ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

# ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

## АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

## ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ



## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XII, № 1, 1959 Серия технических наук

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

С. С. ДАРБИНЯН

# К ВОПРОСУ КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ С УЧЕТОМ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ

В статье рассматриваются сдвиговые колебания системы с одной степенью свободы, с учетом упруго-пластических деформаций, применительно к вопросам сейсмостойкости.

Принимается, что диаграмма сила-перемещение системы характеризуется двумя наклонными участками 0—1 и 1—2, показанными на рис. 1.

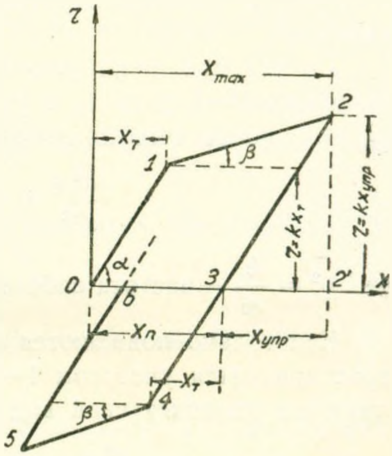

Рис. 1.

До тех пор, пока деформации являются упругими, реакция связана с перемещением линейной зависимости

$$r = x tg\alpha = kx \quad (\text{при } x \leqslant x_т), \qquad (1)$$

где $k = tg\alpha$ — жесткость в упругой стадии;

$x_т$ — предельное значение $x$, при котором система еще оказывает упругое сопротивление.

Если при росте деформаций перемещение $x$ превышает величину $x_т$, реакция изменяется по следующему линейному закону в зависимости от $x$:

$$r = kx\left[1-\lambda\left(1-\frac{x_т}{x}\right)\right], \qquad (2)$$

где $\lambda = \dfrac{k-k_1}{k}$ — параметр упрочнения, а $k_1 = tg\beta$ — модуль упрочнения.

Расчленим перемещение $x$ на два составляющих: на упругое $x_{упр}$ и остаточное $x_п$:

$$x = x_{упр} + x_п.$$

При колебании оба перемещения являются функциями от времени $t$. Что касается реакции, действующей в заданное мгновение $t = t_1$, то она определяется только упругой составляющей перемещения (рис. 1).

$$r = kx_{упр} = k\,(x - x_п).$$

Вопрос заключается в том, чтобы найти полное, а также остаточное перемещения в функции от времени.

Будем предполагать, что эффект Баушингера не имеет место, т. е. предел упругости не меняется при повторных нагружениях.

## 1. Дифференциальные уравнения движения

Пусть рассматриваемая система претерпевает сдвиговые колебания под действием внешней силы $Q(t)$.

Уравнение движения может быть записано в следующем виде [2]:

$$m\left(\frac{d^2x_{\text{упр}}}{dt^2}+\frac{d^2x_{\text{п}}}{dt^2}\right)+kx_{\text{упр}}=Q(t). \tag{1.1}$$

Зависимости между перемещениями $x_{\text{упр}}$ и $x_{\text{п}}$ различны для разных стадий движения (рис. 1), поэтому интегрирование дифференциального уравнения (1.1) осуществляется для каждого этапа отдельно с использованием условий неразрывности перемещений и скоростей на границах участков диаграммы, показанной на рис. 1 (условий сопряжений)

До тех пор, пока движение характеризуется упругим участком диаграммы 0—1 (рис. 1) в уравнение (1.1) можно подставить $x_{\text{п}}=0$, $x_{\text{упр}}=x$, после чего получим:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=\frac{Q(t)}{m}, \tag{1.2}$$

где $\omega^2=\dfrac{k}{m}$ — частота собственных колебаний системы.

Как только появляются остаточные деформации, т. е. движение характеризуется участком 1—2 (рис. 1), дифференциальное уравнение движения изменяет свой вид и записывается следующим образом:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+p^2x=\frac{Q(t)}{m}-\omega^2\lambda x_{\text{т}}, \tag{1.3}$$

где

$$p^2=(1-\lambda)\,\omega^2.$$

В стадии разгрузки, т. е. на участке 2—3 диаграммы (рис. 1), имеем:

$$x_{\text{п}}=\left(1-\frac{k_1}{k}\right)(x_{\max}-x_{\text{т}})=\lambda\,(x_{\max}-x_{\text{т}}),$$

$$x_{\text{упр}}=x-\lambda\,(x_{\max}-x_{\text{т}}).$$

Следовательно дифференциальное уравнение движения (1.1) для этого участка запишется так:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=\frac{Q(t)}{m}+\omega^2\lambda\,(x_{\max}-x_{\text{т}}). \tag{1.4}$$

После того, как будем иметь полную разгрузку, т. е. движение дойдет до точки 3 диаграммы (рис. 1), можем ее принять за новое начало отсчета движения с соответствующими начальными условиями (при заданных значений скорости и перемещения, которые получаются из решения (1.4)) и составить аналогичные дифференциальные уравнения для следующих стадий движения (участки 3—4, 4—5, 5—6 и т. д.).

Таким образом задача о колебании системы с одной степенью свободы с учетом пластических деформаций приводится к решению уравнений типа (1.2), (1.3) и (1.4) с условиями сопряжения скорости и перемещения на границах отдельных участков (точки 1, 2, 3, 4, и т. д.).

## 2. Интегрирование дифференциальных уравнений движения

На упругом участке диаграммы 0—1 (рис. 1) перемещение на основании (1.2) запишется следующим образом:

$$x = A\cos\omega t + B\sin\omega t + \frac{1}{\omega m}\int\limits_0^t Q(u)\sin\omega(t-u)\,du.$$

Постоянные интегрирования $A$ и $B$ определяются из условий, что при $t=0$, $x=x_0$, $x'=x_0'$, отсюда получим:

$$x = x_0\cos\omega t + \frac{x_0'}{\omega}\sin\omega t + \frac{1}{\omega m}\int\limits_0^t Q(u)\sin\omega(t-u)\,du. \qquad (2.1)$$

Время $t_т$, при котором имеет место максимальное упругое смещение, найдем из (2.1) при $x=x_т$:

$$x_т - x_0\cos\omega t_т - \frac{x_0'}{\omega}\sin\omega t_т - \frac{1}{\omega m}\int\limits_0^{t_т} Q(u)\sin\omega(t_т-u)\,du = 0. \qquad (2.2)$$

Определяя из (2.2) значение $t_т$, на основании (2.1) можем найти величину скорости в этот момент:

$$x_т' = x_0'\cos\omega t_т - x_0\omega\sin\omega t_т + \frac{1}{m}\int\limits_0^{t_т} Q(u)\cos\omega(t_т-u)\,du. \qquad (2.3)$$

После появления пластических деформаций, движение характеризуется участком диаграммы 1—2 (рис. 1) и дифференциальное уравнение примет вид (1.3), решение которого запишется так:

$$x = C\cos pt + D\sin pt + \frac{1}{p}\int\limits_{t_т}^{t}\left[\frac{Q(u)}{m} - \omega^2\lambda x_т\right]\sin p(t-u)\,du. \qquad (2.4)$$

Постоянные $C$ и $D$ определяются из условия сопряжения скоростей и перемещений на границе участков 0—1 и 1—2:

при $$t = t_т,\ x = x_т,\ x' = x_т'.$$

Отсюда, на основании (2.4),

$$x = x_т - \frac{\omega^2 x_т}{p^2}\left[1 - \cos p\,(t - t_т)\right] + \frac{\dot{x}_т}{p}\sin p\,(t - t_т) + $$

$$+ \frac{1}{pm}\int\limits_{t_т}^{t} Q\,(u)\sin p\,(t - u)\,du. \tag{2.5}$$

Время $t_{max}$, при котором получается максимальное смещение $x_{max}$, находим из (2.5), имея ввиду, что в этот момент скорость движения равняется нулю:

$$\dot{x}_т\cos p\,(t_{max} - t_т) - \frac{\omega^2 x_т}{p}\sin p\,(t_{max} - t_т) + \frac{1}{m}\int\limits_{t_т}^{t_{max}} Q\,(u)\cos p(t_{max} - u)\,du = 0. \tag{2.6}$$

Определив из (2.6) величину $t_{max}$ и подставляя в (2.5), получим значение максимального смещения:

$$x_{max} = x_т - \frac{\omega^2 x_т}{p^2}\left[1 - \cos p\,(t_{max} - t_т)\right] + \frac{\dot{x}_т}{p}\sin p\,(t_{max} - t_т) + $$

$$+ \frac{1}{pm}\int\limits_{t_т}^{t_{max}} Q\,(u)\sin p\,(t_{max} - u)\,du. \tag{2.7}$$

В зоне разгрузки (участков 2—3) дифференциальное уравнение движения имеет вид (1.4), решение которого можно записать так:

$$x = A\cos\omega t + B\sin\omega t + \frac{1}{\omega}\int\limits_{t_{max}}^{t}\left[\frac{Q\,(u)}{m} + \omega^2\lambda\,(x_{max} - x_т)\right]\sin\omega\,(t - u)\,du.$$

Постоянные интегрирования $A$ и $B$ определяются из условия сопряжения скоростей и перемещений на границах участков 1—2 и 2—3 (рис. 1), т. е.

при $$t = t_{max},\ x = x_{max}\ x' = 0.$$

Учитывая эти условия, получим:

$$x = \lambda\,(x_{max} - x_т) + [x_{max} - \lambda\,(x_{max} - x_т)]\cos\omega\,(t - t_{max}) + $$

$$+ \frac{1}{\omega m}\int\limits_{t_{max}}^{t} Q\,(u)\sin\omega\,(t - u)\,du. \tag{2.8}$$

Момент конца разгрузки $t_р$ находим из условия, что смещение равняется максимальному пластическому смещению $\lambda\,(x_{max} - x_т)$:

$$[x_{max} - \lambda\,(x_{max} - x_т)]\cos\omega\,(t_р - t_{max}) + \frac{1}{\omega m}\int\limits_{t_{max}}^{t_р} Q\,(u)\sin\omega\,(t_р - u)\,du = 0. \tag{2.9}$$

Найдя отсюда $t_р$ и подставляя в первую производную от $x$ из (2.8), получим величину скорости в конце зоны разгрузки (точка 3, рис. 1).

$$\dot{x}_р = -\omega\left[x_{max} - \lambda\left(x_{max} - x_т\right)\right] \sin\omega\left(t_р - t_{max}\right) + \\ + \frac{1}{m}\int\limits_{t_{max}}^{t_р} Q(u)\cos\omega\left(t_р - u\right)du. \tag{2.10}$$

Если закон изменения внешней силы $Q(t)$ таков, что возможно неполное разгружение, т. е. движение останавливается в какой-нибудь точке участка 2—3, то время этого момента находим из (2.8), приравнивая нулю первое производное от $x$:

$$-\omega\left[x_{max} - \lambda\left(x_{max} - x_т\right)\right]\sin\omega\left(t - t_{max}\right) + \frac{1}{m}\int\limits_{t_{max}}^{t} Q(u)\cos\omega\left(t - u\right)du = 0. \tag{2.11}$$

Находя из (2.11) $t$ и подставляя найденное значение в (2.8), можем найти величину смещения, отвечающую этому моменту.

При этом берем второй корень уравнения (2.11).

Следует отметить, что если под внешней нагрузкой понимать закон колебания почвы, то полученные дифференциальные уравнения и их решения будут пригодны для систем, находящихся под воздействием сейсмических сил: при этом $Q(t) = -mx_1''(t)$, где $x_1(t)$, показывает закон колебания почвы, а $m$ — масса данной системы.

Переходим к рассмотрению конкретных примеров действия внешней силы $Q(t)$.

### 3. Действие гармонической силы

Предположим, что рассматриваемая система колеблется под действием косинусоидальной силы

$$\frac{Q(t)}{m} = b\cos nt.$$

Тогда закон изменения перемещения в упругой зоне (участок 0—1), на основании (2.1) будет:

$$x = x_0\cos\omega t + \frac{x_0'}{\omega}\sin\omega t + \frac{b}{\omega^2 - n^2}\left(\cos nt - \cos\omega t\right). \tag{3.1}$$

Время максимального упругого смещения согласно (2.2) определится по формуле:

$$x_т - x_0\cos\omega t_т - \frac{x_0'}{\omega}\sin\omega t_т - \frac{b}{\omega^2 - n^2}\left(\cos nt_т - \cos\omega t_т\right) = 0. \tag{3.2}$$

Скорость в этот момент будет (см. (2.3)):

$$\dot{x}_т = x_0'\cos\omega t_т - x_0\omega\sin\omega t_т - \frac{b}{\omega^2 - n^2}\left(n\sin nt_т - \omega\sin\omega t_т\right), \tag{3.3}$$

где величина $t_т$ определяется по формуле (3.2).

В зоне, где появляются пластические деформации, как известно, дифференциальное уравнение движения имеет вид (1.3), решение которого для рассматриваемого случая запишется следующим образом:

$$x = \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)x_т + \left(\frac{\omega^2 x_т}{p^2} - \frac{b}{p^2 - n^2}\cos nt_т\right)\cos p\,(t - t_т) +$$

$$+ \left(\frac{x_т'}{p} + \frac{b}{p^2 - n^2}\cdot\frac{n}{p}\sin nt_т\right)\sin p\,(t - t_т) + \frac{b}{p^2 - n^2}\cos nt. \qquad (3.4)$$

Момент максимального смещения находим из (2.6) или из (3.4), имея ввиду, что при этом скорость движения равна нулю:

$$\left(\frac{\omega^2 x_т}{p^2} - \frac{b}{p^2 - n^2}\cos nt_т\right)\sin p\,(t_{max} - t_т) + \frac{b}{p^2 - n^2}\cdot\frac{n}{p}\sin nt_{max} -$$

$$- \left(\frac{x_т'}{p} + \frac{b}{p^2 - n^2}\cdot\frac{n}{p}\sin nt_т\right)\cos p\,(t_{max} - t_т) = 0. \qquad (3.5)$$

Определяя величину $t_{max}$ из (3.5) и подставляя в (3.4) вместо $t$, можно получить значение максимального смещения.

Величины $t_т$ и $x_т'$ заранее нужно определить из формул (3.2) и (3.3).

В зоне разгрузки, т. е. на участке 2—3 (рис. 1), дифференциальное уравнение движения описывается как (1.4), решение которого на основании (2.8) дает:

$$x = \lambda\,(x_{max} - x_т) + \left[x_{max} - \lambda\,(x_{max} - x_т) -\right.$$

$$\left. - \frac{b}{\omega^2 - n^2}\cos nt_{max}\right]\cos\omega\,(t - t_{max}) + \frac{b}{\omega^2 - n^2}\sin nt_{max}\cdot$$

$$\cdot\frac{n}{\omega}\sin\omega\,(t - t_{max}) + \frac{b}{\omega^2 - n^2}\cos nt. \qquad (3.6)$$

Предполагая, что закон изменения внешней силы таков, что позволяет полную разгрузку системы, то время $t_р$ этого момента определим на основании (2.9), т. е. в данном случае формулой

$$\left[x_{max} - \lambda\,(x_{max} - x_т) - \frac{b}{\omega^2 - n^2}\cos nt_{max}\right]\cos\omega\,(t_р - t_{max}) +$$

$$+ \frac{b}{\omega^2 - n^2}\left[\cos nt_р + \frac{n}{\omega}\sin nt_{max}\cdot\sin\omega\,(t_р - t_{max})\right] = 0. \qquad (3.7)$$

Скорость в этот момент на основании (2.10) будет:

$$x_р' = -\left[x_{max} - \lambda\,(x_{max} - x_т) - \frac{b}{\omega^2 - n^2}\cos nt_{max}\right]\sin\omega\,(t_р - t_{max}) +$$

$$+ \frac{b}{\omega^2 - n^2}\cdot\frac{n}{\omega}\left[\sin nt_{max}\cdot\cos\omega\,(t_р - t_{max}) - \sin nt_р\right], \qquad (3.8)$$

где $t_р$ — определяется из (3.7), а $t_{max}$ и $x_{max}$ из уравнений (3.5) и (3.4).

## 4. Действие мгновенного импульса

Пусть на систему воздействует мгновенный импульс, имеющий конечную величину $S$. Он сообщает системе начальную скорость $x_0' = \frac{S}{m}$, после чего начинается свободное колебание.

Такое представление силы при землетрясении соответствует сейсмическому удару. На основании (1.2) дифференциальное уравнение движения в упругой зоне (участок 0—1, рис. 1) примет следующий вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0,$$

решение которого при указанных начальных условиях будет:

$$x = \frac{x_0'}{\omega} \sin \omega t. \tag{4,1}$$

Время $t_т$, при котором получается максимальное упругое смещение, получим при $x = x_т$,

$$\sin \omega t_т = \frac{x_т \omega}{x_0'}. \tag{4.2}$$

Скорость движения в этот момент на основании (4.1) и (4.2) будет равна

$$x_т' = \sqrt{(x_0')^2 - x_т^2 \omega^2}. \tag{4.3}$$

В зоне упруго-пластических деформаций дифференциальное уравнение движения (1.3) запишется следующим образом:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + p^2 x = (p^2 - \omega^2)\, x_т.$$

Решение этого уравнения с условиями сопряжения скоростей и перемещений на границе участков 0—1 и 1—2 (рис. 1), $t = t_т$, $x = x_т$, $x' = \dot{x}_т$, имеет вид:

$$x = \left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right) x_т + \frac{\omega^2 x_т}{p^2} \cos p\,(t - t_т) + \frac{1}{p} \sqrt{(x_0')^2 - x_т^2 \omega^2}\, \sin p\,(t - t_т). \tag{4.4}$$

Время максимального смещения $t_{max}$ получим из уравнения (4.4) имея ввиду, что в этот момент скорость движения равняется нулю:

$$tg\, p\,(t_{max} - t_т) = \frac{p\sqrt{(x_0')^2 - x_т^2 \omega^2}}{\omega^2 x_т}. \tag{4.5}$$

Определив из уравнения (4.5) величину $t_{max}$ и подставляя его вместо $t$ в (4.4), получим величину максимального смещения:

$$x_{max} = \left[1 - \frac{\omega^2}{p^2} + \frac{\omega^2}{p^2} \sqrt{1 - \frac{p^2}{\omega^2} + \frac{p^2 (x_0')^2}{\omega^4 x_т^2}}\,\right] x_т. \tag{4.6}$$

В зоне разгрузки дифференциальное уравнение движения на основании (1.4) будет:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = \omega^2\lambda\,(x_{max} - x_т).$$

Решение такого уравнения с условиями сопряжения скорости и смещения в точке 2 (рис. 1)

при $$t = t_{max},\ \ x = x_{max},\ \ x' = 0$$

запишется следующим образом:

$$x = \lambda\,(x_{max} - x_т) + [x_{max} - \lambda\,(x_{max} - x_т)]\cos\omega\,(t - t_{max}). \tag{4.7}$$

Момент конца разгрузки $t_р$ получится, когда смещение равняется максимальному пластическому смещению, т. е. $x = \lambda\,(x_{max} - x_т)$.

$$t_р = t_{max} + \frac{\pi}{2\omega}\cdot \tag{4.8}$$

Скорость в этот момент будет:

$$x'_р = -\omega\,[x_{max} - \lambda\,(x_{max} - x_т)]$$

или, имея ввиду (4.6), получим

$$x'_р = -\omega x_т \sqrt{1 + \frac{p^2}{\omega^2}\left(\frac{x_0'^2}{\omega^2 x_т^2} - 1\right)}\cdot \tag{4.9}$$

Сравнивая величину скорости в момент полной разгрузки (точка 3, рис. 1) $x'_р$ с той величиной начальной скорости $x'_0$, при которой получается максимальное упругое смещение $x_т\omega$, не трудно видеть, что по абсолютной величине всегда $x'_р > x_т\omega$, т. е. возможно появление остаточных деформаций обратного знака.

Но можно доказать, что максимальное смещение обратного знака (участок 3—4, 4—5) будет всегда меньше, чем максимальное смещение при первом нагружении.

Действительно максимальное смещение обратного знака (по отношению к новому начала отсчета, точка 3, рис. 1), как видно из (4.7), равно

$$x_{max} - \lambda\,(x_{max} - x_т),$$

которое меньше, чем $x_{max}$ на величину максимального пластического смещения $\lambda\,(x_{max} - x_т)$.

На рис. 1 это смещение будет равно отрезку 3—2'.

Таким образом, если при колебании системы с одной степенью свободы, под действием мгновенного импульса с учетом упруго-пластических деформаций по диаграмме, представленной на рис. 1, при первом нагружении не появилось разрушение, то в дальнейшем оно не появится. При этом максимальное смещение определяется по формуле (4.6), где упругой составляющей смещения является

$$x_{\text{упр}} = x_{\text{т}} \sqrt{1 - \frac{p^2}{\omega^2} + \frac{p^2 (x_0')^2}{\omega^4 x_{\text{т}}^2}},$$

а пластической составляющей $x_{\text{п}} = \lambda (x_{max} - x_{\text{т}})$.

Выражая максимальное смещение через величину импульса, получим:

$$x_{max} = \left[1 - \frac{\omega^2}{p^2} + \frac{\omega^2}{p^2} \sqrt{1 + \frac{p^2}{\omega^2}\left(\frac{S^2}{S_{\text{т}}^2} - 1\right)}\right] x_{\text{т}}, \tag{4.10}$$

где $S_{\text{т}}$ — предельный импульс, при котором получается максимальное упругое смещение.

Как видно из (4.10) максимальное смещение не является величиной, пропорциональной импульсу $S$.

Из полученных уравнений, как частный случай, можно получить решение той же самой задачи, при наличии идеальной диаграммы Прандтля (рис. 2).

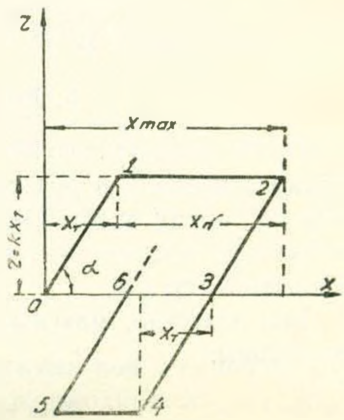

Рис. 2.

Время $t_{\text{т}}$, при котором получается максимальное упругое смещение, а также скорость в этот момент, определяются формулами (4.2) и (4.3).

Чтобы получить закон изменения перемещения в зоне текучести (участок 1—2, рис. 2), в формуле (4.4) разложим в ряд $\cos p\,(t - t_{\text{т}})$ и $\sin p\,(t - t_{\text{т}})$ и потом примем $\lambda = 1$ или $p = 0$, тогда получим:

$$x = x_{\text{т}} + x_{\text{т}}'(t - t_{\text{т}}) - \frac{\omega^2 x_{\text{т}}}{2}(t - t_{\text{т}})^2. \tag{4.4'}$$

Таким же путем получается величина момента максимального смещения и величина максимального смещения из формул (4.5) и (4.6)

$$t_{max} = t_{\text{т}} + \frac{x_{\text{т}}'}{2\omega^2 x_{\text{т}}}, \tag{4.5'}$$

$$x_{max} = x_{\text{т}} + \frac{(x_{\text{т}}')^2}{2\omega^2 x_{\text{т}}}. \tag{4.6'}$$

Выражение $x_{max}$ через величину импульса $S$ имеет вид:

$$x_{max} = \frac{x_{\text{т}}}{2}\left(1 + \frac{S^2}{S_{\text{т}}^2}\right),$$

т. е. максимальное смещение связано с импульсом параболическим законом.

В силу (4.7), в зоне разгрузки закон изменения смещения получим при $\lambda = 1$ из следующего уравнения:

$$x = x_{\max} - x_{\text{т}} + x_{\text{т}} \cos \omega (t - t_{\max}).$$

Момент конца разгрузки и величина скорости в этот момент получатся из (4.8) и (4.9) при $\lambda = 1$:

$$t_{\text{р}} = t_{\max} + \frac{\pi}{2\omega}, \tag{4.8'}$$

$$\dot{x}_{\text{р}} = -\omega x_{\text{т}}. \tag{4.9'}$$

Как видно, величина $\dot{x}_{\text{р}}$ по абсолютному значению равна величине той начальной скорости $x'_0$, при которой получится максимальное упругое смещение. Следовательно, при наличии диаграммы, показанной на рис. 2 после полной разгрузки имеют место упругие свободные колебания по отношению к новому начала отсчета (точка 3, рис. 2).

Отметим, что полученные результаты при $\lambda = 1$ (рис. 2), соответствуют результатам И. М. Рабиновича [2].

## 5. Внезапное нагружение

Пусть рассматриваемая система находится под действием сейсмического толчка* и основание колеблется в горизонтальном направлении по закону $x_1(t)$. Под действием горизонтальных инерционных сил система получит в горизонтальном направлении дополнительное смещение $x(t)$.

Как известно, максимальное упругое смещение при внезапном нагружении:

$$x_{\text{упр}} = -2x_{st} = -\frac{2\ddot{x}_1}{\omega^2},$$

поэтому появление пластических деформаций возможно только, если

$$x_{\text{т}} < 2x_{st} = \frac{2\ddot{x}_1}{\omega^2}$$

или

$$\ddot{x}_1 < \frac{x_{\text{т}}\omega^2}{2}.$$

Случай выполнения этого условия рассматривается в дальнейшем.

Дифференциальные уравнения движения для разных сталий работы при землетрясении получим из (1.2), (1.3) и (1.4), заменяя внешнюю силу $Q(t)$ через $-m\ddot{x}_1$.

В упругой зоне, т. е. на участке диаграммы 0—1 (рис. 1) диференциальное уравнение движения на основании (1.2) примет вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = -\ddot{x}_1,$$

* Сейсмические удар и толчок в данной статье понимаются в смысле А. Г. Назарова [1].

решение которого, при нулевых начальных условиях, имеет вид:

$$x = -\frac{\ddot{x}_1}{\omega^2}(1 - \cos\omega t). \tag{5.1}$$

Время начала пластических деформаций получим при $x = x_т$, поэтому на основании (5.1) будет:

$$\cos\omega t_т = 1 + \frac{\omega^2 x_т}{\ddot{x}_1}\cdot \tag{5.2}$$

Скорость в этот момент на основании (5.1) и (5.2) будет:

$$\dot{x}_т = -\sqrt{\left(\frac{\ddot{x}_1}{\omega}\right)^2 - \left(\frac{\ddot{x}_1}{\omega} + \omega x_т\right)^2}\cdot \tag{5.3}$$

Как только переходим за предел упругости (участок 1—2, рис. 1), дифференциальное уравнение движения на основании (1.3) принимает вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + p^2x = (p^2 - \omega^2)\,x_т - \ddot{x}_1.$$

Решение его с учетом условия сопряжения на границе участков 0—1 и 1—2 (рис. 1) имеет вид:

$$x = x_т + \frac{\dot{x}_т}{p}\sin p(t - t_т) - \frac{\omega^2 x_т + \ddot{x}_1}{p^2}\,[1 - \cos p(t - t_т)]. \tag{5.4}$$

Время $t_{max}$, при котором получается максимальное смещение, получим из (5.4) приравнивая нулю первую производную $x$:

$$tg\,p(t_{max} - t_т) = -\frac{p}{\omega}\sqrt{\frac{(\ddot{x}_1)^2}{(\ddot{x}_1 + \omega^2 x_1)^2} - 1}\cdot \tag{5.5}$$

Максимальное смещение определится по формуле (5.4), если вместо $t$ подставим найденное значение $t_{max}$ из (5.5):

$$x_{max} = -\frac{1}{p^2}\left[\lambda\omega^2 x_т + \ddot{x}_1 + \sqrt{(1-\lambda)(\ddot{x}_1)^2 + \lambda(\ddot{x}_1 + \omega^2 x_т)^2}\right]\cdot \tag{5.6}$$

В зоне разгрузки уравнение движения (1.4) запишется следующим образом:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = \omega^2\lambda(x_{max} - x_т) - \ddot{x}_1.$$

Решение этого уравнения с условиями сопряжения на границе участков 1—2 и 2—3 (рис. 1), т. е. при $t = t_{max}$, $x = x_{max}$, $x' = 0$, имеет вид:

$$x = \lambda(x_{max} - x_т) - \frac{\ddot{x}_1}{\omega^2} + \left[x_{max} + \frac{\ddot{x}_1}{\omega^2} - \lambda(x_{max} - x_т)\right]\cos\omega(t - t_{max}). \tag{5.7}$$

Таким образом получается колебание по отношению к новому началу отсчета, находящегося в нетоторой точке в участке 2—3 (рис. 1) с амплитудой $x_{max} - \lambda (x_{max} - x_т) + \frac{x_1''}{\omega^2}$.

Из (5.7) видно, что движение не доходит до точки 3, а останавливается в некоторой точке участка 2—3 с абсциссой

$$\lambda (x_{max} - x_т) - \frac{x_1''}{\omega^2}.$$

Как частный случай, можно из вышеупомянутых формул получить решение задачи колебания системы с одной степенью свободы под действием внезапного нагружения для идеализированной пластической диаграммы (рис. 2).

Так, например, в участке 1—2 (рис. 2), закон изменения смещения получим, если в (5.4) разложим в ряд $\sin p (t - t_т)$ и $\cos p (t - t_т)$ и положим $\lambda = 1 \; (p = 0)$:

$$x = x_т + x_т' (t - t_т) - (x_1'' + \omega^2 x_т) \frac{(t - t_т)^2}{2}. \tag{5.4'}$$

Время максимального смещения определится из (5.5) по формуле

$$t_{max} = t_т + \frac{x_т'}{x_1'' + \omega^2 x_т}. \tag{5.5'}$$

Максимальное смещение в силу (5.4′) и (5.5′) будет равно:

$$x_{max} = x_т + \frac{(x_т')^2}{2 (x_1'' + \omega^2 x_т)}. \tag{5.6'}$$

Второй член правой части этого равенства представляет величину максимального остаточного смещения:

$$x_п = \frac{(x_т')^2}{2 (x_1'' + \omega^2 x_т)},$$

и, если $x_1'' = \omega^2 x_т$, то $x_п = \infty$ (знак смещения при внезапном нагружении всегда отрицательный).

Следовательно, когда $x_т = x_{st}$, имеют место бесконечно большие пластические деформации и зона разгрузки отсутствует.

Если $\frac{x_т}{2} < x_{st} < x_т$ имеет место конечное пластическое состояние, с зоной разгрузки (рис. 2).

Сравним результаты решений, полученных при учете упруго-пластических деформаций с результатами упругих решений.

Если предполагать, что колебание системы является чисто упругим, то закон изменения смещения при сейсмическом ударе определяется по формуле (4.1).

Поэтому максимальная поперечная (сейсмическая) сила определится по формуле

$$Q_{\text{упр}} = m\omega x_0^{'}. \tag{5.8}$$

Если деформированное состояние определяется диаграммой, показанной на рис. 1, то смещение найдется по формуле (4.4).

На основании (4.4) можно доказать, что сейсмическая сила получит свое максимальное значение в момент максимального смещения. Время этого момента определяется формулой (4.5).

Следовательно, максимальная поперечная сила будет:

$$Q_{\text{п}} = m\omega x_0^{'} \sqrt{1 - \lambda \left[1 - \frac{x_{\text{т}}^2 \omega^2}{(x_0^{'})^2}\right]}. \tag{5.9}$$

На основании (5.8) и (5.9), получим:

$$\frac{Q_{\text{упр}}}{Q_{\text{п}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda \left[1 - \left(\frac{x_{\text{т}}\omega}{x_0^{'}}\right)^2\right]}}. \tag{5.10}$$

Итак, максимальная поперечная сила с учетом пластических деформаций $Q_{\text{п}}$ меньше $Q_{\text{упр}}$ на величину

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \lambda \left[1 - \left(\frac{x_{\text{т}}\omega}{x_0^{'}}\right)^2\right]}}.$$

Из (5.10) можно получить отношение $Q_{\text{п}}$ и $Q_{\text{упр}}$ для системы характеризуемой диаграммой, показанной на рис. 2.

$$Q_{\text{упр}} = \frac{x_0^{'}}{\omega x_{\text{т}}} Q_{\text{п}}. \tag{5.11}$$

При упругих колебаниях, в случае, когда система находится под действием внезапного нагружения (сейсмического толчка), максимальная поперечная сила, в силу (5.1), будет равна:

$$Q_{\text{упр}} = 2m x_1^{''}. \tag{5.12}$$

Если система характеризуется диаграммой, показанной на рис. 1, то имеет место уравнение (5.4), в силу которого максимальная поперечная сила с учетом пластических деформаций определится по формуле:

$$Q_{\text{п}} = m x_1^{''} \left[1 + \sqrt{1 - \lambda + \lambda \left(1 + \frac{\omega^2 x_{\text{т}}}{x_1^{''}}\right)^2}\right]. \tag{5.13}$$

Из (5.12) и (5.13), получим;

$$\frac{Q_{\text{упр}}}{Q_{\text{п}}} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \lambda + \lambda \left(1 + \frac{\omega^2 x_{\text{т}}}{x_1^{''}}\right)^2}}. \tag{5.14}$$

Если предположим, что система характеризуется диаграммой, показанной на рис. 2, получим:

$$\frac{Q_{\text{упр}}}{Q_{\text{п}}} = \frac{2x_1^{\cdot\cdot}}{\omega^2 x_{\text{т}}}. \tag{5.15}$$

Из (5.14) и (5.15) следует, что всегда $Q_{\text{упр}} > Q_{\text{п}}$.

Рассмотрим массивный фундамент с размерами подошвы в плане $F = 9 \times 5 = 45$ *м*²; примем удельное статическое давление, передаваемое на основание $q = 0{,}6$ *кг/см*². Тогда вес массива будет равен 270 *т*.

Принимая коэффициент трения $tg\varphi = 0{,}6$, для максимального упруго касательного напряжения, получим следующее:

$$\tau_{\text{т}} = qtg\varphi = 0{,}36 \text{ кг/см}^2.$$

Предположим, что массив опирается на грунт средней жесткости, для которого коэффициент равномерного сдвига $c_x$, вычисленный по формуле, приведенной в книге [3], равен 3,4 *кг/см*³.

Полная горизонтальная сила в основании будет:

$$H = Fc_x \cdot x \text{ и } \tau = xc_x,$$

поэтому максимальное упругое смещение $x_{\text{т}} = \dfrac{\tau_{\text{т}}}{c_x}$.

Частота колебаний $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{gc_x}{q}} = 74{,}6 \dfrac{1}{\text{сек}}$.

Так как диаграмма напряжение-перемещение для грунта близка к идеальной диаграмме (рис. 2), то данный пример приводится лишь для количественной оценки полученных результатов.

В случае действия мгновенного импульса, величина скорости $x_0^{\cdot}$, взята 1,5 раза больше той скорости, при которой получается максимальное упругое смещение, т. е. $x_0^{\cdot} = 1{,}5\,\omega x_{\text{т}} = 11{,}84$ *см/сек*, а при действии внезапного нагружения

$$x^{\cdot\cdot} = 1{,}5\,\frac{x_{\text{т}}\omega^2}{2} = 442 \text{ см/сек}^2.$$

Результаты вычислений приведены в табл. 1.

*Таблица 1*

| $\psi = 1 - \lambda$ | Случай действия мгновенного импульса | | | | Случай внезапного нагружения | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $x_{max}$ в *см* | $t_{max}$ в *сек* | $\frac{Q_{\text{упр}}}{Q_{\text{п}}}$ | $\frac{x_{\text{упр}}}{x_{max}}$ | $-x_{max}$ в *см* | $t_{max}$ в *сек* | $\frac{Q_{\text{упр}}}{Q_{\text{п}}}$ | $\frac{x_{\text{упр}}}{x_{max}}$ |
| 0 | 0,17208 | 0,02479 | 1,500 | 0,923 | 0,21261 | 0,06377 | 1,500 | 0,752 |
| 0,01 | 0,17187 | 0,02475 | 1,491 | 0,924 | 0,21054 | 0,06278 | 1,487 | 0,760 |
| 0,1 | 0,17013 | 0,02421 | 1,414 | 0,934 | 0,19601 | 0,05668 | 1,383 | 0,816 |

Значения максимальных смещений без учета пластических деформаций приняты равными:

при мгновенном импульсе

$$x_{\text{упр}} = \frac{\dot{x}_0}{\omega} = 0{,}15882\ \text{см};$$

при внезапном нагружении

$$x_{\text{упр}} = -2\frac{\dot{x}_1}{\omega^2} = -0{,}15992\ \text{см}.$$

Анализ приведенных результатов показывает, что при учете пластических деформаций поперечная (сейсмическая) сила получается значительно меньшей по сравнению с силой, вычисленной по упругому методу.

Таким образом упруго-пластический расчет позволяет выявить скрытые запасы прочности.

Отметим, что здесь становится существенным вопрос об ограничении максимальной остаточной деформации и он должен явиться предметом специального исследования.

Приношу свою благодарность проф. А. Г. Назарову, под руководством которого выполнена настоящая работа.

Институт стройматериалов и сооружений
Министерства строительства Армянской ССР

Поступило 2 X 58

Ս. Ս. ԴԱՐԲԻՆՅԱՆ

## ԱԶԱՏՈՒԹՅԱՆ ՄԵԿ ԱՍՏԻՃԱՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ՍԻՍՏԵՄԻ ՏԱՏԱՆՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՄԱՍԻՆ՝ ԱՌԱՁԳԱ-ՊԼԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

### Ամփոփում

*Հոդվածում ուսումնասիրվում են ազատության մեկ աստիճան ունեցող սիստեմի սահքի տատանումները առաձգա-պլաստիկական դեֆորմացիաների հաշվառումով, որոնք կիրառելի են սեյսմակայունության հարցերում։*

*Լարումների և դեֆորմացիաների միջև եղած կապը ընդունվում է ըստ նկ. 1 պատկերված դիագրամայի։*

*Շարժման դիֆերենցիալ (1.1) հավասարման ինտեգրումը իրականացվում է շարժման տարբեր էտապների համար առանձին-առանձին, տեղափոխումների և արագությունների անխզելիության պայմանների օգտագործումով։*

*Խնդրի լուծումը հասցված է մինչև վերջ, երբ սիստեմի վրա ազդում են հարմոնիկ ուժ, սեյսմիկ հարված և սեյսմիկ հրում։*

*Ստացված են մնայուն դեֆորմացիաների մաքսիմում արժեքները այդ դեպքերի համար։*

Որպես մասնավոր դեպք ստացված է այնպիսի սիստեմի տատանումների խնդրի լուծումը, որի լարումների և դեֆորմացիաների միջև եղած կապը բնութագրվում է ըստ նկ. 2 պատկերված օրենքի։

Սեյսմիկ հարվածի և հրման դեպքերում ստացված են կտրող ուժերի մաքսիմում արժեքները, որոնք այնուհետև համեմատության մեջ են դրված այդ ուժերի այն արժեքների հետ, որոնք ստացվում են միայն առաձգական դեֆորմացիաների հաշվառումով։

Հաշվումները ցույց են տալիս, որ ազատության մեկ աստիճան ունեցող սիստեմի սահքի տատանումների ուսումնասիրման ժամանակ, պլաստիկ դեֆորմացիաների հաշվառման դեպքում, ստացվում է կտրող (սեյսմիկ) ուժի մեծության զգալի փոքրացում։

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Назаров А. Г.* Сейсмические толчки и удары и их действие на сооружения. Тр. бюро антисейсмического строительства Грузинской ССР, 1945.
2. *Рабинович И. М.* К динамическому расчету сооружений за пределом упругости, сб. ст. „Исследование по динамике сооружений“, Стройиздат, 1947.
3. *Савинов О. А.* Фундаменты под машины, М.—Л., 1955.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա   XII, № 1, 1959   Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

М. С. ПОХСРАРЯН

# ЗАТУХАНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ В ПРЯМОЛИНЕЙНОМ КАНАЛЕ*

Изучением возникновения и развития поперечной циркуляции на криволинейных участках водовода и во входной части отводящего канала при делении потока занимались многие исследователи. Опыты показали, что на некотором определенном расстоянии ниже поворота, поперечные скорости становятся настолько малыми, что практически можно считать поток параллельно-струйным. М. В. Потапов [1], исходя из условия потерь энергии на трение, получил формулу затухания средней квадратичной скорости циркуляции по длине канала. Подобная формула, но с другим декрементом затухания была получена А. К. Ананяном [2].

Первая попытка решения затронутого вопроса с целью получения закона затухания отдельных поперечных скоростей была сделана В. М. Маккавеевым [3], который рассматривал движение жидкости в широком водоводе, пренебрегая при этом вертикальной составляющей скорости. В случае, когда гидравлические элементы претерпевают сильные изменения по ширине, применить решение Маккавеева не представляется возможным.

Настоящая работа посвящена отысканию закона затухания поперечных скоростей на участках, где отсутствуют факторы, вызвавшие циркуляцию, а циркуляция в первоначальном створе, непосредственно за поворотом, считается заданной. При этом принимается, что глубина соизмерима с шириной потока и, следовательно, задача решается при наличии вертикальных компонентов скоростей. Исходными являются следующие уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости и уравнение неразрывности, в которых коэффициент турбулентного перемешивания принят постоянным:

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{A_0}{\rho} \Delta^2 u_x$$

$$u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{A_0}{\rho} \Delta^2 u_y$$

* В сокращенном виде работа опубликована в ДАН СССР, т. 119, № 2, 1958.

$$u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{A_0}{\rho} \Delta^2 u_z \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 .$$

В уравнениях (1) начало координатной системы лежит на свободной поверхности потока, ось $x$ направлена вдоль течения, ось $y$ направлена поперек потока, ось $z$ направлена вертикально вниз, $u_x$, $u_y$, $u_z$ — составляющие скорости по соответствующим осям.

Предполагая, что продольные скорости остаются постоянными, а распределение давления подчиняется гидростатическому закону, и вводя функцию тока, из уравнения неразрывности получим: $u_y = \frac{\partial F}{\partial z}$ и $u_z = -\frac{\partial F}{\partial y}$. Так как величины поперечных скоростей малы по сравнению с продольными скоростями, а изменения их по осям имеют одинаковый порядок, можно, в первом приближении, отбросить нелинейные члены в системе (1).

Тогда для определения $u_y$ и $u_z$ получим выражения:

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial \xi^2} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u_y}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial \zeta^2} - b \frac{\partial u_y}{\partial \xi} = 0; \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial \xi^2} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial \zeta^2} - b \frac{\partial u_z}{\partial \xi} = 0, \tag{3}$$

где

$$\xi = \frac{x}{H}, \quad \eta = \frac{y}{B}, \quad \zeta = \frac{z}{H}, \quad a = \frac{B}{H}, \quad b = \frac{u_0 \rho H}{A_0} \tag{4}$$

$B$ — ширина прямоугольного канала,
$H$ — глубина наполнения канала.

Решение линейных уравнений в частных производных второго порядка (2) или (3) производим методом разделения переменных. Решение ищется в виде:

$$u_y = \sum_{i=1}^{\infty} X_i (\xi) \; Y_i (\eta) \; Z_i (\zeta). \tag{5}$$

Подставляя это решение в уравнение (2) и учитывая линейный характер его и граничных условий, можно для любого индекса написать самостоятельное дифференциальное уравнение:

$$X''YZ + \frac{1}{a^2} XY''Z + XYZ'' - bX'YZ = 0$$

или

$$-\frac{X'' - bX'}{X} = \frac{1}{a^2} \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} . \tag{6}$$

Так как левая часть не зависит от $\eta$ и $\zeta$, а правая от $\xi$, то каждая из этих частей равна постоянной величине. Обозначая последнюю через $-k_i^2$ получим для $X(\xi)$ обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$X'' - bX' - k_i^2 X = 0.$$

Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$X(\xi) = A_{ij}\, exp\left[\left(\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + k_i^2}\right)\xi\right] + B_{ij}\, exp\left[-\left(-\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + k_i^2}\right)\xi\right], \tag{7}$$

где $A_{ij}$ и $B_{ij}$ — постоянные интегрирования.

Для определения функций $Y$ и $Z$ обратимся к уравнению (6), которое после определения $X = X(\xi)$ можно представить в виде:

$$\frac{1}{a^2}\frac{Y''}{Y} + k_i^2 = -\frac{Z''}{Z}.$$

Так как левая часть уравнения не зависит от $\zeta$, а правая от $\eta$, то каждую из этих частей приравняем новой постоянной $n_j^2$. Тогда получим следующие дифференциальные уравнения;

$$Y'' + a^2\,(k_i^2 - n_j^2)\;Y = 0,\quad Z'' + n_j^2 Z = 0,$$

интегралы которых будут:

$$Y(\eta) = D_{ij}\,(C_{ij}\cos a\sqrt{k_i^2 - n_j^2}\,\eta + \sin a\sqrt{k_i^2 - n_j^2}\,\eta), \tag{8}$$

$$Z(\zeta) = E_j(\cos n_j\zeta + F_j \sin n_j\zeta). \tag{9}$$

Произведение уравнений (8) и (9) дает искомое решение, а именно:

$$u_y = \sum_i\sum_j\left\{A_{ij} exp\left[\left(\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + k_i^2}\right)\xi\right] + B_{ij}\, exp\left[-\left(\frac{-b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + k_i^2}\right)\xi\right]\right\} \times (C_{ij}\cos a\sqrt{k_i^2 - n_j^2}\,\eta + \sin a\sqrt{k_i^2 - n_j^2}\,\eta)(\cos n_j\zeta + F_j \sin n_j\zeta). \tag{10}$$

Далее, с помощью изложенного метода легко определить значение вертикальной составляющей скорости:

$$u_z = \sum_i\sum_j\left\{L_{ij} exp\left[\left(\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + k_i^2}\right)\xi\right] + M_{ij}\, exp\left[-\left(-\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + k_j^2}\right)\xi\right]\right\} \times (\cos a\sqrt{k_i^2 - n_j^2}\,\eta + N_{ij}\sin a\sqrt{k_i^2 - n_j^2}\,\eta)(k_j\cos n_j\zeta + \sin n_j\zeta). \tag{11}$$

Граничные условия для определения произвольных постоянных, входящих в (10), находим в предположении непроницаемости боковых стенок прямоугольного канала

$$u_y\Big|_{\substack{\eta=0\\ \eta=1}}=0\ ,$$

что приводится к

$$C_{ij}=0 \tag{12}$$

$$k_i=\sqrt{\frac{m^2\pi^2}{a^2}+n_j^2}\quad (m=1,2......); \tag{13}$$

а также в предположении равенства нулю касательных напряжений на дне и на свободной поверхности потока:

$$\frac{\partial u_y}{\partial\zeta}\Big|_{\substack{\zeta=0\\ \zeta=1}}=0\,.$$

Последние равенства равносильны тому, что кривые распределения $u_y$ приближаются ко дну и к свободной поверхности потока под прямым углом, что подтверждается экспериментальными данными многих авторов.

Из этих условий определяются:

$$F_j=0, \tag{13}$$

$$n_j=n\pi \quad (n=1,2\cdots) \tag{14}$$

Для вертикального компонента скорости, исходя из условия непроницаемости дна и свободной поверхности потока, а также равенства нулю касательных напряжений на боковых стенках, получим:

$$N_{ij}=0, \tag{15}$$

$$n_j=n\pi\,(n=1,\ 2\cdots), \tag{16}$$

$$K_j=0, \tag{17}$$

$$k_j=\sqrt{\frac{m^2\pi^2}{a^2}+\pi^2n^2}\ . \tag{18}$$

Далее, какова бы не была циркуляция на прямолинейном участке, она на сравнительно большой длине должна совершенно исчезнуть. Это условие приводит к равенству нулю коэффициентов $A_{ij}$ и $L_{ij}$

Коэффициенты $B_{ij}$ и $M_{ij}$ определяются из условий, что распределение поперечных скоростей в первоначальном створе прямолинейного участка задано. Найденные значения произвольных постоянных (12)—(18) позволяют однозначно определить величины поперечных скоростей:

$$u_y=\sum_m\sum_n B_{mn}\,exp\left(-\delta_{mn}\frac{x}{H}\right)\sin\frac{m\pi y}{B}\cos\frac{n\pi z}{H} \tag{19}$$

$$u_z = \sum_m \sum_n M_{mn} \, exp\left(-\delta_{mn}\frac{x}{H}\right)\cos\frac{m\pi y}{B}\sin\frac{n\pi z}{H} \tag{20}$$

Пользуясь для коэффициента турбулентной вязкости формулой А. В. Караушева [4], получим декремент затухания в виде:

$$\delta_{mn} = -\frac{MC}{2g} + \sqrt{\left(\frac{MC}{2g}\right)^2 + \pi^2\left[\left(\frac{H}{B}\right)^2 m^2 + n^2\right]}, \tag{21}$$

где $C$ — коэффициент Шези, $M$ — эмпирический коэффициент, который по Базену меняется в пределах от 40 до 48, по Буссинеску равен 44,6, а по Караушеву меняется в зависимости от коэффициента Шези. В. М. Маккавеев рекомендует $M$ принимать по Буссинеску.

Полученный результат сравниваем с экспериментальными данными М. Ю. Вагабова [5]. Во входной части прямолинейного зеркального лотка, с помощью поверхностных и донных направляющих систем, Вагабовым создана поперечная циркуляция, и на разных расстояниях от направляющей системы измерены компоненты скоростей. Так, например, в опыте № 17, где створ был расположен на расстоянии 1,2 *м* от направляющей системы, измерены компоненты скоростей в 30 различных точках. Ниже на расстоянии 3 *м* в тех же точках снова измерены компоненты скоростей (опыт № 18). Принимая циркуляцию в опыте № 17 заданной, определим коэффициенты $B_{mn}$. Согласно экспериментальных данных требуем, чтобы в точках № 11, 20, 23 и 24 горизонтальная поперечная скорость была бы равна соответственно 3,9; 3,31; 2,06 и 2,15 *см/сек*. В силу (19) получим алгебраическую систему уравнений, в которой число неизвестных соответствует числу уравнений. Решая систему уравнений, получим:

$$B_{11} = -9{,}28; \; B_{12} = 1{,}82; \; B_{13} = 0{,}50; \; B_{21} = 0{,}43.$$

Принимая эти значения коэффициентов, на основании формулы (19), получим расчетную формулу для $u_y$ в первоначальном створе $x = 0$ (опыт № 17):

$$u_y = -9{,}28\sin\frac{\pi y}{B}\cos\frac{\pi z}{H} - 1{,}82\sin\frac{\pi y}{B}\cos\frac{2\pi z}{H} - 0{,}5\sin\frac{\pi y}{B}\cos\frac{3\pi z}{H} +$$

$$+ 0{,}432\sin\frac{2\pi y}{B}\cos\frac{\pi z}{H}. \tag{23}$$

На рис. 1 сплошными линиями показано распределение $u_y$ на разных вертикалях, для которых имеются экспериментальные значения $u_y$ (кружки). Сопоставление показало, что средняя квадратичная скорость $\overline{u}_y = 4{,}62$ в эксперименте отличается от расчетной $\overline{u}_y = 4{,}18$ всего на $10\%$.

Для того, чтобы определить распределение $u_y$ в нижележащем сечении необходимо в формулу (23) ввести соответствующие экспоненциальные множители. Они, как видно из декремента затухания (21), зависят от коэффициента шероховатости ($C = 60$), от отношения глубины к ширине $\left(\frac{H}{B}=0{,}6\right)$ и, наконец, от относительной длины $\left(\frac{x}{H}=10\right)$.

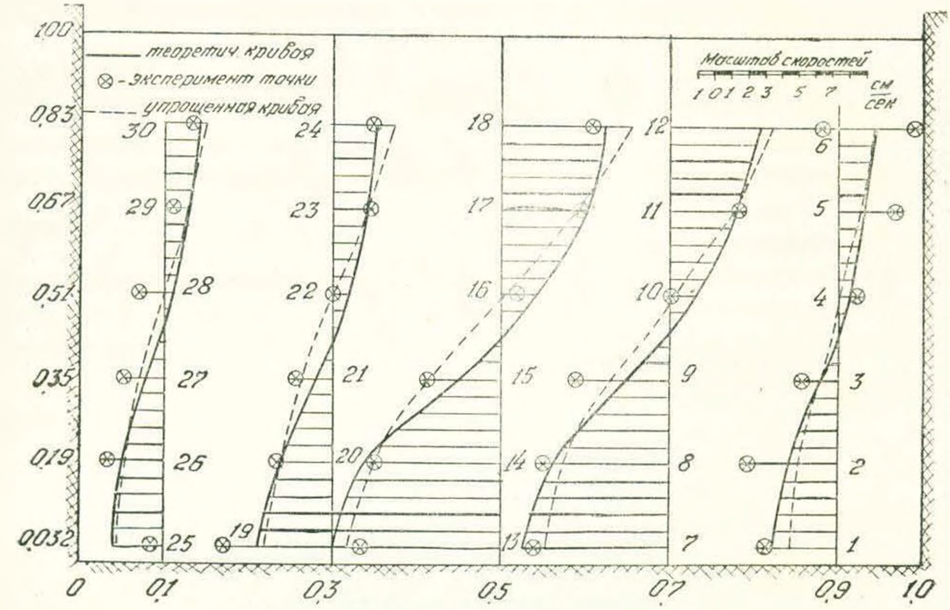


Рис. 1. Сопоставление кривых затухания циркуляции с экспериментальными данными М. Ю. Вагабова (опыт № 17).

Определив числовые значения $\delta_{mn}$ при разных $m$ и $n$, вводя эти значения в уравнение (23), получим расчетную формулу для нижнего створа в виде:

$$u_y = -5{,}68 \sin\frac{\pi y}{B}\cos\frac{\pi z}{H} - 0{,}379 \sin\frac{\pi y}{B}\cos\frac{2\pi z}{H} - 0{,}017 \sin\frac{\pi y}{B}\cos\frac{3\pi z}{H} +$$

$$+0{,}178 \sin\frac{2\pi y}{B}\cos\frac{\pi z}{H}. \qquad (24)$$

На рис. 2 сопоставляются значения $u_y$, полученные Вагабовым экспериментальным путем (опыт № 18) и рассчитанные по формуле (24). В нескольких точках наблюдается резкое расхождение. Однако средне-квадратичное отклонение по всему сечению не превышает 20%.

В случае, когда в формулах (23) и (24) ограничиваются только первыми членами ряда, подсчеты дают почти одинаковые с опытами результаты. Эти данные нанесены на рис. 1 и 2 пунктирными линиями. Последнее обстоятельство нам дает возможность при переходе от отдельных компонентов к средней квадратичной скорости циркуляции ограничиваться только первыми членами рядов (19) и (20). Благодаря этому затухание средней квадратичной скорости циркуляции может быть выражено формулой:

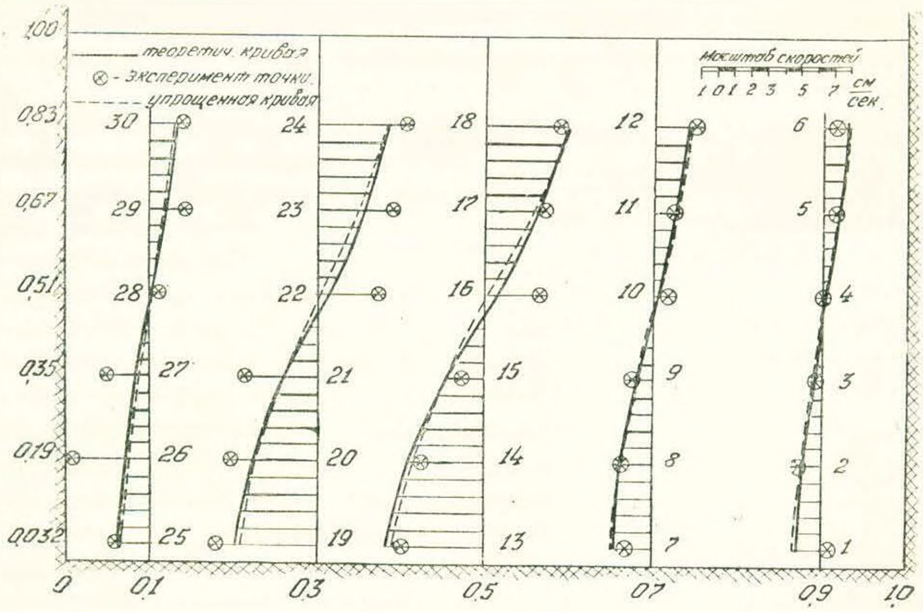


Рис. 2. Сопоставление кривых затухания циркуляции с экспериментальными данными М. Ю. Вагабова (опыт № 18)-

$$\bar{u}_c = \bar{u}_0 exp\left(-\delta_{11}\cdot\frac{x}{H}\right) \qquad (25)$$

где $\delta_{11}$ — получается из (21) при $m = n = 1$, а скорость $\bar{u}_0 = \bar{u}_c$ (при $x = 0$) считается заданной.

Полученные выражения (2¹)—(25) показывают, что закон затухания циркуляции в определенной мере зависит от геометрических размеров и шероховатости канала. На рис. 3 и 4 приведены кривые затухания средней квадратичной скорости циркуляции при разных

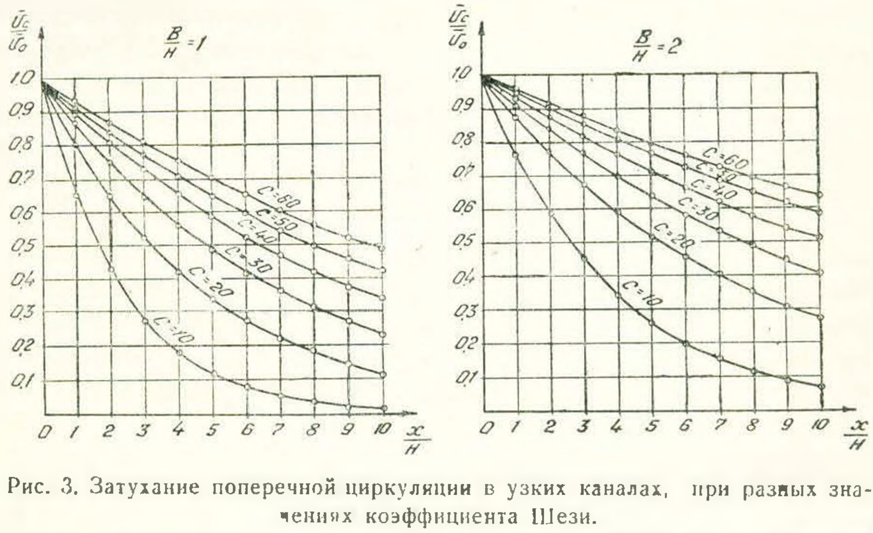


Рис. 3. Затухание поперечной циркуляции в узких каналах, при разных значениях коэффициента Шези.

отношениях ширины водотока к глубине и при различных значениях коэффициента Шези. Анализ этих кривых показывает, что при любых отношениях циркуляция затухает более интенсивно в шероховатых каналах и при одной и той же шерховатости циркуляция затухает интенсивнее в узких каналах.

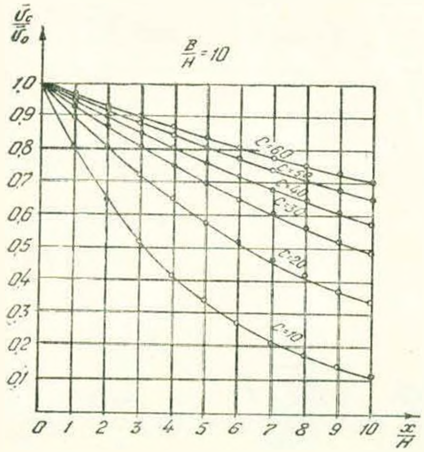


Рис. 4. Затухание поперечной циркуляции в широком канале, при разных значениях коэффициента Шези.

Опираясь на полученные результаты проведено сопоставление как поперечных скоростей, так и средней квадратичной скорости циркуляции, с имеющимися экспериментальными данными Потапова (6), Вагабова (5), Большакова (7), а также с опытными данными автора, проведенными в Водно-энергетическом институте АН Армянской ССР. В частности Большаковым, на протяжении 160 *см* рабочего участка опытного лотка, через каждые 20 *см*, дается величина энергии поперечной циркуляции. Ширина лотка в этом опыте была равна 40 *см*, глубина наполнения—12 *см*, а коэффициент Шези—40. На рис. 5 для иллюстрации проведено сравнение кривой падения энергии поперечной циркуляции:

$$\bar{h}_c = \bar{h}_0 \, exp \left( -2\,\delta_{11} \frac{x}{H} \right) \tag{26}$$

с данными Большакова для разных значений средней скорости. На оси абсцисс отложена длина канала, на оси ординат—энергия циркуляции в безразмерных величинах.


Рис. 5. Падение энергии поперечной циркуляции. Пунктирной линией показаны результаты опыта; сплошной линией — теоретические результаты по формулам автора.

Сравнение показывает, что отклонения всегда находились в допустимых пределах.

Водно-энергетический институт Академии наук
Армянской ССР

Поступило 26 IV 58

Մ. Ա. ՓՈԽՍՐԱՐՅԱՆ

## ԸՆԴԼԱՅՆԱԿԱՆ ՑԻՐԿՈՒԼՅԱՑԻԱՅԻ ՄԱՐՈՒՄԸ ՈՒՂՂԱԳԻԾ ՋՐԱՆՑՔՈՒՄ

### Ամփոփում

*Բնական ընդլայնական ցիրկուլյացիան, որն առաջանում է հունի կորագիծ մասերում, աստիճանաբար մարվում է ուղղաձիգ հունի երկարությամբ: Ոլորանից հետո, մի որոշ հեռավորության վրա արագության ընդլայնական բաղադրիչները դառնում են այնքան փոքր (երկայնական արագության համեմատությամբ), որ կարելի է նրանց լրիվ արհամարհել: Այս առթիվ հոդվածում դիտվում է արագությունների ընդլայնական բաղադրիչների մարման հարցը ջրատարի այն մասում, որտեղ բացակայում են ցիրկուլյացիա առաջացնող ամեն տեսակ գործոնները: Իսկ ցիրկուլյացիան (ընդլայնական բաղադրիչների բաշխումը) ոլորանից հետո, ուղղագիծ մասի սկզբնական կտրվածքում համարվում է տրված:*

*Հիմք են ընդունված մածուցիկ անսեղմելի հեղուկի շարժման և անխզելիության հավասարումները, տուրբուլենտ տեղափոխման գործակցի հաստատուն լինելու դեպքում: Ընդունվում է, որ երկայնական արագությունները մնում են անփոփոխ, իսկ ճնշումը ենթարկվում է հիդրոստատիկ օրենքին: Այնուհետև շարժման հավասարումների սիստեմից առաջին մոտավորությամբ դեն դցելով ոչ գծային անդամները, խնդիրը բերվում է (2) և (3) հավասարումների լուծմանը: Վերջին հավասարումների ինտեգրումը կատարվում է երկրորդ կարգի մասնակի ածանցյալներով գծային դիֆերենցիալ հավասարումների համար փոփոխականների անջատման մեթոդով: Արագության ընդլայնական բաղադրիչների համար ստացված (10) և (11) արտահայտություններից յուրաքանչյուրն իր մեջ պարունակում է ինտեգրման 6 հաստատուններ, որոնք պետք է որոշվեն եզրային պայմաններից: Դրանցից առաջինը համարվում է ցիրկուլյացիայի նախօրոք հայտնի լինելը ուղղաձիգ մասի սկզբնական կտրվածքում: Ապա ընդունված են պատերի անանցանելիությունը և շոշափող լարվածությունների բացակայությունը նրանց վրա: Եվ վերջապես, ինչպիսին էլ լինեն ցիրկուլյացիոն բաղադրիչները, ուղղագիծ ջրատարի բավական մեծ հեռավորության վրա նրանք պետք է լրիվ մարվեն: Այս պայմանները թույլ են տալիս միարժեք կերպով որոշելու (19) և (20) ընդլայնական արագությունները: Կազմված են նաև ցիրկուլյացիայի միջին քառակուսային արագության, նրա էներգիայի մարման (25) և (26) հավասարումները: Նկ. 3 և 4 բերված են ցիրկուլյացիայի միջին քառակուսային արագության մարման դիագրամները՝ կախված հունի երկրաչափական մեծություններից և խորդուբորդության հայտանիշից: Ստացված է, որ միևնույն չափեր ունեցող ջրատարներում ցիրկուլյացիան ավելի արագ է մարում այնտեղ, որտեղ ավելի մեծ է պատերի խորդուբորդությունը, և միևնույն խորդուբորդություն ունեցող ջրանցքներում ցիրկուլյացիան արագ է մարում համեմատաբար նեղ ջրատարներում:*

*Ցիրկուլյացիայի հորիզոնական-ընդլայնական արագության համար ստացված օրենքը նկ. 1 և 2 համեմատված է Վոզարովի կողմից ստացված փորձնական տվյալների հետ: Իսկ նկ. 5 բերված է ցիրկուլյացիայի մարման արտա-*

հայտության համեմատությունը Բոլշակովի տվյալների հետ։ Համեմատություններ են կատարված նաև այլ տվյալների հետ, որոնց ժամանակ ստացված շեղումը նույնպես գտնվել է թույլատրելի սահմաններում։

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Потапов М. В.* Винтовое движение жидкости в прямом открытом канале прямоугольного сечения. Сб. тр. под ред. М. В. Потапова, Сельхозгиз, М., 1936.
2. *Ананян А. К.* Поперечная циркуляция при изгибе турбулентного потока. Ереван, 1952.
3. *Маккавеев В. М.* Поперечные течения в призматическом русле и их возбуждение. Тр. ГГИ 2 (56), 1947.
4. *Караушев А. В.* Гидравлика рек и водохранилищ. Изд. „Речной транспорт".Л., 1955.
5. *Вагабов М. Ю.* Гидравлические исследования винтового потока в открытом канале прямоугольного сечения. Сб. тр. под ред. М. П. Потапова, Сельхозгиз, 1936.
6. *Потапов М. В.* Метод поперечной циркуляции и его применение в гидротехнике. Изд. АН СССР, М.,—Л., 1947.
7. *Большаков М. В.* Поперечная циркуляция в потоке сжатого сечения. Тр. ВНИИГ и М-а, т. 30, 1950.
8. *Шаумян В. А.* Научные основы орошения и оросительных сооружений. Сельхозгиз, 1948.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XII, № 1, 1959 Серия технических наук

## ПРИКЛАДНАЯ МЕТЕОРОЛОГИЯ

М. П. ТИМОФЕЕВ

# О МЕТОДИКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВЛЯЮЩИХ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА ОЗЕРА СЕВАН

Уравнение теплового баланса для деятельного слоя водоема можно записать в следующем виде:

$$R = LE + P + B, \tag{1}$$

где: $R = S(1-A) - (E_n - E_a)$ — радиационный баланс,

$LE$ — затраты тепла, связанные с процессом испарения с водной поверхности,

$B = c'\rho' \int\limits_0^H \frac{\partial T}{\partial t} dz$ — изменение теплосодержания воды,

$c'\rho'$ — объемная теплоемкость воды,

$P$ — величина теплообмена между водой и атмосферой.

Для определения всех составляющих теплового баланса необходимо знание трех величин уравнения (1). Величина $R$ характеризует энергетическую сторону гидрометеорологических процессов, в то время как тепловой режим водной массы описывается значением $B$.

Остановимся, прежде всего, на способах определения величины испарения. С принципиальной стороны существующие способы определения испарения с водной поверхности могут быть отнесены к методу теплового баланса, к методу турбулентной диффузии и к методу испарителей.

Первый и второй методы мы рассмотрим ниже, а сейчас кратко охарактеризуем третий метод.

Испарители (наземные и пловучие) употребляются для определения величины испарения с поверхности водоема на основании данных о величине испарения с поверхности испарителя. В этом случае необходимы данные о величинах *тн.* редукционных множителей, определение которых во многих случаях связано с такими же трудностями, как и определение истинной величины испарения.

Второе направление использования испарителей — установление зависимости величины испарения от метеорологических факторов. Таким путем обосновываются эмпирические формулы для расчета величины испарения. Как уже отмечено [7], это направление использования испарителей не всегда позволяет получать универсальные зависимости.

В дополнение к уже известным фактам, следует обратить внимание на следующие обстоятельства.

Как показывает опыт, с помощью испарителей не всегда возможно установить истинную зависимость испарения от некоторых факторов. Например, влияние размеров водной поверхности на процесс испарения по опытам с испарителями, по-видимому не всегда правильно отражает природные условия. Некоторые исследователи [3] считают, что показания наземных испарителей площадью 20 $м^2$ или несколько более (глубиной 1,5—2 *м*) характеризуют условия испарения с небольших водоемов (площадью 100 *га* и глубиною 5—6 *м*). Рассмотрим уравнение теплового баланса для испарительного бассейна:

$$R_Б = LE_Б + B_Б + P_Б. \qquad (2)$$

Для того, чтобы величина $E_Б$ равнялась испарению с водоема, необходимо выполнение условия:

$$L\Delta E = L\,(E - E_Б) = (R - R_Б) + (P_Б - P) + (B_Б - B) =$$
$$= \Delta R + \Delta P + \Delta B = 0. \qquad (3)$$

Совершенно очевидно, что только в исключительных случаях возможно равенство $\Delta E = 0$.

Рассмотрим более подробно величину $L\Delta E$.

Легко показать, что для $L\Delta E$ можно получить следующее более подробное выражение:

$$L\Delta E = S\,(A' - A) + \alpha\,(T_n' - T_n) + \Delta B, \qquad (4)$$

где:

$S$ — суммарная радиация, принимаемая одинаковой для бассейна и водоема,

$A'$ — альбедо испарительного бассейна,

$A$ — „ водоема,

$$\alpha = 4\sigma T_0^3 + c_p\rho.$$

$T_n'$, $T_n$ — температуры поверхности воды в бассейне и водоеме.

Если рассматривать величину испарения для длительных периодов (например летний сезон), то величина $\Delta B \approx 0$, и тогда

$$L\Delta E = S\,(A' - A) + \alpha\,(T_n' - T_n). \qquad (5)$$

Формулы (4) и (5) показывают, что значение $\Delta E$ зависит как от условий погоды, так и от географических условий. Таким образом, даже для небольших водоемов в силу соотношений (4), (5), показания испарительного бассейна не всегда характеризуют условия испарения водоема.

Следует отметить, что на основании формул (5) — для летнего (или годового) периода и формулы (4) — для более короткого периода времени и некоторых дополнительных наблюдений можно оценить величину $\Delta E$.

В частности, если испарительный бассейн установлен недалеко от водоема, то простейшие актинометрические (точнее пиранометрические) наблюдения на водоеме и над бассейном позволят определить величину $\Delta E$, а тем самым и $E$, т. е. истинную величину испарения с поверхности водоема. Нам представляется, что указанный путь использования испарительных бассейнов может в сильной степени расширить область правильной интерпретации их показаний.

Как известно, величина испарения с поверхности озера Севан определялась с помощью эмпирических формул В. К. Давыдова [2], полученных им на основании данных испарителей. Позже на озере был установлен испарительный бассейн площадью 20 $м^2$. Показания испарительного бассейна, установленного на озере Севан, за короткие интервалы времени (сутки и декады) могут отличаться от истинной величины испарения с поверхности озера на 30—40% и более [6].

Из вышеизложенного краткого анализа можно сделать вывод о том, что прямое использование испарителей и эмпирических формул, для определения величины испарения с поверхности водоемов, может быть связано с заметными погрешностями. Поэтому для определения величины испарения с поверхности озера Севан мы рекомендуем диффузионный метод и метод теплового баланса.

Скорость испарения может быть определена из уравнения:

$$u\frac{\partial q}{\partial x} + w\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}K\frac{\partial q}{\partial z}, \tag{6}$$

или учитывая уравнение неразрывности,

$$\frac{\partial(uq)}{\partial x} + \frac{\partial(wq)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}K\frac{\partial q}{\partial z}. \tag{7}$$

Здесь $u$, $w$ — горизонтальная и вертикальная составляющие скорости воздуха,

$q$ — влажность воздуха,

$K$ — коэффициент обмена.

Уравнения (6) и (7) не имеют простого для практического использования решения. Однако на основании этих уравнений сравнительно просто можно оценить влияние на скорость испарения, например, вертикальных токов. Именно, если обозначить через $E_w$ — величину испарения, зависящую от вертикальных токов, то из уравнения (6) легко получаем

$$E_w = -\rho\overline{w}\,(q_n - q_z), \tag{8}$$

где $\overline{w}$ — среднее значение вертикальных токов в слое $0 - z$. На основании шаропилотных наблюдений, поставленных на озере Севан ГГО, ВЭНИ и УГМС Армянской ССР и используя уравнения неразрывности, И. И. Честная установила, что если $z = 1$ $м$, то $\overline{w}$ в среднем имеет величину $\overline{w} = 0{,}01$ *см/сек*. Если учесть это значение $\overline{w}$, то для $E_w$ получаем значение $E_w = 7.10^{-4}(e_n - e_z)\,\frac{мм}{сутки}$. Если принять во внимание, что характерное значение $e_n - e_z = 10$ мб, то

$$E_w = 7.10^{-3} \frac{мм}{сутки} \approx 10^{-2} \frac{мм}{сутки},$$

т. е. примерно на 2 порядка менее характерного значения испарения с водной поверхности. Поэтому величина испарения может быть рассчитана по формуле:

$$E = -\rho K \frac{\partial q}{\partial z} + \rho \int_0^z u \frac{\partial q}{\partial x} dz. \tag{9}$$

Если воспользоваться известным решением [5] уравнения диффузии, то последняя формула может быть записана в несколько другой форме:

$$\frac{E}{\rho \frac{k_1}{z_1} (q_n - q_z)} = \alpha_к + \alpha_x, \tag{10}$$

где безразмерные величины $\alpha_к$ и $\alpha_x$, характеризующие влияние на величину скорости испарения вертикальной диффузии водяного пара и адвекции, имеют следующие значения:

$$\alpha_к = \frac{e^{-\frac{1}{2L}}}{2^p (1-2p) \Gamma(p) L^p \left[1 - F\left(\frac{1}{2}, 2p\right)\right]}, \tag{11}$$

$$\alpha_x = \frac{1 - e^{-\frac{1}{2L}}}{2^p (1-2p) \Gamma(p) L^p \left[1 - F\left(\frac{1}{2}, 2p\right)\right]}. \tag{12}$$

Величина $L = \frac{\frac{k_1}{u_1}}{2(1-2p)^2 z_1^{\frac{1-4p}{1-2p}}} \cdot \frac{x}{z^{\frac{1}{1-2p}}}$ для данной высоты зависит от размеров водоема $(x)$ и характеристик турбулентного обмена $\left(\frac{k_1}{u_1}\right)$.

Экспериментальные исследования, проведенные на озере Севан в 1956—57 гг. позволили определить значение параметров $\frac{k_1}{u_1}$ и $p$.

Изменение $\alpha_к$ и $\alpha_x$ в зависимости от $L$ показано на рис. 1. Как видно из рисунка при $L \geqslant 10$ (что для условий Севана соответствует $x \geqslant 1$ *км*), $\alpha_к$ примерно на два порядка больше значения $\alpha_x$. Поэтому, учитывая характерные размеры озера Севан, получаем следующую формулу для определения испарения на основании диффузионного метода

$$E = \rho a u_1 (q_n - q_1) = \rho b u_1 (e_n - e_1). \tag{13}$$

При этом

$$a = \frac{k_1}{u_1} \frac{P}{4^P(1-2p)[\Gamma(1+p)]^2 \cdot z_1}.$$

Если $E$ выражать в $\frac{мм}{сутки}$, а $u_1$, $e_n$, $e_1$ в общепринятых единицах, тогда для $E$ получаем следующее выражение:

$$E = 0.136\, u_1 (e_n - e_1) \frac{мм}{сутки}. \tag{14}$$

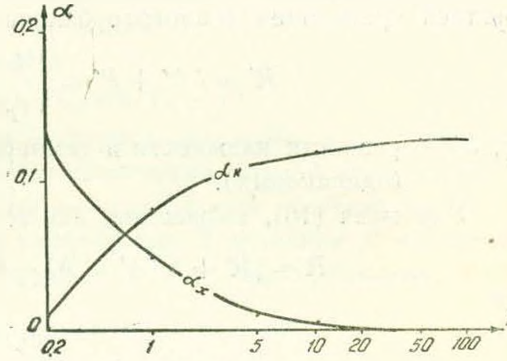

Рис. 1.

Таким образом, для определения величины $E$ необходимы данные о скорости ветра $u_1$ (на высоте над водной поверхностью $z_1 = 1$ *м*), температуре поверхности воды (для определения величины $e_n$) и влажности воздуха. Как показали исследования Т. А. Огневой, указанные величины можно сравнительно надежно определить с помощью обычных наблюдений, ведущихся на озере и специально поставленных простейших наблюдений на береговых мостках. Указанная система наблюдений позволяет определять величину $E$ за месячный интервал времени. С принципиальной стороны диффузионный метод позволяет определять величину $E$ и за более короткие интервалы времени; ограничением в данном случае являются периоды, для которых определяются величины $u_1$, $e_n$, $e_1$.

Для более надежного определения величины $E$ и контроля расчетов диффузионным методом следует вычислять ее также методом теплового баланса.

Учитывая метеорологические особенности озера Севан, целесообразно последний использовать следующим образом.

Важнейшая величина теплового баланса — $R$, должна измеряться двумя способами:

1. На основании измерений радиационного баланса деятельного слоя озера с помощью балансомера, установленного над водой на м/с „Остров". Показания балансомера записываются с помощью гальванографа. Эти измерения следует считать контрольными.

2. Определение радиационного баланса деятельного слоя воды на основании данных о радиационном балансе деятельного слоя суши (вблизи водоема) и некоторых наблюдений над водоемом. Этот способ, как известно [5], позволяет определить величину $R$ с помощью следующего соотношения:

$$R = R' + S(A' - A) + 4\sigma T_0^3 (T_n' - T_n) = R' + S(A' + A) + \\ + 4\sigma T_0^3 (T_n - T_n) - 4\sigma T_0^3 (T_n - T_n'). \tag{15}$$

Здесь $R'$ — радиационный баланс суши,

$A'$, $A$ — альбедо суши и водоема,

$T'_n$, $T_n$ — температура поверхности суши и воды, которые в первом приближении получаются на основании стандартных наблюдений.

Кроме того, для определения величины $(T'_n - T')$, можно воспользоваться уравнением теплового баланса для суши:

$$R' = LE' + P' = \left( \frac{L}{c_p} \frac{\Delta q}{\Delta T} + 1 \right) P', \tag{16}$$

$\Delta q$, $\Delta T$ — разности влажности и температуры воздуха на 2-х уровнях (одинаковых).

Учитывая (16), выражение для $R$ можно переписать:

$$R = \gamma R' + S (A' - A) - 4\sigma T_0^3 (T_n - T'), \tag{17}$$

где

$$\gamma = 1 + \frac{4\sigma T_0^3}{c_p \rho D' \left( \frac{L}{c_p} \frac{\Delta q}{\Delta T} + 1 \right)}. \tag{18}$$

Можно предполагать, что для летних месяцев из-за малых величин испарения с суши, выражение (18) допускает следующее упрощение:

$$\gamma = 1 + \frac{4\sigma T_0^3}{c_p \rho D'}. \tag{19}$$

Это допущение нуждается в проверке, которую легко осуществить с помощью простейших градиентных наблюдений на нескольких прибрежных станциях озера Севан. Величина $D'$ для средних условий хорошо известна [1]. Поэтому, определение радиационного баланса водоема, кроме измерений радиационного баланса суши, потребует эпизодических наблюдений за альбедо воды и суши и температурой поверхности воды. Такие наблюдения уже проводятся на м/с „Остров", Мартуни и сравнительно просто могут быть поставлены на м/с Норадуз.

Если, как обычно, величину $B$ определить на основании гидрологических измерений на озере, тогда испарение с поверхности озера на основании уравнения теплового баланса может быть определено по формуле:

$$E = \frac{(R - B)(q_n - q)}{L (q_n - q) + C_p (T_n - T)}. \tag{20}$$

Таким образом, для определения испарения по этому методу кроме величины $(q_n - q)$ или $(e_n - e)$, необходимы данные о температуре воздуха, которые также должны получаться по наблюдениям с помощью мостков. Следует отметить, что основное затруднение при практическом применении формулы (20) связано главным образом с расчетом величины $B$. Обычные гидрологические измерения на озерах, которые проводятся и на озере Севан, очень часто не позволяют сколько-нибудь надежно рассчитать величину $B$ не только за такие промежутки времени как сутки, декада, но даже и за месячный интервал. Для надежного расчета величины $B$, по-видимому, необходимы очень подробные и многочисленные измерения вертикальных профилей температуры воды в озере, что практически трудно осуществить.

Поэтому ниже мы попытаемся указать косвенный (точнее метеорологический) способ определения величины $B$.

Уравнение (1) можно переписать

$$R = L\rho au\,(q_n - q) + C_p\rho au\,(T_n - T). \qquad (21)$$

Здесь величина „$a$", как показано экспериментальными исследованиями на озере Севан [6], определяется свойствами водной поверхности.

С другой стороны за сравнительно длительный промежуток времени (например, за естественный годовой цикл) величина $B$ является малой, т. е. для такого периода будет действительно уравнение:

$$\overline{R} = L\rho a\overline{u}\,(\overline{q_n - q}) + C_p\rho a\overline{u}\,(\overline{T_n - T}) + \Delta B, \qquad (22)$$

где $\Delta B$ — малая величина, равная нулю для правильного годового естественного периода водоема и отличная от нуля для аномальных (в погодном отношении) периодов; $\overline{u}$, $(\overline{q_n - q})$, $(\overline{T_n - T})$ — средние скорости ветра, разности влажности и температуры воздуха для всего периода.

Используя уравнения (21) и (22), можно получить следующее соотношение для определения величины $B$.

$$B = R - \frac{u}{\overline{u}} \cdot \frac{(T_{эп} - T_э)}{(\overline{T_{эп} - Т_э})}\,\overline{R}, \qquad (23)$$

при этом мы приняли $\Delta B \approx 0$ и ввели обозначение для эквивалентной температуры $T_э = T + \frac{L}{C_p}\,q$.

В этом случае для величины скорости испарения, очевидно получим следующую формулу:

$$E = \frac{\overline{R}}{C_p\overline{u}\,(\overline{Т_{эп} - T_э})}\,u\,(q_n - q). \qquad (24)$$

Как показывают формулы (23), (24) определение скорости испарения с озера Севан по изложенному способу свелось к измерению в основном метеорологических величин.

В заключении еще раз отметим, что определение величины испарения с озера Севан, изложенными выше двумя методами, позволит получить наиболее надежные данные о важнейшей составляющей водного баланса озера. Кроме того, дополнительные систематические наблюдения на мостках и на некоторых метеорологических станциях, сейчас необходимые для определения величины испарения, позволят получить новые важные данные о метеорологическом режиме озера.

Водно-энергетический институт
АН Армянской ССР

Поступило 20.VI.58

Մ. Պ. ՏԻՄՈՖԵԵՎ

# ՍԵՎԱՆԱ ԼՃԻ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ՀԱՇՎԵԿՇՌԻ ԲԱՂԱԴՐԻՉՆԵՐԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻԿԱՅԻ ՄԱՍԻՆ

## Ամփոփում

*Հոդվածում բերվում է ջերմային հաշվեկշռի բաղադրիչների որոշման հարցի լուծումը Սևանա լճի պայմաններում։*

*Հայտնի է, որ Սևանա լճի ջրային հաշվեկշռի համար ամենակարևոր բաղադրիչներից մեկը գոլորշիացման քանակն է։ Վերջինիս վրա ծախսված ջերմային էներգիան մտնում է ջերմային հաշվեկշռի (1) հավասարման մեջ։ Հոդվածում բերվում է գոլորշիացման որոշման երեք տարբեր մեթոդների համեմատական անալիզը՝ 1) ջերմային հաշվեկշռի, 2) տուրբուլենտ դիֆուզիայի և 3) գոլորշիացնողների մեթոդները։*

*Տրվում է ուղղաձիգ օդային հոսանքների և ադվեկցիայի ազդեցությունը գոլորշիացման քանակի վրա։*

*Ճառագայթային հաշվեկշիռը որոշվում է երկու եղանակով՝ անմիջական չափումների միջոցով ջրի մակերևույթի վրա և հաշիվների միջոցով, ելնելով ցամաքի վրա կատարած դիտումներից։ Վերջինիս համար առաջարկվում է (15) բանաձևը։*

*Մեծ դժվարություն է ներկայացնում ջրում ջերմափոխանակությունը որոշելու հարցը։ Վերջինս սովորաբար որոշվում է երկու եղանակով՝ ջրի ջերմապարունակության փոփոխությունների հաշվման և կամ տուրբուլենտ ջերմափոխանակության հաշվման միջոցով, ընդ որում հարկավոր է լինում ունենալ ջրի ջերմաստիճանի բազմաթիվ պրոֆիլներ և տուրբուլենտականության գործակիցը։*

*Հոդվածում առաջարկվում է (23) բանաձևը, որի միջոցով կարելի է հաշվել ջերմափոխանակությունը լճի ջրում, իսկ որպես տվյալներ օգտագործվում են օդերևութաբանական սովորական դիտումների արդյունքները։*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Бройдо А. Г.* Некоторые результаты исследования интегрального коэффициента турбулентного перемешивания. Журн. „Метеорология и Гидрология“, № 9, 1957.
2. *Давыдов В. К.* Испарение с поверхности озера Севан. Материалы по исследованию оз. Севан, часть II, вып. 2, 1935.
3. *Зайков Б. Д.* Испарение с водной поверхности прудов и малых водохранилищ на территории СССР. Тр. ГГИ, вып. 21, 1949.
4. *Тимофеев М. П.* Испарение с водной поверхности в турбулентной атмосфере. Ученые зап. ЛГУ, серия физ., № 7, 1949.
5. *Тимофеев М. П.* О метеорологическом эффекте орошения. Журн. „Метеорология и Гидрология, № 11, 1952.
6. *Тимофеев М. П.* Об исследовании метеорологического режима озера Севан. Известия АН Армянской ССР, серия техн. наук, т. X, № 4, 1958.
7. *Тимофеев М. П.* Тепловой баланс водоемов и методы определения испарения. Сб. Соврем. метеорология приземного слоя воздуха. Гидрометеоиздат, 1958.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XII, № 1, 1959 Серия технических наук

ПРИКЛАДНАЯ МЕТЕОРОЛОГИЯ

Т. А. ОГНЕВА, А. М. МХИТАРЯН, А. А. ГАЛФАЯН

# ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА ПРИВОДНОГО СЛОЯ ОЗЕРА СЕВАН

Рассмотрение характеристик турбулентного обмена приводного слоя оз. Севан имеет существенное значение при обосновании методики расчета испарения с поверхности озера.

Как известно, наиболее часто для расчета испарения с оз. Севан при составлении водных балансов применяется так называемый гидрометеорологический метод, сущность которого состоит в установлении зависимости скорости испарения с водной поверхности от метеорологических факторов. При этом само испарение измеряется с помощью испарителей, установленных на суше.

Помимо спорного вопроса о возможности распространения связей, полученных по наблюдениям на береговых испарителях, на акваторию озера, некоторым недостатком при использовании гидрометеорологического метода является также отсутствие устойчивых коэффициентов в расчетных формулах, выведенных по материалам за различные годы. Авторы считают целесообразным рекомендовать при расчете испарения с оз. Севан, широко используемый в настоящее время для расчетов испарения с суши, так называемый градиентный метод, обладающий большей универсальностью.

Одной из основных величин, определяющих испарение по диффузионному методу, является коэффициент турбулентности. По современным воззрениям [2], коэффициент турбулентности $K$ в естественных условиях легко определяется через скорость ветра $U_1$ параметр шероховатости подстилающей поверхности $Z_0$ и параметр стратификации $\Delta T/U^2$

$$K = f\left(Z_0,\ U,\ \frac{\Delta T}{U^2}\right). \tag{1}$$

Заметное влияние термической стратификации на величину коэффициента турбулентности проявляется, главным образом, для условий суши, когда перепад от температуры подстилающей поверхности к температуре воздуха составляет несколько десятков градусов. При этом наблюдаются сверхадиабатические градиенты температуры воздуха в приземном слое и за счет влияния параметра стратификации величина коэффициента турбулентности может измениться на 100% и более

[3]. Для условий водной поверхности существенного влияния термической стратификации не должно обнаружиться в силу того, что различия температур поверхности и воздуха на порядок меньше, чем над сушей. Это подтверждается материалами ряда водоемов, например в [4, 5].

Характер разностей температур „вода—воздух“ $\Delta T$ на оз. Севан подобен тому, что наблюдается и на других водоемах. В качестве примера в табл. 1 приводятся величины $\Delta T$ для некоторых пунктов на оз. Севан, полученные по средним данным наблюдений за июнь—октябрь 1957 г. в различные часы суток.

*Таблица 1*

Разность температур „вода—воздух“ по наблюдениям на оз. Севан

| Пункты \ Часы суток | 1 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Остров плот | 3,3 | 4,0 | 2,7 | 1,5 | 0,8 | 1,8 |
| Шоржа | 2,5 | 2,9 | 2,6 | 1,6 | 0,3 | 1,0 |
| Норадуз | — | 3,1 | 2,3 | 1,4 | 1,7 | 2,4 |
| Мартуни | — | 4,5 | 3,1 | 3,2 | 3,6 | — |

Как видно из приведенной таблицы, разность температур составляет несколько градусов и почти не зависит от времени суток. Отсюда следует, что в условиях оз. Севан зависимостью коэффициента турбулентности от температурной стратификации практически можно пренебречь.

В свете изложенного, для оз. Севан можно допустить, что коэффициент турбулентности является функцией скорости ветра и параметра шероховатости. В силу этого если принять зависимость от скорости линейной, получим:

$$\frac{K}{U} = f\ (Z_0). \tag{2}$$

Обычно $Z_0$ определяется по экспериментальным данным о вертикальном распределении скорости ветра. В условиях водной поверхности такие данные до последнего времени были известны для обширных морских или океанических поверхностей. При этом опытные данные по распределению скорости были получены, как правило на судах [6, 7 и др.]. Основным результатом, полученным по этим работам, является уменьшение параметра шероховатости с ростом скорости ветра при возрастании последней до 5—6 *м/сек*; при дальнейшем увеличении скорости ветра это изменение не значительное.

Абсолютные величины $Z_0$ по различным данным довольно разнообразны, как видно из рис. 1, и меняются для обширных водных поверхностей в пределах от $10^{-1}$ *м* (по данным Неймана) до $10^{-5}$ *м* (по данным Соркиной).

Следует отметить, что в отличие всех обычных экспериментальных данных, величины А. И. Соркиной и В. П. Грачевой получены по наблюдениям на Каспийском море на расстоянии в нескольких десятков километров от ближайших берегов с помощью стационарных наблюдений на твердо закрепленной ажурной вышке по дистанционным электроконтактным анемометрам.

Очевидно, что, к такого рода опытным данным следует относиться с большим доверием, чем к данным измерениям на судах, при которых могут вноситься значительные искажения в измерении градиентов скорости за счет влияния корпуса судна. По наблюдениям на небольших водоемах с плотов (работы [11, 12]), как показано на том же рисунке 1, характер зависимости $Z_0$ от скорости ветра иной. Имен-

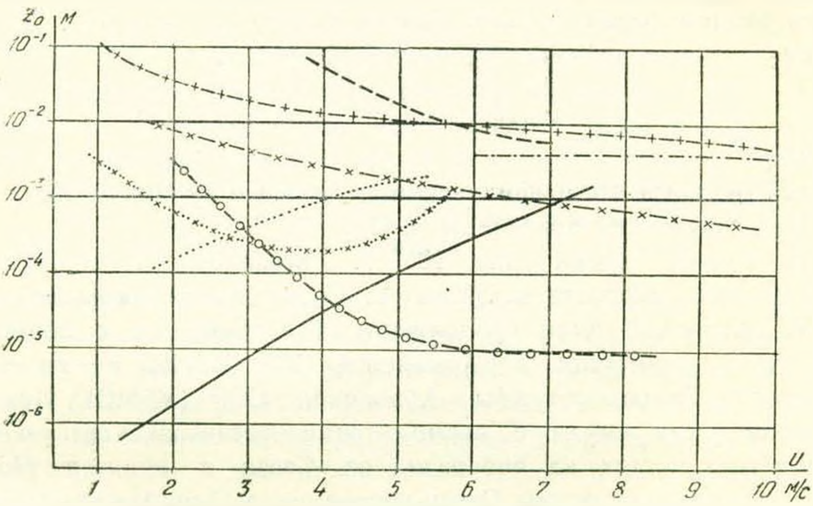


Рис. 1. Зависимость $Z_0$ от скорости ветра над водной поверхностью.
— — — Россби 1936, —·—·—·—·— Свердруп 1948,
—×—×— Кузьмин 1946. —+—+—+— Нейман 1948,
—○—○— Соркина, Грачева 1955, ················ Хей, 1955.
··+··×·· Константинов 1956, ———— Севан 1957.

но по данным А. Р. Константинова наименьшая величина $Z_0$ отмечается при скоростях ветра 3—4 *м/сек*, а при меньших и больших значениях она увеличивается. По данным Хея наблюдается увеличение $Z_0$ с ростом скорости ветра.

Как видно из приведенных данных, основной особенностью параметра шероховатости для водных поверхностей является изменение его со скоростью ветра причем по различным данным эта зависимость проявляется по разному. Эту особенность все авторы обычно объясняют подвижностью водной поверхности и зависимостью ее формы от ветрового воздействия.

Для установления величины параметра шероховатости на оз. Севан, впервые были поставлены исследования вертикального распределения скорости ветра во время экспедиционных исследований Главной геофизической обсерватории им А. И. Воейкова (ГГО) в июле 1956 г. При этом, измерения вертикального распределения скорости ветра проводились с помощью дистанционных контактных анемометров, расположенных на подвижном телескопическом мачте на шести уровнях от 0,5 до 16,5 *м*. Мачта устанавливалась на берегу у уреза воды с наветренного со стороны озера берега в пунктах Остров и Норадуз. Такая методика дает возможность без больших трудностей, которые обычно возникают при исследованиях на водной поверхности, получить характер вертикального распределения скорости ветра со стороны озера. Следует особенно подчеркнуть, что в связи с малыми градиентами скорости ветра в нижнем, особенно приводном слое требуется их измерение с большой тщательностью и точностью. При измерениях на судах добиваться такой точности очень трудно. Поэтому представляется рациональным рекомендовать использованную на оз. Севан методику для исследований на малых водоемах.

В связи с небольшим количеством материала наблюдений за июль 1956 г., можно было сделать лишь предварительное заключение о характере профиля ветра над оз. Севан (главным образом, над Малым), который оказался логарифмическим, а также о величине $Z_0$.

Эти результаты приведены в [13].

В теплое время года 1957 г. исследования вертикального распределения скорости ветра на оз. Севан по значительно расширенной программе были продолжены ГГО совместно с Водно-энергетическим институтом АН Армянской ССР (ВЭНИ) и при участии Управлении Гидрометслужбы Армянской ССР (УГМС). При этом телескопические мачты с анемометрами устанавливались одновременно в трех местах на побережье оз. Севан в пунктах Норадуз, Дара, Алучалу или остров Севан попеременно. Продолжительность работы мачт была с 19 мая по 15 октября. За это время было получено около 3000 лент записей часовых средних скоростей ветра по высотам от 0,5 до 16,5 *м* для всех направлений ветра, а если отобрать строго случаи с направлением ветра только с водной поверхности, то их набирается около 1500. На таком количестве материала можно делать уже более надежные выводы о профиле ветра и параметре шероховатости оз. Севан. Анализ полученного материала показывает, что для данного пункта наблюдений вертикальные градиенты скорости ветра в приводном слое не зависят от времени года и времени суток, а зависят только от скорости ветра. Этот факт позволил рассматривать распределение скорости по средним данным, сгруппированным по различным пределам скоростей ($<2$ *м/сек*; 2—4; 4—6; $>6$ *м/сек*). Средние профили ветра по этим пределам скоростей отдельно по пунктам Норадуз и Алучалу представлены на рис. 2 в полулогарифмических координатах (по оси абсцисс-скорость ветра, по оси ординат-логарифмы высот). Число случаев, входящих в осреднение, различное в разных группах и наибольшее для скоростей от 2 до 6, в связи с чем профили ветра в этих пределах скоростей можно рассматривать, как самые надежные.

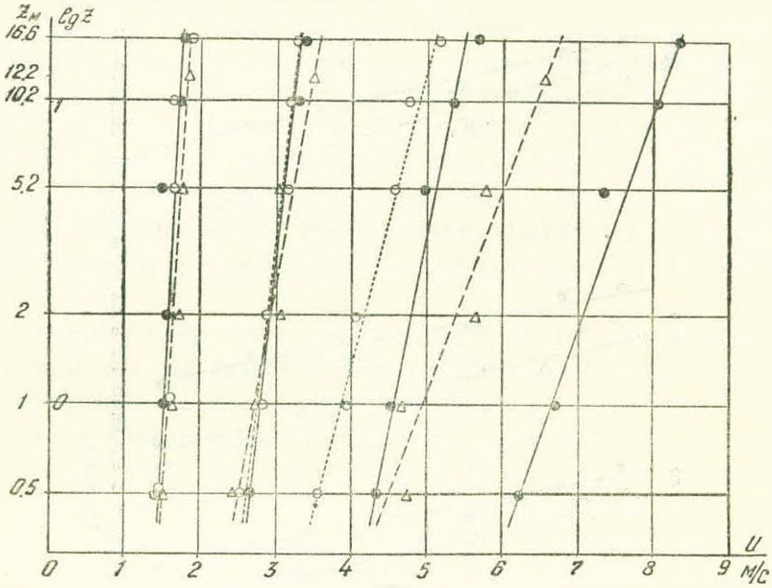


Рис. 2. Вертикальное распределение скорости ветра над водной поверхностью по наблюдениям в Норадузе, Дара, Алучалу.
● ———— Норадуз, Δ — — — Дара, ○········ Алучалу.

Рассматривание представленных профилей показывает, что с достаточной точностью распределение ветра над оз. Севан описывается логарифмическим законом для всего теплого времени года и по наблюдениям в различных пунктах. Этот вывод имеет более практическое значение как для использования при приведении скорости ветра к стандартным уровням, так и для определения величины параметра шероховатости. Если по данным, приведенным на рис 2 определить параметр шероховатости общепринятым способом, то оказывается, что $Z_0$ меняется прежде всего в зависимости от скорости ветра от значений в $10^{-3}$ при скоростях более 6 *м/сек* до $10^{-6}$ *м* при скоростях меньше 2 *м/сек*. Эта закономерность соответствует вышеуказанным представлениям для небольших водоемов при скоростях ветра более 2 *м/с*; при скоростях ветра менее 2 *м/сек*, в связи с малыми градиентами скорости величины $Z_0$ определяется с большой погрешностью и не следует ей придавать большого физического значения. Кроме того, как видно по наклону профилей в данном пределе скоростей, значения $Z_0$ будут различаться по наблюдениям в различных пунктах, причем именно по наблюдениям в пункте Норадуз они на порядок меньше, чем по наблюдениям в Дара и Алучалу. Возможно, что этот факт объясняется особенностью местоположения пункта наблюдений, расположенного на отлогой песчаной косе, омываемой самой мелководной частью озера. Среднее значение параметра шероховатости для наиболее распространенного предела скоростей на оз. Севан составляет $10^{-4}$ *м*—$10^{-5}$ *м* (последнее с учетом данных по Норадузу). Зависимость $Z_0$ от скорости ветра (как видно из рис. 1, где приведены данные по Севану)

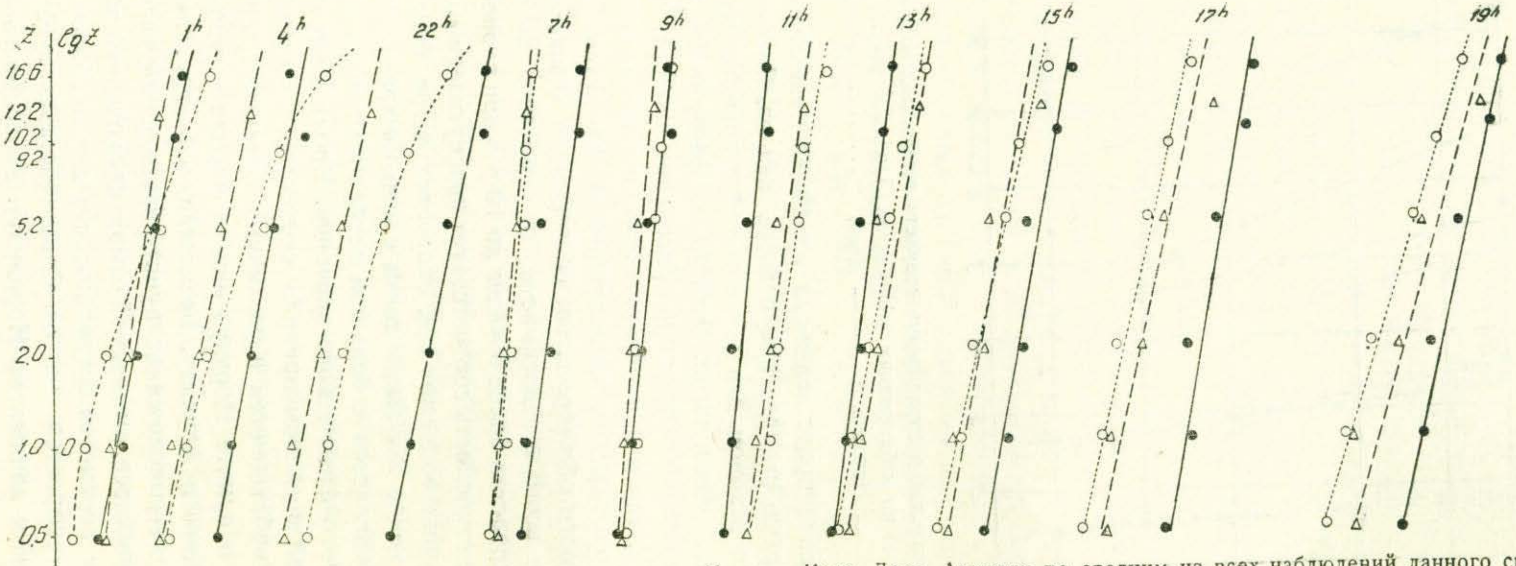


Рис. 3. Вертикальное распределение скорости ветра в пунктах Норадуз-Коса, Дара, Алучалу по средним из всех наблюдений данного срока.
———— Норадуз, Δ — — — Дара, ○ ·········· Алучалу.

по наблюдениям на Севане наиболее резко выражена по сравнению с остальными известными данными, и соответствует примерно изменению на порядок величины на прирост скорости на 1 *м/сек*.

Такое отличие определяется очевидно, местными особенностями водоема, находящегося в сложных горных условиях. Любопытно отметить, что если рассматривать профили над поверхностью суши, то зависимости $Z_0$ от скорости ветра не обнаруживается: этот факт по материлам наблюдений на оз. Севан проанализирован для пункта Норадуз.

В связи с тем, что в теплое полугодие на побережье Большого Севана наблюдается развитие местной бризовой циркуляции с преобладанием потоков днем с водной поверхности, а ночью с поверхности суши, интересно рассмотреть характер вертикального распределения скорости ветра в суточном ходе. На рис. 3 приведены профили ветра, осредненные по отдельным срокам наблюдения в пунктах Дара, Алучалу, Норадуз. Эти данные также подтверждают логарифмическое распределение ветра с высотой над оз. Севан, даже и в ночное время, когда потоки преобладают с суши (за исключением наблюдений в Алучалу ночью, что объясняется влиянием находящейся в близи от места установки возвышенностью).

Следовательно, на основании проведенных на Севане экспериментальных исследований, можно сделать заключение о возможности распространения логарифмического закона распределения ветра на оз. Севан.

Водно-энергетический институт
АН Армянской ССР

Поступило 20. V. 58.

Տ. Ա. ՕԳՆԵՎԱ, Ա. Մ. ՄԽԻԹԱՐՅԱՆ, Հ. Ա. ԳԱԼՅԱՑԱՆ

## ՍԵՎԱՆԱ ԼՃԻ ՄԵՐՁՋՐՅԱ ՇԵՐՏԻ ՏՈՒՐԲՈՒԼԵՆՏ ՓՈԽԱՆԱԿՈՒՄԸ ԲՆՈՐՈՇՈՂ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԸ

### Ամփոփում

*Սևանա լճի մերձջրյա շերտի տուրբուլենտ փոխանակումը բնորոշող պարամետրերը որոշելու հարցը շատ կարևոր է, նրա հայելուց գոլորշիացումը որոշելու մեթոդիկան հիմնավորելու տեսակետից։ Հայտնի է, որ ամենից հաճախ օգտագործվում է ջրա-օդերևութաբանական մեթոդը, որը հիմնված է ցամաքի վրա տեղավորված գոլորշացնողների տվյալների վրա, մինչդեռ գոյություն ունեցող ժամանակակից մեթոդները, այն է՝ տուրբուլենտ դիֆուզիայի և ջերմային հաշվեկշռի մեթոդները, համեմատաբար ունիվերսալ են և ֆիզիկապես հիմնավորված։*

*Հոդվածում, հիմնվելով 1957 թ. ամառվա արշավախմբային աշխատանքների արդյունքների վրա, որոնք կազմակերպել էին Լենինգրադի գլխավոր երկրաֆիզիկական դիտարանը, ՀՍՍՌ ԳԱ Ջրաէներգետիկ ինստիտուտը և*

*Հիդրոմետ ծառայության Հայաստանի վարչությունը, ցույց է տրված, որ տուրբուլենտ փոխանակման գործակիցը մերձջրյա շերտում կախված է քամու արագությունից և խորդուբորդությունների պարամետրից, բայց բոլորովին կախված չէ մթնոլորտի ստրատիֆիկացիայից։ Դա բացատրվում է նրանով, որ ջրի մակերեսի և օդի ջերմաստիճանների տարբերությունը փոքր մեծություն է։*

*Խորդուբորդությունների պարամետրը փոփոխական մեծություն է, կախված քամու արագությունից, ընդորում այդ կախումը ուղիղ է, արագության մեծացումով մեծանում է նաև* $z_0$*։*

*Դիտումները ցույց են տալիս, որ քամու պրոֆիլը լճի հայելու վրա մեծ ճշտությամբ հետևում է, այսպես կոչված, լոգարիթմական օրենքին։*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Тимофеев М. П.* О методике определения составляющих теплового баланса оз. Севан. Изв. АН Армянской ССР, серия ОТН, в. 2, 1957.
2. *Будыко М. И., Лайтхман Д. Л., Тимофеев М. П.* Определение коэффициента турбулентного обмена в приземном слое воздуха. Метеорология и Гидрология, 3, 1953.
3. *Огнева Т. А.* Особенности теплового баланса деятельной поверхности. Гидрометиздат, 1955.
4. *Зайков Б. Д.* Испарения с водной поверхности прудов и малых водохранилищ на территории СССР. Тр. ГГИ, вып. 21, 1949.
5. *Кириллова Т. В.* Особенности теплового баланса водной поверхности. Метеорология и Гидрология, 4, 1956.
6. *Rossby C. G.* On the frictional force between air and water and on the occurranse of a laminar boundary layer next to the surface of the sea. Papers in Physic and Mathemat., V. IV, 3, 1936.
7. *Sverdrup H. V.* The humidity gradient over sea surface. Journ. Meteor., V. 3, 1, 1946.
8. *Кузьмин П. П.* О шероховатости водной поверхности, как факторе испарения и конвекционного теплообмена моря. Тр. ГОИН, вып. 1 (3), 1947.
9. *Neumann G.* Über den Taugentialdruck des Windes und die Rouhigkeit der Meeresoberfläche Zeitchr, für Meteor., Heft 778, 1948.
10. *Соркина А. И.* Определение характеристик термического и турбулентного режима атмосферы над морем. Тр. ГОИН, 38, 1957.
11. *Константинова А. Р.* Обоснование методики расчета испарения по данным метеорологических станций. Тр. ГГИ, вып. 54, 1956.
12. *Hoy I S.* Some observations of airflow over the sea. Quart. Journ. of the Royal Tet. Soc, Vol. 81, 349, 1955.
13. *Тимофеев М. П.* Об исследовании метеорологического режима оз. Севан. „Известия АН Армянской ССР“ (серия ТН), X, 4, 1957.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XII, № 1, 1959 Серия технических наук

ГЕЛИОТЕХНИКА

Х. А. КИСТОРЯН

# К РАСЧЕТУ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ В ХИМИЧЕСКИХ АККУМУЛЯТОРАХ СОЛНЕЧНЫХ ОТОПИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ*

Одним из важнейших звеньев устройств солнечного отопления является тепловой аккумулятор. Назначение его состоит в обеспечении теплом системы отопления в часы отсутствия солнечной радиации.

Предложен ряд типов тепловых аккумуляторов для солнечного отопления. Д. М. Щеголевым дана методика расчета водяного и грунтового аккумуляторов [1]. Возможным вариантом является „изотермический" аккумулятор, идея которого была высказана А. И. Дидебулидзе [2]. Такие аккумуляторы реализованы М. Телкис и др. в США для некоторых экспериментальных домов [3, 4], отапливаемых за счет солнечной радиации. Результаты опытов оказались обнадёживающими и экономически приемлемыми. Однако до настоящего времени не было дано теории расчета таких устройств.

В статье использованы теоретические и экспериментальные работы по кристаллизации отливок и по намораживанию льда для разработки способа расчета элементов изотермического теплового аккумулятора.

Действие такого аккумулятора основывается на принципе использования скрытой теплоты плавления (затвердевания). При наличии солнечной радиации, наряду с отоплением помещений, часть тепла направляется в аккумулятор, который представляет собой пучок контейнеров, обычно цилиндрической формы, наполненных кристаллической солью (например, уксуснокислый натрий, глауберовая соль и др., обладающие возможно большей скрытой теплотой плавления и температурой плавления в пределах 35—90°С). При отсутствии же солнечной радиации, реагент, кристаллизуясь, отдает скрытое тепло охлаждающей жидкости, которая затем направляется в систему отопления.

Изучению вопроса кристаллизации посвящен ряд теоретических и экспериментальных исследований [5—13].

Нами предлагается схема расчета кинетики продвижения фронта кристаллизации в зависимости от условий теплообмена на охлаждаемой поверхности. В расчете пренебрегаем физической теплотой, так как в условиях затвердевания кристаллических солей в изотермическом ак-

* Работа выполнена под руководством профессора В. А. Баума.

кумуляторе и замораживания льда отношение физического тепла к скрытой теплоте плавления (затвердевания) составляет 0,1—0,2.

Используя предложенный Л. С. Лейбензоном метод, разбиваем весь процесс нестационарного охлаждения на ряд стационарных процессов. Тепловой баланс составляем для одного „квази-стационарного" процесса, происшедшего в течение времени $\tau_1$.

Весь процесс подразделяется на стадию снятия перегрева и стадию затвердевания. Рассматриваем вторую стадию, в начальный момент которой температура расплава равномерна по объему и равна температуре кристаллизации $t_k$. Объем охлаждается потоком жидкости при постоянной температуре $t_ж$. В соответствии с требованиями, предъявленными обычно к отопительной системе, принимается, что тепловой поток к охлаждающей жидкости постоянен. Такое допущение может быть вообще реализовано в рабочей схеме приближенно. Здесь необходимо отметить роль стенки сосуда, в котором содержится расплав. На практике сосуд изготовляется из тонкой листовой меди, толщиной 1—1,5 *мм*. Учитывая большую теплопроводность меди, можем пренебречь термическим сопротивлением стенки и, таким образом, температура стенки сосуда будет равна температуре поверхности объема.

В исследовании допускается, что кристаллизация объема происходит только за счет продвижения ее фронта. В действительности имеет место осадочная кристаллизация за счет некоторого градиента температуры в пограничном слое у фронта кристаллизации [1]. С достаточным приближением можем принять температуру фронта кристаллизации равной температуре кристаллизации.

1. Рассмотрим затвердевание расплава снутри плоской бесконечной стенки, толщиной $2X$. Стенка снаружи охлаждается потоком жидкости при температуре $t_ж$. Пусть к некоторому времени $\tau_1$ на стенке образовался твердый слой толщиной $\xi$. Обозначим расстояние фронта кристаллизации от оси симметрии стенки через $x_1$. На расстоянии $x > x_1$ от оси выделим элементарный слой, толщиной $dx$. Тогда, согласно закону Фурье, имеем:

$$q_{\tau_1, x} = -\lambda \frac{d\theta}{dx}. \tag{1}$$

При условии равномерного распределения источников тепла, тепловой поток равен

$$q_{\tau_1, x} = q_v (x - x_1). \tag{2}$$

Заменив $q_v = q_k \dfrac{\lambda}{\tau_1}$ и приравняв (1) и (2) записываем дифференциальное уравнение температурного поля в затвердевшем слое

$$-d\theta = \frac{q_k \gamma}{\lambda \tau_1} (x - x_1)\, dx, \tag{3}$$

где $q_v$ — количество тепла, выделенное в единице объема кристаллизующегося расплава, *ккал/м³* час,

$q_k$ — скрытая теплота кристаллизации, *ккал/кг*,

$\theta = t - t_{cm}$ — избыточная температура в рассматриваемом сечении °С,

$\gamma$ — удельный вес твердой фазы, *кг/м³*.

$\lambda$ — коэффициент теплопроводности твердой фазы, *ккал/м* час °С,

$\tau_1$ — время достижения слоем толщины $\xi$, час.

Записываем граничные условия (рис. 1)

$$\left.\begin{array}{l} \tau = 0, \;\; x = X, \;\; \theta = 0; \\ \tau = \tau_1, \;\; x = x_1, \;\; \theta = \theta_k'. \end{array}\right\}. \qquad (4)$$

Интегрирование уравнения (3) приводит к следующему выражению

$$\theta_k' = \frac{q_k \gamma X^2}{2\lambda\tau_1}\left(1 - \frac{x_1}{X}\right)^2. \qquad (5)$$

Обозначая $1 - \frac{x_1}{X} = \delta$, выражение (5) записываем в следующем виде:

$$\theta_k' = \frac{q_k \gamma X^2}{2\lambda\tau_1}\delta^2. \qquad (5а)$$

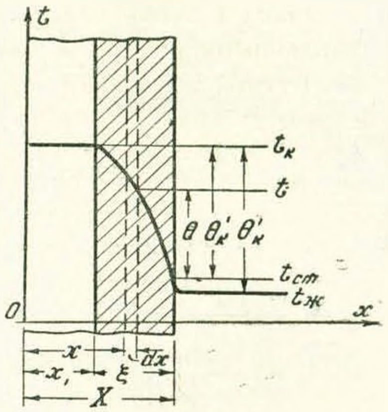

Рис. 1.

Сгруппируя отдельные множители в безразмерные комплексы, получаем следующее выражение

$$N' = \frac{1}{2F_0}\delta^2. \qquad (6)$$

где $\theta_k'$ — избыточная температура кристаллизации, относительно температуры стенки, °С,

$N' = \frac{c(t_k - t_{cm})}{q_k}$ — критерий, учитывающий изменение теплосодержания твердой фазы,

$Fo = \frac{a\tau}{X^2}$ — критерий Фурье,

$a$ — коэффициент температуропроводности твердой фазы, *м²*/час,

$c$ — коэффициент удельной теплоемкости твердой фазы, *ккал/кг* °С.

Используя граничное условие $q_F = \alpha(t_{cm} - t_ж)$, получаем:

$$\theta_k = t_k - t_ж = \frac{q_k \gamma X^2}{2\lambda\tau_1}\left[\frac{2\lambda}{\alpha X}\left(1 - \frac{x_1}{X}\right) + \left(1 - \frac{x_1}{X}\right)^2\right]. \qquad (7)$$

После преобразований получим следующее безразмерное уравнение:

$$N = \frac{1}{FoBi}(\delta + C_1\delta^2) \tag{7a}$$

или

$$M = \delta + C_1\delta^2, \tag{8}$$

где $C = \frac{Bi}{2}$.

Полученный критерий $M$, как видно из выражения

$$M = NFoBi = \frac{\alpha\theta_k\tau_1}{q_k\gamma X},$$

учитывает темп развития процесса и является, как и $Fo$, критерием гомохронности. Отсюда следует, что время кристаллизации объема прямо пропорционально теплофизическим свойствам твердой фазы и размеру и обратно пропорционально избыточной температуре кристаллизации и интенсивности охлаждения. Критерий $Bi$ представляет собой отношение термических сопротивлений твердой фазы и охлаждающей среды, и характеризует скорость охлаждения.

2. Рассмотрим затвердевание цилиндра бесконечной длины, радиусом $R$. Пусть к некоторому времени $\tau_1$, на стенке сосуда (рис. 2) образовался твердый слой толщиной $\xi$. Обозначим внутренний радиус образовавшегося таким образом полного цилиндра через $r_1$. На расстоянии $r > r_1$ от оси цилиндра выделим элементарный слой $dr$. Тогда, согласно закону Фурье, имеем

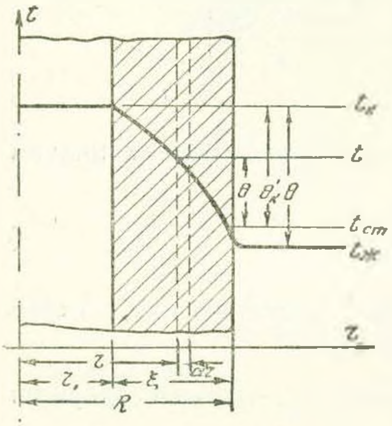


Рис. 2.

$$q_l = 2\pi r\lambda\frac{d\theta}{dr}. \tag{9}$$

Подставляя $q_l = \frac{q_k\gamma\pi}{\tau_1}(r^2 - r_1^2)$, записываем дифференциальное уравнение температурного поля в затвердевшем слое

$$-d\theta = \frac{q_k\gamma}{2\lambda\tau_1}(r^2 - r_1^2)\frac{dr}{r}. \tag{10}$$

Записываем граничные условия

$$\left.\begin{array}{l} \tau = 0, \quad r = R, \quad \theta = 0; \\ \tau = \tau_1, \quad r = r_1, \quad \theta = \theta'_k. \end{array}\right| \tag{11}$$

Интегрирование уравнения (10) приводит к следующему выражению:

$$\theta'_k = \frac{q_k\gamma}{2\lambda\tau_1}\left[\frac{R^2 - r_1^2}{2} - r_1^2\ln\frac{R}{r_1}\right]. \tag{12}$$

После преобразований получим:

$$\theta_k = \frac{q_k \gamma R^2}{4\lambda\tau_1}\left\{\left[1-\left(\frac{r_1}{R}\right)^2\right] + \left(\frac{r_1}{R}\right)^2 \ln\left(\frac{r_1}{R}\right)^2\right\} \tag{12a}$$

$$\theta_k = \frac{q_k \gamma R^2}{4\lambda\tau_1}\left\{1-\left(\frac{r_1}{R}\right)^2\left[1-\ln\left(\frac{r_1}{R}\right)^2\right]\right\}. \tag{12b}$$

Обозначая $\frac{r_1}{R} = 1 - \frac{\xi}{R} = 1 - \delta$, из выражения (12b) получим:

$$\theta_k' = \frac{q_k \gamma R^2}{4\lambda\tau_1}\left\{1-(1-\delta)^2\left[1-\ln(1-\delta)^2\right]\right\}. \tag{12c}$$

Группируя множители в безразмерные комплексы, получим:

$$N' = \frac{1}{4Fo}\left\{1-(1-\delta)^2\left[1-\ln(1-\delta)^2\right]\right\}. \tag{13}$$

Используя граничное условие $q_F = \alpha(t_{cm} - t_{ж})$ и учитывая, что $q_F = \frac{q_k \gamma R^2}{2\tau}\left[1-\left(\frac{r_1}{R}\right)^2\right]$, выражение (12b) запишем в следующем виде:

$$\theta_k' = \frac{q_k \gamma R^2}{4\lambda\tau^2}\left\{\frac{2\lambda}{\alpha R}\left[1-\left(\frac{r_1}{R}\right)^2\right] + 1 - \left(\frac{r_1}{R}\right)^2\left[1-\ln\left(\frac{r_1}{R}\right)^2\right]\right\} \tag{12d}$$

Дальнейшее преобразование приводит к следующему выражению:

$$N = \frac{1}{3Fo}\left\{1 + \frac{2}{Bi} - (1-\delta)^2\left[1 + \frac{2}{Bi} - \ln(1-\delta)^2\right]\right\}. \tag{12e}$$

В окончательном виде получаем:

$$M = A_1\left\{A_2 - (1-\delta)^2\left[A_2 - \ln(1-\delta)^2\right]\right\}, \tag{14}$$

где $A_1 = \frac{Bi}{4}$; $A_2 = 1 + \frac{2}{Bi}$.

3. Рассмотрим затвердевание сферы (рис. 3) радиусом $R$. Пусть к некоторому времени $\tau_1$ на стенке сосуда образовался твердый слой, толщиной $\xi$. Обозначим внутренний радиус образовавшегося таким образом полого шара через $r_1$. На расстоянии $r > r_1$ от центра шара выделим элементарный слой $dr$. Тогда, согласно закону Фурье имеем,

$$q_{\tau_1, r} = -\lambda \frac{d\theta}{dr}. \tag{15}$$

Заменяя $q_{\tau_1, r}$ $q_k \frac{\gamma}{\tau_1}\left[1-\left(\frac{r_1}{r}\right)^3\right]\frac{r}{3}$, записываем дифференциальное уравнение температурного поля в затвердевшем слое

$$-d\theta = \frac{q_k \gamma}{3\lambda\tau_1}\left[1-\left(\frac{r_1}{r}\right)\right] r\,dr. \tag{16}$$

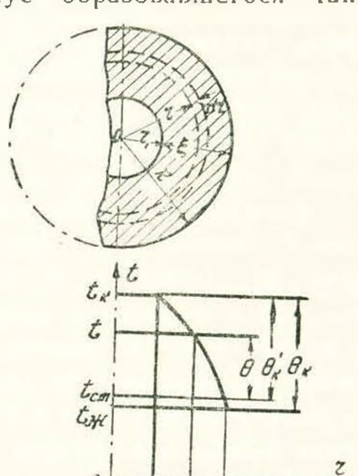


Рис. 3.

Граничные условия аналогичны двум предыдущим случаям

$$\left.\begin{array}{l}\tau = o, \; r = R, \; \theta = o; \\ \tau = \tau_1, \; r = r_1, \; \theta = \theta_k.\end{array}\right| \tag{17}$$

Интегрирование уравнения (16) приводит к следующему выражению

$$\theta = \frac{q_k \gamma}{3\lambda\tau_1}\left[\frac{R^3 - r_1^3}{2} = \frac{r_1^3}{R} - r_1^2\right]. \tag{18}$$

После преобразования и приведения к безразмерному виду, получим:

$$N' = \frac{1}{6Fo}(3\delta^3 - 2\delta^3). \tag{19}$$

Используя граничное условие $q_F = \alpha(t_{cm} - t_{ж})$, из выражения (18) получим:

$$\theta_k = \frac{q_k \gamma R}{6\lambda\tau_1}\left\{\frac{2}{Bi}\left[1 - (1 - \delta)^2\right] + 3\delta^2 - 2\delta^3\right\} \tag{20}$$

или окончательно

$$M = \delta + D_1\delta^2 + D_2\delta^3, \tag{21}$$

где $D_1 = \frac{1}{2}(Bi - 2)$; $D_2 = -\frac{1}{3}(Bi - 1)$.

Из всего вышеизложенного видно, что уравнение, описывающее процесс кристаллизации объема любой формы, имеет вид:

$$\Phi\,[N, \; Bi, \; Fo, \; \delta] = 0. \tag{22}$$

При рассмотрении задачи затвердевания расплава снаружи объема, получаем аналогичные выражения, описываемые уравнением

$$\Phi^+\,[N, \; Bi^+, \; Fo^+, \; \delta^+] = 0, \tag{23}$$

где $\delta^+ = \frac{\xi}{r_1}$, $Bi^+ = \frac{\alpha r_1}{\lambda}$, $Fo^+ + \frac{\alpha\tau}{r_1^2}$.

Формула (14) была сопоставлена с экспериментальными данными Р. Себана и А. Лондона [12] и В. М. Тагеева и Б. Б. Гуляева [6]. Себан и Лондон проводили опыты по намораживанию льда в цилиндрах, охлаждаемых при $Bi = 0{,}385 - 0{,}655$. Как видно из рис. 4 экспериментальные данные авторов вполне удовлетворительно укладываются на кривой, построенной по формуле (14) для среднего значения $Bi = 0{,}45$, что и следовало ожидать, так как отношение физической теплоты к скрытой теплоте в данных опытах равно 0,11, что соответствует принятым при выводе формулы (14) допущениям.

Результаты расчета сопоставлены с экспериментальными данными по охлаждению 7-тонного стального слитка. На рис. 5 нанесены экспериментальные данные В. М. Тагеева и Б. Б. Гуляева. Как видно из рисунка, экспериментальные точки располагаются правее кривой, построенной по формуле (14.) Здесь необходимо отметить, что при анализе процесса затвердевания стальных слитков [6, 13] температуру зазора между слитком и изложницей и температуру окружающей среды нельзя считать одинаковой, так как нетрудно заметить, что температура зазора меняется в больших пределах, чем температура поверхности изложницы.

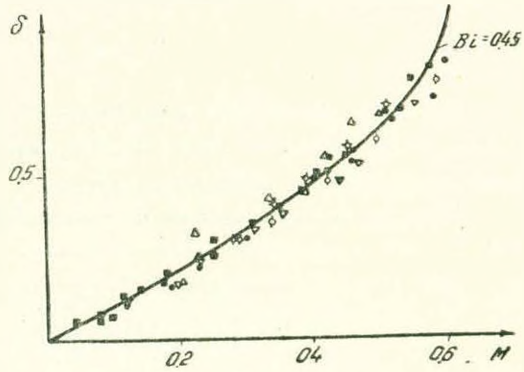

Рис. 4.

Сопоставление аналитических результатов с экспериментальными данными дает нам основание предложить некоторые исходные параметры для расчета химических аккумуляторов. При кристаллизации солей можно пренебречь физической теплотой, так как коэффициент теплоемкости неорганических солей обычно равен 0,2 *ккал/кг* °С в то время как удельная теплота плавления $q = 60$ *ккал/кг*. Температура плавления солей колеблется в пределах $t_k = 35 \div 80$ °С. В ходе процесса кристаллизации критерий $N = 0{,}06 \div 0{,}2$.

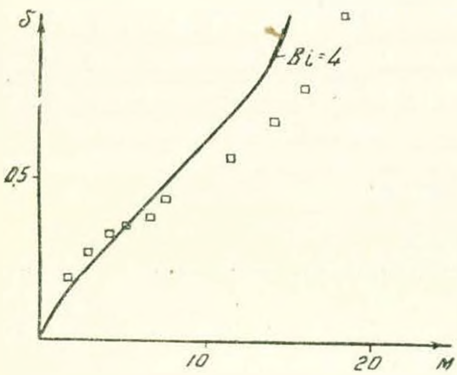

Рис. 5.

В результате решения дифференциального уравнения теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества, получены аналитические формулы для расчета химических аккумуляторов. Сравнение аналитических выражений с опытными данными ряда авторов показало их удовлетворительное совпадение.

Энергетический институт
им. Г. М. Кржижановского АН СССР

Поступило 20 VIII 1958

Ք. Հ. ՔԻՍՏՈՐՅԱՆ

## ԱՐԵՎԱՅԻՆ ՋԵՌՈՒՑՄԱՆ ՍԱՐՔԵՐԻ ՔԻՄԻԱԿԱՆ ԱԿՈՒՄՈՒԼՅԱՏՈՐՆԵՐՈՒՄ ԲՅՈՒՐԵՂԱՑՄԱՆ ՀԱՇՎՄԱՆ ՇՈՒՐՋԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

*Արևային ջեռուցման սիստեմներում կարելի է կիրառել ջերմային ակումուլյատոր, հիմնված կրիստալլոհիդրատների հալման թաքնված ջերմության օգտագործման սկզբունքի վրա։*

*Այդպիսի սարքավորման հաշվման համար անհրաժեշտ է գիտենալ հալված նյութի պնդացման արագությունը, որը կախված է ինչպես նյութի ջերմաֆիզիկական հատկություններից, այնպես էլ ծավալի երկրաչափական ձևից և սառեցման արագությունից* (Bi)։

*Տվյալ պրոցեսի մինչ այժմ առաջարկված անալիտիկ և էմպիրիկ լուծումները իրենցից ներկայացնում են բարդ արտահայտություններ։ Այդ պատճառով առաջարկվում է պարզեցված անալիտիկ լուծում, որը բավարար կերպով համընկնում է մի շարք հեղինակների փորձնական տվյալների հետ։*

*Ստացված են նման արտահայտություններ ինչպես արտաքին, այնպես էլ ներքին ջերմատրման դեպքում։ Երկու դեպքում էլ ստացված հավասարման ընդհանուր տեսքը հետևյալն է՝*

$$\Phi[N, Bi, Fo, \delta] = \rho.$$

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Щеголев Д. М.* (Диссертация), ЭНИН, 1954.
2. *Дидебулидзе А. И.* Изв. Грузинского индустриального института им. С. М. Кирова, 14, 1941.
3. *Telkes M.* a. *Raymond E.* Heating and Ventilating, 46, 80, 1949.
4. *Telkes M.* a. *Raymond E.* Industrial Heating Engineer, 12, 54, 1950.
5. *Доброхотов Н. Н.* Вестник машиностроения, 8, 1948.
6. *Тагеев В. М.* и *Гуляев Б. Б.* Металлург, 8, 1939.
7. *Гуляев Б. Б.* Вестник машиностроения, 8, 1949.
8. *Иванцов Г. П.* Теплообмен между слитком и изложницей, 1951.
9. *Лейбензон Л. С.* Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., 6, 1939.
10. *Войник А. И. Гухман А. А.* ЖТФ, т. XXI, вып. 1, 1951.
11. *Иванцов Г. П.* Сталь, 10, 1952.
12. *Seban R.* a. *London A.* Trans. ASME, 1, 1945.
13. *Жегалов А. К.* и *Тагеев В. М.* Металлург, 2, 1938.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XII, № 1, 1959 Серия технических наук

МЕТАЛЛОВЕДЕНИЕ

В. В. ПИНАДЖЯН и Е. А. ИНДЖИКЯН

# К ВОПРОСУ ДЕФОРМАЦИИ ПЛАСТИЧНОЙ СТАЛИ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ РАСТЯЖЕНИИ И КРУЧЕНИИ

Предельное состояние сжато-изогнутых элементов конструкций, в общем случае, наступает за пределами упругости в условиях сложного напряженного состояния. В настоящее время имеется не мало экспериментальных работ по изучению сложного напряженного состояния металла. Однако, степень влияния последовательности приложения силовых факторов на деформацию стали, за пределами упругости, изучена недостаточно.

В заметке приводятся результаты опытов, произведенных с целью выяснения влияния последовательности приложения растягивающих сил и крутящих моментов на деформацию пластичной стали.

Испытанию были подвергнуты трубчатые образцы из мягкой малоуглеродистой стали с ясно выраженной площадкой текучести. Длина рабочей части испытанных образцов составляла 400 *мм*, наружный диаметр—48 *мм*, толщина стенок сечения—3 *мм*. По данным химического анализа сталь испытанных образцов содержала: углерода—0,16%, кремния—0,005%, марганца—0,4%, серы—0,038%, фосфора—0,41%.

С целью уменьшения текстуры материала, получающейся при изготовлении труб, образцы испытания подвергались обжигу в течение 6 часов при температуре 900—920°С с последующим медленным охлаждением. Затем образцы подвергались вытяжке и освобождались от окалины. После трехдневнего отдыха по 3 образца были испытаны на осевое растяжение и чистое кручение, а 16 образцов на совместное растяжение и кручение. Были произведены 3 серии испытаний. В первой серии образцы подвергались растяжению силой заданной величины. Затем при фиксированной растягивающей силе к образцу прикладывались крутящие моменты.

Во второй серии образцы загружались крутящим моментом заданной величины. Затем, при фиксированной величине крутящего момента, образец постепенно растягивался.

В третьей серии опытов образцы подвергались простому нагружению, при котором крутящий момент и осевая растягивающая сила возрастали пропорционально некоторому параметру.

Испытания были произведены на 30-тонной универсальной испытательной машине. Продольные деформации образцов, до предела текучести материала, измерялись оптико-механическими тензометрами с точностью в 0,002 *мм*, а за пределами текучести индикаторами часового типа с точностью 0,01 *мм*. Углы закручивания образцов измерялись с точностью $10^{-4}$ радиана при помощи специально сконструированного прибора, показанного на рис. 1.

Испытанием образцов на осевое растяжение и чистое кручение было установлено, что модуль нормальной упругости стали в пределах пропорциональности $E = 2{,}14 \cdot 10^4$ *кг/мм*²; модуль сдвига $G = 8{,}3 \cdot 10^3$ *кг/мм*²; предел текучести материала $\sigma_т = 21$ *кг/мм*².

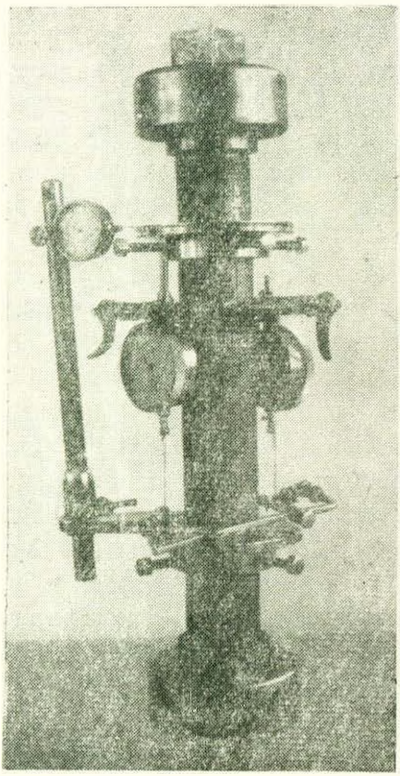

Рис. 1. Образец испытания с прибором для измерения углов закручивания.

При испытании нагрузка на образцы увеличивалась ступенями с сообщением образцу скорости удлинения 20—40 *мм* в минуту и скорости закручивания 3—6 градуса в минуту. При каждой ступени нагрузки фиксировались отсчеты по всем приборам.

Результаты произведенных испытаний представлены на рисунках 2—5, где приняты следующие обозначения:

$\sigma/\sigma_т$ — отношение действующего растягивающего напряжения к пределу текучести стали;

$\tau/\sigma_т$ — отношение действующего касательного напряжения к пределу текучести стали;

$\varepsilon$ — относительное удлинение вдоль образующего образца при растяжении;

$\gamma$ — относительный сдвиг при кручении образца.

Анализ кривых показывает, что при совместном действии крутящих моментов и осевых растягивающих сил пластическое течение металла наступает одновременно в продольном и поперечном направлениях.

Сопоставление кривых, показанных на рис. 2 и 3, соответственно с кривыми на рис. 4 и 5, позволяет установить, что порядок приложения растягивающих сил и крутящих моментов в общем влияет на

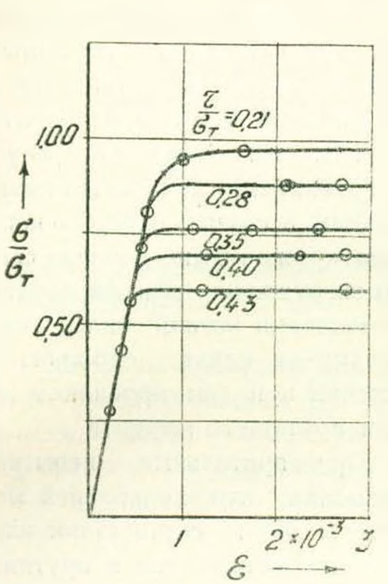


Рис. 2. Кривые деформации стали при фиксированной величине крутящего момента (сложное нагружение).

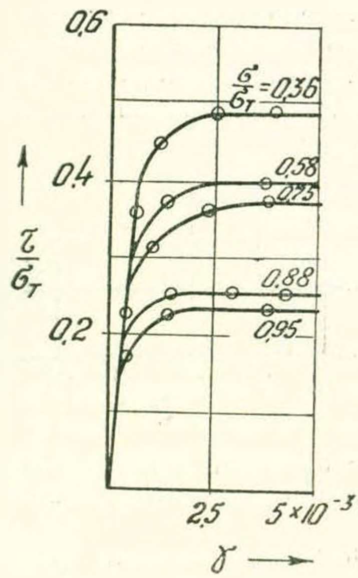


Рис. 3. Кривые деформации стали при фиксированной величине растягивающей силы (сложное нагружение).

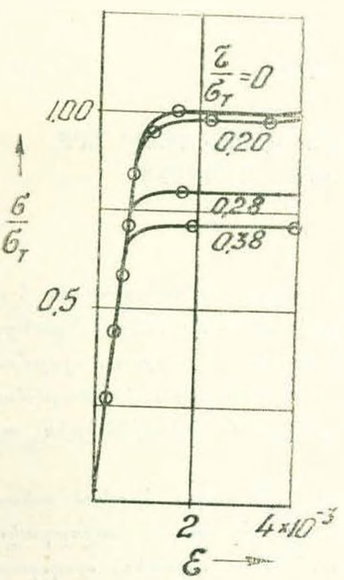


Рис 4. Кривые деформации стали при простом нагружении.

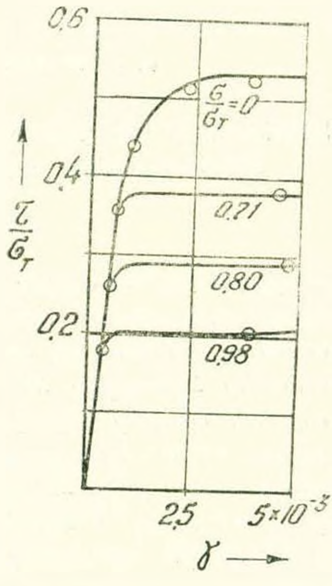


Рис. 5. Кривые деформации стали при простом нагружении.

деформацию стали, при этом наибольшая разница получается в переходных зонах кривых, между пределом пропорциональности и пределом текучести материала. Однако, даже в этой зоне разница не велика. На рис. 6 показаны эллипсы пластичности Сен-Венана (I) и Мизеса (II). На этом же рисунке треугольниками показаны опытные величины в случае простого нагружения: кружочками—в случае сложного загружения при фиксированном значении осевой силы; квадратиками—в случае сложного нагружения при фиксированном значении крутящего момента.

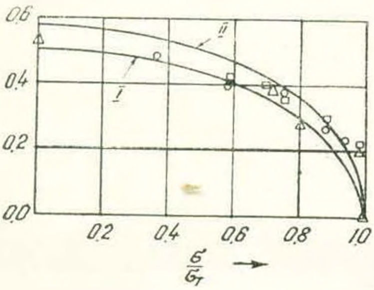

Рис. 6. Сопоставление результатов опыта с эллипсами пластичности.

Предварительные испытания показывают, что по крайней мере для испытанного сорта стали влияние последовательности приложения растягивающих сил и крутящих моментов на деформацию и, в частности, на начало перехода стали в пластическое состояние не очень существенно.

Институт стройматериалов и сооружений
Министерства строительства Армянской ССР
Поступило 20 X 58

Վ. Վ. ՓԻՆԱՋՅԱՆ և Ե. Հ. ԻՆՋԻԿՅԱՆ

## ՊԼԱՍՏԻԿ ՊՈՂՊԱՏԻ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ՀԱՐՑԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ՝ ՆՐԱ ՄԻԱԺԱՄԱՆԱԿՅԱ ՁԳՄԱՆ ՈՒ ՈԼՈՐՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

### Ամփոփում

*Փորձարկման են ենթարկվել հոսունության պարզ արտահայտված հարթակ ունեցող շինարարական պողպատի խողովակաձև նմուշներ: Դրանցից երեքական նմուշ փորձարկվել են առանցքային ձգման և մաքուր ոլորման, իսկ 16 նմուշներ ենթարկվել են միատեղ ոլորման և ձգման փորձարկման՝ ուժերի ազդման տարբեր հաջորդականության դեպքում: Վերջիններիս արդյունքները բերված են 2—6 գծագրերում:*

*Փորձարկումները ցույց են տալիս, որ պողպատի՝ վերը հիշված տեսակի համար ձգման ուժերի և ոլորման մոմենտների կիրառման հաջորդականությունը հատկապես դեֆորմացիայի վրա և, մասնավորապես, պողպատի պլաստիկական վիճակի անցման սկզբի վրա էական չի ազդում:*

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XII, № 1, 1959 Серия технических наук

**НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ**

А. Г. НАЗАРОВ

# УПРОЩЕННОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОСНОВНОЙ ТЕОРЕМЫ РАСШИРЕННОГО ПОДОБИЯ ТВЕРДЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ

Здесь мы приводим другое доказательство основной теоремы подобия, рассмотренной в [1]. В соответствии с определением расширенного подобия твердых тел имеем следующие соотношения между напряжением $\sigma$ и деформацией $\varepsilon$ для тела $A$ и, соответственно, между $\sigma'$ и $\varepsilon'$ для подобного тела $A'$:

$$\sigma = F(\varepsilon, x, y, z, t),$$

$$\frac{\sigma'}{\beta} = F\left(\frac{\varepsilon'}{\gamma}, \frac{x'}{\alpha}, \frac{y'}{\alpha}, \frac{z'}{\alpha}, \frac{t'}{\eta}\right).$$

Статическое состояние тела $A$ можно характеризовать условиями равновесия, условиями совместности Сен-Венана, зависимостью между напряжением и деформацией и граничными условиями.

Для краткости будем выписывать по одному уравнению каждого типа:

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} + K_x = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\gamma_{xy}}{\partial x\partial y}, \tag{2}$$

$$2\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial\gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial\gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial\gamma_{xy}}{\partial z}\right), \tag{3}$$

$$\sigma = F(\varepsilon, x, y, z, t), \tag{4}$$

$$\sigma_x\cos(n, x) + \tau_{xy}\cos(n, y) + \tau_{zx}\cos(n, z) = F_{nx}; \tag{5}$$

Здесь

$\sigma_x, \sigma_y, \ldots, \tau_{xz}$ — компоненты напряжения $\sigma$;

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$ — компоненты деформации $\varepsilon$;

$K_x$ — компонент объемных сил $\bar{K}$ вдоль оси $x$;

$F_{nx}$ — компонент поверхностных сил $\bar{F}_n$ вдоль оси $x$;

$\cos(n, x)$, $\cos(n, y)$, $\cos(n, z)$ — косинусы углов между нормалью к поверхности тела $A$ и осями координат $x$, $y$, $z$.

Для тела $A'$, подобного телу $A$, соответственно имеют место следующие зависимости:

$$\frac{\partial\sigma'_{x'}}{\partial x'} + \frac{\partial\tau'_{x'y'}}{\partial y'} + \frac{\partial\tau'_{x'z'}}{\partial z'} + K'_{x'} = 0, \tag{1'}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon'_{x'}}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon'_{y'}}{\partial x'^2} = \frac{\partial \gamma'_{x'y'}}{\partial x' \partial y'}, \tag{2'}$$

$$2\frac{\partial^2 \varepsilon'_{x'}}{\partial y' \partial z'} = \frac{\partial}{\partial x'}\left(-\frac{\partial \gamma'_{y'z'}}{\partial x'} + \frac{\partial \gamma'_{x'z'}}{\partial y'} + \frac{\partial \gamma'_{x'y'}}{\partial z'}\right), \tag{3'}$$

$$\frac{\sigma'}{\beta} = F\left(\frac{\varepsilon'}{\gamma}, \frac{x'}{\alpha}, \frac{y'}{\alpha}, \frac{z'}{\alpha}, \frac{t'}{\eta}\right), \tag{4'}$$

$$\sigma'_{x'}\cos(n', x') + \tau'_{x'y'}\cos(n', y') + \tau'_{z'x'}\cos(n', z') = F'_{n'x'}. \tag{5'}$$

Принятые здесь обозначения не требуют пояснения.

Попарное сопоставление уравнений (1) и (1'), (2) и (2') и т. д. приводит к следующим условиям инвариантности:

$$\sigma' = \beta\sigma,\ K' = \frac{\beta}{\alpha}K,\ \varepsilon' = \gamma\varepsilon,\ F' = \beta F,\ t' = \eta t \tag{6}$$

поскольку по условию геометрического подобия

$$x' = \alpha x,\ y' = \alpha y,\ z' = \alpha z,\ \cos(n', x') = \cos(n, x),$$

$$\cos(n', y') = \cos(n, y),\ \cos(n', z') = \cos(n, z).$$

Итак, можно сформулировать следующую основную теорему о подобии механических состояний подобных тел $A$ и $A'$:

Подобные тела $A$ и $A'$, при условии малых деформаций, находятся в подобном состоянии в сходственные моменты времен $t$ и $t' = \eta t$, причем напряжения равны соответственно $\sigma$ и $\sigma' = \beta\sigma$, деформации равны $\varepsilon$ и $\varepsilon' = \gamma\varepsilon$ при условии, что в моменты времен $t$ и $t' = \eta t$ напряженности поверхностных сил в сходственных точках равны $F$ и $F' = \beta F$ и интенсивности объемных сил в сходственных точках равны $K$ и $K' = \frac{\beta}{\alpha}K$.

Как следует из приведенного, здесь не дается доказательство взаимной однозначности состояний тел $A$ и $A'$, которое нами было получено в [1] из других соображений.

Институт стройматериалов и сооружений
Министерства строительства Армянской ССР

## ЛИТЕРАТУРА

*Назаров А. Г.* „Известия АН Армянской ССР" (серия технических наук), т. X, 5, 1957.

М. А. САРКИСЯН, Р. А. ЗАКАРЯН

# ИЗВЛЕЧЕНИЕ ТРЕХВАЛЕНТНОГО ХРОМА ИЗ ПРОМЫШЛЕННЫХ СТОЧНЫХ ВОД НЕКОТОРЫМИ ГЛИНАМИ АРМЕНИИ

Сточные воды в общем стоке кожевенных заводов содержат в среднем до 0,3 *г* хромовой окиси на литр и на каждый *кг* кожевенного сырья потери хрома составляет около 25 *г* в виде окиси [1]. Отсюда ясно насколько велики неизбежные потери окиси хрома при дублении. Кроме того соединения хрома очень ядовиты и спуск их в канализацию, а, тем более, прямо в водоемы без очистки совершенно не допустим. Для очистки сточных вод кожевенного производства от хрома предложен ряд методов, из которых заслуживают внимания следующие: осаждение хрома бикарбонатом [2] и осаждение известью [3]. Однако ни один из этих методов не получил широкого применения.

Считая, что проблема извлечения и использования хромовых отходов кожевенного производства не вполне разрешена, авторы задались целью выяснить возможность применения глин отбеливающего типа для адсорбции хромовых соединений из производственных вод кожевенных заводов, с дальнейшей утилизацией хромовой окиси.

Объектом изучения служили отработанные хромовые соки Ереванского кожевенного завода. Согласно наших анализов они в среднем содержат по 5,15 *г* окиси хрома на 1 литр воды.

В качестве адсорбентов были взяты 10 образцов глин семи месторождений Армении:

Нор-Баязетская глина (село Арцвакар) Килаг.

Ахурянская глина (около села Ахурик).

Мангюсская глина (около села Мангюс).

Шорджридзорская глина (три образца).

Канакерская глина (два образца).

Вохчабертская глина (с. Вохчаберт).

Паракарская глина (с. Паракар).

Химический и гранулометрический состав, а также pH и удельный вес этих глин были изучены ранее [4, 5, 6].

Опыты по поглощению хрома глинами ставились так: в банки, емкостью 200 *мл*, помещали по 1 *г* тонко-измолотой глины, 100 *мл* хромового сока с известным содержанием хрома, и смесь встряхивалась в течение 10 минут. После 24-х часового отстаивания из верхнего прозрачного слоя жидкости брались пробы, в которых определялись остатки хрома весовым анализом. Разница указывала на количество поглощенного хрома. Тем же способом определялось количество поглощенного хрома после 48 часового отстаивания. Результаты опытов даны в табл. 1.

*Таблица 1*

| Месторождение глин | Поглощение $Cr_2O_3$ в *мг* (при весе пробы 1 *г*) через | |
|---|---|---|
| | 24 часа | 48 часов |
| Нор-Баязетская | 202 | 265 |
| Ахурянская | 211 | 296 |
| Мангюсская | 386 | 397 |
| Шорджридзорская—3 | 393 | 394 |
| Шорджридзорская—2 | 380 | 386 |
| Шорджридзорская—1 | 323 | 352 |
| Канакерская нижняя | 271 | 360 |
| Канакерская верхняя | 257 | 340 |
| Вохчабертская | 118 | 121 |
| Паракарская | 378 | 470 |

Из данных таблицы следует, что все образцы глин, за исключением Вохчабертской, поглощают значительное количество хрома; наилучшие показатели получены у Паракарской, Мангюсской и Шорджридзорской глин.

Продолжительность отстаивания наиболее резко отражается на образцах Паракарской, Шорджридзорской—3 и Канакерской глинах, в то время как другие глины, особенно Мангюсская, увеличивают поглощаемость незначительно. Кроме того глины проявляют и некоторую коагулирующую способность и осаждают взвешенные в сточной воде частицы.

Был поставлен опыт поглощения хрома Шорджридзорской глиной, которая предварительно нагревалась в течение трех часов при температуре 250°. Оказалось, что поглотительная активность глины от этого не повышалась.

Для сравнения были также поставлены опыты поглощения хрома некоторыми катионитами. Наилучшую поглотительную способность проявил катионит марки „Эспатит—1 КУ—1", один *г* которого через 48 часов поглощал 324,3 *мл* $Cr_2O_3$, что уступает использованными нами многим глинам.

Вместе с тем наши исследования показали, что извлечение хрома из сточных вод можно осуществить, осаждая хром сточными водами зольного цеха того же завода.

Характеристика сточных вод зольного цеха следующая:

Цвет . . . . . . . . . . . . . . . темносерый
Запах . . . . . . . . . . . . . . . сероводорода
Прозрачность . . . . . . . . . . . сильно мутная, непрозрачная
Сухой остаток общий . . . . . . 32000 *мг/л*
Сухой остаток прокаленный . . . . 12000 *мг/л*
pH . . . . . . . . . . . . . . . . выше 10
Cr трехвалентный . . . . . . . . нет
Сульфаты . . . . . . . . . . . . нет
Хлориды . . . . . . . . . . . . нет

Сточная вода этого цеха сильно щелочная.

Для осаждения хрома в виде гидроокиси на один объем сточной воды дубильных барабанов требуется четыре объема сточной воды зольного цеха*. При этом имеют место следующие реакции:

$$\text{a)}\ Cr_2(SO_4)_3 + 3Na_2S = Cr_2S_3 + 3Na_2SO_4;$$

$$\text{b)}\ Cr_2S_3 + 6H_2O = \downarrow 2Cr(OH)_3 + 3H_2S.$$

Одновременно сильно понижается щелочность воды зольного цеха, увеличивается прозрачность ее и ослабляется запах.

Глина, поглотившая хром, обливалась $5\%$ раствором серной кислоты, перемешивалась 2—3 раза и отстаивалась в течении 20 минут. Раствор сернокислого хрома отделялся от осадка декантацией и промывкой; этим удавалось извлечь до $95\%$ хрома. Опыты показали, что при обработке $5\%$ раствором серной кислоты можно извлечь адсорбированный хром в количестве до 15 *г* хромовой окиси на один литр раствора. При этом в раствор переходят следы алюминия, железа и кальция в виде сульфатов. Полученный раствор, после добавления хрома до нормы, в лаборатории Ереванского кожзавода испытывался на дублении кожи и дал хорошие результаты.

Следует отметить, что глина с поглощенным хромом имеет хорошую зеленую окраску. Она в тонко измолотом виде в смеси с олифой дает довольно прочную, зеленого цвета, краску с кроющей способностью по железу и дереву.

На основании изложенного приходим к заключению, что применение глины различных районов Армении может иметь важное гигиеническое значение для очистки загрязненных вод. Лучшими глинами по способности поглощать хром из сточных вод кожевенного производства надо считать Паракарскую, Мангюсскую и Шорджридзорскую. Из сточных вод кожзаводов указанным методом можно полностью извлечь содержащийся хром в виде трехвалентного соединения. Извлеченный глиной из сточных вод регенерированный хром может быть на $95\%$ возвращен производству.

Ереванский государственный
университет
Поступило 10 II 1958

Մ. Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ռ. Ա. ՋԱՔԱՐՅԱՆ

## ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՄԻ ՔԱՆԻ ԿԱՎԵՐԻ ՕԳՆՈՒԹՅԱՄԲ ԵՌԱՎԱԼԵՆՏ ՔՐՈՄԻ ԱՐՏԱԶԱՏՈՒՄԸ ԱՐՏԱԴՐԱԿԱՆ ՋՐԵՐԻՑ

### Ամփոփում

*Ինչպես կաշեգործարանների, այնպես էլ մի շարք այլ ձեռնարկությունների արտադրական ջրերը պարունակում են զգալի քանակությամբ եռավալենտ քրոմի աղեր, որոնք թեև մեծ արժեք ունեն, բայց ոչ միայն իզուր կորչում*

* К указанному объему сточной воды зольного цеха в качестве коагулянта добавлялось небольшое количество глины.

*են, այլև թունավորելով ջրամբարները՝ մեծ վնաս են պատճառում բուսական ու կենդանական աշխարհին:*

*Փորձերը ցույց են տվել, որ Հայաստանի շրջաններից Փարաքարի, Մանդլուսի և Ծողջրիձորի կավերն ամենից լավ են եռվալենտ քրոմը կլանում արտադրական ջրերից: 1 գր. կավը կարող է կլանել 200-ից մինչև 390 մգ* $Cr_2O_3$*: Քրոմ կլանած կավն ունի լավ կանաչ գույն և կարող է օգտագործվել որպես կանաչ լեղաներկ: Կաշեգործարանի արտադրական ջրերից հաջողվել է եռվալենտ քրոմը կլանել 95%, և կլանված քրոմը ռեգեներացիայի ենթարկել ու վերադարձնել արտադրությանը:*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Производственные сточные воды. Сб. статей под ред. Т. Е. Болдырева, Москва 1948.
2. *Лукин Н. А., Базанов В. В., Лиман Б. Л., Кедров В. С.* Производственные сточные воды кожевенных заводов. Санитарная техника, изд. Мин. коммунального хоз. РСФСР, 1954.
3. *Уотсон.* Очистка сточных вод металлообрабатывающей промышленности. Реферативный журн. химии, № 4, 1956.
4. *Саркисян М. А.* Удаление свинца из промышленных сточных вод глинами Котайкского и Эчмиадзинского районов Армении. Тр. Ереванского зооветинститута, вып. XI, 1949.
5. *Саркисян М. А.* К вопросу удаления меди из промышленных сточных вод (диссертация), Ереван, 1946.
6. *Асратян Г. С.* Адсорбционная активность некоторых глин Армении к нефтепродуктам. Тр. Ереванского зооветинститута, вып. XII, 1950.

## Лауреат премии имени П. Н. Яблочкова— профессор Г. И. Атабеков

В 1958 г., по инициативе Отделения технических наук Академии наук СССР был проведен конкурс на соискание премии Академии наук СССР им. П. Н. Яблочкова за лучшие работы и лучшие новые конструкции по электротехнике.

Научными обществами, научно-исследовательскими институтами, высшими учебными заведениями и ведомствами нашей страны, в адрес жюри конкурса было представлено большое число работ.

Лабораторией электротехники Академии наук Армянской ССР была представлена монография профессора Г. И. Атабекова „Теоретические основы релейной защиты высоковольтных сетей", суммирующая все основные работы в области релейной защиты и в значительной степени принадлежащие автору монографии.

Премия АН СССР им. Яблочкова присуждена докторам технических наук Г. И. Атабекову и М. А. Гаврилову.

Григорий Иосифович Атабеков родился в мае 1908 года. Среднее и высшее образование получил в Тифлисе, где в 1930 г. окончил электромеханический факультет Политехнического института.

Его первые научные работы относятся к студенческому периоду. До 1935 года Г. И. Атабеков работал в должности старшего инженера Закэнерго и одновременно преподавал в Закавказском индустриальном институте.

Переехав в Москву, он продолжал вести педагогическую работу, совмещая ее с инженерной деятельностью в Мосэнерго и затем в Теплоэлектропроекте. В эти годы им был создан и разработан ряд новых схем релейной защиты, внедренных в промышленность.

В 1942 г. он защитил докторскую диссертацию на тему „Проблема создания малорелейных защит в электрических системах". В 1943 г. по представлению Ленинградского института инженеров связи Г. И. Атабеков утвержден в ученом звании профессора.

В 1945 г. под руководством Г. И. Атабекова в ЦНИЭЛ Министерства электростанций была начата разработка безынерционной направленной высокочастотной защиты с фазочувствительной схемой в качестве органа направления для линии электропередачи Куйбышевская ГЭС—Москва.

Обширную научно-исследовательскую и педагогическую деятельность Г. И. Атабеков успешно совмещает с плодотворной деятельностью в качестве инженера и изобретателя; он автор 40 изобретений и 98 научных работ. В 1950 г. Г. И. Атабекову была присуждена Сталинская премия за разработку и освоение серийного выпуска быстродействующей высокочастотной защиты.

Книги Г. И. Атабекова „Релейная защита высоковольтных сетей“, „Дистанционный принцип защиты дальних передач“ и монография „Теоретические основы релейной защиты высоковольтных сетей“ дают последовательную и стройную теорию обширной области электрических цепей. Эти труды переведены и изданы в Венгрии, Румынии, Китае.

Основным направлением научной деятельности Г. И. Атабекова является разработка и анализ вопросов, относящихся к теории электрических цепей. На основе их дается теория современной релейной защиты высоковольтных систем и намечаются пути ее дальнейшего развития.

Кроме трудов в области релейной защиты, им выпущены весьма ценные для студентов и аспирантов учебные пособия „Гармонический анализ и операторный метод“ (1956), „Линейные электрические цепи“ (1957).

Труды Г. И. Атабекова представляют значительный вклад в развитие отечественной электротехники и по праву получили высокую оценку.

Г. И. Атабеков состоит членом редколлегий журналов „Изобретательство в СССР“ и „Известия высших учебных заведений (Энергетика)“. Он ведет большую общественную работу как в МАИ, так и в московских и союзных организациях.

В мае 1958 г. в Московском авиационном институте, где Г. И. Атабеков заведует кафедрой теоретической электротехники, электротехническая общественность Советского Союза широко отметило 50-летие со дня его рождения.

Вся деятельность Г. И. Атабекова является для молодых специалистов и ученых блестящим примером служения инженерному искусству и передовой советской науке.

По поручению коллектива электротехнической лаборатории АН Армянской ССР, профессор доктор технич. наук *Г. Т. Адонц*

# ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Էջ

## Շինարարական մեխանիկա



## Հիդրավլիկա



## Կիրառական մետեորոլոգիա



## Հելիոտեխնիկա



## Մետաղագիտություն



## Գիտական նոթեր



# СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

## Строительная механика



## Гидравлика



## Прикладная метеорология

### Гелиотехника



### Металловедение



### Научные заметки



**Сдано в производство** 18/II 1959 г. Подписано к печати 21/III 1959 г.
ВФ 02116, заказ 79, изд. 1660, тираж 600, 4,12 п. л.

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Абовяна, 124.