ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԵՎ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ И

НАЦИОНАЛЬНОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА АРМЕНИИ

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

Журнал издается с 5.01. 1948 г.
Выходит 3 раза в год

ՀԱՆԴԵՍԸ ՀՐԱՏԱՐԱԿՎԱԾ Է ԱՄԵՐԻԿԱՅԻ ՀԱՅ ԿՐԹԱԿԱՆ ՀԻՄՆԱՐԿՈՒԹՅԱՆ ՆՎԻՐԱՏՎՈՒԹՅԱՄԲ ՀԻՄՆԱԴՐՎԱԾ ՀԱՄԱԿԱՐԳՉԱՅԻՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉԱԿԱՆ ԿԵՆՏՐՈՆՈՒՄ

THE JOURNAL IS PUBLISHED IN THE COMPUTER PUBLISHING CENTER ESTABLISHED BY THE DONATION OF THE ARMENIAN EDUCATIONAL FOUNDATION (USA)

Հրատ. խմբագիր՝ ԺԱՆՆԱ ՍԵՅՐԱՆՅԱՆ

Համակարգչային շարվածքը եւ ձեւավորումը՝ ԼԻԼԻԹ ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆԻ

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 539. 374 МАШИНОСТРОЕНИЕ

Г.Л. ПЕТРОСЯН, М.Б. САФАРЯН, А.Ф. АМБАРЦУМЯН, В.Г. ПЕТРОСЯН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗДАЧИ ТОНКОСТЕННЫХ ТРУБ

Հետազոտվում է տարբեր տրամագծերով և պատի հաստություններով արույրե խողովակների ընդարձակման գործընթացը, որոնք փորձարկվել են ընդարձակման սահմանային գործակցի տարբեր արժեքների դեպքում: Փորձարկումների արդյունքները բերված են աղյուսակների և դիագրամների տեսքով, որոնց տվյալները համընկնում են տեսական արդյունքների հետ: Սահմանված է, որ ընդարձակման գործընթացի այնպիսի տեխնոլոգիական պարամետրերի համատեղ ազդեցության հաշվառման համար, ինչպիսիք դեֆորմացնող պուանսոնի կոնականության անկյունն է և կոնտակտային շփման գործակիցը, կարելի է օգտագործել խողովակների ընդարձակման տեխնոլոգիական գործընթացի իրականացման համալիր պարամետր:

Проведено экспериментальное исследование процесса раздачи латунных трубок разных диаметров и толщин стенок, которые испытывались по достижении различных значений предельного коэффициента раздачи. Результаты испытаний представлены в виде таблиц и диаграмм, данные которых качественно хорошо согласуются с теоретическими результатами. Установлено, что для учета совместного влияния таких технологических параметров процесса раздачи, как угол конусности деформирующего пуансона и коэффициент контактного трения, можно использовать комплексный параметр осуществления технологического процесса раздачи труб.

Ил. 5. Табл. 2. Библиогр.: 4 назв.

An experimental investigation on expansion process of wall thicknesses and brass tubes with different diameters which are subjected to limited coefficient expansion for reaching various values has been carried out. The test results are presented in tables and diagrams, their data being coordinated with the theoretical results. It is revealed that for accounting the complex influence of such technological parameters for the expansion process as mandrel taper angle and contact friction coefficient, it is expedient to use the complex parameter for technological process of realizing the tube expansion.

Iℓℓ. 5. Tables 2. Ref. 4.

Анализ теоретического решения и закономерностей изменения компонентов напряженно-деформированного состояния, полученного для процесса раздачи с учетом и без учета влияния деформационного упрочнения, а также микропор и неметаллических включений, заведомо присутствующих в материале и создающих в нем начальную микропористость, показал, что характер изменения целевых величин процесса находится в ярко выраженной зависимости от "комплексного параметра осуществления технологического процесса раздачи труб" k, учитывающего совместное влияние угла конусности оправки γ и коэффициента трения f, возникающего на контактной поверхности оправки и трубы [1]:

$$k = 1 + f \operatorname{ctg} \gamma \,. \qquad (1)$$

Выявлено, что посредством параметра k удается регулировать процессом раздачи труб в целях получения заданных выходных (конечных) значений размеров продукции, механических и других основных эксплуатационных свойств, таких как величина пористости, степень деформации и упрочнения материала получаемой продукции [1].

Целью настоящей работы является проверка достоверности выявленного эффекта влияния параметра k на напряженно-деформированное состояние и основные свойства продукции, а также качественное сравнение полученных результатов с данными теоретического решения [1].

Испытания проводились на 100-тонном гидравлическом прессе марки "ЦД-100 ПУ". Образцы представляли собой латунные трубки длиной ℓ = 60 *мм*, толщиной стенок δ_{01} = 1,55 *мм*, δ_{02} = 1,72 *мм* и диаметром D_{01} = 25 *мм* и D_{02} = 37,7 *мм*. Причем образцы с D_0 = 25 *мм* предназначались для проверки выявленного влияния параметра k (разные значения γ и f) на характеристики продукции, а с D_0 = 37,7 *мм* - для исследования закономерностей протекания процесса при одинаковых γ и f и различных значениях деформирующей силы.

Образцы первой группы испытывались с применением различных значений f и γ, в совокупности дающих примерно одинаковое значение параметра k. С этой целью из номограмм зависимостей значений k от величин углов конусности оправки γ [1] были выбраны следующие γ и f: $2\gamma_1 = 2\gamma_2 = 62°$, $f_1 = f_2 = 0{,}20$ ($k_1 = k_2 = 1{,}3328$) и $2\gamma_3 = 2\gamma_4 = 2\gamma_5 = 25°$, $f_3 = f_4 = f_5 = 0{,}07$ ($k_3 = k_4 = k_5 = 1{,}3157$). (Индекс показывает номер образца). Для обеспечения значения f = 0,07 в качестве смазки использовалась мыльно-масляная эмульсия [2], а для получения f = 0,20 раздачу труб осуществляли без смазки с использованием оправок с шероховатой поверхностью.

Результаты испытаний образцов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Номер обр.	F_{max}, *кН*	σ_m, *МПа*	D_K, *мм*	δ_K, *мм*	$K_П = D_K/D_0$	2γ, *град*	f	k	Примеч.
-	0	0	25	1,55	1	-	-	-	-
1	47,5	390	39	1,25	1,56	62	0,20	1,3328	Потеря устойч.
2	21,5	177	28,5	1,53	1,14	62	0,20	1,3328	
3	43	353	36	1,26	1,44	25	0,07	1,3157	Потеря устойч.
4	37	304	34,15	1,33	1,37	25	0,07	1,3157	
5	23	189	29,45	1,5	1,18	25	0,07	1,3157	

Как видно из табл. 1, при раздаче труб силами близких значений F_1 = 47,5 *кН*, F_3 = 43 *кН*, F_4 = 37 *кН* (образцы 1, 3, 4), а также F_2 = 21,5 *кН*, F_5 = 23 *кН* (образцы 2 и 5), но разными γ и f, дающими примерно одинаковые значения k, можно получить продукцию с примерно одинаковыми конечными значениями толщины стенки $\delta_К$ и диаметра $D_К$, следовательно, и одинаковыми предельными коэффициентами раздачи $K_П$ (рис. 1, 2). При этом у образцов 1 и 3 наблюдается потеря устойчивости в виде волн. Образцы второй группы испытывались с применением инструмента с одинаковым углом конусности $2\gamma = 36°$ при одинаковых условиях смазки f =0,07 и различных значениях деформирующей силы.

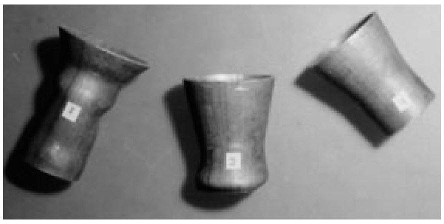


Рис. 1

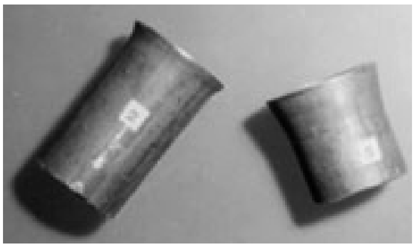


Рис. 2

Образцы 6-9 (рис. 3) имеют различные степени деформации. Причем на цилиндрической части образца 6 заметно явление потери устойчивости.

Рис. 3

Экспериментальные данные раздачи образцов второй группы приведены в табл. 2.

Для изучения процессов горячего деформирования латунных трубок предлагается использовать обширные экспериментальные данные о механических свойствах латуни при их деформировании в интервале температур 20...800 *°С* [3]. Так как испытания образцов при высоких температурах проводятся на специальном оборудовании, был проведен лишь один эксперимент, позволяющий обосновать выбор данных [3].

Раздача трубы с D_0 = 37,7 *мм*, δ_{01} = 1,72 *мм* (образец $7_Т$) была осуществлена при температуре 200 *°С*.

Таблица 2

Номер обр.	F_{max}, *кН*	σ_m, *МПа*	D_K, *мм*	δ_K, *мм*	$K_П = D_K/D_0$	2γ, *град*	f	k	Примеч.
-	0	0	37,7	1,72	1	-	-	-	-
6	49,5	243	54,2	1,3	1,44	36	0,07	1,2154	Потеря устойч.
7	40	196	50,5	1,42	1,34	36	0,07	1,2154	
$7_Т$	35,5	174	49	1,43	1,3	36	-	-	Темпер. исп. 200 °*C*
8	30	147	47	1,47	1,25	36	0,07	1,2154	
9	18,5	90,7	41,7	1,63	1,11	36	0,07	1,2154	

На основании данных табл. 1 и 2 построены диаграммы зависимостей F_{max} - $K_П$ и σ_m - $K_П$, позволяющие более наглядно представить явления, происходящие в процессе деформирования труб.

На рис. 4 приведены диаграммы зависимостей величин максимальных сжимающих сил F_{max} от значений предельных коэффициентов раздачи $K_П$. Линия *a* соответствует деформированию труб диаметром D_0 =37,7*мм* (2γ = 36°, f = 0,07), линия b - D_0 = 25 *мм* (2γ = 25°, f = 0,07). При этом точки, соответствующие испытанным образцам, располагаются на соответствующих прямых линиях. Точки 1 и 2 (D_0 = 25 *мм*, 2γ = 62°, f =0,20) несколько смещены от линии b, причиной чего, вероятно, является невозможность обеспечения при эксперименте точного значения коэффициента трения f = 0,20.

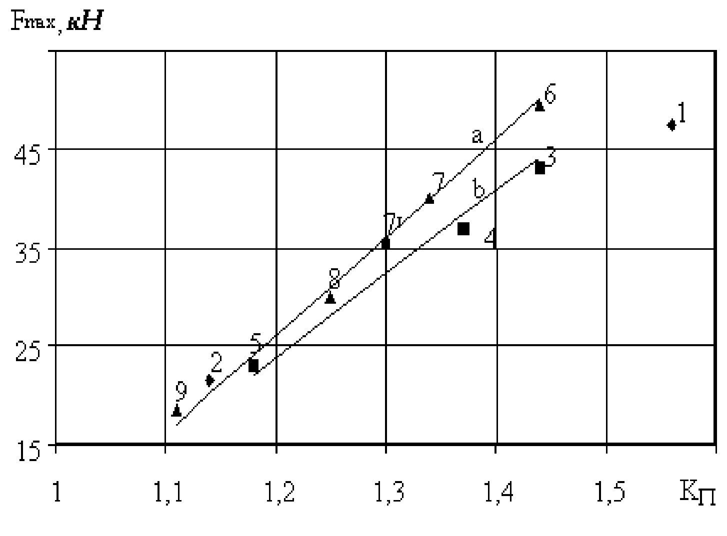


Рис. 4

Из диаграмм зависимостей максимальных сжимающих напряжений

$$\sigma_m = F_{max} / \pi D_0 \delta_0 \qquad (2)$$

от предельных коэффициентов раздачи $K_П$ (рис. 5) видно, что с увеличением сжимающей силы скорость гашения меридионального напряжения σ_m меняется. Так, линии 1 и 2, соответствующие образцам 1 и 2, имеющим одинаковые значения $k_1 = k_2 = 1{,}3328$, взаимно не параллельны, т. е. имеют разный угол наклона к горизонтальной оси. Это относится также к линиям 3-5 ($k_3 = k_4 = k_5 = 1{,}3157$) и 6-9 ($k_6 = k_7 = k_8 = k_9 = 1{,}2154$). Данное явление объясняется изменением силы трения в процессе технологической операции, а следовательно, и коэффициента k.

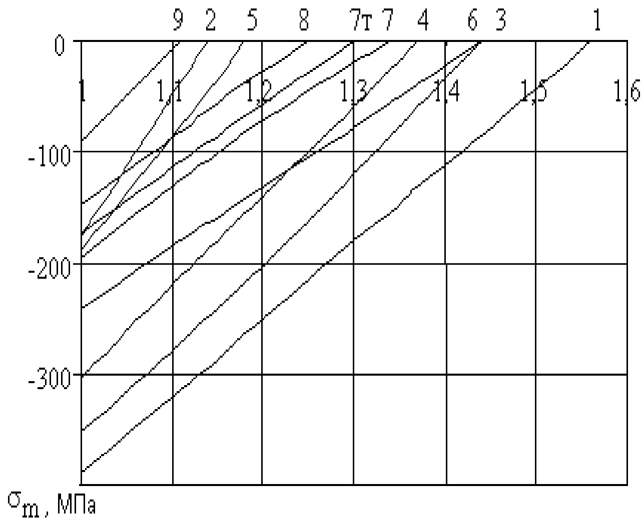


Рис. 5

Таким образом, полученные диаграммы (рис. 5) подтверждают теоретическое предположение о том, что при раздаче труб большими сжимающими силами гашение меридионального напряжения происходит относительно позже, т.е. процесс раздачи осуществляется несколько дольше [4].

Сопоставление данных образцов 7, испытанного при комнатной температуре, и 7_T, испытанного при 200 °*C*, показывает снижение силовых параметров (F_{max} и σ_m) на 11,2 % и предельного коэффициента раздачи на 3 %, что соответствует изменениям механических характеристик в зависимости от температуры, приведенным в [3].

Таким образом, полученные экспериментальные данные качественно хорошо согласуются с теоретическими результатами [4]. Установлено также, что величина k действительно может служить комплексным параметром осуществления технологического процесса раздачи труб.

Работа выполнена в рамках госбюджетной темы N 98-847.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Петросян Г.Л., Амбарцумян А.Ф., Сафарян М.Б.** О комплексном параметре осуществления процесса раздачи тонкостенных труб // Сб. мат. год. науч. конф. ГИУА. - Ереван, 1998. - С. 102 - 103.
2. **Анурьев В.И.** Справочник конструктора-машиностроителя. - М.: Машиностроение, 1978. - 728 с.
3. **Целиков А.И., Томленов А.Д., Зюзин В.И. и др.** Теория прокатки: Справочник. - М.: Металлургия, 1982. - 334 с.
4. **Петросян Г.Л., Амбарцумян А.Ф.** Особенности исследования процесса раздачи тонкостенных труб на конических оправках // Сб. докл. год. науч. конф. ГИУА. Механика и машиноведение. - Ереван, 1998. - С. 27 - 34.

ГИУА 10.06.1999

УДК 593.3 МАШИНОСТРОЕНИЕ

М.А. ЗАДОЯН

О ПРОЧНОСТИ СОЕДИНЕНИЯ СОСТАВНОЙ ПЛИТЫ

Ինտեգրալային եղանակով ուսումնասիրվում է աստիճանային օրենքով ամրապնդվող նյութերից կազմված բաղադրյալ սալի ամրության հարցը: Օգտագործելով ֆիզիկական և երկրաչափական պարամետրերի տարածության մեջ սալերի ծռման դասական տեսությունը, ստացվում են համապատասխան հիպերմակերևույթներ, որոնք բաղադրյալ սալի կոնտակտային եզրի համար որոշում են թերլարվածային գոտիները:

Интегральным способом исследуется вопрос малонапряженности составной плиты из упрочняющихся по степенному закону материалов. Используя классическую теорию изгиба плиты в пространстве физических и геометрических параметров, получены уравнения гиперповерхности, определяющие зоны малонапряженности для края контактной поверхности составной плиты.

Библиогр.: 2 назв.

The problem of poorly intensified joint plate made of materials which are strengthened by the sedative law has been investigated by the integral method. Using the classical theory of plate bending in the space of physical and geometrical parameters, the hypersurface equations determining the zones of low intensity for the joint plate contact surface edge are obtained.

Ref. 2.

Исследуется интегральным способом местная прочность края контактной поверхности составной плиты, изготовленной из n клиновидных призматических тел, материалы которых упрочняются по степенному закону:

$$\sigma_0 = k\varepsilon_0^{m-1},$$

где σ_0 и ε_0 - интенсивности напряжений и деформаций; m - параметр, принимающийся для всех материалов одинаковым; k - модуль деформации, принимающийся различным.

Допускается, что плита подвергается поперечному изгибу, а рассматриваемый край свободен от внешних сил.

Предварительно исследуем плиту из непрерывно-неоднородного материала, полагая, что $k = k(\theta)$ - известная функция полярного угла, определенная экспериментальным путем.

На основании классической теории изгиба плиты при допущении несжимаемости материала, а также $w = r^{\lambda+1}f(\theta)$ имеем

$$
\begin{aligned}
&M_r=-Dr^{(\lambda-1)m}\left(\frac{1}{2}f''+\rho f\right)\chi,\quad M_{r\theta}=-\frac{D}{2}\lambda r^{(\lambda-1)m}f'\chi,\\
&M_\theta=-Dr^{(\lambda-1)m}(f''+\nu f)\chi,\\
&V_\theta=r^{(\lambda-1)m-1}\{[D(f''+\nu f)\chi]^1+D\eta f'\chi\},\\
&\chi=\left(\sqrt{f''^2+2\nu f''f+\lambda^2f'^2+\Delta^2f^2}\right)^{m-1},
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

причем

$$
\begin{aligned}
&D=\frac{k(\theta)h^{m+2}}{m+2},\quad \mu=\frac{(\lambda-1)m}{2}(\lambda^2-1)[1+(2\lambda+1)m],\\
&\Delta=(\lambda+1)\sqrt{\lambda^2+\lambda+1},\ \rho=(\lambda+1)\left(\lambda+\frac{1}{2}\right),\ \nu=(\lambda+1)\left(\frac{\lambda}{2}+1\right),\\
&\eta=\lambda[1+(\lambda-1)m],\ \delta=\frac{(\lambda-1)m}{2}\big[(\lambda-1)m-1\big],
\end{aligned}
$$

где f и λ - неизвестные функция и параметр.

Используя уравнения равновесия моментов и перерезывающих сил, а также систему уравнений (1), приходим к дифференциальному уравнению

$$[k(f''+\nu f)\chi]''+\eta(kf'\chi)'+k(\delta f''+\mu f)\chi=0.$$

Умножая обе части этого уравнения на f и интегрируя по θ от 0 do α, будем иметь

$$\int_0^\alpha\{[k(f''+\nu f)\chi]''+\eta(kf'\chi)'+k(\delta f''+\mu f)\chi\}fd\theta=0.$$

Отсюда интегрированием по частям получим

$$\int_0^\alpha\{(f''+\nu f)f''+\delta f''f+\mu f^2-\eta f'^2\}k\chi d\theta+L=0, \qquad (2)$$

где

$$L=\{[k(f''+\nu f)\chi]'+\eta kf'\chi\}f\Big|_0^\alpha-[k(f''+\nu f)\chi]f'\Big|_0^\alpha.$$

Нетрудно заметить, что для обычных граничных условий L=0. Тогда из (2) находим

$$\int_0^\alpha(f''^2+sf''f+\mu f^2-\eta f'^2)k\chi d\theta=0, \qquad (3)$$

где $s=\delta+\nu$.

Для свободно опертых краев имеем граничные условия

$$f''=f=0 \text{ при } \theta=0,\alpha. \qquad (4)$$

В качестве допустимой функции принимаем

$$f=\sin\frac{\pi}{\alpha}\theta, \qquad (5)$$

удовлетворяющую граничным условиям (4).

Подставив (5) в (3), получим

$$\int_0^{\alpha} \frac{\{[(\pi/\alpha)^4 + (\eta - s)(\pi/\alpha)^2 + \mu]\sin^2(\pi\theta/\alpha) - \eta(\pi/\alpha)^2\}k d\theta}{(\sqrt{[(\pi/\alpha)^4 - (\lambda^2 + 2\nu)(\pi/\alpha)^2 + \Delta^2]\sin^2(\pi\theta/\alpha) + \lambda^2(\pi/\alpha)^2})^{1-m}} = 0. \quad (6)$$

Полученное уравнение позволяет численным способом определить значение λ в зависимости от α, m и параметров неоднородности материала.

В случае кусочно-однородного материала, когда плита состоит из n клиновидных тел, из (6) получаем

$$\sum_{i=1}^{n} \gamma_i \times$$

$$\times \int_{\alpha_{i-1}}^{\alpha_i} \frac{\{[(\pi/\alpha)^4 + (\eta - s)(\pi/\alpha)^2 + \mu]\sin^2(\pi\theta/\alpha) - \eta(\pi/\alpha)^2\}d\theta}{\left(\sqrt{[(\pi/\alpha)^4 - (\lambda^2 + 2\nu)(\pi/\alpha)^2 + \Delta^2]\sin^2(\pi\theta/\alpha) + \lambda^2(\pi/\alpha)^2}\right)^{1-m}} = 0, \quad (7)$$

где $\gamma_i = k_i / k_1$, $\alpha_0 = 0$, $\alpha_n = \alpha$.

Уравнение (7) определяет

$$\lambda = \lambda(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n; \gamma_2, \gamma_3, \ldots, \gamma_n; m).$$

Для линейного материала (m=1) из (6) получаем

$$\lambda^4 - 2[1 + (\pi/\alpha)^2 c]\lambda^2 + 1 - (\pi/\alpha)^2 + (\pi/\alpha)^4 = 0, \quad (8)$$

где

$$c = \int_0^{\alpha} k d\theta \Big/ 2\int_0^{\alpha} k \sin^2 \frac{\pi}{\alpha}\theta d\theta.$$

Для кусочно-однородной плиты, когда имеем n клиновидных тел, в каждом из которых k=const, получаем

$$c = \frac{\sum_{i=1}^{n} \gamma_i (\alpha_i - \alpha_{i-1})}{\sum_{i=1}^{n} \gamma_i [\alpha_i - \alpha_{i-1} - \frac{\alpha}{\pi}\sin\frac{\pi}{\alpha}(\alpha_i - \alpha_{i-1})\cos\frac{\pi}{\alpha}(\alpha_i + \alpha_{i-1})]}. \quad (9)$$

Полагая в (6) λ=1, находим

$$\int_0^{\alpha} \frac{\{[(\pi/\alpha)^2 - 2]\sin^2(\pi\theta/\alpha) - 2\}k d\theta}{\left(\sqrt{[(\pi/\alpha)^4 - 7(\pi/\alpha)^2 + 12]\sin^2(\pi\theta/\alpha) + (\pi/\alpha)^2}\right)^{1-m}} = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) определяет значение α в зависимости от параметров неоднородности, обеспечивающее малонапряженное состояние на рассматриваемом крае плиты. Для кусочно-однородной плиты, полагая λ=1, из (7) находим уравнение

$$\sum_{i=1}^{n} \gamma_i \int_{\alpha_{i-1}}^{\alpha_i} \frac{[(\pi/\alpha)^2 - 2]\sin^2(\pi\theta/\alpha) - 1}{\left(\sqrt{[(\pi/\alpha)^4 - 7(\pi/\alpha)^2 + 12]\sin^2(\pi\theta/\alpha) + (\pi/\alpha)^2}\right)^{1-m}} d\theta = 0.$$

Численная реализация полученного уравнения позволяет в пространстве параметров $\gamma_2,\gamma_3,\ldots,\gamma_n$; $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n,m$ определить зону малонапряженности для края, обеспечивающую прочность соединения.

Для линейно-упругих материалов (m=1), полагая в (8) $\lambda=1$, находим

$$\sum_{i=1}^{n}\gamma_i(\alpha_i-\alpha_{i-1})=$$

$$=\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}\right)^2-1\right]\sum_{i=1}^{n}\gamma_i\left[\alpha_i-\alpha_{i-1}-\frac{\alpha}{\pi}\sin\frac{\pi}{\alpha}(\alpha_i-\alpha_{i-1})\cos\frac{\pi}{\alpha}(\alpha_i+\alpha_{i+1})\right],$$

определяющее в пространстве физических и геометрических параметров $\gamma_2, \gamma_3,\ldots,\gamma_n$; $\alpha_1, \alpha_2,\ldots,\alpha_n$ зону малонапряженности края контактной поверхности составной плиты.

Интегральный способ исследования малонапряженности составных упрочняющихся тел рассмотрен в [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Чобанян К.С.** Напряжения в составных упругих телах. - Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1987. - 338 с.
2. **Задоян М.А.** Пространственные задачи теории пластичности. - М.: Наука, 1992. - 384 с.

Ин-т механики НАН РА

15.06.1999

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 621.91 **МАШИНОСТРОЕНИЕ**

Г.Б. БАГДАСАРЯН, М.Г. СТАКЯН, В.Р. КАРОЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УСЛОВИЙ РЕЗАНИЯ НА ОБРАЗОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ТОЧЕНИИ

Դիտարկվում է տեխնոլոգիական մնացորդային լարումների առաջացման վրա կտրման պայմանների ազդեցության հարցը շրջատաշելիս: Նկարագրվում է կտրման ընթացքում առաջացած մնացորդային լարումների որոշման մեթոդ: Առաջարկվում են σ'_{01}, σ''_{01}, σ_{01} լարումների առնչությունների կառուցման նոր բանաձևեր:

Рассматривается влияние условий резания на образование остаточных напряжений в обрабатываемом материале. Описывается методика определения технологических остаточных напряжений в процессе резания. Предлагаются новые формулы для построения графиков зависимостей σ'_{01}, σ''_{01}, σ_{01}.

Ил.1. Табл.2. Библиогр.: 8 назв.

The influence of cutting conditions on the formation of residual stresses in a machined material is considered.The technique of defining technological residual stresses during cutting is described. New formulas for plotting the dependences of σ'_{01}, σ''_{01}, σ_{01} are proposed.

Iℓℓ. 1. Tables 2. Ref. 8.

На эксплуатационные свойства деталей машин наряду с геометрическими параметрами большое влияние оказывает физико-механическое состояние поверхностного слоя, в частности, остаточные напряжения, которые, в свою очередь, влияют на точность обработки, статическую и динамическую прочность и коррозионную стойкость деталей. Известны случаи, когда изготовленные с высокой точностью покрытия антенных щитов РОТ 32/54–2,6 (1500х1300х60 *мм*^{3}) со временем теряли свою первоначальную точность из-за перераспределения остаточных напряжений. Для уменьшения появления этих напряжений, особенно растягивающих, необходимо уделить внимание технологии изготовления деталей машин, в частности, окончательной обработке поверхностного слоя.

При нагреве или охлаждении обрабатываемого материала наряду с силой резания образуются дополнительные остаточные напряжения. Причем в процессе резания в поверхностных слоях образуются напряжения σ'_{01}, возникающие от силы резания, и σ''_{01} - от температуры резания [1]:

$$\sigma_{01} = \sigma'_{01} + \sigma''_{01}. \qquad (1)$$

Согласно [2], σ'_{01} определяется в виде

$$\sigma'_{01} = \frac{1}{2}\sqrt{2[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2]}, \qquad (2)$$

где σ_x, σ_y, σ_z – главные нормальные напряжения при резании, рассчитываемые согласно [3]:

$$\sigma_z = \frac{P_z \cos\gamma}{ab\xi_b(\xi - \sin\gamma)},\ \sigma_y = \frac{P_y \cos\gamma}{ab\xi_b(\xi - \sin\gamma)},\ \sigma_x = \frac{P_x \cos\gamma}{ab\xi_b(\xi - \sin\gamma)}. \quad (3)$$

Здесь γ - передний угол резца; a,b – толщина и ширина среза, *мм*; ξ , ξ_b – коэффициент усадки стружки по длине и ширине.

Согласно [1],

$$\sigma''_{01} = -E\alpha(t)\theta, \qquad (4)$$

где $E = 2\cdot10^5$ *Н/мм*^{2} и $\alpha(t) = 11\cdot10^{-6}$ *с*$^{-1}$ - модуль Юнга и удельная теплоемкость (для сталей); θ - температура резания, *град*.

Для установления связи между режимами резания и остаточными напряжениями предлагается искать математическую модель в следующем линейном виде:

$$\sigma'_{01} = C_1 V^{a_1} S^{a_2} t^{a_3}, \qquad (5)$$

$$\sigma''_{01} = C_2 V^{a_4} S^{a_5} t^{a_6}. \qquad (6)$$

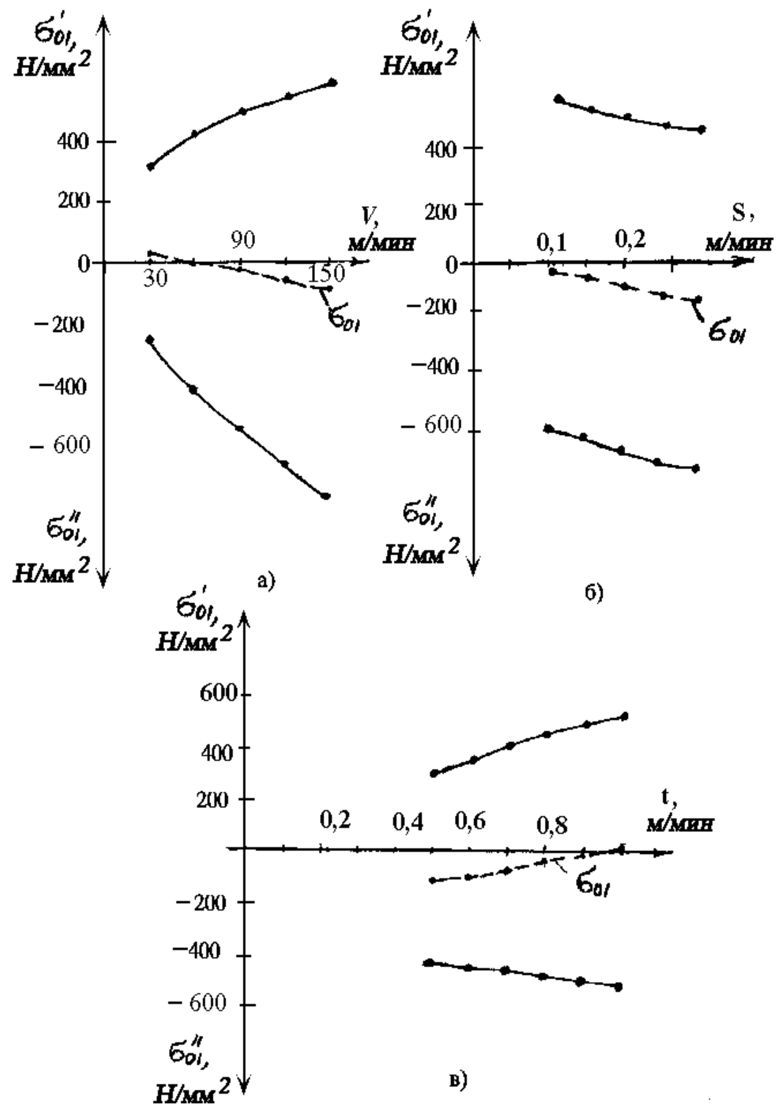


Рис. Влияние режимов резания на остаточные напряжения:
а - σ'_{01}, σ''_{01}, $\sigma_{01} = F_1(V)$ при S=0,15 *мм/об*, t=0,7*мм* ; б- σ'_{01}, σ''_{01}, $\sigma_{01} = F_2(S)$ при V=100 *м/мин*, t=0,7 *мм*; в - σ'_{01}, σ''_{01}, $\sigma_{01} = F_3(t)$ при V=100 *м/мин*, S=0,15 *мм/об*

Опыты проводились на токарно-винторезном станке модели 1К62 при резании стали 40Х. В качестве режущего инструмента был применен проходной резец с твердосплавными пластинами марки Т15К6, главные углы которого рассчитаны согласно [4, 5]: $\gamma = 21°$, $\varphi = 87°$, $\alpha = 12°$. По факторному планированию экспериментов типа 2^3 были проведены опыты с 8 различными режимами резания. При этом зарегистрированы составляющие силы резания P_z, P_y, P_x, температура резания θ, усадки по длине и ширине стружки (табл.1).

Для определения неизвестных, входящих в (5) и (6), представим эти уравнения в регрессионном виде:

$$Y_1 = \ln\sigma'_{01} = B_0 + B_1X_1 + B_2X_2 + B_3X_3, \quad (7)$$
$$Y_2 = \ln\sigma''_{01} = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3, \quad (8)$$

где B_0, B_1, B_2, B_3 и b_0, b_1, b_2, b_3 – коэффициенты регрессии; X_1, X_2, X_3 – полиномы.

Таблица 1

План и результаты исследования

№	Режимы резания			Силы резания, *Н*			θ, *град*	Коэф. усадки		Главные норм. напряжения, *Н/мм²*			Остаточные напряжения, *Н/мм²*	
	V, *м/мин*	S, *мм/об*	t, *мм*	P_z	P_y	P_x		ξ	ξ_b	σ_z	σ_y	σ_x	σ'_{01}	σ''_{01}
1	30	0,11	0,5	580	480	430	125	4,0	2,1	1290	1070	955	293	-275
2	150	0,11	0,5	490	370	330	320	3,1	1,7	1750	1320	1175	514	-704
3	30	0,30	0,5	1150	890	740	200	4,3	2,1	860	660	550	270	-440
4	150	0,30	0,5	980	730	570	370	3,3	1,8	1140	850	660	415	-814
5	30	0,11	1,0	1020	790	690	180	4,5	1,1	1910	1480	1290	550	-396
6	150	0,11	1,0	850	640	530	350	3,5	0,9	2440	1840	1520	810	-770
7	30	0,30	1,0	2000	1460	1200	220	4,7	1,1	1290	940	775	457	-484
8	150	0,30	1,0	1700	1190	920	380	3,7	0,9	1680	1180	910	680	-836

Согласно [6, 7], неизвестные в (7) и (8) определяются путем составления матриц планирования (табл.2).

Таблица 2

Матрица планирования для σ'_{01} *и* σ''_{01}

№	X_0	X_1	X_2	X_3	$У_1$	$У_2$	Коэф. регрессии
1	+	-	-	-	3,38	3,31	B_0=3,850
2	+	+	-	-	3,94	4,34	B_1=0,220
3	+	-	+	-	3,29	3,78	B_2=-0,082
4	+	+	+	-	3,72	4,40	B_3=0,260
5	+	-	-	+	4,00	3,68	b_0=4,030
6	+	+	-	+	4,39	4,37	b_1=0,360
7	+	-	+	+	3,82	3,90	b_2=0,107
8	+	+	+	+	4,22	4,48	b_3=0,075

Примечания: 1. X_1=1,82 lnV-8,1; X_2=2 lnS+3,4; X_3=2,9 lnt+1.
2. Знак (-) в расчетах не учитывается.

Совместно решая (5) – (8), получим

$$\sigma'_{01} = e^{2,03}\, V^{0,40}\, t^{0,75}\, S^{-0,16}, \quad (9)$$
$$\sigma''_{01} = -\, e^{1,5}\, V^{0,66}\, S^{0,21}\, t^{0,22}. \quad (10)$$

Адекватность уравнений (9) и (10) согласно [8] соответствует 5%- му уровню значимости.

Рассмотрим результаты расчетов согласно (9) и (10) (рис.). Напряжения первого рода σ'_{01} при увеличении скорости и глубины резания резко повышаются. Напряжения второго рода σ''_{01} являются сжимающими и с увеличением режимов резания увеличиваются. Общие технологические напряжения для данного опыта получены путем суммы двух родов напряжений (рис.).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Биргер И.А.** Остаточные напряжения. - М.: Машгиз, 1963. – 232 с.
2. **Подзей А.В.** Технологические остаточные напряжения. - М.: Машиностроение, 1973. - 216 с.
3. **Лоладзе Т.Н.** Стружкообразование при резании металлов. - М.: Машгиз, 1973. - 318 с.
4. **Багдасарян Г.Б., Арутюнян Г.А., Багдасарян В.Г.** Определение основных углов резца по разрывному полю обрабатываемого материала // Изв.НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. -1995. - Т.48, №1. – С.160 –164.
5. **Багдасарян Г.Б., Стакян М.Г., Багдасарян В.Г.** Метод определения оптимальной геометрии сверла в зависимости от физико-механических свойств обрабатываемого материала // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1995.- Т.48, №3. - С. 166-170.
6. **Касьян М.В., Багдасарян Г.Б., Арутюнян Г.А.** Оптимизация технологических факторов при резании методом многофакторного планирования экспериментов. - Ереван: Айастан, 1990. - 161 с.
7. **Касьян М.В., Багдасарян Г.Б., Арутюнян Г.А**. Оптимизация режимов резания при решении технологических задач. - Ереван: Айастан, 1981. - 183 с.
8. **Хикс Ч.** Основные принципы планирования экспериментов.– М.: Машгиз, 1976. – 392 с.

ГИУА 05.06.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 921.9:531.3 **МАШИНОСТРОЕНИЕ**

В.А. АВАКЯН, А.В. ДАРБИНЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СТАНКА С ЧПУ

Որոշված են հաստոցի առաձգական համակարգի և կտրման գործընթացի դինամիկական բնութագրերը՝ կախված կտրման ուժի ազդեցության ուղղությունից: Գնահատված է հաստոցի դինամիկական կայունությունը:

Определены динамические характеристики упругой системы станка и процесса резания в зависимости от направления действия силы резания. Дана оценка динамической устойчивости станка.

Ил.2. Табл.5. Библиогр.: 3 назв.

The dynamic characteristics of the machine flexible system and cutting process depending on the direction of cutting force are determined. The dynamic stability of the machine is evaluated.

Iℓℓ. 2. Tables 5. Ref. 3.

Отрезка, прорезка и профилирование относятся к технологическим операциям, при которых динамическая система станка чаще всего теряет устойчивость. Главными причинами этого явления служат переменность основных параметров процесса резания (силы и скорости) при осуществлении защемленного резания с коэффициентом перекрытия, равным единице, и переменность передаточной функции, описывающей упругую систему станка в зависимости от направления действия силы резания. Для установления оптимальной динамической характеристики упругой системы станка необходимо определить ее как функцию от пространственной ориентации силы резания. Так как развитие современных токарных станков с ЧПУ (далее станков) предполагает окончательную обработку деталей при их одноразовой установке, то динамическая характеристика упругой системы станка может служить критерием оценки оптимальности компоновки станка.

Динамическая система станка исследована по критерию асимптотической устойчивости [1], который соответствует процессам отрезки и прорезки:

$$K_p^A / K_{ус}^A = 0{,}5\,, \qquad (1)$$

где $K_p^A = K_p / (1 + T_p^2\omega^2)$, *Н/мм* - динамическая жесткость процесса резания; $K_{ус}^A = 1 / W_{ус}^A$, *Н/мм* - динамическая жесткость упругой системы станка; $W_{ус}^A$ - динамическая податливость упругой системы станка, определяемая по выражению [2]:

$$W_{ус}^A = W_{ус}^{ст} \Big/ \sqrt{1 - \left(\frac{4\delta^2 + \sqrt{(2\delta)^4 + 16}}{4}\right)^2 \left(1 + 4\delta^2\right)}\,; \qquad (2)$$

$K_p = \sigma_0 \xi b_{пр}$, *Н/мм* - коэффициент резания; $\sigma_0 = 1{,}3\sigma_в$ - условное напряжение; $T_p = Ca\xi / V$, *с* - постоянная времени стружкообразования; $\omega = 2\pi f_c$, *с*$^{-1}$ - круговая частота автоколебаний; $W_{ус}^{ст}$ - статическая характеристика упругой системы станка; δ - коэффициент затухания; V - скорость резания.

Эксперименты проводились на токарном станке 16Б16Ф3-31 с ЧПУ. Первые серии экспериментов проводились на станке модели 16Б16КП (на базе которого изготавливаются станки с ЧПУ) традиционной компоновки. Был определен режим, при котором достигается наибольшая предельная ширина среза $b_{пр}$ = 8,5 *мм*: частота вращения шпинделя 500 *мин*$^{-1}$, поперечная подача 0,1 *мм/об*. Получено эмпирическое выражение для $b_{пр}$ в зависимости от скорости резания, определяемой конечным диаметром заготовки:

$$b_{пр} = 28{,}8 V_k^{-0{,}46}, \qquad (3)$$

где V_k - скорость резания на конечном диаметре обработки, *м/мин*.

В другой серии экспериментов, проведенных также на базовом станке, была определена усадка стружки (ξ) в зависимости от режимов обработки и вида применяемых резцов. Полученные результаты позволили осуществить сравнительный анализ идентичных величин в зависимости от угла β, которым предопределялось взаимное расположение инструмента и заготовки относительно плоскости направляющих станка.

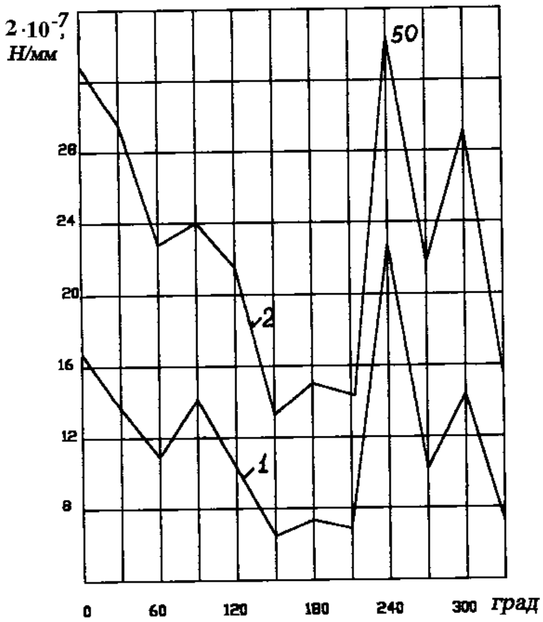


Рис. 1

Эксперименты на исследуемом станке проводились при постоянном режиме в зависимости от угла β с применением отрезных и прорезных резцов со стандартной заточкой. Угол назначался при помощи специального устройства типа 1Э-40 с точностью ±1°, осуществляющего механическую поперечную подачу и несущего тензометрический датчик с двойной тарировкой: по силе и перемещению [3]. При определении $b_{пр}$ обрабатывались ступенчатые заготовки. ξ определялась весовым методом. При этом заготовки имели взаимоперпендикулярные отверстия, обеспечивающие получение надрезов по краям стружек. По этим надрезам устанавливалась расчетная длина стружки. Обеспечивалось постоянство свойств обрабатываемого материала, точек приложения усилий, вылетов резца и заготовки, а также условий измерений и записи осциллографированием. Были установлены величина и размах колебаний силы резания, частотный спектр колебаний заготовки, частота автоколебаний по следам, $b_{пр}$ и V_k.

Путем проведения специальной серии экспериментов определены статическая характеристика упругой системы станка (табл.1) и спектр коэффициентов затухания δ узлов станка. По этим данным рассчитаны значения $K^{A}_{ус}$ (рис.1).

Результаты экспериментов по определению $b_{пр}$ (табл.2) показали:

- в случае, если динамическая характеристика упругой системы станка постоянная, как это имеет место при традиционной компоновке базового станка, когда $b_{пр}$ однозначно определяется по (3), то разброс значений $b_{пр}$ примерно такой же, т.е. 0,5 *мм* при работе отрезными и 0,8 *мм* - прорезными резцами. В первом случае разброс составляет 1,6 *мм*, а во втором - 2,2 *мм* при практически постоянной величине V_k. Причиной этого является, в первую очередь, переменность динамической характеристики упругой системы станка при различных значениях угла β;

- значения V_k при изменении угла β в пределах 0…360° постоянные, поэтому по (3) получен незначительный разброс $b_{пр}$;

- при работе прорезными резцами достигнута более высокая устойчивость процесса резания, чем при работе отрезными резцами, если судить по количеству значений $b_{пр} > 6$ *мм*: 6 случаев при работе отрезными и 8 случаев - прорезными резцами. Здесь очевидно влияние других параметров процесса резания - ξ, ω и $T_р$.

Таблица 1

Статическая податливость станка, мм/Н · 10^{-6}

Угол β, *град*	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
$W_{ус}^{ст}$	27	31,2	40,3	32,9	43,1	68,8	61,1	63,4	18,7	44,6	31,2	61,5

Таблица 2

Предельная ширина среза, мм

Угол β, *град*	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
Резцы отрезные	5,80	4,6	5,8	6,2	6,2	6,4	5,7	6,1	4,7	6,2	5,9	6,3
$b_{пр}$ по (3)	4,9	4,9	4,9	5,1	5,1	5,4	4,9	5,0	4,7	5,1	4,9	5,2
Резцы прорезные с R=3 *мм*	6,4	4,5	5,8	6,3	6,3	6,6	6,7	6,0	-	6,2	6,2	-
$b_{пр}$ по (3)	5,15	4,9	4,9	5,2	5,3	5,45	5,45	5,0	5,0	5,1	5,2	5,7

Анализом осциллограмм и подсчетов следов на заготовках определены доминирующие в автоколебательном процессе частоты: 92, 167 *Гц* (подсистема заготовки и суппортная группа с установленным устройством типа 1Э-40 [3]) и 821 *Гц*. Значения $T_р$ определены при постоянной толщине среза a = 0,1 *мм* и коэффициенте С = 1, т.к. передний угол резцов (γ) и свойства обрабатываемого материала (Сталь 45) постоянные (табл.3).

Как показали эксперименты, зависимость ξ от β (табл.4) нечеткая при работе отрезными и прорезными резцами. Перепад значений ξ в обоих случаях составляет 0,6, что можно объяснить практически одинаковым соотношением толщины среза к ее ширине (разница составляет 0,002 *мм*). Изменение резцов этого соотношения происходит из-за наличия у прорезных резцов радиуса.

Таблица 3

Постоянная времени стружкообразования, с

Угол β, *град*	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
Резцы отрезные	2,6	2,5	3,8	4,2	3,7	4,1	3,4	3,2	3,1	3,45	3,5	3,75
Резцы прорезные с R=3 *мм*	3,5	3,3	3,2	3,35	4,1	4,1	4,85	3,65	3,65	3,45	3,8	4,6

Таблица 4

Усадка стружки

Угол β, *град*	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
Резцы отрезные	2	2	3	2,9	2,6	2,6	2,8	2,4	2,6	2,6	2,6	2,6
Резцы прорезные с R = 3 *мм*	2,4	2,8	2,6	2,4	2,7	2,7	2,7	3,1	2,8	2,6	2,6	2,6

Значения $К_р$ определены по экспериментальным данным величин ξ и $b_{пр}$ при постоянном $\sigma_0 = 1{,}3\ \sigma_B$ и идентичны со значениями статического коэффициента резания: $K_p^{ст} = P_z / a\cos\gamma$.

Результаты расчетов K_p^A (табл. 5) показали, что

- наибольшие значения K_p^A имеют место при малых ω;

- при работе прорезными резцами значения K_p^A больше, чем при работе отрезными на частотах $\omega_1 = 578\ c^{-1}$ и $\omega_2 = 1049\ c^{-1}$, а на частоте $\omega_3 = 5156\ c^{-1}$ примерно одинаковы;

- влияние угла β сказывается на K_p^A в пределах 60…150° при работе отрезными резцами и 150…180°- прорезными резцами;

- значения K_p^A на частотах ω_1 и ω_2 отличаются на ± 3,2 % при отрезных и на ±6 % при прорезных работах в связи с относительно малой (не более 3,3 раза) разницей произведения $T_p^2 \cdot \omega^2$ при этих частотах.

Таблица 5

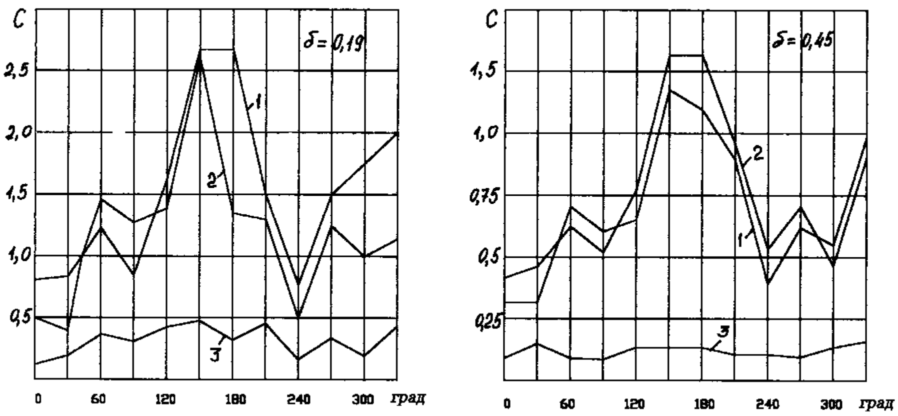
Динамическая жесткость процесса резания, Н/мм·10^3

Резцы	Круговая частота, c^{-1}	Угол, *град*											
		0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
Отрезные	578	10,7	8,1	17,9	18,4	15,3	18,0	14,0	12,4	10,7	14,3	14,7	15,4
	1049	10,4	7,8	16,4	16,4	13,8	16,0	13,2	12,0	10,0	13,2	13,9	15,0
	5156	3,6	2,8	3,4	2,8	2,9	2,8	3,4	3,4	3,1	3,5	3,4	2,9
Прорезные с R=3 *мм*	578	13	14	15,6	13,8	17,2	18,6	20,8	14,6	15,4	17,2	16,8	15,6
	1049	12	12,2	14,4	12,5	15,8	16	17,9	13,3	13,6	13,8	15	13
	5156	2,7	2,7	3,5	3	2,6	2,6	2,4	3,2	3,1	2,6	3	2,2

Оценку устойчивости динамической системы станка производили по отношению $C = K_p^A / K_{ус}^A$, сопоставляя его с критерием (1). Предварительный анализ показал, что при ω_1 и ω_2 значения С только в одном случае (из 48) отличаются на 0,4, а в остальных разница не превышает 0,1, причем в 12 случаях совпадают. На рис 2 приведены усредненные значения С (линии 1 и 2). Значения С на частоте ω_3 практически одинаковы при работе отрезными и прорезными резцами и отличаются в зависимости от коэффициента затухания (линия 3).

Как видно, характер изменения С от угла β идентичен при различных δ и применяемых видов резцов. Наибольшие значения С имеет в пределах β = 150…210°, что соответствует минимальным значениям динамической характеристики упругой системы станка (рис.1). Максимальная неустойчивость динамической системы станка проявляется при δ = 0,19, которым характеризуется подсистема заготовки в вертикальном направлении.

При δ = 0,19 на частотах ω_1 и ω_2 в случае работы отрезными резцами (рис.2а) динамическая система станка асимптотически устойчива (С≤0,5) при трех значениях (0°; 30°; 240°) и абсолютно устойчива (0,5<С<1) при пяти значениях угла β (0°; 30°; 90°; 240°; 300°). Как видно, устойчивость динамической системы станка предопределяется не величиной угла β, а соотношением динамических характеристик процесса резания и упругой системы при данном значении угла. При других значениях угла степень неустойчивости динамической системы станка выходит за пределы С=1. Причем она становится выше при работе прорезными резцами (8 случаев из 12). На частоте ω_3 динамическая система станка асимптотически устойчива при всех значениях угла β: С=0,1…0,45. Устойчивость динамической системы станка на этой частоте объясняется малыми значениями $K_{р}^{А}$, которые в пять раз меньше, чем при ω_1 и ω_2. Это, в свою очередь, предопределяется тем, что при ω_3 произведение $T_{р}^{2} \cdot \omega^{2}$ на два порядка выше, чем при ω_1 и ω_2.



а) б)

Рис.2

При δ = 0,45 на частотах ω_1 и ω_2 (рис. 2б) динамическая система станка асимптотически устойчива при четырех значениях угла β при работе отрезными и пяти значениях - при работе прорезными резцами. Динамическая система станка абсолютно устойчива при всех значениях угла β, кроме углов 150° и 180°. В этом случае значения С также преобладают (8 случаев из 12) при работе прорезными резцами. Можно отметить, что при δ = 0,45, которым характеризуется подсистема заготовки в горизонтальном направлении, обеспечиваются более широкие области устойчивости динамической системы станка. На частоте ω_3 динамическая система станка асимптотически устойчива во всем диапазоне изменения угла β. Разница между значениями C при δ = 0,19 и 0,45 объясняется величиной и направлением коэффициентов затухания. С другой стороны, практически величина C постоянная и равна 0,15, что, при прочих равных условиях, объясняется относительно высоким демпфирующим влиянием процесса резания при прорезке в случаях, когда постоянная времени демпфирования T_{hp} превосходит значение T_p. Это имеет место при тех значениях угла β, когда ξ при прорезке больше, чем при отрезке (табл.4), т.к. T_{hp} при постоянных C_1, a, V предопределяется величиной ξ.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Произведена оценка динамических характеристик процесса резания и упругой системы станка в зависимости от направления действия силы резания при различных значениях коэффициента затухания, усадки стружки и частоты автоколебаний. Выявлены области действия силы резания, в которых динамическая система станка устойчива по критериям абсолютной и асимптотической устойчивостей.

2. Показано, что при высокопроизводительном режиме обработки динамическая система станка асимптотически устойчива при β=0…30° и 240°. Устойчивость динамической системы станка предопределяется соотношением динамических характеристик процесса резания и упругой системы станка при определенных значениях угла β.

3. Установлено, что при постоянном значении динамической характеристики упругой системы станка $b_{пр}$ однозначно определяется скоростью резания на конечном диаметре обработки.

4. Выявлено, что при минимальной $K_{ус}^{A}$ =13600 *Н/мм* (при δ=0,45) динамическая система станка устойчива во всем диапазоне угла β, если $K_{р}^{A}$ в 3,2 раза меньше $K_{ус}^{A}$.

5. Показано, что при изменении частоты автоколебаний в пределах 92…167 $с^{-1}$ устойчивость динамической системы станка изменяется не более, чем на 20%.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кудинов В.А.** Динамика станков. - М.: Машиностроение, 1967. - 360 с.
2. **Есаян П.А.** Повышение устойчивости технологической системы при различных схемах резания воздействием на пространственную ориентацию элементов автоколебательного контура станка с ЧПУ: Автореф. дис... канд. техн. наук. - Ереван, 1984. - 23 с.
3. **А.с. 1282968** СССР, МКИ В 23 В 25/06. Устройство для определения динамических характеристик металлорежущих станков / **А.В. Дарбинян** и др. (СССР). - № 3936080 / 25-08; Заявлено 26.07.85; Опубл. 15.01.87, Бюл. № 2. - 4 с.

ООО "Агуйц ЛТ", АООТ "Интерстанок"

04.03.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 539.4 МАШИНОСТРОЕНИЕ

Н.Н. САРКИСЯН

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАГРУЖЕННОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ СЛУЧАЙНОМ НАГРУЖЕНИИ

Սահմանված են տարբեր կարգի ճանապարհներով կառուցվածքի տեղափոխման դեպքում նրանում ծագող պատահական լարումների և ծռող մոմենտների բաշխման սպեկտրալ խտությունների տեսքերը՝ կախված ճանապարհի կարգից և կառուցվածքի տեղափոխման արագությունից: Հետազոտված է պատահական գործընթացի շերտալայնության գործակցի կախվածությունը դիտարկված գործոններից:

Установлены виды спектральных плотностей распределения случайных напряжений и изгибающих моментов, возникающих при транспортировке конструкции по дорогам различного качества в зависимости от типа дороги и скорости движения транспорта. Исследована зависимость коэффициента широкополосности случайного процесса нагружения от рассмотренных факторов.

Ил.3. Библиогр.: 8 назв.

Spectral densities of random strain distribution and bending moments appearing in construction transportation on different roads depending on the road type and transport speed are determined. Bandwith coefficient dependence of random loading process on the examined factors is investigated.

Iℓℓ. 3. Ref. 8

Развитие современных методов расчетно-экспериментальной оценки долговечности элементов конструкций при действии на них случайных сил основывается на тщательном изучении статистических характеристик усталости материалов. Решение такой задачи возможно при использовании методов статистической динамики, если известны динамические характеристики объекта [1,2].

Рассмотрим динамическую систему конструкция – транспортное средство, характерной особенностью которой является то, что она представляет собой, как правило, сложную колебательную систему, на вход которой подается случайное возмущение в виде функции, описывающей дорожные неровности [3].

Известно, что большинство динамических систем являются линейными или линеаризованными с постоянными параметрами [4]. Это позволяет использовать для расчета нагрузок и напряжений в элементах конструкции методы статистической динамики. Такие методы достаточно подробно рассмотрены в [1,2] при решении задач подрессоривания и плавности хода автомобилей и оценке динамических характеристик машиностроительных конструкций при случайном воздействии, а также в [5,7 и др.] при изучении прикладных методов теории случайных функций.

Применительно к рассматриваемой задаче процесс непрерывного воздействия неровностей пути можно рассматривать как нормальный стационарный случайный процесс, удовлетворяющий эргодической гипотезе [2]. Случайное воздействие на динамическую систему задается в аналитической форме корреляционной функцией. В общем виде такая функция имеет вид

$$\rho_x(\tau) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i e^{-\alpha i|\tau|} \cos\beta_i \tau + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i e^{-\alpha i|\tau|} \sin\beta_i \tau , \qquad (1)$$

где $\rho_x(\tau) = R_x(\tau) / R_x(0)$ - нормированная корреляционная функция; $R_x(\tau)$ - корреляционная функция случайной величины $x(t)$; $R_x(0)$ – дисперсия входного процесса; α и β – коэффициенты корреляционной связи; α_i - числовые коэффициенты, где $i =1, 2, \ldots, n, m$.

Для получения спектральной плотности воздействия достаточно взять от ее корреляционной функции интеграл Фурье:

$$S_x(\omega) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau , \qquad (2)$$

что позволяет представить расчетные зависимости $S_x(\omega)$ в виде

$$S_x(\omega) = \frac{R(0)\alpha_{01}V}{n} \frac{V^2(\alpha_{01}^2 + \beta_{01}^2) + \omega^2}{[\omega^2 - V^2(\alpha_{01}^2 + \beta_{01}^2)] + 4V^2\alpha_{01}^2\omega} . \qquad (3)$$

В соответствии с этим математическое описание основной задачи теории формирования нагруженности элементов конструкции от случайного воздействия может быть представлено в виде

$$S_\sigma(\omega) = W_\sigma(i\omega)^2 S_x(\omega) , \qquad (4)$$

где $S_\sigma(\omega)$ – спектральная плотность напряжений $\sigma(t)$ в данном элементе конструкции; $W_\sigma(i\omega)$ - амплитудно-частотная характеристика динамической системы.

Таким образом, решение основной задачи формирования нагруженности элементов конструкции в виде (4) позволяет определить следующие важные статистические характеристики:

- спектральную плотность процесса $S_\sigma(\omega)$;
- дисперсию или среднее квадратичное отклонение процесса изменения напряжений:

$$\sqrt{<\sigma^2>} = [1/\pi \int_0^{\infty} S_\sigma(\omega) d\omega]^{1/4} ; \qquad (5)$$

- функцию распределения плотности вероятности мгновенных значений напряжений в элементе конструкции. Если входной случайный процесс гауссовский, а динамическая система линейная, то функция эта запишется в виде

$$f(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{<\sigma^2>}} \exp(-\frac{(\sigma - <\sigma^2>)^2}{2<\sigma^2>} , \qquad (6)$$

где $<\sigma>$ - математическое ожидание процесса, которое определяется в результате статистического расчета конкретной реальной системы.

Форма спектральной плотности входного процесса нагружения элементов определяется динамическими свойствами самой конструкции и факторами внешнего воздействия. Вполне понятно, что спектральные плотности процесса при этом могут иметь самую разнообразную форму.

С точки зрения долговечности элементов конструкции, важным фактором является частотный состав случайного процесса, поскольку влияние частоты на долговечность и усталостную прочность материалов может быть существенным [8]. Кроме того, с увеличением широкополосности процесса усложняется его структура, а это, в свою очередь, может привести к существенным ошибкам в расчетном определении долговечности, связанным с использованием того или иного метода схематизации случайных процессов [1 и др.]. Для классификации случайных процессов по степени их широкополосности следует рассмотреть характерные виды энергетических спектров нагруженности конструкций при различных условиях их эксплуатации.

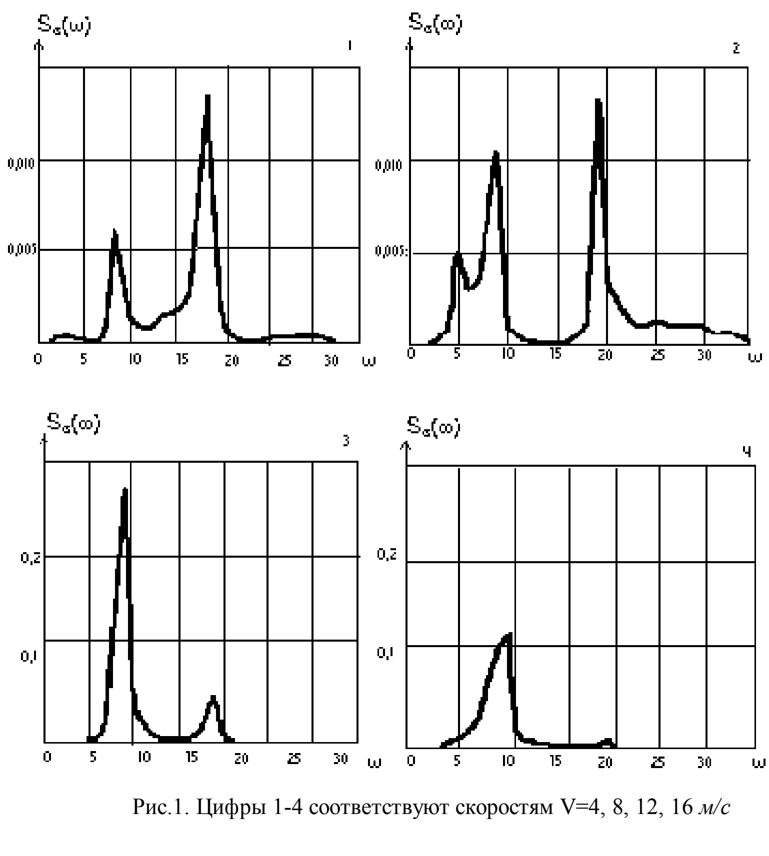


Рис.1. Цифры 1-4 соответствуют скоростям V=4, 8, 12, 16 *м/с*

Общепринятой характеристикой случайных процессов, дающей определенное представление об их структуре, является отношение среднего числа экстремумов процесса к среднему числу пересечений нулевого уровня $\beta = n_e / n_0$.

В случае, если реализации процесса отсутствуют, расчетное значение коэффициента β можно получить аналитически [5]. При β→1 структура простая, а сам процесс узкополосный, при β>>1 структура процесса усложняется, и сам случайный процесс является широкополосным.

В настоящей работе определены виды спектральных плотностей случайных напряжений и изгибающих моментов, возникающих в корпусе конструкции типа цистерна, транспортируемой автомобильным транспортом по дорогам различного качества. Исследование проведено в зависимости от скорости движения автомобиля. Для статистического анализа использованы данные наблюдений, приведенные в [3-4 и др.]. Показаны спектральные плотности напряжений и изгибающих моментов для опасного сечения конструкции цистерны при движении транспорта по асфальту (рис.1) и грунтовой дороге (рис.2).

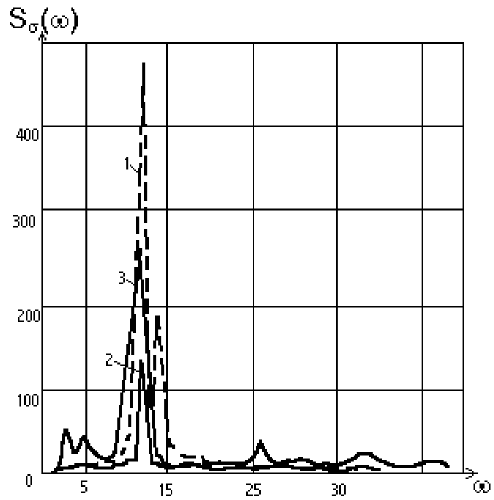


Рис.2. Цифры 1-3 соответствуют скоростям V=4, 8, 12 *м/с*

Как видно из рис.1 и 2, при различных скоростях движения V=4…16*м/с* по асфальту, грунту и булыжнику ширина частоты диапазона действующих напряжений лежит в пределах f=0,3…17 *Гц*. Из анализа форм спектральных плотностей видно, что положение и величины пиков спектров определяются динамическими свойствами подрессоренных масс транспортного средства с изделием и временем запаздывания действия дорожных неровностей на колеса, которое зависит от скорости движения объекта.

Таким образом, для режимов транспортной эксплуатации ряда рассмотренных конструкций характерной особенностью случайных процессов нагружения их элементов является то, что они не могут быть в строгом смысле узко- или широкополосными. Значения коэффициента широкополосности, который является одним из параметров, характеризующих сложность структуры случайного процесса нагружения, определяются формой спектральных плотностей процесса и его частотным составом. При более подробном анализе форм спектральных плотностей нагрузок различных механических динамических систем достаточным оказывается узкий диапазон действующих частот, верхние границы которых редко превышают 20 *Гц*. Исследована зависимость коэффициента широкополосности β случайного процесса нагружения для одного из сечений корпуса конструкции автомобиля от скорости движения V по дорогам различного качества покрытий (по асфальту, цементобетону, булыжнику, грунту), а также для сечения изделия при его транспортировке по железной дороге. Приведены некоторые кривые из полученных зависимостей β~V (рис.3). Анализ полученных данных показывает, что ширина полосы пропускания энергетических спектров лежит в диапазоне f=1,0…20 *Гц*, а значение коэффициента широкополосности изменяется в пределах β=1,1…2,32 при движении с различными скоростями по дорогам различного качества.

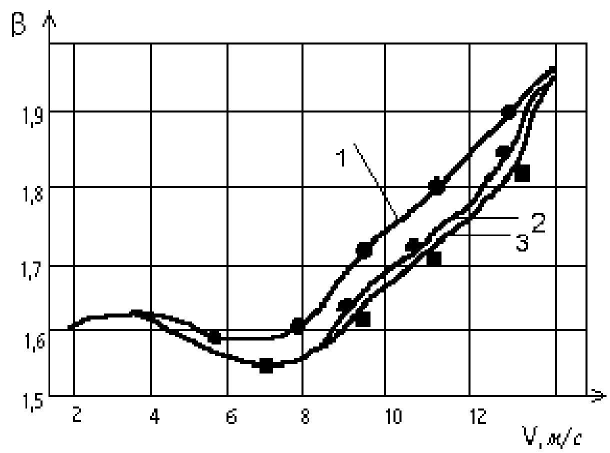


Рис.3. Цифры 1-3 соответствуют дорогам: асфальт, цементобетон, грунт

Таким образом, результаты статистического анализа показывают, что усталостные испытания в низкочастотном диапазоне нагрузок могут иметь большую практическую ценность, а случайные процессы нагружения, характерные для большинства силовых конструкций и их элементов, можно считать достаточно узкополосными. Это позволяет при расчетной оценке циклической прочности предположить, что частота нагружения не влияет на долговечность.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Болотин В.В.** Статистические методы в строительной механике. - М.: Изд-во лит-ры по строительству, 1965. –343 с.
2. **Силаев А.А.** Спектральная теория подрессоривания транспортных машин. –М.: Машгиз, 1972. –165 с.
3. **Проскуряков В.Б.** Динамика и прочность рам транспортных машин. - Л.: Машиностроение, 1972. –280 с.

4. **Грачева П.О.** Взаимодействие вагонов и железнодорожного пути. - М.: Транспорт, 1968. –207 с.
5. **Болотин В.В.** Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. –М.: Изд-во лит-ры по строительству, 1971. – 255 с.
6. **Гусев А.С**. О распределении амплитуд в широкополосных случайных процессах при схематизации их по методу полных циклов // Машиноведение. - 1974. - № 1. - С. 30-50.
7. **Свешников А.А.** Прикладные методы теории случайных функций. - М.: Наука, 1968. – 460 с.
8. **Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М.** Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. - М.: Машгиз, 1963. –350 с.

ЕрАСИ 17.03.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 539.376:620.17

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

К.А. КАРАПЕТЯН, А.М. СИМОНЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В БЕТОНЕ С УЧЕТОМ ЕГО СТАРЕНИЯ

Ծերացող բետոնի սողքի փորձնական տվյալների մոտարկման հիման վրա ստացված են լարումների թուլացման հաշվման բանաձևեր՝ ժառանգականության, հոսունության, ամրապնդման, ծերացման և կինետիկ տեսությունների համաձայն: Բացահայտված է, որ ծերացման տեսությունը մարմնի ծերացման հաշվառմամբ ամենանպատակահարմարն է լարումների թուլացման գործնական հաշվարկների համար:

На основе аппроксимации экспериментальных данных о ползучести стареющего бетона построены формулы для расчета релаксации напряжений соответственно теориям наследственности, течения, упрочнения, старения и кинетической теории. Выявлено, что теория старения с учетом старения материала оказывается наиболее приемлемой для практического расчета релаксации напряжений.

Ил.3. Табл. 1. Библиогр.: 15 назв.

On the basis of experimental data approximation on aging concrete creeping, the formulas for stress relaxation calculation are constructed according to theories of heredity, flow, hardening, aging and the kinetic theory. It is discovered that the aging theory accounting aging of the material is more acceptable for stress relaxation calculation than other ones.

Iℓℓ. 3. Table 1. Ref. 15.

Для оценки напряженно-деформированного состояния бетонных и железобетонных конструкций, подвергнутых предварительному напряжению, необходимы данные о релаксации напряжений в бетоне. Работы, посвященные релаксации напряжений в бетоне, основываются на различных концепциях и в основном относятся к старому (нестареющему) бетону [1-9]. В [10] анализируются данные о релаксации напряжений на базе теории наследственности с учетом возраста бетона, а в [11] - на базе теории старения стареющего бетона вследствие его карбонизации.

В настоящей работе предпринята попытка определения целесообразности и пределов применимости той или иной теории ползучести для построения релаксационных кривых на основе данных о ползучести в стареющем бетоне.

1. Экспериментальные исследования проводились на вибрированном тяжелом бетоне состава массой 1:3,19:4,23, В/Ц=0,6 с использованием кварцевого песка из карьера Кур-Араз ($\gamma_п$ =1600 *кг/м*^{3}), базальтового щебня из карьера 6-го Норкского массива г. Еревана фракцией 5…20 *мм* ($\gamma_щ$=1305 *кг/м*^{3}) и портландцемента активностью 500 из Араратского цементно-шиферного завода. Испытанию были подвергнуты призматические образцы сечением 7×7 *см* и высотой 28 *см* (образцы изготовлялись в вертикальном положении). Кубиковая прочность определялась на образцах размерами 10×10×10 *см*. Опытные образцы освобождались от форм через двое суток после их изготовления. Их хранение и испытания проводились в помещении при температуре 21±4 °*C* и относительной влажности 64±7%. Испытания осуществлялись на специальных пружинных установках. В процессе испытаний на релаксацию напряжений сбрасывание нагрузки осуществлялось каждый раз при изменении деформации образца на $0{,}77\cdot 10^{-5}$ с вычетом усадочных деформаций.

2. Экспериментальные исследования ползучести бетона были осуществлены при постоянных нагрузках, составляющих 0,2 и 0,6$R_{ПР}$ ($R_{ПР}$- призматическая прочность к моменту нагружения (табл.)). На рис. 1 представлены экспериментальные данные о полных деформациях бетона во времени в зависимости от его возраста к моменту нагружения (показаны крестиками) в сравнении с построенными согласно аппроксимации [12] (сплошные линии)

$$\varepsilon(t,\tau_0) = \left\{\frac{1}{E(\tau_0)} + \varphi(\tau_0)\left[1 - e^{-\gamma(t-\tau_0)}\right]\right\}\sigma \qquad (1)$$

и аппроксимации (штриховые линии)

$$\varepsilon(t,\tau_0) = \frac{\sigma}{E_0(1-\beta e^{-\alpha\tau_0})}\left[1 + c(1 - e^{-\gamma(t-\tau_0)})\right], \qquad (2)$$

где $E(\tau_0)$ и $\varphi(\tau_0)$ - экспериментальное значение модуля упругости и предельное значение меры ползучести бетона (табл.); γ - опытный параметр, равный 0,044 *1/сут.* Параметры аппроксимации (2) приняты следующими: α = 0,0044 *1/сут*, β = 0,807, $E_0 = 3{,}23\cdot 10^4$ *МПа*, c = 1,35, γ = 0,044 *1/сут*.

Отметим, что аппроксимация (2) тождественна (1) при выполнении условий [12, 13]:

$$E(\tau)\varphi(\tau) = c, \quad E(\tau) = E_0(1-\beta e^{-\alpha\tau}). \qquad (3)$$

Таблица

Механические характеристики бетона

Возраст бетона к моменту испытания, τ_0, *сут*	Кубическая прочность, $R_К$, *МПа*	Призменная прочность, $R_{ПР}$, *МПа*	Модуль упругости, $E(\tau_0)\cdot 10^2$, *МПа*	Предельное значение меры ползучести, $\varphi(\tau_0)\cdot 10^5$, *МПа*$^{-1}$
28	16,1	11,1	118,8	1,80
90	17,5	12,2	157,6	0,94
180	18,8	13,1	196,4	0,58

Несмотря на то, что влияние возраста на ползучесть более существенно, чем на упругие свойства, обе аппроксимации (1) и (2) оказались приемлемыми для описания деформации бетона с учетом его возраста (рис. 1). Следует отметить, что при различных возрастах исследуемого бетона деформации ползучести линейно зависят от значений действующего напряжения, т.е. вплоть до уровня напряжения $0{,}6R_{ПР}$ в бетоне микротрещинообразование не имеет места.

3. Для описания процесса релаксации напряжений в бетоне с учетом его старения были использованы теории наследственности, упрочнения, старения, течения и кинетическая теория.

Теория наследственности. При использовании принципа наложения деформаций [12] в соответствии с (1) выражение для полных деформаций при переменном напряжении имеет вид

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma(t)}{E(t)}-\int_{\tau_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{E(\tau)}+\varphi(\tau)\left(1-e^{-\gamma(t-\tau)}\right)\right]d\tau . \qquad (4)$$

Решая для соотношения (4) задачу релаксации напряжений, после ряда выкладок получим формулу

$$\sigma(t)=\sigma(\tau_0)\left[1-\gamma\varphi(\tau_0)E(\tau_0)\int_{\tau_0}^{t}e^{\int_{\tau_0}^{\tau}\left[\frac{E'(\xi)}{E(\xi)}-\gamma-\gamma E(\xi)\varphi(\xi)\right]d\xi}d\tau\right], \qquad (5)$$

использование которой для практических расчетов затруднительно.

При применении теории наследственности к аппроксимации (2) задача релаксации существенно упрощается, и вместо (5) получим следующую формулу для расчета релаксации напряжений:

$$\sigma(t)=\sigma(\tau_0)\left\{1-\frac{\gamma c}{1-\beta e^{-\alpha\tau_0}}\left[\frac{1}{\gamma(1+c)}\left(1-e^{-\gamma(1+c)(t-\tau_0)}\right)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{\beta e^{-\alpha\tau_0}}{\alpha+\gamma(1+c)}\left(1-e^{-[\alpha+\gamma(1+c)](t-\tau_0)}\right)\right]\right\}. \qquad (6)$$

Теория упрочнения. Согласно теории упрочнения [14], называемой иначе гипотезой уравнения состояния [15], между деформацией ползучести, скоростью ползучести и напряжением имеет место однозначная связь, независимо от истории нагружения:

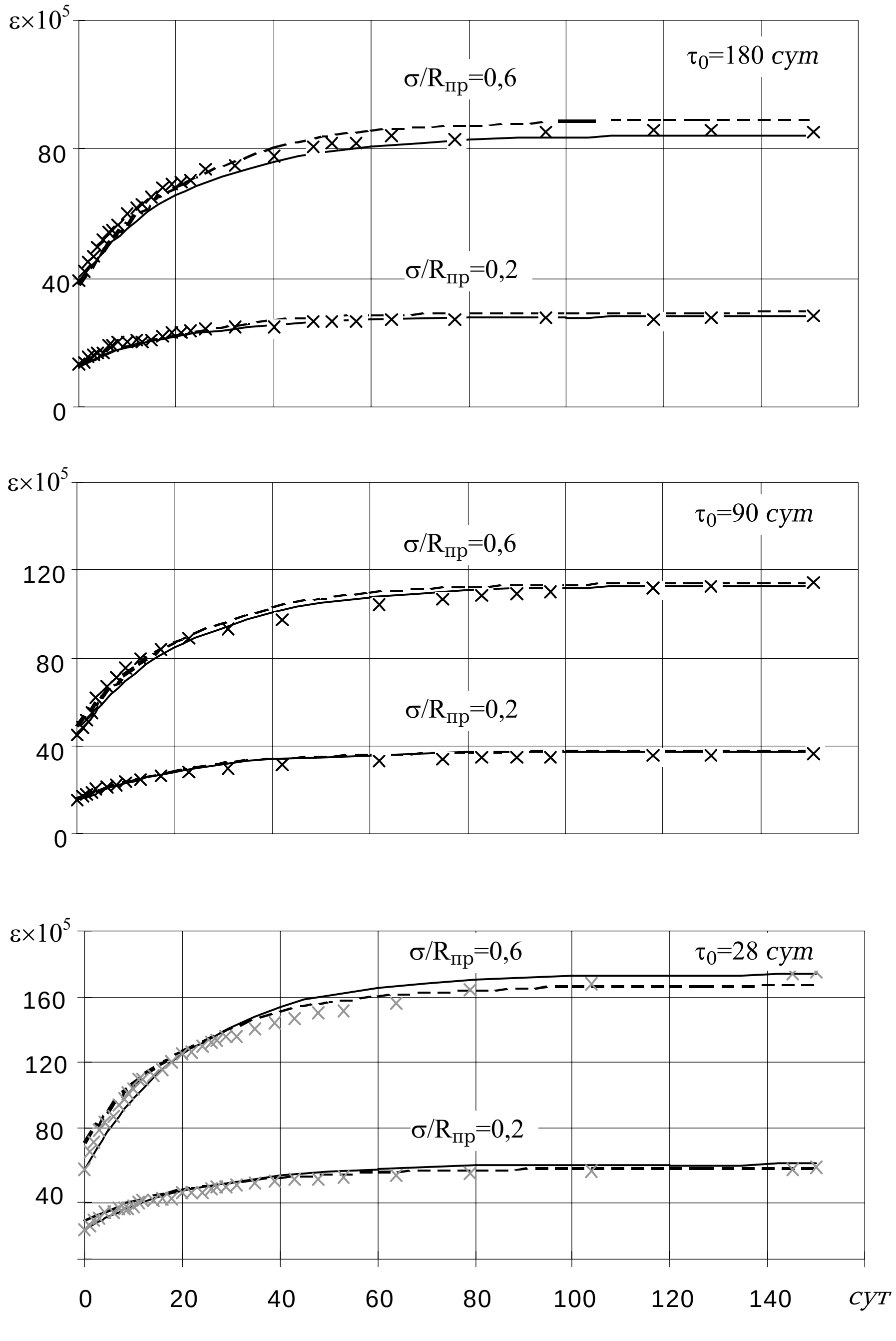


Рис.1. Кривые полных деформаций бетона во времени при постоянных напряжениях в зависимости от его возраста к моменту нагружения

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \phi(\varepsilon_c, \sigma). \tag{7}$$

В применении к аппроксимации (1) уравнение (7) перепишется в виде

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \gamma\left[\sigma(t)\varphi(\tau_0) - \varepsilon_c(t)\right]. \tag{8}$$

Решая задачу релаксации напряжений, при использовании (8) и очевидных соотношений

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t_0)} + \varepsilon_c(t), \ \ \varepsilon(t) = \frac{\sigma(\tau_0)}{E(\tau_0)}, \tag{9}$$

согласно теории упрочнения с учетом старения материала, получим формулу для расчета релаксаций напряжений:

$$\sigma(t) = \frac{\sigma(\tau_0)}{1+\varphi(\tau_0)E(\tau_0)}\left[1+\varphi(\tau_0)E(\tau_0)e^{-\gamma\left[1+\varphi(\tau_0)E(\tau_0)\right](t-\tau_0)}\right]. \tag{10}$$

Теория старения. Согласно так называемой теории старения [14] (не имеющей ничего общего со старением материала), в применении к аппроксимации (1) достаточно в ней σ заменить текущим значением $\sigma(t)$. При использовании (9), согласно теории старения с учетом старения материала, после ряда выкладок получим формулу для расчета релаксаций напряжений:

$$\sigma(t) = \frac{\sigma(\tau_0)}{1+\varphi(\tau_0)E(\tau_0)\left(1-e^{-\gamma(t-\tau_0)}\right)}. \tag{11}$$

Теория течения. Согласно теории течения [14], в применении к аппроксимации (1) будем иметь следующее соотношение при переменном напряжении:

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \sigma(t)\varphi(\tau_0)\gamma e^{-\gamma(t-\tau_0)}. \tag{12}$$

Решая задачу релаксации напряжений с учетом (12), получим

$$\sigma(t) = \sigma(\tau_0)e^{\varphi(\tau_0)E(\tau_0)(e^{-\gamma(t-\tau_0)}-1)}. \tag{13}$$

Кинетическая теория. Согласно одному из вариантов кинетической теории [15]

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \phi\left(\sigma, \int_0^{\varepsilon_c}\sigma d\varepsilon\right), \tag{14}$$

в применении к формуле (1) получим

$$\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} = \gamma\sigma(t)\varphi(\tau_0)\left[1-\frac{\int_0^{\varepsilon_c}\sigma d\varepsilon}{\sigma^2(t)\varphi(\tau_0)}\right]. \tag{15}$$

Решая задачу релаксации напряжений, согласно (15), после ряда выкладок получим

$$\sigma(t) = \sigma(\tau_0)\sqrt{\frac{1+2\varphi(\tau_0)E(\tau_0)e^{-\gamma\left[1+2\varphi(\tau_0)E(\tau_0)\right](t-\tau_0)}}{1+2\varphi(\tau_0)E(\tau_0)}}. \qquad (16)$$

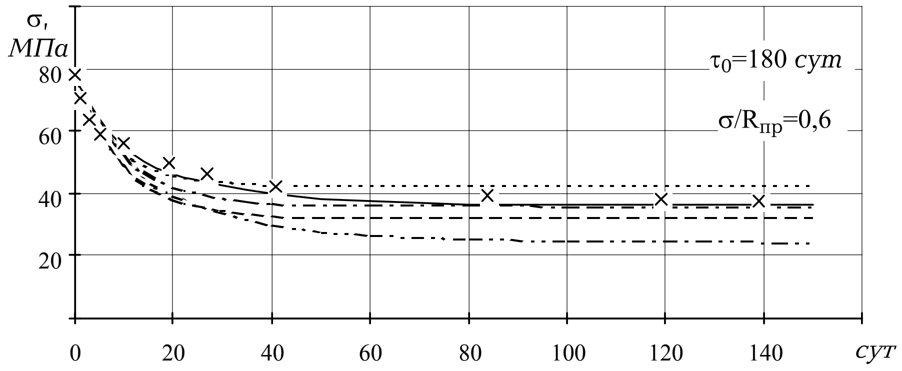


Рис.2. Иллюстрация теоретических данных о релаксации напряжений:
—— - теория наследственности (6), — · — - теория упрочнения (10), —— - теория старения (11), — -- — - теория течения (13),- - - - - кинетическая теория (16)

На рис.2 приведены экспериментальные данные о релаксации напряжений в бетоне, нагруженном в возрасте 180 *сут,* при начальном напряжении $\sigma(\tau_0)$=0,6$R_{пр}$, в сравнении с кривыми релаксации напряжений, построенными согласно теориям наследственности, старения, упрочнения, течения и кинетической теории с учетом старения материала. Наименее удачными оказались теория течения и кинетическая теория, которые не рассматривались при описании релаксации напряжений в бетоне в остальных случаях.

На рис. 3 приведены данные о релаксации напряжений бетонных образцов, нагруженных в возрасте 28, 90 и 180 *сут*, при начальных напряжениях 0,2, 0,4 и 0,6$R_{пр}$. Кривыми показаны расчетные данные согласно теориям наследственности, старения и упрочнения с учетом старения бетона.

На основе рассмотрения данных рис. 3 можно сделать вывод, что в условиях релаксации теория старения с учетом старения материала во всех случаях нагружения более точно описывает экспериментальные данные по сравнению с другими классическими теориями ползучести. Это предопределяет целесообразность использования формулы (11) для расчета релаксации напряжений в бетоне с учетом его старения на основе данных о ползучести. Отметим также, что при относительно низких на-чальных напряжениях, независимо от возраста бетона, результаты расчетов релаксации напряжений по теориям старения, наследственности и упрочнения практически совпадают между собой и с экспериментальными данными.

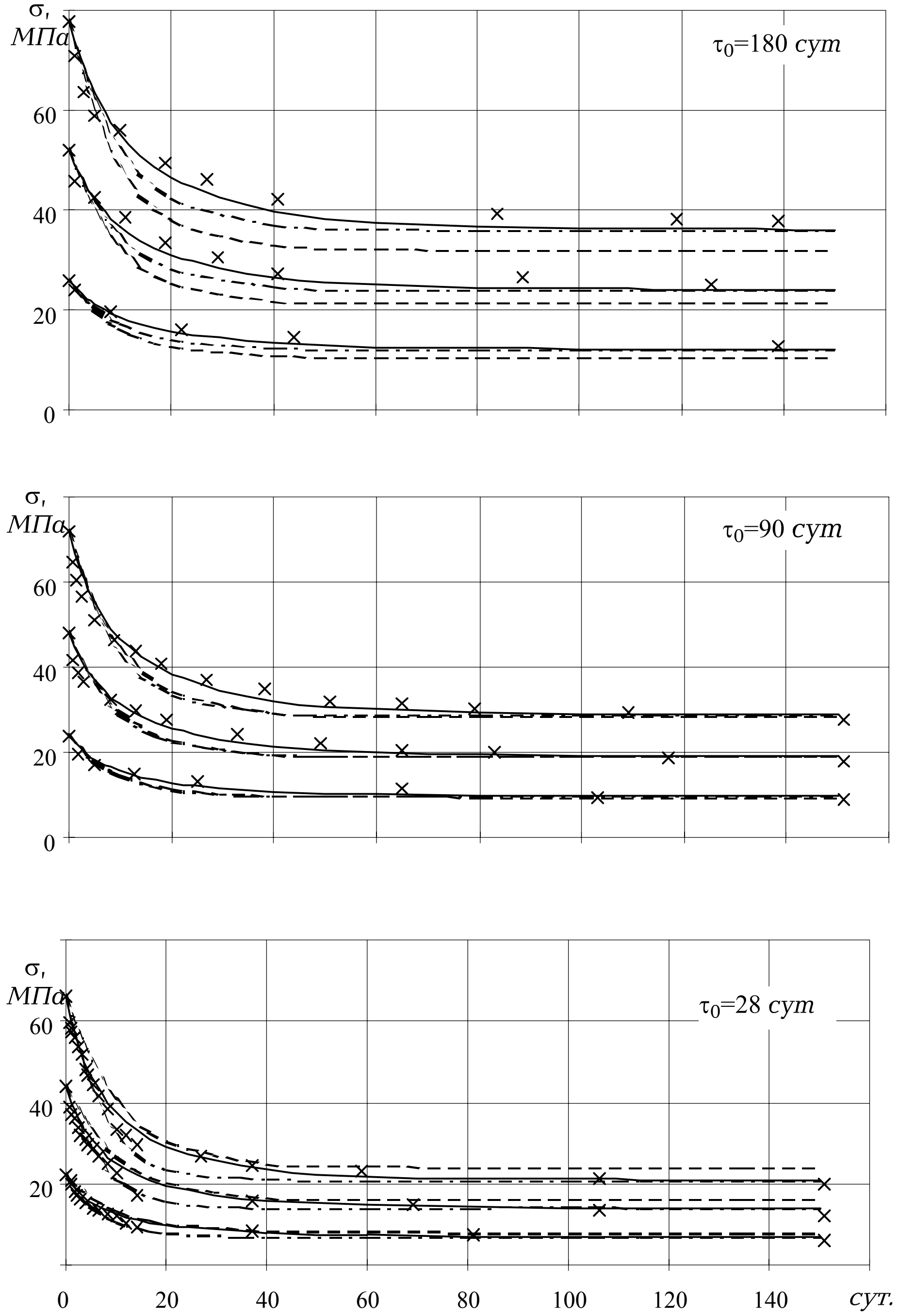


Рис.3. Кривые релаксации напряжений при начальном нагружении до 0,2, 0,4 и 0,6$R_{пр}$. — — - теория наследственности (6), —·— - теория упрочнения (10), —— - теория старения (11)

ЛИТЕРАТУРА

1. **Торбен К. Гансен.** Ползучесть и релаксация напряжений в бетоне.- М.: Госстройиздат, 1963. - 124 с.
15. **Шафрановский Ю.А.** О построении кривых релаксации напряжений на основе рассмотрения бетона как неоднородного тела // Проблемы ползучести и усадки бетона. -М.: Стройиздат, 1974. - С. 54-59.
16. **Trost Heinrich, Cordes Heiner, Abele Gunther.** Kreich und Relaxations versuche an sehr altem Beton. Dtsch. Ausschuss stahlbeton.- 1978. -№295. - P. 3-27.
17. **Acker P., Barral Andre.** Comportement diffrere du beton Appareillage pour essai de relaxation // Bull. Piais. Lab. Ponts et chaussees. -1983. - №128. - P. 121-123.
18. **Любимов А.А., Кононов В.П., Филимонов П.И.** Взаимосвязь между ползучестью и релаксацией напряжений в бетоне // Бетон и железобетон. -1984. - №7. - С. 26-28.
19. **Полисмаков А.И., Смелик Г.Г., Сысоев А.К.** Математическая модель релаксации напряжений в бетоне // Изв. Сев.-Кавказ. научн. центра высш. шк. Сер. ТН. -1984. - №2. - С. 91-92.
20. **Глуховский В.Д., Серых Р.Л., Ткаленко С.А.** Ползучесть и релаксации шлакощелочного бетона // Пром. стр-во и инж. сооруж. - 1988. -№ 3. - С. 9-10.
21. **Дасибеков А.Д., Суендыкова К.Б.** Некоторые задачи нелинейной теории ползучести бетона.- Деп. в КазНИИНТИ 25.07.91. з486-Ка91.
22. **Shen Jing-Hua.** Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechens und der Relaxations von Beton under Druckbean-spruchung. Dtsch. Ausschuss stahlbeton.- 1992. - №432. - P.1-36.
23. **Pirtz D., Thomas K., Monteiro P.J.M.** Stress relaxation: comparison of measured and computed values // J. Amer. Concr. Inst. -1986. -№3. - P. 432-437.
24. **Газиев М.А.** Релаксация напряжений в автоклавных ячеистых бетонах с учетом их старения вследствие карбонизации // Работоспособ. композиц. строит. материалов в условиях воздействия разл. эксплуат. факторов. - Казань, 1985. - С. 44-46.
25. **Арутюнян Н.Х.** Некоторые вопросы теории ползучести. -М.;-Л.: Гостехтеориздат, 1952. -323 с.
26. **Симонян А.М., Карапетян К.А.** К расчету бетонных и железобетонных конструкций с учетом неоднородности бетона // Изв. НАН Армении. Механика. - 1996.-Т.49, №2. - С. 26-34.
27. **Качанов Л.М.** Теория ползучести. -М.: Физматгиз, 1960. - 456 с.
28. **Работнов Ю.Н.** Ползучесть элементов конструкции. - М.: Наука, 1966. -752 с.

Ин-т механики НАН РА 23.01.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 621.311 **ЭНЕРГЕТИКА**

$\boxed{\text{А.М. АРАКЕЛЯН,}}$ Л.В. ЕГИАЗАРЯН, В.С. САФАРЯН

РАСЧЕТНАЯ ДОЛЯ ПОТЕРЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ В ВЕТВЯХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ ОТ КАЖДОЙ ОТДЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ И УРАВНИТЕЛЬНОГО ТОКА В НИХ

Ստացված են էլեկտրացանցի առանձին ճյուղերում, առանձին բեռնվածքով կամ տվյալ ճյուղով անցնող հավասարիչ հոսանքով պայմանավորված էլեկտրական հզորության կորստի հաշվարկային մասնաբաժնի որոշման բանաձևեր:

Выведены расчетные формулы для определения доли в общих потерях электрической мощности в любой из ветвей замкнутой или разомкнутой электрической сети, обусловленной каждой отдельной нагрузкой сети или уравнительным током, протекающим по этой ветви.

Ил. 1. Табл. 1. Библиогр.: 1 назв.

The calculating formulas are deduced for definition of the electric power losses share in each branch of closed or open electrical network caused by each load of the network or by the equalizing current of that branch.

Iℓℓ. 1. Table 1. Ref. 1.

Потери электрической мощности в электрических сетях в настоящее время привлекают внимание также с точки зрения определения доли участия в них отдельных нагрузок и других факторов, влияющих на токораспределение и величину потерь в сети. Решение этой задачи позволит не только конкретизировать взаимоотношения потребитель-поставщик электроэнергии, но и выявить дополнительные возможности уменьшения потерь в сетях [1].

В ветвях сложнозамкнутой сети протекают токи, обусловленные отдельными нагрузками (токи нагрузок) и неравенством напряжений питающих узлов сети (уравнительные токи). Составляющая каждого из указанных токов обуславливает свою долю потерь электрической мощности в ней.

В трехфазной симметричной сети рассматривается ветвь q с комплексными значениями напряжения на ветви $\overline{U}_q$ и сопротивления $Z_q=r_q+jx_q$. По этой ветви протекает ток, равный сумме токов от отдельных нагрузок, и уравнительный ток ветви:

$$\overline{I}_q = \sum_{i=1}^{n} \overline{I}_{iq} + \overline{I}_{yq}, \tag{1}$$

где $\overline{I}_q$ - комплексное значение тока ветви q; $\overline{I}_{iq}$ - комплексное значение тока, протекающего через ветвь q, от i-й нагрузки; n - число нагрузок, обуславливающих ток ветви q; $\overline{I}_{yq}$ - уравнительный ток ветви q.

При определении доли потерь электрической мощности в ветви q от каждого тока $\overline{I}_{iq}$ и $\overline{I}_{yq}$ применяется функция $f(\overline{U}_q, Z_q)$, общая для всех составляющих тока данной ветви. Формула расчета доли потерь электрической мощности в ветви q от одного из токов $\overline{I}_{iq}$ и $\overline{I}_{yq}$ имеет вид

$$\Delta\overline{S}_{iq} = 3\overset{*}{I}_{iq} f(\overline{U}_q, Z_q),\ \ \Delta\overline{S}_{yq} = 3\overset{*}{I}_{iq} f(\overline{U}_q, Z_q). \qquad (2)$$

При этом потери электрической мощности в q-й ветви от всех составляющих токов равны

$$\Delta\overline{S}_q = \sum_{i=1}^{n} \Delta\overline{S}_q + \Delta\overline{S}_{yq} = 3f(\overline{U}_q, Z_q)\left(\sum_{i=1}^{n} \overset{*}{I}_{iq} + \overset{*}{I}_{yq}\right). \qquad (3)$$

Известно, что эта же мощность потерь равна

$$\Delta\overline{S}_q = 3I_q^2 Z_q = 3\overline{U}_q \overset{*}{I}_q = 3Z_q \overline{I}_q \overset{*}{I}_q = 3Z_q \overline{I}_q\left(\sum_{i=1}^{n} \overset{*}{I}_{iq} + \overset{*}{I}_{yq}\right), \qquad (4)$$

где $\overset{*}{I}_{iq}, \overset{*}{I}_{yq}$ - сопряженные комплексные значения; $\overline{U}_q$ - комплексное значение напряжения на ветви q.

Из (3) и (4) следует

$$f(\overline{U}_q, Z_q) = \overline{U}_q = Z_q \overline{I}_q. \qquad (5)$$

В окончательном виде формула (2) принимает вид

$$\begin{aligned}
&\Delta\overline{S}_{iq} = 3Z_q \overline{I}_q \overset{*}{I}_{iq} = 3\overline{U}_q \overset{*}{I}_{iq}, && \Delta\overline{S}_{yq} = 3Z_q \overline{I}_q \overset{*}{I}_{yq} = 3\overline{U}_q \overset{*}{I}_{yq},\\
&\Delta P_{iq} = \mathrm{Re}(\Delta\overline{S}_{iq}), && \Delta P_{yq} = \mathrm{Re}(\Delta\overline{S}_{yq}), \qquad (6)\\
&\Delta Q_{iq} = \mathrm{Im}(\Delta\overline{S}_{iq}), && \Delta Q_{yq} = \mathrm{Im}(\Delta\overline{S}_{yq}).
\end{aligned}$$

Таким образом, расчетная доля потерь электрической мощности в данной ветви, обусловленная одной из составляющих тока этой ветви, определяется умножением сопряженного комплексного значения этой составляющей на комплексное значение напряжения этой ветви.

При определении доли потерь мощности в q-й ветви от составляющих токов m нагрузок из n общего их числа и уравнительного тока ветви из (6) получим

$$\Delta\overline{S}_{mq} + \Delta S_{yq} = 3Z_q \overline{I}\left(\sum_{i=1}^{m} \overset{*}{I}_{iq} + \overset{*}{I}_{yq}\right). \qquad (7)$$

Следовательно, известные формулы расчета потерь электрической мощности, апеллирующие квадратом тока ветви, могут быть получены из (7), поскольку при m=n имеем

$$\Delta\overline{S}_{nq} + \Delta\overline{S}_{yq} = 3Z_q \overline{I}_q\left(\sum_{i=1}^{n} \overset{*}{I}_{iq} + \overset{*}{I}_{yq}\right) = 3Z_q \overline{I}_q \overset{*}{I}_q = 3Z_q I_q^2.$$

Доля потерь электрической мощности во всей сети, обусловленная i-й нагрузкой, определяется в виде

$$\Delta\overline{S}_{i\Sigma} = \sum_{q=1}^{k} \Delta\overline{S}_{iq}, \qquad (8)$$

а обусловленная неравенством напряжений питающих узлов сети - в виде

$$\Delta\overline{S}_{y\Sigma} = \sum_{q=1}^{g} \Delta\overline{S}_{yq}, \qquad (9)$$

где k и g - число ветвей сети, через которые протекают токи от i-й нагрузки и уравнительные токи сети.

Отметим, что в разомкнутых распределительных сетях уравнительные токи отсутствуют ввиду наличия одного питающего узла.

Пример. Расчет составляющих потерь в замкнутой симметричной сети (рис. 1).

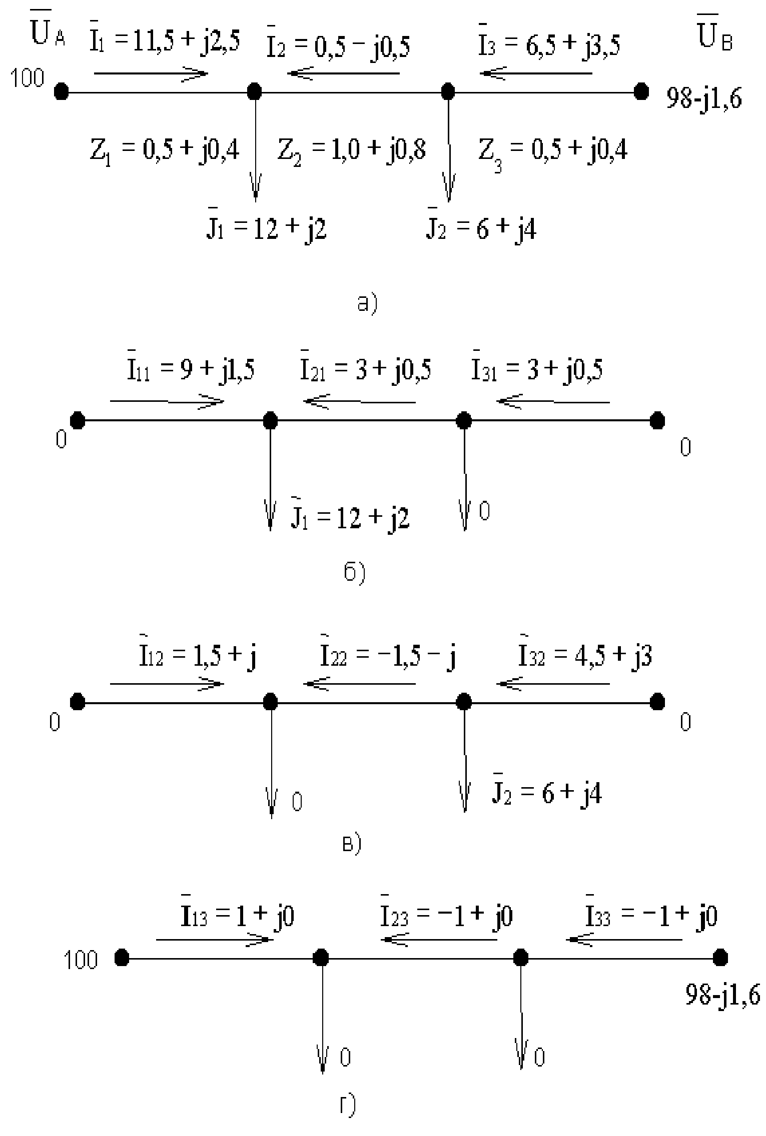


Рис. 1. Однолинейная схема замкнутой сети с токораспределениями по ветвям:
а - суммарных токов; б, в, г - от отдельных источников

Однолинейная схема сети приведена на рис. 1а. На ней отмечены заданные в комплексной форме токи нагрузок $\bar{J}_1, \bar{J}_2$ и ветвей $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$, *А*; напряжения питающих узлов $\bar{U}_A$, $\bar{U}_B$, *В*; сопротивления ветвей Z_1, Z_2, Z_3, *Ом*. На рис. 1б,в,г приведены токораспределения по ветвям схемы, соответственно, от первой и второй нагрузок и от уравнительного тока $\bar{J}_y$, обусловленного неравенством напряжений $\bar{U}_A$ и $\bar{U}_B$. Приведены потери электрической мощности в одной фазе элементов сети, обусловленные составляющими отдельных токов $\bar{J}_1, \bar{J}_2$ и $\bar{J}_y$ (табл.).

Как видно, результаты потерь в отдельных ветвях и общих потерь полностью совпадают с результатами расчета, полученными при использовании обычных формул $I_i^2 Z_i$ и $\sum_{i=1}^{3} I_i^2 Z_i$ (i - номер ветви).

Таблица

Потери мощности в элементах сети, *Вт*				От тока
В ветви 1	В ветви 2	В ветви 3	В 3-х ветвях	
51,525+j45,525	2,65-j0,75	7,725+j12,125	61,9+j56,90	$\bar{J}_1$
12,975+j4,25	-1,25+j1,05	21,375+j14,025	33,10+j19,1	$\bar{J}_2$
4,75+j5,85	-0,9+j0,1	-1,85-j4,35	2,0+j1,6	$\bar{J}_y$
69,25+j55,4	0,5+j0,4	27,25+j21,8	97+j77,6	$\sum \bar{J}$

ЛИТЕРАТУРА

1. **Поспелов Г.Е., Сыч Н.М.** Потери мощности и энергии в электрических сетях.-М.: Энергоатомиздат, 1981. - 216 с.

ГЗАО “Институт энергетики” 23.07.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 621.311.1.001.24 ЭНЕРГЕТИКА

К.В. ХАЧАТРЯН

РАСЧЕТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЭС ПРИ P-U ТИПЕ СТАНЦИОННЫХ УЗЛОВ

Առաջարկվում է կայունացված ռեժիմի Y-Z տեսքի հավասարումների լուծումը երկրորդ կարգի մեթոդով, երբ անկախ կայանային հանգույցներին որպես նախնական ինֆորմացիա տրվում են ակտիվ հզորությունները և լարման մոդուլները:

Предлагается решение Y-Z формы уравнения установившегося режима методом второго порядка, когда относительно независимых станционных узлов в качестве исходной информации задаются активные мощности и модули напряжений.

Библиогр.: 4 назв.

Y-Z form equation by the second-order method is proposed when active powers and voltage modules are given as initial information relative to independent stationary nodes.

Ref. 4.

Рассматривается решение системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС методом второго порядка с применением матрицы Гессе. В [1] предлагается решение Y формы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС с применением матрицы Гессе, когда в качестве исходной информации для станционных узлов задаются активные и реактивные мощности. При такой же исходной информации в [2] решается Z форма, а в [3-4] Y-Z форма.

В настоящей работе предлагается решить Y-Z форму нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС методом второго порядка при задании активных мощностей и модулей независимых станционных узлов.

Как известно, уравнения активных и реактивных мощностей для независимых станционных и нагрузочных узлов представляются в виде

$$\begin{cases} P_m = P_{Бm} + U_m \sum_{n=1}^{Г} [g_{m,n} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{un})] U_n, \\ Q_m = Q_{Бm} + U_m \sum_{n=1}^{Г} [g_{m,n} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{un}) - b_{m,n} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{un})] U_n, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} P_k = P_{Бk} + \sum\limits_{\ell=\Gamma+1}^{M} [R_{k,\ell}(I'_k I'_\ell + I''_k I''_\ell) + X_{k,\ell}(I''_k I'_\ell - I'_k I''_\ell)], \\ Q_k = Q_{Бk} - \sum\limits_{\ell=\Gamma+1}^{M} [R_{k,\ell}(I''_k I'_\ell - I'_k I''_\ell) - X_{k,\ell}(I'_k I'_\ell + I''_k I''_\ell)]. \end{cases} \tag{2}$$

В системе уравнений индексы m(n) относятся к станционным узлам с числом Г, а индексы $k(\ell)$ - к нагрузочным узлам с числом Н. Общее число независимых уравнений составляет 2Г+2Н =2М. Величины $P_{Бm}$ и $Q_{Бm}$, входящие в (1), определяются в виде

$$\begin{aligned} P_{Бm} &= p_{Бm} + \sum_{\ell=\Gamma+1}^{M} [(A'_{m,\ell} I'_\ell - A''_{m,\ell} I''_\ell)\cos\Psi_{um} + (A'_{m,\ell} I''_\ell + A''_{m,\ell} I'_\ell)\sin\Psi_{um}]U_m, \\ Q_{Бm} &= q_{Бm} + \sum_{\ell=\Gamma+1}^{M} [(A'_{m,\ell} I'_\ell - A''_{m,\ell} I''_\ell)\sin\Psi_{um} - (A'_{m,\ell} I''_\ell + A''_{m,\ell} I'_\ell)\cos\Psi_{um}]U_m, \end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned} p_{Бm} &= -\sum_{n=1}^{\Gamma} (g_{m,n}\cos\Psi_{um} + b_{m,n}\sin\Psi_{um})U_0 U_m, \\ q_{Бm} &= -\sum_{n=1}^{\Gamma} (g_{m,n}\sin\Psi_{um} - b_{m,n}\cos\Psi_{um})U_0 U_m. \end{aligned} \tag{4}$$

Величины $P_{Бk}$ и $Q_{Бk}$, входящие в (2), определяются в виде

$$\begin{aligned} P_{Бk} &= p_{Бk} + \sum_{n=1}^{\Gamma} [(B'_{k,n} I'_k + B''_{k,n} I''_k)\cos\Psi_{un} + (B'_{k,n} I''_k - B''_{k,n} I'_k)\sin\Psi_{un}]U_n, \\ Q_{Бk} &= q_{Бk} + \sum_{n=1}^{\Gamma} [(B'_{k,n} I'_k + B''_{k,n} I''_k)\sin\Psi_{un} - (B'_{k,n} I''_k - B''_{k,n} I'_k)\cos\Psi_{un}]U_n, \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned} p_{Бk} &= I'_k U_0 - \sum_{n=1}^{\Gamma} (B'_{k,n} I'_k + B''_{k,n} I''_k)U_0, \\ q_{Бk} &= -I''_k U_0 - \sum_{n=1}^{\Gamma} (B'_{k,n} I''_k - B''_{k,n} I'_k)U_0. \end{aligned} \tag{6}$$

Необходимо решить системы уравнений (1) и (2) методом второго порядка с применением матрицы Гессе. Для этого удобнее их представить в следующем компактном виде:

$$\begin{cases} \Phi_{pm} = P_m - [P_m + \varphi_{pm}(U_n, \Psi_{un})] = 0, \\ \Phi_{qm} = Q_m - [Q_{Бm} + \varphi_{qm}(U_n, \Psi_{un})] = 0. \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} \Phi_{pk} = P_k - [P_{Бk} + \varphi_{pk}(I'_\ell, I''_\ell)] = 0, \\ \Phi_{qk} = Q_k - [Q_{Бk} + \varphi_{qk}(I'_\ell, I''_\ell)] = 0. \end{cases} \tag{8}$$

Можно заметить, что система нелинейных алгебраических уравнений (7) составлена относительно U_n и Ψ_{un}, а (8) - относительно

I'_ℓ, I''_ℓ. Решение систем уравнений (7) и (8) необходимо осуществлять для случая, когда для независимых станционных узлов задаются активные мощности и модули напряжений. Поскольку заданы модули напряжений, как можно заметить из второго уравнения системы (1), для определения реактивных мощностей независимых станционных узлов достаточно иметь аргументы комплексных напряжений $\Psi_{u,}$ в связи с чем необходимо рассмотреть первое уравнение из системы (7). Таким образом, для решения задачи расчета установившегося режима при P-U типе станционных узлов необходимо рассмотреть решение первой системы из (7) и системы (8).

Для решения указанных систем нелинейных алгебраических уравнений методом второго порядка составим две вспомогательные функции:

$$\Phi(\Psi)=\sum_{m=1}^{\Gamma}\Phi_{pm}^2\,, \tag{9}$$

$$\Phi(I)=\sum_{k=\Gamma+1}^{M}(\Phi_{pk}^2+\Phi_{qk}^2)\,. \tag{10}$$

Разлагая функцию (9) в ряд Тейлора с сохранением слагаемого, имеющего частное производное второго порядка, получим

$$\Phi(\Psi)=\Phi(\Psi^0)+\frac{\partial\Phi(\Psi)}{\partial\Psi}\Delta\Psi+\frac{1}{2}\Delta\Psi^{T}\frac{\partial^2\Phi(\Psi)}{\partial\Psi^2}\Delta\Psi. \tag{11}$$

Теперь необходимо найти такое значение вектора $\Delta\Psi$, которое обращает в минимум $\Phi(\Psi)$. Для этого приравняем к нулю производную

$$\partial\Phi(\Psi)\ /\ \partial\Delta\Psi = 0. \tag{12}$$

В результате получим

$$\partial\Phi(\Psi)\ /\ \partial\Psi+\ \partial^2\Phi(\Psi)\Delta\Psi/\partial\Psi^2 = 0. \tag{13}$$

Вводя обозначения $\partial^2\Phi(\Psi)\ /\ \partial\Psi^2\ =\ H(\Psi)$, называемое матрицей Гессе, и $\partial\Phi(\Psi)/\partial\Psi=G(\Psi)$, называемое градиентом функции, из (13) получим

$$\Delta\Psi = -H^{-1}(\Psi)G(\Psi). \tag{14}$$

Приняв $\Delta\Psi$ поправкой к вектору Ψ, для И-й итерации напишем рекуррентное выражение

$$\Psi^{И+1} = \Psi^{И} - H^{-1}(\Psi)G(\Psi). \tag{15}$$

В развернутой форме рекуррентное выражение (15) принимает окончательный вид

$$\left[\Psi_{um}\right]^{И+1}=\left[\Psi_{um}\right]-\left[\frac{\partial^2\Phi(\Psi)}{\partial\Psi_{um}\partial\Psi_{un}}\right]^{-1}\left[\frac{\partial\Phi(\Psi)}{\partial\Psi_{um}}\right]. \tag{16}$$

Выражения частных производных первого и второго порядков, входящих в (16), определяются в виде

$$\frac{\partial\Phi(\Psi)}{\partial\Psi_{um}}=2\sum_{n=1}^{\Gamma}\Phi_{pn}\frac{\partial\Phi_{pn}}{\partial\Psi_{um}}\,, \tag{17}$$

$$\frac{\partial^2\Phi(\Psi)}{\partial\Psi_{um}^2}=2\sum_{n=1}^{\Gamma}\left[\left(\frac{\partial\Phi_{pn}}{\partial\Psi_{um}}\right)^2+\Phi_{pn}\frac{\partial^2\Phi_{pn}}{\partial\Psi_{um}^2}\right], \qquad (18)$$

$$\frac{\partial^2\Phi(\Psi)}{\partial\Psi_{um}\partial\Psi_{un}}=2\sum_{n=1}^{\Gamma}\left(\frac{\partial\Phi_{pn}}{\partial\Psi_{um}}\frac{\partial\Phi_{pn}}{\partial\Psi_{un}}+\Phi_{pn}\frac{\partial^2\Phi_{pn}}{\partial\Psi_{um}\partial\Psi_{un}}\right). \qquad (19)$$

Частные производные, входящие в (17) - (19), определяются на основании аналитического выражения Φ_{pm} с учетом обозначений φ_{pm}:

$$\frac{\partial\Phi_{pm}}{\partial\Psi_{um}}=\left\{\frac{\partial P_{Бm}}{\partial\Psi_{um}}-U_m\sum_{\substack{n=1\\ n\neq m}}^{\Gamma}[g_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un})-b_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un})]U_n\right., \qquad (20)$$

$$\frac{\partial\Phi_{pm}}{\partial\Psi_{un}}=-U_m[g_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un})-b_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un})]U_n. \qquad (21)$$

С другой стороны, частное производное $\partial P_{Бm}/\partial\Psi_{um}$ определяется в виде

$$\partial P_{Бm}/\partial\Psi_{um}=P_{Бm}^{01}+P_{Бm}^{02}, \qquad (22)$$

где

$$P_{Бm}^{01}=\sum_{n=1}^{\Gamma}(g_{m,n}\sin\Psi_{um}-b_{m,n}\cos\Psi_{um})U_0U_m, \qquad (23)$$

$$P_{Бm}^{02}=-\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}[(A'_{m,\ell}I'_\ell-A''_{m,\ell}I''_\ell)\sin\Psi_{um}-(A'_{m,\ell}I''_\ell+A''_{m,\ell}I'_\ell)\cos\Psi_{um}]U_m. \qquad (24)$$

Разлагая в ряд Тейлора нелинейную функцию (10) и минимизируя аналогичным образом, установим следующее рекуррентное выражение:

$$\begin{bmatrix} I'_\ell \\ --- \\ I''_\ell \end{bmatrix}^{И+1}=\begin{bmatrix} I'_\ell \\ --- \\ I''_\ell \end{bmatrix}^{И}-\left[\begin{array}{c:c} \dfrac{\partial^2\Phi(I)}{\partial I'_k\partial I'_\ell} & \dfrac{\partial^2\Phi(I)}{\partial I'_k\partial I''_\ell} \\ \hdashline \dfrac{\partial^2\Phi(I)}{\partial I''_k\partial I'_\ell} & \dfrac{\partial^2\Phi(I)}{\partial I''_k\partial I''_\ell} \end{array}\right]^{-1}\times\begin{bmatrix} \dfrac{\partial\Phi(I)}{\partial I'_k} \\ --- \\ \dfrac{\partial\Phi(I)}{\partial I''_k} \end{bmatrix}. \qquad (25)$$

Частные производные, входящие в рекуррентное выражение (25), определяются в виде

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial F_I}{\partial I'_k}&=2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\Phi_{p\ell}\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I'_k}+\Phi_{q\ell}\frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I'_k}\right),\\ \frac{\partial F_I}{\partial I''_k}&=2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\Phi_{p\ell}\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I''_k}+\Phi_{q\ell}\frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I''_k}\right),\end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

$$\frac{\partial^2F_I(I)}{\partial I'^2_k}=2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left[\left(\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I'_k}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I'_k}\right)+\Phi_{p\ell}\frac{\partial^2\Phi_{p\ell}}{\partial I'^2_k}+\Phi_{q\ell}\frac{\partial^2\Phi_{q\ell}}{\partial I'^2_k}\right],$$

$$\frac{\partial^2 F_I(I)}{\partial I_k''^2} = 2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left[\left(\frac{\partial \Phi_{p\ell}}{\partial I_k''^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_{q\ell}}{\partial I_k''^2}\right)^2 + \Phi_{p\ell}\frac{\partial^2 \Phi_{p\ell}}{\partial I_k''^2} + \Phi_{q\ell}\frac{\partial^2 \Phi_{q\ell}}{\partial I_k''^2}\right],$$

$$\frac{\partial^2 F_I(I)}{\partial I_k' \partial I_k''} = 2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\frac{\partial \Phi_{p\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial \Phi_{p\ell}}{\partial I_k''} + \frac{\partial \Phi_{q\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial \Phi_{q\ell}}{\partial I_k''} + \Phi_{p\ell}\frac{\partial^2 \Phi_{p\ell}}{\partial I_k' \partial I_k''} + \Phi_{q\ell}\frac{\partial^2 \Phi_{q\ell}}{\partial I_k' \partial I_k''}\right), \quad (27)$$

$k \neq \ell$

$$\frac{\partial^2 F_I(I)}{\partial I_k' \partial I_\ell'} = 2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\frac{\partial \Phi_{p\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial \Phi_{p\ell}}{\partial I_\ell'} + \frac{\partial \Phi_{q\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial \Phi_{q\ell}}{\partial I_\ell'} + \Phi_{p\ell}\frac{\partial^2 \Phi_{p\ell}}{\partial I_k' \partial I_\ell'} + \Phi_{q\ell}\frac{\partial^2 \Phi_{q\ell}}{\partial I_k' \partial I_\ell'}\right),$$

$k \neq \ell$

$$\frac{\partial^2 F_I(I)}{\partial I_k'' \partial I_\ell''} = 2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\frac{\partial \Phi_{p\ell}}{\partial I_k''}\frac{\partial \Phi_{p\ell}}{\partial I_\ell''} + \frac{\partial \Phi_{q\ell}}{\partial I_k''}\frac{\partial \Phi_{q\ell}}{\partial I_\ell''} + \Phi_{p\ell}\frac{\partial^2 \Phi_{p\ell}}{\partial I_k'' \partial I_\ell''} + \Phi_{q\ell}\frac{\partial^2 \Phi_{q\ell}}{\partial I_k'' \partial I_\ell''}\right),$$

$$\frac{\partial^2 F_I(I)}{\partial I_k' \partial I_\ell''} = 2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\frac{\partial \Phi_{p\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial \Phi_{p\ell}}{\partial I_\ell''} + \frac{\partial \Phi_{q\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial \Phi_{q\ell}}{\partial I_\ell''} + \Phi_{p\ell}\frac{\partial^2 \Phi_{p\ell}}{\partial I_k' \partial I_\ell''} + \Phi_{q\ell}\frac{\partial^2 \Phi_{q\ell}}{\partial I_k' \partial I_\ell''}\right).$$

Частные производные, входящие в (27), определяются на основании (8).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Sasson A.M., Viloria F.A.** Optimal Load Flow solution using the Hessian matrix // IEE Trans. Power Apparatus and systems. - 1973. - Vol. PAS-92, № 1. - P. 31- 41.
2. **Хачатрян В.С., Хачатрян С.Ц., Сафарян В.С.** Расчет установившегося режима электрических систем с применением матрицы Гессе при Z форме задания состояния сети // Изв. вузов СССР. Энергетика. - 1990. - № 1. - С. 20-23.
3. **Хачатрян В.С., Аль-Дарвиш М.Б.** Решение Y-Z формы уравнений установившегося режима электроэнергетической системы с применением матрицы Гессе // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1997. - Т. 50, № 3. - С. 194 - 203.
4. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А.** Развитие гибридного метода расчета установившегося режима электрической системы // Электричество. - 1991. - №1. - С. 6-13.

ГИУА 16.06.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 621.314 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Г.В. БАРЕГАМЯН

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ СНАББЕРА ТРАНЗИСТОРНОГО КЛЮЧА

Դիտարկվում է տրանզիստորային բանալու սնաբերային շղթայի պարամետրերի ընտրության եղանակ՝ հիմնված հաստատուն լարման իմպուլսային կերպափոխիչում կոմուտացիոն երևույթների անալիտիկ վերլուծության վրա: Տրված են հաշվարկային առնչությունները, ձևակերպված է պարամետրերի ընտրության հաջորդականությունը:

Рассматривается методика выбора параметров снабберной цепи транзисторного ключа, основанная на аналитическом анализе коммутационных процессов в импульсном преобразователе постоянного напряжения. Приводятся расчетные соотношения, сформулирована последовательность выбора параметров.

Ил. 3. Библиогр.: 1 назв.

A method of parameter choice based on the analytic commutation process analysis in a dc/dc pulse transducer for determining the transistor switch snubber circuit is considered. Design relations are given, the sequence of choice is represented.

Iℓℓ. 3. Ref. 1.

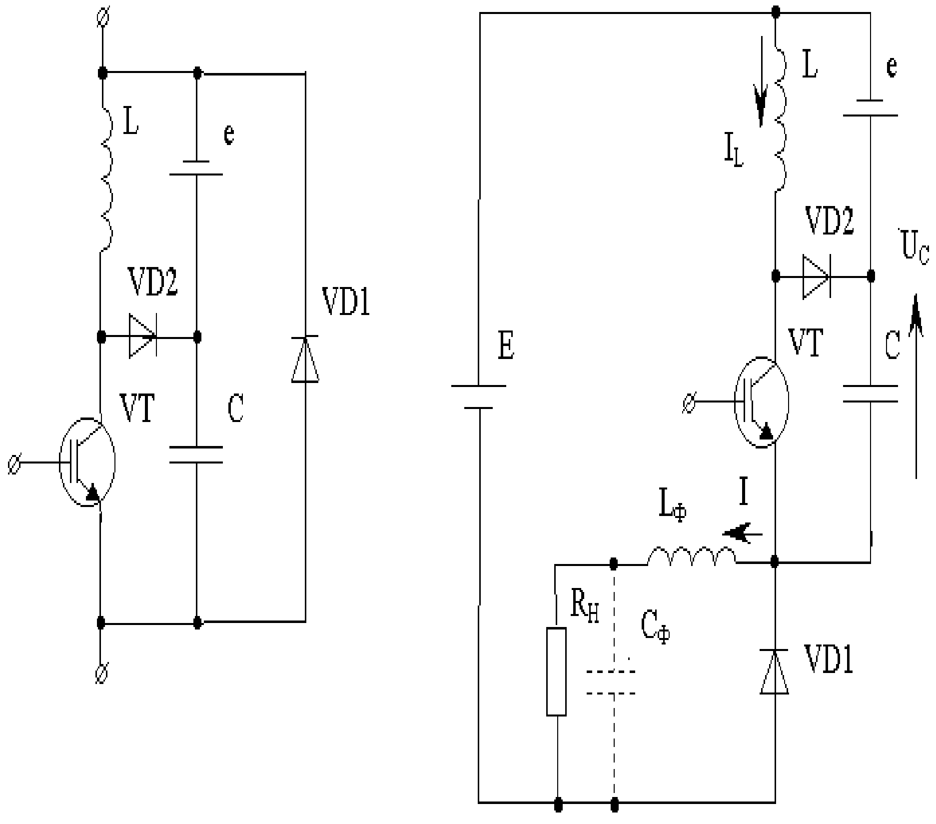
Транзисторный ключ (рис.1а), кроме транзистора и возвратного диода VD1, содержит снабберную цепь с элементами VD2, e, L и C для формирования безопасной траектории переключения транзистора и снижения динамических потерь мощности в нем. В отличие от схемы с резистором в цепи “сброса” накопленной в дросселе излишней энергии [1], здесь рассматривается обобщенная схема ключа с встречной ЭДС e, обеспечивающая улучшенные показатели и пригодная для широкого диапазона мощностей. Эта схема ключа может быть успешно применена в широтно-импульсных преобразователях (ШИП) постоянного напряжения, инверторах, конверторах и др.

В данной работе предлагается методика выбора параметров ключа (рис.1а), основанная на приближенном анализе коммутационных процессов в идеализированном ШИП постоянного напряжения с идеально сглаженным током нагрузки. Применительно к ШИП с реальным (треугольным) током получены также дополнительные соотношения, связывающие параметры снаббера с основными параметрами ШИП, что позволяет проводить некоторую оптимизацию по всему оборудованию.

В схеме ШИП (рис.1б) возвратный диод ключа отсутствует и переведен в цепь нагрузки. При анализе транзистор и диоды считаются идеальными, а ток нагрузочной цепи I на коммутационном интервале не меняется. В процессе работы ШИП возможны два вида переключения: когда ток нагрузки переключается с диода VD1 к транзистору VT (коммутация ДТ) и наоборот – от транзистора к диоду (коммутация ТД). Рассмотрим каждый из них в отдельности.

Коммутация ДТ начинается отпиранием транзистора и протекает в три стадии (рис.2а). На первой стадии ток транзистора линейно нарастает до значения I, а ток диода VD1 спадает до нуля, после чего диод запирается. На второй стадии заряженный до уровня E+e конденсатор полностью разряжается по цепи C–e–L–VT–C. На третьей стадии отпирается диод VD2, и происходит “сброс” накопленной в L избыточной энергии в источник e.

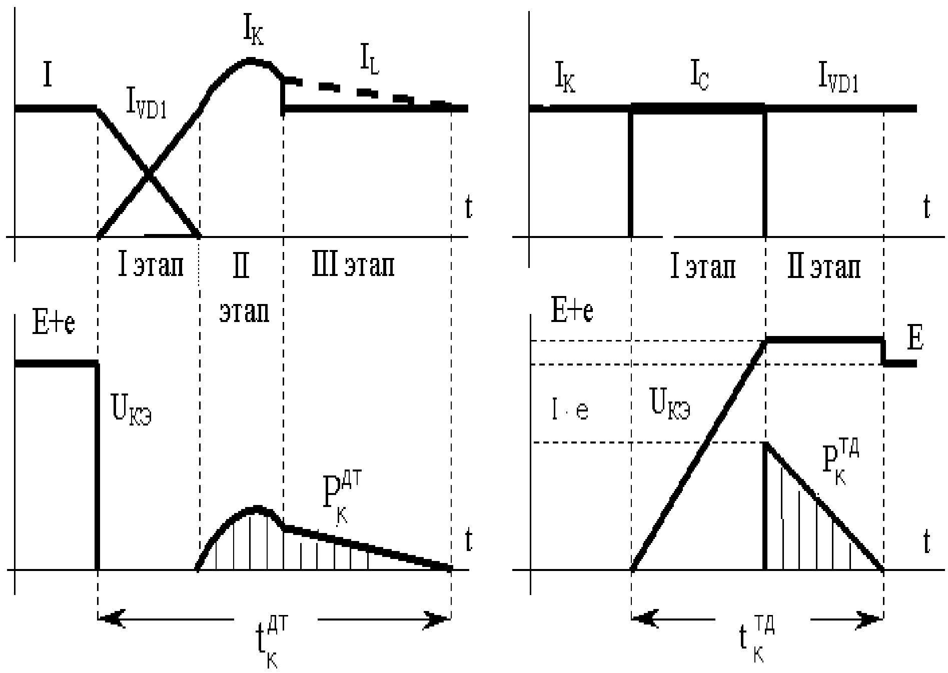
При запирании транзистора ток нагрузки переводится на диод VD1 в две стадии (рис.2б). На первой стадии открыт диод VD2, и конденсатор заряжается постоянным током нагрузки. После полного заряда конденсатора в момент $u_c(t) = E + e$ отпирается диод VD1, и начинается вторая стадия коммутации, в ходе которой остаточная энергия дросселя передается в источник e.



а) б)

Рис.1. Транзисторный ключ со снабберной цепью: а - схема ключа;
б - схема ШИП с рассматриваемым ключом

На практике источник встречной ЭДС e в зависимости от мощности заменяется пассивной цепью, способной приблизительно поддерживать постоянное напряжение. В маломощном варианте это может быть стабилитрон, либо параллельный набор стабилитронов с токовыравнивающими резисторами, либо их сочетание с резистивно–емкостной цепью. При ощутимых мощностях целесообразно применять параллельную резистивно–емкостную цепь с последовательным диодом и с большой постоянной времени, где диодом отсекается путь протекания прямого тока. При больших мощностях необходимо перейти к более сложной реализации источника e, например, организовать рекуперацию энергии обратно в источник E.



а) б)

Рис. 2. Временные диаграммы коммутационных процессов: а - при коммутации ДТ; б - при коммутации ТД

В качестве показателей коммутационного процесса использованы скорости нарастания тока $i' = (di\,/\,dt)_{вкл}$ и напряжения $u' = (du\,/\,dt)_{выкл}$ транзистора при включении и выключении, коэффициенты превышения тока K_i и напряжения K_e, время коммутации t_K, в течение которого процессы в снаббере полностью восстанавливаются, и энергия W_K, теряемая в снаббере за один цикл коммутации ДТ и ТД (за период работы ШИП).

В результате аналитических исследований коммутационных процессов (рис.1б) для указанных показателей получены выражения

$$t_K^{ДТ} = \left(\rho I/E + \pi - \arccos e/E + \sqrt{(E/e)^2 - 1}\right)/\omega, \tag{1}$$

$$t_K^{ТД} = \left((E+e)/(\rho I) + \rho I/e\right)/\omega, \tag{2}$$

$$t_K = \max\left\{t_K^{ТД}; t_K^{ДТ}\right\} \le t_{Кдоп}, \tag{3}$$

$$W_K^{ДТ} = (E+e)^2/(2\rho\omega), \tag{4}$$

$$W_K^{ТД} = \rho I^2/(2\omega), \tag{5}$$

$$P_K = f \cdot W_K = f\left(W_K^{ДТ} + W_K^{ТД}\right) \le P_{Кдоп}, \tag{6}$$

$$K_e = 1 + e/E \le K_{едоп}, \tag{7}$$

$$K_i = 1 + E/(\rho I) \le K_{iдоп}, \tag{8}$$

$$\left(du/dt\right)_{max} = \omega\rho I \le u'_{доп}, \tag{9}$$

$$\left(di/dt\right)_{max} = \omega E/\rho \le i'_{доп}, \tag{10}$$

где

$$\rho = \sqrt{L/C},\ \omega = 1/\sqrt{LC}\ - \tag{11}$$

волновое сопротивление и резонансная частота контура; f - частота работы ШИП.

Расчет параметров снаббера в общем случае целесообразно проводить для предельного режима, когда напряжение питания и ток нагрузки максимальны (E_{max}, I_{max}). Тогда напряжение и ток ключа также максимальны. Расчет производится по приведенным выше выражениям с учетом указанных ограничений. Причем в зависимости от конкретных требований доминирующими могут оказаться те или иные ограничения.

Чаще всего критичными являются напряжение и ток транзистора, а также лимитируется время коммутации. Тогда, выбрав подходящий набор величин K_e^*, K_i^*, t_K^* ($K_e^* \le K_{eдоп}$, $K_i^* \le K_{iдоп}$ и $t_K^* \le t_{Kдоп}$), из (7), (8) и (1) - (3) последовательно рассчитываются значения e, ρ и ω:

$$e = E_{max}\left(K_e^* - 1\right),\ \rho = \frac{E_{max}}{(K_i^* - 1)I_{max}},\ \omega = \frac{1}{t_K^*}\max\left\{\omega t_K^{ДТ};\ \omega t_K^{ТД}\right\}, \quad (12)$$

а из простых соотношений (11) – L и C. Далее проверяются условия $i' \le i'_{доп}$, $u' \le u'_{доп}$. Если они не соблюдаются, то варьируются значения K_e^*, K_i^*, t_K^*, после чего производится перерасчет. Затем по (4) и (5) вычисляются энергии коммутации, а по (6) – коммутационные потери. В завершении расчета определяются максимальные токи и напряжения ключевых приборов, по которым они подбираются. В частности, транзистор следует выбирать на ток $K_i^* I_{max}$ и напряжение $K_e^* E_{max}$, а диоды – на I_{max} и $K_e^* E_{max}$.

Применительно для работы в реальном ШИП с треугольным током нагрузки возможна некоторая оптимизация параметров с учетом пределов изменения питающего напряжения ($E_{min} \le E \le E_{max}$), тока нагрузки ($I_{Н\,min} \le I_Н \le I_{Н\,max}$) и значения индуктивности дросселя фильтра $L_ф$ стабилизированного ШИП. В этом случае коэффициент заполнения импульсов меняется в пределах $\gamma_{min} \le \gamma \le \gamma_{max}$, причем

$$\gamma = \begin{cases} \gamma_{min} \text{ при } E = E_{max} \text{ и } I_Н = I_{Н\,min}, \\ \gamma_{max} \text{ при } E = E_{min} \text{ и } I_Н = I_{Н\,max}. \end{cases} \quad (13)$$

В последовательном ШИП с конечной индуктивностью $L_ф$ и в непрерывном режиме ток дросселя имеет треугольную форму с экстремальными значениями I_{min}, I_{max}, причем коммутация ДТ совершается при токе I_{min}, а коммутация ТД – при токе I_{max}. Поэтому разумно приравнять коэффициент K_i максимально возможному отношению I_{max}/I_{min}, что дает

$$K_i = [2fL_ф + (1 - \gamma_{min})R_{Н\,max}]/[2fL_ф - (1 - \gamma_{min})R_{Н\,max}], \quad (14)$$

где $R_{Н\,max} = U_Н / I_{Н\,min}$ - максимальное сопротивление нагрузки.

При этом, если точка $\gamma = 0{,}5$ (пульсация тока максимальна) входит в диапазон изменения γ, то в (14) следует взять $\gamma = 0{,}5$, если нет - то

$\gamma = \gamma_{min}$. В прерывистом режиме коммутация ДТ происходит при нулевом токе, а коммутация ТД - при $I_{max} = (E_{max} - U_H)\gamma_{min} / (fL_\Phi)$. В этом случае коэффициент K_i лишен смысла, и ток I_{max} следует приравнять амплитуде "сверхтока" коммутации E_{max}/ρ. Тогда взамен (12) получим

$$\rho = \frac{E_{max}}{E_{max} - U_H} \frac{fL_\Phi}{\gamma_{min}}. \tag{15}$$

При выборе t_K^* необходимо учитывать, что минимальная длительность проводящего состояния ключа лимитирована временем $t_K^{ДТ}$, а максимальная – временем $t_K^{ТД}$, т. е.

$$t_K^{ДТ} \le \gamma_{min} / f, \; t_K^{ТД} \le (1 - \gamma_{min}) / f. \tag{16}$$

Расчет параметров снаббера в этом случае производится после расчета “макропроцессов” в ШИП, определения схемных и режимных параметров. При этом коэффициент K_e^* выбирается с учетом ограничения $K_e^* \le 2$, вытекающего из (1), K_i^* рассчитывается из (14) (либо ρ определяется из (16)), а время коммутации t_K^* подбирается согласно ограничениям (16). В остальном расчет проводится аналогично описанному.

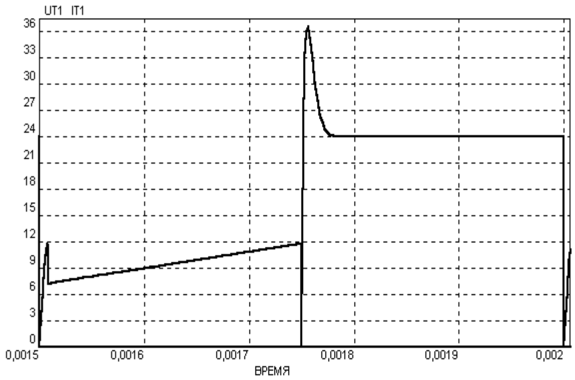


Рис.3. Временные диаграммы тока и напряжения транзистора в ШИП

На рис.3 представлены временные диаграммы тока и напряжения транзистора в стабилизированном ШИП, полученные посредством компьютерного моделирования рассматриваемой схемы с идеальными ключами. Параметры ШИП: E=24 *В* (21...32 *В*); U_H=12 *В*; I_{Hmax}=10*А* (3...10*А*); f =2 *кГц*; $K_П \le 0{,}02$. При этом расчетные значения параметров схемы и коммутационных процессов составляют: $L_Ф$=600 *мкГн*; $C_Ф$=1000 *мкФ*; K_i^*=1,67; K_e^*=1,5; $t_K^* \le 15$ *мкс*; L=12 *мкГн*; C=0,6 *мкФ*; i'_{max}=2,67 *А/мкс*; U'_{max} =20,8 *В/мкс*; $P_K \approx 3{,}3$ *Вт*. Узел "сброса" энергии с e =16 *В* выполнен в виде параллельной активно-емкостной цепи с R=1,5 *Ом* и C_1=1 *мкФ*.

Диаграммы сняты при E =24 *В* и $I_Н$=10 *А*. Они наглядно показывают достаточно высокую точность совпадения заложенных и полученных величин.

Таким образом, рассмотренная методика позволяет предварительно оценить параметры транзисторного ключа. Полученные результаты обычно обеспечивают достаточную для практики точность (не хуже 10…15%) и могут быть непосредственно использованы. При необходимости рассчитанные параметры могут быть скорректированы на моделе ШИП путем привлечения реальных моделей ключевых приборов и с учетом конкретной схемной реализации источника встречной ЭДС в цепи "сброса" энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Барегамян Г.В., Рудицкий Р.Ш.** Выбор параметров защитной цепи транзисторного ключа // Электротехническая промышленность. Сер. Преобразоват. техника.- 1984. - Вып. 8 (166). - С. 1–4.

ГИУА 13.04.1999

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 531.781 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

С.А. МАНУКЯН, А.А. ГАМБАРЯН, Ар.А. ГАМБАРЯН

ПОВЫШЕНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МАГНИТОУПРУГИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ УСИЛИЙ

Դիտարկվում է տրանզիստորային բանալու սնաբերային շղթայի պարամետրերի ընտրության եղանակ՝ հիմնված հաստատուն լարման իմպուլսային կերպափոխիչում կոմուտացիոն երևույթների անալիտիկ վերլուծության վրա: Տրված են հաշվարկային առնչությունները, ձևակերպված է պարամետրերի ընտրության հաջորդականությունը:

Рассмотрен метод повышения чувствительности магнитоупругих преобразователей усилий с применением магнитопровода в виде магнитного моста консольной конструкции. Исследованы условия выбора параметров магнитопровода, обеспечивающие линейность характеристик преобразователя. Приведены экспериментальная характеристика и области применения преобразователя.

Ил. 5. Библиогр.: 5 назв.

A method of magnetic elastic susceptibility force transducer increase using a magnetic circuit in the form of a magnetic bridge of console construction is considered. The magnetic circuit parameter selection conditions providing linearity of the transducer characteristics are studied. An experimental characteristic is represented and application fields are suggested.

Iℓℓ. 5. Ref. 5.

В системах автоматического контроля и управления производственными и технологическими процессами широко применяются магнитоупругие преобразователи усилий (МУП) [1-3]. Это обусловлено их высокой эксплуатационной надежностью, простотой конструкции, длительным сроком службы, низкой стоимостью, работоспособностью в тяжелых условиях эксплуатации. Однако сравнительно низкая чувствительность ограничивает их функциональные возможности и применение в области малых усилий.

Целью настоящей работы является повышение чувствительности МУП.

Схема МУП (рис.1) содержит магнитопровод 1, изготовленный из магнитоупругого ферромагнитного материала, выполненного в виде равнобедренной трапеции с окном для размещения обмоток. С помощью перемычек 3, 4 средняя точка c большого основания трапеции соединена с вершинами малого основания bd. Перемычки 3, 4 размещены параллельно ребрам 2, 5 трапеции и попарно с ними по обе стороны нейтральной плоскости преобразователя. В окне расположены обмотки возбуждения 6 и измерения 7. Один из концов магнитопровода закреплен к основанию 8, а ко второму прилагается измеряемое усилие P[4-5].

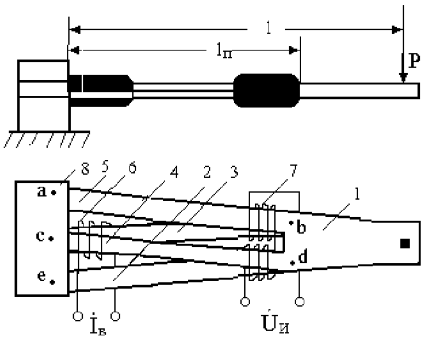


Рис.1

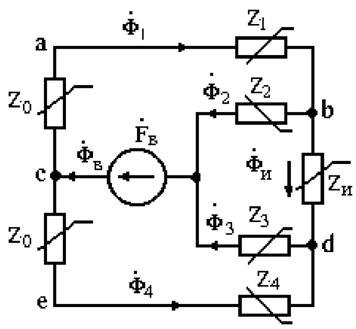


Рис.2

В схеме замещения магнитной цепи МУП (рис.2) даны следующие обозначения: Z_0, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, $Z_и$ - магнитные сопротивления участков ac (ce), ab, cb, cd, ed, bd магнитопровода; $\dot{F}_в = \dot{I}_в w_в$ - намагничивающая сила возбуждения, где $\dot{I}_в$ и $w_В$ - ток и число витков обмотки возбуждения; $\dot{\Phi}_в$, $\dot{\Phi}_1$, $\dot{\Phi}_2$, $\dot{\Phi}_3$, $\dot{\Phi}_4$, $\dot{\Phi}_и$ - магнитные потоки.

МУП представляет собой магнитный мост с рабочими плечами Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 и нагрузкой $Z_и$ При отсутствии усилия P магнитная цепь симметрична Z_1=Z_2=Z_3=Z_4, через $Z_и$ магнитный поток отсутствует ($\dot{\Phi}_и = 0$), и ЭДС на измерительной обмотке равна нулю. Под действием усилия P в плечах моста, расположенных выше нейтральной плоскости (Z_1, Z_3), возникают механические напряжения растяжения $\sigma_р$, а в плечах, расположенных ниже нейтральной плоскости (Z_2, Z_4), - напряжения сжатия $\sigma_с$. Вследствие этого магнитные проницаемости μ участков, расположенных выше и ниже нейтральной плоскости, будут изменяться в противоположных направлениях. В результате Z_2, Z_4 увеличиваются, а Z_1, Z_3 уменьшаются.

Происходит разбаланс моста, и между точками b и d возникает МДС - F_{bd}. Через $Z_И$ протекает магнитный поток $\dot{\Phi}_и$, и на выходе измерительной обмотки наводится ЭДС - $\dot{E}_и$. Чем больше усилие Р, тем больше $\dot{E}_и$.

Схема замещения магнитной цепи МУП содержит нелинейные магнитные сопротивления. Однако при учете некоторых особенностей магнитоупругих материалов и обеспечении определенных условий работы датчиков для практических расчетов эти сопротивления можно принять линейными.

Известно, что в МУП относительное изменение магнитной проницаемости $\Delta\mu/\mu$ и магнитного сопротивления $\Delta Z/Z$ под действием измеряемого параметра не превышает (10...20)%, а удельные активные ρ_R и реактивные ρ_X магнитные сопротивления для всех марок сталей в достаточно широком диапазоне средних индукций $B_Н...B_К$ остаются почти постоянными (рис.3). Учитывая это, параметры магнитопровода выбираются так, чтобы до воздействия измеряемого усилия индукция во всех участках магнитопровода соответствовала значению B_0, а в процессе измерения изменялась в пределах $B_Н...B_К$. В этом случае все магнитные сопротивления являются линейными, а схема замещения магнитной цепи принимает вид, представленный на рис.4.

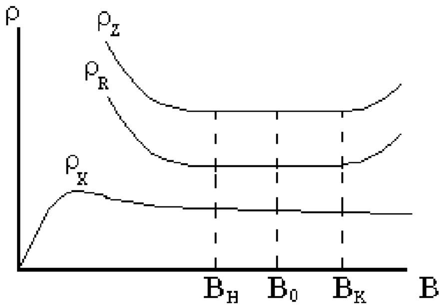


Рис.3

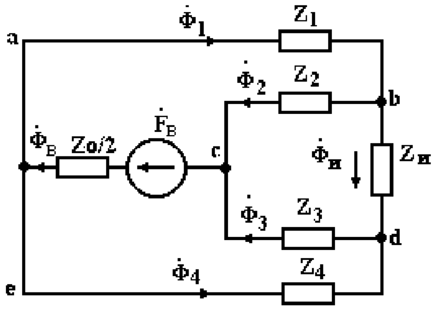


Рис.4

Значение B_0 в магнитных сопротивлениях Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_0 обеспечивается выбором габаритных размеров отдельных участков магнитопровода и величиной $\dot{F}_в = \dot{I}_в w_в$. Та же индукция в $Z_И$ обеспечивается двумя способами: либо путем введения начального натяженного состояния при Р=0 (например, массой преобразователя), либо выбором габаритных размеров рабочих плеч магнитного моста. В обоих случаях при отсутствии измеряемого усилия через $Z_И$ протекает магнитный поток, обеспечивающий необходимую индукцию.

Из рис.4 для магнитного потока $\dot{\Phi}_И$ имеем выражение

$$\dot{\Phi}_и = \frac{Z_2 Z_4 - Z_1 Z_3}{Z_и(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4) + Z_1 Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4 (Z_1 + Z_2)} \dot{F}_в . (1)$$

При выводе (1) величиной Z_0 пренебрегаем, учитывая, что $Z_0 << Z_i$. (Это условие обеспечивается выбором габаритных размеров магнитопровода). Под действием измеряемого усилия Р участки ab и cd растягиваются, а cb и ed сжимаются. Вследствие этого магнитные сопротивления будут изменяться по следующим законам:

$$Z_1 = Z_3 = Z - \Delta Z_P, \tag{2}$$

$$Z_2 = Z_4 = Z + \Delta Z_C, \tag{3}$$

где Z - магнитные сопротивления плеч моста при Р=0; ΔZ_P и ΔZ_C - изменение этих сопротивлений при растяжении и сжатии под действием Р.

С учетом (2) и (3) после несложных преобразований для $\dot{\Phi}_И$ получим (величинами ΔZ_P и ΔZ_C пренебрегаем)

$$\dot{\Phi}_и = \frac{\Delta Z_C + \Delta Z_P}{2ZZ_и + 2Z^2 + (2Z_и + Z)(\Delta Z_C - \Delta Z_P)} \dot{F}_в. \tag{4}$$

Зависимость ΔZ от механических напряжений σ, возникаемая под воздействием усилия Р, определяется следующим выражением [2]:

$$\Delta Z = ZS_\mu \sigma, \tag{5}$$

где $S_\mu = (\Delta\mu/\mu)\sigma$ - магнитоупругая чувствительность материала магнитопровода.

С учетом (5) для ΔZ_P и ΔZ_C получим

$$\Delta Z_C = ZS_{\mu C}\sigma_C, \tag{6}$$

$$\Delta Z_P = ZS_{\mu P}\sigma_P, \tag{7}$$

где $S_{\mu C}$ и $S_{\mu P}$ - магнитоупругие чувствительности материала магнитопровода при сжатии и растяжении.

Механические напряжения σ_C и σ_P в различных точках плеч магнитного моста имеют различные значения и определяются выражением

$$\sigma(x) = \frac{6\ell}{bh^2}(1 - X/\ell)P, \tag{8}$$

где x - текущая координата; b, h - ширина и толщина плеч магнитного моста; ℓ - координата точки приложения усилия Р.

Для оценки ΔZ_P и ΔZ_C используется среднее значение $\sigma_{ср}$:

$$\sigma_{ср} = \frac{\sigma(0) + \sigma(\ell_n)}{2} = \frac{3(2\ell - \ell_n)}{4bh^2}P = KP, \tag{9}$$

где $K = 3(2\ell - \ell_n)/4bh^2$; ℓ_n - длина плеч магнитного моста.

С учетом (6), (7), (9) выражение (4) принимает вид

$$\dot{\Phi}_и = \frac{(S_{\mu_c} + S_{\mu_p})KP}{2ZZ_и + 2Z^2 + (2Z_и + Z)(S_{\mu_c} + S_{\mu_p})KP} \dot{F}_в. \tag{10}$$

В случае, когда используются ферромагнитные магнитоупругие материалы, для которых $S_{\mu_c} = |S_{\mu_p}| = S_\mu$, выражение (10) принимает вид

$$\dot{\Phi}_и = \frac{S_\mu KP}{ZZ_и + Z^2}\dot{F}_В = \frac{S_\mu Kw_В}{ZZ_и + Z^2}\dot{I}_в P = K_Ф \dot{I}_в P, \tag{11}$$

где $K_Ф = \dfrac{S_\mu Kw_в}{ZZ_и + Z^2}$.

Очевидно, что при стабильном токе обмотки возбуждения ($\dot{I}_в$) зависимость между $\dot{\Phi}_и$ и P линейная.

Для обеспечения в участке $Z_И$ начального значения индукции B_0 необходимо приложить к преобразователю не связанное с измеряемым усилием постоянное усилие P_0 (например, за счет веса преобразователя или закрепленной на преобразователе массы m). В этом случае выражение (11) принимает вид

$$\dot{\Phi}_и = K_\Phi \dot{I}_в P_0 + K_\Phi \dot{I}_в P = K_\Phi \dot{I}_в (P_0 + P). \qquad (12)$$

Для ряда материалов $S_{\mu_c} \neq \left|S_{\mu_p}\right|$, в результате чего зависимость $\dot{\Phi}_и$ от P будет нелинейной. Определим условие, при котором эта зависимость будет линейной. Предположим, что при P=0 магнитные сопротивления плеч $Z_1=Z_3=Z_{10}$, а $Z_2=Z_4=Z_{20}$, причем $Z_{10}\neq Z_{20}$. Под действием усилия P эти сопротивления будут изменяться согласно выражениям

$$Z_1=Z_3=Z_{10}-\Delta Z_1, \qquad (13)$$

$$Z_2=Z_4=Z_{20}+\Delta Z_2. \qquad (14)$$

С учетом (13) и (14) выражение (1) принимает вид

$$\dot{\Phi}_и = \frac{(Z_{20} - Z_{10}) + (\Delta Z_1 + \Delta Z_2)}{Z_и(Z_{20} + Z_{10}) + 2Z_{20}Z_{10} + (Z_и + 2Z_{10})\Delta Z_2 - (Z_и + 2Z_{20})\Delta Z_1} \dot{F}_в. \qquad (15)$$

Из (15) следует, что для линеаризации зависимости $\dot{\Phi}_И$ от P необходимо обеспечить следующее условие:

$$(Z_и + 2Z_{10})\Delta Z_2 - (Z_и + 2Z_{20})\Delta Z_1 = 0. \qquad (16)$$

С учетом (6), (7) и (9) получим

$$\Delta Z_1 = Z_{10} S_{\mu_p} \sigma_P = Z_{10} S\mu_p \frac{3(2\ell - \ell_n)}{4bh_p^2} P = K_1 S_{\mu_p} P, \qquad (17)$$

$$\Delta Z_2 = Z_{20} S_{\mu_c} \sigma_C = Z_{20} S\mu_c \frac{3(2\ell - \ell_n)}{4bh_c^2} P = K_2 S_{\mu_c} P, \qquad (18)$$

где $K_1 = 3(2\ell - \ell_n)/4bh_p^2$; $K_2 = 3(2\ell - \ell_n)/4bh_c^2$; h_p и h_c - высота плеч с магнитными сопротивлениями Z_1, Z_3 и Z_2, Z_4 соответственно.

Из (16) с учетом (17) и (18) зависимость между h_p и h_c определится выражением

$$h_c = \sqrt{\frac{(Z_и + 2Z_{10})Z_{20}S_{\mu_c}}{(Z_и + 2Z_{20})Z_{10}S_{\mu_p}}} h_p. \qquad (19)$$

При условии (19) из (15) получим

$$\dot{\Phi}_и = \frac{(Z_{20} - Z_{10}) + (\Delta Z_1 + \Delta Z_2)}{Z_и(Z_{20} + Z_{10}) + 2Z_{20}Z_{10}} \dot{F}_в = K_3 \dot{I}_в + K_4 \dot{I}_в P, \qquad (20)$$

где $K_3 = \dfrac{Z_{20} - Z_{10}}{Z_и(Z_{20} + Z_{10}) + 2Z_{20}Z_{10}} w_в$, $K_4 = \dfrac{(K_1 S_{\mu_P} + K_2 S_{\mu_C})}{Z_и(Z_{20} + Z_{10}) + 2Z_{20}Z_{10}} w_в$.

Выражение (20) показывает, что при P=0 через $Z_И$ протекает магнитный поток $\dot{\Phi}_{и0} = K_3 \dot{I}_в$. При заданном токе $\dot{I}_в$ выбором K_3 обеспечивается требуемое начальное значение индукции B_0.

Выходная ЭДС преобразователя при холостом ходе определяется по известному выражению (1):

$$E_и = -j\omega w_и \Phi_и e^{j\varphi_Ф}, \quad (21)$$

где $\Phi_И$ - модуль вектора потока $\dot{\Phi}_и$; $\varphi_Ф$ - фаза $\dot{\Phi}_и$; ω - частота; $w_И$ - число витков измерительной обмотки.

Для обеспечения унифицированного выходного напряжения (постоянное напряжение 0...10 *В*) на выходе преобразователя подключают усилитель, амплитудный детектор и усилитель, компенсирующий начальный выходной сигнал. С помощью усилителя и амплитудного детектора получают линейно изменяющееся от усилия P постоянное напряжение, а с помощью компенсирующего усилителя устанавливают на выходе нулевое напряжение при нулевом значении измеряемого усилия. Как следует из (16) и (17), при одном и том же усилии увеличением ℓ можно повысить чувствительность преобразователя.

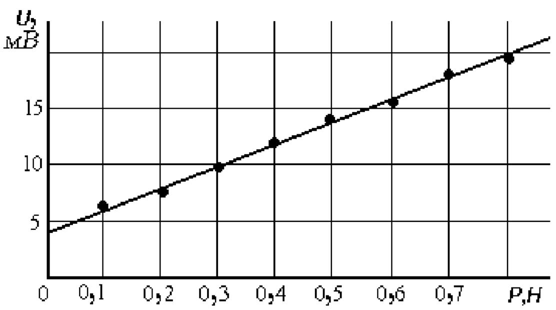


Рис. 5

Консольная конструкция и высокая чувствительность дают возможность использовать МУП для измерения малых усилий и расширить функциональные возможности, т.е. использовать МУП для измерения линейных перемещений, ускорения, плотности и уровня жидких сред, веса и т.п.

Для экспериментальной проверки теоретических выводов изготовлен и исследован МУП с магнитопроводом из материала К50Ф2 с габаритами: $\ell_п$=20 *мм*, b=8 *мм*, h=0,8 *мм*, ℓ=50 *мм*, $w_В$=100, $w_и$=100.

Зависимость $U_И$ от P, полученная экспериментальным путем (рис.5), подтверждает справедливость теоретических выводов. МУП работает в области малых усилий и обеспечивает линейную характеристику.

Таким образом, проведенное исследование позволяет сделать вывод о том, что применение в МУП магнитопровода в виде магнитного моста консольной конструкции является эффективным методом повышения чувствительности линеаризации характеристики, расширения функциональных возможностей и областей применения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Мамиконян Б.М.** Измерительные магнитные мосты. - Ереван: Айастан,1985. - 134 с.
2. **Левшина Е.С., Новицкий П.В.** Электрические измерения физических величин, измерительные преобразователи.- Л.: Энергоатомиздат, 1983.-320 с.
3. **Шишкинский В.И.** Магнитоанизотропные монолитные силоизмерители. - М.: Машиностроение, 1981. - 90 с.
4. **Манукян С.А., Гамбарян А.А.** Магнитоупругий преобразователь усилий: А.с. СССР. - №1080036. - БИ. - 1984. - №10. - 3 с.
5. **Манукян С.А., Гамбарян А.А.** Магнитоупругий преобразователь усилий. Патент РФ №1080036, 1993. - 3 с.

ГИУА 25.05.1999

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 621.313.33.01 **ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**

Р.М. АВАГЯН

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ МЕТОДОМ КУСОЧНОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

Մասնատումով գծայնացման մեթոդի պոտենցիալ հնարավորությունների լիարժեք օգտագործման նպատակով [1] առաջարկվում է վերջինիս կատարելագործված տարբերակը:

С целью более полного использования потенциальных возможностей метода расчета переходных процессов в АД [1] предлагается его усовершенствованный вариант.

Ил.1. Библиогр.: 2 назв.

To use more completely the potential opportunities of the asynchronous generator transient process calculation method [1], its improved version is proposed.

Iℓℓ.1. Ref. 2.

Предложенный в [1] метод исследования переходных процессов асинхронного двигателя (АД) позволяет получать решение дифференциальных уравнений в численно-аналитической форме при произвольном законе изменения подведенных к обмотке статора напряжения и момента сопротивления нагрузки. Однако при практическом изменении метода возникают трудности, связанные с тем, что при переходе с одного закона изменения управляющих переменных к другому приходится заново проделывать громоздкие аналитические преобразования. При этом меняются порядок и структура коэффициентов дробно-рациональной функции, представляющей операторные изображения переменных состояния.

Для устранения вышеприведенных недостатков и более полного использования потенциальных возможностей метода приводится его усовершенствованный вариант, позволяющий выделить в алгоритме не зависящее от формы управляющих воздействий ядро и построить стандартным образом вектор решения при произвольных законах изменения последних. Одновременно переходом к новым переменным состояния снижаются порядки многочленов в числителе и знаменателе дробно-рациональной функции и упрощаются вычисления. Система уравнений, описывающая динамические процессы в АД в относительных единицах, имеет вид [2]:

$$\begin{cases} \psi'_d = -A_1\psi_d + \omega_c\psi_q + A_2\psi_D + U_d, \\ \psi'_q = -\omega_c\psi_d - A_1\psi_q + A_2\psi_Q + U_q, \\ \psi'_D = A_3\psi_d - A_4\psi_D + (\omega_c - \omega_R)\psi_Q, \\ \psi'_Q = A_3\psi_q - (\omega_c - \omega_R)\psi_D - A_4\psi_Q, \\ \omega'_R = A_5(\psi_q\psi_D - \psi_d\psi_Q) - A_6 M, \end{cases} \tag{1}$$

где $(')$ над переменной означает дифференцирование по относительному времени а; $\psi_d, \psi_q, \psi_D, \psi_Q$ - составляющие потокосцеплений статора и ротора по осям d, q; U_d, U_q - составляющие приложенного к обмотке статора напряжения по осям d, q; ω_c - круговая частота напряжения, приложенного к обмотке статора; ω_R - частота вращения ротора АД; M - момент сопротивления нагрузки.

Коэффициенты $A_1,...,A_6$ зависят от электромагнитных и механических параметров АД и определяются в виде

$$\begin{aligned} &A_1 = r_S x_R / (x_S x_R - x_{SR}^2), && A_2 = r_S x_{SR} / (x_S x_R - x_{SR}^2), \\ &A_3 = r_R x_{SR} / (x_S x_R - x_{SR}^2), && A_4 = r_S x_S / (x_S x_R - x_{SR}^2), \\ &A_5 = H^{-1} x_{SR} / (x_S x_R - x_{SR}^2), && A_6 = H^{-1}, \end{aligned} \tag{2}$$

где r_S, r_R - активные сопротивления обмоток статора и ротора АД соответственно; x_S, x_R, x_{SR} - индуктивные сопротивления обмоток статора, ротора и намагничивания соответственно.

В общем случае индуктивные сопротивления и активное сопротивление ротора АД зависят от токов обмоток статора, ротора и частоты вращения ротора:

$$\begin{aligned} &x_{SR} = x_{SR}(I_S, I_R), \quad x_S = x_S(I_S, I_R), \\ &x_R = x_R(I_S, I_R, \omega_R), \; r_R = r_R(I_R, \omega_R), \end{aligned} \tag{3}$$

где I_S, I_R - модули токов обмоток статора и ротора:

$$I_S = \sqrt{I_d^2 + I_q^2}, \quad I_R = \sqrt{I_D^2 + I_Q^2}, \tag{4}$$

а токи определяются через потокосцепления по формулам

$$\begin{aligned}
I_d &= [x_R / (x_S x_R - x_{SR}^2)]\psi_d - [x_{SR} / (x_S x_R - x_{SR}^2)]\psi_D, \\
I_q &= [x_R / (x_S x_R - x_{SR}^2)]\psi_q - [x_{SR} / (x_S x_R - x_{SR}^2)]\psi_Q, \\
I_D &= [x_S / (x_S x_R - x_{SR}^2)]\psi_D - [x_{SR} / (x_S x_R - x_{SR}^2)]\psi_d, \\
I_Q &= [x_S / (x_S x_R - x_{SR}^2)]\psi_Q - [x_{SR} / (x_S x_R - x_{SR}^2)]\psi_q.
\end{aligned} \qquad (5)$$

Инерционная постоянная определяется по формуле

$$H = I\omega_\delta^3 / P_0 P_\delta,$$

где I - сумма моментов инерции ротора АД и приведенного момента инерции механизма спаренного с ротором двигателя; ω_δ, P_δ - соответственно базисная круговая частота и базисная мощность; P_0 - число пар полюсов АД.

Так как момент сопротивления нагрузки в общем случае является функцией частоты вращения ротора и времени, поэтому представим его в виде суммы составляющих, зависящих, с одной стороны, от частоты вращения, а с другой – от времени:

$$M = M_1(\omega_R) + M_2(t).$$

Формулы (1)- (5) представляют собой замкнутую систему уравнений, решение которой при известных управляющих переменных U_d, U_q, ω_c и возмущающей переменной M с заданными начальными условиями полностью описано на некотором отрезке времени $[t_0, T]$.

Предположим, что начальные условия заданы в виде

$$t = t_0,\ \psi_d(t_0) = \psi_d^0,\ \ \psi_q(t_0) = \psi_q^0,$$

$$\psi_D(t_0) = \psi_D^0,\ \ \psi_Q(t_0) = \psi_Q^0,\ \ \omega_R(t_0) = \omega_R^0$$

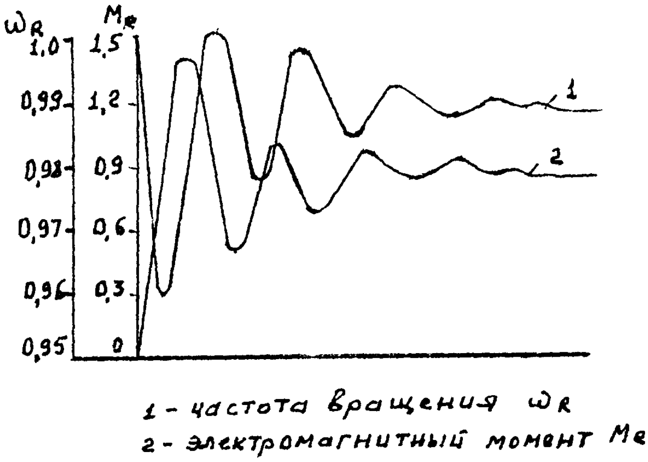
и определяются в результате расчета предшествующего процесса (переходного или установившегося).

Для построения вектора решения системы (1), следуя [1], разобьем отрезок интегрирования $[t_0, T]$ точками $t_0, t_1, ..., t_i, ..., t_n = T$ на n частей (в общем случае неравных между собой) и на произвольном отрезке $[t_i, t_{i+1}]$ проведем линеаризацию системы (1).

Для большинства встречающихся на практике законов изменения управляющих переменных $Y_n(\tau)$ интегралы без труда вычисляются в аналитическом виде. Однако, имея в виду малость шага интегрирования, интегралы эффективнее вычислять кусочно-постоянной, кусочно-линейной или кусочно-параболической аппроксимацией функции $Y_n(\tau)$ на каждом шаге интегрирования. Обычно, если необходимая точность при численном обращении преобразования Лапласа обеспечивается удерживанием членов до третьего или четвертого порядка, то кусочно-постоянная или кусочно-линейная аппроксимация $Y_n(\tau)$ дает достаточно высокую точность при вычислении.

Для оценки точности и численной устойчивости метода были проведены расчеты некоторых переходных процессов короткозамкнутых АД из серии 4А. В качестве тестовых были применены переходные процессы пуска (без момента нагрузки на валу и с моментом нагрузки, изменяющейся по квадратичному закону), наброса момента нагрузки на двигатель, работающий в режиме идеального холостого хода, и частичного сброса момента нагрузки.

Построены кривые токов, частоты вращения и электромагнитного момента (рис.).



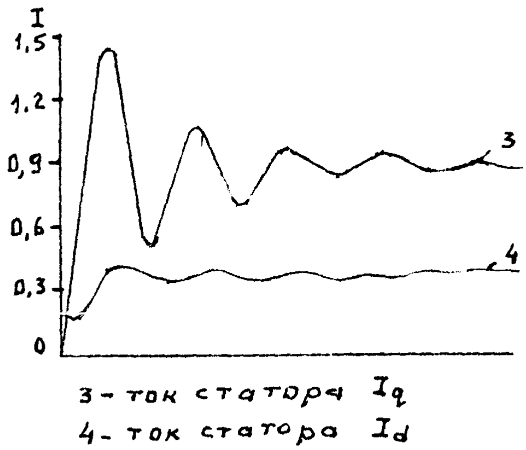


Рис. Кривые токов, частоты вращения и электромагнитного момента нагрузки на двигатель мощностью 75 *кВт*, работающий в режиме идеального холостого хода

ЛИТЕРАТУРА

1. **Арешян Г.Л.** Новый метод исследования переходных процессов в АД // Изв.НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1998. - Т.51, №.3. - С. 314 -322.
2. **Арешян Г.Л.** Обратное преобразование Лапласа для рациональных алгебраических функций с разложением оригинала по степеням. - Деп. в АрмНИИНТИ, № 27- АР 92 от 11.11.1992.

ГИУА 23.09.1999

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

ՀՏԴ 621.396.671 ԷԼԵԿՏՐԱՏԵԽՆԻԿԱ

Մ.Ա. ԱՐԱՄՅԱՆ, Վ.Ս. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Գ.Կ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԴԻՍՊԵՐՍ ՖԱԶԻ ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ԷՆԵՐԳԻԱՆ ՈՐՊԵՍ ԱՅԴ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱ

Հետազոտվում են անհամասեռ համակարգեր, որոնց դիսպերս ֆազի պարամետրը փոփոխական մեծություն է: Առաջարկված մեթոդը թույլ է տալիս ներառումների բևեռացման էներգիան ներկայացնել որպես ֆունկցիա իր իսկ պարամետրից, որը հնարավորություն կտա հաշվել այդ համակարգերի միջինացված պարամետրերը:

Исследуются неоднородные системы, параметр дисперсной фазы которых является переменной величиной. Предложенный метод дает возможность представить энергию поляризации включений как функцию от своего же параметра, что позволит вычислить усредненные параметры этих систем.
Библиогр.: 9 назв.

Inhomogeneous systems are studied, their dispersion phase parameter being a variable. The proposed method enables to present the polarity energy inclusions as a function of its own parameter which allows to calculate the averaging parameters of these systems.
Ref. 9.

Դիսպերս համակարգերը լայն կիրառություն ունեն գիտության և տեխնիկայի բոլոր բնագավառներում: Այդ պատճառով նման համակարգերի էլեկտրական, մագնիսական, ջերմային և այլ հատկությունների հետազոտությամբ զբաղվում են ավելի քան հարյուր տարի: Այդ հետազոտությունները վերջին հաշվով հանգեցնում են անհամասեռ համակարգերում դաշտերի հաշվարկի և այդ համակարգերի միջինացված պարամետրերի որոշմանը: Չնայած բազմաթիվ հետազոտությունների առկայությանը (տես. մենագրությունները և ակնարկային հոդվածները [1-2]), անհամասեռ համակարգերի տարատեսակությունը և բարդ կառուցվածքը թույլ չեն տվել ստանալ վերը նշված խնդիրների ընդհանուր և ճշգրիտ լուծումները: Այդ պատճառով անհամասեռ համակարգերը փոխարինվել են մոդելներով, որոնք մոտավոր ձևով նկարագրում են իրական համակարգերում ընթացող գործընթացները: Ընդ որում, առաջարկված մոտավոր լուծումները կիրառելի են միայն տվյալ անհամասեռ համակարգի համար: Ելնելով հարցի կարևորությունից՝ այդ հետազոտությունները շարունակվում են մինչև այժմ [3-6]:

Հետազոտվել են անհամասեռ համակարգեր, որոնց ներառումների պարամետրերը փոփոխական մեծություններ են: Ստացված ելքային արդյունքները կիրառելի են ցանկացած երկրաչափական ձև ունեցող ներառումներով անհամասեռ համակարգերի համար:

Հետազոտությունները կատարվել են դիէլեկտրիկ-դիէլեկտրիկ համա-կարգում՝ արտաքին էլեկտրաստատիկ դաշտի առկայությամբ,իսկ ստացված արդյունքները հայտնի մեթոդներով կարող են օգտագործվել մագնիսական, ջերմային և այլ դաշտերում ուսումնասիրվող համակարգերի համար: Հետազոտվող համակարգը ենթադրվում է իզոտրոպ, իսկ էլեկտրական շեղման վեկտորի և էլեկտրական դաշտի լարվածության միջև կապը՝ գծային: Դիտարկվել են անհամասեռ համակարգեր, որոնցում տեղի ունի $\chi\ell >> 1$ պայմանը (χ^{-1}-ը կրկնակի էլեկտրական շերտի հաստությունն է, ℓ-ը ներառումների գծային չափը)* :

Ենթադրենք ունենք $\varepsilon_1 = 1$ հարաբերական դիէլեկտրիկական թափանցելիությամբ (ԴԹ) համասեռ միջավայր, որում հաստատված է $\vec{E}_0$ լարվածությամբ արտաքին էլեկտրաստատիկ դաշտ: Մտցնելով այդ միջավայրի մեջ v_{2k} ծավալով և ε_2 ԴԹ n_0 քանակով ներառումներ, ստանում ենք իրական անհամասեռ համակարգ:

Լորենցի միջինացման սահմանման հիման վրա առաջարկված է անհամասեռ համակարգի համարժեք մոդելը, որում միջինացման անվերջ փոքր v_0 ծավալը փոխարինված է $\varepsilon_{\text{խ}}$ միջինացված ԴԹ համասեռ միջավայրով [3-8]:

Դիտարկենք ավելի ընդհանուր դեպք, երբ վերը նշված դիսպերսային միջավայր մտցվող n_0 ներառումների ԴԹ-ը փոփոխական մեծություն է: Հաշվենք այդ մարմինների բևեռացման էներգիան որպես ֆունկցիա ներառումների պարամետրից: Դրա համար նախ հաշվենք լրիվ դաշտի էներգիան մինչ ներառումներ մտցնելը: Օգտագործելով վեկտորական անալիզի թեորեմներից մեկը (Գրինի թեորեմը)՝ լրիվ դաշտի էներգիայի համար կստանանք.

$$W_0 = 1/2\int \vec{E}_0\vec{D}_0 dv = 1/2\int \rho_0\varphi_0 dv, \qquad (1)$$

որտեղ φ_0-ն արտաքին դաշտով պայմանավորված պոտենցիալն է; ρ_0-ն ազատ լիցքերի ծավալային խտությունն է; $\vec{D}_0 = \varepsilon_0\vec{E}_0$:

Այժմ դիսպերսային միջավայրի v_0 ծավալի մեջ մտցնենք n_0 քանակով և v_{2k} ծավալով ներառումներ, որոնց ε ԴԹ-ն անվերջ փոքր

---

* Հետազոտությունները փոփոխական էլեկտրական դաշտերի, ինչպես նաև $\chi\ell << 1$ պայմանի դեպքում առանձին դիտարկման նյութ են:

$\delta\varepsilon = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0$ չափով տարբերվում է դիսպերսիոն միջավայրի ԴԹ-ից: Ներառումների բևեռացման հետևանքով դաշտի և միջավայրի պարամետրերը կկրեն անվերջ փոքր փոփոխություններ: Այժմ լրիվ դաշտի էներգիայի համար կստանանք.

$$W = 1/2\int(\rho_0 + \delta\rho_2)(\varphi_0 + \delta\varphi)dv, \qquad (2)$$

որտեղ $\delta\rho_2$-ը կապակցված լիցքերի խտության անվերջ փոքր փոփոխությունն է; $\delta\varphi$-ը տարածության ցանկացած կետում պոտենցիալի անվերջ փոքր փոփոխությունն է՝ պայմանավորված $\delta\rho_2$-ով:

Էներգիայի անվերջ փոքր փոփոխությունը՝ պայմանավորված բևեռացմամբ, (2)-ի և (1)-ի տարբերությունն է.

$$\delta W_2 = 1/2\int\rho_0\delta\varphi dv + 1/2\int\varphi_0\delta\rho_2 dv: \qquad (3)$$

Այս արտահայտությունն ստանալիս ենթաինտեգրալային արտահայտության $\delta\varphi\delta\rho_2$ անդամը անտեսվել է որպես երկրորդ կարգի անվերջ փոքր մեծություն: Այժմ (3)-ում $\delta\rho_2$ փոփոխությունը արտահայտենք դիսպերսային միջավայրի և ներառումների ԴԹ-ի միջոցով: Դրա համար օգտվենք դիպոլային մոմենտի ընդհանուր սահմանումից [7].

$$\vec{p}_2 = \int_{v_{2k}}\vec{r}\rho_{2k}dv = \int_{v_{2k}}\vec{P}_{2k}dv, \qquad (4)$$

որտեղ $\vec{P}_{2k}$-ն բևեռացման վեկտորն է; ρ_{2k}-ն՝ կապակցված լիցքերի միջին խտությունը:

Նկատենք, որ (4)-ը կախված չէ ներառման երկրաչափական ձևից, քանի որ այն $\int\rho_2 dv = 0$ և $\rho_2 = -\mathrm{div}\vec{P}_2$ առնչությունների հետևանքն է, իսկ այդ հավասարումները ճիշտ են ցանկացած ձևի պինդ դիէլեկտրիկական մարմինների համար:

Այսպիսով, ներառման ներսում $\delta\rho_{2k}$ փոփոխության ժամանակ կունե-նանք.

$$\vec{r}\delta\rho_{2k} = \delta\vec{P}_{2k} = \delta\varepsilon\vec{E}_{2k}, \qquad (5)$$

որտեղ $\vec{E}_{2k} = \vec{E}_0 + \delta\vec{E}$-ն դաշտի լարվածությունն է k-րդ ներառման ներսում:

Նկատի ունենալով, որ $\varphi_0 = -\vec{E}_0\vec{r} = -(\vec{E}_{2k} - \delta\vec{E})\vec{r}$, և հաշվի առնելով (5)-ը, էներգիայի (3) փոփոխության համար կստանանք.

$$\delta W_{2k} = -\frac{1}{2}\int_{v_{2k}}\vec{E}_0\vec{E}_{2k}\delta\varepsilon dv + \frac{1}{2}\int\rho_0\delta\varphi dv: \qquad (6)$$

$\vec{E}_0 = \vec{E}_{2k} - \delta\vec{E}$-ն (6)-ի մեջ տեղադրելով, կստանանք՝

$$\delta W_{2k} = -\frac{1}{2}\int_{v_{2k}}E_{2k}^2\delta\varepsilon dv + \frac{1}{2}\int_{v_{2k}}\vec{E}_{2k}\delta\varepsilon\delta\vec{E}dv + \frac{1}{2}\int\rho_0\delta\varphi dv: \qquad (7)$$

Այս հավասարման աջ մասի երկրորդ անդամը որպես երկրորդ կարգի անվերջ փոքր մեծություն, կարող ենք արհամարհել: Այդ դեպքում, ինտեգրելով (7)-ը ε_1-ից ε սահմաններում և տարածելով բոլոր v_{2k}-երի վրա, n_0 օտար մարմինների բևեռացման էներգիայի համար (զրոյական վիճակի դրության նկատմամբ՝ $\rho_0 = 0$) վերջնական տեսքով կստանանք.

$$W_2 = -\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n_0}\int_{v_{2k}}\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon} E_{2k}^2(\varepsilon)d\varepsilon dv : \qquad (8)$$

Եթե ներառումների ԴԹ-ն փոփոխական մեծություն է, ապա մոդելի v_0 ծավալով համասեռ մարմնի ԴԹ-ն ևս կլինի փոփոխական մեծություն: Վերը շարադրվածի համանմանությամբ կարող ենք ստանալ մոդելի համասեռ մարմնի բևեռացման էներգիայի արտահայտությունը և, հավասարեցնելով իրական համակարգի n_0 քանակով օտար մարմինների բևեռացման էներգիայի հետ՝ հետևյալ էներգետիկ հավասարությունը.

$$\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n_0}\int_{v_{2k}}\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon} E_{2k}^2(\varepsilon)d\varepsilon dv = \frac{1}{2}\int_{v_0}\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_{խ}} E^2(\varepsilon)\ d\varepsilon dv, \qquad (9)$$

որտեղ $\vec{E}$ -ն դաշտի լարվածությունն է մոդելի համասեռ մարմնի ներսում; $\varepsilon_{խ}$-ն ՝ խառնուրդի ԴԹ-ն:

Որպես օրինակ բերենք f_2 ցածր բաղադրությամբ, գնդաձև ներառումներով խառնուրդի դիէլեկտրիկական թափանցելիության հաշվարկը: Այս դեպքում ներառումները բևեռանում են արտաքին դաշտի ազդեցության տակ: Ռ‍ւստի ε ԴԹ ունեցող մասնիկի ներսում դաշտի լարվածությունը կախված չէ նրա k համարից.

$$\vec{E}_{2k} = \vec{E}_2 = 3\vec{E}_0/(\varepsilon + 2), \qquad (10)$$

որտեղ ε-ը փոփոխվում է ε=1-ից մինչև $\varepsilon = \varepsilon_2$ սահմաններում:

Մոդելում միջինացման v_0 տիրույթը քննարկվող դեպքում նույնպես գնդաձև է: Հետևաբար՝

$$\vec{E} = 3\vec{E}_0/(\varepsilon_c + 2), \qquad (11)$$

որտեղ միջինացված համասեռ տիրույթի $\varepsilon = \varepsilon_c$ ԴԹ-ը կփոփոխվի $\varepsilon_c = 1$ մինչև $\varepsilon_c = \varepsilon_{խ}$ տիրույթում:

Տեղադրելով (10)-ը և (11)-ը (9)-ի մեջ և ինտեգրելով, կստանանք

$$\varepsilon_{խ} = \frac{\varepsilon_2 + 2 + 2f_2(\varepsilon_2 - 1)}{\varepsilon_2 + 2 - f_2(\varepsilon_2 - 1)} \qquad (12)$$

Մաքսվելի-Լորենցի բանաձևը, որտեղ $f_2 = n_0 v_2 / v_0$:

Այսպիսով, ներառումների բևեռացման էներգիան ներկայացնելով որպես ֆունկցիա իր իսկ պարամետրից և ստանալով (9)-ը, հնարավոր է հաշվել $\varepsilon_{խ}$ - ն:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. **Нетушил А.В.** Модели электрических полей в гетерогенных средах нерегулярных структур // Электричество. - 1975. - № 10. - С.1-8.
2. **Дульнев Г.Н., Новиков В.В.** Процессы переноса в неоднородных средах . - М.: Энергоатомиздат. - 1991. - 248 с.
3. **Арамян М.А.** Уточнение в теории расчета диэлектрической проницаемости Максвелла-Вагнера // Изв.РАН. Коллоидный журнал. - 1992. - Т. 54, №5. - С.24-33.
4. **Арамян М.А.** К расчету полей в слоистых структурах и вычисление интегральных параметров // ИФЖ. - 1994.- Т. 67, № 1-2. - С. 132-140.
5. **Арамян М.А.** К моделям электрических полей в гетерогенных средах нерегулярных структур // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1995. - Т.48, № 3.- С.190-194.
6. **Арамян М.А.** Расчет потенциальных полей и средних параметров дисперсных систем регулярных структур с различными формами включений // Электричество. - 1997. - № 2. - С. 64-69.
7. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** Электродинамика сплошных сред. - М.: Гос. издат. техн.-теор. лит. - 1985. - 532 с.
8. **Тамм И.Е.** Основы теории электричества. - М.: Наука, 1989. - 504 с.
9. **Стрэттон Дж.А.** Теория электромагнетизма. - М.: Гос.изд.техн.-теор. лит.,1948. - 540 с.

ĐäÖĐ 02.03.1999

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 621.382.333 **ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**

Г.Е. АЙВАЗЯН

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ВНУТРЕННИХ НАПРЯЖЕНИЙ В СИСТЕМЕ ПЛЕНКА-ПОДЛОЖКА

Վերլուծված են թաղանթ-հարթակ համակարգում ներքին լարվածությունների որոշման համար Սթոունիի բանաձևերի կիրառման սահմանները:

Проанализированы пределы применимости формул Стоуни для расчета внутренних напряжений в системе пленка-подложка.

Ил.2. Библиогр.: 6 назв.

The analysis of Stowne’s formula applicability limits for the internal stress calculation in the film-substrate system has been made.

Iℓℓ.2. Ref. 6.

Исследованию напряженно-деформированного состояния систем пленка-подложка, широко применяемых в микроэлектронике, посвящено большое количество работ [1-5]. Во всех этих работах определение внутренних напряжений (ВН) осуществлялось механическим методом по величине деформации подложки с использованием формул Стоуни:

для напряжений в пленке:

$$\sigma_{ВН} = \frac{E}{3(1-\nu)r^2} \cdot \frac{h^2}{t} f ; \qquad (1)$$

для напряжений в подложке:

$$\sigma_{ВН} = \frac{2E}{(1-\nu)r^2} \left(x - \frac{2}{3}h \right) f , \qquad (2)$$

где E, ν -модуль Юнга и коэффициент Пуассона подложки; h, r - толщина и радиус подложки; t - толщина пленки; x - текущая координата, отсчитываемая от границы раздела системы; f - деформация подложки в результате нанесения пленки.

При выводе (1) и (2) в качестве одной из основных предпосылок, наряду с изотропностью напряжений и равенства модулей Юнга пленки и подложки, принималось, что деформация подложек вызывается действием изгибающего момента, который создается ВН в пленке. Такая предпосылка вряд ли безоговорочно приемлема, так как эпюра ВН в пленке является полностью уравновешенной и, следовательно, не может создавать изгибающего момента. Другое ограничение состоит в том, что по (1) можно определить только интегральную величину ВН в пленке. В связи с изложенным возникает вопрос о пределах применимости формул Стоуни для определения ВН в системе подложка-пленка.

Для получения более точных формул расчета ВН в системе пленка-подложка воспользуемся методом начальных напряжений [5]. Допустим, что на жестко закрепленной подложке формировалась пленка с начальными напряжениями (НН) $\sigma_{НН}$ (рис. 1а). После освобождения подложки происходит перераспределение $\sigma_{НН}$, что равносильно дополнительному приложению к системе пленка-подложка напряжений от осевых сил $\sigma_О$ и изгибающих моментов $\sigma_М$ (рис. 1б). Эти напряжения совместно с НН образуют уравновешенную конечную эпюру ВН (рис. 1в):

$$\sigma_{ВН} = \sigma_{НН} + \sigma_О + \sigma_М . \qquad (3)$$

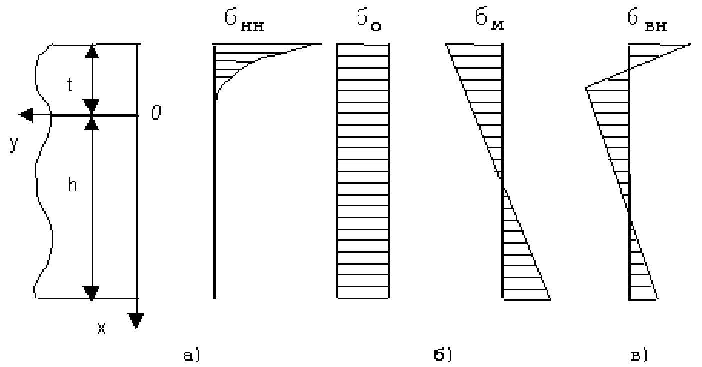


Рис.1. Графическое описание процесса образования ВН:
а) система пленка-подложка с НН в пленке; б) эпюры напряжений от осевых сил и моментов; в) конечная эпюра ВН

Напряжения σ_O и σ_M определяются из условий равновесия системы и подсчитываются по формулам [5]

$$\sigma_O = -\frac{1}{h}\int_0^t \sigma_{НН} dx\,, \tag{4}$$

$$\sigma_M = -\frac{12}{h^3}\left(\frac{h}{2} - X\right)\left(\frac{h}{2} - x\right)\int_0^t \sigma_{НН} dx\,, \tag{5}$$

где $X = \int_o^t \sigma_{НН} x dx \Big/ \int_0^t \sigma_{НН} dx$ - координата центра тяжести эпюр НН.

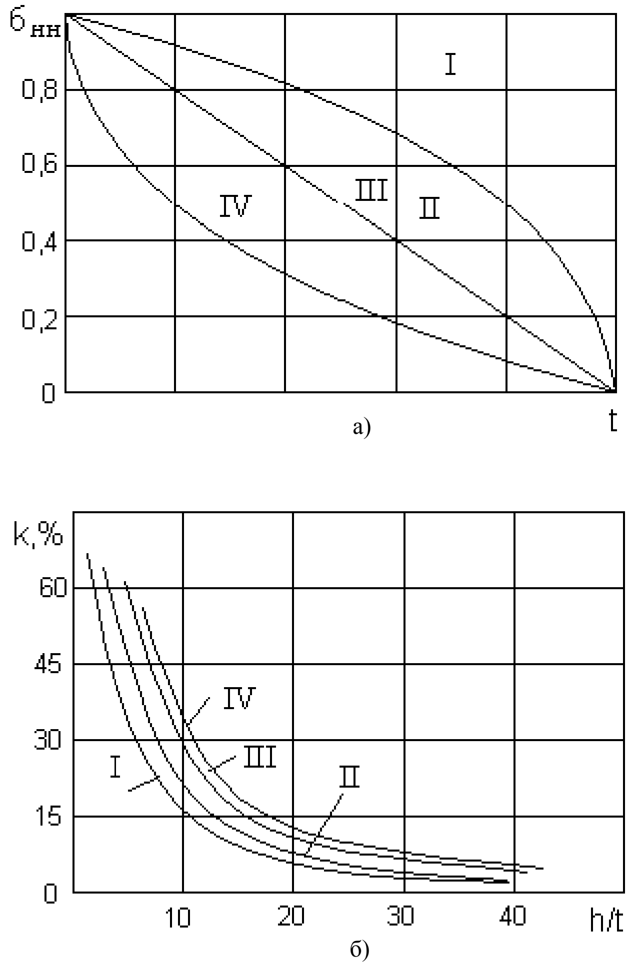


Рис.2. Определение относительной погрешности расчета:
а) эпюры НН в пленке (I-IY - номера эпюр); б) зависимость относительной погрешности расчета деформации системы пленка-подложка от отношения толщины подложки к толщине пленки

Деформацию подложки можно найти, воспользовавшись известной из теории упругости зависимостью

$$f = 6Mr^2(1-\nu)/Eh^3 .$$

Принимая во внимание, что изгибающий момент равен

$$M = \left(\frac{h}{2} - X\right)\int_{o}^{t} \sigma_{НН} dx ,$$

получаем

$$f = \frac{6r^2(1-\nu)}{Eh^3}\left(\frac{h}{2} - X\right)\int_{0}^{t} \sigma_{НН} dx . \qquad (6)$$

Из полученных зависимостей следует, что при строгом расчете ВН по величине деформации подложки промежуточным этапом является нахождение НН по (6). Затем, зная $\sigma_{НН}$, по (3)-(5) рассчитываются $\sigma_О$, $\sigma_М$ и $\sigma_{ВН}$.

Для определения пределов допустимости прямой замены НН внутренними, что фактически имеет место в формулах Стоуни, вычислим деформации системы пленка-подложка по двум вариантам: по заданным НН с помощью формулы (6) и отвечающим им ВН с помощью формул (3)- (5) и (1). Оценим относительную погрешность расчета К, которую дает второй вариант в сопоставлении с первым. С целью получения достаточно общих результатов расчет произведем для нескольких эпюр НН, имеющих различную форму (рис. 2а). Максимальные значения НН на заданных эпюрах условно приняты за единицу. Как следует из полученных зависимостей (рис. 2б), относительная погрешность расчета ВН по формулам Стоуни зависит от отношения толщины пленки t к толщине подложки h. Видно, что с увеличением h/t относительная погрешность расчета уменьшается и не превышает 5% при h/t>30. Существенное влияние оказывает также форма эпюры НН. Погрешность расчета увеличивается с уменьшением площади, занимаемой эпюрой НН.

Таким образом, когда требуется более точное определение ВН в системе пленка-подложка, расчет необходимо проводить через НН. В математическом аспекте эта задача представляет собой не что иное, как восстановление функции сигнала $\sigma_{НН}(x)$ по известной функции отклика f(x). Практическая реализация задачи требует измерения деформации f(x) при послойном удалении напряженных слоев системы пленка-подложка. Такой подход использован нами ранее для определения механических напряжений в диффузионных слоях кремниевых структур [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Singer P.** Film Stress and How to Measure it // Semiconductor International.- 1992.- № 10.- P. 54-58.
2. **Ayvazyan G.E.** Anisotropic Warpage of Wafers with Anodized Porous Silicon Layers // Phys. Stat. Sol. (a).- 1999. - V. 175.- P.7-8.
3. **Сергеев В.С., Кузнецов О.А.** и др. Напряжения и деформации в элементах микросхем.- М.: Радио и связь, 1994.- 88 с.
4. **Ullman J., Kellock A.J., Baglin J.E.** Reduction of Intrinsic Stress in Cubic Boron Nitride Films // Thin Solid Films.- 1999. - V.341.- P.238-245.

5. **Айвазян Г.Е., Скворцов А.М.** Осевая деформация структуры подложка-пленка // Электронная техника. - Сер. Микроэлектр. 1987.- Вып. 3.- С. 107-111.
6. **Айвазян Г.Е., Багдасарян А.Б., Варданян А.А.** Об определении остаточных напряжений в диффузионных слоях // Изв. АН Армении.- Сер. ТН.- 1993.-Т. 56, № 1.- С.34-37.

НПП "Транзистор" 02.05.1999

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1..

УДК 621.31 **ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**

Ю.М. ШАХНАЗАРЯН, Р.Г. ТУМАНЯН

ТРЕХФАЗНАЯ ЦЕПЬ В РЕЖИМЕ ИСТОЧНИКА ТОКА

Դիտարկվում է չեզոք R_H հաղորդալարով ոչ սիմետրիկ եռաֆազ շղթա: Ֆազերում միացված են R_A, X_B և X_C բեռներ: Վերջին երկուսը մեծությամբ հավասար են, իսկ բնույթով՝ տարբեր: Ցույց է տրված, որ $R_A >> R_H$ պայմանի դեպքում բեռում հոսանքը կախված չէ R_H –ի մեծությունից, այսինքն, ամբողջ եռաֆազ շղթան R_H բեռի համեմատ կարելի է ներկայացնել որպես հոսանքի աղբյուր:

Рассматривается несимметричная трехфазная цепь с нейтральным проводом, в котором находится полезная активная нагрузка R_H . В фазы включены нагрузки R_A, X_B и X_C, равные между собой по величине, но разные по характеру. Показывается, что при $R_A >> R_H$ ток в нагрузке R_H не зависит от значения R_H, т.е. всю трехфазную цепь по отношению к нагрузке R_H можно представить источником тока.

Ил. 3. Табл.3. Библиогр.: 3 назв.

A nonbalanced three-phase circuit containing active resistance R_H in a neutral line is considered. The phases A, B, C contain, respectively, R_A, X_B, X_C. The reactances of X_B and X_C are different, but their modules are equal. It is shown that the current R_H does not depend upon the magnitude of R_H in case when $R_A >> R_H$. The entire three- phase circuit, relative to the resistance R_H, can be represented as a source of current.

Iℓℓ 3. Tables 3. Ref. 3.

В последнее время в схемах автоматизированного электропривода с двигателями постоянного тока все чаще стали применяться источники питания в виде источников тока (ИТ) вместо общепринятых источников ЭДС. Этот вопрос подробно освещался в [1-3], где рассматривался индуктивно-емкостный ИТ, использующий конденсаторы, индуктивности и полупроводниковые вентили. При этом в якоре двигателя постоянного тока протекает неизменный и не зависящий от ЭДС ток, а электропривод приобретает новые свойства и характеристики.

В настоящей статье рассматриваются новые схемы трехфазного тока в отличие от схем, приведенных в [1 - 3], которые при определенных условиях приобретают свойства ИТ.

Рабочая активная нагрузка трехфазной цепи представлена резистором с сопротивлением R_H, включенным в нейтральный провод (рис.1). В фазу “A” включен резистор с сопротивлением R_A, величина которого взята большей по сравнению с сопротивлением R_H, $R_A >> R_H$. В две другие фазы включены катушка и конденсатор с равными по величине реактивными сопротивлениями $X = X_L = X_C$. Активными сопротивлениями этих элементов можно пренебречь.

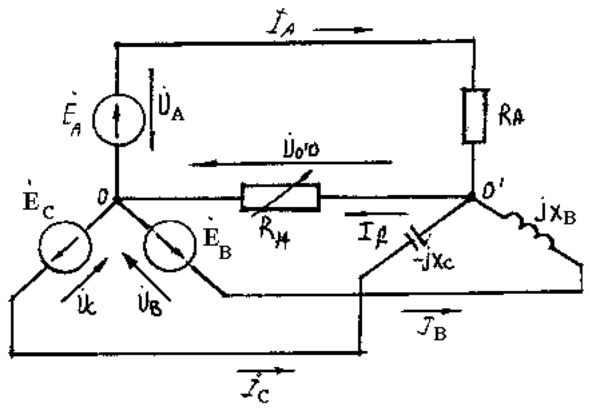


Рис. 1

Показано, что ток в нагрузке R_H при изменении величины R_H остается неизменным, а рассматриваемая трехфазная цепь может практически служить ИТ по отношению к нагрузке.

Используя метод эквивалентного генератора, заменим всю трехфазную цепь по отношению к зажимам нагрузки $O'O$ одним эквивалентным генератором. Найдем величины $\dot E_{ЭК}$ и внутреннего сопротивления $\underline{Z}_{ЭК}$ этого генератора:

$$\dot E_{ЭК} = \left(1 - \sqrt{3}\frac{R_A}{X}\right) U_A, \tag{1}$$

$$\underline{Z}_{ЭК} = R_A. \tag{2}$$

Напряжение на зажимах нагрузки R_H равно

$$U_{O'O} = \frac{R_H}{R_H + R_A}\left(1 - \sqrt{3}\frac{R_A}{X}\right) U_A = \frac{R_H}{R_H + R_A} E_{ЭК}. \tag{3}$$

Ток в нагрузке равен

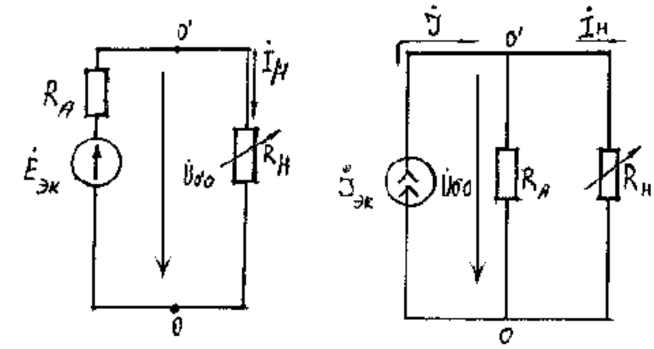
$$I_H = \frac{\left(1 - \sqrt{3}\frac{R_A}{X}\right) U_A}{R_H + R_A} = \frac{U_{O'O}}{R_H}. \tag{4}$$

Приведены эквивалентные схемы замещения трехфазной цепи в этом режиме (рис. 2а, б). Как видно, сопротивление резистора R_A больше по сравнению с сопротивлением нагрузки R_H, и изменение R_H в малом диапазоне незначительно влияет на величину тока в нагрузке (рис. 2а).

Величина тока ИТ и его внутреннее сопротивление (рис. 2б) равны

$$\dot{I}_{ЭК} = \left(\frac{1}{R_A} - \sqrt{3}\frac{1}{X} \right) U_A, \tag{5}$$

$$\underline{Z}_{ЭК} = R_A. \tag{6}$$



а) б)

Рис.2

Считая резистор R_H в нейтральном проводе в качестве рабочей нагрузки, КПД в этой цепи определится как

$$\eta = P_H \ / \ (P_H + P_A). \tag{7}$$

Однако расчет КПД по этой зависимости неполный, так как не учитываются потери мощности в катушке и конденсаторе. Следует указать, что в качестве нагрузки в нейтральный провод можно включить и реактивные нагрузки X_{LH} и X_{CH} вместе с R_H, и их изменение не повлияет на ток в нейтральном проводе.

При неполнофазном режиме работы трехфазной цепи (рис.1), т.е. при $R_A = \infty$, указанная схема принимает следующий вид (рис. 3):

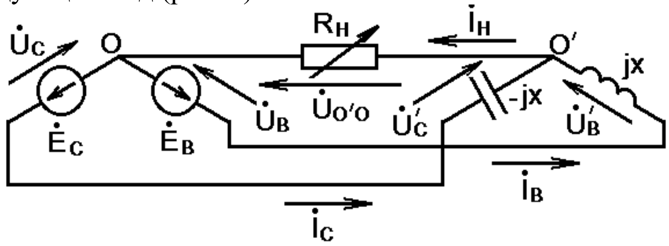


Рис. 3

Ток в нагрузке R_H (рис. 3) можно определить, если воспользоваться зависимостью (4) при $R_A = \infty$:

$$I_H = -U_Л / X = \text{const}. \tag{8}$$

Как видно, значение этого тока не зависит от величины сопротивления резистора R_H. Наглядную схему замещения трехфазной цепи (рис.1) при $R_H = \infty$ можно представить схемой рис. 2б. Напряжение на зажимах нагрузки будет равно

$$U_{O'O} = -R_H U_Л / X. \qquad (9)$$

Расчеты трехфазной цепи (рис.1) при значениях R_A = 500 *Ом*, 5000 *Ом* и $R_A = \infty$ с учетом изменения сопротивления нагрузки R_H в диапазоне $0 \le R_H \le 50$ *Ом* при $X = 50$ *Ом* и $U_A = U_B = U_C$=220 *В* приведены в табл. 1-2. Как видно, ток в нагрузке, помещенной в нейтральном проводе, практически остается неизменным. Абсолютная стабилизация этого тока будет при отсутствии фазы “А”. При определенных условиях ток в фазе “А” (рис. 1) также не зависит от значения сопротивления R_A этой фазы:

$$I_A = \frac{\left(1 - \sqrt{3}\frac{R_H}{X}\right)U_A}{R_H + R_A}. \qquad (10)$$

При $R_H >> R_A$ ток в R_A изменяется незначительно. Полная стабилизация тока I_A будет иметь место при отсутствии нейтрального провода ($R_H = \infty$):

$$I_A = \sqrt{3}\frac{1}{X}U_ф = U_Л / X = \mathrm{const}. \qquad (11)$$

Расчеты трехфазной цепи (рис.1) при $R_H = 5000$ *Ом* и $R_H = \infty$ в диапазоне $0 \le R_н \le 50$ *Ом* при $X = 50$ *Ом*, $U_ф = 220$ *В* приведены в табл. 3.

Стабилизация тока на отдельных ветвях трехфазной цепи может быть использована в системах автоматизированного электропривода, АСУ, в измерительной технике, в технике сварки и др.

Таблица 1

R_A, *Ом*	R_H, *Ом*	$\dot{U}_{O'O}$, *В*	$\dot{I}_H$, *А*	$\dot{I}_A$, *А*	$\dot{I}_B$, *А*	$\dot{I}_C$, *А*
	50	-325,5	-6,51	1,09	$-2,2\sqrt{3}$ - j4,31	$-2,2\sqrt{3}$ + j4,31
R_A =	30	-202,6	-6,75	0,85	$-2,2\sqrt{3}$ - j1,85	$-2,2\sqrt{3}$ + j1,85
= 500	20	-137,7	-6,88	0,72	$-2,2\sqrt{3}$ - j0,55	$-2,2\sqrt{3}$ + j0,55
Ом	10	-70,2	-7,02	0,58	$-2,2\sqrt{3}$ + j0,80	$-2,2\sqrt{3}$ - j0,80
	0	0	-7,16	0,44	$-2,2\sqrt{3}$ + j2,20	$-2,2\sqrt{3}$ - j2,20
	50	-374,6	-7,48	0,119	$-2,2\sqrt{3}$ - j5,29	$-2,2\sqrt{3}$ + j5,29
R_A =	30	-225,3	-7,51	0,089	$-2,2\sqrt{3}$ - j2,50	$-2,2\sqrt{3}$ + j2,50
= 5000	20	-150,5	-7,53	0,074	$-2,2\sqrt{3}$ - j0,81	$-2,2\sqrt{3}$ + j0,81
Ом	10	-75,4	-7,54	0,059	$-2,2\sqrt{3}$ + j0,69	$-2,2\sqrt{3}$ - j0,69
	0	0	-7,56	0,044	$-2,2\sqrt{3}$ + j2,20	$-2,2\sqrt{3}$ - j2,20

Таблица 2

R_A, *Ом*	R_H, *Ом*	$\dot{I}_{ЭК}$, *А*	$\dot{U}_{O'O}$, *В*	$\dot{I}_H$, *А*	$\dot{I}_A$, *А*	$\dot{I}_B$, *А*	$\dot{I}_C$, *А*
	50	-7,6	-380	-7,6	0	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j5,40	$-2{,}2\sqrt{3}$ + j5,40
$R_A = \infty$	30	-7,6	-228	-7,6	0	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j2,36	$-2{,}2\sqrt{3}$ + j2,36
	20	-7,6	-152	-7,6	0	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j0,84	$-2{,}2\sqrt{3}$ + j0,84
	10	-7,6	-76	-7,6	0	$-2{,}2\sqrt{3}$ + j0,68	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j0,68
	0	-7,6	0	-7,6	0	$-2{,}2\sqrt{3}$ + j2,20	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j2,20

Таблица 3

R_H, *Ом*	R_A, *Ом*	$\dot{U}_{O'O}$, *В*	$\dot{I}_H$, *А*	$\dot{I}_A$, *А*	$\dot{I}_B$, *А*	$\dot{I}_C$, *А*
	50	-158,4	-0,032	7,57	-2,2, $\sqrt{3}$ - j0,96	-2,2, $\sqrt{3}$ + j0,96
R_H =	30	-7,95	-0,0016	7,60	-2,2, $\sqrt{3}$ +j2,04	-2,2, $\sqrt{3}$ - j2,04
=5000	20	67,7	0,0135	7,61	-2,2, $\sqrt{3}$ + j3,56	-2,2, $\sqrt{3}$ - j3,56
Ом	10	143,7	0,029	7,63	-2,2, $\sqrt{3}$ + j5,08	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j5,08
	0	220	0,044	7,64	$-2{,}2\sqrt{3}$ + j6,60	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j6,60
	50	-160	0	7,6	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j1,0	$-2{,}2\sqrt{3}$ + j1,0
$R_H = \infty$	30	-8	0	7,6	$-2{,}2\sqrt{3}$ + j2,04	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j2,04
	20	68	0	7,6	$-2{,}2\sqrt{3}$ + j3,56	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j3,56
	10	143,7	0	7,6	$-2{,}2\sqrt{3}$ + j5,08	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j5,08
	0	220	0	7,6	$-2{,}2\sqrt{3}$ + j6,60	$-2{,}2\sqrt{3}$ - j6,60

ЛИТЕРАТУРА

1. **Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер А.С.** Теория автоматизированного электропривода. - М.: Энергия, 1979. - 615 с.
2. **Ильинский Н.Ф.** Электроприводы постоянного тока с управляемым моментом. - М.: Энергоиздат, 1981. - 144 с.
3. **Москаленко В.В.** Автоматизированный электропривод. - М.: Энергоатомиздат, 1986. - 415 с.

ПО “Айг” Министерства
обороны РА

25.09.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 621.314.632.4 **ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**

С.С. АРУТЮНЯН

ТИРИСТОРНЫЙ АГРЕГАТ ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПАССАЖИРСКОГО ТРАНСПОРТА

Կատարված է էլեկտրատրանսպորտի քարշի ագրեգատի թիրիստորային ուղղիչի ուսումնասիրություն կ.մ. ռեժիմում, որը հաստատում է վերջինիս կազմում ավելի ցածր լարման ուժային թիրիստորների օգտագործման հնարավորությունն ու հպման ցանցի սնումը բարելավված հարմոնիկ կազմով ուղղված լարումով:

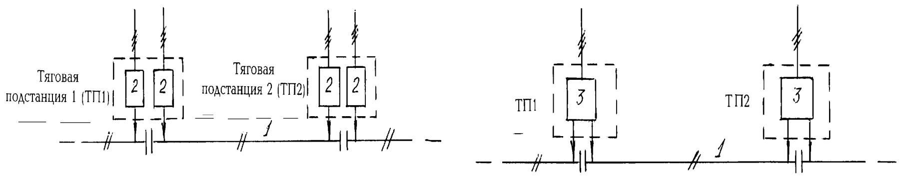
Проведено исследование тиристорного выпрямителя в составе тягового агрегата электрического транспорта в режиме к.з., подтверждающее возможность использования в нем силовых тиристоров на меньшие напряжения и питания контактной сети выпрямленным напряжением улучшенного гармонического состава.

Ил.4. Библиогр.: 2 назв.

A thyristor rectifier in traction unit of the electric transport is studied in short circuit conditions confirming the possibilities of power thyristor use in lesser voltages and supply contact network with rectified voltage of improved harmonic contents.

Iℓℓ 4. Ref.2.

В условиях эксплуатации городского и пригородного электрического транспорта для питания контактных сетей используется постоянный ток напряжением 600 *В*. Источниками электроэнергии служат тяговые преобразовательные агрегаты (схема Кюблера) [1, 2].



а) б)

Рис. 1. Двухстороннее питание одной секции контактной сети:
а) от двухагрегатных подстанций; б) от одноагрегатных подстанций;
1 - секция контактной сети; 2 - однофидерный агрегат; 3 - двухфидерный агрегат

С целью поддержания уровня напряжения при значительной протяженности контактных сетей применяется система децентрализованного электроснабжения, при которой тяговые агрегаты распределяются вдоль сети. Наиболее перспективными являются схемы двухстороннего питания секций контактной сети, однако до последнего времени для их обеспечения приходится ориентироваться на двухагрегатные тяговые подстанции (ТП) (рис.1а), т.к. более рациональные и экономичные двухфидерные агрегаты (рис.1б) промышленностью не изготовляются. Тяговый агрегат со схемой выпрямления Кюблера имеет два существенных недостатка: высокое обратное напряжение на вентиле (1260 *В*) и большую амплитуду пульсаций (5,6% U_d).

В ГИУА разработан тяговый тиристорный агрегат, предназначенный для работы в условиях децентрализованного электроснабжения. В нем использована комбинированная схема выпрямления, обеспечивающая высокое качество выпрямленного напряжения и возможность питания двух электрически независимых плеч (фидеров) тяговой сети. Комбинированный трехфазный 12-пульсный выпрямитель питается от трансформатора с тремя вторичными обмотками.

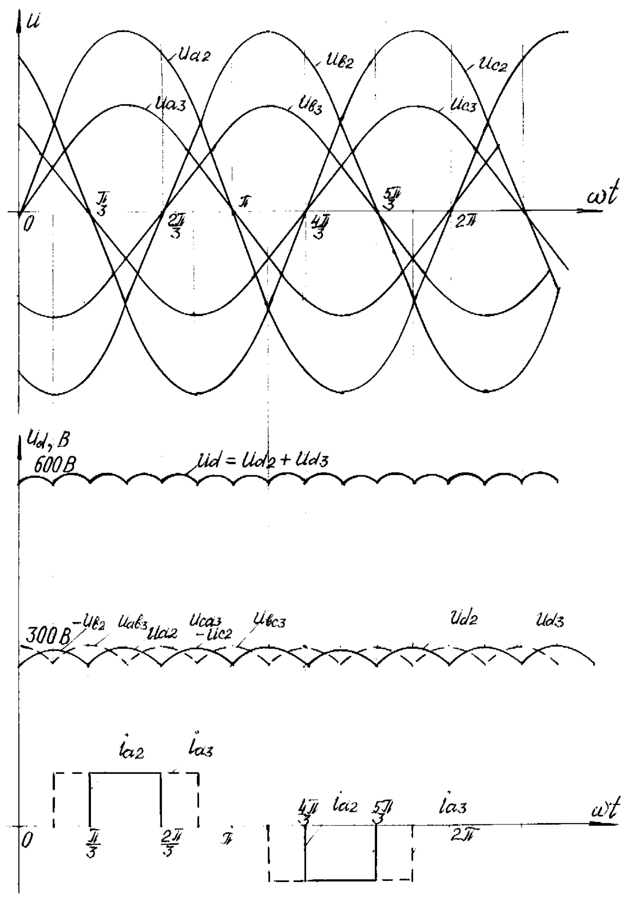


Рис.2. Диаграммы напряжений и токов трехфазного 12-пульсного комбинированного выпрямителя

Как видно из временных диаграмм напряжений и токов (рис.2), все три выпрямителя имеют на выходе равные (в среднем) выпрямленные напряжения u_{d2}, u_{d3} и u_{d4}, каждое из которых имеет 6 пульсаций. При этом напряжения u_{d2} и u_{d3}, u_{d2} и u_{d4} сдвинуты по фазе на $\pi/6$. Это обеспечивает удвоение амплитуды результирующего выпрямленного напряжения и числа пульсаций.

Основные соотношения рассматриваемого комбинированного выпрямителя:

1. Номинальное выпрямленное напряжение U_d - 600 *В*.

2. Номинальный выпрямленный ток I_d: агрегата в целом - 2000 *А*; каждого фидера - 1000 *А*.

3. Число пульсаций - 12.

4. Обратное напряжение на вентиле - 320 *В*.

5. Питающий трансформатор: мощность $S_{тр}$, *кВА;* напряжение первичное U_1 - 10 *кВ;* напряжение вторичное U_2 - 220 *В*; напряжение третичное U_3 - 127 *В*; напряжение четверичное U_4 - 127 *В*.

6. Защита агрегата от внешних к.з. - снятие с тиристоров коротких замыканий управляющих импульсов.

7. Токоограничение в аварийных режимах - реактор индуктивностью до 0,5 *мГн.*

Преимуществами этого выпрямителя являются: снижение обратного напряжения вентилей одного плеча, высокое качество выпрямленного напряжения, объединение в одном агрегате двух преобразовательных комплектов. Основными элементами силовой цепи преобразователя являются полупроводниковые силовые вентили (тиристоры и диоды). При этом решающими факторами, влияющими на выбор количества вентилей, являются максимальные обратные напряжения на них и токи, возникающие при близком внешнем к.з. агрегата.

В [1] приводится инженерный метод расчета. Более точные результаты получаются при расчете по классическому методу [2]. В настоящей работе рассматривается переходный процесс для исследуемого комбинированного выпрямителя (рис.3), в котором трехфазный мост имеет симметричное управление, а однофазные мосты с целью упрощения системы управления - несимметричные. Для более быстрой ликвидации аварийного тока в комбинированном выпрямителе может быть предусмотрена разрядная цепь с диодом VD1 и резистором R. Данный процесс рассматривается без учета разрядной цепи. При этом принимается, что к.з. возникло в наиболее неблагоприятный момент - сразу после окончания коммутации в трехфазном мостовом выпрямителе.

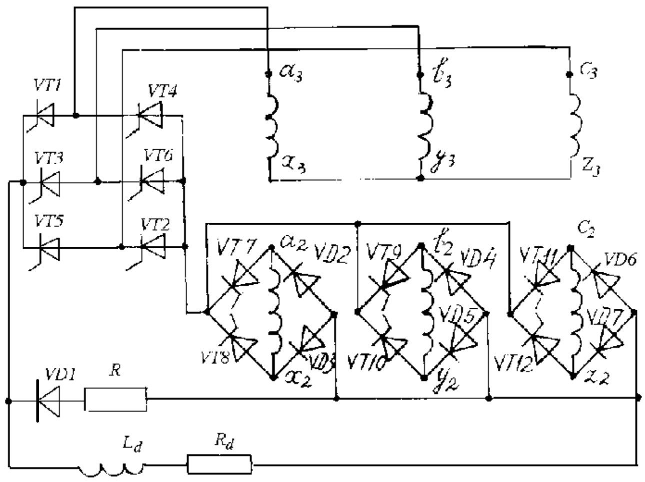


Рис. 3. Схема агрегата в режиме внезапного внешнего глухого к.з. при токоограничивающем реакторе (L_d, R_d) и разрядной цепи (R, VD1)

При расчетах приняты следующие допущения:

- все индуктивные и активные сопротивления схемы замещения линейны;
- активные сопротивления вентилей ничтожно малы и не учитываются.

Предполагается, что ток непосредственно в начале аварии протекал по цепи: VD18-обмотка c2 - VT17 и VT2-обмотки c3 и b3 - VT3 - L_d, R_d.

Процесс состоит из двух интервалов. Начальный ток второго интервала определяется конечным током первого интервала.

Фазные напряжения сети на входах трехфазного и однофазных мостов комбинированного выпрямителя заданы формулами:

$$u_{a3} = \sqrt{2}U_3 \sin(\omega t + 5\pi / 6), \quad u_{b3} = \sqrt{2}U_3 \sin(\omega t + \pi / 6),$$
$$u_{c3} = \sqrt{2}U_3 \sin(\omega t - \pi / 2), \quad u_{a2} = \sqrt{2}U_2 \sin(\omega t + 5\pi / 6),$$
$$u_{b2} = \sqrt{2}U_2 \sin(\omega t + \pi / 6), \quad u_{c2} = \sqrt{2}U_2 \sin(\omega t - \pi / 2),$$

причем $U_2 = \sqrt{3}U_3$.

При этом в отдельные плечи включены одиночные вентили (тиристоры и диоды).

Первый интервал (внекоммутационный). Ток замыкается по цепи: VD5-обмотка c2-VT12 и VT6- обмотки c3 и b3 - VT2 - $L_{d'}$, $R_{d'}$.

В этом интервале справедливо уравнение

$$u_{b3} - u_{c3} - u_{c2} = (L_d + 2L_{k3} + L_{k2})\frac{di_{d1}}{dt} + (R_d + 2R_{k3} + R_{k2})i_{d1}, \quad (1)$$

в котором индекс “2” относится ко вторичным обмоткам, индекс “3” - к третичным.

Приводя это уравнение к классическому виду и переходя к относительным единицам с помощью формулы $i_d^* = z_{k3}i_d / \sqrt{2}U_3$, а также принимая в качестве базовой третичную обмотку, получим

$$di_{d1}^* / d\omega t + \rho_{d1}i_{d1}^* = A_{d1}\sin(\omega t + 5\pi / 12), \quad (2)$$

где

$$\rho_{d1} = \frac{R_{d1} + 2R_{k3} + R_{k2}}{\omega L_d + 2\omega L_{k3} + \omega L_{k2}}, \quad A_{d1} = 1{,}67\sqrt{\frac{\rho_{k3}^2 + 1}{1 + \sigma_{d1}}},$$

$$\rho_{k3} = \frac{R_{k3}}{\omega L_{k3}}, \quad \sigma_{d1} = \frac{L_d + L_{k2}}{2L_{k3}}.$$

Решением (2) будет

$$i_{d1}^* = I_{Md1}^*\sin(\omega t + 5\pi / 12 + \varphi_{d1}) + I_{ed1}^* e^{-\rho_{k3}(\omega t - \psi_1)}, \quad (3)$$

где

$$\mathrm{tg}\varphi_{d1} = -1 / \rho_{d1}, \quad I_{Md1}^* = \frac{A_{d1}}{\sqrt{\rho_{d1}^2 + 1}} = 1{,}67\frac{\sqrt{\rho_{k3}^2 + 1}}{(1 + \sigma_{d1})\sqrt{\rho_{d1}^2 + 1}},$$

$I^*_{ed1} = I^*_{d1} - I^*_{Md1}\sin\left(\psi_1 + 5\pi/12 + \varphi_d\right)$, $I^*_{d1} = \dfrac{\omega L_{k3} I_{d1}}{\sqrt{2}U_3}\sqrt{\rho^2_{k3}+1}$ - начальное значение тока i^*_{d1} при $\omega t = \psi_1 \cong 15^\circ$.

Первый интервал заканчивается в момент, когда должна начаться коммутация в однофазном мостовом выпрямителе фазы с2, когда ток переходит с VD5 на VD6 (VT11 проводить ток не будет, т.к. с него снят управляющий импульс) и в дальнейшем проходит через VD6 и VD12, минуя обмотку с2.

Начало коммутации соответствует условию

$$-u_{c2} = L_{k2}\frac{di_{d1}}{dt} + R_{k2} i_{d1} \qquad (4)$$

или

$$\begin{aligned}\frac{di^*_{d1}}{d\omega t} + \rho_1 i^*_{d1} &= \sqrt{\rho^2_{d1}+1}\, I^*_{Md1}\sin(\omega t + 5\pi/12 + \varphi_{d1} + \varphi_1) + \\ &+ (\rho_1 - \rho_{d1}) I^*_{ed1} e^{-\rho_{d1}(\omega t - \psi_1)} + \rho_1 I^*_{od1},\end{aligned} \qquad (5)$$

где $\rho_1 = R_{k2}/\omega L_{k2}$, $tg\varphi_1 = 1/\rho_1$, $\sigma_1 = L_{k2}/L_{k3}$, $A_1 = U_2\sqrt{\rho^2_{k3}+1}/U_3\sigma_1 = \sqrt{3}\sqrt{\rho^2_{k3}+1}/\sigma_1$.

Угол ψ_2 определяется по (5) либо аналитически, либо путем построения кривых $A_1\cos\omega t = f_1(\omega t)$ и $(di^*_{d1}/d\omega t) + \rho_1 i^*_{d1} = f_2(\omega t)$ и нахождения точки их пересечения.

Второй интервал. **Ток замыкается по цепи: VD6, VT12 и VT6 -обмотки b3 и с3 - VT2 - L_d, R_d. В этом интервале справедливо уравнение**

$$u_{b3} - u_{c3} = (L_d + 2L_{k2})\frac{di_{d2}}{dt} + (R_d + 2R_{k3}) i_{d2}. \qquad (6)$$

После преобразований имеем

$$(di^*_{d2}/d\omega t) + \rho_{d2} i^*_{d2} = A_{d2}\sin\left(\omega t + \pi/3\right), \qquad (7)$$

причем

$$\rho_{d2} = R_d + 2R_{k3}/(\omega L_d + 2\omega L_{k3}), \sigma_{d2} = L_d/2L_{k3}, A_{d2} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{\rho^2_{k3}+1}}{2(1+\sigma_{d2})}.$$

Решением (7) является

$$i^*_{d2} = I^*_{Md2}\sin\left(\omega t + \pi/3 + \varphi_{d2}\right) + I^*_{ed2} e^{-\rho_{d2}(\omega t - \psi_2)}, \qquad (8)$$

в котором

$$I^*_{Md2} = \frac{A_{d2}}{\sqrt{\rho^2_{d2}+1}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{\rho^2_{k3}+1}}{2(1+\sigma_{d2})\sqrt{\rho^2_{d2}+1}},$$

$$I^*_{ed2} = I^*_{d2} - I^*_{Md2}\sin\left(\psi_2 + \frac{\pi}{3} + \varphi_{d2}\right),$$

I^*_{d2} - начальное значение тока i^*_{d2} при $\omega t = \psi_2$, определяемое по (3):

$$I^*_{d2} = I^*_{Md1}\sin(\psi_2 + 5\pi/12 + \varphi_{d1}) + I^*_{ed1} e^{-\rho_{d1}(\psi_2 - \psi_1)},$$

где $\operatorname{tg}\varphi_{d2} = -1/\rho_{d2}$.

В случае, когда на выходе выпрямителя отсутствует разрядная цепь (R, VD1) (рис.4), второй интервал заканчивается при $i_{d2}^{*} = 0$. Этим завершается второй интервал переходного процесса.

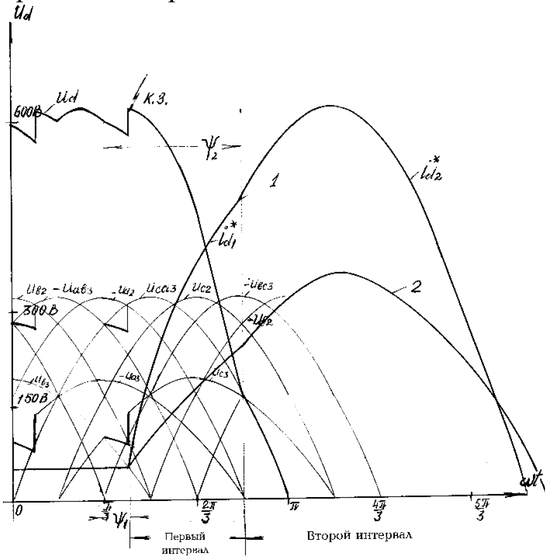


Рис. 4. Напряжения и токи к.з. выпрямителя без разрядной цепи (R , VD) при $L_d = 0$ (кривая 1) и $L_d = 0{,}2\cdot10^{-3}$ *Гн* (кривая 2)

На рис.4 приведены кривые напряжения и токов к.з. комбинированного тиристорного выпрямителя при отсутствии (кривая 1) и наличии реактора (L_d, R_d) (кривая 2). Кривые получены для следующих данных: $\omega = 314$; $L_{k2} = 0{,}6\cdot10^{-4}$ *Гн*; $R_{k2} = 0{,}46\cdot10^{-2}$ *Ом*; $L_{k3} = 0{,}5\cdot10^{-4}$ *Гн*; $R_{k3} = 0{,}38\cdot10^{-2}$ *Ом*; $R_d = 0{,}1\cdot10^{-2}$ *Ом*.

Результаты проведенного исследования динамических режимов выпрямителя позволяют сделать следующее заключение:

1. С помощью приведенных формул можно рассчитать аварийный режим к.з. агрегата и выбрать параметры его элементов.

2. Включение на выходе агрегата токоограничивающего реактора с небольшой индуктивностью ($L_d = 0{,}2\cdot10^{-3}$ *Гн*) позволяет ограничить запас у вентилей по току примерно двукратным значением, требуемым по условиям нормальной работы, и обеспечивает надежную защиту агрегата.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Энергетическая электроника**: Справочное пособие.- М.: Энергоатомиздат, 1987. – 464 с.
2. **Беркович Е.И. и др**. Полупроводниковые выпрямители.- М.: Энергия, 1978. –448с.

ГИУА 20.07.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 621.314.21 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

А.А. КИРАКОСЯН

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ РАСЧЕТ ВЕЛИЧИНЫ ПЛОТНОСТИ ТОКА ОБМОТКИ НИЗКОГО НАПРЯЖЕНИЯ ТРАНСФОРМАТОРОВ С ЕСТЕСТВЕННЫМ ВОЗДУШНЫМ ОХЛАЖДЕНИЕМ

Ջերմային հետադարձ կապի օգնությամբ որոշվում է բնական օդային հովացումով տրանսֆորմատորի ցածր լարման փաթույթի հոսանքի խտության մեծությունը կարճ միակցման $U_կ$ լարման, ձողի հատվածքին արտագծված շրջանագծի *d* տրամագծի ընտրությունից կախված: Հոդվածում օգտագործված է գնդային ծավալ հասկացությունը, որի օգնությամբ որոշվում է հարթ տրանսֆորմատորի մագնիսապարփակիչի անկյունային մասի պողպատի զանգվածը և մագնիսա-պարփակիչի զանգվածի նախնական արժեքը:

Дается понятие обратной тепловой связи, на основе чего определяется плотность тока в обмотке низкого напряжения трансформаторов с естественным воздушным охлаждением при значениях напряжения к.з. $U_к$, выбранного диаметра сечения стержня *d*, описываемого кругом, и класса изоляции. Использовано понятие объема шара, с помощью которого определяются масса угла магнитопровода трансформаторов и предварительное значение массы магнитопровода.

Библиогр.: 4 назв.

A concept of return thermal connection is given, and the current density in the low voltage winding of transformers with natural air cooling is defined at the short circuit voltage values U_s, the chosen diameter of the core section *d* described by a circle, as well as the class isolation. The ball volume concept is used, by means of which the angle weight of the transformer magnetic circuit and the preliminary weight value of the magnetic circuit are determined.

Ref. 4.

При проектировании трансформаторов с естественным воздушным охлаждением важное значение имеет правильный выбор величины плотности тока обмотки низкого напряжения (НН), т.к. она находится в менее благоприятных условиях (в смысле охлаждения), чем обмотки высокого напряжения (ВН). Исследование результатов теплового расчета трансформаторов с естественным воздушным охлаждением по [1] показало, что данная методика не дает возможность оптимизации при различных значениях $U_к$. Для принятого высокого класса изоляции при ограниченных ГОСТом потерях не реализуются все возможности данного класса изоляции и становится целесообразным переходить на изоляцию классом ниже, а при больших значениях $U_к$ для обеспечения допустимых перегревов потери берутся ниже допустимых, что приводит к перерасходу активных материалов. В связи с этим возникает необходимость создания обратной связи между допустимым перегревом и электромагнитными нагрузками. В данной работе формула максимального перегрева температуры обмотки НН над окружающим воздухом преобразована так, чтобы получить в окончательном виде зависимость средней плотности тока $\delta_{ср}$ от диаметра стержня магнитопровода d_c и допустимого максимального перегрева $\tau_{НН}$: $\delta_{ср} = f(\,d;\,\tau_{НН})$.

Перегрев обмотки НН определяем по [1]. Так как класс изоляции обеих обмоток трансформатора одинаковый, то принимаем, что максимальные значения перегревов обмоток НН и ВН равны $\tau_{ВН}=\tau_{НН}$ (°С), т. е. $\Delta\tau'_{НН2}=0$. Следовательно,

$$\tau_{НН} = \tau'_{НН} - \Delta\tau'_{НН1}. \tag{1}$$

Подставив значения $\tau'_{НН}$ и $\Delta\tau'_{НН1}$ в (1), получим

$$P_{ННК} = \left(O_{ннэ}/O_{мэ}\right)\times$$
$$\times \sqrt[0,8]{\left(\tau_{нн}\left(O_{нн}O_{мэ}\right)^{0,8} + 0,36\left(0,5O_1P_0\right)^{0,8}\right)/\left(0,36\left(\left(O_{нн}\right)^{0,8} + \left(0,5O_1\right)^{0,8}\right)\right)}, \tag{2}$$

где $O_{ННЭ}$ - эффективно охлаждаемая поверхность обмотки НН, определяемая по [1]:

$$O_{ННЭ} = \alpha_{НН}O_{НН}; \tag{3}$$

P_0 - потери холостого хода; $P_{ННК}$ - потери к.з. обмотки НН, определяемые по [2]:

$$P_{ННК} = \rho\delta_{НН}K_{A}\sigma_{НН}\cdot 10^3/\gamma_0; \tag{4}$$

$O_{МЭ}$ - эффективно охлаждаемая поверхность магнитопровода, *м*^{2}; O_1 - внешняя поверхность обмотки НН.

Подставив значение $G_{НН}$ в [2] и обозначив

$K_1 = 2a_{01} + 11K_d\sqrt[4]{S/c}$, $K_2 = \rho K_{кр}S10^6/1{,}11fB_cK_c$, получим

$$P_{ннк} = \delta_{нн}K_2\left(d + K_1/d^2\right). \tag{5}$$

Совместное решение (5) и (4) дает

$$\delta_{нн} = P_{ннк}\,d^2/\left(K_2\left(d + K_1\right)\right). \tag{6}$$

Подставив значения из [1] в (3) и обозначив

$K_3=cn_{НН}a_{СНН}n_{СНН}$, $K_4=2a_{01}+a_{12}+22K_d\sqrt[4]{S/c}$, $K_5=a_{01}/2+a_{КНН}+a_{КННЦ}$,

получим

$$O_{ннэ} = \left(\pi\left(d + K_4\right)/K_ud^4\right)^{3/4}\left(4\pi c\left(d + K_1\right) - K_3\right)\times$$
$$\times\left(0{,}21\sqrt[4]{\left(d\left(1 - \sqrt{K_{КР}}\right) + 4K_5\right)^{1.6}}\right)10^{-6}. \tag{7}$$

Потери холостого хода равны

$$P_0=K_{ПЯ}K_{ПП}K_{ПШ}[K_{ПР}K_{ПЗ}K_{ПО}(p_CG_C+p_ЯG_Я+p_{CP}(6G_{УГЛ}K_{ПУГЛ})+$$
$$+\sum p_Зn_ЗП_З], \tag{8}$$

где $K_П$ - дополнительные потери (см. [3]); p_c и $p_я$- удельные потери стали в стержне и ярмах, $p_c=p_я=K_{p1} - \sqrt{K_{p2} - \left(K_{p3} + B_c\right)^2}$; K_{p1}, K_{p2} и K_{p3} зависят от марки стали; $p_З$ - удельные потери в стыках [1].

При расчете параметров холостого хода магнитная система делится на участки: стержни, ярма и углы. Полная масса стали магнитопровода равна сумме масс этих участков:

$$G_{ст} = 6G_у + G_c + G_я\,, \qquad (9)$$
$$G_c = G_c' + G_c'', \qquad (10)$$
$$G_я = 2(C-1)L_{MO}П_c\Upsilon_{ст} - 4\,G_у, \qquad (11)$$
где $G_у$, G_c, $G_я$ – соответственно масса одного угла, стержней и ярм.

В существующих методиках [3-4] масса углов рассчитывается достаточно точно, однако формула имеет сложный вид и неудобна при аналитических исследованиях. Исходя из вышеизложенного, предлагается новая формула, менее точная, но достаточная для предварительных и исследовательских расчетов:

$$G_у = K_з V_у \Upsilon_{ст}\,, \qquad (12)$$

где $V_у$ - объем угла, рассчитываемого как объем шара, диаметр которого определяется исходя из сечения стержня: $d' = 2\sqrt{П_c/\pi}$; $K_з$ - коэффициент заполнения сталью сечения стержня, зависящий от толщины пластин, вида изоляции пластин, усилия опрессовки стержня $\sigma_Д$ и степени волнистости листов; $\Upsilon_{ст}$ - удельная плотность стали, *кг/м³*.

Так как $П_c = K_{кр}\pi\, d^2/4$, то $d' = d\sqrt{K_{кр}}$, следовательно,

$$V_у = K_{пр}(d\sqrt{K_{кр}})^3\pi/6 = K_{пр}K_{кр}\pi d^3\sqrt{K_{кр}}\,/\,6, \qquad (13)$$

где $K_{пр}$ - коэффициент приведения расчетной площади к реальной, $K_{пр}=1{,}27$

Подставив (13) в (12) и обозначив

$$K_6 = \left(\pi K_c K_{пр}\sqrt{K_{кр}}\gamma_{ст}\right)/\,6\,,$$

получим

$$G_у = K_6\, d^3, \qquad (14)$$

где K_c - коэффициент заполнения сталью площади круга описанного стержня, $K_c=K_{кр}K_з$; $K_{кр}$ - соотношение геометрической площади стержня к площади описанного круга, зависящее от числа ступеней в стержне $n_{ст}$ и диаметра описанного круга d_c [3].

Суммарная масса стали участков стержней между ярмами равна

$$C'_c = cL_c\Upsilon_{ст}\,K_зП_c\,, \qquad (15)$$

где c - число стержней, $c=3$; L_c - высота стержня магнитопровода, $L_c=L+2L_o$, *м*; L - высота обмотки, *м*; L_o - минимальное изоляционное расстояние между обмотками и ярмом, *м*; $П_c$ - активное сечение стержня, *м²*. (Расчет L и $П_c$ см. в [3]).

Введем обозначения:

$$K_7 = 2a_{01} + 2{,}2K_d\sqrt{S/c} + 2a_{12}, \qquad (16)$$

где K_d в зависимости от мощности трансформатора, металла обмоток, напряжения обмотки и потерь к.з. можно найти по [3].

Подставив (16) в значение L_c, получим: $L_c = \pi(d+K_7)\,/\,\beta + 2L_o$, где β - отношение средней длины окружности канала между обмотками к высоте обмотки, определяемое с помощью заданного $U_к$ при $U_к=U_p$ [3]:

$$\beta = (1{,}11B_c\pi K_c d^2)^2 fU_p\cdot 10\,/\,7{,}9a_pK_pS'\,. \qquad (17)$$

Обозначив

$$K_u = c(1{,}11B_c\pi K_c)^2 fU_p \cdot 10 / 7{,}9(a_{01} + K_d\sqrt{S/c})K_pS', \qquad (18)$$

а также совместно решив (18) и (17), получим

$$\beta = K_u d^4. \qquad (19)$$

Подставив значения $П_c$ из (13) и (19) в (15) и обозначив

$K_8 = c\,K_{кр}\pi\Upsilon_{ст}\pi/4K_u$, $K_9=2c\,K_{кр}\pi\Upsilon_{ст}K_7/4K_u$, $K_{10}=2cK_{кр}\pi\Upsilon_{ст}L_o/4$, получим

$$G_c' = K_8/d + K_9/d^2 + K_{10}\,d^2. \qquad (20)$$

Масса стали G_c'' в местах стыка пакета стержня и ярма при $П_c=П_я$ равна

$$G_c'' = c\Upsilon_{ст}K_3П_c(d-5) - G_y. \qquad (21)$$

Подставив (12) и $П_c$ из (13) в (21), получим

$$G_c'' = c\gamma_{ст}K_c\pi((d^3 - 5d^2)/4) - K_7d^3. \qquad (22)$$

При решении (21) и (22) с учетом обозначений $K_{11}=cK_c\pi\Upsilon_{ст}/4$, $K_{12} = K_{11}-K_6$, $K_{13}=K_{10} - 5K_{11}$, формула (10) принимает вид

$$G_c = K_{11}d^3+K_{13}d^2+K_8/d+K_9/d^2. \qquad (23)$$

С учетом величины $П_c$ формула (11) принимает вид

$$G_я = 2(c-1)L_{MO}K_cd^2\pi\Upsilon_{ст}/4 - 4G_y. \qquad (24)$$

Здесь L_{MO} - межосевое расстояние двух стержней, равное

$$L_{MO} = d_0+2a_{01}+2a_1+2a_{12}+2a_2+a_{22}, \qquad (25)$$

где по [3]: $(a_1 + a_2)/3 = K_d\sqrt{S/c}$.

Введем обозначения: $K_{14}=2a_{01}+2a_{12}+a_{22}+ 6K_d\sqrt{S/c}$, $K_{15}=2(c-1)K_6/c-4K_1$, $K_{11}=K_9\,2(c-1)K_6/c$.

Тогда с учетом (12) и (25) формула (24) принимает вид

$$G_я = K_{15}d^3 + K_{16}d^2. \qquad (26)$$

Подставив (12), (23) и (26) в (8) и обозначив $K_{17}=K_{ПЯ}K_{ПП}K_{ПШ}$, $K_{18}= K_{ПР}K_{ПЗ}K_{ПО}$, $K_{19}=6K_6K_{пугл}+K_{11}+K_{15}$, $K_{20}=K_{13}+K_{16}$, $K_{21}=n_3K_{кр}\pi/4$, получим

$$P_0 = K_{17}[K_{18}(p_c(K_{19}d^3 + K_{20}d^2 + K_8/d + K_9/d^2) + p_3K_{21}d^2]. \qquad (27)$$

Эффективно охлаждаемая поверхность магнитопровода равна

$$O_{MЭ} = O_Я + \alpha_MO_C, \qquad (28)$$

где O_C и $O_Я$ - поверхность охлаждения всех стержней и ярем, *м*^{2};
$\alpha_м$ - коэффициент, учитывающий эффективность теплоотдачи магнитопровода посредством теплообмена (см. [1]).

Принимая высоту ярма $h_я = d-5$ *мм,* ширину $L_N = \sqrt{d^2 - 40^2}$ *мм* и $2(a_N+b_N) = K_{пр}\pi d\sqrt{K_{KP}}$ *мм* и обозначив $K_{22} = (2K_{пр}\pi\sqrt{K_{KP}} + K_{кр}\pi/4 + 8)10^{-6}$, $K_{23} = (8K_{11}-10K_{Щ}\sqrt{K_{KP}} - 40)10^{-6}$, $K_{24} = (40K_{11})10^{-6}$, $K_{25} = 3K_{пр}\pi^2\sqrt{K_{KP}}\cdot 10^6/K_u$, $K_{26} = K_{25}K_4/\pi - 360\pi\cdot 10^{-6}/K_u$, $K_{27} = 360\pi K_4\cdot 10^{-6}/K_u$, $K_{28}=2K_{24}L_0K_u/\pi$,
$K_{29}=720L_0\cdot 10^{-6}$, получим

$$O_я = K_{22}d^2+K_{23}d+2\sqrt{d^2 - 40^2}\,(d+K_{11})-K_{25}, \qquad (29)$$

$$O_C = K_{25}/d^2+K_{26}/d^3-K_{27}/d^4+K_{28}\,d-K_{29}. \qquad (30)$$

Осуществив ряд действий в формулах (29), (30) и в

$$\alpha_M = 0{,}32d\sqrt[4]{\left(d\left(1-\sqrt{K_{KP}}\right)+2a_{01}\right)^{1.6}K_u\Big/\pi\left(d+K_4\right)+2L_0K_ud^4}$$

и подставив их в (28), получим

$$O_{MЭ} = K_{22}d^2+K_{23}d+2\sqrt{d^2-40^2}\,(d+K_{11})-K_{24}+$$
$$+(K_{25}/d^2+K_{26}/d^3-K_{27}/d^4+K_{28}d-K_{29})\times$$
$$\times\,0{,}32d\sqrt[4]{\left(d\left(1-\sqrt{K_{KP}}\right)+2a_{01}\right)^{1.6}K_u\Big/\pi\left(d+K_4\right)+2L_0K_ud^4}\,.$$

Внешняя поверхность обмотки НН равна

$$O_1 = \left(\pi\left(d+K_4\right)/K_ud^4\right)\left(c\pi\left(d+2a_{01}\right)\right)10^{-6}. \qquad (31)$$

Учитывая, что $K_{30}=c\pi^2/K_u$, $K_{31}=K_{29}(K_4+2a_{01})$, $K_{32}=K_{29}K_42a_{01}$, формула (31) принимает вид

$$O_1 = K_{30}/d^2 + K_{31}/d^3 - K_{32}/d^4\,.$$

Таким образом, подставив в (6) найденные значения, получим величину плотности тока в обмотке НН, обеспечивающую допустимый перегрев обмотки при заданном классе изоляции, выбранном диаметре d сечения стержня, описываемого кругом, и величине $U_к$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Заводская нормаль** / Армэлектрозавод. - 1996.
2. **Оганесян Ю.А.** Проектирование трехфазных двухобмоточных масляных трансформаторов. - Ереван / ЕрПИ. - 1976. - 218 с.
3. **Тихомиров П. М.** Расчет трансформаторов.-М.: Энергоатомиздат, 1986.-517с.
4. **Петров Г.И.** Электрические машины. Ч. 1. - М.: Энергия, 1974. – 354 с.

ГИУА 30.05.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 621.392.1:62.5 **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ИНФОРМАТИКА**

С.Р. АКОПЯН

РАЗБИЕНИЕ СХЕМ НА ЧАСТИ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИЕ ЗАДАННЫМ ОГРАНИЧЕНИЯМ

Դիտարկվում է գերմեծ մակարդակի ինտեգրացիայի սխեմաները մասերի տրոհելու խնդիրը: Ընտրված հիմնական չափանիշներն են. տրոհման դեպքում յուրաքանչյուր «մասում» տարրերի կշիռների գումարի՝ նախապես նշված թվին չգերազանցելը, մասերի արտաքին կապերի քանակի՝ նախապես նշված թվին չգերազանցելը, և վերոհիշյալ երկու սահմանափակումների փոխզիջումային պայմանն իրականացնող նպատակային ֆունկցիայի՝ մեծագույն արժեք ստանալը:

Рассматривается задача разбиения схем сверхбольшой интеграции на части. В качестве основных критериев выбирается непревышение суммы весов элементов в каждой "части" заданного числа, непревышение количества внешних связей частей заданного числа и максимизация целевой функции, устанавливающей компромисс между указанными выше ограничениями.

Ил.1. Библиогр. 3 назв.

The problem of diagram division into parts for superhuge integration is discussed. As basic criteria, the element weight sum in each "part" of the given number, the nonexcess of the external relation quantity for the given number parts and the objective function maximization establishing a compromise between the mentioned limitations are chosen.

Iℓℓ. 1. Ref. 3.

Производство компьютерной техники выдвигает ряд проблем, от решения которых зависит эффективность производства и реализация продукции. Одной из этих проблем является разбиение схем на попарно непересекающиеся части, удовлетворяющие заданным ограничениям, способствующим улучшению основных параметров аппаратуры (уменьшение объема и веса, увеличение быстродействия, надежности и т.д.).

Краткое описание строчной записи схемы. Язык строчной записи схемы [1] является обобщением языка бесскобочной записи формул [2]. Смысл обобщения заключается в том, что в отличие от формул, которые описываются ориентированными входящими деревьями, здесь описывается любой ориентированный мультиграф [3].

Приведем содержательное описание обобщенного языка для схем, элементы которых имеют много входов и выходов. Пронумеруем элементы схемы числами 1, 2, ..., k так, чтобы элементы, используемые в разных "местах" схемы, независимо от повторения их типов, имели различные номера. Входы схемы тоже будут считаться "элементами" (которые не имеют входов и имеют выход). Входы и выходы элементов упорядочены.

Продемонстрируем строчную запись схемы на конкретном примере, однако общий принцип записи в нем обрисовывается четко.

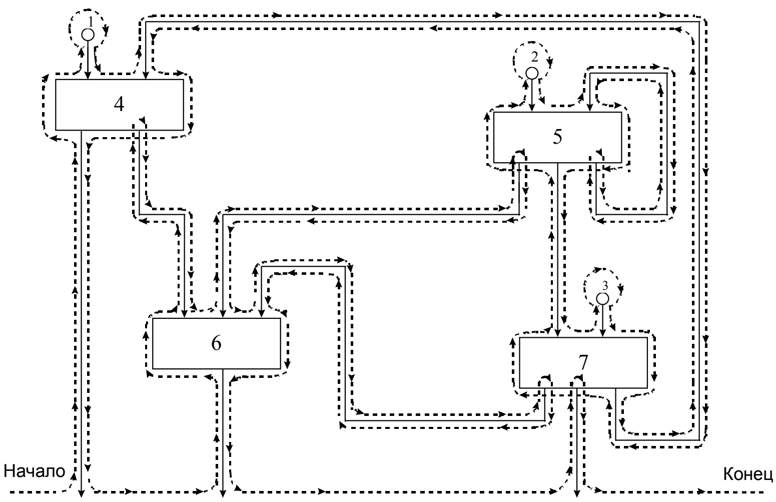


Рис. Пример строчной записи схемы

Рассмотрим схему строчной записи (рис.). "Маршрут", заданный пунктирными линиями, начинается слева с первого выхода схемы и заканчивается на последнем выходе, далее проходит "мимо" выходов каждого элемента по противоположным направлениям стрелок столько раз, сколько выходов и разветвлений выходов имеет элемент. Во время первого прохода записывается номер элемента, в скобках на первом месте - количество входов элемента, на втором месте - номер того выхода, через который происходил вход маршрута к этому выходу элемента, на третьем месте - вес элемента. Записи для остальных проходов отличаются тем, что на первом и третьем местах вместо числа входов и веса записывается "0". Запись схемы S обозначим через h(S). Записью схемы является:
4(2,1,1)1(0,1,0)7(2,3,1)5(2,2,1)2(0,1,0)5(0,3,0)3(0,1,0)6(3,1,1)4(0,2,0)5(0,1,0)
7(0,1,0)7(0,2,0).

Символу $i=i(n,m,p)$ присвоим вес $\omega(i) = n-1$. Весом последовательности символов $i_1, i_2,\ldots,i_k$ назовем число $\omega(i_1,\ldots,i_k)=\sum_{j=1}^{k}\omega(i_j)$.

В [1] показано, что вес записи схемы с m выходами равен -m, а h(S) можно разбить на m отрезки с весами -1, каждый из которых является записью схемы S относительно соответствующего выхода.

В нашем примере число таких отрезков 3. Ими являются:

4(2,1,1)1(0,1,0)7(2,3,1)5(2,2,1)2(0,1,0)5(0,3,0)3(0,1,0),
6(3,1,1)4(0,2,0)5(0,1,0)7(0,1,0),
7(0,2,0).

Рассмотрим подмножество $I=\{i_1,i_2,\cdots,i_v\}$ множества всех элементов S. В h(S) элементам, принадлежащим I, соответствуют символы, которые считаются помеченными.

Определение 1. Данный вход элемента i_j $(1\le j\le v)$ назовем внутренним относительно I, если он является выходом некоторого элемента из I. В противном случае его назовем внешним.

Определение 2. Данную ветвь выхода элемента i_j $(1\le j\le v)$ назовем внутренней относительно I, если она является входом некоторого элемента из I. В противном случае ее назовем внешней.

Определение 3. Подсхемой схемы S, состоящей из элементов I, назовем схему S', входами которой являются все внешние входы всех элементов из I, выходами - все внешние выходы всех элементов из I, а входы и выходы любых двух элементов из I соединены друг с другом так, как они были соединены в S.

Определение 4. Внешние входы и выходы элементов подмножества I назовем внешними, а внутренние входы и выходы - внутренними связями относительно I.

Обозначим через $R(S) = \{j_1, j_2,\cdots, j_n\}$ множество всех элементов схемы S без входных элементов.

Определение 5. Пусть R(S) разбито на попарно непересекающиеся подмножества, которые образуют подсхемы $S_1,S_2,\ldots,S_k$. Совокупность этих подсхем назовем разбиением схемы S и обозначим через $<S_1, S_2, \cdots, S_k>$.

Постановка задачи. Для заданных чисел λ $(0<\lambda<1)$, V_0 и E_0 найти разбиение $<S_1, S_2, ..., S_k>$, удовлетворяющее следующим условиям:

$$V_i \le V_0, \tag{1}$$

$$E_i^1 \le E_0, \tag{2}$$

$$\lambda \frac{V_i}{V_0} + (1-\lambda)\frac{E_i^0}{E_i^0 + E_i^1} \to \max, \tag{3}$$

где V_0 - максимально допустимое значение суммы весов элементов $R(S_i)$ ($i = \overline{1,k}$); E_0 - максимально допустимое количество внешних связей элементов $R(S_i)$ ($i = \overline{1,k}$); V_i - сумма весов элементов $R(S_i)$; E_i^1 и E_i^0 - количество внешних и внутренних связей элементов $R(S_i)$ соответственно.

Для нахождения разбиения $<S_1, S_2, ..., S_k>$, удовлетворяющего заданным условиям, разобьем R(S) на подмножества, удовлетворяющие этим же условиям. Первоначально имеются множества $\{j_1\}, \{j_2\}, ..., \{j_n\}$. На каждом шагу определенное количество подмножеств соединяется, и им соответствуют подсхемы. Эти подсхемы на следующем шагу будут рассматриваться как элементы. Очевидно, что после каждого шага число подмножеств сократится, следовательно, сократится также число подсхем схемы S. Эти подсхемы образуются в два этапа.

Первый этап. Рассмотрим в записи схемы все те отрезки с весами -1, которые удовлетворяют условиям $V \le V_0$ и $E^1 \le E_0$, где V - сумма весов элементов, описанных на данном отрезке с весом -1; E^1 - число внешних связей. Из отрезков, удовлетворяющих указанным условиям, выбирается тот, для которого функция $\lambda \frac{V}{V_0} + (1-\lambda)\frac{E^0}{E^0 + E^1}$ принимает максимальное значение, где E^0 - число внутренних связей элементов подсхемы, соответствующие символы которых входят в отрезок с весом -1. Элементы, соответствующие символы которых входят в этот отрезок с весом -1, объединяются в одну подсхему, производя соответствующие изменения в h(S). Указанная процедура повторяется до тех пор, пока возможно ее применять.

Второй этап. Для максимизации целевой функции необходимо, чтобы V и E^0 имели как можно большие значения. Поэтому на каждом шагу второго этапа объединяются подмножества, соответствующие каким-либо двум элементам R(S). Рассмотрим по порядку элементы R(S). Пусть ни одно подмножество, соответствующее первым $i-1$ элементам R(S), невозможно объединить без нарушения условий разбиения. Рассмотрим пары, составленные из элементов i и $\ell R(S)$ $\left(i,\ell=\overline{1,k_1},k_1\right.$ - число элементов R(S)). Из этих пар выбирается та, объединение компонентов которой не нарушает условий 1 и 2 и максимизирует целевую функцию. Далее процедура поисков и объединения компонентов новых подходящих пар возобновляется. Процесс прекращается тогда, когда объединение компонентов любых пар нарушает условия разбиения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бозоян Ш.Е.** Язык описания функциональных схем // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика.- 1978.-№ 6.- С.158-166.
2. **Zukasiewicz J**.Sur la Formalisation des Theorie Mathematiques // Coll. Intern. Ceentre Nat. Rech. Sei.-1950. - Vol. 36. - S.
3. **Харари Ф**. Теория графов: Пер. с англ.- М.: Мир, 1973.-317 с.

ЕГУ 15.12.1997

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 622.7:50/52

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Г.Т. КИРАКОСЯН

МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССОВ УТИЛИЗАЦИИ ПРОМЫШЛЕННОГО ОТХОДА

Մշակված են արդյունաբերական թափոնից ստացված արտադրանքների թողարկման դինամիկայի խնդրի մաթեմատիկական մոդելը և լուծման մեթոդը: Առաջարկվում են ալգորիթմ և ծրագրային փաթեթներ, կատարված է թվային հաշվարկ:

Разработаны математическая модель и метод решения задачи определения динамики выпуска продукции из промышленного отхода. Предложены алгоритм и пакет программ, произведен численный расчет.

Табл. 1. Библиогр.: 3 назв.

A mathematical model and a problem solving method for waste production output specification dynamics have been elaborated and optimization conditions have been proved. An algorithm and a program package have been proposed and numerical calculation has been performed.

Table 1. Ref. 3.

В данной статье на основе использования теории оптимальности [1] и принципа максимума Понтрягина [2] предложены математическая модель и метод решения, реализованы условия оптимальности задачи динамики процессов утилизации промышленного отхода для организации выпуска новых видов продукции.

Рассмотрим случай, когда не наблюдается поступления нового объема промышленного отхода. Опишем параметры модели задачи: z_0 - первоначальный объем промышленного отхода при $t=0$; $z(t)$ - объем промышленного отхода в момент времени t; n - количество разнотипных продуктов утилизации отходов; $q_i(t)$ - объем производства i -й продукции при утилизации промышленного отхода в момент времени t; $\underline{q}_i, \overline{q}_i$ - минимальный и максимальный объем выпуска i-й продукции при утилизации промышленного отхода для всех $i \in [1, n]$; D_i - доля промышленного отхода в единице объема выпуска i-й продукции; $C_i(q_i)$ - себестоимость единицы объема выпуска i-й продукции для всех $i \in [0, n]$; P_i - стоимость реализации единицы объема i-й продукции; r - постоянная скидка объема выпуска продукции; T - значение конечного времени, в течение которого завершается производство продукции.

С учетом описанных параметров модели решаемая задача формулируется следующим образом:

целевая функция -

$$\max_{q_1,\dots,q_n,T} \int_0^T e^{-rt} \sum_{i=1}^{n} \left[P_i - C_i(q_i(t))\right] q_i(t)\, dt\,; \tag{1}$$

ограничения -

$$\dot{z}(t) = -\sum_{i=1}^{n} D_i q_i(t)\,, \tag{2}$$

$$\underline{q}_i \le q_i(t) \le \overline{q}_i\,,\ \ i = \overline{1, n}\,, \tag{3}$$

$$z(0) = z_0\,,\quad z(T) \ge 0\,, \tag{4}$$

где (1) - максимум суммарной прибыли за весь промежуток времени [0,T] от объемов выпуска $q_i(t)$ для всех $i \in [1, n]$; (2) - ограничения на скорость объема использования промышленного отхода при производстве всех n продуктов утилизации во времени; (3) - ограничения на объемы выпуска продукций от утилизации промышленного отхода; (4) - ограничения на объемы промышленного отхода в начальный и конечный моменты выпуска продукции.

Для рассматриваемой задачи при оптимальном предельном времени T имеем $z(T)=0$ [3].

Чтобы сформулировать условия оптимальности для (1)-(4), определим текущее значение функции Гамильтона:

$$H = \lambda_0 \sum_{i=1}^{n} \left[P_i - C_i(q_i)\right] q_i - \lambda \sum_{i=1}^{n} D_i q_i\,. \tag{5}$$

Выражение (5) может быть записано в виде $H = \sum_{i=1}^{n} H_i$, причем

$$H_i = \lambda_0 q_i\left[P_i - C_i(q_i)\right] - \lambda D_i q_i, \qquad (6)$$

где λ_0, λ - начальное и текущее значения присоединяемых переменных.

Итак, q_i максимизирует H. Это эквивалентно тому, что q_i максимизирует H_i, т.е.

$$\left.\begin{aligned} &q_i = \underline{q}_i, \\ &\underline{q}_i < q_i < \overline{q}_i, \\ &q_i = \overline{q}_i, \end{aligned}\right\} \text{если } \begin{cases} \lambda \ge \lambda_0 g_i(\underline{q}_i)/D_i, \\ \lambda_0 g_i(\overline{q}_i)/D_i < \lambda < \lambda_0 g_i(\underline{q}_i)\big/D_i, \\ \lambda \le \lambda_0 g_i(\overline{q}_i)/D_i \end{cases} \qquad (7)$$

для $i = \overline{1,n}$, где g_i - предельная прибыль от i-го продукта выпуска, т.е.

$$g_i(q_i) = \frac{d}{dq_i}\left\{\left[P_i - C_i(q_i)\right]q_i\right\} = P_i - C_i(q_i) - C_i'(q_i)q_i, \qquad (8)$$

$i = \overline{1,n}$.

При этом выполняются условия

$$\dot{\lambda}(t) = r\lambda(t), \qquad (9)$$

$$\lambda(T) \ge 0,\ \lambda(T)\,z(T) = 0. \qquad (10)$$

Оптимальное предельное время T определяется из условия

$$H\big|_{t=T} = \sum_{i=1}^{n} H_i\big|_{t=T} = 0. \qquad (11)$$

Для того чтобы функция Гамильтона H действительно была максимальной, обложим ее условием второго порядка:

$$H_{qq_i} < 0, \text{ т.е. } C_i'' > -2C_i / q_i, \quad i = \overline{1,n}. \qquad (12)$$

Условие (12), как видно, удовлетворяет значениям следующей функции класса

$$C(q(t)) = C_0 + C_1 q(t) + C_2 \big/ q(t), \qquad (13)$$

где C_0, C_1, C_2 - положительные коэффициенты регрессионного анализа.

Определим условия, при которых объемы выпуска продукции конечного времени производства $q_i(T)$ $(i \in [1,n])$ минимизируют себестоимость единицы выпускаемой продукции. С этой целью запишем:

$$\tilde{q}_i = \arg\min_{\underline{q}_i \le q_i \le \overline{q}_i} C_i(q_i) \quad (\text{ т.е. } C_i'(\tilde{q}_i) = 0), \quad i = \overline{1,n}. \qquad (14)$$

Покажем следующий результат.

Теорема 1. Объемы выпуска продукции конечного времени производства $q_i(T)$ минимизируют себестоимость единицы выпускаемой продукции $q_i(T) = \tilde{q}_i$ для $i = \overline{1,n}$, если выполняется условие $\dfrac{P_i - C_i(\tilde{q}_i)}{D_i} = \dfrac{P_j - C_j(\tilde{q}_j)}{D_j}$ для всех $i \ne j$.

Доказательство. Этот результат вытекает из выражения $\sum_{i=1}^{n}\left[P_i - C_i(q_i) - D_i\lambda\right]q_i = 0$ и условия $C_i'(\tilde{q}_i) = 0$.

В приложении к теореме 1 для случая, когда количество выпускаемых продуктов равно двум, покажем следующий результат.

Теорема 2. Если $n=2$ и $\frac{P_1 - C_1(\tilde{q}_1)}{D_1} > \frac{P_2 - C_2(\tilde{q}_2)}{D_2}$, тогда $q_1(T) > \tilde{q}_1$, $q_2(T) < \tilde{q}_2$.

Доказательство. Утверждение данной теоремы очевидно для случая $\underline{q}_i \le \tilde{q}_i \le \overline{q}_i$, т.к. вероятно, что если прибыль на единицу использованного промышленного отхода будет больше для одного продукта утилизации, то объем конечного выпуска продукции будет больше, чем $\tilde{q}_i$ для другого продукта.

Теперь рассмотрим свойства монотонности изменения объемов оптимального производства.

Теорема 3. Траектории оптимальных объемов выпуска всех n продуктов утилизации промышленного отхода в течение времени ($q_i(t)$, $i = \overline{1,n}$) монотонно убывают и вогнуты.

Доказательство. Продифференцировав $\lambda_0 g_i(q_i) = D_i\lambda,\ i = \overline{1,n}$ по времени, получаем

$$-[2C_i'(q_i) + C_i''(q_i)\, q_i]\,\dot{q}_i = \dot{\lambda}\, D_i,\ \ i = \overline{1,n}. \qquad (15)$$

Из (9) и (10) вытекает, что $\dot{\lambda} > 0$. Заметим также, что $\lambda \ne 0$, т.к. из (7) $q_i = \overline{q}_i$ для всех $i \in [1, n]$. Таким образом, если $\underline{q}_i < q_i < \overline{q}$ $(i = \overline{1,n})$, то выражения (12) и (15) можно представить в виде

$$\dot{q}_i < 0,\quad i = \overline{1,n}. \qquad (16)$$

Продифференцировав (15) по времени, получаем

$$-\left[3C_i''(q_i) + C_i'''(q_i)q_i\right]\dot{q}_i - [2C_i'(q_i) + C_i''(q_i)q_i]\,\ddot{q}_i = D_i\ddot{\lambda}, \qquad (17)$$

$i = \overline{1,n}$.

Учитывая, что $D_i\ddot{\lambda} > 0$, т.к. $\ddot{\lambda} = r\dot{\lambda} > 0$, $\dot{\lambda} > 0$, $r > 0$, $H_{qq} = -\left[2C_i'(q_i) + C_i''(q_i)q_i\right] < 0$ и $3C_i''(q_i) + C_i'''(q_i)q_i = 0$ для всех $i \in [1,n]$, для функций класса (13) можно записать

$$\ddot{q}_i < 0,\quad i = \overline{1,n}. \qquad (18)$$

Итак, исходя из (16) и (18), следует, что для всех выпускаемых продуктов утилизации отхода $i\,(i = \overline{1,n})$ справедливо утверждение: траектория оптимального объема выпуска продукции во времени монотонно падает и вогнутая.

В частном случае (при очень большом z) возможно, что некоторые q_i достигают своих верхних границ объемов выпуска $\overline{q}_i$ на каком-то начальном интервале времени. Конечная точка прогнозируемого производства может быть подсчитана из $\sum_{i=1}^{n}\left[P_i - C_i(q_i) - D_i\lambda\right]q_i = 0$ и $q_1(T),\ q_2(T), ...,\ q_n(T)$:

$$\lambda(T) = \sum_{i=1}^{n}\left[P_i - C_i(q_i)\right]q_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} D_i q_i \,. \qquad (19)$$

Оптимальное конечное время T^* определяется из уравнения

$$\int_0^{T^*} \sum_{i=1}^{n} D_i q_i(t) dt = z_0 \,. \qquad (20)$$

На основе описанной математической модели и метода решения алгоритма задачи разработан алгоритм и пакет decntl на алгоритмическом языке высокого уровня Turbo-Pascal, который работает в среде Windows. Апробация пакета decntl проведена на числовом примере, где в качестве направлений использования промышленного отхода принято производство портландцемента, силикатного кирпича, щебня, песка и извести.

Результаты расчетов показали, что оптимальное конечное время (T^*) равно 30 годам. В момент времени T^* значения $\tilde{Q}_i$, $i = \overline{1,n}$ больше соответствующих ограничений на значения $\underline{Q}_i$, $i = \overline{1,n}$ (табл.).

Таблица

Значения объемов выпуска стройматериалов в оптимальное конечное время T^*

Наименование продукции	Единица измерения	Объем выпуска $\tilde{Q}$
Портландцемент	*тыс.т*	85,0
Силикатный кирпич	*млн.шт*	42,0
Щебень	*тыс.м^3*	118,0
Песок	*тыс.м^3*	134,0
Известь	*тыс.т*	71,0

ЛИТЕРАТУРА

1. **Feichtinger G., Hartl R.F.** Optimale Kontrolle oekonomischer Prozesse: Anwendungen des Maximumprinzips in den Wirtschaftswissenschaften. - Berlin: de Gruyter, 1986. - 631s.
2. **Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.** Математическая теория оптимальных процессов. - М.: Наука, 1976. - 392 с.
3. **Hartl R.F., Kirakossian G.T.** Optimale Nutzung von Bergbauabfaellen zur Produktion von Baumaterialien // Optimization. - 1989. - V. 20, № 3. - S. 355-362.

ГИУА 03.11.1998

УДК 658.564:519.83

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

С.Г. КЮРЕГЯН, Н.С. КЮРЕГЯН, А.Р. АКОПЯН

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОДНОГО КЛАССА КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Որոշումների ընդունմամբ ավտոմատացված կառավարման համակարգերի համար մշակված է փոփոխականների վերին և ստորին սահմանների վրա դրված սահմանափակումներով մի դասի քառակուսային ծրագրավորման խնդիրների լուծման ալգորիթմը:

Разработан и предложен алгоритм решения задачи одного класса квадратичного программирования с ограничениями на верхние и нижние пределы изменения переменных, предназначенный для оптимизационных задач в системах автоматизированного управления с принятием решений.

Табл. 2. Библиогр.: 3 назв.

An algorithm for one class problem solution of quadratic programming with upper and lower variable change limits has been elaborated and proposed. It is designated for optimization problems in computer-aided control systems followed by decision-making.

Tables 2. Ref. 3.

Возникающие оптимизационные задачи в системах управления, распределения ресурсов, проектирования объектов и т.д. часто сводятся к задачам нелинейного программирования, для решения которых применяют существующие пакеты прикладных программ, реализующие известные методы нелинейного программирования [1,2]. Однако для некоторых задач применение таких пакетов неэффективно, в особенности, если условия задачи позволяют в качестве оптимального рассматривать и близкие к ним решения, что характерно для систем с принятием решения.

В частности, в [3] рассмотрена задача одного класса нелинейного программирования с целевой функцией

$$F(\mathbf{x})=f(\mathbf{x})+\varphi(\mathbf{r})\rightarrow \min_{\mathbf{x}\in X_n}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{x} = \{x_i\}$- n - мерный вектор переменных x_i; f($\mathbf{x}$) - нелинейная, выпуклая, непрерывная, дифференцируемая функция переменной $\mathbf{x}$; $\varphi(\mathbf{r})$ - неотрицательная функция от чисел $\mathbf{r} = \{r_i\}$, где

$$r_i = \begin{cases} 0, \text{ если } x_i = 0, \\ c_i, \text{ если } x_i \neq 0, \end{cases}$$

причем $\varphi(\mathbf{0})=0$.

Исследуем решение задачи (1) для случая, когда функция f($\mathbf{x}$) квадратичная:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{p}^T\mathbf{x}, \qquad (2)$$

а допустимая область

$$X_n = \{\mathbf{x}: y(\mathbf{x}) = 0;\ \mathbf{z}_\nu(\mathbf{x}) \geq 0, \nu = 1,2\} \qquad (3)$$

определяется линейными ограничениями типа равенства

$$y(\mathbf{x}) = \boldsymbol{a}^T\mathbf{x} - b = 0 \qquad (4)$$

и неравенств

$$\begin{aligned} &\mathbf{z}_1(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \geq 0, \\ &\mathbf{z}_2(\mathbf{x}) = \mathbf{x}_B - \mathbf{x} \geq 0, \end{aligned} \qquad (5)$$

где $\mathbf{Q} = \{q_{ij}\}$ - квадратичная положительно определенная матрица, $i, j = \overline{1, n}$; $\mathbf{p} = \{p_i\}$, $\boldsymbol{a} = \{a_i\}$ - матрицы-столбцы; b - положительное число;
$\mathbf{x}_B = \{x_{Bi}\}$ - вектор верхних пределов переменных: $a_i x_{Bi} - b \leq 0$; $\boldsymbol{a}^T\mathbf{x}_B - b \geq 0$.

Решим задачу условного экстремума и определим координаты экстремума функции (2) при условии (4) методом множителей Лагранжа:

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{G}\left(\frac{b+v}{w}\boldsymbol{a} - \mathbf{p}\right), \qquad (6)$$

где $\mathbf{G} = \mathbf{Q}^{-1} = \{g_{ij}\}$; $v = \boldsymbol{a}^T\mathbf{G}\mathbf{p} = \sum_{i=1}^{n} a_i \sum_{j=1}^{n} g_{ij} p_j$; $w = \boldsymbol{a}^T\mathbf{G}\boldsymbol{a} = \sum_{i=1}^{n} a_i \sum_{j=1}^{n} g_{ij} a_j$.

Принадлежность значения $\mathbf{x}^*$ допустимой области (3) не гарантирует минимального значения функции $F(\mathbf{x})$, так как значение функции $\varphi(\mathbf{r})$ для найденного $\mathbf{x}^*$ может оказаться больше, чем для вектора $\mathbf{r}$, содержащего нулевые компоненты.

Поэтому дальнейшее исследование заключается прежде всего в проверке граничных решений, содержащих нулевые компоненты. Поскольку допустимая область (3) представляет собой выпуклый многоугольник на плоскости (4), образованный пересечением этой плоскости с гранями прямоугольного параллелепипеда (5), то граничные решения располагаются на ребрах многоугольника, и, следовательно, поиск этих решений сводится к двумерной задаче.

Выделим две составляющие в векторе $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1; \mathbf{x}_2]^T$: двумерный вектор $\mathbf{x}_1 = [\mathbf{x}_c; \mathbf{x}_d]^T$; $c,d = \overline{1, n}$; $c \neq d$ и (n-2) - мерный вектор $\mathbf{x}_2 = \{x_{гк}\}$, где $x_{гк}$ - граничное значение k-й координаты ($x_{гк}$ = {или $x_{вк}$, или 0}), $k = \overline{1, n}$; $k \neq c,d$. Тогда матрицы $\mathbf{Q}$, $\mathbf{p}$ и $\boldsymbol{a}$ можно разбить на соответствующие клетки:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & | & \mathbf{Q}_{12} \\ -- & -- & -- \\ \mathbf{Q}_{21} & | & \mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix},\quad \mathbf{p} = [\mathbf{p}_1; \mathbf{p}_2]^T,\quad \boldsymbol{a} = [\boldsymbol{a}_1; \boldsymbol{a}_2]^T,$$

и свести функцию (2) к двумерной квадратичной функции:

$$f(\mathbf{x}_1) = \frac{1}{2}\mathbf{x}_1^T\mathbf{Q}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{p}_0^T\mathbf{x}_1 + e \qquad (7)$$

с ограничением (4) в виде

$$\boldsymbol{a}_1^T\mathbf{x}_1 - b_1 = 0, \qquad (8)$$

где $\mathbf{Q}_{11} = \{q_{ij}\}$, $i, j = c, d$; $\mathbf{Q}_{21}^{T} = \mathbf{Q}_{12} = \{q_{i\,k}\}$; $\mathbf{Q}_{22} = \{q_{kl}\}$, $\ell = \overline{1, n}$, $\ell \neq c, d$;

$\mathbf{p}_1 = [p_c; p_d]^T$; $\mathbf{p}_2 = \{p_k\}$; $\boldsymbol{a}_1 = [a_c; a_d]^T$; $a_2 = \{a_k\}$; $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{Q}_{12}\mathbf{x}_2$; $e = (\mathbf{p}_2^T + \frac{1}{2}\mathbf{x}_2^T\,\mathbf{Q}_{22})\mathbf{x}_2$; $b_1 = b - \boldsymbol{a}_2^T\,\mathbf{x}_2$.

Ограничения (5) теперь определяются координатами смежных вершин u и s:

$$\begin{aligned} x_{cu} &\le x_c \le x_{cs}, \\ x_{ds} &\le x_d \le x_{du}, \end{aligned} \qquad (9)$$

где смежными оказываются вершины многоугольника с одинаковыми векторами $\mathbf{x}_2$: $\mathbf{x}_{2U} = \mathbf{x}_{2S}$.

Экстремум функции (7) при условии (8) определяется аналогично (6):

$$\mathbf{x}_1^* = \mathbf{G}_{11}\left(\frac{b_1 + v_1}{w_1}\boldsymbol{a}_1 - \mathbf{p}_0\right), \qquad (10)$$

где $\mathbf{G}_{11} = \mathbf{Q}_{11}^{-1}$; $v_1 = \boldsymbol{a}_1^T\mathbf{G}_{11}\mathbf{p}_0$; $w_1 = \boldsymbol{a}_1^T\mathbf{G}_{11}\boldsymbol{a}$.

Если найденные оптимальные значения $\mathbf{x}_1^* = \left[x_c^*;\ x_d^*\right]^T$ не удовлетворяют условиям (9), то оптимальным решением для данного ребра является его граница, т.е. координата той вершины, в которой функция цели (1) наименьшая. Если же при граничных значениях некоторых координат вектора **x** удовлетворяются условия $\mathbf{a}^T\mathbf{x}_B - b \ge 0$, то следует искать граничные решения среди полученных вариантов, которые выражаются в виде основной задачи (1)–(5) меньшей размерности, от (n-1)-мерной до трехмерной.

Обозначим все граничные решения с нулевыми и без нулевых компонент соответственно через $\mathbf{x}_\Gamma^0$ и $\mathbf{x}_\Gamma$ и введем множество $X_\Gamma^0 = \left\{\mathbf{x}_\Gamma^0 : F\left(\mathbf{x}_\Gamma^0\right) \langle\ F\left(\mathbf{x}^*\right)\right\}$. Тогда можно предложить следующий алгоритм поиска оптимального решения задачи (1).

1. Если множество $X_{Ã}^{Î}$ непустое, то оптимальным решением является элемент множества, для которого функция цели наименьшая: min F = inf F ($X_{Ã}^{Î}$).

2. Если множество $X_{Ã}^{Î}$ пустое, то:

 2.1. min F = F($\mathbf{x}^*$), если $\mathbf{x}^* \in X_n$.

 2.2. min F = inf F($\mathbf{x}_г$), если $\mathbf{x}^* \notin X_n$.

В результате наряду с оптимальным решением будут определены близкие к нему и другие варианты среди элементов множеств $X_{Ã}^{Î}$ и $X_{Ã}$={ $\mathbf{x}_г$: F($\mathbf{x}_г$)}, что важно для автоматизированных систем с принятием решений.

Проиллюстрируем применение описанного алгоритма на простых примерах.

Пример 1. Задана система (1)-(5) в трехмерном пространстве со следующими параметрами:

$$\mathbf{Q}=\begin{bmatrix}0{,}4 & 0{,}1 & 0{,}2\\ 0{,}1 & 0{,}7 & 0{,}2\\ 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}8\end{bmatrix};\ \mathbf{p}=\begin{bmatrix}0{,}2\\ 0{,}4\\ 0{,}6\end{bmatrix};\ \ \mathbf{a}=\begin{bmatrix}0{,}3\\ 0{,}8\\ 0{,}9\end{bmatrix};\ \mathbf{r}=\begin{bmatrix}0{,}05\\ 0{,}04\\ 0{,}08\end{bmatrix};$$

$$\mathbf{x}_B=\begin{bmatrix}0{,}5\\ 0{,}8\\ 0{,}6\end{bmatrix};\ \ b=1;\ \ \varphi(\mathbf{r})=\sum r_i.$$

Решение задачи приведено в табл. 1. Вначале определены координаты $\mathbf{x}_{tu}$ четырех вершин допустимого четырехугольника (пункты 1-4 табл.1). Там же вычислены значения функций f($\mathbf{x}$) и F($\mathbf{x}$) в этих вершинах.

Таблица 1

№	i	1	2	3	f($\mathbf{x}$)	F($\mathbf{x}$)
	$\mathbf{x}_B$	0,5	0,8	0,6	-	-
1	$\mathbf{x}_{t1}$	0,5	0,387	0,6	0,987	1,157
2	$\mathbf{x}_{t2}$	0,5	0,8	0,233	0,956	1,126
3	$\mathbf{x}_{t3}$	0	0,8	0,4	0,912	1,032
4	$\mathbf{x}_{t4}$	0	0,575	0,6	0,919	1,039
5	$\mathbf{x}^*$	0,022	0,716	0,467	0,908	1,078
6	$\mathbf{x}^0_{Г(3-4)}$	0	0,718	0,473	0,909	1,029

В п.5 определены координаты $\mathbf{x}^*$ экстремума функции f($\mathbf{x}$) по (6), которые располагаются в допустимой области, однако не доставляют минимума функции цели F($\mathbf{x}$). Поэтому дальнейший поиск оптимума следует продолжить на ребрах допустимой области, смежные вершины которых содержат нулевые компоненты. Это вершины 3 и 4. В п.6 приведены результаты минимизации двумерной функции f($\mathbf{x}_1$) ($x_c = x_2$; $x_d = x_3$) по (10) и определены координаты оптимального решения задачи (1). Таким образом, помимо оптимального решения, представленного в п.6 табл.1, в п.п. 3 и 4 получены и близкие к оптимальному другие варианты решения.

Пример 2. Система уравнений (1)-(5) определена в трехмерном пространстве со следующими параметрами, представленными в табл. 2, где $\mathbf{Q}$ = diag{0,64; 64; 160}·10^{-3}; $\mathbf{p}$ = -[0,256; 40,96; 32]^T·10^{-3}; $\mathbf{a}$ = [0,08; 0,8; 2,0]^T; $\mathbf{r}$ = [0,3; 45,6; 92,8]^T·10^{-3}; $\mathbf{x}_B$ = [0,5; 0,8;0,4]^T; b = 1, $\varphi(\mathbf{r})=\sum_{i=1}^{3} r_i$.

Как показали результаты решения задачи (табл.2), координаты экстремума $\mathbf{x}^*$ функции f($\mathbf{x}$) выходят за пределы допустимой области. Расчет функции цели в единственной граничной точке $\mathbf{x}^0_Г$ с нулевым компонентом показывает, что оптимальным является решение п.6. Для обнаружения близких к оптимальному решений поиск продолжается и на других ребрах (п.п.7 и 8). Оптимумом на ребре (1-4) является вершина 4. Таким образом, решение задачи содержится в п.6, а близкие к нему варианты - в п.п. 7, 3, 8 и 2.

Таблица 2

№	i	1	2	3	$f(\mathbf{x})\cdot 10^{-3}$	$F(\mathbf{x})\cdot 10^{-3}$
	$\mathbf{x}_B$	0,5	0,8	0,4	-	-
1	$\mathbf{x}_{t1}$	0,5	0,2	0,4	-6,96	131,74
2	$\mathbf{x}_{t2}$	0,5	0,8	0,16	-15,41	123,29
3	$\mathbf{x}_{t3}$	0	0,8	0,18	-15,46	122,94
4	$\mathbf{x}_{t4}$	0	0,25	0,4	- 8,24	130,16
5	$\mathbf{x}^*$	0,555	0,655	0,216	-16,33	122,37
6	$\mathbf{x}^0_{\Gamma(3-4)}$	0	0,671	0,231	-16,19	122,21
7	$\mathbf{x}_{г(1-2)}$	0,5	0,66	0,216	-16,32	122,38
8	$\mathbf{x}_{г(2-3)}$	0,143	0,8	0,174	-15,46	123,24

Приведенные примеры демонстрируют возможности предлагаемого алгоритма для решения задачи квадратичного программирования класса (1)-(5) и обнаружения дополнительных решений, близких к оптимальному.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Химмельблау Д.** Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. - 534 с.
2. **Аоки М.** Введение в методы оптимизации. – М.: Наука, 1977. – 344 с.
3. **Кюрегян С.Г., Кюрегян Н.С.** Поиск граничных решений задач одного класса нелинейного программирования // Изв.НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1998. - Т.51, № 3. - С. 342-345.

ГИУА 20.06.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 531.36

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

В.Т. АВАНЯН

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ

Ապացուցվում է երկրի արհեստական արբանյակի ծանրության կենտրոնի ստացիոնար շարժման K^{ω}_{Δ} - կայունությունը :

Доказывается K_{Δ}^{ω} - устойчивость стационарного движения центра масс искусственного спутника Земли.
Библиогр.: 6 назв.

Stationary motion K_{Δ}^{ω} - stability of the artificial Earth satellite mass centre has been proved.
Ref. 6.

Как известно [1], ляпуновская постановка задачи устойчивости для конечного интервала времени неприменима. В [1] предложен метод исследования на устойчивость (K_{Δ}^{ω}-устойчивость) для конечного интервала времени. В [2,3] продолжено исследование K_{Δ}^{ω}-устойчивости на бесконечном интервале времени. Аналогичные вопросы, в других постановках, рассмотрены в [4-6]. В данной работе в качестве приложения результатов [2,3] рассматривается K_{Δ}^{ω}-устойчивость стационарного движения центра масс искусственного спутника Земли.

1. **Постановка задачи [1].** Под классом K_{Δ}^{ω} подразумевается совокупность $n \times n$-матриц $G(t) = (G_1(t), G_2(t), \dots G_n(t))$ над полем комплексных чисел, удовлетворяющих на интервале $\Delta = [t_0, \infty)$ условиям: а) $|\det G(t)| \geq k > 0$; б) эрмитова норма столбцов $G_j(t)$ $(j = 1, \dots, n)$ совпадает с заданной функцией $\omega(t) > 0$, т.е. $\|G_j(t)\| = \omega(t)$ $(j = 1, \dots, n)$.

Этот класс вполне определяется промежутком Δ и функцией $\omega(t)$, причем $K_{\Delta}^{\omega} = \omega K_{\Delta}^{1}$.

Определение 1.1. Невозмущенный процесс называется устойчивым, если в заданном классе K_{Δ}^{ω} существует матрица $G(t)$ такая, что при достаточно малом числе $\rho > 0$ любое возмущение $x(t)$ $(t_0 \leq t < \infty)$ процесса, начальное значение $x(t_0) = x_0$ которого удовлетворяет условию

$$(G^{-1}(t_0)x_0; G^{-1}(t_0)x_0) \leq \rho^2, \qquad (1)$$

для всех $t > t_0$ удовлетворяет условию

$$(G^{-1}(t)x; G^{-1}(t)x) \leq \rho^2, \qquad (2)$$

в противном случае - процесс неустойчивый.

Определение 1.2. Невозмущенный процесс называется асимптотически устойчивым на интервале $[a; \infty)$, если: а) он устойчив на $[a; \infty)$ (в смысле определения 1.1); б) $\forall t_0 \in [a, \infty)$ $\exists \rho = \rho(t_0) > 0$ такое, что все возмущения $x(t)$ $(t_0 \leq t < \infty)$ процесса, удовлетворяющие условию (1), обладают свойством

$$\lim_{t\to\infty}\|x(t)\| = 0. \qquad (3)$$

Из устойчивости, в смысле определения 1.1, всегда следует устойчивость по Ляпунову, а обратное имеет место не всегда [2].

Приведем одно практическое применение теоретических исследований [1-3].

2. Предполагается, что на спутник действуют только силы притяжения Земли, приводящиеся к одной равнодействующей $\overline{F}$, приложенной к центру масс спутника, причем модуль ее $F = \mu / mr^2$. Рассматривается равномерное движение центра масс искусственного спутника по круговой орбите радиуса r_0, летящего в некоторой плоскости π. Из второго закона Ньютона следует, что параметры, определяющие стационарное движение спутника, должны удовлетворять условию $\omega^2 r_0^3 = \mu$, где $\omega = \dot{\varphi} = \text{const}$ - угловая скорость вращения радиуса-вектора r_0 спутника в стационарном движении.

Допустим, что на это движение спутника Земли наложены некоторые возмущения, в результате которых спутник начнет совершать возмущенное движение, в частности, орбита уже не будет круговой, движение не будет происходить в плоскости π, угловая скорость $\dot{\varphi} \neq \sqrt{\mu / r_0^3}$. Для составления уравнений возмущенного движения спутника построим систему отсчета $Oxyz$, координатная плоскость xy которой совмещена с плоскостью π. Положение центра масс C искусственного спутника в возмущенном движении будем определять сферическими координатами r, φ, θ.

После обозначений $x = x_1, \dot{x} = x_2, \theta = x_3, \dot{\theta} = x_4, y = x_5$ дифференциальное уравнение возмущенного движения искусственного спутника имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2,\ \dot{x}_2 = (\varepsilon_0 + x_1)[x_4^2 + \cos^2 x_3(\omega + x_5)^2] - \mu(r_0 + x_1)^{-2}, \\ \dot{x}_3 = x_4, \quad\ \dot{x}_4 = -2x_2(\omega + x_5)^2 (r_0 + x_1)^{-1} \sin 2x_3, \\ \dot{x}_5 = -2x_2(\omega + x_5)(r_0 + x_1)^{-1} + 2x_4(\omega + x_5)\,\mathrm{tg} x_3. \end{cases} \qquad (4)$$

Система (4) допускает тривиальное решение $x \equiv 0$, которое соответствует невозмущенному движению спутника.

Функция Ляпунова в теореме 3.1 [3] о K_Δ^ω- устойчивости имеет вид

$$\begin{aligned} V(x) = \nu[\omega^2(4\aleph r_0^2 - 3)x_1^2 + x_2^2 + r_0^2\omega^2 x_3^2 + r_0^2 x_4^2 + \\ + r_0(1 + \aleph r_0^2)x_5^2 + 4\aleph r_0^3 \omega x_1 x_5 + \ldots], \end{aligned} \qquad (5)$$

где $\nu, \aleph$ - положительные постоянные, пока неизвестные.

Обозначим

$$V_1(x) = x_2^2 + r_0^2\omega^2 x_3^2 + r_0^2 x_4^2,$$

$$V_2(x) = \omega^2(4\aleph r_0^2 - 3)x_1^2 + 4\aleph r_0^3\omega x_1 x_5 + x_2^2 + r_0^2(1+\aleph r_0^2)x_5^2.$$

Тогда функция $V_1(x)$ – положительно определенная.

Для того чтобы функция $V(x)$ была знакоположительной, достаточно выбрать число $\aleph$ таким, чтобы функция $V_2(x)$ была знакоположительной. Для этого по признаку Сильвестра достаточно, чтобы $\aleph > 3/r_0^2$.

Производная $\dot{V}(x)$ в силу системы (4) равна 0. Остается выбрать число ν таким образом, чтобы в теореме 3.1 [3] о K_Δ^ω- устойчивости удовлетворялось последнее условие.

В формуле (5) матрица квадратичной части

$$M = \begin{pmatrix} \omega^2(4\aleph r_0^2 - 3) & 0 & 0 & 0 & 2\aleph r_0^2\omega \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_0^2\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_0^2 & 0 \\ 2\aleph r_0^2\omega & 0 & 0 & 0 & r_0^2(1+\aleph r_0^2) \end{pmatrix}$$

путем элементарного преобразования приводится к матрице

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_0^2\omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega^2(4\aleph r_0^2 - 3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{r_0^2(\aleph r_0^2 - 3)}{4\aleph r_0^2 - 3} \end{pmatrix}.$$

При $\aleph > 3/r_0^2$ матрицы Λ и M положительно определенные, следовательно, по основной лемме [3] $M = (HH^*)^{-1} = H^{-1*}H^{-1}$, где для столбцов H_j матрицы $H = (H_1, H_2, \ldots, H_5)$ имеем

$$\|H_j\| = \sqrt{0{,}2\mathrm{Sp}M^{-1}} \quad (j = 1,2,\ldots,5). \tag{6}$$

Таким образом, подставляя подкоренное выражение в (5)

$$\nu = 0{,}2\mathrm{Sp}M^{-1} = 0{,}2\mathrm{Sp}\Lambda^{-1},$$

полученная функция $V(x)$ будет удовлетворять всем условиям теоремы 3.1 [3] о K_Δ^ω-устойчивости. Следовательно, стационарное движение центра масс искусственного спутника Земли устойчиво относительно величин $r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}, \dot{\varphi}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Абгарян К.А.** Устойчивость движения на конечном интервале времени // Итоги науки и техники. Общая механика. - М., 1976. - Т. 3. - С. 43-124.
2. **Абгарян К.А., Аванян В.Т.** К теории устойчивости на заданном интервале времени // ПММ. - 1977. - Т. 41, № 5. - С. 844-849.
3. **Абгарян К.А., Аванян В.Т.** К теории устойчивости на заданном промежутке времени // Тр. МАИ. - 1975. - № 339. - С. 5-11.
4. **Моисеев Н.Д.** Обзор развития неляпуновских теорий устойчивости движения // Зап. семинара по теории устойчивости движения / ВВ акад. им. Жуковского. -1946. - №1. - С. 75-93.
5. **Каменков Г.В.** Об устойчивости движения на конечном интервале времени // ПММ. - 1953. - Т. 17, №5. - С. 529-540-РЖМех. 1956. - №10. 6402.
6. **Каменков Г.В., Лебедев А.А.** Замечание к статье об устойчивости на конечном интервале времени // ПММ. - 1954. - Т. 18, № 4. - С. 512. - РЖМех. 1955. - № 6. 2843.

ЕрАСИ 30.02.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 681.142.2 **АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ**

Л.А. МАНУКЯН

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИНЦИПОВ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ОБУЧЕНИЯ

Դիտարկվում են ուսումնական գործընթացների կառավարման խնդիրների օպտիմալության սկզբունքների ուսումնասիրման հարցեր: Նկարագրվում են օպտիմալ դինամիկական կառավարման խնդիրների լուծման եղանակներ:

Рассматриваются вопросы изучения принципов оптимальности в задачах управления процессом обучения. Доказываются теоремы существования оптимальных управлений. Описываются методы решения задач оптимального динамического управления.

Библиогр.: 3 назв.

The optimality principle study problems in tutorial control tasks are considered. The theorems of optimal control existence are proved. Dynamic optimality control methods are discribed.

Ref.3.

Введение. Данная работа посвящена вопросам реализации принципов оптимальности в задачах управления процессом обучения и является продолжением и развитием работ [1-3]. Доказываются теоремы существования оптимальных решений.

Формализация задачи управления процессом обучения. Рассмотрим характеристики задачи управления процессом обучения. Обозначим через t(u) время, необходимое для обучения элементарному обучающему кванту (ЭОК), где u - один из следующих ЭОК: собственно ЭОК <I,Q,R,K>, контролирующий ЭОК <Q,R,K> с элементами обучения, контролирующий ЭОК $<Q,R,P(R,\overline{R})>$, информационный ЭОК $\{I_k\},\ k=\overline{1,m}$, элементарный тест $<Q,R,P(R,\overline{R}),K>$.

Основное назначение компьютерной обучающей системы (КОС), состоящей из одного обучающего и нескольких обучаемых, заключается в обеспечении возможности передачи обучающей информации обучаемому, тестировании уровня его знаний, степени усвоения нового учебного материала и выборе на основе этого следующего ЭОК.

Пусть P={1,2,...,p} - множество обучающихся. Сформулируем следующие понятия: $n_r(U)$ - количество повторений ЭОК для r-го обучающегося, $r=\overline{1,p}$. Тогда $T(u)=n_r(u)t(u)$ будет время выполнения ЭОК для r-го обучающегося. Обозначим через $f_r(u)$ частоту тестирования знаний r-го обучающегося. Тогда величина $r_u=f(u)f_r$ будет выражать потребность вычислительных ресурсов, необходимых для тестирования знаний r-го обучающегося. Отсюда $\tau_r=\sum_{u\in U} t(u)f_r$ будет общей потребностью вычислительных ресурсов, необходимых для тестирования знаний r-го обучающегося. Пусть $\{u_j^r\},\ j=\overline{1,q}$ – последовательность ЭОК, обеспечивающих требуемый уровень $M_{зн}$ r-го обучаемого. Тогда $\tau_r=\sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r)f_r(u_j^r),\ r=\overline{1,p}$ будет потребностью вычислительных ресурсов, необходимых для обучения r-го обучаемого; $w_r=\sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r)$ - уровнем нужной производительности центрального компьютера, т.е. компьютера рабочего места обучающего.

Обозначим эффективность системы обучения через $F_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1,p}})$. В качестве величины эффективности можно рассмотреть суммарное множество ошибок, допущенных обучающимся после каждого шага обучения.

Задача 1. Рассмотрим задачу определения оптимальной частоты повторений ЭОК для r-го обучающегося, если известны верхние границы: потребности вычислительных ресурсов w^o, производительность центрального компьютера F^o, эффективность обучения E_r^o r-го обучаемого, $r=\overline{1,p}$.

Отсюда задачу 1 можно представить следующим образом:

$$w^o=\sum_{r=1}^{q}\sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r)f_r(u_j^r), \tag{1}$$

$$F^o=\sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r), \tag{2}$$

$$E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1,q_r}}) = E_r^o, r = \overline{2,p} \ , \quad (3)$$

$$E_1(\{f_1(u_j^1)\}_{j=\overline{1,q_1}}) \to \max . \quad (4)$$

Задача 2. Пусть величины эффективности системы обучения E_r^o, $r = \overline{2,p}$ не фиксированы. С целью определения принципа оптимальности рассмотрим векторный критерий оценки эффективности обучения:

$$E = (E_1(\{f_1(u_j^1)\}_{j=\overline{1,q_1}}),..., E_p(\{f_p(u_j^p)\}_{j=\overline{1,q_r}})) .$$

В качестве принципа оптимальности рассмотрим понятие Парето-оптимальности: вектор E^* называется Парето-оптимальным, если нет другого такого вектора E, что $E_r \geq E_r^*$, $r = \overline{1,p}$, и хотя бы для одного r имеет место строгое неравенство. Таким образом, задачу оптимизации частоты обучения обучаемых можно будет сформулировать следующим образом: найти последовательность частот обучения $f_r(\{u_j^r\}_{j=\overline{1,q_r}}), r = \overline{1,p}$ при выполнении условий

$$w^0 = \sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r) f_r(u_j^r), \qquad F^0 = \sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r)$$

такую, что вектор эффективности обучения

$$E = (E_1(\{f_1(u_j^1)\}_{j=\overline{1,q_1}}),..., E_p(\{f_p(u_j^p)\}_{j=\overline{1,q_p}}))$$

является Парето-оптимальным.

Рассмотрим теоремы существования оптимальных решений.

Теорема 1. Если функции $t(u_j^r)$, $f_r(u_j^r)$ выпуклые, непрерывные и имеют первые производные, а вторые производные не обращаются в нуль, функции $E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1,q_r}}) = E_r$, $r = \overline{1,\ell}$ выпуклые, непрерывные и имеют первые производные по f_r, а вторые производные не обращаются в нуль, то существует решение задачи 1.

Доказательство. Определим функцию Лагранжа задачи (1)-(4):

$$L(\{\{u_j^r\}_{j=\overline{1,q_r}}\}_{r=\overline{1,p}}, \lambda, \mu, \{\nu_r\}_{r=\overline{2,p}}) =$$

$$= E_1(\{f_1(u_j^1)\}_{j=\overline{1,q^1}}) + \lambda(w^o - \sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r) f_r(u_j^r) +$$

$$+ \mu(F^o - \sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r)) + \sum_{r=2}^{p} \nu_r (E_r^o - E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1,q_r}}) .$$

Отсюда, продифференцировав функцию

$L(\{\{u_j^r\}_{j=\overline{1,q_r}}\}_{r=\overline{1,p}}, \lambda, \mu, \{\nu_r\}_{r=\overline{2,p}})$ по u_j^r, $j = \overline{1,q_r}$, $r = \overline{1,p}$, λ, μ, ν_r, $r = \overline{2,p}$, приравняв частные производные нулю и сгруппировав подобные члены, получим

$$[\frac{\partial E_1}{\partial f_1} - \mu - \lambda t(u_j^1)]\frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} - \lambda\frac{\partial t}{\partial u_j^1} f_1(u_j^1) = 0,\ j = \overline{1, q_1}\ , \tag{5}$$

$$[\frac{\partial E_1}{\partial f_r} - \lambda t(u_j^r) - \mu - \nu_r\frac{\partial E_r}{\partial f_r}]\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} - \lambda\frac{\partial t}{\partial u_j^r} f_r(u_j^r) = 0, j = \overline{1, q_r}, r = \overline{2, p}\ , \tag{6}$$

$$w^o = \sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r) f_r(u_j^r)\ , \tag{7}$$

$$F^o = \sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r)\ , \tag{8}$$

$$E_r^o = E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1,q_r}}),\ \ r = \overline{2, p}\ .$$

После упрощения выражений (5)-(8) получим

$$\overline{\lambda} = \frac{F^o \cdot \frac{\partial E_1}{\partial f_1}\cdot\frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} - \frac{\partial f_1}{\partial u_j^1}\sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r}\nu_r\frac{\partial E_r}{\partial f_r}\cdot\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} f_r(u_j^r)}{F_o t(u_j^1)\cdot\frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} + \frac{\partial f_1}{\partial u_j^1}\sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r}[t(u_j^r) f_r(u_j^r)\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} + \frac{\partial t}{\partial u_j^r} f_r^2(u_j^r)]}\ ,$$

$$\overline{\mu} = \frac{\frac{\partial E_1}{\partial f_1}\sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r}[t(u_j^r) f_r(u_j^r)\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} + \frac{\partial t}{\partial u_j^r} f_r^2(u_j^r)] - t(u_j^r)\sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r}\nu_r\frac{\partial E_r}{\partial f_r}\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} f_r(u_j^r)}{F_o t(u_j^1) - \sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r}[t(u_j^r) f_r(u_j^r)\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} + \frac{\partial t}{\partial u_j^r} f_r^2(u_j^r)]}\ ,$$

которые вместе с системой уравнений

$$\frac{\partial E_1}{\partial f_r}\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} - \mu\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} - \lambda[t(u_j^r)\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} + \frac{\partial t}{\partial u_j^r} f_r(u_j^r)] - \nu_r\frac{\partial E_r}{f_r}\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} = 0\ ,$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial f_1}\frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} - \mu\frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} - \lambda[t(u_j^1)\frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} + \frac{\partial t}{\partial u_j^1} f_1(u_j^1)] = 0\ ,$$

$$F^o = \sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r)\ ,\quad w^o = \sum_{r=1}^{p}\sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r) f_r(u_j^r)\ ,$$

$$E_r^o = E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1,q_r}}),\ r = \overline{2, p}$$

дадут решение задачи 1. Теорема доказана.

Теорема 2. Если функции $t(u_j^r)$, $f_r(u_j^r)$ выпуклые, непрерывные и имеют первые производные, а вторые производные не обращаются в нуль, функции $E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1,q_r}})$, $r = \overline{1, p}$ выпуклые, непрерывные и имеют первые производные по f_r, а вторые производные не обращаются в нуль,

$$\left[\frac{\partial \ln f_r}{\partial u_j^r}+\frac{\partial \ln t}{\partial u_j^r}\right] t(u_j^r) f_r(u_j^r) = \mathrm{const},$$

$$\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} = \mathrm{const},\ j=\overline{1,q_r},\ r=\overline{1,p},$$

то имеет место равенство

$$\frac{\nu_r}{\nu_h} = \frac{\dfrac{\frac{\partial E_1}{\partial f_r}}{\frac{\partial E_h}{\partial f_h}\frac{\partial f_h}{\partial u_j^h}}}{\dfrac{\frac{\partial E_1}{\partial f_h}}{\frac{\partial E_r}{\partial f_r}\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r}}}.$$

Доказательство. Аналогично доказательству теоремы 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Манукян Л.А.** О проектировании автоматизированной обучающей системы и ее применении // Моделирование, оптимизация, управление: Сб. научн. тр. / ГИУА.- Ереван, 1999.- С. 139-143.
2. **Манукян Л.А.** Диалоговые средства тестирования в динамической обучающей системе // Моделирование, оптимизация, управление: Сб. научн. тр. / ГИУА.- Ереван, 1999.- С. 184-189.
3. **Манукян Л.А., Аггашян Р.В., Манукян А.Э., Аракелян А.А.** К вопросу проектирования АОС алгоритмических языков программирования // Computer science and information technologies: Тез.докл.науч.-практ. конф. - Ереван, 1999.- С. 339-342.

ГИУА 07.01.1999

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 519.6 **АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ**

М.А. АЛАМЕДДИН

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ФУНКЦИЙ ВЫБОРА В ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Դիտարկվում է ֆունկցիաների և նրանց ծնող բինար հարաբերությունների հատկությունների հետազոտման անհրաժեշտությունը խնդիրներում, որոնք առաջանում են բաշխված տվյալների բազաների ստեղծմամբ և արհեստական բանականության համակարգերում:

Рассматривается проблема изучения свойств функций выбора и порождающих их отношений в задачах, связанных с созданием распределенных баз данных, а также в исследовании систем искусственного интеллекта.

Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

The problem of the study of choice functions and relations generated by these functions is considered. Such a type of problems provides consideration of distributed databases and artificial intelligence systems.

Iℓℓ 1. Ref. 3

Введение. Основой всякой задачи принятия решений является бинарное отношение, заданное на множестве альтернатив. В большинстве практических задач оценка решения производится по одному критерию. Однако известны случаи, когда оценку решения необходимо производить по нескольким аспектам или критериям [1,2]. Модели, в которых оценка решения производится по нескольким критериям, рассматриваются в теории выбора и принятия решений .

Проблема изучения свойств функций выбора и порождающих их отношений возникает в задачах, связанных с созданием распределенных баз данных, а также в исследовании систем искусственного интеллекта [3].

Данная работа посвящена изучению свойств функций выбора, связанных со свойствами порождающих их отношений предпочтения.

1. Определения и обозначения. Пусть задано некоторое множество Ω элементов произвольной природы и ρ - отношение предпочтения, заданное на Ω. Пару (Ω, ρ) будем называть задачей принятия решений.

Функцией выбора будем называть такое отображение C: $\Omega \to \Omega$, которое каждому подмножеству $X \subset \Omega$ ставит в соответствие множество $C(X) \subseteq X$. Если между элементами x и y $\in X \subset \Omega$ определено отношение ρ, то будем писать $(x,y) \in \rho$.

Определим функцию выбора $C^{\rho}(X) = \{x \in X | (y,x) \notin \rho$ для любой $y \in X\}$, которую назовем блокировкой.

Определим следующие классы функций выбора [2]:

Условие наследования (Н): если $X' \subseteq X$, то $C(X') \supseteq C(X) \cap X'$.

Условие согласия (С): $\bigcap\limits_i C(x_i) \subseteq C(\bigcup\limits_i x_i)$.

Условие слабой сумматорности (ССМ):

$$C(X_1 \cup X_2) \subseteq C(X_1) \cup C(X_2).$$

Условие слабой мультипликативности (СМП):

$$C(X_1 \cap X_2) \subseteq C(X_1) \cap C(X_2).$$

Условие монотонности (М): $X_1 \subseteq X_2$ влечет $C(X_1) \subseteq C(X_2)$.

Пусть даны бинарные отношения $\rho_i \subset \Omega x \Omega$, i =1,…,n. Под суперпозицией отношений ρ_i, i=1,…,n будем понимать отношение $\rho = \rho_1 \circ \rho_2 \circ \ldots \circ \rho_n$, определенное следующим образом:

$(x,y) \in \rho_1 \circ \rho_2 \circ \ldots \circ \rho_n$ тогда и только тогда, когда существуют такие $\{z_i\}$ $i=1,n-1 \subset \Omega$, что $(x,z) \in \rho_1 \& (z_1,z_2) \in \rho_2 \& \ldots \& (z_{n-1},y) \in \rho_n$.

Под суперпозицией функций выбора блокировки C^{ρ} и C^{σ} будем понимать функцию выбора C, определенную следующим образом:
$(z,x) \in C^{\rho} \circ C^{\sigma}$ тогда и только тогда, когда существует такое $x \in X$, что $(z,y) \in C^{\rho}$, $(z,x) \in C^{\sigma}$.

2. Свойства функций выбора блокировки

Теорема 1. Функция выбора блокировки обладает свойствами наследования, согласия, слабой сумматорности, слабой мультипликативности и немонотонности.

Доказательство. Докажем, что функция выбора блокировки имеет свойство наследования. Пусть $X' \subseteq X$. Покажем, что $C^{\rho}(X) \cap X' \subseteq C^{\rho}(X')$. Пусть $x \in C^{\rho}(X) \cap X'$. Тогда $(y,x) \notin \rho$ для любого $y \in x$. Следовательно, $(y,x) \notin \rho$ для любого $y \in X'$. Отсюда и из $x \in X'$ следует $x \in C^{\rho}(X')$.

Докажем, что функция выбора блокировки имеет свойство согласия. Пусть $x \in \bigcap_i C^{\rho}(X_i)$. Отсюда $x \in C^{\rho}(X_i)$ для любого i. Следовательно, $x \in X_i$, $(y,x) \notin \rho$ для любого i. Отсюда $x \in \bigcup_i X_i$ и $(y,x) \notin \rho$ для любого $y \in \bigcup_i X_i$. Следовательно, $x \in C^{\rho}(\bigcup_i X_i)$.

Докажем, что функция блокировки имеет свойство слабой сумматорности. Пусть $x \in C^{\rho}(X_1 \cup X_2)$. Тогда либо $x \in X_1$, либо $x \in X_2$ и $(y,x) \notin \rho$ для любого $y \in X_1 \cup X_2$. Отсюда $x \in C^{\rho}(X_1)$ и либо $x \in C^{\rho}(X_2)$, либо
$x \in C^{\rho}(X_1) \cup C^{\rho}(X_2)$.

Следовательно, $C^{\rho}(X_1 \cup X_2) \subseteq C^{\rho}(X_1) \cup C^{\rho}(X_2)$. Нетрудно привести пример, показывающий, что функция выбора блокировки не обладает свойством сумматорности.

Докажем, что функция выбора блокировки имеет свойство слабой мультипликативности. Если $x \in C^{\rho}(X_1)$ и $x \in C^{\rho}(X_2)$, то $(y,x) \notin \rho$ для любого $y \in X_1$ и $y \in X_2$, т. е. для любого $y \in X_1 \cap X_2$. Следовательно, $(y,x) \notin \rho$ для любого $y \in X_1 \cap X_2$. Отсюда $C(X_1) \cap C(X_2) \subseteq C(X_1 \cap X_2)$.

Докажем, что функция выбора блокировки может не обладать свойством монотонности. Пусть $x \in C^{\rho}(X_1)$ и существует такой $y \in X_2 \backslash X_1$, что $(y,x) \in \rho$. Тогда $x \notin C^{\rho}(X_2)$.

Аналогично можно доказать, что функция выбора блокировки может не обладать свойством сумматорности, т.е.
$C^{\rho}(X_1) \cap C^{\rho}(X_2) = C(X_1 \cup X_2)$,
и свойством мультипликативности
$C(X_1 \cap X_2) = C(X_1) \cap C(X_2)$.

Теорема 2. Пусть ρ_i-бинарные отношения, заданные на Ω, i=1,...,n; C^{ρ_n}, $C^{\rho_1\circ\ldots\circ\rho_n}$ - функции выбора блокировки. Тогда $C^{\rho_n}(X) \subset C^{\rho_1\circ\ldots\circ\rho_n}(X)$ для любого $X \subset \Omega$.

Доказательство. Пусть $x \in C^{\rho_n}(X)$ и $x \notin C^{\rho_1\circ\ldots\circ\rho_n}(X)$. Тогда существуют такие $y, \{z_k\}_{k=1,n-1} \subset X$, что

$$(y, z_1) \in \rho_1 \,\&\, (z_1, z_2) \in \rho_2 \,\&\ldots\&\, (z_{n-1}, x) \in \rho_n.$$

Следовательно, $x \notin C^{\rho_n}(X)$.

Теорема 3. Пусть ρ_i - бинарные отношения, заданные на Ω, $i = 1,\ldots,n$; C^{ρ_j}, $C^{\rho_1\circ\ldots\circ\rho_n}$ - функции выбора блокировки, j = 1,…,n. Тогда, если $\rho_n(X) \cap C^{\rho_j}(X) \neq empty, j < n$, то $C^{\rho_j}(X) \subset C^{\rho_1\circ\ldots\circ\rho_n}(X), j < n.$

Доказательство. Пусть $x \in C^{\rho_j}(X)$. Так как $\rho_n(X) \cap C^{\rho_j}(X) \neq empty, j<n$, то существует такая последовательность $\{z_k\}_{k=1,n-1} \subset X$, что $(y, z_1) \in \rho_1 \,\&\, (z_1, z_2) \in \rho_2 \,\&\ldots\&\, (z_{n-1}, x) \in \rho_n$, $(y,x) \in \rho_1\circ\ldots\circ\rho_n$. Отсюда $x \in C^{\rho_1\circ\ldots\circ\rho_n}(X)$.

Теорема 4. Пусть ρ_i - бинарные отношения, заданные на Ω, $i = 1,\ldots,n$; C^{ρ_j}, $C^{\rho_1\circ\ldots\circ\rho_n}$ - функции выбора блокировки, j=1,…,n. Тогда, если $\rho_n(X) \cap C^{\rho_j}(X) = empty, j < n$, то

$$C^{\rho_j}(X) \subset C^{\rho_1\circ\ldots\circ\rho_n}(X), j < n, X \subseteq \Omega..$$

Доказательство. Пусть $x \in C^{\rho_j}(X)$. Если бы $x \notin C^{\rho_1\circ\ldots\circ\rho_n}(X)$, то существовала бы такая последовательность $\{z_k\}_{k=1,n-1} \subset X$ и $y \in X$, что $(y, z_1) \in \rho_1 \,\&\, (z_1, z_2) \in \rho_2 \,\&\ldots\&\, (z_{n-1}, x) \in \rho_n$. Следовательно, $(y, x) \in \rho_1 \circ\ldots\circ \rho_i, x \in \rho_n(X)$. Отсюда $x \in \rho_n(X) \cap C^{\rho_j}(X)$, и мы получили бы противоречие с тем, что $\rho_n(X) \cap C^{\rho_j}(X) = empty, j < n$.

Теорема 5. Пусть ρ, σ - бинарные отношения, заданные на Ω; $C^\rho, C^\sigma, C^{\rho\circ\sigma}$ - функции выбора блокировки. Тогда $C^{\rho\circ\sigma} \not\subset C^\rho \circ C^\sigma$. *Доказательство*. Рассмотрим бинарные отношения ρ, σ, определенные следующим образом (рис.): ρ={(a,d), (c,d), (a,x),(d,x), (c,b), (b,x),(c,x)}, σ={(e,x), (f,e), (f,x)}.

Тогда $(z,e) \notin \rho\circ\sigma$ для любого $z \in$ {a,b,c,d} и, следовательно, $(z,e) \in C^{\rho\circ\sigma}$. Однако $(z,x) \notin C^\rho, (x,e) \in C^\sigma$ и, следовательно, $(z,e) \notin C^\rho \circ C^\sigma$.

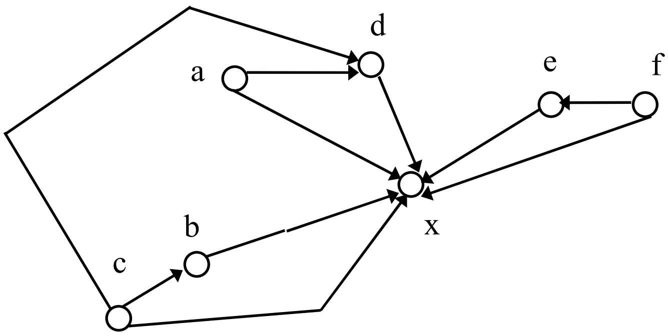


Рис.

Таким образом, изучена связь между свойствами наследования, сумматорности, мультипликативности и монотонности функций выбора блокировки. Показано, что суперпозиция двух функций выбора блокировки не всегда равна функции выбора блокировки, порожденной суперпозицией бинарных отношений предпочтения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Аракелян А.А.** Методы оптимизации диалоговых информационных систем контроля. - Ереван: Изд. АН АрмССР, 1985. - 363 с.
2. Теория выбора и принятия решений / Под ред. **Т. М. Виноградской.**- М.: Наука, 1982. - 357 с.
3. **Frost R.** Introduction to knowledge base systems McGraw Hill Publishing Company - 1986. - 677 p.

ГИУА 28.09.1999

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. **LIII, № 1.**

УДК 621.391.5 **РАДИОЭЛЕКТРОНИКА**

А.А. САРКИСЯН

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В СОТОВОЙ СВЯЗИ

Դիտարկվում է ֆունկցիաների և նրանց ծնող բինար հարաբերությունների հատկությունների հետազոտման անհրաժեշտությունը խնդիրներում, որոնք առաջանում են բաշխ-ված տվյալների բազաների ստեղծմամբ և արհեստական բանականության համակարգերում:

Рассмотрены возможности использования теории массового обслуживания в сотовой системе связи. Для случая эрлангового распределения показан технико-экономический эффект подхода**.**

Библиогр: 2 назв.

Mass service theory application possibilities in cellular communication are considered. The technical and economical effect of this approach is shown for Erlang distribution case.

Ref. 2.

В связи с бурным развитием мобильной связи (в особенности сотовой) все больше ощущается необходимость использования методов прикладной теории - теории массового обслуживания в системах связи, в частности, в системах сотовой связи.

Основная задача теории массового обслуживания состоит в определении различных функциональных характеристик системы обслуживания (в нашем случае, средней загрузки каналов сотовой станции), с тем, чтобы найти ее слабые звенья, при этом качество связи, как таковое, не принимается во внимание. Тем не менее, применение этой теории в сотовых системах связи может дать определенный экономический эффект. Например, владельцы сети цифровых и мобильных АТС будут нести неоправданные расходы, если количество входных и выходных портов соединений телефонных линий будет больше, чем число соединений абонентов друг с другом в единицу времени, и наоборот, если количество портов будет меньше, чем число соединений абонентов в единицу времени, так как при этом часть запросов на соединение получит отказ. Ввиду большой сложности реальных ситуаций при построении математических моделей функционирования сотовой системы на основе положений массового обслуживания многими факторами приходится пренебрегать. Поэтому полученные решения могут оказаться лишь приближенно оптимальными.

Постановка задачи. На практике входящий поток запросов предполагается пуассоновским. В этом случае вероятность $\mathbf{P(X(t)=k)}$ того, что число запросов $\mathbf{X(t)}$, поступающих на обслуживание в промежуток времени продолжительностью $\mathbf{t}$, равно $\mathbf{k}$, определяется по формуле

$$P(X(t)=k)=(\lambda t)^k e^{-\lambda t}/k!,\ \lambda>0,\ k=0,1,....., \qquad (1)$$

где λ - интенсивность потока, т.е. среднее число его запросов, поступающих в систему массового обслуживания в единицу времени [1].

Распределение Пуассона играет в теории массового обслуживания примерно такую же роль, что и нормальное распределение в теории вероятностей. Дело в том, что суммирование большого числа случайных потоков при некоторых условиях приводит к пуассоновскому потоку. Этот своеобразный аналог центральной предельной теоремы теории вероятностей и объясняет широкое распространение на практике пуассоновского потока требований. Для пуассоновского потока промежутки времени между двумя последовательными моментами поступления требований подчиняются показательному закону распределения.

Число портов в системе сотовой связи по аналогии с системой массового обслуживания может быть любым. Например, если телефонные линии обслуживаются одним портом, то это соответствует случаю системы с одним портом. Если портов в системе очень много, то для упрощения математического описания процессов приближенно можно считать их число равным бесконечности.

Основной характеристикой функционирования порта является время обслуживания требования этим портом. Этот показатель характеризует не качество обслуживания, а лишь пропускную способность порта. Время обслуживания обычно непостоянно и является случайной величиной. При этом считают, что продолжительности обслуживания разных требований данным прибором - независимые случайные величины с одним и тем же законом распределения, который наиболее часто полагают показательным. Им хорошо описывается длительность телефонных разговоров.

Основное и весьма примечательное свойство показательного закона времени обслуживания состоит в том, что закон распределения оставшейся части времени обслуживания не зависит от времени, которое уже было затрачено на это обслуживание. Если поступившее на обслуживание требование застает все порты занятыми обслуживанием других требований, то оно либо покидает систему необслуженным, либо становится в очередь. В первом случае имеем систему с отказами, во втором - с ожиданием. Примером системы с отказами является АТС: если абонент занят (частые гудки), то разговор не происходит.

Случаи с потерями (отказами). Пусть система состоит из ***n*** однотипных обслуживающих портов и в эту систему поступает пуассоновский поток однородных запросов с интенсивностью λ [1]. Предположим далее, что время обслуживания каждого запроса каждым портом подчиняется показательному закону с параметром μ. Этот параметр здесь имеет простой физический смысл: его обратная величина равна среднему времени обслуживания запроса портом. Если оказывается, что все обслуживающие порты заняты, то требование получает отказ и покидает систему необслуженным.

Явное аналитическое решение для стационарного распределения вероятностей числа требований, находящихся на обслуживании в системе с отказами, дает формула Эрланга

$$p_k = \frac{\alpha^k}{k!} \Big/ \sum_{k=0}^{n} \frac{\alpha^k}{k!}, \quad \mathbf{k}=0,1,...,\mathbf{n}, \quad \alpha=\lambda/\mu. \qquad (2)$$

Она устанавливает зависимость вероятности $p_k(t)$ того, что в системе в момент времени **t** находится на обслуживании **k** требований (**k**=0,1,...,n) от среднестатистических параметров систем λ и μ в предположении, что в любой момент времени **t** выполняется условие нормировки $\sum_{k=0}^{n} P_k(t) = 1$. Это непосредственно следует из того, что в любой момент времени **t** в системе находится на обслуживании либо 0, либо 1, либо, наконец, **n** требований.

Для рассматриваемой системы с отказами наибольший интерес представляет вероятность отказа, т.е. вероятность того, что в момент поступления очередного запроса на обслуживание все порты будут заняты. Тогда

$$p_{отк} = p_n = \frac{\alpha^n}{n!} \Big/ \sum_{k=0}^{n} \frac{\alpha^k}{k!}, \qquad (3)$$

а среднее число портов, занятых обслуживанием, будет

$$N=\sum_{k=1}^{n} kp_k = p_0\sum_{k=1}^{n}\frac{\alpha^k}{(k-1)!}=\alpha(1-p_n)\ . \qquad (4)$$

Величина p_n характеризует полноту обслуживания входящего потока, а **N** - степень загрузки системы.

Так, одна плата приемника/передатчика базовой приемно-передающей станции BTS (Base Transreceiver Station) сотовой сети GSM в г. Ереване имеет семь каналов связи (семь обслуживающих портов) [2]. Очевидно, что моменты поступления на станцию требований, т.е. заявок на соединение с абонентом для ведения разговоров, равно как и продолжительность этих разговоров, являются случайными. Примем, что поток запросов - пуассоновский с интенсивностью λ=3 вызова в минуту и время каждого разговора имеет показательное распределение с математическим ожиданием $1/\mu$, равным 2 *мин*. Если запрос получает отказ, т.е в момент его поступления на станцию все семь каналов связи заняты, то **n**=7, $\alpha=\lambda/\mu=3\times2=6$, и, следовательно, вероятностью того, что телефонный разговор с первого вызова не состоится, согласно (3) будет

$$P_7=\frac{6^7/7!}{\sum_{k=0}^{7}6^k/k!}=0{,}18\ .$$

Среднее число занятых каналов во время работы станции определим по формуле (4): N=6(1-0,18)=4,92 каналов. Поэтому коэффициент загрузки каналов связи данной станции будет $K_з = N/n = 4{,}92/7 = 0{,}7$, а коэффициент простоя: $K_{пр} = 1-0{,}7 = 0{,}3$.

Работу рассмотренной BTS в этом случае вряд ли можно считать удовлетворительной, так как станция не соединяет с абонентом в среднем 18% случаев ($p_7 = 0{,}18$). Очевидно, что пропускную способность BTS при данных λ и μ можно увеличить только за счет увеличения числа каналов связи. Так, при удвоении числа плат (14 каналов) пропускная способность BTS увеличится, поскольку $P_{14} = 0{,}002$, $K_з = 0{,}42$, $K_{пр} = 0{,}58$. Отсюда следует, что если проектировать BTS для данных значений λ и μ так, чтобы она могла одновременно обслужить 14 разговоров (n=14), то только в 0,2% случаев будет получен отказ из-за занятости всех 14 каналов. Очевидно, что экономически более выгодно использование двух плат при 0,2% отказов, чем одной платы при 18% отказов.

Рассмотренный пример является лишь малой частью тех расчетов, которые должны производиться при планировании количества приемно-передающих каналов BTS для большего числа пользователей (до 48 на один приемно-передающий модуль BTS).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Саульев В.К.** Математические модели теории массового обслуживания. – М.: Статистика , 1979. – 96 с.
2. **Technical Manual**. - Siemens: GSM-900 Equipment, BS-60. - 1996.

ГИУА 24.03.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 532.546 **ГИДРАВЛИКА**

Н.Л. МЕЛИКЯН

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАПОРА В АРТЕЗИАНСКОМ ВОДОНОСНОМ ГОРИЗОНТЕ ПРИ ПРИТОКЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД К ФОНТАНИРУЮЩЕЙ СКВАЖИНЕ

Դիտարկվում է ճնշումային ջրաբեր շերտում ճնշման վերաբաշխման խնդիրը, երբ այնտեղից կատարվում է ջրառում շատրվանող հորատանցքի միջոցով: Ջրաբեր շերտում ճնշման անկումը որոշող (2) ինտեգրալը, որը ստացված էր Մ.Մասկետի կողմից որպես (1) հավասարման ընդհանուր լուծում, հաշվարկել էինք հորատանցքի ոչ հաստատուն ելքի դեպքում` կիրառելով Թեյլորի շարքը և այդ ելքի որոշման համար հեղինակի կողմից ստացված (1) բանաձևը: Տրվում են ջրաբեր շերտում (9) և անմիջապես հորատանցքի մեջ (10) ճնշման անկումը որոշող բանաձևերը:

Рассмотрены вопросы перераспределения пьезометрического напора в артезианском водоносном горизонте при работе фонтанирующей скважины с переменным во времени дебитом и напором в ней. Даются расчетные формулы в виде сходных рядов для определения понижения напора соответственно в любой точке водоносного горизонта и в самой скважине в любой момент времени.

Табл.3. Библиогр.: 7 назв.

Artesian piesometric head aquifer pressure distribution problems for groundwater input to the spouting well with time variable debit and head in it are considered. The pressure decrease in the artesian aquifer is determined by M.Masket's integral. The design formulas like the series for specifying the head decline at any aquifer point and in the well itself at any moment are given.

Tables 3. Ref. 7

Рассмотрим перераспределение пьезометрического напора при действии одиночной фонтанирующей скважины в неограниченном однородном напорном горизонте постоянной мощности.

Радиальное движение подземных вод характеризуется следующими уравнениями [1-3,6,7]:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial H}{\partial r}=\frac{1}{a}\frac{\partial H}{\partial t}, \quad a=\frac{Km}{\mu^*}, \tag{1}$$

где K - коэффициент фильтрации водоносного горизонта; m - его мощность; μ^* и a - коэффициенты упругой водоотдачи водоносного горизонта и пьезопроводности; H - пьезометрический напор на расстоянии r от водозаборной скважины в момент времени t.

Принимая, что в рассматриваемой фильтрационной среде действует постоянно точечный источник, дебит которого, начиная с какого-либо момента времени τ, меняется по закону $Q(\tau)$, и, пользуясь методом источников и стоков [3], как общее решение (1), получена формула

$$S = H_e - H = \frac{1}{4\pi Km}\int_0^t \frac{Q(\tau)}{t-\tau} e^{-\frac{r^2}{4a(t-\tau)}} d\tau, \qquad (2)$$

где S - понижение напора в водоносном горизонте на расстоянии r от водозаборной скважины; H_e - напор до водозабора.

Это решение доведено до расчетной формулы только для точечных источников с постоянным во времени дебитом.

Приведем одно его решение при переменном дебите, что характерно для фонтанирующей скважины. Следуя [6], будем считать, что в некотором интервале времени t функция $Q(\tau)$ может быть разложена в ряд Тэйлора.

Обозначив

$$\frac{r^2}{4a(t-\tau)} = u, \qquad (3)$$

причем

$$u_{\tau=0} = \frac{r^2}{4at} = \beta, u_{\tau=t} \to \infty,$$

$$\tau = t - \frac{r^2}{4au}, d\tau = \frac{r^2}{4au^2} du, \qquad (4)$$

имеем

$$\begin{aligned} Q(\tau) = Q\left(t - \frac{r^2}{4au}\right) = Q(t) - \frac{r^2}{4au}Q^{(1)}(t) + \frac{1}{2}\left(\frac{r^2}{4au}\right)^2 Q^{(2)}(t) - \\ -\frac{1}{3}\left(\frac{r^2}{4au}\right)^3 Q^{(3)}(t) + \ldots + \frac{(-1)^n}{n!}\left(\frac{r^2}{4au}\right)^n Q^{(n)}(t) = Q(t,u), \end{aligned} \qquad (5)$$

где $Q^{(n)}(t)$- n-я производная функции $Q(t)$.

Подставляя (3)-(5) в (2), получим

$$S = \frac{1}{4\pi Km}\int_\beta^\infty Q(t,u)\frac{4au}{r^2} e^{-u} \frac{r^2}{4au^2} du = \frac{1}{4\pi Km}\int_\beta^\infty Q(t,u)\frac{e^{-u}}{u} du. \qquad (6)$$

Учитывая, что $\frac{r^2}{4au} = \frac{t\beta}{u}$, и подставляя (5) в (6), получим

$$\begin{aligned} S = \frac{1}{4\pi Km}\int_\beta^\infty \Bigg[Q(t) - \frac{t\beta}{u}Q^{(1)}(t) + \frac{1}{2!}\left(\frac{t\beta}{u}\right)^2 Q^{(2)}(t) - \\ -\frac{1}{3!}\left(\frac{t\beta}{u}\right)^3 Q^{(3)}(t) + \ldots + \frac{(-1)^n}{n!}\left(\frac{t\beta}{u}\right)^n Q^{(n)}(t)\Bigg]\frac{e^{-u}}{u} du. \end{aligned} \qquad (7)$$

Интегрируя уравнение (6) по частям, при котором использовано известное решение интегралов типа $\int_\beta^\infty \frac{e^{-u}}{u^{n+1}} du$, получим [5]

$$
\begin{aligned}
S = \frac{1}{4\pi Km}\Bigg\{ & Q(t)\left[-E_i(-\beta)\right] - t\beta Q^{(1)}(t)\left[E_i(-\beta)+\frac{e^{-\beta}}{\beta}\right]+ \\
& + \frac{1}{2!}t^2\beta^2 Q^{(2)}(t)\left[-\frac{1}{2}E_i(-\beta)+\frac{e^{-\beta}}{2\beta^2}-\frac{e^{-\beta}}{2\beta}\right]- \\
& - \frac{1}{3!}t^3\beta^3 Q^{(3)}(t)\left[\frac{1}{6}E_i(-\beta)+\frac{e^{-\beta}}{3\beta^3}+\frac{e^{-\beta}}{6\beta^2}+\frac{e^{-\beta}}{6\beta}\right]+\ldots+ \\
& + \frac{(-1)^n}{n!}t^n\beta^n Q^{(n)}(t)\left[\frac{(-1)^{n+1}}{n!}E_i(-\beta)+\frac{e^{-\beta}}{\beta^n}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(-1)^k\beta^k}{n(n-1)\ldots(n-k)}\right]\Bigg\},
\end{aligned}
\qquad (8)
$$

где - $E_i(-\beta)$ - экспоненциальная функция.

Для определения понижения напора в любой точке артезианского водоносного горизонта в любой момент времени при работе одиночной фонтанирующей скважины после некоторых преобразований в конечном виде получим

$$
\begin{aligned}
S = \frac{1}{4\pi Km}\Bigg\{ & Q(t)\left[-E_i(-\beta)\right] - tQ^{(1)}(t)\left[\beta E_i(-\beta)+e^{-\beta}\right]+ \\
& + \frac{1}{(2!)^2}t^2 Q^{(2)}(t)\left[-\beta^2 E_i(-\beta)+e^{-\beta}-\beta e^{-\beta}\right]- \\
& - \frac{1}{(3!)^2}t^3 Q^{(3)}(t)\left[\beta^3 E_i(-\beta)+2e^{-\beta}-\beta e^{-\beta}+\beta^2 e^{-\beta}\right]+\ldots+ \\
& + \frac{(-1)^n}{(n!)^2}t^n Q^{(n)}(t)\left[(-1)^{n+1}\beta^n E_i(-\beta)+n!e^{-\beta}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(-1)^k\beta^k}{n(n-1)\ldots(n-k)}\right]\Bigg\}.
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

Для определения понижения напора в самой фонтанирующей скважине достаточно в (9) полагать, что $r=r_0$ (r_0- радиус скважины). В этом случае с большой точностью можно принять, что

$$\beta = \frac{r_0^2}{4at} \to 0,\ r_0 << a,\quad e^{-\beta} \to 1,\ -E_i(-\beta) = \ln\frac{2{,}25at}{r_0^2}.$$

Тогда уравнение (9) для скважины будет иметь вид

$$
\begin{aligned}
S_0 = \frac{1}{4\pi Km}\Bigg[& \ln\frac{2{,}25at}{r_0^2}Q(t) - tQ^{(1)}(t) + \frac{1}{4}t^2 Q^{(2)}(t) - \\
& - \frac{1}{18}t^3 Q^{(3)}(t) + \ldots + \frac{(-1)^n}{nn!}t^n Q^{(n)}(t)\Bigg].
\end{aligned}
\qquad (10)
$$

С целью применения уравнений (9) и (10) в расчетах в качестве непрерывной функции $Q(t)$ (при $t>0$) предлагается выражение, полученное нами для определения дебита одиночной фонтанирующей скважины [4]:

$$Q(t)=\left(\sqrt{\ln^2\frac{2{,}25at}{r_0^2}+64\pi^2K^2m^2H_0\eta}-\ln\frac{2{,}25at}{r_0^2}\right)\left(8\pi Km\eta\right)^{-1}, \qquad (11)$$

где H_0 - начальный положительный напор подземных вод над устьем скважины; η-гидравлическое сопротивление водоподъемной трубы скважины, выраженное по формуле

$$\eta=\frac{2r_0+\lambda\ell}{4g\pi^2r_0^5}, \qquad (12)$$

ℓ - длина водоподъемной трубы; λ- коэффициент гидравлического трения.

При определении n-й производной функции Q(t), выражающейся по (11), получим многочлен в общем виде:

$$Q^n(t)=\frac{1}{t^n}f(\ln At), \qquad (13)$$

где A - константа, рассчитываемая параметрами водоносного горизонта и скважины.

Численные значения $Q^{(n)}(t)$ приобретают знак $(-1)^n$, так что, подставляя их в ряды (9) и (10), знаки всех членов становятся положительными, а находящийся там t^n сокращается. Если наряду с этим иметь в виду наличие в знаменателях членов рядов n!, то сходимость этих рядов не вызывает сомнения.

С целью проверки точности (9) произведены соответствующие расчеты, причем ограничивались только первыми пятью членами ряда ввиду монотонного уменьшения значений последующих его членов и некоторых математических осложнений, возникающих при определении произведения высшего порядка производных функции Q(t).

Установлены значения понижения напора на расстояниях r_1=500 *м*, r_2=1000 *м*, r_3=1500 *м* от фонтанирующей скважины при продолжительностях его работы t_1=50 и t_2=100 *сут*. Полученные результаты сравнены с данными модельных исследований, проведенных на сеточной математической модели типа "Гидроинтегратор".

Исходные параметры напорного водоносного горизонта и фонтанирующей скважины следующие: Km=2000 *м²/сут*, H_0=18 *м*, μ^*=0,01, ℓ=60 *м*, $\eta=1{,}38\cdot10^{-8}$ *сут²/м⁵*, $\zeta_{нс}$=1,0.

Результаты расчетов приводятся в таблицах 1 - 3.

Таблица 1

Расчетные значения производных $Q^{(n)}(t)$ *в различных временах*

Время суток	$Q(t)$, *м³/сут*	$Q^{(1)}(t)$, *м³/сут²*	$Q^{(2)}(t)$, *м³/сут³*	$Q^{(3)}(t)$, *м³/сут⁴*	$Q^{(4)}(t)$, *м³/сут⁵*
50	15746	-9,22	$1{,}93\cdot10^{-1}$	$-8{,}0\cdot10^{-3}$	$4{,}85\cdot10^{-4}$
100	15433	$-4{,}45\cdot10^{-1}$	$4{,}67\cdot10^{-2}$	$-9{,}58\cdot10^{-4}$	$2{,}92\cdot10^{-5}$

Таблица 2

Расчетные значения $-E_i(-\beta)$ и $e^{-\beta}$

r_i, *м*	t_1=50 *сут*			t_2=100 *сут*		
	β	$-E_i(-\beta)$	$e^{-\beta}$	β	$-E_i(-\beta)$	$e^{-\beta}$
500	$6{,}25 \cdot 10^{-3}$	4,500	0,994	$3{,}125 \cdot 10^{-3}$	5,19	0,997
1000	$2{,}5 \cdot 10^{-2}$	3,137	0,975	$1{,}250 \cdot 10^{-5}$	3,81	0,988
1500	$5{,}624 \cdot 10^{-2}$	2,370	0,945	$2{,}812 \cdot 10^{-2}$	3,05	0,972

Таблица 3

Значения понижения пьезометрического напора
в водоносном горизонте, м

r_i, *м*	t_1 = 50 *сут*			t_2 = 100 *сут*		
	S по (9)	S по моделированию	Отклонение, %	S по (9)	S по моделированию	Отклонение, %
500	2,85	2,95	3,4	3,21	3,35	4,2
1000	1,99	2,05	2,9	2,36	2,50	5,6
1500	1,51	1,47	-2,7	1,9	1,90	0,0

Как видно из табл. 3, формула (9) дает вполне удовлетворительные данные, и ее можно рекомендовать при различных гидрогеологических расчетах, связанных с работой фонтанирующих скважин.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Веригин Н.Н., Васильев С.В., Саркисян В.С., Шержуков Б.С.** Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород. - М.: Недра, 1977.- 270 с.
2. **Казарян С.М.** Водный обмен на фоне вертикального дренажа. - Ереван: Айастан, 1988.- 270 с.
3. **Маскет М.** Течение однородных жидкостей в пористой среде. - М;-Л.: Гостоптехиздат, 1949. - 628 с.
4. **Меликян Н.Л.** О методике расчета дебита одиночных фонтанирующих скважин, заложенных в артезианском водоносном горизонте // НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 1996. - Т. 49, № 3. - С.165-169.
5. **Рыжик И.М., Градштейн И.С.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М; - Л.: Гос.изд.тех.-теор. лит., 1951. - 464 с.
6. **Чарный И.А.** Подземная гидромеханика. - М;-Л.: ОГИЗ, 1978. - 196 с.
7. **Шестаков В.М.** Динамика подземных вод. - М.: Изд. МГУ, 1973. - 326 с.

Ин-т водных проблем и гидротехники 25.09.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 621.91 **КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ**

М.Г. ФАГРАДЯН, В.Г. БАГДАСАРЯН

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗЦОВ С ОПТИМАЛЬНЫМ И СТАНДАРТНЫМ КЛИНЬЯМИ ДЛЯ УСТАНОВЛЕНИЯ ИХ РЕСУРСА СТОЙКОСТИ

Բերված են երկու (OP և 2102) կտրիչներով համեմատական փորձարկումների արդյունքները, ներկայացված են պլանը և 2^3 բազմագործոնային փորձարկումների արդյունքները, դուրս են բերվել այդ պարամետրերի մաթեմատիկական մոդելները՝ կախված կտրման V, S, t ռեժիմներից: Որոշված են երկու կտրիչների կայունության պաշարի հաշվարկային նշանակությունները:

Приводятся сравнительные испытания двух резцов (ОР и 2102) при обработке сталей 40Х и 9ХС. Представлены план и результаты многофакторного планирования экспериментов типа 2^3, а также выведены математические модели указанных параметров в зависимости от режимов резания V, S, t. Определены расчетные значения ресурсов двух разных резцов.

Табл. 4. Библиогр.: 6 назв.

Comparative tests with two OP and 2102 cutting tools of 04X and 9XC marks are proposed. Multifactor 2^3 type experiment plan and results are presented. Mathematical models of the mentioned parameters in the terms of cutting conditions V, S, t are deduced. Design values of the two different cutting tools are specified.

Tables 4. Ref. 6

Как известно [1, 2], оптимальные геометрические параметры инструмента можно определить в зависимости от физико-механических свойств обрабатываемых материалов.

Таблица 1

Основные геометрические параметры резцов

Марка стали	Тип резца	Значения геометрических параметров резцов							
		γ, *град*	φ, *град*	α, *град*	α_1, *град*	φ_1, *град*	λ, *град*	r, *мм*	ρ, *мкм*
40Х	ОР	20	86	12	6	10	0	0,03	0,03
	2102	10	60	6	6	10	10	0,03	0,03
9ХС	ОР	27	82	9	6	10	0	0,03	0,03
	2102	10	60	6	6	10	10	0,03	0,03

Примечание. Для резца типа ОР основные углы γ, α,φ определены по [1], а углы α_1, φ_1, λ, r, ρ выбраны по [3].

В настоящей работе приводятся сравнительные испытания резцов со стандартным и оптимальным расчетными углами при обработке сталей

40Х и 9ХС. Указываются основные геометрические параметры резцов для обработки сталей 40Х и 9ХС (табл. 1). Опыты проведены по факторному планированию экспериментов типа 2^3. Для сравнения определены основные выходные параметры: составляющие силы резания и температура резания, стойкость инструмента и шероховатость обработанной поверхности.

Как показали результаты экспериментов (табл. 2), значения P_z, Q, T, R_a при обработке резцом типа ОР на 20…25% ниже, чем при обработке стандартным резцом типа 2102.

Таблица 2

План и результаты экспериментов типа 2^3

Режимы резания			Значения основных технологических характеристик							
			Составляющие силы резания, P_z, *Н*				Температура, θ, *град*			
			40Х		9ХС		40Х		9ХС	
V, *м/с*	S, *мм/об*	t, *мм*	ОР	2102	ОР	2102	ОР	2102	ОР	2102
0,83	0,07	0,3	52	63	58	70	349	420	387	463
3,67	0,07	0,3	47	56	52	63	400	480	454	544
0,83	0,15	0,3	103	125	114	136	428	500	500	600
3,67	0,15	0,3	93	110	101	125	373	447	409	490
0,83	0,07	0,8	124	150	140	168	422	506	478	570
3,67	0,07	0,8	113	135	125	150	427	518	480	580
0,83	0,15	0,8	244	290	276	330	420	504	461	553
3,67	0,15	0,8	221	270	295	355	460	555	508	620

Продолжение табл. 2

Значения основных технологических характеристик							
Стойкость, Т, *мин*				Шероховатость, R_a, *мкм*			
40Х		9ХС		40Х		9ХС	
ОР	2102	ОР	2102	ОР	2102	ОР	2102
107	87	102	82	1,5	1,9	1,6	2,1
57	40	53	36	1,0	1,3	1,3	1,8
86	70	82	62	2,4	3,1	2,8	3,4
45	36	40	30	1,5	1,9	2,3	2,25
64	58	61	51	1,8	2,25	1,9	2,7
34	28	29	22	1,2	1,5	1,5	1,9
51	41	45	35	2,8	3,6	3,3	4,25
27	21	21	17	1,8	2,2	2,6	3,1

Для установления $R_i = f(V,S,t)$ предлагается искать зависимость в линейном виде [4, 5], т.е

$$R_i = C_i V^{z_1} S^{z_2} t^{z_3}, \quad (1)$$

где R_i - объект исследования, под которым подразумеваются выходные параметры P_z, θ, T, R_a; C_i - коэффициент, учитывающий условия резания; Z_1, Z_2, Z_3 - показатели степеней V, S, t.

Таблица 3

Значения C_i, Z_1, Z_2, Z_3 *для всех вариантов исследования*

Выходные параметры	Марка стали	Тип резца	C_i	Z_1	Z_2	Z_3
P_z	40Х	ОР 2102	156 190	-0,067 -0,10	0,88 0,84	0,877 0,9
	9ХС	ОР 2102	180 210	-0,085 -0,12	0,89 0,77	0,9 0,92
θ	40Х	ОР 2102	500 610	0,11 0,14	0,109 0,1	0,04 0,07
	9ХС	ОР 2102	520 640	0,13 0,145	0,075 0,109	0,059 0,08
T	40Х	ОР 2102	23 33,7	-0,43 -0,40	-0,31 -0,25	-0,53 -0,57
	9ХС	ОР 2102	17 19,8	-0,50 -0,49	-0,39 -0,42	-0,61 -0,7
R_a	40Х	ОР 2102	8 13,2	-0,30 -0,34	0,57 0,62	0,16 0,18
	9ХС	ОР 2102	13,6 17,1	-0,135 -0,14	0,75 0,77	0,14 0,16

Проверка указанных моделей (табл. 3) производится по методу Фишера. Как показал анализ этих моделей, они адекватны при 5 %-й статистике.

Определим ресурсы стойкости резцов типов ОР и 2102 при одинаковых условиях резания. Ресурс инструмента определяется по [6]:

$$V = 10^{-6}\,VTSt \text{ или } m = 10^{-6}\rho VTSt, \qquad (2)$$

где ρ - плотность материала, *кг/м*^{3}; T - стойкость инструмента, *мин*, S - подача станка, *мм/об*; t - глубина резания, *мм*; V - скорость резания, *м/мин*.

В качестве критерия ресурса инструмента берется объем снимаемой стружки или ее масса [6]. Установлено, что чем больше стружки снимается резцом до его притупления, тем больше ресурс стойкости инструмента. Приводятся расчетные значения массы снимаемой стружки для всех вариантов (табл. 4).

Таблица 4

Расчет ресурса стойкости

Марка стали	Тип резца	V, *м/мин*	S, *мм/об*	t, *мм*	T, *мин*	ρ, *кг/м*^{3}	m, *г*
40Х	ОР 2102	220 220	0,15 0,15	0,8 0,8	27 10	7,817 7,817	5572 2064
9ХС	ОР 2102	220 220	0,15 0,15	0,8 0,8	32 12	7,863 7,863	4359 1660

Таким образом, по сравнению со стандартным резцом типа 2102, при обработке резцом типа ОР значения основных технологических характеристик вышеуказанных параметров на 20…25% ниже, а ресурс стойкости в 2…3 раза выше.

ЛИТЕРАТУРА

Багдасарян Г.Б., Арутюнян Г.А., Багдасарян В.Г. Определение основных углов резца по разрывному полю обрабатываемого материала // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1995. - Т.48, № 1. - С. 4-7.
Багдасарян Г.Б., Стакян М.Г., Багдасарян В.Г. Метод определения оптимальной геометрии сверла в зависимости от физико-механических свойств обрабатываемых материалов // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1995. - Т.48, № 3. - С. 166-170.
Клушин М.И. Резание металлов. - М.: Машгиз, 1953. - 430 с.
Касьян М.В., Багдасарян Г.Б., Арутюнян Г.А. Оптимизация технологических факторов при резании методом многофакторного планирования экспериментов. - Ереван: Айастан, 1990. - 156 с.
Касьян М.В., Багдасарян Г.Б., Арутюнян Г.А. Методы планирования экспериментов в области резания металлов и математической обработки результатов. - Ереван: Айастан, 1976. - 192 с.
Грановский Г.И., Грановский В.Г. Резание металлов. - М.: Высшая школа, 1985. - 298 с.

ГИУА 23.05.1997

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

ՀՏԴ 621.316 ՀԱՄԱՌՈՏ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄ

Ա. Խ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ա. Թ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Կ. Վ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

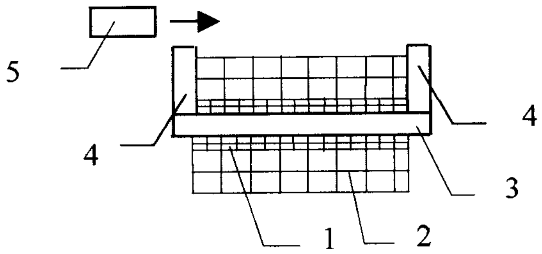
ՖԵՌՈՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՄԱՐՄՆԻ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ԻՆԴՈՒԿՑԻՈՆ ՎԵՐԱՓՈԽԻՉԻ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆ

Ներկայացված են ինդուկցիոն վերափոխիչի մագնիսական դաշտի ուսումնասիրության արդյունքները, մագնիսական շղթայի փոխարինման սխեմաները և մաթեմատիկական մոդելները:

Представлены результаты исследований магнитного поля индукционного преобразователя, схемы замещения магнитной цепи и математические модели.
Ил. 4. Библиогр.: 4 назв.

The results of the magnetic field research, the substitution schemes and mathematical models of the inductive transformer are given.
Iℓℓ. 4. Ref. 4.

Ներկայումս արտադրությունում կիրառվող չափիչ համակարգում [1] օգտագործելու համար առաջարկվում է ֆեռոմագնիսական մարմնի գծային արագության ինդուկցիոն նոր վերափոխիչ (նկ. 1), որն ունի պարզ կառուցվածք, հնարավորություն է տալիս չափումները կատարել ֆեռոմագնիսական մարմնի շարժման հետագծի համեմատաբար մեծ շեղումների, ինչպես նաև մարմինների չափերի բավականին լայն միջակայքերի դեպքում:



Նկ. 1

Նկ. 1-ում 1-ը և 2-ը համապատասխանաբար չափիչ և աշխատանքային փաթույթներն են, որոնք տեղադրված են ֆեռոմագնիսական նյութից պատրաստված մագնիսալարի 3 միջուկի վրա, 4-ը մագնիսալարի բևեռներն են, իսկ 5-ը՝ շարժվող ֆեռոմագնիսական մարմինը: Վերափոխիչի աշխատանքային փաթույթով հոսող հաստատուն հոսանքի մագնիսական դաշտի ուժագծերն ընդգրկվում են չափիչ փաթույթի գալարներով: Երբ վերափոխիչի վրայով անցնում է ֆեռոմագնիսական մարմինը, տեղի է ունենում համակարգի մագնիսական հաղորդականության և, հետևաբար, միջուկի $(_{մ}$ մագնիսական հոսքի փոփոխություն, որն էլ չափիչ փաթույթի $W_{չափ}$ գալարներում ինդուկցում է $e_{չափ}$ էլեկտրաշարժ ուժ (ԷՇՈՒ).

$$e_{չափ} = -W_{չափ} \frac{d\Phi_{մ}}{dt} : \qquad (1)$$

Իրարից որոշակի հեռավորության վրա տեղադրված երկու միանման վերափոխիչների չափիչ փաթույթներում ինդուկցված այս $e_{չափ}$ ազդանշանների չափման միջոցով էլ որոշվում է շարժվող մարմնի արագությունը [1]:

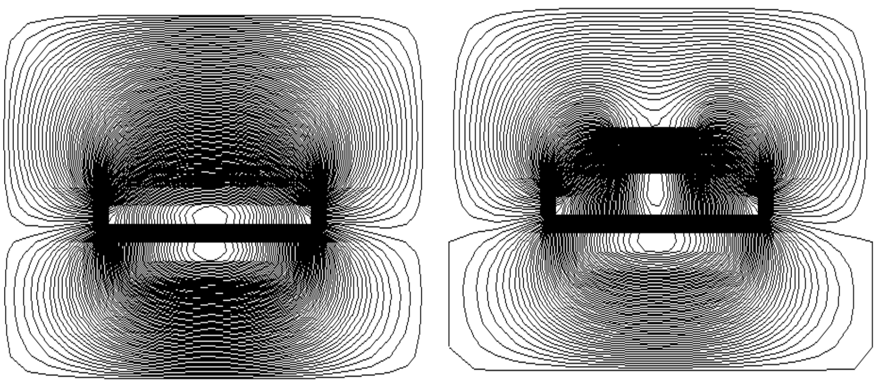
Դիտարկվող վերափոխիչի աշխատանքը վերլուծելու, մաթեմատիկական մոդելները ստեղծելու, հաշվարկի ու նախագծման մեթոդները մշակելու նպատակով ներկայացվող աշխատանքում կատարվել է վերափոխիչի մագնիսական դաշտի հետազոտություն՝ ընդունելով, որ մագնիսական դաշտի փոփոխությունը տեղի է ունենում միայն վերափոխիչի նկատմամբ ֆեռոմագնիսական մարմնի դիրքի փոփոխության հաշվին: Նման ընդունելությունը հնարավորություն է տալիս ԷՇՈՒ-ի որոշման (1) արտահայտությունը ներկայացնել հետևյալ պարզ տեսքով.

$$e_{չափ} = -W_{չափ} \frac{\Phi_{մmax} - \Phi_{մmin}}{\Delta t} , \qquad (2)$$

որտեղ $\Phi_{մmax}$ - ը և $\Phi_{մmin}$ – ը մագնիսական հոսքի առավելագույն և նվազագույն արժեքներն են միջուկում, Δt - ն այն ժամանակամիջոցն է, որի ընթացքում տեղի է ունենում մագնիսական հոսքի $\Phi_{մmax} - \Phi_{մmin} = \Delta\Phi$ փոփոխությունը:

Մագնիսական հոսքն առավելագույն $\Phi_{մmax}$ արժեք ձեռք է բերում համակարգի առավելագույն մագնիսական հաղորդականության դեպքում, այսինքն, երբ մարմինը վերափոխիչի նկատմամբ գրավում է կենտրոնական դիրք: Համապատասխանաբար, մագնիսական հոսքը նվազագույն $\Phi_{մmin}$ արժեք կունենա համակարգի նվազագույն մագնիսական հաղորդականության դեպքում, երբ վերափոխիչից բացակայում է մարմինը: Վերը շարադրվածից հետևում է, որ ելքային $e_{չափ}$ ազդանշանի հաշվարկի համար բավարար է համակարգի երկու բնութագրական վիճակների (առաջին՝ վերափոխիչն առանց ֆեռոմագնիսական մարմնի և երկրորդ՝ վերափոխիչը կենտրոնական դիրքում գտնվող ֆեռոմագնիսական մարմնով) ուսումնասիրությունը:

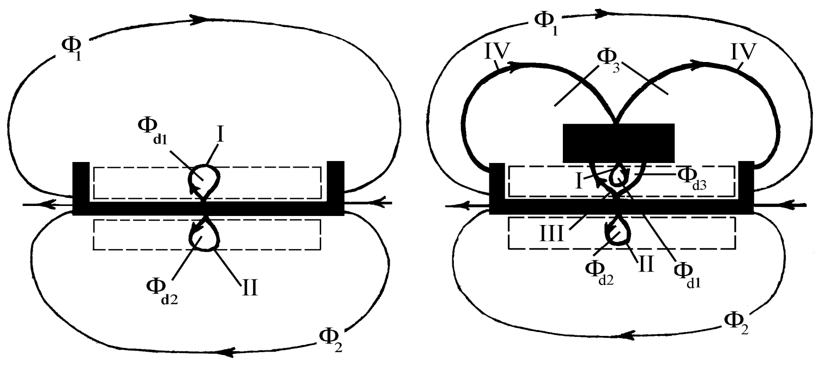
Բնութագրական վիճակներում վերափոխիչի աշխատանքային փաթույթի մագնիսական դաշտի հետազոտման համար կիրառվել է վերջավոր աճերի թվային մեթոդը [2]: Դաշտի ուսումնասիրվող տիրույթը բաժանվել է 44(25=1100 հատ հանգույցներ ունեցող ցանցի: Հաշվարկների ժամանակ մագնիսալարի մագնիսական դիմադրությունն անտեսվել է, իսկ փաթույթներով ընդգրկված տիրույթների մագնիսական թափանցելիությունն ընդունվել է հավասար օդի մագնիսական թափանցելիությանը: Հետազոտությունների համար օգտագործվել է Հայաստանի պետական ճարտարագիտական համալսարանի մաթեմատիկական մոդելավորման լաբորատորիայում կազմված համակարգչային ծրագիրը: Դաշտի ստացված նկարները տրված են 2 ա (առաջին բնութագրական վիճակ) և 2 բ (երկրորդ բնութագրական վիճակ) նկարներում: Ընդ որում, բնութագրական վիճակներում վերափոխիչի մագնիսական դաշտը մոդելավորվել է շարժվող մարմնի չափերի բավականին լայն միջակայքերի համար: Բոլոր դեպքերում դաշտի ստացված նկարները որակապես չեն տարբերվել:



ա) բ)

Նկ. 2

Վերլուծության նպատակով դաշտի նկարները ներկայացվել են մագնիսական հոսքերի տիրույթներն իրարից բաժանող սահմանային ուժագծերով (նկ. 3 ա և բ) [3]:



ա) բ)

Նկ. 3

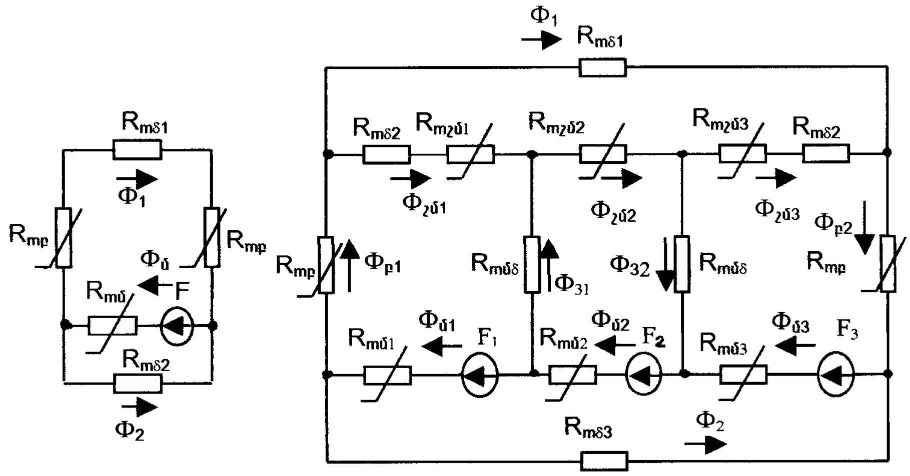
Նկ. 3ա-ում պատկերված դաշտում ինդուկցիայի՝ I և II սահմանային գծերով սահմանափակված տիրույթներով հոսում են Φ_{d1} և Φ_{d2} ցրման մագնիսական հոսքերը, որոնք անցնում են միայն օդով (մագնիսալարի միջուկով անցնող և չափիչ փաթույթի գալարներին կցված հոսքերը պայմանականորեն անվանենք աշխատանքային, իսկ մնացածները՝ ցրման հոսքեր): Աշխատանքային Φ_1 մագնիսական հոսքն անցնում է մագնիսալարի միջուկով, բևեռներով և միջուկից վերև գտնվող օդային տարածությամբ, իսկ Φ_2 հոսքը՝ մագնիսալարի միջուկով և դրանից ներքև գտնվող օդային տարածությամբ:

Նկ. 3 բ-ում պատկերված դաշտում I և II սահմանային գծերով սահմանափակված տիրույթներով հոսում են Φ_{d1} և Φ_{d2} ցրման հոսքերը, իսկ Φ_{d3} ցրման հոսքը, որն անցնում է օդով և շարժվող մարմնի մի մասով, զբաղվում է I և III սահմանային գծերի միջև եղած տիրույթը: Բևեռներով և նրանց միջև օդային տարածությամբ անցնող հոսքի այն մասը, որը չի մտնում շարժվող մարմնի մեջ, նշանակված է Φ_1- ով, իսկ Φ_2 հոսքն անցնում է մագնիսալարի միջուկով և դրանից ներքև գտնվող օդային տարածությամբ: Սահմանային III և IY գծերով սահմանափակված տիրույթով հոսում է Φ_3 հոսքը, որն անցնում է մագնիսալարով, օդով և շարժվող մարմնով:

Վերափոխիչի մագնիսական դաշտի վերլուծության հիման վրա էլեկտրամագնիսական համակարգի երկու բնութագրական վիճակների համար կազմվել են մագնիսական շղթայի փոխարինման սխեմաները (նկ. 4 ա և բ): Առաջին փոխարինման սխեման (նկ. 4 ա) համապատասխանում է դաշտի 3 ա նկարին, իսկ երկրորդը (նկ. 4 բ)՝ 3 բ նկարին: Սխեմաները կազմելիս ցրման հոսքերն անտեսվել են:

Առաջին փոխարինման սխեմայում նշված են հետևյալ մեծությունները. F - աշխատանքային փաթույթի մագնիսաշարժ ուժ (ՄՇՈՒ), $\Phi_{մ}$ - միջուկով անցնող մագնիսական հոսք, $R_{m\delta1}$ - բևեռների միջև գտնվող օդային տարածության վերին մասի, $R_{m\delta2}$ - Φ_2 մագնիսական հոսքի օդային ճանապարհի, $R_{mբ}$, $R_{mմ}$ - համապատասխանաբար բևեռի և միջուկի մագնիսական դիմադրություններ:

Երկրորդ փոխարինման սխեման կազմելիս շարժվող մարմինը և վերափոխիչի միջուկը բաժանվել են 3 տեղամասերի՝ համապատասխանաբար $L_{2մ1}$, $L_{2մ2}$, $L_{2մ3}$ և $L_{մ1}$, $L_{մ2}$, $L_{մ3}$ երկարություններով, որոնք որոշվում են հետևյալ կերպ. $L_{2մ1}=L_{2մ3}=L_{2մ}/4$, $L_{2մ2}=L_{2մ}/2$, $L_{մ2}=L_{2մ2}$, $L_{մ1}=L_{մ3}=(L_{մ}-L_{մ2})/2$ ($L_{2մ}$-ն և $L_{մ}$-ն համապատասխանաբար՝ շարժվող մարմնի և միջուկի երկարություններն են):



ա) բ)

Նկ. 4

Սխեմայում նշված են հետևյալ մեծությունները. F_1 , F_2 , F_3 – միջուկի տեղամասերին համապատասխանող աշխատանքային փաթույթի ՄՇՈՒ-ի բաղադրիչներ ($F_1=L_{մ1}F/L_{մ}$, $F_2=L_{մ2}F/L_{մ}$, $F_3=L_{մ3}F/L_{մ}$), $\Phi_{մ1}$, $\Phi_{մ2}$, $\Phi_{մ3}$ - համապատասխանաբար՝ միջուկի առաջին, երկրորդ և երրորդ տեղամասերով անցնող մագնիսական հոսքեր, $\Phi_{2մ\ 1}$, $\Phi_{2մ\ 2}$, $\Phi_{2մ3}$ - համապատասխանաբար՝ շարժվող մարմնի առաջին, երկրորդ և երրորդ տեղամասերով անցնող մագնիսական հոսքեր, $\Phi_{բ1}$, $\Phi_{բ2}$ - մագնիսալարի բևեռներով անցնող մագնիսական հոսքեր, Φ_{31}, (Φ_{32}) - Φ_3 հոսքի այն բաղադրիչը, որն անցնում է միջուկից դեպի շարժվող մարմին (շարժվող մարմնից դեպի միջուկ), $R_{mմ1}$, $R_{mմ2}$, $R_{mմ3}$ - համապատասխանաբար՝ միջուկի առաջին, երկրորդ և երրորդ տեղամասերի մագնիսական դիմադրություններ, $R_{m2մ1}$, $R_{m2մ2}$, $R_{m2մ3}$ - համապատասխանաբար՝ շարժվող մարմնի առաջին, երկրորդ և երրորդ տեղամասերի մագնիսական դիմադրություններ, $R_{mբ}$ - բևեռի մագնիսական դիմադրություն, $R_{mմ(}$, $R_{m(1}$, $R_{m(2}$, $R_{m(3}$ - համապատասխանաբար՝ Φ_{31}, Φ_1, $\Phi_{2մ\ 1}$, Φ_2 մագնիսական հոսքերի օդային ճանապարհների մագնիսական դիմադրություններ: Քանի որ համակարգը սիմետրիկ է, ապա՝ $\Phi_{2մ1}=\Phi_{2մ3}$, $\Phi_{31}=\Phi_{32}$, $\Phi_{մ1}=\Phi_{մ3}$, $\Phi_{բ1}=\Phi_{բ2}$:

Դ ամակարգի առաջին բնութագրական վիճակը նկարագրող մաթեմատիկական մոդելը կազմելու համար, ընդունելով, որ հայտնի է Φ_1 մագնիսական հոսքը, ուղիղ խնդրի լուծման հաջորդականությամբ մաթեմատիկական բանաձևերով նկարագրվել են մագնիսական շղթայում առկա երևույթներն ու օրինաչափությունները: Մագնիսական հոսքի արժեքը միջուկում (տվյալ դեպքում այս արժեքը համապատասխանում է (2)-ի $\Phi_{մmin}$-ին) որոշվել է մագնիսական շղթայի հակառակ խնդրի լուծումով՝ հատվածը կիսելու թվային մեթոդով [4]:

Համակարգի երկրորդ բնութագրական վիճակն արտահայտող մաթեմատիկական մոդելը ստեղծելու համար, համաձայն Կիրխհոֆի առաջին և երկրորդ օրենքների, կազմվել է ութ անհայտով հավասարումների համակարգ՝ մագնիսական հոսքի անհայտ արժեքներով: Նյուտոնի մեթոդով լուծելով ոչ գծային հավասարումների համակարգը, որոշվել են անհայտները՝ մագնիսական հոսքերի արժեքները: Միջուկի $\Phi_մ$ հոսքը (տվյալ դեպքում այս արժեքը համապատասխանում է (2)-ի $\Phi_{մmax}$ -ին) հաշվարկվել է որպես միջուկի տեղամասերի $\Phi_{մ1}$, $\Phi_{մ2}$, $\Phi_{մ3}$ հոսքերի միջին թվաբանական մեծություն:

Համակարգի բնութագրական վիճակների համար հաշվարկված $\Phi_{մmax}$ և $\Phi_{մmin}$ արժեքներով և (2) բանաձևով որոշվում է վերափոխիչի ելքային մեծության՝ $e_{չափ}$ ԷՇՈՒ-ի արժեքը:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. **Գրիգորյան Ա.Խ., Հովհաննիսյան Ա.Թ., Վարդանյան Կ.Վ.** Ֆեռոմագնիսական մարմնի գծային արագության չափիչ համակարգ // Կիսահաղորդչային միկրոէլեկտրոնիկա (Առաջին ազգային գիտաժողովի նյութեր). - Երևան,1997. - էջ 188-190:
2. **Бинс К. , Лауренсон П.** Анализ и расчет электрических и магнитных полей.- М.: Энергия, 1971.- 376 с.
3. **Шоффа В.Н.** Анализ полей магнитных систем электрических аппаратов. - М.: МЭИ, 1990. - 112 с.
4. **Գրիգորյան Ա. Խ.** Կառավարման և մեքենայացման էլեկտրամագնիսական համակարգեր: Դոկ. ատենախոսություն գիտական զեկուցման ձևով. - Երևան,1996. - 89 էջ:

ՀՊՃՀ 15.01.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. **LIII, № 1.**

ՀՏԴ 621.314 ՀԱՄԱՌՈՏ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄ

Հ.Թ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ

ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ՀՈՍԱՆՔԸ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆԻ ՁԵՎԱՓՈԽՈՂ ՍՏԱՏԻԿԱԿԱՆ ՁԵՎԱՓՈԽԻՉ

Աշխատանքի նպատակն է՝ պարզ կառուցվածք և զրոյին մոտ կարգավորվող հաճախականությամբ սինուսոիդալ ելքային լարման ստացում: Ձևափոխիչը կազմված է սնման աղբյուրին զուգահեռ միացված երկու ինվերտորներից: Դրանք համալարված են կարգավորվող կամավոր հաճախականություններով, որոնց տարբերությունը հավասար է ելքային ազդանշանի հաճախականության կրկնապատիկին: Ելքում բեռը միացվում է ղեկավարվող տիրիստորային կամրջակի միջոցով:

Целью статьи является упрощение работы конструкции и получение выходного синусоидального сигнала с регулируемой частотой, близкой к нулю. Преобразователь состоит из двух параллельно включенных к источнику питания инверторов, которые настроены на регулируемые произвольные частоты с разностью, равной двукратной частоте выходного сигнала. Нагрузка на выходе включена через управляемый тиристорный мост.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

The static transformer for direct current transformation into alternative one is studied. The transformer consists of two inverters parallelly wired to the power supply which are turned to adjustable random frequencies, the difference of which equals to the double frequency of the output signal. The load on the output is turned on by the controlled thyristor bridge.

Iℓℓ. 1. Ref. 4.

Հաստատուն հոսանքը փոփոխականի ձևափոխող ստատիկական ձևափոխիչները պատկանում են, մասնավորապես, ավտոմատիկայի տարրերին ու ձևափոխիչային տեխնիկային, որոնք իրագործված են ղեկավարվող կիսահաղորդչային սարքերով՝ տիրիստորներով: Հաստատուն հոսանքը փոփոխականի ձևափոխող որոշ ստատիկական ձևափոխիչների սխեմաներ կազմված են կիսահաղորդչային ինվերտորներից, որոնց միջոցով հաստատուն հոսանքի էլեկտրաէներգիան ձևափոխվում է փոփոխականի՝ ինվերտորների հաճախականության, լարման փուլային տեղաշարժի կամ մուտքային լարման ճակատի տևողության կարգավորման օգնությամբ:

Հայտնի է նաև ճապոնական արտոնագիր՝ «Ինվերտորների միացման սխեմա», որը բաղկացած է երկու տիրիստորային ինվերտորներից, որոնք հաստատուն լարման աղբյուրին միացված են զուգահեռ, իսկ ելքում՝ բեռին՝ հաջորդաբար:

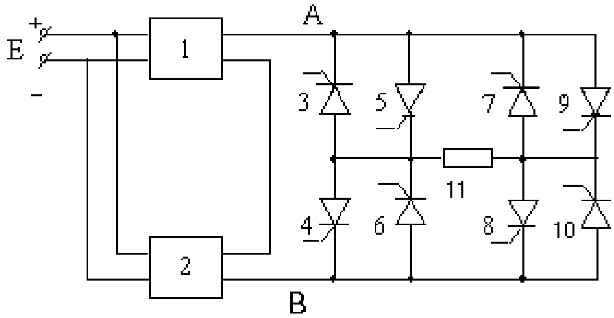
Հաստատուն լարումից փոփոխականի ձևափոխումը կարգավորվող հաճախականությամբ իրականացվում է միացված ինվերտորների ելքային լարման փուլերի շեղման միջոցով:

Այս սխեմայով (0…5) Հց ցածր հաճախականության ելքային ազդանշան (սահուն կարգավորմամբ) և սինուսոիդալ լարում գործնականորեն անհնար է ստանալ, քանի որ դրա համար կպահանջվի ինվերտորների պարամետրերի փոփոխություն, այսինքն՝ ղեկավարման սխեմայի առկայություն, ինչը կբարդացնի սարքավորման կառուցվածքը:

Մեր նպատակն է՝ պարզեցնել կառուցվածքը և ստանալ 0-ին մոտ կարգավորվող հաճախականությամբ սինուսոիդալ ելքային լարում:

Այս նպատակին հասնում ենք հետևյալ կերպ. բեռը ելքում միացվում է ղեկավարվող տիրիստորային կամրջակով, ընդ որում՝ ինվերտորները համալարված են կարգավորվող կամավոր հաճախականություններով, որոնց տարբերությունը հավասար է ելքային ազդանշանի հաճախականության կրկնապատիկին:

Ներկայացված ձևափոխիչի սխեման բաղկացած է 1 և 2 ինվերտորներից (որոնք իրենց մուտքերով զուգահեռ են միացված E սնման աղբյուրին), 3…10 ղեկավարվող ուղղիչ-տիրիստորներից (որոնք կազմում են կամրջակ) և ելքում՝ 11 բեռից (որը միացված է կամրջակի անկյունագծին):



Նկ.

Ձևափոխիչն աշխատում է հետևյալ կերպ. ինվերտորներից յուրաքանչյուրի ելքում ստացվում են որոշակի հաճախականությամբ ուղղանկյունաձև ազդանշաններ, որոնք համատեղ աշխատանքի ժամանակ համալարված են իրարից խիստ չտարբերվող հաճախականություններով (f_1 =1000 Հց, f_2=950 Հց)։ Ինվերտորների ելքերը միացված են հաջորդաբար։ A ու B կետերի միջև ստացվում է մոդուլացված ազդանշան, որի հաճախականությունը որոշվում է երկու ինվերտորների հաճախականությունների տարբերությամբ՝ $f_1 - f_2$։

Ինվերտորներից յուրաքանչյուրի հաճախականությունը փոփոխելով աննշան սահմաններում, որի դեպքում սարքի աշխատանքի կայունությունը, հուսալիությունը և ելքային ազդանշանի տեսքը չեն փոփոխվի, կարելի է բեռում ստանալ ամենափոքր հաճախականությամբ ազդանշան։

Մոդուլացված ազդանշանը տրվում է ղեկավարվող տիրիստորային կամրջակի մուտքին, և ուղղումից հետո կամրջակի ելքում ստացվում է սինուսոիդալ ազդանշան՝ $f = (f_1 - f_2) / 2$ հաճախականությամբ։

Տիրիստորային կամրջակի ղեկավարման սխեման սնվում է հաջորդաբար միացված ինվերտորների ելքերից, այսինքն՝ մոդուլացված ազդանշանից։

A և B կետերում ստացվում է մոդուլացված ազդանշան, որի հաճախականությունը որոշվում է երկու ինվերտորների հաճախականությունների տարբերությամբ։

3…10 տիրիստորներից կազմված տիրիստորային կամրջակի համապատասխան ձևափոխումից հետո 11 բեռում ստանում ենք սինուսոիդալ ելքային ազդանշան, որի հաճախականությունը հավասար է ինվերտորների հաճախականությունների տարբերության կեսին և որը կարելի է սահուն կարգավորել։

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. **Бедфорд Б., Хофт П.** Теория автономных инверторов: Пер. с англ.; Под ред. И.В. Антика. - М.: Энергия, 1979. - 280 с.
2. **Раскин Л.Я.** Стабилизированные автономные инверторы тока на тиристорах. - М.: Энергия, 1970. - 96 с.
3. **Чиженко И.М., Руденко В.С., Сенько В.И.** Основы преобразовательной техники. - М.: Высшая школа, 1974. - 430 с.
4. **Толстов Ю.Г.** Автономные инверторы. – М.; Л.: Наука, 1974. - 130 с.

ГИУА 06.06.1998

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS