

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ-ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՇԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵԴԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ.
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԽՐԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒԽԳԻԱ

Սզանց Ն. Տ., Ալեքանիսի Վ. Վ., Գասպարյան Ա. Մ., Նդիազար-
Խան Ի. Վ., Կասյան Մ. Վ., Նազարով Ա. Գ. (պատ. խմբագիր),
Սիսանով Մ. Զ., Տեր-Ստեփանյան Գ. Ի., Փինազյան Վ. Վ.
(պատ. խմբագիր տեղակալ):

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Абонц Г. Т., Алексеевский В. В., Гаспалян А. М., Егиазаров
И. В., Касьян М. В., Назаров А. Г. (отв. редактор), Пи-
няджян В. В. (зам. отв. редактора), Симонов А. Э.,
Тер-Степанян Г. И.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

П. А. МАТЕВОСЯН

К ВОПРОСУ РЕШЕНИЯ МАТРИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НА МАШИНАХ НЕПРЕРЫВНОГО
ДЕЙСТВИЯ

Расчеты различных электрических цепей в целом ряде случаев сводятся к решению матричных уравнений вида

$$M\bar{x} = \bar{b}, \quad (1)$$

где M — неособая, квадратная, в ряде случаев симметричная, в общем случае несимметричная матрица параметров электрической цепи:

\bar{x} — многомерный вектор искоемых неизвестных,

\bar{b} — многомерный вектор заданных величин.

Существует целый ряд аналитических и численных методов решения таких уравнений, однако все эти методы (метод исключений, метод разложения на треугольную матрицу, метод последовательных приближений, метод релаксации и др.) в большинстве случаев связаны с громоздкими вычислениями.

Вычислительные машины непрерывного действия (ВМНД), предназначенные, главным образом, для решения дифференциальных уравнений, в целом ряде случаев могут быть успешно использованы для решения матричных уравнений вида (1).

Целесообразность использования ВМНД для решения таких уравнений особенно возрастает, когда требуется находить решения уравнений при различных значениях параметров электрической цепи и различных величинах \bar{b} . Здесь путем изменения коэффициентов усиления отдельных операционных усилителей, соответствующих параметрам электрической цепи, за сравнительно небольшое время можно получить решение большого числа различных уравнений. Существуют также задачи, где отдельные схемы моделирования матричных уравнений входят в состав более сложных схем, описываемых в общем случае дифференциальными уравнениями.

За последние годы разработан ряд методов моделирования уравнений вида (1) на ВМНД, из числа которых наиболее простым, с точки зрения использования наименьшего числа решающих элементов, считается метод прямого моделирования [9]. Здесь каждое уравнение

системы разрешается относительно одного из неизвестных, после чего составляется „машинное“ уравнение. Однако в практике этим методом пользуются мало, так как в большинстве случаев собранная на машине схема дает неустойчивое решение.

В общем случае для системы n -уравнений с n неизвестными возможно $n!$ различных вариантов разрешения уравнений относительно неизвестных.

Как показала практика, из числа всех этих вариантов только несколько позволяют на ВМНД получить устойчивые решения, а все остальные варианты оказываются неустойчивыми.

Исследование показало, что при решении алгебраических уравнений на ВМНД благодаря наличию в решающих усилителях паразитных элементов, главным образом, паразитной емкости в обратной связи усилителя фактически решаются дифференциальные уравнения [7], [11], коэффициенты которых зависят от выбранного варианта разрешения уравнений относительно неизвестных.

В практике при решении матричных уравнений не всегда удобно составлять указанное дифференциальное уравнение и исследовать полученные коэффициенты методами теории устойчивости, так как это связано с большим объемом вычислений.

Учитывая ряд особенностей матричных уравнений, можно будет воспользоваться упрощенными приемами для выбора варианта, приводящего к устойчивому решению на ВМНД.

Исследование показало, что в общем случае все условия устойчивости [11], кроме условия $\left\| \frac{a_{ij}}{a_{ii}} \right\| > 0$, зависят, как от значений коэффициентов исследуемых уравнений, так и от значений паразитных емкостей в обратной связи усилителей.

Выражение $\left\| \frac{a_{ij}}{a_{ii}} \right\|$ представляет собой матрицу преобразованной системы из n -уравнений, полученной из заданной системы при составлении „машинных“ уравнений для решения методом прямого моделирования.

Выполнение условия $\left\| \frac{a_{ij}}{a_{ii}} \right\| > 0$ зависит от выбранного варианта преобразования уравнений, в то время как все остальные условия при всех вариантах можно будет удовлетворить путем подключения в обратную связь одного или двух усилителей емкости порядка 100 пф.

Исходя из опыта моделирования большого числа уравнений рассматриваемого вида, следует заметить, что при удовлетворении указанного условия почти во всех случаях было получено устойчивое решение без какого-либо подключения в обратную связь усилителей дополнительных емкостей.

Члены разложения $\left\| \frac{a_{ij}}{a_{ii}} \right\|^n$ представляют собой частное от деле-

Надо отметить, что целесообразность выбора в первую очередь именно таких вариантов связано также с точностью получаемого решения, так как при этом в схеме моделирования имеет место наименьшее число контуров, произведение коэффициентов усиления которых больше единицы.

При моделировании матричных уравнений с произвольным значением коэффициентов наибольший по абсолютной величине член разложения определителя, в частности, можно установить выборочным расчетом отдельных членов разложений, принимая во внимание только большие по абсолютной величине элементы определителя.

Помимо описанного способа моделирования матричных уравнений с произвольным значением коэффициентов находит применение и ряд других [9, 10, 12], из числа которых наиболее часто используют следующие:

а) заданную матрицу коэффициентов преобразуют к треугольному виду либо умножают ее на транспонированную матрицу [10]. В обоих случаях уравнения преобразуются к виду, позволяющему получить устойчивое решение на ВМНД. Однако здесь число вычислений, связанных с преобразованием первоначально заданной матрицы, довольно большое. Кроме того, в результате такого преобразования в новых уравнениях приходится иметь дело с другими коэффициентами, что особенно неудобно при исследовании влияния на решение уравнений первоначально заданных коэффициентов.

б) заданную систему уравнений представляют в виде системы дифференциальных уравнений путем добавления к правой части каждого уравнения производной от неизвестных заданной системы [12]. Полученную систему уравнений решают как обычную систему дифференциальных уравнений. Однако этот способ никаких новых преимуществ не дает по сравнению с описанным в настоящей статье, так как и в этом случае для получения решения требуется выполнение необходимых условий устойчивости. Кроме того, для моделирования и таких уравнений на ВМНД требуется еще дополнительно и дифференцирующих усилителей.

В заключение следует отметить, что число уравнений, решаемых на современных ВМНД, ограничено объемом этих машин. Так на машине МЛ-2 возможно решать систему до 12 алгебраических уравнений, на МПТ-9—систему 15 уравнений.

Пример: Установить значения активной P_i и реактивной Q_i мощности в начале и в конце линии электропередач, описываемой уравнениями

$$160000 \epsilon^{i\theta} = \epsilon^{i\theta} (P_1 + jQ_1) (6,34 - j235,5) + (P_2 + jQ_2) (-3,2 - j360) \quad (4)$$

$$16000 = \epsilon^{j\theta} (P_1 + jQ_1) (-3,2 - j360) + (P_2 + jQ_2) (6,34 - j235,5)$$

при значениях угла θ , изменяемых в пределах от 0 до 100° через каждые 10°.

Написанную систему уравнений преобразуем к виду

$$\begin{aligned}
 10000 \cos \delta &= (6,34 \cos \delta + 235,5 \sin \delta) P_1 - (6,34 \sin \delta - 235,5 \cos \delta) Q_1 - \\
 &\quad - 3,2 P_2 + 360 Q_2 \\
 160000 \sin \delta &= (-235,5 \cos \delta + 6,34 \sin \delta) P_1 + (6,34 \cos \delta + 235,5 \sin \delta) Q_1 - \\
 &\quad - 360 P_2 - 3,2 Q_2 \\
 1660000 &= (3,2 \cos \delta + 360 \sin \delta) P_1 + (3,2 \sin \delta + 360 \cos \delta) Q_1 + 6,34 P_2 + \\
 &\quad + 235,5 Q_2 \\
 0 &= -(3,2 \sin \delta - 360 \cos \delta) P_2 - (3,2 \cos \delta - 360 \sin \delta) Q_2 - 235,5 P_2 + 6,34 Q_2
 \end{aligned} \tag{5}$$

Написанную систему 4 уравнений возможно разрешить относительно неизвестных 24 различными вариантами. Однако можно показать, что только небольшая часть из них позволит получить на ВМЧД устойчивое решение и что наибольшая точность решения будет соответствовать варианту, в котором уравнения системы разрешены относительно неизвестных, произведение которых дает наибольший член разложения определителя заданной системы уравнений.

После установления наибольшего члена разложения при $\delta=0$ уравнения (5) принимают вид:

$$\begin{aligned}
 Q_2 &= 444 - 0,018 P_1 + 0,009 P_2 - 0,654 Q_1 \\
 P_2 &= -0,654 P_1 + 0,018 Q_1 - 0,009 Q_2 \\
 Q_1 &= 444 + 0,009 P_1 - 0,018 P_2 - 0,654 Q_2 \\
 P_1 &= -0,654 P_2 - 0,009 Q_1 + 0,018 Q_2
 \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь в выбранном варианте первое уравнение разрешено относительно Q_2 , второе — относительно P_2 , третье — Q_1 и четвертое — P_1 .

На основе составленной системы уравнений построена блок-схема (рис. 1). Масштаб всех неизвестных принят одинаковым и равным 10 вольтам на единицу.

На основе составленной блок-схемы (рис. 1) была набрана схема на машине ИПТ-5 и получено устойчивое решение.

Далее были подсчитаны коэффициенты уравнений (5) при значениях $\delta=10^\circ, 20^\circ$ и т. д. 100° и с помощью делителей напряжения ИПТ-5 были введены в схему моделирования.

В результате с помощью машины ИПТ-5 найдены с точностью от 0,2 до 5% значения P_1, P_2, Q_1, Q_2 для всех указанных значений δ . Точность решения в значительной степени зависит от тщательности установки на машине коэффициентов уравнения.

В ряде случаев в подобных задачах может оказаться, что при изменении коэффициентов уравнений, на определенной стадии установленный первоначально наибольший член разложения определителя станет меньше других членов разложения. Тогда построенная схема моделирования может дать неустойчивое решение. В этом случае следует описанным выше способом найти новый вариант разрешения

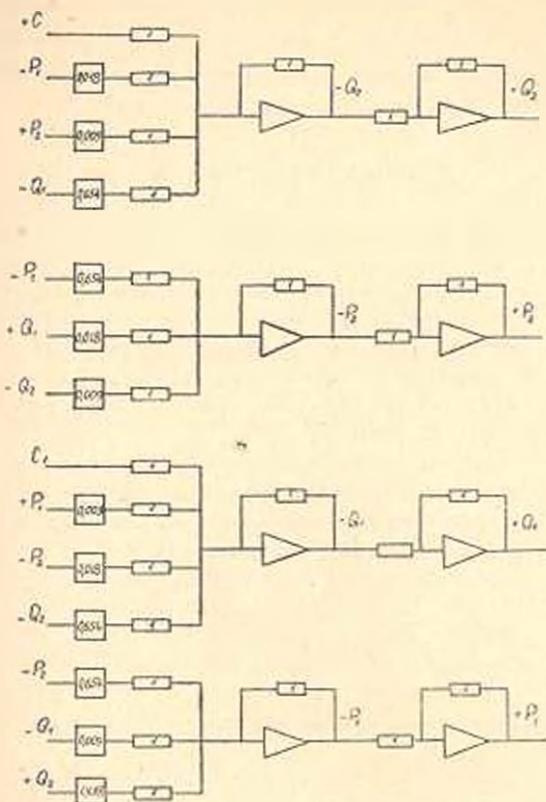


Рис. 1.

уравнений системы относительно неизвестных и построить на ВММД новую схему.

Институт энергетики АН Армянской ССР

Поступило 17.IV.1962 г.

Գ. Ա. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ

ԱՆԸՆԳՀԱՏ ԴՈՐԾՈՂՈՒԹՅԱՆ ՄԵԲԵՆԱՆԵՐԻ ՎՐԱ ԻՋԵՏՐԱԿԱՆ ՇՂԹԱՆԵՐԻ ՄԱՄԼԱՄԱՅՐԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՎԵՐԱԿԵՐՅԱԼ

Ա մ փ ո փ ո ս լ մ

Աշխատանքը նվիրված է անընդհատ դործողութւյան հաշվիչ մեքենաների վրա էլեկտրական շղթաների մամլամալրալին (մատրիցալին) հալասարումների ուղղակի եղանակով մոդելացմանը, որի զեպքում սխտեմի լուրաքանչյուր հալասարումը որոշվում է անհալտներից որեէ մեկի նկատմամբ: Ինչպիսցուլց է տվել սլրակտիկան Ո անհալտներով Ո հալասարումների սխտեմի Ո՛ տարբերակների հնարալւր լուծումներլց միալն մի քանիսն են թուլլ տալիս հաշվիչ մեքենաների վրա ստանալ կալուն լուծում, իսկ մնացած թուր սլարբերակները բերում են անկալուն լուծման: Աշխատանքում, աուալին սլարբերակի զերում, աուալրկվում է կալուն լուծում ստանալու համար սխտեմի

հախառարույթները լուծել ախն անհայտների նկատմամբ, որոնց դարձակիցների արտադրյալը ապրիս է սխառակի բացյում որոշիչի ամենամեծ անգամը: նման տարրերակի ընարուժյան նպատակահարմարությունը հաստատում է պրակտիկալում մեծ թվով հախառարույթների լուծման փորձով:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Воронов Р. А. Общая теория четырехполюсников и многополюсников. Госэнергоиздат, 1951.
2. Зелях Э. В. Основы общей теории линейных электрических схем. Изд. АН СССР, 1951.
3. Сигорский В. П. Общая теория четырехполюсника. Изд. АН УССР, 1955.
4. Carbone P. Matrix analysis of electric networks. New York, John. Wiley, 1950.
5. Synge V. I. The fundamental theorem of electrical networks. Quart Appl. Math., 1951, v. 9, № 2, 1953, № 11, № 2.
6. Ленов Н. Н. Об устойчивости электронных моделирующих схем с усилителями постоянного тока. Цифровая техника и вычислительные устройства. Изд. АН СССР. Институт электронных управляющих машин. Москва, 1959.
7. Гродштейн И. С., Тафт В. А. Исследование влияния собственных параметров усилителей в матричных системах. Изд. АН СССР, № 1, 1946.
8. Брук И. С. О некоторых методах механического решения системы линейных алгебраических уравнений. Журн. "Электричество" № 11, 1945.
9. Этерман И. И. Математические машины непрерывного действия. Машгиз, Москва, 1937.
10. Кобринский И. Е. Математические машины непрерывного действия. ГИТЭЛ, Москва, 1954.
11. Матевосян П. А. Некоторые вопросы построения электронных устройств для решения алгебраических уравнений. Тр. семинара по точности в машиностроении и приборостроении. Вып. 15, 1961.
12. Корн Г., Корн Т. Электронные моделирующие устройства, ИИЛ, 1955.

Н. К. СНИТКО, И. И. КАНДАУРОВ

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ АВОПРИЦЕПА ПРИ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

1. Общие предпосылки и уравнения движения

В данной статье рассматривается неравномерное движение тягача с одноосным прицепом на кривой и на прямолинейном участке, дается анализ взаимного влияния тягача и автоприцепа и устанавливаются условия устойчивого движения автоприцепа. Анализ этого движения может дать определенные выводы для рационального проектирования горных дорог.

Задача о поперечных колебаниях реального прицепа при наличии бокового увода шин тягача и прицепа является достаточно трудной [1]. Прицеп является сложной упругой системой со многими степенями свободы: его можно представить как систему с тремя степенями свободы: одну степень свободы имеет неподдрессоренная масса m_1 (определяется углом поворота φ вокруг точки сцепки) и двумя степенями обладает поддрессоренная масса m_2 (горизонтальное и вертикальное перемещения). При решении задачи в первом приближении рассматриваем прицеп как систему с одной степенью свободы, за которую принимаем угол отклонения продольной оси прицепа φ , считая, что: бокового скольжения колес тягача не происходит; зазоры в сцепном устройстве и упругие связи отсутствуют; точки сцепки тягача с прицепом движется по заданной траектории.

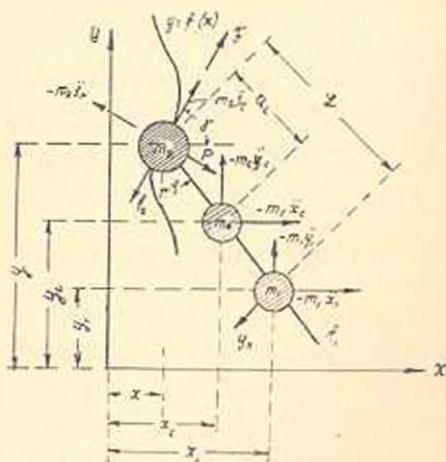


Рис. 1.

Согласно рис. 1 введем следующие обозначения:

- F — сила тяги;
- f_1, f_2 — силы сопротивления качению прицепа и тягача соответственно;
- m_2 — масса тягача;

m_1, m_c — масса прицепа неподдрессоренная и поддрессоренная соответственно;

x, y — координаты центра тяжести массы тягача;

x_1, y_1 — координаты центра тяжести массы m_1 ;

x_c, y_c — координаты центра тяжести массы m_c ;

Y_k — сила сопротивления боковому уходу колес прицепа;

P — реакция со стороны дороги, нормальная к траектории движения тягача;

φ — угол отклонения прицепа от направления оси y ;

S — ускорение центра тяжести массы тягача по касательной к траектории движения;

S_N — ускорение центра тяжести тягача по нормали к траектории движения;

$y = f(x)$ — уравнение траектории движения центра тяжести массы тягача;

γ — угол между касательной к кривой $y = f(x)$ и осью x .

Поскольку принято, что точка сцепки движется по заданной траектории, то роль силы ($-m_1 S_N$) будет состоять в том, что она вызывает реакцию со стороны дороги. При составлении уравнений движения будем проектировать все силы, действующие на систему, на касательную в рассматриваемой точке к траектории движения тягача. Спроектируем все силы, действующие на систему, на касательную к траектории движения тягача [2]:

$$\begin{aligned} & -m_2 \ddot{S}_\tau + F - f_\tau - \\ & - (m_1 \ddot{x}_1 + m_c \ddot{x}_c) \cos \gamma - (m_1 \ddot{y}_1 + m_c \ddot{y}_c) \sin \gamma - \\ & - f_1 \sin (\gamma - \varphi) - Y_k \cos (\gamma - \varphi) = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Составим сумму моментов всех сил, действующих на систему, относительно центра тяжести массы тягача.

$$\begin{aligned} & -m_1 \ddot{y}_1 l \sin \varphi - m_1 \ddot{x}_1 l \cos \varphi - m_c \ddot{y}_c a_c \sin \varphi - \\ & - m_c \ddot{x}_c a_c \cos \varphi - Y_k \cdot l = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Из геометрических соотношений (рис. 1):

$$y - y_1 = l \cos \varphi, \quad (3)$$

$$y - y_c = a_c \cos \varphi, \quad (4)$$

$$x_1 - x = l \sin \varphi, \quad (5)$$

$$x_c - x = a_c \sin \varphi. \quad (6)$$

Имеем также уравнение траектории движения тягача (вернее точки сцепки):

$$y = f(x), \quad (7)$$

откуда

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{df(x)}{dx}, \quad (8)$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{df(x)}{dx} \quad (9)$$

Если центр тяжести тягача не лежит в вертикальной плоскости, проходящей через центры отпечатков задних колес тягача, то выражение для продольного ускорения, как известно, имеет вид

$$S = \frac{dv}{dt} - b\omega^2, \quad (10)$$

где v — скорость движения тягача;

ω — угловая скорость вращения тягача при движении по кривой;

b — расстояние от оси задних колес до вертикальной плоскости, перпендикулярной продольной оси тягача и проходящей через центр тяжести тягача.

