксихлориды отличаются большой упругостью пара, то беспрепятственно происходит их десорбция, т.е. отрыв от исходного оксида (Me_xO_y):



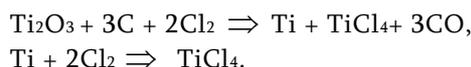
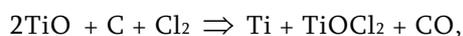
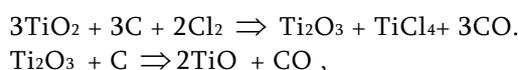
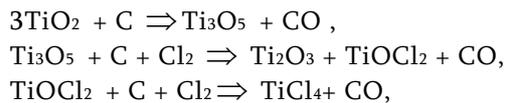
3. Завершающей стадией является довосстановление или распад оксихлоридов, так как они представляют собой термодинамически неустойчивые соединения:



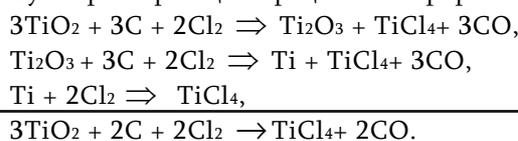
Суммарные реакции хлорирования оксидов, включая образования оксикаридов и оксихлоридов, можно представить в следующем виде:



Хлорирование $\text{Me}_{x-1}\text{O}_{y-2}$ осуществляется аналогично до полного завершения процесса. Следовательно, этапы хлорирования оксида Me_xO_y те же, что и этапы его восстановления до Me . Проиллюстрируем этот механизм на примере рутила:



Суммарные реакции процессов хлорирования рутила имеют вид



Как

видно, роль и механизм действия углерода (C) сводятся не к его газификации, а к активации хлорирования путем образования неравновесных оксикарбидов, затем к прямому (C), а не косвенному (CO) восстановлению, как утверждают многие исследователи. Сам же процесс хлорирования осуществляется через промежуточную фазу - оксихлориды, генерируемые на реакционной поверхности по механизму хемосорбции. В такой интерпретации отпадает необходимость встречной диффузии катионов (Me^{2+}) и анионов (O^{2-}), а также уменьшения ионного радиуса кислорода $r_{\text{O}^{2-}}$.

Следовательно, хлорирование оксидов металлов осуществляется по механизму образования промежуточных продуктов - оксикарбидов и оксихлоридов, а не путем восстановления оксидов до металла ($\text{MeO} + \text{C} \rightarrow \text{Me} + \text{CO}$) с последующим его хлорированием или непосредственным хлорированием оксидов путем вытеснения кислорода из него хлором ($\text{MeO} + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{MeCl}_2 + \text{O}_2$) и дальнейшей газификацией углерода ($\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}$), как это трактуется в настоящее время.

По результатам экспериментально-теоретических исследований предложен контактно-диффузионный механизм хлорирования, заключающийся во взаимодействии углерода (C) по механизму прямого восстановления и хлора (Cl_2) по

механизму диссоциативной хемосорбции с оксидами $Me_xO_y \rightarrow Me_xO_{y-1} \rightarrow Me_{x-1}O_{y-2} \rightarrow \dots \rightarrow MeO$ переменных составов с образованием оксикарбидов $MeO_{x_0}C_{1-x_0}$ и оксихлоридов $MeO_{x_1}Cl_{y_1}$, продуктами превращения или термического распада которых являются хлориды металлов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Спицын В.И., Гвоздева О.М.** Хлорирование оксидов природных соединений.-М.: Металлургия, 1931.-156 с.
2. **Вольский А.Н., Сергиевская Е.М.** Теория металлургических процессов.-М.: Металлургия, 1968.-344 с.
3. **Коршунов Б.Г., Степанюк С.А.** Введение в хлорную металлургию редких металлов.-М.: Металлургия, 1970.-295 с.
4. **Сергеев В.В., Безукладников А.Б., Малышин В.М.** Металлургия титана.- М.: Металлургия, 1979.-264 с.
5. **Магидсон И.А., Карсанов Г.В.** ЖПХ.-1963.-Т.36, №23.-С.32-35.
6. **Магидсон И.А., Карсанов Г.В. и др.** Металлургическая и химическая промышленность Казахстана.- Алма-ата, 1961.-№14.-С.46-49.
7. **Treodvel W., Terebesi D., Helv. Chem. Acta.** 16, 1932.
8. **Морозов И.С.** Применение хлора в металлургии редких и цветных металлов.-М.: Наука, 1966.-253 с.
9. **Paulig I.** Nature of the Chemical Bond.- 1960.- P. 260.
10. **Wabner C.Z.** Electrochem. Soc., 99.1952.
11. **Лебедев В.Н.** Ионно-атомные радиусы и их значение для геохимии и химии. - Л., 1969.-155 с.
12. **Воронцов Е.С.** Изв. вузов. Черная металлургия.-М.,1964.- №2.-С. 50-56.
13. **Елютин В.П., Павлов Ю.А., Поляков В.П.** Взаимодействие оксидов металлов с углеродом.- М.: Металлургия, 1967.-359 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 18.04.2001.

Վ.Ա. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Մ.Է. ՍԱՍՈՒՆՅՅԱՆ, Ա.Ր. ՄԱՃԿԱԼՅԱՆ

ՄԵՏԱՂՆԵՐԻ ՕՔՍԻԴՆԵՐԻ ՔԼՈՐԱՑՄԱՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄԸ ԱՕԽԱՇՆԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Ուսումնասիրվում է մետաղների օքսիդների քլորացման մեխանիզմը ածխածնի առկայությամբ: Առաջարկվում է քլորացման կոնտակտադիֆուզիոն մեխանիզմ, որի էությունն այն է, որ քլորացման գործընթացում առաջանում են միջանկյալ միացություններ՝ օքսիկարբիդներ, օքսիքլորիդներ, իսկ դրանց հետագա տրոհումից՝ քլորիդներ:

V.N. MARTIROSSYAN, M.E. SASUNTSYAN, A.R. MACHKALYAN

METAL OXIDE CHLORINATION MECHANISM AT THE PRESENCE OF CARBON

A metal oxide chlorination mechanism at the presence of carbon is proposed. It is shown that chlorination proceeds through the formulation of intermediate oxycarbides and oxichlorides and their further rate for chlorides.

А.С. ПЕТРОСЯН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ЭКСТРУЗИИ МЕТАЛЛОКЕРАМИЧЕСКОГО ТИТАНА И ЕГО СПЛАВОВ

Дается анализ процесса горячей экструзии, протекающего по механизму неравномерного всестороннего сжатия, обеспечивающему металлу высокую пластичность, при которой достигаются максимальные степени деформации ($\varepsilon = 60 \dots 90 \%$). Показана зависимость удельного усилия экструзии от коэффициента вытяжки и температуры для различных порошков титана. Определено полное усилие горячего выдавливания. Сформулировано условие получения беспористых (компактных, $\theta = 0\%$) металлокерамических материалов и изделий при экструзии. Установлены оптимальные параметры экструзии.

Ключевые слова: горячая экструзия, аналитический анализ, высокая пластичность, максимальная степень деформации, беспористый материал.

Как известно [1,2], процесс горячей экструзии протекает по механизму неравномерного всестороннего сжатия, обеспечивающему металлу высокую пластичность. Степень деформации - один из основных показателей, характеризующих процесс пластического формоизменения при экструзии, оценка которой определяется коэффициентом вытяжки:

$$\lambda = F_H / F_K = (R / r)^2, \quad (1)$$

$$\varepsilon_0 = (F_H - F_K) / F_H, \quad (2)$$

где F_H и F_K - начальная и конечная площади сечения заготовки и изделия; ε_0 - относительная степень деформации.

Для аналитических расчетов используют логарифмическое выражение степени деформации:

$$\varepsilon = \ln \lambda = \ln \frac{F_H}{F_K}. \quad (3)$$

На рис. 1 показана зависимость удельного усилия экструзии от коэффициента вытяжки λ для различных порошков титана. Как и следовало ожидать, с увеличением λ соответственно возрастают и давления экструзии. Титановые сплавы (кр. 1) требуют больших давлений по сравнению с технически чистым титаном (кр. 2). Чтобы получить беспористую структуру экструдированного изделия, для титана достаточно $\lambda \approx 4$ ($p = 375$ МПа; точка "о" на кр. 2), тогда как для легированного титана - $\lambda \approx 6$ ($p = 600$ МПа; точка "Δ" на кр. 1). Это вполне

закономерно, так как пластические свойства чистого титана выше, чем легированного.

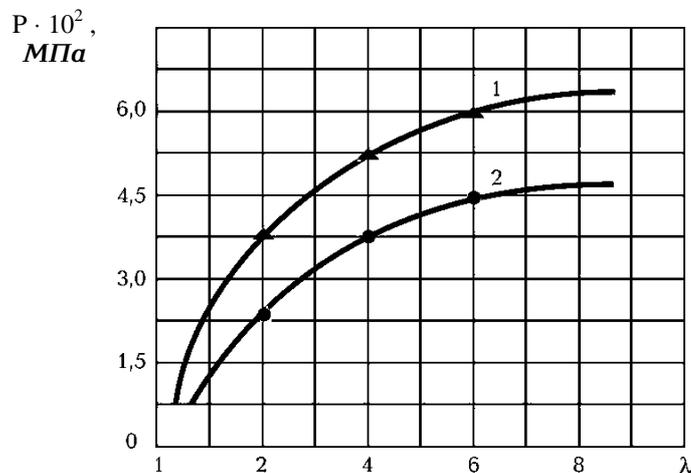


Рис.1. Зависимость удельного усилия экструзии от коэффициента вытяжки λ (1100°C): 1 – легированный порошок титана; 2 – чистый порошок титана

Изменения удельных усилий экструзии от температуры представлены на рис. 2. Анализ полученных данных показывает, что характер функциональной зависимости $p = f(T)$ одинаков. Различие в коэффициентах вытяжек ($\lambda=4$ и 6) не вносит каких-либо изменений. При этом с увеличением температуры давления экструзии снижаются, так как пластические свойства титана и его сплавов соответственно возрастают. По данным рис. 2 видно, что оптимальными температурами экструзии для титана и его сплавов следует считать $T_{э}=1100...1200^\circ C$.

Во второй стадии экструзии плотности заготовок приближаются к монолитному металлу. Следовательно, для расчетов можно использовать базовые соотношения между напряжениями и деформациями. В этом случае усилие деформации при (отсутствии контактного трения) можно вычислить по формуле [3]

$$P_q^H = F_H \sigma_S \varepsilon, \quad (4)$$

где F_H - площадь поперечного сечения контейнера (заготовки), если $D_3 = D_k$; D_3 - диаметр заготовки до осадки; D_k - диаметр контейнера; σ_S - напряжение текучести заготовки из титанового порошка при температуре экструзии; ε - максимальная логарифмическая деформация.

Тогда работу деформации можно определить из зависимости

$$A_q^H = P_q^H h_{пр}, \quad (5)$$

где $h_{пр}$ - приведенная величина деформации (рис. 3):

$$h_{\text{пр}} = H_p - \Delta h_y - \Delta h_{\text{упл}}, \quad (6)$$

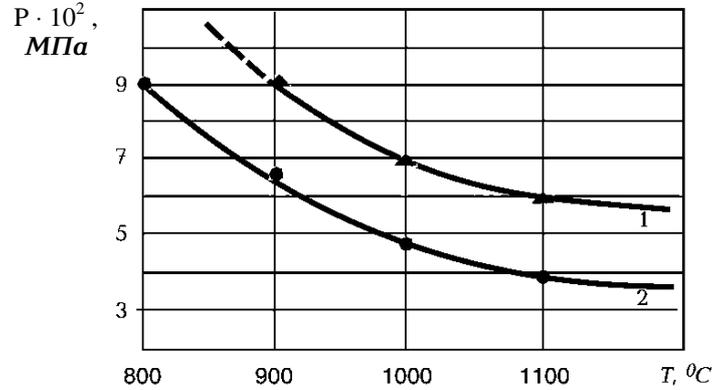


Рис. 2. Зависимость удельного усилия от температуры (кр. 1 - $\lambda = 6$; кр. 2 - $\lambda = 4$): 1 - легированный порошок титана; 2 - чистый порошок титана

H_p - рабочий ход пуансона; Δh_y - упругая деформация системы <пресс-экструдер>; $\Delta h_y = P/C$; C - приведенная жесткость системы <пресс-экструдер>; $\Delta h_{\text{упл}}$ - ход уплотнения по высоте заготовки к моменту истечения (из матричной воронки):

$$\Delta h_{\text{упл}} = h_3 \left(1 - \frac{\gamma_n D_3^2}{\gamma_m D_k^2} \right), \quad (7)$$

h_3 - начальная высота заготовки; γ_n и γ_m - начальная и максимальная плотности заготовки.

Отрезок CC_1 (рис. 3) представляет собой усилие деформации, а площадь CC_1DD_1 - работу деформации. Расчеты по приведенным формулам дают приемлемые результаты по сравнению с данными экспериментов, потому их можно использовать для практических целей.

В качестве поправочного коэффициента можно рекомендовать КПД деформации идеального и реального процессов экструзии:

$$\eta_{\Delta} = A_q^H / A_q^P. \quad (8)$$

Значения A_q^H устанавливаются по основным параметрам технологического процесса и пределу текучести. Что же касается A_q^P , то ее вычисляют по формуле

$$A_q^P = A_p - A_y, \quad (9)$$

где A_p - работа за период рабочего хода, определяемая путем планирования диаграммы $P = f(H_p)$; A_y - работа упругой деформации:

$$A_y = P^2 / 2c. \quad (10)$$

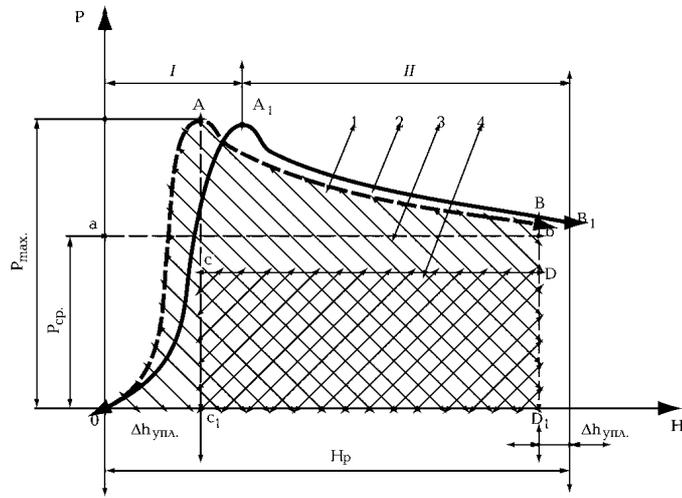


Рис. 3. Диаграмма горячей экструзии порошкового титана:
 I – первая стадия; II – вторая стадия; 1 – график усилий деформаций;
 2 – нагрузочный график; 3 – среднее усилие прессования;
 4 – усилие деформации без учета сил трения

Подставляя значения A_q^H и A_q^P в (8), получаем

$$\eta_{\Delta} = \frac{P_q^H}{P_{cp}} \left(1 - \frac{\Delta h_{упл}}{\Delta h} \right), \quad (11)$$

где $\Delta h = (H_p - \Delta h_y)$ - величина деформации изделия; P_{cp} - усилие экструзии, которое находят в результате преобразования диаграммы $A_q^H = \int Pdh$ в равновеликую по площади прямоугольную диаграмму.

Максимальное усилие определяется путем введения поправочного коэффициента m , т.е.

$$m = P_{cp} / P_{max}. \quad (12)$$

Окончательное расчетное усилие будет

$$P_{max} = \frac{P_q^H}{\theta_{\Delta}} \left(1 - \frac{\Delta h_{упл}}{\Delta h} \right), \quad (13)$$

где $\theta_{\Delta} = \eta_{\Delta} m$.

Значения η_{Δ} и m при различных степенях деформации для порошка титана с использованием смазки на основе дисульфида молибдена приведены в таблице.

Величина $\theta_{\Delta} = \eta_{\Delta} m$ является масштабным фактором, определяющим отклонение реального процесса деформирования от идеального, а выражение

$(1 - \Delta h_{\text{упл}} / \Delta h)$ указывает на различие условия деформирования базового и порошкового металлов.

Таблица

Значения энергосиловых параметров экструзии титана

Диаметр, мм	ε	$P_{\text{max}} \times 10^3, \text{ Н}$	$A_p, \text{ Дж}$	$A_q^p, \text{ Дж}$	$A_q^H, \text{ Дж}$	$P_{\text{ср}} \times 10^3, \text{ Н}$	η_{Δ}	m	θ_{Δ}
6	3,2	240	3350	3250	1450	197	0,45	0,83	0,37
9	2,2	120	1850	1820	980	101	0,54	0,84	0,47
12	1,8	92	1350	1330	820	74	0,62	0,80	0,50

Из рис. 4 видно, что θ_{Δ} колеблется в пределах 0,35...0,4, но при $\varepsilon < 3$ наблюдается некоторый рост, что связано с уменьшением потерь. Угол матрицы ($\alpha_M = 60...90^\circ$) практически не влияет на коэффициенты.

Полное усилие горячего прессования можно определить, используя методику Перлина [4]. Так, усилие на пуансон:

$$P = P_q^H + \sum T, \quad (14)$$

где P_q^H - усилие деформации без учета сил трения, вычисляемое по формуле (4)

$$\sum T = T_k + T_m + T_n, \quad (15)$$

где T_k - силы трения по боковой поверхности контейнера:

$$T_k = f_k \tau_k F_6 \varepsilon. \quad (16)$$

Здесь f_k - коэффициент трения; τ_k - напряжение сдвига; F_6 - боковая поверхность контейнера.

При $f_k = 0,5$ и $\tau_k = \tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_s}{2}$ формулу (16) можно представить в виде

$$T_k = 0,25 \sigma_s F_6 \varepsilon. \quad (17)$$

Сила трения на боковой поверхности конусной части матрицы (при $2\alpha_M > 120^\circ$) равна

$$T_m = 0,9 \tau_m D_k^2 \varepsilon; \quad (18)$$

при $\tau_m = \tau_{\text{max}} = \sigma_s / 2$ имеем

$$T_m = 0,45 \sigma_s D_k^2 \varepsilon. \quad (19)$$

В формулах (16) и (17) напряжения трения на боковых поверхностях контейнера и конусной части матрицы приняты равными. Это можно допустить без погрешности, так как марки сталей контейнера и матрицы аналогичные, а скорости деформации экструдированных материалов в этих зонах примерно одинаковые.

Сила трения на калибрующем пояске матрицы также рассчитывалась, исходя из максимального напряжения сдвига и при коэффициенте трения $f_{\Pi} = 0,25$:

$$T_{\Pi} = 0,125 \sigma_s F_{\Pi} \lambda, \quad (20)$$

где F_{Π} - контактная поверхность пояска; λ - коэффициент вытяжки.

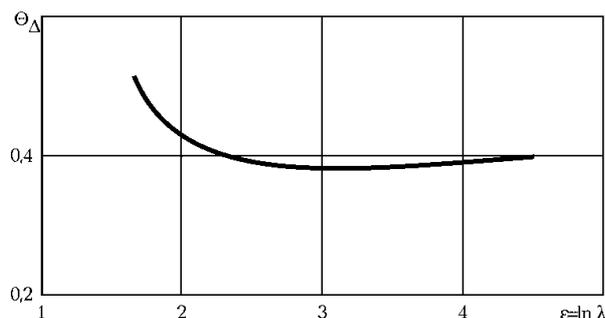


Рис. 4. Зависимость $\theta_{\Delta} = f(\epsilon)$

При расчете составляющих полного усилия экструзии предел текучести заготовки из порошкового титана, соответствующий началу истечения, принимается $\sigma_s = 45 \text{ МПа}$.

Таким образом, создание материалов и изделий с беспористой структурой ($\theta = 0\%$) является основополагающим направлением в области порошковой металлургии. Пористость представляет собой несплошность, т.е структурный дефект, который не только существенно снижает прочностные свойства и износостойкость материала, но и вызывает ускоренное старение и коррозию. Тем не менее объяснить различие механических свойств (особенно по ударной вязкости КСУ) только остаточной пористостью не совсем правомерно. Другой и весьма весомой причиной низкого уровня свойств спеченных материалов является недостаточное сращивание [5], определяемое параметром, получившим название минимальная степень деформации (МСД). Так, для сращивания (схватывания) металлов при комнатной температуре МСД составляет [6, 7]: Fe - 81%, Ni - 90%, Cu - 80%, Al - 57% (при 377°C - 47%). Кроме МСД, важными критериями сращивания являются температура и продолжительность спекания, которые обеспечивают межчастичную металлическую связь, а следовательно, структурную консолидацию порошкового материала в целом.

При горячей экструзии достигаются максимальные степени деформации ($\epsilon = 60 \dots 90\%$), тогда как при статическом и динамическом прессовании они не превышают $15 \dots 20\%$ [2]. Кроме того, процесс экструзии отличается сдвиговыми пластическими деформациями, вызываемыми действием девиаторных напряжений [8]:

$$f = \alpha J_1^2 + 3J_2 - \beta \sigma_s^2 = 0, \quad (21)$$

где α, β – функции пористости; J_1 – первый инвариант тензора напряжений; J_2 – второй инвариант девиатора напряжений.

При $\alpha = 0, \beta = 1$ критерий пластичности Куна и Дауни (21) переходит в критерий Губера-Мизеса [9]. Именно реализация этих факторов, т.е. высоких степеней деформаций и сдвиговых пластических деформаций, обеспечивает получение не только беспористых структур, но и полное сращивание порошковых материалов при горячей экструзии.

Нами сформулировано условие получения беспористых (компактных, $\theta=0\%$) металлокерамических материалов и изделий при экструзии:

$$\lambda_{кр} \geq \exp \left[\frac{P_э}{K \cdot \sigma_{вэ} e^{4mf\theta(1-\theta)}} \right], \quad (22)$$

где $P_э$ – давление при экструзии; k – коэффициент, учитывающий сопротивление материала деформированию, численно равный 2,5...3,5; $\sigma_{вэ}$ – прочность материала на разрыв при температуре экструзии; $m=L_k/D_k$, где L_k – длина (высота) заготовки, D_k – диаметр заготовки (контейнера); f – коэффициент трения заготовки о стенки контейнера; θ – коэффициент Пуассона материала заготовки.

Для каждого металла и сплава существует свое критическое значение $\lambda_{кр}$, при котором обеспечивается 100%-ное компактирование пористой заготовки. При $\lambda < \lambda_{кр}$ экструдированное изделие будет пористым, при $\lambda \geq \lambda_{кр}$ – беспористым.

Для черных и цветных металлов рекомендуется: $4 \leq \lambda_{кр} \leq 8$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Прозоров Л.В.** Прессование стали и тугоплавких сплавов. – М.: Машиностроение, 1969. – 244 с.
 2. **Манукян Н.В.** Технология порошковой металлургии. – Ереван: Айастан, 1986. – 234 с.
 3. **Шофман Л.А.** Основы расчета процессов штамповки и прессования. – М.: Машгиз, 1961. – 167 с.
 4. **Перлин И.Л.** Теория прессования металлов. – М.: Металлургиздат, 1964. – 344 с.
 5. Порошковая металлургия в СССР: История. Современное состояние. Перспективы. – М.: Наука, 1986. – 295 с.
 6. **Витязь П.А., Канцевич В.Н., Шелег В.К.** Пористые порошковые материалы и изделия из них. – Минск: Высшая школа, 1987. – 164 с.
 7. **Дорофеев Ю.Г., Гасанов Б.Г., Дорофеев В.Ю.** и др. Промышленная технология горячего прессования порошковых изделий. – М.: Металлургия, 1990. – 206 с.
 8. **Kuhn H.A., Dawney C.L.** Deformation Characteristics and Plasticity Theory of Sintered Powder Materials // Int. J. Powder Met. – 1971. – V.7, № 1. – P.15-25.
- Малинин Н.Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 398 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 12.03.2002.

Հ.Ս. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

**ՄԵՏԱՂԱԿԵՐԱՄԻԿԱԿԱՆ ՏԻՏԱՆԻ ԵՎ ՆՐԱ ՀԱՄԱՁՈՒԼՎԱԾՔՆԵՐԻ ՏԱՔ
ԱՐՏԱՄՂՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑԻ ՓՈՐՁՆԱԿԱՆ-ՏԵՍԱԿԱՆ
ՀԵՏԱՁՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ**

Տրվում է տաք արտամղման գործընթացի վերլուծություն: Գործընթացի մեխանիզմը եռառանցք սեղմումն է, որն ապահովում է մետաղի պլաստիկություն և դեֆորմացման բարձր արժեքներ ($\varepsilon = 60...90\%$): Տրված է տիտանի տարբեր փոշեհամաձուլվածքների արտամղման տեսակարար ճնշման կախվածությունը ձգման գործակցից և ջերմաստիճանից: Որոշված են տաք արտամղման գործընթացի ճնշումը, ոչ ծակոտկեն (կոմպակտ՝ $\theta = 0\%$) մետաղակերամիկական նյութերի և արտադրատեսակների ստացման պայմանները և լավարկված պարամետրերը:

H.S. PETROSSYAN

**EXPERIMENTAL AND THEORETICAL STUDIES OF CERMET TITANIUM AND
ITS ALLOY EXTRUSION PROCESSES**

The analysis of hot extrusion process flowing along non-uniform overall compression mechanism is given. This compression provides the metal with high ductility reaching maximum degrees of force ($\varepsilon = 60...90\%$). Specific force dependence of extrusion on drawing and temperature coefficients for different titanium powders is shown. Total force of hot extrusion is defined. The condition of obtaining porousless (compact $\theta=0\%$) cermet materials and products from extrusion is formed. Optimal extrusion parameters are established.

Ս.Գ. ՄԱՍՅԱՆ

ԵՌԱԿԱԼՎԱԾ ՊՈՂՊԱՏՆԵՐԻ ԲԱՐՁՐՁԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ՋԵՐՄԱՍԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՄՇԱԿՄԱՆ ԺԱՌԱՆԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Հետազոտվել է պողպատե եռակալված նախապատրաստվածքների ԲՋՋՄՄ էֆեկտի պահպանման հնարավորությունը միջանկյալ փափկացնող օպերացիայից և կրկնվող միտումից հետո: Սահմանված են ժառանգական բարձրջերմաստիճանային ջերմամեխանիկական ամրացման ռեժիմները, որոնք ապահովում են ԲՋՋՄՄ-ից հետո ստացվող բարձր համալիր մեխանիկական հատկությունների պահպանում և, միաժամանակ, բարձր տեխնոլոգիականություն:

Առանցքային բառեր. ջերմամեխանիկական մշակում, ժառանգականություն, հոգնածություն, ճաքակայունություն, ամրության պաշար, համալիր հատկություններ:

Մեր նախորդ աշխատություններում [1...3] ցույց է տրվել, որ փոշեմետալուրգիական ճանապարհով ստացված ածխածնային կամ ցածր լեգիրված եռակալված նախապատրաստվածքների ջերմամեխանիկական մշակման (ՋՄՄ) եղանակով, ինչպես և կոմպակտ մետաղների դեպքում, կարելի է հասնել համալիր մեխանիկական հատկությունների զգալի աճի (աղյուսակ 1):

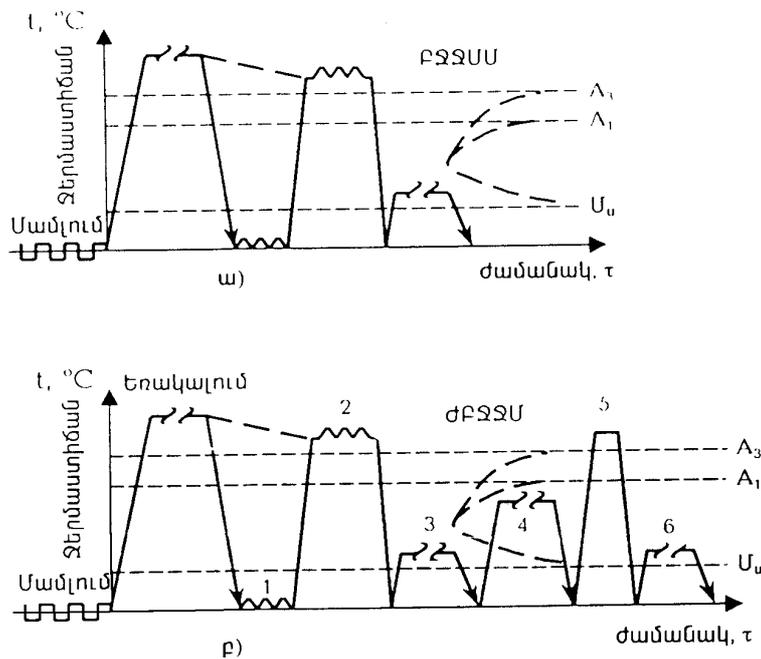
Աղյուսակ 1

Փոշե նախապատրաստվածքների մեխանիկական հատկությունները լավարկված ռեժիմներով իրագործված ԲՋՋՄՄ-ից հետո

Փոշե պողպատների մակնիշը	t _{արձ} , °C	σ _b , ՄՊա	σ _{0,2} , ՄՊա	δ, %	ψ, %	KCU, ՄՋ/մ ²	KCT, ՄՋ/մ ²
Մ8A – Π	300	2080/1900	1730/1610	8/2,5	20/10	0,35/0,15	0,09/0,02
	400	1400/1250	1220/1050	12/6,0	35/10	0,55/0,20	0,15/0,02
60 - Π	200	2300/2050	2000/1850	8/6,0	16/12	0,60/0,40	0,12/0,10
	300	2100/2000	1900/1800	12/8,0	30/25	0,70/0,50	0,30/0,18
40 - Π	200	1920/1780	1710/1600	9/4	25/18	0,58/0,38	0,20/0,05
40 X - Π	200	1980/1800	1700/1500	8/3,0	24/12	0,62/0,36	0,21/0,05
40XH - Π	200	2200/1900	1910/1670	6/3,0	20/10	0,60/0,35	0,20/0,04
40XHM - Π	200	2400/2100	2190/1870	10/6,0	20/8	0,52/0,32	0,24/0,12
	300	1920/1860	1760/1710	10/6,0	40/20	0,60/0,35	0,28/0,18
12XH3A - Π	200	1400/1370	1210/1200	26/20	60/50	1,40/1,90	0,80/0,65

Դիտողություն. համարիչում՝ ջրածնազրկում կատարվել է ԲՋՋՄՄ – ից առաջ, հայտարարում՝ ջրածնում եռակալելուց անմիջապես հետո իրականացվել է ԲՋՋՄՄ:

Հետազոտությունների ժամանակ օգտագործվել են Մոսկվայի Սև մետալուրգիայի կենտրոնական գիտահետազոտական ինստիտուտի կողմից թողարկված երկաթի և լեգիրված պողպատների մաքուր, մեծ դիսպերսության փոշենյութեր, որոնցում P – ի և S – ի պարունակությունը չի գերազանցում $8 \cdot 10^{-3} \%$: Ածխածնի պարունակության կարգավորման նպատակով այն ներմուծվել է TM – 15 մակնիշի լամպային մրի տեսքով: Նախատեսված սկզբնափոշիներից կարգավորվող արագությամբ ապակենտրոն (էքսցենտրիկ) խառնիչների ($n = 3000$ պտույտ / րոպե) օգնությամբ 1,5ժ խառնման ընթացքում ստացվել են տարբեր բաղադրության համասեռ խառնուրդներ: Սառը մամլմամբ ստացված հարթ և գլանային նմուշները եռակալվել են ջրածնային միջավայրում (ցողի կետը՝ $-27 \text{ }^\circ\text{C}$), (ածխածնային պողպատների դեպքում՝ $1150 \text{ }^\circ\text{C}$ – ում և 1,5 ժամ պահման տևողությամբ, իսկ լեգիրված պողպատների դեպքում՝ $1200 \text{ }^\circ\text{C}$ – ում, 2 – 3 ժամ պահման տևողությամբ): 10–15% ծակոտկենություն ունեցող նախապատրաստվածքները ենթարկվել են բարձրջերմաստիճանային ջերմամեխանիկական մշակման (ԲՋՋՄՄ) ճնշմամբ տաք մշակման տարբեր եղանակների (արտամղում, գլանում, դրոշմում, ճշգրիտ կտում) կիրառմամբ: ԲՋՋՄՄ իրականացվել է նախկին ուսումնասիրությունների ժամանակ սահմանված ռեժիմներով [1...2]: Բարձրջերմաստիճանային ջերմամեխանիկական մշակման (ԲՋՋՄՄ), ժառանգական բարձր ջերմաստիճանային ջերմամեխանիկական մշակման (ԺԲՋՋՄՄ) և հսկող կամ սովորական ջերմային մշակման տեխնոլոգիական սխեմաները բերված են նկ. 1 – ում:



Նկ.1. Ուղղակի (ա) և ժառանգական (բ) ջերմամեխանիկական մշակման տեխնոլոգիական սխեմաները. 1 - եռակալված նախապատրաստվածքների սառը ճնշմամբ մշակում, 2 - ճնշմամբ տաք մշակում՝ $\lambda = 65 - 85 \%$, 3 - ցածր արձակում, 4 - միջանկյալ փափկացնող մշակում, 5 - մխում արագ տաքացմամբ, 6 - ցածր արձակում:

Սովորական ջերմային մշակումը ԺԲՋՋՄՄ – ից տարբերվում է միայն միջանկյալ փափկացնող օպերացիայի պարամետրերով, և պետք է, անկախ պողպատի մակնիշից, վերացնի սառը կամ տաք կոփման հետևանքով առաջացած կառուցվածքային փոփոխությունները: Մշակման տարբեր սխեմաներից հետո մեխանիկական հատկությունների, թափանցիկ էլեկտրոնային միկրոսկոպիայի և ռենտգենակառուցվածքային ուսումնասիրությունների համար պատրաստվել են նմուշներ:

Հաշվի առնելով այն հանգամանքը, որ եռակալված նախապատրաստվածքներից տաք ճնշմամբ մշակման տարբեր եղանակների կիրառմամբ ԲՋՋՄՄ ճանապարհով ստացված բարձրամուր պողպատները հաճախ կիսաֆաբրիկատներ են, որոնցից մեքենամասեր պատրաստելիս կիրառում են վերջնական մեխանիկական և ջերմային մշակում, աշխատանքում հետագոտվել է ԲՋՋՄՄ էֆեկտի պահպանման ժառանգականության հնարավորությունը միջանկյալ փափկացնող օպերացիայից և կրկնվող ջերմային մշակումից հետո:

Միջանկյալ փափկացնող օպերացիան անց է կացվել տարբեր ռեժիմներով, որոնք նախատեսում են բարձր արձակում (մինչև 500 ... 600 °C) և նորմալացում (840...1000 °C) տաքացման տարբեր արագություններով: ԲՋՋՄՄ էֆեկտը աղյուսակ 1 – ում բերված ածխածնային և ցածր լեգիրված պողպատների համար ստացվեց բացառիկ կայուն և պահպանվեց նույնիսկ բարձր (1000 °C) ջերմաստիճաններում, իսկ մեխանիկական մշակման բավարար կարծրություն (20...30 HRC) ապահովող միջանկյալ մշակման բոլոր ռեժիմներից հետո կրկնակի միման և փոքր (5 °C / րոպե) (20 – 30 HRC), կրկնակի միման և 250 °C – ում 1 ժ. տևողությամբ արձակման դեպքում պողպատ 40կ – ի համալիր մեխանիկական հատկությունները ստացվեցին անսովոր մեծ՝ $\sigma_B = 1820...1870 \text{ ՄՊա}$, $\sigma_T = 1600...1670 \text{ ՄՊա}$, $\delta = 11...12\%$, $\Psi = 51...54\%$: Ամրության ու պլաստիկության նման բարենպաստ զուգորդում չի նկատվել անգամ ուղղակի ԲՋՋՄՄ-ի ժամանակ:

Ջերմամեխանիկական մշակումը հանգեցնում է փոշեպողպատների մեխանիկական հատկությունների լավարկմանը ոչ միայն ստատիկ, այլ նաև նշանափոխ բեռնման ժամանակ: Էսպես աճում են հոգնածային բնութագրերը, հատկապես ցիկլիկ ամրությունը գերբեռնվածության գոտում (սահմանափակ դիմացկունության ժամանակ): ԲՋՋՄՄ շնորհիվ նշանակալիորեն (1,5 - 3 անգամ) բարձրանում է պողպատի հարվածային դիմացկունությունը, ինչ վերաբերում է հարվածային մածուցիկությանը, ապա ինչպես առաջին անգամ ցույց է տվել Վ.Դ. Սաղովսկին, ԲՋՋՄՄ արդյունքում դարձելի արձակման բեկունությունը գործնականորեն վերանում է, թուլանում է անդարձելի արձակման բեկունությունը, և կտրուկ բարձրանում է հարվածային մածուցիկությունը սենյակային և բացասական ջերմաստիճաններում: ԲՋՋՄՄ-ից հետո խիստ նվազում է սառնաբեկունության շեմի ջերմաստիճանը, ըստ որում՝ պողպատի դեպքում անցումը բեկուն քայքայման ուղեկցվում է ոչ թե միջբյուրեղային, այլ ներբյուրեղային քայքայմամբ: Կտրվածքի նման բնութագիրը պահպանվում է մինչև խոր սառեցման (-196 °C) ջերմաստիճանները:

Բնական է, ամրացնող մշակման արդյունավետությունն անհրաժեշտ է գնահատել բազմաբնույթ մեխանիկական հատկությունների պահանջվող համալիրով: Այդ պատճառով, տարբեր ամրացնող մշակման ձևերի արդյունա-

վետությունը համեմատելիս անհրաժեշտ է σ_B և σ_T ամրության ցուցանիշներից բացի գնահատել նաև հատկությունների ամբողջ համալիրը՝ δ -ն, ψ -ն, KCU-ն, KCT-ն, σ_{-1} -ը և այլն: Փոշե 60A-Ու և 40 XHMA -Ու պողպատների մեխանիկական հատկությունները ԲԶՋՄՄ-ից, ԺԲԶՋՄՄ-ից և ԱՋՄ-ից հետո բերված են աղյուսակ 2 – ում:

Աղյուսակ 2

Պողպատ 60A-Ու և 40 XHMA -Ու-ի մեխանիկական հատկությունները մշակման տարբեր ռեժիմներից հետո

Պողպատի մակնիշը	Մշակման ռեժիմը	t _{արձ} °C	Մեխանիկական հատկությունները						
			σ_B , ՄՊա	σ_T , ՄՊա	σ_{-1} , ՄՊա	KCU ՄՋ/մ ²	KCT ՄՋ/մ ²	σ , %	ψ , %
60A-Ու	ԲԶՋՄՄ, $\lambda=85\%$	200	2300	2000	680	0,50	0,12	6	10
		300	2100	1900	750	0,60	0,30	8	15
	ԺԲԶՋՄՄ	200	2320	1980	700	0,60	0,18	8	15
		300	2080	1900	730	0,62	0,26	10	20
	ԱՋՄ	250	1430	1220	310	0,12	0,04	2	-
		300	1400	1200	260	0,15	0,05	2	4
40XH MA-Ու	ԲԶՋՄՄ, $\lambda=85\%$	100	2460	2190	860	0,52	0,24	10	25
		150	2420	2110	780	0,61	0,28	11,9	26
	ԺԲԶՋՄՄ	100	2420	2080	900	0,58	0,31	12	26
		150	2380	2100	880	0,62	0,28	14	20
	ԱՋՄ	100	1820	1580	450	0,28	0,12	2,7	9,7
		150	1890	1610	460	0,32	0,15	9,6	27

*Արձակում 100, 150 °C, 3 ժ տևողությամբ:

Բերված տվյալներից (աղյուսակ 2) հետևում է, որ ԺԲԶՋՄՄ-ից հետո ԲԶՋՄՄ ժառանգականության էֆեկտը լրիվ պահպանվում է, որի շնորհիվ նպատակահարմար է նախապատրաստվածքները ԲԶՋՄՄ ենթարկել մետալուրգիական գործընթացներում. կարճատև արձակումը թույլ կտա իրագործել կտրմամբ մշակում: Վերջում հատուկ ռեժիմներով կատարված ջերմային մշակումը թույլ է տալիս վերադարձնել մեխանիկական հատկությունների բարձր համալիրը, դրա համար էլ հաճախ այն անվանում են “ԲԶՋՄՄ - ից հետո ամրացման էֆեկտի դարձելիության մշակում”:

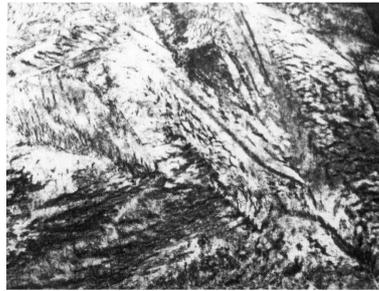
Մարտենսիտի ենթակառուցվածքն ուսումնասիրվել է նրբաթիթեղների վրա, թափանցիկ էլեկտրոնային միկրոսկոպիայի եղանակով: Խոշորացումն ընտրվել է 19000 - 34000 անգամ՝ կախված ուսումնասիրվող օբյեկտի բացահայտման հնարավորությունից: Փոշեպողպատ 60A-Ու- ի և 40 XHMA -Ու- ի համար ստացված էլեկտրոնային միկրոսկոպիկ նկարահանումների որոշ տիպիկ պատկերներ բերվում են ստորև:



ա)



բ)



գ)

Նկ.2. Թափանցիկ էլեկտրոնային միկրոսկոպիայի ճանապարհով ստացված մարտենսիտի ենթակառուցվածքը ՍՋՄ-ից (ա), ԲՋՋՄՄ-ից (բ) և ԺԲՋՋՄՄ-ից (գ) հետո (խոշորացված է 25000 անգամ):

Կատարված եզրակացությունները հիմնված են ոչ միայն բերված պատկերների, այլ նաև տրանսմիսիոն էլեկտրոնային միկրոսկոպի տակ նրբաթիթեղի տարբեր դաշտերի դիտողական վերլուծությունների վրա: Բոլոր ռեժիմներով ԲՋՋՄՄ – ից և ԺԲՋՋՄՄ – ից հետո նկատվում է մարտենսիտի խիստ զարգացած ենթակառուցվածք, դիսլոկացիաների մեծ խտություն և հավասարաչափ բաշխում հատկապես ԺԲՋՋՄՄ-ից հետո: Իսկ սովորական ջերմային մշակումից (ՍՋՄ) հետո մարտենսիտային բյուրեղներն ունեն առանց ենթակառուցվածքի պարզ ասեղային կառուցվածք:

Կատարված հետազոտությունները ցույց են տալիս, որ եռակալված պողպատների ԲՋՋՄՄ-ից հետո միջանկյալ փափկացնող ջերմային մշակման ճշգրիտ ռեժիմների ընտրության դեպքում ձևավորվում է կայուն պոլիգոնացված ենթակառուցվածք, որը պահպանվում է վերջնական, արագ տաքացմամբ մխումից և արձակումից հետո: Սահմանվել է ծակոտկեն նախապատրաստվածքների ԺԲՋՋՄՄ ժամանակ տաք կոփման ժառանգական ազդեցությունը եռակի ($\gamma \rightarrow \alpha \rightarrow \gamma \rightarrow \alpha$) վերաբյուրեղացումից հետո ձևավորվող պողպատի միկրոկառուցվածքի և հատկությունների վրա:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Бернштейн М. Л., Саклинский В. И., Мамян С. Г.** Высокотемпературное термомеханическое упрочнение конструкционных сталей // Повышение конструкционной прочности сталей и сплавов: Сб. - М., 1970. – С. 126-133.
2. **Мамян С.Г.** Исследование влияния последеформационной выдержки на структуру и свойства металлпорошковых сталей // Структурообразование при горячей деформации: Мат-лы Всесоюз. конф. – М., 1991. – С. 76 – 80.
3. **Mamian S.G.** Creation of High – Strenght Quasi – Composit and alloys of a New Class // New processes and Application Experience: Materials of the Congress. –Moscow, 1990.- P. 196201.

ՀՊՃՀ: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 05.06.2002:

С.Г. МАМЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ НАСЛЕДСТВЕННОСТИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

Исследована возможность сохранения эффекта ВТМО стальных спеченных заготовок промежуточной смягчающей обработки и повторной закладки. Установлены режимы наследственного высокотемпературного термомеханического упрочнения, обеспечивающие сохранность высокого комплекса механических свойств после ВТМО и одновременно высокую технологичность.

S.G. MAMYAN

HERIDITY INVESTIGATION OF HIGH-TEMPERATURE THERMOMECHANICAL TREATMENT

High-temperature thermomechanical treatment effect preservation possibility in sintered steel bar for intermediate softening treatment and repeated hardening is studied. High-temperature thermomechanical reinforcement regimes providing high complex mechanical property preservation after high-temperature thermomechanical treatment and simultaneously high manufacturability are established.

В.А. АНАНЯН

ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ В ОЧАГЕ ДЕФОРМАЦИИ НА КРОМКЕ ОТВЕРСТИЯ И РАБОТА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОЙ ПРОБИВКЕ ТОНКОЛИСТОВОЙ ЗАГОТОВКИ

На основе теории пластического течения получены уравнения деформированного состояния в очаге деформации на кромке отверстия после магнитно-импульсной пробивки метанием тонколистовой заготовки по матрице. Получено уравнение работы деформации, которое позволяет рассчитать запасаемую электроэнергию в конденсаторной батарее магнитно-импульсной установки (МИУ).

Ключевые слова: кромка отверстия, магнитно-импульсное деформирование, тонколистовая заготовка.

Штамповка энергией импульсного магнитного поля (ИМП) имеет ряд преимуществ перед известными способами. Особенно эффективно деформирование тонколистовых электропроводных заготовок. Склонность тонкой заготовки к искривлениям, трудность обеспечения надежного прижима по матрице, особенно по малой опорной площадке, необходимость выдерживания зазора между матрицей и пуансоном, невозможность осуществления разделительных операций при движении и др. - все это создает трудности для обычных методов деформирования.

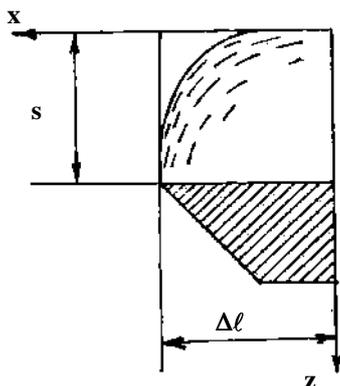


Рис.1. Скольжение слоев материала

Целью настоящей работы является выявление характерных особенностей напряженно-деформированного состояния на контуре раздела получаемых деталей, а также определение работы деформирования при вырубке-пробивке метанием тонколистовой заготовки по матрице.

Экспериментальные исследования [2] показали, что в процессе разделения метанием ИМП тонколистовой заготовки по матрице происходит формирование внешней формы очага деформации на кромке будущего отверстия в поверхность, близкую к цилиндрической. В очаге же вырубавшейся напровал в отверстие матрицы высечки [1] этого не наблюдается из-за различия условий течения частиц материала. Эти частицы не имеют опоры по матрице, и поэтому действие на них сил инерции, а в начальной стадии разделения и действия импульсного магнитного поля (ИМП) способствует смещению всего очага, но не столько течению частиц в очаге. Часть очага деформации, остающейся над острой кромкой матрицы (рис. 1), не имеет возможности при соударении о матрицу сместиться, поэтому частицы материала в очаге, испытывая резкое гашение скорости, сжимаются к матрице остаточными силами инерции. Силы инерции частиц верхних слоев материала на кромке отверстия обусловлены остаточными скоростями $-V_{oc}$ (для алюминиевых заготовок толщины $0,1...1$ мм $v_{oc} = v_0 / n$, где V_0 – скорость соударения, $n = 3...8$). Поверхностные слои металла более подвижны, нежели внутренние, поэтому происходит деформация скольжения металла относительно друг друга по некоторым дугам, близким к дугам окружностей с центром в точке ($x = 0, z = s$, рис. 1).

Представим скорость перемещения частиц в очаге деформации по оси z в виде

$$v_z = v_{oc} f(x) \varphi(z), \quad (1)$$

где v_{oc} – остаточная скорость характерной точки ($x = \Delta l, z = 0$); Δl – ширина очага деформации; x, z – координаты частиц в очаге деформации.

Характер течения частиц на кромке отверстия позволяет принять $f(x)$ и $\varphi(z)$ в виде

$$f(x) = e^{p(x/\Delta l - 1)}, \quad \varphi(z) = e^{-pz/s}, \quad (2)$$

где s – толщина заготовки; p – некоторый безразмерный параметр.

Уравнение (1) с учетом (2) имеет вид

$$v_z = v_{oc} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}. \quad (3)$$

Из уравнения неразрывности

$$\partial v_x / \partial x + \partial v_z / \partial z = 0 \quad (4)$$

скорость перемещения частиц в очаге деформации по оси x определяется в виде

$$v_x = v_{oc} \frac{\Delta l}{s} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}. \quad (5)$$

Безразмерный коэффициент p находим из следующих соображений. Скорость перемещения частиц незначительна на линии $x = 0$, возрастает с увеличением x , уменьшается с увеличением z и затухает к точке ($x = \Delta l, z = s$).

Примем граничные условия для точек ($x = 0, z = 0$) и ($x = \Delta l, z = s$) $v_z = 0,01v_{oc}$. Тогда из (3) найдем $p = 4,61$. Далее, применяя методику, приведенную в [1] при анализе очага деформации высечки в случае механического разделения заготовки, получим следующие формулы для поля скоростей деформаций:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= v_{oc} \frac{p}{s} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}, \quad \varepsilon_z = -v_{oc} \frac{p}{s} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}, \\ \varepsilon_{xz} &= v_{oc} \frac{p(s^2 - \Delta l^2)}{s^2 \Delta l} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}, \quad \varepsilon_i = v_{oc} \frac{p(s^2 + \Delta l^2)}{\sqrt{3}s^2 \Delta l} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Коэффициент жесткости принимает вид

$$\mu_i = \frac{\sigma_s s^2 \Delta l}{\sqrt{3} v_{oc} p (s^2 + \Delta l^2)} e^{-p(x/\Delta l - z/s - 1)}. \quad (7)$$

Деформации имеют вид

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{ph'_c}{2s} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}, \quad e_z = \frac{ph'_c}{2s} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}, \\ e_{xz} &= \frac{ph'_c (s^2 - \Delta l^2)}{s^2 \Delta l} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}, \\ e_i &= \frac{ph'_c \sqrt{s^4 - s^2 \Delta l^2 + \Delta l^4}}{\sqrt{3}s^2 \Delta l} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $h'_c = \int_t v_{oc} dt$ – перемещение характерной точки ($x = \Delta l, z = 0$) за время деформации очага после разделения заготовки.

Максимальное касательное напряжение, вызывающее движение вязкопластического металла, имеет вид

$$\tau'_{max} = \mu_B \varepsilon_m, \quad (9)$$

где μ_B – коэффициент вязкости металла; ε_m – максимальная скорость скольжения.

Максимальная скорость скольжения находится по формуле

$$\varepsilon_m = \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + \varepsilon_{xz}^2} = v_{oc} \frac{p(s^2 + \Delta l^2)}{s^2 \Delta l} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}. \quad (10)$$

На основании гипотезы, положенной в основу условия вязкопластической деформации, максимальное касательное напряжение является линейной функцией максимальной скорости и всегда больше некоторой постоянной

величины k' . По условию постоянства разности главных напряжений $k' = \sigma_s / 2$, по энергетическому условию пластичности - $k' = \sigma_s / \sqrt{3}$.

Условием вязкопластической деформации будет

$$\tau_m = k' + \mu_v \varepsilon_m. \quad (11)$$

Выражение (11) с учетом (10) принимает вид

$$\tau_m = k' + v_{oc} \frac{\mu_v p (s^2 + \Delta l^2)}{s^2 \Delta l} e^{p(x/\Delta l - z/s - 1)}. \quad (12)$$

Работа деформирования. В процессе разделения тонколистовой заготовки по схеме метания ее к матрице энергия затрачивается на пластическую деформацию в локализованном объеме с разрушением материала, деформацию вытяжки втягиваемого в отверстие матрицы участка, деформацию соударяемых поверхностей и изгиба граничной с этой областью участка (рис.2). В конечный момент времени кинетическая энергия переходит в работу необратимого формоизменения. Работу необратимого деформирования можно определить по формуле [3]

$$A = \iiint_V E dV dt, \quad (13)$$

где E – функция работы.

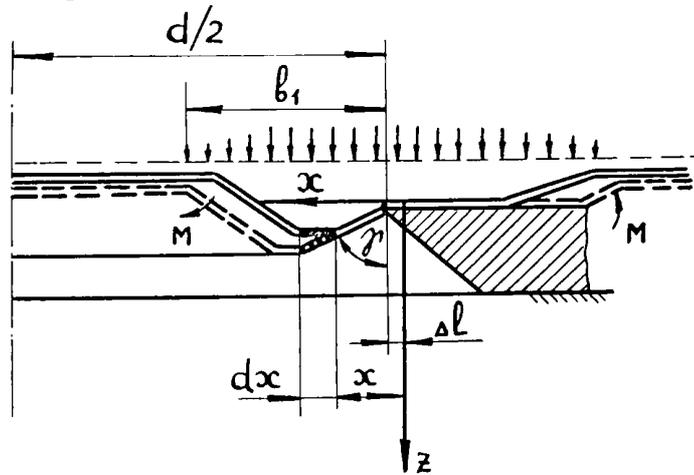


Рис. 2. Схема искривления вырубавшейся высечки с вытяжкой кольцевых элементов

Функция работы для плоской задачи определяется зависимостью

$$E = \mu_i (2\varepsilon_x^2 + 2\varepsilon_z^2 + \varepsilon_{xz}^2). \quad (14)$$

С учетом выражения коэффициента жесткости и скорости деформации [1] для очага на высечке зависимость функции работы будет иметь вид

$$E = \frac{\sigma_s (1 - \phi_1) v_{од}}{\sqrt{3} s^2 \Delta l} \Phi, \quad (15)$$

$$\Phi =$$

$$= \sqrt{14x^2(s-z)^2 + x^4 + (s-z)^4 + 2[x^2 - (s-z)^2]s^2/(1-\varphi_1) + s^4/(1-\varphi_1)^2},$$

где x, z – координаты частиц в очаге деформации высечки.

Работа деформации в очагах деформации высечки и пробитой детали (принимая, что эти работы равны) может быть предварительно определена по формуле

$$A_o = 2\pi d \int_0^{\Delta l} \int_0^s \int_t \frac{\sigma_s (1-\varphi_1) v_{од}}{\sqrt{3} s^2 \Delta l} \Phi dx dz dt. \quad (16)$$

Дополнительную работу от сил инерции при вязкопластической деформации по формуле (13) после интегрирования ее с учетом (6), (7), (14) можно представить в следующем виде:

$$A_{вп} = \frac{\sigma_s \pi d h_c' (\Delta l^2 + s^2) (1 - e^{-p})^2}{\sqrt{3} s p}. \quad (17)$$

Определим работу на деформацию при вытяжке прогнутой зоны, втягиваемой в отверстие матрицы высечки, учитывая схему искривления заготовки (рис.2). Приняв, что деформирование происходит без упрочнения ($\sigma_i = \sigma_s = \text{const}$) и что тангенциальная деформация $\varepsilon_\theta = 0$, можно определить работу пластической деформации элементарного кольцевого элемента:

$$\begin{aligned} dA_B &= \sigma_i \varepsilon_i dV = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \sigma_s \varepsilon_x s \left(\frac{d}{2} + \Delta l - x \right) dx = \\ &= \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \sigma_s s \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) \left(\frac{d}{2} + \Delta l - x \right) dx, \end{aligned} \quad (18)$$

где $\varepsilon_x = \frac{dx / \sin \gamma - dx}{dx}$ – деформация в меридиональном направлении; $(d/2 + \Delta l - x)$ – текущий радиус очага пластической деформации при вытяжке; dV – объем очага пластической деформации; γ – угол между образующей втягиваемой части заготовки и вертикалью.

Из (18) работа деформации на вытяжку принимает вид

$$\begin{aligned} A_B &= \int_{\Delta l}^{\Delta l + b_1} \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \sigma_s s \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) \left(\frac{d}{2} + \Delta l - x \right) dx = \\ &= \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sigma_s s b_1 \left(\frac{d}{2} - b_1 \right) \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Работа изгибающих моментов незначительна из-за тонкости заготовки и малого угла изгиба за время пробивки [4].

Работу деформации в очагах на пробитой и вырубленной направал в

отверстие матрицы части заготовки с учетом работы на деформацию вытяжки можно представить в виде

$$A_d = A_o + A_b + A_{вп} = 2\pi d \int_0^{\Delta l} \int_0^s \frac{\sigma_s (1 - \varphi_1) v_{од}}{\sqrt{3s^2 \Delta l}} \Phi dx dz dt + \\ + \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sigma_s s b_1 \left(\frac{d}{2} - b_1 \right) \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) + \frac{\sigma_s \pi d h'_c (\Delta l^2 + s^2) (1 - e^{-p})^2}{\sqrt{3} s p}. \quad (20)$$

Если учесть принятую ранее в [1] аппроксимацию, после интегрирования выражение (20) принимает вид

$$A_d = \frac{\pi d \sigma_s h_c (1 - \varphi_1)}{3\sqrt{3s^2 \Delta l}} \left[(s + \Delta l)^4 - s^4 - \Delta l^4 + \frac{12\Delta l s^3}{1 - \varphi_1} \right] + \\ + \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sigma_s s b_1 \left(\frac{d}{2} - b_1 \right) \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) + \frac{\sigma_s \pi d h'_c (\Delta l^2 + s^2) (1 - e^{-p})^2}{\sqrt{3} s p}. \quad (21)$$

Выражения (20) и (21) могут быть использованы для определения запасаемой в конденсаторной батарее энергии. Исходя из опыта по пробивке заготовок ИМП, установлено, что КПД процесса пробивки обычно лежит в пределах $\eta_{пц} = 2...4\%$ от запасаемой в конденсаторной батарее энергии W_0 , которая в первом приближении может быть определена как

$$W_0 = W_{my} / k_{oc} \eta, \quad (22)$$

где $W_{my} = \sum \frac{\Delta m_k v_k^2}{2}$ – кинетическая энергия метаемого участка в момент соударения, которая условно принята равной энергии, передаваемой магнитным полем на заготовку; η – коэффициент, учитывающий особенности концентрации поля и эффективность использования энергии поля в работу деформации; k_{oc} – коэффициент, учитывающий неполное затухание волн в тонкой заготовке.

С другой стороны, W_{my} можно записать в виде $W_{my} = W_{пж} + W_d + W_{выс}$, где $W_{пж}$ – энергия, затрачиваемая на прижим заготовки с матрицей; $W_d = A_d$ – энергия, затрачиваемая на работу деформирования; $W_{выс} = \frac{m_{выс} v_{выс}^2}{2}$ – кинетическая энергия высечки, выстреливаемой в отверстие матрицы.

При симметричном нагружении заготовки по обе стороны от режущей кромки матрицы $W_{пж} = W_d + W_{выс}$. Тогда, зная из опыта деформирования величину $W_{выс}$, можно W_{my} выразить через $W_{my} = 2(W_d + W_{выс})$, а запасаемую энергию в виде $W_0 = \frac{2(W_d + W_{выс})}{k_{oc} \eta}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ананян В.А.** Напряженно-деформированное состояние в локализованном очаге деформации при магнитно-импульсной вырубке тонколистовой заготовки // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. – 2002. – Т.55, №2. – С. 308-315.
2. **Кононенко В.Г., Ананян В.А.** Экспериментальные исследования к анализу процессов вырубki-пробивки тонколистовой заготовки импульсным магнитным полем, сконцентрированным по контуру вырубki // Самолетостроение. Техника воздушного флота. - Харьков, 1980. - Вып. 477. - С. 112-118.
3. **Погодин-Алексеев Г.Н.** Свойства металлов при ударном нагружении.-М.: Металлургиздат, 1953. – 356 с.
4. **Сторожев М.В., Попов Е.А.** Теория обработки металлов давлением.-М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.

АрмСХА. Материал поступил в редакцию 15.05.2001.

Վ.Ա. ԱՆԱՆՅԱՆ

ՄԱԳՆԻՍԱ - ԻՄՊՈՒԼՍԱՑԻՆ ԾԱԿՈՏՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ԲԱՐԱԿԹԻԹԵՂՅԱ ՊԱՏՐԱՍՏՈՒԿՈՒՄ ՍՏԱՑՎԱԾ ԱՆՑՔԻ ԵԶՐԱՇԵՐՏԻ ԴԵՖՈՐՄԱՑՎԱԾ ՕԶԱԽԻ ՎԻՃԱԿԸ ԵՎ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԸ

Մագնիսա-իմպուլսային ծակոտման դեպքում բարակթիթեղյա պատրաստուկի նետումով մատրիցի վրա ստացված անցքի եզրաշերտի դեֆորմացված օջախի համար պլաստիկ հոսունության տեսության հիման վրա ստացված են դեֆորմացիոն վիճակի հավասարումները: Ստացված է դեֆորմացիայի աշխատանքի բանաձևը, որն օգտագործելի է մագնիսա-իմպուլսային սարքի էլեկտրական մարտկոցի անհրաժեշտ պաշարը հաշվարկելիս:

V.A. ANANYAN

STRAINED STATE IN HOLE EDGE DEFORMATION CENTRE AFTER MAGNETO-IMPULSE PIERCING THIN-SHEETED WORK

Based on plastic flow theory the strained state equations are obtained in the hole edge deformation centre after magneto-impulse piercing by throwing a thin-sheeted bar along the matrix. The deformation work equation which allows to calculate electric energy to be stored in magneto-impulse installation capacitor bank is established.

В. С. ХАЧАТРЯН, Н. П. БАДАЛЯН

**ДИАКОПТИЧЕСКАЯ “Y-Z, P-U” МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ
СИСТЕМЫ И ЕЕ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДОМ МИНИМИЗАЦИИ**

Рассматривается решение систем нелинейных алгебраических уравнений, вытекающее из “Y-Z, P-U” диакоптической модели установившегося режима электроэнергетической системы методом минимизации с применением неособенных квадратных матриц Гессе.

Ключевые слова: режим, узел, матрица, система, уравнение, модель, аргумент, функция, рекуррентное выражение, формула.

В настоящее время для решения режимных вопросов современных электроэнергетических систем (ЭЭС) кибернетического типа единственным перспективным направлением является применение идеи диакоптики с последующим построением соответствующих математических моделей [1-6]. Настоящая работа посвящена решению систем нелинейных алгебраических уравнений, вытекающих из “Y-Z, P-U” диакоптической модели установившегося режима ЭЭС с применением метода второго порядка.

Предположим, что рассматриваемая ЭЭС состоит из (M+1) узлов, и после удаления необходимого количества линий электропередач (ЛЭП) полученные подсистемы соответственно состоят из M_1, M_2, \dots, M_N узлов так, что $M_1 + M_2 + \dots + M_N = M$. “Y-Z, P-U” диакоптическая модель установившегося режима ЭЭС имеет вид

$$\left[\begin{array}{c|c|c|c}
 \begin{array}{l} \Phi_{p_{m_1}}(U_{m_1}, \Psi_{U_{m_1}}) = 0 \\ \Phi_{q_{m_1}}(U_{m_1}, \Psi_{U_{m_1}}) = 0 \end{array} & & & \\
 \hline
 & \begin{array}{l} \Phi_{p_{k_1}}(I'_{k_1}, I''_{k_1}) = 0 \\ \Phi_{q_{k_1}}(I'_{k_1}, I''_{k_1}) = 0 \end{array} & & \\
 & & \ddots & \\
 & & & \begin{array}{l} \Phi_{p_{m_s}}(U_{m_s}, \Psi_{U_{m_s}}) = 0 \\ \Phi_{q_{m_s}}(U_{m_s}, \Psi_{U_{m_s}}) = 0 \end{array} \\
 & & & \begin{array}{l} \Phi_{p_{k_s}}(I'_{k_s}, I''_{k_s}) = 0 \\ \Phi_{q_{k_s}}(I'_{k_s}, I''_{k_s}) = 0 \end{array}
 \end{array} \right] \cdot (1)$$

Для каждой подсистемы

$$\begin{cases} \Phi_{pn_i}(U_{m_i}, \Psi_{Um_i}) = \{P_{n_i} - [P_{Bn_i} + \varphi_{pn_i}(U_{Um_i}, \Psi_{Um_i})]\} = 0, \\ \Phi_{qn_i}(U_{m_i}, \Psi_{Um_i}) = \{Q_{n_i} - [Q_{Bn_i} + \varphi_{qn_i}(U_{Um_i}, \Psi_{Um_i})]\} = 0; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \Phi_{p\ell_i}(I'_{k_i}, I''_{k_i}) = \{P_{\ell_i} - [P_{B\ell_i} + \varphi_{p\ell_i}(I'_{k_i}, I''_{k_i})]\} = 0, \\ \Phi_{q\ell_i}(I'_{k_i}, I''_{k_i}) = \{Q_{\ell_i} - [Q_{B\ell_i} + \varphi_{q\ell_i}(I'_{k_i}, I''_{k_i})]\} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Функции φ_{pn_i} и φ_{qn_i} , $\varphi_{p\ell_i}$ и $\varphi_{q\ell_i}$, входящие в (2), (3), определяются в виде

$$\begin{cases} \varphi_{pn_i}(U_{m_i}, \Psi_{Um_i}) = \sum_{m_i}^{\Gamma_i} U_{n_i} U_{m_i} [g_{n_i, m_i} \cos(\Psi_{Un_i} - \Psi_{Um_i}) + b_{n_i, m_i} \sin(\Psi_{Un_i} - \Psi_{Um_i})], \\ \varphi_{qn_i}(U_{m_i}, \Psi_{Um_i}) = \sum_{m_i}^{\Gamma_i} U_{n_i} U_{m_i} [g_{n_i, m_i} \sin(\Psi_{Un_i} - \Psi_{Um_i}) - b_{n_i, m_i} \cos(\Psi_{Un_i} - \Psi_{Um_i})]; \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \varphi_{p\ell_i}(I'_{k_i}, I''_{k_i}) = \sum_{K_i=\Gamma_i+1}^{\Gamma_i+H_i} [R_{\ell_i, k_i} (I'_{\ell_i} I'_{k_i} + I''_{\ell_i} I''_{k_i}) + X_{\ell_i, k_i} (I''_{\ell_i} I'_{k_i} - I'_{\ell_i} I''_{k_i})], \\ \varphi_{q\ell_i}(I'_{k_i}, I''_{k_i}) = \sum_{K_i=\Gamma_i+1}^{\Gamma_i+H_i} [X_{\ell_i, k_i} (I'_{\ell_i} I'_{k_i} + I''_{\ell_i} I''_{k_i}) - R_{\ell_i, k_i} (I''_{\ell_i} I'_{k_i} - I'_{\ell_i} I''_{k_i})]. \end{cases} \quad (5)$$

С другой стороны,

$$P_{Bn_i} = p_{Bn_i} + \sum_{K_i=\Gamma_i+1}^{\Gamma_i+H_i} U_{n_i} (A'_{n_i, k_i} \tau'_{n_i, k_i} + A''_{n_i, k_i} \tau''_{n_i, k_i}), \quad (6)$$

$$Q_{Bn_i} = q_{Bn_i} + \sum_{K_i=\Gamma_i+1}^{\Gamma_i+H_i} U_{n_i} (A'_{n_i, k_i} \tau''_{n_i, k_i} + A''_{n_i, k_i} \tau'_{n_i, k_i});$$

$$P_{B\ell_i} = U'_{\ell_i B} I'_{\ell_i} + U''_{\ell_i B} I''_{\ell_i} + \sum_{m_i=1}^{\Gamma_i} (D'_{\ell_i, m_i} K'_{m_i, \ell_i} + D''_{\ell_i, m_i} K''_{m_i, \ell_i}), \quad (7)$$

$$Q_{B\ell_i} = -U'_{\ell_i B} I''_{\ell_i} + U''_{\ell_i B} I'_{\ell_i} + \sum_{m_i=1}^{\Gamma_i} (D''_{\ell_i, m_i} K'_{m_i, \ell_i} - D'_{\ell_i, m_i} K''_{m_i, \ell_i}).$$

Аналитические выражения других величин, входящих в (6), (7), в данном случае τ'_{n_i, k_i} , τ''_{n_i, k_i} ; A'_{ℓ_i, m_i} , A''_{ℓ_i, m_i} , а также K'_{m_i, ℓ_i} и K''_{m_i, ℓ_i} приводятся в [6].

Поскольку стационарные узлы типа P-U, то модель (1) необходимо представить в виде

$$\left[\begin{array}{l} \Phi_{pn_i}(\Psi_{Um_i}) = 0; \\ \Phi_{qn_i}(\Psi_{Um_i}) = 0; \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{c|c|c} & \begin{array}{l} \Phi_{p\ell_i}(\mathbf{I}'_k, \mathbf{I}''_k) = 0 ; \\ \Phi_{q\ell_i}(\mathbf{I}'_k, \mathbf{I}''_k) = 0 ; \end{array} & \\ \hline & \begin{array}{l} \Phi_{p\ell_N}(\Psi_{UmN}) = 0 ; \\ \Phi_{q\ell_N}(\Psi_{UmN}) = 0 ; \end{array} & \\ \hline & & \begin{array}{l} \Phi_{p\ell_N}(\mathbf{I}'_{k_N}, \mathbf{I}''_{k_N}) = 0 ; \\ \Phi_{q\ell_N}(\mathbf{I}'_{k_N}, \mathbf{I}''_{k_N}) = 0 . \end{array} \end{array} \right] \quad (8)$$

Из второго уравнения системы (2) можно заметить, что для определения реактивных мощностей стационарных узлов отдельных подсистем достаточно иметь аргументы комплексных напряжений. При этом для определения численных значений аргументов комплексных напряжений стационарных узлов достаточно рассмотреть только первые уравнения из системы (2), т.е. уравнения активных мощностей тех же узлов.

В силу этого диакоптическая "Y-Z, P-U" математическая модель установившегося режима окончательно принимает вид

$$\left[\begin{array}{c|c|c} \Phi_{pm_i}(\Psi_{Um_i}) = 0 ; & & \\ \hline & \begin{array}{l} \Phi_{p\ell_i}(\mathbf{I}'_{k_i}, \mathbf{I}''_{k_i}) = 0 ; \\ \Phi_{q\ell_i}(\mathbf{I}'_{k_i}, \mathbf{I}''_{k_i}) = 0 ; \end{array} & \\ \hline & \begin{array}{l} \Phi_{pm_N}(\Psi_{Um_N}) = 0 ; \end{array} & \\ \hline & & \begin{array}{l} \Phi_{p\ell_N}(\mathbf{I}'_{k_N}, \mathbf{I}''_{k_N}) = 0 ; \\ \Phi_{q\ell_N}(\mathbf{I}'_{k_N}, \mathbf{I}''_{k_N}) = 0 . \end{array} \end{array} \right] \quad (9)$$

Системы нелинейных алгебраических уравнений, вытекающих из математической модели (9), решаются методом второго порядка. При этом необходимо построить дополнительные квадратные функции, которые для подсистемы с индексом i можно представить в следующем виде:

— для верхних левых систем нелинейных алгебраических уравнений:

$$\Phi_i(\Psi_i) = \sum_{m_i} [\Phi_{pm_i}(\Psi_{Um_i})]^2 ; \quad (10)$$

– для нижних правых систем нелинейных алгебраических уравнений:

$$\Phi_i(I_i) \sum_{k_i} \{ [\Phi_{pk_i}(I_{k_i})]^2 + [\Phi_{qk_i}(I_{k_i})]^2 \}, \quad (11)$$

где $i=1, 2, \dots, N$.

Разлагая в ряд Тейлора функцию (10), пренебрегая слагаемыми, имеющими частные производные выше второго порядка, можно установить следующее рекуррентное выражение:

$$[\Psi_{U,m_i}]^{i+1} = [\Psi_{U,m_i}]^i - \left[\frac{\partial \Phi_{pn_i}^2}{\partial \Psi_{U,m_i}^2} \right]^{-1} \cdot \left[\frac{\partial \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{U,m_i}} \right], \quad (12)$$

где I - номер итерации.

Данное выражение позволяет итерационным способом установить численные значения искоемых аргументов комплексных напряжений станционных узлов отдельных подсистем.

Поступая аналогичным образом относительно функции (11), можно установить следующее рекуррентное выражение:

$$\begin{bmatrix} I'_{k_i} \\ I''_{k_i} \end{bmatrix}^{i+1} = \begin{bmatrix} I'_{k_i} \\ I''_{k_i} \end{bmatrix}^i - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \Phi(I)}{\partial I'_{k_i} \partial I'_{\ell_i}} & \frac{\partial^2 \Phi(I)}{\partial I'_{k_i} \partial I''_{\ell_i}} \\ \frac{\partial^2 \Phi(I)}{\partial I''_{k_i} \partial I'_{\ell_i}} & \frac{\partial^2 \Phi(I)}{\partial I''_{k_i} \partial I''_{\ell_i}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi(I)}{\partial I'_{\ell_i}} \\ \frac{\partial \Phi(I)}{\partial I''_{\ell_i}} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Данное выражение позволяет также итерационным способом установить численные значения составляющих комплексных токов нагрузочных узлов.

Затем необходимо перейти к установлению аналитических выражений соответствующих частных производных.

Частные производные первого и второго порядков, входящие в матрицы градиента и Гессе рекуррентного выражения (12), определяются на основании вспомогательной квадратной функции (10).

Частное производное первого порядка, входящее в столбцовую матрицу градиентов, определяется в виде

$$\frac{\partial \Phi_i(\Psi_i)}{\partial \Psi_{U,m_i}} = 2 \sum_{n_i} \Phi_{pn_i} \frac{\partial \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{U,m_i}}. \quad (14)$$

Частные производные второго порядка, входящие в квадратную матрицу Гессе, определяются следующими выражениями:

– при $n_i = m_i$:

$$\frac{\partial^2 \Phi_i(\Psi_i)}{\partial \Psi_{U_{m_i}}^2} = 2 \sum_{n_i} \left[\left(\frac{\partial \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{U_{m_i}}} \right)^2 + \Phi_{pn_i} \frac{\partial \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{U_{m_i}}} \right]; \quad (15)$$

– при $n_i \neq m_i$:

$$\frac{\partial^2 \Phi_i(\Psi_i)}{\partial \Psi_{U_{m_i}} \partial \Psi_{U_{n_i}}} = 2 \sum_{n_i} \left(\frac{\partial \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{U_{m_i}}} \frac{\partial \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{U_{n_i}}} + \Phi_{pn_i} \frac{\partial^2 \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{U_{m_i}} \partial \Psi_{U_{n_i}}} \right). \quad (16)$$

Как видно, в выражения (14), (15) входят производные от функции Φ_{pn_i} нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима, которую представим в следующем развернутом виде:

$$\Phi_{pn_i} = P_{n_i} - \left\{ P_{B_{n_i}} + g_{n_i, n_i} U_{n_i}^2 + \sum_{\substack{m_i \\ m_i \neq n_i}} U_{n_i} [g_{n_i, m_i} \cos(\Psi_{U_{n_i}} - \Psi_{U_{m_i}}) + g_{n_i, m_i} \sin(\Psi_{U_{n_i}} - \Psi_{U_{m_i}})] U_{m_i} \right\}. \quad (17)$$

При этом необходимые частные производные имеют вид

$$\frac{\partial \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{U_{n_i}}} = \left\{ \frac{\partial P_{B_{n_i}}}{\partial \Psi_{U_{n_i}}} - \sum_{\substack{m_i \\ m_i \neq n_i}} U_{n_i} [g_{n_i, m_i} \sin(\Psi_{U_{n_i}} - \Psi_{U_{m_i}}) - b_{n_i, m_i} \cos(\Psi_{U_{n_i}} - \Psi_{U_{m_i}})] U_{m_i} \right\}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{U_{m_i}}} = \left\{ \frac{\partial P_{B_{n_i}}}{\partial \Psi_{U_{m_i}}} + U_{n_i} [g_{n_i, m_i} \sin(\Psi_{U_{n_i}} - \Psi_{U_{m_i}}) - b_{n_i, m_i} \cos(\Psi_{U_{n_i}} - \Psi_{U_{m_i}})] U_{m_i} \right\}. \quad (19)$$

Частные производные $\partial P_{B_{n_i}} / \partial \Psi_{U_{n_i}}$, $\partial P_{B_{n_i}} / \partial \Psi_{U_{m_i}}$ определяются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{B_{n_i}}}{\partial \Psi_{U_{n_i}}} &= \sum_{m_i} (g_{n_i, m_i} \sin \Psi_{U_{n_i}} - b_{n_i, m_i} \cos \Psi_{U_{n_i}}) U_0 U_{n_i} - \\ &- \sum_{\ell_i} [(A'_{n_i, \ell_i} I'_{\ell_i} - A''_{n_i, \ell_i} I''_{\ell_i}) \sin \Psi_{U_{n_i}} - (A'_{n_i, \ell_i} I''_{\ell_i} - A''_{n_i, \ell_i} I'_{\ell_i}) \cos \Psi_{U_{n_i}}] U_{n_i}. \end{aligned} \quad (20)$$

С другой стороны,

$$\frac{\partial P_{B_{n_i}}}{\partial \Psi_{U_{n_i}}} = 0. \quad (21)$$

В выражения (15) и (16) входят также частные производные второго порядка от той же функции Φ_{pn_i} , которая имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{U_{n_i}}^2} = \left\{ \frac{\partial^2 P_{B_{n_i}}}{\partial \Psi_{U_{n_i}}^2} - U_{n_i} \sum_{\substack{m_i \\ m_i \neq n_i}} U_{n_i} [g_{n_i, m_i} \cos(\Psi_{U_{n_i}} - \Psi_{U_{m_i}}) + b_{n_i, m_i} \sin(\Psi_{U_{n_i}} - \Psi_{U_{m_i}})] U_{m_i} \right\}, \quad (22)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{Un_i} \partial \Psi_{Um_i}} = \left\{ \frac{\partial^2 P_{Bn_i}}{\partial \Psi_{Un_i} \partial \Psi_{Um_i}} + U_{n_i} \sum_{\substack{m_i \\ m_i \neq n_i}} [g_{n_i, m_i} \cos(\Psi_{Un_i} - \Psi_{Um_i}) + b_{n_i, m_i} \sin(\Psi_{Un_i} - \Psi_{Um_i})] U_{m_i} \right\}, \quad (23)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{Um_i}^2} = - \left\{ \frac{\partial^2 P_{Bn_i}}{\partial \Psi_{Um_i}^2} - U_{n_i} [g_{n_i, m_i} \cos(\Psi_{Un_i} - \Psi_{Um_i}) + b_{n_i, m_i} \sin(\Psi_{Un_i} - \Psi_{Um_i})] U_{m_i} \right\}. \quad (24)$$

При этом

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_{pn_i}}{\partial \Psi_{Un_i}^2} &= \sum_{m_i} (g_{n_i, m_i} \cos \Psi_{Un_i} + b_{n_i, m_i} \sin \Psi_{Un_i}) U_0 U_{n_i} - \\ &- \sum_{\ell_i} [(A'_{n_i, \ell_i} I'_{\ell_i} + A''_{n_i, \ell_i} I''_{\ell_i}) \cos \Psi_{Un_i} + (A'_{n_i, \ell_i} I''_{\ell_i} + A''_{n_i, \ell_i} I'_{\ell_i}) \sin \Psi_{Un_i}] U_{n_i}. \end{aligned} \quad (25)$$

С другой стороны, имеем

$$\frac{\partial^2 P_{Bn_i}}{\partial \Psi_{Un_i} \partial \Psi_{Um_i}} = \frac{\partial^2 P_{Bn_i}}{\partial \Psi_{Um_i} \partial \Psi_{Un_i}} = 0, \quad (26)$$

$$\frac{\partial^2 P_{Bn_i}}{\partial \Psi_{Um_i}^2} = \frac{\partial^2 P_{Bm_i}}{\partial \Psi_{Un_i}^2} = 0. \quad (27)$$

Частные производные первого и второго порядков, входящие в матрицы градиента и Гессе рекуррентного выражения (13), определяются на основании вспомогательной функции (11):

$$\frac{\partial \Phi_i(I_i)}{\partial I'_{k_i}} = 2 \sum_{\ell_i} \left(\Phi_{p^{\ell_i}} \frac{\partial \Phi_{p^{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i}} + \Phi_{q^{\ell_i}} \frac{\partial \Phi_{q^{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i}} \right), \quad (28)$$

$$\frac{\partial \Phi_i(I_i)}{\partial I''_{k_i}} = 2 \sum_{\ell_i} \left(\Phi_{p^{\ell_i}} \frac{\partial \Phi_{p^{\ell_i}}}{\partial I''_{k_i}} + \Phi_{q^{\ell_i}} \frac{\partial \Phi_{q^{\ell_i}}}{\partial I''_{k_i}} \right), \quad (29)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i(I_i)}{\partial I'^2_{k_i}} = 2 \sum_{\ell_i} \left[\left(\frac{\partial \Phi_{p^{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_{q^{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i}} \right)^2 + \Phi_{p^{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{p^{\ell_i}}}{\partial I'^2_{k_i}} + \Phi_{q^{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{q^{\ell_i}}}{\partial I'^2_{k_i}} \right], \quad (30)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i(I_i)}{\partial I''^2_{k_i}} = 2 \sum_{\ell_i} \left[\left(\frac{\partial \Phi_{p^{\ell_i}}}{\partial I''_{k_i}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_{q^{\ell_i}}}{\partial I''_{k_i}} \right)^2 + \Phi_{p^{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{p^{\ell_i}}}{\partial I''^2_{k_i}} + \Phi_{q^{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{q^{\ell_i}}}{\partial I''^2_{k_i}} \right], \quad (31)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i(I_i)}{\partial I'_k \partial I''_k} = 2 \sum_{\ell_i} \left(\frac{\partial \Phi_{p^{\ell_i}}}{\partial I'_k} \cdot \frac{\partial \Phi_{p^{\ell_i}}}{\partial I''_k} + \frac{\partial \Phi_{q^{\ell_i}}}{\partial I'_k} \cdot \frac{\partial \Phi_{q^{\ell_i}}}{\partial I''_k} + \Phi_{p^{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{p^{\ell_i}}}{\partial I'_k \partial I''_k} + \Phi_{q^{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{q^{\ell_i}}}{\partial I'_k \partial I''_k} \right), \quad (32)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i(I_i)}{\partial I'_{k_i} \partial I'_{\ell_i}} = 2 \sum_{\ell_i} \left(\frac{\partial \Phi_{p_{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i}} \cdot \frac{\partial \Phi_{p_{\ell_i}}}{\partial I'_{\ell_i}} + \frac{\partial \Phi_{q_{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i}} \cdot \frac{\partial \Phi_{q_{\ell_i}}}{\partial I'_{\ell_i}} + \Phi_{p_{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{p_{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i} \partial I'_{\ell_i}} + \Phi_{q_{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{q_{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i} \partial I'_{\ell_i}} \right), \quad (33)$$

$k_i \neq \ell_i$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i(I_i)}{\partial I''_{k_i} \partial I''_{\ell_i}} = 2 \sum_{\ell_i} \left(\frac{\partial \Phi_{p_{\ell_i}}}{\partial I''_{k_i}} \cdot \frac{\partial \Phi_{p_{\ell_i}}}{\partial I''_{\ell_i}} + \frac{\partial \Phi_{q_{\ell_i}}}{\partial I''_{k_i}} \cdot \frac{\partial \Phi_{q_{\ell_i}}}{\partial I''_{\ell_i}} + \Phi_{p_{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{p_{\ell_i}}}{\partial I''_{k_i} \partial I''_{\ell_i}} + \Phi_{q_{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{q_{\ell_i}}}{\partial I''_{k_i} \partial I''_{\ell_i}} \right), \quad (34)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i(I_i)}{\partial I'_{k_i} \partial I''_{\ell_i}} = 2 \sum_{\ell_i} \left(\frac{\partial \Phi_{p_{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i}} \cdot \frac{\partial \Phi_{p_{\ell_i}}}{\partial I''_{\ell_i}} + \frac{\partial \Phi_{q_{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i}} \cdot \frac{\partial \Phi_{q_{\ell_i}}}{\partial I''_{\ell_i}} + \Phi_{p_{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{p_{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i} \partial I''_{\ell_i}} + \Phi_{q_{\ell_i}} \frac{\partial^2 \Phi_{q_{\ell_i}}}{\partial I'_{k_i} \partial I''_{\ell_i}} \right). \quad (35)$$

Как видно, в (28)-(35) входят частные производные первого и второго порядка от функций, изображающих системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС (3).

Во избежание загромождения дополнительными формулами используем соответствующее выражение частных производных, приведенных в [5]. При этом необходимо добавить подындекс к каждому индексу букв соответствующих формул.

Имея аналитические формы всех частных производных, входящих в рекуррентные выражения (12) и (13), можно перейти к описанию предложенного вычислительного алгоритма.

Основная суть алгоритма заключается в том, что итерационный процесс начинается сначала внутри первой подсистемы, затем между радиально связанными подсистемами.

Определяя предварительные численные значения искомым режимных параметров, формируются численные нелинейные алгебраические уравнения установившегося режима первой подсистемы. Осуществляя начальную итерацию по решению вышеуказанных уравнений, получаем предварительные численные значения режимных параметров граничных узлов, которые позволяют формировать уравнения установившегося режима второй подсистемы. Осуществляя начальную итерацию по решению соответствующих уравнений для второй подсистемы и получая численные значения режимных параметров граничных узлов, формируется уравнение установившегося режима третьей подсистемы и т.д. до последней подсистемы.

Итерационный процесс считается завершенным, если, согласно условию задачи, искомым режимные параметры для всех N подсистем будут удовлетворять следующим условиям:

– для стационарных узлов типа P-U:

$$\max \left[\sum_{m_i} \Phi_{pm_i} \right]^2 \leq \epsilon_{m_i}; \quad (36)$$

– для нагрузочных узлов:

$$\max \left[\sum_{k_i} (\Phi_{pk_i}^2 + \Phi_{qk_i}^2) \right] \leq \epsilon_{k_i}, \quad (37)$$

где индекс i характеризуется числом радиально связанных подсистем.

ε_{m_i} , ε_{k_i} являются заданными положительными величинами и характеризуют точность определения численных значений искомым режимных параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хачатрян В.С.** Метод и алгоритм расчета установившихся режимов больших энергосистем // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1973.-№4.-С. 45-57.
2. **Хачатрян В.С.** Определение установившихся режимов больших электроэнергетических систем с применением метода Ньютона-Рафсона // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.-1974.-№4.-С. 36-43.
3. **Хачатрян В.С.** Определение установившихся режимов больших энергосистем методом подсистем // Электричество.-1974.-№5.-С. 75-78.
4. **Хачатрян В. С., Бадалян Н.П.** Решение (Y-Z)-уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом декомпозиции // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 1997.- Т.50, №2.- С. 96-103.
5. **Хачатрян В.С., Аль-Дарвиш М.Б.** Решение Y-Z формы уравнений установившегося режима электроэнергетической системы с применением матрицы Гессе // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 1997.- Т. 50, №3. - С. 194-203.
6. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.П.** Решение (Y-Z)-формы уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом декомпозиции при P-U типе станционных узлов // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-1998.- Т. 51, №3. - С. 287-295.
7. **Хачатрян В.С., Этемкчян Э.А., Бадалян Н.П.** Решение гибридных уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом диакоптики // Электричество.-1999.-№4.-С. 7-12.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 25.05.2001.

Վ. Ս. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ն. Պ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ
ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ
ՌԵՃԻՄԻ “Y-Z, P-U” ԴԻԱԿՈՊՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԻ
ԿԱՌՈՒՑՈՒՄԸ ԵՎ ԻՐԱՑՈՒՄԸ ՆՎԱԶԱՐԿՄԱՆ ՄԵԹՈԴՈՎ

Դիտարկվում է էլեկտրաէներգետիկական համակարգի կայունացված ռեժիմի “Y-Z, P-U” դիալոպտիկական մաթեմատիկական մոդելից բխող ոչ գծային հանրահաշվական հավասարումների համակարգի լուծումը նվազարկման մեթոդով՝ Հեսի ոչ սովորական քառակուսի մատրիցների կիրառմամբ:

V.S. KHACHATRYAN, N.P. BADALYAN
“Y-Z, P-U” DIACOPTIC MATHEMATICAL MODEL OF STEADY-STATE CONDITION IN
ELECTRICAL POWER ENGINEERING SYSTEM AND ITS REALIZATION BY
MINIMIZATION METHOD

Nonlinear algebraic equation system solution following from “Y-Z, P-U” diacoptic model of the steady-state condition in electrical power engineering system by minimization method using Hess’s improper square matrix is considered.

Գ.Ս. ՆԵՐՍԵՍՅԱՆ, Ժ.Ս. ՄԻՐԶԱԲԵԿՅԱՆ, Լ.Ս. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ,
Ս.Գ. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ

ԳԵՐԲԵՌՆԱՎՈՐՎԱԾ ԷԼԵԿՏՐՈՎԱՆ ՑԱՆՑԵՐՈՒՄ ՄԻԱԶԻՂ ՈՒԺԱՅԻՆ ԿԱԲԵԼՆԵՐԻ ՇԱՀԱԳՈՐԾՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿԱՄԻՋՈՑԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Էլեկտրահաղորդման սարքավորումների օգտագործման ժամանակ էլեկտրական ցանցերը հաճախ շահագործվում են գերբեռնավորման ռեժիմներում: Դիտարկվել են միաջիղ ուժային կաբելների գերբեռնավորման ռեժիմները, և որոշվել է համապատասխան հոսանքի թողարկման դեպքում կաբելների շահագործման ժամանակամիջոցը:

Առանցքային բառեր. ուժային կաբել, էլեկտրական ցանց, մեկուսիչ, ջերմահաղորդականություն, ջերմային դաշտ:

Էլեկտրահաղորդման սարքավորումների արդյունավետ կիրառումը մեծ նշանակություն ունի էլեկտրահաղորդման ցանցերի շահագործման գործում, հատկապես ԱՊՀ երկրների համար, քանի որ Խորհրդային Միության փլուզումից հետո ԽՍՀՄ ընդհանուր էներգահամակարգը մասնատվեց առանձին փոքր համակարգերի, և գրեթե բոլոր երկրներում էլեկտրահաղորդման սարքավորումների թողարկումն իրականացվում էր թույլատրելի հոսանքի թողունակության աստիճանից բարձր ռեժիմներում: Նման դեպքերում անհրաժեշտ է հաշվի առնել յուրաքանչյուր տեղանքի հոսանքի թողունակության բարձրացման հնարավոր աստիճանը, ինչպես նաև կաբելների թողարկման ժամանակամիջոցը: Այս կախվածությունները որոշվում են կաբելների ջերմային հաշվեկշիռից:

Էներգիայի պահանջման օրենքի համաձայն՝ կաբելներում առաջացած ջոուլյան և շրջապատող միջավայր հաղորդված ջերմային էներգիաների տարբերությունը հանգեցնում է կաբելի տաքացման [1].

$$(I_c^2 R_c - \vartheta / S_{eq}) d\tau = C_{eq} d\vartheta, \quad (1)$$

որտեղ I_c -ն կաբելի միջով անցնող հոսանքի մեծությունն է, U ; R_c - ն՝ կաբելի միավոր երկարության դիմադրությունը, Ω/m ; $\vartheta = T_c - T_{am}$ -ը՝ կաբելի հաղորդիչ ջրի և շրջապատող միջավայրի ջերմաստիճանների տարբերությունը, $^{\circ}C$; S_{eq} -ը՝ մեկուսիչ շերտերի գումարային ջերմային դիմադրությունը, $m^{\circ}C/W$; τ -ն՝ տաքացման ժամանակամիջոցը, վ; իսկ C_{eq} -ը՝ միավոր երկարության կաբելի լրիվ ջերմունակությունը, $\Omega/m^{\circ}C$ [2]:

Ինտեգրելով (1) հավասարումը՝ ստանում ենք.

$$\tau = -C_{eq} S_{eq} \ln(I_c^2 R_c - \vartheta / S_{eq}) + c_1, \quad (2)$$

որտեղ ինտեգրման C_1 հաստատունը որոշվում է $\tau = 0, \vartheta = 0$ միանիշտության պայմաններից. կաբելը գտնվում է հանգստի ռեժիմում: Տեղադրելով C_1 -ի արժեքը

(2) հավասարման մեջ՝ ստանում ենք տաքացման ժամանակամիջոցի, հոսանքի ուժի և ջերմային դիմադրության հետևյալ կախվածությունը.

$$\tau = -C_{eq} S_{eq} \ln \left[\left(I_c^2 R_c - \vartheta / S_{eq} \right) / I_c^2 R_c \right]: \quad (3)$$

Եթե ընդունենք, որ $I_c = I_{em}$ -ը վթարային պայմաններում հոսանքի ուժն է, ϑ_{em} -ը՝ վթարային ռեժիմում կաբելի հաղորդիչ ջրի (T_{em}) և շրջապատող միջավայրի (T_{am}) ջերմաստիճանների տարբերությունը, իսկ $T_a = C_{eq} S_{eq}$ -ը՝ ժամանակի հաստատունը, ապա (3) հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$\tau = -T_a \ln \left(1 - \vartheta_{em} / m^2 \vartheta_r \right), \quad (4)$$

որտեղ m -ը կաբելի հոսանքի թողունակության բարձրացման աստիճանն է, $m = I_{em} / I_r$, իսկ $\vartheta_r = I_c^2 R_c S_{eq}$ -ը՝ անվանական ռեժիմում ջերմաստիճանային էջքը:

Երբ $\tau \rightarrow \infty$, ստանում ենք կաբելի հոսանքի թողունակության թույլատրելի բարձրացման աստիճանը՝

$$m = \sqrt{\vartheta_{em} / \vartheta_r}: \quad (5)$$

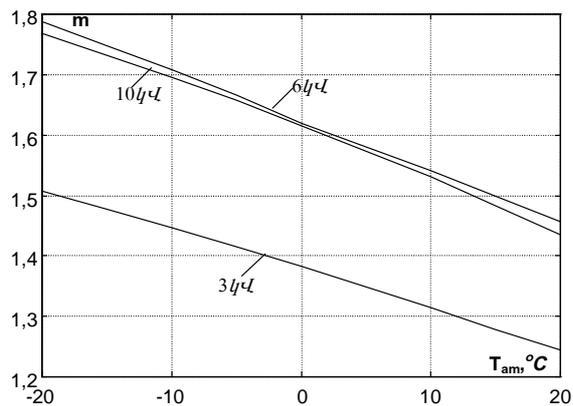
Վերլուծական հետազոտությունների համար ուժային կաբելների համապատասխան ջերմաստիճանի արժեքները վերցվում են աղյուսակ 1-ից (ԳՈՍՏ 18410-73): Այս դեպքում ստանում ենք 1...3, 6, և 10 կՎ ուժային կաբելների համար հոսանքի թողունակության բարձրացման թույլատրելի աստիճանի (m_{per}) կախվածությունը շրջապատող միջավայրի ջերմաստիճանից (ϑ_{am}): Հաշվարկները կատարված են այն դեպքերի համար, երբ ուժային կաբելներն անցնում են օդային միջավայրով (սկ.1), տեղադրված են գրունտում՝ $h=0,7$ մ խորության վրա (սկ.2): Ըստ ԳՈՍՏ 18410-73-ի՝ միջավայրի ջերմաստիճանի արժեքը (T_{am}) ընդունվում է 15 °C, եթե կաբելը տեղադրված է հողում, և 25 °C, եթե այն անցնում է օդով:

Աղյուսակ 1

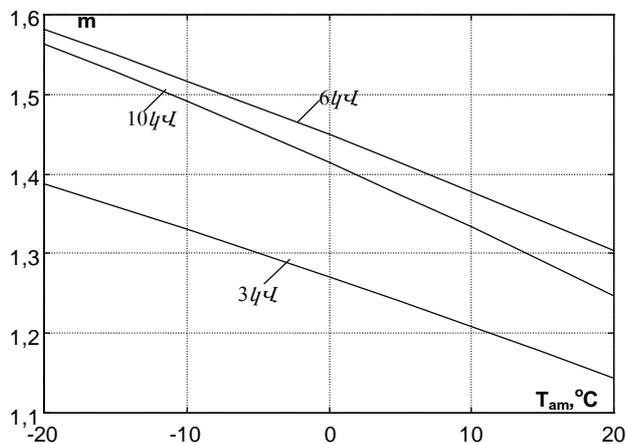
Ջերմաստիճաններն ու ջերմաստիճանային էջքը վթարային և անվանական ռեժիմներում, գրունտում և օդում (համաձայն ԳՈՍՏ 18410-73-ի)

Լարումը, կՎ	Հաղորդչի վթարային ջերմաստիճանը $T_{em}, ^\circ C$	Հաղորդչի անվանական ջերմաստիճանը $T_r, ^\circ C$	Ջերմաստիճանային էջքը գրունտում $\vartheta_r, ^\circ C$	Ջերմաստիճանային էջքը օդում $\vartheta_r, ^\circ C$
1...3	105	80	65	55
6	105	65	50	40
10	90	60	45	35

Ինչպես երևում է նկ.1-ից և 2-ից, կաբելի հոսանքի թողունակության թույլատրելի բարձրացման աստիճանը հակադարձ համեմատական է շրջապատող միջավայրի ջերմաստիճանին. որքան բարձր է շրջապատող միջավայրի ջերմաստիճանը, այնքան փոքր է սահմանային թույլատրելի վթարային հոսանքի ուժի մեծությունը: Գրաֆիկներից հետևում է նաև, որ կորերից ներքև կաբելները թողարկելու դեպքում (անվանական ռեժիմ) դրանք կարելի է թողարկել անընդհատ, իսկ կորերից վերև (հոսանքի թողունակության բարձրացման ռեժիմ) ընդհատ՝ որոշակի տևողությամբ:



Նկ.1. 1...3, 6, 10 կՎ պղնձե միաջիղ ուժային կաբելների ($f=120$ մմ²) հոսանքի թողունակության թույլատրելի բարձրացման աստիճանի կախվածությունը միջավայրի ջերմաստիճանից, երբ կաբելներն անցնում են օդով



Նկ.2. 1...3, 6, 10 կՎ պղնձե միաջիղ ուժային կաբելների ($f =120$ մմ²) հոսանքի թողունակության թույլատրելի բարձրացման աստիճանի կախվածությունը միջավայրի ջերմաստիճանից, երբ կաբելները տեղադրված են գրունտում՝ $h =0,7$ մ խորությամբ

Երբ մեծանում է կաբելների էլեկտրական բեռնվածությունը, հարկ է լինում որոշել վերջիններիս գերբեռնվածության աստիճանը, ինչպես նաև շահագործման թույլատրելի տևողությունը: Միաջիղ ուժային կաբելներում հոսանքի թողունակությունը կաբելի է բարձրացնել թե՛ անվանական, թե՛ հանգստի ռեժիմներից:

Անվանական ռեժիմի դեպքում կաբելների թողարկման ժամանակամիջոցը որոշվում է (2) հավասարումից: Այս դեպքում C_1 ինտեգրալային հաստատունը որոշվում է ($\tau = 0, \vartheta = \vartheta_r$) պայմաններից.

$$c_1 = T_a \ln(I_c^2 R_c - \vartheta_r / S_{eq}): \quad (6)$$

Տեղադրելով C_1 -ի արժեքը (2) հավասարման մեջ և հաշվի առնելով, որ $I_c = I_{em}, \vartheta = \vartheta_{em} = T_{em} - T_{am}$, ստանում ենք.

$$\tau = -T_a \ln\left[\frac{m^2 - \vartheta/\vartheta_r}{m^2 - 1}\right]: \quad (7)$$

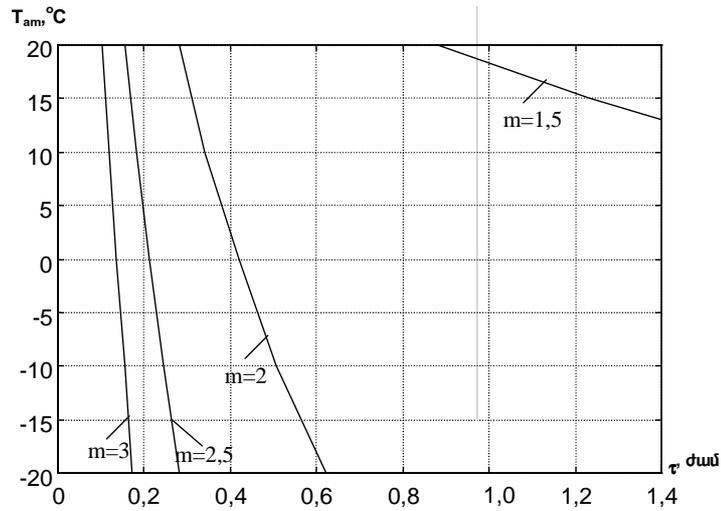
Աղյուսակ 2-ում բերված են 1...3, 6, 10 կՎ լարման թղթայուղային ուժային կաբելների ժամանակի հաստատունի (T_a) արժեքները՝ կախված ջրի նյութի տեսակից և տեղադրման միջավայրից [2,3]:

Աղյուսակ 2

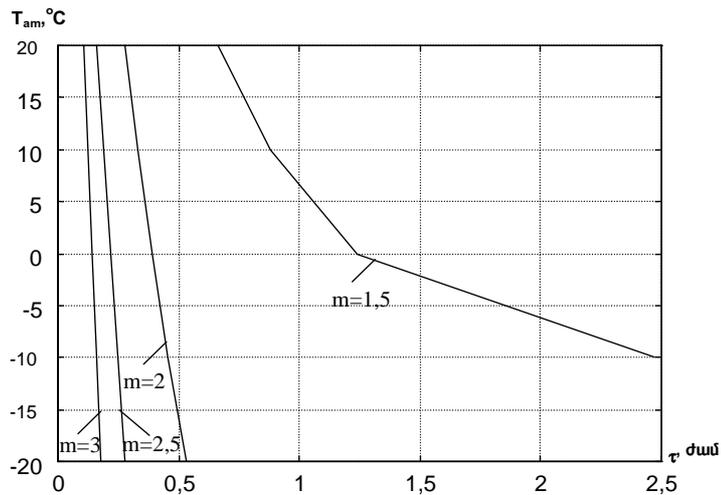
Թողարկման ժամանակի հաստատունի արժեքները միաջիղ թղթայուղային մեկուսացումով ուժային կաբելներում

Կաբելի լարումը, կՎ	Կաբելի կտրվածքի մակերեսը, մմ ²	Այլումինե ջղով կաբելներ		Պղնձե ջղով կաբելներ	
		Հողում T_a (ժամ)	Օդում T_a (ժամ)	Հողում T_a (ժամ)	Օդում T_a (ժամ)
1...3	50	0.317	0.210	0.402	0.274
	70	0.332	0.221	0.445	0.307
	95	0.348	0.234	0.494	0.346
	120	0.382	0.263	0.563	0.403
6	50	0.328	0.190	0.426	0.228
	70	0.343	0.191	0.472	0.325
	95	0.360	0.203	0.524	0.367
	120	0.395	0.228	0.597	0.427
10	50	0.362	0.174	0.474	0.230
	70	0.379	0.184	0.525	0.258
	95	0.398	0.194	0.583	0.291
	120	0.437	0.218	0.664	0.339

Օգտվելով (T_a)-ի արժեքից՝ (7) արտահայտությամբ որոշում ենք կաբելների՝ հոսանքի թողունակության բարձրացման թույլատրելի աստիճանից կախված շահագործման ժամանակամիջոցը՝ տարբեր միջավայրերի (օդ, գրունտ) դեպքում (նկ. 3 և 4):



Նկ.3. 10 կՎ պղնձե միաջիղ ուժային կաբելների ($f=120$ մ/վ) թողարկման ժամանակամիջոցի կախվածությունը շրջապատող միջավայրի ջերմաստիճանից, երբ կաբելներն անցնում են օդով



Նկ.4. 10 կՎ պղնձե միաջիղ ուժային կաբելների ($f=120$ մ/վ) թողարկման ժամանակամիջոցի կախվածությունը շրջապատող միջավայրի ջերմաստիճանից, երբ կաբելները տեղադրված են գրունտում՝ 0,7 մ խորությամբ

Երբ կաբելի ջերմաստիճանը գերազանցում է կրիտիկական արժեքը, այն անհրաժեշտ է անջատել: Այդ դեպքում կաբելի հովացման հաշվեկշիռը կաբելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով.

$$\left(-\partial/S_{eq}\right)d\tau = C_{eq} d\vartheta, \quad (8)$$

որի ինտեգրումից ստանում ենք՝

$$\tau = -T_a \ln(\vartheta/\vartheta_{em}): \quad (9)$$

(9) հավասարումը հնարավորություն է տալիս որոշելու կարելների հովացման անհրաժեշտ ժամանակամիջոցը մինչև հանգստի ռեժիմ (ϑ -ն ձգտում է միջավայրի ջերմաստիճանի արժեքին): Նույն հավասարումը կարելի է կիրառել նաև հովացման համար, երբ այն կատարվում է մինչև անվանական ռեժիմ ($\vartheta = \vartheta_r$):

Ուսումնասիրությունը կատարվել է գրունտում տեղադրված, հատույթի 120 մմ² մակերես ունեցող 10 կՎ պղնձե միաշիղ ուժային կարելի համար, որի տաքացման և հովացման գործընթացների բնութագրերը բերված են նկ. 5-ում: Կորերը ցույց են տալիս, որ կարելի տաքացման և հովացման գործընթացի ընդհանուր տևողությունը (երբ $m(2)$ կազմում է.

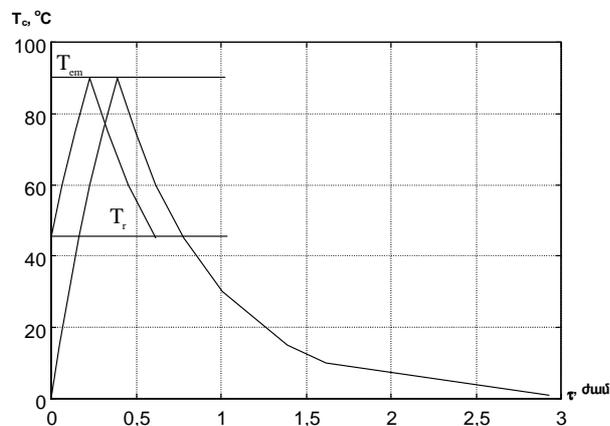
Գրունտում տեղադրված կարելի համար.

- անվանական ռեժիմից՝ $\tau = 0,62$ ժամ,
- հանգստի ռեժիմից՝ $\tau \approx 3$ ժամ:

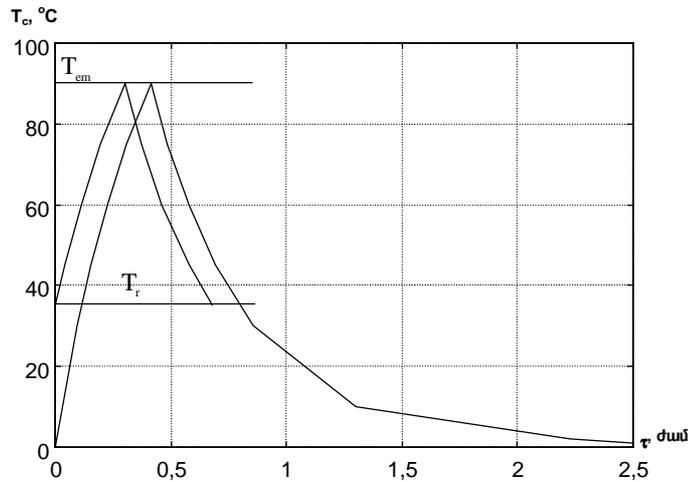
Օդով անցնող կարելի համար (նկ.6)

- անվանական ռեժիմից՝ $\tau = 0,68$ ժամ,
- հանգստի ռեժիմից՝ $\tau \approx 2,4$ ժամ:

Այսպիսով, բերված կորերը հնարավորություն են տալիս որոշել կարելների շահագործման տևողությունը գերբեռնավորված էլեկտրական ցանցերում, հետևաբար, խուսափել կարելների խափանումներից:



Նկ.5. Հանգստի և անվանական ռեժիմներում 10 կՎ պղնձե միաշիղ ուժային կարելների տաքացման և հովացման ցիկլերը, երբ կարելները տեղադրված են գրունտում՝ $m=2$ և $T=0$ °C



Նկ.6. Հանգստի և անվանական ռեժիմներում 10 կՎ պղնձե միաօղի ուժային կաբելների տաքացման և հովացման ցիկլերը, երբ կաբելներն անցնում են օդով՝ $m = 2$ և $T = 0$ °C

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Уиди. Б.** Кабельные линии высокого напряжения. –М.: Энергоатомиздат, 1983. -232 с.
2. **Привезенцева В. А.** Основы кабельной техники. –М.: Энергия, 1975. -472 с.
3. Справочник по климату СССР. Вып.16. –Л.: Гидрометеиздат, 1966. –212 с.

“Էներգետիկայի ինստիտուտ” ՓԲԸ: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 03.05.2001:

**Դ. Ս. ՆԵՐՏԵՏՅԱՆ, Զ. Մ. ՄԻՐՅԱԲԵԿՅԱՆ, Լ. Ս. ՕԳԱՆԵՏՅԱՆ,
Տ. Գ. ՆԵՐՏԻՏՅԱՆ**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРОКА ЭКСПЛУАТАЦИИ ОДНОЖИЛЬНЫХ КАБЕЛЕЙ В ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ

Проведено исследование одножильных силовых кабелей при эксплуатации в режиме перегрузки и повышении степени пропускемости различных токов. Установлены сроки их эксплуатации.

**G. S. NERSESSYAN, G.M. MIRZABEKYAN, L.S. HOVHANNISSYAN,
S. G. NERSISSYAN**

DETERMINING THE OPERATING DURATION FOR ONE-PHASE POWER CABLES DEPENDING ON CURRENT TRANSMISSION INCREASE LEVEL

One-phase power cables in overload regimes have been studied and operating duration has been determined for various current transmission increase level.

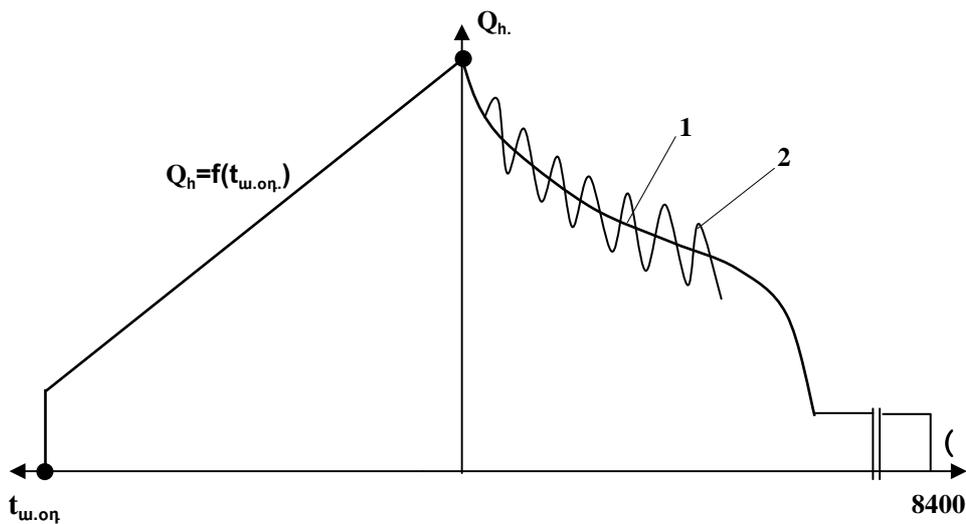
Ս.Ռ. ՊԱՊԻԿՅԱՆ

ՋԵՌՈՒՑՄԱՆ ՋԷԿ-ԵՐԻՑ ԱՌԱՔՎՈՂ ՋԵՐՄԱՔԱՆԱԿԻ ՈՐՈՇՄԱՆ
ՃՇԳՐՏՎԱԾ ՄԵԹՈՂ

Առաջարկվում է ջեռուցման/ ՋԷԿ-երից ջերմության առաքման ռեժիմների ուսումնասիրությունն իրականացնել՝ հաշվի առնելով տվյալների անորոշությունը: Ստացվում են երկու՝ նորմատիվային և փաստացի միջակայքեր: Հաշվարկի արդյունքները նույնպես ստացվում են միջակայքերի տեսքով:

Առանցքային բառեր. ջեռուցման ՋԷԿ, ջերմաստիճան, ջերմային բեռնվածություն, միջակայք:

Ինչպես հայտնի է, ջեռուցման համար նախատեսվող ջերմային էներգիայի քանակությունը էականորեն կախված է արտաքին օդի ջերմաստիճանից և փոփոխվում է $Q_h = f(t_{w,օդ})$ գրաֆիկին համապատասխան (նկ. 1):



Նկ.1. Տարեկան ջերմասպառման գրաֆիկն ըստ տևողության

Պատկերված տարեկան ջերմասպառումը բնութագրվում է $Q_h = f(t)$ գրաֆիկով և ունի ինչ-որ անորոշություն:

Ներկայումս ջեռուցման ՋԷԿ-երից ջերմության առաքումն ըստ գոյություն ունեցող մեթոդիկայի իրականացվում է արտաքին օդի կանխատեսվող միջին օրական ջերմաստիճանից կախված՝ տրված $Q_h = f(t_{w,օդ})$ նորմատիվային բնութագրի համապատասխան: Իրականում նախօրոք տրված բնութագրերը մի շարք գործոնների (կանխատեսման ճշտություն, չափիչ-ստուգիչ սարքավորումների սխալանք, բնակլիմայական՝(արևի և քամու էներգիաներ)

ազդեցության հետևանքով միանշանակ չեն համապատասխանում իրական պահանջարկին: Բնութագրի (կոր 1) հետ համեմատած՝ իրական պահանջարկը բնութագրվում է այլ օրինաչափությամբ (կոր 2): Այն կոր 1-ի յուրաքանչյուր կետում ունի փոփոխական բնույթ (նկ. 1, կոր 2): Մշակվել է մեթոդիկա, որը հնարավորություն է տալիս հաշվի առնել վերը նշված գործոնները և համեմատությունը կատարել միջակայքերի տեսքով:

Բնութագրերի միջոցով ստացված արդյունքները երբեք չի կարելի դիտարկել որպես դետերմինացված, քանի որ իրական մեծության նկատմամբ ունեցած շեղումը, չնայած կարող է լինել փոքր, համարվում է անորոշ [1-4]: Հետևաբար, այդ մեծություններն անհրաժեշտ է ներկայացնել միջակայքերի ձևով՝ հաշվի առնելով ելակետային տվյալների անորոշությունը: Խնդրի այսպիսի դրվածքը ճիշտ կարտահայտի գոյություն ունեցող վիճակը և հնարավորություն կտա ճշգրտորեն որոշել և կանխատեսել ՋԷԿ-երի ցուցանիշները, լավարկել աշխատանքային ռեժիմները և պարամետրերը, ինչպես նաև կանխատեսել վառելիքի պահեստավորման և օգտագործման չափը:

Այդ իսկ պատճառով, առաջարկվող մեթոդիկայում ելակետային տվյալների անորոշությունը գնահատվում է փաստացի և նորմատիվային ցուցանիշների համեմատությամբ, որն անտարակույս հնարավորություն կտա ստանալ ջեռուցման ՋԷԿ-ի ջերմային շահավետության ցուցանիշները՝ միջակայքերի ձևով, ջերմության բաց թողման փոփոխական ռեժիմների վերլուծության հիման վրա: Բացի դրանից, շուկայական տնտեսվարության հետ կապված, կարևորվում է սպառողին անհրաժեշտ քանակությամբ ջերմային էներգիայի առաքման հարցը: Առաջարկվող մեթոդիկայի կիրառման դեպքում ստացվում է կարգավորվող սպառում:

Հաշվարկի մեթոդիկան հետևյալն է.

- որոշվում է արտաքին օդի փաստացի ջերմաստիճանի բնութագիրն ըստ տևողության (ջերմաստիճանային բնութագիր)՝ $\tau = f(t_{u, \text{օդ}})$, տվյալ ամսվա համար,
- նորմատիվային բնութագիրը՝ $Q_h = f(t_{u, \text{օդ}})$, որոշվում է ելակետային տվյալների հիման վրա՝ գումարելով տարբեր տեսակի սպառողների ժամային-ջերմային բեռնվածությունները արտաքին օդի ջերմաստիճանի չորս մեծությունների համար (ջեռուցման և օդափոխության հաշվարկային ջերմաստիճան, ջերմաստիճանային գրաֆիկի խզման կետ և ջեռուցման շրջանի միացման և անջատման ջերմաստիճան): Այս բնութագիրն ունի անորոշություն՝ պայմանավորված հաշվարկային ջերմային բեռնվածությամբ, նրա կառուցվածքով, արտաքին օդի ջերմաստիճանով, այդ իսկ պատճառով էլ ներկայացվում է միջակայքի տեսքով: Սկզբում հաշվարկվում է փաստացի առաքված ջերմային էներգիայի մեծության՝ գրաֆիկականից շեղման չափը՝

$$\delta = \frac{Q_{\Phi} - Q_{\text{գր}}}{Q_{\text{գր}}} 100\%, \quad (1)$$

որտեղ Q_{Φ} -ն փաստացի առաքված միջին օրական ջերմային էներգիայի քանակն է, $Q_{\text{գր}}$ -ը միջին օրական ջերմային էներգիայի քանակն է (գրաֆիկին համապատասխան):

Եթե $\delta > 0$, ապա Q_Φ մեծությունը գտնվում է բնութագրից բարձր, հետևաբար՝ ավելի շատ ջերմային էներգիա է առաքվել, քան պահանջվում է ըստ գրաֆիկի: Եթե $\delta < 0$, ապա այն գտնվում է բնութագրի ստորին մասում: Որոշվում են միջակայքի վերին և ստորին սահմանները (0 և 0 համար՝ որպես միջին թվաբանական շեղում):

$$\delta_{\text{միջ}} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{n}, \quad (2)$$

որտեղ n -ը ամսվա այն օրերի թիվն է, որի դեպքում $\delta > 0$ կամ $\delta < 0$:

Ջերմային էներգիայի առաքման ամսական փաստացի միջակայքի ստացման համար մշակում ենք միջին օրական վիճակագրական տվյալները: Ստացված միջին օրական ջերմային բեռնվածության մեծությունները բաշխվում են արտաքին օդի միջին օրական ջերմաստիճանի անկման ձևով՝ սկսած նվազագույն ջերմաստիճանից: Այսպիսով, ամսական փաստացի բնութագրի կառուցման դեպքում ջերմության ՋԷԿ-ից առաքված փաստացի ջերմային բեռնվածությունները հարաբերվում են միջին օրական արտաքին օդի ջերմաստիճանի մեծությանը հաշվի առնելով նրա տևողությունը: Փաստացի ցուցանիշների անորոշությունը որոշվում է հիմնականում չափման սխալի չափով: Ինտեգրելով $Q_\Phi = f(\theta)$ բնութագրի տակ գտնվող մակերեսը, ստանում ենք ՋԷԿ-ից առաքված ամսական փաստացի ջերմային էներգիայի քանակը:

Ինտեգրումը կատարվում է Միմպսոնի մեթոդով [1]: $Q_\Phi = f(\theta)$ կորի տակ գտնվող մակերեսն էլ հենց ամսվա ընթացքում ՋԷԿ-ից առաքված ջերմային էներգիայի քանակն է:

$$\bar{Q}_\Phi = \int_0^{\tau_{\text{ամիս}}} \bar{Q}_\Phi d\tau = \sum_{j=1}^t \frac{\bar{Q}_{\Phi_j} + \bar{Q}_{\Phi_{j+1}}}{2} (\tau_{j+1} - \tau_j): \quad (3)$$

Համանման ձևով ստացվում են նորմատիվային միջակայքի վերին և ստորին կորի տակ գտնվող մակերեսների մեծությունները, որոնք ինտեգրելով կստանանք.

$$\bar{Q}_G = \int_0^{\tau_{\text{ամիս}}} \bar{Q}_G d\tau = \sum_{j=1}^t \frac{\bar{Q}_{G_j} + \bar{Q}_{G_{j+1}}}{2} (\tau_{j+1} - \tau_j), \quad (4)$$

$$\underline{Q}_G = \int_0^{\tau_{\text{ամիս}}} \underline{Q}_G d\tau = \sum_{j=1}^t \frac{\underline{Q}_{G_j} + \underline{Q}_{G_{j+1}}}{2} (\tau_{j+1} - \tau_j), \quad (5)$$

$$\underline{Q}_\Phi = \int_0^{\tau_{\text{ամիս}}} \underline{Q}_\Phi d\tau = \sum_{j=1}^t \frac{\underline{Q}_{\Phi_j} + \underline{Q}_{\Phi_{j+1}}}{2} (\tau_{j+1} - \tau_j): \quad (6)$$

Այսպիսով, ստանում ենք երկու միջակայք՝ փաստացի և նորմատիվային: Հնարավոր է համեմատության երեք տարբերակ:

1. Փաստացի միջակայքը գտնվում է նորմատիվային միջակայքի ներսում: Սա լավագույն տարբերակն է, քանի որ այս դեպքում կայանն առաքել է անհրաժեշտ քանակի ջերմային էներգիա:

2. Փաստացի միջակայքը գտնվում է նորմատիվային միջակայքից ավելի բարձր: Այս պարագայում կարող ենք միանշանակ ասել, որ կայանն առաքել է պահանջվածից ավելի շատ ջերմային էներգիա:

3. Նորմատիվային միջակայքը գտնվում է փաստացի միջակայքից բարձր: Բնական է, որ այս դեպքում, նորմատիվայինի հետ համեմատած, ավելի քիչ էներգիա է առաքվել:

Առաջարկվող մեթոդիկան դիտարկենք Հրազդանի ՋԷԿ-ից առաքվող ջերմային էներգիայի ռեժիմների վերլուծության համար:

Ընդ որում, աղյուսակում բերված նորմատիվային և փաստացի տվյալների միջև հսկայական տարբերությունը պայմանավորված է ջերմային ցանցերում ջերմության փաստացի մեծ կորուստների, ջերմային սպառիչների քանակի նվազման և այլ տեխնիկական, տնտեսական խնդիրների հետ: Տվյալ դեպքում օրինակն ընտրված է միայն ցույց տալու համար մեթոդիկայի օգտագործման կարգը:

Ուսումնասիրությունները կատարվել են 1997թ. հունվար ամսվա տվյալներով: Հաշվարկի արդյունքներն ամփոփված են աղյուսակում:

Աղյուսակ

Հրազդանի ՋԷԿ-ից առաքված փաստացի, նորմատիվային ջերմային էներգիայի վերլուծության արդյունքները

<i>Ցուցանիշները</i>	<i>Հունվար</i>
Ամսական առաքված ջերմային էներգիայի քանակությունը, $\times 10^3$ ԳՋ դետերմինացված տարբերակ - նորմատիվային - փաստացի	90,1 161,3
Միջակայքային վերլուծության դեպքում, $\times 10^3$ ԳՋ - նորմատիվային - փաստացի	90,1 - 102,2 159,7-162,9
Ջերմային էներգիայի գերաժախսը, $\times 10^3$ ԳՋ (%) - դետերմինացված տարբերակ - միջակայքային տարբերակ	71,2 (44,0) 57,5 - 72,8

Աղյուսակից երևում է, որ դետերմինացված եղանակով համեմատության դեպքում նորմատիվային և փաստացի ամսական ջերմային էներգիայի քանակները կազմում են համապատասխանաբար $90,1 \times 10^3$ ԳՋ և $161,3 \times 10^3$ ԳՋ: Միջակայքային եղանակով վերլուծության ժամանակ արդյունքները ստացվում են միջակայքերի տեսքով:

Այսպիսով, ջեռուցման ՋԷԿ-ից ջերմային էներգիայի առաքման ռեժիմների ցուցանիշների վերլուծությունը նպատակահարմար է իրականացնել միջակայքերի մեթոդով, որովհետև այս ձևով հնարավոր է հաշվի առնել ելակետային տվյալների անորոշությունը: Ցանկալի և անհրաժեշտ է միջակայքերի միջոցով որոշել նաև ՋԷԿ-ի ջերմային շահավետության մյուս ցուցանիշները. վառելիքի տեսակարար ծախսը, էլեկտրական էներգիայի արտադրությունը ջերմային էներգիայի բազայի վրա:

Առաջարկվող մեթոդիկական հնարավորություն է տալիս լուծել ջերմային էներգիայի պլանավորման հարցը, վարել սակագնային ճիշտ քաղաքականություն, գոյություն ունեցող կոշտ թվերից անցում կատարել սահուն թվերին, ճշգրիտ գնահատել սպառողին տրված ամսական ջերմային էներգիայի քանակը և ջեռուցման շրջանի վերջում կատարել վերահաշվարկ: Այն հնարավորություն կտա կանոնավորել և կարգավորել ջերմային էներգիայի առաքման ռեժիմները: Մեթոդիկական ներդրվել է Մոսկվայի էներգահամակարգում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. **Аршакян Д.Т.** Оптимизация теплоснабжающей системы в различных климатических условиях.-Ереван: Айастан, 1980.- 284 с.
2. **Папикян С.Р.** Развитие методов исследования режимов работы теплофикационных турбин//Изв. АН АрмССР. Сер.ТН. - 1990.-Т.ХІІІ, №1.- С.21-24.
3. **Папикян С.Р.** Совершенствование метода планирования и анализа показателей систем теплоснабжения // Тез. докл. Всесоюз. сов. "Повышение надежности систем теплоснабжения". - М., 1988.-С.11.
4. **Попырин Л.С.** Оптимизация энергетических объектов в условиях неполноты исходной информации //Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.-1974.-N4.-С.20-30.

“Էներգետիկայի ինստիտուտ” ՓԲԸ: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 06.06.2001:

С.Р. ПАПИКЯН

УТОЧНЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОТПУСКА ТЕПЛОТЫ ОТ ОТОПИТЕЛЬНЫХ ТЭЦ

Предлагается произвести исследование режимов отпуски теплоты отопительных ТЭЦ с учетом неопределенности информации. Получаются два интервала - нормативный и фактический. Результаты расчета получаются в виде интервала.

S.R. PAPIKYAN

PRECISE DETERMINATION METHOD OF HEAT OUTLET FROM HEATING HPP

The investigation of heat outlet regimes from heating HPP is proposed to carry out, taking into consideration the uncertainty of information. There will be two intervals; normative and factual. The results of calculations will also be obtained as intervals.

К.В. ХАЧАТРЯН

КОРРЕКЦИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ P-U ТИПЕ СТАНЦИОННЫХ УЗЛОВ

Предлагается метод коррекции функционирующего установившегося режима при изменении исходной информации относительно активных параметров ЭЭС.

Ключевые слова: режим, параметр, матрица, модель, информация, узел, мощность, коррекция, система, функция.

Задача расчета установившегося режима электроэнергетической системы (ЭЭС) и его коррекция являются взаимосвязанными [1-9]. Коррекция режима сводится к уточнению функционирующего установившегося режима, когда изменяется исходная информация либо относительно пассивной части [1], либо активной [8] ЭЭС.

Целью настоящей работы является коррекция установившегося режима при P-U типе станционных узлов, т.е. когда относительно станционных узлов задаются активные мощности и модули комплексных напряжений.

В [5,9] показана высокая маневренность при пользовании Y-Z типа систем нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС, применяемых в настоящей работе.

Для решения задачи коррекции установившегося режима ЭЭС рассматриваются следующие типы систем нелинейных алгебраических уравнений, приведенных в [7]:

$$\begin{cases} \text{— для } Y(Z) \text{ блока независимых станционных узлов с индексами } m(n): \\ \left\{ \begin{aligned} P_m &= P_{Bm} + \sum_{n=1}^{\Gamma} U_m [g_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})] U_n, \\ Q_m &= Q_{Bm} + \sum_{n=1}^{\Gamma} U_m [g_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) + b_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})] U_n; \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (1)$$

— для Z(Y) блока нагрузочных узлов с индексами k(ℓ):

$$\begin{cases} \left\{ \begin{aligned} P_k &= P_{Bk} + \sum_{\ell=\Gamma+1}^M [R_{k,\ell} (I'_k I'_\ell + I''_k I''_\ell) + X_{k,\ell} (I''_k I'_\ell - I'_k I''_\ell)] U_n, \\ Q_k &= Q_{Bk} - \sum_{\ell=\Gamma+1}^M [R_{k,\ell} (I''_k I'_\ell - I'_k I''_\ell) - X_{k,\ell} (I'_k I'_\ell + I''_k I''_\ell)] U_n. \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (2)$$

Выражения P_{Bm} , Q_{Bm} и P_{Bk} , Q_{Bk} приведены в [7] в виде (3), (4) и (5), (6) соответственно.

Представим системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима (1) и (2) в виде

$$\begin{cases} \Phi_{pm} = P_m - [P_{Бm} + \varphi_{pm}(U_n; \Psi_{Un})] = 0, \\ \Phi_{qm} = Q_m - [Q_{Бm} + \varphi_{qm}(U_n; \Psi_{Un})] = 0; \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \Phi_{pk} = P_k - [P_{Бk} + \varphi_{pk}(I'_\ell; I''_\ell)] = 0, \\ \Phi_{qk} = Q_k - [Q_{Бk} + \varphi_{qk}(I'_\ell; I''_\ell)] = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\begin{cases} \varphi_{pm}(U_n, \Psi_{Un}) = \sum_{n=1}^{\Gamma} U_m [g_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})] U_n, \\ \varphi_{qm}(U_n, \Psi_{Un}) = \sum_{n=1}^{\Gamma} U_m [g_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) - b_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})] U_n; \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \varphi_{pk}(I'_\ell, I''_\ell) = \sum_{\ell=\Gamma+1}^M [R_{k,\ell}(I'_k, I'_\ell + I''_k, I''_\ell) + X_{k,\ell}(I''_k, I'_\ell - I'_k, I''_\ell)], \\ \varphi_{qk}(I'_\ell, I''_\ell) = - \sum_{\ell=\Gamma+1}^M [R_{k,\ell}(I''_k, I'_\ell - I'_k, I''_\ell) - X_{k,\ell}(I'_k, I'_\ell + I''_k, I''_\ell)]. \end{cases} \quad (6)$$

Пользуясь понятиями векторов состояния X , управления U и возмущения W , как это сделано в [8], можно написать:

$$[X] = \left[\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} P \\ Q \end{array} \right\} \text{ для базисного (балансирующего) станционного узла} \\ \text{типа } U - \Psi_U; \\ \left. \begin{array}{l} Q \\ \Psi \end{array} \right\} \text{ для независимых станционных узлов типа } P - U; \\ \left. \begin{array}{l} I'_{Z(Y)} \\ I''_{Z(Y)} \end{array} \right\} \text{ для системы нелинейных алгебр. уравнений} \\ \text{установившегося режима } Z(Y) \text{ блока с индексами } k(\ell). \end{array} \right], \quad (7)$$

$$[U] = \left[\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} U_0 \\ \Psi_{U0} \end{array} \right\} \text{ для базисного (балансирующего) станционного узла} \\ \text{типа } U - \Psi_U; \\ \left. \begin{array}{l} P \\ U \end{array} \right\} \text{ для независимых станционных узлов типа } P - U; \\ \left. \begin{array}{l} U'_{m(n)} \\ U''_{m(n)} \end{array} \right\} \text{ для системы нелинейных алгебр. уравнений} \\ \text{установившегося режима типа } Z(Y) \text{ с индексами } k(\ell); \end{array} \right], \quad (8)$$

$$[W] = \left[\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} P \\ Q \end{array} \right\} \text{ для нагруз. узлов типа } P-Q; \\ \left. \begin{array}{l} I'_{Y(Z)} \\ I''_{Y(Z)} \end{array} \right\} \text{ для системы нелинейных алгебр. уравнений} \\ \text{установившегося режима } Y(Z) \text{ блока с индексами } \ell(k). \end{array} \right]. \quad (9)$$

При этом системы уравнений $Y(Z)$ и $Z(Y)$ блоков (1) и (2) соответственно можно представить в виде следующих векторных уравнений:

$$\Phi_{Y(Z)}(X, U; W) = 0, \quad (10)$$

$$\Phi_{Z(Y)}(X, U; W) = 0. \quad (11)$$

В каждом векторном уравнении (10) и (11) X, U, W имеют свои соответствующие компоненты согласно (7)-(9).

Если векторы U и W получают соответственно приращения ΔU и ΔW , то приращение на ΔX получает также X , и в результате уравнения (10) и (11) принимают вид

$$\Phi_{Y(Z)}(X^P + \Delta X, U^0 + \Delta U; W^0 + \Delta W) = 0, \quad (12)$$

$$\Phi_{Z(Y)}(X^P + \Delta X, U^0 + \Delta U; W^0 + \Delta W) = 0, \quad (13)$$

где X^P - вектор состояния в точке решения при заданных U^0 и W^0 .

Разлагая (12) и (13) в ряд Тейлора, пренебрегая членами с частными производными второго и высших порядков, получим

$$\Delta X_{Y(Z)} = S_{Y(Z)}^U \Delta U_{Y(Z)} + S_{Y(Z)}^W \Delta W_{Y(Z)}, \quad (14)$$

$$\Delta X_{Z(Y)} = S_{Z(Y)}^U \Delta U_{Z(Y)} + S_{Z(Y)}^W \Delta W_{Z(Y)}. \quad (15)$$

В выражениях (14), (15):

$$S_{Y(Z)}^U = - \left(\frac{\partial \Phi_{Y(Z)}}{\partial X} \right)^{-1} \frac{\partial \Phi_{Y(Z)}}{\partial U}, \quad (16)$$

$$S_{Y(Z)}^W = - \left(\frac{\partial \Phi_{Y(Z)}}{\partial X} \right)^{-1} \frac{\partial \Phi_{Y(Z)}}{\partial W}, \quad (17)$$

$$S_{Z(Y)}^U = - \left(\frac{\partial \Phi_{Z(Y)}}{\partial X} \right)^{-1} \frac{\partial \Phi_{Z(Y)}}{\partial U}, \quad (18)$$

$$S_{Z(Y)}^W = - \left(\frac{\partial \Phi_{Z(Y)}}{\partial X} \right)^{-1} \frac{\partial \Phi_{Z(Y)}}{\partial W}. \quad (19)$$

Обратные матрицы в левых частях (16)-(19) являются обращенными матрицами Якоби, которые возникают в соответствующих рекуррентных выражениях при решении систем нелинейных векторных уравнений установившегося режима ЭЭС (10), (11) или (3), (4) методом первого порядка или Ньютона Рафсона.

Это свидетельствует о том, что, действительно, коррекция установившегося режима ЭЭС сводится к уточнению функционирующего установившегося режима при изменении исходной информации относительно U и W .

Из (7) можно заметить, что искомыми режимными параметрами для независимых станционных узлов типа P-U являются реактивные мощности Q и аргументы Φ_U комплексных напряжений. С другой стороны, из вторых уравнений (3) и (5) можно также заметить, что для определения реактивных мощностей достаточно иметь аргументы комплексных напряжений независимых станционных узлов.

При этом для определения указанных аргументов достаточно пользоваться только первыми уравнениями из (3) и (5). Расчетная система нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС принимает вид

$$\Phi_{pm}(P_m, U_n, \Psi_{un}) = P_m - [P_{Am} + \phi_{pm}(U_n, \Psi_{un})], \quad (20)$$

$$\begin{cases} \Phi_{pk}(P_k, I'_\ell, I''_\ell) = P_k - [P_{Bk} + \phi_{pk}(I'_\ell, I''_\ell)], \\ \Phi_{qk}(Q_k, I'_\ell, I''_\ell) = Q_k - [Q_{Bk} + \phi_{qk}(I'_\ell, I''_\ell)]. \end{cases} \quad (21)$$

Рекуррентное выражение для решения системы (20) представляется в виде

$$[\Psi_{Um}]^{I+1} = [\Psi_{Um}]^I - \left[\frac{\partial \Phi(\Psi)}{\partial \Psi_{Un}} \right]^{-1} \cdot [\Phi_{pm}], \quad (22)$$

а для решения (21):

$$\begin{bmatrix} I'_k \\ I''_k \end{bmatrix}^{I+1} = \begin{bmatrix} I'_k \\ I''_k \end{bmatrix}^I - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I'_\ell} & \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I''_\ell} \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I'_\ell} & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I''_\ell} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_{pk} \\ \Phi_{qk} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

где I - номер итерации.

Частные производные, входящие в матрицу Якоби рекуррентного выражения (22), определяются формулами (20)-(24), приведенными в [7], а выражение (23) - формулами (36)-(39), приведенными в [3].

В силу (22) и (23), пользуясь (7)-(9), относительно (14) и (15) можно написать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} [\Delta \Psi_{Um}] = & - \left[\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{Un}} \right]^{-1} \cdot \left[\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial P_n} \right] \cdot [\Delta P_m] - \left[\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{Un}} \right]^{-1} \times \\ & \times \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial I'_\ell} & \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial I''_\ell} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta I'_{k,Y(Z)} \\ \Delta I''_{k,Y(Z)} \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta I'_{k,Z(Y)} \\ \Delta I''_{k,Z(Y)} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I'_\ell} & \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I''_\ell} \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I'_\ell} & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I''_\ell} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial U'_n} & \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial U''_n} \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial U'_n} & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial U''_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U'_m \\ \Delta U''_m \end{bmatrix} - \\ &- \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I'_\ell} & \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I''_\ell} \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I'_\ell} & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I''_\ell} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial P_\ell} & \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial Q_\ell} \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial P_\ell} & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial Q_\ell} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (25)$$

Если предположить, что приращение получают только компоненты вектора W , искомые режимные параметры скорректированного установившегося режима ЭЭС определяются в виде

$$[\Psi_{Um}]^H = [\Psi_{Um}]^\Phi - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{Un}} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial I'_\ell} & \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial I''_\ell} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta I'_{k,Y(Z)} \\ \Delta I''_{k,Y(Z)} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} I'_{k,Z(Y)} \\ I''_{k,Z(Y)} \end{bmatrix}^H = \begin{bmatrix} I'_{k,Z(Y)} \\ I''_{k,Z(Y)} \end{bmatrix}^\Phi - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I'_\ell} & \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I''_\ell} \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I'_\ell} & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I''_\ell} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial P_\ell} & \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial Q_\ell} \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial P_\ell} & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial Q_\ell} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta Q_k \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Следует отметить, что частные производные $\partial \Phi_{pm} / \partial I'_\ell$, $\partial \Phi_{pm} / \partial I''_\ell$ определяются на основании аналитического выражения (20):

$$\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial I'_\ell} = - \sum_{\ell=\Gamma+1}^M (A'_{m,\ell} \cos \Psi_{Um} + A''_{m,\ell} \sin \Psi_{Um}) U_m, \quad (28)$$

$$\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial I''_\ell} = - \sum_{\ell=\Gamma+1}^M (A'_{m,\ell} \sin \Psi_{Um} - A''_{m,\ell} \cos \Psi_{Um}) U_m, \quad (29)$$

а частные производные, входящие во вторую матрицу (27), - на основании следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial P_\ell} &= \begin{cases} 1 & \text{при } \ell = k; \\ 0 & \text{при } \ell \neq k; \end{cases} & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial Q_\ell} &= \begin{cases} 1 & \text{при } \ell = k; \\ 0 & \text{при } \ell \neq k; \end{cases} \\ \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial Q_\ell} &= \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial P_\ell} = 0 & \text{для всех } k \text{ и } \ell. \end{aligned} \quad (30)$$

В выражениях (26), (27) H - новый, Φ - функционирующий установившиеся режимы.

Для решения численных практических задач в обобщенной форме можно предложить следующий вычислительный алгоритм.

1. Осуществляя расчет текущего установившегося режима с помощью рекуррентных выражений (22) и (23), получают матрицы Якоби с численными элементами, которые входят также в (24) и (25).
2. Устанавливаются численные значения элементов других квадратных матриц, входящих в правую часть выражений (24) и (25).
3. Согласно постановке задач, устанавливая численные значения приращений ΔP_k и ΔQ_k , определяются численные значения приращений составляющих комплексных токов нагрузочных узлов – $\Delta I'_{k,Y(Z)}$ и $\Delta I''_{k,Y(Z)}$.
4. На основании (27) устанавливаются численные значения $I'_{kZ(Y)}^H$ и $I''_{kZ(Y)}^H$ составляющих комплексных токов нагрузочных узлов, а на основании (26) – численные значения аргументов составляющих комплексных напряжений станционных узлов – Ψ_{Um} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А.** Метод коррекции установившихся режимов электрических систем // Электричество.- 1987.- № 3.- С.6-14.
2. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А.** Развитие гибридного метода расчета установившегося режима электрической системы // Электричество .- 1991.- № 1.-С.6-13.
3. **Хачатрян В. С., Бадалян Н. П., Тамразян М. Г., Гулян А. Г.** Решение систем гибридных уравнений установившегося режима ЭЭС при смешанном типе станционных узлов // Изв. НАН и ГИУА. Сер. ТН.-2001.- Т. 54,№ 2.- С. 210-217.
4. **Хачатрян В. С., Бадалян Н. П.** Решение (Y-Z)-уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом декомпозиции // Изв. НАН и ГИУА. Сер. ТН.-1997.-Т. 50, № 2.-С. 96-103.
5. **Хачатрян В. С., Бадалян Н. П., Хачатрян К. В., Маргарян К. К.** Метод коррекции Y-Z расчетной матрицы электроэнергетической системы // Изв. НАН и ГИУА. Сер. ТН.- 2001.- Т. 54,№ 1.- С. 41-46.
6. **Хачатрян К. В.** К решению системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима электроэнергетических систем методом Ньютона-Рафсона // Изв. НАН и ГИУА. Сер. ТН.-1999.- Т. 52, № 1.- С. 38-43.
7. **Хачатрян К. В.** Расчет установившегося режима ЭЭС при P-U типе станционных узлов // Изв. НАН и ГИУА. Сер. ТН.-2000.- Т. 53, № 1.- С. 39-43.
8. **Хачатрян К. В., Бороян А. В.** Новый метод коррекции установившегося режима электроэнергетической системы // Изв. НАН и ГИУА. Сер. ТН.-2002.- Т. 55, № 2.- С. 222-232.

9. **Хачатрян В. С., Бадалян Н. П., Хачатрян К. В., Маргарян К. К.** Расчет установившегося режима электроэнергетической системы, когда стационарные узлы типа P-U превращаются в нагрузочные узлы типа P-Q // Изв. НАН и ГИУА. Сер. ТН.-2002.- Т 55.- № 1.- С. 52-57.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 20.04.2001.

Վ.Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ՃՇԳՐՏՈՒՄԸ ԿԱՅԱՆԱՅԻՆ P-U ՀԱՆԳՈՒՅՑՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Առաջարկվում է էԷՀ կայունացված ռեժիմի ճշգրտման նոր մեթոդ, երբ էլեկտրական կայանները P-U տեսքի են:

K.V. KHACHATRYAN

STEADY-STATE CONDITION CORRECTION FOR ELECTRICAL POWER ENGINEERING SYSTEM IN P-U TYPE STATION UNITS

A correction method for functioning steady-state condition with initial information change concerning the active parameters in electrical power engineering system is proposed.

В.А. ГРИГОРЯН, М.А. КАРАПЕТЯН, Л.О. КАРАХАНЫАН

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ КОНИЧЕСКОЙ ЧАСТИ СОЕДИНИТЕЛЬНОЙ МУФТЫ ТРЕХФАЗНОГО КАБЕЛЯ

Рассматривается расчет электрического поля в конической части соединительной муфты трехфазного кабеля с секторными жилами. Описано решение уравнения Лапласа для комплексного потенциала методом конечных разностей. На основе полученного распределения комплексного потенциала в областях вне жил определены радиальные и тангенциальные составляющие напряженности электрического поля. Построены графики зависимостей этих напряженностей от угловой и радиальной координат точек в различных сечениях муфты при учете пространственного смещения жил, а также фазового сдвига между напряжениями жил.

Ключевые слова: электрическое поле, трехфазный кабель, соединительная муфта.

Известно, что соединительные муфты являются слабым местом кабельной линии с точки зрения электрической прочности. Эскиз поперечного сечения муфты трехфазного кабеля представлен на рис.1.

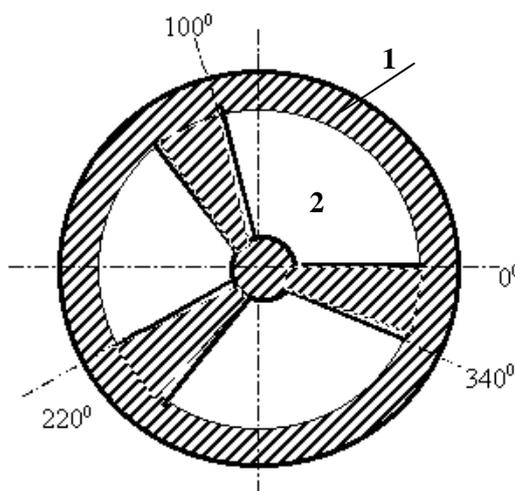


Рис. 1. Эскиз поперечного сечения муфты: 1 – изоляция, 2 – токопроводящая жила

Основное требование к соединительным муфтам – обеспечение необходимой электрической прочности при минимальных габаритах. Такие муфты могут быть созданы в случаях, если их изоляция будет работать в оптимальных условиях. Особенностью конической части муфты является появление тангенциальной составляющей напряженности, которая особо опасна для изоляции, поскольку электрическая прочность слоистой изоляции вдоль слоев в 15-20 раз меньше, чем в радиальном направлении. Следовательно, исследование распределения тангенциальной составляющей в конической части соединительной муфты является актуальной задачей.

Изоляция соединительной муфты подвержена воздействию поля между жилами кабеля, а также между жилой и непрерывной металлической оболочкой, расстояние которой от жил изменяется по длине муфты. Для оценки надежности изоляции муфт высокого напряжения необходимо иметь картину электрического поля в виде графиков распределения продольных и радиальных составляющих напряженности по поверхности раздела изоляционных сред.

Особенностью бумажно-масляной изоляции кабелей является значительно низкая электрическая прочность вдоль слоев. Поэтому конструкция муфты в конических частях должна обеспечивать возможно низкие значения продольной составляющей напряженности поля.

Решение задачи расчета электрического поля в изоляции муфт освещено довольно широко. Однако считается, что электрическое поле имеет симметрию по отношению к оси кабеля [1, 2]. В реальных условиях работы трехфазных кабелей такое условие не выполняется из-за пространственного смещения трех жил, а также взаимного влияния жил друг на друга.

В настоящей статье рассматривается расчет и анализ электрического поля в конической части соединительной муфты трехфазного кабеля на основе решения уравнения Лапласа. Преобразованием оператора Лапласа в оператор конечных разностей исследуемую область поля со смещенными в пространстве тремя изолированными жилами заменяем сеточной моделью (рис. 1), для узлов которой определены значения комплексного потенциала. В данном случае, исходя из конфигурации границ рассчитываемого поля, целесообразно воспользоваться полярной сеткой (рис. 2), при которой двумерное уравнение в разностной форме имеет вид [3]

$$\frac{1}{a_p + a_r} \left(\frac{\varphi_p - \varphi_0}{a_p} + \frac{\varphi_N - \varphi_0}{a_N} \right) + \frac{1}{a_Q + a_s} \left[\frac{\varphi_Q - \varphi_0}{a_Q} \left(1 + \frac{a_s}{2r} \right) + \frac{\varphi_s - \varphi_0}{a_s} \left(1 - \frac{a_Q}{2r} \right) \right] = 0, \quad (1)$$

где $\varphi_0, \varphi_p, \varphi_N, \varphi_Q, \varphi_S$ – значения потенциалов в соответствующих точках поля;
 a_p, a_N, a_Q, a_S – расстояния от точки 0 до соответствующих точек (рис. 2). В
 частном случае равномерной сетки $a_p = a_N = r d\alpha$.

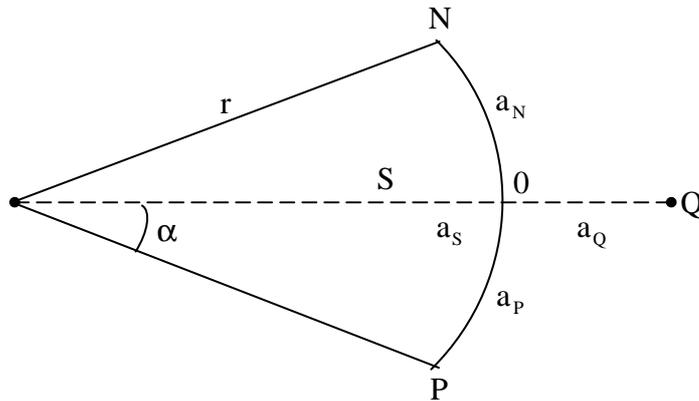


Рис. 2. Полярная сетка

Нами выбраны следующие интервалы по радиусу и полярному углу:
 $\Delta r = 1 \text{ мм}$, $\Delta \alpha = 10^\circ$. Радиусы оснований усеченного конуса (рис. 3)
 $R_1 = 20 \text{ мм}$, $R_2 = 40 \text{ мм}$, длина образующей $\ell = 37 \text{ мм}$. В результате получена
 и решена система линейных уравнений для соответствующего сечения
 конической части муфты, разделенной на 20 частей. При сечениях $R_1 = 20 \text{ мм}$ и
 $R_2 = 40 \text{ мм}$ число совместно решаемых линейных уравнений с комплексными
 искомыми величинами составило соответственно 289 и 1009.

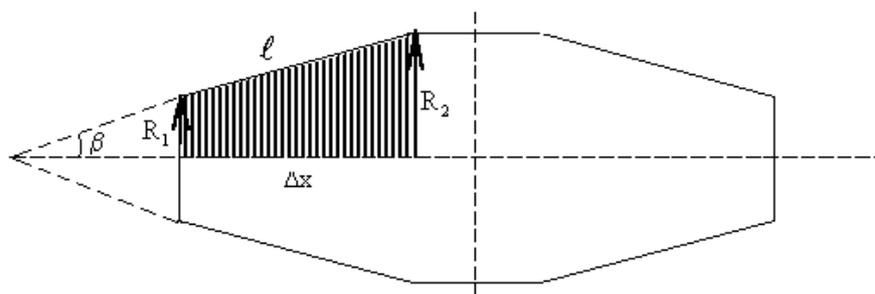


Рис.3. Эскиз продольного сечения муфты

По значениям комплексного потенциала точек каждого сечения определены тангенциальные и радиальные составляющие напряженности. Тангенциальная составляющая определена при выбранном полярном угле по разности значений комплексного потенциала в двух точках с одинаковыми радиусами, расположенных на соседних сечениях (рис.3):

$$E_{\tau} = \frac{|\dot{\phi}_{k+1} - \dot{\phi}_k|}{\Delta x}, \quad (2)$$

где $\dot{\phi}_k$ – комплексный потенциал в выбранной точке k-го сечения, а $\dot{\phi}_{k+1}$ – в соответствующей точке (k+1)-го сечения. Радиальная составляющая напряженности определена для точек каждого сечения делением на Δr разности комплексных потенциалов двух точек с радиусами r и $(r + \Delta r)$ для всех значений координаты α ($0 \dots 360^\circ$):

$$E_r = \frac{|\dot{\phi}_{k+1} - \dot{\phi}_k|}{\Delta r}. \quad (3)$$

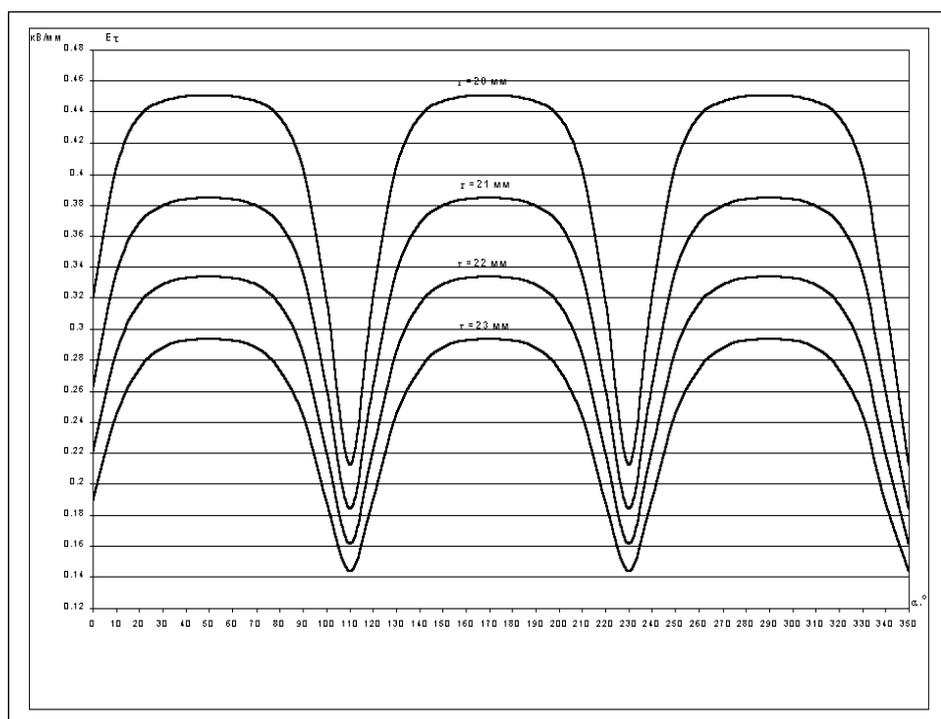


Рис. 4. Зависимость тангенциальной составляющей E_{τ} от угловой координаты α

Таким образом, для каждого сечения конической части получены функции $E_r(\alpha)$, $E_t(\alpha)$ от полярного угла α . На рис. 4, 5 приведены графики этих зависимостей для областей $0 < r < 3$ мм первого и $14 < r < 19$ мм второго сечений ($R=20$ мм).

Из приведенных графиков следует:

а) с увеличением радиуса ($20 \leq R \leq 40$ мм) точек данного сечения тангенциальная составляющая напряженности в соответствующих точках (с одинаковыми координатами, но расположенных на разных сечениях) уменьшается. Максимальные значения E_t появляются в точках, прилегающих к заземленному экрану. Кроме того, в точках всех сечений с координатой $\alpha = 110^\circ, 220^\circ, 330^\circ$ составляющая E_t имеет минимальное значение. Это можно объяснить тем, что вышеуказанные точки (рис. 1) находятся на одинаковых максимально возможных расстояниях от жил соседних фаз, где влияние третьей фазы наименьшее;

б) в диапазоне изменения координаты $\alpha = 30^\circ \dots 70^\circ, 150^\circ \dots 190^\circ, 270^\circ \dots 310^\circ$ радиальная составляющая почти постоянна в сечениях с радиусами $14 \leq r \leq 40$ мм, а в области $0 \leq r \leq 3$ мм имеет максимум, превышающий значения E_r в первой области (рис. 4).

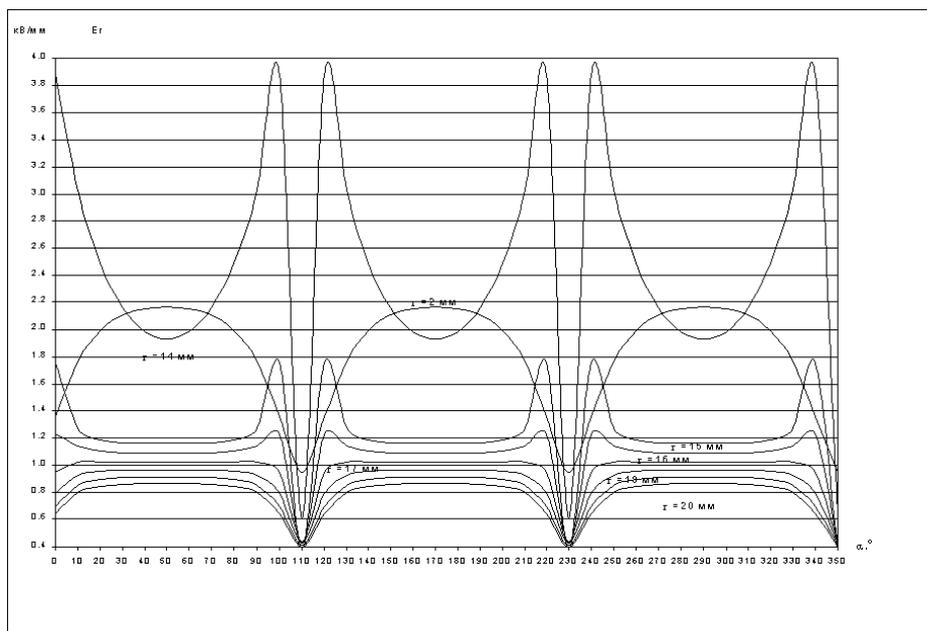


Рис. 5. Зависимость радиальной составляющей E_r от угловой координаты α

Постоянство E_r и E_τ в указанных интервалах изменения угловой координаты можно объяснить равноудаленностью этих точек от верхних краев данной жилы и малым влиянием двух соседних жил на поле в этой области, т.е. напряженность в указанных интервалах изменения α создается в основном своей жилой;

в) наибольшее значение E_τ в изоляции возникает в точках, примыкающих к заземленной оболочке. Во всех точках одного и того же сечения, которые расположены ближе к оси муфты, тангенциальная составляющая меньше. В первой области и на жиле она равна нулю.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Предложен метод расчета электрического поля в реальной конструкции конической части соединительной муфты трехфазного кабеля на основе составленной программы.

2. Получены графики распределения радиальной и тангенциальной составляющих напряженности в различных сечениях муфты с учетом пространственного смещения трех жил, а также фазового сдвига между напряжениями жил.

3. Наиболее опасными для изоляции соединительной муфты являются максимальное значение тангенциальной составляющей E_τ в области примыкания оболочки и максимальное значение радиальной составляющей E_r в центральной области.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Шварцман Л.Г.** Муфты силовых кабелей высокого напряжения. – М.: Энергия, 1977. – 170 с.
2. **Вага Н.А., Образцов Ю.В., Тележников Ю.Ф., Шварцман Л.Г.** Анализ продольной составляющей напряженности электрического поля в муфте со съемным элементом // Кабельная техника. – 1992. – № 1. – С. 20-23.
3. **Говорков В.А.** Электрические и магнитные поля. – М.: Энергия, 1968. – 487 с.

ГИУА.

Материал поступил в редакцию 10.08.2001.

Վ.Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Մ.Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Լ.Հ. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ

**ԵՌԱՖԱԶ ՄԱԼՈՒԽԻ ՄԻԱՑՆՈՂ ԿՑՈՐԴԻ ԿՈՆԱԿԱՆ ՄԱՍԻ ԷԼԵԿՏՐՈՎԱԿԱՆ
ԴԱՇՏԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ**

Մեկտորաձև ջղերով եռաֆազ մալուխի միացնող կցորդչի կոնական մասում կատարված է էլեկտրական դաշտի հաշվարկ: Նկարագրված է ջղերից դուրս տիրույթների համար վերջավոր տարբերությունների մեթոդով Լապլասի հավասարման լուծումը կոմպլեքս պոտենցիալի համար: Որոշված են էլեկտրական դաշտի լարվածությունների շառավղային և շոշափող բաղադրիչները: Կառուցված են այդ լարվածությունների՝ բևեռային անկյունից կախվածություններն արտահայտող գրաֆիկները՝ հաշվի առնելով ջղերի տարածական շեղումը, ինչպես նաև կիրառված լարումների փուլային շեղումները: Հաշվարկները կատարված են կցորդչի կոնական մասի տարբեր կտրվածքների համար:

V.A. GRIGORYAN, M.A. KARAPETYAN, L.H. KARACHANYAN

**THREE-PHASE MUFF CABLES IN ELECTRIC FIELD
CONIC PART STUDY**

A solution of Laplace's equation for complex potential by the finite difference method is described. Based on complex potential allocation obtained in areas beyond the veins, the radial and tangential components of electric fields voltage are defined. Graphs of these voltages against angular and radial point coordinates are constructed in different muff cross-sections taking into consideration spacial vein displacements as well as phase shift between voltages of the veins.

С.О. СИМОНЯН, А.Г. АВЕТИСЯН

РЕШЕНИЕ ПОЛНОЙ ПРОБЛЕМЫ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ
НЕАВТОНОМНЫХ МАТРИЦ

Предложен регулярный численный метод решения полной проблемы собственных значений неавтономных матриц.

Ключевые слова: полная проблема собственных значений, дифференциальные преобразования.

Введение. Проблема определения собственных значений неавтономных матриц достаточно часто встречается при решении различных важных научно-практических задач, в частности, при исследовании устойчивости систем управления, расщеплении динамических систем, изучении переходных процессов и пр. Однако эта, кажущаяся с первого взгляда, обыкновенная задача в действительности оказывается достаточно сложной, содержащей множество затруднений вычислительного характера, связанных с различными инвариантами рассматриваемой матрицы. Известные численные методы [1], предназначенные для решения полной проблемы собственных значений автономных матриц, очевидно, непригодны для решения рассматриваемой задачи. Это, во-первых, связано с функциональностью неавтономных матриц и, во-вторых, с отсутствием регулярного подхода к решению проблемы ветвления собственных значений при использовании метода замороженных коэффициентов [2] для некоторого конечного множества автономных матриц, порожденных исходной матрицей при соответствующем множестве изолированных значений временного параметра.

Для решения рассматриваемой проблемы в настоящей работе предлагаются две вычислительные схемы, обусловленные неявным и явным представлениями определителя неавтономных матриц, основанные на дифференциально-тейлоровских (ДТ) преобразованиях [3]:

$$\mathbf{X}(\mathbf{K}) = \frac{\mathbf{H}^{\mathbf{K}}}{\mathbf{K}!} \frac{\partial^{\mathbf{K}} \mathbf{x}(\mathbf{t})}{\partial \mathbf{t}^{\mathbf{K}}} \Big|_{\mathbf{t}=\mathbf{t}_v}, \quad \mathbf{K} = \overline{0, \infty}; \quad \mathbf{x}(\mathbf{t}) = \sum_{\mathbf{K}=0}^{\infty} \left(\frac{\mathbf{t} - \mathbf{t}_v}{\mathbf{H}} \right)^{\mathbf{K}} \mathbf{X}(\mathbf{K}), \quad (1)$$

где $\mathbf{X}(\mathbf{K})$ - изображение (дискрета) оригинала; $\mathbf{x}(\mathbf{t})$ - функция целочисленного аргумента $\mathbf{K} = \overline{0, \infty}$; \mathbf{H} - некоторая постоянная (масштабный коэффициент); \mathbf{t}_v - центр аппроксимации.

При $\mathbf{t}_v = \mathbf{0}$ ДТ-преобразования (1) вырождаются в дифференциально-маклореновские (ДМ) преобразования :

$$X(K) = \frac{H^K}{K!} \frac{\partial^K x(t)}{\partial t^K} \Big|_{t=0}, \quad K = \overline{0, \infty} \quad \text{и} \quad x(t) = \sum_{K=0}^{\infty} \left(\frac{t}{H} \right)^K X(K). \quad (2)$$

Математический аппарат. Допустим, что задана неавтономная матрица

$$A(t) = (a_{ij}(t)), \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

элементы которой обладают бесконечной гладкостью в некоторой точке $t = t_0$.

Неявная схема. Характеристическое уравнение матрицы в неявном виде записывается так:

$$P(\lambda(t)) = \det[A(t) - \lambda(t) \cdot E] = \det(D(t)) = 0, \quad (4)$$

где $(\lambda(t))$ - собственные значения этой матрицы, а E - единичная матрица порядка n .

В соответствии с полученным в [4] соотношением для нахождения определителя неавтономной матрицы для (4) будем иметь

$$\det(D(t)) = \sum_{K=0}^{\infty} \det(K) \left(\frac{t-t_0}{H} \right)^K \quad \text{и} \quad (5)$$

$$\text{и} \quad \det(K) = \sum_{\substack{K_1=K \\ K_i < 0, K_i = \overline{1, n}}}^{M_{K,n}} \det[d_1(\lambda(K_1)), \dots, d_n(\lambda(K_n))] = 0, \quad K = \overline{0, \infty}.$$

Раскрытие соотношения (5) при различных K приводит к выражениям:

$$a) \det(0) = P(\lambda(0)) = P(\lambda(t_0)) = 0, \quad \text{если} \quad K=0; \quad (6)$$

$$б) \det(K) = U(\lambda(0)) \cdot \lambda(K) + V(\lambda(0), \lambda(1), \dots, \lambda(K-1), H, H^2, \dots, H^K) = 0, \quad \text{если} \quad K = \overline{1, \infty}, \quad (7)$$

где $U(-)$ и $V(-)$ - некоторые соотношения, причем

$$U(\lambda(0)) = \frac{d(\det(D(t)))}{d\lambda(0)} \Big|_{t=t_0} = \frac{d(\det(0))}{d\lambda(0)} = \frac{dP(\lambda(0))}{d\lambda(0)} = \frac{dP(\lambda(t_0))}{d\lambda(0)}. \quad (8)$$

Таким образом, каким-то способом определив из (6) начальные дискреты $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \dots, \lambda_n(0)$, в соответствии с (7) рекуррентно и однозначно можно определить дискреты $\lambda_1(K), \lambda_2(K), \dots, \lambda_n(K), \forall K = \overline{1, \infty}$, тем самым одновременно разрешив и проблему ветвления.

Далее оригиналы-собственные значения матрицы $A(t)$ восстанавливаются в соответствии с разложениями

$$\lambda_i(t) = \sum_{K=0}^{\infty} \lambda_i(K) \left(\frac{t-t_0}{H} \right)^K, \quad \forall i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

Явная схема. Характеристическое уравнение матрицы $A(t)$ в явном виде записывается так:

$$P(\lambda(t)) = \lambda^n(t) + p_1(t) \lambda^{n-1}(t) + p_2(t) \lambda^{n-2}(t) + \dots + p_{n-1}(t) \lambda(t) + p_n(t) = 0, \quad (10)$$

где $p_i(t), i = \overline{1, n}$ - некоторые переменные коэффициенты.

Перевод (10) из области оригиналов в область изображений приводит к:

а) соотношению (6), если $K=0$;

$$\text{б) } \frac{\mathbf{H}^k}{\mathbf{K}!} \frac{\partial^k \mathbf{P}(\lambda(t))}{\partial t^k} \Big|_{t=0} = \mathbf{0}, \text{ если } \mathbf{K} = \overline{1, \infty}, \quad (11)$$

откуда также рекуррентно и однозначно определяются дискреты $\lambda_1(\mathbf{K}), \lambda_2(\mathbf{K}), \dots, \lambda_n(\mathbf{K}), \forall \mathbf{K} = \overline{1, \infty}$, используя при этом начальные дискреты $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \dots, \lambda_n(0)$.

Заметим, что соотношения (11) полностью совпадают с соотношениями (7).

Примеры.

Пример 1 (матрица с отличными друг от друга собственными значениями при действительных начальных дискретах). Рассмотрим матрицу

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 1+t & 1-t \\ -t & t^2 \end{bmatrix},$$

для которой $\det \mathbf{D}(t) = \lambda^2(t) - (1+t+t^2)\lambda(t) + t(1+t^2) = 0$. Очевидно, $\lambda_1(t) = 1+t^2$, $\lambda_2(t) = t$ и, следовательно, $\lambda_1(0) = 1 \neq \lambda_2(0) = 0$.

Неявная схема. При ДМ-преобразованиях имеем

$$\mathbf{A}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}(1) = \mathbf{H} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}(2) = \frac{\mathbf{H}^2}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{A}(\mathbf{K}) = \frac{\mathbf{H}^k}{\mathbf{K}!} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \forall \mathbf{K} \geq 3$$

$$\mathbf{D}(0) = \begin{bmatrix} 1-\lambda(0) & 1 \\ 0 & -\lambda(0) \end{bmatrix} = [\mathbf{d}_1(0) \mid \mathbf{d}_2(0)], \mathbf{D}(1) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}-\lambda(1) & -\mathbf{H} \\ -\mathbf{H} & -\lambda(1) \end{bmatrix} = [\mathbf{d}_1(1) \mid \mathbf{d}_2(1)]$$

$$\mathbf{D}(2) = \begin{bmatrix} -\lambda(2) & 0 \\ 0 & \mathbf{H}^2 - \lambda(2) \end{bmatrix} = [\mathbf{d}_1(2) \mid \mathbf{d}_2(2)], \mathbf{D}(\mathbf{K}) = \begin{bmatrix} -\lambda(\mathbf{K}) & 0 \\ 0 & -\lambda(\mathbf{K}) \end{bmatrix} = [\mathbf{d}_1(\mathbf{K}) \mid \mathbf{d}_2(\mathbf{K})], \forall \mathbf{K} \geq 3;$$

$$\det(0) = \det \mathbf{D}(0) = (1-\lambda(0)) \cdot \lambda(0) = 0,$$

откуда $\lambda_1(0) = 1$, $\lambda_2(0) = 0$;

$$\begin{aligned} \det(1) &= \det[\mathbf{d}_1(0) \mid \mathbf{d}_2(1)] + \det[\mathbf{d}_1(1) \mid \mathbf{d}_2(0)] = \\ &= (2 \cdot \lambda(0) - 1) \cdot \lambda(1) - \lambda(1) \cdot \mathbf{H} + \mathbf{H} = 0, \end{aligned}$$

откуда $\lambda_1(1) = 0$, $\lambda_2(1) = \mathbf{H}$;

$$\begin{aligned} \det(2) &= \det[\mathbf{d}_1(0) \mid \mathbf{d}_2(2)] + \det[\mathbf{d}_1(1) \mid \mathbf{d}_2(1)] + \det[\mathbf{d}_1(2) \mid \mathbf{d}_2(0)] = \\ &= (2\lambda(0) - 1)\lambda(2) - \lambda(0)\mathbf{H}^2 - \lambda(1)\mathbf{H} + \lambda^2(1) = 0, \end{aligned}$$

откуда $\lambda_1(2) = \mathbf{H}^2$, $\lambda_2(2) = 0$;

$$\begin{aligned} \det(3) &= \det[\mathbf{d}_1(0) \mid \mathbf{d}_2(3)] + \det[\mathbf{d}_1(1) \mid \mathbf{d}_2(2)] + \det[\mathbf{d}_1(2) \mid \mathbf{d}_2(1)] + \det[\mathbf{d}_1(3) \mid \mathbf{d}_2(0)] = \\ &= (2\lambda(0) - 1)\lambda(3) + 2\lambda(1)\lambda(2) - \lambda(2)\mathbf{H} - \lambda(1)\mathbf{H}^2 + \mathbf{H}^3 = 0, \end{aligned}$$

откуда $\lambda_1(3) = 0$, $\lambda_2(3) = 0$.

Нетрудно убедиться также, что $\lambda_1(\mathbf{K}) = \lambda_2(\mathbf{K}) = 0; \forall \mathbf{K} \geq 4$. Следовательно, собственными значениями матрицы будут функции

$$\lambda_1(t) = 1 + 0 \cdot t + 1 \cdot t^2 = 1 + t^2, \quad \lambda_2(t) = 0 + 1 \cdot t + 0 \cdot t^2 = t,$$

что и должно быть.

Явная схема. Имеем:

$$\det \mathbf{D}(t) \Big|_{t=0} = \lambda^2(0) - \lambda(0) = 0,$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{H} \frac{d\mathbf{P}(\lambda(t))}{dt} \Big|_{t_v=0} &= \mathbf{H} \left[2\lambda(t) \frac{d\lambda(t)}{dt} - (1+2t)\lambda(t) - (1+t+t^2) \frac{d\lambda(t)}{dt} + (1+3t^2) \right] \Big|_{t_v=0} = \\
&= 2\lambda(0)\lambda(1) - \lambda(0)\mathbf{H} - \lambda(1) + \mathbf{H} = \mathbf{0}, \\
\frac{\mathbf{H}^2}{2} \frac{d^2(\mathbf{P}(\lambda(t)))}{dt^2} \Big|_{t_v=0} &= \frac{\mathbf{H}^2}{2} \left[2\lambda(t) \frac{d^2\lambda(t)}{dt^2} + 2 \left(\frac{d\lambda(t)}{dt} \right)^2 - 2\lambda(t) - 2(1+2t) \frac{d\lambda(t)}{dt} - \right. \\
&\quad \left. - (1+t+t^2) \frac{d^2\lambda(t)}{dt^2} + 6t \right] \Big|_{t_v=0} = \\
&= 2\lambda(0)\lambda(2) + \lambda^2(1) - \lambda(0)\mathbf{H}^2 - \lambda(1)\mathbf{H} - \lambda(2) = \mathbf{0}, \\
\frac{\mathbf{H}^3}{6} \frac{d^3(\mathbf{P}(\lambda(t)))}{dt^3} \Big|_{t_v=0} &= \frac{\mathbf{H}^3}{6} \left[6 \frac{d\lambda(t)}{dt} \frac{d^2\lambda(t)}{dt^2} + 2\lambda(t) \frac{d^3\lambda(t)}{dt^3} - 6 \frac{d\lambda(t)}{dt} - \right. \\
&\quad \left. - 3(1+2t) \frac{d^2\lambda(t)}{dt^2} - (1+t+t^2) \frac{d^3\lambda(t)}{dt^3} + 6 \right] \Big|_{t_v=0} = \\
&= 2\lambda(1)\lambda(2) + 2\lambda(0)\lambda(3) - \lambda(1)\mathbf{H}^2 - \lambda(2)\mathbf{H} - \lambda(3) + \mathbf{H}^3 = \mathbf{0}
\end{aligned}$$

и т.д. Очевидно полное совпадение приведенных здесь соотношений с выражениями, полученными при неявной схеме.

Пример 2 (матрица с отличными друг от друга собственными значениями при комплексно-сопряженных начальных дискретах).

Рассмотрим матрицу

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 1+t & 1-t \\ -1 & t \end{bmatrix},$$

для которой

$$\det(\mathbf{D}(t)) = \lambda^2(t) - (1+2t)\lambda(t) + (1+t^2) = \mathbf{0},$$

$$\lambda_{1,2}(t) = \frac{(1+2t) \pm \sqrt{4t-3}}{2}, \quad \lambda_{1,2}(0) = \frac{1}{2} \pm j \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\det(\mathbf{0}) = \det(\mathbf{D}(t)) \Big|_{t_v=0} = \lambda^2(0) - \lambda(0) + 1 = \mathbf{0},$$

откуда $\lambda_1(0) = \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\lambda_2(0) = \frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$$\det(\mathbf{1}) = \mathbf{H} \frac{d(\det(\mathbf{D}(t)))}{dt} \Big|_{t_v=0} = 2\lambda(0)\lambda(1) - \lambda(1) - 2\lambda(0)\mathbf{H} = \mathbf{0},$$

откуда $\lambda_1(1) = \left(1 - j \frac{\sqrt{3}}{3}\right)\mathbf{H}$, $\lambda_2(1) = \left(1 + j \frac{\sqrt{3}}{3}\right)\mathbf{H}$;

$$\det(\mathbf{2}) = \frac{\mathbf{H}^2}{2} \frac{d^2(\det(\mathbf{D}(t)))}{dt^2} \Big|_{t_v=0} = 2\lambda(0)\lambda(2) - \lambda(2) - 2\lambda(1)\mathbf{H} + \lambda^2(1) + \mathbf{H}^2 = \mathbf{0},$$

откуда $\lambda_1(2) = -j \frac{\sqrt{3}}{9} \mathbf{H}^2$, $\lambda_2(2) = j \frac{\sqrt{3}}{9} \mathbf{H}^2$;

$$\det(\mathbf{3}) = \frac{\mathbf{H}^3}{6} \frac{d^3(\det(\mathbf{D}(t)))}{dt^3} \Big|_{t_0=0} = 2\lambda(0)\lambda(3) - \lambda(3) - 2\mathbf{H}\lambda(2) + 2\lambda(1)\lambda(2) = 0,$$

откуда $\lambda_1(3) = -j\frac{2\sqrt{3}}{27}\mathbf{H}^3$, $\lambda_2(3) = j\frac{2\sqrt{3}}{27}\mathbf{H}^3$ и т.д.

Следовательно, комплексно-сопряженные собственные значения имеют вид

$$\lambda_{1,2}(t) = \left(\frac{1}{2} + t\right) \pm j \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}t - \frac{\sqrt{3}}{9}t^2 - \frac{2\sqrt{3}}{27}t^3 - \dots \right)$$

и состоят из действительной части с конечным числом слагаемых (два) и мнимой части - с бесконечным числом слагаемых.

Нетрудно показать, что при разложении в ряд Маклорена радикала $\sqrt{3-4t}$ имеем $\sqrt{3-4t} = \sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}t - \frac{2\sqrt{3}}{9}t^2 - \frac{4\sqrt{3}}{27}t^3 - \dots$, при котором обеспечивается полное совпадение полученных здесь приближений $\lambda_{1,2}(t)$ с приведенными выше точными аналитическими решениями - собственными значениями.

Пример 3 (случай кратных собственных значений с различными, в общем случае, начальными дискретами). Пусть

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 1-t & 0 & 0 \\ t & 1-t & t^2 \\ t^3 & 0 & 2+t^2 \end{bmatrix},$$

для которой

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{D}(t)) &= [1-t-\lambda(t)]^2 [2+t^2-\lambda(t)] = -\lambda^3(t) + (4-2t+t^2)\lambda^2(t) + \\ &+ (-5+6t-3t^2+2t^3)\lambda(t) + (2-4t+3t^2-2t^3+t^4), \\ \lambda_1(t) &= \lambda_2(t) = 1-t, \lambda_3(t) = 2+t^2. \end{aligned}$$

Следовательно, при $t_0 = 0$ имеем $\lambda_1(0) = \lambda_2(0) = 1, \lambda_3(0) = 2$. Далее

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(0) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}(1) = \mathbf{H} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}(2) = \frac{\mathbf{H}^2}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{A}(3) &= \frac{\mathbf{H}^3}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}(K) = \frac{\mathbf{H}^K}{K!} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \forall K \geq 4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{D}(0) &= \begin{bmatrix} 1-\lambda(0) & 0 & 0 \\ 0 & 1-\lambda(0) & 0 \\ 0 & 0 & 2-\lambda(0) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}(1) = \begin{bmatrix} -\mathbf{H}-\lambda(1) & 0 & 0 \\ \mathbf{H} & -\mathbf{H}-\lambda(1) & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda(1) \end{bmatrix}, \\
\mathbf{D}(2) &= \begin{bmatrix} -\lambda(2) & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda(2) & \mathbf{H}^2 \\ 0 & 0 & \mathbf{H}^2-\lambda(2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}(3) = \begin{bmatrix} -\lambda(3) & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda(3) & 0 \\ \mathbf{H}^3 & 0 & -\lambda(3) \end{bmatrix}, \\
\mathbf{D}(\mathbf{K}) &= \begin{bmatrix} -\lambda(\mathbf{K}) & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda(\mathbf{K}) & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda(\mathbf{K}) \end{bmatrix}, \quad \forall \mathbf{K} \geq 4;
\end{aligned}$$

$$\det(0) = \det \mathbf{D}(0) = (1-\lambda(0))^2 \cdot (2-\lambda(0)) = 0,$$

откуда $\lambda_1(0) = \lambda_2(0) = 1, \lambda_3(0) = 2$;

$$\det(1) = (1-\lambda(0))(-4\mathbf{H} + 2\lambda(0)\mathbf{H} - 5\lambda(1) + 3\lambda(0)\lambda(1)) = 0,$$

откуда $\lambda_1(1) = \lambda_2(1) = -\mathbf{H}, \lambda_3(1) = 0$;

$$\begin{aligned}
\det(2) &= (1-\lambda(0))(\mathbf{H}^2 - \lambda(0)\mathbf{H}^2 - 5\lambda(2) + 3\lambda(0)\lambda(2)) + \\
&+ (-\mathbf{H} - \lambda(1))(-2\mathbf{H} + \lambda(0)\mathbf{H} - 4\lambda(1) + 3\lambda(0)\lambda(1)) = 0,
\end{aligned}$$

откуда $\lambda_1(2) = \lambda_2(2) = 0, \lambda_3(2) = \mathbf{H}^2$;

$$\begin{aligned}
\det(3) &= (1-\lambda(0))(3 \cdot \lambda(0) - 5)\lambda(3) + \\
&+ 2(-\mathbf{H}^3 + \lambda(0)\mathbf{H}^3 - \lambda(1)\mathbf{H}^2 + 3\lambda(2)\mathbf{H} + \lambda(0)\lambda(1)\mathbf{H}^2 - 2\lambda(0)\lambda(2)\mathbf{H} + \\
&+ 4\lambda(1)\lambda(2) - 3\lambda(0)\lambda(1)\lambda(2)) = 0,
\end{aligned}$$

откуда $\lambda_1(3) = \lambda_2(3) = 0, \lambda_3(3) = 0$.

Легко убедиться, что $\lambda_i(\mathbf{K}) = 0, \forall i = \overline{1,3}, \forall \mathbf{K} \geq 4$.

Таким образом, действительно, собственными значениями матрицы будут функции

$$\lambda_1(t) = \lambda_2(t) = 1-t, \quad \lambda_3(t) = 2+t^2.$$

Здесь отметим следующее важное обстоятельство: ни кратность собственных значений ($\rho_{\lambda(t)} = 2 < n = 3$) и ни кратность начальных дискрет собственных значений ($\rho_{\lambda(0)} = 3 = n = 3$) никак не повлияли на общий ход вычислительных процедур.

Пример 4 (случай кратных собственных значений с одинаковыми начальными дискретами). Пусть

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 1-2t & 0 & 0 \\ t^3 & 1-2t & t \\ t^2 & 0 & 1+t^2 \end{bmatrix},$$

для которой

$$\det(D(t)) = [1 - 2t - \lambda(t)]^2 [1 + t^2 - \lambda(t)] = -\lambda^3(t) + (3 - 4t + t^2)\lambda^2(t) + (-3 + 8t - 6t^2 + 4t^3)\lambda(t) + (1 - 4t + 5t^2 - 4t^3 + 4t^4) = 0,$$

$$\lambda_1(t) = \lambda_2(t) = 1 - 2t, \lambda_3(t) = 1 + t^2$$

и, очевидно,

$$\rho_{\lambda(t)} = 2 < n = 3, \rho_{\lambda(0)} = 3 = n = 3.$$

При этом для $t_v = 0$ имеем

$$\lambda_i(0) = 1, \forall i = \overline{1,3}; \lambda_i(1) = -\frac{4}{3} \cdot H, \forall i = \overline{1,3};$$

$$\lambda_i(2) = \frac{H^2}{3}, \forall i = \overline{1,3}; \lambda_i(K) = 0, \forall i = \overline{1,3}, \forall K \geq 3.$$

Следовательно,

$$\lambda_i(t)_{\text{пр.}} = \lambda_2(t)_{\text{пр.}} = \lambda_3(t)_{\text{пр.}} = 1 - \frac{4t}{3} + \frac{t^2}{3},$$

что, естественно, не является решением задачи. Оно, в лучшем случае, может служить некоторым приближением. К тому же, интересно заметить, что $\lambda_i(t)_{\text{пр.}}, \forall i = \overline{1,3}$, являются среднеарифметической величиной приведенных выше точных собственных значений, т.е.

$$\lambda_i(t)_{\text{пр.}} = \lambda(t)_{\text{ср.}} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \lambda_i(t), \forall i = \overline{1,3}.$$

Таким образом, при максимально неблагоприятных случаях, т.е. когда $\rho_{\lambda(0)} = \max = n$, изложенные подходы работают лишь в "усредненном" смысле и непригодны для получения точных решений. Однако, к счастью, оказывается, что это затруднение преодолевается легко - достаточно лишь сместить центр аппроксимации t_v в некую другую точку, при которой $\rho_{\lambda(0)} < \max = n$. В частности, для рассмотренного примера при $t_v = 1$ имеем

$$A(0) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}; A(1) = H \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}; A(2) = \frac{H^2}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix};$$

$$A(K) = \frac{H^K}{K!} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \forall K \geq 3;$$

$$D(0) = \begin{bmatrix} -1-\lambda(0) & 0 & 0 \\ 1 & -1-\lambda(0) & 0 \\ 1 & 0 & 2-\lambda(0) \end{bmatrix}, D(1) = \begin{bmatrix} -2H-\lambda(1) & 0 & 0 \\ 3H & -2H-\lambda(1) & H \\ 2H & 0 & 2H-\lambda(1) \end{bmatrix},$$

$$D(2) = \begin{bmatrix} -\lambda(2) & 0 & 0 \\ 3H^2 & -\lambda(2) & 0 \\ H^2 & 0 & H^2-\lambda(2) \end{bmatrix}, D(K) = \begin{bmatrix} -\lambda(K) & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda(K) & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda(K) \end{bmatrix}, \forall K \geq 3;$$

$$\det(0) = \det D(0) = (-1 - \lambda(0))^2 (2 - \lambda(0)) = 0,$$

откуда $\lambda_1(0) = \lambda_2(0) = -1, \lambda_3(0) = 2;$

$$\det(1) = (-1 - \lambda(0))(-10H + 2\lambda(0)H - 3\lambda(1) + 3\lambda(0)\lambda(1)) = 0,$$

откуда $\lambda_1(1) = \lambda_2(1) = -2H, \lambda_3(1) = 2H;$

$$\det(2) = (-1 - \lambda(0))(-H^2 - \lambda(0)H^2 - 3\lambda(2) + 3\lambda(0)\lambda(2)) +$$

$$+ (-2H - \lambda(1))(-8H - 2\lambda(0)H + 3\lambda(0)\lambda(1)) = 0,$$

откуда $\lambda_1(2) = \lambda_2(2) = 0, \lambda_3(2) = H^2.$

Можно убедиться, что $\lambda_i(K) = 0, \forall i = \overline{1,3}, \forall K \geq 3.$ Таким образом, действительно,

$$\lambda_1(t) = \lambda_2(t) = -1 - 2(t-1) + 0(t-1)^2 = 1 - 2t,$$

$$\lambda_3(t) = 2 + 2(t-1) + 1(t-1)^2 = 1 + t^2,$$

что и должно быть.

Очевидно, и здесь ни кратность собственных значений ($\rho_{\lambda(t)} = 2 < n = 3$) и ни кратность начальных дискрет ($\rho_{\lambda(0)} = 2 < n = 3$) никак не повлияли на общий ход вычислительных процедур, и в результате было получено точное решение задачи.

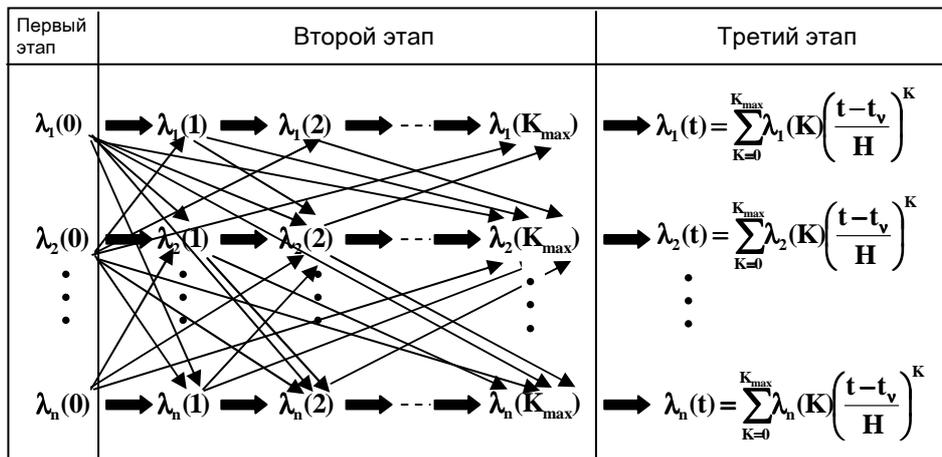
Вычислительная схема. Таким образом, для решения полной проблемы собственных значений неавтономных матриц необходимо реализовать следующие три этапа вычислительных операций в соответствии с нижеприведенной схемой:

Здесь K_{\max} - некоторое, выбираемое из практических соображений (точность, объем вычислений и пр.), целое, обуславливающее степень аппроксимирующих многочленов - собственных значений матрицы $A(t)$.

Первый этап. Решить полную проблему собственных значений автономных матриц, т.е. найти все собственные числа $\lambda_1(t_v) \equiv \lambda_1(0), \lambda_2(t_v) \equiv \lambda_2(0), \dots, \lambda_n(t_v) \equiv \lambda_n(0)$ матрицы $A(t)|_{t=t_v}$ с использованием какого-либо известного численного метода.

Второй этап. Организовать регулярные рекуррентные процедуры в соответствии с неявной или явной схемами с целью определения последовательностей векторов дискрет $(\lambda_1(1), \lambda_2(1), \dots, \lambda_n(1)), (\lambda_1(2), \lambda_2(2), \dots, \lambda_n(2)), \dots, (\lambda_1(K_{\max}), \lambda_2(K_{\max}), \dots, \lambda_n(K_{\max}))$.

Третий этап. Найти собственные значения матрицы $A(t)$ в соответствии с обратным переходом из области дифференциальных изображений в область оригиналов, при этом автоматически обходя сложную операцию по решению проблемы ветвления.



Резюме. Таким образом, обобщив полученные результаты, можно констатировать следующий важнейший факт - на основе использования дифференциальных преобразований решена полная проблема собственных значений неавтономных матриц, имеющая многочисленные приложения как в теории, так и в практике исследования различных динамических систем и пр.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы высшей математики. - Минск: Вышэйшая школа, 1972. - Т. 1.- 584 с.
2. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. - М.: Высшая школа, 1998. -574 с.
3. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений. - Киев: Наукова думка, 1984. -420 с.
4. Симомян С.О., Аветисян А.Г. Вычисление определителей неавтономных матриц на основе ДТ-формализма // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 1999. - Т. 52, №1. - С. 88-94. ГИУА. Материал поступил в редакцию 30.11.2001.

Ս.Հ. ՄԻՄՈՆՅԱՆ, Ա.Գ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ
ՈՉ ԱՎՏՈՆՈՄ ՄԱՏՐԻՑՆԵՐԻ ՍԵՓԱԿԱՆ ԱՐԺԵՔՆԵՐԻ
ԼՐԻՎ ՀԻՍՆԱԽՆՂԻՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

Առաջարկված է ոչ ավտոնոմ մատրիցների սեփական արժեքների լրիվ հիմնախնդրի լուծման կանոնավոր թվային մեթոդ:

S.H. SIMONYAN, A.G. AVETISSYAN
COMPLETE PROBLEM SOLVING OF ON-LINE EIGENVALUE MATRIX

Regular numerical method of complete problem solving for on-line eigenvalue matrix is proposed.

В. К. БРУТЯН

**ЭФФЕКТИВНОЕ ПОСТРОЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ
УПРАВЛЕНИЯ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

Анализируется иерархическая система управления. Иллюстрируются особенности процедур принятия решений в конфликтах. Показывается, что если подчиненный обладает правом самостоятельного использования ресурсов, то система неизбежно превращается в кибернетическую иерархическую систему, ее цель – сохранение собственного гомеостазиса. Рассматривается обобщенная задача, в которой оптимальное управление заключается в принятии командиром таких функций штрафа и поощрения, которые доставляют максимальное значение функции цели командира.

Ключевые слова: штраф, оптимальная стратегия, целевая функция, поощрение, наказание.

В [1] обсуждены особенности конфликтов, в которых субъекты не являются равноправными, изложены схемы рассуждений и структура гипотез, используемые при анализе и проектировании иерархических систем управления. В настоящей работе рассматривается задача, иллюстрирующая особенности процедур принятия решений в конфликтах, где партнеры неравноправны. Рассмотрим объединение, состоящее из n подразделений. Будем предполагать, что это объединение организовано по принципу веерной иерархии [1]. Во главе объединения находится командир, которого обозначим через K , через Π_i – подчиненного номера i . Результат функционирования K определяется результатами деятельности Π_i . Оценки деятельности K могут быть самыми разными. Целевая функция K однозначно определяется формулой

$$J=J(\Pi_1, \dots, \Pi_n). \quad (1)$$

Предположим еще, что K лишен возможности описывать деятельность Π_i : он может влиять на величины Π_i лишь косвенно, учитывая интересы и цели Π_i . Будем считать, что Π_i однозначно определяется объемом военных ресурсов x_i и количеством военнослужащих Q_i :

$$\Pi_i=\Pi_i(x_i, Q_i). \quad (2)$$

Функция Π_i носит название функции уровня результативности (**УР**) подразделений.

Примечание 1. Условие (2) – это некоторая гипотеза. Функция **УР** описывает предельные возможности Π_i . Строго говоря, равенство (2) должно быть заменено неравенством $\Pi_i \leq \Pi_i(x_i, Q_i)$. Мы ограничимся анализом того случая, когда Π_i использует свои предельные возможности.

Существуют различные способы аппроксимации функции УР. В военно-математических исследованиях широкое распространение получила функция [2,3]

$$P_i = a_i x_i^{b_i} Q_i^{1-b_i}, \quad b_i \in [0,1], \quad i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

где a_i и b_i – некоторые характеристики P_i .

Будем считать, что J_i пропорционален величине УР P_i , за вычетом обобщенных расходов. Если обозначим через d_i среднюю ставку расходов (фиксированную величину), то значение J_i будет равно $J_i = c_i P_i - d_i Q_i$, где c_i – коэффициент пропорциональности. Часто обобщенные расходы однозначно определяются количеством военнослужащих Q_i . Величина Q_i является управляющим параметром, который полностью находится в распоряжении P_i . Для того чтобы иметь возможность управлять действиями P_i , K должен располагать какими-то способами воздействия на цели P_i . Будем предполагать, что каждый из P_i стремится максимизировать собственную целевую функцию:

$$J_i = c_i P_i - d_i Q_i \rightarrow \max. \quad (4)$$

Примечание 2. Если K не знает целей P_i , то он должен сформулировать гипотезу типа (4).

Одним из способов воздействия K на действия P_i могут быть ресурсы, которые находятся в распоряжении K и должны расходоваться оптимально из фондов P_i . Обычно P_i получает в свое распоряжение ресурс в строго фиксированном количестве, не зависящем от способа его использования и результатов деятельности. При таком способе воздействия на P_i K не может непосредственно влиять на его функцию цели. Уместно напомнить одно утверждение, что факт существования собственных целей у P_i – это некоторая объективная реальность. Если элемент системы обладает правом самостоятельного использования ресурса, то он неизбежно превращается в самоуправляемое подразделение, и его основная цель – сохранение собственного гомеостазиса. В разных ситуациях для разных подразделений условия гомеостазиса будут разными. Критерий P_i прямым образом зависит от структуры военных отношений и правовой инфраструктуры объединения n подразделений. K не может повлиять на этот факт. Он не может изменить воинских отношений, которые в качестве меры стабильности объединения определяют УР, но может с помощью поощрения и штрафа повлиять на величину J_i , заставляя тем самым его действовать в направлении, выгодном K .

Механизм управления военной системой. Будем считать, что деятельность P_i описывается функцией (3), причем предположим для простоты, что все $b_i = 1/2$, $i = 1, 2, \dots, n$. Целевую функцию P_i запишем в виде

$$J_i(Q_i) = c_i a_i x_i^{1/2} Q_i^{1/2} - d_i Q_i + \varphi_i(P_i). \quad (5)$$

Здесь $\varphi_i(P_i)$ – дополнительное вознаграждение (или штраф), которое выплачивается K -ом P_i в зависимости от результатов его деятельности. Величины

x_i будем считать фиксированными. Это позволит представить функцию (5) в виде

$$J_i(Q_i) = \hat{a}_i Q_i^{1/2} - d_i Q_i + \varphi_i(\Pi_i), \quad (6)$$

где $\hat{a}_i = c_i a_i x_i^{1/2}$. Гипотезу поведения Π_i оставляем старой: мы считаем, что он выбирает управление из условия максимума своего J_i , при этом, конечно, в интересах K , чтобы Π_i в момент принятия решения знал условия поощрения или наказания, т.е. характер функции $\varphi_i(\Pi_i)$. На этом принципе и основывается действие механизмов управления. Поясним это соображение в случае, когда K может непосредственно влиять не на структуру, а на величину целевой функции вида (6), меняя ее зависимости от тех решений, которые выбирает Π_i . Условие максимума функции (6)

$$\frac{\partial J_i}{\partial Q_i} = \frac{1}{2} \hat{a}_i Q_i^{-1/2} - d_i + \frac{d\varphi_i}{d\Pi_i} \frac{d\Pi_i}{dQ_i} = 0 \quad (7)$$

позволяет определить значение $Q_i^* = Q_i^*$, доставляющее максимум функции $J_i(Q_i)$. При этом Q_i^* будет функционалом, зависящим от вида функции $\varphi_i(\Pi_i)$:

$$Q_i^* = Q_i^*[\varphi_i(\Pi_i)].$$

Точно так же функционалом будет и оптимальный Π_i : $\Pi_i^*[\varphi_i(\Pi_i)]$. Следовательно, задача определения оптимального управления K – это определение таких функций штрафа или поощрения $\varphi_i(\Pi_i)$, которые доставляют максимальное значение функции цели K $J(\Pi_1, \dots, \Pi_n)$. Эту функцию теперь перепишем в виде

$$J = J(\Pi_1^*[\varphi_1], \dots, \Pi_n^*[\varphi_n]). \quad (8)$$

Задача определения экстремальных значений функционала (8) является нестандартной задачей оптимизации, поскольку сами функционалы Π_i^* определяются из решения также весьма сложной оптимизационной задачи $J_i \rightarrow \max$. Даже для рассматриваемого нами частного случая иерархической системы решение задачи эффективного определения оптимального штрафа требует создания специальных методов. В самом деле, пусть $\hat{\Pi}_1, \hat{\Pi}_2, \dots, \hat{\Pi}_n$ – объемы военных ресурсов подразделений, которые доставляют максимальное значение функции цели K . Тогда функции штрафа можем задать, например, в виде

$$\varphi_i(\Pi_i) = \mu_i (\Pi_i - \hat{\Pi}_i)^2 - \hat{a}_i Q_i^{1/2} + d_i Q_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (9)$$

где μ_i – произвольные отрицательные числа.

В этом случае выражение целевой функции Π_i имеет вид $J_i = \mu_i (\Pi_i - \hat{\Pi}_i)^2$. Для того чтобы обеспечить максимум своего УР, Π_i вынужден так распорядиться своими ресурсами, чтобы объем его ресурсов был равен $\hat{\Pi}_i$. Структура штрафа делает интересы Π_i совпадающими с интересами K . Легко видеть, что функции вида (9), которые делают интересы Π_i тождественными интересам K , могут быть построены в бесчисленном множестве. Однако неограниченный штраф или

поощрение вряд ли могут представлять какой-либо практический интерес. В «достаточно реально» поставленных задачах величина штрафа либо ограничена, т.е. удовлетворяет условиям вида $\varphi_i \in \mathbf{C}_\varphi$, где \mathbf{C}_φ – некоторое множество, либо значение функции J зависит от функций φ : $J = J[\Pi_1, \dots, \Pi_n, \varphi_1, \dots, \varphi_n]$. Основная сложность возникшей здесь задачи оптимизации – та же, что и в задачах синтеза [4,5], то есть необходимо отыскивать функции $\varphi_i(\Pi_i)$, зависящие от фазовых координат.

Решение задачи. Для решения поставленной задачи в настоящее время существуют два подхода. Один из них – использование традиционной для теории синтеза идеи параметризации искомой функции, а другой – связан с одной из теорем [6], которая утверждает эквивалентность задачи отыскания оптимального решения в некоторой иерархической игре двух лиц специальной задачи нелинейного программирования. Поясним содержание обоих подходов для того случая, когда имеются лишь два субъекта: K и Π . Предположим, что K распоряжается выбором элемента x , а Π – элемента y . Оба субъекта, соответственно K и Π , стремятся обеспечить свои интересы:

$$R(x, y) \rightarrow \max, \quad (10)$$

$$r(x, y) \rightarrow \max. \quad (11)$$

Стратегия K – функция $x = \psi(y)$. Она сообщается Π к моменту принятия им своего решения о выборе y . Предполагается, что Π доверяет K и, узнав, $\psi(y)$, выбирает y из решения задачи

$$r(\psi(y), y) \rightarrow \max. \quad (12)$$

В результате решения этой задачи определяется точно-множественный оператор $y = Y[\psi(\cdot)]$. После этого K остается выбрать функцию $\psi(\cdot)$ из решения задачи $\sup_{\psi(\cdot)} \inf_{y \in Y[\psi(\cdot)]} R(\psi(y), y)$.

В частности, если при любой $\psi(\cdot)$ решение задачи (12) единственно, получим задачу определения функции $\psi(\cdot)$, реализующей $\sup_{\psi(\cdot)} R(\psi(y), y)$, где y

– решение задачи (12) при заданной $\psi(\cdot)$. Первый подход к решению этой задачи – параметризация функции $\psi(\cdot)$. Он состоит в том, что мы представляем эту функцию в зависимости от нескольких параметров, например:

$$\psi(\cdot) = a_1 y + a_2 y^2. \quad (13)$$

Примечание 3. Выбор класса функций, которому должны принадлежать штрафы и поощрения, – это специальная задача. Дело в том, что расширение класса допустимых штрафов и поощрений может существенно изменить значение целевой функции. В [5,6] приведены примеры, показывающие, что включение в число допустимых штрафов и поощрений разрывных функций может сколь угодно сильно изменить окончательный результат.

Используя представление (13) функции $\psi(y)$, представим задачу (11) в форме $r^*(a_1, a_2, y) \rightarrow \max$, откуда следует, что если решение этой задачи при

любых \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 однозначно, то \mathbf{y} – это некоторая функция параметров \mathbf{a}_1 и \mathbf{a}_2 : $\mathbf{y}=\mathbf{y}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$, и задача (11) превращается в специальную задачу математического программирования, аналогичную задаче, рассмотренной в [1].

Другой подход связан со следующим фактом. Рассмотрим задачу

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rightarrow \min_{\mathbf{x}}. \quad (14)$$

Ее решением будет функция $\mathbf{x}=\mathbf{x}^*(\mathbf{y})$.

Затем решим еще одну оптимизационную задачу:

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}^*(\mathbf{y}), \mathbf{y}) \rightarrow \max_{\mathbf{y}}. \quad (15)$$

Значение функционала, отвечающее этой процедуре, обозначим через \mathbf{r}^* , после чего рассмотрим еще одну задачу оптимизации, теперь уже для функции \mathbf{R} :

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rightarrow \max_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} \quad (16)$$

при дополнительном условии

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq \mathbf{r}^*. \quad (17)$$

Решение задачи (16) при условии (17) определит векторы \mathbf{x}^0 и \mathbf{y}^0 . В [6] утверждается, что оптимальной стратегией \mathbf{K} будет функция $\mathbf{x}(\mathbf{y})$:

$$\mathbf{x}(\mathbf{y}) = \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}^0, & \text{если } \mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}}^0, \\ \mathbf{x}^*(\mathbf{y}), & \text{если } \mathbf{y} \neq \bar{\mathbf{y}}^0. \end{cases} \quad (18)$$

Здесь $\bar{\mathbf{x}}^0 = \mathbf{x}^0$, $\bar{\mathbf{y}}^0 = \mathbf{y}^0$, если $\mathbf{r}(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}^0) > \mathbf{r}^*$. Если же $\mathbf{r}(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}^0) = \mathbf{r}^*$, то $\bar{\mathbf{x}}^0$, $\bar{\mathbf{y}}^0$ таковы,

что $\mathbf{r}(\bar{\mathbf{x}}^0, \bar{\mathbf{y}}^0) > \mathbf{r}^*$ и $\bar{\mathbf{x}}^0, \bar{\mathbf{y}}^0$ с ε – точностью, выбираемой \mathbf{K} , реализуют решение задачи (16). Таким образом, решением оптимизационных задач (14) – (16) синтезирующая функция $\mathbf{x}(\mathbf{y})$ выписывается в явном виде (18). Этот факт трудно переоценить, так как он открывает перспективы для эффективного построения механизмов управления в военных системах. Путь, который предлагает отмеченная теорема для эффективного построения функций наказания и поощрения, может показаться отнюдь не простым. Более того, на первый взгляд, он кажется даже более сложным, чем традиционный способ построения синтеза. В действительности же он может оказаться чрезвычайно эффективным для построения механизмов управления в иерархических системах.

Для того чтобы продемонстрировать его возможности, постараемся дать интерпретацию приведенным рассуждениям. Рассмотрим задачу (14). Мы можем трактовать ее как задачу определения таких воздействий \mathbf{K} на $\mathbf{\Pi}_i$, которые ставят его в самые трудные условия. Но поскольку эти действия всегда стеснены определенными пределами и количество воздействий невелико, то задача (14) бывает, как правило, тривиальна. Например, если можем варьировать \mathbf{c}_i , то должны их назначить самыми малыми: если назначаем функцию поощрения, то она должна быть равна нулю; штраф – максимально допустимым и т.д. Задача (15) – это задача выбора $\mathbf{\Pi}_i$ своей наилучшей стратегии в трудных для него условиях, а

величина \mathbf{r}^* - его гарантированный результат. Задача (16) – это задача выбора оптимальной стратегии \mathbf{K} в условиях полной централизации, но с одновременным выполнением требования (13), которое означает, что интересы Π_i должны быть учтены – ему должен быть обеспечен результат не ниже \mathbf{r}^* .

Таким образом, цепочка оптимизационных задач (14) – (16) оказывается достаточно часто не такой уж сложной. Кроме того, решение $(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}^0)$ можно рассматривать как согласованную программу, поскольку Π_i выгодно ей придерживаться – в этом случае он получит максимальное поощрение. Отступление от этого согласованного решения немедленно приводит к наказанию: обратная связь действует автоматически. Всюду, за исключением точки $\mathbf{y}=\mathbf{y}^0$, функция (18) совпадает с $\mathbf{x}^*(\mathbf{y})$ (т.е. с решением задачи (14), которая определяет наилучшие условия функционирования Π_i – максимальный штраф). Решение (18) удобно для практического использования. Π_i стремится максимизировать функцию (6), располагаясь лишь одной величиной – количеством военнослужащих Q_i .

Следует заметить, что поскольку объем ресурсов определяется только количеством военнослужащих, то можно искать функцию $\varphi_i(\Pi_i)$ как функцию только $Q_i^{1/2}$. Обозначим $Q_i^{1/2}$ через \mathbf{z}_i . Итак, задача Π_i состоит в следующем:

$$\mathbf{J}_i(\mathbf{z}_i) = \mathbf{a}_i \mathbf{z}_i - \mathbf{d}_i \mathbf{z}_i^2 + \varphi_i(\mathbf{z}_i) \rightarrow \max$$

при условиях $\mathbf{z}_i \geq 0$, $\varphi_i(\mathbf{z}_i) \geq 0$. Проведем решение этой задачи обоими изложенными способами. Рассмотрим сначала первый способ. Положим

$$\varphi_i(\mathbf{z}_i) = \mathbf{c}_{i1} \mathbf{z}_i + \mathbf{c}_{i2} \mathbf{z}_i^2. \text{ Из условия } \partial \mathbf{J}_i / \partial \mathbf{z}_i = 0 \text{ найдем } \mathbf{z}_i = \frac{\hat{\mathbf{a}}_i + \mathbf{c}_{i1}}{2(\mathbf{d}_i - \mathbf{c}_{i2})}.$$

Предположим теперь, что целевая функция \mathbf{K} имеет вид

$$\mathbf{J} = \sum_{i=1}^n \mathbf{b}_i \mathbf{z}_i - \sum_{i=1}^n \varphi_i(\mathbf{z}_i) \quad (19)$$

или

$$\mathbf{J} = \sum_{i=1}^n \mathbf{b}_i \mathbf{z}_i - \sum_{i=1}^n (\mathbf{c}_{i1} \mathbf{z}_i + \mathbf{c}_{i2} \mathbf{z}_i^2) = \sum_{i=1}^n \mathbf{L}_i,$$

где

$$\mathbf{L}_i = (\mathbf{b}_i - \mathbf{c}_{i1}) \mathbf{z}_i - \mathbf{c}_{i2} \mathbf{z}_i^2.$$

Используя выражение для \mathbf{z}_i , получим

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_i &= \frac{\mathbf{b}_i - \mathbf{c}_{i1}}{2(\mathbf{d}_i - \mathbf{c}_{i2})} (\hat{\mathbf{a}}_i + \mathbf{c}_{i1}) - \\ &- \frac{\mathbf{c}_{i2} (\hat{\mathbf{a}}_i + \mathbf{c}_{i1})^2}{4(\mathbf{d}_i - \mathbf{c}_{i2})^2} \stackrel{\Delta}{=} \mathbf{L}_i^*(\mathbf{c}_{i1}, \mathbf{c}_{i2}). \end{aligned}$$

Функция $\mathbf{L}_i^*(\mathbf{c}_{i1}, \mathbf{c}_{i2})$ имеет достаточно простой вид, и задача ее максимизации не представляется трудной.

Теперь рассмотрим второй путь решения задачи. Так как $\varphi_i(\mathbf{z}_i) \geq 0$, то наилучшее значение функции поощрения будет $\varphi_i = 0$. Тогда $\mathbf{J}_i(\mathbf{z}_i) = \hat{\mathbf{a}}_i \mathbf{z}_i - \mathbf{d}_i \mathbf{z}_i^2$,

и, следовательно, гарантированный результат будет следующим: $J_i^* = \hat{a}_i^2 / 4d_i$.
 Задача (16), где \mathbf{R} имеет вид (15), будет такой: $\mathbf{L}_i = \mathbf{b}_i \mathbf{z}_i - \varphi_i(\mathbf{z}) \rightarrow \max$ при
 условии, что $\mathbf{J}_i \geq \hat{a}_i^2 / 4d_i$. Отсюда сразу находим $\varphi_i = \mathbf{0}$, $\mathbf{z}_i = \hat{a}_i / 2d_i$.

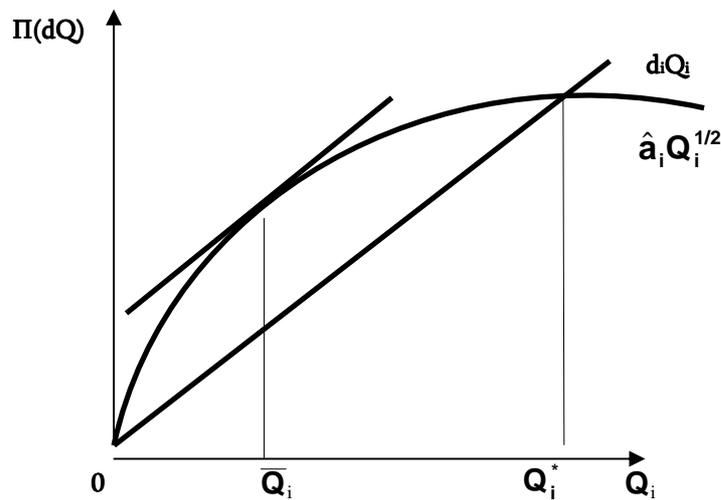


Рис.

В данном случае следует предпочесть второй подход, и не потому, что получили окончательный результат более коротко: решение задачи с помощью параметризации тоже достаточно просто. Дело здесь в другом. В первом случае нам не удалось обнаружить очевидный результат: интересы K и Π_i в рассматриваемом случае (рис.) совпадают - Π_i будет выбирать $Q_i = \bar{Q}_i$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Брутян В. К.** Некоторые аспекты изучения кибернетических военных систем. Тактика. Автоматизированные системы управления войсками // Айкаккан Банак: Военно-научный журнал МО РА. - 1999. - № 1. - С. 45-53.
2. **Вильямс Дж. Д.** Совершенный стратег или букварь по теории стратегических игр. - М.: Советское радио, 1960. - 314 с.
3. **Льюс Р. Д., Райфа Х.** Игры и решения. Введение в критический обзор. - М.: Изд-во иностранной литературы, 1964. - 212 с.
4. **Брутян В. К.** Основные аспекты теории непрерывных марковских управляемых систем и ее приложение: Монография. - Ер.: Айастан, 1984. - 296 с.

5. **Брутян В. К.** Некоторые вопросы применения марковских процессов к исследованию нелинейных автоматических систем: Монография. - Ереван: Изд. Ереванск. гос. ун-та, 1974. - 198 с.
6. **Гермейер Ю. Б.** Игры с противоположными интересами. - М.: Наука, 1976. - 256 с.

Военный институт МО РА. Материал поступил в редакцию 12.10.1999.

Վ. Կ. ԲՐՈՒՏՅԱՆ

ՍՏՈՐԱԿԱՐԳՈՒԹՅԱՄԲ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐԻ ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄԸ

Քննարկվում է հակամարտային իրավիճակներում որոշումների ընդունման ընթացակարգերի առանձնահատկությունները լուսաբանող կիրառական խնդիր: Դիտարկվում է ստորակարգությամբ ռազմագիտական կիբեռնետիկական համակարգում գորամասի կառավարման խնդիրը: Ցույց է տրվում, որ եթե համակարգի տարրն օժտված է ռազմական միջոցների ինքնուրույն օգտագործման իրավունքով, ապա անխուսափելիորեն վերածվում է ստորակարգությամբ կիբեռնետիկական համակարգի: Դիտարկվում է ընդհանրացված խնդիր, որում լավագույն կառավարումը հրամանատարի խրախուսանքի կամ պատժի այնպիսի ֆունկցիաների որոշումն է, որոնք ապահովում են հրամանատարի նպատակային ֆունկցիայի առավելարկող արժեքները:

V. K. BROUTYAN

EFFECTIVE CONTROL MECHANISM CONSTRUCTION IN HIERACHICAL SYSTEMS

A hierachical control system is analysed. Decision making procedure peculiarities in opposing condition are illustrated. It is shown that if the subordinator has the right to use the resources independently, the system is inevitably turned into cybernetical hierachcal system; its goal is to preserve eigen homeostasis. A generalized problem, in which the optimal control is the commander's decision such as fine and encouraging functions which give the commander the maximum value of function's objective, is considered.

Ф. П. ГРИГОРЯН

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ ПО ЗАДАНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЯМ В СИСТЕМЕ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Рассматривается задача построения скалярного управления по заданным граничным условиям в системе автоматического регулирования (САР). Полученные результаты использованы для решения примера, когда требуется построить управление так, чтобы космический аппарат, начинающий свое движение с некоторой начальной точки x_0 в момент $t = t_0$, достиг цели в заданном конечном состоянии x_1 в заданный момент.

Ключевые слова: синтез управления, граничные условия, регулятор, сближение, орбита.

В работе [2] рассмотрена задача: для управляемой системы

$$\begin{cases} dx / dt = Ax + hu, \\ U = \int_{-\infty}^t g(t-t')v(t')dt', \\ v(t) = bx(t) \end{cases} \quad (1)$$

или

$$\frac{dx}{dt} = Ax + h \int_{-\infty}^t g(t-t')bx(t')dt' \quad (2)$$

(где $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))'$ - столбцовая матрица размера $n \times 1$, вектор состояния процесса; $v(t)$ - скалярный входной сигнал регулятора; $g(t-t')$ - скалярная импульсная переходная функция регулятора; $U(t)$ - скалярное управляющее воздействие, рассматриваемое как выходной сигнал регулятора),

$$A = (a_{ij}) \quad (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad h = (h_1, h_2, \dots, h_n)', \quad b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$$

(штрих на матрице здесь и в дальнейшем означает, что матрица транспонированная) построить $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ так, чтобы решение (1) имело вид

$$x = \bar{K}y = \sum_{i=1}^n \bar{K}_i y_i, \quad dy_i / dt = \lambda_i y_i \quad (i = \overline{1, n}),$$

где $\overline{K} = (\overline{K}_1, \overline{K}_2, \dots, \overline{K}_n)$ - некоторая невырожденная матрица; $\lambda_i (i = \overline{1, n})$ - наперед заданные числа, удовлетворяющие условиям:

- 1) $\lambda_i \neq \lambda_j, \quad i \neq j, \quad i, j = \overline{1, n}$;
 - 2) λ_j не совпадают с нулями и особыми точками передаточной функции регулятора;
 - 3) λ_j не равны хотя бы одному из собственных чисел матрицы A .
- В результате получаем

$$b = \left(\frac{\Delta(\lambda_1)}{W(\lambda_1)}, \frac{\Delta(\lambda_2)}{W(\lambda_2)}, \dots, \frac{\Delta(\lambda_n)}{W(\lambda_n)} \right) [(\Lambda \Omega)^{-1}] S^{-1}, \quad (2')$$

где $\Delta(\lambda_i) = \lambda_i^n + \rho_1 \lambda_i^{n-1} + \dots + \rho_{n-1} \lambda_i + \rho_n \quad (i = \overline{1, n})$ - значения характеристического многочлена матрицы $A_0 = S^{-1}AS$, $S = (h, Ah, \dots, A^{n-1}h)$ при $\lambda = \lambda_i \quad (i = \overline{1, n})$;

$W(\lambda_i) = \int_0^\infty g(s) \exp(-\lambda_i s) ds$ - передаточная функция регулятора при $\lambda = \lambda_i$;

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1^{n-1} & \lambda_1^{n-2} & \dots & 1 \\ \lambda_2^{n-1} & \lambda_2^{n-2} & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_n^{n-1} & \lambda_n^{n-2} & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \rho_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n-1} & \rho_{n-2} & \rho_{n-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Тогда для решения системы (2) получим

$$x = SK e^{\Lambda t} C, \quad (3)$$

где $SK = \overline{K}$; $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)'$ - матрица-столбец произвольных постоянных; $\Lambda_1 = \text{diag} (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$.

Столбцы матрицы $K = (K_1, K_2, \dots, K_n)$ определяются из системы уравнений $(A_0 + h_0 W(\lambda_i) q) K_i = \lambda_i K_i \quad (i = \overline{1, n})$, $q = bS = (q_1, q_2, \dots, q_n)$.

Постановка задачи. Требуется построить $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ так, чтобы движение системы (1), начинающееся в точке $x_0 = (x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})'$ в момент $t = t_0$, достигло заданного конечного состояния $x_1 = (x_{11}, x_{21}, \dots, x_{n1})'$ в заданный момент $t_1 > t_0$.

Решение задачи. На основании (3) при $t = t_0$, $x = x_0$ и $t = t_1$, $x = x_1$ получаем соответственно

$$x_0 = SK e^{\Lambda t_0} C, \quad x_1 = SK e^{\Lambda t_1} C,$$

откуда имеем

$$C = [SKe^{\Lambda_1 t_0}]^{-1} x_0 = e^{-\Lambda_1 t_0} (SK)^{-1} x_0,$$

$$C = [SKe^{\Lambda_1 t_1}]^{-1} x_1 = e^{-\Lambda_1 t_1} (SK)^{-1} x_1.$$

$$e^{-\Lambda_1 t_0} (SK)^{-1} x_0 = e^{-\Lambda_1 t_1} (SK)^{-1} x_1,$$

В результате

т.е.

$$e^{\Lambda_1 t_1} e^{-\Lambda_1 t_0} (SK)^{-1} x_0 = (SK)^{-1} x_1.$$

Следовательно,

$$e^{\Lambda_1 (t_1 - t_0)} (SK)^{-1} x_0 = (SK)^{-1} x_1. \quad (4)$$

Если последние уравнения решаются относительно $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, то полученное решение (4) определяет искомое $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ согласно (2').

Пример. Рассмотрим задачу управления при сближении космических аппаратов [3]. Для этого целесообразно поместить начало относительной системы координат охуз в центр масс космического аппарата-цели. Система уравнений движений космического аппарата в относительной системе координат для случая круговой орбиты цели приведена в [3].

$$\begin{cases} dx_1 / dt = x_2, \\ dx_2 / dt = -\omega^2 x_1 + U\alpha, \end{cases} \quad (5)$$

Рассмотрим подсистему

которая характеризует отклонение космического аппарата от плоскости цели, где ω - средняя угловая скорость движения по орбите; α - направляющий косинус тяги.

Пусть имеем

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad S = (h, Ah) = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$S = -\alpha^2 \neq 0, \quad b = (b_1, b_2), \quad q = bS = (q_1, q_2).$$

Тогда система (5) эквивалентна векторно-матричному уравнению

$$dx/dt = Ax + hu. \quad (7)$$

Требуется найти $b = (b_1, b_2)$ так, чтобы проекция движений космического аппарата (7), начинающаяся в точке $x_0 = (x_{10}, x_{20})$ (в момент $t = t_0$, достигла цели заданного конечного состояния $x_1 = (x_{11}, x_{21})$ (в заданный момент $t_1 > t_0$).

Решение. Отыскание $b = (b_1, b_2)$ приводится к системе (4) трансцендентных уравнений относительно λ_1, λ_2 при $\lambda_1 \neq \lambda_2$.

На основании [2] имеем где $\gamma_1 \neq \gamma_2$, $\gamma_2 \neq 0$ - произвольные постоянные

$$S = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} \lambda_1 \gamma_1 & \lambda_2 \gamma_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{bmatrix}, \quad SK = \begin{bmatrix} \gamma_1 \alpha & \gamma_2 \alpha \\ \lambda_1 \gamma_1 \alpha & \lambda_2 \gamma_2 \alpha \end{bmatrix},$$

$$|SK| = \alpha^2 \gamma_1 \gamma_2 (\lambda_2 - \lambda_1),$$

числа.

Находим обратную матрицу

$$(SK)^{-1} = \frac{1}{\alpha^2 \gamma_1 \gamma_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} \begin{bmatrix} \alpha \lambda_2 \gamma_2 & -\alpha \gamma_2 \\ -\alpha \lambda_1 \gamma_1 & \alpha \gamma_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha \gamma_1 \gamma_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} \begin{bmatrix} \lambda_2 \gamma_2 & -\gamma_2 \\ -\lambda_1 \gamma_1 & \gamma_1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} e^{\lambda_1(t_1-t_0)} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2(t_1-t_0)} \end{bmatrix} \frac{1}{\alpha \gamma_1 \gamma_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} \begin{bmatrix} \lambda_2 \gamma_2 & -\gamma_2 \\ -\lambda_1 \gamma_1 & \gamma_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\alpha \gamma_1 \gamma_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} \begin{bmatrix} \lambda_2 \gamma_2 & -\gamma_2 \\ -\lambda_1 \gamma_1 & \gamma_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_2 \gamma_2 e^{\lambda_1(t_1-t_0)} & -\lambda_2 e^{\lambda_1(t_1-t_0)} \\ -\lambda_1 \gamma_1 e^{\lambda_2(t_1-t_0)} & \gamma_1 e^{\lambda_2(t_1-t_0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_2 \gamma_2 & -\gamma_2 \\ -\lambda_1 \gamma_1 & \gamma_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{bmatrix}.$$

$$\begin{cases} e^{\lambda_1(t_1-t_0)} (\lambda_2 x_{10} - x_{20}) = \lambda_2 x_{11} - x_{21}, \\ e^{\lambda_2(t_1-t_0)} (\lambda_2 x_{10} + x_{20}) = -\lambda_1 x_{11} + x_{21}. \end{cases} \quad (9)$$

Из выражений (4) и (8) для системы (6) вытекает, что

Отсюда получаем

Из последнего выражения получаем

Пусть

$$e^{\lambda_1(t_1-t_0)} \approx 1 + \lambda_1(t_1 - t_0), \quad e^{\lambda_2(t_1-t_0)} \approx 1 + \lambda_2(t_1 - t_0). \quad (10)$$

Подставив (10) в (9), после некоторых преобразований получим

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{1}{t_1 - t_0} \frac{\lambda_2 \alpha_1 - \alpha_2}{\lambda_2 x_{10} - x_{20}}, & \alpha_1 = x_{11} - x_{10}, \\ \lambda_2 = \frac{1}{t_1 - t_0} \frac{-\lambda_1 \alpha_1 + \alpha_2}{\lambda_1 x_{10} - x_{20}}, & \alpha_2 = x_{21} - x_{20}. \end{cases} \quad (11)$$

Подставив выражение λ_1 из первого уравнения во второе и преобразуя его, получим квадратное уравнение относительно λ_2 :

$$x_{10}(t_1 - t_0)[\alpha_1 - (t_1 - t_0)x_{20}]\lambda_2^2 + [x_{20}^2(t_1 - t_0)^2 - 2\alpha_2 x_{10}(t_1 - t_0) + \alpha_1^2]\lambda_2 + \alpha_2[(t_1 - t_0)x_{20} - \alpha_1] = 0. \quad (12)$$

Решим (12), добавляя из (11) первое уравнение:

$$\begin{cases} \lambda_2 = \frac{-[x_{20}^2(t_1 - t_0)^2 - 2\alpha_2 x_{10}(t_1 - t_0) + \alpha_1^2] \pm \sqrt{D}}{2x_{10}(t_1 - t_0)[\alpha_1 - (t_1 - t_0)x_{20}]}, \\ D = [x_{20}^2(t_1 - t_0)^2 - 2\alpha_2 x_{10}(t_1 - t_0) + \alpha_1^2] + 4x_{10}\alpha_2[\alpha_1 - (t_1 - t_0)x_{20}]^2(t_1 - t_0), \\ \lambda_1 = \frac{1}{t_1 - t_0} \frac{\lambda_2 \alpha_1 - \alpha_2}{\lambda_2 x_{10} - x_{20}}. \end{cases} \quad (13)$$

Рассмотрим цифровой пример. Пусть

$$\begin{aligned} t_1 - t_0 &= 10 \text{ с}, \quad x_{10} = 10 \text{ км}, \quad x_{11} = 20 \text{ км}, \quad \alpha_1 = x_{11} - x_{10} = 10 \text{ км}, \\ x_{20} &= 10 \text{ км}, \quad x_{21} = 20 \text{ км}, \quad \alpha_2 = x_{21} - x_{20} = 10 \text{ км}. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставив эти значения в (14) и преобразуя их, получим

$$\lambda'_1 = 0,1, \quad \lambda''_1 = 0,1, \quad \lambda'_2 = 1, \quad \lambda''_2 = -0,1.$$

Из формулы (2) получаем для настоящей задачи

$$b = \frac{1}{\alpha(\lambda_1 - \lambda_2)} \left[\frac{\lambda_1^2 + \omega^2}{W(\lambda_1)} - \frac{\lambda_2^2 + \omega^2}{W(\lambda_2)}, -\frac{\lambda_2(\lambda_1^2 + \omega^2)}{W(\lambda_1)} + \frac{\lambda_1(\lambda_2^2 + \omega^2)}{W(\lambda_2)} \right]. \quad (15)$$

Предположим, что $\alpha = \cos 60^\circ = 0,5$; $W(\lambda) = 1/(\lambda - 2)$.

Подставив эти значения в (15) и преобразуя их, имеем

$$b \approx (-1,21; -10). \quad (16)$$

Так как

$$W(\lambda) = 1/(\lambda - 2),$$

$$\text{то } g(t) = e^{2t}. \quad (17)$$

Согласно (1), (16) и (17), получаем вид для управления

$$U(t) = \int_{-\infty}^t e^{2(t-t')} (-12,1; -10)(x_5(t'), x_6(t'))' dt'.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Абгарян К.А.** Матричные и асимптотичные методы в теории линейных систем.- М : Наука, 1973. – 432 с.
2. **Григорян Ф.П.** Синтез управлений с желаемым спектром в системе автоматического регулирования // НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. – 2002. – Т. 55, № 1- С. 121-128.,
3. **Пономарев В.М.** Теория управления движением космических аппаратов. –М.: Наука. 1965. – 456 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 23.12.1999.

Ֆ.Պ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

ԸՍՏ ՏՐՎԱԾ ԵԶՐԱՅԻՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐԻ ԱՎՏՈՄԱՏ ԿԱՐԳԱՎՈՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՄԻՆԹԵԶ

Դիտարկված է ըստ տրված եզրային պայմանների ավտոմատ կարգավորման համակարգերում սկայյար կառավարման կառուցման խնդիր: Ստացված արդյունքներն օգտագործվել են այնպիսի օրինակների լուծման համար, երբ պահանջվում է կառավարումը կառուցել այնպես, որ նախապես տրված x_0 կետից $t=t_0$ ակնթարթում իր շարժումը սկսած տիեզերական ապարատը հասնի տրված x_1 նպատակակետին տրված $t_1 > t_0$ ակնթարթում:

F.P. GRIGORYAN

CONTROL SYNTHESIS TO GIVEN BOUNDARY CONDITIONS IN AUTOMATIC CONTROL SYSTEM

A scalar control construction problem in the automatic control system is considered. The results obtained are used for solving an example, when it is required to construct the control so that the space vehicle, starting its motion at some point X_0 at the moment $t=t_0$, would reach the target in the given final state X_1 at the given moment.

О.В. БАГДАСАРЯН, С.Г. ДАШЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ОПТИЧЕСКОГО УСИЛИТЕЛЯ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Представлена математическая модель, описывающая работу полупроводникового оптического усилителя. Проведено исследование его усилительных свойств методом компьютерного моделирования.

Ключевые слова: оптические усилители, полупроводниковые оптические усилители, скоростные уравнения.

Одним из основных компонентов волоконно-оптической линии связи (ВОЛС) являются оптические усилители (ОУ) [1-3]. ОУ, применяемые в современных волоконно-оптических линиях связи, подразделяются на усилители-ретрансляторы типа свет-ток-свет и чисто оптические усилители, такие как: волоконные усилители с примесью эрбиума и полупроводниковые оптические усилители (ППОУ). Чисто оптические усилители обладают важным преимуществом: способностью работать независимо от стандарта передачи в канале связи. Это свойство, а также малые шумы и возможность интегрального исполнения для ППОУ способствуют их широкому распространению.

ППОУ оказались первыми чисто ОУ, доработанными до уровня промышленного использования. Они способны работать в отличие от других видов ОУ как в окне прозрачности 1300 нм, так и 1550 нм [1, 4]. Работа полупроводниковых ОУ основана на использовании возбуждаемой эмиссии в р-п переходе, возникающей благодаря взаимодействию фотонов входного излучения с электронами на возбужденном уровне зоны проводимости. Усиление возможно при условии создания определенного уровня инверсии населенности (избытка электронов в зоне проводимости) за счет накачки, роль которой играет ток инжекции в полупроводнике. Однако при этом энергия основной массы электронов еще недостаточна для преодоления потенциального барьера между зонами. Для этого еще требуется дополнительная энергия возбуждения. Входной сигнал - источник первичных фотонов - служит таким источником возбуждения, энергия которого должна быть достаточна, чтобы сбросить электроны с верхнего уровня на нижний, где электронно-дырочная рекомбинация приводит к появлению вторичных фотонов. Если один первичный фотон вызывает эмиссию k вторичных фотонов, то имеется k -кратное оптическое усиление [2,4].

ППОУ могут быть использованы по крайней мере в трех различных классах оптических систем: усилителях, компенсаторах дисперсии и оптических коммутаторах [2-5].

Существует два типа ППОУ: подпороговые и надпороговые. Подпороговые усилители - это полупроводниковые лазеры, работающие в режиме ниже порога генерации излучения, надпороговые (или усилители с фиксированным усилением) - лазеры, работающие в режиме выше порога генерации излучения, у которых устранен резонатор [2,4]. В настоящей работе проводится моделирование работы подпорогового усилителя, используемого в качестве узкополосного усилителя, широко применяемого в современных системах WDMA (системы связи с частотным разделением каналов).

Математические модели, описывающие работу ППОУ, бывают двух видов: стационарные и скоростные. С тенденцией увеличения скорости передачи информации в сетях ВОЛС произошел переход от стационарных моделей к скоростным. В настоящей работе с помощью компьютерного моделирования проведено исследование ППОУ на основе известной математической модели скоростных уравнений [4-9].

Работа ППОУ описывается дифференциальными уравнениями, которые определяют скорость изменения концентрации фотонов $p(t)$ и электронов $n(t)$ [5,6]:

$$\begin{cases} \frac{dp(t)}{dt} = \Gamma G(t)(n(t) - n_0)p(t) - \frac{p(t)}{\tau_\phi} + \frac{\beta \Gamma n(t)}{\tau_H} + p_{вх}(t), \\ \frac{dn(t)}{dt} = \frac{I}{qV_a} - G(t)(n(t) - n_0)p(t) - \frac{n(t)}{\tau_H}, \end{cases}$$

где Γ - коэффициент ограничения мод; n_0 - концентрация электронов в состоянии покоя; β - коэффициент спонтанного излучения; τ_ϕ и τ_H - продолжительность жизни фотонов и электронов; I - постоянный ток инжекции; q - заряд электрона; V_a - объем активного слоя; $p_{вх}(t)$ - плотность фотонов входного сигнала; $G(t)$ - параметр насыщения коэффициента усиления, который определяется как $G(t) = v_{гр} \alpha_0 / (1 + \epsilon p(t))$; ϵ - коэффициент ограничения усиления; α_0 - коэффициент усиления; $v_{гр}$ - групповая скорость.

В рассматриваемой модели на вход усилителя подается битовая последовательность, каждый импульс которой описывается системой выражений

$$p_{вх}(t) = \begin{cases} p_{0вх} + p_{1вх} (1 - e^{-\frac{2,2t}{\tau_r}}), & \text{если } B_{тек.} = 1, B_{пред.} = 0 \\ p_{0вх} + p_{1вх} e^{-\frac{2,2t}{\tau_r}}, & \text{если } B_{тек.} = 0, B_{пред.} = 1 \\ p_{0вх}, & \text{если } B_{тек.} = 0, B_{пред.} = 0 \\ p_{0вх} + p_{1вх}, & \text{если } B_{тек.} = 1, B_{пред.} = 1 \end{cases}$$

где $B_{тек}$ и $B_{пред}$ - соответственно текущие и предыдущие биты сигнала; $p_{0вх}$ и $p_{1вх}$ - минимальное и максимальное значения плотности фотонов входного оптического сигнала, т.е. значения плотности фотонов при нулевом и единичном битах сигнала; τ_r - продолжительность подъема или спада импульса сигнала.

Выходная мощность зависит от плотности фотонов следующим образом [7]:

$$P(t) = \frac{p(t) V_a \eta_0 h\nu}{2 \Gamma \tau_\phi},$$

где η_0 - квантовая эффективность; $h\nu$ - энергия фотона.

Численное интегрирование системы дифференциальных уравнений проводилось методом Рунге-Кутты с переменным шагом интегрирования по заданной точности счета.

Исследование усилительных свойств моделировалось при следующих значениях параметров ППОУ, соответствующих сплаву InGaAsP [7] (табл.):

Таблица

Обозначение	Название	Значение
Γ	Коэффициент ограничения мод	0,4
n_0	Начальная плотность электронов	10^{18} см^{-3}
τ_ϕ	Продолжительность жизни фотонов	3 пс
τ_n	Продолжительность жизни электронов	1 нс
β	Коэффициент спонтанного излучения	$3 \cdot 10^{-5}$
q	Заряд электрона	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ К}$
V_{gr}	Групповая скорость	$8,5 \cdot 10^9 \text{ см/с}$
ϵ	Коэффициент ограничения усиления	10^{-17} см^3
V_a	Объем активного слоя	$1,5 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3$
η_0	Полная квантовая эффективность	0,1
λ	Длина волны	1,3 мкм
$P_{вх}$	Мощность входного сигнала	8 мкВт

На рис.1 приведен входной сигнал усилителя с битовой последовательностью 01010101 со скоростью 3 Гбит/с, $\tau_r=0,2 \text{ Т}$, где T - период импульса, а на рис.2 - соответствующий выходной сигнал усилителя при токе инжекции 32,6 мА.

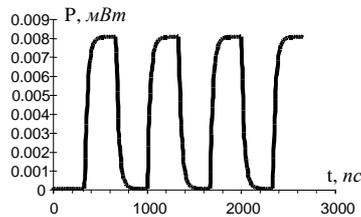


Рис. 1

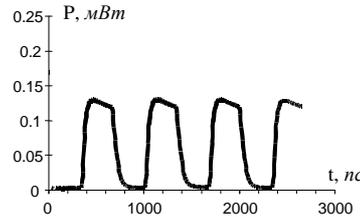


Рис.2

Как видно из полученных зависимостей, усиленные импульсы с хорошей точностью повторяют форму входных импульсов. Небольшой наклон вершин импульсов обусловлен релаксационными процессами в полупроводниковой структуре.

Исследование оптического усилителя производилось при разных скоростях передачи входного сигнала, в частности, при 300 Мбит/с и 3 Гбит/с, а также при токах инжекции 32,6 и 33,5 мА, что меньше порогового значения лазерной генерации (33,7 мА при приведенных выше параметрах). Исследование показало, что происходит запаздывание выходных импульсов по сравнению с входными примерно на 20 пс, а также увеличение коэффициента усиления до ≈ 13 дБ с увеличением тока инжекции. Полученные значения хорошо согласуются с известными параметрами современных оптических усилителей [10]. При увеличении скорости входной последовательности импульсов (в частности, до 10 Гбит/с) происходит незначительное изменение формы выходных импульсов с сохранением усилительных свойств (усиление ≈ 13 дБ). А при увеличении мощности входного излучения ППОУ начинает переходить в нелинейный режим усиления с выходом в режим насыщения. В нелинейном режиме происходит уменьшение коэффициента усиления, а при насыщении оно доходит до минимума (в частности, 5 дБ).

Составленная компьютерная модель дает возможность исследовать различные ППОУ и оптимизировать ее конкретные параметры. В дальнейшем предполагается исследовать возможность моделирования полупроводниковых оптических коммутаторов-переключателей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Jungkeun Lee**, Roles of Semiconductor Laser Amplifiers in WDM/TDM Fiber-Optical Communications // Kamaya&Tsuchiya Lab. Department of Electronic Engineering/ The University of Tokyo, 1997.
2. Волоконно-оптическая техника: история, достижения, перспективы: Сборник статей / Под ред. **С.А. Дмитриева, Н.Н. Слепова**. - М.: Изд. Connect, 2000.- 376 с.
3. **Иванов А.Б.** Волоконная оптика: компоненты, системы передачи, измерения.- М.: Компания Сайрус Системс, 1999. – 671 с.
4. Photonic devices for telecommunications: how to model and measure / **Ed. G. Guekos**, Springer-Verlag, 1999. – 404 p.
5. Coherence, Amplification, and Quantum Effects in Semiconductor Laser. **Edited by Yoshihisa Yamamoto**, John Wiley&Sons, Inc., 1991.- 641p.
6. **Yamamoto Y.** IEEE, Quantum Electronics, QE - 19, 34 - 46, 1983.
7. **Chung-Sheng L., Franklin Fuk-Kay Tong, Karen Lui, David G. Messerschmitt.** Channel Capacity Optimization of Chirp-Limited Dense WDM/WDMA Systems Using OOK/FSK Modulation and Optical Filters // Journal of Lightwave Technology. – 1992. - Vol.10, ¹ 8. - P. 1148 - 1161.
8. Физика полупроводниковых лазеров: Пер. с японск; Под ред. **Х.Такумы**. - М.: Мир, 1989. – 310 с.
9. **Corvini P.J. and Koch T.L.** Computer Simulation of High-Bit-Rate Optical Fiber Transmission Using Single - Frequency Laser// Journal of Lightwave Technology. – 1987. - Vol. 5, No.11. – P.1591 - 1595.
10. <http://www.optospeed.com>
11. ГИУА. Материал поступил в редакцию 20.02.2001.

Հ.Վ. ԲԱԴԴԱՍԱՐՅԱՆ, Ս.Գ. ԴԱՇՅԱՆ

**ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՈՒԺԵՂԱՐԱՐԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ
ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ԿՈՄՊՅՈՒՏԵՐԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՄԻՋՈՑՈՎ**

Ներկայացված է կիսահաղորդչային օպտիկական ուժեղարարի աշխատանքը նկարագրող մաթեմատիկական մոդելը, քոմպյուտերային մոդելավորման մեթոդով հետազոտված են վերջինիս հատկությունները:

**H.V. BAGHDASARYAN, S.G. DASHYAN
INVESTIGATION OF SEMICONDUCTOR OPTICAL AMPLIFIER'S
OPERATION VIA COMPUTER SIMULATION**

A semiconductor optical amplifier (SOA) application and its mathematical model are described. Investigations of amplifying properties of SOA by a computer simulating method are carried out.

В.Г. АВETИСЯН

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ АНТЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Предлагаются решения для построения секции автоматического управления систем, предназначенных для измерения распределения ближнего поля антенн коротковолновой части миллиметрового диапазона.

Ключевые слова: короткие миллиметровые волны, ближнее поле антенн, антенные измерения, автоматическое управление.

При измерениях по ближним полям испытуемых антенн диапазона коротких миллиметровых волн возникает комплекс проблем, связанных с поиском новых решений, которые должны удовлетворять требованиям по точности аттестации и восстановления параметров дальнего поля антенн отмеченного диапазона. Относительно планарного сканирующего устройства с подвижной линией, передающей информацию о ближнем комплексном поле с выхода сканирующего зонда на вход неподвижной радиоизмерительной аппаратуры, предложен ряд решений, последнее из которых изложено в [1]. В отношении радиоизмерительной аппаратуры, аналогично, можно привести [2].

Данная статья посвящена другой важной части упомянутых измерительных систем, а именно, секции автоматического управления. В [3] путем анализа предшествующих устройств и схем автоматического управления предложены решения, которые могут быть применены при построении секции автоматического управления измерительных систем по ближним полям испытуемых антенн коротковолновой части миллиметрового диапазона. В их основе лежит принцип синхронизации непрерывного движения зонда вдоль одной из координат на плоскости измерений (траектория зонда в виде "меандра") с вращением дисковой периодической структуры. В свою очередь, вращение диска синхронизировано с поступательным движением фотодатчика относительно оси диска в радиальном направлении. В процессе сканирования зонда вращающийся диск, имеющий радиальные щели, совместно с поступательно двигающимся фотодатчиком генерирует исходные импульсы управления. Кинематическая схема устройства представлена на рис.1. Первый механизм синхронизации поступательного движения зонда и вращения диска представляет собой передачу с гибкой связью. Диаметр $D_{ш}$ синхронизирующего шкива определяется из выражения

$$D_{ш} = 2 \tau_{\min} / \Delta\varphi = \tau_{\min} m / \pi, \quad (1)$$

где τ_{\min} - минимальный шаг дискретизации измерений вдоль оси X; $\Delta\varphi$ - угловое расстояние между радиальными щелями; m - количество радиальных щелей.

Согласно условию синхронизации (1), перемещению зонда на τ_{\min} соответствует вращение диска на $\Delta\Phi$. Второй механизм синхронизации вращения диска и поступательного движения фотодатчика представляет собой нарезанный и выступающий на центральной части диска виток спирали Архимеда, взаимодействующий с внутренними пазами фотодатчика. На рис.2 представлен фотодатчик с диском.

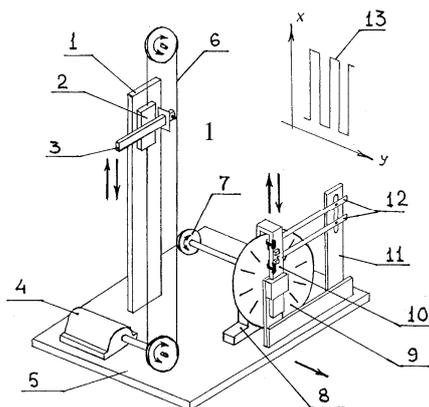


Рис.1. Кинематическая схема устройства: 1 – стойка сканера; 2 – «X»-каретка; 3 – зонд; 4 – двигатель «X»-привода; 5 – «Y»-каретка; 6 – трос гибкой передачи; 7 – синхронизирующий шкив; 8 – опора оси диска; 9 – диск; 10 – фотодатчик; 11 – стойка крепления планок; 12 – крепежные планки диафрагм с ушками; 13 – траектория сканируемого зонда в виде «меандра»

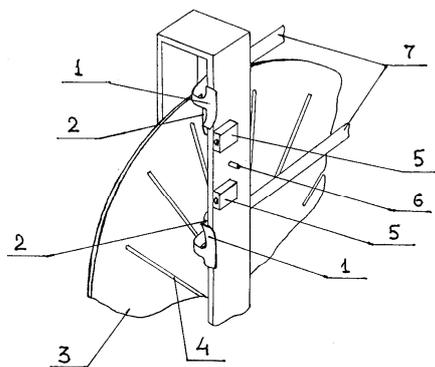


Рис.2. Узел фотодатчика с диском: 1 – ушки диафрагм; 2 – диафрагмы; 3- диск; 4 – радиальные щели; 5 – концевые выключатели; 6 – фотоприемник; 7 – крепежные планки диафрагм с ушками

В пространство между диском и фотодатчиком (вдоль движения фотодатчика) установлены две фиксируемые диафрагмы с ушками, расстояние L между которыми может регулироваться. Общее условие синхронизации движений устанавливает однозначную связь между поступательным перемещением луча фотодатчика на расстояние между краями диафрагм величиной L и поступательным перемещением зонда вдоль оси X на величину S :

$$S = N\tau_{\min} = n m \tau_{\min} = m \tau_{\min} L / \Delta R, \quad (2)$$

где N – количество вырабатываемых исходных импульсов управления в соответствующих точках отсчета измеряемого ближнего поля; n – количество оборотов вращения диска; ΔR – шаг спирали Архимеда, являющейся траекторией луча фотодатчика относительно диска.

Команды на срез или пропуск информации об измеряемом поле (при пересечении зондом границы зоны сканирования соответственно изнутри или извне ее) определяются перекрытием луча фотодатчика соответствующей диафрагмой. Величина начального перекрытия луча δL определяется параметрами узла

$$\delta L = \Delta R / m, \quad (3)$$

а ее выбор также зависит от степени стабильностей светового потока излучателя фотодатчика и порога срабатывания формирователя прямоугольных импульсов, запускаемого исходными [4]. Из (2) и (3) получаем

$$L = n \Delta R = N \Delta R / m = N \delta L. \quad (4)$$

При увеличении размеров испытываемой антенны увеличивается количество точек отсчетов измеряемого поля N , и, следовательно, для выбранного значения δL необходимо увеличить L , а значит, диаметр диска, что нежелательно по двум причинам: во-первых, растут габариты узла; во-вторых, затрудняется реализация большей по размерам периодической структуры в виде диска. Последний имеет большое количество щелей ($m \geq 100$), ширину которых и расстояние между которыми желательно выдерживать с точностью в несколько сотых λ (λ – длина рабочей волны), а в диапазоне коротких миллиметровых волн – $1 \text{ мм} \leq \lambda \leq 8 \text{ мм}$. Если же мы не увеличиваем размеры диска, то должны соответственно уменьшить величину начального перекрытия δL , но при этом ужесточаются требования на стабильность светового потока излучателя фотодатчика и стабильность порога срабатывания формирователя прямоугольных управляющих импульсов. Их нестабильности, превышающие допустимые величины, могут привести к неустойчивой работе секции автоматического управления, а следовательно, к случайной ошибке позиционирования зонда при реверсе его движения и случайным смещениям столбцов матрицы измерений исследуемого ближнего поля вдоль оси X . В итоге, испытываемая антенна тестируется с искажениями, а при дальнейшей математической обработке искаженной матрицы измерений возникают ошибки в определении параметров дальней зоны антенны.

Рассмотрим предлагаемую схему измерений, построенную с применением логических элементов (рис.3).

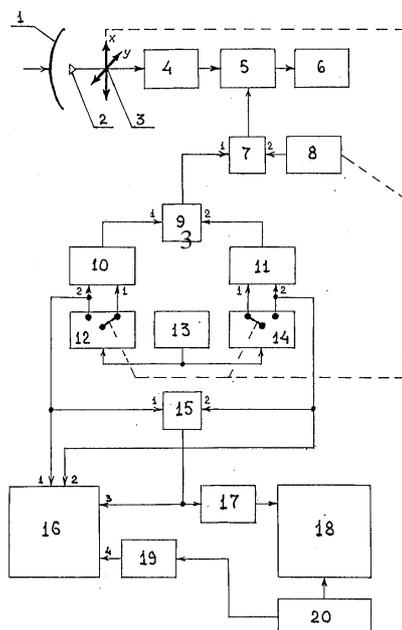


Рис.3. Схема автоматического управления измерениями: 1 – испытуемая антенна; 2 – зонд; 3 – механический сканер; 4 – амплифазометр; 5 – аналого-цифровой преобразователь; 6 – блок обработки и выдачи данных; 7 – логический элемент «И₂»; 8 – фотодатчик; 9 – логический элемент «И₁»; 10 – триггер N1; 11 – триггер N2; 12 – коммутатор N1; 13 – источник постоянного напряжения U₀; 14 – коммутатор N2; 15 – логический элемент «ИЛИ»; 16 – привод «X»-каретки; 17 – блок задержки N1; 18 – привод «Y»-каретки; 19 – блок задержки N2; 20 – шаговый датчик «Y»-каретки

Содержащиеся в схеме коммутаторы N1 и N2 каналов прямого и обратного движений зонда расположены на месте концевых выключателей фотодатчика (рис.2).

Пунктирные линии связывают элементы схемы, движения которых синхронизированы друг с другом. Изображенная на рис.3 коммутация соответствует положениям зонда в пределах зоны сканирования размером S вдоль оси X. Причем величина S устанавливается выбором расстояния L между ушками диафрагм согласно (2), а положение самой зоны по оси X соответствует положению ушка одной из диафрагм относительно центра диска. При таких положениях зонда состояния триггеров N1 и N2 таковы, что на их выходах есть сигналы постоянного уровня. Следствием этого является наличие постоянного сигнала на выходе логического элемента «И₁», а значит, и наличие постоянного сигнала на входе 1 элемента «И₂», на вход 2 которого поступает периодическая последовательность исходных импульсов фотодатчика. В соответствии с этими импульсами на выходе элемента «И₂» есть последовательность импульсов, поступающая на управляющий вход аналого-цифрового преобразователя (АЦП), через который информация с выхода амплифазометра (АФМ) передается на вход

блока обработки и выдачи данных (БОВД). Как только зонд достигает границы установленной зоны сканирования, под воздействием ушка срабатывает соответствующий коммутатор. Допустим, срабатывает коммутатор N1 канала прямого движения зонда. При этом постоянное напряжение U_0 от соответствующего источника прилагается уже к выходу 2 коммутатора N1, соединенного с входом 2 триггера N1. Этот триггер перебрасывается в состояние отсутствия постоянного сигнала на его выходе, и, следовательно, отсутствует сигнал на входе 1 элемента «И1». Следствием этого является отсутствие постоянного сигнала на выходе элемента «И1», а значит, и на входе 1 элемента «И2». Несмотря на то, что на вход 2 элемента «И2» поступает периодическая последовательность исходных импульсов от фотодатчика, на выходе этого элемента сигнал отсутствует. Таким образом, нет управляющих импульсов на управляющем входе АЦП, т.е. происходит срез поступления информации с выхода АФМ на вход БОВД. Одновременно напряжение U_0 с выхода 2 коммутатора N1 прилагается к входу 1 привода «X»-каретки для переключения питающих двигатель напряжений с целью обеспечения последующего движения привода, а значит, и зонда, в обратном направлении. Это же напряжение U_0 прилагается к входу 1 логического элемента «ИЛИ», выходной сигнал которого прилагается к входу 3 привода «X»-каретки для обесточивания его двигателя и к входу блока задержки N1. После обесточивания двигателя через некоторое время, обусловленное инерцией привода, «X»-каретка останавливается, а затем выходной сигнал блока задержки N1 запускает двигатель привода «Y»-каретки. Происходит шаговое перемещение «Y»-каретки, а ее шаговый датчик вырабатывает сигнал на обесточивание двигателя привода «Y»-каретки. Через некоторое время, определяемое блоком задержки N2, «X»-привод приходит в действие от сигнала запуска шагового датчика «Y»-привода, прикладываемого к входу 4 привода «X»-каретки. Начинается реверсированное движение «X»-каретки, а значит, и зонда. Вместе с ним синхронно приходит в движение и фотодатчик в обратном направлении. Коммутатор N1 с некоторого положения фотодатчика срабатывает обратно, т.к. выходит из-под ушка, под которым он находился. При этом напряжение U_0 уже прилагается к выходу 1 коммутатора N1 и перебрасывает триггер N1 в состояние наличия постоянного сигнала на его выходе. Срабатывает элемент «И1», выдавая постоянный сигнал на вход 1 элемента «И2». В соответствии с поступающей последовательностью исходных импульсов фотодатчика на выходе «И2» возникает последовательность импульсов управления АЦП, и начинается периодическое поступление информации об измеренном поле на вход БОВД. Это продолжается до тех пор, пока зонд в процессе своего обратного движения не достигнет противоположной границы зоны сканирования вдоль оси X. При пересечении этой границы под воздействием второго ушка срабатывает коммутатор N2, вследствие чего напряжение U_0 прилагается к входу 2 триггера N2. При этом триггер N2 перебрасывается в состояние отсутствия постоянного сигнала на его выходе, что приводит в итоге к срезу поступления информации о поле на вход БОВД. Одновременно сигнал U_0 прилагается к входу 2 привода «X»-каретки для переключения питающих двигатель напряжений с целью обеспечения

дальнейшего прямого движения «X»-каретки, а значит, и зонда. Однако сигнал U_0 прилагается также к входу 2 элемента «ИЛИ», выходной сигнал которого обесточивает двигатель «X»-привода и описанным выше способом запускает «Y»-привод. Опять после шагового перемещения «Y»-каретки начинается движение «X»-каретки и зонда в прямом направлении, а вместе с ним синхронное прямое движение фотодатчика. Коммутатор N2 выходит из-под второго ушка, под которым он находился, и срабатывает обратно. Напряжение U_0 прилагается к входу 1 триггера N2, перебрасывая его в состояние наличия сигнала на его выходе. Выходной сигнал триггера N2 прилагается к входу 2 элемента «И1». Появляется сигнал на входе 1 элемента «И2», и в соответствии с исходными импульсами фотодатчика начинается поступление информации об измеренном поле с выхода АФМ через АЦП на вход БОВД. При дальнейшем движении зонда в прямом направлении весь описанный цикл повторяется.

Как следует из вышесказанного, такая схема управления с логическими элементами исключает влияние степени перекрытия луча фотодатчика при пересечении зондом границ установленной зоны сканирования. Нет надобности в диафрагмах и в жестких требованиях на стабильности светового потока излучателя фотодатчика и порога срабатывания формирователя прямоугольных импульсов. Это значит, что при увеличении размера испытываемой антенны нет надобности в увеличении размеров диска. Примем количество щелей $m = 100$, т.е. $\Delta\varphi = 2\pi/m = 3.6^\circ$: шаг спирали $\Delta R = 4$ мм, максимальный радиус нарезанного витка спирали Архимеда $R_c = 50$ мм. При размере зоны сканирования $S = 500\lambda$ через $\tau_{\min} = \lambda/2$ имеем $N = 1000$, т.е. диск совершает $n = N/m = 10$ оборотов, а перемещение фотодатчика $L = n\Delta R = 40$ мм. Радиус диска R_d должен удовлетворять условию $R_d (R_c + L)$, т.е. диск диаметром D_d (200 мм) достаточен для измерений.

Относительно смещений столбцов матрицы измерений вдоль оси X укажем, что они обусловлены также и люфтом второго механизма синхронизации, вследствие чего фотодатчик несколько запаздывает в движении относительно зонда после процесса реверсирования. Если это запаздывание во времени равно времени вращения диска на ширину щели, то в среднем происходит взаимная компенсация ошибок позиционирования зонда, обусловленных люфтом и конечностью ширины щелей. Таким образом, при известном значении люфта выбором ширины щелей возможно значительное снижение также и смещений столбцов матрицы измерений относительно друг друга.

В заключение отметим, что предложенное построение секции автоматического управления является очередным шагом, совместно с решениями [1,2], в обеспечении принципиальной и технической возможности построения планарных автоматических измерительных систем по ближнему полю (комплексному) испытываемых антенн в диапазоне коротких миллиметровых волн с измерением поля в узлах прямоугольной плоской сетки координат. Такие измерения, с точки зрения минимальности времени измерений, простоты, надежности и апробированности математического аппарата для восстановления

дальнего поля испытуемой антенны, выгодно отличаются от измерений только амплитудных распределений ближнего поля на двух последовательных плоскостях в прямоугольной сетке координат [5], либо таких же измерений на одной плоскости, но одновременно сканирующими, скрепленными между собой двумя различными зондами [6], или только амплитудных биполярных измерений на двух плоскостях [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Արտոնագիր N1012 ՀՀ, ՄԱԴ G01R 29/08: Անտենայի բացվածքում դաշտի բաշխվածությունը չափող սարք / Վ.Հ. Ավետիսյան (ՀՀ). - NP2000080, հայտի ստացման թվ. 29.08.2000, առաջնության թվ. 29.08.2000, հրապարակման թվ. 17.09.2001, ՊՏՆ3:
2. Արտոնագիր N1013 ՀՀ, ՄԱԴ G01R 29/08: Անտենայի բացվածքում դաշտի բաշխվածությունը չափող սարք / Վ.Հ. Ավետիսյան (ՀՀ). - NP2000081, հայտի ստացման թվ. 29.08.2000, առաջնության թվ. 29.08.2000, հրապարակման թվ. 17.09.2001, ՊՏՆ3:
3. **Аветисян В.Г.** К созданию автоматических комплексов для измерений характеристик антенн в ближней зоне в миллиметровом диапазоне длин волн: Дис. . . . канд. физ-мат. наук, - Ереван, 1996, - 178 с.
4. **Аветисян В.Г.** Об ошибке отсчета положения зонда в режиме сканирования: Тез. докл. Всес. конф. «Метрологическое обеспечение антенных измерений» ВКАИ – 5. – Ереван, 1990. – С. 184 – 185.
5. **Bucci O.M., D'Elia G., Migliore M.D.** An effective near-field far-field transformation technique from truncated and inaccurate amplitude-only data // IEEE Trans. on Antennas and Propag. - 1999. – V. 47, N9. – P. 1377 - 1385.
6. **Pierrri R., D'Elia G., Soldovieri F.** A two probe scanning phaseless near-field transformation technique // IEEE Trans. on Antennas and Propag. - 1999. – V. 47, N5. – P. 792 - 802.
7. **Yaccarino R.G., Rahmat-Sammi Y.** Phaseless bi-polar planar near-field measurements and diagnostics of array antennas // IEEE Trans. on Antennas and Propag. - 1999. – V. 47, N3. – P. 574 - 583.

Ин-т радиофизики и электроники НАН РА. Материал поступил в редакцию 21.06.2001.

Վ.Հ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

ԱՆՏԵՆԱՅԻՆ ՉԱՓՈՒՄՆԵՐԻ ԱՎՏՈՄԱՏ ԴԵԿԱՎԱՐՈՒՄ

Կարճ միլիմետրանոց ալիքների տիրույթի անտենաների մոտակա դաշտի բաշխվածությունը չափող համակարգերի ավտոմատ դեկավարող մասի կառուցման համար առաջարկվում են լուծումներ:

V.H. AVETISSYAN

AUTOMATIC CONTROL OF ANTENNA MEASUREMENTS

Solutions for designing automatic control section of antenna near-field measuring systems at the short millimeter waveband range are suggested.

С.К. БАРСЕГЯН, Л.А. ТАДЕВОСЯН

ПОГРЕШНОСТИ ПРИ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ В АНТЕННЫХ СИСТЕМАХ

Рассмотрены вопросы определения погрешностей при измерении параметров антенн на автоматическом измерительном стенде. Исследована методика определения основной инструментальной погрешности измерительных преобразователей. Дан алгоритм исследования погрешностей измерительных преобразователей в антенной технике.

Ключевые слова: антенна, диаграмма направленности, средства измерений, инструментальная погрешность, автоматический измерительный комплекс.

Введение. Необходимость определения погрешностей измерения диаграмм направленности (ДН) антенн является важнейшей задачей в теории и практике антенных измерений [1]. Чувствительность и разрешающая способность радиотелескопов, точность действия радиолокационных станций находятся в прямой зависимости от характеристик используемых в них антенн.

Основным показателем качества автоматических измерительных комплексов и стендов является результирующая инструментальная погрешность измерения пространственной ДН антенны. Погрешность измерения непрерывной физической величины обусловлена рядом факторов и зависит от методики измерений, свойств применяемых в них средств измерений (СИ), условий, в которых проводятся измерения, и т.д.

Целью настоящей работы является оценка и уменьшение результирующей максимальной инструментальной погрешности при измерении антенных параметров на автоматических измерительных комплексах и стендах.

Инструментальная составляющая погрешности измерений.

Инструментальная составляющая погрешности измерения $\Delta_{\text{инст}}$ состоит из ряда составляющих, обусловленных собственными свойствами элементов и материалов, используемых в СИ. Основное необходимое условие оценки $\Delta_{\text{инст}}$ - это априорная информация о свойствах СИ, влияющих на результаты измерений, т.е. информация о метрологических характеристиках СИ [2].

Определим $\Delta_{\text{инст}}$ как объединение составляющих погрешностей, позволяющее рассчитать погрешность, обусловленную их совместным воздействием:

$$\Delta_{\text{инст}} = \Delta_0 \sum_{i=1}^n \Delta_i \Delta_{\text{согл}} \Delta_{\text{дин}}, \quad (1)$$

где Δ_0 - основная погрешность СИ, обусловленная неидеальностью собственных свойств СИ; $\sum_{i=1}^i \Delta_i$ - дополнительная погрешность СИ вследствие внешних влияющих факторов; $\Delta_{\text{согл}}$ - погрешность согласования, зависящая от степени согласования выходного импеданса объекта с входным импедансом СИ; $\Delta_{\text{дин}}$ - динамическая погрешность, обусловленная скоростью изменения измеряемого сигнала.

Выделение динамической погрешности как суммирующей составляющей допустимо в случае, когда СИ является линейным динамическим звеном.

Основная погрешность в общем случае определяется объединением следующих составляющих:

$$\Delta_0 = \Delta_{\text{OS}} \overset{0}{\Delta}_0 \overset{0}{\Delta}_{\text{OH}}, \quad (2)$$

где Δ_{OS} - систематическая составляющая основной погрешности, являющейся детерминированной величиной; $\overset{0}{\Delta}_0$ - случайная составляющая основной погрешности, являющейся стохастической величиной; $\overset{0}{\Delta}_{\text{OH}}$ - случайная составляющая основной погрешности, обусловленная гистерезисом СИ.

При обычном измерении (физический эксперимент) в большинстве случаев определяются реализации погрешности Δ_0 , а не ее отдельные составляющие. Далее на основании полученного экспериментального множества реализаций погрешности Δ_0 следует вычислить оценки характеристик ее составляющих. При наличии гистерезиса (что обычно всегда имеет место при измерении амплитуды и углов поворота) измерение осуществляется сначала при подходе к измеряемой точке со стороны меньших, а затем – со стороны больших значений (или наоборот).

Процесс определения инструментальной погрешности можно представить следующим алгоритмом:

- ◆ запоминаются массивы реализации погрешностей Δ'_i (снизу) и Δ''_i (сверху);
- ◆ определяются центры группирования:

$$\bar{\Delta}' = 1/n \sum_{i=1}^n \Delta'_i \quad \text{и} \quad \bar{\Delta}'' = 1/n \sum_{j=1}^n \Delta''_j ;$$

- ◆ вычисляются центрированные реализации в каждой группе:

$$\overset{0}{\Delta}'_i = \Delta'_i - \bar{\Delta}' \quad \text{и} \quad \overset{0}{\Delta}''_j = \Delta''_j - \bar{\Delta}'' ;$$

- ◆ устанавливается оценка $\tilde{\Delta}_{\text{OS}}$ систематической составляющей погрешности Δ_{OS} :

$$\tilde{\Delta}_{\text{OS}} = 1/2(\bar{\Delta}' + \bar{\Delta}'') ;$$

- ♦ определяется оценка СКО случайной составляющей погрешности:

$$\tilde{\sigma}[\Delta_H] = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta'_i - \bar{\Delta}')^2 + \sum_{j=1}^n (\Delta''_j - \bar{\Delta}'')^2}{2n-1}} ;$$

- ♦ вычисляется оценка вариации как абсолютное значение разности между $\bar{\Delta}'$ и $\bar{\Delta}''$:

$$\tilde{H} = |\bar{\Delta}' - \bar{\Delta}''| .$$

Далее, используя критерии существенности составляющих основной погрешности, можно определить максимальное значение основной погрешности $\Delta_{0 \max}$:

$$\Delta_{0 \max} = \Delta_{\text{osp}} + 2\sqrt{\sigma^2[\Delta_0] + (H_0^2 + q_{\text{sf}}^2)/12} , \quad (3)$$

где Δ_{osp} - предел допускаемой систематической погрешности; $q_{\text{sf}} = (x_{\text{в}} - x_{\text{н}})/M$ - номинальная ступень квантования выходной информации, представленной в виде кода; $x_{\text{в}}, x_{\text{н}}$ - верхний и нижний пределы диапазона измерения; M - число возможных выходных кодов.

Таким образом, определяются характеристики инструментальной погрешности измерения и появляется возможность оценки ограничений на амплитуды и координаты, подлежащие измерению.

Результаты расчетов. Используем вышеприведенные выражения для определения инструментальной погрешности при измерении ДН метровой антенны на частоте 10 ГГц с помощью автоматического измерительного стенда ЭИС-1 методом дальней зоны [3].

Измерения проводились при горизонтальной поляризации, дискретом сканирования 5 угл/мин, скоростью вращения поворотного стола 30 град/мин, в угловом секторе $\pm 12^\circ$ от направления главного максимума ДН.

Для определения составляющих инструментальной погрешности [4] при измерении как координат, так и амплитуд воспользуемся разложением функции ДН $F(\varphi, \theta)$ в ряд Тейлора. Вычитая из разложения истинное значение функции $F(\varphi_i, \theta_j)$, получаем разложение в ряд результирующей инструментальной погрешности.

$$\Delta_{\text{os}} = \frac{\partial F(\varphi_i, \theta_0)}{\partial \varphi} \Delta_{\text{os}} \varphi_i + F(\varphi_i, \theta_0) \Delta_{\text{os}} A_i - F(\varphi_i, \theta_0) \Delta_{\text{os}} A_{\text{max}} . \quad (4)$$

Компонентами результирующей инструментальной погрешности будут:

- ♦ $\Delta_{\text{os}} \varphi_i$ - погрешность измерения угла датчиком, которая постоянна для всех измеряемых точек и равна 0,8 мм;
- ♦ $\frac{\partial F(\varphi_i, \theta_0)}{\partial \varphi}$ - крутизна ДН в данной точке измерения;

♦ $F(\varphi_i, \theta_0) \Delta_{OS} A_i$ - погрешность измерения амплитуды в каждой точке, представленной в виде суммы аддитивной и мультипликативной составляющих - $\Delta_i = \pm (0,05 A_i + 0,03 A_{\max.})$, где A_i - текущее значение измеряемого сигнала; A_{\max} - предел измерения, равный $1B$, а компонента $\Delta_{OS} A_{\max} = \pm 0,8mB$ для цифрового вольтметра В7-18, используемого в измерениях.

Исходными данными для расчетов служили два массива информации, полученные в результате измерения ДН антенны. Первый массив включал 10 циклов измерений при вращении поворотного стола по часовой стрелке, второй – столько же циклов против часовой стрелки. Таким образом, каждая точка диаграммы измеряется при подходе снизу и сверху, что приводит к усреднению погрешности измерения углов.

Результаты измерения и обработки приведены на рисунке, где а - ДН измеряемой антенны в данном цикле аттестации; б - график абсолютных значений систематической погрешности Δ_{OS} для усредненного в результате 20-и циклов измерения ДН в mB и в %; в - график абсолютных значений СКО; г - график абсолютных значений вариации \tilde{H} .

Анализ результатов обработки показывает, что систематическая составляющая инструментальной погрешности принимает наибольшее значение не только в точках ниже $-30дБ$, но и на крутых склонах лепестков диаграммы. Примерно таковы и законы распределения СКО и вариации. В таблице приведены значения вычисленных составляющих погрешностей в зависимости от уровня измеряемого сигнала в пределах главного лепестка ДН.

<i>Таблица</i>				
№	Уровень, дБ	$\Delta_{OS}, \%$	$\sigma, \%$	H, %
1	0	0,636	0,022	0,002
2	-10	1,732	0,043	0,031
3	-20	3,862	0,323	0,028
4	-30	9,725	0,883	1,148
5	-40	8,626	2,797	1,333

При малых уровнях сигнала ($0 \dots 10mB$) преобладает вторая составляющая $F(\varphi_i, \theta_0) \Delta_{OS} A_i$ инструментальной погрешности, а на крутых склонах лепестков -

первая составляющая $\frac{\partial F(\varphi_i, \theta_0)}{\partial \varphi} \Delta_{OS} \varphi_i$, которая по сути своей является динамической погрешностью.

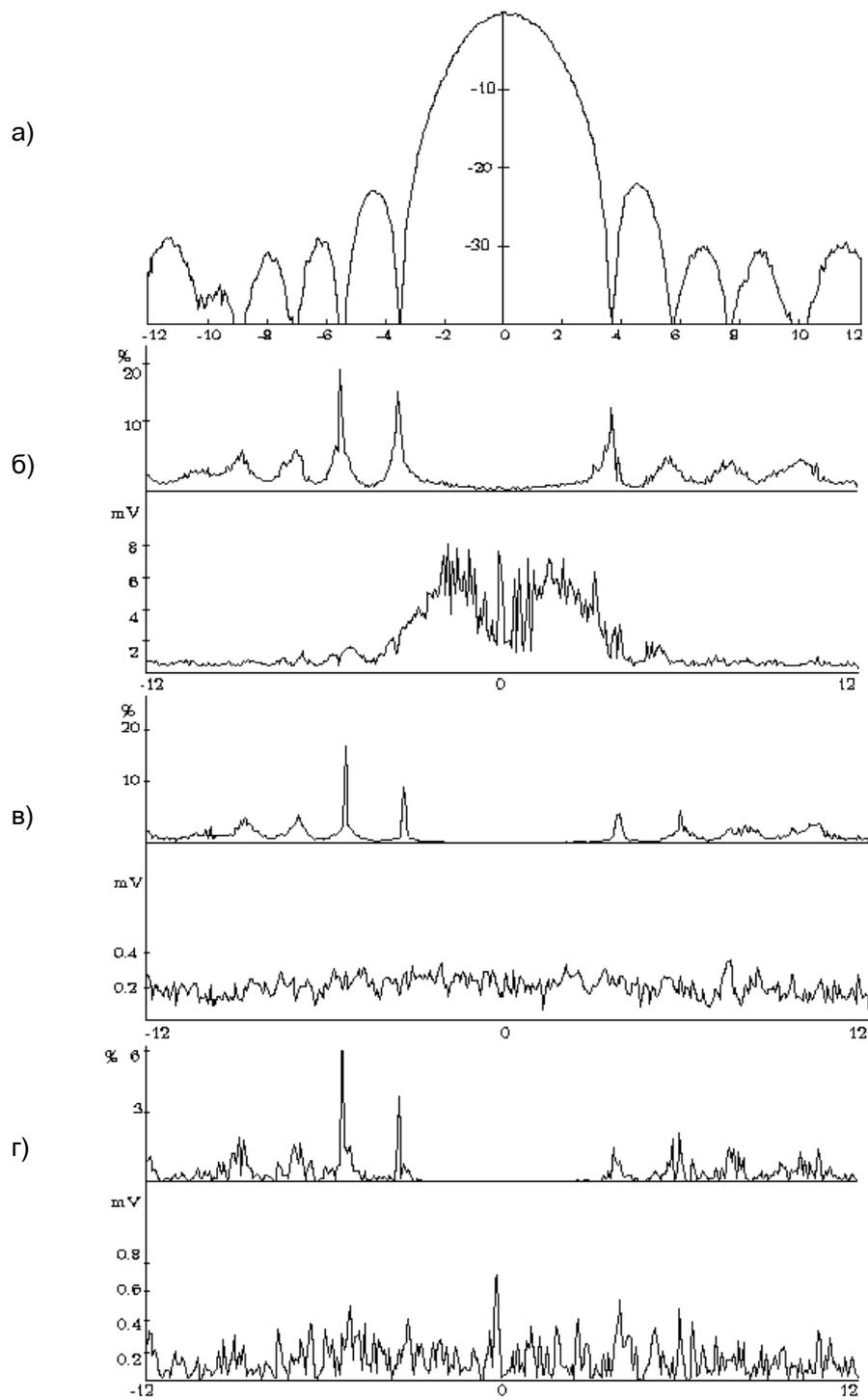


Рис.

При малых уровнях сигнала ($0 \dots 10 \text{ мВ}$) преобладает вторая составляющая $F(\varphi_i, \theta_0) \Delta_{\text{OS}} A_i$ инструментальной погрешности, а на крутых склонах лепестков - первая составляющая $\frac{\partial F(\varphi_i, \theta_0)}{\partial \varphi} \Delta_{\text{OS}} \varphi_i$, которая по сути своей является динамической погрешностью.

При выборе конкретного типа преобразователя информации в автоматизированных комплексах измерения параметров антенн приходится находить “золотую середину” между двумя основными параметрами преобразователя - напряжением - код: точностью и быстродействием. Для более точного измерения обычно требуется большее время, но за это время измеряемый сигнал меняется по величине. Чтобы уменьшить возникающую таким образом динамическую погрешность, применяются схемы аналогового запоминания [5], которые позволяют мгновенное значение входного напряжения запоминать на накопительном конденсаторе и поддерживать неизменным за время преобразования. Такое схемное решение уменьшает динамическую погрешность в пять раз.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Геруни П.М. и др. Радиоголография и современные методы антенных измерений // Радио и акустическая голография. - Л.: Наука, 1976. - 83 с.
2. ГОСТ 8.009 - 84 .
3. Геруни П.М., Саркисян С.Т. и др. Создание эталонного испытательного стенда ЭИС-1 для сличения Госэталонов ГЭПИ(0,25; 0,5; 1 и вторичных эталонов. Отчет по теме 12.01.09.06 ВНИИРИ 1976.
4. Страхов А.Ф. Автоматизированные антенные измерения. - М.: Радио и связь, 1985. - 78 с.
5. Барсегян С.К. Анализ динамической погрешности преобразования напряжение - код и метод ее уменьшения: Тез. докл. ВКАИ-3. Антенные измерения. - Ереван, 1984. - 450 с.

НИИ Радиофизики РА. Материал поступил в редакцию 16.05.2001.

Ս.Կ. ԲԱՐՏԵԴՅԱՆ, Լ.Ա. ԹԱԴԵՎՈՍՅԱՆ ՉԱՓՈՂԱԿԱՆ ԻՆՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ԶԵՎԱՓՈԽՄԱՆ ՄԽԱԼՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ԱՆՏԵՆԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ

Դիտարկված են ավտոմատ չափող ստենդի միջոցով անտենայի պարամետրերի չափման սխալների որոշման խնդիրները: Հետազոտված է չափող ձևափոխիչների հիմնական գործիքային սխալների որոշման մեթոդիկան: Տրված է չափիչ - ձևափոխիչների սխալների հետազոտման ալգորիթմը անտենային չափումներում:

S. K. BARSEGHYAN, L.A. TADVOSSYAN CONVERSION ERRORS OF THE MEASURING INFORMATION IN ANTENNA SYSTEMS

The problems of error definition in measuring antenna parameters on an automatic measuring bench is considered. The methods of main tool error definition of transducers are studied. The research algorithm of measuring transducer errors in antenna technique is given.

С.О. МКРТЧЯН, А.С. МКРТЧЯН, С.В. АКОПЯН, Т.В. БОСТАНДЖЯН

К ВОПРОСУ "ВЗВЕШИВАНИЯ" ДВОИЧНОГО НАБОРА

Рассматривается схема параллельного "взвешивания" двоичного набора, когда длина равна 18 разрядам.

Ключевые слова: взвешивание, сдвиговой регистр, двоичный счетчик.

Введение. "Взвешиванием" двоичного набора называется подсчет числа единиц (или нулей) набора. Эта задача возникает при передаче двоичной информации по дискретным каналам связи или при обработке в ЭВМ изображения с целью распознавания или классификации и т.д. Для решения указанной задачи обычно размещают набор в сдвиговой регистр и потактно сдвигают его, подсчитав в двоичном счетчике выходящие единицы с конца регистра. Эта операция длится обычно довольно долго, особенно в случае длинных наборов, т.к. если набор состоит из n разрядов, то независимо от числа единиц нужно совершить ровно n сдвигов.

Чтобы ускорить этот процесс, авторами [1] был предложен алгоритм, получивший прозвище "хитрый". Суть этого алгоритма в том, что операция происходит в процессоре ЭВМ и занимает столько тактов, сколько единиц имеется в наборе независимо от его длины, т.е. если имеется m единиц в наборе ($m \leq n$), то за m тактов получается ответ (двоичный код m), причем каждый такт состоит из двух подтактов, в одном из которых производится операция "-1" из данного набора A , а в другом - операция "логическое умножение" $[A \& (A-1)]$, уменьшая таким путем по одному числу единиц в наборе. В конце каждого такта производится сравнение остатка с нулем (проверка на пустоту оставшегося набора). Очевидно, что этот алгоритм быстрее поразрядного сдвига, но также работает медленно, т.к. действует по последовательному (поразрядному) принципу.

Методика и результаты решения. Для дальнейшего ускорения процесса "взвешивания" набора перейдем к полностью параллельному принципу "взвешивания", предложенному С.О. Мкртчяном одновременно и независимо от Рейнгольда [2], когда анализируются одновременно все разряды набора. Для пояснения сказанного рассмотрим случай $n=3$ (x_1, x_2, x_3). При этом аналитические выражения двоичных весов можно записать в виде

$$\begin{aligned} y_1 = S &= x_1 x_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3, \\ y_2 = C &= x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3. \end{aligned} \quad (1)$$

Очевидно, что эти выражения изображают аналитическую функцию полного двоичного комбинационного сумматора, записанную в форме СДНФ

(совершенно дизъюнктивная нормальная форма). Поэтому блок-схема двоичных весов будет иметь вид, показанный на рис. 1.

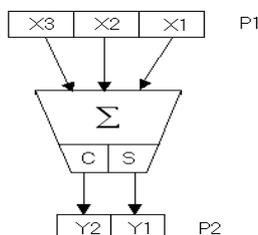


Рис.1. Блок-схема логических весов для случая $n=3$

Здесь регистр P1 предназначен для хранения исходного набора, а P2 - для хранения результата "взвешивания". Другими словами, содержимое P2 показывает число единиц набора P1 в двоичном коде.

Рассмотрим случай $n=6$. При этом для первого каскада основой служат выражения (1), а для последующих каскадов записываются аналогичные рекуррентные выражения, для которых аргументами служат величины y_1 и y_2 (1). Здесь уже разрядность регистра P2 увеличивается, т.к. число единиц в исходном наборе возрастает до 6. Таким образом, в этом случае блок-схема логических весов будет иметь вид, показанный на рис. 2.

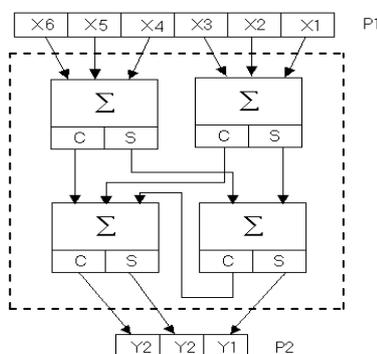


Рис.2. Блок-схема логических весов для случая $n=6$

Здесь уже регистр P2 имеет три разряда, т.к. 6 в двоичном коде записывается "110", а в исходном взвешиваемом наборе P1 может содержаться, по крайней мере, 6 двоичных единиц. Обобщая выше - сказанное, можно утверждать, что если в исходном взвешиваемом двоичном наборе имеется n разрядов, то разрядность регистра P2 должна быть не менее $m = \log_2 n$.

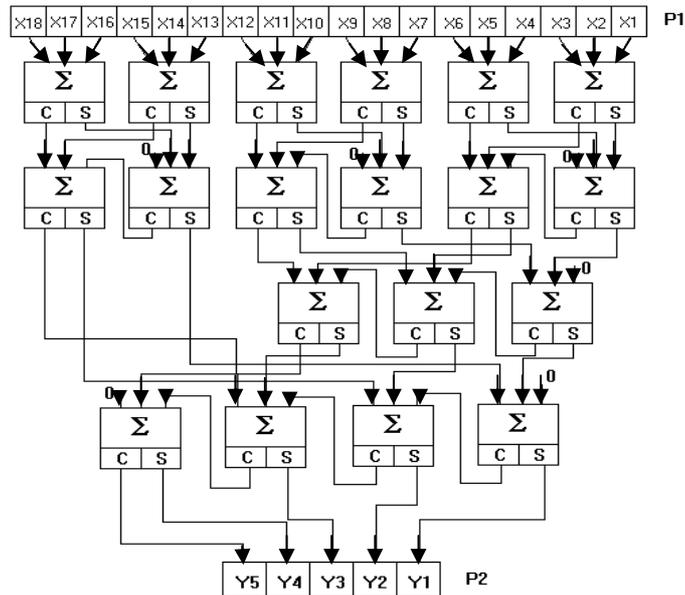


Рис.4. Схема для "взвешивания" двухбайтового набора

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Reingold E.M., Nivergelt I., Deo N.** Combinaturied Algorithms. Theory and practice // Printice - Hall, New Terey, 1977 / Пер. с англ. - М.: Мир,1980. - 250 с.
2. **Мкртчян С.О.** Проектирование логических устройств ЭВМ на нейронных элементах. - М.: Энергия, 1977. - 200 с.
3. **Мкртчян А.С.** Некоторые прикладные задачи нейронных сетей: Магистрская диссертация / ГИУА, 1998.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 15.09.2000.

Ս. Հ. ՄԿՐՏՅԱՆ, Ա. Ս. ՄԿՐՏՅԱՆ, Ս. Վ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ,
Տ. Վ. ԲՈՍՏԱՆՅԱՆ

ԵՐԿԱՎԻ ՀԱՎԱՔԻ «ԿՇՈՄԱՆ» ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՀԱՐՑԵՐ

Դիտարկվում է երկակի հավաքի զուգահեռ կշռման սխեման, երբ հավաքի երկարությունը 18 կարգ է:

**S.H. MKRTCHYAN, A.S. MKRTCHYAN, S.V. HAKOBYAN,
T.V. BOSTANJYAN**

ON THE PROBLEM OF BINARY SET "WEIGHING"

A parallel weighing scheme of binary set when the length is equal to 18 bits is considered.

В.П. АРАКЕЛЯН, В.М. БАЛАБЕКЯН

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ РАДИАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Разработана методика расчета установившихся режимов радиальных электрических сетей, обладающая надежной сходимостью итерационного процесса.

Ключевые слова: установившийся режим, радиальная сеть, сходимостью, комплексный коэффициент трансформации.

Для анализа и эффективного управления электроэнергетическими системами (ЭЭС) необходимо знать полную и достоверную информацию об их режимных параметрах, т.е. чаще производить расчеты установившегося режима.

Известно, что при задании исходной информации узлов в виде P, Q или $P, |u|$ установившийся режим описывается нелинейными уравнениями, которые могут быть решены лишь итерационными методами. Сходимость и быстрота решения этих уравнений зависят от обусловленности матрицы коэффициентов, начального приближения и итерационной схемы. В радиальных электрических сетях матрица проводимостей Y плохо обусловлена. Как показали многочисленные расчеты, уравнения установившихся режимов таких сетей обладают плохой сходимостью, а иногда имеют расходящийся характер.

Целью настоящей работы является разработка нового метода расчета установившегося режима радиальных сетей, обеспечивающего сходимостью итерационного процесса.

Используется обращенная форма представления состояния сети:

$$\dot{U} = \dot{U}_0 + Z\dot{I}, \quad (1)$$

где \dot{U} - искомый вектор комплексных узловых напряжений; \dot{I} - вектор комплексных узловых токов, равный

$$\dot{I} = (\hat{U}_d)^{-1} \hat{S}; \quad (2)$$

\hat{S} - вектор узловых комплексных мощностей; Z - матрица узловых собственных и взаимных сопротивлений; \dot{U}_0 - вектор комплексных узловых напряжений холостого хода, равный

$$\dot{U}_0 = -ZY_B \dot{U}_B; \quad (3)$$

Y_B - столбик комплексной матрицы узловых проводимостей, соответствующий базисному узлу; \dot{U}_B - комплексное напряжение базисного узла; \hat{U}_d - диагональная матрица сопряженных комплексных напряжений.

Использование обращенной формы представления состояния сети вызвано тем, что определение матрицы Z для радиальных сетей можно произвести без обращения матрицы проводимостей Y (поперечные элементы, если таковые есть, заменяются нелинейными источниками тока). Основная идея предлагаемого подхода основана тем, что если при векторе \dot{S} узловых мощностей существует решение уравнений установившихся режимов, то оно существует и при векторе $\dot{S} = \mu \dot{S}'$, где $0 \leq \mu \leq 1$. Так как функция $S = f(U)$ является однозначной и непрерывной, то справедливо следующее утверждение: если для S' имеется U' так, что $S' = f_1(U')$, и для S'' имеется U'' так, что $S'' = f_2(U'')$, то в силу непрерывности функции $S = f(U)$ можно утверждать, что для любого S

$$S_i = \mu_i S'_i + (1 - \mu_i) S''_i, \quad 0 \leq \mu_i \leq 1 \quad (4)$$

найдется такое U , что $S = f(U)$ и

$$\dot{U}_i = \alpha_i \dot{U}'_i + (1 - \alpha_i) \dot{U}''_i, \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1. \quad (5)$$

Взяв в качестве точки S' холостой режим ($S' = 0$; $\dot{U} = \dot{U}_0$) и приравняв все коэффициенты μ , получим следующее утверждение: если при векторе S' существует режим, то он существует и при векторе

$$S = \mu S', \quad 0 \leq \mu \leq 1. \quad (6)$$

Для решения системы уравнений (1) и (2) используем метод Ньютона. Предварительно (1) и (2) представим в следующей форме:

$$f_i = (-\dot{U}_i + \dot{U}_{0i} + \sum_{j=1}^n Z_{ij} \hat{S}_j / \hat{U}_j) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (7)$$

где n – число независимых узлов сети;

$$f'_i = \text{Re}(-\dot{U}_i + \dot{U}_{0i} + \sum_{j=1}^n Z_{ij} \hat{S}_j / \hat{U}_j) = 0, \quad (8)$$

$$f''_i = \text{Im}(-\dot{U}_i + \dot{U}_{0i} + \sum_{j=1}^n Z_{ij} \hat{S}_j / \hat{U}_j) = 0.$$

Решение системы (8) определяется следующим образом:

$$\begin{bmatrix} U' \\ U'' \end{bmatrix}^{k+1} = \begin{bmatrix} U' \\ U'' \end{bmatrix}^k - \begin{bmatrix} \partial f' / \partial U'' & \partial f' / \partial U' \\ \partial f'' / \partial U'' & \partial f'' / \partial U' \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} f' \\ f'' \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где k – номер итерации.

Решение (9) считается допустимым, если $\max(|S_i - S_i^p|) \leq \Delta S$,

где S_i^p – комплексная мощность i -го узла, определяемая расчетным путем; ΔS – допустимая погрешность.

Указанный метод позволяет учесть комплексные коэффициенты трансформации, параллельные ветви, поперечные емкости, комплексные шунты, разные способы задания информации и произвольную нумерацию узлов. Если установившийся режим имеет решение, то метод позволяет найти его.

На основании вышеизложенного разработан алгоритм и составлена программа определения установившихся режимов электрических сетей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сафарян В.С. Метод расчета установившихся режимов электрических систем // Известия вузов СССР. Энергетика. – 1982. - № 1. - С. 12-15.
2. Будзко И.А., Степанова В.Н. Электрические линии и сети сельскохозяйственного назначения // М.: Сельхозгиз, 1962. - 164 с.
3. Хачатрян В. С., Этмекчян Э. А., Аракелян В. П. Упрощенный метод расчета установившегося режима электроэнергетической системы // Электричество.-1992. – № 2.- С.9-14.
4. Брамллер А., Аллан Р., Хэмэн Я. Слабозаполненные матрицы // М.: Энергия, 1979. - 192 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 23.11.1999.

Վ.Պ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ, Վ.Մ. ԲԱԼԱԲԵԿՅԱՆ, ՀԱՌԱՎՂԱՅԻՆ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՑԱՆՑԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵՃԻՄԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Մշակված է շառավղային էլեկտրական ցանցերի կայունացված ռեժիմի հաշվարկման մեթոդիկա, որն ապահովում է խտերացիոն գործընթացի հուսալի գույզամիտություն:

V.P. ARAKELYAN, V.M. BALABEKYAN,

ON STEADY-STATE CONDITION DETERMINATION OF RADIAL ELECTRIC NETWORKS

Radial electric network steady-state condition calculation technique possessing dependable convergence of the iteration process is developed.

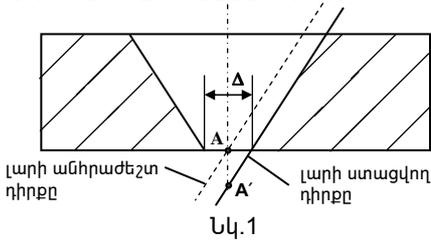
Հ.Վ. ԲԱԼԱՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐՈՂ - ԼԱՐՈՎ ԷԼԵԿՏՐԱԷՐՈՋԻՈՆ ՀԱՍՏՈՑԻ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ՀՆԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԲԱՐՁՐԱՑՄԱՆ ՈՒՂԻՆԵՐԸ

Էլեկտրոդ-լարով էլեկտրաէրոզիոն ԹԾԿ հաստոցներով թեք բաղադրիչով բարդ ձևավոր մակերևույթներ մշակելիս կարևոր խնդիրներից է լարի թեքման ժամանակ ելման A կետի դիրքի փոփոխման և դրանից բխող մշակման ծրագրի բարդացման կանխումը: Առաջարկվում է էլեկտրոդ-լարին դարձ հաղորդելու նոր գլխույկ, որը թույլ է տալիս լուծել այդ խնդիրները, ինչպես նաև վերացնել մի շարք այլ թերություններ:

Առանցքային բառեր. ելման A կետ, շեղման Δ մեծություն, լարի թեքման գլխույկ, լարուղորդողների համառանցքություն, փոխազուցավոր մեխանիզմ և խաչուկ, A և A' կետերի համընկնում:

Ներկայումս արտադրվող էլեկտրոդ-լարով էլեկտրաէրոզիոն ծրագրային հաստոցների մշակման ճշտության վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ այդ տիպի հաստոցներն ունեն մեկ ընդհանուր թերություն. այն պայմանավորված է լարի անկյունային փոփոխումից առաջացող A ելակետի խախտմամբ, որն արտահայտված է լարի և ելակետի շեղման (մեծությամբ (նկ.1): Այն կանխելու համար անհրաժեշտ է լարի թեքմանը զուգընթաց դետալին հաղորդել համապատասխան տեղաշարժ, որը հանգեցնում է ծրագրի բարդացման, ժամանակի կորստի և դրանից բխող այլ հետևանքների:



Նկ.1

Այդ թերությունը վերացնելու համար **MSH VPMP250-01** հաստոցի բազայի վրա նախագծվել և պատրաստվել է լարի դիրքի կարգավորման նոր մեխանիզմ, որն ապահովում է լարի անկյունային փոփոխում ցանկացած ելակետի նկատմամբ՝ առանց լրացուցիչ բարդությունների:

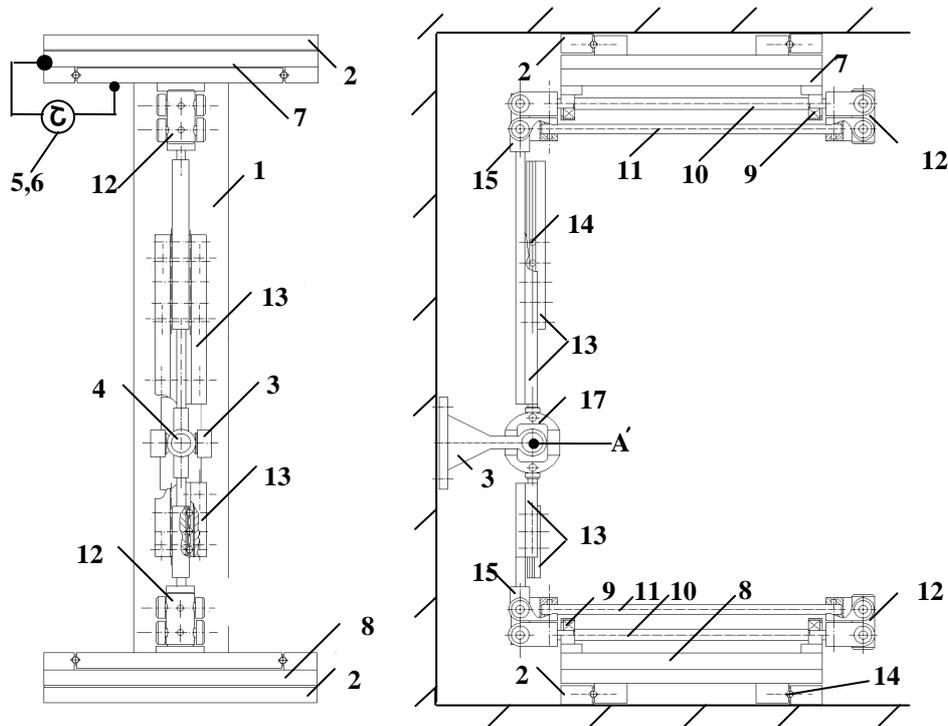
Մեխանիզմի ճշտության տեսական և փորձնական վերլուծությունները ցույց են տալիս, որ այդ մեխանիզմը բացասական ազդեցություն չի գործում հաստոցի ճշտության վրա:

Մեխանիզմը (նկ.2) բաղկացած է 1 իրանից, որի վրա ամրացված են 2 ուղղորդները, և իրանի նկատմամբ ուղղաձիգ Z առանցքով շարժվելու հնարավորություն ունեցող 3 պայտաձև կիսաբոնակից: X և Y առանցքներով տեղափոխվելու հնարավորությամբ 2 ուղղորդներին ամրացված են 7 վերին և 8 ստորին սահնակները, որոնք իրար հետ կինեմատիկորեն կապված են 13 փոխազուցավոր մեխանիզմի միջոցով: Փոխազուցավոր մեխանիզմը 17 պայտաձև բոնակի օգնությամբ ամրացված է 4 խաչուկին և ունի նրա մի առանցքի նկատմամբ պտտվելու հնարավորություն: 4 խաչուկը մյուս ծայրերով միացված է 3 պայտաձև

կիսաբնակին: 7 վերին և 8 ստորին սահնակներին ամրացվում են 9 վռանները: Այդ վռաններին միացված են 10 լծակները, որոնք զրկված են տեղաշարժման հնարավորությունից և ունեն պտտման հնարավորություն: Այդ լծակների մի ծայրը հողակապի միջոցով ամրացված է 12 լարուղորդողներին, իսկ մյուս ծայրը՝ 15 վռանին: Մյուս՝ 11 լծակը ևս 12 լարուղորդողներին և 15 վռաններին միացված է հողակապի միջոցով: 7 վերին սահնակին ամրացված 5 և 6 քայլային շարժիչները նրան կարող են տեղաշարժել X և Y առանցքներով: 12 լարուղորդողները, 11 և 10 լծակներն ու 15 վռանը կազմում են զուգահեռագիծ: Ջուգահեռագիծ են կազմում նաև 16 էլեկտրոդ-լարը, 13 փոխազուցավոր մեխանիզմը և 11 վերին ու ստորին լծակները:

Շփումների նվազեցման և բացակների վերացման նպատակով 13 փոխազուցավոր մեխանիզմում, ինչպես նաև սահնակների ուղորդողներում տեղադրված են 14 գնդիկներ, որոնցով ապահովվում է բացակների վերացումը: Ընդ որում, և՛ սահնակների, և՛ փոխազուցավոր մեխանիզմի ուղորդողներից մեկը կարգավորվող է, ինչը հնարավորություն է տալիս վերացնել ժամանակի ընթացքում մաշվածության պատճառով առաջացած բացակները:

Մեխանիզմի աշխատանքի սկզբունքը.



Նկ.2

Ծրագրի համաձայն, 5,6 քայլային շարժիչները 7 սահնակին հաղորդում են շարժում X և Y առանցքներով: 7 սահնակի տեղաշարժման ժամանակ 8 ստորին սահնակին 13 փոխազուցավոր մեխանիզմի միջոցով տրվում է համապատասխան

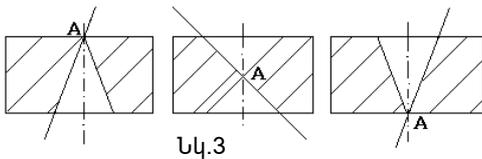
տեղաշարժ հակառակ ուղղությամբ, որով ապահովվում է 16 էլեկտրոդ-լարի թեքումը: Քանի որ էլեկտրոդ-լարը, 11 լծակները և 13 փոխազուցավոր մեխանիզմը կազմում են զուգահեռագիծ, ապա էլեկտրոդ-լարը միշտ զուգահեռ է մնում 13 փոխազուցավոր մեխանիզմին: Փոխազուցավոր մեխանիզմը կարող է շրջվել 4 խաչուկի շուրջ, որի առանցքների հատման A կետը համընկնում է A էլակետի հետ: Այսինքն՝ 16 էլեկտրոդ-լարին դարձ է հաղորդվում A կետի նկատմամբ:

Քանի որ 12 լարուղորդները, 10,11 լծակները և 15 վռանները կազմում են զուգահեռագիծ, ապա էլեկտրոդ-լարին դարձ հաղորդելիս վերջինիս ուղղորդները և 16 էլեկտրոդ-լարը միշտ մնում են համառանցք՝ բացառելով լարուղորդների վաղաժամ մաշումը: Նման պայմաններում բոլոր տեղափոխությունների ժամանակ A էլակետի դիրքը մնում է անփոփոխ:

Պայտաձև 3 բռնակի և 4 խաչուկի՝ ուղղաձիգ Z առանցքով շարժվելու դեպքում հնարավոր է դառնում մշակել տարբեր չափերի և ձևերի դետալներ:

Աշխատանքի ժամանակ էլման A կետի հաստատուն դիրքը և Z առանցքի նկատմամբ (4) խաչուկի տեղաշարժման հնարավորությունը թույլ են տալիս մշակել հետևյալ ձևի կոնական մակերևույթները (նկ.3)՝ երկու անգամ պարզեցված ծրագրով:

Լարի թեքմանը համապատասխան՝ X և Y առանցքներով դետալի տեղաշարժման միջոցով հնարավորություն է ստեղծվում մշակել հիպերբոլային

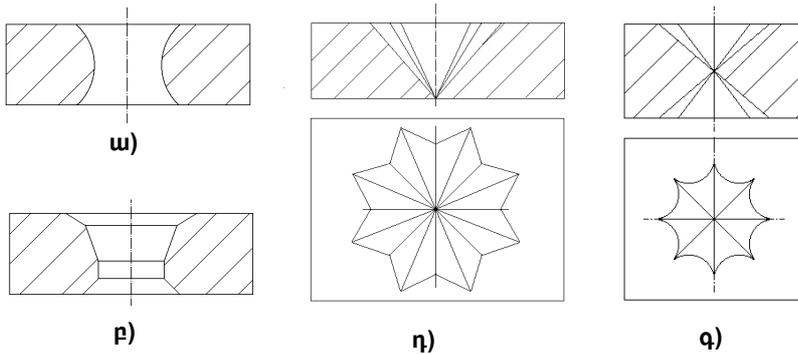


Նկ.3

(նկ.4ա), ինչպես նաև որևէ օրինաչափության չենթարկվող մակերևույթներ (նկ. 4բ,գ,դ), ինչը ներկայումս գոյություն ունեցող հաստոցների վրա կամ հնարավոր չէ իրականացնել, կամ կապված է լուրջ

դժվարությունների հետ:

Միաժամանակ, սարքը հնարավորություն է տալիս մշակել դետալի բարձրության նկատմամբ հայելային արտապատկերման մակերևույթներ (նկ.3բ, 4ա,4գ) :



Նկ.4

Այսպիսով, կարելի է եզրակացնել, որ մշակված մեխանիզմը զերծ է ներկայումս արտադրվող հաստոցների լարի դիրքի կարգավորման մեխանիզմներում առկա մի շարք թերություններից և հնարավորություն է տալիս.

ա) փոքրացնել լարուղորդների ինտենսիվ մաշումն էլեկտրոդ-լարին անկյուն հաղորդելիս;

բ) ցանկացած կետի նկատմամբ էլեկտրոդ-լարին անկյուն հաղորդել՝ առանց ծրագրի բարդացման;

զ) մշակել նոր և բարդ մակերևույթներ;

ը) լարուղղորդների և էլեկտրոդ-լարի համառանցքությունն ապահովող մեխանիզմի շնորհիվ էլեկտրոդ-լարին հաղորդել 5°-ից մեծ անկյուն՝ ստեղծելով հեղուկի շիթային մատուցման բարենպաստ պայմաններ;

է) էլեկտրոդ-լարի կտրման դեպքում նրա թելումն ապահովել հեղուկի շիթով՝ առանց լարուղղորդները ելման դիրք վերադարձնելու:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. А.с. 889366 СССР, МКИ⁴ В23Н7/06. Электроэрозионный станок для вырезания контуров с наклонной образующей, 1981.
2. А.с. 874297 СССР, МКИ⁴ В23Н7/06. Станок с программным управлением для электроискрового вырезания сложноконтурных изделий, 1981.
3. А.с. 1148749 СССР, МКИ⁴ В23Н7/10. Устройство для направления проволочного электрода-инструмента, 1985.
4. А.с. 937124 СССР, МКИ⁴ В23Н7/10. Устройство для направления непрофилированного электрода-инструмента, 1974.
5. **Гулярян К.К., Жуков Г.А., Квокотов Б.В.** и др. Пятикоординатный электроискровой вырезной станок // Электронная обработка материалов.- 1989.- ¹ 4.- С.78-81.

ՀՊՃՀ: Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 05.10.2001:

А.В. БАЛАЯН

ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННЫХ ВЫРЕЗНЫХ СТАНКОВ

При обработке сложноконтурных поверхностей с наклонным образующим с помощью электроэрозионных вырезных станков с ЧПУ одной из важнейших задач является устранение изменения положения исходной точки А при наклонении электрода-проволоки и усложнении программ обработки. Предлагается новая головка для наклонения проволочного электрода, которая позволяет решить эти задачи и устранить ряд других недостатков, связанных с конструкцией ныне производимых головок.

H.V. BALAYAN

WAYS OF INCREASING TECHNOLOGICAL POSSIBILITIES OF ELECTROEROSION CUTTING TOOLS

While processing complex-profiled surfaces with a steep constituent by means of electroerosion cutting tools with DPC, one of the most important tasks is the liquidation of the change of the initial point A position during the bending of the electrode-wire and making the processing programs more complicated. A new head for the electrode-wire bending is proposed to solve these tasks and to remove some other defects connected with the construction of the heads produced at present.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՇԵԿՅԱՆ Գ.Գ., ԽԱՂԱԹՅԱՆ Է.Պ.	
ՈՒՂՂԱԶԻԳ ՌՈՏՈՐԱՅԻՆ ՄԵՔԵՆԱՆԵՐԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ	333
ՍՏԱԿՅԱՆ Մ.Գ., ԴԵՄԻՐԽԱՆՅԱՆ Ա.Ռ.	
ՀՈԳՆԱԾԱՅԻՆ ԿՈՐԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ ԵՐԿԱՐԱԿԵՅՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԶԳԱՅՆՈՒԹՅԱՆ ՇԵՄԻ ՀԱՇՎԱՌՄԱՍԲ Հաղորդում 1. Զգայնության շեմի հետազոտումը	338
ԱՂԱՄՅԱՆ Վ.Գ., ԶԱՅԻՄՅԱՆ Գ.Մ.	
ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՄԱՔՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՐԿԵԶՐԱՆԻ ԵՎ ԱՆԳԱԳԱԹ ԿՏՐԻՉՆԵՐՈՎ ՄՇԱԿԵԼԻՍ	349
ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ Հ.Հ.	
ՌԱՆԴՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՅՈՒՄ ՀԱՐՎԱԾԻ ՈՒԺԻ ՎԵՐԼՈՒԾԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՄԱՆ ՇՈՒՐՁԸ	354
ԱՂԲԱԼՅԱՆ Մ.Գ., ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ Ա.Մ.	
ԱՐԱԳԱՀԱՏ ՓՈՇԵՊՈՂՊԱՏՆԵՐԻ ԶԵՐՄԱՅԻՆ ՄՇԱԿՄԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ	357
ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ Գ.Ս., ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ Վ.Գ., ԱՄԲԱՐՅԱՆ Հ.Ա., ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ Կ.Լ., ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ Ն.Ս.	
ԱԶՈՏԱՅՄԱՆ ԵՎ ԿԱՐԲՈՆԻՏՐԱՅՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՅՆԵՐԻ ԿԱՐԳԱՎՈՐՄԱՆ ԹԵՐՄՈԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ ..	361
ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ Վ.Ա., ՍԱՍՈՒՆՅԱՆ Մ.Է., ՄԱՃԿԱԼՅԱՆ Ա.Ռ.	
ՄԵՏԱՂՆԵՐԻ ՕՔՍԻԴՆԵՐԻ ՔԼՈՐԱՅՄԱՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄԸ ԱԾԽԱԾՆԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՍԲ	366
ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ Հ.Ս.	
ՄԵՏԱՂԱԿԵՐԱՄԻԿԱԿԱՆ ՏԻՏԱՆԻ ԵՎ ՆՐԱ ՀԱՄԱԶՈՒԼՎԱԾՔՆԵՐԻ ՏԱՔ ԱՐՏԱՄՂՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՅԻ ՓՈՐՁՆԱԿԱՆ-ՏԵՄԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ	371
ՄԱՍՅԱՆ Մ.Գ.	
ԵՌԱԿԱԼՎԱԾ ՊՈՂՊԱՏՆԵՐԻ ԲԱՐՁՐԶԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ԶԵՐՄԱՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՄՇԱԿՄԱՆ ԺԱՌԱՆԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ	379
ԱՆԱՆՅԱՆ Վ.Ա.	
ՄԱԳՆԻՍԱ - ԻՄՊՈՒԼՍԱՅԻՆ ԾԱԿՈՏՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ԲԱՐԱԿԹԻԹԵՂՅԱ ՊԱՏՐԱՍՏՈՒԿՈՒՄ ՍՏԱՅՎԱԾ ԱՆՑՔԻ ԵԶՐԱՇԵՐՏԻ ԴԵՖՈՐՄԱՅՎԱԾ ՕԶԱԽԻ ՎԻՃԱԿԸ ԵՎ ԴԵՖՈՐՄԱՅԻՍՅԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԸ	385
ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ Վ. Ս., ԲԱԴԱԼՅԱՆ Ն.Պ.	
ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՅՈՒՆԱՅՎԱԾ ՈՒԺԻՄԻ օY-Z, P-U ՊԻԿԱՊՏԻԿԱԿԱՆ ՍՈՂԵԼԻ ԿԱՌՈՒՅՈՒՄԸ ԵՎ ԻՐԱՑՈՒՄԸ ՆՎԱԶԱՐԿՄԱՆ ՄԵԹՈԴՈՎ	392
ՆԵՐՍԵՍՅԱՆ Գ.Ս., ՄԻՐԶԱԲԵԿՅԱՆ Ժ.Մ., ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ Լ.Ս., ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ Մ.Գ.	

ԳԵՐԲԵՌՆԱՎՈՐՎԱԾ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՑԱՆՑԵՐՈՒՄ ՄԻԱԶԻՂ ՈՒԺԱՅԻՆ ԿԱԲԵԼՆԵՐԻ ՇԱՀԱԳՈՐԾՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿԱՄԻՋՈՑԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ	400
ՊԱՊԻԿՅԱՆ Ս.Ռ.	
ՋԵՌՈՒՑՄԱՆ ՋԷԿ-ԵՐԻՑ ԱՌԱՔՎՈՂ ՋԵՐՄԱՔԱՆԱԿԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՃՇԳՐՏՎԱԾ ՄԵԹՈՂ	407
ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ Կ.Վ.	
ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ՃՇԳՐՏՈՒՄԸ ԿԱՅԱՆԱՅԻՆ P-Ս ՀԱՆԳՈՒՅՑՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ	412
ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ Վ.Ա., ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ Մ.Ա. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ Լ.Հ.	
ԵՌԱՖԱԶ ՄԱԼՈՒԽԻ ՄԻԱՑՆՈՂ ԿՅՈՐԴՉԻ ԿՈՆԱԿԱՆ ՄԱՍԻ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ	419
ՄԻՄՈՆՅԱՆ Ս.Հ., ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ Ա.Գ.	
ՈՉ ԱՎՏՈՆՈՍ ՄԱՏՐԻՑՆԵՐԻ ՄԵՓԱԿԱՆ ԱՐԺԵՔՆԵՐԻ ԼՐԻՎ ՀԻՄՆԱԽՆԴԻՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ	426
ԲՐՈՒՏՅԱՆ Վ. Կ.	
ՍՏՈՐԱԿԱՐԳՈՒԹՅԱՄԲ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐԻ ԱՐԴՑՈՒՆԱՎԵՏ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄԸ	435
ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ Ֆ.Պ.	
ԸՍՏ ՏՐՎԱԾ ԵԶՐԱՅԻՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐԻ ԱՎՏՈՄԱՏ ԿԱՐԳԱՎՈՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՄԻՆԹԵԶ	443
ԲԱՂԴԱՍՍԱՐՅԱՆ Հ.Վ., ԴԱՇՅԱՆ Ս.Գ.	
ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՈՒԺԵՂԱՐԱՐԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ԿՈՄՊՅՈՒՏԵՐԱՅԻՆ ՍՈՂԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՄԻՋՈՑՈՎ	449
ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ Վ.Հ.	
ԱՆՏԵՆԱՅԻՆ ՉԱՓՈՒՄՆԵՐԻ ԱՎՏՈՄԱՏ ՂԵԿԱՎԱՐՈՒՄ	454
ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ Ս.Կ., ԹԱԴԵՎՈՍՅԱՆ Լ.Ա.	
ՉԱՓՈՂԱԿԱՆ ԻՆՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ՁԵՎԱՓՈԽՄԱՆ ՄԽԱԼՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ԱՆՏԵՆԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ	461
ՄԿՐՏՉՅԱՆ Ս.Հ., ՄԿՐՏՉՅԱՆ Ա. Ս., ՀԱԿՈՒԲՅԱՆ Ս.Վ., ԲՈՍՏԱՆՋՅԱՆ Տ.Վ.	
ԵՐԿԱԿԻ ՀԱՎԱՔԻ «ԿՇՈՄԱՆ» ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԱՐՑԵՐ	467
ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ Վ.Պ., ԲԱԼԱԲԵԿՅԱՆ Վ.Մ.	
ՇԱՌԱՎՂԱՅԻՆ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՑԱՆՑԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՄԱՍԻՆ	
ԲԱԼԱՅԱՆ Հ.Վ.	
ԷԼԵԿՏՐՈՂ - ԼԱՐՈՎ ԷԼԵԿՏՐԱԷՐՈԶԻՈՆ ՀԱՍՏՈՑԻ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ՀՆԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԲԱՐՁՐԱՑՄԱՆ ՈՒՂԻՆԵՐԸ	474

СОДЕРЖАНИЕ

ШЕКЯН Г.Г., ХАЛАТЯН Э.П. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ РОТОРНЫХ МАШИН	333
СТАКЯН М.Г., ДЕМИРХАНИЯН А.Р. УРАВНЕНИЕ КРИВОЙ УСТАЛОСТИ С УЧЕТОМ ПОРОГА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПО ДОЛГОВЕЧНОСТЯМ Сообщение 1. Исследование порога чувствительности	338
АДАМЯН В.Г., ЗАИМЦЯН Г.М. ЧИСТОТА ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ОБРАБОТКЕ ДВУХЛЕЗВИЙНЫМ И БЕЗВЕРШИННЫМ РЕЗЦАМИ	349
АРУТЮНЯН Г.А. К АНАЛИТИЧЕСКОМУ ИССЛЕДОВАНИЮ СИЛЫ УДАРА ПРИ СТРОГАНИИ	354
АГБАЛЯН С.Г., СТЕПАНИЯН А.М. ОСОБЕННОСТИ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ПОРОШКОВЫХ БЫСТРОРЕЖУЩИХ СТАЛЕЙ	357
ОВСЕПЯН Г.С., КАРАПЕТЯН К.Г., АМБАРЯН А.А., ЕГИАЗАРЯН К.Л., АЛЕКСАНИЯН Н.С. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕГУЛИРУЕМЫХ ПРОЦЕССОВ АЗОТИРОВАНИЯ И КАРБОНИТРАЦИИ	361
МАРТИРОСЯН В.А., САСУНЦЯН М.Э., МАЧКАЛЯН А.Р. О МЕХАНИЗМЕ ХЛОРИРОВАНИЯ ОКСИДОВ МЕТАЛЛОВ В ПРИСУТСТВИИ УГЛЕРОДА	366
ПЕТРОСЯН А.С. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ЭКСТРУЗИИ МЕТАЛЛОКЕРАМИЧЕСКОГО ТИТАНА И ЕГО СПЛАВОВ	371
МАМЯН С.Г. ИССЛЕДОВАНИЕ НАСЛЕДСТВЕННОСТИ ВЫСОКОТЕМПЕРА- ТУРНОЙ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ	379
АНАНЯН В.А. ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ В ОЧАГЕ ДЕФОРМАЦИИ НА КРОМКЕ ОТВЕРСТИЯ И РАБОТА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОЙ ПРОБИВКЕ ТОНКОЛИСТОВОЙ ЗАГОТОВКИ	385
ХАЧАТРЯН В. С., БАДАЛЯН Н. П. ДИАКОПТИЧЕСКАЯ “Y-Z, P-U” МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ И ЕЕ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДОМ МИНИМИЗАЦИИ	392
НЕРСЕСЯН Г. С., МИРЗАБЕКЯН Ж. М., ОГАНЕСЯН Л. С. НЕРСИСЯН С. Г.	

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРОКА ЭКСПЛУАТАЦИИ ОДНОЖИЛЬНЫХ КАБЕЛЕЙ В ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ ...	400
ПАПИКЯН С.Р. УТОЧНЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОТПУСКА ТЕПЛОТЫ ОТ ОТОПИТЕЛЬНЫХ ТЭЦ	407
ХАЧАТРЯН К.В. КОРРЕКЦИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕР- ГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ P-U ТИПЕ СТАНЦИОННЫХ УЗЛОВ	412
ГРИГОРЯН В.А., КАРАПЕТЯН М.А., КАРАХАНИЯН Л.О. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ КОНИЧЕСКОЙ ЧАСТИ СОЕДИНИТЕЛЬНОЙ МУФТЫ ТРЕХФАЗНОГО КАБЕЛЯ ...	419
СИМОНЯН С.О., АВЕТИСЯН А.Г. РЕШЕНИЕ ПОЛНОЙ ПРОБЛЕМЫ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ НЕАВТОНОМНЫХ МАТРИЦ	426
В. К. БРУТЯН ЭФФЕКТИВНОЕ ПОСТРОЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ УПРАВЛЕНИЯ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ	435
ГРИГОРЯН Ф. П. СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ ПО ЗАДАНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЯМ В СИСТЕМЕ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ	443
БАГДАСАРЯН О.В., ДАШЯН С.Г. ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ОПТИЧЕСКОГО УСИЛИТЕЛЯ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ	449
АВЕТИСЯН В.Г. АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ АНТЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ...	454
БАРСЕГЯН С.К., ТАДЕВОСЯН Л.А. ПОГРЕШНОСТИ ПРИ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ В АНТЕННЫХ СИСТЕМАХ	461
МКРТЧЯН С.О., МКРТЧЯН А.С., АКОПЯН С.В., БОСТАНДЖЯН Т.В. К ВОПРОСУ "ВЗВЕШИВАНИЯ" ДВОИЧНОГО НАБОРА	467
АРАКЕЛЯН В.П., БАЛАБЕКЯН В.М. ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ РАДИАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ	471
БАЛАЯН А.В. ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННЫХ ВЫРЕЗНЫХ СТАНКОВ	474

CONTENTS

SHEKYAN G.G., KHALATYAN E.P. PARAMETRIC EXCITATIONS OF VERTICAL ROTOR MACHINES.....	333
STAKYAN M.G., DEMIRKHANYAN A.R. EQUATION OF STRESS-CYCLE DIAGRAM WITH ACCOUNT OF LONGEVITY SENSITIVITY THRESHOLD <i>Report 1. investigation of sensitivity threshold</i>	338
ADAMYAN V.G., ZAYIMTSYAN G.M. THE CLEARNESS OF THE SURFACE WHILE MACHINING TWO-BLADE AND TOPLESS CUTTERS	349
HAROUTIUNYAN H.H. ON ANALYTICAL STUDY OF THE IMPULSIVE FORCE IN PLANING	354
AGHBALYAN S.G., STEPANYAN A.M. HEAT-TREATMENT PECULIARITIES FOR POWDER HIGH- SPEED STEELS	357
HOVSEPYAN G.S., KARAPETYAN K.G., HAMBARYAN, A.A. EGHIAZARYAN K.L., ALEXANYAN N.S. THERMO-DYNAMIC PRINCIPLES OF NITROGENATION AND CARBONATION PROCESSES REGULATION	361
MARTIROSSYAN V.N., SASUNTSYAN M.E., MACHKALYAN A.R. METAL OXIDE CHLORINATION MECHANISM AT THE PRESENCE OF CARBON	366
PETROSSYAN H.S. EXPERIMENTAL AND THEORETICAL STUDIES OF CERMET TITANIUM AND ITS ALLOY EXTRUSION PROCESSES	371
MAMYAN S.G. HERIDITY INVESTIGATION OF HIGH-TEMPERATURE THERMOMECHANICAL TREATMENT	379
ANANYAN V.A. STRAINED STATE IN HOLE EDGE DEFORMATION CENTRE AFTER MAGNETO-IMPULSE PIERCING THIN-SHEETED WORK.....	385
KHACHATRYAN V.S., BADALYAN N.P. “Y-Z, P-U” DIACOPTIC MATHEMATICAL MODEL OF STEADY- STATE CONDITION IN ELECTRICAL POWER ENGINEERING SYSTEM AND ITS REALIZATION BY MINIMIZATION METHOD ..	392
NERSESSYAN G. S., MIRZABEKYAN G.M., HOVHANNISSYAN L.S., NERSISSYAN S. G. DETERMINING THE OPERATING DURATION FOR ONE-PHASE POWER CABLES DEPENDING ON CURRENT TRANSMISSION INCREASE LEVEL	400
PAPIKYAN S.R. PRECISE DETERMINATION METHOD OF HEAT OUTLET FROM HEATING HPP	407
KHACHATRYAN K.V. STEADY-STATE CONDITION CORRECTION FOR ELECTRICAL POWER ENGINEERING SYSTEM IN P-U TYPE STATION UNITS	412
GRIGORYAN V.A., KARAPETYAN M.A., KARACHANYAN L.H.	

THREE-PHASE MUFF CABLES IN ELECTRIC FIELD CONIC PART STUDY	419
SIMONYAN S.H., AVETISSYAN A.G.	
COMPLETE PROBLEM SOLVING OF ON-LINE EIGENVALUE MATRIX	426
BROUTYAN V. K.	
EFFECTIVE CONTROL MECHANISM CONSTRUCTION IN HIERACHICAL SYSTEMS	435
GRIGORYAN F.P.	
CONTROL SYNTHESIS TO GIVEN BOUNDARY CONDITIONS IN AUTOMATIC CONTROL SYSTEM	443
BAGHDASARYAN H.V., DASHYAN S.G.	
INVESTIGATION OF SEMICONDUCTOR OPTICAL AMPLIFIER'S OPERATION VIA COMPUTER SIMULATION	449
AVETISSYAN V.H.	
AUTOMATIC CONTROL OF ANTENNA MEASUREMENTS	454
BARSEGHYAN S. K., TADEVOSYAN L.A.	
CONVERSION ERRORS OF THE MEASURING INFORMATION IN ANTENNA SYSTEMS	461
MKRTCHYAN S.H., MKRTCHYAN A.S., HAKOBYAN, S.V.	
BOSTANJYAN T.V.	
ON THE PROBLEM OF BINARY SET "WEIGHING"	467
ARAKELYAN V.P., BALABEKYAN V.M.	
ON STEADY-STATE CONDITION DETERMINATION OF RADIAL ELECTRIC NETWORKS	471
BALAYAN H.V.	
WAYS OF INCREASING TECHNOLOGICAL POSSIBILITIES OF ELECTROEROSION CUTTING TOOLS	474

«Հայաստանի Գիտությունների Ազգային Ակադեմիայի և Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարանի տեղեկագիր» տեխնիկական գիտությունների սերիաե հանդեսում տպագրվում են տեսական և փորձարարական հետազոտությունների արդյունքները տեխնիկական գիտությունների հետևյալ բաժիններից՝ մեքենաշինություն, նյութագիտություն, շինարարական կառուցվածքներ, հիդրավլիկա և հիդրոտեխնիկական կառույցներ, էներգետիկա, էլեկտրատեխնիկա, գիտական սարքաշինություն և չափողական տեխնիկա, հաշվողական տեխնիկա և ինֆորմատիկա, ռադիոէլեկտրոնիկա, լազերային տեխնիկա, ավտոմատացում և կառավարման համակարգեր:

Հանդեսում լուսաբանվում են ակադեմիական և ճյուղային գիտահետազոտական ինստիտուտների, բուհերի, գիտաարտադրական միավորումների և այլ կազմակերպությունների գիտական գործունեության առավել կարևոր արդյունքները:

Հանդեսի հիմնական նպատակն է խթանել գիտատեխնիկական առաջընթացը և նպաստել արտադրության մեջ այդ արդյունքների ներդրմանը:

Հանդեսը նախատեսված է ճարտարագետների, հետազոտողների և գիտնականների լայն շրջանների համար: Լույս է տեսնում չորս ամիսը մեկ անգամ:

В журнале "Известия Национальной Академии наук РА и Государственного инженерного университета Армении. Серия технических наук" публикуются результаты теоретических и экспериментальных исследований, охватывающих основные разделы технических наук: машиностроение, материаловедение, строительные конструкции, гидравлика и гидротехнические сооружения, энергетика, электротехника, научное приборостроение и измерительная техника, вычислительная техника и информатика, радиоэлектроника, лазерная техника, автоматизация и системы управления.

Журнал является периодическим изданием, освещающим наиболее важные результаты научной деятельности академических и отраслевых научно-исследовательских институтов, вузов, научно-производственных объединений и др.

Основная цель журнала - пропагандировать фундаментальные и прикладные исследования в области технических наук, способствовать внедрению их результатов и ускорению научно-технического прогресса в производстве.

Журнал рассчитан на широкий круг ученых, исследователей и инженеров. Выходит один раз в четыре месяца.

The journal "Reports of the National Academy of Sciences and the State Engineering University of Armenia. Series of Technical Sciences" publishes the results of theoretical and experimental investigations concerning the main branches of technical sciences: mechanical engineering, material sciences, civil engineering constructions, hydraulics and hydrotechnical constructions, power and electrotechnical engineering, measurement techniques, computer sciences and informatics, radioelectronics, laser techniques, automation and control systems.

The journal is a periodical that represents the most important results of the scientific activities at academic and branch scientific-research institutions, Universities, research industrial companies, etc.

The main task of the journal is the propaganda of fundamental and applied investigations in the field of technical sciences and promotion of their introduction and acceleration of the scientific and technological progress in industry.

The journal is oriented towards the wide range of scientists, researchers and engineers. It is published quarterly.

