

ՓԻԶԻԿԱ · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԴՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

48, N2, 2013

АЖС 415

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ
ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ

48

№ 2



ՀՀ ԳԱՍ "ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ" ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
ИЗДАТЕЛЬСТВО "ТИТУЛОН" НАН РА
ԵՂԵՎԱՆ ЕРЕВАН

2013

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор
Э. Г. Шароян, зам. главного редактора
А. А. Ахумян
Г. А. Вартапетян
Э. М. Казарян
А. О. Меликян
А. Р. Мкртчян
Д. Г. Саркисян
Ю. С. Чилингарян
А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր
Է. Գ. Շարոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ
Ա. Ա. Հախումյան
Հ. Հ. Վարդապետյան
Է. Մ. Ղազարյան
Ա. Հ. Մելիքյան
Ա. Ռ. Մկրտչյան
Գ. Հ. Սարգսյան
Յու. Ս. Չիլինգարյան
Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief
E. G. Sharoyan, associate editor
A. A. Hakhumyan
H. H. Vartapetian
E. M. Ghazaryan
A. O. Melikyan
A. R. Mkrтчyan
D. H. Sarkisyan
Yu. S. Chilingaryan
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

УДК 523.16

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ПЕРВИЧНОГО КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
СВЕРХВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ГАММА
(г. АРАГАЦ, АРМЕНИЯ)**

А.П. ГАРЯКА^{1†}, Р.М. МАРТИРОСОВ¹, С.О. СОХОЯН¹,
О.А. БАБАЯН¹, Г.С. ВАРДАНЯН¹, А.Д. ЕРЛЫКИН²,
Н.М. НИКОЛЬСКАЯ², И.А. ГАЛАНТ³, Л.В. ДЖОНС⁴

¹Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна, Ереван

²Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва

³Университет Монпелье II, Монпелье, Франция

⁴Физический факультет Мичиганского университета, США

†e-mail: alegarya@rambler.ru

(Поступила в редакцию 20 июня 2012 г.)

Представлен энергетический спектр первичного космического излучения, полученный по данным установки ГАММА (3200 м н.у.м., 700 г/см² глубины атмосферы). Результаты получены методом определения первичной энергии E_0 в индивидуальном событии, разработанным посредством моделирования Широких Атмосферных Ливней (ШАЛ). Использован пакет программ CORSIKA и модели взаимодействия SIBYLL с последующим восстановлением параметров ливня с учетом отклика детекторов установки, ошибок восстановления, а также флуктуаций развития ШАЛ. По результатам метода в первичном спектре всех частиц выявлена существенная нерегулярность в форме «горба» при энергии $\sim 7.4 \times 10^7$ ГэВ, превышающая степенной фит спектра на ~ 4 стандартных среднеквадратичных отклонения. По результатам исследования систематических неопределенностей сделан вывод, что эта нерегулярность обусловлена не методическими ошибками, а имеет физическую природу. Предложена модель, объясняющая это явление.

1. Введение

В настоящее время физика космических лучей (КЛ) сфокусирована более на исследовании свойств самих КЛ, чем на продуктах их взаимодействий. Основной целью таких исследований является попытка понять происхождение КЛ, механизмы их ускорения и пути их распространения от источников до уровня наблюдения.

Энергетическая область 10^6 – 10^8 ГэВ являлась и продолжает являться предметом исследований на большом числе современных установок. Эта об-

ласть энергии является прерогативой наземных установок, исследующих характеристики ШАЛ. В то же время, проблемы поиска источников космических лучей, природы первичного космического излучения (ПКИ), так же как и характеристик взаимодействия при сверхвысоких энергиях тесно переплетены. Ярким примером такого подхода являются современные исследования происхождения излома в энергетическом спектре ПКИ при энергии $\sim 3 \times 10^6$ ГэВ. Проблема происхождения этого эффекта, обнаруженного Г. Куликовым и Г. Христиансенем [1] более 50 лет назад и подтвержденного множеством экспериментов, до сих пор не решена. Несмотря на большое количество современных крупномасштабных экспериментов в области излома спектра (табл.1), имеются значительные различия в экспериментальных данных по энергетическому спектру и массовому составу в области 10^6 – 10^8 ГэВ.

Табл.1. Эксперименты в области излома спектра.

| | Уровень наблюдения (м. над уровнем моря) | Страна | Статус |
|-----------------|---|-------------|-------------|
| ТИБЕТ-III | 4300 | Китай | действует |
| КАСАКАДЕ-Гранде | 110 | Германия | остановлена |
| ГРЕЙПС-III | 2200 | Индия | действует |
| ТУНКА-133 | 675 | Россия | действует |
| АЙС-ТОП | 2835 | Южный Полюс | действует |
| ГАММА | 3200 | Армения | действует |
| ЯКУТСК | уровень моря | Россия | действует |
| Андырчи | 1700 | Россия | действует |

Источником этих противоречий могут быть большие флуктуации ШАЛ для установок, расположенных на больших глубинах атмосферы, т.е. далеко от максимума развития ливня. Разные методы оценки первичной энергии также могут привести к разногласиям в экспериментальных данных. Противоречия могут быть вызваны также различными подходами к объяснению первичного акта взаимодействия, использованием различных моделей для анализа и интерпретации экспериментальных данных, а также различием методов регистрации ливней на уровне наблюдения и методами восстановления первичных энергетических спектров на основе наблюдаемых параметров ШАЛ.

До недавнего времени установленным фактом считалось изменение показателя энергетического спектра всех ядер от значения 2.7 ± 0.05 до излома спектра до величины 3.1 ± 0.1 после излома. В то же время, последние результаты разных экспериментов говорят о выполаживании энергетического спектра после 2×10^7 ГэВ.

Нерегулярности в форме спектра в этой области энергий наблюдались давно, более 20 лет назад, на эксперименте AKENO [2], а затем в более поздних экспериментах на установке ГАММА [3], ТУНКА [4] и других (см. [5]). Однако,

большие статистические погрешности не позволяли выявить и обсудить возможные причины возникновения этих нерегулярностей. Недавние результаты, полученные на установке ГАММА [6], говорят о ярко выраженной нерегулярности в энергетическом спектре ПКИ при энергии $(6-8) \times 10^7$ ГэВ.

Исходя из вышеизложенного, исследования в области 10^6-10^8 ГэВ представляют несомненный интерес, а полученные результаты должны пролить свет на столь важную проблему, как происхождение космических лучей сверхвысоких энергий. С этой точки зрения установка ГАММА, расположенная на высоте 3200 м н.у.м. и состоящая из большого количества наземных и подземных сцинтилляционных детекторов, имеет несомненную возможность внести существенный вклад в решение проблем космических лучей при энергии 10^6-10^8 ГэВ.

2. Эксперимент ГАММА

В 1982 г. был опубликован проект эксперимента «АНИ» [7] по исследованию космических лучей в области энергий 10^6-10^8 ГэВ. Проект предусматривал многокомпонентное изучение ШАЛ, но к сожалению, из-за развала СССР проект не был завершен. В последующем на основе отдельных частей проекта была создана установка ГАММА, призванная решать основные задачи эксперимента «АНИ». Установка ГАММА [8-10] расположена на южном склоне г. Арагац и содержит наземный ковер сцинтилляционных детекторов (33 станции) и 150 подземных мюонных детекторов. Схематический вид установки представлен на рис. 1.

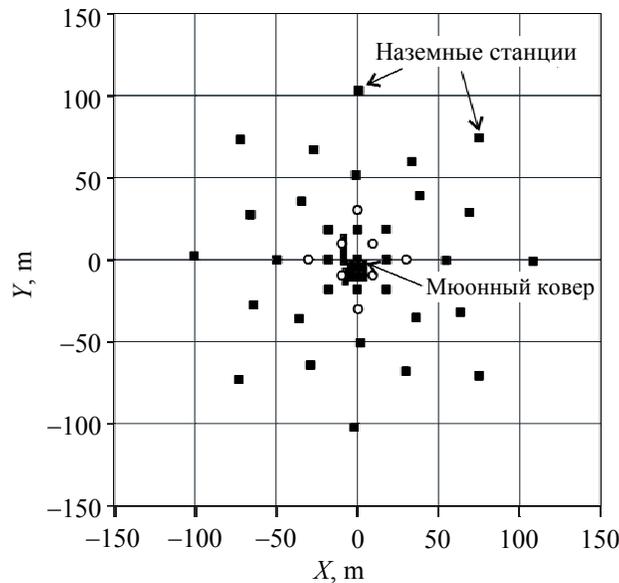


Рис. 1. Схематический вид установки ГАММА.

Станции наземной части расположены в центре и вдоль пяти концентрических окружностей с радиусами 20, 28, 50, 70 и 100 м. В каждой станции ус-

тановлены 3 пластических сцинтилляционных детектора размером $1 \times 1 \times 0.05 \text{ м}^3$. С целью измерения высоких плотностей частиц ($> 10 \text{ част./м}^2$) в каждой из девяти центральных станций дополнительно установлен еще один, четвертый, сцинтилляционный детектор с размерами $0.3 \times 0.3 \times 0.05 \text{ м}^3$. Сцинтилляторы расположены в основании алюминиевого кожуха (тубуса), на вершине которого установлен фотоэлектронный умножитель (ФЭУ). На одном из трех детекторов станции с целью измерения времени прихода фронта ШАЛ дополнительно установлен еще один ФЭУ.

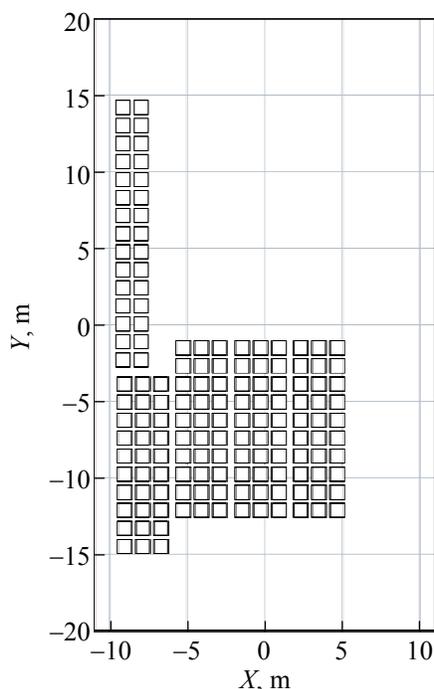


Рис.2. Схема подземного мюонного ковра.

В подземном зале установки под 2.3 кг/см^2 грунтового и бетонного поглотителей компактно установлены 150 мюонных детекторов (мюонный ковер), что соответствует энергетическому порогу регистрации мюонов в ШАЛ $\sim 5 \text{ ГэВ}$. Размеры сцинтиллятора, тубуса, а также тип ФЭУ здесь идентичны детекторам наземной части установки. Схема мюонного ковра приведена на рис.2. Порог регистрации по числу частиц в ШАЛ при условии 100% эффективности регистрации составляет $N_{ch} = 3 \times 10^5$ для ШАЛ с осями, падающими в пределах расстояний от центра установки $R < 25 \text{ м}$ и $N_{ch} = 5 \times 10^5$ при $R < 50 \text{ м}$ [8,9,11]. Методом парных задержек [12] оцениваются задержки времени прихода фронта ШАЛ в отдельные пункты с временным разрешением 4–5 нс.

3. Методика восстановления основных параметров ШАЛ

Для получения основных характеристик (параметров) ливня необходим

набор информации как о самом ливне, так и о геометрии и свойствах установки. Нулевым (базовым) банком эксперимента ГАММА назовем совокупность данных, которые позволяют определять характеристики регистрируемых установкой ливней. Сюда входят следующие характеристики:

- Данные о структуре и геометрии установки.
- Данные о характеристиках детекторов (максимумы и минимумы одночастичных спектров, ошибки измерений, зависимость декремента от кода).
- Данные о неисправных детекторах.
- Набор регистрируемых кодов плотностей и временных задержек для всех зарегистрированных событий и время события с точностью до секунды.

Показания детекторов, регистрирующих электронно-фотонный компонент ШАЛ, подвержены случайным, неконтролируемым ошибкам, которые обусловлены флуктуациями числа частиц ливня в месте регистрации и ошибками системы регистрации.

3.1. Определение характеристик электромагнитного компонента

Алгоритм вычисления оценок основных параметров ШАЛ предназначен для работы с флуктуирующими показаниями реальных детекторов с учетом геометрии установки. Вычисляемыми параметрами ливня являются X -, Y -координаты следа оси ШАЛ на уровне наблюдения, θ – зенитный и φ – азимутальный углы оси ливня, N_e – число частиц в ливне, s – возраст ливня, N_μ^r – число мюонов в круге заданного радиуса. Зенитный угол θ – угол между осью ливня и вертикалью, φ – азимутальный угол, т.е. угол между осью u установки и проекцией оси ливня на горизонтальную плоскость. Среди них наиболее важны координаты оси, т.к. от точности их определения зависит точность определения других параметров. Число экспериментальных точек (число пунктов регистрации), используемых для определения параметров, значительно превышает число определяемых параметров. В описываемом алгоритме учитывается специфика нахождения параметров ШАЛ по данным установки центрального типа. Для нахождения X , Y определяющим является предположение об аксиальной симметрии ФПР электромагнитного компонента и о возможности ее описания функцией Нишимуры–Каматы–Грейзена (НКГ). Угловые координаты оси ливня определяются на основе разниц времен прихода фронта ливня в различные детекторные пункты в предположении плоского фронта ШАЛ. Производится минимизация функционала, зависящего от разниц времен прихода и координат детекторов (метод наименьших квадратов – χ^2):

$$\chi^2 = \sum_i^m (ax_i + by_i + cz_i - \Delta t_i)^2 / \sigma_i^2, \text{ где } a = \cos \varphi \sin \theta, \quad b = \sin \varphi \sin \theta, \quad c = \cos \theta. \quad (1)$$

Здесь x_i , y_i , z_i – координаты временных детекторов, Δt_i – разница времен прихода фронта ливня в 1-й и i -й детекторы, σ_i – ошибка измерения времени. В алгоритме определения других параметров ливня учитывается специфика нахождения параметров ШАЛ по данным установки центрального типа. Для нахождения X , Y используется функция НКГ в следующей форме:

$$\rho'(r) = (0.366/r_m^2) N_e s^2 (2.07 - s)^{1.25} (r/r_m)^{s-2} (1 + r/r_m)^{s-4.5}, \quad (2)$$

где r_m – радиус Мольера, равный 120 м на уровне установки ГАММА, r – расстояние от оси ливня. Чтобы избежать сингулярности в формуле (2), учитывается конечный размер детектора, согласно работе [13]. Минимизируется функция χ^2 – сумма среднеквадратичных отклонений экспериментальных плотностей от теоретических в предположении, что распределение ошибок измерения дается формулой

$$\sigma^2 = \rho + 0.001\rho^2 \ln^2 \rho. \quad (3)$$

Это распределение было получено экспериментально. Здесь первый член описывает пуассоновские флуктуации, а второй член ответственен за ошибки в электронном канале регистрации. Вычисление координат оси ливня производится итерациями, начиная с детектора с максимальной плотностью.

3.2. Определение характеристик мюонного компонента ливня

Для определения характеристик мюонного компонента ливня используется функция пространственного распределения мюонов в заданном интервале N_e и $s - F(r, N_e, s)$.

Функция пространственного распределения мюонов экспериментально может быть изучена на установке ГАММА лишь для расстояний до 52 м от оси при отборе ливней в круге радиуса 50 м. Это позволяет и аппроксимирующую функцию построить и использовать лишь в интервале расстояний от 0 до 52 м. Аппроксимирующая функция используется далее для получения оценки числа мюонов. Пусть $w(r, N_e, s)$ – нормированная функция пространственного распределения мюонов:

$$w(r, N_e, s) = \rho_\mu(r, N_e, s) / 2\pi \int r dr \rho_\mu(r, N_e, s). \quad (4)$$

Тогда оценка числа мюонов в круге 50 м определяется как усеченное число мюонов

$$N_\mu^{tr}(N_e) = \sum_i (\rho_\mu^{\text{exp}}(r_i)) / w^{tr}(r_i, N_e, s) / K, \quad (5)$$

где суммирование ведется по всем исправным детекторам с $r_i \leq 50$, K – число таких детекторов, $\rho_\mu^{\text{exp}}(r_i)$ – экспериментальная плотность мюонов в i -ом детекторе, который находится на расстоянии r_i от оси данного ливня, $w^{tr}(r_i, N_e, s)$ нормирована в круге радиуса 50 м (интеграл вычислен в пределах от 0 до 50 м). В дальнейшем N_μ будет обозначать число мюонов в круге 50 м и индекс «tr» будет опускаться.

4. Определение энергии в индивидуальном событии

Есть два пути построения первичного энергетического спектра с использованием данных экспериментально зарегистрированных ШАЛ. Первый метод основан на определении энергии индивидуальных ШАЛ с параметрами

$\mathbf{q} = q(N_e, N_\mu, s, \theta)$ с использованием параметрического определения энергии $E = f(\mathbf{q})$ [2,8,11,14,15] или непараметрической оценки E_0 [15], предварительно определенной на основе моделирования в рамках данной модели взаимодействия. Второй, среднестатистический метод определения E_0 , позволяет получить первичный спектр посредством решения системы интегральных уравнений, построенной с использованием экспериментальных данных и модели развития ШАЛ в атмосфере [9,10,16,17]. В данной работе представлены результаты параметрического определения энергии в индивидуальных событиях $E = f(q)$, используя экспериментальные данные ГАММА [8-11] и модельные ливни, полученные по модели SIBYLL [18], используя программу CORSIKA [19]. При помощи второго метода спектры компонентов ПКИ были получены в работе [10].

В работе [6] детально описан метод определения энергии и построения энергетического спектра. Детально приведено обоснование метода и описан модельный банк, использованный для получения формулы для оценки первичной энергии частицы, породившей ливень.

Модельный банк событий для получения не зависящей от типа первичного ядра формулы оценки энергии был получен для четырех типов первичных ядер: Н, Не, О и Fe. Для каждого модельного события определены и записаны основные параметры ливня: полное число заряженных частиц N_{ch} , параметр возраста s , зенитный угол θ , усеченное число мюонов N_μ , в соответствии с тем, что определяется для экспериментальных ливней.

Построение первичного спектра по данным установки ГАММА с восстановлением энергии в индивидуальном событии главным образом основано на высокой степени корреляции первичной энергии E_0 с размером ливня N_{ch} . Параметр возраста s , зенитный угол θ , усеченное число мюонов N_μ призваны уменьшить неизбежную смещенность оценки энергии, возникающую благодаря наличию многих типов первичных ядер. В [6] параметрический вид измеренной энергии $\ln E_1 = f(\mathbf{a} | N_{ch}, N_\mu, s, \theta)$ получен путем минимизации χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_A \sum_{i=1}^N (\ln E_{0,A,i} - \ln E_{1,i})^2 / \sigma^2, \quad (6)$$

где $\mathbf{a} = a(a_1, a_2, \dots, a_p)$ с различным числом неизвестных параметров для различных эмпирических функций $f(\mathbf{a} | N_{ch}, N_\mu, s, \theta)$. Величины A , E_0 и восстановленные при измеренной энергии E_1 параметры ливня N_{ch} , N_μ , s и θ были взяты из данных моделирования. В качестве наилучшей оценки энергии, полученной посредством минимизации χ^2 (6), нами был получен следующий 7-мипараметрический ($p = 7$) фит:

$$\ln E_1 = a_1 x + a_2 \sqrt{s}/c + a_3 + a_4 c + a_5 / (s - a_6 y) + a_7 y e^s, \quad (7)$$

где $x = \ln N_{ch}$, $y = \ln N_\mu$ ($R < 50$ м), $c = \cos \theta$, s – возраст ливня, а энергия E_1 измеряется в ГэВ. Значения параметров a_1, a_2, \dots, a_7 представлены в табл.2 и были получены при $\sigma = 0.14$ и $\chi^2_{\min} / n_{d.f.} \approx 1$, где число степеней свободы

$n_{d.f.} = 8 \times 10^4$. Как и ожидалось, ошибки параметров $\Delta a_1, \dots, \Delta a_7$ ничтожно малы (< 5%) по причине очень высокого числа степеней свободы $n_{d.f.}$.

Табл.2. [6] Аппроксимационные параметры a_1, a_2, \dots, a_7 формулы (15), полученные посредством χ^2 -минимизации (6) для модели взаимодействия SIBYLL, $\sigma = 0.14$, $\chi^2_{\min}/n_{d.f.} \approx 1$.

| a_1 | a_2 | a_3 | a_4 | a_5 | a_6 | a_7 |
|-------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|
| 1.030 | 3.641 | -5.743 | 2.113 | 6.444 | 1.200 | -0.045 |

5. Первичный энергетический спектр

Полная статистика ШАЛ, анализируемая в этой статье, накоплена за 8.47×10^7 секунд живого времени работы установки ГАММА в период 2003–2011 гг. [12]. Критериями отбора полезных событий являются:

$$N_{ch} > 5 \times 10^5, \quad R < 50 \text{ м}, \quad \theta < 45^\circ, \quad 0.3 < s < 1.6, \quad \chi^2(N_{ch})/m < 3.$$

Здесь m – число сработавших сцинтилляционных детекторов. Полная статистика событий, отобранных по этим критериям, обеспечивающим 100%-ную эффективность регистрации в области энергий $3 \times 10^6 < E < (2-3) \times 10^8$ ГэВ, составляет $\sim 1.2 \times 10^6$ событий. Отметим, что верхний предел измеряемых энергий диктуется эффектом насыщения детекторов – характеристики детекторов неудовлетворительны при $\rho > 3 \times 10^3$.

Независимым тестом для представленной в этой работе процедуры измерения энергии может быть ожидаемая изотропность в распределениях зенитных углов при различных энергетических порогах. В области энергий $E > 3 \times 10^6$ ГэВ такая изотропность наблюдается и в пределах ошибок согласуется с модельными данными.

Используя описанный выше метод определения энергии (7) в индивидуальном событии, был построен энергетический спектр ПКИ. Результаты представлены на рис.3а совместно с данными работы [6]. На рис.3б наш спектр представлен совместно с данными других экспериментов [20-22]. Спектр получен с использованием 7-мипараметрического фита (7) в индивидуальных событиях при условиях $R < 50$ м и $\theta < 45^\circ$ [7]. Точки для энергий меньше 4×10^6 ГэВ получены при условиях $R < 20$ м и $\theta < 21^\circ$, когда вклад тяжелых ядер не теряется. Как следует из наших предварительных данных [8,11], энергетический спектр, построенный посредством многопараметрической оценки энергии в индивидуальном событии (п.4), слабо зависит от модели взаимодействия (QGSJET01 [23] или SIBYLL2.1 [18]).

Как видно из рис.3а, при энергиях $(6-8) \times 10^7$ ГэВ, где систематические смещения в определении энергии E_0 минимальны (4–5%), а ошибки составляют ($\sim 0.09-0.12$), в форме первичного спектра наблюдается нерегулярность «горб» (bump). При таких малых ошибках наблюдения «горб», очевидно, имеет физическую природу.

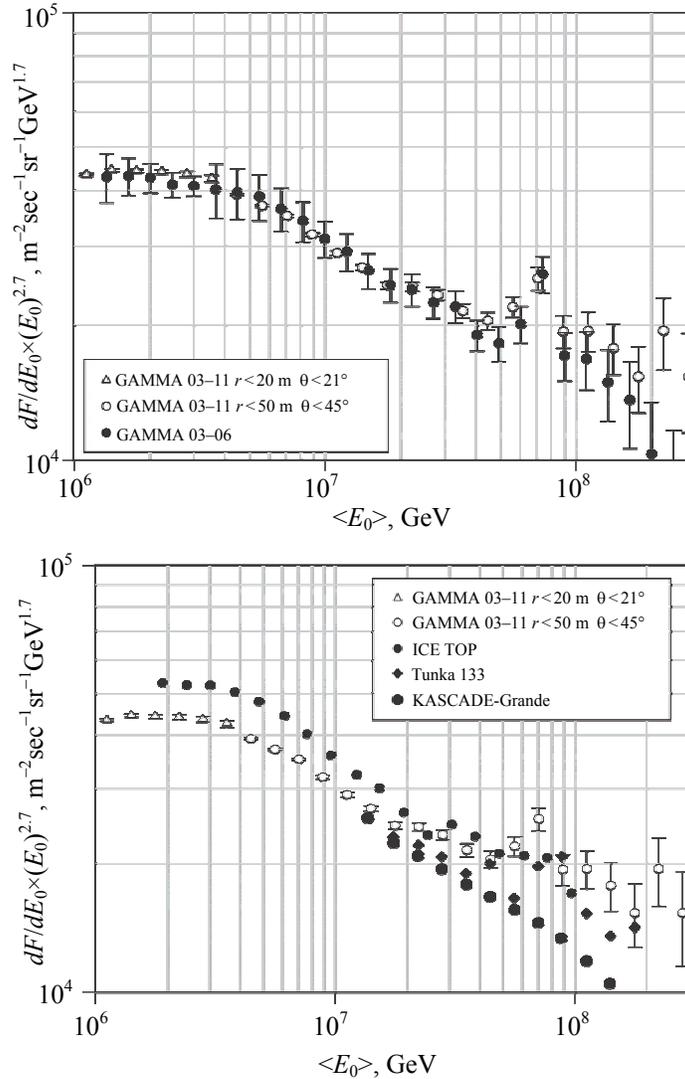


Рис.3 а) Энергетический спектр всех частиц первичного потока КЛ. Данные ГАММА 2003–2006 гг. и 2003–2011, б) энергетический спектр всех частиц по данным экспериментов TUNKA [20], KASCADE-Grande [21], ICE TOP [24] и ГАММА.

Ошибки в представленных спектрах в основном определяются суммой статистических и систематических ошибок (12). Экспериментальный порог регистрации по числу частиц искажает первичный спектр в области энергий $E < (2-2.5) \times 10^6$ ГэВ (в зависимости от модели взаимодействия), и поэтому нижний порог по энергии в представленном на рис.3 спектре равен $E_{\min} = 3 \times 10^6$ ГэВ, а верхний – $E_{\max} = (2-3) \times 10^8$ ГэВ диктуется насыщением ливневых детекторов, наблюдаемым при $E > 2 \times 10^8$ ГэВ для первичных протонов и $E > 4 \times 10^8$ ГэВ для ядер железа. Минимальные систематические ошибки и смещения (biases) наблюдаются в области энергий $(1-10) \times 10^7$ ГэВ и составляют 13% для

первичных ядер водорода H и 10% для ядер железа. Полученный энергетический спектр в пределах ошибок согласуется с данными KASCADE [25], AKENO [2] и Tibet-III [22] как по наклонам, так и абсолютным интенсивностям во всей области измеряемых энергий. Если профитировать все наши остальные точки спектра в области $(5-200) \times 10^6$ ГэВ степенной функцией, то бин $\langle 7.4 \times 10^7 \rangle$ ГэВ будет превышать этот гладкий спектр на четыре стандартных отклонения. Точная величина значимости отклонения «горба» от степенного фита спектра зависит от ширины выбранной для фитирования области энергий на рис.3 и лежит в пределах $(3.5-4.5)\sigma$. Мы включили в эти оценки систематические ошибки, хотя и для соседних точек они не являются независимыми и коррелируют друг с другом: переоценка энергии в одной точке не может быть проведена посредством переоценки соседней точки, если эти энергии относительно близки друг к другу. Систематические ошибки могут незначительно изменить наклон спектра, но не могут имитировать тонкую структуру, подобную «горбу». Отметим, прежде всего, что полученный спектр находится в согласии со спектром, полученным на основе данных 2003–2006 гг. Он не противоречит спектрам недавних экспериментов [20-21,24]. При этом только спектр эксперимента KASCADE-Grande не имеет нерегулярности в данной области, хотя показатель степенного спектра меняется с -3.1 на -3.0 . В то же время систематическая погрешность спектра KASCADE-Grande в данной области составляет 12% и спектры не противоречат друг другу. Необходимо отметить, что некоторые указания на наличие «горба» были видны и в данных KASCADE-Grande [25] и Tunka [4], хотя и с большей статистической неопределенностью (в пределах 1.5–2 стандартных отклонений). Более того, по локализации «горба» различные эксперименты согласуются друг с другом, а также согласуются с ожидаемой по гипотезе [9,10] энергией в точке излома для Fe-группы первичных ядер. Однако, наблюдаемая ширина ($\sim 20\%$ по энергии) и амплитуда «горба» в области $(6-8) \times 10^7$ ГэВ превышает линейный фит спектра (в логарифмическом масштабе), проведенный для всех точек с $E > 5 \times 10^6$ ГэВ, в ~ 1.5 раза (4 стандартных отклонения), что трудно объяснить в рамках общепринятых моделей происхождения космических лучей [23].

Как было показано нами ранее, как спектры по числу заряженных частиц ШАЛ (N_{ch}), так и спектры мюонов (N_{μ}) [9,10] независимо указывают на существование «горба» при тех же энергиях, и, как следует из зависимости возраста $s(N_{ch})$ ливня от его размера N_{ch} , «горб» при энергии $\sim 7.4 \times 10^7$ ГэВ формируется от первичных ядер железа.

6. Возможные причины возникновения «горба»

Нерегулярности в спектре всех частиц в области излома наблюдаются практически во всех экспериментах (см. [5]) и объясняются как гипотезой о зависящем от жесткости изломе, так и вкладом пульсаров в поток галактических космических лучей [26-28]. Оба этих подхода приближенно описывают спектр всех ядер в области энергий $(1-100) \times 10^6$ ГэВ. Однако, наблюдаемый при энер-

гиях $\sim 7.4 \times 10^7$ ГэВ «горб» при обоих подходах указывает на присутствие дополнительного компонента в потоке первичных ядер с очень пологим ($\gamma_p = 0 - 2$) энергетическим спектром в области энергий «горба» (bump) вплоть до энергии $E_c = 8 \times 10^7$ ГэВ. Известно, что гипотеза о зависящих от жесткости спектрах не объясняет явление “устаревания” ШАЛ при энергиях $(5-10) \times 10^7$ ГэВ, наблюдаемое в большинстве высокогорных экспериментов [9,13,29], и поэтому резонным является допущение о дополнительном вкладе тяжелых ядер в поток ПКИ, ответственных за возникновение «горба» при этих энергиях. Кроме того, резкость «горба» (рис.3) указывает на происхождение этого потока от компактных источников (пульсаров) [27,28].

В [6] проведен тест этих гипотез с использованием метода обратной задачи [8-10] на основе данных ГАММА и двухкомпонентной гипотезы происхождения космических лучей:

$$F_A(E) = \Phi_G(A) \left(E_k^{-\gamma_1} (E/E_k) \right)^{-\gamma} + P_A(E), \quad (8)$$

где $P_h = P_{he} = P_0 = 0$, а

$$P_{Fe}(E) = \Phi_p(Fe) E_{c,Fe}^{-\gamma_{1,p}} \left(E/E_{c,Fe} \right)^{-\gamma_p}. \quad (9)$$

Первое слагаемое в правой части выражения (8) (так называемый галактический компонент) – это степенные энергетические спектры с изломами, зависящими от жесткости при энергиях $E_k = E_R Z$ и наклонами $\gamma = \gamma_1$ и $\gamma = \gamma_2$ при энергиях $E \leq E_k$ и $E > E_k$, соответственно. Второе же слагаемое (так называемый пульсарный компонент) описывает дополнительный поток частиц с наклонами $\gamma_p = \gamma_{1,p}$ и $\gamma_p = \gamma_{2,p}$ при энергиях $E \leq E_{c,Fe}$ и $E > E_{c,Fe}$, соответственно. Детали анализа описаны в работе [6].

Ожидаемые спектры по числу частиц ШАЛ были рассчитаны на основе параметризации (8) применительно к банку данных, моделированных для первичных ядер H, He, O и Fe с целью оценки функций ядра соответствующих интегральных уравнений [9,10]. В итоге были получены ожидаемые энергетические спектры $F_A(E)$ для галактических ядер H, He, O и Fe и суммарный спектр всех частиц $\sum_A F_A(E)$. Они воспроизводят «горб».

Отметим, что полученный для дополнительного Fe-компонента поток частиц составляет $\sim 0.5-0.6$ % от полного потока Fe-компонента при первичных энергиях $E > 10^6$ ГэВ. Этот результат согласуется с ожидаемым для так называемого компонента «полярной шапки» [26]. При этом зависимость среднего атомного номера ПКИ от E_0 для двухкомпонентной модели отличается быстрым ростом в отличие от плавного роста однокомпонентной модели. На рис.4 представлен спектр по числу частиц для зарегистрированных ШАЛ и соответствующий модельный спектр [6]. Приведены также вклады от различных типов первичных ядер. На рис.5 представлены экспериментальный и модельный [6] энергетические спектры. Видно, что спектры находятся в хорошем согласии друг с другом.

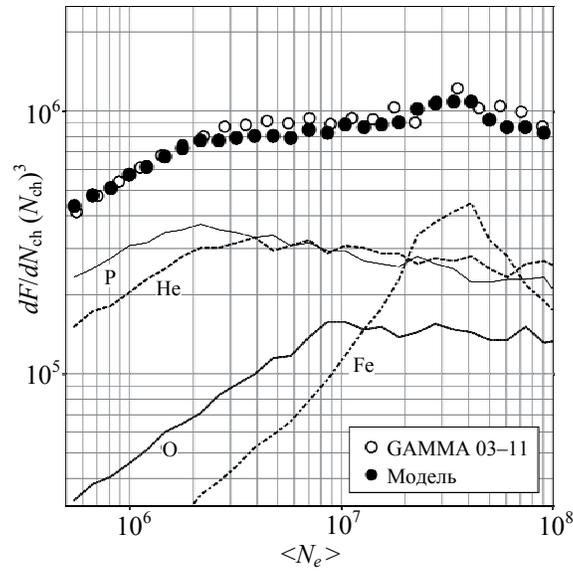


Рис.4. Спектр по числу частиц ШАЛ, зарегистрированных установкой ГАММА, и соответствующий спектр двухкомпонентной модели [6].

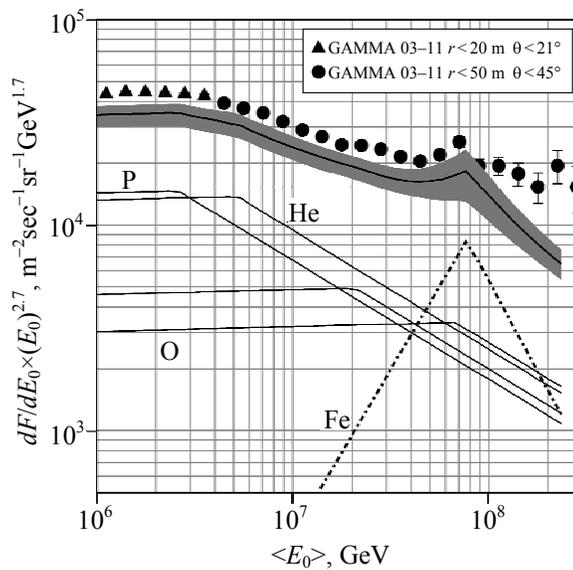


Рис.5. Первичный энергетический спектр всех частиц по данным ГАММА и для двухкомпонентной модели [6].

7. Зависимости компонентов ШАЛ друг от друга

Обнаруженная нерегулярность в энергетическом спектре всех частиц не может не отразиться и на поведении зависимостей различных характеристик ливня друг от друга. Поведение этих зависимостей в свою очередь дает информацию о возможных изменениях химического состава ПКИ в изучаемом интер-

вале энергий. На рис.6 приведена зависимость среднего поперечного возраста ШАЛ от первичной энергии.

В начале, до энергии излома спектра, возраст уменьшается с ростом энергии, затем уменьшение замедляется. При энергии больше 10^7 ГэВ уменьшение возраста с ростом энергии прекращается. В нашем эксперименте измеряется поперечный возраст ливня, определяемый формой функции пространственного распределения заряженных частиц. Однако поперечный возраст тесно связан с продольным.

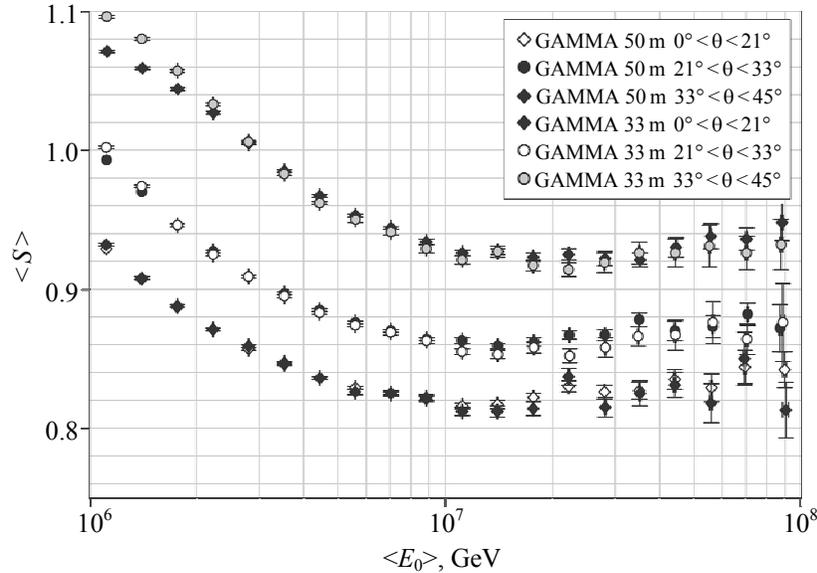


Рис.6. Зависимость возраста ливня от первичной энергии в различных интервалах зенитных углов.

В докладе на Батавском симпозиуме (ISVHECRI 2010) Капдевилем на основе модельных расчетов было показано, что для ШАЛ справедливо соотношение $s_{\square} \approx (1.25 - 1.3)s_{\perp}$. Учитывая это, средний продольный возраст наших ливней в интервале энергий $10^7 - 10^8$ ГэВ лежит в пределах 1.04–1.09, т.е. они находятся за максимумом своего развития. А продольный возраст прямо связан с расстоянием от максимума ливня до уровня наблюдения. Тогда у нас глубина максимума остается примерно постоянной при $E_0 > 10^7$ ГэВ, что возможно только при сложном и меняющемся массовом составе. При этом глубина максимума, с одной стороны, должна будет расти с энергией, а с другой, уменьшаться вследствие утяжеления первичного состава и роста логарифма среднего атомного числа $\langle \ln A \rangle$. В приближении принципа суперпозиции для ливней, генерированных ядром, глубина максимума должна уменьшаться примерно как $\langle \ln A \rangle$, что должно компенсировать рост глубины с энергией $\sim \langle \ln E_0 \rangle$. Такой быстрый рост $\langle \ln A \rangle$ может быть обеспечен только дополнительным компонентом в первичном излучении.

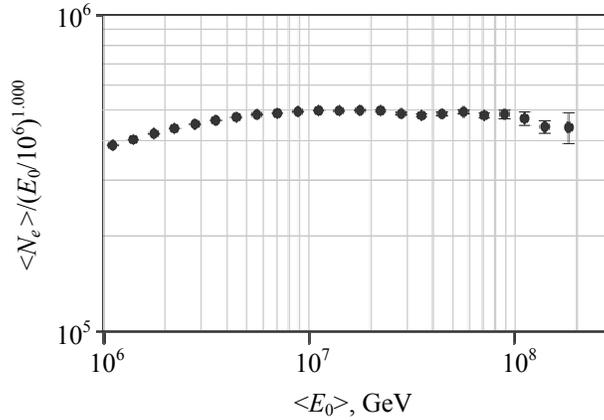


Рис.7. Зависимость среднего полного числа частиц ШАЛ от первичной энергии. Точки – эксперимент ГАММА.

На рис.7 представлена зависимость полного числа заряженных частиц в ШАЛ от первичной энергии. Для ливней находящихся за максимумом продольного развития эта зависимость имеет вид $\langle N_e \rangle \sim \langle E_0 \rangle^{1+\varepsilon}$. Действительно, при энергии меньше 10^7 ГэВ такая зависимость наблюдается, хотя ε уменьшается с ростом энергии. До излома спектра $\varepsilon \approx 0.13$, после излома – 0.05. Но при $E_0 > 10^7$ ГэВ $\langle N_e \rangle \sim \langle E_0 \rangle$. В этом интервале энергий точности определения N_e и E_0 наилучшие и эти величины сильно коррелируют друг с другом. Поэтому прямая пропорциональность N_e энергии выполняется достаточно точно. Такое поведение обеспечивается указанным выше постоянством глубины максимума, а, следовательно, и постоянством разницы глубин максимума и установки. Число частиц в максимуме пропорционально E_0 , а постоянство разницы глубин обеспечивает одинаковую степень поглощения и, как результат, наблюдаемую

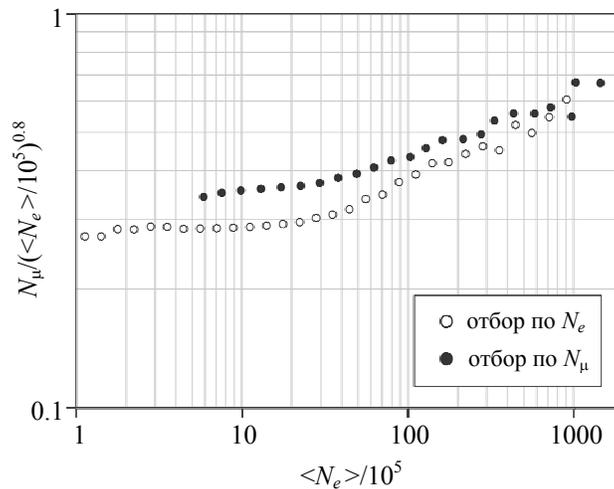


Рис.8. Корреляция между полным числом частиц ливня и усеченным числом мюонов.

пропорциональность. Хотя рассмотрение носит приближенный характер, физике ливней оно описывает достаточно правильно.

На рис.8 представлена зависимость N_μ от N_e при отборе ливней по каждому из этих параметров. Для большей наглядности, на рисунке N_μ разделено на $(N_e/10^5)^{0.8}$. При отборе ливней по N_e предпочтительно отбираются протонные ливни, тогда как при отборе по N_μ дискриминации ливней от более тяжелых ядер нет. По этой причине различие графиков является наглядным проявлением сложного первичного химсостава. Видно, что до излома N_μ растет примерно как $N_e^{0.8}$, после чего рост усиливается. Число мюонов растет пропорционально N_e . Уже на ранней стадии работы мы это интерпретировали как указание на утяжеление первичного химсостава.

8. Заключение

Многопараметрический метод определения энергии для индивидуальных событий (п.4.3) обеспечивает высокую точность оценки энергии космических лучей ($\sigma(E) \approx 10-15\%$) независимо от массы первичного ядра (со смещениями $<5\%$) в области энергий $10^6 - 2 \times 10^8$ ГэВ. Этим методом был построен энергетический спектр всех частиц в области излома и выше по данным установки ГАММА (рис.3). Результаты получены для модели взаимодействия SIBYLL 2.1. Первичный энергетический спектр всех ядер в пределах систематических и статистических ошибок согласуется со спектром, полученным методом обратной задачи в ШАЛ [8-10] в области энергий $10^6 - 2 \times 10^8$ ГэВ. В области энергий $(6-8) \times 10^7$ ГэВ наблюдается нерегулярность в виде «горба», выявленная при условиях обеспечения высокой точности определения энергии и малых статистических ошибок. «Горб» может быть описан двухкомпонентной моделью (параметризация (16)) ПКИ с введением дополнительного (пульсарного) Fe-компонента с очень пологим энергетическим спектром ($\gamma_{1,p} \sim 1 \pm 0.5$) в области до энергии обрезания $E_{c,Fe}$. Хотя мы полностью не можем исключить стохастическую природу «горба», наши проверки систематических неопределенностей в применяемом методе приводят к выводу об их безотносительности к этому наблюдаемому явлению и необходимости дальнейшего изучения этой области энергии. Совокупность зависимостей компонентов ШАЛ друг от друга указывает на быстрый рост среднего атомного числа ядер ПКИ с энергией.

Авторы выражают благодарность всем коллегам из Ереванского физического института и Физического института им. П.Н. Лебедева, принимавшим участие в создании, эксплуатации и модернизации установки. Особо хотим отметить вклад С. Тер-Антоняна в создание метода оценки первичной энергии. Работа выполнена при содействии Гос. Комитета по науке РА, Московского физического института РАН и Всеармянского фонда «Айастан».

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Б.Христиансен, Г.В.Куликов. ЖЭТФ, **35**, 635 (1958).
2. N.Nagano et al. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., **10**, 1295 (1984).

3. **A.P.Garyaka et al.** J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., **28**, 2317 (2002).
4. **E.E.Korosteleva et al.** Nucl. Phys. B (proc. suppl.), **165**, 74 (2007).
5. **A.D.Erlykin, A.W.Wolfendale.** Astrophys. Space Scien. Transactions, **7**, 145 (2011).
6. **A.P.Garyaka, R.M.Martirosov, S.V.Ter-Antonyan, et al.** J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., **35**, 115201 (2008).
7. **Т.В.Данилова и др.** Известия АН Арм. ССР, Физика, **17**, 129 (1982).
8. **S.V.Ter-Antonyan et al.** Proc. 29th ICRC, HE1.2, Pune, **6**, 101 (2005).
9. **S.V.Ter-Antonyan et al.** Proc. Inter. Cosmic Ray Workshop Aragats-2007, Nor-Amberd, Armenia, 2007, p.33.
10. **A.P.Garyaka et al.** Astropart. Phys., **28**, 169 (2007).
11. **S.V.Ter-Antonyan et al.** Preprint astro-ph/0506588 (2005).
12. **R.M. Martirosov et al.** Proc. ICRC 2011, Beijing, **1**, 178 (2011).
13. **В.М.Мхитарян, О.С.Бабаджян.** КВАНТ, серия: Техника физического эксперимента, **2(33)**, 64 (1987).
14. **V.V.Avakian et al.** Proc. 24th Int. Cosmic Ray Conf. Rome, **1**, 348 (1995).
15. **V.S.Eganov et al.** Int. J. Mod. Phys. A, **20**, 6811 (2005).
16. **A.Chilingarian, S.Ter-Antonian, A.Vardanyan.** Nucl. Phys. B, **52**, 240 (1997).
17. **T.Antoni et al.** Astropart. Phys., **24**, 1 (2005) (preprint astro-ph/0505413).
18. **R.S.Fletcher, T.K.Gaisser, P.Lipari, T.Stanev.** Phys. Rev. D, **50**, 5710 (1994).
19. **D.Heck, J.Knapp, et al.** Forschungszentrum Karlsruhe Report, FIZIKA 6019 (1998).
20. **B.V.Antokhonov et al.** POS 138, Tunka-133, 25th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics, Heidelberg, Germany, 2010.
21. **J.C.Arteaga-Velazquez.** The KASCADE-Grande experiment: recent results about the energy spectrum, Proc. of XVI ISVHECRI, 2010, Batavia, arXiv:1009.4716.
22. **М.Аменомори et al.** Tibet ASc Collaboration, Astrophys. J., **461**, 408 (1996).
23. **Н.Н.Калмыков, С.С.Остапченко.** Ядерная физика, **56**, 105 (1993).
24. **F.Kislat for the IceCube Collaboration.** Proc. of the 22nd ECRS (2010), Turku, Finland; Astrophysics and Space Sciences Transactions, **7**, 175, 2010.
25. **M.Bruggemann et al.** Proc. 20th ECRS, Lisbon, 2006.
26. **T.Stanev, P.L.Biermann, T.K.Gaisser.** Astron. Astrophys., **274**, 902 (1993).
27. **A.D.Erlykin, A.W.Wolfendale.** Astropart. Phys., **22**, 47 (2004).
28. **W.Bednarek, R.J.Protheroe.** Astropart. Phys., **16**, 397 (2002).
29. **S.Miyake et al.** Proc. 16th ICRC, Kyoto, **13**, 171 (1979).

INVESTIGATION OF THE MAIN CHARACTERISTICS
OF THE SUPERHIGH ENERGY PRIMARY COSMIC RADIATION
IN THE GAMMA EXPERIMENT (mt. ARAGATS, ARMENIA)

A.P. GARYAKA, R.M. MARTIROSOV, S.H. SOKHOYAN, H.A. BABAYAN,
H.S. VARDANYAN, A.D. ERLYKIN, N.M. NIKOLSKAYA, Y.A. GALANT, L.W. JONES

The all particle energy spectrum of the Primary Cosmic Radiation obtained on the base of GAMMA (3200 m a.s.l., 700 g/cm² of atmospheric depth) array results is presented. The results are obtained by the event-by-event method of the energy E_0 estimation which is developed using the EAS simulation with the SIBYLL interaction model taking into account the response of GAMMA detectors and reconstruction uncertainties of EAS parameters. By using this method an irregularity ('bump') in the spectrum is observed at primary energies of $\sim 7.4 \times 10^7$ GeV. This bump exceeds a smooth power-law fit to the data by about 4 standard deviations. We examined the systematic uncertainties of our methods and conclude that they cannot be responsible for the observed feature. A model, explained this phenomenon, is proposed.

УДК 621.384

ПРОБЛЕМЫ ИСКАЖЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТОКАМИ ФУКО В ЕРЕВАНСКОМ СИНХРОТРОНЕ

Д.К. КАЛАНТАРЯН[†]

Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна (ЕрФИ), Ереван

[†]e-mail: davit.kalantaryan@desy.de

(Поступила в редакцию 24 августа 2012 г.)

Аналитически исследовано влияние токов Фуко на проектное значение магнитного поля в ускорителях. Разработана программа для расчета искажений магнитных полей, вызванных токами Фуко. В качестве примера приведены численные результаты для ускорителя Ереванского физического института в случае его использования для ускорения ионов.

1. Введение

В ускорителях магнитное поле (отклоняющее и фокусирующее поля) меняется пропорционально энергии пучка, и в случае металлической вакуумной камеры возникают индуктивные токи – токи Фуко – за счет изменяющегося во времени магнитного поля. Эти токи могут привести к ряду нежелательных явлений, например, потере мощности, как было показано в [1-3]. В этих работах в основном обсуждались результаты, полученные методом различных симуляций. В настоящей работе впервые из уравнений Максвелла получены аналитические выражения для токов Фуко, с помощью которых из формулы Био–Савара–Лапласа получено выражение для искаженного магнитного поля в эллиптической вакуумной камере. Разработана также быстродействующая программа расчета физических величин, обусловленных токами Фуко. В качестве примера приведены численные расчеты магнитной структуры ереванского синхротрона для ускорения ионных пучков.

2. Расчет магнитного поля, возбужденного токами Фуко

Рассмотрим металлическую эллиптическую вакуумную камеру. Полуось камеры, перпендикулярную магнитным линиям, обозначим через a , а полуось, параллельную им – через b (см. рис.1).

Разделим верхнюю и нижнюю полуповерхности вакуумной камеры на маленькие ячейки (рис.2) и запишем второе уравнение Максвелла для каждой из них в виде

$$I_i R = \oint_i \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi_i}{dt}, \quad (1)$$

где Φ_i – поток магнитной индукции через i -ую ячейку. Если суммировать уравнение (1) по всем i , то увидим, что в центральной части соседние стороны ячеек компенсируют друг друга (рис.2), и суммарный ток течет по границам вакуумной камеры.

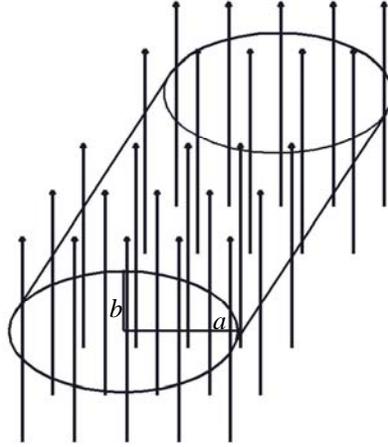


Рис.1. Магнитные линии и эллиптическая вакуумная камера.

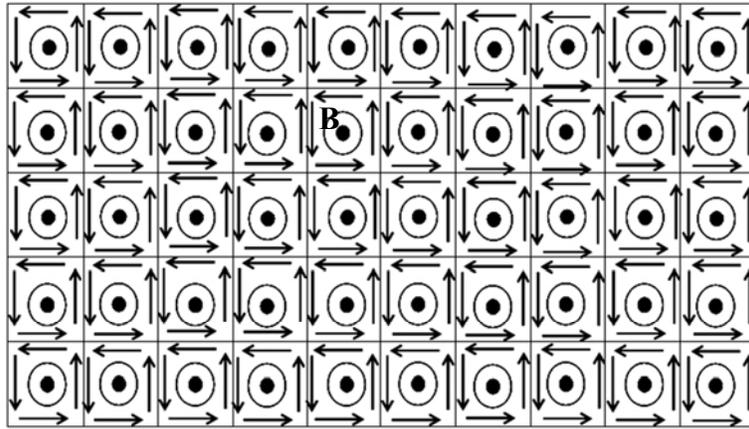


Рис.2. Вакуумная камера, разделенная на маленькие ячейки (вид сверху).

После суммирования выражения (1) по одной полуоси получим

$$IR = -\frac{d}{dt} \left(\int \mathbf{B} ds \right). \quad (2)$$

Пространственное распределение магнитной индукции \mathbf{B} в ускорителях не меняется, тогда как временная зависимость меняется пропорционально изменению энергии ускоряемых частиц [4]:

$$\mathbf{B} = \mathbf{b}_0 f(t). \quad (3)$$

В формуле (3) $f(t)$ – временная часть магнитной индукции с размерностью Тесла. При этом для дипольного магнита вектор \mathbf{b}_0 представляется в виде

$$\mathbf{b}_0 = b_0(0,1,0). \quad (3.1)$$

Обсудим вид функции $f(t)$ для ускорителя ереванского синхротрона с инжекционной энергией 1 МэВ/нукл., которой соответствует магнитная жесткость 0.289 Т·м. Радиус кривизны для дипольных магнитов равен 25.25 м, так что соответствующая магнитная индукция получается равной 0.0114 Т. Если принять максимальную энергию (энергию эжекции) равной 2 ГэВ/нукл., то магнитная жесткость получается равной 18.5748 Т·м, а магнитная индукция – 0.735637 Т. Соответствующая зависимость $f(t)$ от t представлена на рис.3.

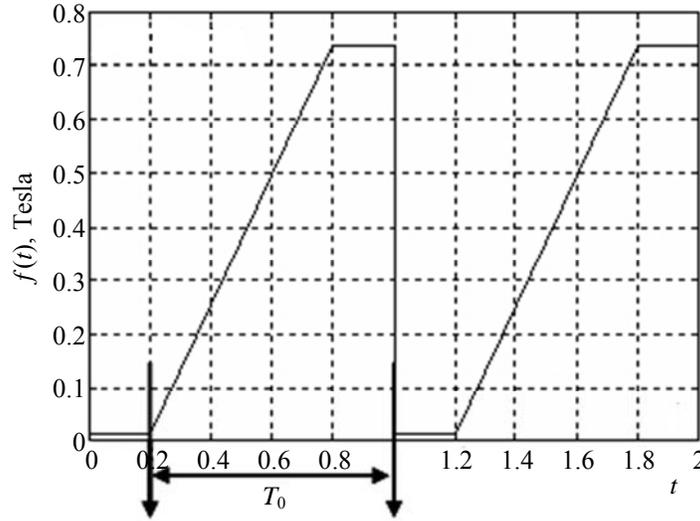


Рис.3. Зависимость модуля магнитной индукции от времени t для ускорителя с периодом повторения T_0 .

Подставив выражения (3) и (3.1) в формулу (2), получим

$$IR = -\frac{d}{dt} \left(\int (\mathbf{b}_0 f(t)) ds \right) = -\frac{d}{dt} \left(f(t) \int \mathbf{b}_0 ds \right) = -\frac{d}{dt} (f(t) S_0) = -S_0 f'(t). \quad (4)$$

Здесь $S_0 = 2aL_B$, где L_B – длина поворотного магнита. Чтобы получить ток из уравнения (4), необходимо иметь значение сопротивления R . Если разложить функцию, показанную на рис.3, в ряд Фурье и учесть, что основной вклад вносит первая гармоника, значение которой значительно больше остальных, то, ограничиваясь только первой гармоникой, получим

$$f(t) \cong f_1 \cos(\omega t + \psi), \quad (4.2)$$

где ψ – начальная фаза, а f_1 – амплитуда первой гармоники. С большой точностью амплитуду первой гармоники можно аппроксимировать следующим выражением:

$$f_1 = (f_{\max} - f_{\min})/2. \quad (4.3)$$

Как известно, переменный ток течет, в основном, в скин-слое, толщина которого определяется по формуле

$$d_{\text{skin}} = c\sqrt{2(\varepsilon_0/\omega\mu_m)\rho}. \quad (5)$$

Очевидно, что полное сопротивление системы будет равно

$$R = 2R_1 + 2R_2. \quad (6)$$

Здесь R_1 – сопротивление по периметру эллипса, а R_2 – по образующим эллипсоида:

$$R_1 \cong \rho L_p/4\Delta d_{\text{skin}}, \quad R_2 \cong \rho L_B/S_1. \quad (7)$$

В выражениях (7) L_B – длина магнита, L_p – периметр эллипса, Δ – толщина стенок вакуумной камеры, S_1 – площадь, по которой течет ток вдоль вакуумной камеры, определяемая формулой

$$S_1 = ab \left\{ \arcsin\left(\frac{a-d_{\text{skin}}}{a}\right) + \left(\frac{a-d_{\text{skin}}}{a}\right) \sqrt{1-\left(\frac{a-d_{\text{skin}}}{a}\right)^2} \right\} - \\ - [(a-\Delta)(b-\Delta)] \left\{ \arcsin\left(\frac{a-d_{\text{skin}}}{a-\Delta}\right) + \left(\frac{a-d_{\text{skin}}}{a-\Delta}\right) \sqrt{1-\left(\frac{a-d_{\text{skin}}}{a-\Delta}\right)^2} \right\}. \quad (7.1)$$

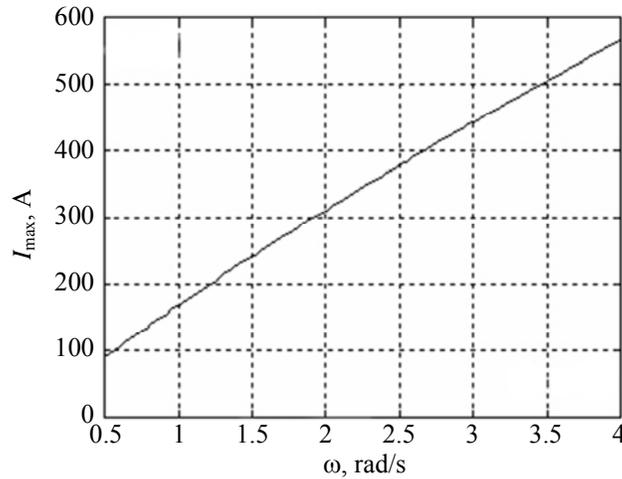


Рис.4. Зависимость амплитуды тока от частоты повторения ускорителя при толщине стенок вакуумной камеры 2 мм.

Периметр эллипса L_p с хорошим приближением описывается выражением [5]

$$L_p = 4(a^x + b^x)^{1/x}, \quad x = \ln 2/\ln(\pi/2). \quad (7.2)$$

Используя формулу (4), с помощью полученных выражений для сопротивлений можно определить ток I . Зависимость амплитуды тока от частоты ω для поворотного магнита ереванского синхротрона показана на рис.4.

Далее, воспользовавшись законом Био–Савара–Лапласа, получим выражение для элемента магнитной индукции, возбужденной токами Фуко:

$$d\mathbf{B}_{\text{dist}} = (\mu_0/4\pi) I [d\mathbf{l} \times \mathbf{r}] / r^3. \quad (8)$$

В (8) \mathbf{B}_{dist} – это искаженное магнитное поле, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м – магнитная константа, I – ток в амперах, текущий по секции $d\mathbf{l}$, \mathbf{r} – вектор от точки на поверхности эллипсоида, где протекает ток, до точки наблюдения (рис.5).

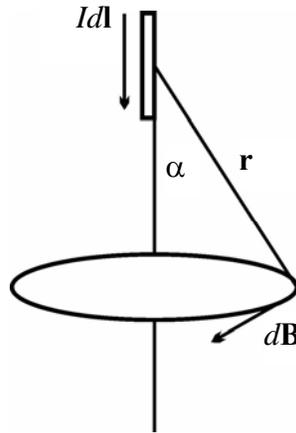


Рис.5. Рисунок для иллюстрации формулы (8).

3. Исследование магнитной индукции, возбужденной токами Фуко

Для получения поля в точках наблюдения следует проинтегрировать выражение (8) по всем элементам тока:

$$\mathbf{B}_{\text{dist}}(\mathbf{r}', t) = \frac{\mu_0 I(t)}{4\pi} \int_L \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}. \quad (9)$$

Используя симметрию задачи, будем интегрировать выражение (8) в эллиптической системе координат (μ, ν, z) [6,7]. Здесь ось z – ось эллипсоида, совпадающая с декартовой осью z . Поперечные координаты (μ, ν) связаны с декартовыми (x, y) следующими соотношениями:

$$x = A \cosh \mu \cos \nu, \quad y = A \sinh \mu \sin \nu, \quad z = z. \quad (10)$$

Эквипотенциальные линии для (μ, ν) изображены на рис.6.

Для того чтобы одна из эквипотенциальных линий совпадала с периметром эллипса вакуумной камеры, следует брать $A = \sqrt{a^2 - b^2}$. Тогда координата μ , соответствующая периметру вакуумной камеры, будет равна

$$\mu = \ln \sqrt{(a+b)/(a-b)}. \quad (11)$$

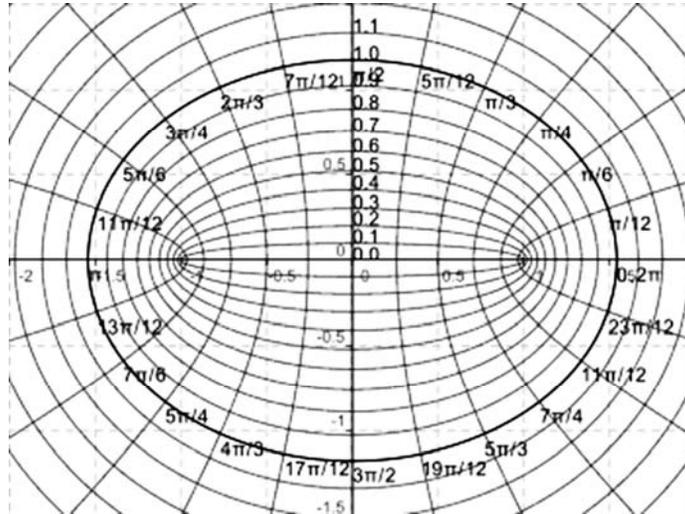


Рис.6. Эквипотенциальные линии для эллиптической системы координат.

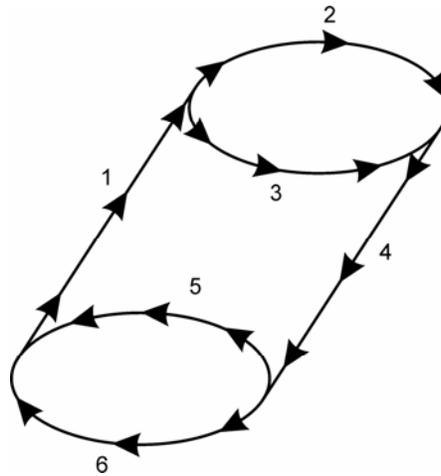


Рис.7. Стрелками пронумерованы 6 контуров интегрирования.

Рассмотрим интеграл (9), не зависящий от времени в вышеупомянутой системе координат. Запишем вначале выражение $d\mathbf{l} \times \mathbf{r}$ в матричной форме:

$$d\mathbf{l} \times \mathbf{r} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_\mu & \mathbf{e}_\nu & \mathbf{e}_z \\ dl_\mu & dl_\nu & dl_z \\ r_\mu & r_\nu & r_z \end{vmatrix}. \quad (12)$$

Представим теперь интеграл (9) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{\text{inf}} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} = \frac{2\mu_0 I}{4\pi} \int_1 \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} + \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_2 \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} + \dots + \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_6 \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} = \\ &= \frac{\mu_0 I(t)}{4\pi} \left\{ 2 \int_1 \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} + \dots + \int_6 \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, контуры интегрирования (13) будут состоять из шести частей, которые показаны на рис.7.

Выражение в фигурных скобках (13) назовем форм-фактором и обозначим через \mathbf{F}_B :

$$\mathbf{B}_{\text{inf}}(\mathbf{R}, t) = (\mu_0 I(t) / 4\pi) \mathbf{F}_B(\mathbf{R}). \quad (14)$$

Учитывая это, можно получить, что

$$|\mathbf{B}_{\text{inf}}|/|\mathbf{B}| \sim (\mu_0 S_0 \omega / 4\pi R(\omega)) |\mathbf{F}_B|, \quad (15)$$

где \mathbf{B} определяется согласно (3). Представим (15) в нормированном на максимум форм-фактора виде

$$|\mathbf{B}_{\text{inf}}|/|\mathbf{B}| \sim (\mu_0 S_0 \omega |\mathbf{F}_B|_{\text{max}} / 4\pi R(\omega)) |\mathbf{F}_B| / |\mathbf{F}_B|_{\text{max}} \quad (16)$$

и введем следующие обозначения:

$$K(\omega) \equiv \mu_0 S_0 \omega |\mathbf{F}_B|_{\text{max}} / 4\pi R(\omega), \quad f_B = |\mathbf{F}| / |\mathbf{F}_B|_{\text{max}}, \quad (17)$$

где $|\mathbf{F}_B|_{\text{max}}$ – максимум форм-фактора $|\mathbf{F}_B|$ по оси движения частиц. Окончательно, приходим к выражению

$$|\mathbf{B}_{\text{inf}}|/|\mathbf{B}| = K(\omega) f_B. \quad (18)$$

Введенная таким образом функция $K(\omega)$ полностью определяет степень влияния токов Фуко на магнитное поле ускоряющей системы. Очевидно, что максимум относительного отклонения определяется функцией $K(\omega)$. Зависимость этой функции от частоты ω для магнита ереванского синхротрона приведена на рис.8.

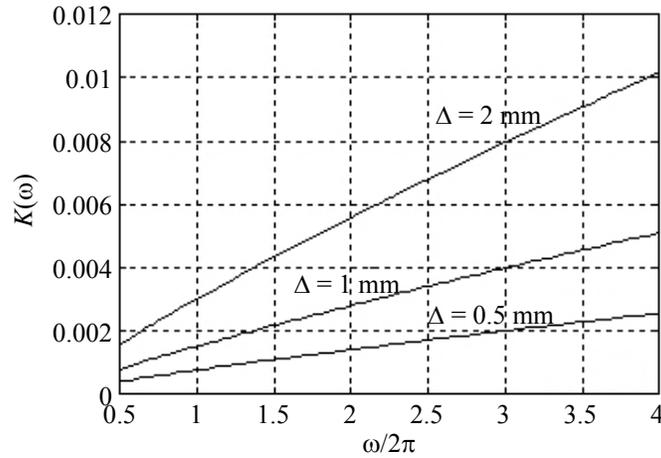


Рис.8. Зависимость $K(\omega)$ от ω для магнита ускорителя ереванского синхротрона при различных толщинах стенок эллиптической камеры.

Соответственно выбранной системе координат, приведенной на рис.6, на

всех контурах $dl_\mu = 0$. На контурах 1 и 4 $dl_\nu = 0$, $dl_z = dz$, на контурах 2, 3, 5, 6 $dl_z = 0$, $dl_\nu = \sqrt{a^2 \sin^2 \nu + b^2 \cos^2 \nu} d\nu$. В результате, интеграл (13) для указанных контуров может быть записан в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_1 \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} = \left(\int_0^{L_B} \frac{\mathbf{e}_\mu r_\nu - \mathbf{e}_\nu r_\mu}{r^3} dz \right) \Big|_{\nu=\pi}, \\ \int_2 \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} = \left(\int_\pi^0 \frac{\mathbf{e}_\mu r_z - \mathbf{e}_z r_\mu}{r^3} \sqrt{a^2 \sin^2 \nu + b^2 \cos^2 \nu} d\nu \right) \Big|_{z=L_B}, \\ \int_3 \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} = \left(\int_\pi^{2\pi} \frac{\mathbf{e}_\mu r_z - \mathbf{e}_z r_\mu}{r^3} \sqrt{a^2 \sin^2 \nu + b^2 \cos^2 \nu} d\nu \right) \Big|_{z=L_B}, \\ \int_4 \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} = \left(\int_{L_B}^0 \frac{\mathbf{e}_\mu r_\nu - \mathbf{e}_\nu r_\mu}{r^3} dz \right) \Big|_{\nu=0}, \\ \int_5 \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} = \left(\int_0^\pi \frac{\mathbf{e}_\mu r_z - \mathbf{e}_z r_\mu}{r^3} \sqrt{a^2 \sin^2 \nu + b^2 \cos^2 \nu} d\nu \right) \Big|_{z=0}, \\ \int_6 \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} = \left(\int_{2\pi}^\pi \frac{\mathbf{e}_\mu r_z - \mathbf{e}_z r_\mu}{r^3} \sqrt{a^2 \sin^2 \nu + b^2 \cos^2 \nu} d\nu \right) \Big|_{z=0}. \end{array} \right. \quad (19)$$

Используя эти выражения для всех контуров, окончательно получим для компонент форм-фактора \mathbf{F}_B в эллиптической системе координат:

$$\begin{aligned} F_{B\mu} = & 2 \left(\int_0^{L_B} \frac{r_\nu}{r^3} ds \right) \Big|_{\nu=\pi} + 2 \left(\int_{L_B}^0 \frac{r_\nu}{r^3} ds \right) \Big|_{\nu=0} + \\ & + \left(\int_\pi^0 \frac{r_z \sqrt{a^2 \sin^2 \beta + b^2 \cos^2 \beta} d\beta}{r^3} \right) \Big|_{z=L_B} + \left(\int_\pi^{2\pi} \frac{r_z \sqrt{a^2 \sin^2 \beta + b^2 \cos^2 \beta} d\beta}{r^3} \right) \Big|_{z=L_B} + \\ & + \left(\int_0^\pi \frac{r_z \sqrt{a^2 \sin^2 \beta + b^2 \cos^2 \beta} d\beta}{r^3} \right) \Big|_{z=0} + \left(\int_{2\pi}^\pi \frac{r_z \sqrt{a^2 \sin^2 \beta + b^2 \cos^2 \beta} d\beta}{r^3} \right) \Big|_{z=0}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$F_{B\nu} = -2 \left(\int_0^{L_B} \frac{r_\mu}{r^3} ds \right) \Big|_{\nu=\pi} - 2 \left(\int_{L_B}^0 \frac{r_\mu}{r^3} ds \right) \Big|_{\nu=0}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} F_{Bz} = & - \left(\int_\pi^0 \frac{r_\mu \sqrt{a^2 \sin^2 \beta + b^2 \cos^2 \beta} d\beta}{r^3} \right) \Big|_{z=L_B} - \left(\int_\pi^{2\pi} \frac{r_\mu \sqrt{a^2 \sin^2 \beta + b^2 \cos^2 \beta} d\beta}{r^3} \right) \Big|_{z=L_B} - \\ & - \left(\int_0^\pi \frac{r_\mu \sqrt{a^2 \sin^2 \beta + b^2 \cos^2 \beta} d\beta}{r^3} \right) \Big|_{z=0} - \left(\int_{2\pi}^\pi \frac{r_\mu \sqrt{a^2 \sin^2 \beta + b^2 \cos^2 \beta} d\beta}{r^3} \right) \Big|_{z=0}. \end{aligned} \quad (22)$$

В выражениях (20–22) мы использовали s вместо z и β вместо v . Эти замены сделаны для того, чтобы не путать координаты интегрирования с координатами точки наблюдения. Для получения (r_μ, r_ν, r_z) следует умножить \mathbf{r} на единичные векторы $(\mathbf{e}_\mu, \mathbf{e}_\nu, \mathbf{e}_z)$:

$$r_\mu = \mathbf{r}\mathbf{e}_\mu, \quad r_\nu = \mathbf{r}\mathbf{e}_\nu, \quad r_z = \mathbf{r}\mathbf{e}_z. \quad (23)$$

Приведем связь между единичными векторами в эллиптической и декартовой системах координат:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_\mu &= \frac{\sinh \mu \cos \nu}{\sqrt{\sinh^2 \mu + \sin^2 \nu}} \mathbf{i} + \frac{\cosh \mu \sin \nu}{\sqrt{\sinh^2 \mu + \sin^2 \nu}} \mathbf{j}, \\ \mathbf{e}_\nu &= -\frac{\cosh \mu \sin \nu}{\sqrt{\sinh^2 \mu + \sin^2 \nu}} \mathbf{i} + \frac{\sinh \mu \cos \nu}{\sqrt{\sinh^2 \mu + \sin^2 \nu}} \mathbf{j}, \quad \mathbf{e}_z = \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (24)$$

Используя (24) и вычислив интегралы (20)-(22), мы получим зависимость $f_B = |\mathbf{F}_B|/|\mathbf{F}_B|_{\max}$ для нормированного на максимальное значение форм-фактора от координаты z в магните. Эта зависимость для магнита ереванского ускорителя приведена на рис.9.

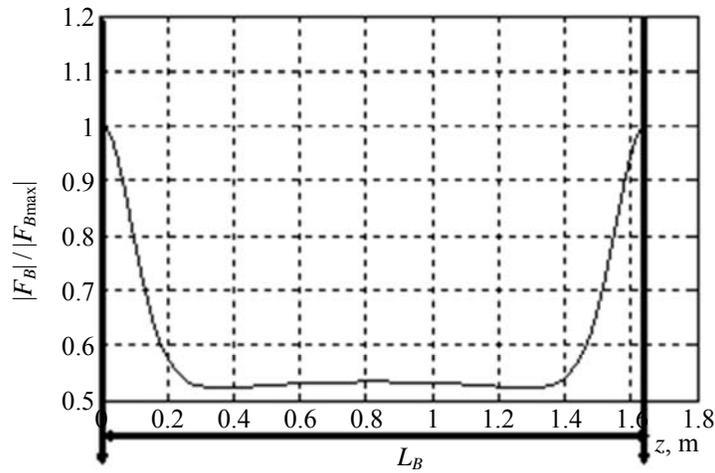


Рис.9. Зависимость нормированного форм-фактора f_B от z для магнита ускорителя ереванского синхротрона.

Как и следовало ожидать, значение форм-фактора f_B достигает резкого максимума на краях магнита, оставаясь квазипостоянным в промежуточной части.

4. Заключение

В работе получены аналитические формулы для расчета токов Фуко в случае эллиптической камеры. Была разработана программа, которая, используя

полученные формулы, может определить форм-фактор и частотную зависимость токов Фуко.

Полученные здесь результаты позволят записать программу для расчета потерь мощности в ускорителях из-за токов Фуко, а также сравнить эти потери с экспериментальными и симуляционными результатами, приведенными в [3].

Автор благодарен И.Н. Мешкову за постановку задачи, а также Э.Д. Газазяну и А.Д. Тер-Погосян за постоянный интерес к работе и полезные советы. Благодарю также фонд РФФИ, предоставивший мне грант 10-02-90904 для прохождения стажировки и участия в вышеприведенных исследованиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. **G.Sinha, S.S.Prabhu.** Phys. Rev. Special Topics – Accel. Beams, **14**, 062401 (2011).
2. **S.A.Bogacz, S.Peggs.** Fermi National Accelerator Laboratory. FN-559 (1990).
3. **P.Shcherbakov, E.Fischer, R.Kurnyshov.** Proc. EPAC-2006, Edinburgh, p.2595 (2006).
4. **J.J.Livingood.** Principles of Cyclic Particle Accelerators. New York, Van Nostrand, 1961.
5. <http://ru.wikipedia.org/wiki/Эллипс>.
6. http://ru.wikipedia.org/wiki/Эллиптические_координаты.
7. **Л.А.Вайнштейн.** Электромагнитные волны. М., Радио и связь, 1988.

ՖՈՒԿՈՅԻ ՀՈՍԱՆՔՆԵՐՈՎ ՊԱՅՄԱՆԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԵՐԻ
ԱՂԱՎԱՂՄԱՆ ՊՐՈԲԼԵՄՆԵՐԸ ԵՐԵՎԱՆԻ ՄԻՆՔՐՈՏՐՈՆՈՒՄ

Դ.Բ. ԲԱԼԱՆԹԱՆՅԱՆ

Անալիտիկորեն ուսումնասիրված են Ֆուկոյի հոսանքերի ազդեցությունը արագացուցիչներում և այդ հոսանքների պատճառով առաջացած խտորումները դաշտի նախատեսված արժեքներից: Մշակված է ծրագիր նշված երևույթների հաշվարկման համար: Բերված են թվային արդյունքներ Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտի արագացուցչի համար:

PROBLEMS OF MAGNETIC FIELD DISTORTIONS CAUSED BY EDDY CURRENTS IN YEREVAN SYNCHROTRON

D.K. KALANTARYAN

The effects magnetic field distortions caused by eddy currents in accelerators are investigated analytically. A program to calculate the distortions of the magnetic field is created. The numerical results are considered for the accelerator in Yerevan Physics Institute, if it will be used to accelerate the ions.

УДК 530.145

АЛЬТЕРНАТИВНАЯ МОДЕЛЬ СФЕРИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Л.Г. МАРДОЯН^{1†}, М.Г. ПЕТРОСЯН²

¹Ереванский государственный университет, Армения

²Степанакертский филиал Армянского государственного аграрного университета,
Степанакерт, Нагорно-Карабахская Республика

[†]e-mail: mardoyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 3 сентября 2012 г.)

Рассмотрена альтернативная модель сферического осциллятора Хиггса. Найдены квазирадиальные волновые функции и энергетические спектры альтернативной модели сферического осциллятора на D -мерной сфере и на D -мерном двухполостном гиперboloиде. Показано, что энергетический спектр альтернативной модели сферического осциллятора на двухполостном гиперboloиде принимает как дискретные, так и непрерывные значения. Полученные нами результаты могут быть применены для построения теории квантового эффекта Холла в высших размерностях.

1. Введение

Впервые модель сферического осциллятора была предложена Хиггсом [1,2]. D -мерный сферический осциллятор определяется потенциалом

$$V^D = (\omega^2/2)(x_\mu x_\mu/x_0^2), \quad \mu = 1, 2, \dots, D, \quad (1)$$

где x_0 и x_μ – эвклидовы координаты объемлющего пространства IR^{D+1} , причем $x_0^2 + x_\mu^2 = r_0^2$ для D -мерной сферы и $x_0^2 - x_\mu^2 = r_0^2$ для D -мерного двухполостного гиперboloида. (Здесь мы пользуемся системой единиц, в которой приведенная масса m и постоянная Планка \hbar определены следующим образом: $m = \hbar = 1$.) Сферический осциллятор (1) на D -мерной сфере и на D -мерном двухполостном гиперboloиде детально рассмотрен в работе [3]. Задача осциллятора на сферах и псевдосферах с разных точек зрения рассмотрена в работах [4-10].

Альтернативная модель сферического осциллятора впервые была рассмотрена в работах [11,12], где он определяется потенциалом

$$V_S^D = 2\omega^2 r_0^2 (r_0 - x_0)/(r_0 + x_0) \quad (2)$$

на D -мерной сфере и

$$V_H^D = 2\omega^2 r_0^2 (x_0 - r_0)/(x_0 + r_0) \quad (3)$$

на D -мерном двухполостном гиперboloиде. Предложенная нами модель сферического осциллятора, в отличие от осциллятора Хиггса, не имеет особенности на экваторе сферы, т.е. при $\chi = \pi/2$.

Двумерные случаи осцилляторных потенциалов (2) и (3) были рассмотрены в работах [13,14].

2. Квазирадиальная функция на D -мерной сфере

Уравнение Шредингера, описывающее квантовое движение нерелятивистской частицы в D -мерном искривленном пространстве, имеет следующий вид:

$$\hat{H} \psi = \left[-(1/2) \Delta_{LB} + V(\mathbf{x}) \right] \psi = E \psi, \quad (4)$$

где оператор Лапласа–Белтрами в произвольных криволинейных координатах ξ_μ имеет вид

$$\Delta_{LB} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial \xi_\mu} \left(g^{\mu\nu} \sqrt{g} \frac{\partial}{\partial \xi_\nu} \right),$$

причем $g = \det g_{\mu\nu}$ и $g_{\alpha\mu} g^{\mu\beta} = \delta_\alpha^\beta$.

В гиперсферических координатах

$$\begin{aligned} x_0 &= r_0 \cos \chi, \\ x_1 &= r_0 \sin \chi \cos \theta_1, \\ x_2 &= r_0 \sin \chi \sin \theta_1 \cos \theta_2, \\ &\vdots \\ x_{D-1} &= r_0 \sin \chi \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cdots \sin \theta_{D-2} \cos \phi, \\ x_D &= r_0 \sin \chi \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cdots \sin \theta_{D-2} \sin \phi, \end{aligned}$$

где $r_0 \in [0, \infty)$, $\chi, \theta_1, \dots, \theta_{D-2} \in [0, \pi]$, $\phi \in [0, 2\pi)$, а осцилляторный потенциал (2) имеет вид

$$V_s^D = 2\omega^2 r_0^2 t \tan^2(\chi/2). \quad (5)$$

Уравнение Шредингера (4) для потенциала (5) может быть решено путем поиска волновой функции в виде

$$\psi(\chi, \theta_1, \dots, \theta_{D-2}, \phi) = R(\chi) Y_{L l_1 l_2 \dots l_{D-2}}(\theta_1, \dots, \theta_{D-2}, \phi),$$

где L – глобальный угловой момент, l_i – угловые гипермоменты, а гиперсферическая функция $Y_{L l_1 l_2 \dots l_{D-2}}(\theta_1, \dots, \theta_{D-2}, \phi)$ является собственной функцией Лапласа–Белтрами на $(D-1)$ -мерной сфере с собственными значениями $L(L+D-2)$. После разделения переменных в (4) получим следующее квазирадиальное уравнение:

$$\frac{1}{(\sin \chi)^{D-1}} \frac{d}{d\chi} \left[(\sin \chi)^{D-1} \frac{dR}{d\chi} \right] + \left[2r_0^2 E - \frac{L(L+D-2)}{\sin^2 \chi} - 4\omega^2 r_0^2 \tan^2 \frac{\chi}{2} \right] R = 0.$$

С помощью подстановки

$$R(\chi) = (\sin \chi)^{-(D-1)/2} Z(\chi)$$

мы приходим к уравнению типа Пешля–Теллера

$$\frac{d^2 Z}{d\zeta^2} + \left[\varepsilon_s - \frac{\nu^2 - 1/4}{\cos^2 \zeta} - \frac{(L + (D-2)/2)^2 - 1/4}{\sin^2 \zeta} \right] Z = 0, \quad (6)$$

где $\zeta = \chi/2 \in [0, \pi/2]$, а

$$\varepsilon_s = 8r_0^2 E + (D-1)^2 + 16\omega^2 r_0^4, \quad \nu = \sqrt{(L + (D-2)/2)^2 + 16\omega^2 r_0^4}.$$

Решение уравнения (6), регулярное на отрезке $\zeta \in [0, \pi/2]$ и выраженное через гипергеометрическую функцию, согласно [15], имеет вид

$$R_{n_r, L\nu}^D(\chi) = C_{n_r, L\nu}^D \left(\sin \frac{\chi}{2} \right)^L \left(\cos \frac{\chi}{2} \right)^{\nu - D/2 + 1} {}_2F_1 \left(-n_r, n_r + L + \nu + \frac{D}{2}; L + \frac{D}{2}; \sin^2 \frac{\chi}{2} \right). \quad (7)$$

При этом параметр ε_s квантуется и принимает следующий вид:

$$\varepsilon_s = (2n_r + L + \nu + D/2)^2,$$

где $n_r = 0, 1, 2, \dots$ – “квазирадиальное” квантовое число. Тогда собственные значения энергии даются формулой

$$E_{ND}^S = \frac{1}{8r_0^2} \left[(N+1)(N+D) + (2\nu-1) \left(N + \frac{D}{2} \right) + L(L+D-2) - \frac{D}{2}(D-1) \right], \quad (8)$$

где $N = 2n_r + L = 0, 1, 2, \dots$ является главным квантовым числом альтернативной модели сферического осциллятора.

Далее, выбирая для квазирадиальной волновой функции (7) условие нормировки

$$r_0^D \int_0^\pi |R_{NL\nu}^D(\chi)|^2 (\sin \chi)^{D-1} d\chi = 1,$$

находим, что постоянная нормировки $C_{NL\nu}^D$ имеет вид

$$C_{NL\nu}^D = \frac{1}{\Gamma\left(L + \frac{D}{2}\right)} \sqrt{\frac{\left(N + L + \frac{D}{2}\right) \Gamma\left(\frac{N + L + D}{2} + \nu\right) \Gamma\left(\frac{N + L + D}{2}\right)}{2^{D-1} r_0^D \left(\frac{N-L}{2}\right)! \Gamma\left(\frac{N-L}{2} + \nu + 1\right)}}. \quad (9)$$

В пределах $r_0 \rightarrow \infty$ и $\chi \rightarrow 0$, но при фиксированном $\chi r_0 \sim r$ мы видим, что

$$\lim_{r_0 \rightarrow \infty} E_{ND}^S = \omega(N + D/2), \quad (10)$$

а

$$\lim_{r_0 \rightarrow \infty} R_{NLV}^D(\chi) = \frac{\omega^{\frac{L+D}{2}}}{\Gamma\left(L + \frac{D}{2}\right)} \sqrt{\frac{2\Gamma\left(\frac{N+L+D}{2}\right)}{\left(\frac{N-L}{2}\right)!}} r^L e^{-\frac{\omega r^2}{2}} F\left(-\frac{N-L}{2}; L + \frac{D}{2}; \omega r^2\right), \quad (11)$$

где $F(a; c; x)$ – вырожденная гипергеометрическая функция. Формула (11) совпадает с известной формулой для радиальной волновой функции D -мерного изотропного осциллятора в плоском пространстве [16].

3. Квазирадиальная функция на D -мерном гиперboloиде

Псевдосферические координаты на D -мерном двухполостном гиперboloиде $(x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - \dots - x_D^2 = r_0^2, x_0 \geq r_0)$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} x_0 &= r_0 \cosh \tau, \\ x_1 &= r_0 \sinh \tau \cos \theta_1, \\ x_2 &= r_0 \sinh \tau \sin \theta_1 \cos \theta_2, \\ &\vdots \\ x_{D-1} &= r_0 \sinh \tau \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dots \sin \theta_{D-2} \cos \phi, \\ x_D &= r_0 \sinh \tau \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dots \sin \theta_{D-2} \sin \phi, \end{aligned}$$

где $\tau \in [0, \infty)$. Переменные в уравнении Шредингера (4) для осцилляторного потенциала (3), который в псевдосферических координатах имеет вид

$$V_H^D = 2\omega^2 r_0^2 \tanh^2(\tau/2),$$

разделяются, если волновую функцию представить в виде

$$\Psi(\tau, \theta_1, \dots, \theta_{D-2}, \phi) = R(\tau) Y_{L_1 l_1 \dots l_{D-2}}(\theta_1, \dots, \theta_{D-2}, \phi).$$

Здесь, как и в предыдущем случае, l_i являются угловыми гипермоментами, L – глобальный угловой момент, а $Y_{L_1 l_1 \dots l_{D-2}}(\theta_1, \dots, \theta_{D-2}, \phi)$ – гиперсферическая функция, которая является решением уравнения Лапласа–Белтрами на $(D-1)$ -мерной сфере. После разделения переменных в уравнении (4) мы приходим к следующему квазирадиальному уравнению:

$$\frac{1}{(\sinh \tau)^{D-1}} \frac{d}{d\tau} \left[(\sinh \tau)^{D-1} \frac{dR}{d\tau} \right] + \left[2r_0^2 E - \frac{L(L+D-2)}{\sinh^2 \tau} - 4\omega^2 r_0^2 \tanh^2 \frac{\tau}{2} \right] R = 0.$$

Теперь, пользуясь подстановкой

$$R(\tau) = (\sinh \tau)^{-\frac{D-1}{2}} Z(\tau),$$

приходим к уравнению, имеющему вид одномерного уравнения Шредингера, т.е. к уравнению

$$\frac{d^2 Z}{d\rho^2} + \left[\varepsilon_H - \frac{\nu^2 - 1/4}{\cosh^2 \rho} - \frac{(L + (D-2)/2)^2 - 1/4}{\sinh^2 \rho} \right] Z = 0, \quad (12)$$

где $\rho = \tau/2 \in [0, \infty)$, а $\varepsilon_H = 8r_0^2 E - (D-1)^2 - 16\omega^2 r_0^4$.

Таким образом, задача осциллятора на двухполостном гиперboloиде описывается модифицированным уравнением Пешля–Теллера, и в отличие от задачи осциллятора на сфере, которая имеет только дискретный спектр, уравнение (12) обладает как дискретными, так и непрерывными значениями энергетического спектра.

Нормированная условием

$$r_0^D \int_0^\infty |R_{n_r, L\nu}(\tau)|^2 (\sinh \tau)^{D-1} d\tau = 1,$$

регулярная на отрезке $\tau \in [0, \infty)$, квазирадиальная волновая функция дискретного спектра имеет вид

$$R_{n_r, L\nu}^D(\tau) = \frac{1}{\Gamma(L+D/2)} \sqrt{\frac{(2\nu - 4n_r - 2L - D)\Gamma(\nu - n_r)\Gamma(n_r + L + D/2)}{2^D r_0^D (n_r)! \Gamma(\nu - n_r - L - D/2 + 1)}} \times \quad (13)$$

$$\times (\sin \chi/2)^L (\cos \chi/2)^{\nu - D/2 + 1} {}_2F_1(-n_r, n_r + L + \nu + D/2; L + D/2; \sin^2 \chi/2),$$

где n_r – квазирадиальное квантовое число и принимает следующие значения:

$$n_r = 0, 1, 2, \dots, \left[\frac{1}{2}(\nu - L - D/2) \right].$$

Здесь $\left[\frac{1}{2}(\nu - L - D/2) \right]$ означает целое значение числа $\frac{1}{2}(\nu - L - D/2)$. Тогда квантованное выражение параметра ε_H дается формулой

$$\varepsilon_H = -(2n_r + L - \nu + D/2)^2.$$

Теперь, пользуясь определением параметра ε_H для энергетического спектра альтернативной модели осциллятора на D -мерном двухполостном гиперboloиде, получим выражение

$$E_{ND}^H = \frac{1}{8r_0^2} \left[(2\nu - 1) \left(N + \frac{D}{2} \right) - N(N + D - 1) - L(L + D - 2) + \frac{D}{2}(D - 1) \right]. \quad (14)$$

Здесь $N = 2n_r + L$ – главное квантовое число, и связанные состояния возможны лишь для следующих значений главного квантового числа N :

$$0 \leq N \leq \left[\nu - D/2 \right].$$

Таким образом, вследствие ограниченности значений главного квантового числа N , в отличие от сферического осциллятора, число связанных состояний конечно.

В пределе $r_0 \rightarrow \infty$, $\tau \sim r/r_0$ и $\nu \sim 4\omega r_0^2$ непрерывный спектр осциллятора на двухполостном гиперboloиде исчезает, а дискретный спектр становится бес-

конечным, и легко заметить, что энергетический спектр (14) переходит в формулу (10), а волновая функция (13) – в (11).

В заключение отметим, что предложенная модель осциллятора сохраняет все симметрии при включении калибровочных полей соответствующих монополей. Это дает возможность ее использования для построения теории квантового эффекта Холла в высших размерностях, наподобие четырехмерного эффекта Холла [17] и его восьмимерного аналога [18] (см. также обзор [19]).

Авторы благодарны А.П. Нерсисяну за полезные обсуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГКН РА в рамках армяно-беларусского совместного научного гранта 11РБ–010.0.

ЛИТЕРАТУРА

1. **P.W.Higgs.** J. Phys. A, **12**, 309 (1979).
2. **H.I.Leemon.** J. Phys. A, **12**, 489 (1979).
3. **E.G.Kalnins, W.J.Miller, G.S.Pogosyan.** Phys. At. Nucl., **65**, 108 (2002).
4. **D.Banatos, C.Daskaloyannis, K.Kokkotas.** Phys. Rev. A, **50**, 3700 (1994).
5. **C.Grocshe, G.S.Pogosyan, A.N.Sissakian.** Fortschritte der Physik, **43**, 523 (1995).
6. **C.Grocshe, G.S.Pogosyan, A.N.Sissakian.** Phys. Part. Nucl., **27**, 244 (1996).
7. **C.Grocshe, G.S.Pogosyan, A.N.Sissakian.** Phys. Part. Nucl., **28**, 486 (1997).
8. **E.G.Kalnins, W.J.Miller, G.S.Pogosyan.** J. Math. Phys., **37**, 6439 (1996).
9. **E.G.Kalnins, W.J.Miller, G.S.Pogosyan.** J. Math. Phys., **38**, 5416 (1997).
10. **L.G.Mardoyan, A.Nersessian.** Phys. Rev. B, **72**, 233303 (2005).
11. **S.Bellucci, L.G.Mardoyan, A.Nersessian.** Phys. Lett. B, **636**, 137 (2006).
12. **L.G.Mardoyan, A.Nersessian, A.Yeranyan.** Phys. Lett. A, **366**, 30 (2007).
13. **S.Bellucci, A.Nersessian.** Phys. Rev. D, **67**, 065013 (2003).
14. **S.Bellucci, A.Nersessian, A.Yeranyan.** Phys. Rev. D, **70**, 085013 (2004).
15. **З.Флюгге.** Задачи по квантовой механике. М., Мир, 1974.
16. **Л.Г.Мардоян, Г.С.Погосян, А.Н.Сисакян, В.М.Тер-Антонян.** Квантовые системы со скрытой симметрией. Межбазисные разложения. М., Физматлит, 2006.
17. **S.C.Zhang, J.P.Hu.** Science, **294**, 823 (2001).
18. **B.A.Bernevig, J.P.Hu, N.Toumbas, S.C.Zhang.** Phys. Rev. Lett., **91**, 236803 (2003).
19. **D.Karabali, V.P.Nair.** J. Phys. A, **39**, 12735 (2006).

AN ALTERNATIVE MODEL OF SPHERICAL OSCILLATOR

L.G. MARDOYAN, M.G. PETROSYAN

An alternative model of Higgs spherical oscillator is considered. The quasiradial wave functions and energy spectra of the alternative model of spherical oscillator on the D -dimensional sphere and D -dimensional two-sheeted hyperboloid are found. It is shown that the energy spectrum of the alternative model of spherical oscillator on a two-sheeted hyperboloid takes both discrete and continuous values. The obtained results can be applied in higher dimensions for constructing quantum Hall effect theory.

УДК 548.732

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА ЧЕРЕЗ СТОПУ ИЗ ПРАВО- И ЛЕВОВРАЩАЮЩИХ СЛОЕВ ХОЛЕСТЕРИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА С ИНДЕФИНИТНЫМИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЯМИ.
II. ОПТИЧЕСКИЙ ДИОД**

А.А. ГЕВОРГЯН[†]

Ереванский государственный университет, Армения

[†]e-mail: agevorgyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 25 мая 2012 г.)

Исследованы оптические свойства стопки из право- и левовращающих слоев холестерического жидкого кристалла с локально индефинитными диэлектрической и магнитной проницаемостями. Задача решена модифицированным методом сложения слоев Амбарцумяна. Исследованы особенности невзаимности этой системы и показано, что при определенных параметрах системы она может работать как практически идеальный оптический диод.

1. Введение

В последнее время фотонные кристаллы (ФК) с многократными (многоцветными) фотонными запрещенными зонами (ФЗЗ) представляют большой интерес. Они находят широкое применение, в частности, в производстве дисплеев. Преимущество оптических устройств, изготовленных на основе ФК, заключается в том, что они обладают такими свойствами, как многофункциональность и управляемость, компактность и малые энергетические потери, высокая надежность и хорошая совместимость с другими оптическими устройствами. О формировании многократных ФЗЗ в одномерных многослойных структурах, содержащих слои холестерического жидкого кристалла (ХЖК) и изотропные (анизотропные) слои, а также в квазипериодических системах, описываемых рядом Фибоначчи, сообщалось в теоретических и экспериментальных работах [1-7].

В работе [8] предложен поляризационно-универсальный режекторный фильтр на основе закрученного нематического ЖК. В этом устройстве директор нематика не вращается геликоидально вокруг фиксированной оси, как он делает в ХЖК, а вместо этого осциллирует в поперечной плоскости. Другими словами, предложенный в [8] ФК является структурно хиральным с периодическим поперечным возмущением. В работе [9] теоретически исследованы оптические свойства структурно хиральной среды с периодическим поперечным возмущением,

таким, что ее элементарная ячейка состоит из структурно левовращающей и правовращающей половинок. Показано, что эта система имеет электрически управляемую поляризационно нечувствительную ФЗЗ (при нормальном падении света).

В недавних работах [10,11] исследованы оптические свойства стопки состоящей из право- и левовращающих слоев ХЖК со слабой локальной диэлектрической анизотропией, а в работе [12] проведены аналогичные исследования для стопки из право- и левовращающих ХЖК с локальной как диэлектрической, так и магнитной анизотропией.

В первой части данной работы [13] исследованы отражательные свойства многослойной системы, состоящей из стопки право- и левовращающих слоев ХЖК для общего случая с локально индефинитными диэлектрической и магнитной проницаемостями. (Среда называется индефинитной, если реальные части тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей имеют разные знаки.) Найдены многие новые и интересные свойства этой системы, которые могут иметь важные применения. В данной работе исследуются особенности невязимности рассматриваемой системы. Невязимость заключается в том, что характеристики прошедших через материальную среду электромагнитных волн зависят от направления их распространения, т.е. являются различными для встречных волн, распространяющихся по одному и тому же оптическому пути. Исследование эффектов невязимности представляет большой интерес как с точки зрения теории, так и для практики. Этот интерес главным образом обусловлен следующими обстоятельствами: 1) изучение эффектов невязимности дает много информации о внутреннем строении веществ; 2) возможностью создания оптических диодов, односторонних отражателей и т.д.

2. Метод анализа и результаты

Как известно, электрическая невязимность или диодный эффект реализован интегральной схемой на основе полупроводникового *p-n* перехода. Диод, пропускающий ток в одном направлении и блокирующий его в обратном направлении, является основным элементом во многих электрических цепях. Устройство, пропускающее (отражающее, поглощающее) свет в одном направлении и блокирующее (не отражающее, не поглощающее) его в обратном направлении можно назвать оптическим диодом. Хорошо известен оптический изолятор, основанный на линейных поляризаторах и фарадеевском вращателе, который обеспечивает низкие вносимые потери и высокое отношение пропускания в прямом направлении к ослаблению в обратном направлении. Однако эти устройства имеют большие размеры и большие энергозатраты. Хотя в последние годы был достигнут значительный прогресс в создании таких устройств (удобных для интегрирования в цепи), однако необходимость применения внешних магнитных полей остается главным ограничивающим фактором для дальнейшего развития в этом направлении. В последние годы предлагались новые альтернативные механизмы невязимности [14-28]. Известны оптические диоды на ос-

нове магнито-оптического эффекта, оптической нелинейности, электро-абсорбционной модуляции, холестерического жидкого кристалла, оптико-акустических эффектах, метаматериалах и т.д. [29-64].

Отметим также, что актуальность исследований оптических устройств, аналогичных электротехническим (оптический диод, транзистор и т.д.), обусловлена, в частности, тем, что в последнее время наблюдается интенсивный переход от использования электрических сигналов к использованию световых, в связи с огромными возможностями последних. Невзаимное пропускание является основным также при обработке информации. Оно обеспечивает такие важные функции, как оптическая изоляция и циркуляция в фотонных системах. Оно широко применяется также в лазерах и в оптической связи. Нужно также отметить, что возможность усиления эффектов невзаимности и получения диодного эффекта ($|\Delta T| = |T^+ - T^-| \approx T$, T^+ , T^- – коэффициенты пропускания при взаимно противоположных направлениях падения света) впервые, по-видимому, была рассмотрена в работе [65].

Перейдем к исследованию особенностей невзаимности в системе, состоящей из право- и левовращающих слоев ХЖК и в общем случае с локально индефинитными диэлектрической и магнитной проницаемостями. Рассмотрим распространение света через эту стопу с левой стороны. Метод решения данной задачи подробно описан в работах [11-13], поэтому мы непосредственно переходим к обсуждению полученных результатов. Вначале рассмотрим случаи, когда подслои двух типов имеют одинаковые параметры и отличаются друг от друга только знаком спиральности.

Обычно невзаимность характеризуют двумя параметрами. В частности, невзаимное пропускание можно описать абсолютной невзаимностью пропускания: $\Delta T = T_{\text{forward}} - T_{\text{backward}}$, и контрастностью невзаимности пропускания: $C = (T_{\text{forward}} - T_{\text{backward}}) / (T_{\text{forward}} + T_{\text{backward}})$. (Здесь T_{forward} и T_{backward} – коэффициенты пропускания системы для взаимно противоположных направлений падения света.)

На рис.1 представлен спектр абсолютной невзаимности пропускания при слабой локальной анизотропии, т.е. в случае $\epsilon_m > 0$, $\mu_m > 0$, $|\delta_\epsilon| < 1$, $|\delta_\mu| < 1$ с четным числом подслоев в системе. (Здесь $\epsilon_m = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$, $\mu_m = (\mu_1 + \mu_2)/2$, $\delta_\epsilon = (\epsilon_1 - \epsilon_2)/(\epsilon_1 + \epsilon_2)$, $\delta_\mu = (\mu_1 - \mu_2)/(\mu_1 + \mu_2)$, ϵ_1 и ϵ_2 – главные значения тензора диэлектрической проницаемости, а μ_1 и μ_2 – главные значения тензора магнитной проницаемости.) Падающий на систему свет имеет правую круговую поляризацию. Абсолютная невзаимность для света с левой круговой поляризацией отличается только знаком. Как видно из этого рисунка, ΔT практически равно нулю в ФЗЗ-ах и осциллирует вне этих зон. Однако, амплитуда этих осцилляций равна 0.1 или меньше этого. Эта система проявляет невзаимность по отношению к ортогональным круговым поляризациям. По отношению к ортогональным линейным поляризациям система взаимна. В этом отношении эта невзаимность аналогична той, которая наблюдается в изотропной среде, нахо-

дящейся во внешнем магнитном поле. На рис.2 представлен спектр контрастности C для этого случая.

Как показывают расчеты, невзаимность отсутствует при нечетном числе подслоев в системе, что и следовало ожидать. Из представленных результатов следует, что, несмотря на наличие невзаимности, практическое применение системы с такими параметрами неэффективно из-за ее слабости.

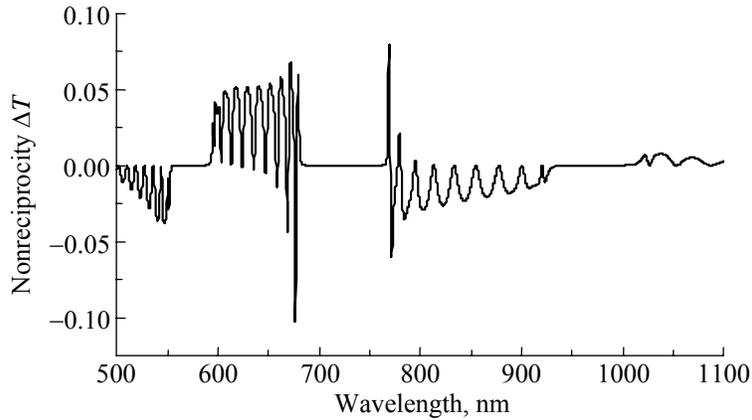


Рис.1. Спектр абсолютной невзаимности. Падающий свет имеет ПКП. Параметры системы таковы: $\epsilon_1 = 2.5$, $\epsilon_2 = 2.1$, $\mu_1 = 1.5$, $\mu_2 = 1.1$, $p = 420$ нм, толщины подслоев $d_1 = d_2 = 420$ нм, число подслоев $s = 20$, $\alpha = \sqrt{\epsilon_m / \mu_m} \epsilon = \sqrt{\epsilon_m / \mu_m}$, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, граничащей с системой с обеих сторон.

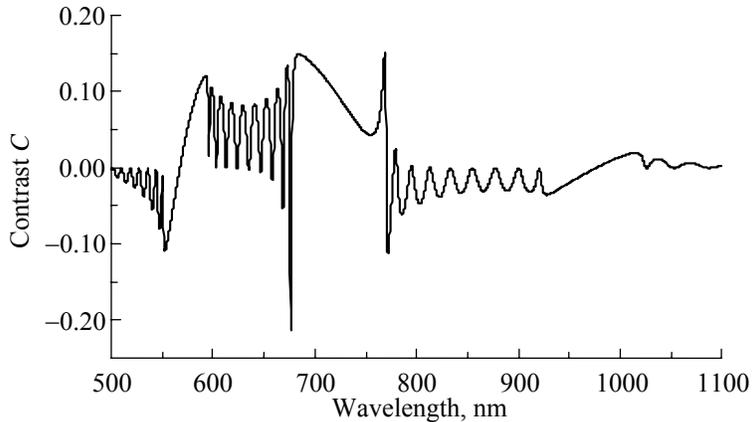


Рис.2. Спектр контрастности невзаимности. Параметры те же, что на рис.1.

Перейдем к исследованию возможностей усиления эффектов невзаимности, с целью их возможного применения. Сначала исследуем особенности невзаимности стопки из право- и левовращающих слоев ХЖК с локально индефинитными диэлектрической и магнитной проницаемостями. На рис.3 представ-

лен спектр абсолютной невязимности в случае $\epsilon_m < 0$, $\mu_m > 0$, $|\delta_\epsilon| > 1$, $|\delta_\mu| < 1$. Как видно из рисунка, вблизи границ ФЗЗ (особенно в коротковолновой части спектра) $|\Delta T| \sim 1$. Это означает, что на этих длинах волн система может работать как практически идеальный оптический диод, полностью пропуская свет в одном направлении и полностью блокируя его в обратном направлении. Как и выше, $|\Delta T|$ практически равна нулю в ФЗЗ-ах. На рис.4 представлен спектр контрастности C для этого случая.

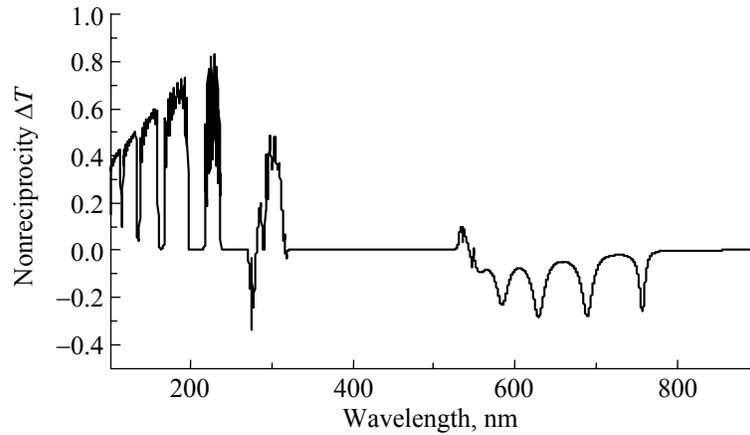


Рис.3. Спектр абсолютной невязимности. Падающий свет имеет ПКП. Параметры системы таковы: $\epsilon_1 = -0.9$, $\epsilon_2 = 0.7$, $\mu_1 = 1.25$, $\mu_2 = 0.5$, $s = 5$, $p = 420$ нм.

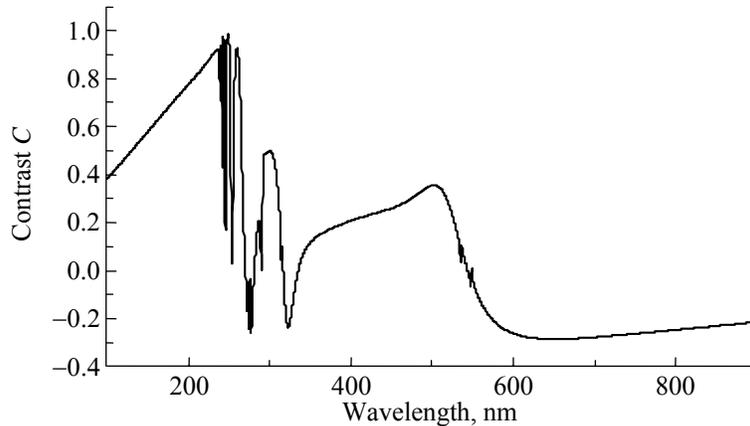


Рис.4. Спектр контрастности невязимности. Параметры те же, что на рис.3.

Теперь исследуем другую возможность усиления эффектов невязимности. Рассмотрим случай, когда $\epsilon_m > 0$, $\mu_m > 0$, $|\delta_\epsilon| < 1$, $|\delta_\mu| < 1$, однако, предположим, что подслои двух типов имеют одинаковые параметры и отличаются друг от друга не только знаком спиральности, но и толщиной. Как известно, при

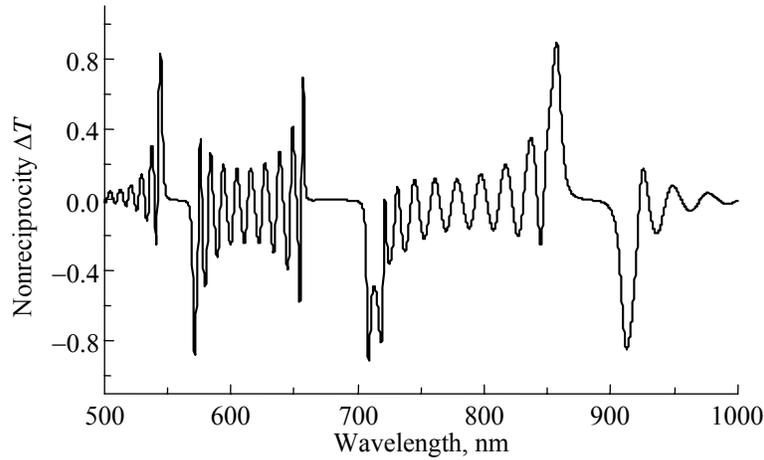


Рис.5. Спектр абсолютной невязимности. Падающий свет имеет ПКП. Параметры системы таковы: $\epsilon_1 = 2.5$, $\epsilon_2 = 2.1$, $\mu_1 = 1.5$, $\mu_2 = 1.1$, $p = 420$ нм, $d_1 = 420$ нм, $d_2 = 520$ нм, $s = 20$.

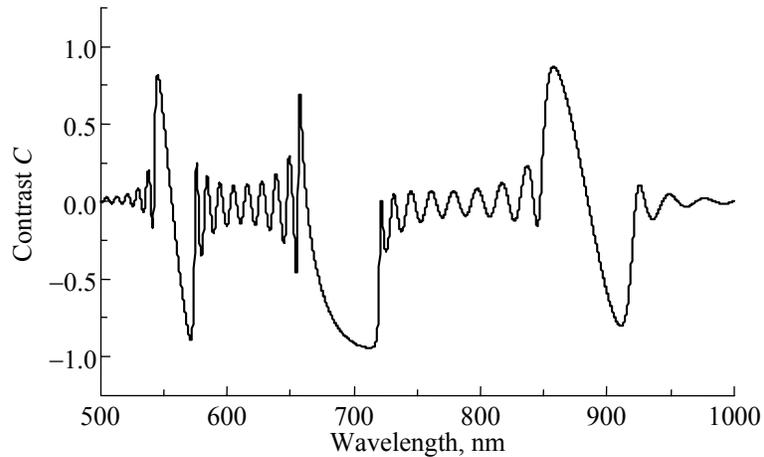


Рис.6. Спектр контрастности невязимности. Параметры те же, что и на рис.5.

$d_1 \neq d_2$ (d_1 , d_2 – толщины подслоев) свойства системы существенно отличаются от системы с $d_1 = d_2$ [10-12]. Прежде всего, собственные поляризации системы становятся (безотносительно числа подслоев в системе и характера спиральности первого слоя) квазикруговыми базисными поляризациями (в ФЗЗ-ах наблюдается слабое отличие эллиптичностей собственных поляризаций, соответственно, от ± 1). Система проявляет более сильную селективность по отношению к поляризациям падающей волны. Частотная ширина и частотное местоположение ФЗЗ для ортогональных круговых поляризаций значительно отличаются, и это отличие увеличивается с увеличением разности $d_1 - d_2$. На рис.5 представлен спектр абсолютной невязимности в случае $\epsilon_m > 0$, $\mu_m > 0$,

$|\delta_e| < 1$, $|\delta_\mu| < 1$, и при $d_2 - d_1 = 100$ нм. Как видно из рисунка, в этом случае также $|\Delta T| \sim 1$ вблизи границ ФЗЗ. Это означает, что на этих длинах волн система также может работать как практически идеальный оптический диод. На рис.6 представлен спектр контрастности C для этого случая.

3. Заключение

Таким образом, мы исследовали особенности невзаимности стопки из право- и левовращающих слоев ХЖК. Эти исследования дают много информации о новых возможных применениях ФК в оптике и фотонике. Рассматриваемая нами система обладает многократными ФЗЗ. Мы исследовали особенности невзаимности как при слабой локальной анизотропии, так и в случае локально индефинитных диэлектрической и магнитной проницаемостей, а также в случае, когда подслои двух типов имеют разные толщины. Из полученных результатов следует, что при определенных параметрах рассматриваемая система может работать как идеальный оптический диод, полностью пропуская свет в одном направлении и полностью блокируя его в обратном направлении. Следовательно, эта система может найти применение как пассивный оптический диод в интегральных оптических системах, в технологиях обработки информации, в оптической связи, и т.д.

ЛИТЕРАТУРА

1. N.Y.Ha, Y.Takanishi, K.Ishikawa, H.Takezoe. Opt. Express, **15**, 1024 (2007).
2. N.Y.Ha, Y.Ohtsuka, S.M.Jeong, et al. Nature Mat., **7**, 43 (2008).
3. E.M.Nascimento, I.N. de Oliveira, M.L.Lyra. J. Appl. Phys., **104**, 103511 (2008).
4. E.M.Nascimento, F.M.Zanetti, et al. Phys. Rev. E, **81**, 031713 (2010).
5. N.Y.Ha, S.M.Jeong, S.Nishimura, H.Takezoe. Adv. Matter., **22**, 1617 (2010).
6. Z.He, Z.Ye, Q.Cui, J.Zhu, H.Gao, et al. Opt. Commun., **284**, 4022 (2011).
7. A.H.Gevorgyan. Phys. Rev. E, **83**, 011702 (2011).
8. H.Sarkissian, B.Ya.Zeldovich, N.V.Tabiryman. Opt. Lett., **31**, 1678 (2006).
9. J.A.Reyes, A.Lakhtakia. Opt. Commun., **270**, 51 (2007).
10. A.H.Gevorgyan. Phys. Rev. E, **85**, 021704 (2012).
11. А.А.Геворгян. Опт. спектроск., **113**, 1 (2012).
12. A.H.Gevorgyan. Mol. Cryst. Liq. Cryst., **559**, 76 (2012).
13. А.А.Геворгян. Изв. НАН Армении, Физика, **47**, 407 (2012).
14. A.H.Gevorgyan. Tech. Phys., **47**, 1008 (2002).
15. M.Scalora, J.P.Dowling, et al. J. Appl. Phys., **76**, 2023 (1994).
16. L.Poladian. Phys. Rev. E, **54**, 2963 (1996).
17. M.Scalora, D.Tocci, et al. Appl. Phys. Lett., **66**, 2324 (1995).
18. A.H.Gevorgyan. Tech. Phys. Lett., **29**, 819 (2003).
19. J.-Y.Chen, L.-W.Chen. Opt. Express, **14**, 10733 (2006).
20. V.A.Fedotov, P.L.Mladyanov, et al. Phys. Rev. Lett., **97**, 167401 (2006).
21. A.H.Gevorgyan. Tech. Phys. Lett., **34**, 22 (2008).
22. S.Manipatruni, J.T.Robinson, M.Lipson. Phys. Rev. Lett., **102**, 213903 (2009).
23. V.R.Tuz. JOSA B, **26**, 1693 (2009).
24. A.F.Bukhanko, A.L.Sukstanslii. Opt. Spectrosc. **106**, 913 (2009).
25. M.S.Rafayelyan, A.H.Gevorgyan. Proc. SPIE, **7998**, 79980K (2010).
26. A.E.Miroshnichenko et al. Appl. Phys. Lett., **96**, 063302-3 (2010).

27. S.Yu, X.Piao, S.Koo, J.H.Shin, et al. Opt. Express, **19**, 25500 (2011).
28. W.Ding, B.Luk'yanchuk, C.-W.Qui. Phys. Rev. A, **85**, 025806 (2012).
29. A.H.Gevorgyan. Mol. Cryst. Liq. Cryst., **382**, 1 (2002).
30. A.H.Gevorgyan. J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), **37**, 19 (2002).
31. A.H.Gevorgyan. Opt. Spectrosc., **91**, 762 (2001).
32. K.Gallo, G.Assanto, et al. Appl. Phys. Lett., **79**, 314 (2001).
33. M.W.Feise, I.V.Shadrivov, Yu.S.Kivshar. Phys. Rev. E, **71**, 037602-4 (2005).
34. G.A.Vardanyan, A.A.Gevorgyan. Opt. Spectrosc., **99**, 985 (2005).
35. G.A.Vardanyan, A.A.Gevorgyan. Opt. Spectrosc., **99**, 992 (2005).
36. J.Hwang, M.H.Song, B.Park, S.Nishimura, et al. Nature Mat., **4**, 383 (2005).
37. M.Fujii, A.Maitra, C.Poulton, et al. Opt. Express, **14**, 12782 (2006).
38. A.H.Gevorgyan, A.Kocharian, G.A.Vardanyan. Opt. Commun., **259**, 455 (2006).
39. A.H.Gevorgyan. J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), **42**, 139 (2007).
40. Z.Yu, Z.Wang. Appl. Phys. Lett., **90**, 121133(2007).
41. A.H.Gevorgyan. Tech. Phys. Lett., **34**, 22 (2008).
42. A.H.Gevorgyan. Tech. Phys. Lett., **34**, 262 (2008).
43. F.Biancalana. J. Appl. Phys., **104**, 093113 (2008).
44. A.Alberucci, G.Assanto. Opt. Lett., **33**, 1641 (2008).
45. V.R.Tuz. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., **11**, 125103 (2009).
46. A.B.Khanikaev, M.J.Steel. Opt. Express, **17**, 5265 (2009).
47. X.Hu, C.Xin, Z.Li, Q.Gong. New J. Phys., **12**, 023029 (2010).
48. X.-B.Kang, W.Tan, Z.-S.Wang, et al. Chin. Phys. Lett., **27**, 074204 (2010).
49. H.-X.Da, Z.-Q.Huang, Z.-Y.Li. J. Appl. Phys., **108**, 063505 (2010).
50. C.Xue, H.Jiang, H.Chen. Opt. Express, **18**, 7479 (2010).
51. Q.Wang, F.Xu, Z.-Y.Yu, et al. Opt. Express, **18**, 7340 (2010).
52. A.F.Bukhanko. Opt. Spectrosc., **110**, 281 (2011).
53. S.V.Zhukovskiy, A.G.Smirnov. Phys. Rev. A, **83**, 023818 (2011).
54. X.Hu, Z.Li, J.Zhang, H.Yang, et al. Adv. Funct. Mat., **21**, 1803 (2011).
55. X.Hu, Z.Li, J.Zhang, et al. Plasmonics, **6**, 619 (2011).
56. K.Xiu-Bao, T.Wei, W.Zhan-Shan, et al. Chinese Phys. Lett., **27**, 074204 (2010).
57. H.-X.Da, Z.-Q.Huang, Z.-Y.Li. J. Appl. Phys., **108**, 063505 (2010).
58. M.S.Rafayelyan, A.H.Gevorgyan. Modern Problems in Optics & Photonics. Proc. Int. Adv. Res. Workshop, 27 Aug – 2 Sept, 2010, Yerevan. p.44.
59. C.Menzel, C.Helgert, C.Rockstuhl, et al. Phys. Rev. Lett., **104**, 253902 (2010).
60. M.Kang, J.Chen, H.-X.Cui, Y.Li, H.-T.Wang. Opt. Express, **19**, 8347 (2011).
61. I.V.Shadrivov, V.A.Fedotov, D.A.Powell, et al. New J. Phys., **13**, 033025 (2011).
62. C.P.Yin, T.B.Wang, H.Z.Wang. Eur. Phys. J. B, **85**, 104 (2012).
63. H.Zhou, J.Chee, J.Song, G.Lo. Opt. Express, **20**, 8256 (2012).
64. L.Fan, J.Wang, L.T.Varghese, et al. Science, **335**, 447 (2012).
65. A.A.Геворгян. Ученые записки ЕГУ, **2**, 66 (1987).

LIGHT TRANSMISSION THROUGH A STACK OF A RIGHT- AND
LEFT-HAND CHOLESTERIC LIQUID CRYSTAL LAYERS
WITH INDEFINITE DIELECTRIC AND MAGNETIC PERMITTIVITIES.
II. OPTICAL DIODE

A.H. GEVORGYAN

Optical properties of a stack of right- and left-hand cholesteric liquid crystal layers are studied. The problem is solved by Ambartsumian's layer addition modified method. The nonreciprocity peculiarities of this system are investigated and it is shown that in certain conditions this system can work as an ideal optical diode.

УДК 537.624

ЛАЗЕРНО-ИНДУЦИРОВАННЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ОРИЕНТАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ И НОВЫЕ ВОРТЕКСНЫЕ СТРУКТУРЫ

А.К. АЛЕКСАНЯН[†]

Ереванский государственный университет, Армения

[†]e-mail: artur.aleksanyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 15 августа 2012 г.)

Представлено теоретическое исследование термомеханического эффекта третьего типа в твист-ячейке нематического жидкого кристалла. Получено решение уравнения директора и оценена оптическая нелинейность. Доказано, что имеет место нелинейность того же порядка, что и в случае прямой ориентационной оптической нелинейности. Обсуждена также возможность наблюдения термомеханического эффекта в неоднородных вихревых структурах.

1. Введение

Нелинейные эффекты в жидких кристаллах являются движущей силой для развития оптики, построения новых оптических элементов и устройств. Директор нематического жидкого кристалла очень чувствителен к внешним воздействиям, например, к электрическим, магнитным и лазерным полям. Большая оптическая нелинейность нематических жидких кристаллов за счет переориентации молекул в значительной степени исследована и опубликована во многих работах.

Одним из механизмов переориентации директора нематического жидкого кристалла является термомеханический эффект [1]. Есть три типа термомеханических эффектов. Первый – гидродинамический поток за счет градиента температуры, второй – возникновение градиента температуры в нестабильном гидродинамическом потоке и третий тип – дополнительное отклонение директора из-за градиента температуры. Третий тип термомеханического эффекта требует градиента температуры и неоднородного распределения директора. Температурный градиент может быть создан за счет поглощения лазерного пучка в ячейке. Было показано теоретически, что термомеханический эффект в нематическом жидком кристалле с красителем может переориентировать директор при интенсивности значительно ниже, чем необходимо для оптического перехода Фредерикса [2]. Было экспериментально показано, что термомеханический эффект – ориентационный и недифракционный [3], и ориентационная оптическая нелинейность, обусловленная третьим типом термомеханического

эффекта, может быть настолько же сильна, как и прямая ориентационная оптическая нелинейность [4].

Недавно термомеханический эффект был установлен в твист-ячейке нематического жидкого кристалла с азо-красителем [5]. Термомеханический гидродинамический поток был также изучен в гибридной [6] и цилиндрически-гибридной [7] ячейках. Термомеханический эффект, индуцированный при помощи статического электрического, магнитного и лазерного полей в планарной и гемеотропной ячейке, был исследован в работах [8] и [9], соответственно. Термомеханический эффект, в отличие от прямой оптической нелинейности, возникает и в случае нормального падения лазерного пучка.

2. Уравнение директора

В случае твист-ячейки линейная поляризация лазерного пучка совпадает с направлением директора у первой стенки ячейки и электрическое поле не может переориентировать директор. Лазерный пучок ТЕМ₀₀, интенсивность которого имеет гауссову форму, падает перпендикулярно на твист-ячейку и вызывает переориентацию директора. Интенсивность пучка имеет вид

$$I(r) = \frac{2P}{\pi\omega^2} \exp\left(-\frac{2(x^2 + y^2)}{\omega^2}\right), \quad (1)$$

где P и ω – мощность и перетяжка лазерного пучка, соответственно. До падения лазерного пучка среднее распределение директора описывается вектором $\mathbf{n}_0 = \mathbf{i} \cos \theta + \mathbf{j} \sin \theta$, где $\theta = \pi z/2L$ (L – толщина ячейки). После падения директор переориентируется: $\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 + \delta\mathbf{n}$ ($\mathbf{n}_0 \perp \delta\mathbf{n}$). Изменение директора во времени и пространстве подчиняется уравнению, выражающему баланс моментов сил, действующих на единицу объема НЖК:

$$[f\hat{n}]_i + e_{ijm} n_m \left(\frac{\delta F}{\delta n_j} - \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\delta F}{\delta(\partial n_j / \partial x_k)} \right) = 0. \quad (2)$$

Здесь F – плотность свободной энергии, f – термомеханическая сила, которая возникает под воздействием температурного градиента за счет диссипативных процессов:

$$F = \frac{1}{2} K_1 (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + \frac{1}{2} K_2 (\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + \frac{1}{2} K_3 (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n})^2, \quad (3)$$

$$f_j^{\text{TM}} = \frac{\delta R}{\delta(\partial n_i / \partial t)} = \frac{1}{2} (2\xi_1 - \xi_3) \nabla_i T \operatorname{div} \mathbf{n} - \xi_2 (\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n}) [\mathbf{n} \times \nabla]_i T + \xi_3 m_{ik} \nabla_k T - (\xi_3 - \xi_4) m_{ik} n_k (\mathbf{n} \nabla) T, \quad (4)$$

где K_1 , K_2 и K_3 – константы Франка, γ – коэффициент вязкости, ξ_i – термомеханические коэффициенты, T – температура и

$$m_{ik} = (1/2)(\partial n_i / \partial x_k + \partial n_k / \partial x_i) \quad (5)$$

– симметричный тензор градиента директора. “Диссипативные” процессы, которые возникают в среде и создают термомеханический эффект, добавляют дополнительную часть в уравнение директора, которое в общем случае имеет очень сложный вид, но в случае конкретных задач приводится к простому выражению. Для упрощения расчетов в свободной энергии можно использовать одноконстантную аппроксимацию ($K_1 = K_2 = K_3$):

$$F = (1/2)(\partial n_i / \partial x_j)(\partial n_i / \partial x_j). \quad (6)$$

Мы линеаризуем уравнение директора, т.е. все члены уравнения, которые пропорциональны $(\delta n)^2$, игнорируются в связи с тем, что переориентация директора очень мала.

После подстановки (4) и (6) в уравнение (2), получаем уравнение, которое описывает динамику директора:

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} = K \Delta \delta n + K \frac{\pi^2}{4L^2} \delta n + \frac{\pi}{2L} \left(\xi_2 + \frac{1}{2} \xi_3 \right) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \sin \frac{\pi z}{2L} - \frac{\partial T}{\partial y} \cos \frac{\pi z}{2L} \right). \quad (7)$$

Для решения уравнения директора надо установить градиент температуры в ячейке. Последнее можно получить, решив уравнение теплопроводности при данных граничных и начальных условиях. Согласно работе [10], решение уравнения теплопроводности имеет следующий вид:

$$\Delta T(r, t) = \frac{2P\alpha}{\pi c \rho_0 a^2} \int_0^t \frac{1}{1 + 2t'/t_c} \exp\left(-\frac{2r^2/a^2}{1 + 2t'/t_c}\right) dt', \quad (8)$$

где $t_c = a^2/4D$, $D = k/\rho_0 c$ – тепловая диффузия, α – коэффициент поглощения (в см^{-1}) НЖК, c , ρ_0 и k – теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности, соответственно.

Для градиента температуры получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta T}{\partial x} &= \frac{2P\alpha t_c}{\pi c \rho_0 a^2} \left(\frac{x}{x^2 + y^2} \right) \left\{ \exp\left(-\frac{2(x^2 + y^2)}{a^2}\right) - \exp\left(-\frac{2(x^2 + y^2)}{a^2(1 + 2t/t_c)}\right) \right\}, \\ \frac{\partial \Delta T}{\partial y} &= \frac{2P\alpha t_c}{\pi c \rho_0 a^2} \left(\frac{y}{x^2 + y^2} \right) \left\{ \exp\left(-\frac{2(x^2 + y^2)}{a^2}\right) - \exp\left(-\frac{2(x^2 + y^2)}{a^2(1 + 2t/t_c)}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для численных расчетов мы используем характеристические константы НЖК 5СВ: $\alpha = 3 \text{ см}^{-1}$, $c\rho_0 = 1 \text{ ДжК}^{-1}\text{см}^{-3}$, $D = 10^{-3} \text{ см}^2/\text{сек}$.

В этой модели сделаны некоторые приближения, в частности, 1) считается, что ячейка находится при комнатной температуре, в термостате и теплообмен с внешней средой отсутствует и, таким образом, вся энергия преобразуется в тепло, 2) размеры ячейки очень велики по сравнению с размером опорного лазерного пучка для того, чтобы избежать граничных эффектов, 3) погло-

шенная энергия очень мала, чтобы индуцировать конвекцию. Требования этой безграничной модели очень легко удовлетворить в эксперименте. Радиус ячейки должен быть по крайней мере в 2.5 раза больше размера опорного пучка и размер ячейки должен быть по крайней мере в 2.5 раза больше размера пробного пучка, чтобы вся энергия прошла через нее.

3. Распределение директора и нелинейность

Численное решение уравнения (7) было получено при помощи программы Mathematica 8. На рис.1 приведено распределение директора в центре ячейки. Максимальное изменение директора $\delta n_{\max} = 0.05$.

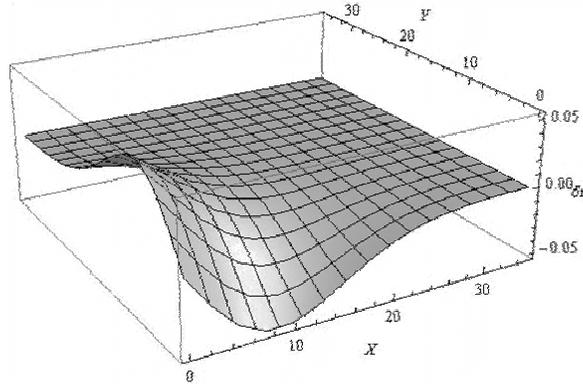


Рис.1. Распределение директора в середине твист-ячейки. Мощность лазерного пучка $P = 40$ мВт.

Для того чтобы получить информацию об ориентации директора, мы используем гелий-неоновый лазерный луч, интенсивность которого очень мала по сравнению с интенсивностью возбуждающего пучка. Пробный луч в ячейке расщепляется на два луча – обыкновенный и необыкновенный. Используя простую формулу для коэффициента нелинейности, получим

$$\varepsilon_2^{\max} = n_0 n_2 c / 2\pi = n_0 n_{\square} c \varepsilon_a \delta n^2 / 4\pi n_{\perp}^2 I \approx 0.14 \text{ см}^3/\text{эрг}, \quad (10)$$

где c – скорость света, ε_a – анизотропия диэлектрической проницаемости, n_{\square} и n_{\perp} – соответственно, параллельные и ортогональные к директору компоненты коэффициента преломления, I – интенсивность. Этот результат сравним с большой оптической нелинейностью.

4. Заключение

Быстрый темп развития оптики теперь позволяет создавать такие структуры, которые казались невозможными еще несколько лет назад. Вихревые структуры теперь используются во многих областях оптики. Например, они могут использоваться как элементы Панчаратнам–Берри для формирования волнового фронта. Создание такой среды при помощи техники, которая называется

фотоориентацией, детально рассмотрено во многих работах (например, в [11]). Термомеханические эффекты в данной среде не были изучены.

Однако теперь можно создать ячейку, в которой распределение директора у первой стенки радиальное (рис.2а), а у второй – гомеотропное (рис.2б). У такой ячейки есть цилиндрическая симметрия и теоретические задачи нужно решать для цилиндрической системы координат. Распределение директора в такой ячейке будет

$$\hat{n} = \cos[\varphi(z/L - 1)]\hat{e}_r + \sin[\varphi(z/L - 1)]\hat{e}_\varphi.$$

Можно также создать ячейку, в которой распределение директора у первой стенки радиальное, а у второй – планарное (рис.2в). В этом случае отсутствует цилиндрическая симметрия и теоретическая задача решения системы уравнений Эйлера–Лагранжа–Релея в такой системе является трудной, но осуществимой задачей. Распределение директора в такой ячейке можно представить в виде

$$\hat{n} = \sin[\pi z/2L]\hat{e}_r + \cos[\pi z/2L]\hat{e}_z.$$

Эта структура представляет собой совокупность многих твист-ячеек с различным шагом и поэтому в эксперименте поляризация лазерного пучка не будет играть роли, если ее направление совпадет с направлением директора у первой стенки ячейки, где распределение директора планарное.

По сравнению с этими ячейками легко создать азимутальную ячейку, в которой распределение директора у первой стенки ячейки азимутальное (рис.2г), а у второй стенки – планарное или гомеотропное. Азимутальное распределение можно получить при помощи вращательного трения подложки.

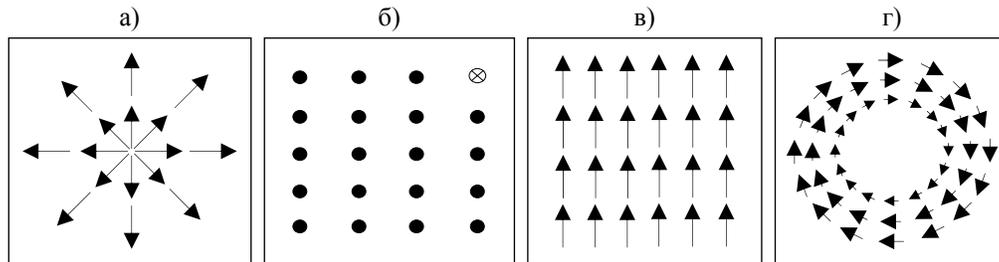


Рис.2. а) радиальное распределение, б) гомеотропное распределение, где директор направлен перпендикулярно плоскости рисунка, в) планарное распределение, г) азимутальное распределение.

Изучение термомеханического эффекта в вихревых конструкциях даст возможность еще детальнее изучать биологические процессы в организмах, например, поведение некоторых биологических тканей. Наилучший результат решения уравнения директора в вихревой среде даст нам возможность получить все термомеханические константы. Все эти исследования могут быть использованы для создания новых детекторов для невидимых длин волн, так как

термомеханический эффект чувствителен к температурному градиенту, который можно создать при помощи нагрева одной стенки ячейки. И самое главное, эти вихревые структуры теперь используются для создания экранов без поляризаторов, где стабильность директора является одной из главных задач и термомеханические эффекты могут играть далеко не последнюю роль.

В заключение автор выражает благодарность Р.С. Акопяну за постановку задачи и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р.С.Акопян, Б.Я.Зельдович. ЖЭТФ, **87**, 953 (1984)
2. D.O.Krimer, S.Residori. Eur. Phys. J. E, **23**, 77 (2007).
3. Р.С.Акопян, Р.Б.Алавердян, Г.С.Геворгян, А.А.Киракосян. Письма в ЖЭТФ, **92**, 504 (2010).
4. С.М.Аракелян, Ю.С.Чилингарян. Нелинейная оптика жидких кристаллов. М., Наука, 1984.
5. Б.Я.Зельдович, Н.Ф.Пилипецкий и др. Письма в ЖЭТФ, **31**, 287 (1980).
6. G.S.Gevorgyan, A.K.Aleksanyan, R.S.Nakobyan, R.V.Alaverdyan. Mol. Cryst. Liq. Cryst., **559**, 22 (2012).
7. Р.С.Акопян, Р.Б.Алавердян, Э.А.Сантросян, Ю.С.Чилингарян. Письма в ЖТФ, **23**, 77 (1997).
8. Р.С.Акопян, Р.Б.Алавердян, Э.А.Сантросян, С.Ц.Нерсисян, Ю.С.Чилингарян. Письма в ЖТФ, **25**, 71 (1999).
9. Р.С.Акопян, Р.Б.Алавердян, Э.А.Сантросян, С.Ц.Нерсисян, Ю.С.Чилингарян. ЖТФ, **69**, 122 (1999).
10. R.S.Akopyan, R.V.Alaverdyan, E.A.Santrosyan, Yu.S.Chilingaryan. Quantum Electron., **30**, 653 (2000).
11. J.Shen, R.D.Lowe, R.D.Snook. Chem. Phys., **165**, 385 (1992).
12. L.Marrucci, C.Manzo, D.Paparo. Appl. Phys. Lett., **88**, 221102 (2006).

ԱՋԵՐՈՎ ՄԱԿԱԾՎԱԾ ԿՈՂՄՆՈՐՈՇՈՒՄԱՅԻՆ ՈՉԳԾԱՅԻՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ ԵՎ ՆՈՐ ՎՈՐՏԵՔՍՍՅԻՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐ

Ա.Կ. ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ

Տեսականորեն ուսումնասիրված է երրորդ տեսակի ջերմամեխանիկական էֆեկտը նեմատիկ հեղուկ բյուրեղի թվիսթ-բջջում: Ստացված է դիրեկտորի հավասարման լուծումը և գնահատված է օպտիկական ոչգծայնությունը: Ապացուցված է, որ ոչգծայնությունը նույն կարգի է, ինչ որ ուղիղ օպտիկական ոչգծայնության դեպքում: Քննարկված է ջերմամեխանիկական էֆեկտ դիտելու հնարավորությունը վորտեքային միջավայրերում:

LASER-INDUCED ORIENTATIONAL NONLINEAR PHENOMENA AND NEW VORTEX STRUCTURES

A.K. ALEKSANYAN

Theoretical study of the third-type thermomechanical effect in a twist cell of nematic liquid crystal is presented. The solution of director equation is obtained and optical nonlinearity is evaluated. It is proved that the nonlinearity is of the same range as that of the direct orientational optical nonlinearity. Possibility of observing thermomechanical effect in non-uniform vortex structures is also considered.

УДК 621.315

ПОТЕНЦИАЛ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ГЕТЕРОСТРУКТУРЕ С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИММЕТРИЕЙ

А.А. КИРАКОСЯН¹, Н.Г. МОВСИСЯН², Ш.Г. ГАСПАРЯН¹

¹Ереванский государственный университет, Армения

²Капанский филиал ГИУА, Армения

(Поступила в редакцию 3 августа 2012 г.)

Выведены общие выражения для потенциала точечного заряда в коаксиальной полупроводниковой гетероструктуре, состоящей из трех цилиндрических областей с различными значениями диэлектрических постоянных, при произвольном положении точечного заряда в гетероструктуре.

1. Введение

Развитие твердотельной микроэлектроники и переход к наноэлектронике связаны с использованием полупроводниковых и диэлектрических наноматериалов, в том числе квантоворазмерных систем – квантовых ям (КЯ), квантовых проволок (КП) и квантовых точек (КТ), а также с применением нанотехнологий, обладающих атомной точностью при получении наноструктур с заданным химическим составом и конфигурацией [1]. Свойства систем, состоящих из полупроводниковых и диэлектрических наноматериалов, названных нанокомпозитами, могут значительно отличаться от свойств как объемных материалов, так и отдельных частиц, формирующих композит, на основе которых создаются новые материалы с заданными структурами, электронными и оптическими свойствами, зависящими от размеров, формы и упорядоченности составляющих их наночастиц [2].

При исследовании различных физических характеристик таких неоднородных систем важное значение имеет знание электростатического потенциала точечного заряда или системы зарядов в рассматриваемой гетероструктуре. Ввиду различных значений диэлектрических постоянных (ДП) компонент гетероструктуры, электростатическое поле в системе существенно меняется при переходе из одной области в другую. Это, в свою очередь, приводит к существенной зависимости параметров гетеросистемы от конкретных значений ДП, а также от формы и геометрических размеров составных частей гетеросистемы [3].

Учет влияния диэлектрической неоднородности на различные физические характеристики особенно важен в системах пониженной размерности,

представляющих собой, как правило, неоднородные полупроводниковые гетероструктуры [4]. Дело в том, что из-за эффекта локализации носителей заряда (НЗ), имеющего место в низкоразмерных структурах, взаимодействие между заряженными примесными центрами и НЗ в них может осуществляться как через среду нахождения НЗ, так и через окружение [5]. Если, например, ДП окружения меньше, чем ДП системы, то взаимодействие становится сильнее, чем в диэлектрически однородной системе [6,7].

Во многих работах, посвященных исследованию электронных состояний в квантовых гетероструктурах, пренебрегается влиянием различия ДП на характеристики системы (см. ссылки, приведенные в [8]).

В настоящее время имеются работы, в которых исследовано влияние диэлектрической неоднородности на примесные состояния [9-12], на подвижность носителей [13,14] и на экситонный спектр [15] в квантовых проволоках, а также на оптические свойства квантовых трубок [16]. Следует отметить, однако, что в большинстве работ, как правило, электронные характеристики диэлектрических неоднородных систем вычисляются или в предположении, что точечный заряд расположен на оси симметрии системы, или вариационным методом [11,17-20].

В данной работе выведены общие выражения для потенциала электростатического поля точечного заряда в коаксиальной полупроводниковой гетероструктуре, состоящей из бесконечного кругового цилиндра, покрытого цилиндрическим слоем, окруженным бесконечной средой, имеющими различные диэлектрические постоянные.

2. Теория

Вычислим электростатическое поле точечного заряда q в системе, состоящей из длинных коаксиальных цилиндрических областей с ДП ϵ_1 и ϵ_2 и с радиусами a и b , погруженных в бесконечную среду с ДП ϵ_3 . Ось z полярной системы координат направлена вдоль оси цилиндров, а полярная ось x – через начало координат и точку нахождения заряженного центра $(r_0, 0, 0)$ (рис.1).

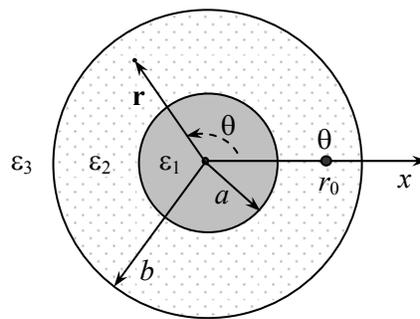


Рис. 1. Сечение системы в плоскости, перпендикулярной оси z .

Электростатический потенциал заряженного центра с радиус-вектором \mathbf{r}_0 и зарядом q в среде с ДП ϵ удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\Delta\Phi = -(4\pi q/\varepsilon)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (1)$$

стандартным граничным условиям [21], а также условиям симметрии

$$\Phi(r, \theta, -z) = \Phi(r, \theta, z), \quad (2)$$

$$\Phi(r, 2\pi - \theta, z) = \Phi(r, \theta, z), \quad (3)$$

и периодичности

$$\Phi(r, \theta + 2\pi, z) = \Phi(r, \theta, z). \quad (4)$$

С учетом условий (2)–(4) решение уравнения (1) представим в виде разложения Фурье

$$\Phi(r, \theta, z) = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} dk \cos kze^{im\theta} \varphi(k, m, r), \quad (5)$$

где неизвестными являются фурье-коэффициенты разложения $\varphi(k, m, r)$, k – волновое число, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Обозначим через Φ_{li} потенциал в i -той области, когда заряд находится в l -ой области, и рассмотрим три возможных случая его расположения в гетероструктуре.

1. Заряженный центр находится в цилиндре с ДП ε_1 ($l=1$): $0 \leq r_0 < a$ (I область). В этой области ($0 \leq r \leq a$) потенциал $\Phi_{11}(r, \theta, z)$ удовлетворяет уравнению

$$\Delta\Phi_{11} = -(4\pi q/\varepsilon_1 r_0)\delta(r - r_0)\delta(\theta)\delta(z), \quad (6)$$

а в областях II ($a \leq r \leq b$) и III ($b \leq r \leq \infty$) – уравнениям

$$\Delta\Phi_{li} = 0, \quad (i = 2, 3). \quad (7)$$

После подстановки выражения (5) в (6) и (7) и использования интегральных представлений функций $\delta(\theta)$ и $\delta(z)$, для фурье-коэффициентов φ_{li} в трех областях получим уравнения

$$\frac{d^2\varphi_{11}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi_{11}}{dr} - \left(k^2 + \frac{m^2}{r^2}\right)\varphi_{11} = -\frac{4\pi q}{\varepsilon_1 r_0}\delta(r - r_0), \quad (8)$$

$$\frac{d^2\varphi_{li}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi_{li}}{dr} - \left(k^2 + \frac{m^2}{r^2}\right)\varphi_{li} = 0 \quad (i = 2, 3). \quad (9)$$

Решение уравнения (8) в области $r < r_0$, с учетом конечности потенциала в точке $r = 0$, имеет вид

$$\varphi_{11} = A_{11} I_m(kr), \quad (10)$$

где $I_m(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода порядка m [22], A_{11} – неизвестный коэффициент. В области $r_0 < r < a$

$$\tilde{\varphi}_{11} = A_{12}I_m(kr) + B_{12}K_m(kr), \quad (11)$$

где $K_m(x)$ – функция Макдональда [22]. Из условия непрерывности потенциала в точке $r = r_0$ следует, что

$$(A_{12} - A_{11})I_m(kr_0) + B_{12}K_m(kr_0) = 0. \quad (12)$$

Как следует из выражений (10), (11) и (8), разрыв первой производной $\varphi_{11}(r)$ в точке r_0 имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta &\equiv \varphi'_{11}(r_0 + 0) - \varphi'_{11}(r_0 - 0) = \\ &= k \left[A_{12}I'_m(kr_0) + B_{12}K'_m(kr_0) - A_{11}I'_m(kr_0) \right] = -\frac{4\pi q}{\varepsilon_1 r_0}, \end{aligned} \quad (13)$$

где штрих означает производную по аргументу функции.

В области II ($a \leq r \leq b$) фурье-коэффициенты потенциала $\Phi_{12}(r, \theta, z)$ имеют вид

$$\varphi_{12} = A_{13}I_m(kr) + B_{13}K_m(kr), \quad (14)$$

а в области III ($b \leq r \leq \infty$), с учетом условия $\Phi_{13}(\infty) = 0$ имеем

$$\varphi_{13}(r) = B_{14}K_m(kr). \quad (15)$$

С учетом граничных условий, налагаемых на границе двух сред с различными ДП, для определения неизвестных коэффициентов A_{11} , A_{12} , A_{13} , B_{12} , B_{13} и B_{14} получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} (A_{12} - A_{11})I'_m(kr_0) + B_{12}K'_m(kr_0) &= -4\pi q / \varepsilon_1 r_0 k, \\ (A_{12} - A_{11})I_m(kr_0) + B_{12}K_m(kr_0) &= 0, \\ A_{12}I_m(ka) + B_{12}K_m(ka) &= A_{13}I_m(ka) + B_{13}K_m(ka), \\ A_{13}I_m(kb) + B_{13}K_m(kb) &= B_{14}K_m(kb), \\ A_{12}I'_m(ka) + B_{12}K'_m(ka) &= [A_{13}I'_m(ka) + B_{13}K'_m(ka)](\varepsilon_2 / \varepsilon_1), \\ A_{13}I'_m(kb) + B_{13}K'_m(kb) &= B_{14}K'_m(kb)(\varepsilon_3 / \varepsilon_2). \end{aligned} \quad (16)$$

После простых, но довольно длинных вычислений для неизвестных коэффициентов получаем

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} \left[K_m(kr_0) + D_m^{(1)}(k)I_m(kr_0) \right], \quad A_{12} = \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} D_m^{(1)}(k)I_m(kr_0), \\ A_{13} &= -f_m \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} D_m^{(2)}(k)I_m(kr_0), \\ B_{12} &= \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} I_m(kr_0), \quad B_{13} = \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} D_m^{(2)}(k)I_m(kr_0), \quad B_{14} = \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} D_m^{(3)}(k)I_m(kr_0), \end{aligned} \quad (17)$$

где использованы следующие обозначения:

$$D_m^{(1)}(k) = \frac{F_m K_m'(ka) - K_m(ka)}{I_m(ka) - F_m I_m'(ka)}, \quad (18)$$

$$D_m^{(2)}(k) = \frac{D_m^{(1)}(k) I_m(ka) + K_m(ka)}{K_m(ka) - f_m I_m(ka)}, \quad (19)$$

$$D_m^{(3)}(k) = D_m^{(2)}(k) \left[1 - f_m \frac{I_m(kb)}{K_m(kb)} \right], \quad (20)$$

$$F_m = F_m(k) = \gamma_{12} \frac{f_m I_m(ka) - K_m(ka)}{f_m I_m'(ka) - K_m'(ka)}, \quad (21)$$

$$f_m = f_m(k) = \frac{(\gamma_{23} - 1) kb K_m(kb) K_m'(kb)}{1 + (\gamma_{23} - 1) kb K_m(kb) I_m'(kb)}, \quad (22)$$

$$\gamma_{12} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \quad \gamma_{23} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}. \quad (23)$$

Выражения (10)–(23) дают решения уравнений (6) и (7) в случае, когда заряженный центр находится в области $0 \leq r_0 < a$.

После подстановки решений уравнения (8) в разложение (5) и с учетом соотношения [22]

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\theta} I_m(kr_0) K_m(kr) \equiv K_0(kR_0), \quad (24)$$

где $R_0 = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta}$ симметрично относительно перестановки $r_0 \square r$, для потенциала в области I получим

$$\Phi_{11}(r, \theta, z) = \frac{q}{\varepsilon_1 \sqrt{R_0^2 + z^2}} + \frac{2q}{\pi \varepsilon_1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\theta} \int_0^{\infty} dk \cos kz D_m^{(1)}(k) I_m(kr) I_m(kr_0). \quad (25)$$

Аналогичным образом, для потенциалов в областях II и III получаем, соответственно,

$$\Phi_{12}(r, \theta, z) = \frac{2q}{\pi \varepsilon_1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\theta} \int_0^{\infty} dk \cos kz D_m^{(2)}(k) [K_m(kr) - f_m I_m(kr)] I_m(kr_0), \quad (26)$$

$$\Phi_{13}(r, \theta, z) = \frac{2q}{\pi \varepsilon_1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\theta} \int_0^{\infty} dk \cos kz D_m^{(3)}(k) K_m(kr) I_m(kr_0). \quad (27)$$

Таким образом, выражения (25)–(27) представляют решение задачи о потенциале точечного заряда в диэлектрически неоднородной коаксиальной гетероструктуре в случае, когда точечный заряд расположен в области I ($0 \leq r_0 \leq a$).

Рассмотрим теперь несколько частных случаев, представляющих физический интерес.

1. Диэлектрически однородная система: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$.

Согласно выражениям (13)–(23), в этом случае $\gamma_{12} = \gamma_{23} = 1$, $f_m = D_m^{(1)} = 0$, $D_m^{(2)} = D_m^{(3)} = 1$, $F_m = K_m(ka)/K'_m(ka)$, и, следовательно, для неизвестных коэффициентов имеем

$$A_{11} = \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} K_m(kr_0), \quad A_{12} = A_{13} = 0, \quad B_{12} = B_{13} = B_{14} = \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} I_m(kr_0). \quad (28)$$

Замечательно, что в (28) не фигурируют радиусы областей a и b . Из соотношений (28) следует, что, согласно (10) и (11), а также (14) и (15), имеем

$$\begin{aligned} \varphi_{11} &= (4\pi q/\varepsilon_1) K_m(kr_0) I_m(kr), & 0 < r < r_0, \\ \tilde{\varphi}_{11} &= (4\pi q/\varepsilon_1) I_m(kr_0) K_m(kr), & r_0 < r < a, \\ \varphi_{12} = \varphi_{13} &= (4\pi q/\varepsilon_1) I_m(kr_0) K_m(kr), & r > a. \end{aligned} \quad (29)$$

После подстановки полученных выражений в формулу (5) получим, что во всех областях потенциал дается одним и тем же выражением:

$$\begin{aligned} \Phi_{1i}(r, \theta, z) &= \Phi_{2i}(r, \theta, z) = \Phi_{3i}(r, \theta, z) \equiv \Phi = \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\theta} \int_0^{\infty} dk \cos kz \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} I_m(kr_0) K_m(kr), \quad (i=1, 2, 3). \end{aligned} \quad (30)$$

С учетом соотношения (24), для потенциала получим

$$\Phi = \frac{2q}{\pi\varepsilon} \int_0^{\infty} dk \cos kz K_0(kR_0) = \frac{q}{\varepsilon \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta + z^2}} = \frac{q}{\varepsilon R}, \quad (31)$$

где $R = \sqrt{r_0^2 + z^2}$ – расстояние до заряженного центра, что представляет потенциал точечного заряда в диэлектрически однородной среде с ДП ε .

2. Диэлектрический цилиндр с ДП $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ в бесконечной однородной среде с ε_3 .

2.1. $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2 = \varepsilon_3$. В этом случае $\gamma_{23} = 1$, $f_m = 0$,

$$\begin{aligned} F_m &= \gamma_{12} \frac{K_m(ka)}{K'_m(ka)}, \quad D_m^{(1)}(k) = \frac{(\gamma_{12} - 1) K_m(ka)}{I_m(ka) - F_m I'_m(ka)}, \\ D_m^{(2)}(k) &= D_m^{(3)}(k) = D_m^{(1)}(k) \frac{I_m(ka)}{K_m(ka)} + 1. \end{aligned} \quad (32)$$

Для неизвестных коэффициентов получим:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} [K_m(kr_0) + D_m^{(1)}(k) I_m(kr_0)], \quad A_{12} = \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} D_m^{(1)}(k) I_m(kr_0), \quad A_{13} = 0, \\ B_{12} &= \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} I_m(kr_0), \quad B_{13} = B_{14} = \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} D_m^{(2)}(k) I_m(kr_0). \end{aligned} \quad (33)$$

Соответствующие фурье-коэффициенты разложения имеют вид

$$\Phi_{11}(r) = \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} \left[K_m(kr_0) + D_m^{(1)}(k) I_m(kr_0) \right] I_m(kr), \quad 0 < r < r_0, \quad (34a)$$

$$\tilde{\Phi}_{11}(r) = \frac{4\pi q}{\varepsilon_1} \left[K_m(kr) + D_m^{(1)}(k) I_m(kr) \right] I_m(kr_0), \quad r_0 < r < a. \quad (34b)$$

После некоторых вычислений для потенциалов Φ_{1i} ($i = 1, 2, 3$) получим: в области I ($0 \leq r \leq a$)

$$\begin{aligned} \Phi_{11}(r, \theta, z) = & q/\varepsilon_1 R + \\ & + \frac{4q(\gamma_{12} - 1)a}{\pi\varepsilon_1} \sum_{m=1}^{\infty} \cos m\theta \int_0^{\infty} \frac{K_m(ka) K'_m(ka) I_m(kr_0) I_m(kr)}{1 + (1 - \gamma_{12})ka K_m(ka) I'_m(ka)} k \cos kz dk, \end{aligned} \quad (35)$$

в области II ($a \leq r \leq b$)

$$\begin{aligned} \Phi_{12}(r, \theta, z) = & - \frac{2q\gamma_{12}}{\pi\varepsilon_1} \int_0^{\infty} dk \cos kz \frac{K_0(kr)}{1 + ak(1 - \gamma_{12})K_0(ka)I'_0(ka)} - \\ & - \frac{4q}{\pi\varepsilon_1} \sum_{m=1}^{\infty} \cos m\theta \int_0^{\infty} dk \cos kz \frac{I_m(kr_0) K_m(kr)}{1 + ak(1 - \gamma_{12})K_m(ka)I'_m(ka)}. \end{aligned} \quad (36)$$

Очевидно, что в области III $b < r < \infty$ $\Phi_{13} = \Phi_{12}$. В частности, если диэлектрический цилиндр находится в вакууме, т.е. $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$, то $\gamma_{12} = \varepsilon_1$.

2.2. Если заряженный центр находится на оси z системы, т.е. $r_0 = 0$, то из (35) следует, что

$$\Phi_{11}^0(r, \theta, z) = \frac{q}{\varepsilon_1 \sqrt{r^2 + z^2}} + \frac{2q}{\pi\varepsilon_1} \int_0^{\infty} dk \cos kz D_0^{(1)}(k) I_0(kr_0) I_0(kr). \quad (37)$$

Учитывая, что $K'_0(x) = -K_1(x)$ и $I'_0(x) = I_1(x)$ [22], после некоторых преобразований с использованием выражения $D_m^{(1)}$ (32) при $m = 0$ получим

$$\begin{aligned} \Phi_{11}^0(r, \theta, z) = & q/\varepsilon_1 \sqrt{r^2 + z^2} + \\ & + \frac{2q(\gamma_{12} - 1)}{\pi\varepsilon_1} \int_0^{\infty} \frac{K_0(ka) K_1(ka) I_0(kr)}{K_1(ka) I_0(ka) + \gamma_{12} K_0(ka) I_1(ka)} \cos kz dk, \end{aligned} \quad (38)$$

а из выражения (36) для потенциала в области I имеем

$$\begin{aligned} \Phi_{12}^0(r, \theta, z) = & \Phi_{13}^0(r, \theta, z) = \\ = & \frac{2q}{\pi\varepsilon_2} \int_0^{\infty} dk \cos kz \frac{K_0(kr)}{ak [K_1(ka) I_0(ka) + \gamma_{12} K_0(ka) I_1(ka)]}. \end{aligned} \quad (39)$$

Формулы (38) и (39) представляют решение известной задачи о поле точечного заряда, расположенного на оси диэлектрического цилиндра с ДП ε_1 , окруженного средой с ДП ε_2 , соответственно, в цилиндре ($r < a$) и в окружающей среде ($r > a$) [23].

3. Диэлектрический цилиндр с ДП $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ в бесконечной однородной среде с ДП ε_3 .

3.1. $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \neq \varepsilon_3$. В этом случае $\gamma_{12} = 1$,

$$D_m^{(1)}(k) = -f_m, \quad D_m^{(2)}(k) = 1, \quad D_m^{(3)}(k) = 1 - f_m \frac{I_m(kb)}{K_m(kb)}, \quad F_m = \frac{f_m I_m(ka) - K_m(ka)}{f_m I_m'(ka) - K_m'(ka)}.$$

Для потенциалов в трех областях имеем:

$$\Phi_{11}(r, \theta, z) = \frac{q}{\varepsilon_1 \sqrt{R_0^2 + z^2}} - \frac{2q}{\pi \varepsilon_1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\theta} \int_0^{\infty} dk \cos kz f_m(k) I_m(kr) I_m(kr_0). \quad (40)$$

$$\Phi_{12}(r, \theta, z) = \frac{2q}{\pi \varepsilon_1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\theta} \int_0^{\infty} dk \cos kz [K_m(kr) - f_m I_m(kr)] I_m(kr_0), \quad (41)$$

$$\Phi_{13}(r, \theta, z) = \frac{2q}{\pi \varepsilon_1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\theta} \int_0^{\infty} dk \cos kz [1 - f_m I_m(kb)/K_m(kb)] K_m(kr) I_m(kr_0). \quad (42)$$

В частном случае $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \neq \varepsilon_3 = 1$ $\gamma_{23} = \varepsilon_2$.

3.2. Если заряженный центр находится на оси z системы, то $r_0 = 0$, и для потенциалов получим

$$\Phi_{11}^0(r, \theta, z) = \Phi_{12}^0(r, \theta, z) = q/\varepsilon_1 \sqrt{r^2 + z^2} + \frac{2q(\gamma_{23} - 1)}{\pi \varepsilon_1} \int_0^{\infty} \frac{kb K_0(kb) K_1(kb) I_0(kr)}{1 + (\gamma_{23} - 1) kb K_0(kb) I_1(kb)} \cos kz dk, \quad (43)$$

$$\Phi_{13}^0(r, \theta, z) = \frac{2q\gamma_{23}}{\pi \varepsilon_3} \int_0^{\infty} dk \cos kz \frac{K_0(kr)}{1 + (\gamma_{23} - 1) kb K_0(kb) I_1(kb)}. \quad (44)$$

4. Диэлектрический цилиндрический слой с ДП $\varepsilon_2 \neq \varepsilon_1$ в бесконечной однородной среде с ДП $\varepsilon_3 = \varepsilon_1$.

4.1. $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 \neq \varepsilon_2$. В этом случае $\gamma_{23} = \gamma_{12}^{-1}$. В частном случае $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1$ $\gamma_{23} = \varepsilon_2$.

4.2. Если заряженный центр находится на оси z системы, то $r_0 = 0$, и для потенциалов получим

$$\Phi_{11}^0(r, \theta, z) = \frac{q}{\varepsilon_1 \sqrt{r^2 + z^2}} + \frac{2q}{\pi \varepsilon_1} \int_0^{\infty} D_0^{(1)}(k) I_0(kr) \cos kz dk, \quad (45)$$

$$\Phi_{12}^0(r, \theta, z) = \frac{2q}{\pi \varepsilon_2} \int_0^{\infty} D_0^{(2)}(k) [K_0(kr) - f_0 I_0(kr)] \cos kz dk, \quad (46)$$

$$\Phi_{13}^0(r, \theta, z) = \frac{2q}{\pi \varepsilon_1} \int_0^{\infty} D_0^{(3)}(k) K_0(kr) \cos kz dk. \quad (47)$$

Следует отметить, что рассмотренные частные случаи не исчерпывают все возможные случаи, соответствующие, в частности, различным соотношениям

ям между геометрическими параметрами, а также асимптотическим значениям параметров γ_{12} и γ_{23} .

Аналогичные расчеты при расположении заряженного центра во второй среде с ДП ε_2 ($l=2$): $a \leq r_0 \leq b$, приводят к следующим выражениям для потенциалов:

в области I ($0 \leq r \leq a$)

$$\Phi_{21}(r, \theta, z) = \frac{2q}{\pi\varepsilon_2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \cos(m\theta) \int_0^{\infty} dk \cos kz D_m^{(II)}(k) [K_m(kr_0) - f_m I_m(kr_0)] I_m(kr); \quad (48)$$

в области II ($a \leq r \leq b$)

$$\begin{aligned} \Phi_{22}(r, \theta, z) = & \frac{2q}{\pi\varepsilon_2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \cos(m\theta) \int_0^{\infty} dk \cos kz \left\{ D_m^{(II)}(k) [K_m(kr_0) - f_m I_m(kr_0)] \times \right. \\ & \left. \times [I_m(kr) + ka(1-\gamma_{12}) I'_m(ka) [I_m(ka) K_m(kr) - K_m(ka) I_m(kr)]] \right\}, \end{aligned} \quad (49)$$

если $a \leq r \leq r_0$ и

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{22}(r, \theta, z) = & \frac{2q}{\pi\varepsilon_2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \cos(m\theta) \int_0^{\infty} dk \cos kz D_m^{(II)}(k) [I_m(kr_0) + \\ & + ka(1-\gamma_{12}) I'_m(ka) [I_m(ka) K_m(kr_0) - K_m(ka) I_m(kr_0)]] [K_m(kr) - f_m I_m(kr)], \end{aligned} \quad (50)$$

если $r_0 \leq r \leq b$;

в области III ($b \leq r < \infty$)

$$\begin{aligned} \Phi_{23}(r, \theta, z) = & \frac{2q}{\pi\varepsilon_2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \cos(m\theta) \int_0^{\infty} dk \cos kz D_m^{(II)}(k) f_m [I_m(kr_0) + \\ & + ka(1-\gamma_{12}) I'_m(ka) [I_m(ka) K_m(kr_0) - K_m(ka) I_m(kr_0)]] K_m(kr). \end{aligned} \quad (51)$$

В формулах (48)-(51) введено обозначение

$$D_m^{(II)}(k) = [1 - ka(1-\gamma_{12}) I'_m(ka) [K_m(ka) - f_m I_m(ka)]]^{-1}. \quad (52)$$

Наконец, если заряженный центр находится в среде с ДП ε_3 ($l=3$): $b \leq r_0 < \infty$, то потенциалы даются следующими выражениями:

в области I ($0 \leq r \leq a$)

$$\Phi_{31}(r, \theta, z) = \frac{2q}{\pi\varepsilon_3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \cos(m\theta) \int_0^{\infty} dk \cos kz D_m^{(III,1)}(k) K_m(kr_0) I_m(kr), \quad (53)$$

в области II ($a \leq r \leq b$)

$$\begin{aligned} \Phi_{32}(r, \theta, z) = \\ \frac{2q}{\pi\varepsilon_3} \sum_{m=1}^{\infty} \cos(m\theta) \int_0^{\infty} dk \cos kz D_0^{(III,2)}(k) I'_m(ka) K_m(kr_0) [I_m(kr) - f_m^{(III)} K_m(kr)]; \end{aligned} \quad (54)$$

в области III ($b \leq r < \infty$)

$$\Phi_{33}(r, \theta, z) = \frac{q}{\varepsilon_3 R} + \frac{2q}{\pi \varepsilon_3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \cos(m\theta) \int_0^{\infty} dk \cos kz D_m^{(III)}(k) f_m K_m(kr_0) K_m(kr). \quad (55)$$

В формулах (53)-(55) введены обозначения

$$D_m^{(III,1)}(k) = \frac{I_m(ka) - f_m^{(III)} K_m(ka)}{I_m(ka) \{1 + kb(\gamma_{23} - 1) K_m(kb) [I_m'(kb) - f_m^{(III)} K_m'(kb)]\}}, \quad (56)$$

$$D_m^{(III,2)}(k) = \frac{I_m(ka) - f_m^{(III)} K_m(ka)}{I_m(ka) D_m^{(III,1)}(k)}, \quad (57)$$

$$D_m^{(III)}(k) = \frac{kb(\gamma_{23} - 1) I_m(kb) [f_m^{(III)} K_m'(kb) - I_m'(kb)] - f_m^{(III)}}{1 + kb(\gamma_{23} - 1) K_m(kb) [I_m'(kb) - f_m^{(III)} K_m'(kb)]}, \quad (58)$$

$$f_m^{(III)} = \frac{(\gamma_{12} - 1) ka I_m'(ka) I_m(ka)}{1 + (\gamma_{12} - 1) ka K_m(ka) I_m'(ka)}. \quad (59)$$

В дальнейшем, на основании полученных результатов, будет исследовано влияние диэлектрической неоднородности на релаксационные и оптические характеристики квантовых проволок с покрытием, помещенных в бесконечную диэлектрическую среду (в частности, в вакуум).

ЛИТЕРАТУРА

1. **А.Л.Асеев.** Российские нанотехнологии (обзоры), **1**, 97 (2006).
2. **Л.А.Головань, В.Ю.Тимошенко, П.К.Кашкаров.** УФН, **177**, 619 (2007).
3. **A.M.Elabsy.** Phys. Rev. B, **46**, 2621 (1992).
4. **Z.Y.Deng, J.K.Guo, T.R.Lai.** Phys. Rev. B, **50**, 5736 (1994).
5. **Н.С.Рыгова.** Вестник МГУ, **3**, 30 (1967).
6. **Л.В.Келдыш.** Письма в ЖЭТФ, **29**, 716 (1979).
7. **S.Fraizzoli, F.Bassani, R.Buczko.** Phys. Rev. B, **41**, 5096 (1990).
8. **A.A.Kirakosyan, A.Kh.Manaselyan, M.M.Agasyan.** Proc. NATO Adv. Res. Workshop on Brilliant Light Facilities and Research in Life and Mat. Sciences, Yerevan, Armenia, 17-21 July, 2006, pp.339-348.
9. **Z.Y.Deng, S.W.Gu.** Phys. Rev. B, **48**, 8083 (1993).
10. **М.М.Агасян, А.А.Киракосян.** Изв. НАН Армении, Физика, **34**, 17 (1999).
11. **М.М.Aghasyan, A.A. Kirakosyan.** Physica E, **8**, 281 (2000).
12. **H.D.Karki, S.Elagoz, R.Amca, P.Baser, K.Atasever.** Physica E, **42**, 1351 (2010).
13. **D.Jena, A.Konar.** Phys. Rev. Lett., **98**, 136805 (2007).
14. **A.Konar, D.Jena.** J. Appl. Phys., **102**, 123705 (2007).
15. **М.Г.Лисаченко, В.Ю.Тимошенко.** Вестник МГУ, Серия 3, **5**, 30 (1999).
16. **D.Kammerlander, F.Troian, G.Goldoni.** Phys. Rev. B, **81**, 115310 (2010).
17. **А.А.Киракосян, Ш.Г.Гаспарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 364 (2002).
18. **A.Kh.Manaselyan, M.M.Agasyan, A.A.Kirakosyan.** Physica E, **14**, 366 (2002).
19. **А.Х.Манаселян, М.М.Агасян, А.А.Киракосян.** Изв. НАН Армении, Физика, **36**, 275 (2001).
20. **А.А.Киракосян, Ш.Г.Гаспарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **41**, 353 (2006).

21. **Дж.Джексон.** Классическая электродинамика. М., Мир, 1965.
22. **И.С.Градштейн, И.М.Рыжик.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М., ГИТЛ, 1962.
23. **Д.Д.Иваненко, А.А.Соколов.** Классическая теория поля. М., ГИТЛ, 1951.

**ԿԵՏԱՅԻՆ ԼԻՑՔԻ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԸ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՀԱՄԱՉԱՓՈՒԹՅԱՄԲ
ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ՀԵՏԵՐՈԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՈՒՄ**

Ա.Ա. ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ, Ն.Գ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ, Շ.Գ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ

Արտածված են կետային լիցքի պոտենցիալի ընդհանուր արտահայտություններ տարբեր դիելեկտրական հաստատուններով գլանային տիրույթներից կազմված գլանային կիսահաղորդչային հետերոկառուցվածքում կետային լիցքի կամայական դիրքի համար:

**POTENTIAL OF POINT CHARGE IN A SEMICONDUCTOR HETEROSTRUCTURE
WITH CYLINDRICAL SYMMETRY**

A.A. KIRAKOSYAN, N.G. MOVSISYAN, Sh.G. GASPARYAN

General expressions for the potential of a point charge in a coaxial semiconductor heterostructure composed by three cylindrical regions with different dielectric constants and for arbitrary location of the charged center in the heterostructure are derived.

УДК 535

СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПОЛЕВОЙ ТРАНЗИСТОР НА ОСНОВЕ ГЕТЕРОСТРУКТУР ZnO:Li||LiNbO₃ И ZnO:Li||TGS ДЛЯ ИК ПИРОПРИЕМНИКОВ

Н.Р. АГАМАЛЯН, Т.А. АСЛАНЯН, Э.С. ВАРДАНЯН, Е.А. КАФАДАРЯН,
Р.К. ОВСЕПЯН[†], С.И. ПЕТРОСЯН, А.Р. ПОГОСЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

[†]e-mail: ruben@ipr.sci.am

(Поступила в редакцию 5 сентября 2012 г.)

Разработан и изучен высокочувствительный пироэлектрический приемник ИК излучения нового типа на основе гетероструктуры сегнетоэлектрик–полевой транзистор, обладающий намного большей чувствительностью и обнаружительной способностью, чем традиционные пироэлектрические приемники. Изготовлены модельные образцы сегнетоэлектрического полевого транзистора с использованием пленок ZnO:Li в качестве канала полевого транзистора и объемных кристаллов LiNbO₃ или TGS в качестве пироэлектрического чувствительного элемента.

1. Введение

Инфракрасные пироприемники, созданные на основе сегнетоэлектрических структур, имеют полезное сочетание характеристик, которые отсутствуют у их аналогов: регистрация излучения в широком спектральном диапазоне, работа при комнатной температуре и простота изготовления. Особенно перспективным представляется создание преобразователей инфракрасного изображения, работающих в диапазоне от 5 до 50 мкм, и визуализаторов изображения в терагерцовом диапазоне.

Типичная схема традиционного пироприемника – это пластина сегнетоэлектрического кристалла, на грани которого перпендикулярно полярной оси нанесены электроды [1-5]. При изменении температуры кристалла меняется величина спонтанной поляризации, вследствие чего на полярных гранях появляется избыток зарядов, что, в свою очередь, порождает ток в кристалле и во внешней цепи. Знак тока зависит от направления поляризации и температурного градиента. Однако, в отличие от других тепловых приемников, пироэлектрический токовый отклик зависит от скорости изменения температуры, а не от самой температуры. Поэтому максимальный отклик получается при временах импульса, меньших времени термической релаксации элемента [5]. Пленки оксида цинка (ZnO) относятся к широкозонным полупроводникам с электронным типом проводимости [6]. Важным достоинством этих пленок является возмож-

ность управления их свойствами, типом и величиной проводимости введением донорной или акцепторной примеси. Так, примесь Ga действует как донор, увеличивая проводимость, в то время как акцепторная примесь Li уменьшает проводимость или меняет тип проводимости с электронного на дырочный. Эти пленки могут использоваться в качестве канала прозрачных полевых транзисторов.

В настоящей работе созданы и исследованы гетероструктуры на основе полупроводниковой пленки и сегнетоэлектрического кристалла: ZnO:Li/LiNbO₃ и ZnO:Li/TGS. В отличие от традиционных пироприменников с металлическими электродами и измерителем тока, в предлагаемой структуре пироэлектрический чувствительный элемент (LiNbO₃ или TGS) не снабжен электродами, а изменение температуры регистрируется внешним электростатическим полем сегнетоэлектрика. Такие структуры имеют высокую пироэлектрическую чувствительность и низкий уровень шума. Отметим, что предварительные результаты данной работы были опубликованы в [7,8].

2. Методика эксперимента

Используемые монокристаллы LiNbO₃ конгруэнтного состава были выращены методом Чохральского, монокристаллы триглицинсульфата (TGS) были выращены из раствора при температуре 50°C. Образцы имели форму параллелепипедов с размерами 2×2×0.7 мм³. Пироэлектрический коэффициент кристаллов LiNbO₃ и TGS измерялся при комнатной температуре. На основе этих измерений определялось направление спонтанной поляризации кристалла.

Пленки ZnO:Li были получены методом электронно-лучевого напыления в вакууме [9] с использованием в качестве подложек пластин из ниобата лития или сапфира с кристаллографической осью [001], перпендикулярной к поверхности подложки. Мишени для напыления изготавливались твердофазным синтезом с добавлением в ZnO в качестве примеси Li₂CO₃. Концентрация лития в мишени составляла 8 ат%. Структура тонкопленочного полевого транзистора была получена с использованием маски-трафарета. Тонкие пленки металлического алюминия служили стоком и истоком. Для исключения десорбции–адсорбции кислорода и деградации поверхности пленка ZnO:Li покрывалась слоем MgF₂ [10]. Пленки металлического алюминия и фторида магния наносились методом термического напыления.

Чувствительность и эквивалентная шумовая мощность (NEP) измерялись с использованием модулированного на частоте 177 Гц ИК излучения на длинах волн $\lambda = 0.98$ мкм (полупроводниковый лазер) или $\lambda = 10$ мкм (с помощью имитатора черного тела с эффективной температурой 300°C и резонансного фильтра). Шумы измерялись в диапазоне 10 Гц–200 кГц методом прямой аналоговой фильтрации с использованием селективного усилителя ($\Delta f = 4$ Гц) или использовались выборки из $N = 5000$ независимых наблюдений, преобразованных в числовую форму (16-разрядный АЦП), и цифровые методы спектрального анализа.

Частотная характеристика пьезоэлектрического отклика структуры измерялась с использованием излучения ИК светодиода на длине волны $\lambda = 0.94$ мкм. Переменное напряжение от свип-генератора (50 Гц–1 МГц) подавалось на светодиод, регистрация тока осуществлялась с помощью синхронно-фазового усилителя, настроенного на частоту и фазу генератора. Электрический сигнал от пироприемника усиливался предусилителем с входным импедансом 100 МОм/1.5 пФ и полосой усиления 10 Гц. Калибровка системы по интенсивности осуществлялась Ge фотодиодом. Регистрация электрического сигнала осуществлялась с использованием устройства Data Acquisition Board фирмы “National Instruments” и цифрового осциллографа.

3. Результаты и их обсуждение

3.1. Параметры пленок, кристаллов и тонкопленочных полевых транзисторов

Пленки ZnO:Li, полученные методом электронно-лучевого напыления и обладающие дефицитом кислорода, дополнительно отжигались на воздухе для уменьшения кислородных вакансий и, как следствие, уменьшения донорных центров. При этом проводимость пленок уменьшалась до 0.5×10^{-3} (Ом·см)⁻¹. В результате отжига были получены компенсированные полупроводники, содержащие как донорные, так и акцепторные центры с холловской подвижностью $\mu_{\text{Hall}} = 80$ см²В⁻¹с⁻¹ и эффективной полевой подвижностью $\mu_{\text{FE}} = 15$ см²В⁻¹с⁻¹. Пленки ZnO:Li с такими характеристиками позволили создать тонкопленочные полевые транзисторы с крутизной $S = 1-10$ мА/В и коэффициентом шума $K = 3-10$ нВ·Гц^{-1/2} в рабочей точке. Сегнетоэлектрические измерения показали, что для объемных кристаллов пьезоэлектрический коэффициент при комнатной температуре равен 36 нКл/см²К для TGS и 10 нКл/см²К для LiNbO₃.

3.2. Принцип работы ИК пьезоэлектрического детектора на основе сегнетоэлектрического полевого транзистора

В состоянии термодинамического равновесия сегнетоэлектрический кристалл не обладает внешним электростатическим полем из-за экранирования спонтанной поляризации P_S , что обусловлено свободными носителями заряда. Изменение температуры при поглощении ИК излучения приводит к изменению P_S . Если кристалл снабжен электродами, то изменение P_S приводит к протеканию электрического тока во внешней цепи. Длительность протекания тока обусловлена временем термической релаксации. Именно этот ток регистрируется в традиционных пироприемниках. Если кристалл не имеет электродов, то изменение P_S приводит к появлению внешнего электростатического поля. Это означает, что кристалл переходит в электретное состояние [11]. При этом напряженность внешнего электростатического поля можно измерить с помощью тонкопленочного полевого транзистора. Электретное состояние является квазистабильным, и со временем напряженность электростатического поля спадает из-за

внутреннего экранирования спонтанной поляризации. По порядку величины время экранирования электростатического состояния совпадает со временем максвелловской релаксации в кристалле $\tau_M = \epsilon\epsilon_0/\sigma$, где ϵ – диэлектрическая проницаемость кристалла (для LiNbO_3 $\epsilon=40$, для TGS $\epsilon=30$). В наших экспериментах были использованы кристаллы с проводимостью $\sigma=10^{-16}$ (Ом см) $^{-1}$ для LiNbO_3 и $\sigma=10^{-10}$ (Ом см) $^{-1}$ для TGS. Поэтому время максвелловской релаксации для используемых кристаллов составляло $\tau_M \geq 10^3 - 10^4$ с для LiNbO_3 и $\tau_M \geq 10^{-2} - 10^{-3}$ для TGS.

В предлагаемой схеме напряженность внешнего электростатического поля измеряется с помощью тонкопленочного полевого транзистора, при этом отсутствует внешняя нагрузка, то есть кристалл находится в разомкнутом состоянии, что увеличивает чувствительность приемника.

3.3. Структура пироэлектрического ИК детектора на основе сегнетоэлектрического полевого транзистора

На рис.1 представлены два варианта структуры сегнетоэлектрического полевого транзистора. На рис.1а он изготовлен на кристалле LiNbO_3 , который одновременно является чувствительным элементом и подложкой. На рис.1б представлена структурная схема, где полевой транзистор изготовлен на кристалле сапфира, а пироэлектрический кристалл LiNbO_3 или TGS расположен над гетероструктурой полевого транзистора.

В качестве канала полевого транзистора в обеих схемах использовалась пленка ZnO:Li , а пленка MgF_2 выполняла роль изолятора-затвора. С тыльной стороны подложки наносилась пленка металлического алюминия, используемая в качестве затвора. В качестве омических контактов истока и стока использовался металлический алюминий. При проведении измерений полевые транзисторы включались по схеме дифференциального усилителя с общим истоком.

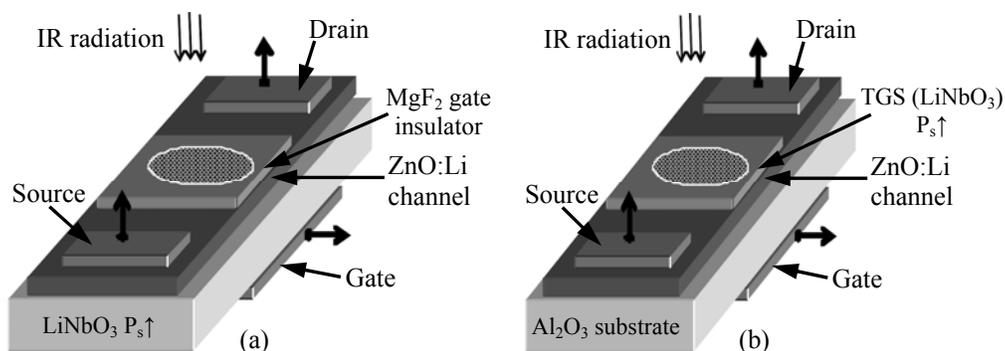


Рис.1. Структурная схема пироэлектрического детектора ИК излучения. а) Полевой транзистор изготовлен на объемном кристалле LiNbO_3 , который одновременно выполняет роль чувствительного элемента и подложки. б) Пироэлектрический кристалл LiNbO_3 или TGS расположен над гетероструктурой полевого транзистора, а в качестве подложки используется монокристаллический сапфир.

На рис.2а приведена зависимость напряжения сток–исток U_{DS} , т.е. сигнала пироэлектрического отклика структуры сегнетоэлектрик–полевой транзистор от времени для модулированного ИК излучения, представленного на рис.2с. Для сравнения на рис.2б показан пироэлектрический отклик (пироток J_{pe}) традиционного пироприемника (кристалла с электродами). На основе этих измерений определена чувствительность пироприемника по напряжению R_V согласно выражению $R_V = U_{DS}/W$, где W – мощность излучения, U_{DS} – изменение напряжения сток–исток. Созданные на основе кристаллов $LiNbO_3$ и TGS сегнетоэлектрические полевые транзисторы обладали чувствительностью R_V , равной 1–100 В/Вт и 100–1000 В/Вт, соответственно.

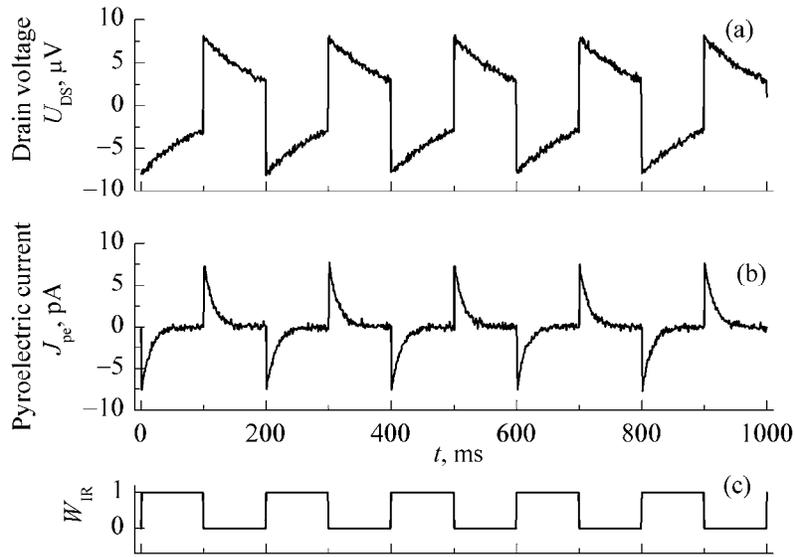


Рис.2. Кинетика пироэлектрического отклика для модулированного ИК излучения в случае кристалла TGS: а) гетероструктура сегнетоэлектрик–полевой транзистор, кинетика напряжения сток–исток U_{DS} , б) классический пироприемник, кинетика тока по внешней цепи J_{pe} , и с) входной модулированный оптический сигнал.

Для традиционных пироприемников с металлическими электродами и измерителем тока чувствительность по току R_p определялась согласно выражению $R_p = J_{pe}/W$, где W – мощность излучения, вызывающая пироэлектрический ток J_{pe} . Созданные для сравнительных измерений пироприемники имели чувствительность $R_p = 1–10$ нА/Вт.

На рис.3а,б представлена спектральная плотность шума $S_V(f)$ для сегнетоэлектрического полевого транзистора без пироэлектрического элемента и для гетероструктуры сегнетоэлектрик–полевой транзистор, соответственно. Как видно из рис.3, основным источником шума в этой структуре является сегнетоэлектрический кристалл. На рис.3б показана частота модуляции ИК излучения, при которой структура имеет наивысшую обнаружительную способность. Мо-

дельные образцы пироприемника на основе сегнетоэлектрического полевого транзистора с использованием TGS имели спектральную плотность шума $S_V(177 \text{ Гц}) = (1-10) \times 10^{-11} \text{ В}^2 \text{ Гц}^{-1}$.

Величина эквивалентной шумовой мощности P_{NEP} рассчитывалась из выражения $P_{\text{NEP}} = [S_V(f)]^{1/2} / R_V$ [12]. Для лучших образцов сегнетоэлектрического полевого транзистора эта величина составила $P_{\text{NEP}} = 1 \times 10^{-9} \text{ Вт/Гц}^{1/2}$. Обнаружительная способность D^* рассчитывалась по формуле $D^* = A^{1/2} / P_{\text{NEP}}$, где A – площадь детектора, равная 0.1 см^2 . Созданные на основе кристаллов TGS сегнетоэлектрические полевые транзисторы в ИК диапазоне обладали обнаружительной способностью $D^* = 1 \times 10^9 \text{ см Гц}^{1/2} / \text{Вт}$.

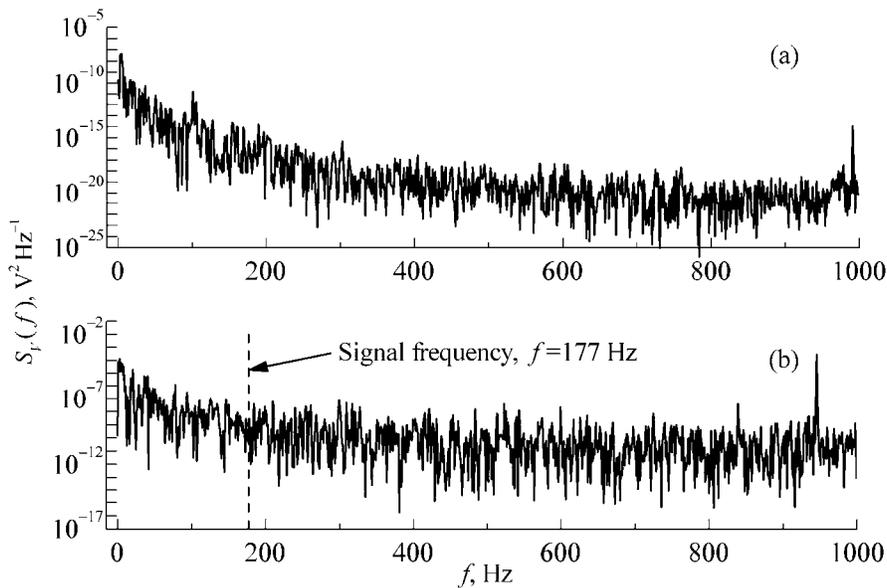


Рис.3. Спектральная плотность шума $S_V(f)$ для а) сегнетоэлектрического полевого транзистора без пьезоэлектрического элемента и б) для гетероструктуры сегнетоэлектрик–полевой транзистор.

Зависимость переменной составляющей пиротока от циклической частоты амплитудной модуляции $\omega = 2\pi f$ для ИК излучения описывается выражением $R_V(\omega) = U_0 / [1 + (\omega\tau)^2]^{1/2}$, где τ – постоянная времени детектора. Для традиционных пироприемников, соединенных с нагрузкой, состоящей из параллельной $R-C$ цепи, высокочастотный спад чувствительности определяется электрической постоянной времени цепи приемник–нагрузка и термической релаксацией активного элемента пироприемника. Ширину полосы частот пироприемника можно увеличить, уменьшая сопротивление нагрузки и увеличивая теплопередачу от активного элемента к тепловому резервуару, что приводит к соответствующему уменьшению чувствительности по напряжению.

На рис.4а приведены амплитудно-частотные зависимости токовой чувствительности традиционного пьезоэлектрического приемника от циклической

частоты модуляции ИК излучения и чувствительности по напряжению для структуры сегнетоэлектрик–полевой транзистор. Аппроксимацией полученных экспериментальных зависимостей были определены постоянные времени τ для этих структур в области высоких частот. Видно, что постоянная времени структуры сегнетоэлектрик–полевой транзистор намного меньше, чем постоянная времени традиционного пироприемника.

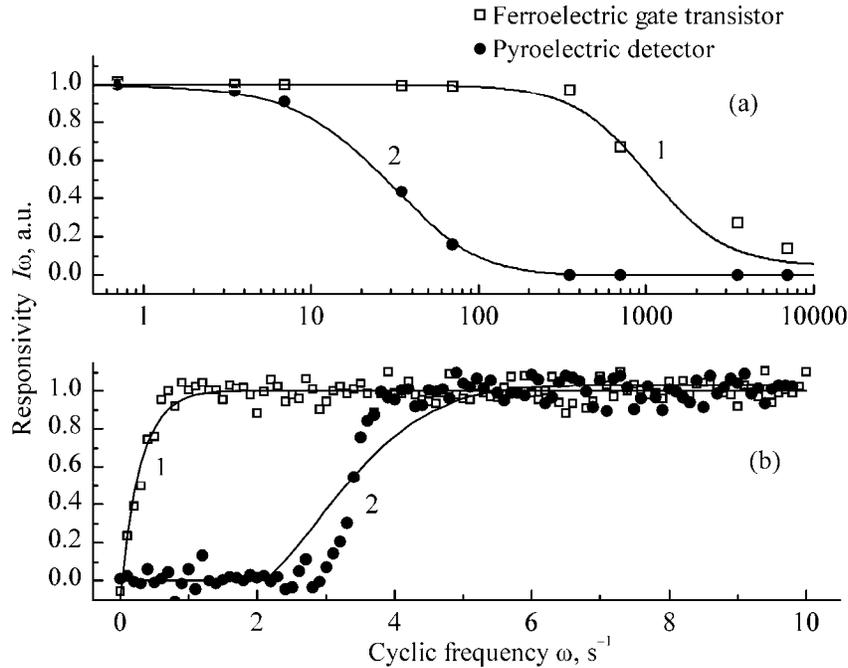


Рис.4. Нормированная амплитудно-частотная характеристика пироэлектрического отклика структуры сегнетоэлектрик–полевой транзистор (1) и традиционного пироприемника (2): а) область высоких частот и (б) область низких частот.

Для традиционных пироприемников, соединенных с нагрузкой, низкочастотный спад чувствительности определяется временем термической релаксации, а для сегнетоэлектрического полевого транзистора – временем экранирования электрентного состояния сегнетоэлектрика. А так как последнее намного больше времени термической релаксации, то структура сегнетоэлектрик–полевой транзистор в области инфранизких частот модуляции ИК излучения имеет намного большую чувствительность.

4. Заключение

Разработан пироэлектрический приемник ИК излучения нового типа, основанный на гетероструктуре сегнетоэлектрик–полевой транзистор. Изготовлена модель неохлаждаемого сегнетоэлектрического полевого транзистора с использованием пленок ZnO:Li в качестве канала полевого транзистора и объем-

ных кристаллов LiNbO_3 или TGS в качестве пьезоэлектрического чувствительного элемента. Лучшие образцы пироприемников нового типа, созданные на основе кристаллов TGS, имели чувствительность $R_V = 10 - 100$ В/Вт и обнаружительную способность $D^* = 1 \times 10^9$ смГц^{1/2}/Вт, что намного превышает чувствительность и обнаружительную способность традиционных приемников при использовании тех же пьезоэлектрических кристаллов.

Работа выполнена в рамках государственного финансирования Республики Армения и грантов ANSEF №2951 и №2177.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Л.С.Кременчугский, О.В.Ройцина.** Пьезоэлектрические приемные устройства. Киев, Наукова думка, 1982.
2. **А.Ван дер Зил.** Шумы при измерениях. М., Мир, 1979.
3. **В.Kazan.** Advances in image pickup and display. New York, Academic Press, 1985.
4. **К.Kwan-Chi.** Dielectric phenomena in solids: with emphasis on physical concepts of electronic processes. San Diego, Academic Press, 2004.
5. **М.Лайнс, А.Гласс.** Сегнетоэлектрики и родственные им материалы. М., Мир, 1981.
6. **N.R.Aghamalyan, E.A.Kafadaryan, R.K.Hovsepyan.** Trends in Semiconductor Science, New York, Nova Science Publishers, 2005, pp.81-110.
7. **A.R.Poghosyan, N.R.Aghamalyan, R.Guo, R.K.Hovsepyan, E.S.Vardanyan.** SPIE, **7781**, 43 (2010).
8. **Н.Р.Агамалян, Э.С.Варданын, Р.К.Овсепян, С.И.Петросян, А.Р.Погосян.** Вестник РАУ, Физ.-мат. и естеств. науки, **1**, 41 (2010).
9. **Н.Р.Агамалян, Р.К.Овсепян, С.И.Петросян.** Изв. НАН Армении, Физика, **45**, 407 (2010).
10. **Н.Р.Агамалян, Р.К.Овсепян.** Изв. НАН Армении, Физика, **43**, 143 (2008).
11. **Ю.С.Кузьминов.** Электрооптический и нелинейно-оптический кристалл ниобата лития. М., Наука, 1987.
12. **М.Букингом.** Шумы в электронных приборах и системах. М., Мир, 1986.

FERROELECTRIC FIELD-EFFECT TRANSISTOR BASED ON $\text{ZnO:Li}[\square]\text{LiNbO}_3$ AND $\text{ZnO:Li}[\square]\text{TGS}$ HETEROSTRUCTURES FOR IR PYRODETECTORS

N.R. AGHAMALYAN, T.A. ASLANYAN, E.S. VARDANYAN, E.A. KAFADARYAN,
R.K. HOVSEPYAN, S.I. PETROSYAN, A.R. POGHOSYAN

A new type of pyroelectric IR photodetector based on ferroelectric field-effect transistor heterostructures with higher sensitivity and detectability than traditional pyroelectric photodetectors has been developed and studied. The model samples of ferroelectric field-effect transistor were prepared using ZnO:Li films as a transistor channel and LiNbO_3 or TGS crystals as a pyroelectric sensitive element.

УДК 541.64

ТЕРМОДИНАМИКА ОДНОЦЕПОЧЕЧНОЙ РНК СО СЛУЧАЙНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ: МЕТОД ОТЖИГА С ОГРАНИЧЕНИЕМ

Г.Н. АЙРАПЕТЯН[†], А.Л. ЦАТУРЯН,
Ш.А. ТОНОЯН, Е.Ш. МАМАСАХЛИСОВ

Ереванский государственный университет, Армения

[†]e-mail: gor.hayrapetyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 2 ноября 2012 г.)

На основе подхода, известного как ограниченный отжиг, исследовано влияние беспорядка в последовательности на термодинамику одноцепочечной РНК. Рассмотрена случайная последовательность с бимодальным беспорядком. Изучено температурное поведение теплоемкости и степени спиральности. Полученные аналитические результаты хорошо согласуются с численными. В присутствии конкурентных взаимодействий модель демонстрирует не только частичное высокотемпературное плавление, но и частичную холодную денатурацию.

1. Введение

Одноцепочечная РНК играет центральную роль во всех живых системах. В дополнение к передаче генетической информации, РНК принимает активное участие в различных клеточных процессах [1]. РНК-овая цепь состоит из четырех различных типов нуклеотидов – А, С, G и U и может образовывать двойные спиральные структуры, состоящие из последовательных стабильных А–U или G–C уотсон–криковских пар. Нуклеотидная последовательность влияет на трехмерную нативную структуру РНК. Одновременно, РНК-овая последовательность является результатом эволюции, и, как следствие, ожидается, что стабильность вторичной структуры важна для естественного отбора [2]. Существуют эффективные алгоритмы для точного вычисления статистической суммы и соответствующих термодинамических параметров вторичной структуры РНК [3,4].

Экспериментально стабильность вторичной структуры может быть измерена в процессе денатурации, при котором молекула РНК теряет свои третичную и вторичную структуры. Как и в белках, принято различать тепловую и холодную денатурацию. Тепловая денатурация имеет место при нагревании [5], а холодная – при охлаждении. Холодная денатурация РНК исследована в работе [6].

Фазовое поведение одонитевой РНК было тщательно изучено в контек-

сте стекольных состояний [7-11], эффектов длинных петель [12], растяжения [13] и т.д. С точки зрения статистической физики, решающим препятствием на пути к количественному аналитическому описанию однонитевой РНК является закаленное среднее, когда логарифм статистической суммы усредняется по беспорядку, в то время как в отожденном случае сама статистическая сумма усредняется по беспорядку. Физически отожденное приближение соответствует термодинамическому равновесию между степенями свободы, относящимся к последовательности и структуре. Сравнительный анализ закаленных и отожденных ансамблей был представлен в [14-17]. В [16] был предложен метод отжига с ограничением, который мы используем в данной работе. Как нам известно, это первый случай, когда метод отжига с ограничением применяется к термодинамике однонитевой РНК. Мы аналитически оцениваем термодинамические параметры однонитевой РНК, используя подход, предложенный в [16]. Полученная нами теплоемкость имеет два пика – признак двух структурных переходов. Наши аналитические результаты находятся в хорошем согласии с численными, полученными на основе методов, предложенных в [3,4]. Получена холододвая денатурация, при которой молекула РНК существенно теряет свою вторичную структуру.

2. Модель

Для простоты мы предлагаем рассматривать случайную последовательность одноцепочечной РНК, состоящей только из А и U нуклеотидов. Топологические правила, которые определяют разрешенные структуры, имеют важное значение для эффективного численного расчета свободной энергии вторичной структуры. Основное правило заключается в запрете на образование так называемых псевдоузлов из множества доступных вторичных структур, как и в большинстве других работ по физике одноцепочечной РНК. Таким образом, для любых двух пар оснований (i, j) и (k, l) при $i < j$, $k < l$, и $i < k$ мы имеем либо $i < k < l < j$ или $i < j < k < l$ [7]. По определению, вторичная структура есть набор всех пар оснований. При этом, одно основание может быть частью не более одной пары. Статистическая сумма произвольной субцепи однонитевой молекулы РНК без псевдоузлов вычисляется рекурсивно как [3,4]

$$Z_{i,j} = Z_{i,j-1} + \sum_{k=1}^{j-1} Z_{i,k-1} Q_{ij} Z_{k+1,j-1}, \quad (1)$$

где $Z_{i,j}$ – статистическая сумма субцепи между нуклеотидами i и j , а $Q_{ij} = \exp(-\beta \varepsilon_{ij})$ – статистический вес образования водородных связей между нуклеотидами i и j . Гамильтониан модели имеет следующий вид:

$$H(\hat{m}, \{h_i\}) = \sum_{i < j} m_{ij} \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

где константа взаимодействия $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_0 + \varepsilon h_i h_j$, сумма берется по всем неповторяющимся парам оснований, $m_{ij} = 1$, если основания i и j составляют пару, и

$m_{ij} = 0$ в противном случае. Переменные $\{h_i\}$ описывают тип нуклеотида и $h_i = \pm 1$, где $h_i = +1$ соответствует А, а $h_i = -1$ У нуклеотидам. Статистическая сумма для цепи одонитевой РНК из N нуклеотидов записывается в виде

$$Z_N(\{h_i\}) = \sum_{\hat{m}} \exp[-\beta H(\hat{m}, \{h_i\})], \quad (3)$$

где $\beta = 1/k_B T$, а сумма берется по всем реализациям матрицы \hat{m} без псевдоузлов. При этом, матрица \hat{m} содержит не более одной единицы на каждой строке или столбце. Последнее условие описывает насыщенность спаривания оснований. Случайная последовательность $\{h_i\}$ генерируется в соответствии с функцией распределения

$$P\{h\} = \prod_{i=1}^N \rho(h_i), \quad (4)$$

где $\rho(h_i) = q\delta(h_i - 1) + (1 - q)\delta(h_i + 1)$ и $0 < q < 1$. Благодаря свойству самоусредняемости, приведенная свободная энергия в термодинамическом пределе $N \rightarrow \infty$ становится неслучайной величиной и

$$f\{h_i\} = f = -\frac{1}{N} \overline{\ln Z_N(\{h_i\})}, \quad (5)$$

где f – приведенная закаленная свободная энергия [18], $\bar{}$ означает среднее по функции распределения последовательности (4). Согласно [16], свободная энергия одонитевой РНК со случайной фиксированной последовательностью нуклеотидов удовлетворяет следующим условиям:

$$f \geq g(\beta, \mu) \geq f_a, \quad (6)$$

где f_a – приведенная отожденная свободная энергия и

$$g(\beta, \mu) = -\frac{1}{N} \ln Z_N = -\frac{1}{N} \overline{\ln Z_N(\{h_i\}) e^{-N\mu\alpha(\{h_i\})}}. \quad (7)$$

Здесь $\alpha(\{h_i\})$ – это некоторая самоусредняемая величина, зависящая от последовательности. Таким образом, $g(\beta, \mu)$ дает нижнюю границу закаленной свободной энергии f . Согласно неравенству (6), лучшая нижняя граница закаленной свободной энергии дается $\max_{\mu} g(\beta, \mu)$, и мы можем оценить свободную энергию одонитевой молекулы РНК с фиксированной случайной последовательностью как

$$f \approx \max_{\mu} g(\beta, \mu). \quad (8)$$

Простейшее ограничение, накладываемое на описывающие последовательность переменные $\{h_i\}$, задается выражением $\alpha(\{h_i\}) = (1/N) \times \sum_{i=1}^N [h_i - (2q - 1)]$, которое не фиксирует типы индивидуальных мономеров h_i , но только среднее значение суммы $\sum_i h_i$. Можно показать, что статистическая сумма Z_N , определенная в (7), после некоторых преобразований записыва-

ется как

$$Z_N = e^{N\mu(2q-1)} \Omega^N Z_N^0(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}), \quad (9)$$

где $Z_N^0(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})$ – статистическая сумма (3) для гомополимерной односторонней РНК с эффективной константой взаимодействия $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}$. Здесь

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{1}{\beta} \ln \frac{W(\mu, \beta, \varepsilon)}{\Omega(\mu)^2}, \quad \Omega(\mu) = qe^{-\mu} + (1-q)e^{\mu}, \quad (10)$$

$$W(\mu, \beta, \varepsilon) = e^{-\beta\varepsilon} \left[q^2 e^{-2\mu} + (1-q)^2 e^{2\mu} \right] + 2q(1-q)e^{\beta\varepsilon}.$$

Поскольку статистическую сумму гомополимерной односторонней РНК можно записать в виде [9] $Z_N^0(\varepsilon) \approx A_0(Q) N^{-3/2} (1 + 2\sqrt{Q})^N$, где $Q = \exp(\beta\varepsilon)$, то вариационная свободная энергия $g(\beta, \mu)$ для длинных ($N \gg 1$) цепей принимает вид

$$g(\beta, \mu) = -\mu(2q-1) - \ln \Omega(\mu) - \ln(1 + 2\sqrt{Q}), \quad (11)$$

где $\bar{Q} = e^{-\beta(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})}$. Максимизация потенциала $g(\beta, \mu)$ по μ дает решение $\mu_0(\beta)$, определяемое уравнением

$$2q-1 = \left[\frac{2\sqrt{\bar{Q}}}{1+2\sqrt{\bar{Q}}} - 1 \right] \frac{d \ln \Omega(\mu)}{d\mu} - \frac{1}{2} \frac{2\sqrt{\bar{Q}}}{1+2\sqrt{\bar{Q}}} \frac{\partial \ln W(\mu, \beta, \varepsilon)}{\partial \mu}. \quad (12)$$

3. Результаты и обсуждение

Энтропия на один мономер имеет вид

$$s(\beta) = -g(\beta) + \beta dg(\beta)/d\beta, \quad (13)$$

а теплоемкость

$$c_v(\beta) = -\beta^2 d^2 g(\beta)/d\beta^2. \quad (14)$$

На рис.1 поведение теплоемкости, полученное методом ограниченного отжига, сравнивается с рассчитанными численно с использованием алгоритма МакКаскилла [4]. Среднее значение теплоемкости, рассчитанное численно, находится в хорошем согласии с теплоемкостью, определенной с помощью метода ограниченного отжига. Температурное поведение теплоемкости проявляет два пика, что свидетельствует о двух структурных переходах.

Чтобы приписать поведение теплоемкости структурным преобразованиям односторонней РНК, мы определяем степень спиральности как среднюю долю уотсон–криковских пар оснований

$$\theta = \frac{2}{N} \left\langle \sum_{i < j} m_{ij} \right\rangle = \frac{2\sqrt{\bar{Q}}}{1+2\sqrt{\bar{Q}}}, \quad (15)$$

где $\langle \dots \rangle$ – термодинамическое среднее. Можно показать, что правая часть уравнения (15) дается выражением степени спиральности гомополимерной однонитевой РНК, непосредственно полученной из статистической суммы последней [9]. Таким образом, в приближении ограниченного отжига степень спиральности записывается как и для гомополимерной РНК, но с эффективным статистическим весом \bar{Q} .

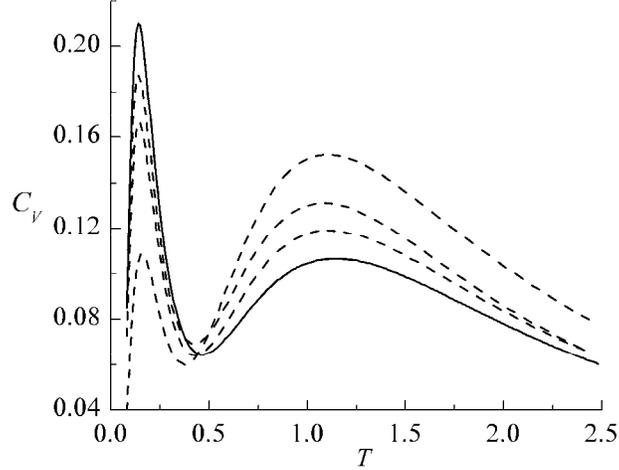


Рис.1. Зависимости удельной теплоемкости на один нуклеотид (C_v) от температуры $T = 1/\beta$. Пунктирные линии получены с помощью алгоритма МакКаскилла для 3 случайных реализаций для $N = 150$ нуклеотидов с параметрами $\varepsilon_0 = -1$, $\varepsilon = 1.5$ и $q = 0.75$. Сплошные линии получены в вариационном приближении (8) в термодинамическом пределе $N \rightarrow \infty$.

Степень спиральности можно также вычислить численно, используя вероятность формирования пары основания между нуклеотидами i и j [9]:

$$p_{ij} = \langle m_{ij} \rangle = \frac{Q_{ij} Z_{i+1, j-1} Z_{j+1, N+i-1}}{Z_{1, N}}. \quad (16)$$

Правая часть уравнения (16) была рассчитана на основе выражения (1), а степень спиральности для конкретной реализации последовательности нуклеотидов определяется в виде

$$\theta = \frac{2}{N} \sum_{i < j} p_{ij}. \quad (17)$$

На рис.2 степень спиральности, полученная методом ограниченного отжига, сравнивается с результатами, полученными на основании уравнений (1), (16) и (17) для набора случайно сгенерированных последовательностей. Как и в случае теплоемкости, среднее значение степени спиральности, рассчитанное численно, находится в хорошем согласии с таковой, определенной с помощью

метода отжига с ограничением. Как видно из рис. 2, степень спиральности резко растет с увеличением температуры и далее, после некоторой температуры около $T = 0.5$, начинает спадать. Такое поведение степени спиральности указывает на наличие высоко- и низкотемпературного плавления и, возможно, денатурации.

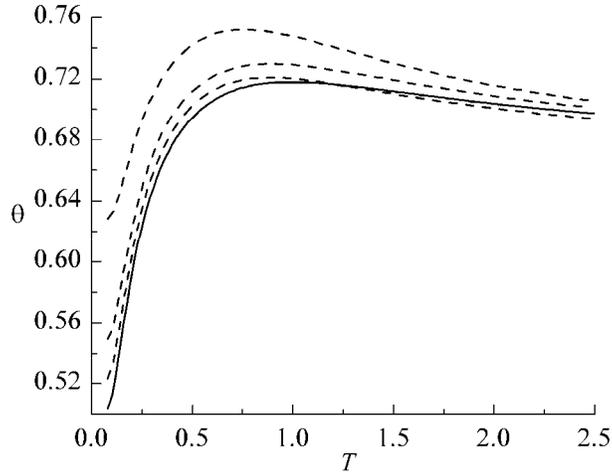


Рис.2. Зависимости степени спиральности θ от температуры $T = 1/\beta$. Пунктирные линии получены с помощью алгоритма МакКаскилла для 3 случайных реализаций для $N = 150$ нуклеотидов с параметрами $\varepsilon_0 = -1$, $\varepsilon = 1.5$ и $q = 0.75$. Сплошные линии получены в вариационном приближении (8) в термодинамическом пределе $N \rightarrow \infty$.

Высокотемпературный предел соответствует гомополимерному случаю, когда вклад межнуклеотидных взаимодействий незначителен. Для простоты, мы пренебрегаем температурной зависимостью (свободной) энергии формирования пар оснований и $\lim_{T \rightarrow \infty} \theta = 2/3$. Для более реалистичного выбора, например, $\varepsilon_0 = \Delta H - T\Delta S$, высокотемпературный предел степени спиральности будет определяться главным образом энтропийной потерей образования одной пары оснований ΔS . Здесь ΔH является энтальпией на одну пару оснований. При сравнении с рис.1 низкотемпературный пик теплоемкости может быть приписан к низкотемпературной (холодовой) денатурации, а высокотемпературный – к обычной тепловой денатурации.

Таким образом, использованный нами метод отжига с ограничением дает результаты, хорошо согласующиеся с численным моделированием.

Данная работа проведена благодаря поддержке фонда Volkswagen, грант "Equilibrium and non-equilibrium behavior of single- and double-stranded biological molecules".

ЛИТЕРАТУРА

1. The RNA World. Ed. **R.F.Gesteland, J.F.Atkins.**, 2, 1993.
2. **P.G.Higgs.** J. Phys. (Fr.), 1, 45 (1993).

3. **M.Zuker, P.Stiegler.** Nucleic Acids Res., **9**, 133 (1981).
4. **J.S.McCaskill.** Biopolymers, **29**, 1105 (1990).
5. **I.Tinoco, Jr., C.Bustamante.** J. Mol. Biol., **293**, 271 (1999).
6. **P.J.Mikulecky, A.L.Feig.** J. Am. Chem. Soc., **124**, 890 (2002).
7. **P.G.Higgs.** Phys. Rev. Lett., **76**, 704 (1996).
8. **A.Pagnani, G.Parisi, F.Ricci-Tersenghi.** Phys. Rev. Lett., **84**, 2026 (2000).
9. **R.Bundschuh, T.Hwa.** Phys. Rev. E, **65**, 031903 (2002).
10. **F.Krzakala, M.Mezard, M.Mueller.** Europhys. Lett., **57**, 752 (2002).
11. **M.Lässig, K.J.Wiese.** Phys. Rev. Lett., **96**, 228101 (2006).
12. **T.R.Einert, P.Nager, H.Orland, R.R.Netz.** Phys. Rev. Lett., **101**, 048103 (2008).
13. **M.Manosas, F.Ritort.** Biophys. J., **88**, 3224 (2005).
14. **T.Morita.** J. Math. Phys., **5**, 1401 (1964).
15. **R.Kuhn.** Markov Processes Relat. Fields, **10**, 523 (2004).
16. **M.Serva, G.Paladin.** Phys. Rev. Lett., **70**, 105 (1993).
17. **T.Liu, R.Bundschuh.** Phys. Rev. E, **72**, 061905 (2005).
18. **M.Mezard, G.Parisi, M.Virasoro.** Spin Glass Theory and Beyond, 1987.

ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ ՀԱՋՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՄԲ ՄԻԱՇՂԹԱ ՌՆԹ-Ի
ԹԵՐՄՈՂԻՆԱՄԻԿԱՆ. ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿ ԹՐԾՄԱՆ ՄԵԹՈՂ

Գ.Ն. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ, Հ.Լ. ԾԱՏՈՒՐՅԱՆ,
Շ.Ա. ՏՈՆՈՅԱՆ, Ե.Շ. ՄԱՄԱՍԱԽԼԻՍՈՎ

Սահմանաթակ թրծման մեթոդի օգնությամբ հետազոտված է հաջորդականության չկարգավորվածության ազդեցությունը միաշղթա ՌՆԹ-ի թերմոդինամիկայի վրա: Դիտարկված է բինոդալ պատահական հաջորդականություն և ուսումնասիրված են ջերմունակության և պարուրության աստիճանի ջերմաստճանային կախումները: Ստացված անալիտիկ արդյունքները լավ համաձայնության մեջ են գտնվում թվային արդյունքների հետ: Սրգակցող փոխազդեցությունների առկայությամբ մոդելը ցուցաբերում է ոչ միայն մասնակի բարձր ջերմաստճանային հալում, այլ նաև մասնակի ցածր ջերմաստճանային դենատուրացիա:

THERMODYNAMICS OF ssRNA WITH RANDOM SEQUENCE: CONSTRAINED ANNEALING APPROACH

G.N. HAYRAPETYAN, H.L. TSATURYAN, Sh.A. TONOYAN, Y.Sh. MAMASAKHLISOV

The effect of sequence disorder on thermodynamics of ssRNA is studied on the basis of constrained annealing approach. A random sequence with bimodal disorder is considered. The temperature behavior of specific heat and helicity degree are examined. A reasonable agreement with numerical results is obtained. In the presence of competing interactions the model exhibits not only partial high-temperature melting, but also partial cold denaturation.

| | |
|--|-----|
| Ա.Պ. Գարյակա, Ռ.Մ. Մարտիրոսով, Ս.Հ. Սոխոյան, Հ.Ա. Բաբայան, Հ.Ս. Վարդանյան, Ա.Գ. Երլիկին, Ն.Ս. Նիկոլսկայա, Ի.Ա. Գալանտ, Լ.Վ. Ջոնս. Գերբարձր էներգիաների առաջնային տիեզերական ճառագայթման հետազոտումը ԳԱՄՄԱ գիտափորձում (Արագած լ., Հայաստան) | 79 |
| Դ.Զ. Քալանթարյան. Ֆուկոյի հոսանքներով պայմանավորված մագնիսական դաշտերի աղավաղման պրոբլեմները Երևանի սինքրոտրոնում | 95 |
| Լ.Գ. Մարդոյան, Մ.Գ. Պետրոսյան. Գնդային տատանակի այլընտրանքային մոդել | 105 |
| Ա.Հ. Գևորգյան. Լույսի տարածումը անորոշ դիէլեկտրական և մագնիսական թափանցելիությամբ աջ և ձախ պտտվող քոլեստերիկ հեղուկ բյուրեղի շերտի միջով: II. Օպտիկական դիոդ | 111 |
| Ա.Կ. Ալեքսանյան. Լազերով մակածված կողմնորոշումային ոչգծային երևույթներ և նոր վորտեքսային կառուցվածքներ | 119 |
| Ա.Ա. Կիրակոսյան, Ն.Գ. Մովսիսյան, Շ.Գ. Գասպարյան. Կետային լիցքի պոտենցիալը գլանային համաչափությամբ կիսահաղորդչային հետերոկառուցվածքում | 125 |
| Ն.Ն. Աղամալյան, Տ.Ա. Ասլանյան, [Է.Ս. Վարդանյան] Ե.Ա. Կաֆադարյան, Ռ.Կ. Հովսեփյան, Ս.Ի. Պետրոսյան, Ա.Ռ. Պողոսյան. ZnO:Li(LiNbO ₃ և ZnO:Li(TGS հետերոկառուցվածքների վրա հիմնված սեգնետաէլեկտրական դաշտային տրանզիստոր՝ ինֆրակարմիր տիրույթի պիրոէլեկտրական ընդունիչների համար | 136 |
| Գ.Ն. Հայրապետյան, Հ.Լ. Ծատուրյան, Շ.Ա. Տոնոյան, Ե.Շ. Մամասախլիսով. Պատահական հաջորդականությամբ միաշղթա ՌՆԹ-ի թերմոդինամիկական սահմանափակ թրծման մեթոդ | 144 |

CONTENTS

| | |
|---|-----|
| A.P. Garyaka, R.M. Martirosov, S.H. Sokhoyan, H.A. Babayan, H.S. Vardanyan, A.D. Erlykin, N.M. Nikolskaya, Y.A. Galant, L.W. Jones. Investigation of the main characteristics of the superhigh energy primary cosmic radiation in the GAMMA experiment (mt. Aragats, Armenia)..... | 79 |
| D.K. Kalantaryan. Problems of magnetic field distortions caused by eddy currents in Yerevan synchrotron | 95 |
| L.G. Mardoyan, M.G. Petrosyan. An alternative model of spherical oscillator | 105 |
| A.H. Gevorgyan. Light transmission through a stack of right- and left-hand cholesteric liquid crystal layers with indefinite dielectric and magnetic permittivities. II. Optical diode | 111 |
| A.K. Aleksanyan. Laser-induced orientational nonlinear phenomena and new vortex structures | 119 |
| A.A. Kirakosyan, N.G. Movsisyan, Sh.G. Gasparyan. Potential of point charge in a semiconductor heterostructure with cylindrical symmetry..... | 125 |
| N.R. Aghamalyan, T.A. Aslanyan, [E.S. Vardanyan] E.A. Kafadaryan, R.K. Hovsepyan, S.I. Petrosyan, A.R. Poghosyan. Ferroelectric field-effect transistor based on ZnO:Li[LiNbO ₃ and ZnO:Li[TGS heterostructures for IR pyrodetectors | 136 |
| G.N. Hayrapetyan, H.L. Tsaturyan, Sh.A. Tonoyan, Y.Sh. Mamasakhlisov. Thermodynamics of ssRNA with random sequence: constrained annealing approach | 144 |

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|-----|
| А.П. Горяка, Р.М. Мартиросов, С.О. Сохоян, О.А. Бабаян, Г.С. Врданян, А.Д. Ерлыкин, Н.М. Никольская, И.А. Галант, Л.В. Джонс. Исследование основных характеристик первичного космического излучения сверхвысоких энергий в эксперименте ГАММА (г. Арагац, Армения) | 79 |
| Д.К. Калантарян. Проблемы искажения магнитного поля токами Фуко в ереванском синхротроне..... | 95 |
| Л.Г. Мардоян, М.Г. Петросян. Альтернативная модель сферического осциллятора | 105 |
| А.А. Геворгян. Распространение света через стопу из право- и левовращающих слоев холестерического жидкого кристалла с индефинитными диэлектрической и магнитной проницаемостями. II. Оптический диод..... | 111 |
| А.К. Алексанян. Лазерно-индуцированные нелинейные ориентационные явления и новые вихревые структуры | 119 |
| А.А. Киракосян, Н.Г. Мовсисян, Ш.Г. Гаспарян. Потенциал точечного заряда в полупроводниковой гетероструктуре с цилиндрической симметрией | 125 |
| Н.Р. Агамалян, Т.А. Асланян, Э.С. Врданян, Е.А. Кафадарян, Р.К. Овсепян, С.И. Петросян, А.Р. Погосян. Сегнетоэлектрический полевой транзистор на основе гетероструктур $ZnO:Li LiNbO_3$ и $ZnO:Li TGS$ для ИК пироприемников | 136 |
| Г.Н. Айрапетян, А.Л. Цатурян, Ш.А. Тоноян, Е.Ш. Мамасакхлисов. Термодинамика одноцепочечной РНК со случайной последовательностью: метод отжига с ограничением..... | 144 |

Заказ № 408

Тираж 150. Сдано в набор 10.12.2012.

Подписано к печати 20.12.2012. Печ. л. 4.75.

Бумага офсетная. Цена договорная.

Типография НАН РА.

Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.