ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԵՎ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ И

НАЦИОНАЛЬНОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА АРМЕНИИ

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

Журнал издается с 5.01. 1948 г.
Выходит 3 раза в год

ՀԱՆԴԵՍԸ ՀՐԱՏԱՐԱԿՎԱԾ Է ԱՄԵՐԻԿԱՅԻ ՀԱՅ ԿՐԹԱԿԱՆ ՀԻՄՆԱՐԿՈՒԹՅԱՆ ՆՎԻՐԱՏՎՈՒԹՅԱՄԲ ՀԻՄՆԱԴՐՎԱԾ ՀԱՄԱԿԱՐԳՉԱՅԻՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉԱԿԱՆ ԿԵՆՏՐՈՆՈՒՄ

THE JOURNAL IS PUBLISHED IN THE COMPUTER PUBLISHING CENTER ESTABLISHED BY THE DONATION OF THE ARMENIAN EDUCATIONAL FOUNDATION (USA)

Հրատ. խմբագիր՝ ԺԱՆՆԱ ՍԵՅՐԱՆՅԱՆ

Համակարգչային շարվածքը եւ ձեւավորումը՝ ԼԻԼԻԹ ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆԻ

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.81.002.22 МАШИНОСТРОЕНИЕ

М.Г. СТАКЯН, А.Р. ДЕМИРХАНЯН

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ПРОВЕРКИ НОРМАЛЬНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ МЕХАНИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

Дано описание метода трехуровневой оптимизации для исследования вида распределения данных механических испытаний. Первый уровень обеспечивает оптимальную процедуру разбивки размаха варьирования ряда распределения при расчетах статистики Пирсона χ^2, второй уровень – оптимальное преобразование опытных данных с помощью пакета функций (8 групп, 1430 вариантов преобразований), а третий уровень – представление этих данных в виде сумм детерминированных и случайных составляющих. Указанные процедуры позволяют корректировать асимметрию, эксцесс и многомодальность распределения результатов испытаний во всем интервале изменения их значений. Критерием оптимальности является обеспечение максимального уровня значимости α_{max}. Составлена вычислительная программа и приведены численные примеры.

Ключевые слова: механические испытания, нормальный закон распределения, оптимизация, преобразующая функция.

Многочисленные исследования последних десятилетий показали, что рассеяние результатов прямых и косвенных механических испытаний является объективным свойством конструкционных материалов, эксплуатационных режимов нагружения деталей машин, а также обусловлено воздействием среды. Одним из резервов повышения ресурса и снижения материалоемкости конструкций является получение достоверной информации, базирующейся на статистических оценках исследуемых параметров, что возможно при широком внедрении в практике экспериментирования вероятностных методов планирования испытаний и оценки механических характеристик материалов [1,2].

Механические и, в частности, усталостные испытания относительно трудоемки, длительны и дорогостоящи, а при их реализации временной и экономический факторы преобладают над другими [3]. Натурные испытания, помимо всего, вносят также элемент уникальности эксперимента. Поэтому получение полной и исчерпывающей статистической информации и ускорение на этой основе расчетного этапа проектирования машин всецело зависят от степени использования вычислительной техники и комплексного учета положений теории вероятностей и математической статистики.

Существуют методики по обработке результатов испытаний, охватывающие практически все области научных исследований, в которых по мере совершенствования расчетов появились все новые критериальные оценки, позволяющие проводить комплексное статистическое исследование (расчетное и графическое) в широком спектре изменения характера информации (непрерывное и дискретное распределение данных, ограниченный объем испытаний, условия разнотипности переменных, накопление информации в "размытых" системах и др.). Вместе с тем образовался значительный разрыв между уровнями теоретических разработок и выполнения прикладных статистических задач, который обусловлен отсутствием системного подхода при решении этих задач, а также возрастанием объема вычислений при комплексном использовании нескольких критериальных оценок с числом наблюдений $n > 30$.

Для выполнения трудоемких, но легко поддающихся алгоритмизации статистических расчетов ранее были разработаны стандартные и специальные программы [4], которые не учитывают нововведения в этой области и не соответствуют современным требованиям. Основой для композиционного построения универсальных вычислительных алгоритмов может стать выполненная в [5] систематизация статистических расчетов применительно к механическим испытаниям.

Новый модифицированный метод основан на оптимизационных процедурах, которые позволяют с достаточной точностью рассчитать вероятностные характеристики распределений результатов испытаний. Для этих расчетов предложен метод трехуровневой оптимизации, суть которого заключается в следующем.

Основным этапом выполнения статистического исследования для одномерной задачи является установление закона распределения объема выборки n, полученного в ходе эксперимента. Существует ряд достаточно строгих аналитических решений – критериев согласия результатов наблюдений выбранному виду гипотетического распределения, применение которых зависит от многочисленных факторов (область изменения, характер распределения данных, объем выборки n и др.). Использование каждого из них ограничено определенными условиями, поэтому для разработки универсальной расчетной методики следует создать комплекс вычислительных процедур, который независимо от объема выборки n позволил бы дать оценку распределения при заданном уровне значимости (надежности вывода) α (обычно в машиностроении принимают $\alpha = 0{,}05$).

Анализ и систематизация современных критериальных оценок, а также их массовое применение позволили разработать следующий алгоритм выполнения комплексных проверок нормальности распределения:

а) при малых объемах выборок ($n < 30$) – по критериям согласия Шапиро-Уилка w, Колмогорова-Смирнова λ и приближенному критерию Пирсона χ^2:

$$w = b^2 / S^2 \le w_\alpha , \qquad (1)$$

$$b = \sum_{i=1}^{k} a_{n-(i-1)}[x_{n-(i-1)} - x_i], \; S^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2 \Big/ n ;$$

$$\lambda = \max\left[D_n^+ ; D_n^-\right]\left(\sqrt{n} - 0{,}01 + 0{,}85/\sqrt{n}\right) \le \lambda_\alpha , \qquad (2)$$

$$D_n^+ = \max\left[i/n - \Phi(z_i)\right],\ D_n^- = \max\left[\Phi(z_i) - (i-1)/n\right],\quad \Phi(z_i) = \int_{-\infty}^{z_i} \exp(-z^2/2)dz\,;$$

$$\chi^2 = \left(S_k / S_{ks}\right)^2 + \left(E_k / E_{ks}\right) \le \chi_\alpha^2\,; \qquad (3)$$

$$S_k = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^3 / s^3,\ S_{ks} = \sqrt{6(n-1)/(n+1)(n+3)},\ E_k = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^4 / s^4 - 3,$$

$$E_{ks} = \sqrt{24(n-2)(n-3)n/(n-1)^2(n+3)(n+5)},$$

$$\overline{x} = \sum_{i=1}^{n} n_i / x_i,\ s = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2 / (n-1)}\,;$$

б) при больших объемах выборок ($n \ge 30$) – по критериям согласия Колмогорова-Смирнова λ, Мизеса ω^2 и Пирсона χ^2:

$$W^2 = \omega^2\left(1 + 1/2n\right) \le W_\alpha^2, \qquad (4)$$

$$\omega^2 = 1/12n + \sum_{i=1}^{n} [W(x_i) - \Phi(z_i)]^2,\ W(x_i) = (i - 0{,}5)/n_i\,;$$

$$\chi_1^2 = \sum_{j=1}^{e_1} \left(n_j - np_j\right)^2 / np_j \le \chi_\alpha^2, \qquad (5)$$

где ${W^2}_\alpha$, λ_α, w_α и χ_α^2 - критериальные значения оценок при заданных α и числе "степеней свободы" k.

Методы определения параметров (1)–(5) и составления статистических таблиц для реализации указанных критериальных оценок общеизвестны [3]. Из этих оценок наиболее универсальным является условие (5), используемое как при непрерывном, так и при дискретном и выраженно локальном ("сгустки" данных) распределениях результатов испытаний, характерных для многомодальных распределений, которые часто встречаются при механических испытаниях. Однако на формирование значений χ_1^2 существенное влияние оказывает методика разбивки размаха варьирования данных $R = x_n - x_1$, которая приводит к необходимости объединять крайние интервалы [3], что вызывает некоторую потерю статистической информации и расчетные неопределенности, т.к. для той же совокупности данных при разных числах разбивки e_1 статистики χ_1^2 варьируют в широком диапазоне значений и условие (5) может быть удовлетворено на разных уровнях α. Это вносит в статистические оценки механических характеристик элементы субъективизма и требует от расчетчика определенной профессиональной интуиции. С целью преодоления этих трудностей методического характера, которые снижают достоверность статистической информации и затрудняют выявление объективной критериальной оценки, скрытой в "массиве" экспериментальных данных, предложен следующий вычислительный алгоритм для поиска оптимального значения $e_{опт}$ и формирования статистической таблицы χ_1^2, являющийся первым уровнем оптимизационных процедур.

Размах варьирования разбивают на равные интервалы длиной $\delta = R/e$, закругляют границы интервалов с точностью до $0{,}01\,\delta$ и определяют значения X_j на этих границах: $X_1, X_2, ..., X_j, ..., X_e, X_{e+1}$. Далее определяют числа попадания экспериментов в интервалы: $n_1, n_2, ..., n_j, ..., n_e$. Если для j-го интервала $n_j < 5$, его объединяют с соседним, а если таких интервалов больше $0{,}2\,e$, допускают таковые при $n_j > 2$. После их объединения уточняют границы интервалов. Дальнейшие расчеты проводят при скорректированном значении $e_1 \le e$. Затем определяют значения квантилей z_j функции $\Phi(z_j)$ на границах интервалов, а по ним - значения $\Phi(z_j)$.

Для поиска оптимального числа разбивки, обеспечивающего значение

$$\alpha_{max} = \max\left[P\left(\chi^2 > \chi_1^2\right)\right], \qquad (6)$$

определяемое из выражения

$$P\left(\chi^2 > \chi_1^2\right) = [2^{k/2}\Gamma(k/2)]^{-1}\int_{\chi_1^2}^{\infty}(\chi^2)^{(k/2)-1}\exp\left(-\frac{1}{2}\chi^2\right)d\chi^2, \qquad (7)$$

где $\Gamma(k/2) = \int_0^{\infty} x^{(k/2)-1}\exp(-x)dx$, $k = e - 3$, предусмотрены: цикл повторных вычислений для всех значений $e = 8, 9, ..., 12$, рекомендуемых [3] для интервала $n = 30...100$; составление результатов расчетов в виде ряда e, α, χ_1^2; выбор $e_{опт}$, обеспечивающего условие (6); печать таблицы χ_1^2 для результатов оптимальных вычислений.

Вторым уровнем оптимизационных процедур является использование преобразующих функций и замена случайной величины x на v, рассчитываемой согласно одной из этих функций $v = f(x)$. Для большого круга вопросов, связанных с оценкой тепловых процессов в машинах, износо- и трещиностойкости ответственных деталей, их циклической долговечности и показателей надежности, обнаруживается логарифмически нормальный закон распределения результатов экспериментов, т.е. при проверке "нулевой" гипотезы нормальности распределения вводится процедура преобразования исследуемых величин x на $v = \lg x$. В теории оптимального эксперимента это положение имеет определенный физический смысл и связано с вариацией градиента исследуемых величин в различных интервалах их значений вследствие разнородного характера действия того или иного фактора в реальном масштабе времени (старение, релаксация, облитерация, воздействие среды и различных физических полей, охрупчивание, возникновение и накопление повреждений и др.), или с одновременным действием нескольких факторов, вызывающих процессы затухания, насыщения, равномерного или лавинообразного протекания. В совокупности это приводит к так называемым непараметрическим отклонениям от нормальности распределения - появлению асимметрии и эксцесса, многомодальности, композиции разных законов распределения и др.

Отмеченное разнообразие действия факторов с целью полного охвата возможных вариантов диктует необходимость классифицировать и вводить преобразования и по другим видам функций (экспоненциальных, гиперболических и параболических), позволяющих корректировать асимметрию и эксцесс с переменным градиентом "уплотнения" или "расширения" результатов эксперимента во всем интервале изменения их значений.

При реализации научного эксперимента общим является случай, когда исследуемая величина рассматривается как сумма или произведение детерминированных и стохастических составляющих [6], требующих их раздельной оценки для устранения "смазывания" результатов от нормального закона. Коррекция и максимальное устранение отклонений, а также приведение вариационных рядов результатов эксперимента к удобному виду для выполнения параметрических оценок является третьим уровнем реализации оптимизационных процедур, вскрывающим внутренний механизм формирования результатов эксперимента и позволяющим точнее определить их вероятностные значения и границы доверительных интервалов. Необходимость такого подхода была продиктована практикой реализации массовых механических испытаний, выполненных для уточнения параметров закона распределения несущей способности и долговечности ответственных деталей [7,8]. При этом обнаружилось также отклонение от логарифмически нормального закона распределения долговечности валов, которое усилилось с переходом к низким уровням перенапряжений σ_i [8]. Было установлено наличие детерминированной составляющей долговечности, постоянной для данного уровня σ_i, до достижения которого разрушение считалось невозможным событием. Эта составляющая была названа "порогом чувствительности", и ее вводом была уточнена статистическая модель усталостного разрушения [8], а также скорректированы доверительные границы эмпирической функции распределения долговечностей, повышающие точность вероятностных сроков службы узлов и деталей оборудования, работающих в экстремальных условиях. Применительно к двумерным задачам (например, связь между напряжениями и долговечностями при усталостных испытаниях) была доказана переменность "порога чувствительности" в зависимости от уровня σ_i. Аналогичным образом для одномерной задачи в пределах размаха варьирования данных детерминированная составляющая γ может быть переменной величиной, и отыскание этих форм связей является актуальной задачей. Но в первом приближении при отсутствии предварительной информации о характере изменения $\gamma = \varphi(x)$ можно варьировать только дискретными значениями этой составляющей $(\gamma_i = \text{const})$, что и сделано в данной работе.

Выполненные многочисленные статистические расчеты позволили составить сводную таблицу (табл.1), содержащую три класса преобразующих функций v=f(x) (8 групп функций и 1430 возможных вариантов), в которых учтена также процедура поиска оптимальной формы разделения исследуемой величины на две составляющие.

Для выполнения трехуровневых оптимизационных процедур на алгоритмическом языке Pascal составлена программа SMDA (62,5кБт), согласно которой, помимо выполнения основных вычислений по (1) – (7), производится также:

а) проверка “нулевой гипотезы” принадлежности крайних членов вариационного ряда той же генеральной совокупности согласно критерию Смирнова u:

$$u_1 = (\bar{x} - x_1)/s \le u_\alpha ,\ u_n = (x_n - \bar{x})/s \le u_\alpha , \qquad (8)$$

где u_α - критериальное значение u при заданных (и n.

При несоблюдении условий (8) отбрасывают резко выделяющиеся крайние члены, и цикл вычислений повторяют для скорректированных значений n_ϕ ряда, причем вычисления останавливают до значений $n_\phi \ge 0{,}85n$;

б) масштабирование членов вариационного ряда и приведение их к удобному для ЭВМ интервалу значений $1 \le v_i \le 2$ $(1 \le x_i \le 2)$, сохраняя характер их распределения.

При этом критерием оптимального поиска функции $v = f(x)$ является значение α_{max}, достигнутое после выполнения расчетов по всем 1430 вариантам преобразований. При переходе от одной группы функций к другой реализуется предварительная фаза преобразований, которая затем уточняется вариацией параметров n, k и γ внутри каждой функции (табл. 1), завершающей этап преобразований.

По результатам вычислений составляется дополнительная таблица значений α_{max} для всех групп функций $v = f(x)$ с указанием их параметров n, k, γ и выбирается оптимальная функция $v_{опт}$, обеспечивающая $\max[\alpha_{max}]$. Программа может работать в автоматическом режиме и завершить расчеты при оптимальном преобразовании вариационного ряда x_i, или в диалоговом режиме - для заданного вида функции $v = f(x)$. Это необходимо для случаев, когда при незначительной потере уровня значимости α_{max} из альтернативных вариантов выбирается та преобразующая функция, которая удобна для выполнения расчетов и графической интерпретации результатов эксперимента.

Таблица 1

№	Преобразующая функция $v = f(x)$	Ограничения	Параметры функций $v = f(x)$
1	$y = (x+\gamma)^n$	$x+\gamma \neq 0$	$n = \pm 1, \pm 2, ..., \pm 10,$ $\gamma = kx_1$, $k = 0, \pm 0{,}2, ..., \pm 1{,}0$
2	$y = (x+\gamma)^{1/n}$	$x+\gamma > 0$, если n четное	$n = \pm 2, ..., \pm 10,$ $\gamma = kx_1$, $k = 0, \pm 0{,}2, ..., \pm 1{,}0$
3	$\lg(x+\gamma)^n$	$x+\gamma > 0$, $x+\gamma \neq 1$, $\lg(x+\gamma) \neq 0$	$n = \pm 1, \pm 2, ..., \pm 10,$ $\gamma = kx_1$, $k = 0, \pm 0{,}2, ..., \pm 1{,}0$
4	$\lg(x+\gamma)^{1/n}$	$x+\gamma > 0$, $x+\gamma \neq 1$, $\lg(x+\gamma) \neq 0$	$n = \pm 2, ..., \pm 10,$ $\gamma = kx_1$, $k = 0, \pm 0{,}2, ..., \pm 1{,}0$
5	$e^{(x+\gamma)^n}$	-	$n = \pm 1, \pm 2, ..., \pm 5,$ $\gamma = kx_1$, $k = 0, \pm 0{,}2, ..., \pm 1{,}0$
6	$e^{(x+\gamma)/n}$	-	$n = \pm 2, ..., \pm 5,$ $\gamma = kx_1$, $k = 0, \pm 0{,}2, ..., \pm 1{,}0$
7	$e^{(x+\gamma)^n}$	$x+\gamma \neq 0$	$n = \pm 1, \pm 2, ..., \pm 5,$ $\gamma = kx_1$, $k = 0, \pm 0{,}2, ..., \pm 1{,}0$
8	$e^{(x+\gamma)^{1/n}}$	$x+\gamma \neq 0$, $x+\gamma > 0$, если n четное	$n = \pm 1, \pm 2, ..., \pm 5,$ $\gamma = kx_1$, $k = 0, \pm 0{,}2, ..., \pm 1{,}0$

Р ассмотрим несколько примеров расчетов, произведенных с помощью новой трехуровневой оптимизационной программы SMDA. Данные для распределений с лево- и правосторонней асимметрией и эксцессом приведены в [9].Согласно расчетам, полученным по ранее известному логарифмическому закону распределения ($v_i = \lg(x_i)$), уровень значимости составляет $\alpha = 0{,}7150$ для распределения с левосторонней и $\alpha = 0{,}005$ - для правосторонней асимметрий, при коэффициентах асимметрии соответственно $S_k = 2{,}195$ и $E_k = 7{,}144$ для лево- и $S_k = -2{,}195$ и $E_k = 7{,}144$ - для правосторонней асимметрий. С использованием преобразующих функций значения α_{max} повышаются (табл.2). Вычисления показывают, что использование логарифмического преобразования также требует учета детерминированной составляющей значений x_i, при которых α_{max} повышается до $0{,}9261$ (функция $v = \lg(x+1{,}0)^2$). Но при этом условие $\max[\alpha_{max}]$ обеспечивает функция $v = e^{(x+1)^{-1/4}}$ - $\alpha_{max} = 0{,}9786$ с коэффициентами $S_k = 0{,}306$ и $E_k = 0{,}011$ (табл.2). Аналогично для правосторонней асимметрии условие $\alpha_{max} = 0,9520$ обеспечивает функция $v = (x + 0,2)^3$, а $S_k = -0,501$ и $E_k = -0,024$. Графическая интерпретация расчетов дана на рис.1.

Таблица 2

№	Преобра-зующая функция $v = f(x)$	α_{max}		n		γ	
		левая асимм.	правая асимм.	левая асимм.	правая асимм.	левая асимм	правая асимм.
1	$y = (x+\gamma)^n$	0,4202	0,9520	1	3	-1,0	0,2
2	$y = (x+\gamma)^{1/n}$	0,9483	0,6068	2	2	0,8	0,4
3	$\lg(x+\gamma)^n$	0,9261	0,8984	2	10	1,0	- 0,6
4	$\lg(x+\gamma)^{1/n}$	0,8336	0	- 6	10	1,0	- 1,0
5	$e^{(x+\gamma)n}$	0	0	- 6	10	-1,0	- 1,0
6	$e^{(x+\gamma)/n}$	0	0	- 6	10	-1,0	- 1,0
7	$e^{(x+\gamma)^{1/n}}$	0,9786	0,8599	4	3	-1,0	- 0,8

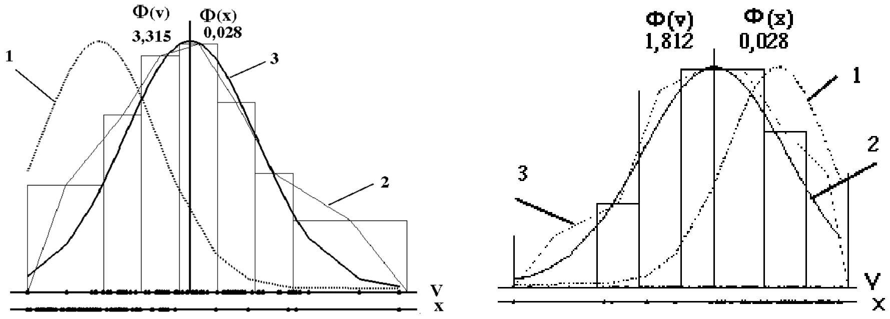
Р ассмотрим случаи с островершинным и пологим распределениями данных (рис.2). Расчеты показывают, что разделение данных на случайную и детерминированную составляющие (третий уровень оптимизации) в значительной мере и одновременно снижает степень асимметрии и эксцесса.

Таблица 3

№	Преобразую-щая функция v = f(x)	α_{max}		n		γ	
		остр.	полог.	остр.	полог.	остр.	полог.
1	$y = (x+\gamma)^n$	0,1451	0,8435	6	- 8	1,0	0,6
2	$y = (x+\gamma)^{1/n}$	0,1114	0,8955	7	1	-0,2	0,4
3	$\lg(x+\gamma)^n$	0,2865	0,8504	1	3	-0,4	-0,6
4	$\lg(x+\gamma)^{1/n}$	$\boxed{0,5936}$	$\boxed{0,9964}$	2	3	-0,4	0,6
5	$e^{(x+\gamma)n}$	0,0667	0,5344	2	-1	-1,0	-1,0
6	$e^{(x+\gamma)/n}$	0,1277	0,8607	4	4	-1,0	-1,0
7	$e^{(x+\gamma)^{1/n}}$	0,1277	0,9181	-4	2	0,8	0,8

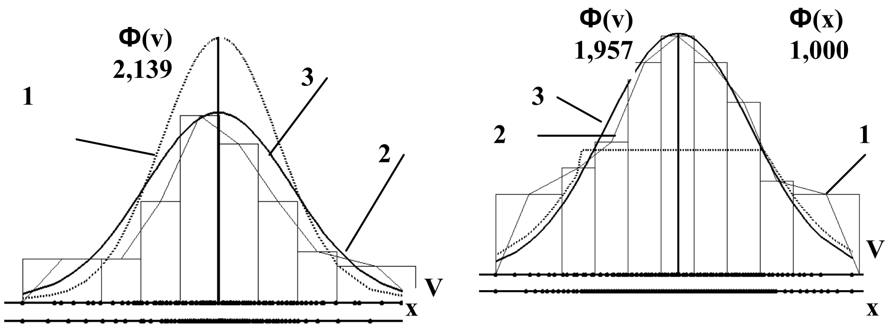
С огласно ранее проведенным расчетам ($v_i = \lg(x_i)$), для островершинного распределения (рис.2а) получены: $S_k = -0,364$, $E_k = 2,491$ и $\alpha_{max} = 0,111$, а для пологого (рис.2б) - $S_k = -0,133$, $E_k = -0,324$ и $\alpha_{max} = 0,119$. С использованием преобразующих функций и вводом детерминированной составляющей для первого случая при функции $v = \lg(x - 0,4)^{1/2}$ (табл.3) значение α_{max} повышается до $0,5936$, а соответствующие коэффициенты снижаются до $S_k = 0,019$ и

$E_k = -0,773$. Для второго случая при функции $v = \lg(x+0,6)^3$ (табл.3) получаем: $\alpha_{max} = 0,9964$, $S_k = 0,071$ и $E_k = 0,191$.



а) б)

Рис.1. Результаты вычислений для распределений с: а - левосторонней, б – правосторонней асимметрией.
1- функции плотности распределения до преобразования, 2 и 3- эмпирические и теоретические функции плотности распределения после преобразования



а) б)

Рис.2. Результаты вычислений для случаев с: а - островершинным, б - пологим (композиционным) распределением.
Обозначения аналогичны рис.1

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Стакян М.Г., Геворкян А.К.** и др. Комплексное исследование надежности и долговечности элементов передаточных механизмов // Перспективные направления создания новых и совершенствования существующих конструкций тяжелонагруженных редукторов и прогрессивная технология их изготовления: Тез. докл. науч.-тех. конф., г. Краматорск, 18-19 июня, 1987г. -Краматорск, 1987. -С.124-125.
2. **Стакян М.Г., Исаханян Н.С.** и др. Комплексное исследование надежности и долговечности деталей передаточных механизмов // Межвуз. сб. науч. тр. по маш., посвящ. 50-лет. ММФ ЕрПИ / ГИУА. –Ереван, 1996. –С. 65-73.

3. **Степнов М.Н.** Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справ. – М.:Машиностр., 1985.- 232 с.
4. **Львовский Е.Н.** Статистические методы построения эмпирических формул. –М.: Высш. школа, 1982. –224 с.
5. **Стакян М.Г., Оганисян Л.Г., Манукян Г.А.** Комплексная программа проверки нормальности распределения по критериям согласия // Алгоритмы и программы: Инф. Бюл. ВНТИ Центр, ГФАП СССР, ЦИФ.-1989.-№.2. - С.15.
6. **Айвазян С.А., Бежаева З.И., Староверов О.В.** Классификация многомерных наблюдений. –М.:Статистика, 1974.- 240 с.
7. Испытание деталей машин на прочность: Сб. ст./ Под ред. **С.В. Серенсена.** –М.: Машгиз, 1960.- 257 с.
8. **Когаев В.П., Махутов М.А., Гусенков А.В.** Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справ. –М.: Машиностр., 1985.- 223 с.
9. **Стакян М.Г., Демирханян А.Р.** Применение преобразующих функций для приведения результатов механических испытаний к нормальному закону распределения // Информационные технологии и управление: Сб. - Ереван, 2000.- №1.– С. 89-96.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 12.03.2000.

Մ.Գ. ՍՏԱԿՅԱՆ, Ա.Ռ. ԴԵՄԻՐԽԱՆՅԱՆ

ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՓՈՐՁԱՐԿՈՒՄՆԵՐԻ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԻ ԲԱՇԽՄԱՆ ՆՈՐՄԱԼՈՒԹՅԱՆ ՍՏՈՒԳՄԱՆ ՁԵՎԱՓՈԽՎԱԾ ՄԵԹՈԴ

Տրված է մեխանիկական փորձարկումների արդյունքների բաշխման հետազոտման եռամակարդակ լավարկման մեթոդի նկարագրությունը բաշխման տեսքի վիճակագրական ստուգումների ընթացքում: Առաջին մակարդակը Պիրսոնի χ^2 վիճակագրական մեծության հաշվարկման ընթացքում ապահովում է բաշխման շարքի փոփոխակման լայնույթի մասնատման լավարկման ընթացակարգը, երկրորդ մակարդակը՝ ֆունկցիաների փաթեթի օգնությամբ (8 խումբ, ձևափոխման 1430 տարբերակ), փորձի տվյալների լավարկված ձևափոխումը, իսկ երրորդ մակարդակը՝ այդ տվյալների ներկայացումը դետերմինացված և պատահական բաղադրիչների գումարների տեսքով: Նշված ընթացակարգերը հնարավորություն են ընձեռում փորձի արդյունքների փոփոխման ողջ միջակայքում ուղղել տվյալների բաշխման անհամաչափությունը, շեղումը և բազմագագաթությունը: Լավարկման չափանիշը նշանակալիության α_{max} մակարդակի ապահովումն է: Կազմված է հաշվողական ծրագիր և բերված են թվային օրինակներ:

M. G. STAKYAN, A.R. DEMIRKHANYAN

MODIFIED CHECKING METHOD OF NORMAL DISTRIBUTION OF MECHANICAL TEST RESULTS

A description of a three-level optimization method for studying the data distribution type of mechanical test results is given. An idea of using a computer for test result analysis is proposed. The package of transforming functions (8 groups of functions and 1430 possible versions of functions), enabling to correct the asymmetry, excess and multimodality of the test result allocation in the entire interval of their alternation, is obtained. The optimum criterion is to control the maximum level of the significance α_{max}. A computer program is formulated and numerical data are given.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 620.178.152 МАШИНОСТРОЕНИЕ

Н.А. ГАЛЕЧЯН

ОЦЕНКА ПРОЦЕССА УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ ВАЛОВ МЕТОДОМ ИЗМЕРЕНИЯ МИКРОТВЕРДОСТИ

Для установления количественных связей между физико-механическими параметрами и технологическими факторами тонкого поверхностного слоя усталостных изломов валов при среднем уровне перенапряжений и исследования в этих слоях процесса трещинообразования произведены массовые измерения микротвердости. Результаты эксперимента обработаны методами корреляционного и регрессионного анализа. Выявлены функциональные зависимости микротвердости от глубины, а также установлено изменение значений микротвердостей по диаметральному сечению при разных уровнях перенапряжения.

Ключевые слова: усталостное разрушение, трещина, поверхность излома, микротвердость.

В [1-3] показано, что при анализе усталостных повреждений деталей из конструкционных сталей основной задачей является определение уровня нагружения разрушенной детали. При оценке напряженно-деформированного состояния, возникающего в опасных сечениях деталей и зонах изломов, большое распространение получил метод измерения микротвердости (HV). Указанный метод отличается высокой локальностью, пригоден для изучения пластических микродеформаций, предшествующих усталостному разрушению раздельно в зонах вязкого и хрупкого изломов валов, позволяет получить достоверную информацию о поведении материалов при периодическом нагружении. Он хорошо отражает все стадии процесса усталостного разрушения и вместе с тем является тонким и надежным методом физико-механического анализа, устанавливающим связь микротвердости с другими механическими характеристиками материалов.

Изучено рассеяние микротвердости в зонах вязкого и хрупкого изломов при низких и высоких уровнях перенапряжения. Доказано, что длительность периодического нагружения и уровень перенапряжений влияют на величину HV. В [1,2] выявлены оптимальные формы связи $HV=f_1(h)$ и $HV=f_2(d_x)$ (d_x- диаметральный размер в тонком поверхностном слое излома; h - глубина диаметрального сечения от поверхностного слоя излома) при σ_1 = 350 *МПа* и σ_3= 290 *МПа*.

С целью продолжения исследования [1], а также диагностирования причин усталостного разрушения тяжелонагруженных и ответственных деталей машин изучены распределения микротвердостей на микрошлифах 10 разрушенных образцов из стали 45, d = 12 *мм*, при среднем перенапряжении σ_2 = 320 *МПа*. На приборе ПМТ-3 (нагрузка на микроинденторе 1 *Н*) в зоне вязкого излома выполнено 13...14 рядов, а в зоне хрупкого излома - 8...10 рядов измерений микротвердостей с шагом 0,1...0,3 *мм* (рис.1).

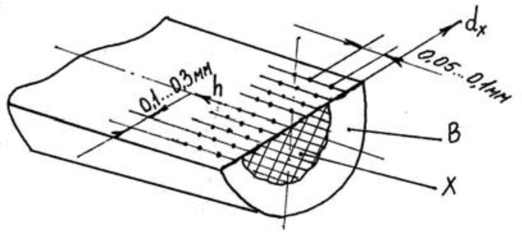
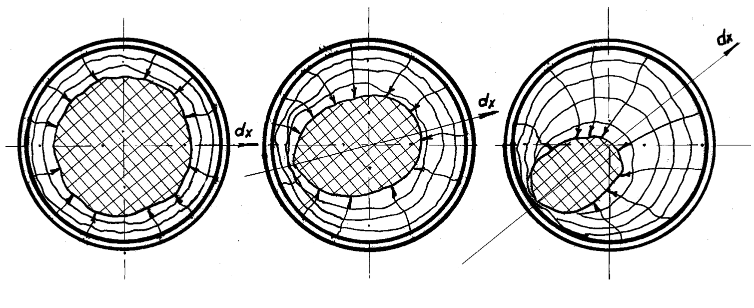


Рис.1. Схема измерения микротвердостей HV

Как правило, процесс усталостного разрушения развивается в тонком поверхностном слое деталей, преимущественно в зонах расположения концентраторов напряжений, т.е. возникает необходимость выполнения комплексных фрактографических исследований и микроструктурных измерений, т. к. в строении усталостного излома отражены все стадии процесса разрушения, фронта продвижения трещины, а также степень микропластических деформаций подповерхностных слоев излома.

Режим нагружения и величина σ_i предопределяют характер разрушения, особенности фронта продвижения кольцевой трещины, а также размеры, формы и расположение зон вязкого и хрупкого разрушений. Со снижением уровня σ_i зона долома сужается, ее форма от концентричного круга переходит к эллипсу и имеет одноосную симметрию относительно осей поперечного сечения вала (рис. 2). Процесс усталостного разрушения и продвижения фронта кольцевой трещины также сопровождается изменением физико-механического состояния поверхностных слоев, непосредственно прилегающих к поверхности излома, но в гораздо меньшей степени, чем при поверхностно-пластическом деформировании.

На рис. 3 и 4 показаны изменения значений HV по диаметральному сечению и глубине шлифа образца. В зоне хрупкого излома, особенно в средней части, вариация свойств в структуре незначительна, и эти данные почти совпадают с исходными (здесь HV = 300...500 *МПа).* Так как основная информация о разрушении, протекании упруго-пластических деформаций и уровне перенапряжений накоплена в тонком граничном слое излома, целесообразно производить количественную оценку изменения HV, учитывающую процессы протекания упрочнения и разупрочнения в микрообъемах металла, раздельно в зонах вязкого и хрупкого разрушений. Разности значений HV объясняются особенностью протекания процессов разрушения на разных уровнях перенапряжения.



а) б) в)

Рис. 2. Особенности фронта продвижения кольцевой трещины при:
а - σ_1=350 *МПа*, б - σ_2= 320 *МПа*, в -σ_3=290 *МПа*

При массовых измерениях совокупности значений HV фактически характеризуют интегральную оценку микротвердости изучаемой микроструктуры. Если учесть, что упрочнение микрообъемов поверхностного слоя при периодическом нагружении является сопутствующим процессом и проявляется в гораздо меньшей степени, чем при специальных видах упрочняющей технологии (ППД), то для получения достоверной информации и ее фильтрации от “шумов” следует применять более строгие, аналитические методы проверки нормальности распределения HV согласно программе [4].

Для установления заранее неизвестной оптимальной формы функций $HV=f_1(h)$ и $HV=f_2(d_x)$, которые зависят от уровня перенапряжений и длительности периодического нагружения, необходим выбор альтернативных вариантов линеаризующих функций. Поэтому следует также подобрать такую зависимость, которая удобна для выполнения расчетных оценок исследуемых величин и ее графической интерпретации в приемлемой и доступной системе координат (u,v). Парные проверки вариационных рядов HV, согласно критериям F-Фишера и t-Стьюдента, показали, что периодическое нагружение, уровень перенапряжений и разделение значений HV по зонам разрушения являются основными факторами, оказывающими неслучайное и значимое влияние на величину HV [1,3].

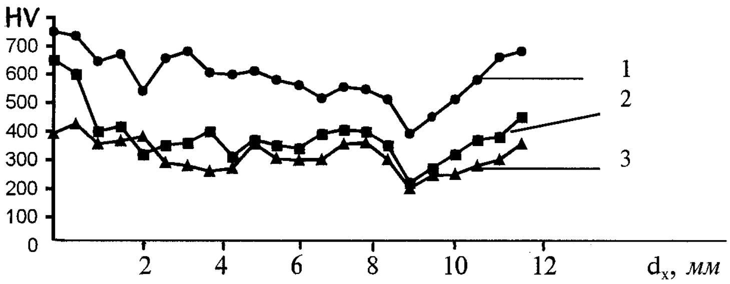


Рис. 3. Распределение HV по диаметральному сечению: 1 – в тонком поверхностном слое излома; 2 и 3 – на расстоянии 0,3 мм и 0,5 мм от края излома

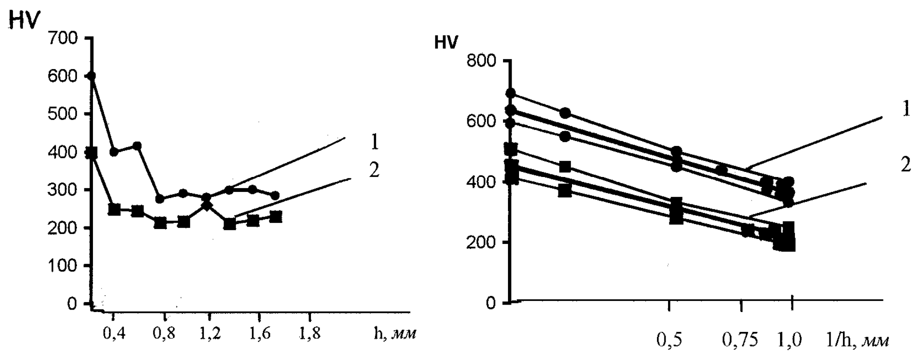


Рис. 4. Распределение значений HV по глубине h: а – 1 и 2 – соответственно хрупкой (X_1) и вязкой (B_1) зон; б – медианные линии регресси HV=f(h) и их
90%-е доверительные интервалы

Анализ результатов линеаризующих преобразований и выбор оптимальной преобразующей функции показали, что наиболее приемлемыми являются гиперболические функции вида $u_v = a + b_{u/v}\, v$ ($u_v = y_x$, $v = x^{-n}$, n=1...5). В таблице приведены значимости параметров медианных линий регрессии и их 90%-е доверительные интервалы.

Таблица

Значимость параметров медианных линий регрессии и их 90%-е доверительные интервалы

Вид расчетной операции	Параметры	Зона B_1	Зона X_1
Параметры медианной линии регрессии	n	1	1
	u	3,3264	3,6036
	v	3,8020	2,6920
	a	2,3939	1,9557
	$b_{u/v}$	0,1124	0,0281
	$s_{u/v}$	0,7071	0,0834
Проверки значимости параметров	$\lvert r \rvert$	0,9967	0,9981
	u	1,9405	1,3859
	$z_{0.975}s_u$	0,3780	0,3870
	$\lvert r_s \rvert$	0,9000	0,9000
	$r_{s0.975}$	0,9842	0,9744
	t_a	26,5560	42,8840
	t_b	21,2500	28,0530
	t_u	62,2170	72,1840
	$t_{0.05k}$	3,1820	3,1820
90%-е довери-тельные интер-валы параметров	r_1 / r_2	0,9596/0,9998	0,9766/0,9999
	a_1 / a_2	2,1070/2,6807	1,8106/2,1008
	$b_{u/v1}/b_{u/v2}$	0,0955/0,1292	0,0249/0,0313
	u_1 / u_2	3,6076/3,9964	2,5733/2,8107

Стремление учитывать максимальный эффект действий микропластических деформаций на вершине трещины и контактного смыкания берегов трещины приводит к выбору диаметрального сечения по оси d_x (рис.2) в качестве плоскости измерения HV и исследования микроструктуры после усталостного разрушения. Изменение HV по данному сечению носит сложный характер и в основном зависит от уровня σ_i (рис.5 а). Максимальные значения функции $HV_{max} = f_1(d_x)$ соответствуют крайним участкам зоны вязкого разрушения B. С переходом к зоне хрупкого разрушения HV_{max} убывают, а в середине зоны X достигают HV_{min}. Аналогично меняется и функция $HV = f_2(d_x)$. Однако по мере удаления от поверхности излома она становится пологой, и при h = 1,0 ... 1,2 *мм* восстанавливается исходное состояние: $HV = f_2(d_x) = const = HV_0$.

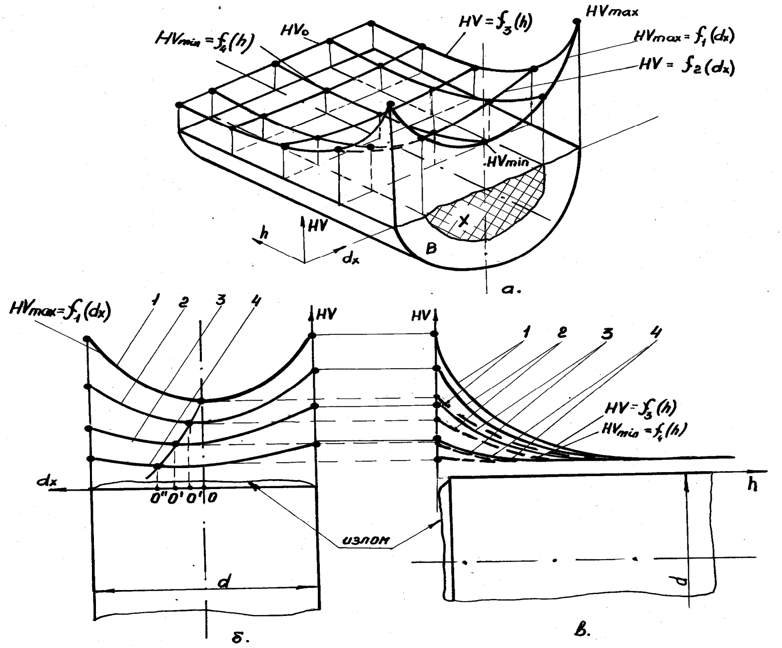


Рис. 5. Распределение HV по диаметральному сечению образца в зоне излома: а - поверхность HV $-d_x-h$; б- семейство функций $HV_{max} = f_1(d_x)$; в- семейство функций: $HV = f_3(h)$, _ _ _ _ - $HV_{min} = f_4(h)$. Кривые 1...4 соответствуют перенапряжениям $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > \sigma_4$

При низких перенапряжениях функции HV_{max}, $HV = f_2(d_x)$ в соответствии с переориентацией зоны долома приобретают асимметричный вид, а максимальные значения HV_{max} убывают (рис. 5б). В перпендикулярном направлении форма кривой $HV = f_3(h)$ носит выраженный гиперболический характер и имеет высокий градиент около поверхности излома, в связи с чем $HV = f_3(h)$ быстро затухает до исходного состояния HV_0. Здесь можно выделить два семейства кривых $HV = f_3(h)$, соответствующие зонам вязкого и хрупкого разрушений (рис. 5в).

Таким образом, поверхность $HV\text{-}d_x\text{-}h$ (рис. 5а) не только отражает качественные изменения, происходящие в тонком поверхностном слое излома, но и может стать основой для разработки новой методики по диагностике причин усталостного разрушения. Для этой цели необходимо установить многопараметрические связи между перенапряжениями σ_i, циклической долговечностью N_i и механическими свойствами материала, а также параметрами поверхности $HV - d_x - h$:

$$\sigma_i = F_1\,(HV_{max}, HV_{min}, h, HB, ...),$$
$$N_i = F_2\,(HV_{max}, HV_{min}, h, HB, ...).$$

На основе накопленной статистической информации об изменении HV в различных зонах усталостного излома и стадиях периодического нагружения можно составить номограммы для диагностирования причин усталостного разрушения тяжелонагруженных и ответственных деталей машин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Стакян М.Г., Исаханян Н.С., Галечян Н.А.** Использование метода микротвердости для оценки режимов современных упрочняющих технологий деталей машин и процессов трещинообразования // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 1996.- Т. 49, ¹ 3.- С. 3-8.
2. **Стакян М.Г., Исаханян Н.С., Шагаев Ю.П.** Об измерениях микротвердости в зоне усталостного излома //Заводская лаборатория. - 1990. - Т. 56, ¹ 11. - С. 91 - 95.
3. **Стакян М.Г., Шагаев Ю.П., Исаханян Н.С.** О распределении микротвердости при испытаниях на усталость // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН. - 1987. - Т. 50, ¹ 5. - С. 3 - 9.
4. **Стакян М.Г., Оганесян Л.Г.** Комплексная программа для корреляционного и регрессионного анализа результатов механических испытаний // Изв. вузов. Машиностроение. - 1989. - ¹ 11. - С. 47 - 53.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 02.03.1998.

Ն.Ա. ՂԱԼԵՉՅԱՆ

ՄԻԿՐՈԿԱՐԾՐՈՒԹՅԱՆ ՉԱՓՄԱՆ ՄԵԹՈԴՈՎ ԼԻՍԵՌՆԵՐԻ ՀՈԳՆԱԾԱՅԻՆ ՔԱՅՔԱՅՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑԻ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ

Միջին գերլարվածային գոտում հոգնածային քայքայման ենթարկված լիսեռների բարակ մակերևութային շերտերի ֆիզիկամեխանիկական պարամետրերի և տեխնոլոգիական գործոնների միջև քանակական առնչությունները բացահայտելու և այդ շերտերում ճաքագոյացման գործընթացն ուսումնասիրելու նպատակով իրականացված են միկրոկարծրության զանգվածային չափումներ: Փորձի արդյունքները մշակված են կոռելյացիոն և ռեգրեսիոն վերլուծությամբ, գտնված են նմուշների միկրոկարծրության և խորության ֆունկցիոնալ կապերը, ինչպես նաև բացահայտված է միկրոկարծրության արժեքների փոփոխությունը փորձանմուշների տրամագծային հատույթից՝ գերլարվածության տարբեր մակարդակներում:

N.A. GHALECHYAN

THE ASSESSMENT OF SHAFT'S FATIGUE PROCESS WITH MICROHARDNESS MEASUREMENT METHOD

To establish the quantitative relations between physical, mechanical parameters and technological factors of thin surface of shaft's fatigue fractures at the middle of superstress zones, and to study the crack growing process of this surfaces, mass measurements of microhardness are realized. The test results are obtained by regression and correlation analysis methods. The functional relationships between microhardness and depth are found. The variation of microhardness values by diametrical size on various superstress zones is established.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 620.1.589.3 МАШИНОСТРОЕНИЕ

Г.Г. ШЕКЯН, А.П. ХАЛАТЯН, Э.П. ХАЛАТЯН, Р.П. ХАЛАТЯН

УПРУГИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОДШИПНИКОВЫХ ЩИТОВ РОТОРНЫХ МАШИН

Рассмотрена деформируемость подшипниковых щитов под действием нагрузок произвольного направления. Получены рекуррентные соотношения для расчета жесткости щита по направлениям главных координатных осей. Показано, что для малых роторных машин, где толщина щита намного меньше диаметра, жесткости в осевом и радиальном направлениях взаимозависящие, и их нельзя рассматривать раздельно.

Ключевые слова: жесткость, податливость, модуль упругости, матрица жесткостей.

Подшипниковые щиты оказывают значительное влияние на упругие свойства роторных машин, а также являются деталями, жестко фиксируемыми на корпусе машины, в которых крепятся невращающиеся наружные кольца подшипников.

Как видно из схемы рис.1, подшипниковый щит представляет собой круглую пластину постоянной толщины, по внешнему контуру которого имеется жесткое крепление к корпусу, а внутренний контур соединен с цилиндрическим стаканом. Учитывая, что деформации стакана стеснены насаженным кольцом подшипника и его податливостью можно пренебречь, стакан изображен жестким сплошным цилиндром.

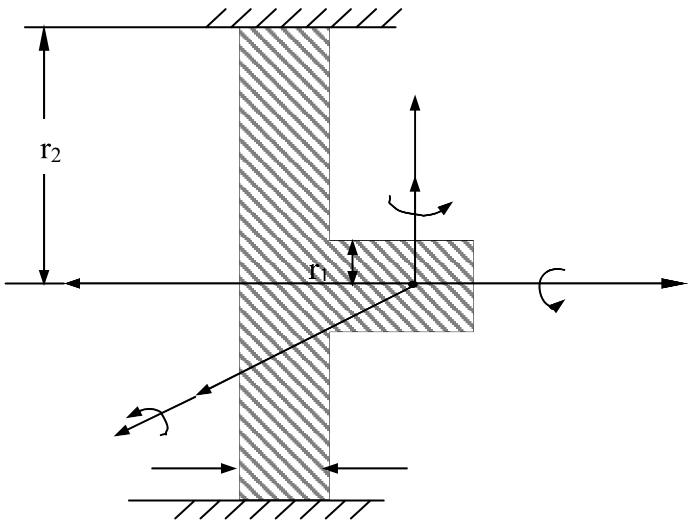


Рис.1. Простейшая схема подшипникового щита в виде круглой пластины постоянной толщины

На рис.1 введена система координат X, Y, Z с началом в центре внутреннего кольца подшипника, плоскость OXY параллельна плоскостям щита, а ось Z направлена по оси вращения подшипника.

В общем случае к щиту могут быть приложены нагрузки, определяемые в системе координат X, Y, Z силами A,P,Q и моментами M_1, M_2, M_3. Учитывая, что момент, прикладываемый к щиту вокруг оси Z, совпадающей с осью вращения подшипника, обычно весьма незначителен, можно принять $M_3 = 0$.

Рассмотрим деформационное состояние щита и его жесткостные характеристики в главных направлениях. Пусть на щит приложена только осевая сила Q. Уравнение, определяющее угловые перемещения элементов щита в виде пластины постоянного сечения, имеет вид [1,2]

$$\theta = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{C_2}{Dr}\int\left[r\int Q'dr\right]dr, \tag{1}$$

где θ - угол между нормалью к поверхности пластины (щита) в точке, соответствующей текущему радиусу r, и осью Z (рис.2); Q' - перерезывающая сила, $Q' = Q/2\pi r$; D - цилиндрическая жесткость пластины, $D = Eh^3/12(1-\gamma^2)$; E, γ - модуль упругости и коэффициент Пуассона; C_1 и C_2 - постоянные, определяемые из граничных условий.

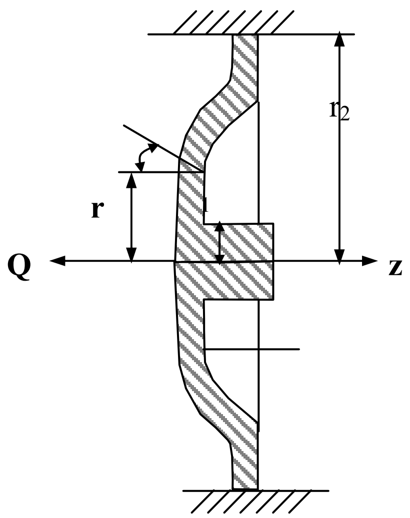


Рис.2. Схема осевого нагружения подшипникового щита

Подставляя в (1) значения перерезывающей силы, интегрированием получим

$$\theta(r) = C_1 r + \frac{C_2}{r} + \frac{Qr}{8\pi D} - \frac{Qr}{4\pi D}\ln\frac{r}{r_1}. \tag{2}$$

Из граничных условий при $r = r_1$, $r = r_2$, $\theta = 0$ имеем

$$\begin{cases} \left(C_1 + \dfrac{Q}{8\pi D}\right) r_1 + \dfrac{C_2}{r} = 0, \\ \left(C_1 + \dfrac{Q}{8\pi D}\right) r_2 + \dfrac{C_2}{r_2} - \dfrac{Qr_2}{4\pi D}\ln\dfrac{r_2}{r_1} = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Совместное решение дает

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{Qr_2}{4\pi D r_1^2}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{r_2}{r_1^2}\right)^{-1}\ln\frac{r_2}{r_1} - \frac{Q}{8\pi D}, \\ C_2 &= \frac{Qr_2}{4\pi D}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{r_2}{r_1^2}\right)^{-1}\ln\frac{r_2}{r_1}. \end{aligned} \tag{4}$$

Перемещение вдоль координаты Z можно определить из соотношения

$$Z = -\int \theta(r)dr\ , \tag{5}$$

где $\theta(r)$ определяется выражением (2).

После интегрирования (5), полагая, что при $r=r_2$ $Z=0$, получим

$$Z=\left(\frac{C_1}{2} + \frac{Q}{18\pi D}\right)\left(r_2^2 - r_1^2\right) + C_2\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{Q}{8\pi D}\left(r_2^2\ln\frac{r}{r_2} - r_2^2\ln\frac{r_2}{r_2}\right). \tag{6}$$

Полагая $r = r_1$ и подставляя значения постоянных C_1, C_2, получим

$$Z|_{r=r_1} = \frac{Q_{r_1}^2}{4\pi D}\left(\frac{\lambda^2 - 1}{4} - \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - 1}\ln^2\lambda\right),\ \lambda = \frac{r_2}{r_1}. \tag{7}$$

Тогда осевая жесткость щита $K_Z = Q/Z$ будет иметь вид

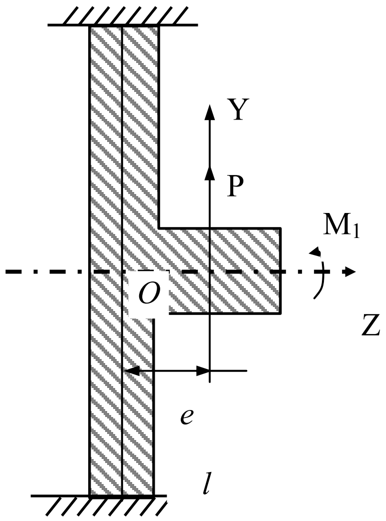
$$K_Z = \frac{16\pi D\left(\lambda^2 - 1\right)}{r_1^2\left[\left(\lambda^2 - 1\right)^2 - 4\lambda^2\ln^2\lambda\right]}. \tag{8}$$

Для удобства, несколько видоизменив выражения для K_Z, получим

$$K_Z = KEh^3/r_1^2,\quad K = \frac{16\pi\lambda^2\left(\lambda^2 - 1\right)}{3\left(1 - \upsilon^2\right)\left[\left(\lambda^2 - 1\right)^2 - 4\lambda^2\ln^2\lambda\right]}, \tag{9}$$

где для электрических машин (асинхронных двигателей габарита 50…63) К = 8…10.

Теперь рассмотрим деформируемость щита при действии нагрузок P и M_1, т.е. A=0, Q = 0, $M_2 = 0$ (рис. 3).



Rис.3. Схема нагружения щита радиальной и моментной нагрузками

Изгибающий момент в середине щита (пластины) будет $M=M_1+P\ell$. Этот момент вызывает поворот центральной части пластины на угол [3,4]:

$$\alpha = \frac{(\lambda^2+1)\ln\lambda - (\lambda^2-1)}{4\pi D(\lambda^2+1)}(M_1 + P\ell). \tag{10}$$

При этом перемещение исходной точки будет $Y=\alpha\ell$.

Согласно выражению (10), угол α линейно зависит от M_1 и P. Тогда коэффициент, стоящий перед M_1, будет определять угловую податливость щита, а коэффициент, стоящий перед P, - перекрестную податливость. Исходя из этого, можно определить:

коэффициент угловой жесткости-

$$K_\alpha = \frac{4\pi D(\lambda^2+1)}{(\lambda^2+1)\ln\lambda - (\lambda^2-1)}; \tag{11}$$

коэффициент перекрестной жесткости-

$$K_{y\alpha} = \frac{4\pi D(\lambda^2+1)}{\ell[(\lambda^2+1)\ln\lambda - (\lambda^2-1)]}; \tag{12}$$

коэффициент радиальной жесткости-

$$K_x = K_y = \frac{4\pi D(\lambda^2+1)}{\ell^2[(\lambda^2+1)\ln\lambda - (\lambda^2-1)]}. \tag{13}$$

Очевидно, что при приложении нагрузки вида $Q = P = M_1 = 0,\ A \neq 0,\ M_2 \neq 0$ в силу симметрии пластины могут быть получены такие же выражения для угла β (угол поворота вокруг оси Y) и перемещения X. Тогда $K_\alpha = K_\beta,\ K_{y\alpha} = K_{y\beta},\ K_x = K_y$.

В общем случае, если известна внешняя нагрузка на щите в виде сил $\{A, P, Q\}$ и моментов $\{M_1, M_2, M_3\}$, то его деформации в точке приложения нагрузки могут быть определены из системы уравнений

$$\begin{cases} X = B_x A - B_{x\beta} M_2, \\ Y = B_y P - B_{y\alpha} M_1, \\ Z = B_z Q, \\ \alpha = B_\alpha M_1 + B_{y\alpha} P, \\ \beta = B_\beta M_2 - B_{x\beta} A. \end{cases} \tag{14}$$

Матрица этой системы представляет собой матрицу податливостей

$$B = \begin{vmatrix} B_x, 0, 0, 0, \ -B_{x\beta} \\ 0, B_y, 0, B_{y\alpha}, 0 \\ 0, 0, B_x, 0, \ -B_{x\beta} \\ 0, B_{y\alpha}, 0, B_\alpha, 0 \\ -B_{x\beta}, 0, 0, 0, B_\beta \end{vmatrix}, \tag{15}$$

где $B_\alpha = B_\beta = 1/K_\alpha = 1/K_\beta, B_{y\alpha} = B_{x\beta} = 1/K_{y\alpha} = 1/K_{x\beta}, B_z = 1/K_z,$
$B_x = B_y = 1/K_y = 1/K_x.$

Тогда определитель матрицы (15) будет

$$\det B = \left(B_x B_\alpha - B_{y\alpha}^2\right) B_z. \tag{16}$$

Используя приведенные выражения для коэффициентов матрицы податливости, нетрудно получить, что $B_x B_\alpha = B_{y\alpha}^2$, откуда следует, что ее детерминант тождественно равен нулю по всем параметрам пластины. Следовательно, подшипниковый щит, как и подшипник, является вырожденным упругим элементом, однако в отличие от подшипника, у него не существует матрицы жесткостей. В подшипниковом щите нельзя независимо варьировать перемещением. Таким образом, в общем виде можно написать соотношение, которому при произвольной нагрузке удовлетворяет деформация щита

$$X\alpha + Y\beta + Z\gamma = 0. \tag{17}$$

В малых роторных машинах толщина щита h настолько уменьшена, что щит в осевом направлении работает как мембрана. Тогда при совместном действии радиальной P и осевой Q сил изгибающий момент в середине щита (рис.3) будет M=P (ℓ =Z1), где Z1-максимальное осевое перемещение центра щита. Изгибающий момент вызывает поворот центра щита на угол

$$\alpha = \frac{\left(\lambda^2+1\right)\ln\lambda - \left(\lambda^2-1\right)}{4\pi D\left(\lambda^2+1\right)} P\left(\ell + Z_1\right).$$

Тогда для определения констант C_1 и C_2 из (2) граничные условия будут $\theta = \alpha$ при r = r_1 и $\theta = 0$ при r = r_2. Принятые условия дают возможность получить следующие соотношения:

$$\begin{cases} \left(C_1 + \dfrac{Q}{8\pi D}\right) r_1 + \dfrac{C_2}{r_1} = \alpha = \dfrac{KP\left(\ell + Z_1\right)}{4\pi D}, \\ \left(C_1 + \dfrac{Q}{8\pi D}\right) r_2 + \dfrac{C_2}{r_2} - \dfrac{Qr_2}{4\pi D}\ln\dfrac{r_2}{r_1} = 0. \end{cases} \tag{18}$$

Откуда имеем

$$C_1 = -\frac{Qr_2}{4\pi D}\left[\frac{r_2}{r_1^2 - r_2^2}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{K_1K\left(\ell + Z\right)}{r_1}\left(\frac{r_2}{r_1^2 - r_2^2} - \frac{1}{r_2}\right)\right] - \frac{Q}{8\pi D},$$

$$C_2 = -\frac{Qr_1^2 r_2^2}{4\pi D\left(r_1^2 - r_2^2\right)}\left[\ln\frac{r_2}{r_1} - \frac{K_1K\left(\ell + Z\right)}{r_1}\right], \tag{19}$$

где $K = \left[\left(\lambda^2+1\right)\ln\lambda - \left(\lambda^2+1\right)\right] / \left(\lambda^2+1\right), \quad K_1 = P/Q.$

Перемещения сечения щита вдоль оси Z можно найти, интегрируя уравнение $dz/dr = -\theta(r)$, где $\theta(r)$ определяется выражением (2).

Произвольную постоянную, получающуюся в результате интегрирования, определяем из условия отсутствия перемещения на внешнем контуре. Т.е., полагая Z=0 при $r=r_2$, получаем

$$Z = \left(\frac{C_1}{r} + \frac{Q}{8\pi D}\right)\left(r_2^2 - r^2\right) + C_2\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{Q}{8\pi D}\left(r_2\ln\frac{r}{r_1} - r_2^2\ln\frac{r_2}{r_1}\right). \tag{20}$$

Подставляя (19) в (20) и полагая $r=r_1$, получим перемещение центра щита

$$Z_1 = \frac{Qr_1^2\left[r_1\left(\lambda^2-1\right)^2 - 4\lambda^2\ln^2\lambda\right] + 2K_1K\left(\lambda^2 - 1 - \lambda\ln^2\lambda\right)}{16\pi D\left[\left(\lambda^2-1\right)r_1 - \dfrac{Qr_1}{4\pi D}K_1K\left(\lambda^2 - 1 - \lambda\ln^2\lambda\right)\right]}. \tag{21}$$

При отсутствии смещения радиальной нагрузки от оси пластины перемещение центра щита будет

$$Z_1\Big|_{r=r_1} = \frac{Qr_1^2}{16\pi D}\left(\frac{\lambda^2-1}{4} - \frac{\lambda^2}{\lambda^2-1}\ln^2\lambda\right). \tag{22}$$

Представляя осевую жесткость как соотношение $K_z = Q/Z$, получим

$$K_z = \frac{16\pi D\left(\lambda^2-1\right) - Qr_1K_1K\left(\lambda^2-1-\lambda\ln^2\lambda\right)}{r_1^2\left[\left(\lambda^2-1\right)^2 - 4\lambda^2\ln^2\lambda\right] + 2K_1K(\lambda^2-1-\lambda\ln^2\lambda)}. \tag{23}$$

Если же P=0 или $\ell = 0$, то осевая жесткость примет вид

$$K_z = \frac{16\pi D(\lambda^2-1)}{r_1^2[(\lambda^2-1)^2 - 4\lambda^2\ln^2\lambda]}. \tag{24}$$

Чтобы определить радиальную жесткость щита, перемещение центра щита в радиальном направлении представим в виде $Y = \alpha(\ell + Z_1)$. Подставляя значение в Y, получим $Y = KP(\ell + Z_1)^2/4\pi D$.

Тогда радиальная жесткость будет $K_y = P/Y = 4\pi D/KP(\ell + Z_1)^2$. При отсутствии осевой нагрузки имеем $Y = KP\ell^2/4\pi D$, $K_y = 4\pi D/KP\ell^2$.

Как видно из результатов исследования, при наличии нагрузки только в одном направлении перемещение центра пластины и жесткость в этом же направлении получаются независимыми. Однако при одновременном действии нагрузок в осевом и радиальном направлениях перемещения и соответствующая жесткость получаются зависимыми.

Если известна внешняя нагрузка в виде сил {P,Q}, то ее деформацию можно выразить как

$$Y = A_1P\left(\ell + Z_1\right)^2, 2Z = QB_1 - \ell + \sqrt{\left(QB_1 + \ell\right)^2 - 4YC}_1, \tag{25}$$

где $$A_1 = K/4\pi D = \left[\left(\lambda^2+1\right)\ln\lambda - \left(\lambda^2-1\right)\right]/4\pi D\left(\lambda^2+1\right),$$
$$B_1 = \left[\left(\lambda^2-1\right) - \lambda^2\ln^2\lambda\right]/16\pi D, C_1 = r_1\left[\lambda^2-1-\lambda\ln^2\lambda\right]/\left(\lambda^2-1\right) -$$

постоянные, зависящие от геометрических параметров щита.

Таким образом, для малых машин жесткость подшипникового щита и его податливость в осевом и радиальном направлениях при одновременном действии осевой и радиальной нагрузок – взаимозависящие, и их нельзя рассматривать раздельно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.** Пластины и оболочки.-М.: Наука, 1966.-636 с.
2. **Чижевский К.Г.** Расчет круглых и кольцевых пластин.-Л.:Машиностроение, 1972.-182 с.
3. **Амелянчик А.В.** Расчет на прочность дисков турбомашин // ОТН. Изв. АН СССР. Механика и машиностроение.-1959.- ¹ 1.- С. 47-51.
4. **Блейх Ф.** Устойчивость металлических конструкций.-М.: Физматгиз, 1959.-285 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 27.11.1998.

Հ.Գ. ՇԵԿՅԱՆ, Հ.Պ. ԽԱԼԱԹՅԱՆ, Է.Պ. ԽԱԼԱԹՅԱՆ,
Ռ.Պ. ԽԱԼԱԹՅԱՆ

ՌՈՏՈՐԱՅԻՆ ՄԵՔԵՆԱՆԵՐԻ ԱՌԱՆՑՔԱԿԱԼԱՅԻՆ ՎԱՀԱՆԱԿՆԵՐԻ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Դիտարկված է առանցքակալային վահանակների ձևափոխելիությունը կամայական ուղղությամբ ուժերի ազդեցության դեպքում: Ստացված են առանցքակալային վահանակների գլխավոր կոորդինատային առանցքների ուղղությամբ կոշտությունների հաշվարկման անդրադարձ հարաբերություններ: Ցույց է տրված, որ փոքր ռոտորային մեքենաների համար, որտեղ վահանակի հաստությունը շատ անգամ փոքր է նրա տրամագծից, առանցքային և շառավղային կոշտությունները փոխկապված են և դրանք չի կարելի դիտարկել իրարից անջատ:

H. G. SHEKYAN, H. P. KHALATYAN,
E. P. KHALATYAN, R. P. KHALATYAN,

ELASTIC CHARACTERISTICS OF END BRACKETS IN ROTOR MACHINES

The deformability of end brackets under the influence of arbitraty direction load is investigated. The recurrent relationship for analysis of end bracket rigidity in the direction of main coordinate axes are obtained. It is shown that for small rotor machines with the end bracket thickness much less than its diameter, the rigidities in axial and radial directions are correlated and cannot be considered separately.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.923 МАШИНОСТРОЕНИЕ

А.В. СИМОНЯН, И.Г. ТЕР-АЗАРЯН

ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ЕДИНИЧНОГО АЛМАЗНОГО ЗЕРНА ПРИ ОБРАБОТКЕ ХРУПКО-ПЛАСТИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Приведены данные по работе единичного алмазного зерна с учетом условий трения. Дана математическая модель для расчета силы P_z. Полученные данные позволили рассчитать мощность при распиловке туфа прочностью 20 *МПа*.

Ключевые слова: сила трения, алмазное зерно, раздавливание, условный передний угол, тарировка, деформация.

Вопросы обработки различных материалов алмазным инструментом достаточно подробно изложены в ряде работ [1-5]. Однако основные закономерности сформулированы на основе экспериментальных данных. Практически аналитический анализ работы единичного алмазного зерна проведен в ограниченном количестве исследований [4-8]. Наиболее значительным является исследование, выполненное в [7], где, имея в виду большие скорости при работе алмазного инструмента (до 60 *м/с* и более), процесс рассмотрен с учетом скорости распространения упругих деформаций в упруго-пластичной среде.

Однако проведенные расчеты по работе единичного зерна вызывают сомнения – при резании мрамора с δ =60 *МПа* инструментом с зернистостью 100/80 сила резания равна 0,005 *Н*.

Исходя из изложенного, предлагается другое решение с учетом фактора скорости при принятии алмазного зерна в шаровом виде.

Сила резания P_z при работе алмазного зерна формируется из двух составляющих – силы разрушения материала зерном P_p и силы трения $P_{тр}$, т.е.

$$P_z = P_p + P_{тр} \ . \tag{1}$$

Следует отметить, что ни в одном из известных исследований, в том числе и в [7], сила трения не учитывалась, несмотря на априорно существенное ее влияние.

Для решения поставленной задачи при резании хрупко-пластичных материалов исходили из следующего: сила P_p должна быть тем больше, чем больше прочность породы и сечение среза S_1. Следует иметь в виду, что процесс разрушения породы происходит не путем скалывания элементов, а путем раздавливания [6] вследствие больших значений условного переднего угла, доходящего при малых t до 89° (табл. 1). С другой стороны, известно, что с увеличением скорости деформации необходимо учитывать рост прочности σ, т.е. принимать во внимание динамическую прочность $\sigma_д$ [9].

Таким образом, можем принять, что

$$P_p = f(\sigma, V, S_1). \qquad (2)$$

Как известно, при трении алмазного элемента с породой коэффициент трения μ снижается с ростом скорости и растет с увеличением поверхности трения S_2, то есть

$$P_T = f_1(V, S_2, \mu). \qquad (3)$$

Значения S_1 и S_2 подсчитываются обычным образом. При этом S_2 - половина шаровой поверхности зерна, т.е. той ее части, которая контактируется с породой.

Исходя из вышеизложенного, при работе алмазного зерна в хрупко-пластичной среде принята модель следующего вида:

$$P_z = P_p + P_T = A\sigma V^x S_1 + BV^y S_2 \mu, \qquad (4)$$

где μ – коэффициент трения при скорости V=2,2 *м/с*; x=0,15;

$$B = \frac{230}{V^{0,5}} - 5V^{0,5}.$$

Таблица 1

Значения условного переднего угла от среднего размера зерен γ, мм

Глубина сре-заемого слоя, *мм*	Угол обхвата α при r=0,08 *мм*	Значения γ при разной зернистости (средние значения)				
		0,08	0,18	0,28	0,45	0,56
0,01	58	-75	-87	-89,5	89,5	-89,5
0,02	82	-69	-83,0	-86,0	-89,0	-88
0,03	102	-64	-80,0	-83,0	-86	-87
0,04	120	-60	-77,0	-82,0	-85	-86
0,05	136	-58	-74,0	-79,5	-83	-85
0,06	150	-52	-71,0	-77,5	-82	-84
0,07	-	-48	-67,0	-77,0	-81	-83
0,08	180	-45	-64,0	-73,5	-80	-82

Для проверки правильности общей структуры зависимости (4) с установленными значениями x и y и коэффициентов A и B были использованы экспериментальные данные при резании алмазным зерном оптического стекла К-8 с δ=80 *МПа*, исходном значении μ=0,2 при V<2 *м/с* [8] на установке, позволяющей производить динамическую тарировку [10].

Полученные результаты, позволившие сравнить расчетные значения с экспериментальными (рис.), приведены в табл.2.

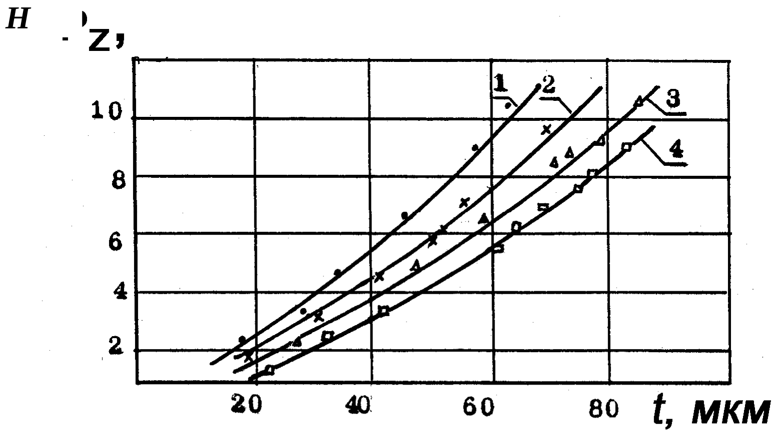


Рис. Зависимость силы P_z от глубины резания t при обработке
(царапании стекла К8).
1 – V=2,2 *м/с*; 2 – 6,5 *м/с*; 3 – 11,5 *м/с*; 4 – 16 *м/с*

Таблица 2

Расчетные и экспериментальные значения P_z при резании (царапании) оптического стекла с σ =80 МПа и радиусом округления алмазного индентора r = 0,08 мм [8]

Режимы обработки		Расчетные значения P_z, *Н**	Эксперимен-тальные значения P_z, *Н*	Разница, %
V, *м/с*	t, *мм*			
2,2	0,03	3,72	3,8	-2,0
2,2	0,06	8,5	9,5	-10
2,2	0,08	11,6	-	-
6,5	0,03	2,95	3,2	-7,8
6,5	0,06	7,8	7,5	4,0
6,5	0,08	9,6	11	-8,3
11,5	0,03	2,61	2,8	-4,0
11,5	0,06	6,35	6,6	-3,8
11,5	0,08	9,1	9,3	-2,1
16,0	0,03	2,56	2,5	2,4
16,0	0,06	6,3	5,8	8,6
16,0	0,08	9,1	8,4	8,3

* - значения S_1 рассчитывались по табличным данным, а $S_2 = 2\pi rt/2 = \pi rt$.

Как видно из табл. 2, расчетные данные достаточно хорошо согласуются с экспериментальными. При этом при малых значениях скорости резания – $P_T > P_P$. С увеличением V начинают превалировать значения P_P.

Рассмотрим условия распиловки туфа прочностью 20 *МПа* пилой диаметром 1250 *мм* на глубину h=400 *мм* с минутной подачей S_M=2 *м/мин* и V=30 *м/с*.

Имея данные табл. 3, сила, действующая на зерно, согласно (4), будет

$$P_z = 3{,}98 \ \text{\textit{Н}},$$

$$\Sigma P_z = P_z n_{pc} = 377 \ \text{\textit{Н}}.$$

Мощность процесса резания:

$$N_p = \frac{\Sigma P_z V}{102 \cdot \eta_1} = 12{,}32 \ \text{\textit{кВт}},$$

где η_1 – коэффициент потерь от выноса продуктов разрушения и воды, $\eta_1 = 0{,}9$.

Мощность двигателя $N_д$:

$$N_д = \frac{N_p}{\eta_\eta} = 14{,}33 \ \text{\textit{кВт}},$$

где η_η – КПД привода.

Таблица 3

Принятые основные данные

<table>
<tr><th colspan="2">Основные показатели</th><th>Значения</th><th>Принятые значения и расчеты</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Средний размер зерна $\overline{X}$, мм</td><td>0,535</td><td rowspan="11">Минутная подача S_M=2 м/мин, концентрация K=100 % , зернистость алмазов 630/500, α =0,7; $\varepsilon = 0{,}7$. Число сегментов на пиле – 90; длина сегмента-24 мм. Число непосредствен-но находящихся в контакте с породой сегментов –16.</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Глубина резания единичным зерном t, мм</td><td>0,1</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Условный передний угол γ°</td><td>-80</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Производительность W, мм / с</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Общая поверхность 16 работающих сегментов, мм^2</td><td>2860</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>Число работающих зерен в одном мм^2 алмазного слоя</td><td>0,0331</td></tr>
<tr><td>7.</td><td>Число работающих зерен всей пилы, шт</td><td>496</td></tr>
<tr><td>8.</td><td>Число работающих зерен на 16 сегментах n_{pc}, шт</td><td>94,7</td></tr>
<tr><td>9.</td><td>Уточненное значение, t мм</td><td>0,105</td></tr>
<tr><td>10.</td><td>Площадь сечения среза S_1, мм^2 [11]</td><td>0,0116</td></tr>
<tr><td>11.</td><td>Площадь трения зерна S_2 с учетом пористости туфа (n=40%), мм^2 [12]</td><td>0,0529</td></tr>
</table>

Как видно, приведенная расчетами мощность соответствует реальным практическим данным и данным [13], в котором показатели силы и мощности определены также с помощью опытных коэффициентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Маслов Е.Н.** Теория шлифования материалов. – М.: Машиностроение, 1974. – 319 с.
2. **Резников А.Н.** Абразивная и алмазная обработка материалов: Справочник. – М.: Машиностроение, 1977. – 390 с.
3. **Ипполитов Г.М.** Абразивно-алмазная обработка. – М.: Машиностроение, 1969. – 336 с.
4. **Попов С.А.** и др. Абразивно-алмазная обработка металлов и твердых сплавов. – М.: Машиностроение, 1977. – 263 с.
5. **Чаповецкий И.Х.** Основы финишной алмазной обработки. – Киев: Наукова думка, 1980. – 467 с.
6. **Саркисян М.Г.** Разработка и создание алмазного фрезерного рабочего органа для измельчения туфов сухим способом: Дис. ... канд. техн. наук. – Киев, 1996.
7. **Баладинский В.Л., Баранников В.Ф.** Применение алмазного и твердосплавного инструмента в строительных машинах / МИСИ им. Куйбышева. - М., 1986. – 59 с.
8. **Симонян А.В.** Исследование процесса шлифования стеклокристаллических материалов с использованием У.З. колебаний: Дис. ... канд. техн. наук. – Ереван, 1976.
9. **Ветров Ю.А., Баладинский В.Л.** Машины для специальных земляных работ. – Киев: Вища школа, 1980. – 191 с.
10. **Симонян А.В., Тер-Азарян Г.И.** Установка для измерения усилий резания при работе единичным алмазным зерном с наложением на него ультразвуковых колебаний // Электрофизические и электрохимические методы обработки. – 1976. – Вып. 3. – С.
11. Общетехнический справочник / Под ред. **А.Н. Малова.** – М.: Машиностроение, 1971. – С. 74-75.
12. **Ацагорцян Э.А.** Природные каменные материалы Армении. – М.: Стройиздат, 1967. – 235 с.
13. **Варданян К.С.** Техника и технология камнеобработки. – Ереван: Айастан, 1968. – 111 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 19.10.1999.

Ա.Վ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Ի. Գ. ՏԵՐ-ԱԶԱՐՅԱՆ

ՓԽՐՈՒՆ - ՊԼԱՍՏԻԿ ՆՅՈՒԹԵՐԻ ՄՇԱԿՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ԱՌԱՆՁԻՆ ԱԼՄԱՍՏԱՅԻՆ ՀԱՏԻԿԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Բերված են առանձին ալմաստային հատիկի աշխատանքի տվյալները՝ հաշվի առնելով շփման ուժերը: Կտրման ուժի հաշվարկման համար տրված է մաթեմատիկական մոդել: Ստացված տվյալները թույլ են տալիս հաշվել տուֆի սղոցակտրման հզորությունը:

A.V. SIMONYAN, I. G. TER-AZARYAN

SINGLE DIAMOND GRAIN ACTING PROPERTIES IN MACHINING BRITTLE PLASTIC MATERIALS

Single diamond grain acting data in friction conditions are presented. A mathematical model for P_z force calculation is given. The data obtained allowed to calculate the power when sawing the tuf, having strength 20 *MPa*.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 685.34.02 МАШИНОСТРОЕНИЕ

С.С. АРУТЮНЯН, О.С. АРУТЮНЯН

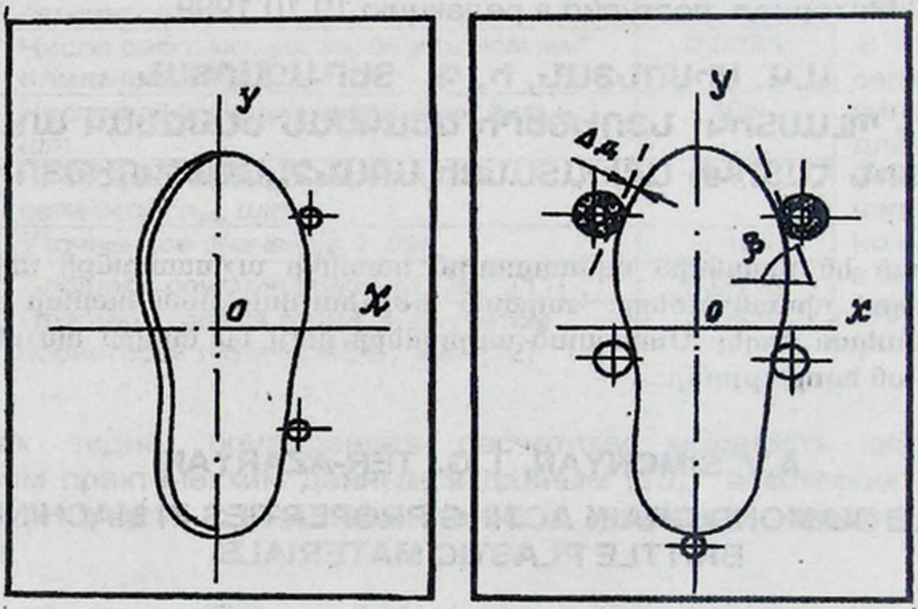
БАЗИРОВАНИЕ ДЕТАЛЕЙ ОБУВИ ПРИ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СБОРКЕ

Описывается метод расчета оптимального положения фиксирующих точек на контуре деталей обуви при автоматическом базировании и минимального угла поворота детали на позиции сборки, который применен на конкретном примере.

Ключевые слова: низ обуви, базирование деталей, присоединительная деталь, автоматизированная сборка, контурная рамка, фиксирующая точка.

Перед сборкой детали должны быть зафиксированы в требуемом устойчивом положении так, чтобы контуры сопрягаемых поверхностей или зоны сопряжения располагались относительно друг друга в пределах установленного допуска. При базировании добиваются полного контакта соответствующих поверхностей рабочих зон или отдельно установленных приспособлений. Условия для обеспечения такого контакта могут быть различными, но для сохранения занимаемого положения объект необходимо зафиксировать, чтобы возмущающее воздействие среды не могло нарушать требуемой точности его установки [1].

Детали обуви из-за специфических особенностей конструкции могут базироваться с помощью контурных рамок или магазинов, подвижных и неподвижных упоров (рис. 1). Точность базирования деталей с помощью контурных рамок характеризуется величиной зазора $\Delta_Д$, определяемой разностью максимального и минимального контуров деталей.



а) б)

Рис. 1. Базирование деталей низа обуви ограничивающими поверхностями или жесткими упорами (а), жесткими и упругими упорами (б)

Базирование деталей с помощью жестких и подвижных рамок, обладающих упругими свойствами упоров, позволяет свести погрешность базирования к нулю. Погрешности изготовления деталей в этом случае будут компенсироваться упругой деформацией подвижных упоров. Рациональным выбором количества фиксирующих точек опорных штырей и оптимальным расположением их на контуре детали можно частично компенсировать погрешность базирования. Выбор оптимального положения фиксирующих точек сводится к минимизации отклонения осей ориентируемой детали от номинального положения, т.е. минимизации угла перекоса детали при ее установке и ориентации.

В работе приводится возможный вариант расчета оптимального положения фиксирующих точек на контуре детали.

Выберем на плоскости неподвижную систему координат XOY (рис. 2). С деталью жестко свяжем систему $X'O'Y'$. Предположим, что в момент выбора положения фиксирующих точек обе системы координат совпадают и их начало находится в условном центре детали, который определяется как пересечение геометрических осей прямоугольника, образованного касательными к контуру детали. Места фиксирующих точек контура детали обозначим через $S_i(X_iY_i)$ *(i = 1,...,m)*, где X_iY_i - координаты этих точек в системе *XOY*.

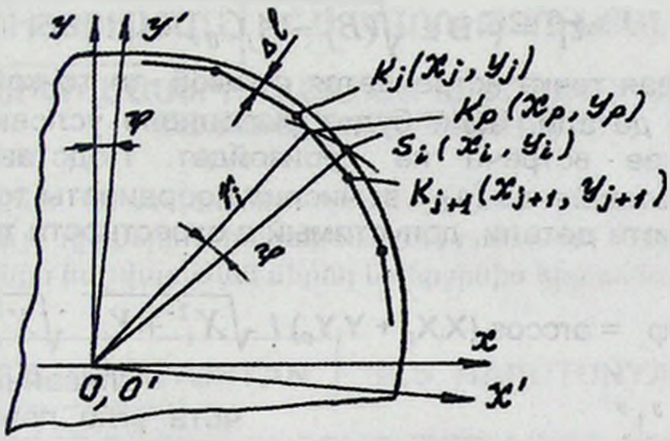


Рис. 2. Определение угла поворота детали в фиксирующей точке S_i

Предположим, что при этом использована деталь с максимально допустимой погрешностью ее изготовления $\Delta_Д$ *= 1 мм*. Контур этой детали аппроксимируем ломаной линией с определенной точностью ε, где $\varepsilon \le 0{,}1$ *мм*. Тогда его можно описать последовательностью точек $K_j(X_jY_j)$ *(j = 1, ...,n)*, координаты которых вычислены в системе *XOY*. Так как система координат $X'O'Y'$ жестко связана с деталью, то угол поворота последней может быть углом поворота системы *XOY*. При расчете возможного угла поворота детали должно выполняться следующее условие: ни одна из фиксирующих точек $S_i(X_iY_i)$ *(i = 1,...,m)* не может стать внутренней точкой детали. Следует также отметить, что из-за малого значения $\Delta_Д$ при повороте системы *XOY* возможна встреча с фиксирующими точками только отрезков ломаной, которые расположены вблизи этих точек. Поэтому для исследования выбираем отрезки, расположенные в окрестностях фиксирующих точек.

Запишем уравнение j-го звена линии K_jK_{j+1} в параметрическом виде:

$$X = X_j + (X_{j+1} - X_j)\,\tau_j,$$

$$Y = Y_j + (Y_{j+1} - Y_j)\,\tau_j, \quad 0 \le \tau_j \le 1, \tag{1}$$

где $X_j, Y_j, X_{j+1}, Y_{j+1}$ – координаты концов j – го звена отрезка.

Тогда условие встречи j–го звена отрезка с i–й фиксирующей точкой запишем в виде

$$[X_j + (X_{j+1} - X_j)\,\tau_j]^2 + [Y_j + (Y_{j+1} - Y_j)\,\tau_j]^2 = r_j^2, \tag{2}$$

где r_j – радиус окружности, по которой точка S_i движется навстречу j–му отрезку контура при повороте детали.

Преобразуем выражение (2):

$$A_j\,\tau_j^2 + 2B_j\,\tau_j + C_{ij} = 0, \tag{3}$$

где

$$A_j = (X_{j+1} - X_j)^2 + (Y_{j+1} - Y_j)^2,$$

$$B_j = (X_{j+1} - X_j)^2 X_j + (Y_{j+1} - Y_j)^2 Y_j,$$

$$C_{ij} = X_j^2 + Y_j^2 - (X_i^2 + Y_i^2).$$

Тогда значение параметра, соответствующее точке встречи, определим из (3)

$$\tau_i^S = (-B \pm \sqrt{(B_j^2 - A_jC_{ij})} / A_j\,.$$

Фиксирующая точка встречается с какой -то точкой исследуемого отрезка контура детали, если будет выполнено условие $0 \le \tau_j \le 1$. В противном случае встреча не произойдет. Подставим найденное значение τ_j в соотношение (1) и вычислим координаты точки встречи K_p. Тогда угол поворота детали, допустимый в окрестности точки S_i, найдем из соотношения

$$\varphi_i = \arccos\,(X_iX_p + Y_iY_p) / \sqrt{X_i^2 + Y_i^2}\;\sqrt{X_p^2 + Y_p^2}\,. \tag{4}$$

Описанный способ расчета угла поворота реализован в виде программы на языке "QBASIC" на ЭВМ. Вышеизложенный расчет реализован на примере подошвы мужского полуботинка (рис.3). Установлено, что на величину угла поворота детали существенно влияет выбор условного центра. Результаты вычисления угла поворота φ по (4) для каждой фиксированной точки S_i (i = 1, 2, ..., 8) показали, что расположение фиксирующих точек определенно влияет на величину угла поворота, которая колеб-

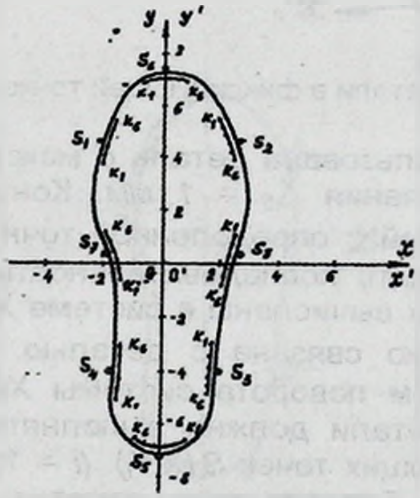


Рис. 3. Определение угла поворота детали (подошвы мужского полуботинка) в фиксирующих точках S_i, i = 1, 2, ..., 8

пется в пределах *0,2 ... 0,5°*.

При выборе оптимального варианта обязательно наличие тех точек, угол поворота которых минимален, так как они являются определяющими.

Предложенная методика вычисления минимального угла поворота детали позволила определить оптимальное расположение фиксирующих точек на контуре детали различных конфигураций и их количество, обеспечивающее высокую точность установки как базовой, так и присоединительной детали на позиции сборки. Результаты исследований использованы при проектировании манипуляторов для базирования деталей низа при автоматизированной сборке обуви.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Арутюнян С.С., Тонковид Л.А.** Исследование процесса базирования обработанных подошв // Изв. вузов СССР. Технология легкой промышленности. –1978. - № 3 - С. 153-157.

Гюмрийский образовательный комплекс ГИУА. Материал поступил в редакцию 02.10.1998.

Ս.Ս.ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Հ.Ս. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ԿՈՇԻԿԻ ՄԱՍԵՐԻ ԲԱԶԱՎՈՐՈՒՄԸ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՎԱԾ ՀԱՎԱՔՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Նկարագրված են ավտոմատ բազավորման դեպքում կոշիկի մասերի սեղման լավագույն դիրքերի և հավաքման տեղամասում մասի շեղման անկյան նվազագույն արժեքի հաշվարկման մեթոդ և վերջինիս կիրառման օրինակ:

S.S. HARUTUNYAN, H.S. HARUTUNYAN

SHOE PIECE BASING IN COMPUTER-AIDED ASSEMBLY

An optimal position calculation method for fixed points on the shoe piece contour is described. It is accomplished with computer-aided basing and minimum piece slew angle when assembling, shown on a concrete example.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.922.029 МАШИНОСТРОЕНИЕ

М.А. ГРИГОРЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЛЬЕФОВ ПОВЕРХНОСТЕЙ АЛМАЗНОГО РОЛИКА И ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА

Установлено, что при формировании рельефа ШК при правке АР происходит взаимное разрушение вершин контактирующих выступов наружной части рельефов обоих инструментов, вследствие чего на этих участках увеличивается плотность распределения разновысотности вершин, соответствующая закону бета-распределения. Учитывая случайный характер распределения разновысотности, определены количество выступов на разных уровнях рельефов АР и ШК, а также вероятное количество ударяющихся выступов при правке.

Ключевые слова: рельеф, режущие выступы, распределение, профилограмма.

Процесс формирования рельефа поверхности шлифовального круга (ШК) при правке алмазным роликом (АР) обусловлен пространственным взаимодействием рельефов режущих поверхностей двух инструментов. При этом нагрузка на ШК передается через контактирующие поверхности выступов рельефа АР. Так как на алмазных зернах существуют многочисленные субмикровыступы, то их перемещение относительно микровыступов на наружной поверхности ШК сопровождается соударением с последними, в результате чего происходит их разрушение и формирование нового рельефа на поверхностях АР и ШК. Учитывая случайный характер распределения разновидности выступов в интервале H_p рельефа АР ($0 \le y_p \le H_p$), а также ее асимметрию и результаты анализа существующих законов распределения (нормального, бета, гамма, логарифмически нормального, Релея, Коши, Вейбулла и т.д.), наиболее близко реальному распределению разновысотности выступов по высоте соответствует бета-распределение, плотность которого имеет вид [1] $\varphi(x) = Ax^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$, где $A = \Gamma(\alpha+\beta)/\Gamma(\alpha)+\Gamma(\beta)$; Γ - гамма-функция; α, β – параметры бета-распределения, зависящие от математического ожидания z и дисперсии σ^2.

Если обозначить общее количество вершин режущих выступов на единице поверхности рельефа АР через n_{cp}, а число уровней выступов до рассматриваемой глубины через n_p, то функцию распределения выступов по высоте можно представить в виде $\varphi(x) = n_p/n_{cp}$. Вероятность нахождения выступа в слое dx_p равна dn_p/n_{cp}, а число режущих выступов на уровне y_p: $n_p = n_{cp} A_p \int_0^{y_p} x_p^{\alpha_p-1}(1-x_p)^{\beta_p-1} dx_p$.

Переходом к относительным величинам координат и интегрированием получим вероятное количество режущих выступов на единице поверхности АР:

$$n_p = n_{cp} A_p \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(\beta_p - 1)!(y_p / H_p)^{\alpha_p + m}}{(\beta_p - 1 - m)!\, m!(\alpha_p + m)}. \qquad (1)$$

Для определения статистических характеристик рельефа, параметров бета-распределения и количества режущих выступов n_p необходимо экспериментально изучить рельеф поверхности АР. С этой целью был применен метод профилографирования. Запись профиля производилась на профилографе-профилометре мод. 201. Для записи были использованы алмазные ролики прямого и фасонного (углового) профиля со сплошной и прерывистой поверхностью, изготовленные из природных алмазов зернистостью 800/630, 630/500, 500/400 на твердосплавной связке с концентрацией 50, 100, 150%, а также ролики из синтетических алмазов АС15, АС32 зернистостью 400/315, 315/250, 250/200, 200/160 на гальванических и металлических (М1) связках с концентрацией 50, 100, 150%. Для правки использовались круги как фасонного, так и прямого профиля со сплошными и прерывистыми поверхностями электрокорундовые (из 24А, зернистость 12.16,25,40, твердость СМ1, С1, СТ1, структура 7, на керамической связке К5) и эльборовые (из эльбора – Л, зернистость 20, 16, 12, 6, 4, твердость СМ1, С1, СТ1, связка керамическая К5, концентрация 50, 100, 150%). Профиль АР записывался после доводки и правки, а ШК – после правки и шлифования. Режимы правки электрокорундового круга: $V_к$=25 *м/с*, $V_з$=7 *м/с*, $S_п$=0,03 *мм/ход*, $S_{пр}$=0,5*мм/об*; эльборового круга $V_к$=25 *м/с*, $V_р$=7*м/с*, $S_п$=0,01 *мм/ход*, $S_{пр}$=0,1 *мм/об*. В качестве СОЖ применялось индустриальное масло 12.

Исследования показали, что профилограммы режущих поверхностей алмазных и абразивных инструментов, снятые в поперечном и продольном направлениях, на определенную величину различаются (рис.1).

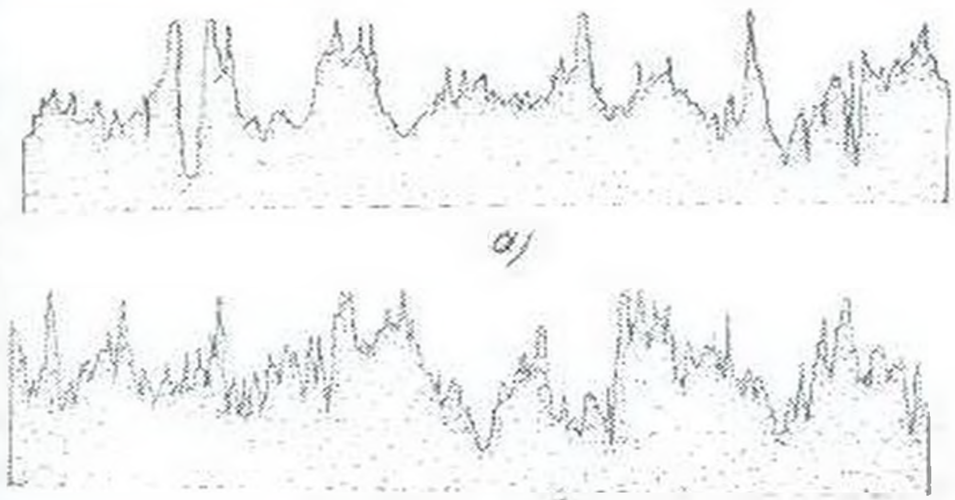


Рис.1. Профилограммы режущей поверхности алмазного ролика зернистостью 800/630, К=100%, на твердосплавной связке после доводки: а – продольного направления, б – поперечного направления

При обработке профилограммы были определены высоты y_p, вершин режущих выступов зерен относительно нулевой линии (линия, проходящая через вершину наиболее выступающих выступов), относительная частота n_i/N и построен полигон распределения (рис.2). Полигоны распределения разновысотности вершин выступов рельефа режущей поверхности АР, независимо от зернистости, имеют одинаковые формы: на верхней части рельефа имеется высокая частость распределения размера y_p, распространяющаяся до некоторой глубины (10...20 *мкм*); в правой асимметричной части частость асимптотически уменьшается, распространяясь до полной глубины профиля.

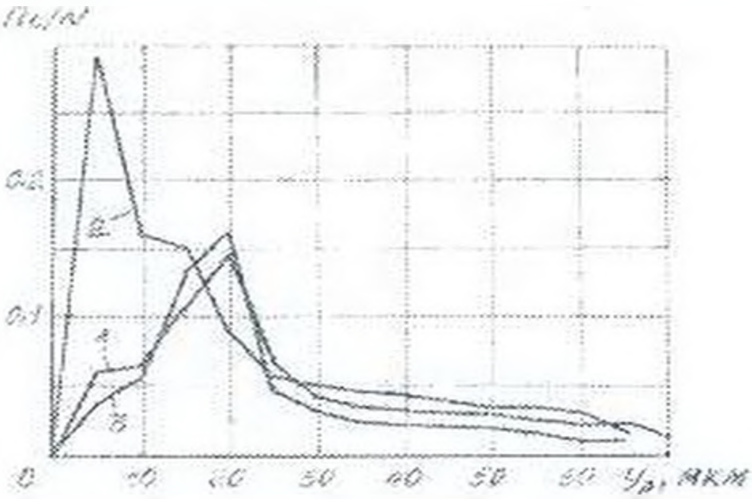


Рис.2. Полигон распределения разновысотности вершин режущих выступов рельефа поверхности алмазного ролика после правки: 1 – 500/400, 100% (связка твердосплавная), 2 - 200/160, 100%(связка М1), 3 - 800/630, 100% (связка твердосплавная)

Проверка асимметричности (табл.1) по показателю β_1, островершинности по показателю β_2 [2] и значения критерия согласия χ^2 дала удовлетворительные результаты.

Таблица 1

Зернистость	y_p	z_r	σ^2	α_p	β_p	A_p	β_1	β_2
800/630	57,3	0,36	0,084	0,62	1,1	0,49	0,28	2,08
500/400	46,6	0,36	0,086	0,59	1,07	0,68	0,29	2,05
315/250	36,8	0,29	0,088	0,39	0,96	0,39	0,68	2,42
250/200	35,6	0,29	0,106	0,28	0,68	0,25	0,15	2,29
200/160	29,7	0,27	0,075	0,44	1,2	0,43	0,84	2,69

Зная параметры α_p и β_p, можно определить количество n_p в любом уровне профиля. Как видно (рис.3а), с увеличением зернистости алмазов количество n_p уменьшается. На основании обработки профилограмм режущих поверхностей электрокорундовых и эльборовых кругов полигоны распределения в основном имеют одновершинные и асимметричные формы, что можно объяснить воздействием процесса правки на рельеф поверхности, приводящим к увеличению количества вершин на его верхней части. Статистические характеристики и параметры бета-распределения для этих кругов после правки приведены в табл.2.

Таблица 2

Характеристика круга	$\bar{y}$	$\bar{z}$	σ^2	α	β	A	β_1	β_2
24А4ОСТ17К5	45,1	0,14	0,04	0,27	2,16	0,59	4,28	7,14
24А4ОСМ17К5	59,3	0,17	0,062	0,23	1,08	0,37	2,46	4,46
24А25СТ17К5	31,9	0,14	0,025	0,52	3,29	1,86	2,65	5,32
24А25С17К5	35,4	0,15	0,032	0,87	2,49	1,16	1,49	5,19
24А25СМ17К5	38,5	0,15	0,056	0,21	1,13	0,39	1,8	5,17
24А16С17К5	25,7	0,15	0,029	0,52	2,91	1,4	1,16	4,96
24А16СМ17К5	28,3	0,16	0,038	0,39	2,09	0,66	2,47	4,9
24А12СМ17К5	22,2	0,17	0,035	0,52	2,51	1,09	1,97	4,48
Л02ОСТ1К5 100%	16,5	0,18	0,026	0,86	3,82	2,38	1,35	3,99
Л02ОСМ1К5 100%	15,5	0,16	0,021	0,8	4,37	4,69	1,73	4,56
Л016СТ1К5 100%	13,9	0,17	0,029	0,32	3,18	1,21	4,78	8,14
Л016СМ1К5 100%	13,2	0,16	0,028	0,57	3,1	1,65	2,44	5,17
Л012СТ1К5 100%	13,3	0,19	0,023	0,87	3,7	3,23	1,29	3,88
Л012СМ1К5 100%	13,4	0,18	0,028	0,76	3,5	2,52	1,6	4,13
Л06СТ1К5 100%	10,4	0,2	0,033	0,83	3,16	2,15	1,15	3,6
Л04СТ1К5 100%	10,9	0,24	0,06	0,49	1,52	1,68	1,68	3,97

Определение количества режущих выступов на единице площади электрокорундового n_k и эльборового $n_э$ круга с помощью формулы, аналогичной (1), показало (рис.3 б,в), что интенсивность их увеличения по высоте рельефа снижается, имея максимальное значение в верхних слоях.

Если из первоначального положения ролику сообщить радиальную подачу S_p, то вероятность встречи пар выступов рельефов ролика и круга определится произведением dn_p/n_{cp} и dn_k/n_{ck}, а полное число вероятных ударов n_y, образовавшихся от взаимодействия режущих выступов обоих рельефов, - интегралом [3]

$$n_y = n_c A \int_0^{S_p S_p'} \int_0^{y_k} x_p^{\alpha_p - 1}(1 - x_p)^{\beta_p - 1} x_k^{\alpha_k - 1}(1 - x_k)^{\beta_k - 1} dx_p dx_k .$$

Разложив члены выражения в ряды и решая интеграл, окончательно получим

$$n_y = n_c A_y DM \frac{m_p! m_k!}{(m_p + m_k)!} S_p^{(\alpha_p + \alpha_k + m_p + m_k - 2)}, \qquad (2)$$

где n_c – наименьшее количество выступов из двух контактирующих рельефов; A_y,D,M – величины, зависящие от высоты профиля H, параметров α, β, количества m членов рядов.