Выясним теперь, какова же зависимость для силы сопротивления боковому уводу.

При малых углах бокового увода зависимость между силой сопротивления боковому уводу и углом увода может быть принята за линейную. В этом случае при $|\delta| < 15^\circ$ (рис. 2)

$$Y_k \approx k \delta \quad (11)$$

здесь k — коэффициент сопротивления боковому уводу.

При больших углах увода сила сопротивления боковому уводу может быть принята постоянной, т. е. не зависящей от угла увода.

В этом случае при $|\delta| \geq 15^\circ$

$$Y_k \approx \pm T \quad (12)$$

здесь T — сила сопротивления трению, скольжению. Составленной нами выше системой уравнений решается вопрос о вынужденных колебаниях прицепа при движении тягача по заданной траектории.

2. Случай равномерного движения поезда на кривой

Рассмотрим случай равномерного движения тягача с прицепом по круговой кривой. Предварительно преобразуем составленную систему уравнений, для чего продифференцируем дважды уравнения (3), (4) и (5), определим вторые производные для y_1 , x_1 , y_c , x_c и подставим в уравнение (2). Дифференцируя дважды уравнения (3), (4) и (5) и решая их относительно \ddot{y}_1 , \ddot{x}_1 , \ddot{y}_c , \ddot{x}_c , получим:

$$\ddot{y}_1 = \ddot{y} + L (\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \quad (13)$$

$$\ddot{y}_c = \ddot{y} + a_c (\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \quad (14)$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x} + L (\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) \quad (15)$$

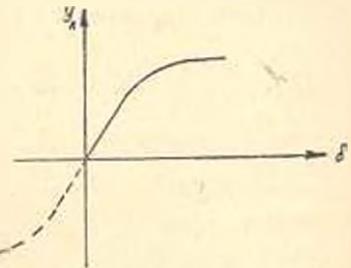


Рис. 2.

$$\ddot{x}_c = \ddot{x} + a_c (\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) \quad (16)$$

Подставляя эти выражения в уравнение (2), получаем

$$\begin{aligned} m_1 L [\ddot{y} \sin \varphi + L (\ddot{\varphi} \sin^2 \varphi + \\ + \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \cos \varphi) + \ddot{x} \cos \varphi + L (\ddot{\varphi} \cos^2 \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \cos \varphi)] + \\ + m_c a_c [\ddot{y} \sin \varphi + a_c (\ddot{\varphi} \sin^2 \varphi + \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \cos \varphi) + \\ + \ddot{x} \cos \varphi + a_c (\ddot{\varphi} \cos^2 \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \cos \varphi)] + Y_k L = 0 \quad (17) \end{aligned}$$

или иначе:

$$(m_1 L + m_c a_c) \ddot{\varphi} + (m_1 L + m_c a_c) (\ddot{y} \sin \varphi + \ddot{x} \cos \varphi) + Y_k L = 0. \quad (18)$$

Обозначая через I_0 — сумму моментов инерции масс m_1 и m_c относительно точки сцепки, имеем:

$$m_1 L^2 + m_c a_c^2 = I_0. \quad (19)$$

Перепишем уравнение (17) в таком виде:

$$\ddot{\varphi} + \frac{m_1 L + m_c a_c}{I_0} (\ddot{y} \sin \varphi + \ddot{x} \cos \varphi) + \frac{L}{I_0} Y_k = 0. \quad (20)$$

Это уравнение используем для решения данной задачи. Согласно заданному условию траектория движения тягача представляет собой круговую кривую, уравнение которой запишем в параметрической форме:

$$y = R \sin \alpha = R \sin \frac{v_0}{R} t \quad (21)$$

$$x = R (1 - \cos \alpha) = R \left(1 - \cos \frac{v_0}{R} t \right), \quad (22)$$

где R — радиус круговой кривой;

t — время;

v_0 — скорости движения тягача.

Дифференцируя дважды выражения (21) и (22), получим:

$$\ddot{y} = -\frac{v_0^2}{R} \sin \left(\frac{v_0}{R} t \right) \quad (23)$$

$$\ddot{x} = \frac{v_0^2}{R} \cos \frac{v_0}{R} t. \quad (24)$$

Подставляем эти выражения в уравнение (20):

$$\ddot{\varphi} + \frac{L}{I_0} Y_k + \left(\frac{m_1 L + m_c a_c}{I_0} \right) \frac{v_0^2}{R} \left(\cos \varphi \cos \frac{v_0}{R} t - \sin \varphi \sin \frac{v_0}{R} t \right) = 0. \quad (25)$$

Или иначе

$$\ddot{\varphi} + \frac{L}{I_0} Y_k + \left(\frac{m_1 L + m_c a_c}{I_0} \right) \frac{v_0^2}{R} \cos \left(\varphi + \frac{v_0}{R} t \right) = 0. \quad (26)$$

Произведем в этом уравнении замену переменной так, чтобы отклонение прицепа отсчитывать не от направления оси y , а от направления касательной к траектории движения в точке сцепки. В этом случае новая переменная с β , согласно рис. 3, будет связана соотношением:

$$\beta = \varphi + \frac{\pi}{2} - \gamma, \quad (27)$$

но

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha. \quad (28)$$

Следовательно

$$\beta = \psi + \alpha = \varphi + \frac{v_0 t}{R}. \quad (29)$$

Дифференцируя это выражение дважды по t , получим:

$$\ddot{\beta} = \ddot{\varphi}. \quad (30)$$

Производя в уравнении (26) замену зависимой переменной интегрирования, будем иметь:

$$\ddot{\beta} + \frac{L}{I_0} Y_2 + \left(\frac{m_1 l + m_c a_c}{I_0} \right) \frac{v_0^2}{R} \cos \beta = 0. \quad (31)$$

Теперь через угол β выразим силу сопротивления боковому уводу, для чего вектор скорости движения массы m_1 разложим на два составляющих вектора, одно из которых представляет переносную, а второе, относительную к точке сцепки скорость, как это изображено на рис. 4. Согласно этому рисунку тангенс угла увода имеет вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= \frac{v_0 \sin \beta + L \dot{\beta}}{v_0 \cos \beta} = \operatorname{tg} \beta + \\ &+ \frac{L \dot{\beta}}{v_0 \cos \beta}. \end{aligned} \quad (32)$$

При малых углах увода и малых углах отклонения прицепа от направления движения тягача это выражение можно записать так

$$\delta = \beta + \frac{L \dot{\beta}}{v_0}. \quad (33)$$

Тогда согласно зависимости (11) имеем такое выражение для силы сопротивления боковому уводу:

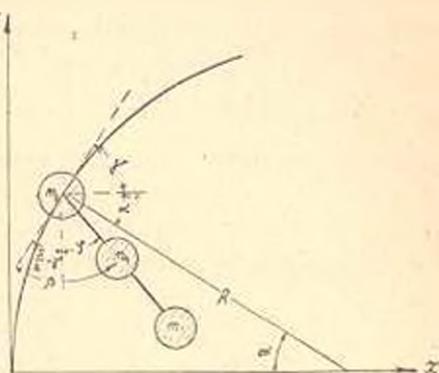


Рис. 3.

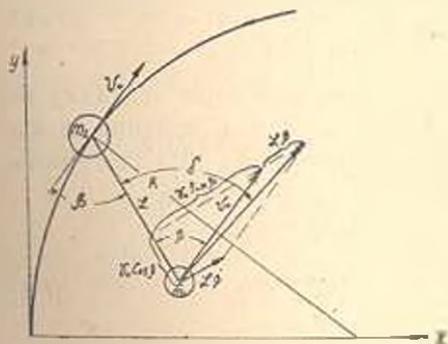


Рис. 4.

$$Y_k = k\beta + \frac{kL\dot{\beta}}{v_0} \quad (34)$$

Подставим теперь это выражение для силы сопротивления боковому уводу уравнение (31), полагая при этом $\cos \beta \approx 1$, тогда получим

$$\ddot{\beta} + \frac{L^2}{I_0 v_0} k\dot{\beta} + \frac{L}{I_0} k\beta + \left(\frac{m_1 L + m_c a_c}{I_0} \right) \frac{v_0^2}{R} \beta = 0. \quad (35)$$

Запишем дифференциальное уравнение (35) в нормальной форме [2]:

$$\ddot{\beta} + 2z\dot{\beta} + \omega_0^2 \beta = P, \quad (36)$$

где коэффициент затухания имеет значение:

$$z = k \frac{L^2}{2v_0 I_0} \quad (37)$$

квадрат частоты собственных незатухающих колебаний

$$\omega_0^2 = \frac{kL}{I_0} \quad (38)$$

и возмущающая функция:

$$P = - \left(\frac{m_1 L + m_c a_c}{I_0} \right) \cdot \frac{v_0^2}{R} \quad (39)$$

Интеграл этого дифференциального уравнения, если при входе системы на кривую прицеп не имел возмущения, определится ([2] стр. 89) таким выражением:

$$\beta = \frac{P}{\omega_0^2} \left[1 - e^{-z t} \left(\cos \omega_0 t + \frac{z}{\omega_0} \sin \omega_0 t \right) \right] \quad (40)$$

Найдя предельное значение β и $\dot{\beta}$ соответствующие переходу нелинейной зависимости между Y_k и δ , используем для решения задачи другое уравнение, которое получается из уравнения (31) с учетом зависимости (12) для силы сопротивления боковому уводу.

В этом случае уравнение колебаний имеет вид:

$$\ddot{\beta} - \left(\frac{m_1 L + m_c a_c}{I_0} \right) \frac{v_0^2}{R} \cos \beta + \frac{L}{I_0} T = 0. \quad (41)$$

Учитывая [3], что

$$\dot{\beta} = \frac{1}{2} \frac{d(\beta^2)}{dt} \quad (42)$$

Уравнение (42) запишем так:

$$\frac{d(\beta^2)}{dt} = -2 \left(\frac{m_1 L + m_c a_c}{I_0} \right) \frac{v_0^2}{R} \cos \beta + \frac{2L}{I_0} T. \quad (43)$$

В этом уравнении переменные разделяются. Поэтому решение его нетрудно записать в такой форме:

$$\ddot{\beta}^2 = -2 \left(\frac{m_1 L + m_c a_c}{I_0} \right) \frac{v_0^2}{R} \int \cos \beta d\beta \mp \frac{2L}{I_0} T \int d\beta = C, \quad (44)$$

где C — постоянная интегрирования.

Постоянная интегрирования в данном случае определяется из условия при $\beta = \beta_1$, $\dot{\beta} = \dot{\beta}_1$.

Определяя постоянную интегрирования и подставляя ее в уравнение (44), получим

$$\dot{\beta}^2 = \dot{\beta}_1^2 - 2 \left(\frac{m_1 L + m_c a_c}{I_0} \right) \cdot \frac{v_0^2}{R} \int_{\beta_1}^{\beta} \cos \beta d\beta \mp \frac{2L}{I_0} T \int_{\beta_1}^{\beta} d\beta \quad (45)$$

или интегрируя, находим:

$$\dot{\beta}^2 = \dot{\beta}_1^2 - 2 \left(\frac{m_1 L + m_c a_c}{I_0} \right) \cdot \frac{v_0^2}{R} (\sin \beta - \sin \beta_1) \mp \frac{2L}{I_0} T (\beta - \beta_1). \quad (46)$$

При принятой системе координат увеличение отклонения прицепа от направления движения тягача происходит в сторону отрицательного значения угла β .

Приравнивая значение угловой скорости нулю, получим из (46) уравнение, из которого можно определить максимальное значение отклонения прицепа:

$$\dot{\beta}_1^2 - 2 \left(\frac{m_1 L + m_c a_c}{I_0} \right) \frac{v_0^2}{R} (\sin \beta - \sin \beta_1) \mp \frac{2L}{I_0} T (\beta - \beta_1) = 0. \quad (47)$$

Решив это трансцендентное уравнение, можно определить максимальное значение угла отклонения прицепа от направления движения тягача. Оно при малых радиусах R и заметном интервале времени может оказаться весьма значительным.

3. Случай неравномерного движения поезда на прямолинейном участке

Уравнение траектории движения в рассматриваемом случае будет таким

$$x = 0. \quad (48)$$

В результате движение тягача с прицепом согласно рис. 5 будет описываться следующей системой уравнений:

$$-m_c \ddot{y} - m_1 \ddot{y}_1 + F - j_2 - j_1 \cos \varphi - k \delta \sin \varphi \pm I_2 \pm I_1 = 0. \quad (49)$$

$$-m_1 \ddot{y}_1 L \sin \varphi - m_1 \ddot{x}_1 L \cos \varphi - k \delta L \pm I_1 L \sin \varphi = 0. \quad (50)$$

$$x_1 = L \cdot \sin \varphi. \quad (51)$$

$$y - y_1 = L \cos \varphi. \quad (52)$$

В составленных четырех уравнениях все коэффициенты или известны или могут быть заданы, за исключением угла бокового увода.

Для установления функциональной зависимости этой величины от φ , y и $\dot{\varphi}$ на рис. 6 изобразим соотношение между скоростями и углами для центра массы прицепа. У точки А построим параллелограмм ско-

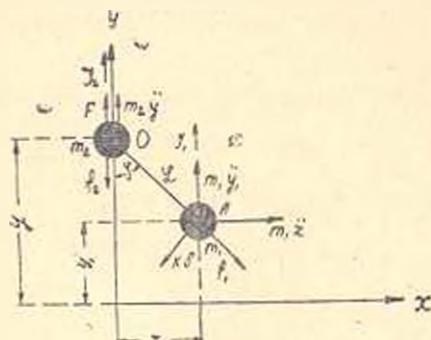


Рис. 5.

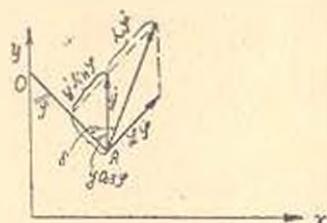


Рис. 6.

ростей, где $L \dot{\varphi}$ — поперечная скорость по отношению к оси OA и y — скорость вдоль оси y

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \varphi + \frac{L \dot{\varphi}}{y \cos \varphi} \quad (53)$$

откуда получаем:

$$\delta = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \varphi + \frac{L \dot{\varphi}}{y \cos \varphi} \right). \quad (54)$$

Вносим значение для угла бокового увода согласно зависимости (54) в уравнения (49) и (50). В результате этой подстановки имеем:

$$F - m_2 \ddot{y} - m_1 \ddot{y}_1 - f_2 - f_1 \cos \varphi - k \sin \varphi \cdot \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \varphi + \frac{L \dot{\varphi}}{y \cos \varphi} \right) \pm l_2 \pm l_1 = 0 \quad (55)$$

$$\pm l_1 \sin \varphi - m_1 \ddot{y}_1 \sin \varphi - m_1 \ddot{x}_1 \cos \varphi - k \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \varphi + \frac{L \dot{\varphi}}{y \cos \varphi} \right) = 0. \quad (56)$$

Полученные уравнения содержат четыре неизвестных координаты y , y_1 , x_1 и φ .

Уравнениями (55), (56), и (51), (52) определяется движение системы при принятых предположениях, при введении сил сопротивления и силы тяги. Для решения системы дифференцируем дважды (51) и (52).

$$\ddot{x}_1 = L (\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi). \quad (57)$$

$$\ddot{y}_1 = \ddot{y} + L (\ddot{\varphi} + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi). \quad (58)$$

Подставляем в уравнение (56) полученные значения производных:

$$m_1 \ddot{y} \sin \varphi + m_1 L (\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \sin \varphi +$$

$$+ m_1 l (\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) \cos \varphi + I_1 \sin \varphi + \quad (59)$$

$$+ k \cdot \arctg \left(\operatorname{tg} \varphi + \frac{L \dot{\varphi}}{y \cos \varphi} \right) = 0$$

учитывая, что

$$I_1 = m_1 g \sin i \approx m_1 g i, \quad (60)$$

уравнение (59) запишем теперь так

$$\ddot{\varphi} + \frac{k}{m_1 L} \arctg \left(\frac{L \dot{\varphi}}{y \cos \varphi} + \operatorname{tg} \varphi \right) (\ddot{y} \mp g i) \frac{\sin \varphi}{L} = 0, \quad (61)$$

где g — ускорение силы тяжести;

i — продольный уклон дороги.

Полученное уравнение (61) описывает колебания прицепа в пределах до $5^\circ - 10^\circ$, поскольку линейная зависимость между силой сопротивления боковому уходу и углом бокового ухода может быть принята лишь для малых углов бокового ухода.

Заменяя для малых углов тригонометрические функции их приближенными значениями $\sin \varphi \approx \varphi$; $\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$; $\cos \varphi \approx 1$, вместо уравнения (61) получим

$$\ddot{\varphi} + \frac{k \dot{\varphi}}{m_1 y} [k + m_1 (\ddot{y} \mp g i)] \frac{\varphi}{m_1 L} = 0. \quad (62)$$

В результате для описания малых колебаний из нелинейного уравнения получилось линейное уравнение с переменными коэффициентами. Если движение равномерно замедленное или равномерно ускоренное, то уравнение (62) примет вид

$$\ddot{\varphi} + \frac{k \dot{\varphi}}{m_1 (v_0 \mp at)} + [k + m_1 (a \mp g i)] \frac{\varphi}{m_1 L} = 0 \quad (63)$$

Поскольку уравнением (63) описываются малые колебания, то для исследования устойчивости движения можно использовать теорему А. М. Ляпунова об устойчивости по первому приближению. С этой целью выражение при втором слагаемом, зависящее непосредственно от времени, разложим в ряд по биному Ньютона.

$$\frac{1}{\left(1 + \frac{at}{v_0}\right)} = \left(1 + \frac{at}{v_0}\right)^{-1} = 1 - \frac{at}{v_0} + \left(\frac{at}{v_0}\right)^2 - \left(\frac{at}{v_0}\right)^3 + \dots \quad (64)$$

Тогда уравнение (63) запишем следующим образом

$$\ddot{\varphi} + \frac{k \dot{\varphi}}{m_1 v_0} \left[1 - \frac{at}{v_0} + \left(\frac{at}{v_0}\right)^2 - \left(\frac{at}{v_0}\right)^3 + \dots \right] +$$

$$+ [k + m_1 (a \mp g i)] \frac{\varphi}{m_1 L} = 0 \quad (65)$$

Следовательно, уравнение для первого приближения будет иметь такой вид

$$\ddot{\varphi} + \frac{k\varphi}{m_1 v_0} + |k + m_1(a \pm gi)| \frac{\varphi}{m_1 L} = 0. \quad (64)$$

Как видно из этого уравнения, корни характеристического уравнения будут отрицательными лишь при положительном значении коэффициента при φ . В этом случае система будет устойчивой. Таким образом условие устойчивости движения определяется неравенством

$$k + m_1(a \mp gi) > 0. \quad (67)$$

Если имеет место торможение, то ускорение будет иметь отрицательный знак. В этом случае неравенство (67) будет таким:

$$k - m_1(a \mp gi) > 0 \quad (68)$$

или

$$k > m_1(a \pm gi). \quad (69)$$

Знак плюс gi здесь, согласно принятому на рис. 6 правилу знаков, соответствует движению под уклон, а минус — на подъем. Заметим, что замедленное движение может продолжаться лишь определенный промежуток времени, в частном случае до остановки тягача. В силу этого как при ускоренном, так и при замедленном движении поступательная скорость движения тягача не может принимать отрицательных значений, а следовательно и знак перед вторым слагаемым в уравнениях (63), (65) и (66) не может быть отрицательным, если не учитывать знака φ .

Указанное обстоятельство говорит о том, что в любой промежуток времени, если удовлетворяется неравенство (67), то при малых отклонениях имеет место затухающее колебание и движение системы является асимптотически устойчивым по Ляпунову.

Рассмотрим теперь вопрос об устойчивости движения системы при больших угловых отклонениях прицепа.

Для решения данной задачи используем уравнение (61), заменив в нем переменное выражение для силы сопротивления боковому уводу на постоянную величину, обозначив через T :

$$\ddot{\varphi} + \frac{T}{m_1 L} + (\ddot{y} \mp gi) \frac{\sin \varphi}{L} = 0. \quad (70)$$

В связи с тем, что сила T проявляет себя как сухое трение и направлена в сторону, противоположную движению, в уравнении (70) перед нею поставлено два знака: плюс и минус.

Уравнением (70) описываются колебания прицепа за пределами угловых отклонений, при которых сила сопротивления боковому уводу могла приниматься пропорциональной углу бокового увода. В этом случае целесообразно перейти к новой переменной, рассматривая дви-

жение относительно границы. Пусть $\varphi = \varphi_1$ является границей применимости составленных уравнений. Тогда вводимая новая переменная будет связана со старой соотношением

$$u = \varphi - \varphi_1. \quad (71)$$

Откуда

$$\dot{u} = \dot{\varphi}; \quad \ddot{u} = \ddot{\varphi}. \quad (72)$$

Используя эти зависимости, уравнение (70) запишем следующим образом

$$\ddot{u} \pm \frac{T}{m_1 L} + (\ddot{y} \mp gi) \cdot \frac{\sin(u + \varphi_1)}{L} = 0. \quad (73)$$

Если за независимую переменную принять u , то уравнение (73) будет таким

$$\frac{d(\dot{u}^2)}{2du} \pm \frac{T}{m_1 L} + (y \mp gi) \cdot \frac{\sin(u + \varphi)}{L} = 0. \quad (74)$$

Это уравнение при $y = f(u)$ с разделяющимися переменными и его решение имеет вид:

$$\frac{u^2}{2} = C \mp \frac{T}{m_1 L} u - \int (\ddot{y} \mp gi) \cdot \frac{\sin(u + \varphi_1)}{L} du. \quad (75)$$

Постоянную интегрирования определяем из начальных условий: при $u = 0$ $\dot{u} = \dot{\varphi}_1$. В результате определения постоянной интегрирования C и подстановки ее в уравнение (75), получим

$$\frac{\dot{u}^2}{2} = \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2} \mp \frac{T}{m_1 L} u - \int_0^u (\ddot{y} \pm gi) \frac{\sin(u + \varphi_1)}{L} du. \quad (76)$$

Если движение тягача равно-ускоренное или равно-замедленное, то выражение (76) будет таким

$$\frac{\dot{u}^2}{2} = \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2} \pm \frac{T}{m_1 L} u - (a \mp gi) [\cos \varphi_1 - \cos(u + \varphi_1)]. \quad (77)$$

Переходя в этом уравнении снова к переменной φ согласно зависимостям (71) и (72) получим

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2} = \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2} \mp \frac{T}{m_1 L} (\varphi - \varphi_1) - (a \mp gi) (\cos \varphi_1 - \cos \varphi). \quad (78)$$

Полученное выражение позволяет судить об устойчивости движения системы. Система будет устойчивой в том случае, если угловая скорость равна нулю или имеет мнимое значение при ограниченном угле отклонения. Согласно выражению (78) устойчивое движение системы определится неравенством

$$\frac{\dot{\varphi}_1^2}{2} \mp \frac{T}{m_1 L} (\varphi - \varphi_1) - (a \mp gi) (\cos \varphi_1 - \cos \varphi) \leq 0. \quad (79)$$

Согласно полученному неравенству устойчивым будет такое движение, при котором максимальное отклонение прицепа от нейтрального положения будет меньше допустимого. Следовательно, задаваясь предельным допустимым значением угла отклонения прицепа, можно по выражению (79) определить соотношение между другими параметрами системы и характеристиками дороги, при котором движение рассматриваемой системы даже при больших отклонениях будет устойчивым.

ВАГТ. г. Ленинград

Поступило 11.XII. 1961 г.

Ն. Կ. ՍՆԻՏԿՈՒ ԵՎ Ի. Ի. ԿԱՆԴԱՍՐՈՎ

ԱՎՏՈՎՅԱՆՔԻ ՇԱՐՇԱԿԱՆ ԿԿՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ԸՆԴՈՒՅՆԱԿԱՆ
ՏՍՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԳԵՊԳՈՒՄ

Ո Ւ Վ Ո Ւ Վ Ո Ւ Վ

Հոդվածում գիտվում է քարշակի և միառանցք կցանքի անհավասարաչափ ստիպողական շարժումը ճանապարհի ուղղադիմ և կորագիծ տեղամասերում:

Անալիզի է ենթարկված իրական կցանքի ընդլայնական տատանումները, երբ քարշակի ղողերը կողք քաշման են ենթարկվում: Այնուհետև նկարագրվում է քարշակի և կցանքի միմյանց նկատմամբ տենցամ փոխադարձ ազդեցությունը և ձևակերպվում կառքաշարի կալուն շարժման պայմանները:

Հոդվածում գիտված է նաև կորագիծ տեղամասում դնացքի հավասարաչափ շարժման դեպքերը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Калдыш М. В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси. Труды ЦАГИ. № 564, 1945.
2. Снитко Н. К. Динамика сооружений. Госстройиздат. Л., 1960.
3. Кандауров И. И. Теория влияния подвижности оси на вращение эксцентрично расположенных масс. Труды ВАГТ № 42, 1959.

А. О. ГАМБАРЯН

О „НЕВОЛНОВОМ“ ПРОФИЛЕ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ВЫСТРОКА СО СВЕРХБУРНЫМ РЕЖИМОМ ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ

Проблеме сверхбурного потока* и катящихся волн на быстротоках посвящено довольно много теоретических и экспериментальных исследований.

По полученным результатам эти исследования можно разделить на следующие две группы:

1. Исследования, посвященные выявлению условий, при которых поток в данном водоводе будет сверхбурным, т. е. при которых установившееся течение неустойчиво, и малые возмущения, развиваясь, в конце концов превращаются в катящиеся (или ударные) волны.

2. Исследования, посвященные выявлению качественных и количественных характеристик движения катящихся волн, если таковые уже возникли. Эта группа в настоящей статье не рассматривается.

На основании исследований, входящих в первую группу, получены критерии потери потоком устойчивости и перехода его в сверхбурное состояние.

Наиболее строгими из этих исследований являются работы В. В. Ведерникова [1, 2], Н. Иваса [3] и Н. А. Картвелишвили [4, 5]. Критерии, полученные этими авторами, являются наиболее общими. Частными случаями являются критерии, полученные другими авторами (Дресслер, Томас, Джеффрис и другие).

Критерий Иваса выведен с учетом неравномерности распределения скоростей в поперечном сечении потока, т. е. принято $\alpha \neq 1$, где α — коэффициент Корнолиса. Критерий Картвелишвили учитывает влияние завихрения потока на его устойчивость через коэффициент A , зависящий от воздухо содержания. При $\alpha = 1$ и $A = 0$ из этих критериев получается критерий Ведерникова.

* Термином „сверхбурный поток“ проф. В. В. Ведерников [1], проводивший много исследований в области неустановившегося движения в открытых руслах, называет потоки, в которых малые возмущения в виде волны помпешения малой амплитуды возрастают вниз по течению, становясь крутыми в области фронта волны, где

производная $\left| \frac{\partial H}{\partial S} \right| \rightarrow \infty$ (H — глубина потока, S — расстояние по оси канала). Потоки, в которых указанные возмущения расплываются и затухают, называются спокойными (при $F_r < 1$) и бурными (при $F_r > 1$), где F_r — число Фруда.

Тесно связаны с указанными работами исследования, посвященные вопросам предотвращения возникновения катящихся волн на быстротоках. В частности, указание на применение продольных разделительных стенок в быстротоке с целью усиления влияния трения и увеличения смоченного периметра имеется у В. В. Ведерникова [1]. У него же имеются соображения относительно выбора поперечного сечения быстротока, способного предотвратить возникновение волн.

С этой точки зрения определенный практический интерес представляют попытки К. И. Арсенишвили [7—9] и Е. П. Федорова [11] найти искомое решение путем соответствующего подбора поперечного сечения канала. В [7—9] на основе модельных исследований в качестве „неволновых“ рекомендуются треугольный, сегментный и параболический профили поперечного сечения. Примерно такие же поперечные сечения предлагает Е. П. Федоров [11] на основе натуральных наблюдений.

Несмотря на определенное практическое значение, предлагаемые эмпирические методы построения „неволнового“ профиля не отвечают определенным требованиям, предъявляемым к ним, а именно:

а) Эти профили получены по наблюдениям на моделях и натуральных каналах ограниченной длины. Нет уверенности в том, что увеличение длины не приведет к возникновению катящихся волн. Ведь известно, что их образование находится в прямой зависимости от длины канала. На такую зависимость указано в работе В. В. Ведерникова [2], где дан критерий перехода потока с установившимся неравномерным движением в сверхбурное состояние, полученный теоретическим путем.

На основании экспериментальных исследований автором настоящей статьи получена эмпирическая зависимость для места образования волн от числа Фруда в виде (рис. 1):

$$\frac{s_0 l}{h_{кр}} = 4,2 F_r^{1/2}, * \quad (1)$$

где s_0 — расстояние от начала быстротока до места образования катящихся волн, $i = \sin \alpha$ — уклон дна канала, $h_{кр}$ — критическая глубина, F_r — число Фруда.

Как показано в [12—14], при сверхбурном режиме в данном водоводе и при достаточно большом значении безразмерной длины канала $\frac{s_0 l}{h_{кр}}$ в нем обязательно должны возникнуть катящиеся волны.

б) В [7—11] (см. рис. 1 в [8], а также рис. 7 в [9]) даны только геометрические размеры поперечных сечений так называемых неполных профилей поперечного сечения канала: угол раствора бортов (или коэффициент откоса) для треугольного сечения, радиус — для

* Это выражение получено по данным наблюдений на прямоугольных экспериментальных лотках Института энергетики и гидравлики АН Армянской ССР. На графике нанесены данные других авторов, охватывающие самые различные сооружения

подуокружности или сегмента и др., причем эти параметры сечения не связываются с такими гидравлическими и геометрическими характеристиками русла и потока, как уклон, коэффициент шероховатости, расход и др. Между тем, все исследования в области сверхбурного потока, в том числе и исследования авторов [7—11], показывают решающее влияние указанных факторов на волновой режим.

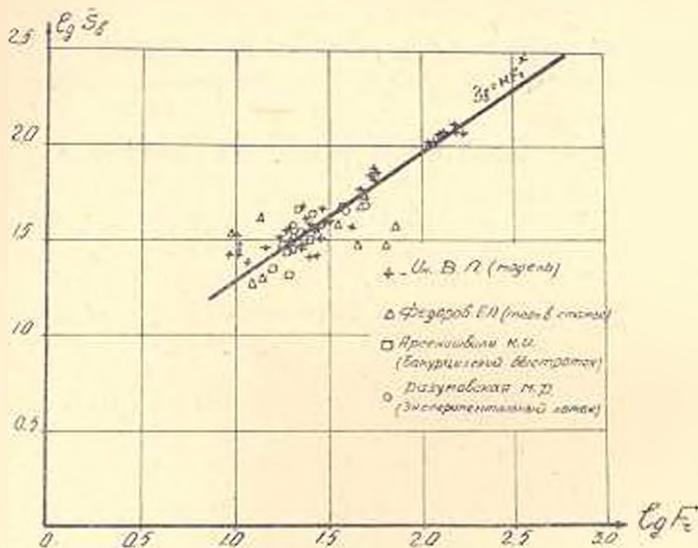


Рис. 1.

Отсюда естественно вытекает отсутствие в рассматриваемых работах указаний относительно моделирования предлагаемых в них профилей поперечного сечения.

В настоящей статье сделана попытка получить неволовое очертание поперечного сечения быстроготока, исходя из критерия В. В. Ведерникова перехода потока в сверхбурное состояние, записанного в виде:

$$V_0 = \frac{U_0 M_0 (1 + \beta)}{\rho \sqrt{g \frac{F_0}{B_0}}} \quad (2)$$

Здесь: U_0 , F_0 , B_0 — средняя скорость, площадь живого сечения и ширина канала по верху при равномерном режиме движения, ρ и β — показатели степени в формуле сопротивления $i_f = \lambda U^{\beta} |R|^{1+\beta}$.

$M_0 = 1 - \frac{F_0}{l_0} \frac{d\gamma}{dF}$ — коэффициент формы поперечного сечения канала.

l_0 — смоченный периметр канала.

При $V_0 < 1$ (2а)
поток спокойный или бурный

$$V_0 > 1 \quad (2б)$$

соответствует сверхбурному состоянию.

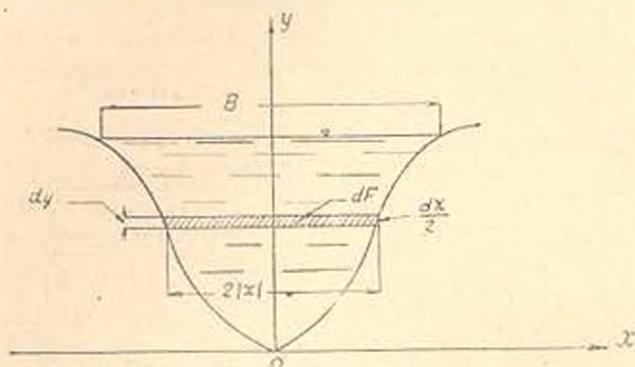
$$V_0 = 1 \quad (2в)$$

означает состояние предельного равновесия.

Пусть поперечное сечение канала (рис. 2а) задано в виде некоторой произвольной кривой $x = f(y)$, симметричной относительно вертикальной оси, т. е. $\varphi(x) = \varphi(-x)$.

Задача сводится к отысканию такого выражения для $x = f(y)$, при котором для любого значения ординаты y , (независимо от наполнения канала), имело бы место одно из условий: (2б) или (2в), при которых была бы исключена возможность перехода потока в сверхбурное состояние.

Преобразуем критерий Ведерникова (2в), подставив в него $p = 2$



а)

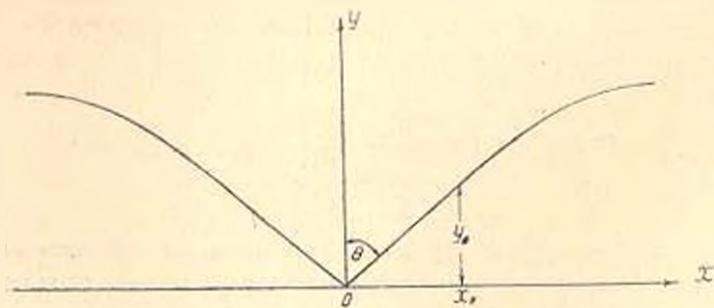


Рис. 2.

(«квадратичная область сопротивления»). $\beta = 1/3$ (по Маннингу).

$$U = C \sqrt{Rl} = \frac{R^{2/3}}{n} l^{1/3}, \quad R = \frac{F}{\lambda}, \quad B = 2(x):$$

$$\frac{x^{1/2} \cdot F^{1/2} \cdot \left(1 - \frac{F}{\lambda} \frac{dy}{dF}\right)}{\gamma^{1/2}} = \frac{3 \cdot g^{1/2} n}{2^{1/2} \cdot l^{1/2}} = A. \quad (3)$$

Как следует из рис. 2а,

$$dF = 2|x| dy, \quad d\chi = 2 \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy. \quad (4)$$

Откуда

$$\frac{dy}{dF} = \frac{1}{2|x|}, \quad \frac{dx}{dF} = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{d\chi}{dF}\right)^2 - \frac{1}{x^2} \right|^{1/2}. \quad (5)$$

Таким образом, из (3) и (5) получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{dy}{dF} = \frac{1}{2|x|}, \quad (6)$$

$$\frac{d\chi}{dF} = \frac{\chi}{F} \left(1 - \frac{A\chi^{1/2}}{x^{1/2}F^{1/2}}\right), \quad (7)$$

$$\frac{dx}{dF} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\chi}{F}\right)^2 \left(1 - \frac{A\chi^{1/2}}{x^{1/2}F^{1/2}}\right)^2 - \frac{1}{x^2} \right]^{1/2}. \quad (8)$$

общее решение которых должно было бы дать аналитическое выражение для зависимости $x = f(y)$. Решение этой системы осуществляется методами численного интегрирования. Для этого граничными условиями являются следующие:

$$x = 0, \quad y = 0, \quad F = 0, \quad \chi = 0. \quad (9)$$

Однако, как показывает анализ (7), удовлетворять этим граничным условиям нет особой надобности, так как легко убедиться, что при некотором значении $x < x_0$ и $y < y_0$ в уравнении (7) левая часть становится больше ее правой части, т. е. автоматически удовлетворяется условие (26) устойчивости равномерного движения, независимо от вида кривой $f(y)$. В этом можно убедиться, рассматривая предел отношения $\frac{\chi}{F}$ при $x \rightarrow 0, y \rightarrow 0$. Легко доказать, что

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\chi}{F} = \pm \infty.$$

Так как $\frac{d\chi}{dF} > 0$, то отсюда вытекает, что в (7) при малых значениях x соблюдается условие (26). В таком случае появляется возможность задания граничных условий в следующем виде:

$$x = x_0, \quad y = y_0, \quad F = F_0, \quad \chi = \chi_0, \quad (9a)$$

где x_0 и y_0 — значения координат поперечного сечения, для которых имеет место (2в). Ввиду вышесказанного, оказывается возможным при $x \leq x_0, y \leq y_0$ задаться кривой $f(y)$ в виде любой функции. Для большей простоты в настоящей статье взята линейная зависимость $x = ky$, где $k = tg\theta$ (рис. 2б).

Тогда все остальные величины определяются из условий:

$$\begin{aligned} dF &= 2ytg\theta dy, \quad F = y^2 tg\theta, \\ d\chi &= 2 \sec\theta dy, \quad \chi = 2y \sec\theta. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя эти значения в (3) или (7), что одно и то же, получим:

$$y_0 = 2^{20} \cdot 1^6 \text{ csec}^4\theta. \quad (11)$$

Приведем к безразмерному виду величины, входящие в систему (6)–(8). Для этого обозначим:

$$x = \bar{x} y_0, \quad y = \bar{y} y_0, \quad F = \bar{F} y_0^2, \quad \chi = \bar{\chi} y_0. \quad (12)$$

После подстановки этих значений и соответствующие уравнения и отбрасывания черточек получим:

$$\frac{dy}{dF} = \frac{1}{2|x|}, \quad (6a)$$

$$\frac{d\chi}{dF} = \frac{\chi}{F} \left[1 - \left(\frac{\sin^2\theta}{32} \right)^{1/2} \frac{\chi^{1/2}}{x^{1/2} F^{3/2}} \right], \quad (7a)$$

$$\frac{\partial x}{dF} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\chi}{F} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{\sin^2\theta}{32} \right)^{1/2} \frac{\chi^{1/2}}{x^{1/2} F^{3/2}} \right]^2 - \frac{1}{x^2} \right\}^{1/2}. \quad (8a)$$

Граничными условиями для решения этих уравнений являются:

$$\begin{aligned} y_0 &= 1, \quad x_0 = y_0^2 tg\theta = tg\theta, \\ F_0 &= y_0^2 tg\theta = tg\theta, \quad \chi_0 = 2y_0 \sec\theta = 2 \sec\theta. \end{aligned} \quad (13)$$

Начальные приращения искомых величин определяются также из условия $x = ky$ с учетом (6a)–(8a) и (10):

$$\Delta_1 x = \frac{1}{2} \Delta F tg\theta, \quad \Delta_1 \chi = \Delta F csc\theta, \quad \Delta_1 y = \frac{1}{2} \Delta F ctg\theta. \quad (14)$$

При решении были применены методы Адамса и Рунге. Независимым переменным принята площадь живого сечения канала F , искомыми функциями — x , y , χ . В настоящей статье решение системы дано с учетом (13) и (14) для одного значения угла $\theta = 45^\circ$. Как следует из предыдущего изложения, можно задаваться и другими значениями угла θ , определяя для каждого случая соответствующие граничные условия по (13) и начальные приращения по (14), но в данной работе этого не сделано, так как она преследует цель дать методику данного решения.

По результатам расчетов построены соответствующие графики безразмерных величин $y = \varphi(x)$, $F = F(x)$, $\chi = \chi(x)$ на рис. 3а и б, причем изображена только правая ветвь кривой $\varphi(x)$ и лишь начало ее левой ветви. Рис. 3а соответствует малым значениям x : от 0 до 50, рис. 3б — большим значениям x : от 0 до 50 10^2 . Там же изображены кривые для безразмерных значений гидравлического радиуса

$$R = \frac{F}{\chi} = R(x).$$

Для перевода в размерные величины значений, из графиков рис. 3 необходимо использовать условия (11) и (12), помня, что

$$A = \frac{3}{2^{1/2}} \frac{g^{1/2} n}{i^{1/2}}$$

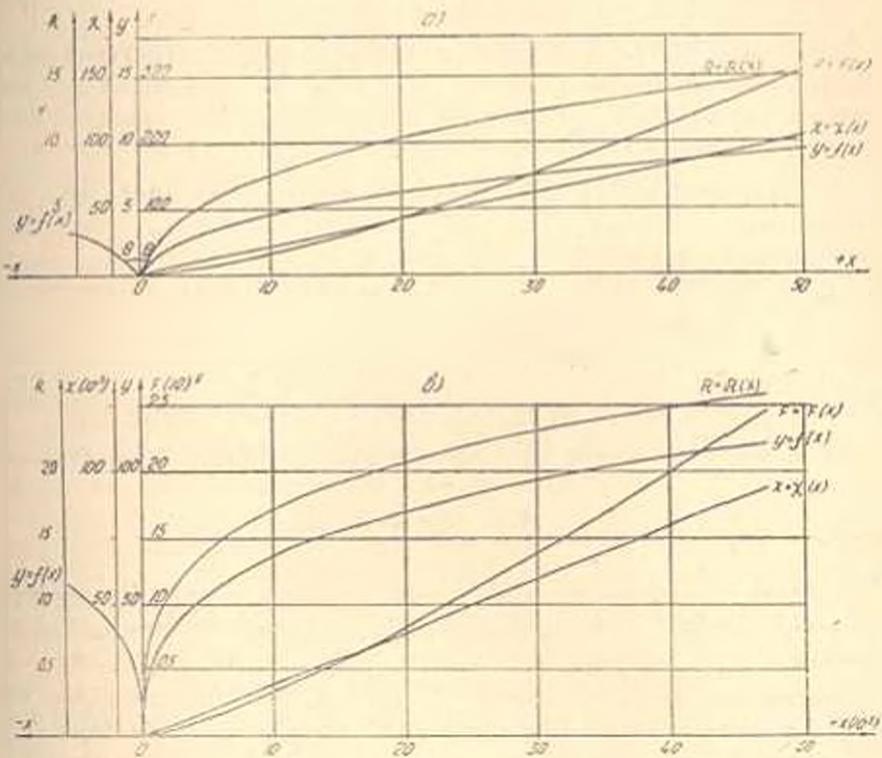


Рис. 3.

Пример расчета. Пусть даны: $i = 0,05$, $n = 0,013$, $Q = 15,0 \text{ м}^3/\text{сек}$,
 $b = 45$.

Тогда

$$A = \frac{3}{2^{1/2}} \frac{g^{1/2} n}{i^{1/2}} = 0,193 \text{ м}^2, \quad A^2 = 0,52 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4$$

$$y_0 = 2^{10} A^2 \csc^4 b = 0,214 \text{ м}, \quad y_0^2 = 0,046 \text{ м}^2$$

Методом подбора из графиков рис. 3 определяются соответствующие безразмерные значения:

$$x = 12, \quad y = 5, \quad \bar{F} = 40, \quad \bar{\gamma} = 26,7, \quad \bar{R} = \frac{\bar{F}}{\bar{\gamma}} = 1,5,$$

которым соответствуют размерные величины:

$$x = xy_0 = 2,57 \text{ м}, \quad y = 1,07 \text{ м}, \quad F = 1,84 \text{ м}^2, \quad \gamma = 5,71 \text{ м}, \quad R = 0,325 \text{ м}.$$

Этот профиль может пропускать расход

$$Q = 14,9 \text{ м}^3/\text{сек} \approx 15,0 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

Графики рис. 3 составлены для ограниченных значений x , y , F , χ и R .

В случае надобности их можно продолжить до желаемых пределов, но нет необходимости делать это в настоящей статье.

Что касается „неволюновых“ профилей в виде треугольника, полукруга или параболы, то нетрудно получить выражения для них из критерия (2в), помня, что для $x \leq x_0$, $y \leq y_0$ этот критерий всегда удовлетворяется.

Автор выражает признательность Л. А. Оганесяну за ценные советы.

Институт водных проблем
АН Армянской ССР

Поступило 6.IV 1961 г.

2. 2. ՂԱՐԱՐԱՅԱՆ

ՋՐԻ ՇԱՐՔԻՄԱՆ ԳԵՐՐՈՒՄԻՆ ՌԵՄԻՄ ՈՒՆԵՅՈՂ ԱՐԱԳԱՀՈՍԻ
«ԱՌԱՆՅ ԱՒԻՔԻ» ԼԱՅՆԱԿԱՆ ԿՏՐԼԱՅՔԻ ՊՐՈՅԵԿՏԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ու լ մ

Վերջին ժամանակներս տեխնիկական գրականության մեջ բավականին լայն լուսարանում է զտել զլորվող ալիքների և ղերբուռն հոսանքների հետազոտումը:

Հիշյալ պրոբլեմների կարևորագույն և ամենարագ հարցերից մեկն է զլորվող ալիքների առաջացման կանխման ինդիքը արագահոսանքում, քանի որ այդ ալիքները մեծ մասամբ բուցասական աղղեցություն են ունենում կառուցվածքների նորմալ աշխատանքի ռեժիմի վրա:

Այս տեսակետից նախանալի է այն հետաքրքրությունը, որ հանդես են բերում հետազոտողները այսպես կոչված «առանց ալիքի» կամ «անալիք» լայնական կտրվածք ունեցող արագահոսանքի նախադժման և իրագործման ինդիքի նկատմամբ:

Ներկա աշխատանքը իրենից ներկայացնում է մի փորձ՝ ստանալ արագահոսի «անալիք» լայնական կտրվածքի պրոֆիլ, ելնելով հոսանքի կալուսությունից՝ պրոֆ. Վ. Վեդերնիկովի կողմից ստացված կրիտերիալից (2); Վերցրնելով ծայրագույն հավասարակշռության դեպքը (2ա), որոշ ձևափոխումներից հետո ստացվում է (3) զիֆեկուլենցիալ հավասարումը, որը լայնական կտրվածքի երկրաչափությունից ստացվող (5) պլանանների հետ միասին բերում է զիֆեկուլենցիալ հավասարումների (6), (7), (8) սխեմներին:

Հիշյալ սխեմների լուծումը կատարված է թվային նաշվարկի մեթոդով, Համապատասխան պարամետրերի սկզբնական արժեքները որոշելու համար ապացուցվում և օդապարծվում է (9ա) պլաններ, ըստ որի սկզբնական արևույթում՝ x , y , F և χ մեծությունների փոքր արժեքների դեպքում $x = f(y)$ կորը կարող է տրվել կամավոր ֆունկցիայի տեսքով, որը միջոց կրավարարի (2ա) պլաններին:

ჭყალიწიად ზე არათბიწაჲსი უღებოდჲსი უღაშიწი ზე ბიწიწაჲსი მბწიწა-
სებრწი.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Ведерников В. В., Матицкий Н. В., Потапов М. В.* Неустойчившееся движение водного потока в открытом русле. Изд. АН СССР, М.—Л., 1947.
2. *Ведерников В. В.* Особенности движения жидкости в открытом русле. ДАН СССР, т. 52, № 3, 1946
3. *Ywasa Y.* The Criterion for Instability of Steady Uniform Flow in Open Channels. Memoirs of the Faculty of Engineering Kyoto University, Vol. XVI, № IV, okt. 1954, Kyoto, Japan.
4. *Картвелишвили Н. А.* Волнообразование на быстротоках. Известия АН СССР. ОИИ, № 1, 1955.
5. *Картвелишвили Н. А.* Об уточнении критерия устойчивости установившегося течения на быстротоках. Известия АН СССР. ОИИ, № 8, 1958.
6. *Картвелишвили Н. А.* О безволновом течении на быстротоках. Труды Всесоюзного научно-технического совещания по водозаборным сооружениям и русловым процессам, т. II, Тбилиси, 1960.
7. *Арсенишвили К. И.* Изучение воздействия набегающих волн на гидротехнические сооружения. Журн. „Гидротехническое строительство“, № 1, 1955.
8. *Арсенишвили К. И.* Критерии волнообразования в каналах с большими уклонами. Журн. „Гидротехническое строительство“, № 3, 1956.
9. *Арсенишвили К. И.* Воздействие набегающих волн на гидротехнические сооружения. Автореферат докторской диссертации, Тбилиси, 1957.
10. *Федоров Е. П.* Об образовании волн на быстротоках. Журн. „Гидротехническое строительство“ № 3, 1954.
11. *Федоров Е. П.* Причины волнообразования на быстротоках и мероприятия по его предупреждению. Журнал „Гидротехническое строительство“. № 6, 1956.
12. *Гамбарян А. О., Маилян Н. Н.* Экспериментальное исследование катищихся волн в сверхбурном потоке. Известия АН Армянской ССР, сер. ТН, т. XI, № 4, 1958
13. *Гамбарян А. О., Маилян Н. Н.* Экспериментальное исследование катищихся волн в сверхбурном потоке. Известия АН Армянской ССР, сер. ТН, т. XII, № 2, 1959.
14. *Гамбарян А. О., Маилян Н. Н.* Экспериментальное исследование катищихся волн на быстротоках. ВНИИГ, „Аннотации законченных в 1958 г. научно-исследовательских работ по гидротехнике“, Госэнергоиздат, М.—Л., 1959.

Г. А. СИМОЯН

ВОЗМОЖНЫЕ ФОРМЫ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОТОКА
 В ПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ НА УЧАСТКЕ БОКОВОГО
 ВОДОСЛИВА

Анализ возможных форм свободной поверхности потока на участке бокового водослива производится на основе общего дифференциального уравнения движения жидкости с переменным расходом в призматических руслах:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i_0 - i_f - \frac{\alpha Q}{g\omega^2} (2-k) \frac{dQ}{dl}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3}} \quad (1)$$

где $2 > k > 1$ — изменяется как коэффициент отделения [2];

i_0 — уклон дна русла;

i_f — гидравлический уклон трения;

Q — расход, который переменный по длине;

ω — площадь живого сечения;

B — ширина русла по верху;

h — глубина потока;

l — длина расчетного участка.

Рассмотрим случаи, когда $i_0 > 0$, $i_0 = 0$ и $i_0 < 0$.

Как обычно, при каждом из указанных случаев будем рассматривать три зоны a , b , c в канале до водослива [1].

1 случай $i_0 > 0$.

1. $i_0 < i_{кр}$ (зона — a). $h > h_0 > h_{кр}$ ($i_{кр}$ — критический уклон,

h_0 — глубина равномерного движения, $h_{кр}$ — критическая глубина).

Для исследования предполагаем, что $i_f = \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}$, после чего (1)

можно представить в виде:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i_0 \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2}\right) - \frac{\alpha Q}{g\omega^2} (2-k) \frac{dQ}{dl}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3}} \quad (2)$$

Здесь $K_0^2 = \frac{Q_0^2}{g}$ — величина переменная, так как Q — переменная,

$K^2 = \omega^2 C^2 R$, где C — коэффициент Шези. R — гидравлический радиус, также переменная величина.

По заданному условию в начале водослива глубина потока $h > h_0$. Рассматриваемый подпор возможен в результате подпирания с участка канала после водослива, где глубины также будут больше равномерной, следовательно $K > K_0$ и это неравенство остается неизменным по всей длине водослива.

Рассмотрим знаки членов числителя правой части уравнения (2). Первый член числителя имеет положительный знак, так как $K > K_0$. Во втором члене имеем $\frac{\alpha Q}{g \omega^3} > 0$, величина $(2-k)$, также положительная, а dQ — отрицательная, вследствие того, что по длине водослива происходит уменьшение расхода потока. Отсюда следует, что в целом знак второго члена числителя положительный. Имея в виду, что $\frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3} < 1$, то знак знаменателя также положительный. В результате имеем $\frac{dh}{dl} = \frac{(+)}{(+)}$, т. е. в данном случае образуется кривая подпора, целиком расположенная в зоне a (рис. 1).

При возрастании h , $K \rightarrow \infty$ и $\omega \rightarrow \infty$, следовательно $\frac{dh}{dl} \rightarrow i_0$. Это означает, что кривая подпора в нижней своей части асимптотически приближается к горизонтальной линии.

В случае, когда $h \rightarrow h_0$, а следовательно $K \rightarrow K_0$, получаем $\frac{dh}{dl} = \frac{(+)}{(+)}$, т. е. аналогичную первой, кривую подпора (рис. 2). Обе эти кривые имеют выпуклую форму, направленную вверх.

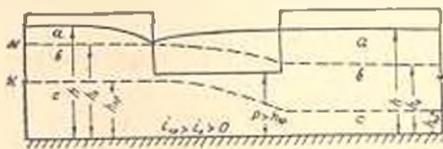


Рис. 1.

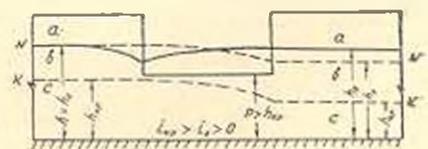


Рис. 2.

2. $i_0 < i_{кр}$ (зона — b), $h_0 > h > h_{кр}$

В этом случае имеем $K < K_0$. Кроме того, как в предыдущем случае, $\frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3} < 1$. Таким образом в правой части уравнения (2) имеем первый член числителя отрицательный, второй — положительный. Знаменатель также положительный. В итоге $\frac{dh}{dl} = \frac{(-) \div (+)}{(+)}$.

В тех случаях, когда $i_0 \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2}\right) < \frac{\alpha Q}{g \omega^3} (2-k) \frac{dQ}{dl}$ имеем $\frac{dh}{dl} =$

$= \frac{(+)}{(+)} > 0$. Получаем кривую подпора, имеющую вогнутую форму,

направленную вверх (рис. 3). В тех случаях, когда $i_0 \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2}\right) > \frac{\alpha Q}{g \omega^2} (2 - k) \frac{dQ}{dl}$ имеем $\frac{dh}{dl} = \frac{(-)}{(+)} < 0$, т. е. кривая спада, имеющая пологую форму, направленную вниз (рис. 4). Такая кривая спада возможна при относительно длинных боковых водосливах, когда $\frac{l}{H}$ большая величина (l — длина водослива, H — напор над водосливом), и через каждую единицу длины водослива сбрасывается сравнительно небольшой расход с небольшим, по сравнению с l , напором. Имея

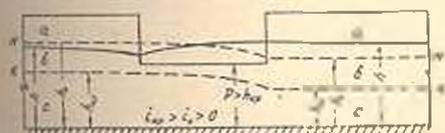


Рис. 3.

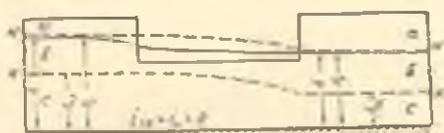


Рис. 4.

в виду, что в этом случае величина dQ становится очень малой, приведенные выше последние неравенства практически возможны. Они возможны также при большой шероховатости русла.

Таким образом можно установить следующие критерии существования:

а) гидравлически короткого бокового водослива, при

$$i_0 \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2}\right) < \frac{\alpha Q}{g \omega^2} (2 - k) \frac{dQ}{dl};$$

б) гидравлически длинного бокового водослива, при

$$i_0 \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2}\right) > \frac{\alpha Q}{g \omega^2} (2 - k) \frac{dQ}{dl}.$$

3. $i_0 < i_{кр}$ (зона — c), $h_0 > h_{кр} > h$.

В этом случае поток к водосливу подходит в бурном состоянии и поэтому $\frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} \frac{B}{\omega^3} > 1$.

Перелив через водослив возможен при $P < h$ (P — высота порога). В этом случае имеем $K_0 > K$ так как $h_0 > h$ и хотя K_0 по длине водослива уменьшается из-за уменьшения расхода, все же она остается больше, чем K . Это следует из того, что критические глубины по длине водослива уменьшаются быстрее, чем глубины равномерного движения. Таким образом, обращаясь к уравнению движения (2) можем установить $\frac{dh}{dl} = \frac{(-) + (+)}{(-)}$.

В том случае, когда $i_0 \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2}\right) < \frac{\alpha Q}{g \omega^2} (2 - k) \frac{dQ}{dl}$ получается $\frac{dh}{dl} < 0$, т. е. кривая спада (рис. 5).

Если $i_0 \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2}\right) > \frac{\alpha Q}{g \omega^2} (2 - k) \frac{dQ}{dl}$, то $\frac{dh}{dl} > 0$ и имеем кривую подпора (рис. 6), которая как было сказано выше возможна при большой относительной длине водослива $\frac{l}{H}$ или при большой шероховатости русла.

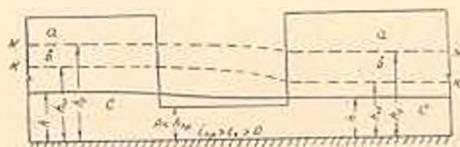


Рис. 5.

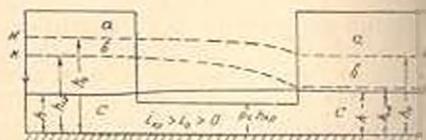


Рис. 6.

II случай $i_0 = 0$ или $i_0 < 0$.

На участке русла с уклоном $i_0 = 0$ или $i_0 < 0$ движение потока осуществляется за счет его ранее накопленной энергии и как известно равномерное движение в этом случае невозможно.

На участке бокового водослива часть удельной энергии потока уходит на преодоление сопротивлений трения, а часть на деление потока. Эксперименты на горизонтальных лотках с боковым водосливом показывают, что на деление на единицу длины потока затрачивается энергии существенно больше, чем на преодоление сопротивлений трения. Поэтому членом $i_0 \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2}\right)$ в (2) по сравнению с членом $\frac{\alpha Q}{g \omega^2} (2 - k) \frac{dQ}{dl}$ можно пренебречь. Тогда уравнение движения (2) можно представить в виде:

$$\frac{dh}{dl} = - \frac{\frac{\alpha Q}{g \omega^2} (2 - k) \frac{dQ}{dl}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g \omega^2} \frac{B}{\omega^2}} \quad (3)$$

Из уравнения (3) следует, что, так как знак числителя всегда положительный ($\frac{dQ}{dl} < 0$), в зависимости от знака знаменателя возможны только два вида кривой свободной поверхности:

- при $\frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^2} < 1$, $\frac{dh}{dl} > 0$ — кривая подпора (рис. 7);
- при $\frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^2} > 1$, $\frac{dh}{dl} < 0$ — кривая спада (рис. 8).

$\frac{dh}{dl} = \frac{(+)}{(+)} > 0$, т. е. кривая подпора, находящаяся в зоне *a* (рис. 10).

Подобную кривую получим при перемещении гидравлического прыжка, возникшего ниже водослива к началу водослива (см. рис. 96).

2. (зона — *b*), $h_{кр} > h > h_0$.

Перелив через боковой водослив возможен при $P < h_0$ или $P = 0$ (свободное растекание). Здесь мы имеем $h > h_0$, следовательно $K > K_0$, а также $\frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3} > 1$. В итоге $\frac{dh}{dl} = \frac{(+)}{(-)} < 0$, получается кривая спада (рис. 11).

3. (зона — *c*) $h_{кр} > h_0 > h$.

В этом случае имеем $K_0 > K$ и $\frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3} > 1$, что в результате дает $\frac{dh}{dl} = \frac{(-) + (+)}{(-)}$.

Если

$$i_0 \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2}\right) < \frac{\alpha Q}{g \omega^2} (2 - k) \frac{dQ}{dl}, \text{ то } \frac{dh}{dl} = \frac{(+)}{(-)} < 0,$$

получим кривую спада (рис. 12).

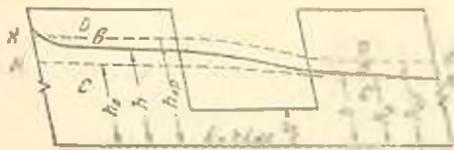


Рис. 11.

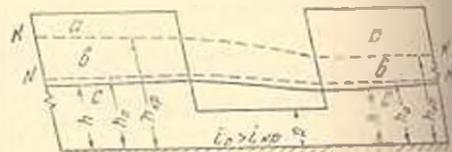


Рис. 12.

Если

$$i_0 \left(1 - \frac{K_0^2}{K^2}\right) > \frac{\alpha Q}{g \omega^2} (2 - k) \frac{dQ}{dl} \text{ (при гидравлически длинном водосливе), то}$$

получим кривую подпора (рис. 13).

$$\frac{dh}{dl} = \frac{(-)}{(-)} > 0. \text{ В силу этого имеем кривую подпора (рис. 13).}$$

если

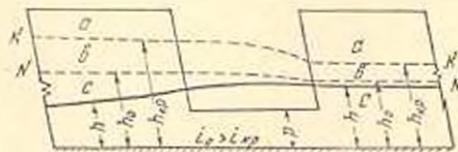


Рис. 13.

Отметим, что случай $i_0 > i_{кр}$ рассмотрен ради полноты исследования. Практически этот случай не встречается.

Приведенный анализ показывает, что кривые свободной поверхности потока в призматическом русле, в пределах бокового водослива, могут иметь как форму кривой подпора, так и кривой спада. В отличие от существующих, настоящий анализ более полный. Впервые введено понятие гидравлически коротких и длинных боковых водосливов и установлены их критерии. Эти критерии показывают, что при спокойном состоянии потока возможна не только кривая подпора, как до сих пор считало большинство авторов, но и кривая спада. Обе эти формы кривых свободной поверхности можно выявить конкретными расчетами.

Институт водных
проблем АН Армянской ССР

Поступило 10.V. 1961 г.

Հ. Ա. ՍԻՍՆՅԱՆ

ԱՋԱՏ ՄԱԿԵՐԵԱՎՈՒՅԹԻ ԿՐՈՒ ԶՆԱՐԱՎՈՐ ՉԵՎԻՐԸ ՊՐԻՋՄԱԿԱՅԻ ՀՈՒՆՈՒՄ
ԿՐՎԱՅԻՆ ՋՐՇԱՓԻ ՏԵՂԱՄԱՍՈՒՄ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ն Ա Մ

Ազատ մակերևույթի հնարավոր ձևերի միջուժման համար ողտադրված է (1) բանաձևը և դիտված են հոսանքի շարժման երեք դեպք. երբ հունի հատակը անի ուղիղ, հակառակ և գերոյական թեքություններ:

Ինքված վերլուծությունը կրում է ընդհանուր բնույթ և ցույց է տալիս, որ շարժման տարրեր դեպքերում, կախված հոսանքի պարամետրերից, ազատ մակերևույթը կողային ջրթափի սահմաններում կարող է լինել թե՛ դիմհարի և թե՛ անկման կոր:

Վերլուծությունը ընթացքում առաջադրված են հիդրավլիկոն կարճ և երկար կողային ջրթափների չափանիշներ, որոնք ցույց են տալիս, որ կախված ջրթափի երկարությունից և հունի խորությունից և ստորնաճանից, ազատ մակերևույթի կորերը մի ձևից կարող են փոխվել մի այլ ձևի:

Այսպիսով, այս վերջին հանդամանքը ցույց է տալիս, որ ոչ միայն հոսանքի կինեմատիկական կամ գինամիկական տարրերը կարող են լինել որոշիչ գործոններ ազատ մակերևույթի ձևավորման վրա, այլև վերջինիս վրա էական ազդեցություն կարող են ունենալ հոսանքի երկրաչափական տարրերը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ароскин И. И., Дмитриев Л. Т. и Пикалов Ф. И. «Гидравлика». 1951.
2. Симомян Г. А. К вопросу гидравлического расчета боковых водосливов. Известия АН Армянской ССР (серия ТН), т. XIV, № 1, 1961.

ГИДРОЛОГИЯ

Э. А. АТАЯН

О ВАРИАЦИИ СТОКА РЕК АРМЯНСКОЙ ССР

Изменчивость годового стока и его вероятные колебания зависят от ряда факторов, как-то: от осадков и их распределения как в течение года, так и по поверхности водосбора, от термического режима в бассейне в данном году, так как он в основном обуславливает испарение и от факторов, влияющих на подземный сток. Иными словами, колебания стока являются результатом изменчивости ежегодного водного баланса, который пишется следующим образом:

$$Y = X - Z - U \quad (1)$$

где: Y — сток, X — осадки, Z — испарение и U — изменение запаса влаги в бассейне. Так как последний член уравнения из года в год изменяется в незначительных пределах, то можно заключить, что вариация стока в основном зависит от вариации осадков и испарения — климатических факторов.

Изменчивость стока находится в обратной связи с величиной водосбора, так как, чем больше бассейн, тем меньше влияние случайных колебаний осадков и испарения. Очевидно, что на больших пространствах значительное превышение нормы осадков из одной части территории может совпасть с осадками меньше нормы на других ее частях. Таким образом колебания стокообразующих факторов по отношению к норме могут быть разных знаков и взаимно компенсировать.

Наличие такой взаимосвязи между вариацией стока и площадью водосбора отмечено многими авторами. Д. Л. Соколовским предложена эмпирическая зависимость [8]:

$$C_n = a + b (lgF + 1) \quad (2)$$

С. Н. Крицким и М. Ф. Менкелем [6] предложена формула, также выражающая связь коэффициента вариации с площадью водосбора:

$$C_v = \frac{A}{F^n} \quad (3)$$

где F — площадь водосбора; n — параметр, определяющий редукцию коэффициента изменчивости стока в зависимости от площади водосбора; A — значение характеристики колебания расхода воды, приведенное к единице площади.

Для условий Средней Азии В. Л. Шульц [10] показывает, что влияние высоты водосбора на вариацию стока значительно больше, чем влияние размера ее площади, поэтому в частности для высотных зон от 1500 до 3800 м Средней Азии им получена формула:

$$C_v = \frac{4600}{1,56 H_{cp}} \quad (4)$$

Такая зависимость действительно может иметь место в тех областях, где значительная часть стока складывается из талых вод, в основном ледниковых, в противном случае высотные характеристики имеют второстепенное значение. В развитие этой формулы И. В. Соседов [9] предлагает увязать колебания стока как со средней высотой водосбора, так и с его площадью. Предложенная им формула имеет вид:

$$C_v = \frac{E}{H^m E^n} \quad (5)$$

Это сочетание не всегда может быть приемлемо, так как средняя высота и площадь водосбора по длине реки между собой находятся в обратной связи, поэтому не могут одинаково влиять на вариацию стока, если одна из них будет в прямой, то другая будет в обратной связи с коэффициентом вариации. По мнению Б. Д. Зайкова [5], закономерность уменьшения коэффициента стока с увеличением площади водосбора в условиях Кавказа является исключением, так как на наиболее крупных реках — Кубань, Кура, Терек, Риони коэффициенты вариации по длине рек остаются постоянными или даже увеличиваются.

Постоянство стока и малая величина коэффициента вариации в верховьях рек можно объяснить неоднородностью условий стокообразования по их длине. В верховьях эти реки питаются талыми водами ледников, которые как бы являются громадными водохранилищами, регулирующими сток на протяжении многих лет. Это явление (в значительно меньшей степени) наблюдается и в Армении — напр. речки Гехи и Гехарот, водосборные бассейны которых находятся в зоне вечных снегов, имеют постоянный сток и малый коэффициент вариации.

Б. Д. Зайков исследовал также зависимости коэффициентов вариации годового стока от средней высоты бассейнов. В частности, по территории Армянской ССР им получены две кривые зависимости C_v от средней высоты водосборных бассейнов, одна из них относится к северной части территории — притокам реки Куры, другая — к южной части — притокам реки Аракс. Первая кривая построена по 19 точкам, из них 5 по рекам Армении. В настоящее время представляется возможным уточнить положение этих точек на графике и еще дополнить двадцатью точками, при этом связь между коэффициентом вариации и высотой водосбора очень слабая. Почти такое же положение имеется по южной части территории. Здесь из имевшихся в его распо-

ряжении тридцати точек, Б. Д. Зайков использовал только 9, таким образом, более значительные реки Касах, Севджур, Аргичи, Гаваратет, Азат, Мегри, Арпа и другие вообще исключены из графика, поэтому он не может характеризовать колебания стока всех притоков Аракса в пределах Армянской ССР.

В. П. Валесян, исходя из формулы Л. К. Давыдова

$$C_{гг} = \frac{C_{ср} A}{\gamma} \quad (6)$$

где γ — коэффициент стока, остальные обозначения прежние, пользуясь определенной зависимостью $\gamma = f(H)$, получил для северной части Армении — $C_{ср} = \frac{0,08}{\gamma}$ и для южной $C_{ср} = \frac{0,12}{\gamma}$. Следует учесть,

что осадки на территории Армении не всегда распределяются закономерно. Кроме того, значительные территории, в особенности горные хребты, совершенно не исследованы, поэтому коэффициент стока сам по себе не совсем определенная величина и пользоваться им для определения колебаний стока нецелесообразно. На наш взгляд, гораздо проще установить закономерности распределения самого коэффициента вариации стока, чем найти его посредством закономерностей распределения коэффициента стока и вариации осадков.

А. Н. Важиновым [2] предложен способ расчета коэффициента вариации, основанный на учете естественной зарегулированности рек. Им для двух частей территории Армении (северная и южная) предлагаются формулы вида:

$$C_{гг} = d - blg\left(\frac{Q_{мин}}{Q_0} + 1\right) \quad (7)$$

В выражение (7) в качестве аргумента включено отношение минимального и среднего расходов. Как показано на рис. 1, естественная зарегулированность рек хорошо увязывается с $C_{гг}$, однако расчет для неизученного пункта по этой формуле сильно затруднен, так как, кроме среднего расхода, необходимо еще рассчитать величину минимального расхода, а последний является одной из неустойчивых характеристик стока, особенно в тех районах, где значительная часть летнего стока забирается на орошение, а учет забранной воды вообще не ведется или ведется очень плохо.

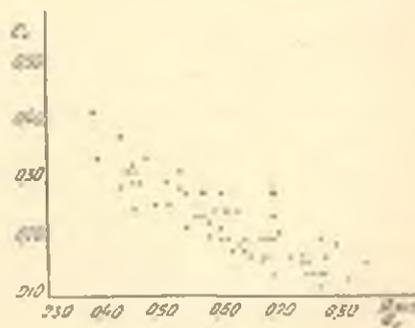


Рис. 1. Связь между коэффициентом естественной зарегулированности и коэффициентом стока.

Анализ данных колебаний среднего стока рек Армении показал, что эта характеристика главным образом зависит от площади водосбора, с которой колебание стока имеет обратную связь; от средней высоты водосборного бассейна, кото-

рая обуславливает режим осадков, непосредственно формирующих сток, температуры, влияющей на его распределение, и ряда других факторов (озерности, геологии, растительного покрова и др.).

Для выявления закономерностей колебаний стока на территории Армении были использованы данные 70 пунктов, имеющих продолжительность от 10 до 33 лет наблюдений. При обработке материалов, как правило, восстановлены только пропуски отдельных межениных месяцев, как например декабрь-1944 г. по посту Налбаид; январь 1927 года, январь—март 1936 года, октябрь 1937 г. по посту Мегрут на реке Памбак и т. д. Отдельные годы восстанавливались только в том случае, когда отсутствующий год являлся экстремным для имеющегося ряда и его ввод мог существенно изменить результаты подсчетов (например, 1940 г. по посту Таидзут—Хидзорут; 1940 и 1946 гг. по р. Дзорaget у Лорплемсовхоза). По всем рекам, используемым на орошение, восстановлены истинные расходы, прибавлен сток забираемый на орошение выше данного пункта.

По рекам Ахурян и Раздан за все годы наблюдений, полностью исключены озерные составляющие, так как сток из озер Арпилич и Севан искусственно регулировался и тем самым искажался естественный режим этих рек.

В условиях Армянской ССР реки по их гидрологическим характеристикам можно разделить на три основные группы: первая—северные реки, в основном притоки реки Куры и речки северного побережья оз. Севан; вторая—южная часть Армении, куда входят притоки реки Аракс, за исключением северного побережья оз. Севан и тех рек и частей речных бассейнов, где сток сильно зарегулирован. К числу этих рек относятся Гехарот и Гехи и реки, стекающие со склонов Гегамского и Ваденисского хребтов, бассейны которых сложены из сильно трещиноватых горных пород.

Первая группа характерна сравнительно более слабой зарегулированностью стока. Здесь большая роль принадлежит дождевому стоку. Аккумуляция снега в этих районах происходит только в верхних зонах речных бассейнов, а на большей части территории в течение зимы снег неоднократно сходит и даже вовсе не лежит.

Горные хребты северной части Армении сравнительно низкие, обтекаемые, поэтому проникновение влажных воздушных масс с Черного моря через долины рек Риони и Куры происходит без особых препятствий в течение всего года, поэтому здесь летняя межень почти незаметна. Слабая зарегулированность внутри года приводит также к значительным колебаниям годового стока.

Южная часть Армении характерна более длительным снеговым половодьем, четко выраженной летней меженью, незначительными осенними паводками. Горные цепи Севанского, Ваденисского, Гегамского, Загезурского хребтов и г. Арагац с высотами более 3000 метров мешают свободному доступу влажных воздушных масс. Они перевали-

вают хребты уже значительно обедненные влагой. В этих районах основным составляющим в стоке половодья являются талые воды.

Третий район в основном охватывает вершинные части горных хребтов, где по геологическому строению бассейнов сток сильно зарегулирован

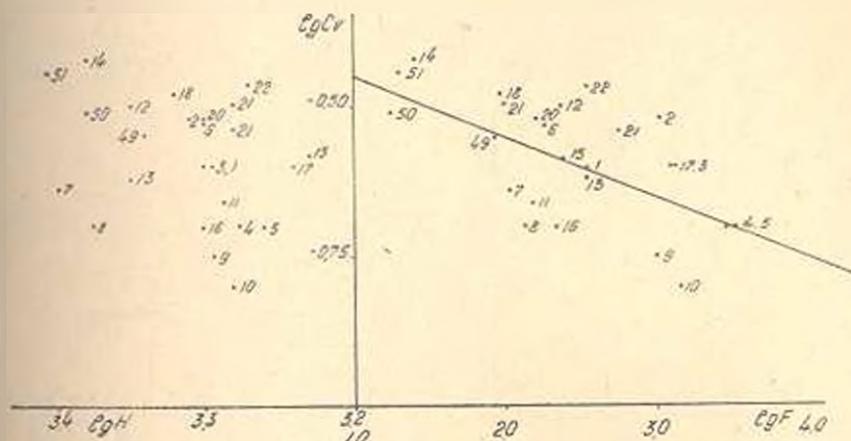


Рис. 2. График зависимости C_v от площади и средней высоты подсобора первого района.

Здесь колебания стока больше зависят от температурного режима, чем от количества осадков данного года.

Вариации стока рек Армении были подсчитаны по 70 пунктам,

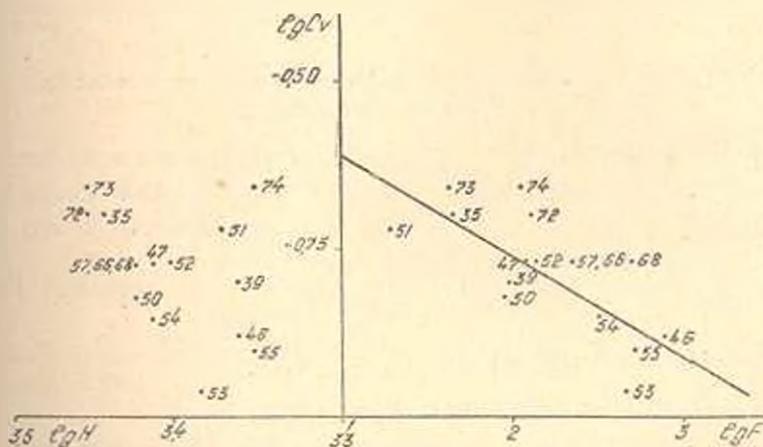


Рис. 3. График зависимости C_v от площади и средней высоты водосбора второго района.

из них 24, входящие в бассейн р. Куры, 30—во вторую группу и 16—в третью. Продолжительность наблюдений составляет от 10 до 39 лет, в среднем 23 года. Коэффициенты вариации стока показаны на рис. 2, 3 и 4. Аналитическое выражение этих кривых, полученное по способу наименьших квадратов, следующее:

северные реки: $C_v = \frac{0,45}{F^{0,1}}$ при $r = -0,65$, $E_r = \pm 0,02$;

южные реки: $C_v = \frac{1,05}{F^{0,23}}$ при $r = -0,82$, $E_r = \pm 0,06$;

сильно зарегулированные реки и высокогорные речки:

$$C_v = \frac{0,35}{F^{0,15}} \text{ при } r = -0,75, E_r = \pm 0,07.$$

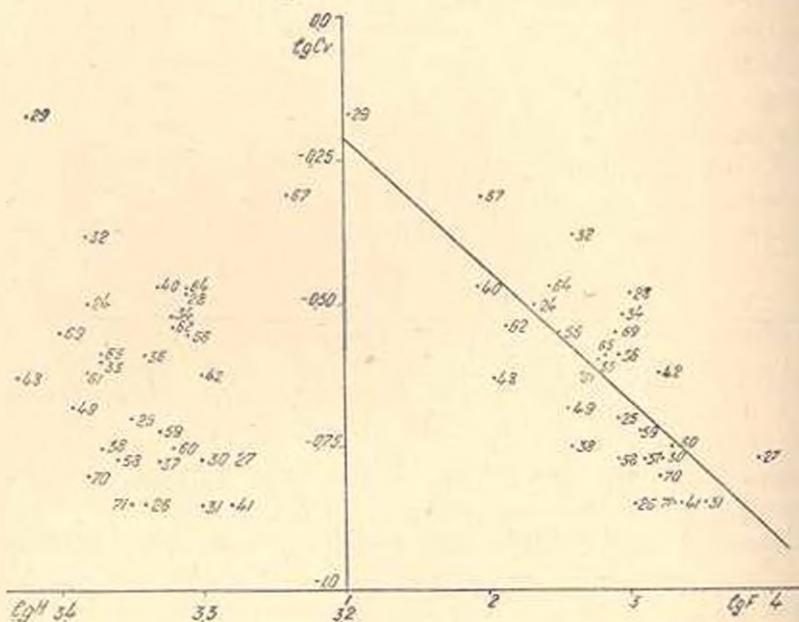


Рис. 4. График зависимости C_v от площади и средней высоты водосбора третьего района.

Следует отметить, что в результате тщательного анализа установлено, что связь между многолетними колебаниями стока и высотой водосбора весьма слабая. Коэффициенты регрессии между указанными двумя факторами получились для:

первого района $rC_v^I = 0,27$ $E_r = \pm 0,13$;

второго района $rC_v^{II} = 0,002$ $E_r = \pm 0,12$;

третьего района $rC_v^{III} = 0,51$ $E_r = \pm 0,12$.

Полученные по способу наименьших квадратов формулы имеют следующий вид для:

$$\text{первого района } C_v = 0,29 \frac{H^{0,9}}{F^{0,14}},$$

$$\text{второго района } C_v = 1,1 \frac{H^{0,04}}{F^{0,25}},$$

$$\text{третьего района } C_v = 0,09 \frac{H^{1,4}}{F^{0,13}}.$$

где средняя взвешенная высота бассейна H дана в километрах.

Как усматривается из приведенных выше формул, утверждение, что высота водосбора с изменчивостью стока находится в обратной связи, не подтверждается. По-видимому, ввод высоты водосбора в корреляционную зависимость, по первому и третьему районам несколько уточняет величину коэффициента вариации. Районирование территории Армянской ССР по распределению коэффициентов вариации стока показано на рис. 5 римскими цифрами.



Рис. 5. Районирование территории Армянской ССР по распределению коэффициента вариации стока.

Институт водных проблем
АН Армянской ССР

Поступило 15.XI.1961 г.

Է. Ա. ԱՔԱՅԱՆ

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՐԻ ԳԵՏՏԵՐԻ ԶՈՍԿԻ ՎԱՐԻԱՑԻՈՒՄՆԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ու մ

Ճարեկան հոսքի փոփոխականությունը և նրա հատմանական տատանումները կախում ունեն մի շարք ֆակտորներից, հիմնականում ջրալին քայանսի էրմենաներից և նրանց բաշխումից ինչպես տարվա ընթացքում, այնպես էլ տարածության մեջ, ջրահավաք ավազանի մակերեսի վրա:

Հայաստանի գետերի հոսքի ստատիստիկությունը պուլց է սովել, որ նրա ստատիստիկները հիմնականում կախում ունեն ջրահավաք ավազանի մեծությամբ և նրա միջին բարձրությունից: Օգտագործելով Հայաստանի գետերի դրա 70 կետերում կատարված ստատիստիկությունների արդյունքները, հասցի վարիացիայի տեղաբաշխման տեսակետից ամբողջ տերիտորիան բաժանված է երեք մասի՝ Գուռի ավազան և նրա հետ միասին Սևանա լճի ջրահավաք ավազանի հյուսիսային մասը (հյուսիսային գետեր), Արաքսի ավազանը Աևանի հարավային մասի հետ (հարավային գետեր) և բարձրլեռնային ու խիստ կանոնավորված գետերը, Սեփջուր, Մասրիկ և Գափատազեա:

Հոսքի վարիացիան ցտնիսպած գետերի ամեն մի կետում կարելի է հաշվել ստացված բանաձևերով: Հյուսիսային գետերի համար՝

$$C_p = \frac{0.45}{F^{0.1}} \text{ բոտ որում } r = -0.65 \quad E_r = -0.02$$

հարավային գետերի համար՝

$$C_p = \frac{1.05}{F^{0.23}} \text{ որտեղ } r = -0.14 \quad E_r = -0.06$$

կանոնավորված գետերի համար $C_p = \frac{0.35}{F^{0.25}}$ բոտ որում $r = -0.75$ $E_r = -0.05$

ջրահավաք ավազանի բարձրության հետ C_p -ի կապը անհամեմատ ավելի թույլ է ստացվում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Андрееков В. Г. Внутригодовое распределение речного стока, Л., 1960.
2. Важнов А. Н. Средний многолетний сток рек Армянской ССР и его внутригодовое распределение. Ереван, 1956.
3. Валесян В. П. Исследование стока горных рек Армянской ССР. М., 1955.
4. Давыдов Л. К. О коэффициенте вариации годового стока рек. «Метеорология и гидрология» Л., 1946.
5. Зайков Б. Д. Средний сток и его распределение и году на территории Кавказа. Л., 1948.
6. Крицкий С. Н. и Менкель М. Ф. Гидрологические основы речной гидротехники. Изд. АН СССР. М.—Л., 1950.
7. Крицкий С. Н. и Менкель М. Ф. Расчеты речного стока. М., 1934.
8. Соколовский Д. Л. Применение кривых распределения к установлению вероятных колебаний годового стока рек Европейской части СССР. Л., 1930.
9. Соседов И. В. Опыт приближенного определения коэффициента вариации годового стока горных рек восточного Казахстана (Вестник АН КазССР), Алма-Ата 1954.
10. Шульц В. Л. Реки Средней Азии, М., 1949.

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

А. М. ГАСПАРЯН, Н. С. ИКАРЯН

СТЕСНЕННОЕ ПАДЕНИЕ ЧАСТИЦ

Сообщение 4

Уточнение уравнений, описывающих стесненное падение
монодисперсных сферических частиц

Наиболее признанным для определения скорости стесненного падения (осл) монодисперсных сферических частиц является уравнение [1]:

$$C = KC_0 m^n = KC_0 (1 - \epsilon)^n, \quad (1)$$

где C_0 — скорость свободного падения частицы; m — пористость взвеси; ϵ — объемная концентрация частиц во взвеси. Коэффициент K и показатель n в общем зависят от числа Рейнольдса и считаются постоянными для данного значения Re , определяемое выражением:

$$Re = \frac{C_0 \sigma}{\mu}, \quad (2)$$

где σ — диаметр частиц. Отсюда следует, что K и n не зависят от m или ϵ . Показано [2], что это не всегда правильно, что при малых концентрациях ($\epsilon < 0,05$) показатель n становится функцией от ϵ и может, уменьшаясь, дойти до нуля и дальше стать отрицательной величиной. Однако для концентраций частиц больше 0,05, влияние ϵ или m на n небольшое и для практических целей этим влиянием можно пренебречь. Все дальнейшие наши рассуждения и выводы касаются случаев с концентрацией выше 0,05 и мы исходим из условий:

$$n, K \neq f(\epsilon, m).$$

Различные авторы [3, 4, 5] предлагают разные экспериментальные значения для K и n . В ламинарной области для n предложены значения от 4,5 до 5 и более, а для турбулентной области от 2,3 до 2,65 и выше. Для переходной области, являющейся наиболее важной, некоторые авторы [5, 6] дают усредненные значения для n , а другие [1, 3] справедливо считают, что:

$$n = f(Re), \quad (3)$$

у различных авторов значение этой функции разное.

Относительно коэффициента K также имеются разногласия. Некоторые [3] считают, что для всех режимов csp он должен равняться единице. Это утверждение обосновывается тем, что при $m=1$, когда падение частицы становится свободным, уравнение (1) должно принимать вид:

$$C = C_0 = KC_0.$$

отсюда

$$K = 1.$$

Однако опытные данные не согласуются с этим утверждением. что, очевидно, может быть объяснено вышеуказанной неприменимостью (1) для концентраций ниже 0,05.

Из экспериментов Люис и Боверман [4] получили $K=0,902$ для переходной области и $K=0,719$ для турбулентной. Л. Н. Еркова и Н. И. Смирнов [5] предложили для ламинарной области $K=0,85$, а для турбулентной $K=0,81$. Первоначальная обработка наших опытных данных привела к довольно пестрым значениям K , из которых следовал только один вывод: в ламинарной области K имеет большее значение, чем в турбулентной, и что в каждой из этих областей его значение практически постоянно. Попыток выявления хода изменений K в переходной области не было сделано.

Существуют разногласия также в оценке переходных, критических, значений числа Рейнольдса, определяющих начало и конец переходной области. Для определения границы между ламинарной и переходной областями предложено множество критических значений числа Рейнольдса, от 0,1 до 10. Для определения начала турбулентной области рекомендованы числа от 200 до 1500.

Вышеуказанные расхождения в значениях K , n и $Re_{кр}$ приводит к тому, что расчетные величины csp по формулам различных авторов сильно расходятся [11] (в два и более раза).

Значения величин K , n и $Re_{кр}$ определяются экспериментально и поэтому их степень точности зависит от совершенности методов эксперимента и качества испытуемых частиц (сферичность, однородность, монодисперсность).

Учтя изложенное выше, ранее нами были проведены широкие эксперименты по тщательно разработанной методике [10], с вполне сферическими, однородными и достаточно монодисперсными частицами различных материалов [1, 11]. На основе этих исследований были предложены [1] следующие значения K , n и $Re_{кр}$ для расчета csp монодисперсных сферических частиц по (1):

$$\left. \begin{array}{l} \text{для ламинарной области } K=1, n=5, Re_{кр}=0,5; \\ \text{для турбулентной области } K=0,8, n=1,65, Re_{кр}=500; \\ \text{для переходной области } K=0,8, n=4,65-0,78 \lg Re. \end{array} \right\} \quad (4)$$

Позднее было исследовано явление „максимального расхода“ твердой фазы [7] и найдена новая связь между показателем n и концентрацией φ :

$$n' = \frac{1 - \varphi'}{\varphi'} \quad (5)$$

где φ' — та концентрация твердой фазы, при которой расход этой фазы в неподвижной среде, то есть произведение C_p достигает максимума.

Описанным ранее [7] способом определены значения φ' для всех серий опытов. Затем по (5) подсчитаны значения показателя n' . Результаты приведены в графах 6 и 7 таблицы 2. На рис. 1 изложены эти значения как функция от Re (графа 3 табл. 2) и проведены усредняющие линии. Как следует из рисунка, концентрации φ' постоянны для ламинарной и турбулентной областей и соответственно составляют 0,175 и 0,285. В переходной области φ' плавно меняется, но при $Re=20$ дает заметный перелом. Значения n' также постоянны для ламинарной и турбулентной областей и соответственно равны 4,7 и 2,51. В переходной области n' , меняясь прямолинейно, при $Re=20$ дает перелом. Усредняющие линии соответствуют следующим выражениям:

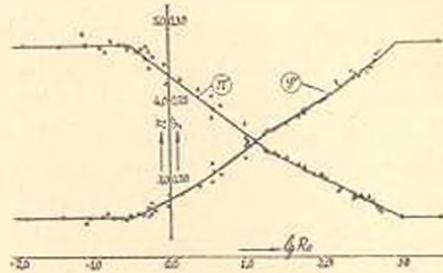


Рис. 1.

- | | | |
|--|---|-----|
| для ламинарной области $Re_{кр} = 0,32$, $n' = 4,7$; | } | (6) |
| для турбулентной области $Re_{кр} = 900$, $n' = 2,51$; | | |
| для переходной области: | | |
| а) $0,32 < Re < 20$, $n' = 4,32 - 0,755 \lg Re$; | | |
| б) $20 < Re < 900$, $n' = 3,99 - 0,50 \lg Re$. | | |

Показатель n , определяемый выражениями (4), и n' , определяемый выражениями (6), по сути дела должны были совпадать, иметь одинаковые значения для данного Re . Однако между ними имеется значительное расхождение, что наглядно видно из рис. 6, на котором линии 4 и 6 соответственно представляют собой выражения (4) и (6). Различие состоит не только в значениях n и n' , но также в том, что в переходной области n' имеет явно выраженный перелом при $Re=20$, что указывает на существование двух частей в этой области. Об этом имеются указания и других авторов [3, 8].

Кроме того, как уже упоминалось выше, при обработке экспериментального материала и выводе выражений (4) значения K получались пестрые и какое-либо закономерное изменение этих значений в переходной области отсутствовало, на что ранее не было обращено необходимого внимания. Для переходной области было принято среднее значение $K=0,8$. Теперь же возникло убеждение в том, что величина K в переходной области должна быть переменной, наподобие n и в тесной связи с этим показателем.

Эти два обстоятельства — значительные расхождения между выражениями (4) и (6) и отсутствие связи между K и Re в переходной области вызвали необходимость новой обработки экспериментального материала при помощи более чувствительных, чем ранее, приемов. Взамен прежнего графического метода [1] нахождения n и K был применен следующий прием. Уравнение (1) переписывается так:

$$\frac{C}{(1-\varphi)^n} = KC_0 = B = \text{const.} \quad (7)$$

Для данных монодисперсных сферических частиц и данной среды, то есть для данного значения числа Рейнольдса, C_0 , K и n постоянны. C зависит только от φ . Следовательно, исходя из опытных значений C и φ , можно подобрать такое значение показателя n , которое обеспечивало бы постоянство (7) для любых пар C и φ . Исходя из этого, из экспериментальной кривой $C = f(\varphi)$, для данного числа Re , для значений $\varphi = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4$ и $0,5$, снимались соответствующие пять значений C . Затем путем подбора находилось такое значение n , при котором для всех пяти пар C и φ уравнение (7) давало почти постоянную величину B . Зная C_0 , из B определяется K . По найденным таким образом значениям n (графа 4, табл. 2) составлен рис. 2. Усредняющая ломаная линия представляет выражения:

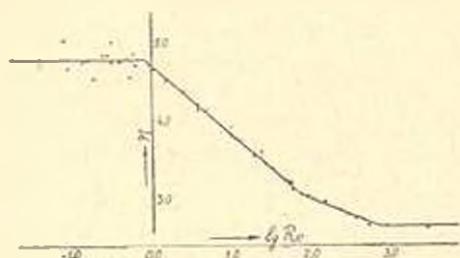


Рис. 2.

- для ламинарной области $Re_{\lambda p} = 0,8$, $n = 4,76$;
 для турбулентной области $Re_{\lambda p} = 750$, $n = 2,65$;
 для переходной области:
 а) $0,8 < Re < 75$, $n = 4,68 - 0,87 \lg Re$;
 б) $75 < Re < 750$, $n = 3,80 - 0,40 \lg Re$.

(8)

Эта линия под номером 8 приведена на рис. 6. Она является промежуточной между линиями 4 и 6, представляющие выражения (4) и (6). Выражение (8) наподобие выражения (3) имеет перелом в переходной области.

На рис. 3 наложены новые значения K (графа 5 табл. 4) как

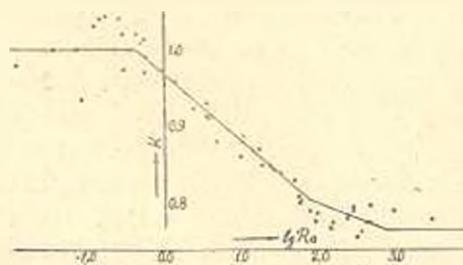


Рис. 3.

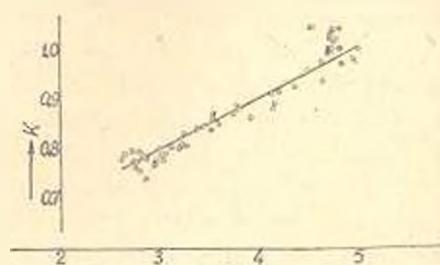


Рис. 4.

функция от Re . Разброс от усредняющей ломаной линии составляет не более 3% за исключением двух точек, отклоняющихся на 4—5%.

Рис. 3 явно демонстрирует зависимость K от Re и соответствует выражениям:

$$\left. \begin{aligned} &\text{для ламинарной области } Re_{кр} = 0,43, K = 1; \\ &\text{для турбулентной области } Re_{кр} = 750, K = 11,765; \\ &\text{для переходной области:} \\ &\text{а) } 0,43 < Re < 75, K = 0,968 - 0,087 \lg Re; \\ &\text{б) } 75 < Re < 750, K = 0,88 - 0,04 \lg Re. \end{aligned} \right\} (9)$$

По графам 4 и 5 таблицы 2 составлен рис. 4. Усредняющая прямая выражается уравнением:

$$K = 0,5 + 0,1 n, \quad (10)$$

Сравнение выражений (8) и (9) также приводит к (10), за исключением ламинарной области, для которой по (10) величина K определяется в 0,976 вместо 1 по (9).

На рис. 5 показаны значения n (графа 4 табл. 2, или точки рис. 2) в виде кружков и значения n' (графа 7 табл. 2, или точки рис. 1) в виде треугольников. Следует полагать, что усредняющая ломаная линия рис. 5 более точно выражает зависимость показателя n от числа Рейнольдса, поэтому для определения скорости стесненного падения монодисперсных сферических частиц S окончательно принимаем следующие выражения, соответствующие рис. 5, или ломаной линии 11, приведенной на рис. 6:

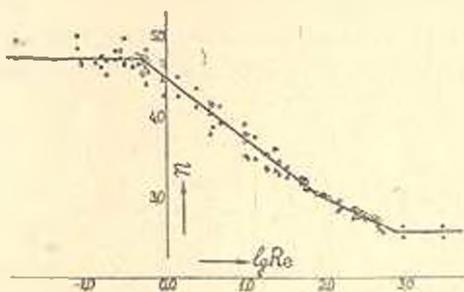


Рис. 5.

$$\left. \begin{aligned} &\text{для ламинарной области: } Re_{кр} = 0,5, n = 4,72, K = 0,972; \\ &\text{для турбулентной области: } Re_{кр} = 750, n = 2,58, K = 0,758; \\ &\text{для переходной области:} \\ &\text{а) } 0,5 < Re < 75, n = 4,49 - 0,77 \lg Re; \\ &\text{б) } 75 < Re < 750, n = 3,93 - 0,47 \lg Re; \\ &K = 0,5 + 0,1 n. \end{aligned} \right\} (11)$$

Для более наглядной иллюстрации расхождений между выражениями (4), (6), (8) и (11) приведен рис. 6. Номера линий соответствуют номерам этих выражений. Паложенные на рисунок точки представляют собой среднеарифметические величины n и n' , приведенных в графах 4 и 7 таблицы 2. В графе 8 таблицы 2 приведены расчетные значения показателя n , соответствующие (11) или линии 11 рис. 6.

При указанной новой обработке прежних экспериментов возникла

необходимость постановки новых опытов в области малых чисел Рейнольдса, так как число точек в этой области по прежним материалам было недостаточное для уверенного проведения усредняющей линии.

Для этого вновь были изготовлены ранее описанным методом [9] 11 новых, почти монодисперсных фракций стеклянных сфер диаметром от 57,3 до 185 микрон.

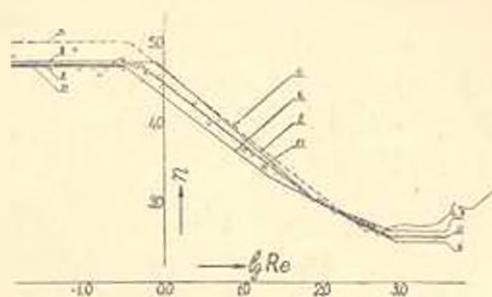


Рис. 6.

Частицы имели совершенную шарообразную форму и были вполне однородными. Измерения $C_{сл}$ производились в воде, при комнатной температуре. Основные показатели этих 11 фракций и их $C_{сл}$ приведены в табл. 1.

В общей сложности вновь были переработаны экспериментальные материалы по 58 сериям опытов, приведенных в табл. 2. В графе 2 таблицы приведены номера серий опытов (так, как они были пронумерованы в прежней публикации [1]). Вышеуказанные новые 11 серий, в отличие от прежних, пронумерованы римскими цифрами. В графе 3 приведены значения чисел Рейнольдса, подсчитанных по (2).

Таблица 1

№ пп	Re	$\rho \frac{2p}{\text{см}^2}$	d мкр.	C ₀ см/сек	C см/сек при				
					$\varphi = 0,1$	$\varphi = 0,2$	$\varphi = 0,3$	$\varphi = 0,4$	$\varphi = 0,5$
I	0,130	2,29	57,3	0,222	0,151	0,0810	0,0423	0,0206	0,0085
II	0,158	2,49	59,8	0,275	0,183	0,1120	0,0553	0,0247	0,0117
III	0,232	2,49	67,1	0,343	0,205	0,1214	0,0644	0,0278	0,0118
IV	0,299	2,49	71,0	0,404	0,247	0,151	0,079	0,0367	0,0157
V	0,302	2,49	73,5	0,409	0,246	0,152	0,078	0,0332	0,0133
VI	0,376	2,49	79,8	0,474	0,280	0,170	0,090	0,0420	0,0182
VII	0,440	2,49	85,0	0,526	0,321	0,195	0,104	0,0462	0,0190
VIII	0,511	2,49	88,7	0,577	0,350	0,210	0,110	0,0500	0,0210
IX	0,556	2,29	94,6	0,575	0,350	0,209	0,113	0,0507	0,0210
X	3,54	2,49	180,5	1,98	1,050	0,702	0,422	0,230	0,100
XI	3,84	2,49	185,0	2,01	1,070	0,707	0,414	0,215	0,096

Проверка отклонений опытных значений C от расчетных по (11) показала следующее:

1. Опыты, проведенные с концентрированными растворами глицерина (серии с порядковыми номерами 1, 2, 3, 4, 17, 19, 26 и 27 табл. 2) дают большие отклонения, доходящие до 23%, причем все отклонения односторонние — экспериментальные меньше расчетных. Среднее значение этих односторонних отклонений для этих 8-и серий составляет 14,4%. При работе с растворами глицерина мы определяли их плотность и по плотности брали вязкость из справочников. По-видимому, использованный образец глицерина был недостаточно чистым и истинная его вязкость не соответствовала литературным данным.

Таблица 2

№ п/п	№ серии	R _г	л	K	γ	n'	пресч.
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0,0126	4,95	0,980	0,170	4,87	4,72
2	2	0,0382	4,70	1,000	0,170	4,87	4,72
3	3	0,0753	5,00	1,000	0,172	4,85	4,72
4	4	0,0846	4,65	0,935	0,173	4,78	4,72
5	I	0,130	4,72	1,030	0,176	4,67	4,72
6	II	0,153	4,75	1,040	0,178	4,62	4,72
7	5	0,176	4,52	1,043	0,175	4,70	4,72
8	III	0,232	4,82	1,000	0,175	4,71	4,72
9	6	0,269	4,82	1,040	0,174	4,75	4,72
10	IV	0,299	4,72	1,020	0,177	4,65	4,72
11	V	0,302	4,99	0,974	0,176	4,67	4,72
12	VI	0,376	4,73	1,000	0,178	4,62	4,72
13	VII	0,440	4,78	1,020	0,177	4,65	4,72
14	7	0,511	4,55	1,042	0,182	4,53	4,715
15	VIII	0,511	4,76	1,008	0,176	4,68	4,715
16	IX	0,556	4,75	1,013	0,178	4,62	4,693
17	8	0,565	4,84	0,970	0,185	4,41	4,681
18	9	0,603	4,70	0,991	0,183	4,46	4,654
19	10	0,900	4,70	0,894	0,189	4,28	4,525
20	11	0,945	4,64	0,973	0,193	4,18	4,509
21	12	1,412	4,50	0,958	0,198	4,05	4,375
22	13	2,41	4,37	0,923	0,205	3,88	4,196
23	14	3,58	4,20	0,913	0,210	3,78	4,066
24	X	3,58	4,13	0,910	0,198	4,05	4,066
25	XI	3,84	4,16	0,890	0,205	3,88	4,040
26	15	4,73	4,15	0,880	0,210	3,78	3,970
27	16	9,66	3,92	0,860	0,219	3,57	3,731
28	17	9,76	3,80	0,880	0,221	3,52	3,728
29	18	10,48	3,78	0,887	0,223	3,48	3,709
30	19	13,10	3,75	0,870	0,223	3,48	3,630
31	30	17,40	3,54	0,870	0,229	3,37	8,534
32	21	18,60	3,54	0,859	0,231	3,34	3,511
33	22	23,2	3,60	0,850	0,231	3,33	3,438
34	24	26,2	3,45	0,845	0,233	3,29	3,400
35	24	32,9	3,38	0,840	0,235	3,26	3,322
36	25	48,4	3,24	0,830	0,239	3,18	3,193
37	26	54,3	3,22	0,808	0,243	3,12	3,155
38	27	56,2	3,20	0,800	0,241	3,14	3,143
39	28	58,2	3,12	0,803	0,244	3,10	3,131
40	29	76,0	3,06	0,790	0,247	3,05	3,045
41	30	90,8	3,04	0,776	0,248	3,04	3,010
42	31	95,5	3,02	0,787	0,248	3,04	3,000
43	32	107,5	3,00	0,800	0,250	3,00	2,975
44	33	141,2	2,95	0,766	0,261	2,83	2,920
45	34	151,3	2,96	0,775	0,259	2,86	2,905
46	35	221	2,86	0,740	0,267	2,74	2,828
47	36	234	2,86	0,780	0,263	2,80	2,816
48	37	248	2,85	0,785	0,266	2,76	2,805
49	38	278	2,82	0,790	0,265	2,77	2,780
50	39	282	2,80	0,795	0,264	2,78	2,778
51	40	312	2,80	0,756	0,268	2,73	2,757
52	41	359	2,75	0,763	0,266	2,76	3,728
53	42	405	2,77	0,776	0,269	2,72	2,707
54	43	447	2,74	0,775	0,274	2,65	2,685
55	44	473	2,72	0,797	0,278	2,60	2,673
56	45	525	2,65	0,834	0,280	2,57	2,651
57	46	945	2,65	0,790	0,285	2,51	2,580
58	47	2960	2,62	0,778	0,285	2,51	2,580

2. Для остальных 50 серий отклонения составляют от 0 до 5%—для 126 случаев; от 5 до 10%—для 62 случаев и выше 10% (доходящее до 17%)—для 12 случаев. Среднеквадратичное отклонение составляет 6%. Во всех случаях проверки из каждой серии опытов брались 4 скорости, соответствующие объемным концентрациям 0,1; 0,2; 0,3 и 0,4. Средне-квадратичное отклонение в случае применения выражений (4) взамен (11) составляет 9,6%.

В ы в о д ы

1. На основании вновь полученных дополнительных экспериментальных данных и более точной обработки прежних материалов предложены уравнения (11) для расчета скорости стесненного падения монодисперсных сферических частиц.

2. Средне-квадратичное отклонение экспериментальных данных от уравнений (11) составляет 6%, что значительно меньше, чем отклонения от прежних наших уравнений (4).

Институт органической химии
АН Армянской ССР

Поступило 16.VI, 1961 г.

Ա. Մ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Ն. Ս. ԻԿՐՅԱՆ

ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ԿԱՇԿԱՆՆԻՎԱՆ ԱՆԿՈՒՄ

Մանրագրային զեղանակ մասնիկների կառուցված անկման
արագության հավասարման ներդրումը (նախորդում 4):

Ա. մ. փ. ս. փ. ու. լ. մ.

Նկատի ունենալով տարրեր հեղինակների միջև եղած տարածաշուկայունները (1) հավասարման K -դորժակի և n -ցուցչի վերաբերյալ, ինչպես նաև տարրեր ուժիմների «երկրաբանական» Re -ի արժեքների վերաբերյալ, մեր լարորատորիայում կատարվել են համապատասխան փորձեր այդ մեծությունների ճշգրիտ արժեքները, կամ նրանց փոփոխման օրինաչափությունը բացահայտելու նպատակով: Փորձերից ստացված տվյալների նախկին ամփոփումը n , K և Re_{exp} -ի համար ներկայացված է հավասարումների (4) սխեմայով: Այս ամփոփումը K -ի փոփոխման համար որևէ օրինաչափություն չի բացահայտել: Պետք է նշել, որ այինք ֆազայի ժախտի մաքսիմումի վերաբերյալ մեր աշխատանքում, որտեղ նկարագրված է n -ցուցչի որոշման այլ եղանակ, ստացված n ՝ արժեքները՝ զգալիորեն շեղվում են վերոհիշյալ ամփոփման արդյունքներից:

Նկատի ունենալով վերոհիշյալ հանցամանքները, մենք կատարել ենք լրացուցիչ 11 սերիայի փորձեր և վերանայել նախկին 17 սերիայի փորձերի արդյունքները, օգտվելով փորձերի տվյալների մշակման տվելի զգալուն մեթոդից: Աղյուսակ 1-ում արված են նոր սերիայի փորձերի տվյալները, իսկ աղյուսակ 2-ում արված են 58 սերիայի փորձերի ամփոփման արդյունքները: Ե և n ՝ արժեքները, որոնք բերված են աղյուսակ 2-ի 6 և 7 սյունակներում, գրաֆիկ ձևով ներկայացված են նկար 1-ում: Ատանջված n ՝ բեկյալին համապատասխանում է հավասարումների (6) սխեմայով նոր մեթոդով ստացված n և K արժեքները բերված են աղյուսակ 2-ի 4 և 5 սյունակներում: Նկար 2-ում և նկար 3-ում արված են նրանց համապատասխան գրաֆիկները:

Ստացված բեկյալներին համապատասխանում են հալասարույունների (8) և (9) սխեմաները: Նկար 4-ում ներկայացված է K-ի կախումը n-ից: Նկար 5-ում արված է n և n' արժեքների միջինացնող բեկյալը, որին համապատասխանում է հալասարույունների (11) սխեմաը: Նկար 6-ում արված են հալասարույունների (4), (6), (8) և (11) սխեմաների համապատասխան 4, 6, 8 և 11 բեկյալները՝ համեմատության համար:

Մոնոդիսպերս գնդաձև մասնիկների կաշիանդոված անկման արագության ճշգրտված (11) հալասարումը շատ ավելի լավ է արտահայտում փորձերի տվյալները, քան (4) հալասարումը: 58 սերիայի փորձերի հիման վրա կատարված $C = f(\varphi)$ (7) կորերից վերցրել ենք կաշիանդոված անկման C արագության արժեքները (ծափալային կոնցենտրացիայի $\varphi = 0,1; 0,2; 0,3$ և $0,4$ արժեքների դեպքում) և համեմատել (11) հալասարումից ստացված հաշվային արժեքների հետ: Այդ համեմատումից պարզվել է հետևյալը:

1. Կլիցերինի խիտ լուծույթում կատարված 8 սերիայի փորձերի դեպքում (ապուտակ 2-ի 1, 2, 3, 4, 17, 19, 26 և 27 կարգային համարները) ստացվել են համեմատարար մեծ շեղումներ: Պետք է նշել, որ այդ շեղումները միակողմանի են, այսինքն՝ փորձի տվյալները ընդար վեպըներում ավելի փոքր են քան հաշվային արժեքները և նրանց միջին արժեքը կազմում է $14,4\%$: Կլիցերինի խիտ լուծույթների հետ աշխատելիս որոշել ենք նրանց խտությունները, որոնց հիման վրա սեղեկատուներից վերցրել մասնուցիկության համապատասխան արժեքները: Ըստ երևույթի, մեր օգտագործած գլիցերինը բավարար չափով մաքուր չի եղել և նրա խրտկան մասնուցիկությունը չի համապատասխանել գրականության տվյալներին:

2. Մնացած 50 սերիայի փորձերի դեպքում ստացվել են միանգամաչն ընդամենի արդյունքներ, բնագործում 126 դեպքերի համար շեղումը 0-ից մինչև 5% -ի սահմաններում է եղել, իսկ 62 դեպքերի համար՝ 5-ից մինչև 10% -ի սահմաններում:

Միջին քառասրուսային շեղումը (11) հալասարման դեպքում կազմում է մինչև 1% (1) հալասարման դեպքում ստացվում էր $9,6\%$:

Նախկին փորձերի տվյալների վերամշակման և նոր փորձերի լրացուցի: տվյալների հիման վրա կապ է ստեղծված և գործակցի և R₀-ի թվի միջև: Ինչպես նաև K գործակցի և n ցուցչի միջև, որն արտահայտվում է (9) և (10) հալասարումներով:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гапарян А. М., Заминян А. А. Известия АН АрмССР (серия технич. наук), т. 12, № 5, 31—46 (1959).
2. Гапарян А. М., Заминян А. А. ДАН АрмССР, т. 26, № 1, 39—41 (1958).
3. Richardson I. F. and Zaki W. V. Trans. Inst. Chem. Engrs. (London), 32, 35—53 (1954).
4. Lewis E. W. and Bowerman E. W. Chem. Eng. Progr., 48, № 12, 603—10 (1952).
5. Еркова Т. Н., Смирнов И. Н. ЖИХ, т. 29, т. 29, № 9, 1175 (1956).
6. Perry J. H. Chemical Engineers' Handbook, revised third edition, McGraw-Hill Book Co., New York, 1950, p. 1019.

7. Гаспарян А. М., Икорян Н. С. Известия АН АрмССР (серия технич. наук), т. 13, № 6, 51—8 (1960).
8. Егиазаров И. В. Известия АН СССР, ОТН, № 2 (1956).
9. Гаспарян А. М., Заминян А. А. ДАН АрмССР, т. 23, № 2, 67—9 (1956).
10. Гаспарян А. М., Заминян А. А. ДАН АрмССР, т. № 4, т. 25, 213—8 (1957).
11. Гаспарян А. М., Заминян А. А. Известия АН АрмССР (серия технич. наук) т. 12, № 4, 23—36 (1959).

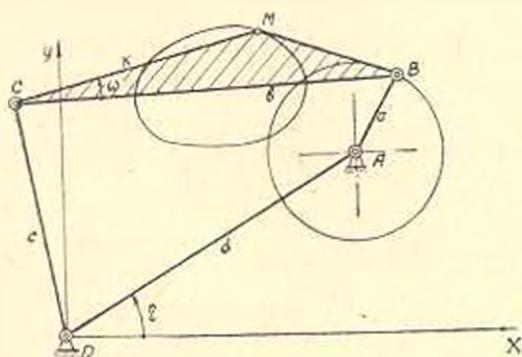
НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

М. Б. ЭДНЛЯН

НЕСИММЕТРИЧНЫЕ ШАТУННЫЕ КРИВЫЕ ШАРНИРНОГО
 ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА

Для воспроизведения (черчения) кривых используются как теоретически точные направляющие механизмы, так и механизмы, приближенно воспроизводящие заданную кривую на некотором участке или на всем ее протяжении.

Во многих случаях теоретически точные направляющие механизмы не удовлетворяют условиям проектирования с точки зрения уменьшения числа звеньев, получения благоприятных углов давления и т. д. В задаче о приближенном воспроизведении заданной траектории чаще всего используются свойства шатунных кривых шарнирного четырехзвенника, т. е. тех кривых, которые являются траекториями точек, принадлежащих шатуну шарнирного четырехзвенника. Вид и размеры шатунной кривой, описываемой, например, точкой M шарнирного четырехзвенника (см. рис.) зависят от семи параметров, в ко-



торые входят длины звеньев: a, b, c, d , а также расстояние от центра шарнира C до чертящей точки M , обозначенное через k , угол излома шатуна ω и η — угол наклона стойки d относительно оси X .

Вопросам проектирования кругового направляющего механизма посвящена работа [4], в которой шатунная кривая шарнирного четырехзвенника приближена к окружности заданного радиуса. Если к точке M шарнирного механизма (рис. 1) присоединить диаду, то полученный шестизвенный механизм с выстоем может быть рекомендо-

ван взамен кулачкового с целью обеспечения приближенного выстона. Проектирование шестизвального шарнирного механизма с остановкой и его преимущества изложены в работе [5].

Шарнирные механизмы, в которых для получения остановки используются приближающиеся к дуге окружности участки шатунной кривой, имеют еще и то преимущество, что продолжительность выстоя ведомого звена этих механизмов меняется в широких пределах: теоретически угол поворота кривошипа α , соответствующий продолжительности выстоя ведомого звена присоединяемой диады, меняется от 0 до 360°.

Уравнение шатунной кривой шарнирного четырехзвенника можно получить, если в уравнение окружности, описываемой точкой B кривошипа, подставить рекуррентные соотношения, связывающие координаты точек B и M , т. е.

$$(x_B - d \cos \eta)^2 + (y_B - d \sin \eta)^2 = a^2, \quad (1)$$

где
$$x_B = x + \frac{VQ + WT}{2k}, \quad y_B = y - \frac{VT - WQ}{2k}, \quad (2)$$

$$V = \frac{\pm 1 \sqrt{4k^2 \rho^2 - (\rho^2 + k^2 - c^2)^2}}{\rho^2}, \quad (3)$$

$$W = \frac{\rho^2 + k^2 - c^2}{\rho^2}, \quad (4)$$

$$Q = b \sin \omega x - y (b \cos \omega - k), \quad (5)$$

$$T = b \sin \omega y + x (b \cos \omega - k), \quad (6)$$

$$\rho^2 = x^2 + y^2.$$

Подставляя в уравнение (1) соотношения (2) и имея в виду (3), (4), (5) и (6), получим уравнение шатунной кривой, описываемой точкой M шатуна, в виде алгебраического уравнения 6-го порядка.

Уравнение алгебраической кривой 6-го порядка в общем случае имеет вид:

$$F(x, y) = \sum_{i=0}^6 \sum_{j=0}^i a_{i-j, j} x^{i-j} y^j, \quad (7)$$

где $a_{i-j, j}$ — коэффициент при переменных x и y .

Число членов уравнения (7) будет равно:

$$N = 1 + 2 + \dots + n = 28, \quad \text{где } n = 7. \quad (8)$$

Из 28 членов уравнения (7) в уравнении шатунной кривой отсутствуют следующие члены: $a_{51} x^5 y$, $a_{33} x^3 y^3$, $x_{15} x y^5$.

Например, коэффициенты $a_{i-j, j}$ членов уравнения, содержащих только убывающие степени переменной x , имеют следующий вид:

$$a_{60} = b^2 \quad a_{50} = -2b d [b \cos \eta + k \cos (\omega + \eta)].$$

$$a_{40} = d^2 (b^2 + k^2) - 2b^2 (k^2 + c^2) + 2bk \cos \omega (b^2 + c^2 - d^2) +$$

$$+ 4 b k d^2 \cos \tau \cos (\omega + \eta)$$

$$a_{20} = 2d [(bk \cos \omega + k^2) (2bk \cos \omega + a^2 - d^2 - b^2 - c^2) - 2b^2 (k^2 - c^2) + 4b^2 k^2 \sin^2 \omega] + \quad (9)$$

$$+ 2kd (k^2 - c^2) \sin \tau_1 (b^2 + d^2 - a^2 - c^2 - 2k^2 + 2bk \cos \omega)$$

$$a_{20} = (k^2 - c^2) [2 (bk \cos \omega - k^2) (b^2 + k^2 - a^2 + d^2 - 2bk \cos \omega + 2d^2 \cos^2 \eta) + (b^2 - 2bk \cos \omega + k^2) (2d^2 - k^2 - c^2) - 2k (k^2 - c^2) bd^2 \sin \omega \sin 2\tau_1 + k^2 (b^2 + k^2 - a^2 + d^2 - 2bk \cos \omega)^2 - 4b^2 k^2 d^2 \sin^2 \omega \cos^2 \tau_1 - 4k^2 d^2 (b \cos \omega - k) \sin \tau_1 |b \sin (\omega + \tau_1) - k \sin \tau_1 + b \sin \omega \cos \tau_1|,$$

$$a_{10} = -2d (k^2 - c^2) \cos \tau_1 [(d^2 - a^2) (bk \cos \omega - k^2) +$$

$$+ (b^2 + k^2 - 2bk \cos \omega) (bk \cos \omega - c^2) + 2kd (k^2 - c^2) \sin \tau_1 (d^2 - a^2 + b^2 + k^2 - 2bk \cos \omega)].$$

Поступило 2 II 1962 г.

Լ. Բ. ԿՒՒԼՅԱՆ

ՀՈԳԱՒԱԿՈՒԼԱԿԻ ԱՉ ՍԻՄՄԵՏՐԻԿ ՇԱՎՎԱԲԵՐՈՒԹՅԱՆ ԿՈՐԵՐԸ

Ա մ Ի ռ Ի ո ի ո լ մ

Որևէ կորի գծագրման համար կիրառվում են ինչպես տեսականորեն ճշգրիտ ուղղորդ մեխանիզմներ, ալնպես էլ մեխանիզմներ, որոնք սրոշակի մոտավորութիւններով գծագրում են կորը կանխատեսված սահմաններում կամ ամբողջութիւններով:

Շատ գեաղքերում տեսականորեն ճշգրիտ ուղղորդ մեխանիզմները մեծ քանակով օգտիների առկայութիւնն և ոչ բավարար անշման անկյունների պատճառով չեն բավարարում նախադրման պայմաններին:

Տրված տրանկատրիալի մոտավոր գծագրման համար հաճախ օդտարրժում են քառոցակշարժաթևային կորերի հատկութունները, կորեր, որոնք ստացվում են հողա-քառոցոսկի շարժաթևին պատկանող կետերի տրանկատրիալով շարժաթևային կորի տեսքը և շափերը, որը օրինակի համար գծագրվում է *M* կետով (նկ. 1), կախված է լոթ պարամետրերից: Հողա-քառոցոկային կորի հավասարումը կարելի է ստանալ, եթե շարժաթևի *B* կետի գծագրած շրջագծի հալոսարման մի օտեղադրվեն *B* և *M* կետերը կապող սեկտորենա հարարերութիւնները:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Артоболдаский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А. Синтез плоских механизмов. Физматгиз, Москва, 1959.
2. Левитский Н. И. Симметричные шатунные кривые Тр. семинара по ТММ. т. IV, вып. 13, 1948.

3. *Левитский Н. И.* Несимметричные пазовые кривые. Тр. семинара по ТММ, том IV, вып. 15, 1948.
4. *Эдильян М. Б.* Применение электронно-вычислительных машин для синтеза несимметричного направляющего механизма. „Известия АН Армянской ССР“, серия ф.-м. наук, т. XIV, вып. V, 1961.
5. *Эдильян М. Б.* Проектирование шарнирного шестизвездного механизма с выстоем. Научно-технический сборник Госкомитета Совета Министров Армянской ССР, по координации НИР, серия машиностроение, выпуск 1, 1962.

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Р. С. АВЕТИСЯН

ОБ УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО
НАПРЯЖЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК

Преимущества предварительно напряженных железобетонных конструкций по сравнению с обычными (меньший собственный вес, повышенная трещиностойкость, меньший расход стали) обусловили все более широкое их применение в строительстве. Предварительно напряженный железобетон особенно эффективен в конструкциях, подверженных воздействию тяжелых многократно повторяющихся нагрузок (пролетные строения мостов, шпалы, мачты, подкрановые балки, опоры линий электропередачи и т. д.). Известно, что часто повторяющаяся (пульсирующая) нагрузка действующая длительное время и вызывающая напряжения превосходящие предельные допускаемые приводят к усталости материала в результате чего наблюдается понижение прочности и жесткости конструкции. В железобетонных конструкциях игнорирование фактором усталости материалов может привести к усталостному разрыву арматуры, разрушению бетона, нарушению сцепления между бетоном и арматурой, разрушению анкеров арматуры.

Первые исследования вопросов выносливости бетонных и железобетонных конструкций при повторной нагрузке относятся к началу XX столетия. Ван-Орнумом изучалась усталость цементного камня и бетона при сжатии и балок из обычного железобетона при изгибе. В дальнейшем усталость бетонных и обычных железобетонных конструкций изучалась Вильямсом, Пробстом, Мемелем и многими другими. Результаты этих исследований, проводившиеся преимущественно над обычными бетонами низких марок и железобетонными конструкциями были обобщены в 1927 г. Муром и Коммерсом [1].

За последние годы, в основном в связи с широким применением в промышленном и транспортном строительстве предварительно напряженных железобетонных конструкций из высокопрочного бетона, было проведено экспериментальное изучение их поведения под многократно повторяющейся нагрузкой.

Обстоятельный обзор зарубежных экспериментальных работ по испытанию предварительно напряженных железобетонных конструкций на действие многократно повторяющихся нагрузок, выполненных до 1958 г., приводится в работе Нордби [2]. Анализ результатов опытных исследований Роу, Абелеса, Эгбера, Белингтона и др. приводит Нордби к выводу,

что в подавляющем большинстве случаев усталостное разрушение предварительно напряженных железобетонных балок происходит вследствие разрыва арматуры от усталости. В редких случаях, в коротких и высоких балках наблюдается нарушение сцепления между арматурой и бетоном. В сжатой зоне предварительно напряженных балок, разрушения бетона от усталости не наблюдаются.

В 1955 г. на Втором конгрессе международной федерации по предварительно напряженному железобетону Ксеркавен [3] доложил результаты произведенных им испытаний на выносливость серии струнбетонных балок. Он пришел к выводу, что с увеличением интенсивности предварительного напряжения арматуры выносливость предварительно напряженных балок возрастает.

В Бельгии в лаборатории Г. Маньелья в 1959 г. были проведены испытания серии железобетонных балок, в которых предварительное напряжение арматуры создавалось одинаковой силой. Однако, интенсивность напряжения в проволоках различных балок была неодинаковой, что достигалось изменением процента армирования [4]. Авторы этих опытов Хенг и Ламбот пришли к заключению, что выносливость балок увеличивается с увеличением процента армирования сечения. Авторы рекомендуют предварительное напряжение арматуры принимать не более 65% от предела прочности арматуры на разрыв.

В статье Бейта [5] приводятся результаты испытания пульсирующей нагрузкой предварительно напряженных железобетонных балок армированных холоднотянутой проволокой диаметром 5 мм, гладкой с пределом прочности на разрыв 159—173 кг/мм² и периодического профиля с пределом прочности 164—175 кг/мм². Проволока периодического профиля применялась пяти различных видов, отличавшихся друг от друга геометрией поверхности арматуры. Установлена величина предела выносливости арматуры испытанных балок в зависимости от характеристики цикла при базе 1 млн. циклов нагружения.

Обстоятельные исследования выносливости бетона и железобетона были проведены во Всесоюзном НИИ транспортного строительства (ЦНИИС) О. Я. Бергом [6—8]. Им было установлено, что микротрещины в бетоне являются концентраторами напряжений, поэтому наличие в бетоне напряженного состояния вызывающего микротрещины создает опасность разрушения материала под воздействием многократной повторяющейся нагрузкой. В полулогарифмических координатах кривые выносливости бетона при сжатии могут быть представлены в виде прямой линии. В результате проведенных испытаний конструкций из обычного железобетона под пульсирующей нагрузкой было установлено, что большинство разрушений железобетонных балок происходило от разрыва растянутой арматуры; разрушение балок по бетону происходило очень редко. Результаты исследования О. Я. Берга были использованы при составлении действующих ныне нормативных положений по проектированию обычных и предварительно напряженных железобетонных конструкций.

В лаборатории железобетонных мостов ЦНИИС Н. М. Колоколовым

и А. И. Кедровым в течение 1959—60 гг. были проведены испытания под пульсирующей нагрузкой семи предварительно напряженных железобетонных балок армированных высокопрочной стержневой арматурой периодического профиля, в том числе четырех балок пролетом 3 м прямоугольного сечения и трех балок пролетом 6 м таврового сечения. По результатам этих опытов была выявлена достаточная выносливость арматурных стержней из стали 30ХГ2С и даны рекомендации по рациональному устройству стыков арматуры контактными способом [9].

В Московском институте инженеров ж.-д. транспорта Г. К. Евграфов и М. Н. Малько исследовали выносливость высокопрочных тяжелых бетонов при сжатии. Были изучены прочностные и деформационные свойства бетона с пределом прочности при сжатии 400—600 кг/см² при базе 2 млн. циклов нагружения [10]. В результате этих испытаний было установлено, что высокопрочные тяжелые бетоны по сравнению с бетонами низких и средних марок обладают относительно большей трещиностойкостью и выносливостью.

В лаборатории теории железобетона и арматуры НИИЖБ Академии строительства и архитектуры СССР под руководством А. А. Гвоздева и К. В. Михайлова в 1959—61 годах Ф. М. Городничкиным велось исследование усталостной прочности отечественной холодноотянутой проволоки гладкой и периодического профиля диаметром 5 мм. Одновременно под пульсирующей нагрузкой на изгиб испытывались струнобетонные балки пролетом 1 м армированные этой же проволокой [11]. Результаты опытов показали, что нанесение на холодноотянутую проволоку вмятин снижает предел выносливости арматуры на 6—15%; несущая способность балок армированных проволокой периодического профиля после 2 млн. циклов нагружения составляет 69% от несущей способности балки при однократном статическом нагружении; для элементов испытывающих действие пульсирующей нагрузки, нельзя допускать уменьшение предварительного напряжения проволоки ниже 0,65 R_n и желательно увеличить его до 0,75 R_n (R_n — нормативное расчетное сопротивление предварительно напряженной арматуры).

В 1960—61 гг. автором этой заметки под руководством В. В. Пинаджяна в лаборатории испытания конструкций Армянского НИИ стройматериалов и сооружений изучалась работа 19 струнобетонных балок пролетом 2,5 м под воздействием многократно повторной и статической нагрузки [12]. Балки сечением 18×27 см были армированы проволокой периодического профиля диаметром 4 мм с пределом прочности на разрыв $\sigma_n = 160$ кг/мм². Интенсивность предварительного напряжения арматуры в балках изменялась в пределах от 0,45 до 0,75 σ_n . Балки были спроектированы так, чтобы разрушение их под однократно приложенной статической нагрузкой происходило от разрыва арматуры в растянутой зоне. Разрушение этих балок под воздействием пульсирующей нагрузки, как и следовало ожидать, происходило от усталостного разрыва проволок.

Опыты показали, что с увеличением числа циклов нагружения жесткость балок понижается в ряде случаев в несколько раз при этом с умень-

шением предварительного напряжения в железобетонной балке наблюдалось более интенсивное понижение жесткости. Понижение жесткости балок в основном следует объяснить нарушением сцепления между арматурой и бетоном в зоне трещин, возникновением и развитием новых усталостных трещин в бетоне и изменением его деформативности под воздействием повторной нагрузки. В полулогарифмической системе координат между числом циклов нагружения (ось абсцисс) и несущей способностью предварительно напряженных балок (ось ординат) наблюдается зависимость близкая к линейной; с увеличением числа циклов нагружения несущая способность балок уменьшается. При числе циклов нагружения порядка 2—3 млн. опытные усталостные кривые асимптотической части не имели.

В испытанных струнобетонных балках, в которых интенсивность предварительного напряжения арматуры составляла $0,65 \sigma_{\text{н}}$, несущая способность после 2—3 млн. циклов нагружения понижалась на 35—40% по сравнению с несущей способностью балок близнецов, испытанных под статической нагрузкой.

Опыты показали, что с увеличением интенсивности предварительного напряжения арматуры жесткость, трещиностойкость и несущая способность балок под повторной нагрузкой повышается. Поэтому, предварительное напряжение арматуры, по крайней мере, должна быть не меньше $0,65 R_{\text{н}}$ — величины предписываемой инструкцией СН 10-57.

Поступило 15.XII. 1961 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мур Г. и Коммерс Д. Усталость металлов, дерева и бетона. М., 1929.
2. Nordby G. Fatigue of Concrete. JACI, v. 30, № 2, 1958.
3. Xercavins P. Recherche de la valeur optimum de la tension des armatures des précontrainte. Second Congress FIP, Amsterdam, 1955.
4. Huyghe G., Lambotte H. Influence de la tension initiale dans les fils sur le comportement des poutres en béton précontraint soumises a des charges répétées. Revue C*, 2 № 2 1960.
5. Bate S. Ch. The relative merits of plain and deformed wires in pre-tressed concrete beams under static and, repeated loading. ICE, v. 10, August, 1958.
6. Берг О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона. Госстройиздат, М., 1961.
7. Берг О. Я. О выносливости железобетонных конструкций. Тр. ЦНИИС, вып. 36, М., 1960.
8. Берг О. Я. Исследование прочности железобетонных конструкций при воздействии на них многократно пов. одной нагрузки. Тр. ЦНИИС, вып. 19, М., 1958.
9. Колоколов Н. М., Кедров А. И., Прокопович А. Г. Высокопрочная стержневая арматура из стали 30ХГ2С в мостостроении. Журн. "Бетон и железобетон", № 12, 1960.
10. Евграфов Г. К., Малько М. Н. Деформации высокопрочных бетонов при многократной повторной нагрузке. Журн. "Бетон и железобетон", № 11, 1961.
11. Михайлов К. В., Городницкий Ф. М. Исследование выносливости арматуры из высокопрочной холоднокатаной проволоки. Тр. НИИЖБ, вып. 23, под редакцией А. А. Гведцелт, М., 1961.
12. Пикадзеян В. В., Аветисян Р. С. Статическая и усталостная прочность струнобетонных балок (Сообщение I). Известия АН Армянской ССР (появится в печати).

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Вычислительная техника

- П. А. Матвеев*. К вопросу решения матричных уравнений электрических цепей на машинах непрерывного действия 3

Прикладная механика

- Н. К. Снитко, И. И. Кандауров*. Устойчивость движения автоприцепа при поперечных колебаниях 11

Гидравлика

- А. О. Гомбарян*. О „невозможном“ профиле поперечного сечения быстротока со сверхзвуковым режимом движения воды 23
- Г. А. Симонян*. Возможные формы свободной поверхности потока в призматических руслах на участке бокового водослива 33

Гидрология

- Э. А. Атаян*. О вариации стока рек Армянской ССР 41

Химическая технология

- А. М. Гаспарян, Н. С. Икарян*. Смесительное падение частиц (сообщение 4) 49

Научные заметки

- М. Б. Эдилян*. Несимметричные шатуновые кривые шарнирного четырехзвенника 59
- Р. С. Аветисян*. Об устойчивой прочности предварительно напряженных железобетонных балок 63

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Էջ

Հասցվողական ուղիներ

- Գ. Ա. Մարտոսյան*. Անընդհատ գործողության մեքենաների վրա էլեկտրական շեղ-թաների մամլամայրային հավասարումների լուծման հարցի վերաբերյալ 3

Կիրառական մեխանիկա

- Ն. Կ. Սեփուկո, Ի. Ի. Կանդաուրով*. Ատոմային շարժման կայունությունը ընդլայնական առանցքային զեղքում 11

Հիդրավիկա

- Է. Հ. Ղամբարյան*. Ջրի շարժման գերբուռն ուժերը արագահոսի առանցքային յայնական կորվածքի պրոֆիլի մասին 23
- Ճ. Ա. Սիմոնյան*. Ազատ մակերևույթի կորի հնարավոր ձևերը սլոնկամատիկ հունում կողային ջրթափի տեղամասում 33

Հիդրոլոգիա

Է. Ա. Արայան. Հայկական ՍՍՌ գետերի հոսքի վարիչների մասին 41

Քիմիական սեխնոլոգիա

Ա. Մ. Գառապոյան, Ն. Ա. Իկարյան. Մանրէկենսի կազմակերպման անկում (հազար-
գում 4) 49

Գիտական նորեր

Լ. Ռ. Էդիլյան. Հոգս-թուողակի ոչ սիմետրիկ զարմաթեային կորեքը 59

Ռ. Ս. Ալիևոյան. Նախապես լարված երկաթքեռանի հեծանների հոսանքային
ամբուսթյան մասին 69