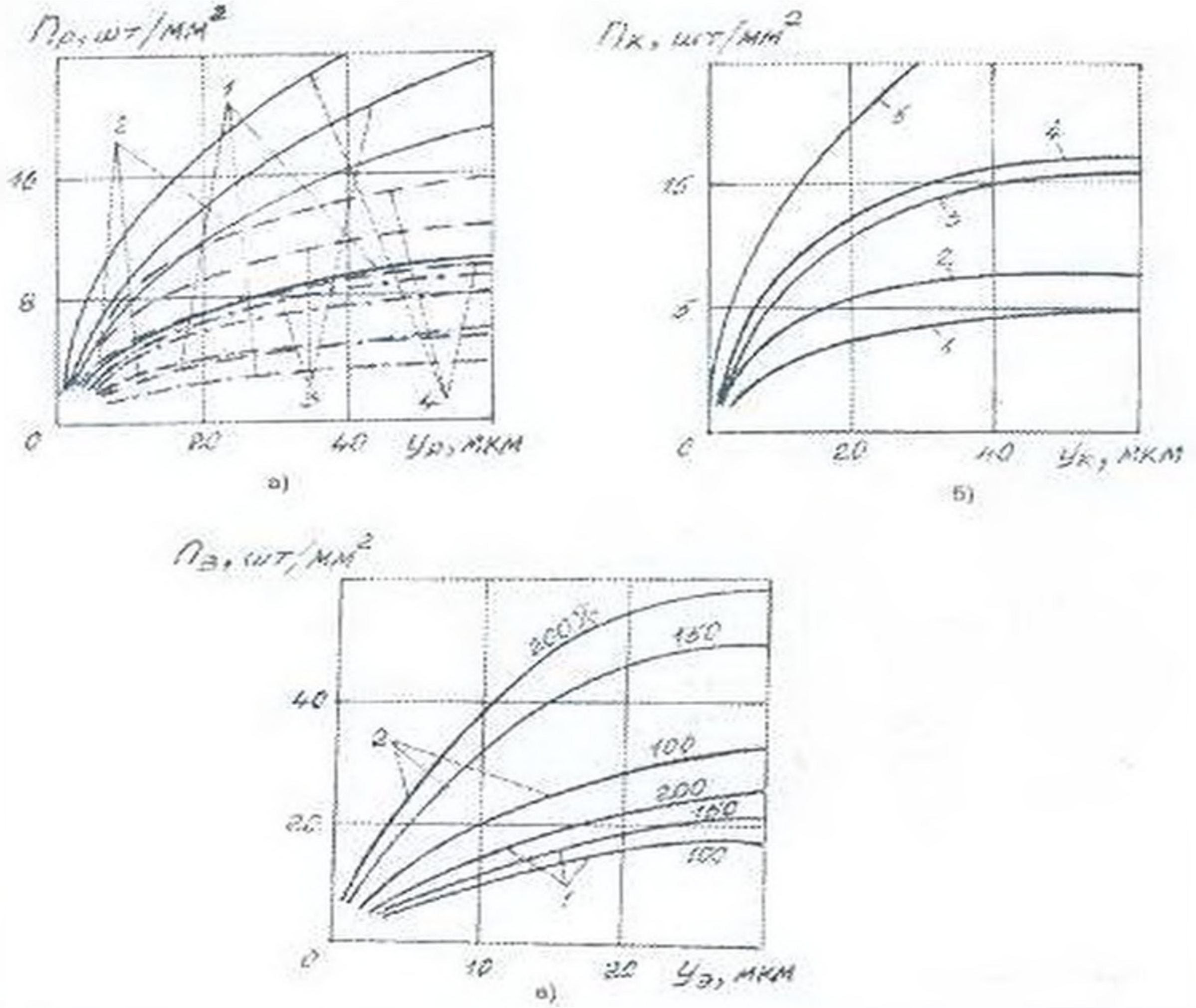


Рис 3. Зависимость количества n режущих выступов от высоты профиля: а – алмазного ролика при правке: 1 –50%, 2- 100%, 3-150%, 4-200% (-·- 200/160, -·- 250/200, --315/250); б – электрокорундового круга: 1-24А40СТ17К5, 2-24А40СМ17К5, 3-24А25СТ17К5, 4-24А25СМ17К5; в – эльборового круга: 1-ЛО20СТ1К5, 2- Л016СТ1К5

Сравнение полученных результатов с существующими экспериментальными и теоретическими данными [4,5] показало, что для распределения разновысотности вершин режущих кромок можно применять закон бета-распределения, а с помощью полученных формул (1), (2) определить количество вершин режущих кромок на разных высотах рельефа, а также число вероятно ударяющихся выступов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для работников и инженеров. – М.: Наука, 1978. – 831 с.
2. **Пирсон К.** Таблицы неполной бета-функции. – М.: АН СССР, 1974. – 538 с.
3. **Григорян М.А.** Методика определения силы резания при правке шлифовальных кругов. Информационно-рекламный листок № 4Р-90. - Ереван /АРМНИИНТИ, Госплан АрмССР - 1990 - 4 с.
4. **Филимонов Л.Н.** Высокоскоростное шлифование. – Л.: Машиностроение, 1979. – 248 с.
5. **Залвер О., Малкин С.** Шлифование вольфрамкобальтовых твердых сплавов // Тр. Амер. об-ва инженеров-механиков. – 1980.- № 3. – С. 176-185.

НПО "Нейтрон" РА. Материал поступил в редакцию 23.01.1999.

Մ.Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

ԱԼՄԱՍՏԵ ԳՐՏՆԱԿԻ ԵՎ ՀՂԿԱՔԱՐԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՌԵԼԻԵՖՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ՈՒՂՂՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑԻ ԺԱՄԱՆԱԿ

Հիմնավորվել է, որ ալմաստե գրտնակով ուղղման ժամանակ հղկաքարի ռելիեֆի ձևավորման ընթացքում տեղի է ունենում երկու գործիքների ռելիեֆների արտաքին մասի հպվող կոնների գագաթների փոխադարձ քայքայում, որի հետևանքով այդ տեղամասերում մեծանում է գագաթների տարաբարձրության բաշխվածության խտությունը, ինչը հանգեցնում է բետա-բաշխվածության համապատասխանող ասիմետրիկ օրենքի: Հաշվի առնելով տարաբարձրության բաշխվածության պատահական բնույթը, որոշվել է կոնների քանակը ալմաստե գրտնակի և հղկաքարի ռելիեֆների տարբեր մակարդակների վրա, ինչպես նաև հարվածող կոնների հավանական քանակը ուղղման ժամանակ:

M.A. GRIGORYAN

INVESTIGATION OF DIAMOND ROLLER AND GRINDING WHEEL SURFACE RELIEFS

It is stated that the mutual failure of contacting tip points in the external part of the both tool reliefs in grinding wheel (GW) relief formation and diamond roller (DR) straightening occurs and, as a result, the allocation of different height density corresponding to the beta-allocation law increases in these sections. Taking into account the random character of the different height allocation, the quantity of the projections on different levels of DK and GW reliefs and probable quantity of impacting projections in straightening are determined.

УДК 621.762 МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Д.О. БАБАЯН, Э. Г. АМБАРЦУМЯН

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОРИСТЫХ ТЕЛ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ НАГРУЖЕНИИ

Установлен характер изменения степени деформации от прилагаемой энергии. Изучена динамика упруго-пластической деформации. Определены плоскости разрушения пористых тел с количественной и качественной оценкой. Доказано, что с увеличением скорости приложения нагрузки сопротивляемость пористого тела пластической деформации возрастает. Установлены оптимальные границы аксиальных и радиальных степеней деформации пористого тела высокоскоростным нагружением.

Ключевые слова: деформация, пористое тело, высокоскоростное нагружение, макрошлиф.

Высокоскоростное формование с мгновенно возрастающим давлением является одним из основных технологических процессов получения различных порошковых изделий высокой плотности [1].

Деформируемость исследовалась на образцах размерами ø10x10, 15x15, 20x20 *мм*, осажденных в матрице ø25 *мм* на пороховом копре по схеме I (с промежуточным телом) [2], а также на образцах ø 30x30 и ø60x60 *мм* - матрице ø81,7 *мм* по схеме II (без промежуточного тела); пористость заготовок - 20%, а материал - порошки железа и меди марок ПЖ2М и ПМО. Образцы деформировались до получения минимальной пористости, исходя из стойкости инструмента (табл. 1, рис. 1 и 2).

Таблица 1

Сводные данные деформирования геометрически подобных медных спеченных заготовок (ø10x10 и ø15x15 мм: $П_О$ = 10%, $m_С$ = 1,14 кг, $m_П$ =0,21 кг и ø20x20 мм $П_О$ = 10%, $m_С$ = 1,5 кг, $m_П$ = 0,27 кг) по схеме I

Размер заготовки	Масса заготовки $G \cdot 10^{-3}$ кг	Скорость нагружения V_c, *м/с*	Энергия деформирования: прилагаемая W_c, *Дж*	полезная $W_п$, *Дж*	удельная $W_{уд} \cdot 10^3$ *Дж/кг*	Конечная высота брикета h, мм	Осадка Δh, *мм*	Степень деформации Δh/h$_0$
	5,8	19,7	221,48	188,16	32,34	1,80	7,20	0,80
	5,8	90,0	4517,8	3831,8	660,52	1,61	7,39	0,82
ø10x10	5,8	65,0	2410,8	2048,2	352,8	1,66	7,34	0,81
	5,8	67,3	2587,2	2195,2	379,26	1,55	7,45	0,83
	18,5	83,5	3978,8	3381	182,28	4,50	9,50	0,68
ø15x15	18,7	49,3	1381,8	1176	62,72	4,81	9,19	0,66
	18,5	87,5	4370,8	3714,2	202,86	4,48	9,52	0,68
	45,8	19,5	275,38	232,26	4,9	14,00	4,40	0,28
ø20x20	45,9	20,7	321,4	272,44	5,88	10,45	8,95	0,46

Примечание: $m_С$ = масса снаряда; $m_П$ = масса пуансона.

Приложение энергии (W_c) больше критической (соответствующей точки перегиба) не деформирует металл, т.е. практически бесполезно. Анализ результатов показывает, что при малых степенях деформации наблюдается упруго-пластическая осадка почти без изменения исходной пористости, затем происходит уплотнение, а при максимальных степенях обеспечивается достижение беспористой структуры.

Как видно из рис 1 и 2, кривые прилагаемой энергии деформирования $W_C = f(\Delta h/h_0, \Delta h)$ имеют перегибы. Точки перегибов связаны с процессом уплотнения материала до 100% и его раздачей до полного заполнения полости матрицы.

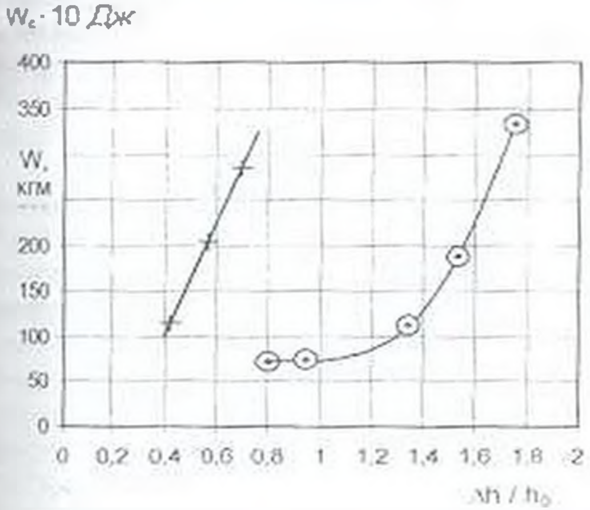


Рис. 1. Зависимость осадки от кинетической энергии деформирования (W_C) спеченных железных образцов ($П_О$ = 20%)
Размеры образцов 1 - ø80x80 *мм*,
2 - ø30x30 *мм*
Деформирование проведено по схеме II [2]

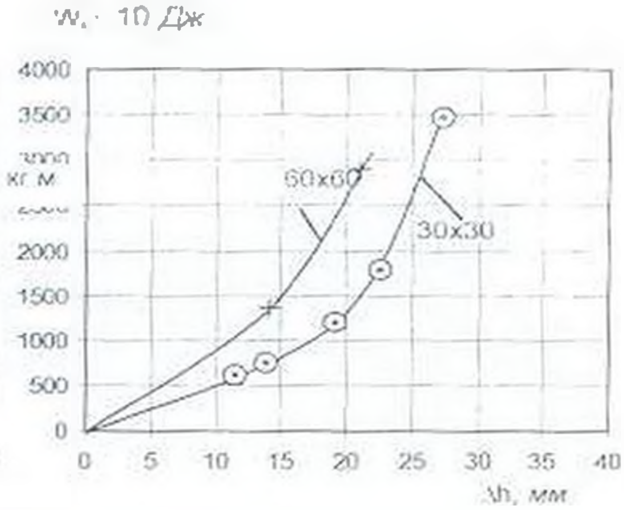


Рис. 2. Зависимость степени деформации от кинетической энергии деформирования (W_C) спеченных железных образцов ($П_O$ = 20%). Размеры образцов: 1 - ø60x60 *мм*.

При свободной осадке, в зависимости от пластичности материала, имеется определенный предел "допустимости" радиального деформирования, т.е. оптимальный предел максимального обжатия. Вследствие перехода через этот предел (при большой разнице между диаметрами заготовки и матрицы) на ряде образцов возникают наклонные и долевые трещины. Наклонные трещины ориентированы под углом ≈ 45° к плоскости действия сил. Развитие трещин от периферии к центру образцов также происходит под углом ≈ 45° к направлению радиуса (деформирование производилось по схеме II). Такое разрушение можно отнести к вязкому сдвигу от максимальных касательных напряжений, вызванных дополнительными растягивающими напряжениями.

Из анализа картин разрушения можно сделать вывод, что при осадке пористого тела высокими скоростями нагружения существуют два вида разрушения - сдвиг и отрыв. Разрушение сдвигом происходит на ранних стадиях развития трещин; последняя имеет ориентацию под углом ≈ 45° к направлениям внешней силы или радиуса. Из рис. 3 можно заключить, что пластичность материала (т.е. способность деформироваться без разрушения) при прочих равных условиях в значительной степени зависит от скорости нагружения. Несмотря на более высокую степень деформации $\Delta h/h_0$ = 0,88, образец менее разрушен. По-видимому, уменьшение V_c с 152 до 103 *м/с* и увеличение массы соударяемого тела (снаряда) с 1,55 до 6,05 кг привели к более благоприятному напряженно-деформированному состоянию обрабатываемого тела, т.е. повышению его технологической пластичности. Повышению пластичности способствует также уменьшение исходной пористости заготовки. Так, при равной скорости нагружения трещины одинаковой интенсивности образовались: в первом случае П = 20% при $\Delta h/h_0$ = 0,88; во втором случае П = 38% при $\Delta h/h_0$ = 0,67.

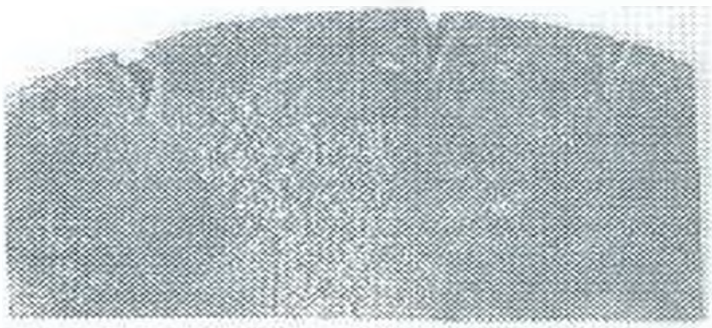


Рис 3. Макрошлиф поперечного сечения железного образца (x5). Размеры до осадки ø30x30*мм*, $П_0$ =20%, C =0,13 кг, V_c = 103 *м/с*, m_c =6,05 кг, W_c = 32144 *Дж*, Δh=26,4 *мм*, $\Delta h/h_0$ = 0,88, схема II

Рис. 4. Радиально - кольцевые трещины, возникшие в нижнем торце осаженной железной заготовки ø45x45 *мм*, $П_0$ =30%, V_c = 90 *м/с*, m_c =6,06 кг, W_c=24500 *Дж*, схема II

На рис. 4 показан нижний торец брикета, полученного после деформации пористой заготовки (материал ПЖ2М, размеры ø45x45 *мм*, П = 30%, V_c = 90*м/с*, m_c =6,05 кг, W_C=24500 *Дж*, $\Delta h/h_0$ =0,45; по схеме II). Наблюдается множество радиально-кольцевых трещин, возникших вследствие объемного расширения отдельных зон пористого тела при быстром приложении и мгновенном снятии нагрузки. По виду это напоминает картину при деформации за пределом упругости, когда вдоль траекторий максимального сдвига возникают локализованные разрушения, которые образуют линии Чернова-Людерса, расширяющиеся затем до точки, где наступает разделение материала. В нашем случае разделение выражено заметным вспучиванием по концентричным окружностям плоскости нижнего торца, где локализовано большое количество радиально - кольцевых трещин.

Образование различных видов разрушения, появление трещин и форма боковой поверхности при высокоскоростной деформации пористых заготовок указывают на сложный характер упруго-пластического течения материала пористой заготовки при осадке. По-видимому, накладывает свой отпечаток волновая природа распространения пластической деформации. При соударении деформирующего снаряда с заготовкой порождается мгновенно распространяющаяся упругая волна и следующая за ней волна пластической деформации. После распространения ее по всему объему заготовки от контакта с пуансоном отражается волна разгрузки, которая в виде растягивающего импульса передается в заготовку. Возникновение дополнительных волн приводит к неоднородности напряженно - деформированного состояния.

При кратковременной передаче энергии большой концентрации пористой массе "мгновенно" уплотняется верхняя часть брикета, тогда как волна разгрузки, отражаясь от нижней ее границы, создает дополнительные растягивающие напряжения в нижней части заготовки, имеющей более низкую плотность. Следует считаться также с тепловым эффектом при высоких скоростях, когда тепловыделение происходит по отдельным плоскостям скольжения, причем в микрообъемах достигаются высокие температуры, вплоть до температуры плавления.

При таких условиях течения следует ожидать высоких относительных скоростей перемещения отдельных объемов пористой массы. При достижении некоторой критической относительной скорости появляются трещины и другие дефекты. Однако относительная скорость деформации зависит не только от скорости удара, но и от распределения деформации и скорости перемещения разных зон в деформированном объеме. На последние влияют начальные характеристики пористой заготовки ($П_0$; h/d; термообработка), а также различные схемы деформации, позволяющие повысить скорости деформирующего инструмента. Вариацией этими параметрами можно найти оптимальные характеристики высокоскоростного деформирования пористых заготовок.

В табл. 2 приведены результаты скоростного деформирования спеченных железных заготовок различного диаметра, но постоянной высоты h_0 =23,9 *мм* и пористости $П_0$ = 10...12% в матрице диаметром 25 *мм* по схеме I при скоростях нагружения 84.5 *м/с* и 106...110 *м/с*. При постоянной скорости (энергии) деформирования окончательная плотность брикетов практически одинакова (7,6 $\cdot 10^3$ кг/$м^3$) и не зависит от степени аксиальной и радиальной деформации. С увеличением степени радиальной деформации макротвердость (измерение по верхнему торцу) и микротвердость (измерение вдоль диаметра по плоскости среза) по диаметру различны (табл.2), абсолютные их значения возрастают с увеличением скорости нагружения. Исследование показало, что увеличение скорости нагружения и степени (аксиальной и радиальной) деформации повышает предел прочности при изгибе. Это является результатом сильного упрочения (наклепа) ввиду большой прилагаемой удельной энергии $W_{уд}$, *Дж/кг*), а также лучшего образования контактов между зернами, которые вытягиваются вдоль плоскости максимальных деформаций (течение материала), образуя волокнистую структуру.

Таблица 2

Данные скоростного уплотнения и деформирования спеченных железных заготовок различного диаметра, но постоянной высоты h_0 = 23,9 мм и пористости $П_0$ = 10...12% в матрице диаметром 25 мм по схеме I при постоянных m_C = 1,14; $m_П$ = 0,23 кг

Диаметр заготовки d_0, мм	Вес заготовки $G \cdot 10^{-3}$ кг	Скорость загружения V_C, м/с	Удельная энергия $W_{уд} \cdot 10^3$ Дж / кг	Окончательные размеры брикетов	
				Диаметр d, мм	Высота h, мм
24,6	80,	106,0	66,64	25,25	21,00
21,0	54,7	106,0	97,51	25,25	14,40
17,9	40,4	106,0	132,3	25,25	10,60
15,0	28,1	110,0	203,84	25,25	7,40
12,0	18,1	110,0	317,52	25,25	4,75
24,6	80,0	84,5	42,336	25,25	21,00
17,9	40,8	84,5	92,61	25,25	10,80
12,0	18,3	84,5	184,24	26,25	4,85

Продолжение табл. 2

Плотность $\rho \cdot 10^3$ кг/м^3	Степень деформации		Микротвердость, 10^7 Н/м^2	$\sigma_{ик} \cdot 10^7$ Н/м^2
	аксиальная $\Delta h/h_0$	радиальная $\Delta d/d_0$		
7,65	0,127	0,027	130-164	13,3
7,60	0,397	0,168	-	-
7,60	0,556	0,281	-	13,4
7,60	0,690	0,407	-	13,8
7,60	0,800	0,525	164-190	14,3
7,65	0,127	0,027	114-130	13,1
7,52	0,548	0,291	-	-
7,54	0,797	0,525	140-170	13,8

Таким образом, на основании вышеизложенного можно прийти к следующим выводам:

1) появление трещин происходит в результате существования двух видов разрушения - сдвига и отрыва;

2) с увеличением скорости приложения нагрузки сопротивляемость пористого тела пластической деформации возрастает;

3) пределы допустимых максимальных степеней деформации следующие: аксиальные - до 0,7 и радиальные - до 0,6;

4) определены этапы высокоскоростного деформирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Порошковая металлургия, материалы, технология, свойства, области применения. Справочник. – Киев: Наукова думка, 1985. - 624 с.
2. Исследование влияния высоких скоростей приложения нагрузок на деформируемость пористых тел в условиях закрытой матрицы / О.В. Роман, Д.О.Бабаян и др. // Порошковая металлургия. Труды ЕрПИ. – Ереван, 1971. – Т.35, вып.1. - С.50-54.
3. Дорофеев Ю.Г. Динамическое горячее прессование в металлокерамике. – М., 1972. - 70 с.

Դ.Հ. ԲԱԲԱՅԱՆ, Է.Գ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ

ԾԱԿՈՏԿԵՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՆԵՐԻ ՕՐԻՆԱՉԱՓՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԲԱՐՁՐ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՄԲ ԲԵՌՆԱՎՈՐՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Որոշված է դեֆորմացիայի աստիճանի փոփոխության բնույթը կախված ներդրման էներգիայից: Ուսումնասիրված է առաձգապլաստիկ դեֆորմացիայի դինամիկան: Որակապես և քանակապես որոշված են ծակոտկեն մարմնի քայքայման հարթությունները: Ապացուցված է, որ ներդրված բեռի արագության մեծացմանը զուգընթաց աճում է մարմնի պլաստիկ դեֆորմացիայի դիմադրողականությունը: Ծակոտկեն մարմնի բարձր արագությամբ բեռնավորման ընթացքում որոշված են առանցքի ուղղությամբ և շառավիղի ուղղությամբ դեֆորմացման աստիճանի օպտիմալ սահմանները:

D.H BABAYAN, E.G HAMBARTSUMYAN

POROUS BODY DEFORMATION REGULARITY IN HIGH-SPEED LOADING

The deformation degree variation character caused by the applied energy is established. The elastic-plastic deformation dynamics is studied. The quantitative and qualitative estimation of the porous body destruction flatness is specified. It is proved that by increasing load application speed the resistivity to porous body of the plastic deformation rises. Optimum limits of axial and radial degrees of porous body deformation by high-speed loading are determined.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621 762.620.179.1 МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

А.С. ПЕТРОСЯН

ОСОБЕННОСТИ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОКЕРАМИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ЖЕЛЕЗА

Анализируются методы термической обработки порошковых сталей со структурной пористостью, включая методы термомеханической и термоциклической обработки, а также термообработки с помощью ультразвука. Даются рекомендации по выбору предпочтительных методов упрочняющей термической обработки в зависимости от структурной пористости.

Ключевые слова: термомеханическая и термоциклическая обработка, ультразвук, пористая заготовка, порошковые стали.

Как известно [1], изделия конструкционного назначения, изготовляемые методами порошковой металлургии, обычно подвергаются тем или иным видам термической и химико-термической обработки. Однако технология термической обработки этих материалов имеет ряд отличий. Объясняется это тем, что порошковые материалы пористые и обладают качественно иной макроструктурой. Так, при спекании в железографитовых материалах формируется структура, существенно отличающаяся от литых сталей. При температурах выше точки Ac_3 графит лишь частично растворяется в аустените. Наибольшее насыщение углеродом металлической основы происходит в микрообъемах, расположенных вблизи графитовых включений. В результате этого структура порошковой стали, содержащей более 2,0% графита, состоит из перлита, цементита, мелких включений феррита и оставшихся частиц графита.

Для устранения анормальности структуры порошковых сталей производят изотермический отжиг, который выполняют по режиму: нагрев до 780 °С и выдержка 0,5 ч, охлаждение с изотермической выдержкой при 680 °С в течение 2 ч. Такая обработка обеспечивает получение структуры зернистого перлита без существенного снижения прочностных свойств. Еще большая анормальность имеет место при изготовлении изделий из многокомпонентных смесей, когда наблюдается неконтролируемость избыточных фаз.

Спекание порошковых сплавов на основе железа обычно производят в течение 1...3 ч при температурах 1100...1200 °С, значительно превышающих критические точки Ac_M, вследствие чего можно получить крупнозернистую структуру. Однако в структуре спеченных сплавов крупнозернистость не обнаруживается. Малая склонность к росту зерна порошковых сплавов объясняется наличием у них пор. Пористость и химическая неоднородность существенно влияют на устойчивость переохлажденного аустенита, что увеличивает критическую скорость закалки. Следовательно, для получения структуры мартенсита требуется применение более высоких температур.

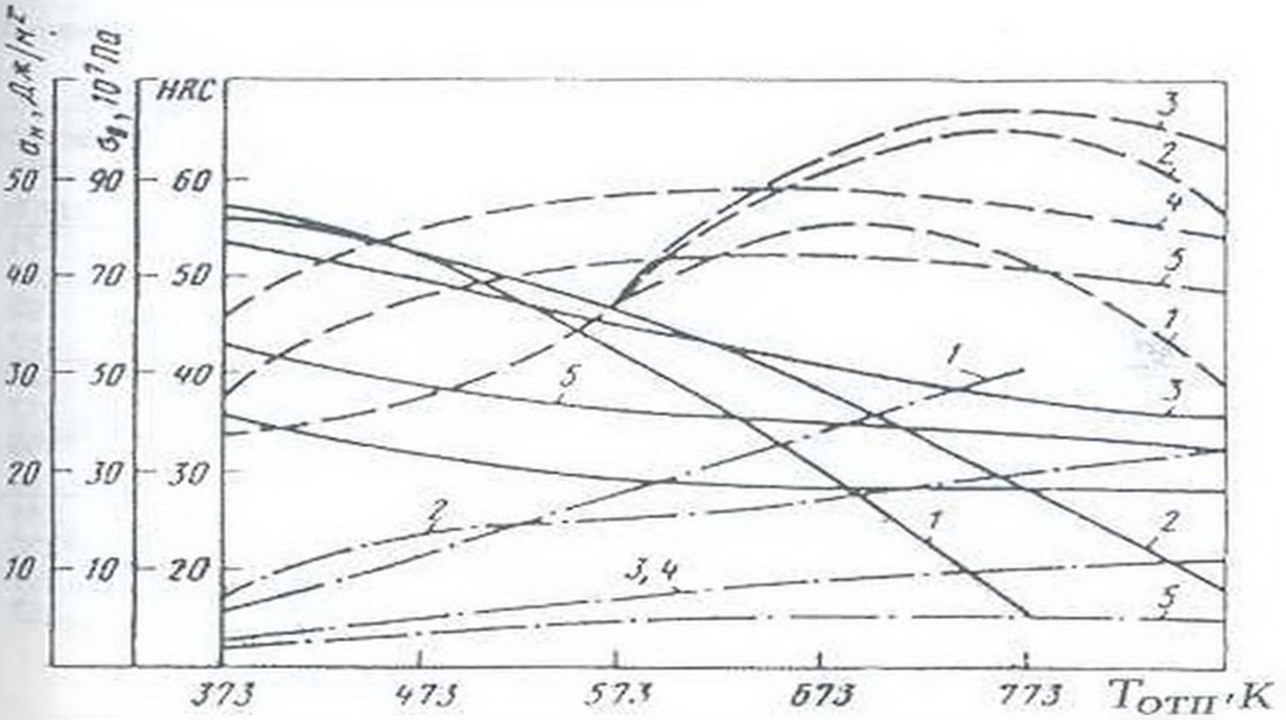


Рис. 1. Зависимость механических свойств от температуры отпуска сталей: 1 – ЖГр1, 2 - ЖГр1Х2; 3 - ЖГр1Х2М2; 4 - ЖГр1Х5М5; 5 – ЖГр1Х12 М2; HRC – сплошные, $\sigma_в$ - пунктирные, $\alpha_к$ - штрихпунктирные линии

В порошковых сталях при закалке возникают значительные внутренние напряжения с концентрацией у стен пор, что резко снижает их прочность. Влияние закалки проявляется только после отпуска (табл. 1). Оптимальными температурами отпуска в зависимости от состава сталей являются 200...450 °С. С усложнением состава стали и увеличением пористости температура отпуска повышается (рис.1). При закалке порошковых сталей в воде образуется мартенситно-бейнитная структура, которая переходит в трооститную, а затем в сорбитную. Закалка в масле дает трооститно-сорбитную структуру [2]. Максимальную прочность приобретают стали после закалки и отпуска при температурах 673...773 *К*.

Лучшие результаты по твердости дает индукционный нагрев [3, 4], при котором ввиду высокой скорости нагрева (1...100) · 10^3 *К/с* отпадает необходимость применения защитной атмосферы. Влияние режима индукционного нагрева на твердость железокерамики показано на рис.2. Как видно из рис. 2а, HRC среднеуглеродистой стали после высокочастотной закалки возрастает на 4...6 *ед.*, тогда как HRC железокерамики (плотность 85%) – на 8...12 ед. Оптимальной температурой при высокочастотной закалке следует считать ~1000 °*С* (рис. 2 б). Тем не менее величина максимальной твердости для железокерамики плотностью 85% составляет 48 HRC, для 80% - 44 HRC.

Таблица 1

Изменение механических свойств стали ЖГр 0,8; П=15% спеченной и закаленной от температуры отпуска

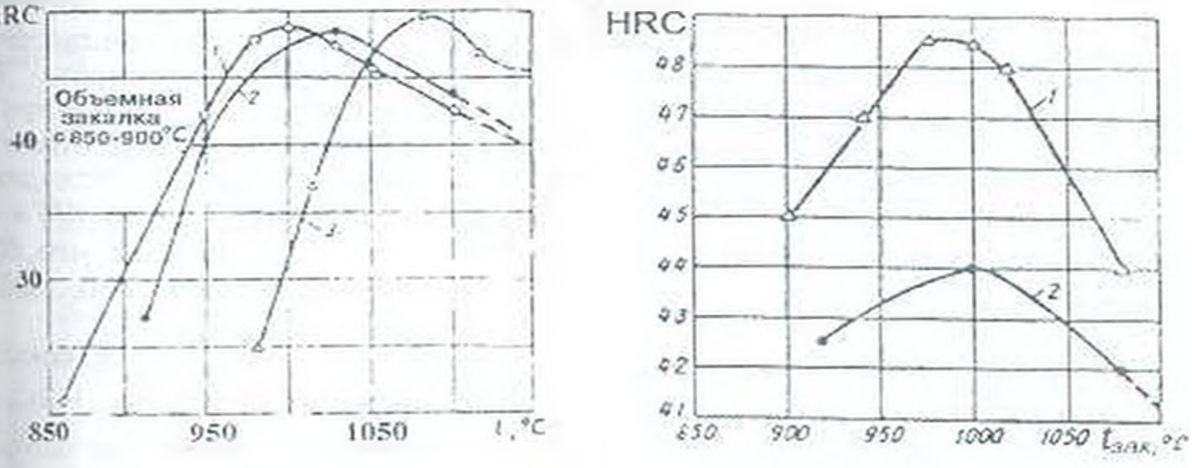
Время спекания, плотность	Температура отпуска, *К*	$\sigma_в \cdot 10^7$ *Па*	$\sigma_{изг} \cdot 10^7$ *Па*	Твердость НВ, *МПа*
$0{,}12 \cdot 10^4$ с,	473	34,7	27,2	321
	573	35,7	44,2	237
$\gamma = 6{,}43 \cdot 10^3$	673	45,0	79,8	192
кг/м³	773	42,3	66,8	157
$0{,}36 \cdot 10^4$ с,	473	21,0	43,7	329
	573	36,9	49,2	217
$\gamma = 6{,}45 \cdot 10^3$	673	49,8	73,3	168
кг/м³	773	38,2	70,0	160
$0{,}72 \cdot 10^4$ с,	473	34,3	60,5	244
	573	42,2	70,9	210
$\gamma = 6{,}47 \cdot 10^3$	673	49,8	71,5	197
кг/м³	773	38,8	65,2	157

Примечание. Температура закалки 1143 К, выдержка $3 \cdot 10^2$ с, охлаждение в воде.

Таблица 2

Поверхностная твердость порошковых сталей после различных видов термообработки HRC (без отпуска)

Вид термообработки	Марка порошковой стали	Пористость, %		
		10	15	20
Спекание – закалка	СП40	42...44	37...40	33...35
Спекание-нормализация-закалка	СП40	42...45	38...40	34...38
Спекание-СТЦО-закалка	СП40	44...47	41...43	37...40
Спекание-закалка	СП60	46...48	42...45	39...41
Спекание-нормализация-закалка	СП60	46...50	43...45	39...41
Спекание-СТЦО-закалка	СП60	48...52	44...46	40...42
Спекание-закалка	СП80	53...55	48...49	40...42
Спекание-нормализация-закалка	СП80	53...56	48...50	40...43
Спекание-СТЦО- закалка	СП80	56...58	49...52	44...46



а) б)

Рис. 2. Изменение твердости в зависимости от температуры закалки железокерамики: а – с 0,56...0,58% С, плотность 85 %; 1 - $v_н$ – 80°/с; 2 - $v_н$ – 240°/с; 3 - $v_н$ – 550°/с; б - с 0,63...0,65% С при скорости нагрева $v_н$ = 250°/с ; 1 - плотность 85 %; 2 – 80%

Наиболее перспективным способом закалки сталей с пористой структурой является закалка с применением ультразвука. Эффективность этого способа объясняется кавитационными явлениями, вызываемыми ультразвуковыми колебаниями в каналах пор. Ультразвуковая обработка охлаждаемой жидкости разрушает при закалке деталей наружную и "внутреннюю" паровые рубашки, облегчает проникновение жидкости вглубь материала, а следовательно, обеспечивает высокую скорость охлаждения при температурах наименьшей устойчивости аустенита. Известно, что металлопорошковые материалы пористостью до 10 % хорошо подвергаются закалке. Однако получение их связано с применением операций двойного формования и спекания, что приводит к большим трудозатратам. Спеченные материалы пористостью 10...13 % удовлетворительно закаливаются, свыше 13% - не принимают закалки. Между тем, в практике порошковой металлургии производство предусматривает главным образом выпуск деталей пористостью 20...25%, т.е. основная номенклатура деталей находится за пределами термического улучшения. Установлено [5] влияние ультразвука на процесс закалки в зависимости от количества размеров пор (рис.3). Как и следовало ожидать, твердость образцов из мелкой фракции выше, чем из крупной. Эффект ультразвукового воздействия проявляется для больших пористостей. Однако главной задачей применяемых термических обработок в порошковой металлургии является существенное повышение всего комплекса механических свойств, решение которой может осуществляться путем термомеханической обработки (ТМО) [6]. При высокотемпературной ТМО сталь после аустенизации при температуре выше точки Ac_3 подвергается интенсивной деформации (обжатию 50...90%) и последующей немедленной закалке на мартенсит. При низкотемпературной ТМО сталь нагревают выше точки Ac_3, а затем подстуживают до температуры максимальной устойчивости переохлажденного аустенита, а при температурах ниже порога рекристаллизации деформируют с обжатием на 30...40% и немедленно закаливают. Обе обработки заканчиваются низким отпуском. В результате ТМО повышается не только прочность на разрыв, но и пластичность. Ценность ТМО заключается в том, что ее можно сочетать с процессом экструзии. Некоторые результаты экструзии порошковой углеродистой стали У7, подвергнутой ВТМО, представлены на рис. 4 и 5. Исходными материалами служили: железный порошок ПЖ1М – 99,3% (БЗПМ) и графит ГМЖ – 0,7 %. Заготовки нагревали до 1000...1050 °С, что обеспечивало температуру закалки после экструзии в интервале 780...820 °С.

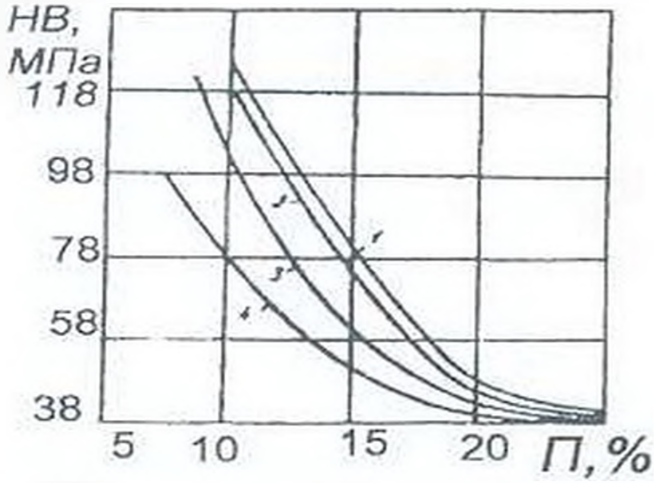


Рис. 3. Зависимость твердости от пористости:
1 – фракция 0...40 *мк*; 2 - 40...80 *мк*;
3 - 80...125 *мк*; 4 - 125...160 *мк*

На рис. 4 показана зависимость $\sigma_в$, HRC, δ, ψ от температуры отпуска. Как видно, полученные прочностные свойства значительно превышают свойства известных в литературе порошковых сталей аналогичных составов. Так, после ВТМО экструзией при λ=8 и отпуске 300°С имеем $\sigma_в$=217 *МПа*, δ =14% и ψ=20%. Наилучшие свойства получаются при отпуске 250...300 °С.

Прочностные характеристики образцов, подвергнутых термической обработке после деформационных выдержек, ниже, чем образцов, закаленных с ВТМО. Однако они по прочности превосходят обычно закаленные углеродистые стали (рис.4). Исследование влияния последеформационной выдержки аустенита при ВТМО показало, что как при λ=4, так и при λ=8 с увеличением выдержки нагрева под закалку $\sigma_в$ и HRC уменьшаются (рис. 5). Падение прочности происходит тем резче, чем выше степень обжатия. Микроструктурные исследования показали, что экструдированные образцы с ВТМО в отличие от контрольных имеют тонкодисперсную (размельченную) структуру. После ВТМО образуется бесструктурный мартенсит, тогда как при обычной закалке – игольчатый мартенсит.

Одним из новых направлений в термической обработке металлов является термоциклическая обработка (ТЦО), которая еще не стала объектом исследований в технологии порошковой металлургии. Различают следующие ТЦО:

- низкотемпературная ТЦО (НТЦО), когда температуры нагревов ниже начала полимерного $\alpha \rightleftharpoons \gamma$ превращения;
- среднетемпературная ТЦО (СТЦО), осуществляемая в промежуточной области Ac_1 и Ac_3;

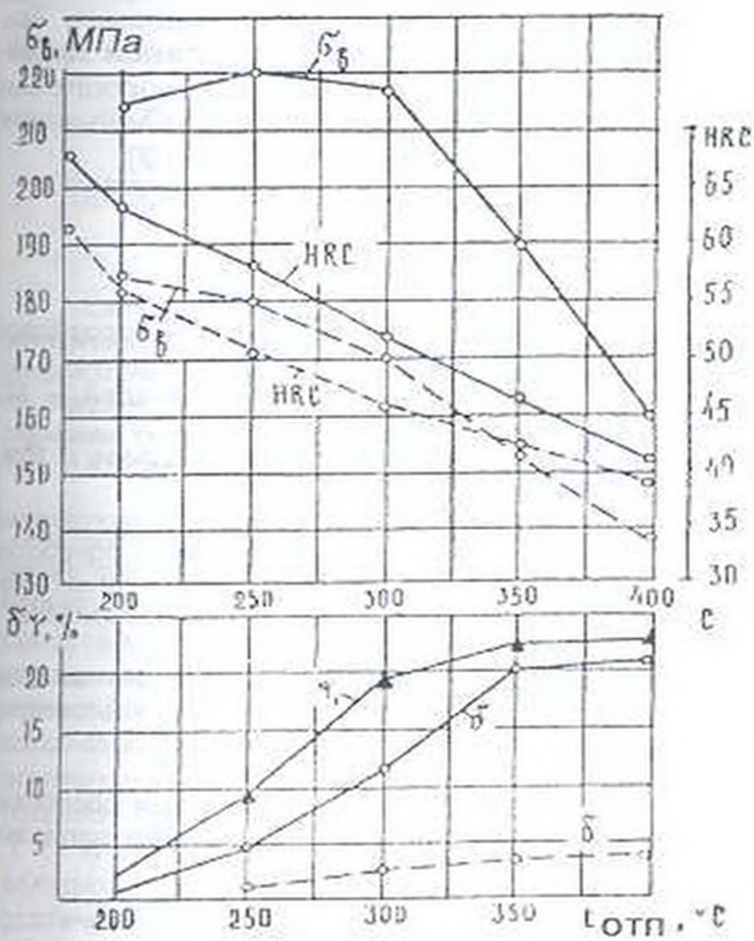


Рис. 4. Зависимость механических свойств термообработанной порошковой стали от температуры отпуска: $\sigma_в$ и HRC (сплошные линии) – экструзия с немедленной закалкой (ВТМО), $\sigma_в$ и HRC (пунктирные линии)- экструзия, отжиг 850...900 °С при двухчасовой выдержке, обычная закалка; ψ и δ (сплошные линии) – с ВТМО, δ (пунктирная линия) – для обычной закалки

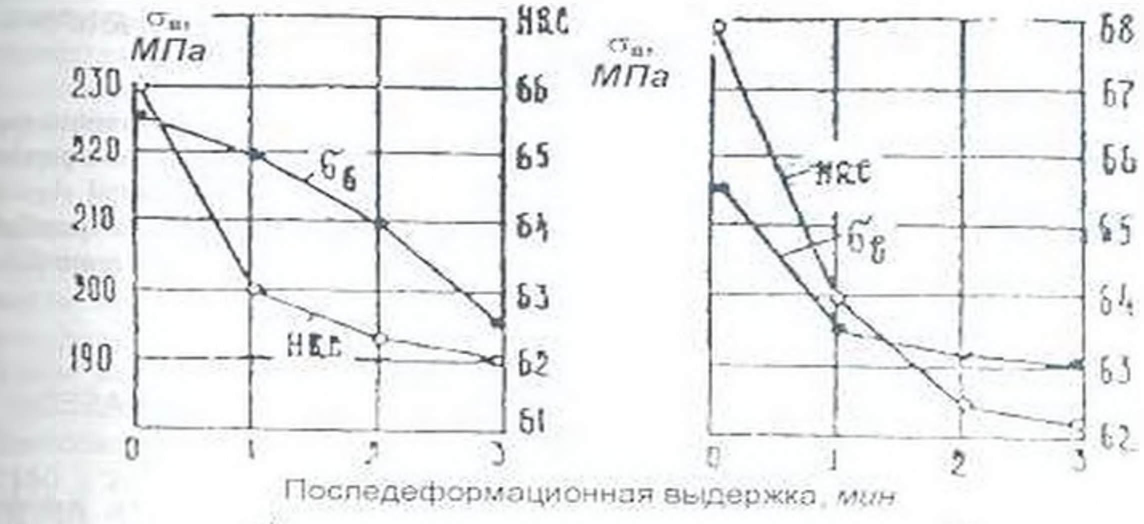


Рис 5. Зависимость $\sigma_в$ и HRC от времени последеформационной выдержки при ВТМО (температура отпуска 200 °С)
а - λ = 4, б - λ =8

- высокотемпературная ТЦО (ВТЦО), сопровождаемая фазовыми превращениями, т.е. при температурах нагревов, превышающих Ac_3. Некоторые результаты ТЦО порошковых углеродистых сталей приведены в табл. 2. Из табл. 2 видно, что механические свойства порошковых сталей после СТЦО заметно возрастают. Твердость с увеличением пористости резко снижается, после СТЦО - повышается (табл.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Федорченко И.М.** Современные проблемы теории и практики порошковой металлургии / ИПМ АН УССР. - Киев, 1970. – 21 с.
2. **Анциферов В.И., Черепанова Т.Г.** Структура спеченных сталей. – М.: Металлургия, 1981. – 110 с.
3. **Кидин И.Н.** Индукционный нагрев при закалке металлокерамики // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1960. - №11. – С. 113-120.
4. **Кидин И.Н., Мозжухин Е.И., Сурикова М.А.** Особенности изменения физико-механических свойств при электротермической обработке легированных сталей, полученных методами порошковой металлургии // Методы исследования и оценки структуры металлокерамических материалов. - ЧССР, 1970. – Т.1. – С. 167-186.
5. **Даниелян А.Д., Петросян Х.Л., Газоева М.М.** Исследование закалки пористого металлокерамического материала с применением ультразвука // Порошковая металлургия: Труды ЕрПИ. – Ереван, 1971. – Т.35, вып. 1. – С. 180-185.
6. **Манукян Н.В., Сосян М.Е., Саркисян Ш.Э.** Термомеханическая обработка металлокерамической углеродистой стали // Порошковая металлургия: Труды ЕрПИ. – Ереван, 1971. – Т.35, вып. 1. – С. 192-196.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 16.06.1999.

Հ.Ս. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ԵՐԿԱԹԻ ՀԻՄՔՈՎ ՄԵՏԱՂԱԿԵՐԱՄԻԿԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹԵՐԻ ՋԵՐՄԱՄՇԱԿՄԱՆ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Վերլուծված են փոշեմետալուրգիայի եղանակով ստացված ծակոտկեն կառուցվածքով պողպատների ջերմամշակման մեթոդները, ներառյալ նաև ջերմամեխանիկական և ջերմացիկլային մշակումները և ուլտրաձայնի միջոցով ջերմամշակումը: Տրված են ամփոփող ջերմամշակման գերադասելի մեթոդների ընտրության հանձնարարականներ ըստ կառուցվածքային ծակոտկենության:

H.S. PETROSSYAN

HEAT TREATMENT CHARACTERISTICS OF IRON-BASED CERAMET

Heat treatment methods of powder steel with structural porosity, including thermocyclic, thermomechanical treatment, as well as heat treatment by means of an ultrasound are analyzed. Recommendations on selection of preferable methods for heat treatment depending on structural porosity are given.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.7/9.002:519.24; 621.762 МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Ш.Г. ТУМАСЯН, А.А. АЛАЯН, А.Н. КАЗАРЯН, В.Л. КАСЬЯН

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И МИКРОСТРУКТУРА ЭКСТРУДИРОВАННОГО ЖЕЛЕЗА

Обосновывается целесообразность получения металлокерамических материалов путем горячей экструзии. Сущность технологии заключается в следующем: из шихты порошков железа и графита изготовляют заготовки, затем их нагревают и подвергают горячей экструзии. Структура экструдированных образцов более мелкозернистая, а механические свойства достаточно высокие.

Ключевые слова: структура, свойство, графит, железо.

Одной из первостепенных задач в порошковой металлургии является получение материалов и изделий из них с беспористой структурой. Надо отметить, что пористость резко снижает механические свойства материала, особенно ударную вязкость, а также вызывает ускоренную коррозию. Поэтому детали машин со структурной пористостью неработоспособны в условиях тяжелого нагружения. Кроме того, они не обладают достаточной надежностью, что сдерживает их применение в ответственных конструкциях, особенно в транспортной технике.

К способам компактирования порошковых материалов, обеспечивающих получение беспористых (бездефектных) структур, относятся: статическое горячее прессование, динамическое горячее прессование (горячая штамповка), газостатическое прессование и др. Среди них особое место занимает горячая экструзия, которая позволяет получать длинномерные изделия практически любого профиля (сплошного или полого сечения) [3-7].

Целью настоящей работы является изучение процессов формирования структуры и свойств порошковых материалов на железной основе при горячей экструзии.

Для исследования процессов экструзии была принята технологическая схема, включающая предварительное формование заготовок, нагрев и экструзию. Исследуемыми факторами являлись продолжительность нагрева (τ = 30…90 *мин*), коэффициент вытяжки (λ = 2…6), исходная пористость (θ = 10…30 %). В качестве материала был использован железный порошок марки ПЖР3 (ТУ 14-1-3882-85) крупностью-160 *мкм.* Железный порошок смешивали с графитом (0,2 %) и прессовали в заготовки, которые затем нагревали при температуре 1150 ± 20°C в среде водорода и подвергали экструзии на прессе типа П474А.

По результатам предварительных экспериментов была принята математическая модель планирования эксперимента, которая позволяет избежать полного перебора состояний объекта и тем самым уменьшить количество опытов, необходимых для отыскания оптимума [2]:

$$\sigma_в = c\theta^x\lambda^y\tau^z, \qquad (1)$$

где $\sigma_в$ - предел прочности на разрыв, *МПа*; c, x, y, z - неизвестные параметры.

Прологарифмировав уравнение (1), получим

$$Ln\sigma_в = Lnc + xLn\theta + yLn\lambda + zLn\tau. \qquad (2)$$

Выражение (2) можно записать в следующем виде:

$$k = в_0 + в_1X_1 + в_2X_2 + в_3X_3, \qquad (3)$$

где k - изменение предела прочности в логарифмическом масштабе; $в_0$, $в_1$, $в_2$, $в_3$ – коэффициенты, подлежащие определению; X_1, X_2, X_3 - соответственно логарифмы θ, λ, τ.

Для решения уравнения (3) использован полный факторный эксперимент (ПФЭ) типа 2^3. В табл. 1 приведены матрица планирования эксперимента и средние значения прочности на разрыв, а в табл. 2 – прочностные свойства образцов.

Таблица 1

План эксперимента 2^3 и средние значения прочности на разрыв экструдированных образцов

Номер опыта	Порядок реализации опытов	Кодовый масштаб			Логарифмический масштаб			Средние значения	$k_{ср}$
		X_1	X_2	X_3	X_1, Ln θ (θ, %)	X_2, Ln λ (λ)	X_3, Ln τ (τ, *мин*)	$\sigma_{вср}$, *МПа*	($Ln\sigma_{вср}$)
1	1;16	-	-	-	2,3 (10)	3,4 (30)	0,69 (2)	220,0	5,39
2	2;15	+	-	-	3,4 (30)	3,4 (30)	0,69 (2)	232,5	5,45
3	3;14	-	+	-	2,3 (10)	3,4 (30)	1,79 (6)	367,5	5,91
4	4;13	+	+	-	3,4 (30)	3,4 (30)	1,79 (6)	416,5	6,03
5	5;12	-	-	+	2,3 (10)	4,5 (90)	0,69 (2)	265,0	5,58
6	6;11	+	-	+	3,4 (30)	4,5 (90)	0,69 (2)	287,5	5,66
7	7;10	-	+	+	2,3 (10)	4,5 (90)	1,79 (6)	442,5	6,09
8	8; 9	+	+	+	3,4 (30)	4,5 (90)	1,79 (6)	445,0	6,10

С помощью ЭВМ по данным табл. 1 определены неизвестные параметры модели (1):

$$\begin{aligned} \sigma_в &= e^{в_0} X_1^{в_1} X_2^{в_2} X_3^{в_3}, \\ \sigma_в &= e^{4,598}\theta^{0,083}\lambda^{0,477}\tau^{0,088}, \\ \sigma_в &= 99,25\theta^{0,083}\lambda^{0,477}\tau^{0,088}. \end{aligned} \qquad (4)$$

В целях уменьшения ошибки каждый эксперимент матрицы планирования повторяли дважды. Построение дисперсии по результатам двух экспериментов в каждой точке факторного пространства определяли по формуле

$$S_r^2 = \sum_{i=1}^{r}(Y_i - Y_{ср})^2/(r-1),$$

где Y_i, $Y_{ср}$ - значение предела прочности материала в каждом из двух опытов и средний предел прочности по результатам двух опытов соответственно; r - количество повторных опытов в каждой точке плана эксперимента [2].

Таблица 2

Прочностные свойства экструдированных образцов

Номер опыта	Порядок реализации опытов	Предел прочности $\sigma_в$, *МПа*	Относительное удлинение δ, %	Относительное сужение ψ, %
1	1	230	13,3	3,96
3	3	360	36,7	61,56
	14	375	35,0	61,56
4	4	425	35,0	64,00
	13	408	40,0	59,98
5	5	270	33,3	62,52
	12	260	36,0	64,00
6	6	300	33,3	58,91
	11	275	35,4	60,94
7	7	450	30,0	64,00
	10	435	38,3	68,64
8	8	470	33,3	66,36
	9	420	36,7	67,67

Усредненная дисперсия параметра оптимизации (предел прочности материала после экструзии) $S_{(y)}^2$ есть среднее арифметическое из дисперсий всех различных вариантов опытов (N = 8). Следовательно, дисперсия параметра оптимизации $S_{(y)}^2$ определяется по формуле

$$S_{(y)}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{r} S_r^2}{N} = \frac{\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{r}(Y_i - Y_{cp})^2}{N(r-1)}.$$

Все указанные параметры, найденные при определении неизвестных параметров модели (1), приведены в табл. 3.

Из табл. 3 имеем $\sum_{j=1}^{N} S_r^2 = 349{,}31$.

При равном числе дублирующих опытов (r = 2) дисперсия адекватности определяется по формуле

$$S_{ад}{}^2 = r\sum_{j=1}^{N}(Y_{cp} - Y_{теор})^2 \Big/ (N-m),$$

где m - число членов аппроксимируемого полинома (включая свободный член).

Таблица 3

Значения параметров эксперимента

№	Y_1, *МПа*	Y_2, *МПа*	$Y_{ср}$, *МПа*	S_r^2	$Y_{теор}$, *МПа*	$(Y_{ср} - Y_{теор})^2$
1	230	210	220,0	200,0	225,73	32,83
2	250	215	232,5	612,5	247,20	216,09
3	360	375	367,5	112,5	381,27	189,61
4	425	408	416,5	144,5	417,55	1,10
5	270	260	265,0	50,0	248,73	264,71
6	300	275	287,5	312,5	272,39	228,31
7	450	435	442,5	112,5	420,13	500,42
8	470	420	445,0	1250,0	460,10	228,01

В нашем случае из табл. 3 имеем

$$\sum_{j=1}^{N}(Y_{ñð} - Y_{òåîð})^2 = 830{,}54.$$

Проверка производится с помощью различных статистических критериев. Простейшим из них является критерий Фишера (F - критерий), предназначенный для сравнения двух дисперсий. Критерий Фишера представляет собой отношение большей дисперсии к меньшей. Полученная величина сравнивается с табличной величиной F - критерия.

Так как $S_{ад}^2 > S_y^2$, то адекватность полученной модели проверяли с использованием критерия Фишера: $F = S_{ад}^2 / S_y^2 = 2{,}38$.

Табличное значение определяется для уровня значимости 0,05 при $f_{ад} = N - m = 4$ и $f_E = N(r - 1) = 8$ [1]. Степень свободы $F_{кр} = 3{,}84$. Так как $F_{кр} > F$, то полученное уравнение (4) адекватно. Поэтому с помощью (4) мы можем построить графики предела прочности от исходной пористости, коэффициента вытяжки и продолжительности нагрева (рис. 1 - 3).

Результаты микроструктурного анализа экструдированных образцов из железа представлены в табл. 4.

Таблица 4

Экспериментальные данные микроструктурного анализа железных образцов

Номер образца	Среднее кол-во зерен на 1,0 *мм²*, m =2 (g/100)2 x n_{250}	Средняя площадь зерна *а*, *мм²*, *а* =1/ m	Средний диаметр d_m, *мм*, $d_m = 1/\sqrt{m}$	Номер зерна, G
13	57292	0,000017	0,0042	13
14	47708	0,000021	0,0046	12
9	85208	0,000012	0,0034	13
10	52917	0,000019	0,0044	13
17	60625	0,000017	0,0040	13
5	1087	0,000920	0,0300	7
1	32708	0,000031	0,0056	12

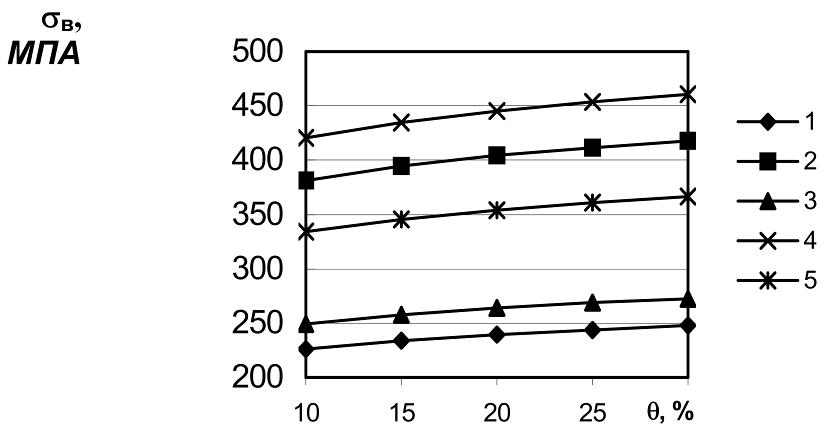


Рис.1. Зависимость предела прочности $\sigma_в$ от исходной пористости образца θ.
1 - $\tau = 30$*мин*, $\lambda = 2$; 2 - $\tau = 30$*мин*, $\lambda = 6$; 3 - $\tau = 90$*мин*, $\lambda = 2$;
4 - $\tau = 90$*мин*, $\lambda = 6$; 5 - $\tau = 60$*мин*, $\lambda = 4$

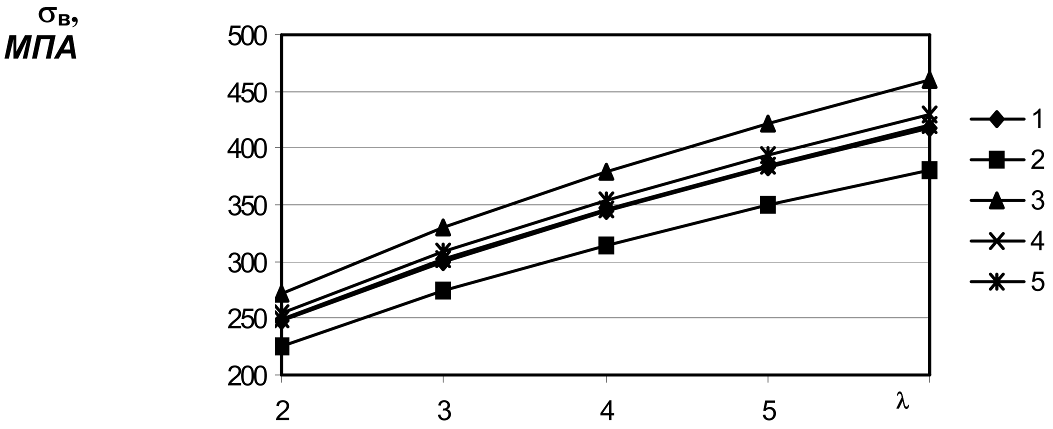


Рис. 2. Зависимость предела прочности $\sigma_в$ от коэффициента вытяжки λ. Рис.
1–$\tau = 30\,мин$, $\theta = 30\%$; 2 – $\tau = 30\,мин$, $\theta = 10\%$; 3 – $\tau = 90\,мин$, $\theta = 30\%$; 4 – $\tau = 90\,мин$, $\theta = 10\%$, 5 – $\tau = 60\,мин$, $\theta = 20\%$

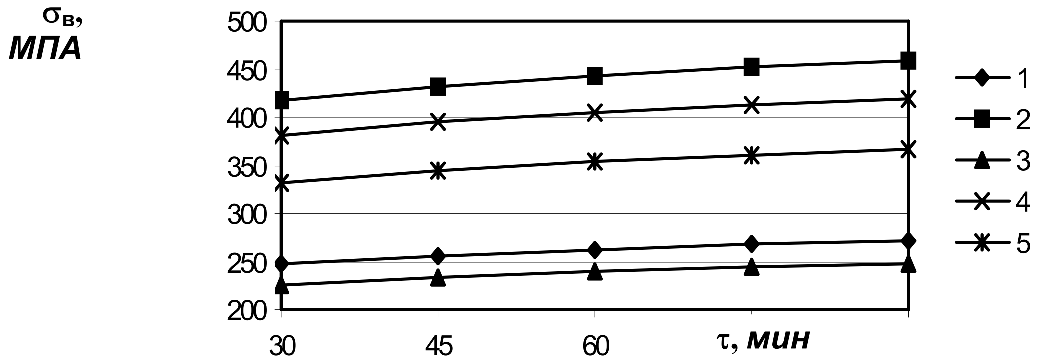


Рис. 3. Зависимость предела прочности $\sigma_в$ от продолжительности нагрева τ.
1 - $\theta = 30\%$, $\lambda = 2$; 2 - $\theta = 30\%$, $\lambda = 6$; 3 - $\theta = 10\%$, $\lambda = 2$; 4 - $\theta = 10\%$, $\lambda = 6$; 5 - $\theta = 20\%$, $\lambda = 4$

Анализ результатов экспериментов (рис. 1-3) показал, что при температуре экструзии $T_э$ = 1100…1150 °C и коэффициенте вытяжки $4 \le \lambda_э \le 6$ практически обеспечивается беспористая структура образцов из железного порошка. По полученным данным наблюдается четкая закономерность, а именно, с увеличением исходной пористости образцов (10…30%) механические свойства возрастают (табл. 2). Аналогичное влияние оказывают температура и коэффициент вытяжки, что и следовало ожидать. Что же касается столь неожиданного влияния пористости (θ),то это можно объяснить следующим образом. Дело в том, что железные порошки промышленного производства частично окисленные (~ 0,3% O). Поэтому исходный порошок смешивали с 0,2 % графитом, а нагрев образцов под экструзию производили в среде водорода. Таким образом, комбинированное восстановление ($C + H_2$, $CO + H_2$) позволило полностью удалить кислород из железного порошка, а следовательно, получить достаточно высокие механические свойства, в том числе и пластичность. Образцы с исходной пористостью 20 и 30% имеют степень раскрытости значительно большую, чем с пористостью 10%, что и предопределило их степень восстановления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Новик Ф.С., Арсов Я.Б.** Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. - М.: Машиностроение; София: Техника,1980. - 304 с.
2. **Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Гриновский Ю.В.** Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. - М.: Наука, 1976. - 279 с.
3. **Вязников Н.Ф., Ермаков С.С.** Металлокерамические материалы и изделия. - Л.: Машиностроение, 1966. - 224 с.
4. **Манукян Н.В.** Технология порошковой металлургии. – Ереван: Айастан, 1986. – 232 с.
5. **Устинов В.С., Олесов Ю.Г. и др.** Порошковая металлургия титана. – М.: Металлургия, 1981. - 248 с.
6. **Федорченко И.М., Пугина Л.И., Филатова Н.А., Юрченко А.Г.** Структура металлокерамических материалов на основе железа. – М.: Металлургия, 1968. – 140 с.
7. **Кипарисов С.С., Либенсон Г.А.** Порошковая металлургия. - М.: Металлургия, 1972. – 528 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 22.09.1999.

Շ.Գ. ԹՈՒՄԱՍՅԱՆ, Ա.Ա. ԱԼԱՅԱՆ, Ա.Ն. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Վ.Լ. ԿԱՍՅԱՆ

ԱՐՏԱՄՂՎԱԾ ԵՐԿԱԹԻ ՄԻԿՐՈԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԸ ԵՎ ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Հիմնավորվում է տաք արտամղմամբ մետաղակերամիկական նյութերի ստացման նպատակահարմարությունը: Երկաթի և գրաֆիտի փոշենյութերի խառնուրդից պատրաստված նախապատրաստվածքները տաքացնում են և ենթարկում տաք արտամղման: Արտամղված նմուշների կառուցվածքն ավելի մանրահատիկ է, իսկ մեխանիկական հատկությունները՝ համեմատաբար բարձր:

SH.G. TUMASSYAN, A.A. ALAYAN, A.N. GHAZARYAN, V.L. KASSYAN

MECHANICAL PROPERTIES AND MICROSTRUCTURE OF EXTRUDED IRON

The expedience of obtaining ceramets by hot extrusion is studied.The essence of technology is that blanks are made of iron and carbon powder mixture, then they are heated and subjected to hot extrusion. The structure of extruded samples is more fine-grained and the mechanical properties are sufficiently high.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 550.8(075.8) МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

С.А. СУЛЕЙМАНЯН, М.С. АБРАМЯН

УЧЕТ УРАГАННЫХ ПРОБ НА МЕГРАДЗОРСКОМ ЗОЛОТОРУДНОМ МЕСТОРОЖДЕНИИ

Дается оценка методов определения и учета ураганных содержаний на Меградзорском золоторудном месторождении. Приводятся сравнительные данные семи различных вариантов замены ураганных проб.

Ключевые слова: ураганные пробы, оруденение, простирание рудного тела, метрограмма.

При детальной разведке на Меградзорском месторождении учет и определение ураганных содержаний проводятся методом, предложенным И.Д. Коганом [1]. Согласно этому методу, практическое выявление и ограничение проб с чрезмерно высокими содержаниями отдельных компонентов проводится в следующей последовательности. Вначале на основании результатов анализа характера распределения оруденения выясняется наличие закономерности в пространственном размещении ураганных проб. При обнаружении таких участков они выделяются, и подсчет запасов по ним производится без ограничения ураганных содержаний. В других случаях все значения содержания (или метрограмм), величина которых превышает 10% от суммы содержания (или метрограмм) по блоку, считаются ураганными и заменяются другими (ближайшими по величине в пределах данного блока или выработки). Для разведочных горизонтов такой лимит устанавливается в 20%.

При средневзвешенном способе вычисления средних содержаний ограничение влияния отдельной пробы означает, что максимально допустимое содержание метрограммы (MC_{max}) не должно превышать 10% от суммарного содержания по блоку:

$$MC_{max} = \Sigma NMC10/100\,. \tag{1}$$

При среднеарифметическом подсчете средних содержаний максимально допустимое содержание (C_{max}) не должно превышать 10% от среднего по блоку:

$$C_{max} = \Sigma C/n + \Sigma C10/n100\,. \tag{2}$$

Исходя из вышеизложенного, в условиях Меградзорского месторождения расчет среднего содержания компонентов и учет ураганных содержаний необходимо производить среднеарифметическим способом [1].

Замена ураганных содержаний проводится семью различными вариантами: А – среднеблочным содержанием, вычисленным без учета ураганной пробы; Б – средним содержанием из трех соседних проб, включая ураганную; В – средним содержанием из двух соседних проб, ближайших к ураганной; Г – исключением ураганных проб без замены;

Д– средним содержанием между среднеблочным и ураганным пробами; Е – наиболее высокой в блоке пробой после ураганной; Ж – максимально допустимым содержанием.

Причем для каждого варианта рассчитаны среднеблочные содержания и погрешности. Эти данные сравнены с содержаниями этих же блоков после эксплуатации (табл.1).

Таблица 1

Сравнительные данные семи различных вариантов замены ураганных проб (среднее содержание - $\overline{C}$, г/т; погрешность - Δ, %)

Номер блока	Содерж. зол. после экспл., *г/т*	А		Б		В		Г		Д		Е		Ж	
		$\overline{C}$	Δ	$\overline{C}$	Δ	$\overline{C}$	Δ	$\overline{C}$	Δ	$\overline{C}$	Δ	$\overline{C}$	Δ	$\overline{C}$	Δ
Слепое рудное тело															
Бл-2 (сл)-C_1	10,8	5,87	-46	9,8	-10	8,92	-18	4,0	-63	5,8	-47	8,6	-21	6,1	-44
Бл-1 (сл)-C_2	9,5	5,87	-39	9,8	+3	8,92	-6	4,0	-58	5,8	-39	8,6	-9,5	6,1	-36
Второе рудное тело															
Бл-10(2)-C_1	6,4	5,43	-16	11,0	+32	8,8	+28	4,1	-36	5,5	-15	10,4	+39	5,6	-13
Бл-9(2)-C_1	4,3	7,05	+39	10,7	+60	6,9	+38	5,3	+19	7,2	+41	12,7	+67	7,2	+41
Бл-5(2)-C_1	3,6	4,24	+15	7,19	+50	4,7	+24	3,3	-9	4,2	+15	7,4	+52	4,4	+19
Бл-7(2)-C_1	7,8	7,0	-11	10,2	+24	8,8	+12	5,2	-33	7,3	-7	10,1	+23	7,3	-7

Как видно из табл. 1, ни в одном из вариантов среднеблочные содержания не приближаются к реальному значению – они занижены или завышены в недопустимых пределах по сравнению с эксплуатационными данными. При этом погрешность по сравнению с эксплуатационными и разведочными данными достигает 83% (табл.1), т.е. по [1], не всегда в крайне неравномерных месторождениях удается с точностью определить обогащенные участки и выделить их как отдельные блоки. Среднеблочные содержания получаются заниженными потому, что за ураганную пробу можно принять любую рядовую пробу.

Таким образом, в условиях Меградзорского месторождения учет и ограничение ураганных содержаний методом И.Д. Когана искажают среднеблочные содержания компонентов. В связи с этим нами принят метод, предложенный А.М. Прерисом (Н-способ) [2] для среднеарифметического подсчета средних содержаний компонентов. Согласно этому методу, практически производится выявление и ограничение проб с чрезмерно высокими содержаниями отдельных компонентов: в первую очередь определяется знак коэффициента асимметрии выборочного распределения путем его вычисления или построения графика выборочного распределения содержания компонентов. Если распределение с положительным коэффициентом асимметрии, то для оценки порога используем формулы

$$h_п^k = n\overline{C}_{n-k} - (n-k)C_{min}/k\,, \tag{3}$$

$$h_п^k = n\overline{C}_{n-k}/k\,, \tag{4}$$

где h_n^k - оценка порога; n – количество проб; k – количество ураганных проб; $\overline{C}_{n-k}$ – среднеарифметическое значение содержания по всем пробам, кроме ураганных; C_{min} – наименьшее значение содержания.

Для распределения содержания редких и драгоценных элементов наименьшее содержание полезного компонента в подсчетном объеме в основном принимается равным нулю ($C_{min}=0$).

Таким образом, Н-способ [2] состоит из двух самостоятельных этапов: 1) определение ураганных проб (пробы, превышающие оценку порога); 2) учет ураганных проб (из выборки исключается).

За среднее значение по выборке принимается среднее содержание, вычисленное по рядовым пробам (без ураганных).

При использовании этого способа следует избегать оценки истинного среднего значения по выборкам, объем которых при уровне изменчивости 200…250% меньше 30…35 единиц, а при уровне изменчивости 370% меньше 70…80 единиц, что, собственно, и объясняется ухудшением характеристик Н-способа в этих условиях.

Для того чтобы выявить, насколько этот метод приемлем для Меградзорского месторождения, определим знак коэффициента асимметрии выборочного распределения и для каждого блока построим график выборочного распределения содержания компонентов (рис. 1а,б,в,г).

Данные табл. 2 показывают, что наименьшее количество проб имеется в блоке 2^a (1) - C_{1a} и составляет 35 единиц при изменчивости 114,3%, а наибольшая изменчивость (504,3%) имеется в блоке 9(2) – C_1, где количество проб достигает 263 единиц, т.е. Н-способ является наиболее приемлемым.

Среднее содержание полезных компонентов по выработкам, пройденным по простиранию рудного тела, определяется отношением суммы содержания всех проб к числу проб. При этом определение средних содержаний полезных компонентов, пройденных по мощности рудного тела, производится способом взвешивания частных содержаний на длину проб (при секционном опробовании).

Среднее содержание полезных компонентов по блокам, характеризуемым двумя или более рудными интервалами, определяется отношением суммы содержания всех рудных интервалов, входящих в предел блока, к количеству проб. Причем в тех блоках, которые характеризуются рудными интервалами различной длины, среднеблочное содержание рассчитывается взвешиванием на длину рудных интервалов. При этом среднеблочные содержания по оконтуривающим скважинам и восстающим выработкам приравниваются к результату одной рядовой пробы, учитывая, что они характеризуют рудные тела по падению.

При сопоставлении данных табл. 1 и 2 обнаружено, что в условиях Меградзорского месторождения применение среднеарифметического метода для подсчета среднеблочных содержаний компонентов и Н-способа для учета и ограничения ураганных содержаний дает нам возможность значительно приблизиться к реальному эксплуатационному значению среднеблочного содержания компонента. Почти по всем блокам (кроме блока 5(2) – C_1) погрешности занижены по сравнению с погрешностями, полученными при сопоставлении данных детальной разведки и эксплуатации.

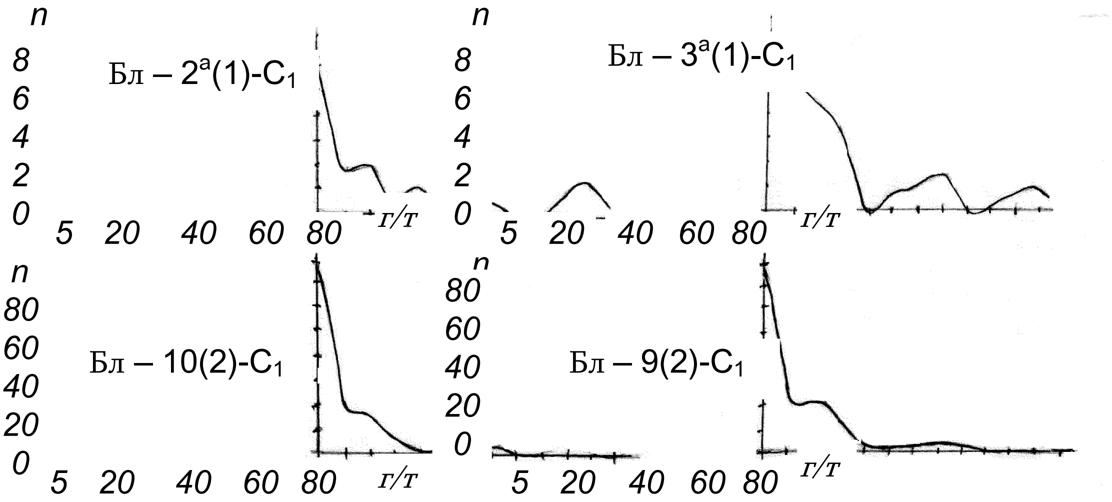


Рис. Выборочное распределение содержания золота в блоках

Таблица 2

Сопоставление среднеблочного содержания золота после замены ураганных проб Н –способом с эксплуатационными данными

Номера блоков и категория	Наим.-ие и номера выработок	Кол-во пересе-чений	Длина рудного интервала, *м*	Коэф. изменч., %	Эксплуат. сод. золота, *г/т*	Содерж. зол. после зам. ураг.	Погр.,%	Примеча-ние
1	2	3	4	5	6	7	8	9
				Слепое рудное тело				
Бл-2(сл)-C_1	шт.-27 вост.-4 вост. – 5	62 6 11	210,8 1,0 1,0	157	10,8	11,6	7	Ураган-ных проб нет
Бл-1(сл)-C_2	шт.-27 вост.-4 вост. – 5	62 6 11	210,8 1,0 1,0	157	9,5	11,6	19	Ураган-ных проб нет
				Первое рудное тело				
Бл-2ᵃ(1)-C_1	шт. – 70 вост.-13	18 17	55,0 1,0	114,3	9,8	27,6	65	Ураг. проб 6
Бл-3ᵃ(1)-C_1	шт. – 70 шт. - 50 вост.-16	18 38 12	55,0 120,4 1,0	116,4	19,3	20,7	7	Ураган-ных проб 17
Бл-10(2)-C_1	шт.-6 шт.-4 вост.-17 вост.-3	159 69 20 8	238,1 208,2 1,0 1,0	499,8	6,4	7,9	19	Ураган-ная проба 1
Бл-19(2)-C_1	шт.- 67 шт.-48 вост.-6 вост.-15	45 38 16 20	97,35 76,7 1,0 1,0	141,5	8,5	26,8	68	Ураган-ных проб нет

Продолжение табл.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Бл-9(2)-C_1	шт.- 49	52	111,3	504,3	4,3	11,0	61	Ураган-
	шт.-49	4	8,7					ная проба
	шт.- 4	11	39,9					1
	шт.- 6	159	238,1					
	шурф.- 1053	1	2,0					
	вост.-1	24	1,0					
	вост.-2	2	1,0					
Бл-5(2)-C_1	шт.-17,4	44	63,5	226,3	3,6	9,8	64	Ураган-
	шт. - 49	44	141,4					ная проба
	вост. – 18	8	1,0					1
Бл-7(2)-C_1	шт.-28	1	1,0					
	шт. – 4	86	131,9					
	вост. – 20							
	шт.-1191	3	1,0					Ураган-
		1	2,0					ная проба
Бл-8(2)-C_1	шт.- 49	52	111,3	84,9	7,5	11,9	35	1
	вост.-19	14	1,0					

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Коган И.Д.** Подсчет запасов и геолого-промышленная оценка рудных месторождений. – М.: Недра, 1974.
2. **Прерис А.П.** Определение и учет ураганных проб. – М.: Недра, 1974.
3. **Борзунов В.М.** Разведка и промышленная оценка месторождений нерудных полезных ископаемых. - М.: Недра, 1982.
4. **Крейтер В.М.** Поиск и разведка полезных ископаемых. - М.: Госгеолиздат, 1960.
5. **Смирнов В.И.** Подсчет запасов минерального сырья. - М.: Госгеолиздат, 1969.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 12.02.1998.

Ս.Հ. ՍՈՒԼԵՅՄԱՆՅԱՆ, Մ.Ս. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ

ՄՐՐԿԱՅԻՆ ՆՄՈՒՇՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄԸ ՄԵՂՐԱՁՈՐԻ ՈՍԿՈՒ ՀԱՆՔԱՎԱՅՐՈՒՄ

Տրվում է մրրկային պարունակությունների որոշման և հաշվառման մեթոդների գնահատականը Մեղրաձորի ոսկու հանքավայրում: Բերվում են մրրկային նմուշների փոխարինման յոթ տարբերակների համեմատական տվյալներ:

S.H. SULEIMANYAN, M.S. ABRAHAMYAN

HURRICANE SAMPLE ACCOUNT AT THE
MEGHRADZOR GOLD ORE DEPOSIT

Evaluation of hurricane content determination and account methods at the Meghradzor gold ore deposit is given. Comparative data of seven different options for substituting hurricane samples are presented.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.311.001.24 ЭНЕРГЕТИКА

В.С. ХАЧАТРЯН, Н.П. БАДАЛЯН, М.Г. ТАМРАЗЯН, К.В. ХАЧАТРЯН

РАСЧЕТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ МЕТОДОМ ДЕКОМПОЗИЦИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ МАТРИЦЫ ГЕССЕ

Предлагается метод расчета установившегося режима ЭЭС при ее представлении в виде совокупности радиально связанных подсистем. Для решения системы нелинейных алгебраических уравнений отдельных подсистем используются рекуррентные выражения, вытекающие из метода минимизации их решения.

Ключевые слова: метод, функция, матрица, электроэнергетика, система, декомпозиция, режим, радиальная связанная подсистема.

Успешное использование метода Ньютона-Рафсона [1] для решения уравнений установившегося режима электроэнергетической системы (ЭЭС) привело к логическому выводу о применении метода матрицы Гессе для этих же уравнений [2]. Численное исследование [2] показывает, что применение Z параметров не только обеспечивает решение соответствующих систем нелинейных алгебраических уравнений, но и требует меньших затрат времени. Тем не менее обращение матрицы Гессе требует большого объема машинного времени. При больших порядках возникает иногда непреодолимое затруднение для ее обращения.

Целью настоящей работы является разработка метода решения систем нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС, обеспечивающего резкое снижение объема вычислительных работ при обращении матриц Гессе.

Основным направлением для решения указанной задачи является применение идеи декомпозиции [3, 4].

Как отмечено в [3], путем удаления определенного количества ветвей заданную ЭЭС можно представить как совокупность радиально связанных подсистем. При этом полученная конфигурация позволяет легко построить так называемую Z расчетную матрицу [3]. В результате для ЭЭС, состоящей из N радиально связанных подсистем, можно написать следующее матричное уравнение состояния:

$$\dot{U}_i = \dot{U}_{Бi} + Z_{ij}\hat{I}_j, \tag{1}$$

где $\dot{U}_i$ - вектор узловых комплексных напряжений с компонентами

$$\dot{U}_i = \left(\dot{U}_{i_1}, \dot{U}_{i_2}, \ldots, \dot{U}_{i_N}\right); \tag{2}$$

$\dot{U}_{Бi}$ - вектор комплексных напряжений с компонентами

$$\dot{U}_{Бi} = \left(\dot{U}_{Бi_1}, \dot{U}_{Бi_2}, \ldots, \dot{U}_{Бi_N}\right); \tag{3}$$

$\dot{I}_j$ - вектор узловых комплексных токов с компонентами

$$\dot{I}_j = \left(\dot{I}_{j_1}, \dot{I}_{j_2}, \ldots, \dot{I}_{j_N}\right); \qquad (4)$$

Z_{ij} - квазидиагональная матрица, диагональными квадратными подматрицами которой являются матрицы обобщенных параметров отдельных подсистем.

Компоненты вектора $\dot{U}_{Бi}$ определяются выражениями (2), приведенными в [3]. Из этих выражений можно заметить, что в $\dot{U}_{Бi_1}$ входит напряжение единственного и исходного базисного узла $\dot{U}_Б$, величины которого являются заданными; в $\dot{U}_{Бi_2}$ входит напряжение $\dot{U}_{M_1}$, примыкающее ко второй подсистеме узла M_1 первой подсистемы и т.д. и входящее в состав вектора комплексных узловых напряжений $\dot{U}_{Бi_2}$ второй подсистемы. Напряжение $\dot{U}_{M_2}$ входит в состав вектора комплексных напряжений $\dot{U}_{Бi_3}$ третьей подсистемы и т.д.

При этом матричные уравнения отдельных подсистем принимают вид

$$\begin{aligned} &\dot{U}_{i_1} = \dot{U}_{Бi_1} + Z_{i_1 j_1}\hat{I}_{j_1}, \\ &\dot{U}_{i_2} = \dot{U}_{Бi_2} + Z_{i_2 j_2}\hat{I}_{j_2}, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\dot{U}_{i_N} = \dot{U}_{Бi_N} + Z_{i_N j_N}\hat{I}_{j_N}. \end{aligned} \qquad (5)$$

Умножая обе части матричных уравнений (5) соответственно на $\hat{I}_{i_1}, \hat{I}_{i_2}, \ldots, \hat{I}_{i_N}$, получим уравнения активных и реактивных мощностей отдельных подсистем.

В частности, для первой подсистемы имеем

$$\begin{cases} \Phi_{pi_1}\left(I_{i_1}', I_{i_1}''\right) = P_{i_1} - \left[P_{Бi_1} + \varphi_{pi_1}\left(I_{i_1}', I_{i_1}''\right)\right] = 0, \\ \Phi_{qi_1}\left(I_{i_1}', I_{i_1}''\right) = Q_{i_1} - \left[Q_{Бi_1} + \varphi_{qi_1}\left(I_{i_1}', I_{i_1}''\right)\right] = 0, \end{cases} \qquad (6)$$

где

$$P_{Бi_1} = U_{Бi_1}' I_{i_1}' + U_{Бi_1}'' I_{i_1}'', \qquad Q_{Бi_1} = -\left(U_{Бi_1}' I_{i_1}' - U_{Бi_1}'' I_{i_1}''\right), \qquad (7)$$

$$\varphi_{pi_1}\left(I'_{i_1}, I''_{i_1}\right) = \sum_{i_1}^{M_1}\left[R_{i_1 j_1}(I'_{i_1} I'_{j_1} + I''_{i_1} I''_{j_1}) + X_{i_1 j_1}(I''_{i_1} I'_{j_1} - I'_{i_1} I''_{j_1})\right],$$
$$\varphi_{qi_1}\left(I'_{i_1}, I''_{i_1}\right) = \sum_{i_1}^{M_1}\left[X_{i_1 j_1}(I'_{i_1} I'_{j_1} + I''_{i_1} I''_{j_1}) - R_{i_1 j_1}(I''_{i_1} I'_{j_1} - I'_{i_1} I''_{j_1})\right]. \tag{8}$$

Полученная система нелинейных алгебраических уравнений написана относительно составляющих комплексных токов первой подсистемы, и ее необходимо решить методом минимизации. При этом следует составить следующую вспомогательную функцию:

$$\Phi_{i1} = \sum_{i_1}(\Phi^2_{pi_1} + \Phi^2_{qi_1}). \tag{9}$$

Разлагая функцию (9) в ряд Тейлора и отбрасывая слагаемые с частными производными выше второго порядка, из условия минимума оставшейся функции можно установить рекуррентное выражение

$$\begin{bmatrix} I'_{i1} \\ --- \\ I''_{i1} \end{bmatrix}^{И+1} = \begin{bmatrix} I'_{i1} \\ --- \\ I''_{i1} \end{bmatrix}^{И} - \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \Phi_{i1}}{\partial I'_{i1} \partial I'_{j1}} & | & \dfrac{\partial^2 \Phi_{i1}}{\partial I'_{i1} \partial I''_{j1}} \\ --- & | & --- \\ \dfrac{\partial^2 \Phi_{i1}}{\partial I'_{i1} \partial I''_{j1}} & | & \dfrac{\partial^2 \Phi_{i1}}{\partial I''_{i1} \partial I''_{j1}} \end{bmatrix}^{-1} \text{x} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Phi_{i1}}{\partial I'_{i1}} \\ --- \\ \dfrac{\partial \Phi_{i1}}{\partial I''_{i1}} \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Осуществляя первую итерацию по (10), определяем численные значения составляющих I'_{i_1}, I''_{i_1} первой подсистемы, следовательно, и узла M_1. Определяя напряжение $\dot{U}_{M_1}$, устанавливаем численное значение $\dot{U}_{Бi_2}$ и формируем систему нелинейных алгебраических уравнений второй подсистемы:

$$\begin{cases} \Phi_{pi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right) = P_{i_2} - \left[P_{Бi_2} + \varphi_{pi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right)\right] = 0, \\ \Phi_{qi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right) = Q_{i_2} - \left[Q_{Бi_2} + \varphi_{qi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right)\right] = 0, \end{cases} \tag{11}$$

где

$$\varphi_{pi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right) = \sum_{i_2}^{M_2}\left[R_{i_2 j_2}(I'_{i_2} I'_{j_2} + I''_{i_2} I''_{j_2}) + X_{i_2 j_2}(I''_{i_2} I'_{j_2} - I'_{i_2} I''_{j_2})\right],$$
$$\varphi_{qi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right) = \sum_{i_2}^{M_2}\left[X_{i_2 j_2}(I'_{i_2} I'_{j_2} + I''_{i_2} I''_{j_2}) - R_{i_2 j_2}(I''_{i_1} I'_{j_1} - I'_{i_1} I''_{j_1})\right]. \tag{12}$$

Для решения системы (11) устанавливаем рекуррентное выражение

$$\begin{bmatrix} I'_{i2} \\ --- \\ I''_{i2} \end{bmatrix}^{\text{И}+1} = \begin{bmatrix} I'_{i2} \\ --- \\ I''_{i2} \end{bmatrix}^{\text{И}} = -\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \Phi_{i2}}{\partial I'_{i2}\, \partial I'_{j2}} & | & \dfrac{\partial^2 \Phi_{i2}}{\partial I'_{i2}\, \partial I''_{j2}} \\ --- & | & --- \\ \dfrac{\partial^2 \Phi i_2}{\partial I'_{i2}\, I''_{j2}} & | & \dfrac{\partial^2 \Phi_{i2}}{\partial I''_{i2}\, \partial I''_{j2}} \end{bmatrix}^{-1} \text{x} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Phi_{i2}}{\partial I'_{i2}} \\ --- \\ \dfrac{\partial \Phi_{i2}}{\partial I''_{i2}} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где

$$\Phi_{i2} = \sum_i (\Phi^2_{pi_2} + \Phi^2_{qi_2}). \quad (14)$$

Осуществляя первую итерацию по (13), устанавливаем численные значения составляющих комплексных токов второй подсистемы и формируем уравнения последующей подсистемы и т.д. Определяя численное значение комплексного напряжения составляющего узла предпоследней подсистемы, устанавливаем численное значение $\dot{U}_{Бi_N}$ и формируем систему нелинейных алгебраических уравнений последней N-й подсистемы:

$$\begin{cases} \Phi pi_N \left(I'_{i_N}, I''_{i_N} \right) = P i_N - \left[P_{Бi_N} + \varphi_{pi_N} \left(I'_{i_N}, I''_{i_N} \right) \right] = 0, \\ \Phi qi_N \left(I'_{i_N}, I''_{i_N} \right) = Q_{i_N} - \left[Q_{Бi_N} + \varphi_{qi_N} \left(I'_{i_N}, I''_{i_N} \right) \right] = 0, \end{cases} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_{pi_N}\left(I'_{i_N}, I''_{i_N} \right) &= \sum_{i_N}^{M_N} \left[Ri_N j_N (Ii'_N Ij'_N + Ii''_N Ij''_N) + Xi_N j_N (Ii''_N Ij'_N - Ii'_N Ij''_N) \right], \\ \varphi_{qi_N}\left(I'_{i_N}, I''_{i_N} \right) &= \sum_{i_N}^{M_N} \left[Xi_N j_N (Ii'_N Ij'_N + Ii''_N Ij''_N) - Ri_N j_N (Ii''_N Ij'_N - Ii'_N Ij''_N) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Соответствующее рекуррентное выражение имеет вид

$$\begin{bmatrix} I'_{iN} \\ --- \\ I''_{iN} \end{bmatrix}^{\text{И}+1} = \begin{bmatrix} I'_{iN} \\ --- \\ I''_{iN} \end{bmatrix}^{\text{И}} = -\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \Phi_{iN}}{\partial I'_{iN}\, \partial I'_{jN}} & | & \dfrac{\partial^2 \Phi_{iN}}{\partial I'_{iN}\, \partial I''_{jN}} \\ --- & | & --- \\ \dfrac{\partial^2 \Phi i_N}{\partial I'_{iN}\, I''_{jN}} & | & \dfrac{\partial^2 \Phi_{iN}}{\partial I''_{iN}\, \partial I''_{jN}} \end{bmatrix}^{-1} \text{x} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Phi_{iN}}{\partial I'_{iN}} \\ --- \\ \dfrac{\partial \Phi_{iN}}{\partial I''_{iN}} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где

$$\Phi_{i_N} = \sum_{i_N} (\Phi_{pi_N}^2 + \Phi_{qi_N}^2) \cdot \tag{18}$$

Теперь необходимо установить аналитические выражения частных производных первого и второго порядков, входящие в вышеприведенные рекуррентные выражения. Частные производные первого порядка, т.е. элементы столбцевой матрицы градиентов, имеют вид:

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial Ii'} = 2\sum_j^M \left(\Phi_{pj} \frac{\partial \Phi_{pj}}{\partial Ii'} + \Phi_{qj} \frac{\partial \Phi_{qj}}{\partial Ii'} \right),$$
$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial Ii''} = 2\sum_j^M \left(\Phi_{pj} \frac{\partial \Phi_{pj}}{\partial Ii''} + \Phi_{qj} \frac{\partial \Phi_{qj}}{\partial Ii''} \right). \tag{19}$$

Частные производные второго порядка, т.е. элементы квадратной матрицы Гессе, определяются в виде

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i'^2} = 2\sum_j^M \left[\left(\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii'} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii'} \right)^2 + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i'^2} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i'^2} \right],$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i''^2} = 2\sum_j^M \left[\left(\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii''} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii''} \right)^2 + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i''^2} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i''^2} \right],$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i' \partial I_i''} = 2\sum_j^M \left[\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii'} . \frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii''} + \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii'} \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii''} + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i' \partial I_i''} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i' \partial I_i''} \right],$$

$i \neq j$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i' \partial I_j'} = 2\sum_j^M \left[\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii'} . \frac{\partial \Phi pj}{\partial Ij'} + \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii'} \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ij'} + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i' \partial I_j'} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i' \partial I_j'} \right],$$

$i \neq j$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i'' \partial I_j''} = 2\sum_j^M \left[\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii''} . \frac{\partial \Phi pj}{\partial Ij''} + \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii''} \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ij''} + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i'' \partial I_i''} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i'' \partial I_i''} \right],$$

$i \neq j$ (20)

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i' \partial I_j''} = 2\sum_j^M \left[\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii'} . \frac{\partial \Phi pj}{\partial Ij''} + \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii'} \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ij''} + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i' \partial I_j''} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i' \partial I_j''} \right],$$

где $i, j = (i_1, j_1; i_2, j_2; ...; i_N, j_N)$.

Имея аналитические выражения частных производных, можно организовать итерационный процесс поиска составляющих комплексных токов узлов. Итерация начинается с первой подсистемы, и процесс считается завершенным, если составляющие комплексных токов отдельных подсистем принимают требуемые численные значения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хачатрян В.С.** Определение установившегося режима больших электроэнергетических систем с применением метода Ньютона-Рафсона // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.-1974.- № 4.- С. 36-43.
2. **Хачатрян В.С., Хачатрян С.Ц., Сафарян В.С.** Расчет установившегося режима электроэнергетических систем с применением матрицы Гессе при Z – форме задания состояния сети // Изв. вузов СССР. Энергетика.- 1990.- № 1.-С. 20-23.
3. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А., Бадалян Н.А.** Решение гибридных уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом диакоптики // Электричество.-1999.- № 4.- С. 7-12.
4. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.А.** Решение (Y-Z)-уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом декомпозиции // Изв. НАН и ГИУА. Сер. ТН.- 1997.-Т. 50, № 2.- С.96-103.

Վ.Ս. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ն.Պ.ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Մ.Գ. ԹԱՄՐԱԶՅԱՆ,
Կ.Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ ՏՐՈՀՄԱՆ ՄԵԹՈԴՈՎ ՀԵՍՍԻ ՄԱՏՐԻՑՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՄԱՄԲ

Առաջարկվում է ԷԷՀ կայունացված ռեժիմի հաշվման մեթոդ, երբ այն ներկայացվում է որպես շառավղաձև միացված ենթահամակարգերի հանրույթ: Առանձին ենթահամակարգերի ոչ գծային հանրահաշվական հավասարումների համակարգի լուծման համար օգտագործվում են անդրադարձային արտահայտություններ, որոնք բխում են լուծման նվազարկման մեթոդից:

V.S. KHACHATRYAN, N.P. BADALYAN, M.G. TAMRAZYAN,

K.V. KHACHATRYAN

STEADY–STATE CALCULATION OF ELECTRIC POWER SYSTEM BY DECOMPOSITION METHOD APPLYING HESSE MATRIX

A steady—state calculation method of an electric power system represented as a set of radially bound subsystems is proposed. To solve a system of nonlinear algebraic simultaneous equations of separate subsystems, recurrent expressions followed from the minimization method of their solution are used.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.311.001.24 ЭНЕРГЕТИКА

С. Г. АКОПЯН

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Предлагается новый подход к построению математической модели и метода расчета свободного потокораспределения установившегося режима ЭЭС, опирающийся на теорему Максвелла о принципе минимальной потери энергии в электрических сетях.

Ключевые слова: алгоритм, модель, ток, напряжение, эффективность, экстремальный.

Практическая важность задачи потокораспределения установившегося режима ЭЭС в течение нескольких десятилетий вызвала значительный интерес исследователей, в результате чего в настоящее время имеется ряд методов, моделей и алгоритмов решения таких задач, которые нашли различное практическое применение, отраженное в весьма обширной литературе. Однако все эти работы ориентированы на построение исходных математических моделей, где напряжения узлов составлены относительно базисного узла, а напряжение базисного узла как исходная информация должна быть заданной величиной и задается априори, исходя из уровня напряжения ЭЭС решаемой задачи, интуитивных соображений и эмпирических оценок. Поскольку в математической модели рассматриваемой задачи напряжение узлов и токи в ветвях ЭЭС зависят от величины напряжения базисного узла, то при априори задания одного значения напряжения базисного узла *(например, 110 кВ)* получим точные значения переменных состояний ЭЭС одной величины; при задании этого же напряжения другой величины *(например, 120 кВ)* получим точные значения переменных состояний ЭЭС соответствующей величины.

Однако между полученными двумя состояниями имеют место отклонения, которые в некоторых случаях могут быть значительными и искажают реальную картину потокораспределения ЭЭС. Допустимость отклонений параметров зависит от удачного (идеального) выбора заданной величины базисного напряжения и носит методический характер. Помимо этого, следует отметить также, что все известные методы не имеют строго обоснованного математического критерия безусловной сходимости итерационного процесса, поэтому не могут гарантировать для всех случаев получения результатов решения, особенно при неудачном выборе начального вектора переменных. Кроме того, задание значения величины базисного напряжения приводит к расчету вынужденного потокораспределения в ЭЭС. В методическом отношении - это вынужденный математический прием для получения систем независимых уравнений, в которых число независимых параметров состояния должно быть равно числу уравнений, чтобы решить систему нелинейных уравнений задачи потокораспределения ЭЭС. Расчет вынужденного потокораспределения приводит к нарушению режима свободного потокораспределения, а поддержание рассчитанного вынужденного режима в натуре приводит к нарушению экстремальности работы электрической сети ЭЭС, а следовательно, к увеличению потерь электроэнергии в сетях ЭЭС.

Чтобы избежать этих недостатков и трудностей, нами разработан принципиально новый подход к решению задачи потокораспределения установившегося режима ЭЭС. В основу этого подхода и его практической реализации положена теорема Максвелла [1-4].

При этом токи в ветвях, которые проходят по пути наименьшего сопротивления, и напряжения в узловых точках распределяются естественным образом, т.е. свободно, так, что выделяемая в их ветвях мощность (джоулевы потери), оказывающая наименьшее тепловое действие, удовлетворяет законам Кирхгофа [1-4]. При использовании этого свойства электрических цепей в [1-2] установлена тесная связь между теорией электрических цепей и математическим программированием, что позволило построить достаточно эффективные методы аналогового моделирования задач математического программирования. Для удовлетворения требования теоремы Максвелла и составления математической модели данной задачи рассмотрим элетрическую цепь ЭЭС произвольной структуры, схема замещения которой состоит из s = m + 1 узлов, n ветвей, и составим вначале формулу потери суммарной активной мощности в электрической сети и уравнения состояния установившегося режима ЭЭС.

Представим потери электроэнергии на единицу времени или суммарной активной мощности в сети ЭЭС в матричной форме:

$$\pi = I_i^t [E_n r_i] I_i = \sum_{i=1}^{n} I_i^2 r_i \,, \tag{1}$$

где I_i - вектор модулей токов i - й ветви ЭЭС; r_i - активное сопротивление i - й ветви ; E_n - единичная матрица размерностью n^2; t – знак транспонирования.

Уравнение материального баланса в каждом узле системы (первый закон Кирхгофа) в матричной форме имеет вид

$$[a_{ji}]\dot{I}_i = \dot{\mathfrak{I}}_j, \; j = 1, 2, \ldots, m, s; \; i = 1, 2, \ldots, n, \tag{2}$$

где $\dot{\mathfrak{I}}_j$ - вектор узловых комплексных задающих токов в узле j размерностью s, взятый со знаком “плюс” для генераторных узлов, со знаком “минус” для нагрузочных узлов и равный нулю для простых узлов разветвления; $[a_{ji}]$ – полная матрица инциденции, т.е. матрица соединений ветвей в узлах; $\dot{I}_i$ - вектор комплексных токов ветвей i размерностью n.

Для схемы замещения ЭЭС произвольной структуры закон Ома выражается матричным уравнением

$$[a^t_{ji}]\dot{U}_j = [E_n Z_i]\dot{I}_i, \qquad j = 1, 2, \ldots, s;\ \ i = 1, 2, \ldots, n, \quad (3)$$

где $\dot{U}_j$ - вектор комплексных фазных напряжений узлов j размерностью s; Z_i, Y_i - комплексные полные сопротивления и проводимости i –й ветви.

Уравнения установившегося режима ЭЭС трехфазного переменного тока, связывающие мощности, задающие токи (2) и фазные напряжения узлов (3), в матричной форме имеют вид

$$\dot{S}_j = P_j + jQ_j = 3[E_s \dot{U}_j]\hat{\mathfrak{I}}_j;\ j = 1, 2, \ldots, s, \qquad (4)$$

где S_j, P_j, Q_j - комплексный вектор полных, активных и реактивных мощностей источников и потребителей, подключенных к генераторным и нагрузочным узлам схемы замещения ЭЭС; E_S - единичная матрица размерностью s^2; $\hat{\mathfrak{I}}_j$ - комплексно - сопряженный вектор задающих токов в узлах размерностью s.

Поскольку реальная электрическая схема ЭЭС является натуральной физической (аналоговой) моделью ЭЭС, то при этом, согласно принципу Максвелла, в электрической цепи натуральной аналоговой модели ЭЭС, естественно, свободно устанавливается распределение токов в сетях и напряжение в узловых точках системы таким образом, что суммарные потери активной мощности в сетях ЭЭС составляют минимальные значения. При этом автоматически воспроизводится решение оптимизационной задачи, техническая и математическая постановка которой рассматривается позже. Решение же задачи потокораспределения установившегося режима ЭЭС по известным методам, когда задается напряжение базисного узла, поддерживаемое в реальной схеме ЭЭС постоянным, равносильно тому, что человек вмешивается в свободное потокораспределение в натуральной схеме ЭЭС и не допускает распределения токов в ветвях и напряжения в узловых точках ЭЭС таким образом, чтобы суммарные потери активной мощности в сетях были минимальными. При этом человек своим вмешательством препятствует свободному и естественному потокораспределению ЭЭС и не допускает установления минимального значения потери в сетях, т. е. фактически искусственно создает дополнительные потери активной мощности в сети ЭЭС.

Постановка задачи. Задача свободного потокораспределения установившегося режима ЭЭС формулируется следующим образом: заданы структура ЭЭС и технические параметры ее элементов. В генераторных и нагрузочных узлах заданы активные и реактивные мощности. Требуется определить такие комплексные значения узловых напряжений всех узлов $\dot{U}^*_j$ (j = 1,2,…,s) и комплексных токов в ветвях $\dot{I}^*_i$ (i = 1,2,…,n), которые бы минимизировали суммарные потери активной мощности в сетях ЭЭС (1), а также найти комплексную мощность балансирующего узла $\dot{S}^*_s$.

Для решения рассматриваемой задачи необходимо, чтобы суммарные потери активной мощности в сетях ЭЭС (1) достигали минимума при выполнении ограничений в виде уравнений состояния ЭЭС, т. е. системы линейных уравнений первого закона Кирхгофа (2) совместно с (4) и уравнений закона Ома, записанных для каждой ветви (3).

Таким образом, рассматриваемая оптимизационная задача (1)-(4) удовлетворяет требованиям теоремы Максвелла, поскольку математическая модель данной задачи получена из схемы замещения реальной ЭЭС, ограничивающие уравнения которой удовлетворяют законам Кирхгофа.

Рассматриваемая оптимизационная задача (1)-(4) решается на ЭВМ по заданным значениям P_j и Q_j (j=1,2,…,m) при свободном варьировании переменных $\dot{U}_j$ (j=1,2,…,s) и $\dot{I}_i$ (i=1,2,…,n), которые минимизируют суммарные потери активной мощности в сети ЭЭС (1).

Следует отметить, что задача потокораспределения установившегося режима ЭЭС в данной постановке, т. е. с экстремальным подходом, рассматривается впервые.

Для облегчения решения рассматриваемой задачи (1)-(4) можно значительно уменьшить количество переменных путем нахождения из (3) значения $\dot{I}_i$ и подставления его в (2).

Из (2) и (3) получим матричное уравнение узловых напряжений

$$\left[Y_{jk}\right]\dot{U}_j = \dot{\Im}_j, \quad j, k = 1, 2, \ldots, s, \tag{5}$$

где

$$\left[Y_{jk}\right] = \left[a_{ji}\right]\left[E_n Y_i\right]\left[a^t_{ji}\right], \quad j, k = 1, 2, \ldots, s, \quad i = 1, 2, \ldots, n \ - \tag{6}$$

квадратная, комплексная, особая матрица узловых проводимостей размерностью s^2.

Следовательно, матричное уравнение узловых напряжений (5) представляет собой систему однородных уравнений, которая имеет бесчисленное множество решений. Задача свободного потокораспределения в ЭЭС заключается именно в том, чтобы из этого множества найти такое единственное (оптимальное) $\dot{U}^*_j$ (j=1,2,…,s) решение, компоненты которого минимизировали бы суммарные потери активной мощности в электрической сети (1) с учетом нелинейных уравнений (4).

Выделим из уравнений узловых напряжений (5) последнюю строку с номером s, соответствующую балансирующему узлу

$$\left[Y_{jk}\right]\dot{U}_j + \left[Y_{js}\right]\dot{U}_s = \dot{\Im}_j, \tag{7}$$

$$\left[Y_{sj}\right]\dot{U}_j + \left[Y_{ss}\right]\dot{U}_s = \dot{\Im}_s \quad j, k = 1, 2, \ldots, m. \tag{8}$$

Квадратные блоки, расположенные в диагонали, симметричные с размерностями m x m и 1 x 1 соответственно. Недиагональные блоки -прямоугольные с размерностями 1 x m и m x 1. При этом элементы прямоугольных матриц входят в сумму диагональных элементов квадратной матрицы [Y_{jk}], поэтому последняя удовлетворяет условию

$$Y_{jj} \ge \sum_{\substack{k=1 \\ j\ne k}}^{m} \left|Y_{jk}\right|; \quad j = 1,2,\ldots,m. \tag{9}$$

В (9) знак равенства одновременно не имеет места для всех строк, а знак строгого неравенства относится к узлам, связанным с балансирующим узлом s.

Разложим векторы и матрицы, входящие в (3), на действительные и мнимые составляющие

$$\begin{aligned} I_{ia} &= [E_n g_i][a_{ji}^t]U_{ja} + [E_n b_i][a_{ji}^t]U_{jp} = \\ &= ([a_{ji}][E_n g_i])^t U_{ja} + ([a_{ji}][E_n b_i])^t U_{jp}, \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} I_{ip} &= [E_n g_i][a_{ji}^t]U_{jp} - [E_n b_i][a_{ji}^t]U_{ja} = \\ &= ([a_{ji}][E_n g_i])^t U_{jp} - ([a_{ji}][E_n b_i])^t U_{ja}. \end{aligned} \tag{11}$$

Тогда целевую функцию представим в виде зависимостей слагаемых узловых напряжений:

$$\pi = I_{ia}^t[E_n r_i]I_{ia} + I_{ip}^t[E_n r_i]I_{ip} = \sum_{i=1}^{n}(I_{ia}^2 + I_{ip}^2)r_i = \sum_{i=1}^{n} I_i^2 r_i = U_{ja}^t C U_{ja} + U_{jp}^t C U_{jp}, \tag{12}$$

где

$$C = [C_{jk}] = [a_{ji}][E_n g_i][E_n r_i]([a_{ji}][E_n g_i])^t + [a_{ji}][E_n b_i][E_n r_i]([a_{ji}][E_n b_i])^t, \tag{13}$$

$$j,k = 1,2,\ldots s; \quad i = 1,2,\ldots,n.$$

Матрица $[C_{jk}]$ имеет такое же строение и свойства, как матрица проводимостей электрической цепи (6). Матрица (13) симметричная, т. е. $C_{jk} = C_{kj}$, и недиагональные элементы определяются в виде

$$C_{jk} = -(g_i^2 + b_i^2)r_i; \qquad j, k = 1, 2, \ldots, s; \ j \ne k; \ i = 1, 2, \ldots, n. \tag{14}$$

Диагональные элементы определяются в виде

$$C_{jj} = \sum_{\substack{k=1 \\ j\ne k}}^{s} \left|C_{jk}\right|; \quad j = 1, 2, \ldots, s. \tag{15}$$

Следовательно, определитель матрицы $[C_{jk}]$ равен нулю, т. е. эта матрица является особенной.

Теперь матричные уравнения узловых напряжений (7), (8) представим в виде четырех уравнений с действительными переменными. Из (7) и (8) получим

$$[b_{jk}]U_{jp} + [g_{jk}]U_{ja} + [b_{js}]U_{sp} + [g_{js}]U_{sa} = \Im_{ja}, \tag{16}$$

$$[b_{sj}]U_{jp} + [g_{sj}]U_{ja} + [b_{ss}]U_{sp} + [g_{ss}]U_{sa} = \Im_{sa}, \tag{17}$$

$$[b_{jk}]U_{ja} - [g_{jk}]U_{jp} - [g_{js}]U_{sp} + [b_{js}]U_{sa} = -\Im_{jp}, \tag{18}$$

$$[b_{sj}]U_{ja} - [g_{sj}]U_{jp} - [g_{ss}]U_{sp} + [b_{ss}]U_{sa} = -\Im_{sp}, \tag{19}$$

$$j, k = 1,2,\ldots,m.$$

Нелинейные уравнения (4), связывающие мощности, задающие токи и напряжения узлов на действительные переменные, представим в виде

$$U_{ja}\Im_{ja} + U_{jp}\Im_{jp} = \frac{1}{3}P_j, \tag{20}$$

$$U_{jp}\Im_{ja} - U_{ja}\Im_{jp} = \frac{1}{3}Q_j, \ j = 1, 2, \ldots, s. \tag{21}$$

Откуда получим слагаемые задающих токов

$$\Im_{ja} = \frac{P_j U_{ja} + Q_j U_{jp}}{3(U_{ja}^2 + U_{jp}^2)} = \frac{1}{3U_j^2}(P_j U_{ja} + Q_j U_{jp}), \tag{22}$$

$$\Im_{jp} = \frac{P_j U_{jp} - Q_j U_{ja}}{3(U_{ja}^2 + U_{jp}^2)} = \frac{1}{3U_j^2}(P_j U_{jp} - Q_j U_{ja}), \ j = 1, 2, \ldots, s. \tag{23}$$

Формулировка задачи расчета свободного потокораспределения установившегося режима ЭЭС после перехода уравнений (1), (4), (5) от комплексных переменных к действительным следующая: требуется определить такие слагаемые U_{ja}^* и U_{jp}^* (j =1,2,…,s) узловых напряжений всех узлов, которые минимизировали бы суммарные потери (12), а также активную и реактивную мощности (20) и (21) балансирующего узла s при ограничениях в виде линейных уравнений (16), (18) и нелинейных соотношений (22), (23).

Для решения рассматриваемой оптимизационной задачи (12), (16), (18), (22), (23) используется метод неопределенных множителей Лагранжа. Уравнения (17) и (19), как следствие, будут выполняться и необходимы для определения оптимальной мощности балансирующего узла s.

Таким образом, в рассматриваемом методе принципиальные положения предлагаемого подхода привели к повышению объективности и обоснованности расчета потокораспределения установившегося режима ЭЭС за счет перехода от интуитивных обоснований и выбора величины базисного напряжения к научно обоснованным решениям, на основе применения теоремы Максвелла, методов математического программирования и оптимизации режимных параметров ЭЭС (в том числе напряжения базисного узла). Основные положения предлагаемого метода рассматриваются впервые и являются следующим шагом в совершенствовании научно – методической и алгоритмической базы в области оптимального проектирования и управления режимами ЭЭС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Деннис Дж.Б.** Математическое программирование и электрические цепи. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961. – 215 с.
2. **Пухов Г.Е.** Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. – Киев: Наукова думка, 1967. – 568 с.
3. **Акопян С.Г.** Об одном методе расчета оптимальных режимных параметров сложных закольцованных газотранспортных системн // Изв. РАН. Энергетика. - 1992. – № 6. – С.116 – 123.
4. **Акопян С.Г., Казарян Ю.А., Хачатрян В.С.** Новые эффективные математические модели, методы анализа режимов и оптимального проектирования развития газотранспортных систем / ГИУА. – Ереван, 1997. – 171 с.

ГИУА.Материал поступил в редакцию 10.06. 1999.

Ս.Հ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՀԱՍՏԱՏՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ԱԶԱՏ ՀՈՍՔԱԲԱՇԽՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԵԿ ՄԵԹՈԴԻ ՄԱՍԻՆ

Առաջարկվում է էլեկտրաէներգետիկական համակարգի (ԷԷՀ) հաստատված ռեժիմի ազատ հոսքաբաշխման խնդրի մաթեմատիկական մոդելի կառուցման և լուծման նոր մոտեցում՝ հիմնված էլեկտրական ցանցերում էներգիայի նվազագույն կորուստների սկզբունքի մասին Մաքսվելի թեորեմի վրա:

S.H. HAKOBYAN

ON ONE METHOD OF THE ELECTRIC POWER DISTRIBUTION CALCULATIONS OF ELECTRIC POWER SYSTEM

A new approach is suggested for the construction of the mathematical model and calculation method of free electric power distribution in steady-state conditions of the electric power system (EPS), which is based on the Maxwell theorem about the principle of the minimum electric losses in the electric network.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.311.22.001 ЭНЕРГЕТИКА

Г.А. БУРНАЧЯН, Р.Р. ОВАКИМЯН, Г.К. БАГРАМЯН

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ СТАНЦИЙ ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ ПРИ ЗАДАННОМ РАСХОДЕ ТОПЛИВА НА ОДНОЙ ИЗ НИХ

В крупных теплоэнергетических системах, где отсутствуют мобильные станции, покрытие пиков нагрузки предлагается возложить на относительно старые станции, оборудованные блочными агрегатами К-150, К-200. Предложен алгоритм задачи, который позволяет осуществить выбор оптимального режима работы станций энергосистемы с учетом пусковых расходов и заданного расхода топлива на пиковой тепловой станции.

Ключевые слова: энергетическая система, тепловые станции, нагрузка, газотурбинная установка, пиковая станция.

Для крупных теплоэнергетических систем, оснащенных мощными тепловыми станциями, работающими на твердом топливе, вопросы покрытия пиковых нагрузок особенно актуальны при отсутствии в системах мобильных станций – ГТУ, ГАЭС. В этих условиях покрытие пиков нагрузки может быть возложено на относительно старые станции, оборудованные блочными агрегатами К-150, К-200. Целенаправленное и эффективное использование этих агрегатов возможно при осуществлении ряда технических и реконструктивных мероприятий, направленных на приспособление их к переменным режимам работы [1]. К числу этих мероприятий может быть отнесено и увеличение регулировочного диапазона указанных агрегатов за счет использования в качестве топлива газа или мазута. Однако для энергосистем, использующих для выработки электроэнергии твердое топливо, поставка дорогого газо-мазутного топлива для станций, оборудованных указанными агрегатами, с целью покрытия пиков графиков нагрузки, естественно, будет осуществляться в ограниченном объеме.

В этих условиях задача выбора оптимального режима работы энергосистемы должна быть выполнена с учетом ограничений по объемам расходуемого топлива на отдельных ее станциях.

Постановка задачи. Рассмотрим некоторую энергосистему, состоящую из **m** тепловых и одной пиковой тепловой станций.

Как известно, оптимальным режимом энергетической системы является тот, который при выполнении всех условий по ограничениям обеспечивает наименьшие затраты на топливо по тепловым станциям энергосистемы в течение определенного периода времени (сутки).

Математически задача может быть сформулирована так.

Необходимо найти минимум следующего функционала:

$$\int_{t_0}^{t_k} \sum_{i=1}^{m} \alpha_i B_i (t, P_{T_i} P'_{T_i}) dt \rightarrow \min \qquad (1)$$

при ограничениях:

- по балансу мощности:

$$\varphi_t = \sum_{i=1}^{m} P_{T_i} + P_n - P_c - \Delta P = 0 \ ; \qquad (2)$$

- по количеству расходуемого топлива в течение суток на пиковой тепловой станции:

$$\int_{t_0}^{t} \beta B_n(t, P_n P_n')\,dt = B^* , \qquad (3)$$

где α_i, β - соответственно стоимости единицы условного топлива на i-й и пиковой теплостанциях; B_i, B_n - соответственно часовые расходы условного топлива на i-й и пиковой теплостанциях; P_{Ti}, P_n - соответственно нагрузки i-й и пиковой теплостанций; P'_{Ti}, P'_n - соответственно скорости изменения нагрузок i-й и пиковой теплостанций; P_c, ΔP - соответственно суммарная нагрузка системы и потерь мощности в линиях передачи; B^* - заданная величина расхода топлива на пиковой тепловой станции.

Рассматриваемая задача в такой постановке является типичной вариационной задачей с закрепленными концами на условный экстремум, который может быть сведен к безусловному экстремуму посредством множителей Лагранжа. В силу этого минимум функционала (1) при соблюдении (2) и (3) имеет место при тех же условиях, что и минимум нижеследующего функционала:

$$\int_{t_0}^{t_k} \left(\sum_{i=1}^{m} \alpha_i B_i + \lambda B_n + \lambda_t \varphi_t\right) dt = \int_{t_0}^{t_k} F dt \rightarrow \min \ , \qquad (4)$$

где

$$F = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i B_i + \lambda B_n + \lambda_t \varphi_t \ ;$$

λ, λ_t - соответственно постоянный и переменный во времени множители.

Кривые, реализующие экстремум рассматриваемого функционала (4), должны удовлетворять дифференциальным уравнениям Эйлера –Лагранжа:

$$\begin{cases} F_{P_{Ti}} - \dfrac{d}{dt} F_{P'_{Ti}} = 0, \quad i = 1,2,\ldots,m. \\ F_{P_n} - \dfrac{d}{dt} F_{P_n'} = 0. \end{cases} \qquad (5)$$

Напишем систему уравнений (5) в развернутом виде:

$$\begin{cases} \alpha_i \dfrac{\partial B_i}{\partial B_{Ti}} + \lambda_t \left(1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_{Ti}}\right) - \dfrac{d}{dt} \dfrac{\partial B_i}{\partial P'_{Ti}} = 0 \ , \\ \lambda\beta \dfrac{\partial B_n}{\partial P_n} + \lambda_t \left(1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_n}\right) - \dfrac{d}{dt} \dfrac{\partial B_n}{\partial P_n'} = 0 \ . \end{cases} \qquad (6)$$

Последние члены уравнений представляют собой составляющие относительного прироста, вызываемые переходными процессами при изменении режима системы. Влияние этих процессов на экономические показатели теплостанции невелико, и практически ими можно пренебречь.

После несложных преобразований можно получить следующее условие оптимального режима работы станций энергосистемы:

$$\frac{\alpha_i b_i}{1-\dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_{T_i}}} = \frac{\lambda\beta\ b_n}{1-\dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_n}}, \qquad (7)$$

где b_i, b_n - соответственно относительные приросты расхода условного топлива на i-й и пиковой тепловых станциях.

В случаях, когда изменениями потерь в сетях можно пренебречь, выражение (7) принимает вид

$$\alpha_i b_i = \lambda\beta\ b_n\ . \qquad (8)$$

Алгоритм решения. Предположим, энергосистема состоит из тепловых станций, оборудованных блочными агрегатами 2К-300, 4К-200, 3К-150, которые для выработки электроэнергии используют твердое топливо-уголь, а также из одного пикового агрегата К-150, потребляющего газ в качестве топлива. Для работы пиковой теплостанции предоставлено 320 *т* условного топлива в день.

Из (8) получаем значения изменения λ, в пределах которых режимы работы энергосистемы могут быть оптимальными:

$$\frac{\kappa b^{min}}{b_n^{max}} \le \lambda \le \frac{\kappa b^{max}}{b_n^{min}},$$

где κ - коэффициент, равный $\dfrac{\alpha_i}{\beta}$=0,8, при ценах: уголь α_i=42$, газ β=53$.

Станции, потребляющие твердое топливо, рассматриваются как эквивалентная ТЭС. Из эквивалентной энергетической характеристики, начиная от минимального значения относительного прироста с определенным шагом, записываются все его значения до максимального, в том числе и характерные значения. Задаем значение λ в пределах его изменения. Имея энергетические характеристики пиковой станции, на основании (8) получаем относительные приросты расхода условного топлива и соответствующие нагрузки пиковой станции (табл.1).

Как видно из таблицы, графа P* представляет собой сумму нагрузки соответствующей строки, эквивалентной ТЭС и пиковой станции. Используя данные табл.1, для каждого суточного графика нагрузки с помощью интерполяции по часам можно определить оптимальные режимы работы эквивалентной ТЭС, пиковой станции и соответственно расходы топлива (табл.2). При этом нужно учесть то обстоятельство, что пуск агрегатов пиковой теплоэлектростанции после нескольких часов простоя приводит к дополнительным расходам топлива.

Таблица 1

b	κ b	P	λ =0,8496		P *
			b_n	P_n	
г.у.т./ МВтч	*г.у.т./ МВтч*	*МВт*	*г.у.т./ МВтч*	***МВт***	*МВт*
0,2784	0,22272	1110	0,26215	0	1110
0,281	0,224	1128	0,26365	0	1128
0,282	0,2256	1150	0,26554	0	1150
0,283	0,2264	1161,1	0,266	0	1161,1
0,284	0,2272	1179,8	0,2674	0	1179,8
0,285	0,2284	1228,75	0,269	0	1228,75
…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…
0,318	0,2541	1770,55	0,2991	125	1895,55
0,319	0,2552	1794,27	0,300	125	1919,27
…	…	…	…	…	…
0,339	0,2712	1880	0,3192	131,7	2011,7

Таблица 2

T	P_c	P	P_n	B	B_n	B_{nn}
час	*МВт*	*МВт*	*МВт*	*т.у.т/ч*	*т.у.т./ч*	*т.у.т./ч*
1	1220	1220	0	373,11	0	0
2	1150	1150	0	353,32	0	0
3	1120	1120	0	344,92	0	0
4	1120	1120	0	344,92	0	0
5	1220	1220	0	373,11	0	0
6	1270	1270	0	387,17	0	0
7	1360	1360	0	413,11	0	0
8	1480	1411,32	68,68	427,89	22,05	17,46
9	1570	1490,13	79,87	451,06	25,15	0
10	1410	1410	0	427,51	0	0
11	1340	1340	0	407,33	0	0
12	1290	1290	0	392,89	0	0
13	1320	1320	0	401,55	0	0
14	1360	1360	0	413,11	0	0
15	1440	1440	0	436,12	0	0
16	1510	1436,9	73,1	435,23	23,27	13,85
17	1590	1508,25	81,75	456,48	25,68	0
18	1720	1623,11	96,89	491,43	30,06	0
19	1850	1728,7	121,3	527,56	37,49	0
20	2010	1878,42	131,58	579,02	40,76	0
21	1830	1711,37	118,63	521,31	36,65	0
22	1640	1554,09	85,91	470,35	26,86	0
23	1460	1394,26	65,74	422,99	21,26	0
24	1270	1270	0	387,17	0	0
Всего				10238,7	289,23	31,31
Всего расход топлива на пиковой станции					320,54	

Расход топлива на пуск рассчитывается по следующей зависимости:

$$B_{nn} = B_o(1 - e^{-\alpha\tau}),$$

где B_0, α - постоянные величины для агрегата К-150, соответственно равные 45,8, и 0,06; τ - продолжительность простоя, *час*.

Если расход топлива на пиковой станции не совпадает с заданным количеством суточного топлива, то λ в пределах своего изменения получает другое значение, и весь расчет в вышеизложенной последовательности повторяется, пока с определенной точностью не будет выполнено условие $B_n + B_{nn} \approx B^*$.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно прийти к следующим выводам:

1. В ближайшие годы, пока еще нереалистично привлечение больших капитальных вложений для строительства мобильных станций, вышеизложенный подход дает возможность достаточно эффективно использовать относительно старые блочные агрегаты и решить проблему покрытия пиковых нагрузок.

2. Предложенный подход и алгоритм позволяют успешно осуществить выбор оптимального режима работы станций энергосистемы с учетом пусковых расходов на пиковой тепловой станции, работающей в резко переменном режиме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Мадоян А.А.**, **Аракелян Э.К.**, **Минасян С.А.** Расчет нестационарных характеристик и показателей графиков нагрузки и агрегатов ТЭС. – Ереван: Айастан, 1989. – 134 с.
2. Методы оптимизации режимов энергосистемы / Под. ред. **В.М. Горнштейна.** – М., 1981. – 335 с.
3. **Бурначян Г.А., Овакимян Р.Р.** Выбор оптимального состава работающего оборудования в электроэнергетической системе // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982. - ¹ 1. - С. 11-16.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 27.05.1999.

Հ.Ա. ԲՈՒՌՆԱՉՅԱՆ, Ռ.Ռ. ՀՈՎԱԿԻՄՅԱՆ, Գ.Ք. ԲԱՂՐԱՄՅԱՆ

ՋԵՐՄԱՅԻՆ ԷՆԵՐԳԱՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՅԱՆՆԵՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ՌԵԺԻՄՆԵՐԻ ԸՆՏՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՆՐԱՆՑԻՑ ՄԵԿՈՒՄ ՏՐՎԱԾ ՎԱՌԵԼԻՔԻ ԾԱԽՍԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Խոշոր ջերմաէներգետիկական համակարգերում, որտեղ բացակայում են ճկուն կայանները, պիկային հզորությունների ծածկումն առաջարկվում է դնել K-150 տիպի բլոկային ագրեգատներով հագեցած համեմատաբար հին կայանների վրա: Առաջարկված է խնդրի ալգորիթմ, որը հնարավորություն է տալիս կատարել էներգահամակարգի կայանների օպտիմալ աշխատանքային ռեժիմների ընտրություն նաև պիկային ջերմային կայանում՝ հաշվի առնելով տրված և թողարկման հետ կապված վառելիքի ծախսերը:

H.A. BURNACHYAN, R.R. HOVAKIMYAN, G.K. BAGHRAMYAN

OPTIMUM STATION MODE SELECTION OF THERMAL POWER SYSTEM WITH DESIGNED FUEL CONSUMPTION AT ONE OF STATIONS

In large thermal power systems, where there are no mobile stations it is suggested to cover peaks by rather old stations equipped with block units K-150. An algorithm of a task allowing to carry out a choice of optimum mode of power system station operation in view of the starting consumptions and the designed fuel consumption used by the peak thermal station is proposed.

УДК 622.691.4.07 ЭНЕРГЕТИКА

Р.А. ДУМАНЯН

ОЦЕНКА ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ УЧАСТКОВ МАГИСТРАЛЬНЫХ ГАЗОПРОВОДОВ

Предложена методика оценки энергоэффективности линейных участков магистральных газопроводов, позволяющая установить источники пониженной энергоэффективности в линейной части газопроводов для последующей разработки организационных и технических мероприятий по их устранению; оценить энергосбережение от внедрения отдельно взятого или комплекса различных мероприятий; контролировать энергоэффективность линейных участков в процессе их эксплуатации.

Ключевые слова: энергоэффективность, газопровод, гидравлические потери, эксэргия, энергоресурсы.

При сравнительном анализе энергоэффективности линейных участков магистральных газопроводов обычно ориентируются на величину разности или разности квадратов давлений газа в начале (p_1) и конце участка (p_2). Но это может привести к ошибочным выводам. Во-первых, потому, что величина $(p_1 - p_2)$ не отражает цель (эффект), обеспечение которой требует преодоления сопротивления участка; во-вторых, эта величина не дает оценку гидравлических потерь, возникающих из-за несовершенства участка.

Например, если на первом участке p_1 = 5,5 и p_2 = 4 *МПа*, а на втором участке p_1 = 5 и p_2 = 3,5 *МПа*, то при $p_1 - p_2$ =1,5 *МПа*=idem отношение p_1/p_2 на первом участке (1,375) оказывается существенно меньше, чем на втором (1,428). Так как полезная (политропная) работа, передаваемая на компрессорных станциях (КС) газовому потоку, оценивается в пропорциональной зависимости от степени повышения давления газа в нагнетателях [1], то о гидравлических потерях неправомерно судить по величине $(p_1 - p_2)$ или $p_1^2 - p_2^2$.

Для расчета гидравлических потерь приходится использовать уравнение энергии, которое при отсутствии технической работы носит название обобщенного уравнения Бернулли [2]:

$$-dL_{тр} = vdp + wdw + gdh, \tag{1}$$

где $dL_{тр}$ – работа сил трения (гидравлические потери), приходящаяся на единицу массы газа; v – удельный объем газа; w – скорость газа; h – нивелирная высота центра тяжести массы; g – ускорение силы тяжести.

Однако практическое использование (1) осложнено трудностями вычисления его интеграла, связанными с незнанием закона изменения состояния газа $- v = v(p)$ на участках с учетом путевого охлаждения газа. Для преодоления этих трудностей остановимся на анализе теоретических возможностей вычисления работы сил трения иным способом, не требующим знания указанной закономерности.

Воспользуемся с этой целью понятием эксэргии (работоспособности).

Изменение физической эксэргии единицы массы газа определяют из уравнения, следующего из теории термодинамических потенциалов:

$$-de = di - T_0 ds, \tag{2}$$

где di и ds – изменения энтальпии (i) и энтропии газа (s) в системе координат, движущейся с рассматриваемой массой газа; T_0 – температура окружающей среды, переменная вдоль газопровода.

Обращает на себя внимание двойное влияние T_0 на de: через di и ds, которые зависят от температуры газа T и, следовательно, от T_0; температура T_0 входит в (2) и в явном виде, в качестве множителя; в силу ее переменности она обусловливает дополнительное изменение эксэргии газа. Очевидно, что это изменение при расчете гидравлических потерь должно быть исключено из рассмотрения, как не связанное с физическим процессом, происходящим в трубопроводе. С этой целью можно ввести понятие условной окружающей среды (единой для всех линейных участков), задаваясь постоянной ее температурой $T_у$, равной, например, 288 *К*, и барометрическим давлением $B_у$=0,1013 *МПа* (имеется в виду, что при этом влияния фактических T_0 и B_0 на de учитываются через di и ds).

Тогда

$$-de = di - T_у ds. \tag{3}$$

Здесь, согласно уравнению энергии и второму закону термодинамики,

$$ds = (-dq + dq_r)/T = (di - vdp)/T, \tag{4}$$

где общее количество тепла, участвующее в теплообмене, складывается из двух составляющих – отводимой наружу (dq) и подводимой газу изнутри (dq_r).

Если заменить в (3) значение ds из (4) и иметь в виду, что

$$pv = zRT, \tag{5}$$

где z – коэффициент сжимаемости газа; R – газовая постоянная, получим

$$-de = de_p + de_T. \tag{6}$$

В (6) $de_p = z_у R T_у \dfrac{dp}{p}$ – (7)

изменение механической составляющей эксэргии (МСЭ) газа, происходящее за счет потенциала давления, где $z_у = z_у(p, T_у)$ – значение z при $T = T_у$ и абсолютном давлении p, рассчитываемом с учетом B_0;

$$de_T = \frac{T - T_у}{T} di \quad - \tag{8}$$

изменение термической составляющей эксэргии (ТСЭ) газа.

В рассматриваемой системе координат уравнение теплосодержания имеет вид

$$di = -dq. \tag{9}$$

Поэтому значение

$$-de_T = \frac{T - T_у}{T} dq \tag{10}$$

численно равно максимальной работе, которая может быть получена по элементарному циклу С.Карно, с КПД, равным $(T - T_у)/T$, за счет теплоты изобарного охлаждения газа до температуры $T_у$. С учетом (4) и (10) уравнение (3) можно переписать в виде

$$-de = vdp + de_T + \frac{T - T_у}{T} dq_r. \tag{11}$$

Здесь следует принять, что располагаемая работа теплоты dq_r

$$\frac{T - T_у}{T} dq_r = 0, \tag{12}$$

так как, согласно (9), наличие внутреннего "подогрева" газа за счет трения не приводит к изменению теплосодержания газа; изменение ТСЭ газа, происходящее в том числе от изменения температуры газа за счет эффекта Джоуля-Томсона, учитывается целиком в de_T.

Уравнение (12) отражает суть "потерь энергии" при эквивалентном преобразовании работы сил трения в теплоту dq_r, которая выражается в обесценении энергии в смысле потерь ее качества (работоспособности).

Сравнение (6) и (11) с учетом (12) показывает, что

$$vdp = de_p = z_у R T_у \frac{dp}{p}, \tag{13}$$

т.е. в движущейся вместе с газом системе координат на работу трения расходуется МСЭ газа:

$$-dL_{тр} = z_у R T_у \frac{dp}{p}. \tag{14}$$

В неподвижной системе координат получим окончательно

$$-dL_{тр} = z_у R T_у \frac{dp}{p} + wdw + gdh. \tag{15}$$

В отличие от (1), для вычисления интеграла (15) не требуется знания закона изменения состояния газа в трубопроводе.

На линейных участках газопроводов изменением кинетической энергии газа (wdw) пренебрегают по сравнению с первой слагаемой (1); погрешность – не более 0,2(0,3%. В большинстве случаев без существенного проигрыша в точности расчетов пренебрегают также изменением h (при разности высотных отметок начала и конца участка не более 200 *м* [3]). Тогда для расчета гидравлических потерь можно использовать уравнение (14); его интегрирование приводит к формуле

$$L_{тр} = \bar{z}_у R T_у \ln\frac{p_1}{p_2}, \tag{16}$$

где $\bar{z}_у$ – значение z при $T = T_у$ и среднем давлении газа на участке.

Давления p_1 и p_2 в (16) предполагаются заданными: на газопроводах фактические их значения контролируются штатными измерениями; при заданном p_1 давление p_2 можно оценить расчетным путем на основе известной формулы [3]:

$$p_1^2 - p_2^2 = kQ^2, \tag{17}$$

где

$$k = \frac{\Delta T_{ср} z_{ср} x}{(\alpha\varphi E\cdot 17\cdot 10^{-6} d^{2,6})^2}. \tag{18}$$

Здесь p_1 и p_2 выражены в *МПа*; Q – коммерческий объем (приведенный к давлению 0,1013 *МПа* и температуре 293 *К*) транспортируемого газа, *млн· м³/сут*; d — диаметр газопровода, *см*; x – длина участка, *км*; Δ — относительная плотность газа по воздуху; $T_{ср}$ – средняя температура газа на участке, *К*; $z_{ср}$ – среднее значение z в интервале от p_1 до p_2 при $T = T_{ср}$; E – коэффициент гидравлической эффективности участка, учитывающий состояние внутренней поверхности труб (E=0,9(1,1); α и φ – коэффициенты, учитывающие отклонение режима течения от квадратичного и наличие в газопроводе подкладных колец соответственно.

Расчеты показывают, что на линейных участках газопроводов доля потерь МСЭ газа в (6) составляет 94(98%.

Перейдем к определению энергоэффективности линейного участка. В качестве "эффекта" при транспортировании газа принято рассматривать совершение товаро-транспортной работы (кубокилометров), равной произведению Q на дальность транспорта. Придерживаясь данного "эффекта", понятие энергоэффективности линейного участка может быть построено на определении удельных гидравлических потерь, следующих из (16):

$$\ell = \frac{96 z_у T_у}{x}\ln\frac{p_1}{p_2} \quad \textit{кВт} \cdot \textit{ч /млн} \cdot \textit{м}^3 \cdot \textit{км}. \tag{19}$$

Имеется в виду, что общие гидравлические потери составляют

$$\overline{L}_{тр} = \ell Q x \quad кВт \cdot ч/сут.$$

Данное определение позволяет исключить влияние x na ℓ: несложные преобразования (19) с учетом (17) приводят к сокращению x.

При наличии на участке путевых поступлений – отборов газа, имеем

$$\ell = \frac{\left(\sum_{j=1}^{\bar{j}} N_j - \sum_{i=1}^{\bar{i}} N_i\right) \cdot 24 \cdot 10^3}{\sum_{\gamma=1}^{\bar{\gamma}} Q_\gamma x_\gamma}, \tag{20}$$

где, согласно (7), мощности потоков МСЭ газа (*МВт*):

$$N_j = 0{,}004 z_{yj} T_y Q_j \ln\frac{p_j}{B_y}; \tag{21}$$

$$N_i = 0{,}004 z_{yi} T_y Q_i \ln\frac{p_i}{B_y}; \tag{22}$$

$j, \bar{j}$ и $i, \bar{i}$ – соответственно индексы и количества потоков газа, поступающих на участок и покидающих его; γ и $\bar{\gamma}$ – индекс и количество линейных отрезков участка с постоянными по их длине значениями потоков Q.

Формула (19) следует из (20).

Рассмотрим некоторые результаты расчета ℓ по диспетчерским данным. На первом участке p_1 = 6,58; p_2 = 5,15 *МПа*; x =101 *км*; на втором участке того же газопровода: p_1 = 7,2; p_2 = 5,65 *МПа*; x =111 *км*. Перепад давления на первом участке (1,43 *МПа*) меньше, чем на втором (1,55); меньше и разность квадратов давлений (16,77 против 19,92). Если об энергоэффективности судить по этим показателям, то второй участок оказывается хуже. Расчеты по (19) приводят к обратному результату – хуже первый участок: ℓ_1 на 10% больше, чем ℓ_2 (74 против 67 *кВт·ч/млн·м ^{3}·км)*. Это связано с тем, что при близких p_1/p_2 длина первого участка меньше на 10%.

Величина ℓ (19) связана с технологическими показателями участка, входящими в (17):

$$\ell = \frac{96 z_y T_y}{x} \ln\left(1 - \frac{kQ^2}{p_1^2}\right)^{-0{,}5}. \tag{23}$$

Формула (23) позволяет оценить изменение энергоэффективности линейного участка от внедрения отдельно взятого или комплекса различных энергосберегающих мероприятий. Например, снижение ℓ от повышения p_1 на 0,1 *МПа* может составлять на реальных участках более 5%. Столь существенное влияние изменения давления p_1 на ℓ

показывает, что, за исключением концевых линейных участков, ликвидация энергетически "узких мест" в линейной части газопровода требует прежде устранения причин, сдерживающих увеличение этого давления (дефекты труб, другие ограничения на повышение давления нагнетания КС). В числе мероприятий, обеспечивающих уменьшение произведения kQ^2 и, следовательно, ℓ относятся: очистка полости труб одним из известных способов; снижение Q за счет возможного перераспределения газопотоков в газотранспортной системе и пр. Из (23) следует, что если на данном линейном участке происходят одновременные изменения загрузки по потоку (Q), коэффициента гидравлической эффективности (E), давления p_1 и пр., то наличие постоянства $kQ^2 = p_1^2 - p_2^2$ или перепада $(p_1 - p_2)$ не может являться основанием для вывода о неизменности энергоэффективности участка; следует ориентироваться на постоянство отношения давлений p_1/p_2 (19).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Рис В.Ф.** Центробежные компрессорные машины. Изд. 2-е. – М.; -Л.: Машиностроение, 1964. – 335 с.
2. **Абрамович Г.Н.** Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1969. – 824 с.
3. Справочник работника магистрального газопровода. – Л.: Недра, 1974. - 432 с.

Ин-т "Армгазпроект". Материал поступил в редакцию 11.05.1999.

Ռ.Հ. ԴՈՒՄԱՆՅԱՆ

ՄԱՅՐԱԳԾԱՅԻՆ ԳԱԶԱՄՈՒՂՆԵՐԻ ԳԾԱՅԻՆ ՏԵՂԱՄԱՍԵՐԻ ԷՆԵՐԳԱԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ

Առաջարկվում է մայրագծային գազամուղների գծային տեղամասերի էներգաարդյունավետության գնահատման մեթոդ, որը հնարավորություն է ընձեռում գազամուղների գծային մասում որոշել ցածր էներգաարդյունավետության աղբյուրները՝ վերջիններիս վերացման տեխնիկական և կազմակերպչական միջոցառումներ մշակելու համար, գնահատել էներգախնայողությունն ըստ տարբեր միջոցառումների, վերահսկել գծային տեղամասերի էներգաարդյունավետությունը շահագործման ընթացքում:

R.A. DUMANYAN

LINE SECTION POWER EFFECTIVENESS ESTIMATION OF MAIN GAS PIPELINES

Line section power effectiveness estimation methods of gas transportation through piping system is proposed. This allows to establish low power effectiveness sources in the linear part of the pipeline for further development of organizational and technical procedures for their elimination, evaluate the power supply after implementing a separate or a set of different procedures, control the line section power effectiveness during the service.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.3.01.1 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

А.А. ТЕРЗЯН, Г.С. СУКИАСЯН

К ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА С НЕРЕГУЛЯРНОЙ СЕТКОЙ

Получена оценка погрешности разностной аппроксимации дифференциального оператора Лапласа при неравномерном симметричном шаге дискретизации исследуемой области.

Ключевые слова: электромагнитное поле, трехмерные разностные уравнения, нерегулярная сетка, оценка погрешности.

При численном решении краевых задач электромагнитного поля возникает необходимость замены непрерывной среды дискретной сеткой и аппроксимации дифференциальных уравнений системой разностных уравнений. При этом ошибки численного решения краевых задач электромагнитного поля распадаются на два типа: 1) ошибки, обусловленные использованием приближенного решения конечно-элементных либо конечно-разностных уравнений, полученного релаксацией или итерациями, вместо точного решения этих уравнений; 2) ошибки, обусловленные использованием решения приближенных уравнений вместо истинного решения уравнений Лапласа или Пуассона.

В настоящей статье мы исследуем ошибки второго типа.

В научной литературе подробно исследованы ошибки, возникающие при использовании метода конечных разностей (МКР) для решения уравнения Лапласа на плоскости. При этом основные результаты получены для регулярной сетки, ячейки которой являются квадратами. Погрешность ε замены плоского уравнения Лапласа четырехточечным разностным уравнением оценивается формулой [1]

$$\varepsilon \le \frac{R^2 \max\left|N^2\right|}{24h^2}, \tag{1}$$

где N^2 - разностный оператор, соответствующий производной второго порядка; R – радиус круга, в котором заключены узлы, участвующие в определении численного значения производной в центре круга; h – шаг сетки дискретизации исследуемой области.

Нерегулярные трехмерные сетки изучены гораздо слабее. Особенностью решения краевых задач электромагнитного поля является необходимость вычисления не только искомой функции (потенциала) в узлах сетки, но и некоторых физических параметров (индукции, потерь и др.) внутри ячеек сетки. Поэтому при построении сетки следует учитывать геометрию изменения сред.

В последнее время все большее распространение при решении краевых задач электромагнитного поля получает метод конечных элементов (МКЭ) (см.[2]). Преимуществом МКЭ является возможность использования нерегулярных сеток, максимально близко вписывающихся в сложную геометрию изменения сред.

В [3] нами показано, что в двухмерном случае МКЭ имеет наименьшую погрешность при линейной аппроксимации магнитного потенциала внутри треугольных элементов и совпадает с погрешностью четырехточечного разностного уравнения. Это означает, что расчетное уравнение МКЭ с линейной базисной функцией при прямоугольной сетке дискретизации среды совпадает с расчетным уравнением МКР с четырехточечной аппроксимацией. Следовательно, при численной оценке погрешности МКЭ с линейной базисной функцией мы можем воспользоваться оценкой (1).

Целью настоящей работы является получение оценок типа (1) для трехмерных сеток с неравномерным симметричным шагом дискретизации.

Для аппроксимации трехмерного оператора Лапласа

$$\nabla U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

рассмотрим трехмерную прямоугольную сетку (рис.) в координатных осях x,y,z.

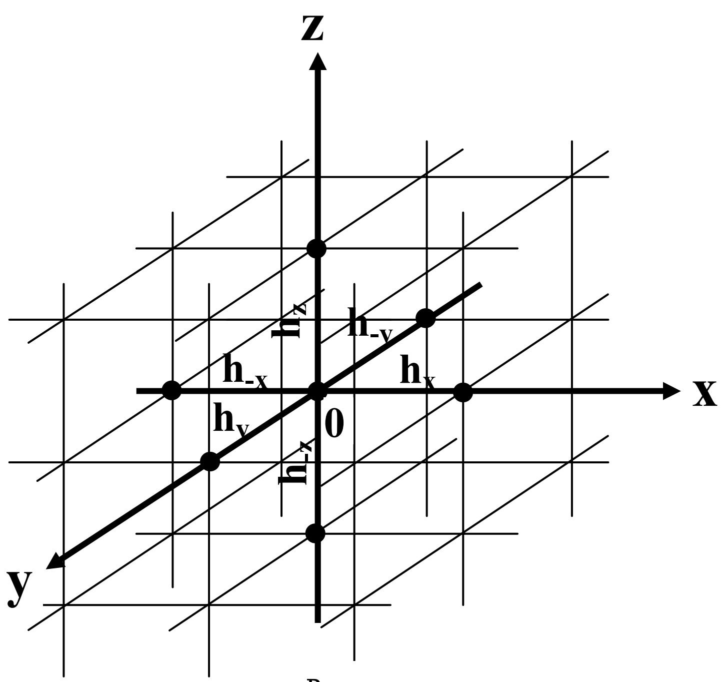


Рис.

Расчетное уравнение для узла 0 трехмерной прямоугольной сетки имеет вид

$$c_{000}U(0,0,0)=\sum_{i,j,k=-1,0,+1} C_{ijk}U(h_i^{(x)},\ h_j^{(y)},\ h_k^{(z)}), \qquad (2)$$

где $$h_i^{(x)}=\begin{cases}-h_{-x}, i=-1;\\ 0, \quad i=0;\\ h_x, \quad i=+1.\end{cases}$$

Здесь U – искомая функция; h_x и h_{-x} - шаги сетки по оси x в положительном и отрицательном направлениях. Аналогично обозначаются шаги $h_j^{(y)}$ и $h_k^{(z)}$; C_{ijk} - коэффициенты линейного уравнения, соответствующие узлу с координатами $(h_i^{(x)},\ h_j^{(y)},\ h_k^{(z)})$.

Составим вспомогательную функцию

$$F(t)=\sum_{i,j,k} C_{ijk}U(th_i^{(x)},th_j^{(y)},th_k^{(z)})\ . \qquad (3)$$

Заметим, что в точке t=1 значение F(1) равно правой части расчетного уравнения (2). Предположим, что функция U достаточно гладкая, т.е. имеет, по крайней мере, непрерывные производные 4-го порядка по всем аргументам. Тогда функцию (3) можно разложить в ряд Тейлора

$$F(1)=F(0)+F^{I}(0)+\frac{F^{II}(0)}{2!}+\frac{F^{III}(0)}{3!}+\frac{F^{IY}(0)}{4!}+o(h^4). \qquad (4)$$

Причем в точке t=0 значение функции (3) равно

$$F(0)=\sum_{i,j,k} C_{ijk}U(0,0,0)\ .$$

Чтобы это выражение совпало с левой частью расчетного уравнения (2), необходимо C_{000} взять равным

$$C_{000}=\sum_{i,j,k} C_{ijk}\ .$$

Предположим, что шаги сетки h_x, h_y, h_z уменьшаются пропорционально, сохраняя форму сетки, то есть $h_x= k_x h$, $h_y = k_y h$, $h_z = k_z h$. При малом h производная $F^{(n)}$ имеет порядок малости h^n.

Следовательно, учитывая то обстоятельство, что погрешность расчетного уравнения имеет порядок h^n, где n – номер остаточного члена в разложении (4), необходимо так выбрать коэффициенты C_{ijk}, чтобы как можно больше первых членов разложения (4) обратить в 0 и получить остаточный член как можно более высокого порядка.

Первая производная $F^{I}(0)$ имеет вид

$$F^{I}(0)=\sum_{i,j,k} C_{ijk}\left(h_i^{(x)}\frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_{0,0,0}+h_j^{(y)}\frac{\partial U}{\partial y}\bigg|_{0,0,0}+h_k^{(z)}\frac{\partial U}{\partial z}\bigg|_{0,0,0}\right). \qquad (5)$$

Предположим, что шаги сетки по координатным осям в положительном и отрицательном направлениях равны, т.е. $h_{-x}=h_x$, $h_{-y}=h_y$, $h_{-z}=h_z$. Это допущение резко облегчает дальнейшие выкладки. Так, чтобы обратить в ноль $F^{I}(0)$, достаточно взять $C_{-1,j,k}=C_{1,j,k}$, $C_{i,-1,k}=C_{i,1,k}$, $C_{i,j,-1}=C_{i,j,1}$.

Вторая производная $F^{II}(0)$ имеет вид

$$F^{II}(0)=\sum_{i,j,k} C_{i,j,k}\Big[\ (h_i^{(x)})^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+(h_j^{(y)})^2\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+(h_j^{(z)})^2\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}+$$
$$+2h_I^{(x)}h_j^{(y)}\frac{\partial^2 U}{\partial x\partial y}+2h_i^{(x)}h_k^{(z)}\frac{\partial^2 U}{\partial x\partial z}+2h_j^{(y)}h_k^{(z)}\frac{\partial^2 U}{\partial y\partial z}\ \Big].$$

Из нашего допущения следует, что коэффициенты при смешанных производных заведомо обращаются в ноль. Тогда

$$F^{II}(0)=2h_x^2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\sum_{j,k} C_{i,j,k,}+2h_y^2\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\sum_{i,k} C_{i,j,k}+2h_z^2\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\sum_{i,j} C_{i,j,k}\ .$$

Если взять

$$\begin{aligned} C_{1,0,0} &= \frac{4}{h^4}(h_y^2h_z^2-h_x^2h_y^2-h_x^2h_x^2)+\frac{h^2}{h_x^2},\\ C_{1,1,0} &= \frac{2}{h^4}(h_x^2h_z^2+h_y^2h_z^2-h_x^2h_y^2),\\ C_{1,1,1} &= \frac{1}{h^4}(\ h_x^2h_y^2+h_y^2h_z^2+h_x^2h_z^2) \end{aligned} \tag{6}$$

(остальные коэффициенты получаются аналогично из соображений симметрии), то получим

$$F^{II}(0)=2h^2(1+4k_xk_yk_z)\,(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial z^2})\ . \tag{7}$$

Из принятого допущения также следует, что в разложении (4) заведомо обращаются в ноль все слагаемые, содержащие для одного из аргументов производные нечетного порядка. Но для $F^{III}(0)$ все смешанные производные обязательно имеют вид производной нечетного порядка (первого или третьего) по одному из аргументов. Следовательно, $F^{III}(0)=0$, и получаем

$$C_{000}U(0,0,0)-\sum_{i,j,k=-1,0,+1} C_{ijk}U(h_i^{(x)},\ h_j^{(y)},\ h_k^{(z)})=$$
$$=h^2(1+4k_xk_yk_z)\,\nabla U+\frac{F^{IY}(0)}{4!}+o(h^4).$$

Обозначая через M_4 максимум частных производных четвертого порядка функции U, имеем оценку

$$F^{IY}(0)<M_4\ h^4R^3.$$

Следовательно, погрешность дискретизации с использованием (6) имеет порядок h^2 и

$$\varepsilon\le\frac{M_4h^2R^3}{4!\left(1+4k_xk_yk_z\right)}\ .$$

Заметим, что если в (6) взять $h_z=0$, то получим

$$C_{1,0,0}+2C_{1,0,1}=\frac{8}{h_4}\left(h_y^2h_z^2-h_x^2h_z^2\right)+\frac{h^2}{h_x^2}=\frac{h^2}{h_x^2},$$

$$C_{1,1,0}+2C_{1,1,1}=\frac{4}{h^4}(h_y^2h_z^2+h_x^2h_z^2)=0.$$

Следовательно, расчетное уравнение (2) с коэффициентами (6) совпадает при $h_z=0$ с четырехточечной разностной двумерной аппроксимацией с неравномерным симметричным шагом.

Из полученных в работе результатов следует важный вывод: в случае произвольной сетки (см. (4) и (7)), когда не удается обнулить слагаемое F^{III}, погрешность аппроксимации имеет порядок h. В случае же нерегулярной сетки с симметричными шагами погрешность уменьшается до порядка h^2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Милн В.Э.** Численное решение дифференциальных уравнений. – М.: Изд-во иност. лит-ры, 1955. – 290 с .
2. **Терзян А.А.** Теория систем автоматизированного проектирования. - Ереван, Лос-Анджелес, Афины: NTUA Press, 1995. – 444 с.
3. **Терзян А.А., Сукиасян Г.С.** К определению магнитных полей численными методами // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. - 1977. - ¹ 5. - С. 115-121.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 12.04.2000.

Հ.Ա. ԹԵՐԶՅԱՆ, Հ.Ս. ՍՈՒՔԻԱՍՅԱՆ

ԼԱՊԼԱՍԻ ԵՌԱՉԱՓ ՀԱՎԱՍԱՐՄԱՆ ԱՆԿԱՆՈՆ ՑԱՆՑՈՎ ԹՎԱՅԻՆ ԼՈՒԾՄԱՆ ՍԽԱԼԻ ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ ՇՈՒՐՋԸ

Ստացված է Լապլասի դիֆերենցիալ օպերատորի եռաչափ տարբերական մոտարկման սխալի գնահատականը ոչ հավասար համաչափ քայլերի դեպքում:

H.A. TERZYAN, H.S. SUKIASYAN

ON ERROR ESTIMATION OF NUMERICAL SOLUTION OF THREE-DIMENSIONAL LAPLACE EQUATION

An error estimation for three-dimensional difference approximation of Laplace differential operator in the case of nonregular grid with symmetric discretization step of the considered range is obtained.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.313.3.01 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Г. Л. АРЕШЯН

ПРОВАЛЫ НАПРЯЖЕНИЙ И ТОКИ ПРИ ПУСКЕ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ОТ АВТОНОМНОГО СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Получены аналитические выражения токов и напряжений в окрестности точки t=0. Рассмотрен наиболее общий случай, когда процесс описывается системой дифференциальных уравнений девятой степени. Получены построения решений в виде степенных рядов от t.

Ключевые слова: переходный процесс, синхронный генератор, асинхронный двигатель, пуск.

Рассмотрим переходный процесс пуска асинхронного двигателя (АД) от автономно работающего синхронного генератора (СГ) соизмеримой мощности в окрестности t=0. Примем, что до подключения неподвижного АД к СГ он работал в стационарном режиме с подключенной активно-индуктивной нагрузкой $z_1 = pL_1 + r_1$. Примем также, что в момент подключения АД происходит форсировка возбуждения в СГ. Переходный процесс в процессе пуска в первые моменты времени сопровождается провалами напряжения, для частичной компенсации которых предусматривается форсировка возбуждения. Считаем, что СГ является явнополюсным генератором и имеет демпферные клетки в обоих осях. Система дифференциальных уравнений, описывающая переходный процесс для принятых параметров СГ и его режима, имеет девятый порядок. С учетом дифференциального уравнения движения ротора АД система уравнений оказывается десятого порядка. Построение решений изменения напряжений и токов во временной плоскости в окрестности t=0 будет получено в виде степенных рядов от времени t в аналитическом виде. Эти решения получены методом, предложенным в (1,2(, когда система дифференциальных уравнений имеет седьмой порядок.

Линеаризованные уравнения, записанные в операторном виде для приращения, будут:

-для цепей СГ:

$$\begin{cases} z_d I_d + pM_d I_f + pM_d I_D + \omega_0 L_q I_q + \omega_0 M_q I_Q = -u_d, \\ z_q I_q + pM_q I_Q - \omega_0 L_d I_d - \omega_0 M_d I_f - \omega_0 M_d I_D = -u_q, \\ z_f I_f + pM_d I_d + pM_d I_D = u_f, \quad z_D I_D + pM_d I_d + pM_d I_f = 0, \\ z_Q I_Q + pM_q I_q = 0, \end{cases} \tag{1(}$$

где операторные сопротивления цепей СГ равны

$$z_d = pL_d + r_s, \quad z_q = pL_q + r_s, \quad z_f = pL_f + r_f,$$

$$z_D = pL_D + r_D, \quad z_Q = pL_Q + r_Q;$$

- для цепей нагрузки:

$$\begin{cases} z_1 I_{d1} + \omega_0 L_1 I_{q1} = u_d, \\ z_1 I_{q1} - \omega_0 L_1 I_{d1} = u_q, \\ z_1 = pL_1 + r_1; \end{cases} \qquad (2($$

- для цепей АД:

$$\begin{cases} z_a I_{d2} + pMI_{D2} + \omega_0 L_a I_{q2} + \omega_0 MI_{Q2} = u_d + p^{-1} u_d^0, \\ z_a I_{q2} + pMI_{Q2} - \omega_0 L_a I_{d2} - \omega_0 MI_{D2} = u_q + p^{-1} u_q^0, \\ z_R I_{D2} + pMI_{d2} + \omega_0 MI_{q2} + \omega_0 L_R I_{Q2} = 0, \\ z_R I_{Q2} + pMI_{q2} - \omega_0 MI_{d2} - \omega_0 L_R I_{D2} = 0, \\ z_a = pL_a + r_a, \quad z_R = pL_R + r_R. \end{cases} \qquad (3($$

Линеаризация произведена в окрестности точки t=0, когда токи демпферных обмоток СГ и токи цепей АД равны нулю, а скольжение ротора АД равно единице $S^0 = 1$. В связи с этим в системе уравнений (3) скольжение не фигурирует.

Токи СГ, нагрузки z_1 и АД связаны уравнениями

$$I_d = I_{d1} + I_{d2}, \quad I_q = I_{q1} + I_{q2}. \qquad (4($$

Уравнение движения маховых масс ротора имеет вид

$$J \frac{d\omega_R}{p_n dt} = \frac{3}{2} M\left(i_{D2} i_{q2} - i_{Q2} i_{d2}\right) - M_{H2}(t), \qquad (5($$

где i_{d2}, i_{q2}, i_{D2}, i_{Q2} *- токи АД во временной плоскости;* $\omega_R(t)$ *- скорость вращения ротора;* p_n *- число пар полюсов АД;* $M_{H2}(t)$ *- момент сопротивления нагрузки АД.*

Уравнение (5) может быть проинтегрировано после того, как будет решена система уравнений (1)-(4) и определены токи АД в окрестности t=0. Решение системы полученных уравнений проводим в следующей последовательности. В системе уравнений (1) исключаем токи возбуждения I_f и демпферов I_D и I_Q. В (3) исключаем токи ротора АД I_{D2} и I_{Q2}. В результате, удерживая первые два члена разложения операторных сопротивлений в рядах Лорана с первой и нулевой степенями параметра p, получим следующие уравнения:

-для цепей СГ:

$$\begin{cases}\left(pL''_{d0}+R''_{d0}\right)I_d+\omega_0L'_{q0}I_q=-u_d+A''_d,\\ -\omega_0L''_{d0}I_d+\left(pL'_{q0}+R'_{q0}\right)I_q=-u_q+A''_q;\end{cases} \qquad (6)$$

-для цепей АД:

$$\begin{cases}\left(pL'_a+R'_a\right)\, I_{d2}+\omega_0L'_aI_{q2}=u_d+p^{-1}u^0_d,\\ -\omega_0L'_aI_{d2}+\left(pL'_a+R'_a\right)\, I_{q2}=u_q+p^{-1}u^0_q,\end{cases} \qquad (7)$$

где переходные и сверхпереходные скалярные индуктивности и скалярные активные сопротивления даются в приложении 1. Опера-торные величины A''_d и A''_q учитывают форсировку напряжения $u_f(p)=p^{-1}\Delta u_\Phi$ и равны

$$A''_d=-k_\Phi u_f(p),\quad A''_q=p^{-1}\omega_0k_\Phi u_f(p), \qquad (8)$$

где k_Φ - коэффициент форсировки, равный

$$k_\Phi=\left(1-M'_{d0}\left(L'_{D0}\right)^{-1}\right)M_dL_f^{-1}. \qquad (9)$$

Система уравнений (2), (6) и (7) с учетом (4) в матричной записи принимает вид

$$\begin{cases}\vec{z}_SI_1+\vec{z}_SI_2=-u+A'',\\ \vec{z}_1I_1=u,\quad \vec{z}_2I_2=u+A_2,\end{cases} \qquad (10)$$

где введены матрицы – столбцы

$$\begin{cases}I_1=\left(I_{d1}\ I_{q1}\right),\quad I_2=\left(I_{d2}\ I_{q2}\right),\quad u=\left(u_d\ u_q\right),\\ A''=\left(A''_d\ A''_q\right),\quad A_2=\left(p^{-1}u^0_d\quad p^{-1}u^0_q\right)\end{cases} \qquad (11)$$

и квадратные матрицы операторных сопротивлений

$$\vec{z}_S=\begin{bmatrix}z''_d & \omega_0L'_{q0}\\ -\omega_0L''_{d0} & z'_q\end{bmatrix},\ \vec{z}_1=\begin{bmatrix}z_1 & \omega_0L_1\\ -\omega_0L_1 & z_1\end{bmatrix},$$
$$\vec{z}_2=\begin{bmatrix}z'_a & \omega_0L'_a\\ -\omega_0L'_a & z'_a\end{bmatrix}, \qquad (12)$$

$$z''_d=pL''_{d0}+R''_{d0},\quad z'_q=pL'_{q0}+R'_{q0},\quad z'_a=pL'_a+R'_a. \qquad (13)$$

В системе (10) неизвестными являются токи I_1 и I_2 и напря-жение u. Разрешая систему относительно тока I_2, получаем

$$I_2=\overrightarrow{z_\Sigma^{-1}}\left(\vec{z}_s\overrightarrow{z_1^{-1}}+\vec{E}\right)A_2+\overrightarrow{z_\Sigma^{-1}}A'', \qquad (14)$$

где $\vec{E}$ - единичная матрица и

$$\vec{z}_{\Sigma} = \vec{z}_s \overrightarrow{z_1^{-1}} \vec{z}_2 + \vec{z}_s + \vec{z}_2. \qquad (15)$$

Произведя необходимые вычисления, получаем для тока I_2

$$\begin{cases} I_{d2} = \left(\dfrac{1}{p^2} - \dfrac{\omega_{q\Sigma}}{p^3}\right)\dfrac{\left(L_1 + L''_{d0}\right)}{D''_d}u_d^0 - \dfrac{\omega_0}{p^3}\dfrac{\left(L_1 + L'_{q0}\right)}{D'_q}u_q^0 - \\ -\left(\dfrac{1}{p^2} - \dfrac{\omega_{q\Sigma}}{p^3}\right)\dfrac{L_1}{D''_d}k_{\Phi}\Delta u_{\Phi} - \dfrac{\omega_0^2}{p^4}\dfrac{L_1}{D'_q}k_{\Phi}\Delta u_{\Phi}, \end{cases} \qquad (16)$$

$$\begin{cases} I_{q2} = \dfrac{\omega_0}{p^3}\dfrac{\left(L_1 + L''_{d0}\right)}{D''_d}u_d^0 + \left(\dfrac{1}{p^2} - \dfrac{\omega_{d\Sigma}}{p^3}\right)\dfrac{\left(L_1 + L'_{q0}\right)}{D'_q}u_q^0 - \\ -\dfrac{\omega_0}{p^3}\dfrac{L_1}{D''_d}k_{\Phi}\Delta u_{\Phi} + \left(\dfrac{1}{p^3} - \dfrac{\omega_{d\Sigma}}{p^4}\right)\dfrac{L_1}{D'_q}\omega_0 k_{\Phi}\Delta u_{\Phi}, \end{cases} \qquad (17)$$

где введены обозначения:

$$\begin{cases} L_{d\Sigma} = L_1^{-1}D''_d, \quad L_{q\Sigma} = L_1^{-1}D'_q, \quad D''_d = L_1L''_{d0} + L_1L'_a + L'_aL''_{d0}, \\ D'_q = L_1L'_{q0} + L_1L'_a + L_aL'_{q0}, \quad R_{d\Sigma} = R''_{d0} + R'_a + R_{11}, \\ R_{q\Sigma} = R'_{q0} + R'_a + R_{22}, \quad R_{11} = L_1^{-1}L'_a\left(R''_{d0} + L''_{d0}\omega'_2\right), \\ R_{22} = L_1^{-1}L'_a\left(R'_{q0} + L'_{q0}\omega'_2\right), \quad \omega_{d\Sigma} = R_{d\Sigma}\,L_{d\Sigma}^{-1}, \omega_{q\Sigma} = R_{q\Sigma}\,L_{q\Sigma}^{-1}. \end{cases} \qquad (18)$$

Разрешая систему (10) относительно напряжения u, получаем

$$u = \overrightarrow{z_u^{-1}}\left(A'' - \vec{z}_s \overrightarrow{z_2^{-1}} A_2\right), \qquad (19)$$

где

$$\vec{z}_u = \vec{z}_S\left(\overrightarrow{z_1^{-1}} + \overrightarrow{z_2^{-1}}\right) + \vec{E}. \qquad (20)$$

Произведя необходимые вычисления, получаем для напряжений

$$\begin{cases} u_d = -\dfrac{L_1L''_{d0}}{pD''_d}u_d^0 - \dfrac{a_{11}}{p^2}\dfrac{L''_{d0}}{L'_a}u_d^0 - \dfrac{a_{12}}{p^2}\dfrac{L'_{q0}}{L'_a}u_q^0 - \\ -\left(\dfrac{L_1L'_a}{pD''_d} + \dfrac{a_{11}}{p^2} - \dfrac{a_{12}}{p^3}\omega_0\right)k_{\Phi}\Delta u_{\Phi}, \end{cases} \qquad (21)$$

$$\begin{cases} u_q = -\dfrac{L_1 L'_{q0}}{pD'_q} u_q^0 - \dfrac{a_{22}}{p^2} \dfrac{L'_{q0}}{L'_a} u_q^0 - \dfrac{a_{21}}{p^2} \dfrac{L''_{d0}}{L'_a} u_d^0 + \\ + \left(\dfrac{L_1 L'_a}{p^2 D'_q} \omega_0 + \dfrac{a_{22}}{p^3} \omega_0 - \dfrac{a_{21}}{p^2} \right) k_\Phi \Delta u_\Phi , \end{cases} \tag{22}$$

где

$$\begin{cases} a_{11} = \dfrac{L''_{d0} L_1 L'_a \left(L_1 + L'_a \right) \omega''_d}{\left(D''_d \right)^2}, \\ a_{22} = \dfrac{L'_{q0} L_1 L'_a \left(L_1 + L'_a \right) \omega'_q}{\left(D'_q \right)^2}, \\ a_{12} = a_{21} = \omega_0 \dfrac{\left(L_1 + L'_a \right)\left(L'_{q0} - L''_{d0} \right)}{L_1 L'_a}. \end{cases} \tag{23}$$

Ток I_1 в нагрузке $z_1 = pL_1 + r_1$ определяем из второго уравнения системы (10):

$$I_1 = \overrightarrow{z_1^{-1}} u, \tag{24}$$

используя выражения для u по (21) и (22). В результате получаем

$$\begin{cases} I_{d1} = \left(\dfrac{1}{p} - \dfrac{\omega_1}{p^2} \right) \dfrac{u_d}{L_1} - \dfrac{\omega_0}{p^2} \dfrac{u_q}{L_1}, \\ I_{q1} = \left(\dfrac{1}{p} - \dfrac{\omega_1}{p^2} \right) \dfrac{u_q}{L_1} + \dfrac{\omega_0}{p^2} \dfrac{u_d}{L_1}. \end{cases} \tag{25}$$

Используя полученные выражения приращений в операторной форме в виде рядов Лорана, представляемые уравнениями (16), (17), (21), (22) и (25), легко перейти к оригиналам во временной плоскости в виде степенных рядов от времени t. Не выписывая такие выражения для токов, по уравнениям (21) и (22) получаем для напряжений

$$\begin{aligned} \Delta u_d(t) = &-\frac{L_1 L''_{d0}}{D''_d} u_d^0 - a_{11} \frac{L''_{d0}}{L'_a} u_d^0 t - a_{12} \frac{L'_{q0}}{L'_a} u_q^0 t - \\ &-\left(\frac{L_1 L'_a}{D''_d} + a_{11} t - a_{12} \omega_0 \frac{t^2}{2} \right) k_\Phi \Delta u_\Phi , \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} \Delta u_q(t) = &-\frac{L_1 L'_{q0}}{D'_q} u_q^0 - a_{22} \frac{L'_{q0}}{L'_a} u_q^0 t - a_{21} \frac{L''_{d0}}{L'_a} u_d^0 t + \\ &+\left(\frac{L_1 L'_a}{D'_q} \omega_0 t + a_{22} \omega_0 \frac{t^2}{2} - a_{21} t \right) k_\Phi \Delta u_\Phi . \end{aligned} \tag{27}$$

Провалы напряжений на зажимах СГ в момент $t = 0^+$ включения АД с учетом форсировки равны

$$\begin{cases} \Delta u_d(0^+) = -\dfrac{L_1 L''_{d0}}{D''_d} u_d^0 - \dfrac{L_1 L'_a}{D''_d} k_\Phi \Delta u_\Phi, \\ \Delta u_q(0^+) = -\dfrac{L_1 L'_{q0}}{D'_q} u_q^0. \end{cases} \tag{28}$$

Полные напряжения на зажимах СГ равны

$$u_d(t) = u_d^0 + \Delta u_d(t), \quad u_q(t) = u_q^0 + \Delta u_q(t) \quad . \tag{29}$$

Токи в роторе АД определяем из двух последних уравнений системы (3), которые в матричной записи имеют вид

$$\vec{z}_3 I_3 + \vec{M}_3 I_2 = \vec{0}, \tag{30}$$

где матрицы обозначены в виде

$$\vec{z}_3 = \begin{bmatrix} z_R & \omega_0 L_R \\ -\omega_0 L_R & z_R \end{bmatrix}, \quad \vec{M}_3 = \begin{bmatrix} pM & \omega_0 M \\ -\omega_0 M & pM \end{bmatrix}. \tag{31}$$

Вектор-столбец токов ротора АД равен

$$I_3 = -\overrightarrow{z_3^{-1}} \vec{M}_3 I_2, \tag{32}$$

где $I_2 = (I_{d2} \ I_{q2})$ задаются уравнениями (16) и (17).

Произведя необходимые вычисления, получаем

$$\begin{aligned} I_{D2} &= -\frac{M}{L_R}\left(1 - \frac{\omega_3}{p} + \frac{\omega_0^2}{p^2}\right) I_{d2} + \frac{M}{L_R}\frac{\omega_0\omega_3}{p^2} I_{q2}, \\ I_{Q2} &= -\frac{M}{L_R}\frac{\omega_0\omega_3}{p^2} I_{d2} - \frac{M}{L_R}\left(1 - \frac{\omega_3}{p} + \frac{\omega_0^2}{p^2}\right) I_{q2}. \end{aligned} \tag{33}$$

Используя уравнения (16), (17) и (33), легко получить выражения токов АД в окрестности $t = 0$: $i_{d2}(t)$, $i_{q2}(t)$, $i_{D2}(t)$, $i_{Q2}(t)$ в виде степенных рядов от времени t.

Вычисления показывают, что для всех четырех токов первые слагаемые рядов содержат первую степень t. При подстановке выражений токов в величину электромагнитного момента АД (см. (5))

$$M_{ЭМ} = \frac{3}{2} M\left(i_{D2} i_{q2} - i_{Q2} i_{d2}\right)$$

после вычислений остаются члены, содержащие степень t^4 и выше. Поэтому после интегрирования уравнения (5) для скорости вращения ротора получаем степенной ряд, который начинается с t^5 :

$$\omega_R(t) \sim t^5 .$$

Следовательно, в окрестности $t=0$ пуска АД электромагнитный момент и скорость ротора практически остаются очень малыми величинами, так как $t<<1$. Соизмеримость мощностей СГ и запускаемого АД будет определяться их параметрами, задаваемыми в абсолютных величинах. При использовании относительных величин необходимо параметры АД привести к базовым величинам СГ, тем самым будет учтено соотношение мощностей СГ и АД.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно прийти к следующим выводам: впервые в теории СГ и АД получены аналитические выражения для токов и напряжений при пуске АД от автономно работающего СГ в результате решения системы дифференциальных уравнений девятого порядка в окрестности $t=0$. Показано, что напряжения $u_d(t)$ и $u_q(t)$ из-за пуска АД изменяются скачкообразно. Величина провалов (в виде скачков) обусловлена только индуктивными параметрами системы. Скачкообразно изменяется напряжение по продольной оси от форсировки возбуждения. Напряжение же по поперечной оси от форсировки изменяется от t в первой степени. Показано, что электромагнитный момент АД возрастает пропорционально t^4, а скорость вращения ротора - пропорционально t^5 по первым членам степенных рядов.

Все решения получены для наиболее общего случая (явнополюсность СГ и наличие демпферных клеток, подключенная активно-индуктивная нагрузка до пуска АД, наличие форсировки возбуждения). В частных случаях, когда у СГ отсутствует демпферная клетка в поперечной оси, либо отсутствуют обе клетки, в полученных выражениях необходимо заменить L'_{q0} на L_q при отсутствии клетки в поперечной оси и L''_{d0} на L'_{d0} - при отсутствии клетки в продольной оси. При отсутствии нагрузки $z_1=pL_1+r_1$ на зажимах СГ, когда запуск АД происходит при холостом ходе СГ, необходимо во всех полученных выражениях устремить L_1 и r_1 к бесконечности. Тогда, например, для провалов напряжений получаем

$$\Delta u_d\left(0^+\right)=-\frac{L'_a}{L''_{d0}+L'_a}k_ф\Delta u_ф,\quad \Delta u_q\left(0^+\right)=-\frac{L'_{q0}}{L'_{q0}+L'_a}E_0.$$

В этом случае (см. (28)) при холостом ходе $u_d^0=0,\quad u_q^0=E_0$.

В целом все полученные результаты и решения являются новыми и представляют определенный интерес для теории СГ и АД.

Приложение 1

Переходные и сверхпереходные скалярные индуктивности и скалярные активные сопротивления

$$L'_{d0}=L_d\sigma_{df},\ L'_{D0}=L_D\sigma_{Df},\ M'_{d0}=M_dk_f,\ L'_{q0}=L_q\sigma_{qQ},$$

$$L''_{d0}=L'_{d0}\sigma'_{dD},\ L'_a=L_a\sigma_{aR},\ R'_a=r_a+r_RM^2L_R^{-2},$$

$$R'_{q0} = r_s + r_D M_q^2 L_D^{-2},\ \omega'_q = R'_{q0}\left(L'_{q0}\right)^{-1},\ \omega'_a = R'_a\left(L'_a\right)^{-1},$$
$$R''_{d0} = L''_{d0}\omega''_d,\ \omega''_d = b_0^{-1}b_1 - a_0^{-1}a_1,\ b_0 = \sigma_{df}\sigma_{Df} - \sigma_f^2 k_{Df},$$
$$b_1 = \sigma_{df}\left(\omega_f + \omega_D\right) + \sigma_{Df}\left(\omega_d + \omega_f\right) - 2\sigma_f\omega_f k_{dD},\ a_0 = \sigma_{Df},$$
$$a_1 = \omega_f + \omega_D + \sigma_{Df}\omega_f,$$
где частоты и коэффициенты равны
$$\omega_d = r_s L_d^{-1},\ \omega_q = r_s L_q^{-1},\ \omega_f = r_f L_f^{-1},\ \omega_D = r_D L_D^{-1},$$
$$\omega_Q = r_Q L_Q^{-1},\ \omega_1 = r_1 L_1^{-1},\ \omega_2 = r_a L_a^{-1},\ \omega_3 = r_R L_R^{-1},$$
$$k_{df} = M_d^2 L_d^{-1} L_f^{-1},\ k_{dD} = M_d^2 L_d^{-1} L_D^{-1},\ k_{Df} = M_d^2 L_D^{-1} L_f^{-1},$$
$$k_{qQ} = M_q^2 L_q^{-1} L_Q^{-1},\ k_f = M_d L_f^{-1},\ k_{aR} = M^2 L_a^{-1} L_R^{-1},$$
$$\sigma_{df} = 1 - k_{df},\ \sigma_{dD} = 1 - k_{dD},\ \sigma_{Df} = 1 - k_{Df},\ \sigma_{qQ} = 1 - k_{qQ},$$
$$\sigma_{aR} = 1 - k_{aR},\ \sigma'_{dD} = 1 - \left(M'_{d0}\right)^2\left(L'_{d0}L'_{D0}\right)^{-1}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Арешян Г. Л.** Аналитические выражения токов и напряжений при набросе нагрузки на автономно работающий синхронный генератор // Электричество. –1998- ¹ 10 - С. 23-29.
2. **Арешян Г.Л.** Аналитические выражения возрастания напряжений при частичном отключении нагрузки автономного синхронного генератора // Электричество. - 2000- ¹ 6- С. 34-40.

ГИУА.Материал поступил в редакцию 02.08.1999.

Գ. Լ. ԱՐԵՇՅԱՆ

ԻՆՔՆԱՎԱՐ ՍԻՆԽՐՈՆ ԳԵՆԵՐԱՏՈՐԻ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԱՆԿՈՒՄԸ ԵՎ ՀՈՍԱՆՔՆԵՐԸ ԱՍԻՆԽՐՈՆ ՇԱՐԺԻՉԻ ԲԱՆԵՑՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

Ստացված են հոսանքների և լարումների վերլուծական արտահայտություններ $t = 0$ շրջակայքում: Դիտարկված է առավելագույն ընդհանուր դեպք, երբ համակարգը բնութագրվում է իններորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարումներով: Ստացված է լուծումների կառուցվածքՙ կախված t -ից:

G. L. ARESHYAN

VOLTAGE AND CURRENT FALL-THROUGH AT ASYNCHRONIC GENERATOR START

Analytical expressions of currents and voltages in the vicinity of $t = 0$ are obtained. The commonest case when the process is described by the system of differential equations with the ninth power is considered. The decision construction is obtained by a new method in the form of power series from t .

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.319.7 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

В.В. ВАРДАНЯН, В.А. ГРИГОРЯН, М.А. КАРАПЕТЯН, Л.О. КАРАХАНЯН

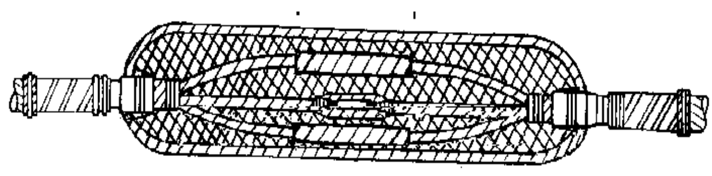
РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В СРЕДНЕЙ ЧАСТИ КАБЕЛЬНОЙ СОЕДИНИТЕЛЬНОЙ МУФТЫ

Обоснована допустимость расчета поля в средней части муфты методом зеркальных изображений при условии замены неоднородной изоляции однородным диэлектриком с эквивалентной ДП. Рассчитана напряженность поля в слое пропитывающего состава между первыми двумя слоями бумаги. Это поле способно вызвать частичные пробои сплющенных газовых пузырьков.

Ключевые слова: кабель, соединительная муфта, электрическое поле, зеркальное изображение.

Известно, что кабельные соединительные муфты являются слабым местом кабельной линии с точки зрения электрической прочности. Расчет электрического поля в средней части муфты осуществляется методом зеркальных изображений. Однако этот метод применим при условии, когда заряженные оси находятся в однородной среде, что в данном случае не имеет места. Целью настоящей работы является замена неоднородной диэлектрической среды в центральной части муфты эквивалентной однородной.

1. *Расчет относительной диэлектрической проницаемости (ОДП) эквивалентной однородной среды.* Продольное сечение муфты и ее средняя часть (рис.1) выделены двумя вертикальными линиями. Поперечное сечение средней части муфты представлено на рис.2. Здесь 1 - металлическая цилиндрическая гильза, соединяющая концы металлических жил двух отрезков кабеля; 2 – изоляция из пропитанной компаундом МК-45 бумажной ленты шириной 240 *мм;* 3 - битумная масса МБ-90; 4 - поясная изоляция из пропитанной бумаги; 5 - свинцовая труба, которая практически находится в земле.

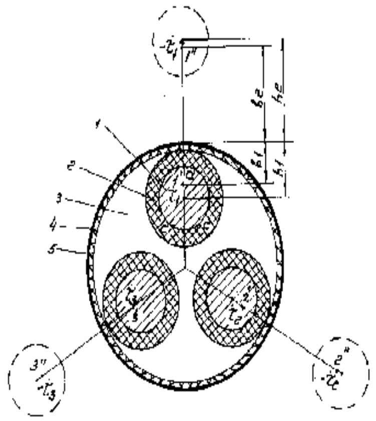


Учитывая сложный характер неоднородности изоляции средней части муфты, расчет может быть осуществлен с некоторыми допущениями. Определяем ОДП изоляции металлических жил двух отрезков кабеля на участке их стыковки с помощью металлической гильзы 1 (рис.2) в форме полого кругового цилиндра. Изоляция 2 осуществляется рулоном кабельной бумаги, пропитанной компаундом МК-45 (объемная доля канифоли 0,45, $\varepsilon_к = 3{,}0$, трансформаторного масла 0,55 и 2,3 соответственно). ОДП компаунда определяется выражением

$$\varepsilon_{комп} = f_М \varepsilon_М + f_к \varepsilon_к = 2{,}615\ , \qquad (1)$$

где $f_М$ и $f_к$ - соответственно объемные доли масла и канифоли.

Рис.2



ОДП одного слоя пропитанной бумаги рассчитаем по выражению [1]

$$\varepsilon = \varepsilon_{комп}\left[1 + \frac{\rho_{бум}}{\rho_{клет}}\frac{\varepsilon_{клет} - \varepsilon_{комп}}{\varepsilon_{комп} + (\varepsilon_{клет} - \varepsilon_{комп})\left(1 - \frac{\rho_{бум}}{\rho_{клет}}\right)N}\right], \qquad (2)$$

где $\rho_{Бум}$ и $\rho_{клет}$ - удельные веса сухой непропитанной бумаги и клетчатки (соответственно 0,955 и 1,5 *гр/см³*); $\varepsilon_{клет}$= 6,5; N - коэффициент деполяризации поперек волокон клетчатки (N=0,89). Результат расчета $\varepsilon_Б$ = 4,218.

Между слоями бумаги обязательно имеется пропитывающий состав, толщина которого равна 0,02 *мм*.

Итак, имеется двухслойный диэлектрик - пропитанная бумага толщиной 0,1 *мм* и $\varepsilon_Б$ =4,218 и слой компаунда толщиной 0,02 мм и $\varepsilon_{комп}$=2,615.

ОДП бумажной изоляции в центральной части муфты определяется формулой

$$\varepsilon_{из}=(d_1+d_2)\frac{\prod\limits_{i=1}^{2}\varepsilon_i}{\sum\limits_{j=1}^{2} d_j\prod\limits_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{2}}=0{,}12\frac{4{,}218\cdot 2{,}615}{0{,}1\cdot 2{,}615+0{,}02\cdot 4{,}218}=3{,}827\approx 3{,}83. \qquad (3)$$

Это значение $\varepsilon_{из}$ верно и для поясной изоляции.

Почти половину площади поперечного сечения центральной части муфты занимает масло-битумная масса МБ-90. Расчет ОДП этой массы по выражению (1) дает $\varepsilon_{МБ}$=2,93. Площадь, занятую битумом, приходящуюся на долю одной жилы, представим в виде цилиндрического кольца, охватывающего бумажную изоляцию жилы радиусами 17 и 22,8 *мм*. Эквивалентную ОДП двухслойного диэлектрика цилиндрической конструкции можно определить по формуле

$$\varepsilon=\frac{\prod\limits_{i=1}^{2}\varepsilon_i}{F_{щп}}\ell n\frac{R_1+\sum\limits_{i=1}^{2}d_i}{R_1}, \qquad F_{щп}=\sum_{j=1}^{2}\ell n\frac{R_{j+1}}{R_j}\prod_{\substack{i=1,\\ i\neq j}}^{2}\varepsilon_i, \qquad R_{j+1}=R_j+d_j, \qquad (4)$$

где d - толщина стенок цилиндров.

Расчет по (4) приводит к результату ε=3,42, что является ОДП эквивалентного однородного диэлектрика, охваченного свинцовой трубой.

2. Расчет электрического поля в отдельных точках изоляции средней части муфты. Электрическое поле в изоляции средней части муфты рассчитывается методом зеркальных изображений. Данный метод неприменим для кабелей по причине весьма плотной упаковки проводников сегментной формы и малой толщины изоляции. При этом расстояние между условными центрами проводников может оказаться меньше поперечных размеров этих же проводников.

В средней части муфты положение другое. Большой диаметр свинцовой трубы муфты позволяет изолировать проводящие жилы (или гильзу) пропитанной бумагой толщиной, более чем в три раза превышающей толщину жильной изоляции в кабеле. Кроме того, между изолированными жилами оставляется небольшой промежуток, который заполняется битумной массой (рис. 2). Получается, что расстояние между осями гильз более чем в пять раз превосходит радиус гильзы в форме кругового цилиндра.

Таким образом, применение метода зеркальных изображений для решения данной задачи, обеспечивающей достаточную для практики точность расчета, можно считать приемлемым.

На рис.2 показаны (вне сечения муфты) точки расположения геометрических осей зеркальных изображений металлических жил. Эти точки инверсны относительно окружности, изображающей свинцовую трубу муфты. Указаны также точки расположения электрических осей (1' и 1"; 2' и 2"; 3' и 3") реальных и зеркальных изображений проводящих жил. Для этого определены размеры h_1 и h_2 и соответственно

$$b_1=\sqrt{h_1^2-R^2}=14{,}9\ мм, \qquad b_2=\sqrt{h_2^2-R^2}=33{,}2\ мм,$$

где R - радиус жилы (гильзы).

Для определения линейных зарядов электрических осей воспользуемся системой уравнений [2,3], которые в данном случае принимают вид

$$\begin{aligned}
&\alpha_{11}\dot{\tau}_1+\alpha_{12}\dot{\tau}_2+\alpha_{13}\dot{\tau}_3=\dot{U}_1,\\
&\alpha_{21}\dot{\tau}_1+\alpha_{22}\dot{\tau}_2+\alpha_{23}\dot{\tau}_3=\dot{U}_2,\\
&\alpha_{31}\dot{\tau}_1+\alpha_{22}\dot{\tau}_2+\alpha_{33}\dot{\tau}_3=\dot{U}_3,
\end{aligned} \tag{5}$$

правые части которых есть фазные напряжения.

Потенциальные коэффициенты α для трехжильных кабелей (и муфт) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\alpha_{11}=\alpha_{22}=\alpha_{33}=\frac{1}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ell n\frac{Aa}{R},\\
&\alpha_{12}=\alpha_{23}=\alpha_{31}=\frac{1}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ell n\frac{Ab}{AB},
\end{aligned} \tag{6}$$

где A и B- точки расположения электрических осей реальных металлических жил фаз A и B; a и b –то же самое для зеркальных изображений: двумя буквами обозначены расстояния между соответствующими осями.

После расчета система уравнений (5) принимает вид

$$\begin{aligned}
&8{,}196\cdot10^9\dot{\tau}_1+4{,}279\cdot10^9\dot{\tau}_2+4{,}279\cdot10^9\dot{\tau}_3=6\cdot10^3,\\
&4{,}279\cdot10^9\dot{\tau}_1+8{,}196\cdot10^9\dot{\tau}_2+4{,}279\cdot10^9\dot{\tau}_3=6\cdot10^3\cdot e^{-j120^0},\\
&4{,}279\cdot10^9\dot{\tau}_1+4{,}279\cdot10^9\dot{\tau}_2+8{,}196\cdot10^9\dot{\tau}_3=6\cdot10^3\cdot e^{j120^0}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Расчет этой системы дал следующие результаты:

$$\begin{aligned}
&\pm\dot{\tau}_1=\pm1{,}532\cdot10^{-6}\ \textit{Кл/м}\quad \pm\dot{\tau}_2=\pm1{,}532\cdot10^{-6}e^{-j120^0}\ \textit{Кл/м},\\
&\pm\dot{\tau}_3=\pm1{,}532\cdot10^{-6}e^{j120^0}\ \textit{Кл/м}.
\end{aligned} \tag{8}$$

Как видно из рис.2, наибольшие напряженности электрического поля должны быть в точках а и с на поверхностях каждой металлической жилы, примыкающей к изоляции.

Расчет напряженности в данной точке, вызванной линейным зарядом $\dot{\tau}$ электрической оси, определяется выражением

$$\dot{E}=\frac{\dot{\tau}}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}, \tag{9}$$

где r - расстояние между точками расположения электрической оси и определения E .

В зависимости от знака τ вектор $\vec{E}$ направлен по (или против) $\vec{r}_0$, где $\vec{r}_0$ - единичный вектор в направлении r. В точках *а* и *с* по (8) определены составляющие напряженностей от каждой электрической оси с зарядами, найдены проекции по осям x и y и рассчитаны результирующие амплитудные значения: E_{AM} =14,1 *кВ/см*, E_{CM}= 5,94 *кВ/см*.

Большой интерес представляет определение напряженности поля в слое компаунда между первыми двумя слоями бумаги. На первый слой бумаги с прилегающим слоем компаунда суммарной толщиной 0,12 *мм* приходится напряжение $U=1{,}41\cdot 0{,}12\cdot 10^3=170{,}4$ *В*. При совместном решении системы двух уравнений

$$0{,}1\ E_Б + 0{,}02\ E_{комп} = 170{,}4\ , \qquad (10)$$

$$\varepsilon_Б +\ E_Б = \varepsilon_{комп}\ E_{комп} \text{ или } 4{,}218\ E_Б = 2{,}615\ E_{комп}\ .$$

получаем $E_{комп}$ = 20,78 *кВ/см*. Электрическое поле указанной напряженности может вызвать частичные пробои сплющенных газовых пузырьков в компаунде и со временем привести к пробою бумажной изоляции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Карапетян М.А.** Исследование электрического поля в неоднородной среде. – Ереван: Айастан, 1990. - 216 с.
Нейман Л.Ф., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Том 2.-Л.: Энергоиздат, 1981. - 415 с.
2. Կարապետյան Մ.Ա., Հակոբջանյան Գ.Դ. Էլեկտրատեխնիկայի տեսական հիմունքները. Հատոր II. - Եր.: Լույս, 1989. - 449 էջ:

ГИУА. Материал поступил в редакцию 14.06.1999.

Վ.Վ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Վ.Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Մ.Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Լ.Հ. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ԿԱԲԵԼԱՅԻՆ ՄԻԱՎՈՐԻՉ ԿՑՈՐԴՉԻ ՄԻՋԻՆ ՄԱՍՈՒՄ

Հիմնավորված է հայելային պատկերների մեթոդով իրականացված էլեկտրական դաշտի հաշվարկը կցորդչի միջին մասում, երբ անհամասեռ մեկուսիչը փոխարինված է համարժեք ԴԹ համասեռ դիէլեկտրիկով: Որոշված է դաշտի լարվածությունը մեկուսչի՝ թղթի առաջին երկու շերտերի միջև գտնվող տոգորող հեղուկ դիէլեկտրիկի շերտում: Դաշտն այդ շերտում կարող է առաջացնել ճզմված գազային պղպջակների մասնակի պարպումներ:

V.V. VARDANYAN, V.A. GRIGORYAN, M.A. KARAPETYAN, L.H. KARAKHANYAN

ELECTRIC FIELD CALCULATION IN THE MEAN PART OF THE CABLE CONNECTOR

Electric field calculation admissibility in the mean part of the connector in case of inhomogeneous isolation substitution for the homogeneous dielectric with equivalent DP is elucidated by the mirror image method. The field intensity in the impregnating compound layer between the first two layers of the paper is calculated. This field is capable of causing partial break-down of flattened gas bubbles.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 620. 179.14(088.8) ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

В. Б. НЕРСИСЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ВИХРЕТОКОВОГО ТОЛЩИНОМЕРА

Рассмотрена эквивалентная схема замещения вихретокового преобразователя трансформаторного типа, где проводящий лист заменен эквивалентным контуром с комплексным сопротивлением. Обоснован переход этой схемы в схему замещения четырехполюсника. На основании условий передачи максимальной мощности, связывающих коэффициенты четырехполюсника и комплексного сопротивления листа, получены зависимости конструктивных параметров преобразователя от толщины контролируемого листа. Получена упрощенная расчетная формула, которую удобно применять в инженерных расчетах.

Ключевые слова: эквивалентная схема, вихревой ток, проводящий лист, мощность.

Вихретоковые преобразователи широко применяются как в измерительной технике, так и в электромагнитной дефектоскопии. Известен ряд методов расчета вихретокового преобразователя [1], с помощью которых определяют расчетные величины для конкретных конструкций. Однако все они основываются на теории электромагнитного поля, что обусловливает сложность расчетов и их ограниченное применение в инженерной практике. В некоторых случаях применяют известные методы расчета магнитных цепей [2].

В настоящей работе предлагается метод расчета магнитной цепи вихретокового преобразователя с учетом условий передачи максимальной мощности от контролируемого листа к преобразователю, определяются конструктивные параметры преобразователя, удовлетворяющие этому условию.

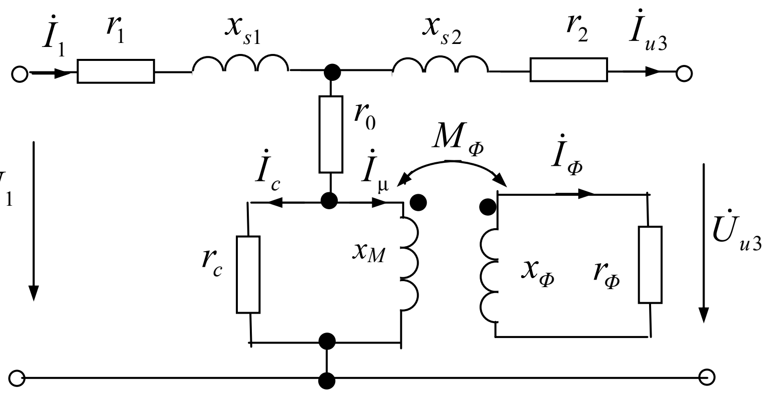


Рис. 1

Рассмотрим вихретоковый преобразователь, описанный в [3]. Эквивалентная схема замещения преобразователя [4] приведена на рис.1.

Здесь r_1, r_2 - активные, а x_{s1}, x_{s2} - реактивные сопротивления обмоток; x_M - индуктивное сопротивление связи между обмотками; r_c - сопротивление потерь в сердечнике; r_0 - сопротивление (обратная величина проводимости (воздушного зазора; $r_Ф$, $x_Ф$ - эквивалентное активное и индуктивное сопротивления контура контролируемого листа; $x_{MФ} = \omega M_Ф$ - индуктивное сопротивление взаимной индукции, имеющее место между контролируемым листом и обмотками.

Уравнения, составленные для участка цепи с магнитосвязанными контурами, имеют вид

$$\begin{cases} jx_M \dot{I}_\mu - r_c \dot{I}_c - jx_{MФ} \dot{I}_Ф = 0, \\ jx_Ф \dot{I}_Ф + r_Ф \dot{I}_Ф - jx_{MФ} \dot{I}_\mu = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

Из второго уравнения системы (1) следует

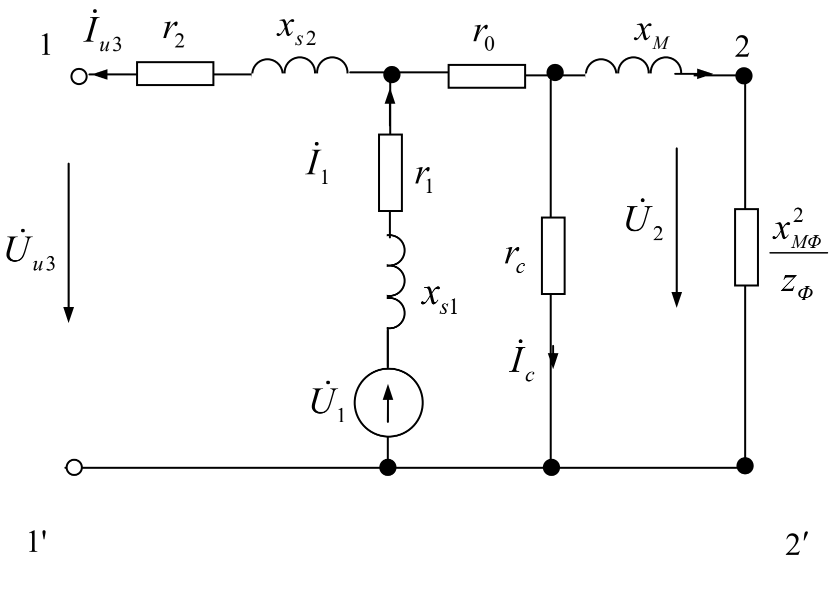
$$\dot{I}_Ф = jx_{MФ} \dot{I}_\mu / z_Ф , \qquad (2)$$

где $z_Ф = (r_Ф + jx_Ф)$- эквивалентное комплексное сопротивление контролируемого листа.

С учетом (2) уравнение системы (1) запишется в виде

$$jx_M \dot{I}_\mu - r_c \dot{I}_c + \frac{x_{MФ}^2}{z_Ф} \dot{I}_\mu = 0. \qquad (3)$$

На основании (3) схема замещения преобразователя (рис. 1) преобразуется в схему замещения четырехполюсника (рис. 2).



Уравнение для этого четырехполюсника, записанное через коэффициенты $\|A\|$, имеет вид

$$\begin{cases} \dot{U}_{\text{из}} + \dfrac{z_2}{z_1}\dot{U}_1 = \dfrac{z_2(z_1 + r_0 + r_c) + r_0 z_1 + r_c z_1}{r_c z_1}\dot{U}_2 + \\ + \dfrac{z_2(r_0 jx_M + r_c jx_M + r_0 r_c) + r_0 z_1 jx_M + (r_0 + jx_M)r_c z_1}{r_c z_1}\dot{I}_\mu, \\ \dot{I}_{\text{из}} - \dfrac{\dot{U}_1}{z_1} = -\dfrac{z_1 + r_0 + r_c}{r_c z_1}\dot{U}_2 - \dfrac{r_0 jx_M + r_c jx_M + r_0 r}{r_c z_1}\dot{I}_\mu, \end{cases} \qquad (4)$$

где $z_1 = r_1 + jx_{s1}$, $z_2 = r_2 + jx_{s2}$ - комплексные сопротивления первичной и измерительной обмоток.

Из системы уравнений (4) следуют выражения коэффициентов четырехполюсника

$$\begin{cases} A = \dfrac{z_2(z_1 + r_0 + r_c) + r_0 r_1 + r_c z_1}{r_c z_1}, \\ B = \dfrac{z_\alpha(r_0 jx_M + r_c jx_M + r_0 r_c) + r_0 z_1 jx_M + (r_0 + jx_M)r_c z_1}{r_c z_1}, \\ C = -\dfrac{z_1 + r_0 + r_c}{r_c z_1}, \\ D = -\dfrac{r_0 jx_M + r_0 r_c + r_c jx_M}{r_c z_1}. \end{cases} \qquad (5)$$

Вносимое сопротивление $x^2_{\text{МФ}}/z_\Phi$ в ветви намагничивания схемы замещения представляет собой нагрузку четырехполюсника.

На основании условий передачи максимальной мощности от контролируемого листа к преобразователю имеем

$$\sqrt{AB/CD} = x^2_{\text{МФ}}/z_\Phi. \qquad (6)$$

С учетом (5) условие (6) после несложных преобразований принимает вид

$$\begin{aligned} & z_2 z_{12}\cos(\varphi_2 + \varphi_{12}) + \frac{z_1(r_0 + r_c)z_{12}}{z_{oc}}\cos(\varphi_1 + \varphi_{12} - \varphi_{oc}) + \\ & + j\left[z_2 z_{12}\sin(\varphi_2 + \varphi_{12}) + \frac{z_1(r_0 + r_c)z_{12}}{z_{oc}}\sin(\varphi_1 + \varphi_{12} - \varphi_{oc})\right] = \\ & = \frac{x^4_{\text{МФ}}}{z^2_\Phi}\cos 2\varphi_\Phi + j\frac{x^4_{\text{МФ}}}{z^2_\Phi}\sin 2\varphi_\Phi, \end{aligned} \qquad (7)$$

где

$$z_1=\sqrt{r_1^2+x_{s1}^2},\quad \varphi_1=\mathrm{arctg}\frac{x_{s1}}{r_1};$$

$$z_2=\sqrt{r_2^2+x_{s2}^2},\quad \varphi_2=\mathrm{arctg}\frac{x_{s2}}{r_2};$$

$$z_{12}=\sqrt{(r_1+r_2)^2+(x_{s1}+x_{s1})^2},\quad \varphi_{12}=\mathrm{arctg}\frac{x_{s1}+x_{s1}}{r_1+r_2};$$

$$z_{oc}=\sqrt{(r_1+r_0+r_c)^2+x_{s1}^2}\ ,\quad \varphi_{oc}=\mathrm{arctg}\frac{x_{s1}}{r_1+r_0+r_c};$$

модули и фазы комплексных сопротивлений :

$$z_1,\quad z_2,\quad z_{12}=(r_1+r_2)+j(x_{s1}+x_{s2}),$$

$$z_{oc}=(r_1+r_0+r_c)+jx_{s1}.$$

Из (7) следует

$$\begin{aligned}&z_2 z_{12}\cos(\varphi_2+\varphi_{12})+\frac{z_1(r_0+r_c)z_{12}}{z_{oc}}\cos(\varphi_1+\varphi_{12}-\varphi_{oc})=\\&=\left(\frac{x_{M\Phi}^2}{z_\Phi}\right)^2 r_\Phi\cos 2\varphi_\Phi,\\&z_2 z_{12}\sin(\varphi_2+\varphi_{12})+\frac{z_1(r_0+r_c)z_{12}}{z_{oc}}\sin(\varphi_1+\varphi_{12}-\varphi_{oc})=\\&=\left(\frac{x_{M\Phi}^2}{z_\Phi}\right)^2 x_\Phi\sin 2\varphi_\Phi.\end{aligned}\qquad (8)$$

Система уравнений (8) определяет зависимость конструктивных параметров магнитной цепи толщиномера от величины сопротивления листа.

Зная, что при точном измерении энергия, передаваемая от измеряемого объекта к измерителю, равна нулю, т.е. $\dot{I}_{u3}=0$, и пренебрегая потерями в стали, можно получить более упрощенную формулу.

С учетом вышеизложенного условие (6) можно записать в виде

$$r_1+r_0+j(x_{s1}+x_M)=x_{M\Phi}^2/z_\Phi. \qquad (9)$$

Условие (9) можно представить с помощью двух уравнений

$$\begin{cases}r_1+r_0=\dfrac{x_{M\Phi}^2}{z_\Phi^2}r_\Phi,\\ x_{s1}+x_M=\dfrac{x_{M\Phi}^2}{z_\Phi^2}x_\Phi.\end{cases}\qquad (10)$$

Последнее уравнение удобно использовать при практических расчетах для определения геометрических размеров магнитной цепи преобразователя, числа витков обмоток, которые соответствуют условию максимальной передачи мощности. Обычно эквивалентное комплексное сопротивление листа определяют экспериментальным путем. Зная толщину листа, можно найти величину $z_{\Phi}(h)$, а из уравнения (10) определить все необходимые параметры магнитной цепи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Дорофеев А. Л., Никитин А.И., Рубин А.Л.** Индукционная толщинометрия. - М.: Энергия, 1978. – 185 с.
2. **Нерсисян В.Г.** Расчет токовихревого преобразователя трансформаторного типа на основе теории цепей с распределенными параметрами // Изв.АН АрмССР. – 1985. - Т.38, ¹ 1, - С. 30-36.
3. **Нерсесян В.Б.** Расчет вихретокового преобразователя с учетом скорости движущейся токопроводящей неферромагнитной полосы // Электрические и магнитные поля в неоднородных средах и цепи: Межвуз. темат. сб. науч. тр. по электротехнике. - Ереван, 1989. – С. 83-88.
4. **Атабеков Г.И.** Теоретические основы электротехники. - М.: Энергия, 1978. – 592 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 15.10.1999.

Վ.Բ. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ

ՄՐՐԿԱՀՈՍԱՆՔԱՅԻՆ ՀԱՍՏԱՉԱՓԻ ՀԱՄԱՐԺԵՔ ՓՈԽԱՐԻՆՄԱՆ ՍԽԵՄԱՅԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Դիտարկված է տրանսֆորմատորային տիպի մրրկահոսանքային ձևափոխիչի համարժեք փոխարինման սխեման: Այն պատկերված է քառաբևեռի տեսքով, որտեղ հաղորդիչ թիթեղը փոխարինված է կոմպլեքս դիմադրությամբ: Ըստ առավելագույն հզորության հաղորդման պայմանի, կապ է հաստատվում քառաբևեռի գործակիցների և թիթեղի կոմպլեքս դիմադրության միջև, այլ կերպ ասած, թիթեղի հաստության և ձևափոխիչի կոնստրուկտիվ պարամետրերի միջև:

V. B. NERSISSYAN

EQUIVALENT CIRCUIT PARAMETER DETERMINATION FOR EDDY CURRENT CONVERTER REPLACEMENT

An equivalent circuit for replacing the transformer-type eddy current converter is considered, and the conductive plate is replaced by an equivalent contour with a complex resistance. The transition of this circuit into four-terminal network replacement circuit is grounded. Based on the maximum power transmission conditions, linking the four-terminal coefficients with complex plate resistance, the dependences of the constructive converter parameters on the controllable plate thickness are obtained. A simplified design formula, which is applicable in engineering calculations, is obtained.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.01 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Р.М. АВАГЯН

ПРИБЛИЖЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Приводится алгоритм приближенного интегрирования системы с применением метода разложения вектора решения в сходящиеся степенные ряды. Исследуется область сходимости этих рядов. Дается конструктивная оценка радиуса сходимости.

Ключевые слова: приближенное интегрирование, сходящиеся степенные ряды, радиус сходимости, динамические процессы.

Исследование динамических процессов в короткозамкнутом асинхронном двигателе (АД) сводится к решению задачи Коши для следующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений [1,2]:

$$\begin{aligned}
\psi'_d &= -T_s^{-1}\psi_d + K_R T_s^{-1}\psi_D + \omega_c\psi_q + U_d,\\
\psi'_q &= -T_s^{-1}\psi_q + K_R T_s^{-1}\psi_Q + \omega_c\psi_d + U_q,\\
\psi'_D &= -T_R^{-1}\psi_D + K_S T_s^{-1}\psi_d + (\omega_c - \omega_{cR})\psi_Q,\\
\psi'_Q &= -T_R^{-1}\psi_Q + K_S T_s^{-1}\psi_q + (\omega_c - \omega_{cR})\psi_Q,\\
\omega'_R &= H^{-1}\left[K_S K_R(\sigma X_{SR})^{-1}(\psi_q\psi_D - \psi_q\psi_Q) - M\right]
\end{aligned}$$

на некотором интервале времени $[t_0, t_0 + T]$ при начальных условиях

$$t = t_0,\ \psi_d = \psi_{d0},\ \psi_q = \psi_{q0},\ \psi_D = \psi_{Do},\ \psi_Q = \psi_{Q0},\ \omega_R = \omega_{R0}. \qquad (2)$$

Система уравнений (1) записана в относительных единицах и описывает динамические процессы АД в синхронно-вращающейся системе координат d, q. Коэффициенты T_s и T_R представляют собой соответственно постоянные времени обмотки статора и ротора (при замкнутых накоротко обмотках ротора и статора соответственно) и определяются через активные и индуктивные параметры АД следующими формулами:

$$T_s = \sigma X_S / r_S, \qquad T_R = \sigma X_R / r_R,$$

где σ - коэффициент рассеяния,

$$\sigma = 1 - X_{SR}^2 / X_S X_R;$$

K_S и K_R - коэффициенты связи обмоток статора и ротора соответственно,

$$K_S = X_{SR} / X_S, \qquad K_R = S_{SR} / X_R;$$

H - инерционная постоянная АД.

Система уравнений (1) удобна для оценок величин ее отдельных членов, так как коэффициенты $K_S, K_R, \sigma, T_s, T_R, H$ изменяются в сравнительно узких пределах при изменении мощности АД в широком диапазоне.

Ниже приводится алгоритм приближенного интегрирования системы (1) с применением метода разложения вектора решения в сходящиеся степенные ряды. Исследуется область сходимости этих рядов и дается конструктивная оценка радиуса сходимости. Базой для применения метода разложения решения в сходящиеся степенные ряды служит следующее основное выражение [3,4]:

$$X'_j = f_j(t, x_1, x_2, ..., x_m), \qquad j=1,2,...,m$$

с начальным условием $X_j(t_0) = X_{j0}$.

Правые части f_j в окрестности точки $(t_0, x_{10}, x_{20}, ..., x_{m0})$ суть аналитические функции своих аргументов, то есть разлагаются в кратный сходящийся степенной ряд

$$f_j(t, x_1, x_2, .., x_m) = \sum_{K_0 K_1 ... K_m}^{\infty} a^j K_0, K_1, .., K_m (t-t_0)^{K_0} (x_1 - x_{10})^{K_1} .. (x_m - x_{m0})^{K_m}.$$

При значениях t, близких к t_0, решение задачи Коши существует и представляется разложениями в сходящиеся степенные ряды Тейлора:

$$X_j(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{X_j^{(n)}(t_0)}{n!} (t-t_0)^n, \qquad j=1,2,...,m,$$

где $X_j^{(n)}(t_0)$ - производная n – го порядка функции $X_j(t)$ в точке t_0.

При этом, если функции $f_j(t, x_1, x_2, ..., x_m)$ аналитичны в области

$$|t-t_0| \le \alpha, |x_j - x_{j0}| \le \beta, \quad j=1,2,...,m$$

изменения величин $t, x_1, x_2, ..., x_m$, и в этой области

$$|f_j(t, x_1, x_2, ..., x_m)| \le \mu,$$

где μ - некоторая положительная постоянная, то ряды (6) сходятся в интервале

$$|t-t_0| \le h = \min(\alpha, \beta/\mu).$$

Ограничение области сходимости условием (9) вполне естественно. Действительно, с одной стороны требование $h \le \alpha$, очевидно, является необходимым. С другой стороны, требование $h \le \beta/\mu$ обусловлено тем, что если $X_j = X_j(t)$ является решением задачи (3) на отрезке $[t_0; t_0 + \alpha]$, то из условия $|X_j^1(t)| \le \mu$ следует

$$|X_j(t)| \le \mu(t-t_0).$$

Учитывая (7), имеем $t - t_0 \le \beta / \mu$. Отметим, что задача оценки радиуса сходимости рядов (6) для метода разложения в степенные ряды имеет важное практическое значение. Если $t - t_0$ больше радиуса сходимости какого-нибудь из рядов (6), то при усечении ряда и приближенном представлении решения в виде полинома

$$X_j^N(t) = \sum_{n=0}^{N} \frac{X_j^{(n)}(t_0)}{n!}(t - t_0)^n$$

погрешность с увеличением N не стремится к нулю, и метод степенных рядов неприменим. Если же $t - t_0$ меньше радиуса сходимости, то любая наперед заданная точность счета ε обеспечивается соответствующим выбором числа N из условия

$$\left| X_j^{N+1}(t) - X_j^N(t) \right| = \left| \frac{X_j^{(N+1)}}{(N+1)!}(t - t_0)^{(N+1)} \right| \le \varepsilon . \tag{11}$$

Коэффициенты $X_j^n(t_0)$ в (6) определяются последовательным дифференцированием уравнений (3) в точке t_0:

$$\begin{gathered}
X_j(t_0) = X_{j0};\\
1! X_j^{(1)}(t_0) = f_j(t_0, x_{10}, x_{20}, ..., x_{m0});\\
2! X_j^{(2)}(t_0) = \left(\frac{\partial f_j}{\partial t}\right)^0 + \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_1}\right) x'_1(t_0) + ... + \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_m}\right)^0 x'_m(t_0);\\
3! X_j^{(3)}(t_0) = \left(\frac{\partial^2 f_j}{\partial t^2}\right)^0 + 2\left[\left(\frac{\partial^2 f_j}{\partial t \partial x_1}\right)^0 x'_1(t_0) + ... + \left(\frac{\partial^2 f_j}{\partial x_m \partial t}\right)^0 x'_m(t_0)\right] + \\
+ \left(\frac{\partial^2 f_j}{\partial x_1^2}\right)^0 x'_1(t_0)^2 + ... + \left(\frac{\partial^2 f_j}{\partial x_m^2}\right)^0 x'_m(t_0)^2 + ... + \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_1}\right)^0 x''_1(t_0) + ... + \\
+ \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_m}\right)^0 x''_m(t_0),
\end{gathered} \tag{12}$$

где частные производные с индексом "0" означают значения этих производных в точке (t_0, x_{1_0},..., x_{m_0}).

С целью определения радиуса сходимости h для рядов (6) при интегрировании системы (1) максимальные значения управляющих и возмущающих переменных для конкретного процесса обычно задаются с определенной точностью. Таким образом,

$$\left|U_d\right| \le U_{dm}; \left|U_q\right| \le U_{qm}; \left|\omega_c\right| \le \omega_{cm}; \left|M\right| \le M_m,$$

где $U_{dm}, U_{qm}, \omega_{cm}, M_m$ - максимальные значения составляющих подведенного к обмотке статора АД напряжения, его круговой частоты и нагрузочного момента соответственно.
Функции $U_d(t), U_q(t), \omega_c(t), M(t)$ обычно являются аналитическими или кусочно-аналитическими по времени. Соответственно являются аналитическими или кусочно-аналитическими и правые части уравнений (1). В первом случае области аналитичности правых частей (1) определяются неравенствами

$$\left|t - t_0\right| \le \alpha; \ \left|\psi_d - \psi_{d0}\right| \le \beta; \ \left|\psi_q - \psi_{q0}\right| \le \beta;$$
$$\left|\psi_D - \psi_{D0}\right| \le \beta; \ \left|\psi_Q - \psi_{Q0}\right| \le \beta; \ \left|\omega_R - \omega_{R0}\right| \le \beta,$$

где α совпадает с длиной интервала интегрирования T_1, а β - произвольное положительное, $0 \le \beta < \infty$.

Общий радиус сходимости рядов (6) для системы (1) определяем по условию (9). Так как особый интерес представляет определение по возможности наибольшего радиуса сходимости, то условие (9) перепишем в виде

$$h = \min\left[\alpha, \max(\beta / \mu)\right], \tag{15}$$

и задача сводится к определению $\max(\beta/\mu)$. Рассмотрим β как свободный параметр, и для каждого уравнения системы (1), используя условия (14), представим μ как функцию от β. Соответственно имеем пять функций

$$\begin{gathered} \mu_d = \mu_d(\beta); \ \mu_q = \mu_q(\beta); \mu_D = \mu_D(\beta); \\ \mu_Q = \mu_Q(\beta); \mu_R = \mu_R(\beta), \end{gathered} \tag{16}$$

по которым определяем величины

$$\max(\beta / \mu_d), \max(\beta / \mu_q), \max(\beta / \mu_D), \max(\beta / \mu_Q), \max(\beta / \mu_R).$$

Общий радиус сходимости определяем в виде

$$h = \min[\alpha, \max(\beta/\mu_d),$$
$$\max(\beta/\mu_q), \max(\beta/\mu_D), \max(\beta/\mu_Q), \max(\beta/\mu_R)].$$

В соответствии с (14) имеем

$$\begin{gathered} \left|\psi_d\right| - \left|\psi_{d0}\right| \le \left|\psi_d - \psi_{d0}\right| \le \beta; \left|\psi_d\right| \le \beta + \left|\psi_{d0}\right|; \left|\psi_q\right| \le \beta + \left|\psi_{q0}\right|; \\ \left|\psi_D\right| \le \beta + \left|\psi_{D0}\right|; \left|\psi_Q\right| \le \beta + \left|\psi_{Q0}\right|; \left|\omega_R\right| \le \beta + \left|\omega_{R0}\right|. \end{gathered} \tag{18}$$

Для первого уравнения системы (1), используя неравенства (18) и условие $K_R<1$, получим

$$\left|\psi_d^{'}\right| = \left|-T_s^{-1}\psi_d + K_R T_s^{-1}\psi_D + \omega_c\psi_q + U_d\right| \le$$
$$\le T_s^{-1}\left|-\psi_d + K_R\psi_D\right| + \left|+\omega_c\right|\left|\psi_q\right| + \left|U_d\right| <$$
$$< T_s^{-1}\left(\left|\psi_D\right| + \left|\psi_d\right|\right) + \left|\omega_c\right|\left|\psi_q\right| + \left|U_d\right| \le \qquad (19)$$
$$\le T_s^{-1}\left(2\beta + \left|\psi_{D0}\right| + \left|\psi_{d0}\right|\right) + \omega_{cm}\beta + \omega_{cm}\left|\psi_{q0}\right| + U_{dm} =$$
$$= \left(2T_s^{-1} + \omega_{cm}\right)\beta + T_s^{-1}\left(\left|\psi_{D0}\right| + \left|\psi_{d0}\right|\right) + \left(\omega_{cm} + \left|\omega_{q0}\right|\right) + U_{dm}\,.$$

Следовательно,

$$\mu_d = \left[2T_S^{-1} + \omega_{cm}\right]\beta + T_S^{-1}\left(\left|\psi_{d0}\right| + \left|\psi_{D0}\right|\right) + \omega_{cm}\left|\psi_{q0}\right| + U_{dm}\,. \qquad (20)$$

Взаимной заменой индексов d, D на q, Q для μ_q получим

$$\mu_q = \left[2T_S^{-1} + \omega_{cm}\right]\beta + T_S^{-1}\left(\left|\psi_{q0}\right| + \left|\psi_{Q0}\right|\right) + \omega_{cm}\left|\psi_{d0}\right| + U_{qm}\,. \qquad (21)$$

Таким образом, функции $\mu_d(\beta)$ и $\mu_q(\beta)$ имеют следующий вид:

$$\mu_{d(q)}(\beta) = a_1\beta + a_0\,. \qquad (22)$$

Аналогичным образом из третьего уравнения системы (1) с учетом неравенства $K_s<1$ получим

$$\left|\psi_d^{'}\right| = \left|-T_R^{-1}\psi_D + K_S T_R^{-1}\psi_d + \omega_c\psi_Q + \omega_R\psi_Q\right| <$$
$$< T_R^{-1}\left(\left|\psi_D\right| + \left|\psi_d\right|\right) + \left|\omega_c\right|\left|\psi_Q\right| + \left|\omega_R\right|\left|\psi_Q\right| \le$$
$$\le T_R^{-1}\left(2\beta + \left|\psi_{D0}\right| + \left|\psi_{d0}\right|\right) + \omega_{cm}\beta + \omega_{cm}\left|\psi_{W0}\right| + \beta^2 + \beta\left|\psi_{Q0}\right| + \qquad (23)$$
$$+ \beta\left|\omega_{R0}\right| + \left|\psi_{Q0}\right|\left|\omega_{R0}\right| = \beta^2 + \left(2T_R^{-1} + \omega_{cm} + \left|\omega_{R0}\right| + \left|\psi_{Q0}\right|\right)\beta +$$
$$+ T_R^{-1}\left(\left|\psi_{D0}\right| + \left|\psi_{d0}\right|\right) + \left(\omega_{cm} + \left|\omega_{R0}\right|\right)\left|\psi_{Q0}\right|.$$

Подобно предыдущему случаю имеем

$$\mu_D = \beta^2 + \left(2T_R^{-1} + \omega_{cm} + \left|\omega_{R0}\right| + \left|\psi_{Q0}\right|\right)\beta +$$
$$+ T_R^{-1}\left(\left|\psi_{D0}\right| + \left|\psi_{d0}\right|\right) + \left(\omega_{cm} + \left|\omega_{R0}\right|\right)\left|\psi_{Q0}\right|,$$
$$\mu_D = \beta^2 + \left(2T_R^{-1} + \omega_{cm} + \left|\omega_{R0}\right| + \left|\psi_{Q0}\right|\right)\beta +$$
$$+ T_R^{-1}\left(\left|\psi_{Q0}\right| + \left|\psi_{q0}\right|\right) + \left(\omega_{cm} + \left|\omega_{R0}\right|\right)\left|\psi_{D0}\right|. \qquad (24)$$

Функции $\mu_D(\beta)$и $\mu_Q(\beta)$имеют вид

$$\mu_{D(Q)}(\beta) = \beta^2 + a_1\beta + a_0\,. \qquad (25)$$

Из пятого уравнения системы (1) получим

$$\mu_R = H^{-1}\left\{\left[K_S K_R\left(\sigma\cdot x_{SR}\right)^{-1}+2\right]\beta^2+\beta\left(\left|\psi_{d0}\right|+\left|\psi_{q0}\right|+\left|\psi_{D0}\right|+\left|\psi_{Q0}\right|\right)+ \right. \\ \left. +\left|\psi_{q0}\right|+\left|\psi_{D0}\right|+\left|\psi_{d0}\right|+\left|\psi_{Q0}\right|+M_m\right\}, \quad (26)$$

и функция $\mu_R(\beta)$ принимает вид

$$\mu_R(\beta)=\left(a_2\beta^2+a_1\beta+a_0\right)H^1 . \quad (27)$$

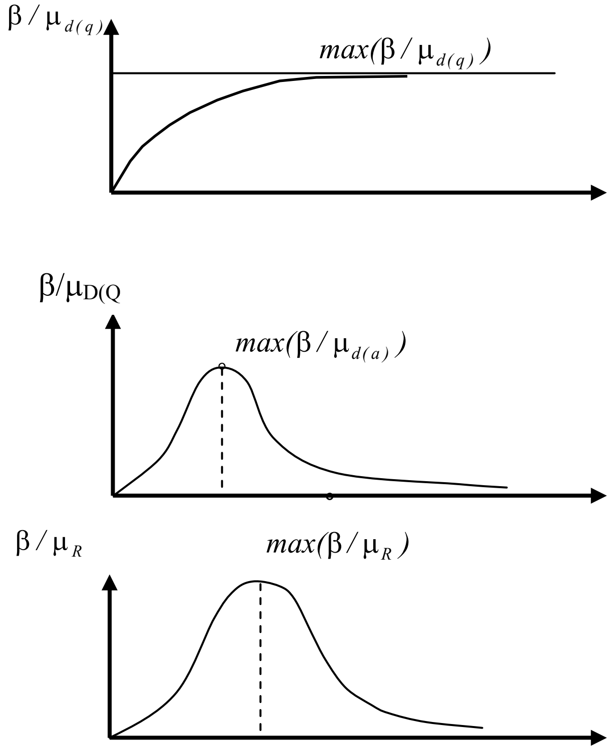


Рис. Графики функций $\beta/\mu(\beta)$

На рис.1 приведены графики функций $\beta/\mu_{d(q)}$, $\beta/\mu_{D(Q)}$, β/μ_R . Как видно, график функции $\beta/\mu_{d(q)}$ монотонно возрастает и при $\beta\to\infty$ асимптотически приближается к значению $1/a_1$, которое можно принять как $\max\left(\beta/\mu_{d(q)}\right)$. Графики функций $\beta/\mu_{D(Q)}$ и β/μ_R имеют максимум и при $\beta\to\infty$ стремятся к нулю. Дифференцируя эти функции по β и сравнивая с нулем, определим $\max\left(\beta/\mu_{D(Q)}\right)$ и $\max\left(\beta/\mu_R\right)$.

Опуская детали вычислений, приведем окончательные результаты:

$$\max\left(\beta/\mu_{D(Q)}\right)=1/\left(a_1+2\sqrt{a_0}\right), \\ \max\left(\beta/\mu_R\right)=H/\left(2\sqrt{a_2}\,2\sqrt{a_0}+a_1\right). \quad (28)$$

Подставляя соответствующие значения постоянных a_2, a_1, a_0 из (20), (21), (24), (26) в (28), получим

$$\begin{aligned} \max(\beta/\mu_d) &= \max(\beta/\mu_q) = \left(2T_R^{-1} + \omega_{cm}\right)^{-1}; \\ \max(\beta/\mu_D) &= \left(2T_R^{-1} + \omega_{cm} + |\omega_{R0}| + |\psi_{Q0}| + \right. \\ &\left. + 2\sqrt{T_R^{-1}}\left(|\psi_{D0}| + |\psi_{d0}|\right) + \left(\omega_{cm} + |\omega_{R0}|\right)|\psi_{Q0}| \right)^{-1}; \\ \max(\beta/\mu_Q) &= \left(2T_R^{-1} + \omega_{cm} + |\omega_{R0}| + |\psi_{Q0}| + 2\sqrt{T_R^{-1}}\left(|\psi_{Q0}| + |\psi_{q0}|\right) + \right. \\ &\left. + \left(\omega_{cm} + |\omega_{R0}|\right)\cdot|\psi_{Q0}|\right)^{-1}; \\ \max(\beta/\mu_R) &= \left\{2\sqrt{[K_S \cdot K_R(\sigma \cdot X_{SR})^{-1} + 2]}\left(|\psi_{q0}||\psi_{D0}| + |\psi_{d0}||\psi_{Q0}|\right) + \right. \\ &\left. + Mm + |\psi_{q0}||\psi_{d0}| + |\psi_{D0}||\psi_{Q0}|\right\}^{-1} H. \end{aligned} \tag{29}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Арешян Г. Л.** Новый метод исследования переходных процессов в АД // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер.ТН.- 1998.- Т.51, ¹ 3.- С. 314-332.
2. **Авагян Р.М.** Расчет переходных процессов асинхронного двигателя методом кусочной линеаризации // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 1999.-Т.53, ¹1.- С. 55-59.
3. **Сансоне Дж.** Обыкновенные дифференциальные уравнения. Т.1, ИЛ, 1953: Т. 2, ИЛ, 1954. - 225 с.
4. **Еругин Н. П.** Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. – М.: Наука и техника, 1972. - 426 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 10.09.1999.

Ռ. Մ. ԱՎԱԳՅԱՆ

ԱՍԻՆԽՐՈՆ ԷԼԵԿՏՐԱՇԱՐԺԻՉԻ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՄՈՏԱՎՈՐ ԻՆՏԵԳՐՈՒՄԸ

Բերված է համակարգի մոտավոր ինտեգրման ալգորիթմը, կիրառված է լուծման վեկտորի՝ զուգամետ աստիճանային շարքերի վերլուծման մեթոդը: Հետազոտված է այդ շարքերի զուգամիտման տիրույթը, տրված է զուգամիտման շառավղի կոնստրուկտիվ գնահատականը:

R.M. AVAGYAN

APPROXIMATE INTEGRATION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS FOR ASYNCHRONOUS ENGINE

The algorithm of the approximate integration system applying the decomposition method of a solution vector into power series is proposed. The convergence set of these series is studied, but the constructive evaluation of the convergence radius is not given.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 62-50

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

С.О. СИМОНЯН

К УПРОЩЕНИЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕДУР РАСЩЕПЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ТЕЙЛОРОВСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Предложен эффективный способ упрощения вычислительных процедур метода расщепления линейных динамических систем, разработанного в [1]. На основе рассмотренного модельного примера показана полная идентичность этих подходов.

Ключевые слова: динамические системы, дифференциально-тейлоровские преобразования, вычислительные процедуры, расщепление.

1. В работе [1] предложен метод расщепления векторной неавтономной задачи Коши (1) (для понимания обозначений и нумераций здесь и далее обращаться к [1]). Метод реализуется в два этапа:

- на первом этапе применением преобразования подобия (5) система (1) с заданным векторным начальным условием $x(t_0) = \mathrm{fix}$ сначала сводится к эквивалентной системе (6) в преобразованных переменных $y(t)$ с векторным начальным условием (7); далее, с целью обеспечения возможности прямого интегрирования системы (6) при условии (7), требуется выполнение условия (8) при собственных функциях $\lambda_i(t), i = \overline{1,n}$ матрицы $A(t)$ (подлежащих определению); и, наконец, решается матричная задача Коши (9) с матричным начальным условием $S(t_0) = S(0)$ (также подлежащим определению);

- на втором этапе составляются спектральные модели (11), (12); (13), (14); (15) соотношений (9), (8); (7), (6); (5) соответственно и последовательно определяются матричные дискреты $S(K)$, $K = \overline{0,\infty}$, векторы дискрет $Y(K), K = \overline{0,\infty}$ и $X(K), K = \overline{1,\infty}$ и, наконец, решение задачи (1) – вектор $X(t)$.

Таким образом, при решении задачи (1), помимо выполнения отмеченных выше вычислительных процедур, сталкиваемся с необходимостью решения следующих двух важных проблем (представляющих также самостоятельный интерес, особенно при $n \geq 3$, где n – порядок матрицы $A(t)$):

а) определение собственных функций $\lambda_i(t), i = \overline{1,n}$ матрицы $A(t)$ и составление диагональной матрицы $\Lambda(t)$;

б) нахождение матрицы нулевых дискрет $S(t_0) = S(0)$ разложения матрицы преобразования $S(t)$ в матричный ряд Тейлора с центром аппроксимации в точке $t_0 = t_\nu$, являющейся матрицей собственных векторов матрицы $A(t_0) = A(0)$ с собственными числами $\lambda_i(t_0) = \lambda_i(0)$, $i = \overline{1, n}$.

Эти обстоятельства, естественно, обуславливают постановку следующего вопроса: нельзя ли обойти отмеченные трудности и значительно упростить решение рассматриваемой задачи? Ответ на этот вопрос с учетом свойств дифференциально-тейлоровских преобразований, в частности, самоисправляющегося характера вычислений при их использовании [2], оказывается положительным. Перейдем к его рассмотрению.

2. Как наиболее простой случай, допустим, что

$\lambda_i(t) = \lambda_i(0) = 1, \forall_i = \overline{1, n}; \quad \lambda_i(K) = 0, \forall K = \overline{1, \infty}, \forall_i = \overline{1, n}.$ При этом

$\Lambda(t) \equiv \Lambda(0) = E, \Lambda(K) = [0], \forall K = \overline{1, \infty}$. Тогда соотношение (9) вырождается в

$$\dot{S}(t) = A(t) \cdot S(t) - S(t) = [A(t) - E] \cdot S(t),$$

$$S(t_0) = S(0) = ?,$$

а спектральная модель (11), (12) приобретает вид

$$\frac{K+1}{H} \cdot S(K+1) = \sum_{l=0}^{K} A(l) \cdot S(K-l) - S(K) =$$

$$= \sum_{l=0}^{K} [A(l) - E \cdot Ъ(l)] \cdot S(K-l) = S_{K+1} \cdot H^K,$$

где $Ъ(l)$ – тейлоровская единица [2], для которой $Ъ(0) = 1, Ъ(l) = 0, \forall l = \overline{1, \infty}$. Отсюда имеем

$$S(K+1) = \frac{H^{K+1}}{K+1} \cdot S_{K+1}.$$

Далее спектральная модель (13), (14) вырождается в

$$\frac{K+1}{H} \cdot Y(K+1) = Y(K) + \sum_{l=0}^{K} \underline{S}^{-1}(l) W(K-l), K = \overline{0, \infty},$$

$$Y(0) = S^{-1}(0) \cdot X(0),$$

для эффективного использования которой в наиболее простом случае также можно положить $S(0) = S^{-1}(0) = E$, иными словами, принять, что $Y(0) \equiv X(0)$. Заметим, что при этом

$$\underline{S}^{-1}(0) = S^{-1}(0) = E,$$

$$\underline{S}^{-1}(K+1) = (K+1) \cdot H^{K+1} \cdot S_{K+1}^{-1} \neq S^{-1}(K+1), \quad \forall K = \overline{0, \infty}.$$

Следовательно,

$$\underline{S}^{-1}(0)\cdot S(0)=S^{-1}(0)\cdot S(0)=E\,,$$

$$\underline{S}^{-1}(K+1)\cdot S(K+1)=S(K+1)\cdot \underline{S}^{-1}(K+1)=H^{2(K+1)}\cdot E\neq E,\ \ \forall K=\overline{0,\infty}\,.$$

При реализации как исходной, так и упрощенной моделей возможны также особые случаи, когда $\operatorname{rang} S_{K+1}<n,\ K\subset\overline{0,\infty}$. Тогда $S_{K+1}^{-1}=\varnothing$, $K\subset\overline{0,\infty}$ и можно оперировать псевдообратными матрицами [3], при которых будем иметь

$$\underline{S}^{+}(0)=S^{+}(0)=\underline{S}^{-1}(0)=S^{-1}(0)=E\,,$$

$$\underline{S}^{+}(K+1)=(K+1)\cdot H^{K+1}\cdot S_{K+1}^{+}\neq S^{+}(K+1),\ \ K\subset\overline{0,\infty}\,.$$

С учетом свойств псевдообратных матриц:

$$\underline{S}^{+}(0)\cdot S(0)=S(0)\cdot \underline{S}^{+}(0)=E\,,$$

$$\underline{S}^{+}(K+1)\cdot S(K+1)=H^{2(K+1)}\cdot M\neq E,\ \ K\subset\overline{0,\infty}\,,$$

$$S(K+1)\cdot \underline{S}^{+}(K+1)=H^{2(K+1)}\cdot N\neq E,\ \ K\subset\overline{0,\infty}\,,$$

где, в зависимости от структур матриц $S_{K+1},\ K\subset\overline{0,\infty}$, возможны случаи: M=E или M(E, а также N=E или N(E (M и N– некоторые матрицы порядка n).

3. **Пример** [1,2]:

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ \dfrac{1}{1+t} & 0\end{bmatrix}\begin{pmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ \dfrac{t\cdot(2-t)}{2\cdot(1+t)}\end{pmatrix},\quad \begin{matrix}x_1(t_0)=1\,,\\ x_2(t_0)=0\,.\end{matrix}$$

Принимая $t_0=t_{\text{(}}=0$, имеем

$$A(0)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix},\quad A(K)=\begin{bmatrix}0 & 0\\ (-1)^K & 0\end{bmatrix}\cdot H^K\,,\ K=\overline{1,\infty}\,;$$

$$\Lambda(0)=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad \Lambda(K)=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad K=\overline{1,\infty}\,;\ \Lambda(t)=E=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix};$$

$$W(0)=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix},\quad W(1)=\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}\cdot H,\quad W(K)=\begin{pmatrix}0\\ (-1)^{K-1}\cdot\dfrac{3}{2}\end{pmatrix}\cdot H^K\,,\ \forall K=\overline{2,\infty}\,;$$

$$S(0)=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad S^{-1}(0)=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad S(1)=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\cdot H,\quad \underline{S}^{-1}(0)=\varnothing,$$

$$\underline{S}^{+}(1)=\begin{bmatrix}-0{,}25 & 0{,}25\\ 0{,}25 & -0{,}25\end{bmatrix}\cdot H,\ \ S^{+}(1)\cdot S(1)=S(1)\cdot S^{+}(1)=\begin{bmatrix}0{,}5 & -0{,}5\\ -0{,}5 & 0{,}5\end{bmatrix}\cdot H^2,$$

$$M=N=\begin{bmatrix}0{,}5 & -0{,}5\\ -0{,}5 & 0{,}5\end{bmatrix},\quad S(2)=\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1{,}5 & 1\end{bmatrix}\cdot H^2,$$

$$\underline{S}^{-1}(2)=\begin{bmatrix}-2 & -2\\ -3 & -2\end{bmatrix}\cdot H^2,$$

$$S(3)=\begin{bmatrix}-5/6 & 2/3\\ 3/2 & -1\end{bmatrix}\cdot H^3,\quad \underline{S}^{-1}(3)=\begin{bmatrix}6 & 4\\ 9 & 5\end{bmatrix}\cdot H^3,\ \ldots;$$

$$S(t)=\begin{bmatrix}\left(1-t+t^2-5/6\cdot t^3+\ldots\right) & \left(t-t^2+2/3\cdot t^3+\ldots\right)\\ \left(t-3/2\cdot t^2+3/2\cdot t^3+\ldots\right) & \left(1-t+t^2-t^3+\ldots\right)\end{bmatrix};$$

$$Y(0)=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\ Y(1)=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\cdot H,\ Y(2)=\begin{pmatrix}0{,}5\\0{,}5\end{pmatrix}\cdot H^2,\ Y(3)=\begin{pmatrix}0{,}25\\5/12\end{pmatrix}\cdot H^3,\ldots;$$

$$Y(t)=\begin{pmatrix}1+\quad t+0{,}5\cdot t^2+0{,}25\cdot t^3+\ldots\\ 0{,}5\cdot t^2+5/12\cdot t^3+\ldots\end{pmatrix};$$

$$X(0)=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\ X(1)=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\cdot H,\ X(2)=\begin{pmatrix}0{,}5\\0\end{pmatrix}\cdot H^2,\ X(3)=\begin{pmatrix}5/12\\5/12\end{pmatrix}\cdot H^3,\ldots.$$

Следовательно,

$$x_1(t)=1+\quad \frac{t^2}{2}+\frac{5}{12}\cdot t^3+\ldots,$$

$$x_2(t)=\quad t+\quad \frac{5}{12}\cdot t^3+\ldots,$$

что, с точностью до первых двух слагаемых, полностью совпадает с решением, полученным в [1,2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Симонян С.О., Гукасян П.Э.** Расщепление линейных динамических систем на основе дифференциально-тейлоровских преобразований // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1998.- Т. 51, ¹ 3. - С. 338-341.
2. **Пухов Г.Е.** Дифференциальные преобразования функций и уравнений.- Киев: Наукова думка, 1984.- 420 с.
3. **Гантмахер Ф.** Теория матриц. - М.: Наука, 1967. - 575 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 22.09.1999.

Ս.Հ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ

ԳԾԱՅԻՆ ԴԻՆԱՄԻԿ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՃԵՂՔՄԱՆ ՀԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՆԵՐԻ ՊԱՐԶԵՑՈՒՄԸ՝ ՀԻՄՆՎԱԾ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ-ԹԵՅԼՈՐՅԱՆ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՎՐԱ

Առաջարկված է [1]-ում մշակված գծային դինամիկ համակարգերի ճեղքման մեթոդի հաշվողական գործընթացների պարզեցման արդյունավետ եղանակ: Դիտարկված մոդելային օրինակի հիման վրա ցույց է տրված այդ մոտեցումների լրիվ համանմանությունը:

S.H. SIMONYAN

ON COMPUTATIONAL PROCEDURE SIMPLIFICATION OF LINEAR DYNAMIC SYSTEM SPLITTING BY DIFFERENTIAL-TAYLOR TRANSFORMS

An effective means of computational procedure simplification method of splitting linear dynamic systems which is worked out in [1] is proposed. The absolute identity of these approaches is shown on the model example.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. **LIII, № 3.**

УДК 53.08.658.562.012.7

АВТОМАТИЗАЦИЯ И
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Т.А. НАЛЧАДЖЯН, А.Т. НАЛЧАДЖЯН

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА РИСКА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

Описан универсальный статистический метод количественной оценки риска. В качестве примера решена задача количественной оценки кредитного риска. На основе статистических данных определяются закон распределения объемов кредитов и функция прибыли, а также закон распределения прибыли. Получены основные формулы оценки кредитного риска.

Ключевые слова: банк, кредитный риск, система управления, уровень риска, расчет риска.

Принятие решений в системах управления всегда осуществляется в условиях полной или частичной неопределенности, следовательно, практическая реализация управленческого решения связана с определенным риском. Это объясняется тем, что ожидаемый от управления эффект (результат) может быть достигнут либо частично, либо не достигнут вообще. Причиной недостижения результата обычно является стохастичность процессов, протекающих в системах управления, а также внешней среды.

Случаи частичного или полного недостижения результатов управления наблюдаются достаточно часто, то есть имеют значительную вероятность. Исходя из этого, количественная оценка уровня риска является актуальной задачей.

В настоящее время проблема количественной оценки риска принятия решений изучена недостаточно, отсутствуют более или менее удачные определения самого понятия риска. Приемлемой количественной оценкой риска, по-видимому, можно считать вероятность недостижения ожидаемого результата.

В работе предлагается следующий подход количественной оценки риска. Примем, что множество возможных альтернативных управленческих решений представляет собой различные значения некоторой случайной величины с дифференциальным законом распределения вероятностей $f(x)$. Допустим также, что в результате принятого решения x и его практической реализации образуется некоторый результат Q, который тоже является случайной величиной с другим законом плотности распределения вероятностей $\varphi(Q)$.

Преобразование принятого решения x в результат Q осуществляется оператором системы, т.е. функцией $Q(x)$, которую можно определить при исследовании конкретных систем управления. При этом задача количественной оценки риска принятия решений сводится к оценке вероятности того, что значение ожидаемого результата Q будет меньше конкретно заданного уровня Q_0, то есть риск можно вычислить как вероятность события $Q < Q_0$.

Формализованная постановка описанной задачи следующая: заданы случайная величина x и ее закон распределения $f(x)$. Кроме того, задана некоторая функция $Q(x)$ - правило преобразования величины x в результат Q. Необходимо найти плотность распределения $\varphi(Q)$ и вычислить риск как вероятность события $R = P(Q < Q_0)$.

В окружающей среде системы управления случайное управленческое решение преобразуется в случайный результат с законом распределения $\varphi(Q)$, который, как известно [1, 2], можно определить по формуле

$$\varphi(Q) = f\left[\psi(Q)\right] \cdot \left|\psi'(Q)\right|, \tag{1}$$

где $\psi(Q)$ - функция, обратная $Q(x)$.

Тогда риск R принятия решений будет

$$R = \int_0^{Q_0} \varphi(Q) dQ. \tag{2}$$

В некоторых случаях может оказаться удобным в качестве количественной оценки риска использование вероятности того, что ожидаемый результат не будет находиться в заранее заданных пределах $Q_1 \dots Q_2$. При интегрируемых функциях $\varphi(Q)$ получение расчетных формул вычисления риска не представляет особых затруднений. В случае неинтегрируемых функций $\varphi(Q)$ вычисления риска легко можно осуществить алгоритмическими методами расчета интеграла (2).

Описанный подход количественной оценки риска принятия решений не только позволяет получить численное значение риска конкретного решения, но и создает благоприятные условия сравнения риска альтернативных решений. При этом необходимо отметить, что численные значения рисков всегда находятся в пределах 0...1.

В качестве примера рассмотрим задачу определения кредитного риска коммерческих банков. Кредитную политику, проводимую конкретным банком, можно характеризовать плотностью распределения объемов выдаваемых кредитов $f(x)$, которую легко можно определить на основе сбора и обработки статистической информации о кредитной деятельности данного банка. Пусть эта функция определена методами математической статистики и имеет следующий вид

$$f(x) = \frac{x}{T}\exp\left(-\frac{x}{T}\right); \qquad x \ge 0$$

с числовыми характеристиками $M[x] = 2T$, $D[x] = 2T^2$, $\sigma_x = T\sqrt{2}$.

Нетрудно убедиться, что этот закон нормирован, то есть

$$\int_0^{\infty} f(x)dx \equiv 1.$$

Прибыль банка от кредитов обычно образуется линейным законом $Q(x)=Kx$, где K - среднее значение процентной ставки. Тогда имеем

$$\psi(Q) = \frac{Q}{K}; \quad \psi^{'}(Q) = \frac{1}{K}.$$

По формуле (1) легко можно определить плотность распределения вероятностей прибыли банка

$$\varphi(Q) = \frac{Q}{T^2K^2}\exp\left(-\frac{Q}{TK}\right); \; Q \geq 0,$$

которая также нормирована.

Предоставив некоторый кредит x_0 с процентной ставкой K, данный банк ожидает получения прибыли $Q_0=Kx_0$. При этом риск оценивается выражением

$$R = P(Q < Q_0) = \int_0^{Q_0} \varphi(Q)dQ = 1 - \frac{Q_0 + KT}{KT}\exp\left(-\frac{Q_0}{KT}\right). \qquad (3)$$

Подставляя значение $Q_0=Kx_0$ в (3), получим другую формулу вычисления кредитного риска:

$$R = 1 - \frac{x_0 + T}{T}\exp\left(-\frac{x_0}{T}\right), \qquad (4)$$

связывающую уровень риска R с объемом выдаваемого кредита x_0 и постоянным показателем банка T при данной политике кредитных инвестиций. Из (4) вытекает также, что при линейных функциях $Q(x)$ величина риска не зависит от процентной ставки K. Данный вывод имеет большое практическое значение для коммерческих банков.

В наиболее сложных случаях, когда функция $Q(x)$ нелинейная, вывод об инвариантности уровня риска от процентной ставки может быть неверным. Тогда в расчетных формулах будет фигурировать величина K.

Таким образом, на основе полученных расчетных формул становится возможным также решение обратных задач, среди которых наиболее интересным является определение процентной ставки выдаваемого кредита при желаемом (допустимом) уровне риска R_0.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Вентцель Е.С.** Теория вероятностей. - М.: Наука, 1969. - 576 с.
2. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. - М.: Наука, 1979. - 720 с.

Ереванский государственный экономический институт. Материал поступил в редакцию 20.08.1998.

Թ.Ա. ՆԱԼՉԱՋՅԱՆ, Ա.Թ. ՆԱԼՉԱՋՅԱՆ

ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ ՎՃԻՌՆԵՐԻ ԿԱՅԱՑՄԱՆ ՌԻՍԿԻ ՔԱՆԱԿԱԿԱՆ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ

Նկարագրված է ռիսկի քանակական գնահատման հավանականային մեթոդ: Որպես օրինակ նկարագրված է բանկային /վարկային/ ռիսկի քանակական գնահատման խնդիրը: Վիճակագրական տվյալների հիման վրա որոշվում են վարկերի ծավալների բաշխման օրենքը եւ շահույթի ֆունկցիան, այնուհետեւ՝ շահույթի բաշխման ֆունկցիան: Ստացված են վարկային ռիսկի գնահատման բանաձեւեր:

T.A. NALCHAJYAN, A.T. NALCHAJYAN

QUANTITATIVE ESTIMATION OF DECISION MAKING RISK IN CONTROL SYSTEM

The universal statistic method of the quantitative risk estimation is described. As an example, the problem of the quantitative estimation for bank risk is proposed. The law of credit volume distribution and profit function is specified on the basis of statistic data. The law of profit distribution is specified as well. The basic formulas of credit risk estimation are obtained.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 519.95

АВТОМАТИЗАЦИЯ И
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Х.З. ХАЧИКЯН

ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СЕТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

Рассматриваются модели проектирования распределенной сети передачи данных в условиях детерминированности и неопределенности. Решение моделей осуществляется методом множителей Лагранжа.

Ключевые слова: сеть, передача данных, детерминированность, неопределенность, оптимизация.

Рассмотрим распределенную сеть передачи данных, в которой допускается передача между двумя соседними узлами. Структура любой сети передачи данных представляется в виде графа, в котором вершины соответствуют узлам, а дуги соседним вершинам. В соответствии с [1], под весом или пропускной способностью дуги будем понимать максимально возможную скорость передачи данных между этими вершинами.

В настоящей работе в качестве модели рассмотрим вычислительную сеть передачи данных.

Обозначения и определения. Обозначим через $N = \{1,2,\dots,n\}$ узлы вычислительной сети передачи данных. Поставим в соответствие узлам $N=\{1,2,\dots,n\}$ вершины графа, дугами которого являются пары вершин, соответствующих узлам, допускающим передачу данных.

Определим следующие величины: ξ_{ij} - суммарная частота поступления в i-й узел требований из j-го узла, $i,j\in N$; $q_{ij}^{(1)}$ - средние потери, связанные с невозможностью получения j-м узлом требуемой информации из i-го узла, $i,j\in N$; $q_{ij}^{(2)}$ - средние потери, связанные с получением j-м узлом неадекватной информации из i-го узла, $i,j\in N$; ω_{ij} - среднее время обслуживания i-м узлом требования j-го узла, $i,j\in N$; c_{ij} - средние затраты на обслуживание i-м узлом требования j-го узла, $i,j\in N$; η_i - пропускная способность i-го узла, $i\in N$; μ_{ij} - объем вычислительных ресурсов i-го узла в направлении j-го узла, $i,j\in N$; r_{ij} - пропускная способность i-го узла в направлении j-го узла, $i,j\in N$.

Очевидно, что $\sum_{j\in N}\xi_{ij} = \eta_i$, $i\in N$.

Математическая модель.

а) *Моделирование в условиях детерминированности.* Задачу проектирования вычислительной сети, обеспечивающей минимум потерь от реализации множества требований узлов, сформулируем в виде

$$\min\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(q_{ij}^{(1)}+q_{ij}^{(2)})\omega_{ij}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}\xi_{ij}\omega_{ij} \qquad (1)$$

при ограничениях:

- на пропускную способность узла

$$\sum_{j=1}^{n}\xi_{ij}\le\eta_i,\quad i=1,2,\dots,n; \qquad (2)$$

- на вычислительные ресурсы

$$\sum_{j=1}^{n}T_{ij}\omega_{ij}\le\mu_i,\quad i=1,2,\dots,n. \qquad (3)$$

б) Моделирование в условиях неопределенности. Предположим, что имеем пуассоновский поток требований между узлами вычислительной системы с параметром λ_{ij} для j-го и i-го узлов. Тогда вероятность поступления требования в i-й узел из j-го узла за время t равна $F(t)=1-e^{-\lambda_{ej}t}$. Отсюда средний поток требований, поступивших в i-й узел из j-го узла за время τ, равен

$$Q_{ij}(r)=\int_0^{\tau}tdF(t)=\frac{1}{\lambda_{ij}}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-re^{-\lambda_{ij}\tau}.$$

Следовательно, частота поступления в i-й узел требований от j-го узла в течение времени τ равна

$$T_{ij}=\frac{1}{\lambda_{ij}r}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}}.$$

Пусть время обслуживания является экспоненциальным с параметром μ_{ij}. Тогда вероятность того, что i-й узел обслужит j-й узел в течение времени t, будет $G(t)=1-e^{-\mu_{ij}t}$. Отсюда среднее время обслуживания будет равно

$$\omega_{ij}=\int_0^{\tau}tdG(t)=\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-re^{-\mu_{ij}\tau}.$$

Таким образом, задача (1)-(3), определенная в условиях детерминированности, может быть сведена в случае неопределенности к следующему виду:

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(q_{ij}^{(1)}+q_{ij}^{(2)})\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]+\right.$$
$$\left.+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]\right\} \quad (4)$$

при ограничениях:

- на пропускную способность узла

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right)\le\eta_i,\quad i=1,2,\ldots,n; \quad (5)$$

- на вычислительные ресурсы

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right)\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]\le\mu_i,\quad i=1,2,\ldots,n. \quad (6)$$

в) *Моделирование в случае учета зависимости потерь от частоты поступления требований. Источники потерь.* При реализации i-м узлом обслуживания требований j-го узла может оказаться, что:

1) i-й узел не располагает информацией, необходимой j-му узлу. Тогда осуществляется последовательность требований от i-го узла в узлы $\ell_1, \ell_2, \ldots, \ell_i$ для нахождения требуемой информации. Следовательно, будут иметь место потери, зависящие от частоты поступления требований;

2) i-й узел располагает информацией, необходимой j-му узлу. Однако могут иметь место потери, зависящие от частоты поступления требований.

Следовательно, получим следующие функции, выражающие потери: $Q_{ij}^{(1)}(\xi_{ij})$ - средние потери, связанные с невозможностью получения j-ым узлом требуемой информации из i-го узла; $Q_{ij}^{(2)}(\xi_{ij})$ - средние потери, связанные с получением j-ым узлом неадекватной информации из j-го узла.

Таким образом, задача (1)-(3) в условиях детерминированности может быть сведена к виду

$$\min\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(Q_{ij}^{(1)}(\xi_{ij})+Q_{ij}^{(2)}(\xi_{ij})\omega_{ij}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}c_{ij}\xi_{ij}\omega_{ij}\right] \quad (7)$$

при ограничениях:

- на пропускную способность узла

$$\sum_{j=1}^{n}\xi_{ij}\le\eta_i,\quad i=1,2,\ldots,n; \quad (8)$$

- на вычислительные ресурсы

$$\sum_{j=1}^{n} \xi_{ij}\omega_{ij} \le \mu, \quad i = 1,2,\dots,n. \qquad (9)$$

Аналогично, задача (4)-(6) в условиях неопределенности может быть сведена к виду

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(Q_{ij}^{(1)}(\xi_{ij}) + Q_{ij}^{(2)}(\xi_{ij}))\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau}) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right] + \right.$$
$$\left. + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}) - e^{-\lambda_{ij}\tau} - e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau}) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]\right\} \qquad (10)$$

при ограничениях:

- на пропускную способность узла

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}) - e^{-\lambda_{ij}\tau}\right) \le \eta_i, \quad i = 1,2,\dots,n; \qquad (11)$$

- на вычислительные ресурсы

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}) - e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau}) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right] \le \mu_i, \quad i = 1,2,\dots,n. \qquad (12)$$

Решения моделей проектирования.

(А) Решение модели (1)-(3) сводится к решению следующей системы уравнений:

$$q_{ij}^{(1)} + q_{ij}^{(2)} + c_{ij}\xi_{ij} - b_i\xi_{ij} = 0, \quad i, j \in N,$$
$$c_{ij}\omega_{ij} - d_i - b_i\omega_{ij} = 0, \qquad i, j \in N,$$
$$\sum_{j=1}^{n}\xi_{ij} = \eta_i, \quad i \in N, \quad \sum_{j=1}^{n}\xi_{ij}\omega_{ij} = \mu_i, \quad i \in N.$$

(В) Решение модели (4)-(6) сводится к решению следующей системы уравнений:

$$c_{ij}\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2\tau}\left(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right) + \frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau} + \tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}\left(1-e^{-\mu_{ij}\tau}\right) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right] -$$
$$- d_i\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2\tau}\left(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right) + \frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau} + \tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right] -$$
$$- b_i\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2\tau}\left(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right) + \frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau} + \tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right] \times$$
$$\times\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau}) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right] = 0, \quad i, j \in N,$$

$$q_{ij}^{(1)}+q_{ij}^{2}+c_{ij}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]+b_i\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]=0,$$

$$i,j\in N,$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\lambda_{ij}r}\left(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right)-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right)=r_i, i\in N,\quad \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\mu_{ij}}\left(1-e^{-\mu_{ij}\tau}\right)-e^{-\mu_{ij}\tau}\right)=\mu_i, i\in N.$$

(C) Решение модели (7)-(9) сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\left(\frac{\partial Q_{ij}^{(1)}}{\partial\xi_{ij}}+\frac{\partial Q_{ij}^{(2)}}{\partial\xi_{ij}}\right)\omega_{ij}+c_{ij}\omega_{ij}-d_i-b_i\omega_i=0,\quad i,j\in N,$$

$$Q_{ij}^{(1)}+Q_{ij}^{(2)}+c_i\xi_{ij}-b_{ij}\xi_{ij}=0,\quad i,j\in N,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\xi_{ij}=\eta_i, i\in N,\quad \sum_{j=1}^{n}\xi_{ij}\omega_{ij}=\mu_i,\quad i\in N.$$

(D) Решение модели (10)-(12) сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\left[\frac{\partial Q_{ij}^{(1)}}{\partial\xi_{ij}}\frac{d\xi_{ij}}{d\lambda_{ij}}+\frac{\partial Q_{ij}^{(1)}}{\partial\xi_{ij}}\frac{d\xi_{ij}}{d\lambda_{ij}}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]+$$

$$+c_{ij}\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2\tau}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})+\frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau}+\tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]-$$

$$-d_i\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2 r}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})+\frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau}+\tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]-$$

$$-b_i\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2 r}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})+\frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau}+\tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\times$$

$$\times\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-re^{-\mu_0\tau}\right]=0,\qquad i,j\in N,$$

$$Q_{ij}^{(1)} + Q_{ij}^{(2)} + c_{ij}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}\left(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right)-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]-$$

$$-b_i\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]=0, \quad i,j\in N,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right)=\eta_i, \quad i\in N,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]=\mu_i, \quad i\in N.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Цзянь Р.Т.** Синтез сетей связи // Кибернетический сборник. - 1964. - № 9. - С. 166-189.

ЕГУ. Материал поступил в редакцию 24.04.2000.

Խ.Զ. ԽԱՉԻԿՅԱՆ

ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ ՀԱՂՈՐԴՄԱՆ ԲԱՇԽՎԱԾ ՑԱՆՑԻ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄ

Դիտարկվում են տվյալների հաղորդման բաշխված ցանցի նախագծման մոդելներ՝ դետերմինացվածության և անորոշության պայմաններում: Մոդելների լուծման համար կիրառվում է ոչ գծային ծրագրավորման խնդրի լուծման՝ Լագրանժի բազմապատկիչների մեթոդը:

Kh.Z. KHACHIKYAN

DESIGN OF DISTRIBUTED DATA TRANSMISSION NETWORK

Models of distributed data transmission network design in determinancy and uncertainty conditions are developed. The solution of these models is realized by the Lagrangian multiplier method.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 681.2.08

НАУЧНОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Г.В. БЕРБЕРЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ ВЫХОДНЫХ СИГНАЛОВ НА НЕРЕКУРСИВНОЕ ВИНЕРОВСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ В СИСТЕМЕ ДИАГНОСТИКИ МОЩНЫХ ГИДРОГЕНЕРАТОРОВ

Рассмотрена оценка используемых в системе диагностики технического состояния мощных гидрогенераторов и получаемых экспериментальным путем различных физических величин, оптимальные значения которых могут претерпеть изменения в зависимости от формы выходных сигналов, а также от шага дискретизации и организации порядка выборок.

Ключевые слова: оптимальная оценка, среднеквадратичная ошибка, помехи, преобразование Винера-Хопфа.

При построении линейных моделей информационно-измерительных систем (ИИС) для диагностики технического состояния мощных гидрогенераторов приводится оценка измеряемых величин с помощью различных статистик, например, математического ожидания [3,4]. При небольшом количестве наблюдаемых величин $\vec{y}$ часто используют метод нерекурсивного винеровского оценивания [2] с помощью оптимизируемой весовой функции, или весового вектора $\vec{H}_{opt}$, выражение которого определяется формулой Винера-Хопфа [2]:

$$\vec{H}_{opt} = R^{-1}\vec{P}, \tag{1}$$

где R^{-1} - матрица, обратная автокорреляционной матрице выборок выходного сигнала (вектора) $\vec{y}$, равной $R = E\{\vec{y}(n)\vec{y}^T(n)\}$, а $\vec{P} = E\{X(n)\vec{y}(n)\}$ - вектор взаимной корреляции между n-й (последней) выборкой X(n) входного сигнала x(n) и случайным вектором $\vec{y}(n)$.

При этом выходной параметр $\vec{y}$ представляется в виде выборок, являющихся функцией выборок входного сигнала x(n) и белого шума N(n), т.е.

$$y(n) = x(n) + N(n), \tag{2}$$

где N(n) – выборки аддитивного белого шума.

Оценивание случайной величины x производится по формуле

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=0}^{M-1} y(n-k)h_k \,, \tag{3}$$

где $y(n-k)$ – k–я выборка выходного сигнала; h_k - k-й элемент $\vec{H}_{opt}$; M=2,3,4,... .

Среднеквадратичная ошибка оценки (СКО) определяется по выражению [1]

$$E\{e^2(n)\} = E\{X^2(n)\} - \vec{H}_{opt}\vec{P}, \tag{4}$$

где X(n) - значение последней выборки.

Анализ показал [4], что изменение указанных величин во времени можно представить синусоидальной, периодически возрастающей-убывающей линейной, знакопеременной и квазипостоянной по значению (в виде меандра) и постоянной по значению и знаку функциями, причем выражение (2) остается в силе.

Используя выкладки, приведенные для синусоидальной функции [2], можно определить $\vec{H}_{opt}$, $\vec{P}$, СКО и $\hat{x}(n)$ для остальных перечисленных функций путем анализа СКО, позволяющих выяснить влияние формы и способа дискретизации y(n) на эти величины. С целью сравнения полученных результатов для перечисленных функций в краткой форме изложим результат анализа для синусоидальной функции [2].

1. Так как наблюдаемый сигнал является суммой синусоиды и белого шума, в предположении о том, что частота дискретизации (выборок) фильтра в восемь раз превышает частоту изменения выходного сигнала y(n), можно записать

$$y(n) = x(n) + N(n) = \sin(n\pi/4) + N(n), \tag{5}$$

где n = 1,2,3,… - номер выборки.

Для упрощения выкладок целесообразно ограничить размер вектора $\vec{H}_{opt}$ до 4. Тогда в соответствии с (1) матрицу R представим как

$$R = E\{\vec{Y}(n)\cdot\vec{Y}^T(n)\} = E\left\{\begin{pmatrix} y(n) \\ y(n-1) \\ y(n-2) \\ y(n-3) \end{pmatrix}\right\}\cdot\left\{\begin{pmatrix} y(n) \\ y(n-1) \\ y(n-2) \\ y(n-3) \end{pmatrix}\right\}^T =$$

$$= E\begin{pmatrix} y^2(n) & y(n)\cdot y(n-1) & y(n)\cdot y(n-2) & y(n)\cdot y(n-3) \\ y(n)\cdot y(n-1) & y^2(n) & y(n)\cdot y(n-1) & y(n)\cdot y(n-2) \\ y(n)\cdot y(n-2) & y(n)\cdot y(n-1) & y^2(n) & y(n)\cdot y(n-1) \\ y(n)\cdot y(n-3) & y(n)\cdot y(n-2) & y(n)\cdot y(n-1) & y^2(n) \end{pmatrix}, \tag{6}$$

а вектор $\vec{P}$ в виде

$$\vec{P} = E\left\{X(n)\begin{pmatrix} y(n) \\ y(n-1) \\ y(n-2) \\ y(n-3) \end{pmatrix}\right\}. \tag{7}$$

Опуская выкладки, приведенные в [2], представим выражения R, $R^{-1}, \vec{H}_{opt}$, $\vec{P}$, $\hat{x}(n)$ и СКО для этого случая в виде

$$R = \begin{pmatrix} a & b & 0 & -b \\ b & a & b & 0 \\ 0 & b & a & b \\ -b & 0 & b & a \end{pmatrix}, \tag{8}$$

где $a=1/2+\sigma^2(n)$, причем $\sigma^2(n)$ – дисперсия белого шума, а $b=1/2\sqrt{2}$;

$$R^{-1} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & 0 & -b_1 \\ b_1 & a_1 & b_1 & 0 \\ 0 & b_1 & a_1 & b_1 \\ -b_1 & 0 & b_1 & a_1 \end{pmatrix}, \tag{9}$$

где $a_1 = -a/(2b^2-a^2)$, $b_1=b/(2b^2-a^2)$;

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/2\sqrt{2} \end{pmatrix}; \tag{10}$$

$$\vec{H}_{opt} = R^{-1} \cdot \vec{P} = \begin{pmatrix} g \\ h \\ i \\ j \end{pmatrix} = \frac{1}{2[1+\sigma^2(n)]} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/2\sqrt{2} \end{pmatrix}; \tag{11}$$

$\hat{x}(n) = [1/2+\sigma^2(n)]/2[1+\sigma^2(n)]$, причем для $\sigma^2(n)=0$ - $\hat{x}(n)=0,25$, а при $\sigma^2(n)=0,5$ - $\hat{x}(n)=0,3$; $E\{e^2(n)\} = E\{X^2(n)\} - \vec{H}_{opt} \cdot \vec{P} =$
$= \sigma^2(n)/(2[1+\sigma^2(n)])$, причем при $\sigma^2(n)=0$ следует, что $E\{e^2(n)\}=0$, а при $\sigma^2(n)=0,5$ (отношение сигнал/шум S/N=0 *дБ*) СКО равна 1/6 (до процесса оценивания СКО равна 1/2).

2. Рассмотрим случай выходного сигнала, представленного суммой константы А с аддитивным шумом N(n), т.е. $y(n) = x(n) + N(n) = A + N(n)$, причем без нарушения общности и упрощения анализа можно принять А=1.

Тогда в силу тех же исходных допущений элементы R и R^{-1} имеют всего по два различных значения: a,b и a_1,a_2 соответственно, причем $a = 1+\sigma^2(n) = 1+\alpha$ и $a_1=(3\alpha^2+\alpha^3)/\Delta$– диагональные элементы, b=1 и $a_2= -\alpha^2/\Delta$– все остальные, а $\Delta=\det R=\alpha^4+4\alpha^3$. Кроме того, т.к. c=d=e=f=1, то $g=h=i=j=a_1+3a_2=1/(4+\alpha)$, вследствие чего

$$E\{e^2(n)\} = 1-4/(4+\alpha),$$

а $\hat{x}(n) = 4x(n)/(\alpha+4)+[N(n)+N(n-1)+N(n-2)+N(n-3)]/4=4x(n)/(\alpha+4)$
из-за равенства нулю выражения в квадратных скобках в силу равенства нулю среднего значения белого шума. При $\alpha=0$ $E\{e^2(n)\}=0$, $g=h=i=j=1/4$, $\hat{x}(n)=1$, а при $\alpha\to 0$ - $E\{e^2(n)\}\to 0$, $g=h=i=j=1/4$ и $\hat{x}(n)=1$.

3. Изменение выходной величины представляется в виде меандра-постоянной по значению и знакопеременной, т.е. периодически изменяющейся, например, со скважностью, равной двум, функции (рис.1), так что выходной сигнал в общем виде записывается, как и в предыдущем случае, в форме $y(n)=x(n)+N(n)$.

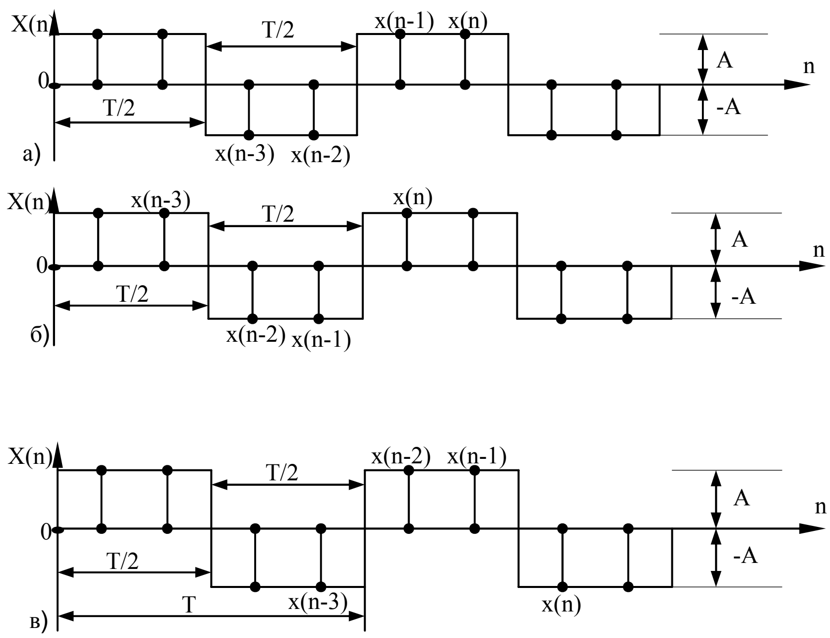


Рис.1

Как видно (рис.1 а,б,в), при равномерном шаге дискретизации и любой организации процесса выборки матрица R и вектор $\vec{P}$ структурно изменяются так, что вектор $\vec{H}_{opt}$ остается неизменным. Поэтому матрицу R и вектор $\vec{P}$ составим на основе организации выборки (рис.2а) в соответствии с общими выражениями (6) и (7), полагая A=1. При этом диагональные элементы R равны $a=1+\sigma^2(n)=1+\alpha$, $a_{12}=a_{21}=a_{34}=a_{43}=1$, $a_{13}=a_{14}=a_{23}=a_{24}=a_{31}=a_{32}=a_{41}=a_{42}=-1$.

Эта матрица симметричная, т.е. $R^T=R$, поэтому элементы матрицы R^{-1} можно определить непосредственно по элементам R, причем получается три разных элемента:

где Δ=detR и $\alpha^3+\alpha^2=R_{11}$, $-\alpha^2= R_{12}$, $\alpha^2=R_{13}=R_{14}$ – алгебраические дополнения первой строки матрицы R.

Поэтому $\Delta=\det R=(1+\alpha)R_{11}+(-1)R_{12}+1\cdot R_{13}+(-1)R_{14}=\alpha^4+4\alpha^3$, причем для вектора $\vec{P}$ - c=d=1, e=f=-1, а для $\vec{H}_{opt}$ - g=h=1/(4+α) и i=j=-1/(4+α).

В итоге значение СКО на основании (4) равно $E\{e^2(n)\}=1-4\cdot 1/(4+\alpha)$, которое при α=0 тоже равно нулю, g=h=1/4, а i=j=-1/4. При $\alpha\neq 0$ значение СКО зависит от α. Например, при α=1/2 $E\{e^2(n)\}=1-4\cdot 1/(4+0{,}5)\approx 0{,}1$, а элементы $\vec{H}_{opt}$ отличаются от значения 1/4 на 0,028·[1/(4+0,5)] ≈ 0,222 вместо 0,25, что вполне допустимо для большинства практических целей диагностики.

То же самое относится и к оценке $\hat{x}(n)$, с той лишь разницей, что элементы j и h $\vec{H}_{opt}$ - положительные, а i и j – отрицательные, но это не меняет сути, т.к. выборки y(n), соответствующие этим элементам, равны по значению и имеют те же знаки, что и одноименные элементы указанного вектора. Что касается влияния скважности, то легко заметить, что при любом шаге дискретизации и порядке выборок оно полностью отсутствует.

Таким образом, результаты рассматриваемого случая полностью совпали с результатом предыдущего примера.

4. Рассмотрим случай изменения входной величины по периодически возрастающему-убывающему линейному закону с периодом T (с одинаковым по абсолютному значению угловым коэффициентом) от некоторого положительного (x_{max}=A) до отрицательного значения (x_{min}=-A). При этом можно принять A=x_{max}=|x_{min}|=1 (рис.2).

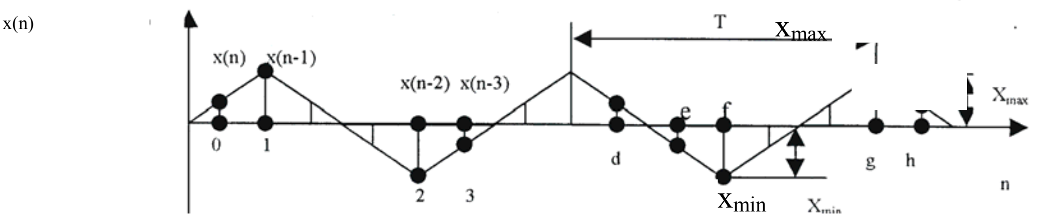


Рис. 2

Как и прежде, можно записать y(n)=x(n)+N(n) и выяснить, как влияет выбор шага дискретизации на точность оценивания. Исходным условием является то, что частота выборок по меньшей мере должна вдвое превышать частоту повторения f=1/T, а M=4. Другим вопросом, касающимся выбора шага дискретизации, является выяснение влияния вида и порядка этого выбора на СКО. При этом нетрудно заметить, что прямой ответ на последний вопрос вытекает непосредственно из сравнения структур матрицы R четвертого порядка без обращения и вектора $\vec{P}$, причем, если R и $\vec{P}$ остаются неизменными, то это является признаком независимости ошибки оценивания от порядка выборок, в противном случае такая зависимость может существовать.

Пусть выборки производятся с неравномерным шагом в точках 0, 1, 2 и 3 графика изменений x(n) выражения на рис.2. При этом, обозначив $E\{N^2(n)\}=\sigma^2(n)=\alpha$ и приняв A=1, запишем элементы матрицы R и вектора $\vec{P}$ при такой организации выборок, что

$$x(n)=x(n-1)/2=A/2=1/2, \quad x(n-3)=x(n-2)/2= -A/2= -1/2;$$

диагональные элементы матрицы-

$$a_{11}=a_{44}=(1/4)+\alpha, a_{22}=a_{33}=1+\alpha,$$

$$a_{12} = a_{21} = a_{34} =a_{43}=1/2, \quad a_{13}=a_{24}=a_{31}=a_{42}= -1/2, a_{23}=a_{32}=-1;$$

элементы $\vec{P}$:c=1/4,d=1/2,e=-1/2, f = -1/4.

При другой организации выборок, такой, что x(n)=x(n-1)/2=-1/2, x(n-1)=-1, x(n-2)=1 и x(n-3)=x(n-2)/2=1/2 (выборки производятся в точках e,f, g и h, рис.2), и таком же неравномерном шаге дискретизации, как в предыдущем случае, придем к такому же результату. Если же принять за x(n) значение входной величины в точке d так, что x_d=x(n)=A/2=1/2, x(n-1)=-1,x_g=x(n-2)=1,x_h=x(n-3)=1/2, и одновременно изменить шаг дискретизации, то элементы матрицы R и вектора $\vec{P}$ получатся в следующем виде:

$$a_{11}=a_{44}=(1/4)+\alpha,\ a_{22}=a_{33}=1+\alpha, a_{12}=a_{21}=a_{42}=-1/2,\ a_{13}=a_{24}=a_{31}=a_{34} = =a_{43}=1/2,\ a_{23}=a_{32} = -1,\ a_{14}= a_{41}=1 /4;$$

$$c=f=1/4,\ d=-1/2,\ e=1/2.$$

Легко заметить, что R и $\vec{P}$ претерпевают существенные изменения, которые предположительно могут вызвать изменение элементов R^{-1}, а следовательно, и элементов вектора $\vec{H}_{opt}$ и далее СКО.

Допустив $R=R^T$ (R – симметричная матрица), рассчитаем R, R^{-1}, $\vec{H}_{opt}$ и СКО для первых двух случаев.

В силу симметричности R матрица R^{-1} получается тоже симметричной, причем одинаковым значениям элементов матрицы R соответствуют одинаковые значения тех же элементов R^{-1}, т.е. если

$$a_{11R} = a_{44R,} a_{12R} = a_{21R} = a_{34R} = a_{43R}, a_{22R} = a_{33R}, a_{23R} = a_{32R}, a_{14R} = a_{41R,}$$

$$a_{13R} = a_{31R} = a_{24R},$$

то то же самое остается неизменным при замене в индексах R на R^{-1} .

Запишем выражение алгебраических дополнений для различных элементов матрицы R, число которых, очевидно, равно количеству перечисленных равенств – шести: $R_{11} = \left(4\alpha^3 + 9\alpha^2\right)/4, R_{12} = -\alpha^2/2,$

$R_{13} = \alpha^2/2, R_{14} = \alpha^2/4, R_{22} = \left(2\alpha^3 + 3\alpha^2\right)/2$ и $R_{23} = \alpha^2$, и соответствующего

$$\Delta = \det R = a_{11R} \cdot R_{11} + a_{12R} \cdot R_{12} + a_{13R} \cdot R_{13} +$$

$$+ a_{14R} \cdot R_{14} = (2\alpha^4 + 5\alpha^3)/2,$$

где a_{11R}, a_{12R}, a_{13R} и a_{14R} – элементы первой строки матрицы R.

Выражения элементов R^{-1} получаются в виде $a_{11R^{-1}} = (4\alpha + 9)/2\Delta_1$, $a_{12R^{-1}} = -1/\Delta_1, a_{13R^{-1}} = 1/\Delta_1, a_{14R^{-1}} = 1/2\Delta_1, a_{22R^{-1}} = (2\alpha + 3)/\Delta_1$ и $a_{23R^{-1}} = 2/\Delta_1$, причем $\Delta_1 = 2\alpha^2 + 5\alpha$.

Элементы $\vec{H}_{opt}$ запишутся в виде: g=1/(4(+10), h=2g, i=-2g и j=-g.

При α=0 имеем g=1/10, h=1/5, i=-1/5 и j=-1/10, а

$$E\{e^2(n)\} = 1/4 - [(1/10 \quad 1/5 \quad -1/5 \quad -1/10)\times$$
$$\times(1/4 \quad 1/2 \quad -1/2 \quad -1/4)] = 0.$$

При этом

$$\hat{x}(n) = y(n)\cdot h_0 + y(n-1)\cdot h_1 + y(n-2)\cdot h_2 + y(n-3)\cdot h_3 =$$
$$= (1/2)\cdot(1/10) + 1\cdot(1/5) + (-1)\cdot(-1/5) + (-1/2)\cdot(-1/10) = 1/2.$$

Как видно из расчетов, за явными изменениями R может быть скрыта неизменность СКО и $\hat{x}(n)$. Поэтому, во избежание ошибочных выводов, необходимо рассчитать R^{-1}, $\vec{P}$ и $\vec{H}_{opt}$ и прямой подстановкой выражения СКО и $\hat{x}(n)$ убедиться в неизменности последних.

В самом деле, при изменении структуры матрицы R, возникшем при другом порядке выборок и шаге дискретизации (рис.2),

$$R_{11} = (4\alpha^3 + 9\alpha^2)/4, R_{12} = \alpha^2/2,\ R_{13} = -R_{12} \quad \text{и}$$

$\Delta = \det R = (2\alpha^4 + 5\alpha^3)/2$, а элементы

$$a_{11R^{-1}} = (4\alpha + 9)/2\Delta_1, a_{12R^{-1}} = 1/\Delta_1, a_{13R^{-1}} = -a_{12R^{-1}}, a_{14R^{-1}} = -a_{12R^{-1}}/2,$$

$a_{22R^{-1}} = (2\alpha + 3)/\Delta_1$ и $a_{23R^{-1}} = 2/\Delta_1$, т.е. структура R^{-1} изменилась так же, как и структура $\vec{H}_{opt}$: g=j=1/(4(+10), g=-i=1/(2(+5).

Прямой подстановкой элементов $\vec{H}_{opt}$ и $\vec{P}$ в выражения СКО $\hat{x}(n)$ можно убедиться, что последние остались неизменными, а при α=0 значение СКО равно нулю, $\hat{x}(n)$=1/2. При $\alpha\neq0$, например, α=1/2, СКО равна 0,05, а $\hat{x}(n)$=0,4.

Таким образом, пришли к заключению, что СКО и $\hat{x}(n)$ не зависят от изменения шага дискретизации и организации порядка выборки.

В итоге отметим, что для уменьшения СКО можно увеличить размер М, но это связано с резким увеличением объема вычислительных операций и уменьшением быстродействия ИИС, что может оказаться недопустимым.

Полученные результаты являются вполне удовлетворительными для большинства практических целей диагностики, достигаемых с помощью относительно несложных, а потому и более надежных ИИС. Они позволяют синтезировать комбинированные алгоритмы оценивания, с помощью которых, помимо предсказания состояний непосредственно по оцениваемым параметрам, оказывается возможным реализовать этот процесс по зависимости последних от α, причины возникновения и изменения которого могут служить дополнительными информативными признаками указанной диагностики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кукс Я., Ольман В.** Минимаксная линейная оценка коэффициентов регрессии // Изв. АН ЭССР. Физ. и Матем. - 1972. - Т.21, [1] 1. - С. 66-72.
2. Адаптивные фильтры: Пер. с англ. / Под ред. **К.Ф. Коуэна** и **П.М. Гранта.**- М.: Мир, 1988. - 392 с.
3. Статистические методы для ЭВМ: Пер. с англ. / Под ред. **К. Энслейна, Э. Рэлстона, Г.С. Уилфа.** - М.: Наука, 1986. – 464 с.
4. **Сипайлов Г.А, Санников Д.И., Жадан В.А.** Тепловые, гидравлические и аэродинамические расчеты в электрических машинах. – М.: Высшая школа, 1989. – 239 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 10.04.1999

Գ.Վ. ԲԵՐԲԵՐՅԱՆ

ՎԻՆԵՐԻ ՈՉ ՌԵԿՈՒՐՍԻՎ ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ ՎՐԱ ԵԼՔԱՅԻՆ ԱԶԴԱՆՇԱՆՆԵՐԻ ՁԵՎԻ ԳՈՐԾՈՂ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ ՀԶՈՐ ՀԻԴՐՈԳԵՆԵՐԱՏՈՐՆԵՐԻ ԱԽՏՈՐՈՇՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ

Դիտարկված է խոշոր հիդրոգեներատորների տեխնիկական վիճակի ախտորոշման համակարգում օգտագործվող և փորձնական եղանակով որոշվող զանազան ֆիզիկական մեծությունների գնահատումը, որոնց օպտիմալ արժեքները զգալիորեն կախված են ազդանշանների ձևերից և կարող են որոշ պայմաններում փոփոխվել ընդհատավորման քայլի, ինչպես նաև ընտրանքների ընթացքի կազմակերպման կարգի փոփոխության հետևանքով:

G.V.BERBERYAN

INVESTIGATION OF INFLUENCE OF THE OUTPUT SIGNAL WAVE-FORMS ON THE NONRECURSIVE WIENER ESTIMATION IN THE HIGH-POWER HYDROGENERATOR DIAGNOSTICS SYSTEM

Estimations used in the high-power hydrogenerator technical condition diagnostics system and experimentally obtained, different physical quantities are considered, the optimal values of estimations being subjected to the variations in terms of output signal form, as well as discretization of step change and organization of sampling order.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 538.566 РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

Г.Г. КАРАПЕТЯН

УЛУЧШЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЬЦЕВОГО ЛАЗЕРНОГО ГИРОСКОПА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ФАЗОСДВИГАТЕЛЯ

Предложен новый метод, позволяющий значительно улучшить характеристики кольцевого лазерного гироскопа путем установки в кольцевой резонатор (КР) специального фазосдвигателя (Ф). При соответствующем выборе крутизны фазочастотной характеристики Ф смещение собственной частоты КР становится пропорциональным квадратному (или кубическому) корню от угловой скорости вращения и поэтому резко возрастает. Вследствие этого существенно улучшаются чувствительность и динамический диапазон гироскопа.

Ключевые слова: лазерный гироскоп, кольцевой резонатор, частота биений, фазосдвигатель.

Кольцевой лазерный гироскоп (КЛГ), являясь в настоящее время наиболее чувствительным из всех типов гироскопов, находит широкое применение в инерциальной навигации и геофизике [1-3]. Действие КЛГ основано на зависимости собственных частот КР от угловой скорости его вращения. В неподвижном КР активное вещество генерирует две встречные волны, частоты которых f одинаковы и определяются из условия, что на длине резонатора L должно укладываться целое число волн

$$Lf / v = m\,, \qquad (1)$$

где v - скорость волны в резонаторе; m - большое целое число.

Если же прибор вращается с угловой скоростью Ω вокруг оси, перпендикулярной плоскости кольца, то оптические пути, проходимые встречными волнами, будут больше или меньше, чем L, на величину ΔL, равную

$$\Delta L = 2S\Omega / v\,, \qquad (2)$$

где S- площадь кольца.

Вследствие этого собственная частота волны, распространяющейся в направлении вращения, уменьшается на величину δf, а собственная частота встречной волны увеличивается на ту же величину. В результате частоты встречных волн становятся неодинаковыми, и возникают биения с частотой

$$2\delta f = 2f\left|\Delta L\right| / L = 4fS\Omega / vL\,. \qquad (3)$$

По величине $2\delta f$ (на практике $\sim 10^{-3} \ldots 10^{5}$ *Гц*), выделяемой детектором, определяется Ω.

В настоящей работе предлагается новый *метод смещения фазы*, в основе которого лежит установка внутри КР специального Ф с фазочастотной характеристикой (ФЧХ) $\varphi(f)$. Тогда вместо (1) имеет место другое условие, определяющее собственные частоты f_1 :

$$Lf_1 / v + \varphi(f_1) / 2\pi = m\,. \qquad (4)$$

При изменении оптических путей встречных волн на ΔL (вследствие вращения КР) собственные частоты смещаются на (f, определяющееся из уравнения

$$(L+\Delta L)(f_1+\Delta f)/v+\varphi(f_1+\Delta f)/2\pi = m. \quad (5)$$

Разлагая ((f1+(f) в степенной ряд и ограничиваясь первыми тремя членами из (5), получим алгебраическое квадратное уравнение, определяющее смещение собственной частоты КР при наличии Ф:

$$\varphi''\Delta f^2 + 2[2\pi(L+\Delta L)/v+\varphi']\Delta f + 4\pi f_1 \Delta L/v = 0, \quad (6)$$

где штрихи обозначают производные по частоте.

Устанавливая крутизну фазочастотной характеристики Ф, удовлетворяющую условию

$$\varphi' + 2\pi L/v = 0, \quad (7)$$

из (6) найдем

$$\Delta f \approx \pm(-4\pi f_1 \Delta L/v\varphi'')^{1/2} = \pm f_1 (8\pi S\Omega/|\varphi''|)^{1/2}/v. \quad (8)$$

Полученная формула при $\varphi''\Delta L>0$ дает мнимые значения для Δf, а при $\varphi''\Delta L<0$ - действительные. Это означает, что во вращающемся резонаторе одна из встречных волн исчезает, а другая расщепляется на две волны с частотами $f_1 \pm \Delta f$, распространяющиеся в одном и том же направлении. Таким образом, при определенной величине крутизны ФЧХ частота биений, выделяемая детектором, становится пропорциональной квадратному корню от угловой скорости вращения и, следовательно, чрезвычайно возрастает, что ведет к значительному возрастанию чувствительности и динамического диапазона. Для численных оценок нужно знать величину φ'', которая для конкретных образцов Ф может лежать в широких пределах. Для грубых оценок можно положить
$\varphi'' \sim \varphi'/f \sim -L/v f$ и получить из (8)

$$\Delta f \sim f_1 (S\Omega/vL)^{1/2} \sim f_1 |\Delta L/L|^{1/2}. \quad (9)$$

Аналогично можно рассмотреть Ф с кубической ФЧХ, где $\varphi''=0$. Тогда Δf определяется третьей производной ФЧХ, которую можно грубо оценить как $\varphi''' \sim \varphi'/f^2 \sim L/vf^2$. В результате при выполнении условия (7) получим

$$\Delta f \sim f_1 (S\Omega/vL)^{1/3} \sim f_1 (\Delta L/L)^{1/3}. \quad (10)$$

В отличие от предыдущего случая здесь существуют обе встречные волны: одна из них имеет положительный сдвиг собственной частоты, а другая - отрицательный. При этом малые изменения длины КР, обусловленные механическими напряжениями, температурой и т.д., не влияют на частоту биений.

Рассмотрим численный пример. В большом КЛГ с S=1 *м²*, L=4 *м* угловая скорость вращения $\Omega=10^{-9}$ *град/час* вызывает биения с частотой 10^{-8} *Гц*, которую невозможно измерить. Если же установить в данном КЛГ Ф с соответствующими параметрами, то частота биений будет ~1 *кГц* согласно (9) и ~10 *МГц* согласно (10). Таким образом, появляется возможность измерения очень малых угловых скоростей вращения, что может обеспечить более точную экспериментальную проверку некоторых фундаментальных физических принципов и геофизических гипотез [3].

Ключевой проблемой для реализации предлагаемого КЛГ является создание Ф с отрицательной крутизной ФЧХ, удовлетворяющей (7). Такие Ф могут быть двух типов. Первый тип - это устройства, где при небольшом увеличении (уменьшении) частоты длина пути, проходимая волной до выхода, резко уменьшается (увеличивается). При этом будет уменьшаться (увеличиваться) также и фаза, обеспечивая тем самым отрицательную крутизну ФЧХ. Такое устройство, работающее в диапазоне радиочастот до ~1 *ГГц,* можно реализовать на основе дисперсионной линии задержки на поверхностных акустических волнах, теория и техника которых хорошо развиты [4]. Второй тип - это устройства, где при увеличении частоты фаза волны уменьшается за счет уменьшения волнового числа. Такая ситуация имеет место, например, в области аномальной дисперсии диэлектрика (где, однако, сопровождается сильным поглощением), или в активной среде вблизи линии усиления.

Работа выполнена при поддержке гранта INTAS 97-30748.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бычков С.И., Лукьянов Д.П., Бакаляр А.И.** Лазерный гироскоп. -М.: Наука, 1975.– 421 с.
2. Волоконно-оптические датчики / Под ред. **Т.Окоси**. - Л. Энергоатомиздат, 1990.– 256 с.
3. **Stedman G.E.** Ring-laser tests fundamental physics and geophysics // Rep. Progr. Phys. – 1997. - Vol. 60. - P. 615-683.
4. **Орлов В.С., Бондаренко В.С.** Фильтры на поверхностных акустических волнах. – М.: Радио и связь, 1984. – 272 с.

ЕрФИ. Материал поступил в редакцию 03.06.1999.

Գ.Գ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

ՕՂԱԿԱՅԻՆ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ԳԻՐՈՍԿՈՊԻ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅԱՆ ԲԱՐԵԼԱՎՈՒՄԸ ՖԱԶԱՇԵՂԻՉԻ ՕԳՆՈՒԹՅԱՄԲ

Հետազոտված է նոր մեթոդ, որի միջոցով հնարավոր է զգալիորեն բարելավել օղակային լազերային գիրոսկոպի գործողությունը՝ հատուկ ֆազաշեղիչի տեղադրումով:

G.G. KARAPETYAN

IMPROVEMENT OF RING LASER GYROSCOPE PERFORMANCE BY USING PHASE SHIFTER

A novel method enabling to improve significantly the performance of ring laser gyroscope by means of installing the phase shifter into the ring resonator is proposed. By suitable phase frequency performance curvature selection of the phase shifter the frequency drift of the ring resonator becomes proportional to the square (or cubic) root at angular rotation speed and this results in appreciable increase of sensitivity and dynamic range of ring laser gyroscope.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.349.74 РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ХАМО МАЗХАР

ОРГАНИЗАЦИЯ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ ПРИ ОБМЕНЕ ИНФОРМАЦИЕЙ МЕЖДУ ОТДАЛЕННЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Рассматривается вопрос автоматической подстройки отдаленных синхрогенераторов. Предлагается схема, реализующая достаточную для практики точность подстройки.

Ключевые слова: синхронизация, генератор, подстройка, задержка.

Передача информации по цифровой сети в настоящее время осуществляется преимущественно синхронным способом, при котором обеспечивается максимальное использование ресурсов сети.

Одним из важнейших параметров при организации обмена информацией в цифровых системах передачи и распределения информации (СПРИ) является время вхождения в синхронизм. Для этого необходимо обеспечить синхронную работу генераторов передатчика и приемника. Однако этого еще недостаточно для минимизации потери времени. Необходимо также обеспечить режим синфазности. На рисунке показана функциональная схема, позволяющая приблизить частоты двух отдаленных независимых генераторов до максимально возможных значений и обеспечивающая минимальную потерю времени для их синхронной работы. Несмотря на то, что генераторы одни и те же, расхождение по частоте и фазе существует из-за неидентичности элементов и случайности процессов возбуждения.

Важным структурным элементом системы синхронизации являются генераторные комплекты, которые должны обеспечить:

- высокую стабильность генерируемых частот;
- возможность независимых индивидуальных изменений временных параметров;
- возможность размножения синхроимпульсов;
- простоту реализации.

Для осуществления первого требования необходимо использовать генераторы с высокой стабильностью временных параметров. Поэтому на практике используются микросхемы с минимальными значениями расхождения между задержкой элемента при переключении от "0"на "1" и наоборот, т.е. $(t^{01}_{зmax} - t^{10}_{зmin}) \to \min, (t^{10}_{зmax} - t^{01}_{зmin}) \to \min$. Эти параметры для различных серий микросхем расходятся больше, чем на один порядок [1]. Очень важно также обеспечить минимальное расхождение между $t^{ij}_{зmax}$ и $t^{ij}_{зmin}$.

Для обеспечения второго требования необходимо встроить в самой схеме генератора управляемые элементы, позволяющие автономно менять величину одного временного параметра, не влияя на другие. Для синхронизации нескольких объектов можно использовать генератор одного объекта как эталонный, а остальные - как подчиненные. Подчиненные генераторы управляются по сигналу из эталонного генератора. На рисунке показан один из возможных примеров, где генератор 1 служит как эталонный и 2 – как регулируемый. Как видно, схема позволяет максимально приблизить частоту второго генератора к частоте первого (эталонного).

Схема состоит из двух счетчиков. На вход первого подаются импульсы с первого генератора, а на вход второго - импульсы со второго генератора. Сигналы с выходов счетчиков подаются на входы сумматора, на выходе которого появляется сигнал, показывающий код расхождения частоты двух генераторов. Из выхода сумматора код подается на вход резисторной матрицы, которая соединена непосредственно со вторым генератором по управляющей цепи частоты. В зависимости от величины сопротивления в матрице изменяется частота этого генератора, т.е. имеет место автоматическая подстройка частоты второго генератора с частотой первого с точностью шага подстройки.

Важным параметром, определяющим точность подстройки, является средняя задержка элемента

$$t_з = 0{,}5(t_з^{01} + t_з^{10})\,. \tag{1}$$

Величину $t_з$ обычно рассчитывают по измеренным значениям $t_з^{01}, t_з^{10}$. Время однократного прохождения сигнала (переключения цепи) для кольцевого генератора равно $k_о t_з$, где $k_о$ - число схем в генераторе; $t_з$ - их средняя задержка. Так как период генерируемых импульсов равен времени прохождения двух логических сигналов 0 и 1, то его длительность равна [2]

$$T_о = 2k_о t_з\,. \tag{2}$$

Таким образом, значение $t_з$ для схем в кольцевом генераторе можно определить, измеряя период $T_о$ или частоту $f_о$ генерируемых импульсов:

$$t_з = T_о/2k_о = 1/2k_о f_о\,. \tag{3}$$

Обычно в кольцевых генераторах используется нечетное число элементов ($k_о$=3, 5,…), для которых находится усредненная величина $t_з$. Поскольку частота второго генератора управляется при помощи RC - цепочки, точнее, изменением R, то задержка на одну RC - цепочку определяется по выражению

$$t_{зRC} = 0{,}5 \cdot T_{RC} = k_{RC}\tau = k_{RC}RC\,, \tag{4}$$

где k_{RC} - число RC - цепочек.

Тогда период следования импульсов генератора выражается по формуле

$$T = T_o + T_{RC}. \tag{5}$$

Подставляя (2) и (4) в (5), получим

$$T = 2k_o t_з + 2k_{RC}RC. \tag{6}$$

Полагая $k_o = k_{RC} = k$, получим

$$T = 2k(t_з + RC). \tag{7}$$

Следовательно, частота генератора определяется выражением

$f = 1/T = 1/2k(t_з + RC).$ (8)

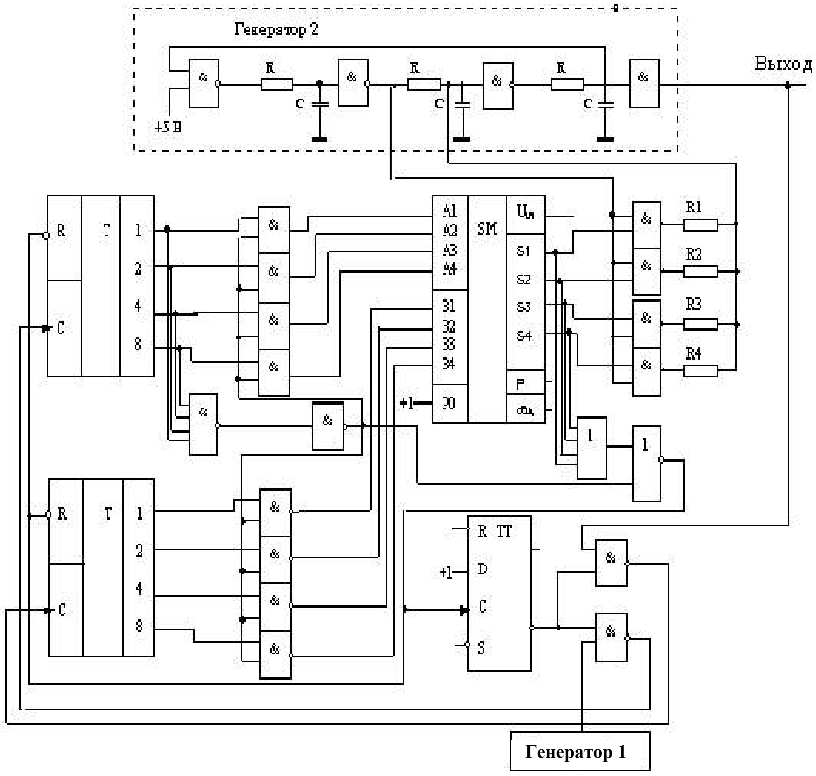


Рис. Генератор с автоматической подстройкой частот

В схеме, изображенной на рисунке, управление частотой осуществляется с помощью изменения числа задействованных резисторов матрицы (РМ). Изменение сопротивления происходит только на одной цепи RC, которая связана непосредственно с РМ. В этом случае дополнительно подключаемое сопротивление РМ может меняться от бесконечности, когда все резисторы блока отключены, до R_{min}, когда все резисторы задействованы. Величины сопротивления в РМ соответствуют значениям (512, 256, 128, 64)R и обратно пропорциональны значению разряда кода, т.е. старшему разряду соответствует значение 64 R, а младшему разряду – 512 R. Тогда R_{min} = 512 R, и при k=3 период генерации увеличивается на

$$T_2 = 2C[(k-1)R + \frac{RR_{эк}}{R+R_{эк}}] = 2RC(2+\frac{R_{эк}}{R+R_{эк}}) =$$

$$= 2RC(2+\frac{\frac{512R}{15}}{R+\frac{512R}{15}}) = 5{,}943RC. \quad (9)$$

Отсюда

$$f = \begin{cases} f_{max} = 1/(6t_з + 5{,}94RC) & \text{при } R_{эк} = R_{min}, \\ f_{min} = f_{ном} = 1/6(6t_з + RC) & \text{при } R_{эк} = R_{min}. \end{cases} \quad (10)$$

Из (10) можно найти абсолютное и относительное возможные пределы подстройки частоты генератора:

$$\Delta f = \left|f_{max} - f_{ном}\right| = \left|\frac{1}{6t_з + 5{,}943RC} - \frac{1}{6(t_з + RC)}\right| =$$

$$= \frac{5RC}{6(527t_з + 522RC)(t_з + RC)}, \quad (11)$$

$$\delta f = \left|\frac{\Delta f}{f_{ном}}\right| .100\% = \frac{\frac{5RC}{6(527\ t_з + 522RC)(t_з + RC)}}{\frac{1}{6(t_з + RC)}} .100\% =$$

$$= \frac{RC}{105{,}4t_з + 104{,}4RC} .100\%, \qquad R \neq -\frac{105{,}4t_з}{104{,}4C}. \quad (12)$$

Из (12) видно, что частота генератора может увеличиваться в пределах $\frac{RC}{105{,}4t_з + 104{,}4RC}.100\%$ от номинального значения.

Для конкретных случаев (для системы ИКМ [3]) рассмотрим работу схемы при организации систем синхронизации для первичных ЦСП со скоростью передачи 2048 *кбит/с* при R=100 *Ом* и C= 0,628 *нФ* и при использовании генераторов, построенных на базе микросхемы серии 155 типа К155ЛА3, для которого $t_з = 0{,}5(15+22) = 18{,}5$ *нс*. Для этого находим величины: $\Delta f_{max} = 15{,}1245$ *кГц*, $\Delta f_{min} = 1{,}02875$ *кГц*;

$\delta f_{max} = 0{,}738\%$, $\delta f_{min} = 0{,}050\%$.

Для вторичных ЦСП со скоростью передачи 8448 *кбит/с* при R=100 *Ом* и C=12,28 *нФ* имеем $\Delta f_{max} = 4{,}994$ *кГц*, $\Delta f_{min} = 342$ *кГц*; $\delta f = 0{,}059\ \%$, $\delta f_{min} = 0{,}004\ \%$, что, с нашей точки зрения, достаточно для подстройки частоты используемых генераторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Тарабин Б.В., Лунин Л.Ф., Смирнов Ю.Н. и др.** Интегральные микросхемы: Справочник. – М.: Радио и связь, 1983.- 528 с.
2. **Алексенко А. Г., Шагурин И.И.** Микросхемотехника: Учеб. пособие для вузов / Под ред. **И.И. Степаненко**. – М.: Радио и связь, 1982.– 416 с.
3. Многоканальные системы передачи / Под ред. **Н.Н. Баевой, В.Н. Гордиенко.** – М.: Радио и связь, 1997. – 560 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 16.09.1999.

ՀԱՄՈ ՄԱԶՀԱՐ

ՀԵՌԱՑՎԱԾ ՕԲՅԵԿՏՆԵՐԻ ՄԻՋԵՎ ԻՆՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ՍԻՆԽՐՈՆԱՑՄԱՆ ԿԱԶՄԱԿԵՐՊՈՒՄԸ

Դիտարկվում է միմյանցից հեռացված սինխրոգեներատորների համալարման խնդիրը: Առաջարկվում է գործնական բավարար ճշտությունն ապահովող սխեմա:

HAMO MAZHAR

SYNCHRONIZATION SYSTEM ORGANIZATION FOR INFORMATION EXCHANGE BETWEEN SEPARATE OBJECTS

An automatic tuning problem for the remote synchrogenerators is considered. A circuit realizing tuning accuracy sufficient for practice is proposed.

ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 679.85.089.68:320.179.11 КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

З.А. БАБАЯН

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ МЕТОДИК ПОВЕРКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Рассматриваются принципы построения и пример реализации экспертной системы для разработки МП СИ геометрических величин. Предлагаются проблемно-независимые программные средства управления базой знаний.

Ключевые слова: нормативные документы, алгоритм поверки, парк образцовых СИ, эталонные константы, погрешности линейных размеров.

Разработка методик поверки (МП) средств измерений (СИ) в общем случае включает выбор или разработку схемы и алгоритма контроля характеристик погрешности СИ, образцовых СИ и параметров алгоритма контроля, оформление нормативного документа на МП СИ конкретного типа. При этом предполагается учет различных по характеру требований, обусловливающих степень сложности и трудоемкости разработки. Так, при разработке МП СИ геометрических величин выбор образцовых СИ должен производиться с учетом заданных показателей достоверности поверки, что является формализуемой, но достаточно сложной инженерной задачей. Оформление нормативного документа на МП СИ должно производиться в соответствии с установленными требованиями. Для этого от квалифицированного разработчика требуются большие затраты времени и труда, которые необходимы для повышения качества разрабатываемой продукции. Таким образом, возникает необходимость создания программных средств для ЭВМ, позволяющих автоматизировать формализуемые действия разработчика МП СИ, и автоматизированной системы для разработки МП СИ.

С целью придания гибкости и возможности расширения автоматизированной системы целесообразно при разработке использовать общие принципы построения “экспертных систем”, предназначенных для моделирования действия квалифицированных специалистов при принятии ими профессиональных решений. В соответствии с этими принципами такая система включает базу знаний, содержащую необходимые сведения, касающиеся предмета разработки (требования нормативных документов, сведения о типовых алгоритмах поверки и парке образцовых СИ), и правила манипулирования этими сведениями (вычислительные и логические процедуры, правила оформления результатов разработки и т.п.). Вторым основным компонентом системы является комплекс проблемно-независимых программных средств управления базой знаний и средств ее формирования и пополнения. Применение принципов построения систем-экспертов позволяет обеспечить постепенный ввод в действие средств автоматизации на различных этапах разработки МП СИ с целью достижения функциональной полноты системы. В настоящее время реализованы такие функции системы, как оценка показателей достоверности контроля характеристик погрешности СИ при поверке, выбор допускаемых или оптимальных значений характеристик погрешности образцовых СИ, исходя из заданных значений показателей достоверности контроля. Выполнение этих функций производится с применением методов программного моделирования МП СИ и статистического программирования. Приводятся результаты применения системы для разработки МП цифровых СИ геометрических величин на основе программных моделей методик контроля основных составляющих погрешностей.

Для исследования и определения источников погрешностей при измерении линейных размеров изделий в качестве обобщенной функции примем эффективность устройств автоматизированной системы контроля управления качеством (АС КУК) и область $D(F)$ допустимых значений $F=f(F_i)$ как параметр, определяющий метрологические характеристики АС КУК. Для решения задачи должно быть известно:

- разбиение множества S_H на классы забраковки, т.е. $S_q \in S_H$ $(q=1,\ldots,Q)$, на основе матрицы классификатора браковки облицовочных плит (ОП), где включены признаки, определяющие линейные размеры плит, и любой параметр F_i не входит в допустимую область $D(F_i)$;
- множество $A_H = (A_v)$ $(v=1,\ldots,V)$ методов и средств контроля (программ, проверок, управляющих воздействий и т.п.) таких, что каждое подмножество $A_v=L_v$ охватывает некое подмножество бракованных состояний ОП;
- матрица эталонных констант $M_{эк}$, устанавливающая отношение между состоянием S_H, S_j и разбиением S_q и A_v, т.е. эталонные значения определяющих параметров;
- затраты C_{v_i} некоторого i-го вида на выполнение каждого v -го процесса контроля качества ОП;
- кратность повторения N_i-го процесса контроля на проверку данного параметра F_i.

В процессе решения задачи необходимо:

- хотя бы для одного из F_j выполняться условие строгого максимума, т.е.

$F_j(w_q) \geq F_j(w_0), \quad j \in J$;

- выбрать оптимальный набор методов и средств контроля и управления качеством плит:

$$dC_{wi}(A_V / A_H) = \min dC_{wi}(A_v / A_H),\ (A_V \leq A_H);$$

$F_H(A_0 \vee A_H) = F_i(q_H)$ $dC_{wi}(A_0 / A_H) \leq C_{W доп} - I_{mj} \in (m_j)_{mxi} - (F_э - F^и_{mxi}) \geq 2d(F)$, где $dC_{wi}(A_V / A_H)$ – приращение затрат некоторого w -го вида в зависимости от применения некоторого состава A_v методов и средств контроля (F_i) СУ, определяемое, исходя из того, что для выполнения заданного множества функциональных контрольных измерений используется информация, полученная заданным составом устройств контроля для определения бракованных изделий q_i-го типа; $F_H(A_0 \vee A_H)$ – количество необходимых признаков (информации), используемых при объединении A_0 и A_H; $F_i(q_H)$ – количество начальной информации признаков относительно множества q_H, определяемое при условии, если известны матрицы классификатора бракованных состояний ОП и разбиения q_H на классы q_i(- q_H); $C_{W доп}$ - допустимое значение затрат w-го вида; $(m_j)_{mxi}$ – множество признаков для данного (характерного) устройства (M_{xi}), неисправность которого определяется значением параметров $F^{и}_{mxi}$ для (m_{xi}) СУ; d(F)- погрешность измеренного значения $F^{и}$ в устройстве (m_{xi}) по отношению к эталонному (номинальному) $F^{э}$, по которому бракуется ОП [1].

Дальнейшее совершенствование системы ведется по двум направлениям:

- пополнение функции системы путем разработки средств оформления нормативных документов на МП СИ, выбора образцовых СИ конкретного типа на основании допускаемых значений характеристик их погрешности;

- расширение области распространения системы путем увеличения объема библиотек программных МП СИ, сведения о парках образцовых СИ различных видов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бабаян З.А.** Методы повышения качества облицовочных плит из природного камня с разработкой методов и средств контроля: Дис. (канд. техн. наук / Тбилиси. - 1990. - 133 с.

ГЗАО “Камень и силикаты”. Материал поступил в редакцию 15.09.1999.

Զ. Ա. ԲԱԲԱՅԱՆ

ՉԱՓՄԱՆ ՄԻՋՈՑՆԵՐԻ ՃՇԳՐՏՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱՅԻ ՄՇԱԿՄԱՆ ՀԱՄԱՐ ՓՈՐՁԱՔՆՆԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ՍԿԶԲՈՒՆՔՆԵՐԸ ԵՎ ԻՐԱԿԱՆԱՑՄԱՆ ՕՐԻՆԱԿ

Դիտարկվում են չափման միջոցների՝ ըստ երկրաչափական չափսերի ճշգրտման մեթոդիկայի մշակման համար փորձաքննական համակարգի կառուցման սկզբունքները և իրագործման օրինակ: Առաջարկվում են պրոբլեմային անկախ ծրագրային գիտելիքների բազայի ղեկավարման միջոցներ:

Z.A. BABAYAN

EXPERT SYSTEM CONSTRUCTION PRINCIPLE AND REALIZATION EXAMPLE FOR DEVELOPING CALIBRATION TESTING PROCEDURES

The expert system construction principle and realization example for geometrical dimensions of calibration testing procedures (CTP) are considered. The problem-independent software for knowledge base control is proposed.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS