ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS

ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

47, N2, 2012

Ա Ж 415

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

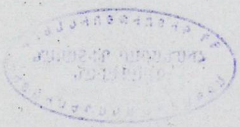
ՀԱՏՈՐ ТОМ

47

№ 2

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԳԻՏԱԿԱՆ ԳՐԱԴԱՐԱՆ

ՀՀ ԳԱԱ "ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ" ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА
ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН
2012



© Национальная Академия наук Армении
Известия НАН Армении, Физика

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор
Э. Г. Шароян, зам. главного редактора
А. А. Ахумян
Г. А. Вартапетян
Э. М. Казарян
А. О. Меликян
А. Р. Мкртчян
Д. Г. Саркисян
Ю. С. Чилингарян
А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր
Է. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ
Ա. Ա. Հախումյան
Հ. Հ. Վարդապետյան
Է. Մ. Ղազարյան
Ա. Հ. Մելիքյան
Ա. Ռ. Մկրտչյան
Գ. Հ. Սարգսյան
Յու. Ս. Չիլինգարյան
Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief
E. G. Sharoyan, associate editor
A. A. Hakhumyan
H. H. Vartapetian
E. M. Ghazaryan
A. O. Melikyan
A. R.Mkrtchyan
D. H. Sarkisyan
Yu. S. Chilingaryan
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g. Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

Известия НАН Армении, Физика, т.47, №2, с.75-82 (2012)

УДК 539.12.01

АЗИМУТАЛЬНАЯ АСИММЕТРИЯ И ОТНОШЕНИЕ $R = F_L/F_T$ КАК ПРОБНИКИ ЧАРМА В ПРОТОНЕ

Н.Я. ИВАНОВ

Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна, Ереван, Армения

(Поступила в редакцию 19 октября 2011 г.)

Исследованы две экспериментальные возможности измерения содержания тяжелых кварков в протоне: используя отношение Каллана–Гросса $R(x,Q^2) = F_L/F_T$ и/или азимутальную $\cos(2\varphi)$ -асимметрию в глубоконеупругом рассеянии лептонов на протоне. Подход основан на пертурбативной стабильности предсказаний КХД для этих двух величин. Мы проводим суммирование массовых логарифмов типа $\alpha_S \ln(Q^2/m^2)$ и заключаем, что распределения тяжелых кварков в протоне могут в принципе быть извлечены из данных по отношению Каллана–Гросса и/или азимутальной асимметрии. В частности, содержание чарма в протоне может быть измерено в будущих исследованиях на большом адрон–электронном (LHeC) и электрон–ионном (EIC) коллайдерах.

1. Введение

Понятие о внутреннем чарме (IC) адронов появилось более 30 лет назад в работах [1]. Было показано, что, в картине фоковских состояний на световом конусе, представляется вполне естественным ожидать пятикварковых вкладов типа $|uudc\bar{c}\rangle$ в волновую функцию протона [2]. Пятикварковая компонента может генерироваться флуктуациями $gg \to c\bar{c}$ внутри протона, где аннигилирующие глюоны излучаются разными валентными кварками. Оригинальная концепция внутреннего чарма [1] имеет непертурбативную природу, поскольку вклад пятикварковых состояний $|uudc\bar{c}\rangle$ в волновую функцию протона убывает как $1/m^2$, где m – масса *c*-кварка [3].

В середине девяностых годов был предложен другой взгляд на содержание чарма в протоне в рамках схемы квантовой хромодинамики (КХД) с переменным числом кварковых ароматов (VFNS) [4,5]. Так называемая VFNS представляет собой альтернативу традиционной схеме КХД с фиксированным числом кварковых ароматов (FFNS), в которой протон состоит лишь из легких кварков и глюонов (u, d, s и g). В рамках VFNS массовые логарифмы типа $\alpha_s \ln(Q^2/m^2)$ суммируются во всех порядках теории возмущений и замещаются функциями распределения тяжелых кварков, которые удовлетворяют стандартным Q^2 уравнениям эволюции DGLAP [6]. Таким образом, подход VFNS приводит к партонным функциям распределения (ПФР) для тяжелых кварков и увеличивает на единицу число активных кварков в протоне, когда преодолева-

ется порог рождения очередного кварка. Отметим также, что распределение чарма имеет в рамках VFNS пертурбативный характер, поскольку обеспечивается $g \to c\bar{c}$ эволюцией. Результаты последних исследований схемы VFNS представлены в работах [7-9]. Основная цель VFNS – суммировать массовые логарифмы и тем самым улучшить сходимость ряда теории возмущений КХД.

В настоящее время как пертурбативная, так и непертурбативная плотности чарма широко используются для феноменологического описания данных опыта. (Детальный обзор теоретических предсказаний и экспериментальных ограничений на содержание чарма в протоне представлен в [10]). В частности, практически все современные наборы ПФР коллабораций CTEQ [11-13] и MRST [14] основаны на VFNS и предсказывают ненулевые плотности чарма. В то же время остается открытым основной вопрос: как измерить содержание чарма в протоне? С теоретической точки зрения, основная проблема заключается в том, что велики радиационные поправки к сечениям рождения тяжелых ароматов, которые примерно вдвое увеличивают борновские предсказания. Более того, суммирование судаковских логарифмов, обусловленных излучением мягких глюонов, свидетельствует о том, что вклады высших порядков теории возмущений в сечения рождения также велики. (В качестве обзора можно рекомендовать работы [15,16]). С другой стороны, пертурбативная нестабильность обуславливает высокую чувствительность предсказаний к стандартным неопределенностям в КХД параметрах, таких как масса кварка *m*, ренормализационный и факторизационный масштабы μ_R и μ_F, Λ_{QCD} и ПФР. В результате, теория позволяет оценить лишь порядок величин для сечений рождения чарма во всей области энергий от экспериментов с фиксированной мишенью [17] до RHIC коллайдера [18].

Поскольку сечения рождения пертурбативно нестабильны в рамках КХД, они не могут служить хорошим пробником плотности чарма в протоне. Поэтому особый интерес представляет анализ тех наблюдаемых, которые хорошо определены в КХД. Нетривиальные примеры таких наблюдаемых предложены в работах [19-25], в которых изучались азимутальная $\cos(2\varphi)$ асимметрия и отношение Каллана–Гросса $R(x,Q^2) = F_L / F_T$ в глубоконеупругом лепторождении тяжелых кварков. (Отметим также работу [26], посвященную стабильности предсказаний КХД для зарядовой асимметрии в адророждении *t*-кварка). Было показано, что, в отличие от сечений рождения, азимутальная асимметрия [20,22] и отношение Каллана–Гросса [24,25] в лепторождении тяжелых кварков параметрически и пертурбативно стабильны в рамках FFNS схемы КХД.

В настоящей работе исследовано суммирование массовых логарифмов типа $\alpha_s \ln(Q^2/m^2)$ в лепторождении тяжелых ароматов:

$$l(1) + N(p) \to l(1-q) + Q(p_Q) + X[\bar{Q}](p_X). \qquad (1)$$

Сечение рождения кварка *Q* в процессе (1) записывается в следующем виде:

$$\frac{d^3\sigma_{lN}}{dxdQ^2d\varphi}=\frac{2\alpha_{em}^2}{Q^4}\frac{y^2}{1-\varepsilon}\times$$
$$\times\left[F_T(x,Q^2)+\varepsilon F_L(x,Q^2)+\varepsilon F_A(x,Q^2)\cos 2\varphi+2\sqrt{\varepsilon(1+\varepsilon)}F_I(x,Q^2)\cos\varphi\right], \quad (2)$$

где $F_2(x,Q^2)=2x(F_T+F_L)$, а величина ε определяет степень продольной поляризации виртуального фотона в системе Брейта: $\varepsilon=2(1-y)\Big/\left(1+(1-y)^2\right)$ [27]. Величины x, y и Q^2 суть обычные бьеркеновские переменные, а азимутальный угол φ и другие величины определены на рис.1.

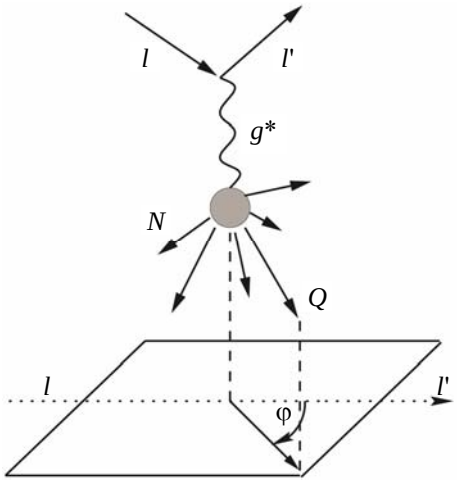


Рис.1. Определение азимутального угла φ в системе покоя мишени.

В следующих разделах мы рассмотрим суммирование массовых логарифмов для величин $R(x,Q^2)$ и $A(x,Q^2)$, определенных как

$$R(x,Q^2)=\frac{F_L}{F_T}(x,Q^2),\quad A(x,Q^2)=2x\frac{F_A}{F_2}(x,Q^2). \quad (3)$$

2. Суммирование массовых логарифмов для величин F_2 и F_L/F_T

Наш подход к суммированию массовых логарифмов основан на VFNS подходе ACOT(χ), предложенном в [7]. На рис.2 и 3 приведены ведущие (LO) и следующие за ведущими (NLO) предсказания FFNS для структурной функции $F_2(x,Q^2)$ и отношения Каллана–Гросса $R(x,Q^2)=F_L/F_T$ в лепторождении чарма, а также проведено сравнение их с соответствующими предсказаниями VFNS схемы ACOT(χ). В наших вычислениях используется CTEQ6M параметризация ПФР и значение массы *c*-кварка $m=1.3$ ГэВ [13]. Мы “сворачиваем” NLO CTEQ6M ПФР как с LO, так и с NLO партонными сечениями [28], что дает возможность непосредственно оценивать пертурбативную стабильность предсказаний FFNS. По умолчанию используется единое значение для ренормализационного и факторизационного масштаба, $\mu=\sqrt{4m^2+Q^2}$.

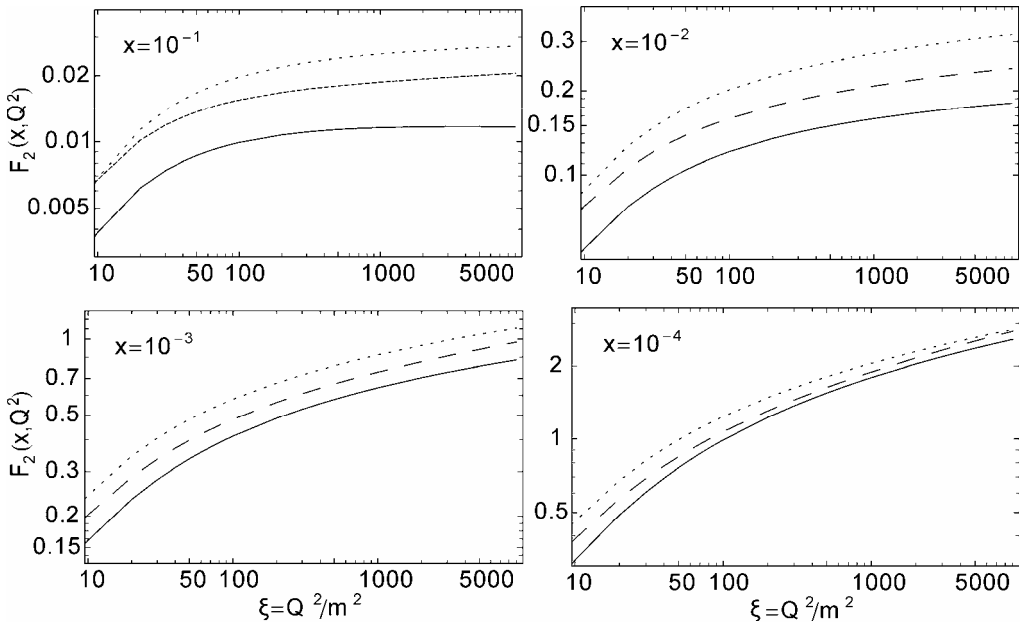


Рис.2. Q^2-поведение структурной функции $F_2(x,Q^2)$ в лепторождении чарма при $x=10^{-1},10^{-2},10^{-3},10^{-4}$. Приведены LO (сплошные линии) и NLO (пунктирные линии) предсказания схемы FFNS, а также результаты ACOT(χ) (точечные линии).

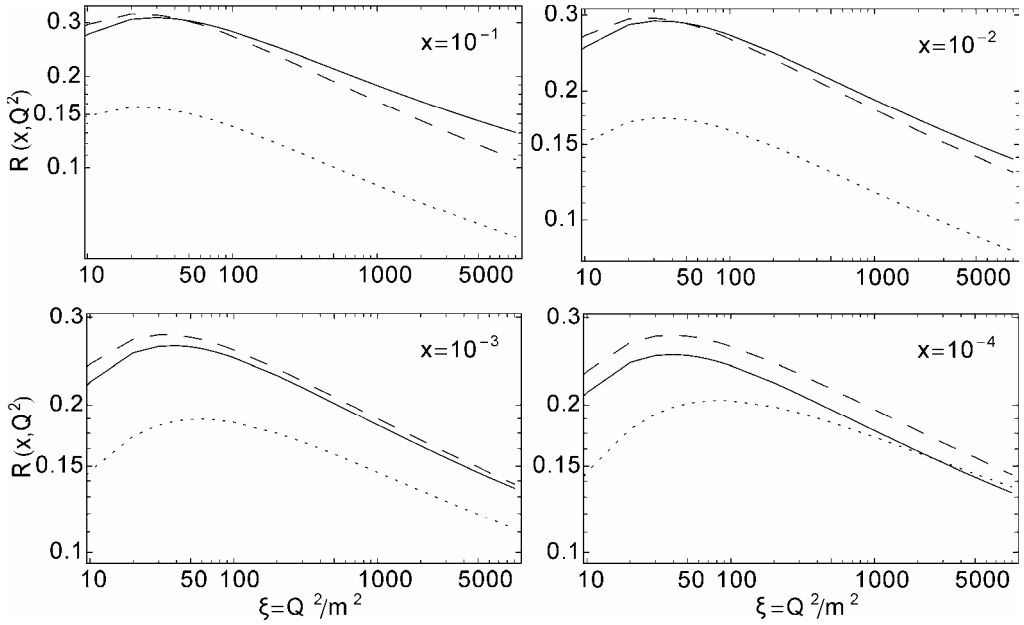


Рис.3. Q^2-поведение отношения Каллана–Гросса $R(x,Q^2)=F_L/F_T$ в лепторождении чарма при $x=10^{-1},10^{-2},10^{-3},10^{-4}$. Приведены LO (сплошные линии) и NLO (штриховые линии) предсказания схемы FFNS, а также результаты ACOT(χ) (точечные линии).

Как видно из рис.2, и радиационные поправки к $F_2(x,Q^2)$, и вклады ACOT(χ), обусловленные наличием чарма в протоне, велики: они увеличивают борновские предсказания при $x \sim 10^{-1}$ примерно вдвое для всех Q^2. В то же время, относительная разница между NLO предсказаниями FFNS и ACOT(χ) невелика: при $Q^2/m^2 < 10^3$ она не превышает 20%. Мы заключаем, что определить содержание чарма в протоне, используя лишь данные по $F_2(x,Q^2)$, на фоне больших (и теоретически плохо изученных) радиационных поправок представляется весьма затруднительным.

Рассматривая соответствующие предсказания для отношения $R(x,Q^2)$ на рис.3, можно заметить, что в этом случае вклады радиационных поправок и результаты ACOT(χ) суммирования массовых логарифмов существенно различны. В частности, NLO поправки к $R(x,Q^2)$ невелики, менее 15% при x: $10^{-3} - 10^{-1}$ и $Q^2/m^2 < 10^4$. Это говорит о том, что немалые радиационные вклады в функции F_T и F_L сокращают друг друга в отношении F_L/F_T с хорошей точностью.

С другой стороны, ACOT(χ) предсказывает значительное содержание чарма в протоне, что уменьшает борновские FFNS результаты для величины $R(x,Q^2)$ примерно вдвое практически для всех значений $Q^2/m^2 > 10$. Причиной уменьшения предсказаний для отношения $R(x,Q^2)$ в рамках VFNS является то, что суммирование массовых логарифмов по-разному влияет на структурные функции F_T и F_L. Дело в том, что, в отличие от поперечной структурной функции F_T, продольная F_L не содержит массовых логарифмов типа $\alpha_s \ln(Q^2/m^2)$ как в LO, так и в NLO [29,30]. Поэтому процедура суммирования логарифмов типа $\alpha_s \ln(Q^2/m^2)$ в рамках ACOT(χ) приводит к значительному росту предсказаний для величины F_T, но не затрагивает функцию F_L. Мы заключаем, что, в отличие от сечений рождения, отношение Каллана–Гросса $R(x,Q^2) = F_L/F_T$ в глубоконеупругом лепторождении *c*-кварка может быть хорошим пробником плотности чарма в протоне.

Отметим, что этот вывод практически не зависит от используемых ПФР. Наш анализ показывает, что VFNS версии ПФР коллаборации CTEQ [11-13] приводят к существенному снижению борновских предсказаний для отношения $R(x,Q^2)$.

Что касается поведения отношения Каллана–Гросса при малых $x < 10^{-4}$, эта проблема требует суммирования BFKL [31] логарифмов типа $\ln(1/x)$ и будет рассмотрена в последующих публикациях.

3. Суммирование массовых логарифмов для азимутальной асимметрии

На рис.4 приведены предсказания ACOT(χ) для азимутальной асимметрии $A(x,Q^2) = 2x F_A/F_2$ при следующих значениях переменной $x = 10^{-1}$, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}. Для сравнения мы приводим также борновские результаты FFNS (сплошные линии). Как и раньше, используется CTEQ6M параметризация ПФР, $m = 1.3$ ГэВ и $\mu = \sqrt{4m^2 + Q^2}$.

Рис.4 демонстрирует следующие свойства азимутальной асимметрии:

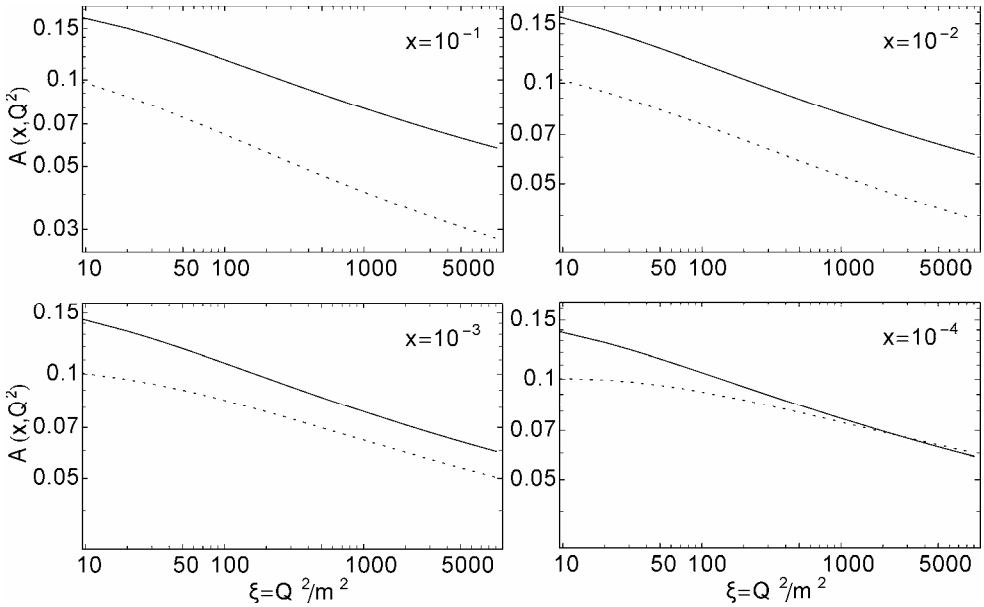


Рис.4. Q^2-поведение азимутальной асимметрии $R(x,Q^2) = 2xF_A/F_2$ в лепторождении чарма при $x = 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$. Приведены LO предсказания схемы FFNS (сплошные линии), а также результаты ACOT(χ) (точечные линии).

суммирование массовых логарифмов приводит к существенному уменьшению борновских предсказаний для $\cos(2\varphi)$-асимметрии. В схеме ACOT(χ) вклад *c*-кварка из протона понижает FFNS предсказания для $A(x,Q^2)$ примерно на 30–40% при x: $10^{-2} - 10^{-1}$. Причина этого эффекта та же, что и в случае с величиной $R(x,Q^2)$: в отличие от F_2, связанная с азимутом функция F_A не имеет особенностей (массовых логарифмов) в киральном пределе $m \to 0$, по крайней мере, в борновском приближении.

В настоящее время точные NLO результаты для азимутальной структурной функции F_A неизвестны. Однако, в работе [23] изучались NLO поправки к азимутальной $\cos(2\varphi)$-асимметрии в рамках так называемого приближения мягких глюонов при $Q^2 \le m^2$. (Напомним, что при Q^2 ? m^2 приближение мягких глюонов неприменимо). Было показано, что вклад мягких глюонов в структурные функции F_2 и F_A велик, однако сокращается с хорошей точностью в отношении $A(x,Q^2) = 2xF_A/F_2$. Поэтому кажется естественным ожидать, что азимутальная $\cos(2\varphi)$-асимметрия также является пертурбативно стабильной величиной в широком интервале переменных *x* и Q^2 в рамках FFNS.

Мы также проанализировали вопрос о том, как предсказания для $A(x,Q^2)$ зависят от выбора факторизационной схемы. В частности, были рассмотрены схемы, предложенные в работах [8,32]. Мы обнаружили, что достаточно далеко от порога рождения чарма эти схемы также понижают предсказания борновского приближения на 30–50%.

Таким образом, процедура суммирования массовых логарифмов сильно

влияет на борновские предсказания для $\cos(2\varphi)$-асимметрии при x: 10^{-2} – -10^{-1}, что может быть экспериментально проверено.

4. Заключение

В настоящей работе мы сравнили структурную функцию F_2, отношение Каллана–Гросса $R = F_L / F_T$ и азимутальную асимметрию $A = 2xF_A / F_2$ в лепторождении *c*-кварка в качестве пробников плотности чарма в протоне. Для оценки вкладов *c*-кварка из протона использована факторизационная схема ACOT(χ) [7] и различные VFNS параметризации ПФР коллаборации CTEQ [11-13]. Наш анализ показывает, что радиационные поправки и вклад *c*-кварка из протона в функцию $F_2(x,Q^2)$ имеют похожие x- и Q^2-зависимости в широком кинематическом диапазоне. Поэтому определить содержание чарма в протоне, используя лишь данные по $F_2(x,Q^2)$, представляется весьма затруднительным.

Ситуация с использованием отношения Каллана–Гросса и/или азимутальной асимметрии выглядит более обещающей. Наш анализ показывает, что суммирование массовых логарифмов приводит к уменьшению борновских предсказаний для $R(x,Q^2)$ и $A(x,Q^2)$ примерно на 30–50% для x: $10^{-2} - 10^{-1}$ и Q^2 ? m^2. Принимая во внимание пертурбативную стабильность отношения Каллана–Гросса и азимутальной асимметрии в рамках FFNS, установленную в [23,25], мы заключаем, что плотность чарма в протоне может быть в принципе определена из данных по $R = F_L / F_T$ и $A = 2xF_A / F_2$ при больших Q^2.

Что касается экспериментальных аспектов, то величины $R(x,Q^2)$ и $A(x,Q^2)$ в лепторождении чарма могут быть измерены в будущих исследованиях на проектируемых коллайдерах EIC [33] и LHeC [34].

Мы признательны С.И. Алехину и И. Блюмлайну за предоставленный код [28] для быстрого вычисления радиационных поправок к партонным сечениям рождения чарма. Автор благодарит А. Авакяна, С. Бродского и К. Вайсса за полезные обсуждения. Работа поддержана грантом ANSEF PS-2033 и Государственным комитетом по науке РА, грант 11-1C015.

ЛИТЕРАТУРА

1. **S.J.Brodsky, P.Hoyer, C.Peterson, N.Sakai.** Phys. Lett. B, **93**, 451 (1980); **S.J.Brodsky, C.Peterson, N.Sakai.** Phys. Rev. D, **23**, 2745 (1981).
2. **S.J.Brodsky.** Light-front QCD. [hep-ph/0412101]; **S.J.Brodsky.** Few Body Syst., **36**, 35 (2005).
3. **M.Franz, V.Polyakov, K.Goeke.** Phys. Rev. D, **62**, 074024 (2000).
4. **M.A.G.Aivazis, J.C.Collins, F.I.Olness, W.-K.Tung.** Phys. Rev. D, **50**, 3102 (1994).
5. **J.C.Collins.** Phys. Rev. D, **58**, 094002 (1998).
6. **V.N.Gribov, L.N.Lipatov.** Sov. J. Nucl. Phys., **15**, 438 (1972); **Y.L.Dokshitzer.** Sov. Phys. JETP, **46**, 641 (1977); **G.Altarelli, G.Parisi.** Nucl. Phys. B, **126**, 298 (1977).
7. **W.-K.Tung, S.Kretzer, C.Schmidt.** J. Phys. G, **28**, 983 (2002).
8. **M.Kramer, F.I.Olness, D.E.Soper.** Phys. Rev. D, **62**, 096007 (2000).
9. **R.S.Thorne.** Phys. Rev. D, **73**, 054019 (2006); **C.D.White, R.S.Thorne.** Phys. Rev. D, **74**, 014002 (2006); **W.K.Tung, H.L.Lai, A.Belyaev, J.Pumplin, D.Stump, C.-P.Yuan.**

JHEP, **0702**, 053 (2007); **S.Kretzer, H.L.Lai, F.I.Olness, W.-K.Tung.** Phys. Rev. D, **69**, 114005 (2004); **R.S.Thorne, W.K.Tung.** [arXiv:0809.0714 [hep-ph]]; **P.M.Nadolsky.** [arXiv:0809.0945 [hep-ph]]; **M.Guzzi, P.M.Nadolsky, H.-L.Lai, C.-P.Yuan.** [arXiv: 1108.5112[hep-ph]].
10. **J.Pumplin.** Phys. Rev. D, **73**, 114015 (2006); **S.J.Brodsky, B.Kopeliovich, I.Schmidt, J.Soffer.** Phys. Rev. D, **73**, 113005 (2006); **J.Pumplin, H.L.Lai, W.K.Tung.** Phys. Rev. D, **75**, 054029 (2007).
11. **H.L.Lai, J.Huston, S.Kuhlmann, et al.** Phys. Rev. D, **55**, 1280 (1997).
12. **H.L.Lai, J.Huston, S.Kuhlmann, et al.** Eur. Phys. J. C, **12**, 375 (2000).
13. **J.Pumplin, D.R.Stump, J.Huston, et al.** JHEP, **0207**, 012 (2002).
14. **A.D.Martin, R.G.Roberts, W.J.Stirling, R.S.Thorne.** Phys. Lett. B, **604**, 61 (2004).
15. **E.Laenen, S.-O.Moch.** Phys. Rev. D, **59**, 034027 (1999).
16. **N.Kidonakis.** Phys. Rev. D, **64**, 014009 (2001); **N.Kidonakis.** Phys. Rev. D, **73**, 034001 (2006).
17. **M.L.Mangano, P.Nason, G.Ridolfi.** Nucl. Phys. B, **373**, 295 (1992); **S.Frixione, M.L. Mangano, P.Nason, G.Ridolfi**. Nucl. Phys. B, **412**, 225 (1994).
18. **R.Vogt.** Eur. Phys. J. ST, **155**, 213 (2008).
19. **N.Ya.Ivanov, A.Capella, A.B.Kaidalov.** Nucl. Phys. B, **586**, 382 (2000).
20. **N.Ya.Ivanov.** Nucl. Phys. B, **615**, 266 (2001).
21. **N.Ya.Ivanov, P.E.Bosted, K.Griffioen, S.E.Rock.** Nucl. Phys. B, **650**, 271 (2003).
22. **N.Ya.Ivanov.** Nucl. Phys. B, **666**, 88 (2003).
23. **L.N.Ananikyan, N.Ya.Ivanov.** Nucl. Phys. B, **762**, 256 (2007); **L.N.Ananikyan, N.Ya. Ivanov.** Phys. Rev. D, **75**, 014010 (2007).
24. **N.Ya.Ivanov, B.A.Kniehl.** Eur. Phys. J. C, **59**, 647 (2009).
25. **N.Ya.Ivanov.** Nucl. Phys. B, **814**, 142 (2009).
26. **L.G.Almeida, G.Sterman, W.Vogelsang.** Phys. Rev. D, **78**, 014008 (2008).
27. **N.Dombey.** Rev. Mod. Phys., **41**, 236 (1969).
28. **S.I.Alekhin, J.Bluemlein.** Phys. Lett. B, **594**, 299 (2004).
29. **E.Laenen, S.Riemersma, J.Smith, W.L. van Neerven.** Nucl. Phys. B, **392**, 162 (1993).
30. **M.Buza, Y.Matiounine, J.Smith, et al.** Nucl. Phys. B, **472**, 611 (1996).
31. **E.A.Kuraev, L.N.Lipatov, V.S.Fadin.** Sov. Phys. JETP, **44**, 443 (1976); **I.I.Balitzki, L.N.Lipatov.** Sov. J. Nucl. Phys., **28**, 822 (1978); **L.N. Lipatov.** Sov. Phys. JETP, **63**, 904 (1986).
32. **S.Kretzer, I.Schienbein.** Phys. Rev. D, **58**, 094035 (1998).
33. **A.Deshpande, R.Milner, R.Venugopalan, W.Vogelsang.** Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., **55**, 165 (2005); **D.Boer, M.Diehl, R.Milner, et al.** [arXiv:1108.1713[hep-ph]].
34. **J.B.Dainton, M.Klein, P.Newman, E.Perez, F.Willeke.** J. Inst., **1**, P10001 (2006).

AZIMUTHAL ASYMMETRY AND RATIO $R = F_L/F_T$ AS PROBES OF THE CHARM CONTENT OF THE PROTON

N.Ya. IVANOV

We study two experimental ways to measure the heavy-quark content of the proton: using the Callan–Gross ratio $R(x,Q^2) = F_L/F_T$ and/or azimuthal $\cos(2\varphi)$-asymmetry in deep inelastic lepton–nucleon scattering. Our approach is based on the perturbative stability of the QCD predictions for these two quantities. We resum the mass logarithms of the type $\alpha_S \ln(Q^2/m^2)$ and conclude that heavy-quark densities in the nucleon can, in principle, be determined from data on the Callan–Gross ratio and/or azimuthal asymmetry. In particular, the charm content of the proton can be measured in future studies at the proposed Large Hadron–Electron (LHeC) and Electron–Ion (EIC) Colliders.

Известия НАН Армении, Физика, т.47, №2, с.83-88 (2012)

УДК 538.56

КОГЕРЕНТНОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ОБРАЗОВАННОЕ МИКРОБУНЧИРОВАННЫМИ ПУЧКАМИ, ПРОЛЕТАЮЩИМИ МИМО КРАЯ ПЛАСТИНЫ

М.А. АГИНЯН, К.А. ИСПИРЯН, М.К. ИСПИРЯН

Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна, Ереван

(Поступила в редакцию 11 октября 2011 г.)

Используя формулы для рентгеновского переходного и дифракционного излучений (РПИ и РДИ) для одной частицы, получены выражения для спектрально-углового распределений, а также полные числа испущенных фотонов когерентного рентгеновского переходного излучения (КРПИ2) и когерентного рентгеновского дифракционного излучения (КРДИ), возникающих, когда микробунчированный пучок электронов пересекает две границы пластины или пролетает на малом расстоянии от края пластины, соответственно. Проведено также сравнение полученных результатов с известными результатами для когерентного рентгеновского переходного излучения (КРПИ) от одной границы. На основе численных расчетов показано, что экспериментальное исследование КРДИ возможно в настоящее время на Когерентном Источнике Света на Линусе (LCLS, SLAC).

1. Введение

При прохождении заряженной частицы через пластину или вблизи ее края из-за трансформации поля заряда возникают переходное излучение (ПИ) или дифракционное излучение (ДИ) с широкими спектральными распределениями [1-6]. После экспериментов [7] оптическое переходное излучение нашло широкое применение для определения параметров пучков частиц высоких энергий [8]. Было показано [9,10], что короткие бунчи N_b частиц испускают когерентное переходное излучение (КПИ) и дифракционное излучение (КДИ) миллиметровых волн с интенсивностью, пропорциональной N_b^2, на длинах волн, больших или равных длине бунча. Этот факт в настоящее время используется для измерения длины коротких бунчей. В конце длинных ондуляторов существующих [11] и будущих [12] рентгеновских ЛСЭ получаются цуги микробунчей импульсов частиц или так называемые микробунчированные пучки. Теоретически было показано, что эти пучки должны образовывать монохроматическое когерентное мягкое переходное [13] и рентгеновское переходное излучение (КРПИ) [14], с длиной волны, равной периоду микробунчирования, $\lambda_r = 2\pi c/\omega_r \approx D/2\gamma^2$, где D – период ондулятора, а $\gamma = E/mc^2 = \left(1-\beta^2\right)^{-1/2}$ – Лоренц-фактор частицы. В работах [15,16] КПИ было использовано для исследо-

вания процесса микробунчирования, что важно для повышения эффективности ЛСЭ. Хотя идея использования КРПИ для измерения микробунчирования была обсуждена в [17] и даже были проведены предварительные измерения [18], тем не менее, пока нет опубликованных результатов по наблюдению КРПИ.

В работе [19] рассмотрено когерентное параметрическое рентгеновское излучение и показано, что оно также может быть использовано для исследования микробунчирования на рентгеновских ЛСЭ.

Первые теоретические работы по ДИ были опубликованы давно [1,6,20-22]. Парадоксально, что экспериментальные работы по ДИ частиц высоких энергий начались после работы [10], в которой было наблюдено когерентное ДИ с интенсивностью $\sim N_b^2$ в области миллиметровых волн. Из последних экспериментальных работ по ДИ стоит отметить работу [23], проведенную с помощью нерелятивистского пучка электронов с диаметром поперечного сечения 20 нм и многослойного рентгеновского отражателя с дыркой 100 нм. В настоящее время оптическое и более мягкое ДИ используются для неразрушающих измерений поперечного размера, углового распределения пучков и продольного размера бунчей.

Заметим также, что до работы [24] ДИ не было исследовано в рентгеновской области частот. В работе [25] на основе рассмотрений, приведенных в [1], было показано, что РДИ может быть образовано только несуществующими пучками частиц с идеальными параметрами. Однако, авторы [24] теоретически показали, что РДИ, явление, родственное РПИ, может быть образовано и обычными пучками с конечными размерами и угловыми расхождениями. Интенсивность РПИ [2] резко падает пропорционально $1/\omega^4$ после критической частоты $\omega_{crit}^{XTR} \approx \gamma\omega_p$, где ω_p – плазменная частота). Критическая частота РДИ [24] равна $\omega_{crit}^{XDR} \approx c\gamma/H$, где H – прицельный параметр или минимальное расстояние между траекторией частицы и краем радиатора (см. рис.1). Согласно [24], интенсивность РДИ после ω_{crit}^{XDR} падает резко, пропорционально $\exp(-2\omega/\omega_{crit}^{XDR})$. Если диаметр поперечного сечения пучка электронов меньше, чем 3 мкм, то можно принять $H = 3$ мкм и, предполагая $\hbar\omega_r = 8.3$ кэВ, $E = 13.6$ ГэВ, можно показать, что $\exp(-2\omega/\omega_{crit}^{XDR}) = 10^{4.1}$. Поскольку когерентность увеличивает интенсивность в N_b раз, то можно надеяться, что, несмотря на резкое падение РДИ после ω_{crit}^{XDR}, интенсивность КРДИ будет достаточной для детектирования.

В настоящей работе рассмотрена теория КРДИ микробунчированных пучков с целью показать, что в настоящее время можно исследовать рентгеновское ДИ в виде КРДИ.

2. Формулы для КРПИ2 и КРДИ

В нашем первом исследовании КРДИ будет использована простейшая геометрия (см. рис.1), когда частица пролетает перпендикулярно пластине с толщиной *a*, высотой *b* и прицельным параметром *H*.

Используя выражения для спектрально-углового распределения РПИ и РДИ [2,6,24], а также хорошо известный метод расчета излучения микробунчи-

рованных пучков [11-14], можно получить следующие формулы для КРПИ2 и КРДИ:

$$\frac{d^2N_{CXTR2}}{d\omega dy} = N_b^2 b_1^2 \frac{8\alpha\omega_P^4\gamma^4}{\pi}\frac{y^3}{\omega^5}\frac{\sin^2\left[(a/4)\left(\omega/c\gamma^2\right)\left(1+y^2+\left(\gamma\omega_P/\omega\right)^2\right)\right]}{\left(1+y^2\right)^2\left(1+y^2+\left(\gamma\omega_P/\omega\right)^2\right)^2}\times$$
$$\times\exp\left[-\left(\omega\sigma_r y/c\gamma\right)^2\right]\exp\left[-\left(\omega-\omega_r\right)^2\left(\sigma_z/c\right)^2\right] \qquad (1)$$

и

$$\frac{d^2N_{CXDR}}{d\omega dy} = N_b^2 b_1^2 \frac{\alpha\omega_P^4\gamma^4}{\pi}\frac{y}{\omega^5}\frac{\sin^2\left[(a/4)\left(\omega/c\gamma^2\right)\left(1+y^2+\left(\gamma\omega_P/\omega\right)^2\right)\right]}{\left(1+y^2\right)^2\left(1+y^2+\left(\gamma\omega_P/\omega\right)^2\right)^2}\times$$
$$\times F(y,\omega)\exp\left[-\left(\omega\sigma_r y/c\gamma\right)^2\right]\exp\left[-\left(\omega-\omega_r\right)^2\left(\sigma_z/c\right)^2\right]. \qquad (2)$$

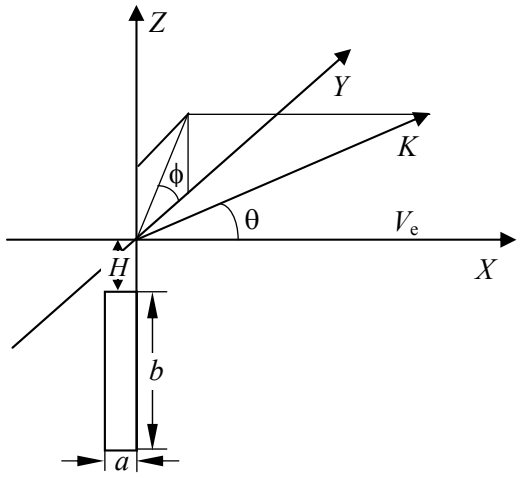


Рис.1. Геометрия КРДИ.

В выражениях (1) и (2) b_1 – параметр модуляции микробунчированного пучка [14], $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$, $y = \gamma\theta$, σ_r и σ_z – среднеквадратичные радиальный и поперечный размеры пучка электронов с гауссовским распределением плотности электронов (предполагается, что высота радиатора b достаточно большая, так что интенсивность ДИ не зависит от b [24]), а выражение

$$F(y,\omega) = \int_0^{2\pi}\frac{1+2y^2\cos^2\varphi}{1+y^2\cos^2\varphi}\exp\left[-\frac{2H\omega}{\gamma c}\sqrt{1+y^2\cos^2\varphi}\right]d\varphi \qquad (3)$$

является интегралом по азимутальному углу φ, который, к сожалению, можно вычислить только численно.

В формулах (1) и (2) квадраты синусов быстро осциллируют при малых изменениях ω и y. При

$$\omega \approx \omega_r \gg \gamma\omega_P \qquad (4)$$

можно принять их среднее значение, равное 1/2, если в случае КРПИ2 a намного больше зоны формирования РПИ в среде [2], а в случае КРДИ, если $Ha\pi^2 \gg \gamma\lambda_p^2$ [24], где $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$ – плазменная длина волны .

3. Численные результаты и обсуждение

Нижеприведенные численные результаты получены для следующих параметров рентгеновского ЛСЭ США, LCLS, SLAC [11]: $E = 13.6$ ГэВ, $\hbar\omega_r = 8.3$ кэВ, $\sigma_z = 9$ мкм (т.е. полная ширина на полувысоте равна 21 мкм или 70 фс), $\sigma_r = 6.12$ мкм (это значение можно получить, взяв приведенные в [11] величины нормализованного эмиттанса $\gamma\varepsilon_r = 0.5$ мкм, углового расхождения $\sigma_r = 1$ мкрад) и $N_B = 1.56\times10^9$. Используется титановый радиатор с $\hbar\omega_P = 4.16\times10^{-2}$ кэВ, $a = 35$ мкм, $b = 20000$ мкм и принимается $H = 3$ мкм. Для таких значений экспериментальных параметров в формулах (1) и (2) квадраты синусов можно заменить на 1/2.

Выражение (1) в два раза больше соответствующего выражения работы [14] для одной границы, так как не учитывалось поглощение. Поскольку a больше, чем три раза длина поглощения при $\hbar\omega \approx \hbar\omega_r = 8.3$ кэВ, $L_{abs}^{Ti} = 11$ мкм, фотоны КРПИ2, образованные на первой границе, будут почти полностью поглощены в титановом радиаторе, и выражения для спектрального и углового распределений КРПИ, полученные в [14], применимы для пластин с такими параметрами. Поэтому для расчетов углового и спектрального распределений КРПИ2 для указанных параметров были использованы соответствующие формулы [14]. Что касается углового и частотного распределений КРДИ, получаемых интегрированием (2), то они вычисляются только численно, так как выражение $F(y,\omega)$ не интегрируемо аналитически. Рис.2 представляет угловые распределения КРДИ и КРПИ2, вычисленные, соответственно, численным и аналитическим интегрированием (2) и (1) по ω.

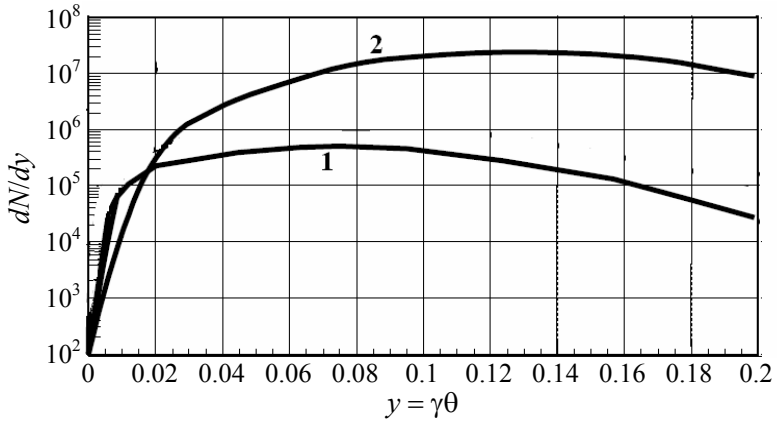


Рис.2. Угловые распределения КРДИ и КРПИ2 (кривые 1 и 2, соответственно).

Как видно, угловое распределение КРДИ для вышеприведенных параметров имеет максимум при $y \approx 0.08$ и намного ниже и уже, чем распределение КРПИ2 [14].

На рис.3 приведены спектральные распределения КРДИ и КРПИ2, вычисленные, соответственно, численным и аналитическим интегрированием (2) и (1) по y. Видно, что интенсивность КРДИ намного ниже интенсивности КРПИ2, что обусловлено вышеотмеченным экспоненциальным падением РДИ после $\omega_{crit}^{XDR} \approx c\gamma/H = 1.7$ кэВ.

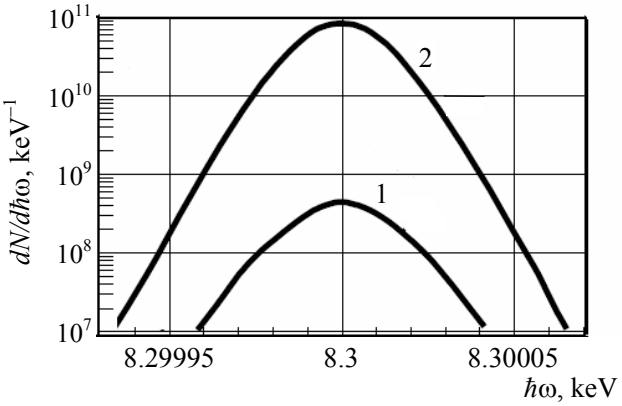


Рис.3. Спектральные распределения КРДИ и КРПИ2 (кривые 1 и 2, соответственно).

Наконец, подставляя вышеприведенные значения параметров в формулу для полного числа фотонов работы [14] и численно интегрируя (2) по y и ω, получаем следующие значения для полного числа фотонов для КРПИ2 и КРДИ, образованных одним импульсом электронов:

$$N_{CXTR} \approx 6.75 \times 10^6, \quad N_{CXDR} \approx 3.4 \times 10^4. \tag{5}$$

Такое количество КРДИ фотонов может быть детектировано отдельно, так как при экспериментах по КРДИ отсутствует фон от КРПИ и тормозного излучения, поскольку пучок электронов не пересекает радиатор.

Таким образом, полученные результаты показывают, что уже в настоящее время можно экспериментально исследовать РДИ, а именно, КРДИ, образованное микробунчированными электронными пучками LCLS, SLAC.

ЛИТЕРАТУРА

1. **М.Л.Тер-Микаелян**. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1969; High Energy Electromagnetic Processes in Condensed Media. New York, Wiley Interscience, 1972.
2. **Г.М.Гарибян**, **Я.Ши.** Рентгеновское переходное излучение. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1983.
3. **V.L.Ginzburg**, **V.N.Tsitovich**. Transition Radiation and Transition Scattering. Bristol, Adam Higler, 1990.

4. **P.Rullhusen**, **X.Artru**, **P.Dhez**. Novel Radiation Sources Using Relativistic Electrons. Singapore, World Scientific, 1998.
5. **А.П.Потылицин**. Излучение электронов в периодических структурах. Томск, изд. ИНТЛ, 2009.
6. **A.P.Potilitsin, M.I.Ryazanov, M.N.Strikhanov, A.A.Tishchenko**. Diffraction Radiation from Relativistic Particles. Springer tracts in modern physics, v. 239, 2010.
7. **А.И.Алиханян, К.А.Испирян, А.Г.Оганесян**, ЖЭТФ, **56**, 1796 (1969).
8. **R.Wartski et al**. IEEE Trans. Nucl. Sci. NS, **20**, 544 (1973); Proc. Intern. Symp. on Transition Radiation of High Energy Particles, Yerevan, Armenia, 1977, p.561.
9. **Y.Shibata et al.** Phys. Rev. E, **50,** 1479 (1994).
10. **Y.Shibata et al.** Phys. Rev. E, **52**, 6787 (1995).
11. **P.Emma et al.** Proc. of PAC09, 2009, p.397; Nature Photonics, **4**, 641 (2010).
12. **B.D.Patterson et al.** New Journal of Physics, **12**, 035012 (2010).
13. **J.Rosenzweig, G.Travish, A.Treimane.** Nucl. Instr. and Meth. A, **365**, 255 (1955).
14. **E.D.Gazazian, K.A.Ispirian, R.K.Ispirian, M.I.Ivanian**. Pisma ZhETF, **70**, 664 (1999); Nucl. Instr. and Meth. B, **173,** 160 (2001).
15. **Y.Liu et al.** Phys. Rev. Lett., **80**, 4418 (1998).
16. **A.Treimane et al.** Phys. Rev. Lett., **81**, 5816 (1988).
17. **A.H.Lumpkin**, **W.M.Fawley, D.W.Rule.** Proc. FEL 2004, p.515.
18. **A.H.Lumkin et al.** SLAC-PUB-12451 (2006).
19. **X.Artru, K.A.Ispirian.** Proc. NATO Workshop Electron-Photon Interaction in Dense Media, Nor-Hamberd, Yerevan, Armenia, 25-29 June, 2001, p.191: ArXive ph/0208018, 2002.
20. **Ю.Н.Днестровский, Д.П.Костомаров.** ДАН СССР, **4**, 132, 158 (1959).
21. **А.П.Казанцев, Г.И.Сурдутович.** ДАН СССР, **7**, 990 (1963).
22. **Д.М.Седракян.** Изв. АН Арм. ССР, **16**, 115 (1963).
23. **A.G.Adamo et al.** Phys. Rev. Lett., **103**, 113901 (2009).
24. **A.A.Tishchenko, A.P.Potilitsin, M.N.Strikhanov.** Phys. Rev. E, **70**, 088501 (2004).
25. **M.J.Moran**. Phys. Rev. Lett., **69**, 2523 (1992).

COHERENT X-RAY DIFFRACTION RADIATION PRODUCED BY MICRO-BUNCHED BEAMS PASSING CLOSE TO THE EDGE OF A SLAB

M.A. AGINIAN, K.A. ISPIRIAN, M.K. ISPIRYAN

Using the formulas for X-ray transition and diffraction radiations (XTR and XDR) for single particles the expressions for the spectral-angular distributions and the total numbers of emitted photons of coherent X-ray transition radiation (CXTR2) and coherent X-ray diffraction radiation (CXDR), arising, respectively, when a microbunched beam of electrons intersects the two interfaces of a slab or flies at small distances from the edge of the slab, have been obtained. The results are compared with those obtained for coherent X-ray transition radiation (CXTR) from one interface. On the basis of numerical calculations it is shown that the experimental study of CXDR at LCLS, SLAC is possible.

Известия НАН Армении, Физика, т.47, №2, с.89-97 (2012)

УДК 539.345

ТРЕХУРОВНЕВАЯ СРЕДА КАК ФОРМИРОВАТЕЛЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ КОРОТКИХ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

Б.В. БАЛАСАНЯН[1], А.Ж. МУРАДЯН[2]

[1]Ереванский государственный медицинский университет, Армения

[2]Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 25 августа 2011 г.)

Исследовано распространение оптического излучения через газовую среду, состоящую из атомов с дублетной структурой основного уровня. Показано, что при небольшом отклонении амплитуды падающей на среду волны из режима адиабатически медленного изменения оптическая поляризация среды становится периодически модулированной. При этом проходящая волна, помимо фазовой, приобретает и амплитудную модуляцию. В благоприятных условиях модуляция трансформирует входную квазимонохроматическую волну в упорядоченную последовательность коротких импульсов.

1. Введение

Проблема распространения лазерного излучения в резонансных средах, в частности, в когерентно-нестационарном режиме взаимодействия, является одной из многосторонне рассмотренных в линейной и нелинейной оптике [1]. Отклик среды при этом сам становится нестационарным и в общем случае приводит к сложным деформациям огибающей распространяющейся волны, включая разбиение на некую нерегулярную последовательность субимпульсов [2]. Нелинейный режим распространения приводит ко многим ярко выраженным закономерностям, среди них наиболее известными и нашедшими множество применений являются образование ударных волн, самоиндуцированная прозрачность с возможностью формирования π-импульсов и усиление без инверсии населенности. В литературе имеется много книг и обзоров по этим вопросам (см., например, работы [3]).

Другой альтернативой управления откликом резонансных сред является их предварительное приготовление в когерентно-суперпозиционных состояниях [4]. Впечатляющие экспериментальные результаты по замедлению скорости света до нескольких десятков метров в секунду и практическая остановка его распространения в холодных квантовых газах [5] были получены на базе именно этого подхода. Физика этого явления с акцентом на применения в проблемах хранения и передачи квантовой информации была рассмотрена, например, в обзорах [6].

В спектроскопии и в некоторых других областях лазерной физики часто используется регулярная последовательность коротких световых импульсов. Традиционно для этой цели используются модуляторы или прерыватели интенсивности света (внутри- или внерезонаторные). Так как отдельная схема или устройство не перекрывает весь диапазон интересов, поиски новых возможностей ведутся постоянно, привлекая при этом как традиционно-известные когерентные механизмы модуляции оптического отклика среды [7], так и возможности квантово-суперпозиционного приготовления [8].

В настоящей работе предложена новая возможность, простейшая с точки зрения экспериментальной реализации и физической интерпретации. Развитое аналитическое приближение к задаче распространения излучения через газовую среду показывает, что состоящая из трехуровневых атомов среда с близко расположенными нижними энергетическими уровнями расщепляет падающее на нее монохроматическое излучение на регулярную последовательность коротких импульсов, как только в некий короткий промежуток времени амплитуда падающего излучения будет возмущена, нарушая адиабатичность взаимодействия. Частота следования импульсов при этом с высокой точностью равняется частотному расстоянию между нижними энергетическими уровнями, обеспечивая высокую стабильность повторения импульсов. Длительность же отдельного импульса определяется несколькими факторами, в основном концентрацией атомов и расстройкой частоты от перехода на возбужденный энергетический уровень. Последняя предполагается большей однородных и неоднородных уширений оптических переходов, делая возможным прямое обобщение схемы на более сложные структуры, такие как молекулы и полупроводниковые конструкции.

2. Трехуровневый атом в поле квазимонохроматической волны

Среда состоит из трехуровневых атомов с близко расположенными по энергии двумя нижними состояниями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ и возбужденным состоянием $|3\rangle$. Дипольно разрешенными будем считать оптические переходы $|1\rangle$ ® $|3\rangle$ и $|2\rangle \to |3\rangle$, циклические частоты которых обозначим ω_1 и ω_2, соответственно. Излучение инициирует переходы на обеих частотах одновременно, имитируя тем самым специфический случай трехуровневого взаимодействия типа Λ. Отметим, что структура нижних энергетических уровней указанного типа имеется, например, у атомов щелочных металлов. Основные уровни у них расщеплены из-за взаимодействия оптического электрона со спином ядра (сверхтонкое расщепление). Расщепления возбужденных уровней незначительны и могут быть не включены в картину взаимодействия (для атома натрия, например, расщепления основного и первого возбужденного состояний составляют 1771.6 МГц и 188.6 Гц, соответственно).

Гамильтониан задачи можно записать в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \hat{d}\,E(t,z), \qquad (1)$$

где $\hat{H}_0$ – гамильтониан свободного атома, $\hat{d}$ – оператор дипольного момента,

$$E(t,z) = E_0(t,z)\exp(i\omega t - ikz) + E_0^*(t,z)\exp(-i\omega t + ikz) \tag{2}$$

суть напряженность электрического поля волны, $E_0(t,z)$ – медленно меняющаяся относительно экспонент амплитуда, ω и $k = \omega/c$ – ее частота и вакуумный волновой вектор, соответственно, а z – координата центра тяжести атома (вдоль линии распространения волны).

Волновую функцию атома удобнее всего искать на базисе свободных состояний:

$$\begin{aligned}\psi(z,t) &= a_1(z,t)\left|1\right\rangle \exp\left(-iE_{a1}t/\hbar\right) + \\ &+ a_2(z,t)\left|2\right\rangle \exp\left(-iE_{a2}t/\hbar\right) + b(z,t)\left|3\right\rangle \exp\left(-iE_b t/\hbar\right),\end{aligned} \tag{3}$$

где искомыми являются вероятностные амплитуды $a_1(z,t)$, $a_2(z,t)$, и $b(z,t)$. Подставив (3) в уравнение Шредингера и выполнив стандартные расчеты (см., например, [9]), для атомных амплитуд получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$i\frac{\partial a_1(z,t)}{\partial t} = -\frac{d_1 E_0(t,z)\exp(-ikz)}{\hbar}\exp(i(\omega-\omega_1)t)\,b(z,t), \tag{4a}$$

$$i\frac{\partial a_2(z,t)}{\partial t} = -\frac{d_2 E_0(t,z)\exp(-ikz)}{\hbar}\exp(i(\omega-\omega_2)t)\,b(z,t), \tag{4b}$$

$$\begin{aligned}i\frac{\partial b(z,t)}{\partial t} &= -\frac{d_1^* E_0^*(t,z)\exp(ikz)}{\hbar}\exp(i(\omega_1-\omega)t)\,a_1(z,t) - \\ &-\frac{d_2^* E_0^*(t,z)\exp(ikz)}{\hbar}\exp(i(\omega_2-\omega)t)\,a_2(z,t).\end{aligned} \tag{4c}$$

Здесь $d_1 = \left\langle 1\right|\hat{d}\left|3\right\rangle$ и $d_2 = \left\langle 2\right|\hat{d}\left|3\right\rangle$ – матричные элементы дипольного момента, которые без ущерба общности считаются действительными.

Дальнейшее рассмотрение ограничится большими расстройками резонанса, тем более что именно тогда когерентность поля, передаваясь через взаимодействие атомам, сохраняется в течение всего времени взаимодействия. Тогда уравнение (4c) переходит в алгебраическое соотношение

$$\begin{aligned}b(z,t) &= -\frac{d_1^* E_0^*(t,z)\exp(ikz)}{\hbar(\omega-\omega_1)}\exp(i(\omega_1-\omega)t)\,a_1(z,t) - \\ &-\frac{d_2^* E_0^*(t,z)\exp(ikz)}{\hbar(\omega-\omega_2)}\exp(i(\omega_2-\omega)t)\,a_2(z,t)\end{aligned} \tag{5}$$

и может быть интерпретировано как представление амплитуды возбужденного состояния через амплитуды основного дублета. Уравнения (4a) и (4b) видоизменяются и составляют замкнутую систему уравнений для амплитуд $a_1(z,t)$ и $a_2(z,t)$:

$$i\frac{\partial a_1(z,\tau)}{\partial \tau}-\frac{d_{11}}{\omega-\omega_1}\xi(z,\tau)\xi^*(z,\tau)a_1(z,\tau)=\frac{d_{12}}{\omega-\omega_2}\,\xi(z,\tau)\xi^*(z,\tau)e^{-i\tau}a_2(z,\tau)\,, \quad (6a)$$

$$i\frac{\partial a_2(z,\tau)}{\partial \tau}-\frac{d_{22}}{\omega-\omega_2}\xi(z,\tau)\xi^*(z,\tau)a_2(z,\tau)=\frac{d_{21}}{\omega-\omega_1}\,\xi(z,\tau)\xi^*(z,\tau)e^{i\tau}a_1(z,\tau). \quad (6b)$$

Здесь введены безразмерные время $\tau=\left(E_{a2}-E_{a1}\right)t/\hbar$, матричные элементы $d_{ij}=\left(d_1+d_2\right)^2/4d_i\,d_j$, $i,j=1,2,$ а также расстройки резонанса $\omega-\omega_i\equiv\hbar\left(\omega-\omega_i\right)/$ $/(E_{a2}-E_{a1})$ и безразмерный параметр напряженности электрического поля волны

$$\xi(z,\tau)=2\,d_1\,d_2\,E_0(\tau,z)/\left((d_1+d_2)(E_{a2}-E_{a1})\right), \quad (7)$$

симметричный относительно дублетных переходов.

Трехуровневая проблема тем самым превратилась в эффективную двухуровневую проблему [10], а выпавшая из системы амплитуда возбужденного состояния определяется “дополнительным” соотношением (5). Двухуровневое приближение предполагает выполнение условия $\xi(z,\tau)/\left|\omega-\omega_i\right|=1,$ а именно, что населенность возбужденного состояния остается малой за весь период взаимодействия.

Адиабатические базисные решения. Прежде чем приступить к решению основной задачи, сделаем предварительный шаг, рассмотрев адиабатические решения системы (6a), (6b). Они будут удобны как базисные векторы в схеме искомого взаимодействия.

Параметр напряженности поля (7) в режиме адиабатического следования обозначим через ξ_0. Так как он по определению не зависит от времени, то адиабатические решения будут иметь экспоненциальную зависимость от времени:

$$a_1^{\text{adiabat}}(\tau)=a_1(\lambda)e^{-i\lambda\tau}, \quad a_2^{\text{adiabat}}(\tau)=a_2(\lambda)e^{-i\lambda\tau+i\tau}. \quad (8)$$

Для параметра λ и соответствующих амплитуд получаются следующие выражения:

$$\lambda_{1,2}=(1/2)\left(1+\left(d_{11}/\left(\omega-\omega_1\right)+d_{22}/\left(\omega-\omega_2\right)\right)\left|\xi_0\right|^2\mp\right.$$
$$\left.\mp\sqrt{\left(1+\left(\frac{d_{22}}{\omega-\omega_2}-\frac{d_{11}}{\omega-\omega_1}\right)\left|\xi_0\right|^2\right)^2+4\frac{d_{22}}{\omega-\omega_2}\frac{d_{11}}{\omega-\omega_1}\left|\xi_0\right|^4}\right), \quad (9)$$

$$a_1(\lambda_{1,2})=\frac{\left(1-\lambda_{1,2}+d_{22}/\left(\omega-\omega_2\right)\left|\xi_0\right|^2\right)}{\sqrt{\left(1-\lambda_{1,2}+d_{22}\left|\xi_0\right|^2/\left(\omega-\omega_2\right)\right)^2+\left(d_{21}/\left(\omega-\omega_1\right)\right)^2\left|\xi_0\right|^4}} \quad (10)$$

и

$$a_2(\lambda_{1,2}) = -\frac{|\xi_0|^2 d_{21}/(\omega-\omega_1)}{\sqrt{\left(1-\lambda_{1,2}+|\xi_0|^2 d_{22}/(\omega-\omega_2)\right)^2+\left(d_{21}/(\omega-\omega_1)\right)^2|\xi_0|^4}}. \qquad (11)$$

Полные адиабатические волновые функции, согласно (3), записываются в виде

$$\psi^{\text{adiabat}}(\lambda=\lambda_{1,2},t)=\psi^{\text{adiabat}}(\lambda_{1,2})\exp\left(-iE_{a1}t/h-i\lambda_{1,2}t\right), \qquad (12)$$

$$\psi^{\text{adiabat}}(\lambda_{1,2})=a_1(\lambda_{1,2})|1\rangle+a_2(\lambda_{1,2})|2\rangle, \qquad (13)$$

и имеют вид стационарных волновых функций.

Учет небольшой неадиабатичности. Теперь вернемся к решению основной задачи и рассмотрим состояния атома в поле излучения (2) общего вида, используя для дублета адиабатический базис (12). Тогда волновая функция вместо (3) запишется в виде

$$\begin{aligned}\psi(z,t)&=\alpha_1(\tau)\,\psi^{\text{adiabat}}(\lambda_1)\,e^{-iE_{a1}t/h-i\lambda_1\tau}+\\&+\alpha_2(\tau)\,\psi^{\text{adiabat}}(\lambda_2)\,e^{-iE_{a1}t/h-i\lambda_2\tau}+\beta(\tau)|3\rangle\,e^{-iE_bt/h}\end{aligned} \qquad (14)$$

с новыми искомыми амплитудами $\alpha_1(\tau)$, $\alpha_2(\tau)$ и $\beta(\tau)$. После стандартных вычислений в рамках принятых приближений для амплитуд адиабатического базиса получаем уравнения

$$\begin{aligned}&i\frac{d\alpha_1(\tau)}{d\tau}-(a_2(\lambda_1)^2-\lambda_1)\alpha_1(\tau)=\left(a_2(\lambda_1)a_2(\lambda_2)+1/(\omega-\omega_0)\times\right.\\&\times\left(\sqrt{d_{22}}\,a_1(\lambda_2)+\sqrt{d_{11}}\,a_2(\lambda_2)\right)\left(\sqrt{d_{22}}\,a_1(\lambda_1)+\sqrt{d_{11}}\,a_2(\lambda_1)\right)\varsigma(z,\tau)\Big)\times\\&\times e^{-i(\lambda_2-\lambda_1)\tau}\,\alpha_2(z,\tau),\end{aligned} \qquad (15a)$$

$$\begin{aligned}&i\frac{d\alpha_2(\tau)}{d\tau}-(a_2(\lambda_2)^2-\lambda_2)\alpha_2(\tau)=\left(a_2(\lambda_1)a_2(\lambda_2)+1/(\omega-\omega_0)\times\right.\\&\times\left(\sqrt{d_{22}}\,a_1(\lambda_2)+\sqrt{d_{11}}\,a_2(\lambda_2)\right)\left(\sqrt{d_{22}}\,a_1(\lambda_1)+\sqrt{d_{11}}\,a_2(\lambda_1)\right)\varsigma(z,\tau)\Big)\times\\&\times e^{i(\lambda_2-\lambda_1)\tau}\,\alpha_1(z,\tau),\end{aligned} \qquad (15b)$$

где безразмерная интенсивность поля $\varsigma(z,\tau)=\xi^*(z,\tau)\xi(z,\tau)$ выражена через безразмерную напряженность $\xi(z,\tau)=2d_1d_2E_0(z,t)/(d_1+d_2)(E_{a2}-E_{a1})$. Амплитуда $\beta(\tau)$ выражается через решения $\alpha_1(\tau)$ и $\alpha_2(\tau)$ соотношением

$$\begin{aligned}\beta(\tau)=-\frac{d_1+d_2}{2(\omega-\omega_0)}&\left(\left(\frac{a_1(\lambda_1)}{d_2}+\frac{a_2(\lambda_1)}{d_1}\right)\alpha_1(\tau)\exp(-i\lambda_1\tau)+\right.\\&\left.+\left(\frac{a_1(\lambda_2)}{d_2}+\frac{a_2(\lambda_2)}{d_1}\right)\exp(-i\lambda_2\tau)\alpha_2(\tau)\right)\xi^*(z,\tau)e^{-i(\omega-\omega_1)t+ikz}.\end{aligned} \qquad (16)$$

Уравнения (15a,b) не имеют точных аналитических решений и дальнейшее рассмотрение проблемы мы проведем приближенно. При этом основным предположением будет небольшое отклонение от адиабатического режима взаимодействия в каждый момент времени. Это означает, что спектральная
ширина поля предполагается порядка или меньше спектрального расстояния $\Delta = \left(E_{a2} - E_{a1}\right)/\hbar$ между нижним дублетом энергетических уровней.

Атомы, как обычно, до взаимодействия с излучением находятся в термодинамически равновесном состоянии: часть атомов населяет по Больцману нижний энергетический уровень $|1\rangle$, а остальная часть – более высокий уровень $|2\rangle$. Для получения относительно простой картины эволюции считаем, что на начальном этапе взаимодействия (условно назовем промежуток $t<0$) условие адиабатичности хорошо соблюдается и потому базис $\{|1\rangle,|2\rangle\}$ свободного атома переходит в адиабатический базис $\left\{\psi^{\text{adiabat}}(\lambda_1),\psi^{\text{adiabat}}(\lambda_2)\right\}$. Согласно адиабатической теореме Эренфеста, при этом населенность каждого энергетического уровня свободного атома переходит в населенность соответствующего адиабатического состояния. Отклонение же из адиабатического режима происходит на втором этапе взаимодействия $t>0,$ т.е. на фоне уже установленных адиабатических состояний. Это накладывает на эволюционные уравнения (15a) и (15b) начальные условия (при $t=0$) вида i) $\alpha_1(0)=1,\ \ \alpha_2(0)=0$ для атомов, исходящих из состояния $\psi^{\text{adiabat}}(\lambda_1)$, и ii) $\alpha_1(0)=0,\ \ \alpha_2(0)=1$ для атомов, исходящих из состояния $\psi^{\text{adiabat}}(\lambda_2)$.

Тогда искомые амплитуды имеют вид

$$\alpha_1(1;\tau)\approx 1,,\quad \alpha_2(1;\tau)=-\left(\frac{R}{r_1}+i\,Q\,e^{-i\,r_1\,\tau}\int_{-\infty}^{\tau}e^{i\,r_1\,\tau}\,\varsigma(z,\tau)\,d\tau\right)e^{i(\lambda_2-\lambda_1)\tau} \qquad (17a)$$

для атомов типа i) и вид

$$\alpha_2(2;\tau)\approx 1,,\quad \alpha_1(2;\tau)=-\left(\frac{R}{r_2}+i\,Q\,e^{-i\,r_2\,\tau}\int_{-\infty}^{\tau}e^{i\,r_2\,\tau}\,\varsigma(z,\tau)\,d\tau\right)e^{-i(\lambda_2-\lambda_1)\tau} \qquad (17b)$$

для атомов типа ii). Здесь введены обозначения

$$Q=\frac{1}{\omega-\omega_0}\left(\sqrt{d_{22}}\,a_1(\lambda_1)+\sqrt{d_{11}}\,a_2(\lambda_1)\right)\left(\sqrt{d_{22}}\,a_1(\lambda_2)+\sqrt{d_{11}}\,a_2(\lambda_2)\right),$$

$$R=a_2(\lambda_2)\,a_2(\lambda_1),\quad r_1=a_2(\lambda_2)^2-\lambda_1,\quad r_2=a_2(\lambda_1)^2-\lambda_2.$$

Добавим также, что использованный подход предполагает выполнение условий $\left|\alpha_1(2;\tau)\right|^2 \ll 1$ и $\left|\alpha_2(1;\tau)\right|^2 \ll 1$.

3. Периодическая самомодуляция интенсивности волны

Распространение волны через газовую среду определяется волновым уравнением

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)E(t,z)=\frac{4\pi N}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Big(\psi(z,t),\,\hat{d}\,\psi(z,t)\Big),$$

где N – концентрация атомов, а скобки с правой стороны означают квантовомеханическое усреднение по волновым функциям (14), объединенное с термодинамическим распределением по типам атомов i) и ii):

$$\Big(\psi(z,t),\,\hat{d}\,\psi(z,t)\Big)=\frac{1}{1+\exp\left(-\dfrac{E_{a2}-E_{a1}}{k_BT}\right)}\Big(\psi(1;z,t),\,\hat{d}\,\psi(1;z,t)\Big)+$$

$$+\frac{1}{1+\exp\left(\dfrac{E_{a2}-E_{a1}}{k_BT}\right)}\Big(\psi(2;z,t),\,\hat{d}\,\psi(2;z,t)\Big)$$

(обозначения очевидны). Подставляя выражения $\psi(1;z,t)$, $\psi(2;z,t)$ согласно (14) и (17a), (17b), соответственно, для (безразмерной) интенсивности $\varsigma(z,\tau)$ в приближении медленно меняющихся амплитуд [11] получаем следующее укороченное уравнение распространения:

$$\left(\frac{\partial}{\partial\eta}+\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\varsigma(\eta,\tau)=\frac{16\pi N}{\omega-\omega_0}\frac{(\lambda_2-\lambda_1)L}{E_{a2}-E_{a1}}\big(d_1a_1(\lambda_2)+d_2a_2(\lambda_2)\big)\times$$

$$\times\big(d_1a_1(\lambda_1)+d_2a_2(\lambda_1)\big)\left\{\frac{-1}{1+\exp\big(-\big(E_{a2}-E_{a1}\big)/k_BT\big)}\int_0^\tau\cos\big(r_1(\tau-x)\big)\varsigma(\eta,x)dx+\right. \quad (18)$$

$$\left.+\frac{1}{1+\exp\big(\big(E_{a2}-E_{a1}\big)/k_BT\big)}\int_0^\tau\cos\big(r_2(\tau-x)\big)\varsigma(\eta,x)dx\right\}\varsigma(\eta,\tau),$$

где помимо безразмерного времени τ введена и безразмерная координата $\eta=z/L$, нормированная на длину распространения $L=c\,\hbar/(E_{a2}-E_{a1})$ за обратное к частотному расстоянию $(E_{a2}-E_{a1})/\hbar$ время. В случае атомов натрия она составляет примерно 17 см.

Уравнение (18) можно несколько упростить, рассмотрев относительно высокие температуры $k_BT \gg E_{a2}-E_{a1}$ и относительно небольшие абсолютные интенсивности поля $\varsigma(\eta,\tau)<1$, когда $r_1 \approx -r_2 \approx 1$. После их учета уравнение (18) переходит в более простое

$$\left(\frac{\partial}{\partial\eta}+\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\varsigma(\eta,\tau)=G\int_0^\tau\cos\big(r_1(\tau-x)\big)\varsigma(\eta,x)dx\varsigma(\eta,\tau)\,, \quad (19)$$

где $G\equiv-\dfrac{16\pi N}{k_BT}\dfrac{(\lambda_2-\lambda_1)Q}{\omega-\omega_0}\big(d_1a_1(\lambda_2)+d_2a_2(\lambda_2)\big)\big(d_1a_1(\lambda_1)+d_2a_2(\lambda_1)\big).$

Для нелинейного интегро-дифференциального уравнения (19) мы исходим из сделанного предположения о малости отклонений от адиабатического режима. Тем более что оно оказывается достаточным для показа квазипериоди-

ческого характера решений и оценки возможностей метода с точки зрения экспериментального наблюдения.

Приближение исходит из того, что при строгом соблюдении адиабатичности взаимодействия мы с правой стороны уравнения (19) имели бы нуль. Значит, в режиме небольших отклонений от адиабатичности мы вправе применить метод последовательных приближений и ограничиться первым приближением. К тому же, для увеличения точности метода мы приближение к $\varsigma(\eta, x)$ применяем только под знаком интеграла, взяв ее равной входному значению $\varsigma_0 = |\xi_0|^2$. Тогда уравнение (19) линеаризуется,

$$\left(\partial/\partial\eta + \partial/\partial\tau\right)\varsigma(\eta,\tau) = G\varsigma(0)\sin(\tau)\times\varsigma(\eta,\tau),$$

и дает следующее приближенное решение рассматриваемой проблемы:

$$\varsigma(\eta,\tau) = \varsigma(0)\exp\left[G\varsigma(0)\left(\cos(\tau-\eta)-\cos(\tau)\right)\right],\ \ \tau-\eta>0\,. \tag{20}$$

Оно явным образом показывает периодический характер амплитудной модуляции, которая и при глубоких модуляциях из падающего на границу среды квазимонохроматического излучения образует последовательность коротких импульсов. Примечательно, что пространственно-временные периоды модуляции определяются исключительно расстоянием между дублетом энергетических уровней и потому обладают высокой стабильностью. Глубина модуляции определяется произведением $G\varsigma(0)$ и может быть варьирована в широких пределах за счет изменения плотности атомов *N*, расстройки резонанса $\omega-\omega_0$ и входной интенсивности $\varsigma(0)$.

Длительность отдельного импульса $\Delta\tau$ определяется как удвоенное того времени, за которое интенсивность от максимального значения падает в два раза. В пределе коротких импульсов нетрудно получить $\Delta\tau = \sqrt{\ln 2/G\varsigma(0)}$ и, соответственно,

$$\Delta t = \left(\sqrt{\ln 2}/\sqrt{G\varsigma(0)}\right)\left[h/\left(E_{a2}-E_{a1}\right)\right]. \tag{21}$$

4. Заключение

Полученные формулы (20) и (21) хотя и имеют сильно упрощенный характер, тем не менее, выявляют основные закономерности образования последовательности коротких импульсов путем кратковременного отхода от адиабатически-медленного изменения огибающей падающей на границу среды волны. Они указывает на высокую стабильность пространственно-временного повторения импульсов и на простую зависимость их длительности от параметров системы, таких как плотность среды *N* и расстройка резонанса $\omega-\omega_0$.

Простые оценки показывают, что экспериментально достижимые значения длительности $\Delta\tau$ легко попадают в субпикосекундную и даже в фемтосекундную области. Хотя применение развитого аналитического приближения неправомерно для столь быстрых изменений, оно все же указывает на хороший

потенциал предложенного нами механизма в конкуренции внерезонаторных методов генерации коротких импульсов.

Авторы выражают благодарность Г.А. Мурадяну и М.А. Оганисян за обсуждения на всех этапах выполнения работы. Работа в основном выполнена в рамках “Лаборатории исследования и моделирования квантовых явлений” Государственного комитета науки Армении.

ЛИТЕРАТУРА

1. **G.He, S.H.Liu**. Physics of nonlinear optics. Singapure, World Scientific, 2003; **R.W.Boyd.** Nonlinear optics. London, Academic Press, 2008.
2. **S.L.McCall, E.L.Hahn.** Phys. Rev., **183**, 457 (1969); **G.L.Lamb, Jr.,** Phys. Rev. Lett., **31**, 196 (1973); **L.Allen, J.H.Eberly.** Optical resonance and two-level atoms. New York, Dover, 1987.
3. **A.I.Maimistov, A.M.Basharov.** Nonlinear optical waves. Dordrecht, Kluwer, 1999; **S.Alam**. Lasers without inversion and electromagnetically induced transparency. Washington, SPIE, 1999; **S.L.McCall, E.L.Hahn.** Phys. Rev. Lett., **18**, 908 (1967); **O.A.Kocharovskaya, Y.I.Khanin.** JETP Lett., **48,** 630 (1988); **M.Fleischauer, A.Imamoglu, J.P.Marangos.** Rev. Mod. Phys., **77**, 633 (2005).
4. **A.Javan.** Phys. Rev., **107,** 1579 (1957); **J.E.Field, K.H.Hahn, S.E.Harris.** Phys. Rev. A, **67**, 3062 (1991).
5. **L.V.Hau, S.E.Harris, Z.Dutton, C.H.Behroozi.** Nature, **397,** 594 (1999); **D.F.Phillips, A.Fleischauer, A.Mair, R.L.Walsworth, M.D.Lukin.** Phys. Rev. Lett., **86,** 783 (2001); **M.S.Bigelow, N.N.Lepeshkin, R.W.Boyd.** Phys. Rev. Lett., **90,** 113903 (2005).
6. **E.Knill, R.Laflamme, G.J.Milburn.** Nature, **409,** 46 (2001); **L.-M.Duan, J.I.Cirac, P.Zoller.** Science, **292,** 1695 (2001); **H.Kimble.** Nature, **453,** 1023 (2008).
7. **S.E.Harris, A.V.Sokolov.** Phys. Rev. A, **55**, R4019 (1997); **A.V.Sokolov, D.D.Yavuz, S.E.Harris**. Opt. Lett., **24**, 557 (1999).
8. **G.Muradyan, A.Zh.Muradyan.** J. Mod. Opt., **55**, 3579 (2008); Phys. Rev. A, **80**, 305801 (2009); **G.Muradyan, M.Hovhannisyan**. Appl. Phys. B, **103**, 649 (2011).
9. **N.B.Delone, V.P.Krainov.** Atoms in strong light fields. Berlin, New York, Springer-Verlag, 1985; **C.Cohen-Tannoudji, J.Dupont-Roc, G.Grynberg.** Atom-photon interactions: Basic processes and applications. New York, Wiley, 1992.
10. **М.Л.Тер-Микаелян.** УФН, **167,** 1249 (1997) (M.L. Ter-Mikhaelyan, Phys. Usp., **40,** 1195 (1997)).
11. **W.Demtr□der.** Laser spectroscopy: Basic concepts and instrumentations. Berlin, Springer, 1996.

THREE-LEVEL MEDIUM AS A FORMER OF A SERIES OF SHORT LIGHT PULSES

B.V. BALASANYAN, A.Zh. MURADYAN

Propagation of optical radiation through the gas medium consisting of atoms with a doublet structure of the ground energy level is studied. It is shown that a slight deviation of the incident wave from the regime of adiabatically slow variation results in a periodic modulation of the medium polarization. Herewith, the transmitting wave along with the phase modulation acquires also an amplitude modulation. Under favorable conditions the modulation transforms the incident quasi-monochromatic wave into a series of short pulses.

Известия НАН Армении, Физика, т.47, №2, с.98-110 (2012)

УДК 535.343

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СУБДОПЛЕРОВСКИХ ОПТИЧЕСКИХ РЕЗОНАНСОВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ СЛАБЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ СВЕРХТОНКОЙ ЯЧЕЙКИ С ПАРАМИ РУБИДИЯ

А.Д. САРГСЯН[1], Г.Т. АХУМЯН[1,2], Д.Г. САРКИСЯН[1]

[1]Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак, Армения

[2]Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, UMR CNRS 5209
Université de Bourgogne, 21078 Dijon Cedex, France

(Поступила в редакцию 18 ноября 2011 г.)

Экспериментально и теоретически исследованы атомные системы ^{85}Rb и ^{87}Rb, D_1 линии и показано, что, используя оптические резонансы, селективные по атомным скоростям, которые формируются в спектре пропускания субмикронной ячейки (заполненной атомами Rb) при однократном прохождении через нее линейно поляризованного лазерного излучения, возможно определение слабых магнитных полей начиная с 5 Гс. С учетом ранее полученных результатов, а также с помощью субмикронной ячейки с использованием атомной системы ^{87}Rb, D_1 линии и лазерного излучения с круговой поляризацией, полная область измерения магнитных полей (как однородных, так и неоднородных) составляет 5–5000 Гс.

1. Введение

При взаимодействии непрерывного узкополосного лазерного излучения с атомарными парами щелочных металлов реализуется большое число оптических и магнито-оптических процессов. Некоторые из этих процессов в последние годы нашли широкое применение в лазерных технологиях, метрологии высокого частотного разрешения, при создании высокочувствительных магнитометров, в задачах квантовой коммуникации, записи оптической информации и др. [1-3]. Поэтому интерес к этим исследованиям продолжает оставаться очень высоким.

В работах [4-6] нами был предложен и реализован новый метод, названный «$L = \lambda$ зеемановский метод» (ЛЗМ), для исследования поведения атомных переходов сверхтонкой структуры атомов рубидия между зеемановскими подуровнями во внешних магнитных полях. ЛЗМ основан на применении сверхтонкой ячейки (СТЯ) с толщиной столба паров атомов Rb $L = \lambda$, где λ – длина волны лазерного излучения, частота которого резонансна с атомным переходом Rb, D_1 и D_2 линий (794 нм и 780 нм, соответственно). При лазерных интенсивностях ~10 мВт/см^2 в спектре пропускания СТЯ появляются спектрально-

узкие (~15–20 МГц) оптические резонансы, селективные по скоростям атомов (ОРСС), которые проявляются в виде пика уменьшенного поглощения. ОРСС расположены точно на атомных переходах и во внешних магнитных полях они расщепляются на несколько новых ОРСС. Амплитуда ОРСС-пиков и их частотное положение зависят от величины приложенного магнитного поля. Применение ОРСС-пиков позволило исследовать и идентифицировать атомные переходы между зеемановскими подуровнями в спектре пропускания атомов Rb. В частности, было показано, что атомный переход ^{87}Rb, D_1 линии $F_g = 1 \to F_e = 2$ очень удобен для измерения сильных магнитных полей, как однородных, так и сильно неоднородных (с субмикронным пространственным разрешением), в интервале 100–5000 Гс**.** В этом случае ОРСС-пик формируется лазерным излучением с круговой поляризацией σ^+, которая формируется с помощью четвертьволновой пластины, и измеряется частотное отклонение от частоты атомного перехода $F_g = 1,\ m_F = +1 \to F_e = 2,\ m_F = +2$ от его начального положения при отсутствии магнитного поля. Заметим, что в случае относительно небольших магнитных полей <100 Гс величина, определяющая скорость перестройки этого ОРСС-пика, составляет всего 1.16 МГц/Гс (при больших полях она возрастает до 1.7 МГц/Гс), что ухудшает точность измерения слабых магнитных полей. Различные типы магнитометров для прецизионных измерений слабых магнитных полей приведены в обзоре [7].

В настоящей работе впервые показано, что в случае применения системы уровней ^{85}Rb, D_1 линии $F_g = 3 \to F_e = 2$ скорость перестройки между двумя ОРСС-пиками составляет большую величину (3.41 МГц/Гс), что позволяет также измерять слабые магнитные поля начиная с 5 Гс. При этом определяется частотное расстояние между двумя ОРСС-пиками, имеющими одинаковую амплитуду и формируемыми лазерным излучением с линейной поляризацией. Показано также, что применение ОРСС-пиков, имеющих одинаковую амплитуду и формируемых лазерным излучением с линейной поляризацией в системе уровней ^{87}Rb, D_1 линии $F_g = 1 \to F_e = 2$ со скоростью перестройки между двумя ОРСС-пиками 2.32 МГц/Гс*,* является более удобным методом для измерения слабых магнитных полей в интервале 30–80 Гс по сравнению с методом, приведенным в работах [4-6]. В обеих исследуемых в настоящей работе системах применение линейно поляризованного излучения также и технически проще, поскольку отсутствует необходимость применения четвертьволновой пластины. Другим преимуществом может являться отсутствие необходимости сравнения с реперной линией при нулевом магнитном поле. Приведены расчетные кривые по модели, изложенной в работах [3,6], которые хорошо согласуются с экспериментальными результатами.

2. Экспериментальная установка

Конструкция СТЯ аналогична тем, которые приведены в [8,9]. Хорошо отполированные (лучше чем $\lambda/50$) прямоугольные окна ячейки размерами 20×30 мм и толщиной 2.5 мм изготовлены из кристаллического граната (YAG),

у которого отсутствует двулучепреломление. Кроме того, гранат стоек к химически агрессивным горячим парам Rb. Для успешной реализации техники ЛЗМ необходимо использовать область однородной толщины с площадью, равной сечению лазерного пучка (~1 мм^2). Для этого формируется слабо клиновидный зазор между окнами ячейки, который изменяется от 50 нм до 2 мкм. Это достигается помещением в нижней части между окнами (до склейки) СТЯ платиновой полоски толщиной ~2 мкм (полоска длиной 10 и шириной 1 мм). Вследствие больших размеров окон и слабо клиновидного зазора между ними, формирование области с толщиной $L = \lambda$ не представляет трудности. Как отмечалось в работе [9], поведение СТЯ близко к поведению низкодобротного интерферометра Фабри–Перо, что позволяет по интерференционной картине отраженного лазерного пучка определить толщину L с точностью ~15 нм. В частности, при толщине $L = \lambda = 794$ нм наблюдается нулевое отражение. Печка для СТЯ изготовлена из немагнитных материалов и имеет 2 отверстия для прохождения лазерного излучения. Печка состоит из двух нагревателей: первый служит для нагрева окон, а второй – для сапфирового отростка, в котором находится металл Rb. Температура верхней границы столба металлического Rb составляла 120°C, что обеспечивает плотность паров ~2×10^{13} см$^{-3}$. Для предотвращения конденсации паров Rb на окна СТЯ температура окон поддерживалась выше ~140°C.

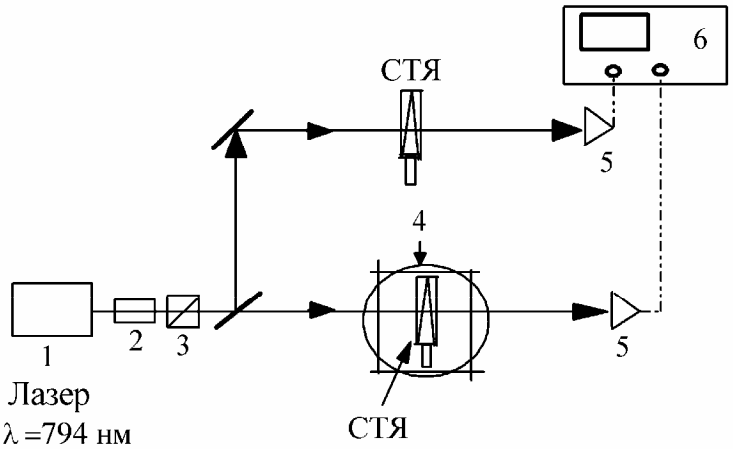


Рис.1. Схема экспериментальной установки. 1 – непрерывный диодный лазер, λ = 794 нм, ширина линии 1 МГц; 2 – фарадеевский изолятор; 3 – поляризатор Глана; СТЯ – сверхтонкие ячейки с парами Rb, 4 – катушки Гемгольца; 5 – фотоприемники, 6 – осциллограф.

Схема экспериментальной установки приведена на рис.1. Мы использовали ECDL (Extended cavity diode laser) – непрерывный перестраиваемый диодный лазер с $\lambda = 794$ нм, с шириной линии ~1 МГц и областью перестройки частоты лазера в несколько десятков ГГц. Для предотвращения обратной связи применялся фарадеевский изолятор. Поляризатор Глана использовался для формирования линейно-поляризованного излучения, а СТЯ была помещена в цен-

тре системы колец Гельмгольца. Магнитное поле, создаваемое кольцами Гельмгольца (при прохождении постоянного тока), расчитывалось по известным выражениям, что давало точность определения величины магнитного поля ~1%. Часть излучения накачки направлялась во вторую СТЯ с Rb, находящейся при нулевом магнитном поле, спектр поглощения которой использовался в качестве частотного репера [10]. Мощность лазерного излучения составляла ~30 мВт. Магнитное поле B направлялось вдоль направления распространения лазерного излучения k ($\mathbf{B} \| \mathbf{k}$). Сигнал с фотодиодов усиливался операционным усилителем и подавался на четырехлучевой цифровой осциллограф Tektronix TDS2014B.

3. Результаты и обсуждение

Диаграмма уровней атомов ^{85}Rb, D_1 линии, переходы $F_g = 3 \to F_e = 2,3$ показаны на рис.2а (штрихом отмечены верхние возбужденные уровни). Рядом приведены вероятности атомных переходов в относительных единицах. Как было показано в [4-6], при лазерных интенсивностях ~10 мВт/см^2 в спектре пропускания СТЯ с $L = \lambda = 794$ нм появляются спектрально-узкие (~20 МГц) ОРСС-пики уменьшенного поглощения, и их амплитуды пропорциональны вероятностям соответствующих атомных переходов. На рис.2б приведен спектр пропускания СТЯ с $L = \lambda = 794$ нм для переходов $3 \to 2',3'$ и формируемые ОРСС-резонансы отмечены как $3 \to 2'$ и $3 \to 3'$, частотное расстояние между ними 362 МГц. Важно отметить, что отношение амплитуд $A(\text{ОРСС}, 3 \to 2') / A(\text{ОРСС}, 3 \to 3') = 70/56 = 1.25$, то есть амплитуда ОРСС-резонанса пропорциональна вероятности перехода. В экспериментах ОРСС-резонанс на переходе $3 \to 2'$ являлся реперным, у которого спектральная ширина на полувысоте равна 22 МГц. Для получения узкой спектральной ширины ОРСС мощность лазера уменьшалась до 0.2 мВт.

При используемой конфигурации эксперимента, когда магнитное поле направлено вдоль направления распространения лазерного излучения, линейно поляризованное лазерное излучение можно рассматривать как состоящее из двух излучений с круговыми поляризациями σ^+ и σ^- (левый и правый круг, соответственно)**.** На рис.3 приведена система уровней ^{85}Rb, D_1 линии, переходы $F_g = 3 \to F_e = 2$ во внешнем магнитном поле и разрешенные атомные переходы между зеемановскими подуровнями, для которых выполняются правила отбора для квантового числа $F_g - F_e = \Delta F = 0, \pm 1$ и $\Delta m_F = \pm 1$ [11]. Линиями показаны все допустимые переходы и рядом указаны величины вероятностей переходов (коэффициенты Клебша–Гордана). Жирными линиями показаны два перехода с круговыми поляризациями σ^+ и σ^-, которые представляют наибольший интерес, поскольку имеют наибольшие вероятности переходов, и, кроме того, частотное расстояние между этими компонентами максимально. Рядом с уровнями $F_g = 3$ и $F_e = 2$ приведены факторы Ланде $g_F = 0.465$ МГц/Гс и –0.155 МГц/Гс, которые показывают смещение данного зеемановского подуровня (в МГц) при умножении на m_F в магнитном поле B (Гс).

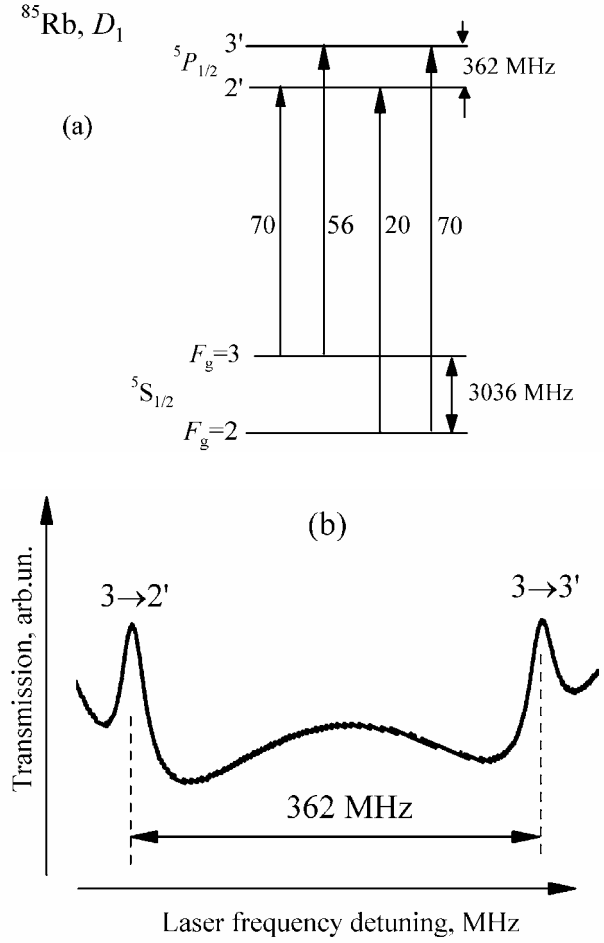


Рис.2. а) Диаграмма уровней атомов ^{85}Rb, D_1 линии, переходы $F_g = 3 \rightarrow F_e = 2, 3$; б) спектр пропускания СТЯ с $L = \lambda = 794$ нм для переходов $3 \rightarrow 2', 3'$; формируемые ОРСС-резонансы отмечены как $3 \rightarrow 2'$, и $3 \rightarrow 3'$; частотное расстояние между ними 362 МГц.

Нетрудно видеть, что частотное расстояние Δ между парой переходов σ^+ и σ^- (отмеченными жирными линиями) максимально среди всех других пар и составляет $\Delta = B$(Гс) × 3.41 МГц/Гс. В спектре пропускания ОРСС-пики для двух излучений с круговыми поляризациями σ^+ и σ^- (отмеченные жирными линиями на рис.3) имеют наибольшие и равные друг другу амплитуды: A(ОРСС, σ^+) = A(ОРСС, σ^-). На рис.4 приведены спектры пропускания для атомных переходов с поляризациями σ^+ и σ^- при разных величинах магнитного поля B: 9, 15, 20, 25 и 30 Гс. Частотное расстояние Δ между ОРСС-σ^+ и ОРСС-σ^- определяется между их пиками (на рисунке отмечены стрелками). Нижний ОРСС-резонанс (на переходе $3 \rightarrow 2'$) является реперным ($B = 0$), его спектральная ширина равна 22 МГц. Заметим, что минимальная величина магнитного поля, когда уже уверенно регистрируется провал между двумя ОРСС-резонансами, составляет $B = 5$ Гс, при этом $\Delta \approx 17$ МГц.

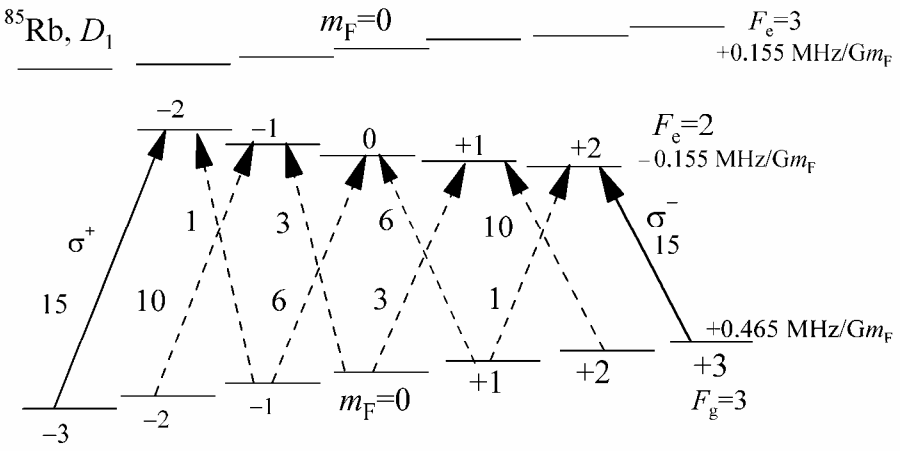


Рис.3. Система уровней ^{85}Rb, D_1 линии, переходы $F_g = 3 \rightarrow F_e = 2$ во внешнем магнитном поле. Линиями показаны разрешенные атомные переходы. Жирными линиями показаны два перехода с круговыми поляризациями σ^+ и σ^-, которые используются в эксперименте.

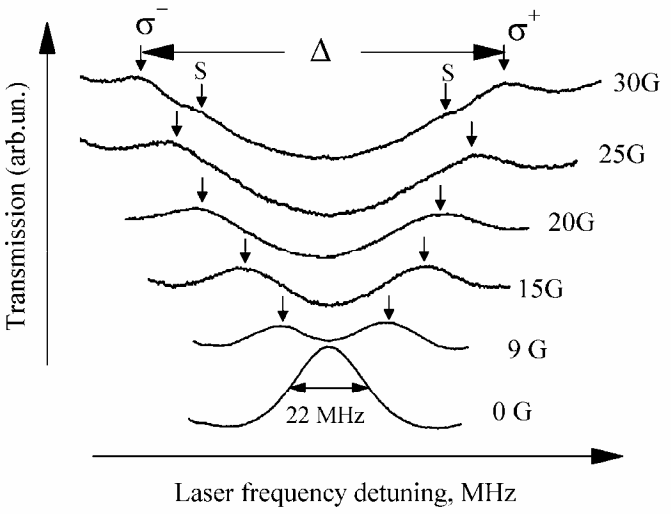


Рис.4. Спектры пропускания СТЯ D_1 линии ^{85}Rb (L = 794 нм) для атомных переходов с поляризациями σ^+ и σ^- при разных величинах магнитного поля B: 9, 15, 20, 25 и 30 Гс. Для удобства спектры смещены по вертикали.

Важно отметить, что величина 3.41 МГц/Гс получена в предположении, что имеет место линейный эффект Зеемана, то есть смещение атомных уровней линейно зависит от величины B. Однако, хорошо известно, что линейная зависимость может нарушаться даже при умеренных магнитных полях. Кроме того, вероятности атомных переходов могут сильно зависеть от B. Поэтому, используя модель, приведенную в ряде работ (см., например, [3,6]) нами были полу-

чены кривые, которые точно описывают поведение как частотных сдвигов, так и соответствующих вероятностей переходов. На рис.5 приведена теоретическая кривая (сплошная линия) зависимости частотного интервала Δ от величины B. Как видно, до 40 Гс наблюдается линейная зависимость; только при больших полях наблюдается отклонение: так, при $B = 200$ Гс, величина 3.41 МГц/Гс возрастает на 3%. Постоянство этой величины удобно для практического применения, поскольку отпадает необходимость в кривой зависимости Δ от величины B. На рис.6 показана теоретическая кривая зависимости отношения амплитуд A(ОРСС, σ^-) / A(ОРСС, σ^+) от величины B. Как видно, это отношение до $B < 30$ Гс практически равно единице (это удобно для практического применения), однако при увеличении B оно монотонно уменьшается и при 200 Гс отношение равно 0.9. Заметим, что уже при $B = 30$ Гс рядом с основными ОРСС-σ^+ и ОРСС-σ^- появляются сателлитные ОРСС-σ^+-s и ОРСС-σ^--s, отмеченные буквой s. На рис.3 это переходы $F_g = 3,\ m_F = -2 \to F_e = 2,\ m_F = -1$ и $F_g = 3,\ m_F = +2 \to F_e = 2,\ m_F = +1$. При малых величинах B амплитуда этих сателлитных ОРСС меньше основных в 1.5 раза, однако с увеличением B их амплитуда приближается к амплитуде основных ОРСС, что ухудшает точность определения магнитного поля. Поэтому приведенный метод с использованием переходов атомов ^{85}Rb целесообразно применять до полей 30 Гс.

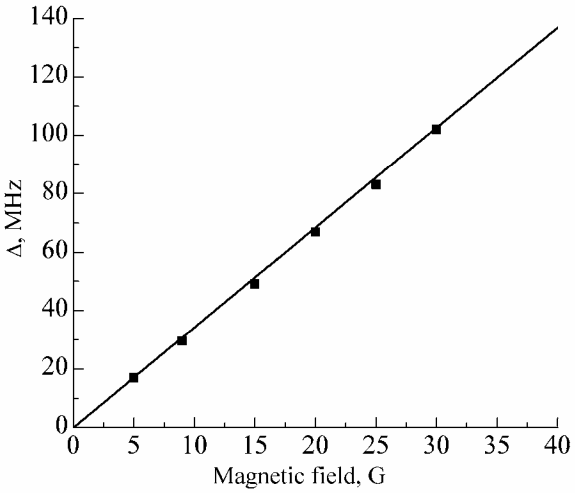


Рис.5. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов для D_1 линии ^{85}Rb: сплошная линия – теоретическая кривая зависимости частотного интервала Δ от магнитного поля; черные квадратики – экспериментальные результаты.

Известно, что с помощью техники “Насыщенного Поглощения” (НП), с использованием ячеек сантиметровой длины, также достигается субдоплеровское спектральное разрешение. Для реализации техники НП лазерное излучение делится на 2 пучка, одно из которых имеет большую мощность (пучок накачки),

а другой имеет малую мощность (пробный пучок). Пучки накачки и пробный направляются навстречу друг другу, и пересечение происходит в ячейке с парами металла; далее детектируется спектр пробного пучка. При этом формируются ОРСС-резонансы, аналогичные приведенному на рис.2б. Одним из существенных недостатков техники НП является наличие в спектре так называемых “cross-over” резонансов (которые по частоте расположены точно посередине между ОРСС-резонансами и, как правило, имеют большую амплитуду). Эти “cross-over” резонансы, также как и ОРСС, в магнитном поле расщепляются на большое количество компонент, делая спектр предельно сложным для обработки. В работах [12,13] техника НП была использована для исследования атомных переходов между зеемановскими подуровнями в спектре пропускания атомов Rb, D_2 линии. Обработка спектра, насыщенного дополнительными сильными компонентами (которые вносят cross-over резонансы) представляется трудной и неоднозначной задачей (при $B > 100$ Гс спектр становится настолько сложным, что обработка практически невозможна). В недавно опубликованной работе [14] техника НП была использована для измерения величины магнитного поля с использованием уровней ^{85}Rb, D_1 линии, приведенной на рис.3, так же, как и в нашем случае, измеряя частотный интервал Δ между ОРСС-σ^+ и ОРСС-σ^-.

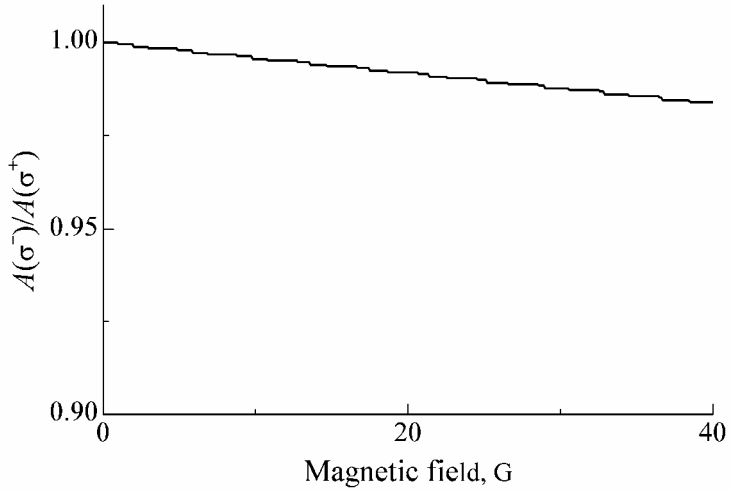


Рис.6. Теоретическая кривая зависимости отношения амплитуд A(ОРСС, σ^-) / A(ОРСС, σ^+) от величины B.

Однако, уже при $B \sim 25$ Гс ОРСС-компонента, образованная cross-over резонансом, подходит по частоте достаточно близко к ОРСС-σ^+ (при этом имеет такую же амплитуду), что легко может привести к ошибке в идентификации полезного ОРСС-σ^+. Чтобы избежать такой ошибки, авторы [14] вынуждены были плавно увеличивать величину магнитного поля и снимать ряд спектров, чтобы правильно проследить меняющееся частотное положение ОРСС-σ^+. В то же время в нашем случае в спектре образуются только два сильных ОРСС-σ^+ и ОРСС-

σ^-, что предельно упрощает процедуру измерения величины B. Отметим также, что в работе [14] была использована ячейка с $L = 10$ см, следовательно, по приведенной выше методике возможно измерение только однородного магнитного поля, В нашем же случае используется СТЯ с толщиной столба $L = 794$ нм, поэтому даже в случае сильно неоднородного магнитного поля методом ЛЗМ может быть измерена величина B с локальным пространственнным субмикронным разрешением.

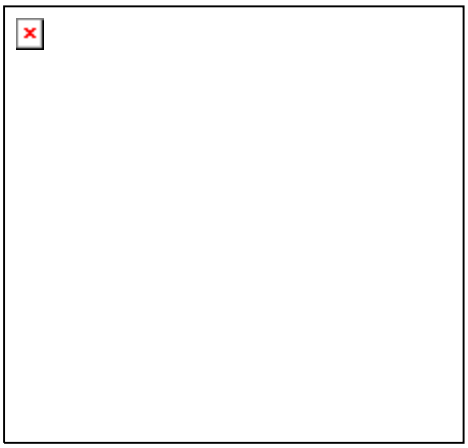


Рис.7. Диаграмма атомных переходов $F_g = 1 \rightarrow F_e = 1, 2$, ^{87}Rb, D_1 линии.

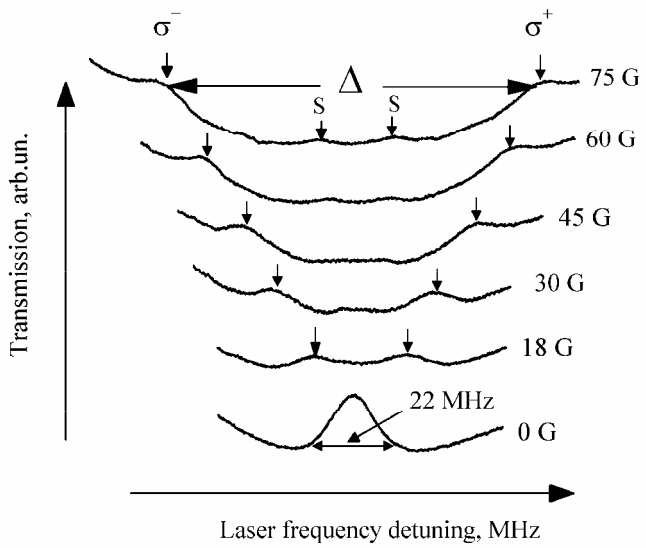


Рис.8. Система уровней ^{87}Rb, D_1 линии, переходы $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$ во внешнем магнитном поле. Линиями показаны разрешенные атомные переходы. Жирными линиями показаны два перехода с круговыми поляризациями σ^+ и σ^-, которые используются в эксперименте.

Для измерения полей $30 < B < 80$ Гс более удобным является использование атомных переходов $F_g = 1 \to F_e = 2$, ^{87}Rb, D_1 линии (см. рис.7) с применением линейно поляризованного лазерного излучения. На рис.8 приведены те же переходы $F_g = 1 \to F_e = 2$ во внешнем магнитном поле и разрешенные атомные переходы между зеемановскими подуровнями. Линиями показаны все допустимые атомные переходы и рядом указаны величины вероятностей переходов. Жирными линиями показаны два перехода с круговыми поляризациями σ^+ и σ^-, которые представляют наибольший интерес, поскольку имеют наибольшие вероятности переходов. Рядом с уровнями $F_g = 3$ и $F_e = 2$ приведены факторы Ланде. Нетрудно видеть, что частотное расстояние Δ между парой переходов σ^+ и σ^- максимально среди всех других пар и составляет $\Delta = B(\text{Гс}) \times 2.32$ МГц/Гс. На рис.8 приведены спектры пропускания для атомных переходов с поляризациями σ^+ и σ^- при разных величинах магнитного поля B: 18, 30, 45, 60, 75 Гс. Частотное расстояние Δ измеряется между соответствующими пиками (на рисунке отмечены стрелками). Нижний ОРСС-резонанс (на переходе $1 \to 2'$) у которого спектральная ширина равна 22 МГц, является реперным (при $B = 0$),

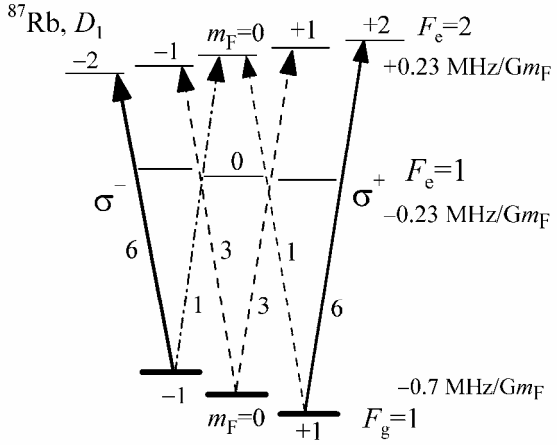


Рис.9. Спектры пропускания СТЯ, D_1 линия ^{87}Rb (L = 794 нм), для атомных переходов с поляризациями σ^+ и σ^- при разных величинах магнитного поля B: 18, 30, 45, 60 и 75 Гс. Для удобства спектры смещены по вертикали.

Отметим, что уже при $B > 40$ Гс рядом с основными ОРСС-σ^+ и ОРСС-σ^- появляются сателлитные ОРСС-σ^+ и ОРСС-σ^-, отмеченные буквой s. На рис.9 это переходы $F_g = 1$, $m_F = 0 \to F_e = 2$, $m_F = +1$ и $F_g = 1$, $m_F = 0 \to F_e = 2$, $m_F = +1$. При малых B амплитуда этих сателлитных ОРСС меньше основных в 2 раза, однако с увеличением B их амплитуда приближается к амплитуде основных ОРСС. На рис.10 приведена теоретическая кривая (сплошная линия) зависимости частотного интервала Δ от величины магнитного поля. Как видно, до

80 Гс наблюдается линейная зависимость (только при больших полях наблюдается отклонение: при $B = 300$ Гс величина 2.32 МГц/Гс уменьшается на 3%). Постоянство этой величины удобно для практического применения, поскольку отпадает необходимость в кривой зависимости Δ от величины B.

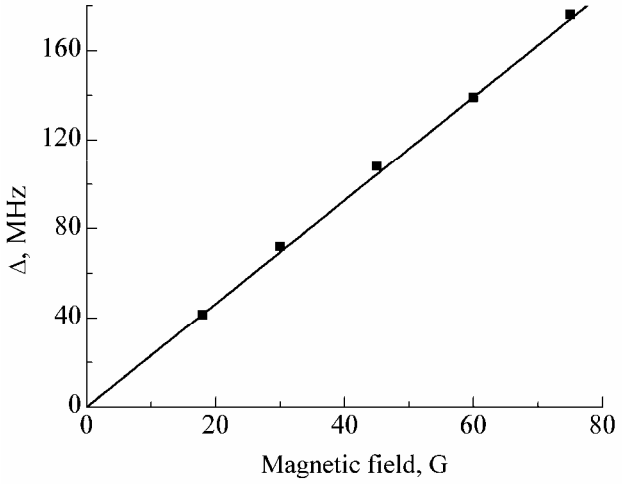


Рис.10. Сплошная линия – теоретическая кривая зависимости частотного интервала Δ между ОРСС-σ^+ и ОРСС-σ^- от величины магнитного поля. Черные квадратики – экспериментальные результаты.

Как следует из теоретического рассмотрения, амплитуды A(ОРСС, σ^-) = A(ОРСС, σ^+) практически равны вплоть до 100 Гс, однако при дальнейшем возрастании B амплитуда A(ОРСС, σ^-) начинает быстро уменьшаться. Другим недостатком этого метода при больших полях является также смещение частоты ОРСС-σ^- в низкочастотную область, в которой присутствуют сильные ОРСС-резонансы, возникающие от атомных переходов ^{85}Rb, D_1 линии. Поэтому при сильных магнитных полях (вплоть до 5000 Гс [5,6]) для их измерения наиболее удобным является использование ОРСС-σ^+, отмеченного жирной линией на рис.9 и формируемого лазерным излучением с круговой поляризацией σ^+.

К преимуществам метода, где измеряется частотный интервал Δ между ОРСС-σ^+ и ОРСС-σ^- (как ^{85}Rb, так и ^{87}Rb), следует отнести и следующее: при использовании эталона Фабри-Перо с базой 1 м можно формировать частотный репер с интервалом ~150 МГц. В этом случае отпадает необходимость дополнительного канала (см. рис.1) для формирования частотного репера с дополнительной Rb ячейкой при $B = 0$ (заметим, что в дополнительном канале может быть применена и техника НП с ячейкой сантиметровой длины).

Следует отметить, что, используя процесс электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) в парах атомов щелочного металла, возможно определение значительно меньших величин магнитного поля ~1 мГс [15], однако для достижения такой высокой чувствительности необходимо использовать два

фазово-скоррелированных лазерных излучения, что является далеко не тривиальной задачей. Проведем сравнение с результатами работы [16], в которой ЭИП-резонанс формировался с помощью двух независимых диодных лазеров на той же системе уровней ^{87}Rb, D_1 линии, что и в нашем случае. Использовалась обычная Rb ячейки с $L = 5$ см. В работе [16] было показано, что используя ЭИП-резонанс, возможно определение магнитного поля величиной 2–3 Гс. Если сравнить с результатами, приведенными в настоящей работе с использованием СТЯ, то следует отметить два преимущества: первое – в нашем случае используется всего одно лазерное излучение, что значительно упрощает техническую реализацию; второе – поскольку в [16] использована ячейка с $L = 5$ см, то, следовательно, с помощью ЭИП-резонанса возможно измерение только однородного магнитного поля, в то время как в нашем случае используется субмикронная толщина столба паров атомов, поэтому даже в случае сильно неоднородного магнитного поля приведенный метод ЛЗМ может быть успешно применен.

4. Заключение

В работах [5,6] нами было показано, что применение метода ЛЗМ и атомных переходов $F_g = 1 \to F_e = 2$ ^{87}Rb, D_1 линии очень удобно для измерения сильных магнитных полей в интервале 100–5000 Гс**.** В этом случае ОРСС-пик формируется лазерным излучением с круговой поляризацией σ^+ и измеряется частотное отклонение от начального положения частоты атомного перехода. В настоящей работе показано, что применение линейно поляризованного излучения и системы уровней ^{85}Rb, D_1 линии $F_g = 3 \to F_e = 2$ переходов, позволяет обеспечить наибольшую (среди всех остальных систем уровней атомов ^{85}Rb и ^{87}Rb, D_1 линии) величину скорости перестройки между двумя ОРСС-пиками (3.41 МГц/Гс) в магнитном поле. Это позволяет измерять слабые магнитные поля начиная с 5 Гс. Показано также, что применение линейно поляризованного излучения для системы уровней ^{87}Rb, D_1 линии $F_g = 1 \to F_e = 2$ является удобным для измерения слабых магнитных полей в интервале 30–100 Гс. Таким образом, применяя ЛЗМ метод и атомные системы Rb, D_1 линии, а также лазерное излучение (как линейно поляризованное, так и с круговой поляризацией), полную область измерения магнитных полей можно довести до 5–5000 Гс. Приведено сравнение с другими методами и отмечены как преимущества, так и недостатки метода ЛЗМ. Теоретические расчеты хорошо согласуются с данными эксперимента.

Авторы выражают благодарность А.С. Саркисяну за активное участие в изготовлении СТЯ, а также К.Леруа и Е. Пашаян-Леруа за помощь при создании теоретической модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. **D.Budker**, **D.F.Kimball**, **D.P.DeMille**. Atomic Physics. Oxford Univ. Press, 2004.
2. **D.Mechede.** Optics, Light and Lasers: The Practical Approach to Modern Aspects of Photonics and Laser Physics. Weinheim, WILEY-VCH Verlag, 2007.

3. **M.Auzinsh**, **D.Budker**, **S.M.Rochester**. Optically Polarized Atoms: Understanding Light-Atom Interactions. Oxford University Press, 2011.
4. **Т.С.Варжапетян**, **Г.Т.Ахумян**, **В.В.Бабушкин**, **Д.Г.Саркисян**, **А.Атварс**, **М.Аузиньш**. Изв. НАН Армении, Физика, **42**, 338 (2007).
5. **A.Sargsyan**, **G.Hakhumyan**, **A.Papoyan**, **D.Sarkisyan**, **A.Atvars**, **M.Auzinsh**. Appl. Phys. Lett., **93**, 021119 (2008).
6. **G.Hakhumyan**, **C.Leroy**, **Y.Pashayan-Leroy**, **D.Sarkisyan**, **M.Auzinsh**. Opt. Comm., **284** , 4007 (2011).
7. **Е.Б.Александров**. УФН, **180**, 509 (2010).
8. **D.Sarkisyan**, **D.Bloch**, **A.Papoyan**, **M.Ducloy**. Opt. Commun., **200**, 201 (2001).
9. **Г.Ахумян**, **Д.Саркисян**, **А.Саргсян**, **А.Атварс**, **М.Аузиньш**. Опт. и спектр., **108**, 727 (2010).
10. **A.Sargsyan**, **A.V.Papoyan**, **D.Sarkisyan**, **A.Weis**. Europ. Phys. J. Appl. Physics, **48**, 20701 (2009).
11. **В.Демтредер.** Лазерная спектроскопия. М., Наука, 1985.
12. **M.U.Momeen**, **et al**. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., **40**, 3163 (2007).
13. **G.Školnik**, **N.Vujičić**, **T.Ban**. Opt. Commun., **282**, 1326 (2009).
14. **J.A.Zielinska**, **F.A.Beduini**, **N.Godbout**, **M.W.Mitchell**. Ultra-Narrow Faraday Rotation Filter at the Rb D_1 Line. arXiv:1110.2362v1 [physics.optics] 11 Oct 2011.
15. **M.Fleischhauer**, **A.Imamoglu**, **J.P.Marangos**. Rev. Mod. Phys.,**77**, 633 (2005).
16. **S.M.Iftiquar**, **V.Natarajan**. Phys. Rev. A, **79**, 013808 (2009).

ԵՆԹԱԴՈՊԼԵՐՅԱՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՌԵԶՈՆԱՆՍՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԹՈՒՅԼ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԵՐԻ ՉԱՓՄԱՆ ՀԱՄԱՐ ՌՈՒԲԻԴԻՈՒՄԻ ԳՈԼՈՐՇԻՆԵՐ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ԳԵՐԿԱՐՃ ԲՋՋԻ ՕԳՆՈՒԹՅԱՄԲ

Ա.Դ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Հ.Թ. ՀԱԽՈՒՄՅԱՆ, Դ.Հ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Փորձնականորեն և տեսականորեն հետազոտված են երկու ատոմական համակարգեր՝ ^{85}Rb և ^{87}Rb, D_1 գծի համար: Ցույց է տրված, որ օգտագործելով ըստ արագության սելեկտիվ օպտիկական մղման ռեզոնանսները, որոնք ձևավորվում են սուբմիկրոնային բջջի (լցված Rb-ի ատոմներով) բացթողման սպեկտրում, գծային բևեռացված լազերային ճառագայթման եզակի անցման ժամանակ, հնարավոր է թույլ մագնիսական դաշտերի չափումը սկսած 5 Գս-ից: Հաշվի առնելով նախորդ արդյունքները, նույնպես ստացված սուբմիկրոնային բջջի օգնությամբ ^{87}Rb, D_1 գծի ատոմային համակարգի դեպքում, շրջանաձև բևեռացված լազերային ճառագայթմամբ, մագնիսական դաշտի չափման ընդհանուր տիրույթը (ինչպես համասեռ, այնպես էլ անհամասեռ դաշտերի համար) կարող է կազմել 5–5000 Գս:

USAGE OF SUB-DOPPLER OPTICAL RESONANCES FOR MEASUREMENT OF WEAK MAGNETIC FIELDS USING AN EXTREMELY THIN CELL FILLED WITH RUBIDIUM VAPOR

A.D. SARGSYAN, G.T. HAKHUMYAN, D.H. SARKISYAN

Two atomic systems of ^{85}Rb and ^{87}Rb , D_1 line have been studied both experimentally and theoretically. We demonstrate that using velocity-selective optical pumping resonances which are formed in the transmission spectrum of a submicron thin cell (filled with Rb atoms) in the case of single passage through it of a laser radiation with a linear polarization allows one to measure weak magnetic fields starting from 5 G. Taking into account previously obtained results, also with the help of submicron thin cell with use of atomic system of ^{87}Rb, D_1 line and laser radiation with a circular polarization, the total range of magnetic field meausurement (both homogeneous and inhomogeneous) can achieve 5–5000 G.

Известия НАН Армении, Физика, т.47, №2, с.111-120 (2012)

УДК 535.42

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ СВОБОДНЫМИ НОСИТЕЛЯМИ В КРЕМНИИ

Р.Р. ВАРДАНЯН[1], В.К. ДАЛЛАКЯН[1], У. КЕРСТ[2], К. БОЙТ[2]

[1]Государственный инженерный университет Армении, Ереван,

[2]Берлинский технический университет, Германия

(Поступила в редакцию 27 июля 2011 г.)

Проанализированы различные эмпирические модели поглощения света свободными носителями заряда в кремнии в инфракрасном и ближнем инфракрасном диапазонах. Разработана усовершенствованная модель поглощения свободными носителями в кремнии. Результаты получены для диапазона длин волн от 0.9 мкм до 6 мкм для кремния *n*-типа и от 0.9 мкм до 8 мкм для кремния *p*-типа. Новая модель оценена с помощью параметра R^2 и получено удовлетворительное согласие с экспериментом.

1. Введение

Для анализа отказов интегральных схем, как с передней стороны, так и с обратной, в настоящее время широко используется метод термической лазерной стимуляции. Термическая лазерная стимуляция наблюдалась в кремниевых приборах при использовании лазерного источника на 1.3 мкм [1,2]; она была вызвана поглощением свободными носителями в сильно допированных областях. Лазер на 1.064 мкм используется при фотоэлектрической лазерной стимуляции; при этом лазер не только генерирует в кремнии электрон-дырочные пары, но и создает некоторые термические эффекты.

Для определения величины прореживания, необходимой для конкретного измерения при анализе отказов, необходимы зависимости коэффициентов поглощения от длины волны и плотности носителей [3]. Определение коэффициента поглощения в ИК и ближнем ИК диапазоне весьма важно также для создания оптоэлектронных приборов и моделирования поглощения свободных носителей в солнечных элементах [4].

В настоящей работе проведен анализ существующих моделей поглощения света в кремнии в ИК и ближнем ИК диапазонах и разработана новая модель поглощения свободными носителями.

2. Эмпирические модели поглощения

В коротковолновой части ближнего ИК диапазона имеет место эффект оптического поглощения с участием фононов, при котором генерируются элек-

тронно-дырочные пары. Поскольку кремний не является прямозонным материалом, переход из максимума валентной зоны в минимум зоны проводимости может иметь место лишь с помощью фононов [5]. Исследования S.E. Aw и др. [6] приводят к полуэмпирической формуле для коэффициента поглощения с участием фононов:

$$\begin{aligned} &a^{1/2} = k_{pa}\left(E_0 - E_{ph} - \Delta E(N)\right) \text{ при } E_{ph} > E_0 - \Delta E(N), \\ &a = 0 \text{ при } E_{ph} \le E_0 - \Delta E(N), \end{aligned} \tag{1}$$

где k_{pa} – эмпирически определяемая константа, E_0 – энергия щели, E_{ph} – энергия фонона и $\Delta E(N)$ – сдвиг энергии, зависящий от концентрации примесей N. Постоянная k_{pa} равна 58 эВ$^{-1}$ см$^{-1/2}$, а эмпирическое значение E_0 составляет 1.09 эВ. Сдвиг энергии щели, согласно [6], равен

$$\Delta E(N) = k_N N^{1/3},$$

где значение k_N равно 10^{-8} эВ·см как для *n*-, так и для *p*-примесей. Отметим, что ранее подобное выражение для коэффициента поглощения с участием фононов без сдвига энергии щели было получено в работе [7].

Основным эффектом оптического поглощения в допированном кремнии в ближней ИК области является поглощение свободными носителями заряда, которое непосредственно не генерирует электронно-дырочных пар [5]. В 1987 году Сореф и Беннет [8] исследовали экспериментально изученный электрооптический эффект в кремнии и нашли изменения показателя преломления и коэффициента оптического поглощения, обусловленные инжекцией/обеднением свободных носителей заряда. В этой работе была использована модель Друде для поглощения и соответствующие преобразования Крамерса–Кронига. Изменение вышеуказанных величин при инжекции и обеднении свободных носителей может быть вычислено с помощью значений концентраций электронов и дырок в структуре. Например, для 1.55 мкм в кремнии модель Сорефа дает выражение [9-11]

$$\Delta a = 8.8\times10^{-22} N_n + 8.5\times10^{-8} N_p^{0.8},$$

где Δa – изменение поглощения, а N_n и N_p – концентрации, соответственно, электронов и дырок.

В работе Сорефа и Беннета отмечалось, что коэффициент поглощения, предсказываемый этой моделью, занижен по сравнению с измеренным значением (рис.12-15 работы [8]). Однако, эта модель удобна для определения изменения показателя преломления и коэффициента оптического поглощения из-за инжекции/обеднения свободных носителей в кремниевых электрооптических приборах [12-16].

Широко используемая эмпирическая модель поглощения свободными носителями в кремнии дана Шредером и др. [17,18]:

$$a = \lambda^2 \left(10^{-18} N_n + 2.7 \times 10^{-18} N_p\right), \quad (2)$$

где коэффициент поглощения a измеряется в см$^{-1}$, концентрации N_n и N_p электронов и дырок – в см$^{-3}$, а длина волны λ – в мкм. Эта модель применима для больших длин волн ($\lambda \geq 5$ мкм).

Для длин волн вблизи щели существует модель Грина [19], основанная на анализе данных Шмида [20]:

$$a = \lambda^2 \left(2.6 \times 10^{-18} N_n \lambda + 2.7 \times 10^{-18} N_p\right), \quad (3)$$

где a измеряется в см$^{-1}$, λ – в мкм, а N_n и N_p – в см$^{-3}$.

ИК поглощение свободными носителями смоделировано также в работе [6] с использованием уравнения Друде:

$$a = \lambda^2 \left(3.5 \times 10^{-18} N_n \lambda + 3.3 \times 10^{-18} N_p\right). \quad (4)$$

С помощью этого уравнения можно определить [3] коэффициент поглощения на длинах волн, больших ~1.5 мкм, при которых поглощение в основном обусловлено безфотонным взаимодействием носителей.

Для того чтобы оценить вышеприведенные модели, определим коэффициенты поглощения в ИК диапазоне по формулам (2), (3) и (4) и сравним их с экспериментальными данными, приведенными в работе [8]. С этой целью переведем экспериментальные зависимости от энергии фотона в зависимости от длины волны. В качестве примера на рис.1 приведены экспериментальные кривые и расчетные модельные кривые для двух различных концентраций примесей.

Из рисунка видно, что имеет место некоторое расхождение экспериментальных данных по коэффициенту поглощения с построенными для различных моделей кривыми. В области малых длин волн разница между экспериментальными данными и вычислениями по модели Грина (3) меньше, чем между экспериментом и моделью S.E. Aw и др. (4). Для больших длин волн ситуация обратная: модель S.E. Aw и др. подгоняется под экспериментальные данные лучше, чем модель Грина. Можно также заключить, что в случае низких концентраций примеси и длин волн, больших чем 5 мкм, модель Шредера (2) лучше фитирует экспериментальные данные, чем остальные модели (рис.1а). Однако в случае больших концентраций примеси модель S.E. Aw и др. подходит лучше, чем модель Шредера (рис.1б).

Для кремния *p*-типа коэффициент поглощения, полученный по модели Грина и по модели S.E. Aw и др., также сравнивался с экспериментальными данными, приведенными в [8]. Для этого типа кремния также имеется некоторое расхождение между экспериментальными и теоретическими данными. Аналогичное расхождение экспериментальных данных с кривой, рассчитанной по модели Грина, получено Штумпфом при анализе данных [5]. Как отмечено в [3], для образца с концентрацией примеси бора в монокристаллическом крем-

нии, равной 5.5×10^{18} см$^{-3}$ (рис.6.2 работы [5]), для подгонки эмпирической кривой к измерениям число свободных носителей должно быть в 1.5 раза больше.

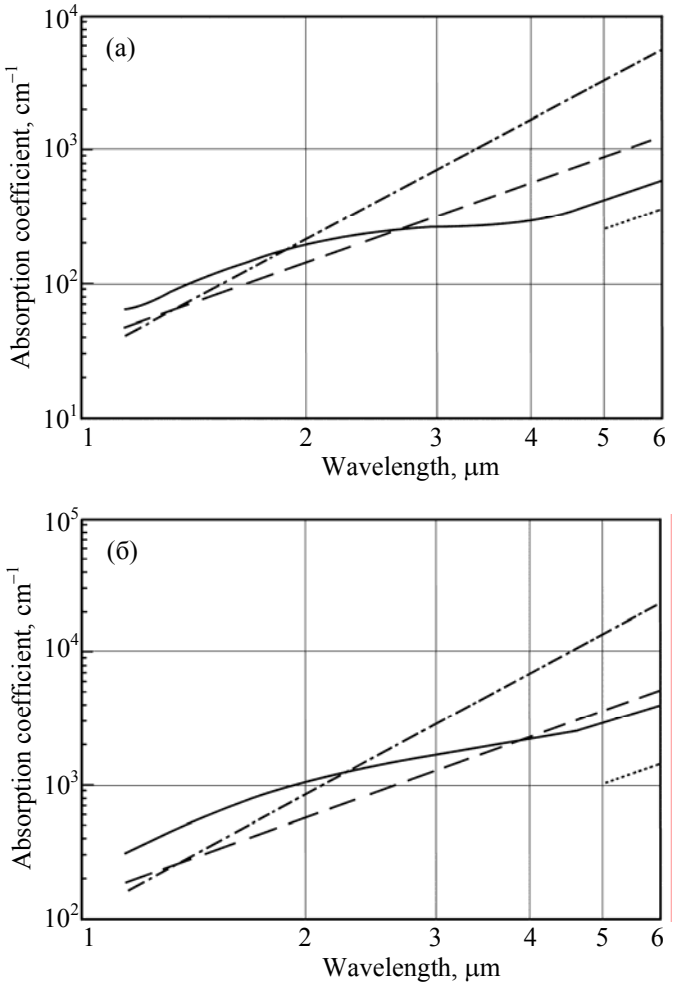


Рис.1. Сравнение экспериментальных данных (сплошная линия) по коэффициенту поглощения свободными носителями в кремнии *n*-типа с расчетными данными по эмпирическим моделям Шредера (точечная кривая), Грина (штрих-пунктирная кривая) и S.E. Aw и др. (пунктирная кривая). Экспериментальные данные и эмпирические зависимости построены для следующих концентраций примеси: (а) $n = 10^{19}$ см$^{-3}$; (б) $n = 4\times10^{19}$ см$^{-3}$.

Таким образом, имеются различные модели коэффициента поглощения свободными носителями в кремнии, применимые в различных областях ИК диапазона с различной степенью фитирования. С целью уменьшения расхождения между экспериментальными данными и эмпирической моделью мы развили новый подход к анализу экспериментальных данных и моделированию поглощения свободными носителями в кремнии.

3. Распределение интенсивности лазерного пучка в среде

Проанализируем математическую модель коэффициента поглощения света в ИК диапазоне, используя экспериментальные данные, приведенные Сорефом и Беннетом для кремния *n*- и *p*-типа (рис.5 и 7 работы [8]). Рассмотрим область длин волн от 1.15 мкм до 6 мкм для кремния *n*-типа и от 1.15 мкм до 8 мкм для кремния *p*-типа. Вначале экспериментальные данные оцифровывались с помощью компьютерной программы "GetData Graph Digitizer" и определялись данные по коэффициентам поглощения. Далее в этих графиках энергия фотона переводилась в длину волны при помощи фактора 1.2398561 мкм/эВ. Эти экспериментальные данные интерполировались программой "MatLab" и были получены полиномы шестой степени. Для кремния *n* типа имеем

$$a_{ni}(\lambda) = A_i\lambda^6 + B_i\lambda^5 + C_i\lambda^4 + D_i\lambda^3 + E_i\lambda^2 + F_i\lambda + G_i, \qquad (5)$$

где $a_{ni}(\lambda)$ – коэффициент поглощения в кремнии *n*-типа, а i – номер кривой с соответствующей концентрацией примеси; $i = 1,\ldots 7$. Коэффициенты A, B, C, D, E, F, G представлены в таблице.

Табл.1. Коэффициенты полинома (5).

Номер кривой	Концентрация примесей ($см^{-3}$)	A	B	C	D	E	F	G
1	3.2×10^{17}	0	0	–0.053928	1.0177	–6.752	19.019	–13.232
2	6×10^{18}	0.35701	–8.2592	74.773	–329.77	710.92	–608.74	167.9
3	10^{19}	0.77911	–18.467	171.53	–781.09	1789	–1809.3	699.91
4	2.4×10^{19}	1.9546	–45.884	422.21	–1893.7	4196.6	–3841	1238.6
5	2.8×10^{19}	0	0	–10.467	183.94	–1070.4	2805.3	–1909.5
6	3.2×10^{19}	0	0	–15.443	253.06	–1385.7	3448.4	–2315
7	4×10^{19}	0.79563	–22.235	237.9	–1205.7	2946.3	–2480.8	715.91

Полином (5) достаточно хорошо фитирует экспериментальную зависимость коэффициента поглощения от длины волны при заданной концентрации примеси. Для определения коэффициента поглощения при любом значении концентрации примеси N, строим зависимости $a = f(N)$ для фиксированных значений длины волны. Для кремния *n*-типа построена эта зависимость в диапазоне от 1.15 мкм до 6 мкм с использованием полинома (5) и изменением длины волны с шагом 0.05 мкм. Пример зависимости $a = f(N)$ для *n*-кремния при $\lambda = 6$ мкм приведен на рис.2.

В большинстве опубликованных работ [16,17,20] указывается, что коэффициент поглощения свободными носителями зависит от концентрации последних линейно (по крайней мере, при комнатной температуре). Поэтому каждая кривая $a = f(N)$ интерполируется как линейная функция. Принимая во внимание, что теоретически коэффициент поглощения должен зануляться при нулевой концентрации примеси, интерполяционную линейную функцию надо

записать в виде

$$a(\lambda, N) = k(\lambda) N \tag{6}$$

с коэффициентом $k(\lambda)$, зависящим от длины волны. Для получения зависимости этого коэффициента от длины волны построена соответствующая функция (точечная линия на рис.3).

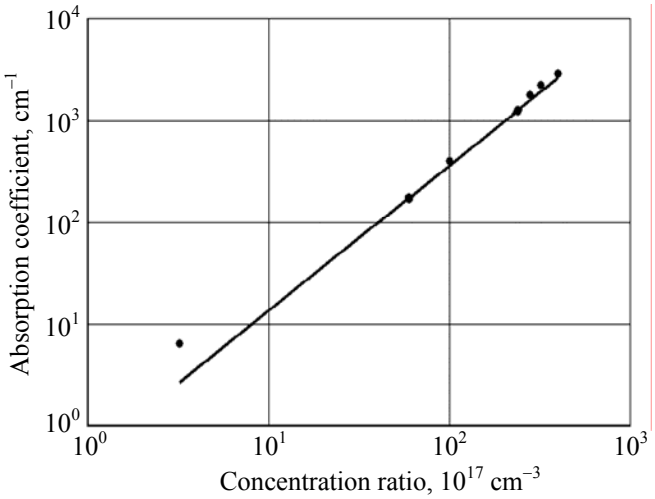


Рис.2. Зависимость коэффициента поглощения от концентрации примеси для *n*-кремния. Точки показывают экспериментальные значения при $\lambda = 6$ мкм.

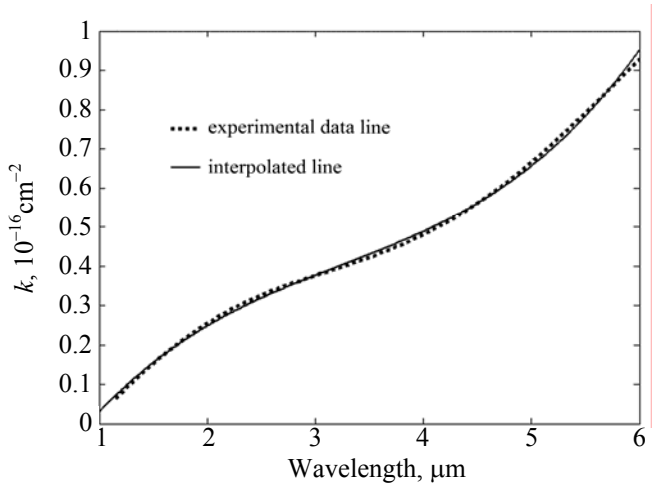


Рис.3. График функции $k(\lambda)$ для *n*-кремния.

Принимая во внимание, что линия (точечная) экспериментальных данных имеет вид кривой третьего порядка, получаем фитирующую интерполяционную кривую в виде следующего полинома третьей степени для *n*-кремния:

$$4k(\lambda) = 10^{-18}\left(1.2073\lambda^3 - 11.696\lambda^2 + 48.391\lambda - 34.812\right), \quad (7)$$

который достаточно хорошо совпадает с эмпирической кривой. Подставляя (7) в (6), получим выражение для поглощения свободных носителей в *n*-кремнии в диапазоне от 1.15 мкм до 6 мкм:

$$a_n = N_n 10^{-18}\left(1.2073\lambda^3 - 11.696\lambda^2 + 48.391\lambda - 34.812\right). \quad (8)$$

Подобным образом получаем формулу для поглощения свободных носителей в *p*-кремнии в диапазоне от 1.15 мкм до 8 мкм:

$$a_p = N_p 10^{-19}\left(-2.4853\lambda^3 + 65.535\lambda^2 - 120.11\lambda + 122.18\right). \quad (9)$$

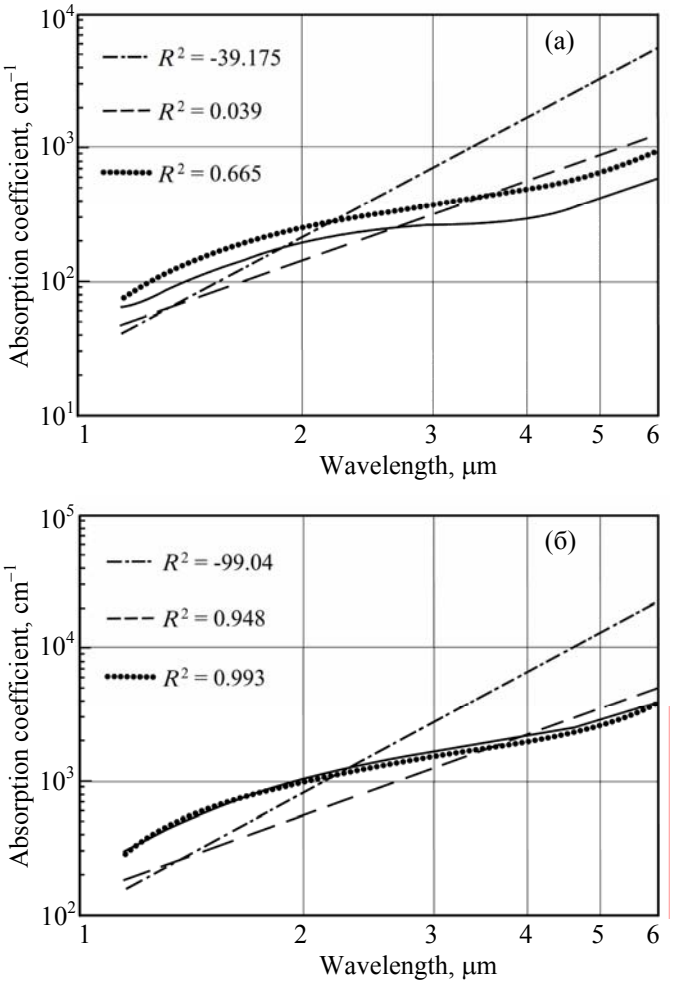


Рис.4. Сравнение экспериментальных данных (сплошная линия) с формулой (8) для *n*-кремния (точечная линия) и с вычисленными по эмпирическим моделям Грина (штрих-пунктир) и S.E. Aw и др. (пунктир). Графики построены для концентраций примеси 10^{19} см$^{-3}$ (а) и 4×10^{19} см$^{-3}$ (б).

Используя полученную для *n*-кремния формулу (8), мы построили зависимость коэффициента поглощения от длины волны и сравнили с экспериментальными данными. Результаты для двух различных концентраций примеси представлены на рис.4. На рисунке видно, что форма кривой (точечной), полученная из формулы (8), подобна форме экспериментальной кривой и в определенном диапазоне длин волн лучше фитирует эту кривую (сплошная линия), чем кривые, построенные по моделям Грина (штрих-пунктирная линия) и S.E. Aw и др. (пунктирная линия).

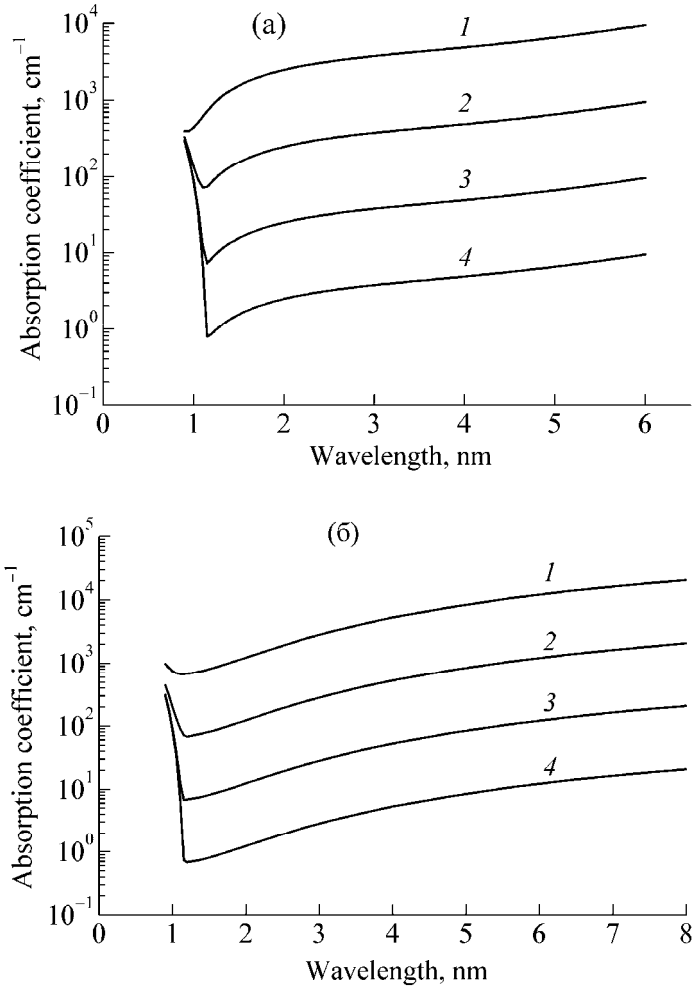


Рис.5. Коэффициенты поглощения для кремния *n*- (а) и *p*- (б) типа при различных концентрациях примесей: 1 – 10^{20} см$^{-3}$, 2 – 10^{19} см$^{-3}$, 3 – 10^{18} см$^{-3}$, 4 – 10^{17} см$^{-3}$.

Для того чтобы оценить, насколько хорошо фитируются экспериментальные данные, используется параметр R^2. Отметим, что R^2 имеет обычно дробные значения между нулем и единицей и не имеет размерности. На самом

деле эта величина не является квадратом чего-либо и может быть также отрицательной. Большие значения (близкие к единице) указывают на лучшее совпадение модели с экспериментальными данными [21]. Поэтому мы вычислили параметр R^2 для различных концентраций примеси для каждой модели (рис.4). Сравнивая полученные результаты, можно видеть, что формула (8) лучше соответствуют экспериментальным данным, чем другие модели. Кроме того, мы вычислили полный R^2 для всех концентраций примеси и получили следующие значения: $R^2 = -12.36$ для модели Грина, $R^2 = 0.897$ для модели S.E. Aw и др. и $R^2 = 0.985$ по формуле (8). Это также свидетельствует о том, что формула (8) лучше описывает эксперимент.

Построены также графики зависимости коэффициента поглощения от длины волны для *p*-кремния и сравнены с формулой (9). Для оценки качества фитирования был вычислен параметр R^2 также для *p*-кремния. Получены следующие значения полного по всем кривым параметра R^2: 0.960 для модели Грина, 0.996 для модели S.E. Aw и др. и 0.997 для формулы (9). Как видим, формула (9) лучше фитирует экспериментальные данные. Однако, учитывая малое отличие значений R^2 друг от друга, можно заключить, что в случае *p*-кремния все модели подходят примерно одинаково.

Таким образом, разработанная модель (8) и (9) может применяться для определения коэффициента поглощения свободными носителями в кремнии. С использованием развитой эмпирической модели мы опредилили и построили коэффициенты поглощения для кремния *n*- и *p*- типа при различных концентрациях примесей (рис.5).

Отметим, что для малых длин волн и в ближнем ИК диапазоне коэффициент поглощения определяется с помощью формулы (1). Рис.5 показывает, что, как и ожидалось, коэффициент поглощения растет, а минимум поглощения сдвигается в сторону коротких волн с ростом концентрации примеси.

4. Заключение

Из результатов работы можно сделать следующие выводы.

1. Имеется некоторое расхождение между экспериментальными данными и различными известными моделями поглощения света свободными носителями в кремнии.

2. Для уменьшения расхождения между экспериментальными данными и эмпирическими моделями развит новый подход к анализу экспериментальных данных и моделированию поглощения свободными носителями.

3. Разработана новая улучшенная эмпирическая модель для определения коэффициента поглощения свободными носителями в ближнем ИК и ИК диапазонах.

4. Полученные эмпирические формулы для кремния *n*- и *p*-типа удовлетворительно описывают экспериментальные данные. Развитая модель может использоваться для определения коэффициента поглощения свободными носителями в кремнии.

Авторы благодарны фонду Фольксваген, при поддержке которого выполнена настоящая работа.

ЛИТЕРАТУРА

1. **F.Beaudoin, R.Desplats, P.Perdu, C.Boit.** Principles of Thermal Laser Stimulation Techniques. Microelectronics Failure Analysis. Fifth Edition, p. 414.
2. **U.Kindereit, G.Woods, J.Tian, U.Kerst, C.Boit.** Investigation of laser voltage probing signals in CMOS transistors. IRPS, 2007.
3. **R.A.Falk.** Near IR absorption in heavily doped silicon – an empirical approach. Proc. of the 26th International Symposium for Testing and Failure Analysis, p.121.
4. **D.A.Clugston, P.A.Basore.** Prog. Photovolt.: Res. Appl., **5**, 229 (1997).
5. **W.Stumpf.** Investigation and simulation of the optical properties of doped silicon. University of Constance, Faculty of Physics, 2001.
6. **S.E.Aw, H.S.Tan, C.K.Ong.** J. Phys. Condensed Matter, **3**, 8213 (1991).
7. **А.М.Васильев, А.П.Ландсман.** Полупроводниковые фотопреобразователи. М.: Сов. радио, 1971.
8. **R.A.Soref, B.R.Bennett.** IEEE J. Quantum Electron., **QE-23**, 123 (1987).
9. **A.Liu, R.Jones, L.Liao, D.Samara-Rubio, D.Rubin, O.Cohen, R.Nicolaescu, M.Paniccia.** Nature, **427**, 615 (2004).
10. **C.E.Png, S.P.Chan, S.T.Lim, G.T.Reed.** J. Lightwave Technol., **22**, 1573 (2004).
11. **C.A.Barrios, V.R.Almeida, R.Panepucci, M.Lipson.** J. Lightwave Technol., **21**, 2332 (2003).
12. **M.Lipson.** J. Lightwave Technol., **23**, 4222 (2005).
13. **Q.Xu, B.Schmidt, S.Pradhan, M.Lipson.** Nature, **435**, 325 (2005).
14. **C.Chen, B.Miao, D.W.Prather.** Proc. SPIE, **6477**, 64770Y (2007).
15. **E.Heller, B.Grote, J.J.Maki, R.Scarmozzino.** Proc. SPIE, **5722**, 482 (2005).
16. **X.Zhang, B.Li, C.Gao.** Eur. Phys. J. Special Topics, **153**, 279 (2008).
17. **D.K.Schroder, R.N.Thomas, J.C.Swartz.** IEEE Trans. on Electron Devices, **ED-25**, 254 (1978).
18. Silicon Basic Parameters at 300K, http://www.ioffe.ru/SVA.
19. **M.A.Green.** Silicon solar cells: Advances Principles and Practice. Sydney: Bridge Printery, 1995.
20. **P.E.Schmid.** Phys. Rev., **23**, 5531 (1981).
21. **H.W.Coleman, W.G.Steele.** Experimentation, Validation, and Uncertainty Analysis for Engineers. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.

MODELING FREE CARRIER ABSORPTION IN SILICON

R.R. VARDANYAN, V.K. DALLAKYAN, U. KERST, C. BOIT

Different empirical models of light absorption in silicon by free charge carriers in near infrared and infrared regions are analyzed. An improved empirical model for free carrier absorption in silicon is developed. Results are obtained for the wavelength range from 0.9 μm to 6 μm for *n*-type, and from 0.9 μm to 8 μm for *p*-type silicon. The new model is evaluated by parameter R^2 and the sufficient fitting of experimental data is obtained.

Известия НАН Армении, Физика, т.47, №2, с.121-130 (2012)

УДК 621.373

ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКОГО ФЕМТОСЕКУНДНОГО ИМПУЛЬСА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В ОДНОМОДОВОМ ВОЛОКНЕ СО СМЕЩЕННОЙ ДИСПЕРСИОННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

К.А. ОГАНЕСЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 12 октября 2011 г.)

Приведены результаты вейвлет-анализа предельно короткого фемтосекундного лазерного импульса, распространяющегося в одномодовом оптическом волокне со смещенной дисперсионной характеристикой. Показаны преимущества вейвлет-анализа по сравнению с Вигнер-анализом. В частности, применение вейвлет-анализа позволяет улучшить спектральное разрешение исследуемого импульса в области высоких частот.

1. Введение

В отличие от традиционно применяемого для анализа сигналов преобразования Фурье, вейвлет-преобразование обеспечивает двумерную развертку исследуемого одномерного сигнала. При этом частота и координата рассматриваются как независимые переменные. В результате появляется возможность анализировать свойства сигнала одновременно в физическом (время, координата) и в частотном пространствах. Вейвлет-анализ позволяет выявить пространственно распределенные свойства изучаемого обьекта, определить распределение областей диссипации, получить локальную высокочастотную и глобальную крупномасштабную информацию об анализируемом сигнале. Вейвлет-анализ является своего рода “математическим микроскопом”, позволяющим обеспечить хорошее временное разрешение на разных временных масштабах одномерного сигнала. Следовательно, с практической точки зрения, применение вейвлет-анализа к предельно коротким лазерным импульсам, распространяющимся в нелинейной среде, может обеспечить одновременную локализацию скачка как во временном профиле, так и в спектре лазерного импульса. Известно, что при распространении фемтосекундного лазерного импульса в нелинейной среде происходит укручение переднего фронта импульса, что соответствует асимметричному уширению спектра.

Возникновение зависящей от интенсивности добавки к показателю преломления в случае коротких лазерных импульсов, распространяющихся в нелинейной среде, приводит к физически значимой модуляции фазы лазерного импульса – фазовой самомодуляции (ФСМ). В рамках приближения, учитывающе-

го лишь первый порядок дисперсии материала, временное самовоздействие лазерного импульса приводит к симметричному уширению его спектра. Однако имеется ряд физических механизмов, приводящих к асимметрии спектрального уширения уже при умеренных интенсивностях лазерного импульса. Три наиболее важных механизма связаны с пространственным самовоздействием, образованием ударного фронта огибающей и конечным временем нелинейно-оптического отклика среды. Пространственное самовоздействие связано с керровской нелинейностью среды [1]. Образование ударного фронта огибающей лазерного импульса обусловлено зависимостью групповой скорости импульса от интенсивности [1].

Для описания процесса генерации спектрального суперконтинуума, имеющей место при распространении предельно короткого фемтосекундного лазерного импульса, может быть использовано нелинейное уравнение Шредингера высокого порядка (НУШВП), в котором учитываются как дисперсионные члены, так и нелинейности высших порядков. Очевидно, что для описания процесса распространения лазерного импульса длительностью в несколько оптических колебаний необходимо решить систему уравнений Максвелла [2,3]. Тем не менее, с целью описания процесса генерации спектрального суперконтинуума предельно коротким фемтосекундным лазерным импульсом, когда еще справедливо предположение о медленности изменения комплексной амплитуды импульса на масштабах среднего периода колебаний (приближение метода медленно меняющихся амплитуд (ММА)), может быть использовано НУШВП [4-7]. Вместе с тем для описания процесса распространения предельно коротких фемтосекундных лазерных импульсов, когда условия применимости ММА не выполняются, существуют аналитические методы, основанные на описании эволюции электрического поля импульса, а не медленной амплитуды [8,9].

В данной работе приводятся результаты вейвлет-анализа предельно короткого фемтосекундного лазерного импульса, распространяющегося в одномодовом оптическом волокне со смещенной дисперсионной характеристикой, с учетом членов высших порядков. Использовано преобразование с вейвлет “марлет”. Вейвлет-анализ проводится для численного решения НУШВП, в котором учтены нелинейность пятого порядка и дисперсионные члены четвертого и пятого порядков. Численное решение НУШВП получено методом прямых.

2. НУШВП с учетом нелинейности пятого порядка и дисперсионных членов четвертого и пятого порядков

Рассмотрим процесс распространения предельно короткого фемтосекундного лазерного импульса вдоль оси z в одномодовом волокне. Этот процесс описывается НУШВП, которое в обозначениях [1] может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} &i\left(\partial E/\partial\xi\right)+\alpha_1\partial^2 E/\partial\tau^2+\alpha_2\left|E\right|^2 E+\alpha_3\left|E\right|^4 E=i\alpha_4\partial^3 E/\partial\tau^3+\alpha_8\partial^4 E/\partial\tau^4+\\ &+i\alpha_9\partial^5 E/\partial\tau^5+i\alpha_6\left(\partial/\partial\tau\right)\left(\left|E\right|^2 E\right)+i\alpha_5 E\left(\partial/\partial\tau\right)\left|E\right|^2+i\alpha_7 E\left(\partial/\partial\tau\right)\left|E\right|^4, \end{aligned} \tag{1}$$

где $E(\xi,\tau)=A(\xi,\tau)/P_0^{1/2}$, $A(\xi,\tau)$ – медленно меняющаяся амплитуда, P_0 – максимум мощности импульса, $\xi=(z|\beta_2|)/\tau_0^2$, β_2 – дисперсия групповой скорости, τ_0 – длительность импульса, определяемая на полувысоте $T_{\text{FWHM}}\equiv 2\sqrt{\ln 2}\tau_0 = =1.665\tau_0$ (для гауссовского импульса), $\tau=(t-z/v_g)/\tau_0$, v_g – групповая скорость, $\alpha_1=-\beta_2/2|\beta_2|$, $\alpha_2=N^2=\gamma P_0\tau_0^2/|\beta_2|$, $\gamma=n_2\omega_0/(cA_{eff})$ – коэффициент нелинейности, c – скорость света в вакууме, ω_0 – несущая частота, A_{eff} – эффективная площадь моды, n_2 – нелинейный индекс преломления, обусловленный нелинейностью $\chi^{(3)}$, $\alpha_3=N_1^2=\gamma_1 P_0^2\tau_0^2/|\beta_2|$, $\gamma_1=\gamma(n_4/n_2)/A_{\text{eff}}$, n_4 – квадратичный нелинейный индекс, обусловленный нелинейностью $\chi^{(5)}$, $\alpha_4=\beta_3/(6|\beta_2|\tau_0)$, β_3 – дисперсия третьего порядка, $\alpha_5=N^2(\tau_R/\tau_0)$, τ_R – постоянная времени, определяемая наклоном линии рамановского усиления в окрестности несущей частоты ω_0, $\alpha_6=-2N^2/(\omega_0\tau_0)$, $\alpha_7=N_1^2(\tau_R/\tau_0)$, $\alpha_8=-(\beta_4/24)/(|\beta_2|\tau_0^2)$, β_4 – дисперсия четвертого порядка, $\alpha_9=-(\beta_5/120)/(|\beta_2|\tau_0^3)$, β_5 – дисперсия пятого порядка. В диапазоне длин волн 1.5–2 мкм эффективная площадь моды $A_{\text{eff}}=50-80$ мкм^2 [1]. В (1) коэффициенты α_5 и α_7 учитывают нелинейный инерционный отклик среды, обусловленный рамановским рассеянием в волокне, и определяются коэффициентами $\chi^{(3)}$ и $\chi^{(5)}$, соответственно. Коэффициент α_6 учитывает самообострение лазерного импульса, а α_1, α_4, α_8 и α_9 учитывают дисперсию третьего, четвертого и пятого порядков, соответственно. Коэффициенты α_2 и α_3 учитывают фазовую самомодуляцию и определяются нелинейностями $\chi^{(3)}$ и $\chi^{(5)}$, соответственно.

В данной работе рассматривается процесс распространения предельно короткого фемтосекундного лазерного импульса со значением центральной длины волны, соответствующей нулевой дисперсии, в одномодовом волокне со смещенной дисперсионной характеристикой. Для данных волокон дисперсионные характеристики определяются в соответствии с выражениями

$$\beta_2(\lambda)=-392.3+1140.2\times\lambda-1013.8\times\lambda^2+284.1\times\lambda^3 \text{ (пс)}^2/\text{км}, \quad (2)$$

$$\beta_3(\lambda)=-5.3052\times10^{-5}\times\lambda^2(1140.2-2027.6\times\lambda+852.3\times\lambda^2) \text{ (пс)}^3/\text{км}, \quad (3)$$

где значения коэффициентов определены экспериментально [1].

Для качественного понимания процесса эволюции временного профиля и спектра лазерного импульса, распространяющегося в одномодовом волокне, необходимо знание характеристических расстояний, на которых начинают проявляться как линейные дисперсионные члены всех порядков, так и нелинейные члены. Характеристические расстояния, соответствующие диперсионным расплываниям импульса и которые определяются дисперсионными членами второго, третьего, четвертого и пятого порядков, определяются как

$$Z_{\text{disp2}}=2\tau_0^2/|\beta_2|, \quad Z_{\text{disp3}}=6\tau_0^3/|\beta_3|, \quad Z_{\text{disp4}}=24\tau_0^4/|\beta_4|, \quad Z_{\text{disp5}}=120\tau_0^5/|\beta_5|. \quad (4)$$

Характеристические расстояния, соответствующие фазовой самомодуляции, укручению фронта и рамановскому рассеянию, определяются как

$$Z_{SPM3}=1/(\gamma P_0),\quad Z_{SPM5}=1/(\gamma_1 P_0^2),\quad Z_{SS}=(\omega_0\tau_0)/(2\gamma P_0),$$
$$Z_{IRS3}=(\tau_0/\tau_R)/(\gamma P_0),\ Z_{IRS5}=(\tau_0/\tau_R)/(\gamma_1 P_0^2). \tag{5}$$

Очевидно, что эволюция импульса, распространяющегося в одномодовом волокне, определяется отношением того или иного характеристического расстояния к длине волокна. Приведем численные оценки характеристических расстояний, соответствующих процессу распространения предельно короткого фемтосекундного импульса со значением центральной длины волны $\lambda_0 = 1.595$ мкм и длительностью $4T_0$ (где $T_0 = \lambda_0/c$ – период осцилляции). Значение центральной длины волны, равное 1.595 мкм, соответствует нулевой дисперсии в одномодовом волокне со смещенной дисперсионной характеристикой. Для этого типа волокна в указанной спектральной области время рамановского отклика $\tau_R = 3$ фс. Значение эффективной площади моды выберем равным $A_{\text{eff}} = 50$ мкм^2, что соответствует значениям коэффициентов нелинейностей $\gamma = 3$ Вт$^{-1}$ км$^{-1}$, $\gamma_1 = 8.437\times10^{-7}$ Вт$^{-2}$км$^{-1}$. Вышеприведенным значениям параметров импульса и среды соответствуют значения дисперсионных параметров второго, третьего, четвертого и пятого порядков $\beta_2 = -0.015$ пс^2/км, $\beta_3 = -0.01$ пс^3/км, $\beta_4 = 1.429\times10^{-4}$ пс^4/км, $\beta_5 = -1.102\times10^{-6}$ пс^5/км, соответственно. В частности, для импульса с длительностью $4T_0 = 21$ фс и максимумом мощности $P_0 = 10|\beta_2(\lambda)|/\gamma\tau_0^2 = 113$ кВт ($N^2 = 10$) значения характеристических расстояний равны $Z_{\text{disp2}} = 59$ м, $Z_{\text{disp3}} = 5.743$ м $\approx 0.1\,Z_{\text{disp2}}$, $Z_{\text{disp4}} = 34$ м $\approx 0.576 Z_{\text{disp2}}$, $Z_{\text{disp5}} = 474$ м $\approx 8 Z_{\text{disp2}}$, $Z_{\text{SPM3}} = 2.951$ м $\approx 0.05 Z_{\text{disp2}}$, $Z_{\text{SPM5}} = 93$ м $\approx 1.576 Z_{\text{disp2}}$, $Z_{\text{SS}} = 37$ м $\approx 0.627\,Z_{\text{disp2}}$, $Z_{\text{IRS3}} = 21$ м $\approx 0.356\,Z_{\text{disp2}}$, $Z_{\text{IRS5}} = 658$ м $\approx 11.15\,Z_{\text{disp2}}$. Как видно из вышеприведенных значений характеристических расстояний, при длительности импульса $4T_0 = 21$ фс и длине волокна Z_{disp2} дисперсионный член пятого порядка Z_{disp5} и рамановское рассеяние, обусловленное нелинейностью пятого порядка, не влияют на эволюцию импульса. Согласно вышеприведенным численным оценкам значений характеристических расстояний, при длине волокна, равной дисперсионной длине Z_{disp2}, линейным и нелинейным членами пятого порядка в НУШВП практически можно пренебречь.

В [10] методом прямых было получено численное решение НУШ с учетом членов до третьего порядка. Получено численное решение НУШВП с комплексным рамановским членом, описывающее распространение фемтосекундного оптического солитона в одномодовом волокне.

Уравнение в частных производных (1) является уравнением первого порядка по ξ и пятого порядка по τ. Начальное условие выбирается в виде

$$E(\xi=0,\tau) = E_0 \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau_0^2}\right)\exp\{-i\omega_0\tau\}, \tag{6}$$

где $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$. Представим $E(\xi,\tau)$ в виде $E(\xi,\tau) = v(\xi,\tau) + iw(\xi,\tau)$, где $v(\xi,\tau)$ и $w(\xi,\tau)$ – реальная и мнимая части электрического поля импульса. Для полной формулировки задачи надо рассмотреть и два граничных условия. Од-

нако, если уравнение (1) решается на достаточно большом временном интервале и изменения решения рассматриваются на достаточно малом промежутке времени, то влиянием граничных условий можно пренебречь. Решение уравнения (1) рассматривается в прямоугольнике $0 \le \xi \le L$, $0 \le \tau \le T$, ограниченном прямыми $\tau_m = mh$ $(m = 0,1,2,\ldots,M)$ и $\xi_n = nk$ $(n = 0,1,2,\ldots,N)$, где $h = T/M$, $k = L/N$. В [11] достаточно подробно описана численная схема решения уравнения (1), полученная методом прямых. Относительная погрешность во время вычислений выбиралась равной 10^{-6}.

3. Преимущества вейвлет-анализа по сравнению с кратковременным фурье-анализом

Преобразование Фурье хорошо локализует частоту, но без временного разрешения, а процесс дискретизации не обладает достаточной частотной локализацией [12-14]. Вейвлет-преобразование имеет подвижное окно, локализованное около выбранного момента времени и расширяющееся с ростом масштаба, что и является наиболее желательным при получении спектральной информации. Определяется это тем, что базисными функциями перечисленных выше преобразований являются, соответственно, локализующая только момент времени функция Дирака и достаточно хорошо локализующий как масштаб, так и момент времени солитоноподобный вейвлет. Для демонстрации преимуществ вейвлет-преобразования как метода локализованного спектрального анализа, проведем сравнение вейвлет-преобразования с часто используемым для анализа сигналов оконным или кратковременным преобразованием Фурье. Сконструируем базис функционального пространства $L^2(R)$ с помощью непрерывных масштабных преобразований и переноса вейвлета $V(t)$ с произвольными значениями базисных параметров – масштабного коэффициента *a* и параметра сдвига *b*:

$$V_{ab}(t) = |a|^{-1/2} V\left((t-b)/a\right), \quad a,b \in R, \quad V \in L^2(R). \tag{7}$$

На основе (7) запишем прямое интегральное вейвлет-преобразование

$$C(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) V\left((t-b)/a\right) dt, \tag{8}$$

где $s(t)$ – анализируемый сигнал, $V(a,b,t)$ – функция, описывающая вейвлет.

Сравнивая Фурье-преобразование с вейвлет-преобразованием (8), отметим отличия между ними: 1) базисные функции в виде $\sin(\omega t)$, $\cos(\omega t)$, зависящие от одного параметра – частоты ω, заменяются на вейвлет $V(a,b,t)$ – функцию, зависящую от двух параметров – *a*, *b*; 2) Фурье-спектр, зависящий от одного параметра – частоты ω, заменяется спектрограммой, определяемой двухпараметрической функцией – $C(a,b)$, один из параметров которой *a* определяет частоту ω, а другой *b* – время *t*.

Таким образом, частотный анализ при Фурье-преобразовании заменяется на частотно-временной анализ [13,14]. Для демонстрации преимуществ вейвлет-

преобразования как метода локализованного спектрального анализа проведем сравнение вейвлет-преобразования (8) с часто используемым для анализа сигналов оконным, или кратковременным, преобразованием Фурье

$$S(\omega,b)=\int_{-\infty}^{\infty} s(t)h(t-b)\exp(j\omega t)\,dt \qquad (9)$$

– преобразованием сигнала, умноженного предварительно на оконную функцию h. Таким образом, $S(\omega,b)$ есть разложение сигнала по семейству функций $h(t-b)\exp(j\omega t)$, образованному из единственной функции $h(t)$ с помощью переносов b во времени и переноса ω по частоте, в то время как результат вейвлет-преобразования $C(a,b)$ есть разложение сигнала по семейству $V_{ab}\left[(t-b)/a\right]$, образованному из единственной функции $V(t)$ с помощью переносов b во времени и растяжений a тоже во времени. Вейвлет-преобразование представляет собой как бы непрерывный банк оконных преобразований Фурье с различными окнами для каждой частоты. Таким образом, базисные функции оконного преобразования Фурье имеют одно и то же разрешение по времени и частоте $\left(h(t),h(\omega)\right)$ для всех точек плоскости преобразования, в то время как базисные функции вейвлет-преобразования имеют уменьшающееся с масштабом a разрешение по времени $\left(V(t/a)\right)$ и увеличивающееся с масштабом a разрешение по частоте $\left(V(a\omega)\right)$. Это свойство вейвлет-преобразования дает ему большое преимущество при анализе сигналов, так как быстрые вариации сигналов (высокочастотные характеристики) хорошо локализованы, а для выявления медленно меняющихся характеристик достаточно хорошего низкочастотного разрешения. Вейвлет-преобразование, обладающее подвижным частотно-временным окном, одинаково хорошо выявляет и низкочастотные, и высокочастотные характеристики сигналов. Преобразование Фурье ряда данных с равномерной дискретизацией по времени Δt не может достичь дискретизации по частоте большей, чем $\Delta\omega=\Delta t/2$ (частота Найквиста, демонстрирующая частный случай принципа неопределенности между временной и частотной локализациями). Аналогичное ограничение для вейвлет-преобразования можно выразить соотношением $\Delta t\Delta\omega\geq(4\pi)^{-1}$. Нетрудно заметить, что описанные преимущества вейвлетов могут оказаться чрезвычайно полезными, в частности, при описании частотно-временной эволюции фемтосекундных предельно коротких лазерных импульсов, распространяющихся в одномодовом оптическом волокне. Действительно, как было показано в [11], в соответствии с численным решением НУШВП, в котором учтены нелинейность пятого порядка и дисперсионные члены четвертого и пятого порядков, имеет место асимметризация “огибающей” импульса с укручением переднего фронта. И, соответственно, для более детализированного спектрального анализа переднего фронта импульса частотное разрешение должено быть лучше, чем для медленно меняющейся части импульса (задний фронт). Для спектрально-временного анализа предельно короткого лазерного импульса использован вейвлет Marlet, который часто применяется при анализе сигналов с локальными изменениями частоты и имеет следу-

ющий вид:

$$V\left(f_0,t\right)=\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)\cos\left(2\pi f_0 t\right), \tag{10}$$

где $f_0=5/2\pi$ – частота, которая определяет число осцилляций внутри гауссова импульса. При этом существует однозначное соответствие между частотой сигнала f и коэффициентом a: $f_k=f_0/ak$, $k=1,2,...,256$.

4. Результаты вейвлет-анализа предельно короткого фемтосекундного импульса, распространяющегося в одномодовом волокне

На рис.1 показаны временные профили огибающей и спектров, полученные на основе численного решения уравнения (1) методом прямых, при $\xi=0$ (кривые 1), $\xi=0.4$ (кривые 2) и $\xi=1$ (кривые 3), соответственно.

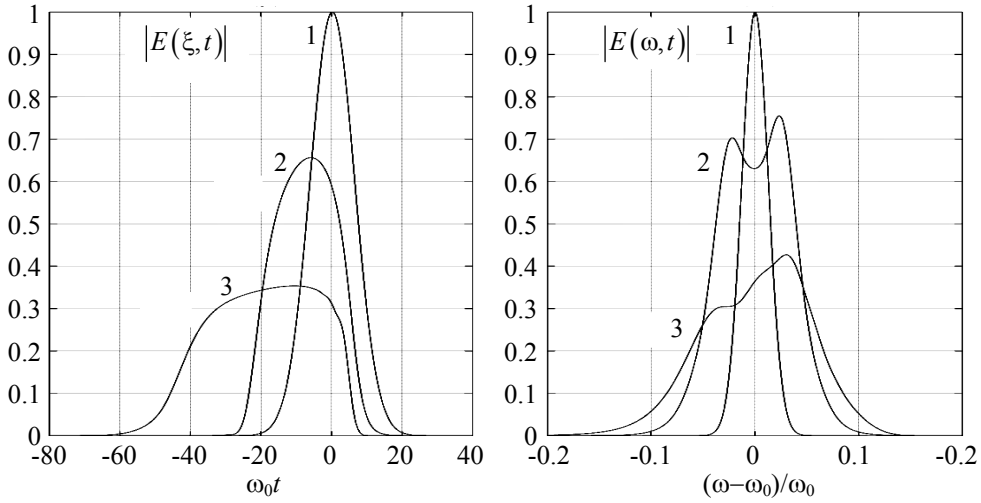


Рис.1. Временные профили огибающей и спектров, полученные на основе численного решения уравнения (1) методом прямых при ξ = 0 (кривые 1), ξ = 0.4 (кривые 2) и ξ = 1 (кривые 3).

На рис.2а приведен частотно-временной спектр $C\left(f,t\right)$ импульса (6) (при $\xi=0$) с длительностью $4T_0=21$ фс и максимумом мощности 113 кВт. На рис.2б представлены временные зависимости $C\left(f,t\right)$ для высокочастотных спектральных компонент. Представленный частотно-временной спектр $C\left(f,t\right)$ $[C\left(a,b\right)]$ рассчитан для случая, когда $a=1,2,\ldots,256$, однако на рис.2а представлен результат, соответствующий значениям $a=1,2,\ldots,128$, так как с практической точки зрения результат вейвлет-анализа более информативен в высокочастотной области. Значениям высокочастотных компонент, показанных на рис.2б, соответствуют значения коэффициента *a*, равные 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70 и 75, соответственно. Частотное разрешение в окрестности значений *a*, равных 15–20, составляет 3 ТГц. Временное разрешение, обуслов-

ленное шагом временной дискретизации дискретизированного во времени и пространстве уравнения (1), в нашем случае составляет 0.2 фс.

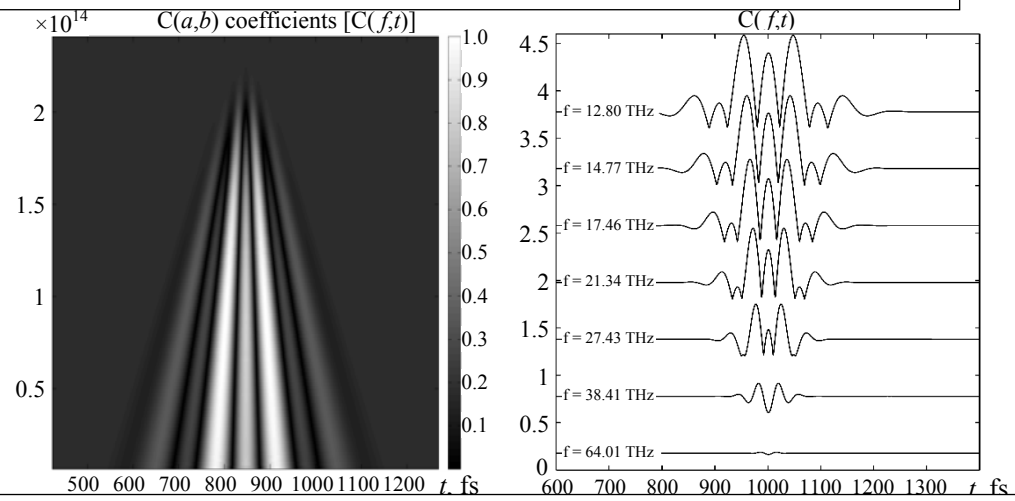


Рис.2. Частотно-временной спектр $C(f,t)$ импульса при $\xi = 0$ (а) и временные зависимости $C(f,t)$ для высокочастотных спектральных компонент (б).

На рис.3а показан частотно-временной спектр $C(f,t)$ импульса при $\xi = 0.4$. Согласно оценкам численных значений характеристических расстояний, приведенным в разделе 2, при $\xi = 0.4$ спектрально-временная эволюция импульса определяется совместным воздействием линейной дисперсии третьего порядка ($Z_{\text{disp3}} = 0.1 Z_{\text{disp2}}$), фазовой самомодуляции и рамановским рассеянием ($Z_{IRS3} = 0.356 Z_{\text{disp2}}$). Согласно [11], при заданном расстоянии $\xi = 0.4$ асимметрии временного профиля импульса пока не наблюдается. На рис.3б показаны временные зависимости $C(f,t)$ при $\xi = 0.4$ для тех же высокочастотных спектральных компонент, что и на рис.1б.

На рис.4а показан частотно-временной спектр $C(f,t)$ импульса при $\xi = 1$. Согласно оценкам численных значений характеристических расстояний, приведенным в разделе 2, при $\xi = 1$, кроме вышерассмотренных механизмов, на эволюцию импульса начинает оказывать влияние линейная дисперсия второго порядка. Происходит асимметризация временного профиля как “огибающей”, так и временной зависимости мгновенной частоты [11]. На рис.4б показаны временные зависимости $C(f,t)$ при $\xi = 1$ для тех же высокочастотных спектральных компонент, что и на рис.1б. Согласно рис.3б, степень асимметризации временного профиля, обусловленную укручением переднего фронта, можно описать в спектральном диапазоне с частотным разрешением не хуже 3 ТГц. При этом следует отметить, что для выбранного диапазона значений спектральных компонент кратковременный фурье-анализ не обеспечивает необходимого частотного разрешения 3 ТГц.

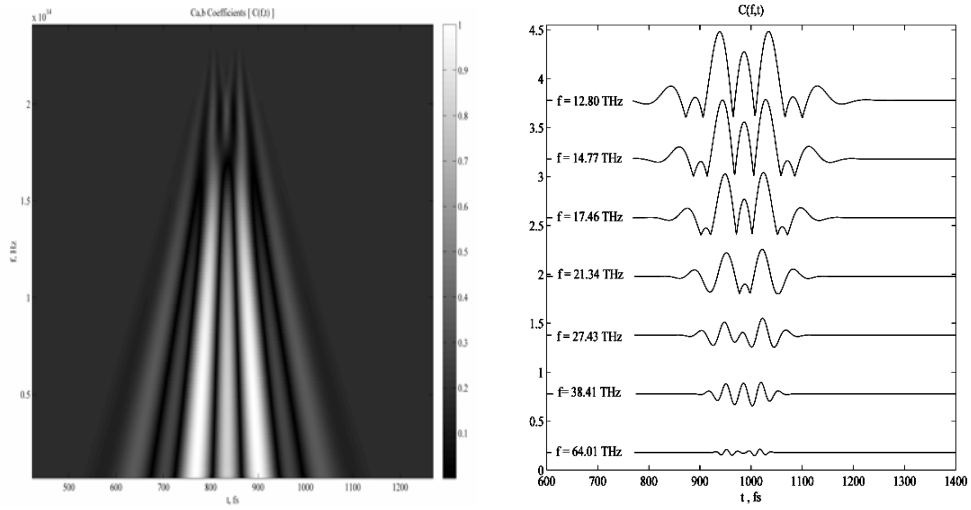


Рис.3. Частотно-временной спектр $C(f,t)$ импульса при ξ = 0.4 (а) и временные зависимости $C(f,t)$ для высокочастотных спектральных компонент (б).

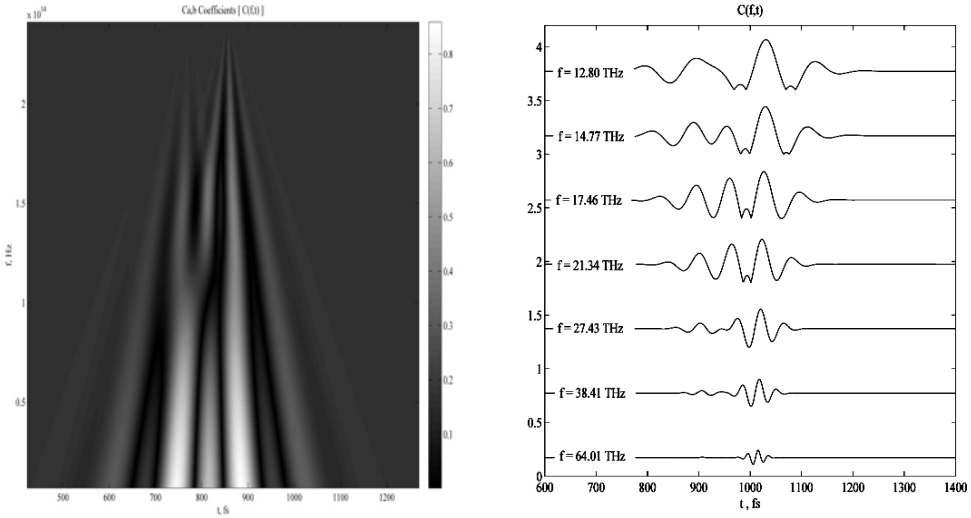


Рис.4. Частотно-временной спектр $C(f,t)$ импульса при ξ = 1 (а) и временные зависимости $C(f,t)$ для высокочастотных спектральных компонент (б).

Таким образом, как видно из вышеизложенного, вейвлет-анализ позволяет локализовать во времени резкие скачки в изменении временного профиля импульса с достаточно высоким спектральным разрешением.

5. Заключение

Приведены результаты вейвлет-анализа предельно короткого фемтосекундного импульса длительностью 21 фс со значением центральной длины вол-

ны 1.595 мкм, распространяющегося в одномодовом волокне со смещенной дисперсионной характеристикой. Центральная длина волны соответствует нулевой дисперсии волокна. Анализ проведен для численного решения НУШВП, полученного методом прямых, в котором учтены нелинейность пятого порядка и дисперсионные члены четвертого и пятого порядков.

Для исследования временной-частотной динамики предельно короткого фемтосекундного лазерного импульса, распространяющегося в одномодовом оптическом волокне с учетом линейных и нелинейных членов высшего порядка, использован Marlet вейвлет, который часто применяется при анализе сигналов с локальными изменениями частоты. В частности, показано, что благодаря применению вейвлет-анализа становится возможным локализовать во времени укручение переднего фронта с частотным разрешением не хуже 3 ТГц.

Приведенные в работе результаты могут быть использованы при разработке широкополосных источников, основанных на использовании явления генерации спектрального суперконтинуума предельно короткими фемтосекундными лазерными импульсами.

ЛИТЕРАТУРА

1. **G.P.Agrawal.** Nonlinear Fiber Optics, New York, Academic Press, 2001.
2. **V.P.Kalosha, J.Hermann.** Phys. Rev. A, **62**, 011804(R) (2000).
3. **N.Karasawa.** IEEE J. Quantum Electron., **38**, 626 (2002).
4. **K.J.Blow, D.Wood.** IEEE J. Quantum Electron., **25**, 2665 (1989).
5. **T.Brabec, F.Krausz.** Phys. Rev. Lett., **78**, 3282 (1997).
6. **N.Karasawa, S.Nakamura, et al.** IEEE J. Quantum Electron., **37**, 398 (2001).
7. **P.Kinsler, G.H.C.New.** Phys. Rev. A, **72**, 033804 (2005).
8. **A.V.Husakou, J.Hermann.** Phys. Rev. Lett., **87**, 203901 (2001).
9. **M.Kolesnik, J.V.Moloney.** Phys. Rev. E, **70**, 036604 (2004).
10. **D.L.Hovhannisyan, A.H.Hovhannisyan, G.D. Hovhannisyan, K.A.Hovhannisyan**. J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), **45**, 251 (2010).
11. **D.L.Hovhannisyan, V.O.Chaltykyan, A.O.Hovhannisyan, G.D.Hovhannisyan, K.A. Hovhannisyan.** Opt. Mem. Neural Network, **20,** 237 (2011).
12. **И.Добеши**. Десять лекций по вейвлетам. Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
13. **А.А.Короновский, А.Е.Храмов**. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. М., Физматлит, 2003.
14. **А.Н.Яковлев**. Введение в вейвлет-преобразования. Новосибирск, изд. НГТУ, 2003.

WAVELET ANALYSIS OF EXTREMELY SHORT FEMTOSECOND PULSE PROPAGATED IN A DISPERSION-SHIFTED SINGLE-MODE FIBER

K.A. HOVHANNISYAN

The results of wavelet analysis for extremely short femtosecond laser pulse propagated in a single-mode optical fiber with a shifted dispersion characteristics are presented. The advantages of the wavelet analysis in comparison with Wigner analysis are shown. In particular, application of wavelet analysis makes possible to improve the spectral resolution of the high-frequency domain of the investigated pulse.

Известия НАН Армении, Физика, т.47, №2, с.131-138 (2012)

УДК 548.7

ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОМ ПОГЛОЩЕНИИ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ В СЛАБОДЕФОРМИРОВАННЫХ КРИСТАЛЛАХ

К.Г. ТРУНИ, В.Р. КОЧАРЯН, Г.Р. ГРИГОРЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении, Ереван

(Поступила в редакцию 16 сентября 2011 г.)

На основе решений уравнений Такаги динамической теории рассеяния рассмотрена задача бормановского поглощения (аномальное поглощение) рентгеновских лучей в слабо деформированных кристаллах. С помощью волновых функций дифрагированных волн в кристалле затухание волн представлено в виде $\exp(-\sigma l)$, где коэффициент затухания σ включает параметр, зависящий от поля деформации. Обсуждаются возможные случаи $\sigma = 0$, а также случаи $\sigma < 0$.

Интерференционное поглощение (эффект Бормана) [1,2] рентгеновского излучения наблюдается при динамической дифракции этого излучения на пространственной решетке совершенного кристалла. Сущность этого явления заключается в том, что волновое поле кристаллической решетки в условиях брэгговского отражения представляется в виде суперпозиции двух волновых мод – слабо и сильно поглощаемых полей, с разными распределениями амплитуд и фаз на атомных плоскостях рассматриваемого отражения. Для слабо поглощаемой моды это распределение имеет минимумы, тогда как сильно поглощаемая мода имеет максимумы на этих плоскостях. В результате этого для первой моды существенно уменьшаются, а для второй увеличиваются потери энергии рентгеновского фотона вследствие неупругого рассеяния на атомах, включая фотоэлектрическое поглощение, эффект Комптона и тепловое диффузное рассеяние. Отметим, что в подавляющем большинстве случаев динамического рассеяния основные потери обусловливаются фотоэлектрическим поглощением, которое примерно на два порядка превосходит два других эффекта. Очевидно, что искажения решетки кристалла приведут к перераспределению амплитуд и фаз волнового поля, что в свою очередь, приведет к нарушению условий аномального поглощения рентгеновского излучения в кристалле.

В настоящей работе рассматриваются особенности поглощения коротковолнового рентгеновского излучения в слабо деформированном кристалле, в котором смещения атомов $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ кристалла описываются квадратичной зависимостью от координат:

$$\mathbf{hu}(\mathbf{r}) = i\alpha \mathbf{s}_0 \mathbf{s}_h . \qquad (1)$$

Здесь **h** – вектор обратной решетки кристалла рассматриваемого отражения, s_0 и s_h (см. рис.1) – координаты косоугольной системы с осями, параллельными волновым векторам $\mathbf{K}_0$ и $\mathbf{K}_h$ прошедшей и отраженной волн, соответственно. Волновое поле решетки кристалла представляется в виде суперпозиции этих волн с квазиамплитудами $\psi_0(\mathbf{r})$ и $\psi_h(\mathbf{r})$ с допущением, что последние являются макроскопическими функциями координат по сравнению с экспоненциальными фазовыми функциями [3]:

$$\begin{aligned}&\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r})e^{-2\pi i\mathbf{K}_0(\mathbf{r})} + \psi_h(\mathbf{r})e^{-2\pi i\mathbf{K}_h(\mathbf{r})},\\ &(\mathbf{K}_h = \mathbf{K}_0 + \mathbf{h}),\\ &|\mathbf{K}_h| = |\mathbf{K}_0| = k(1+\chi_0/2),\end{aligned} \qquad (2)$$

где χ_0 – средняя поляризуемость решетки.

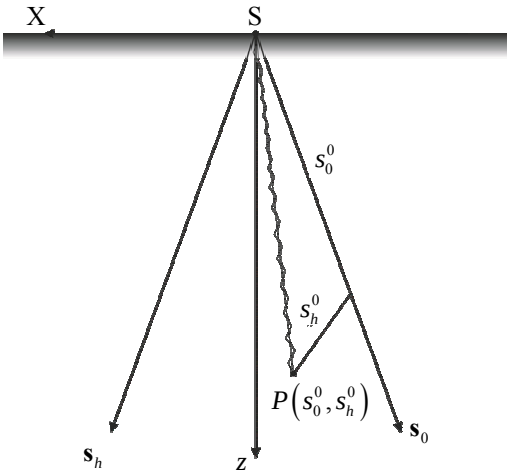


Рис.1. Схематическая картина распространения рентгеновского луча. Длина зигзагообразной линии определяет длину пути луча, достигающего точки наблюдения $P(s_0^0 s_h^0)$, $l = s_0^0 + s_h^0$. S – точечный источник излучения.

Квазиамплитуды ψ_0 и ψ_h волновых полей, составляющих проходящую и отраженную волну, в кристалле связаны функциями влияния $G_j(x,z)$ $(j = 0,\overline{0},h,\overline{h})$ [4], определяющими влияние исходного излучения $\psi_i(x',z')$ в точке (x',z') плоскости входной поверхности $(z=0)$ на поле в точке наблюдения $P(x,z)$ плоскости рассеяния:

$$\psi_j(x,z) = \int G_j(x-x',z-z')\psi_j(x',z')dx', \qquad (3)$$

где интегрирование проводится по сечению $z'=0$ $(s'_0 + s'_h = 0)$. Формула (3) представляет собой интегральную формулировку принципа Гюйгенса–Френеля в условиях брэгговской дифракции рентгеновского излучения на пространственной решетке кристалла.

В случае падающего излучения с точечным источником на входной поверхности кристалла в точке $x'=z'=0$ $\psi_i(x',z')=\delta(x')$, амплитуды дифрагированных волн поля в кристалле задаются непосредственно функциями влияния точечного источника $G_j(x,y)$ и могут быть представлены с помощью функций Уиттекера $M_{a,b}(z)$ [5]:

$$\psi_h(z)=e^{z/2}\,z^{-1/2}M_{a,0}(z), \tag{4а}$$

$$\psi_0(z)=\frac{\overline{\sigma}}{\beta s_h}e^{z/2}\,M_{a,1/2}(z), \tag{4б}$$

где $z=i\alpha s_0 s_h=i(\alpha/4)\left[(z/\cos\theta_B)-(x/\sin\theta_B)^2\right]$, $a=\sigma\overline{\sigma}/i\alpha-1/2$, θ_B – угол Брэгга.

Основным параметром, определяющим интерференционное поглощение в кристалле, является мнимая часть произведения

$$\chi_h\chi_h=\phi_{hr}+i\phi_{hi}, \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned}\phi_{hr}&=\chi_{hr}\chi_{hr}-\chi_{hi}\chi_{\bar{h}i},\\ \phi_{hi}&=\chi_{hr}\chi_{\bar{h}i}-\chi_{\bar{h}r}\chi_{hi},\end{aligned} \tag{6}$$

Так как χ_{hr} и $\chi_{\bar{h}r}$, а также χ_{hi} и $\chi_{\bar{h}i}$ – комплексно сопряженные пары, то и ϕ_{hr}, и ϕ_{hi} реальны. С другой стороны, согласно определению волновых векторов K_h и K_0 имеем

$$\mathbf{K}_h^2=\mathbf{K}_0^2=K^2(1+\chi_0)\left(|\chi_0|<<1\right), \tag{7}$$

и так как $\chi_0=\chi_{0r}+i\chi_{0i}$ тоже есть комплексная величина, то χ_{0i} выражается через линейный коэффициент поглощения кристалла μ:

$$\chi_{0i}=-\frac{\mu}{2\pi\mathbf{K}}<0, \tag{8}$$

что и описывает потери рентгеновского излучения вследствие неупругого рассеяния излучения на атомах. В обычных случаях, когда частота излучения очень велика по сравнению с собственными частотами K-края поглощения вещества кристалла, имеем

$$|\chi_{0i}|<<|\chi_{0r}|,\ |\chi_{hi}|<<|\chi_{hr}|. \tag{9}$$

Следовательно, из (4) получаем

$$\phi_{hr}=\chi_{hr}\chi_{\bar{h}r}=|\chi_{hr}|^2>0,\ |\phi_{hi}|<<|\phi_{hr}|. \tag{10}$$

Возвращаясь к решениям (4а,б), заметим, что аргумент функции Уиттекера записывается в виде [6]

$$az = \left(\sigma\bar{\sigma} - \frac{i\alpha}{2} \right) s_0 s_h . \tag{11}$$

Из (11) очевидно, что параметр деформации решетки кристалла α вводит дополнительную мнимую часть, что в свою очередь означает дополнительное затухание или наоборот усиление амплитуды поля, не связанное с обычными явлениями поглощения излучения в кристалле. Это станет более наглядным, если рассмотреть асимптотическое поведение решения (4) вдали от краев дельты Бормана $(s_0 s_h = 0)$ и малых деформаций, т.е. при допущениях

$$\frac{\sigma\bar{\sigma}}{|\alpha|} >> 1 \quad \text{и} \quad \frac{\sigma\bar{\sigma}}{\alpha} \square \ |\alpha s_0 s_h| . \tag{12}$$

Асимптотическое представление при этом имеет вид

$$M_{a,0}(z) \cong \pi^{-1/2} \left(\frac{z}{a} \right)^{1/2} \cos\left(\sqrt{\left(\sigma\bar{\sigma} - i\frac{\alpha}{2} \right) s_0 s_h} - \frac{\pi}{4} \right). \tag{13}$$

Представление квазиамплитуды через косинусоидальную функцию – это результат когерентного наложения двух волновых мод слабо и сильно поглощаемых полей в решетке [7], распространение которых характеризуется двумя экспоненциальными функциями с комплексными аргументами. Теперь очевидно, что в результате деформации решетки, в зависимости от знака α разложение косинусов (13) в виде двух экспонент соответствует представлению волнового поля в кристалле в виде суперпозиции сильно и слабо поглощаемых мод. Очевидно, что законы ослабления интенсивностей этих мод вдоль траекторий лучей с учетом (13) запишутся в виде

$$e^{-\sigma l} = e^{-\left(\mu \pm \mu_I \sqrt{1-p^2}\right)(s_0 + s_h)}, \tag{14}$$

где верхний знак соответствует сильно, а нижний – слабо поглощаемым модам в недеформированном кристалле, μ_I – интерференционный коэффициент ослабления, включая член, обусловленный деформацией решетки:

$$\mu_I = 2\pi k c \chi_{hi} + \alpha/2 |\chi_{hr}| \pi k , \tag{15}$$

а $p = \tan\theta / \tan\theta_B$ есть параметр, определяющий угловое смещение от условия Брэгга соответствующей плоско-волновой компоненты в Фурье-разложении падающего пучка [8,9]; $l = s_0 + s_h$ интерпретируется как длина зигзагообразной ломаной вдоль траектории соответствующей моды (рис.1). Заметим, что первый член интерференционного ослабления (15) определяет эффект Бормана и описывает особенности явления неупругого взаимодействия волновой моды с атомами решетки, тогда как второй член не содержит параметров характеризирующих подобные явления. Это означает, что второе слагаемое в (15) не связано с потерями волновой энергии и характеризует явления переброски энергии из одного поля в другое (из проходящего в отраженное или наоборот). Другими

словами, это явление экстинкции, т.е. экранировки атомных плоскостей данного отражения, когда некоторые плоскости настолько сильно отражают излучение, что исключают роль других плоскостей в формировании волнового поля в кристалле. При этом, в зависимости от знака α, т.е. от знака кривизны атомных плоскостей соответствующего отражения, этот член может усилить $(\alpha > 0)$ эффект Бормана и/или, наоборот, подавить $(\alpha < 0)$ это явление. При условии

$$|\alpha| = 4\pi^2 k^2 c^2 |\chi_{hr}||\chi_{hi}| \quad (\alpha < 0) \tag{16}$$

интерференционный коэффициент исчезает, т.е. эффект Бормана оказывается полностью подавленным. При соответствующем выборе параметра α $(\alpha < 0)$ можно достигнуть перестановки волновых мод, т.е. сильно поглощаемую моду превратить в слабо поглощаемую и наоборот. Условием этого является

$$|\alpha| > 4\pi^2 k^2 c^2 |\chi_{hr}||\chi_{hi}|. \tag{17}$$

Еще одно важное заключение можно сделать из (13). Косинусоидальный член в (13) описывает интерференционное взаимодействие упомянутых волновых мод (Pendellösung-эффект). Комплексность аргумента этого члена обусловливает быстрое спадание видимости интерференционных полос этого явления из-за сильного различия коэффициентов поглощения двух взаимодействующих мод в совершенном кристалле $(\alpha = 0)$. Появление в аргументе дополнительной мнимой части, пропорциональной α, может привести как к еще быстрому спаданию видимости, так и ее увеличению, вплоть до достижения стопроцентной видимости. Это произойдет при выполнении условия (15), когда амплитуды налагаемых волн сравняются из-за подавления эффекта Бормана.

Для количественного анализа обсужденных выше теоретических результатов перепишем (14) в виде

$$e^{-\sigma l} = e^{-\left[1 \pm \left(\left|\frac{\chi_{hi}}{\chi_{0i}}\right| \pm \frac{\alpha}{4\pi^2 k^2 |\chi_{hr}||\chi_{oi}|c^2}\right)\sqrt{1-p^2}\right]\frac{\mu z}{\cos\theta_B}} \tag{18}$$

и определим глубину $z_\alpha(p)$ проникновения излучения как глубину, на которой интенсивность поля падает в e раз, т.е. $\sigma l = 1$ или

$$\frac{z_\alpha(p)}{z_l} = \left[1 \pm \left(\frac{\chi_{hi}}{\chi_{0i}} \pm \frac{\alpha|\chi_{hr}|}{4\pi^2 k^2 c^2 |\Phi_{hr}||\chi_{0i}|}\right)\sqrt{1-p^2}\right]^{-1}, \tag{19}$$

где $z_l = \cos\theta_B/\mu$ – глубина проникновения при линейном поглощении в отсутствие дифракции (вдали от условия Брэгга $(p = 1)$). Рассмотрим случай отражения $(10\bar{1}1)$ излучения MoK_α кристалла кварца, для которого численные значения параметров входящих в формулу (19) таковы:

$$\left|\frac{\chi_{hi}}{\chi_{oi}}\right| \approx 0.5, \quad \left|\frac{\chi_{hr}}{\chi_{oi}}\right| \approx 10^2, \quad \lambda = \frac{1}{k} \approx 0.71 \times 10^{-10} \text{ м}. \tag{20}$$

На рис.2 приведен график зависимости $z_\alpha(p)/z_l$ для различных значений параметра $\left(1/4\pi^2k^2\right)\left|\alpha/\Phi_{hr}\right| = 0;\ \ 0.001;\ \ 0.005;\ \ 0.01;\ \ 0.015$ для рассматриваемого отражения.

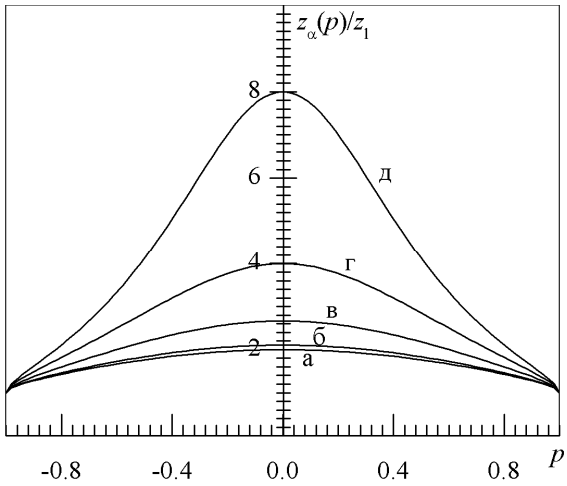


Рис.2. Зависимость $z_\alpha(p)/z_l$ слабо-поглощаемой моды для различных значений параметра $\left(1/4\pi^2k^2\right)\left|\alpha/\Phi_{hr}\right|$: а) 0, б) 0.001, в) 0.005, г) 0.01, д) 0.015.

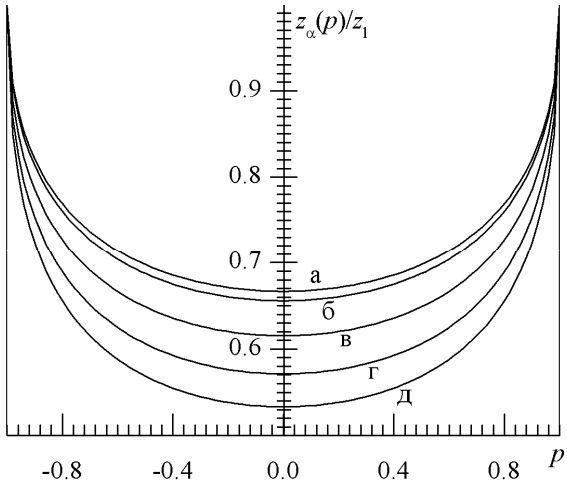


Рис.3. Зависимость $z_\alpha(p)/z_l$ сильно-поглощаемой моды для различных значений параметра $\left(1/4\pi^2k^2\right)\left|\alpha/\Phi_{hr}\right|$: а) 0, б) 0.001, в) 0.005, г) 0.01, д) 0.015.

Отметим, что в рассматриваемом нами примере отношение $\left|\chi_{hi}/\chi_{oi}\right| \approx \approx 0.5$ относительно мало, в результате чего эффект Бормана выражен достаточно слабо, глубина проникновения интерференционного поля лишь в 2 раза превышает глубину линейного поглощения в недеформированном кристалле. С

увеличением параметра деформации α эта глубина увеличивается, достигая значения, в 8 раз превышающего глубину линейного поглощения при $(1/4\pi^2k^2)\times|\alpha/\Phi_{hr}|=0.015$. Та же глубина для сильно-поглощаемой моды падает монотонно с увеличением параметра α и имеет минимум в точке $p=0$ (см. рис.3).

Более интересным являются случаи (см. рис.4), когда

$$\left|\frac{\chi_{hi}}{\chi_{oi}}\right|+\frac{|\alpha|}{4\pi^2k^2|\chi_{hr}|^2}\left|\frac{\chi_{hr}}{\chi_{oi}}\right|\geq 1. \qquad (21)$$

При этом в зависимости $z(p)/z_l$ появляются разрывы в точках

$$p^2=1-\left(\left|\frac{\chi_{hi}}{\chi_{oi}}\right|+\frac{|\alpha|}{4|\chi_{hr}|^2}\left|\frac{\chi_{hr}}{\chi_{oi}}\right|\right)^{-1}, \qquad (22)$$

где $z_\alpha(p)/z_l\to\infty$, что означает равенство нулю коэффициента затухания интерференционного поля, а в области

$$p^2<1-\left(\left|\frac{\chi_{hi}}{\chi_{oi}}\right|+\frac{|\alpha|}{4\pi^2k^2|\chi_{hr}|^2}\left|\frac{\chi_{hr}}{\chi_{oi}}\right|\right)^{-1} \qquad (23)$$

$z_\alpha(p)$ становится отрицательным, что означает экспоненциальный рост интенсивности поля с углублением в кристалл.

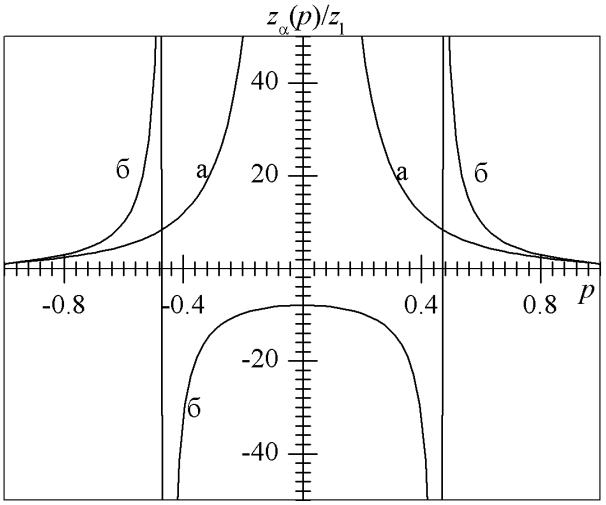


Рис.4. Зависимость $z_\alpha(p)/z_l$ слабо-поглощаемой моды для различных значений параметра $\left(1/4\pi^2k^2\right)|\alpha/\Phi_{hr}|$ при условии $|\chi_{hi}/\chi_{0i}|+\left(|\alpha|/4|\chi_{hr}|^2\right)|\chi_{hr}/\chi_{0i}|\geq 1$: а) равно 1, б) больше 1.

Отметим, что ранее явление практического зануления коэффициента ослабления рентгеновского излучения в кристаллах кварца в условиях брэгговского отражения экспериментально было зарегистрировано в работах [10,11].

Авторы выражают благодарность академику А.Р. Мкртчяну за постановку задачи и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.Authier.** Dynamical Theory of X-ray Diffraction. New York, Oxford University Press 2001.
2. **M.Laue.** Röntgenstrahl-Interferenzen, Akademische Verlag, Frankfurt am Main, 1960.
3. **S.Takagi.** Acta Crystallogr., **15**, 1311 (1962).
4. **В.Л.Инденбом, Ф.Н.Чуховский.** УФН, **107**, 229 (1972).
5. **П.В.Петрашень, Ф.Н.Чуховский.** ЖЭТФ, **69**, 477 (1975).
6. **Е.Янке, Ф.Эмде, Ф.Леш.** Специальные функции. М., Наука, 1968.
7. **L.V.Azaroff, R.Kaplow, N.Kato, R.J.Weiss, A.J.C.Wilson, R.A.Young.** X-Ray Diffraction. New York, McGraw-Hill, 1974.
8. **L.A.Haroutunyan, K.G.Trouni.** Opt. Commun., **90**, 173 (1992).
9. **Л.А.Арутюнян, К.Г.Труни.** Изв. НАН Армении, Физика, **5**, 272 (1999).
10. **В.К.Мирзоян, А.Р.Мкртчян, А.Г.Мкртчян, С.Н.Нореян, В.В.Вагнер, Г.Праде, В.Матц, Н.Шелл.** Тезисы докладов V Национальной конференции по применению рентгеновского, синхротронного излучения, нейтронов и электронов для исследования наноматериалов и наносистем, Москва, 14–19 ноября 2005, с.286.
11. **В.Р.Кочарян, Р.Ш.Алексанян, К.Г.Труни.** Изв. НАН Армении, Физика, **45**, 290 (2010).

ԹՈՒՅԼ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՆԵՐԻ ԻՆՏԵՐՖԵՐԵՆՑԱՅԻՆ ԿԼԱՆՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Կ.Գ. ԹՐՈՒՆԻ, Վ.Ռ. ՔՈՉԱՐՅԱՆ, Գ.Ռ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

Ուսումնասիրված է ռենտգենյան ճառագայթների ինտերֆերենցային կլանման երևույթը թույլ դեֆորմացված բյուրեղներում: Ցույց է տրված, որ որոշակի պայմաններում՝ կախված դեֆորմացիայի տիպից և դեֆորմացիոն դաշտով պայմանավորված շեղման ֆունկցիայի պարամետրերից, կարող է տեղի ունենալ ինտերֆերենցային մարման գործակցի զրոյացում, իսկ որոշ դեպքերում նաև մարման գործակցի նշանափոխություն, որը որոշակի սահմաններում բերում է դաշտի ինտենսիվության էքսպոնենտային աճի:

ON THE INTERFERENCE ABSORPTION OF X-RAYS IN CRYSTALS WITH WEAK DEFORMATIONS

K.G. TROUNI, V.R. KOCHARYAN, G.R. GRIGORYAN

The problem of Borrman absorption (anomalous absorption) of X-rays in weakly deformed crystals is considered on the basis of Takagi's approach to the dynamical theory. Under wave function considerations, the attenuation of the rays is represented by $\exp(-\sigma l)$, where the attenuation factor σ includes a parameter of the lattice deformation field. The possibility of cases $\sigma = 0$ and even $\sigma < 0$ is discussed.

Известия НАН Армении, Физика, т.47, №2, с.139-144 (2012)

УДК 541.64

ДВУМЕРНОЕ СЛУЧАЙНОЕ БЛУЖДАНИЕ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕХОДА СПИРАЛЬ–КЛУБОК В ДНК

Г.Н. АЙРАПЕТЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 30 сентября 2011 г.)

На основе модели двумерного случайного блуждания предложена модель плавления двунитевой ДНК. Получены выражения для свободной энергии, степени спиральности и корреляционной функции образования пары азотистых оснований, удаленных вдоль цепи. Проанализировано температурное поведение термодинамических параметров модели. Показано, что температурная зависимость степени спиральности качественно совпадает с наблюдаемой на эксперименте. Установлено, что корреляционная функция затухает экспоненциально с ростом расстояния вдоль цепи между парами оснований.

1. Введение

Переходу спираль–клубок в биополимерах и, в частности, в ДНК посвящено множество теоретических работ [1-9]. Предложенные в этих работах модели достаточно подробно описывают переход спираль–клубок в ДНК, и казалось бы, интерес к этому переходу должен был постепенно уменьшаться. Однако, ключевая роль этого перехода в таких биологических процессах, как трансляция и транскрипция, от которых зависит жизнедеятельность всей клетки и организма в целом, является стимулом для новых исследований. Биологическая значимость подобных переходов не является единственным фактором, делающим актуальным исследование перехода спираль–клубок в ДНК. С физической точки зрения мотивацией данной работы также служит выявление простой связи между спецификой двойной спирали ДНК и особенностей переходов спираль–клубок. Такая "минимальная" модель, построенная только на образовании петель при денатурации, была предложена нами в [10]. В рамках этой модели мы описали данную задачу на языке случайных блужданий [11].

Предлагаемая работа является логическим продолжением [10]. На ее основе аналитически получены такие характеристики перехода спираль–клубок, как степень спиральности и корреляционная функция.

2. Модель

В работе [10] мы рассматривали модель ДНК как двумерное случайное блуждание [11], где образование водородных связей между комплементарными парами нуклеотидов ассоциировалось с возвратом блуждания в начало коорди-

нат. Для простоты мы рассматривали блуждание на квадратной решетке. Статистическая сумма модели была выражена через производящую функцию $F(z)$ первых возвратов блуждания в начало координат [12]:

$$\Lambda = \frac{1}{2\pi i}\oint \frac{1}{1-KF(z)}\frac{dz}{z^{N+1}}, \tag{1}$$

где $K = e^{U/kT}$, U − энергия образования межцепочечной связи, а N − число шагов. В частности, нами были получены аналитические выражения для статистической суммы Λ и для энергии системы E вида

$$\Lambda = \frac{2}{z_K^{N+1} KF'(z_K)} \tag{2}$$

и

$$E = \frac{NF(z_K)}{z_K F'(z_K)} \log K, \tag{3}$$

где z_K − это решение уравнения

$$KF(z) = 1. \tag{4}$$

3. Степень спиральности

Степень спиральности ДНК определяется как средняя доля пар азотистых оснований, находящихся в спиральном состоянии. Таким образом, степень спиральности в рамках нашей модели является средней долей первых возвратов. На основе данного определения мы можем написать выражение для степени спиральности через статистическую сумму как

$$\theta = -\frac{1}{N}\frac{\partial \log \Lambda}{\partial \log K} = -\frac{K}{2\pi i N \Lambda}\oint \frac{F(z)}{(1-KF(z))^2}\frac{dz}{z^{N+1}}. \tag{5}$$

Совершив расчеты, аналогичные [13], мы получим для (5) следующее выражение:

$$\theta = \frac{2F(z_K)}{z_K F'(z_K)}, \tag{6}$$

где z_K определяется из (4) [10]. То же самое выражение может быть получено и из определения θ как вероятности образования водородной связи в точке i, достаточно удаленной от начала и конца цепи. Вероятность $P(i)$ вводится как

$$P(i) = \frac{\Lambda(N \mid i)}{\Lambda(N)}, \tag{7}$$

где $\Lambda(N \mid i)$ − статистическая сумма цепи длиной N с водородной связью на i-ом шагу. Из-за отсутствия взаимодействия между подцепями $(1, i)$ и $(i+1, N)$, статистическая сумма в числителе выражения (7) факторизуется в виде

$$\Lambda(N \mid i) = \Lambda(i)\Lambda(N-i). \tag{8}$$

Таким образом,

$$\theta = P(i) = \frac{\Lambda(i)\Lambda(N-i)}{\Lambda(N)}. \tag{9}$$

Пусть для достаточно длинной цепи ($N \to \infty$) точка i такая, что $i \to \infty$ и $(N-i) \to \infty$. Тогда в формуле (9) можно перейти к термодинамическому пределу и использовать (2) для $\Lambda(i)$ и $\Lambda(N-i)$ таким образом, чтобы

$$\theta = \frac{\dfrac{2}{KF'(z_K)}\left(\dfrac{1}{z}\right)^{i+1} \dfrac{2}{KF'(z_K)}\left(\dfrac{1}{z}\right)^{N-i+1}}{\dfrac{2}{KF'(z_K)}\left(\dfrac{1}{z}\right)^{N+1}} = \frac{2}{z_K KF'(z_K)}, \tag{10}$$

что с учетом (4) соответствует (5). Зависимость степени спиральности от температуры, полученная на основе (6), качественно совпадает с известным поведением степени спиральности для перехода спираль−клубок в ДНК [4-6].

4. Корреляционная функция

Рассмотрим двухчастичный коррелятор, который описывает корреляции между водородными связями, образованными на *i*-ом и $(i+r)$-ом шагах:

$$g(i, i+r) = P(i, i+r) - P(i)P(i+r), \tag{11}$$

где $P(i, i+r)$ − вероятность образования водородных связей на *i*-ом и $(i+r)$-ом шагах одновременно, тогда как $P(i)$ и $P(i+r)$ являются вероятностями образования тех же связей, но независимо друг от друга. По аналогии с (7)−(9) получаем

$$P(i, i+r) = \frac{\Lambda(i)\Lambda(r)\Lambda(N-(i+r))}{\Lambda(N)}, \tag{12}$$

и окончательно, для корреляционной функции имеем следующее выражение:

$$g(i, i+r) = \frac{\Lambda(i)\Lambda(r)\Lambda(N-(i+r))}{\Lambda(N)} - \theta^2. \tag{13}$$

Пусть $N \to \infty$, $i \to \infty$ и $(N-(i+r)) \to \infty$. Тогда (13) перепишется в виде

$$g(r) = \theta \frac{\Lambda(r)}{\left(\dfrac{1}{z_K}\right)^r} - \theta^2. \tag{14}$$

5. Обсуждение

На основе выражений (10) и (14), мы численно получили зависимости корреляционной функции как от температуры, так и от расстояния вдоль цепи *r*.

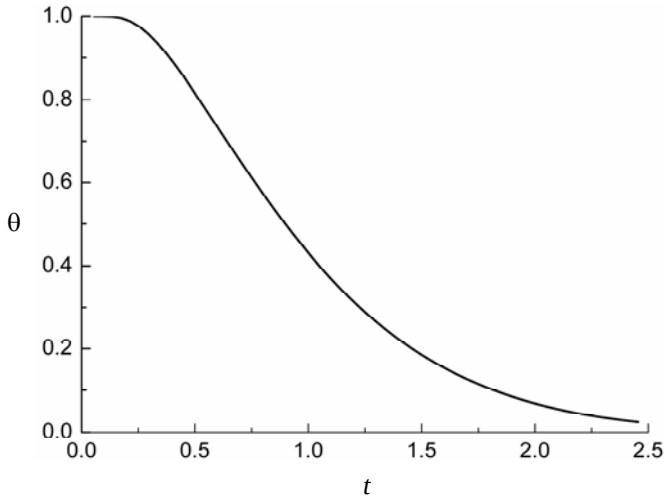


Рис.1. Зависимость степени спиральности от приведенной температуры $t = kT/U$.

На рис.1 показано поведение степени спиральности в зависимости от приведенной температуры. Температурное поведение степени спиральности имеет сигмоидальный вид, что соответствует классическим представлениям о плавлении ДНК как кооперативного перехода [14,15]. Следует отметить, что для упрощенной модели, представленной в данной статье, интервал плавления оказался очень широким. Это указывает на то, что необходимо включение в модель и других характеристик цепи, таких как жесткость, заряд цепи и конформационную подвижность повторяющихся единиц цепи. На рис.2 представлены температурные зависимости двухчастичного коррелятора для разных расстояний вдоль цепи. Из рисунка видно, что для коррелятора существует температура, при которой наблюдаются максимальные корреляции для всех расстояний вдоль цепи. Видно также, что при увеличении расстояния вдоль цепи этот эффект ослабевает. Для анализа хода ослабления корреляций от расстояния вдоль цепи была построена зависимость логарифма корреляционной функции от величины r (рис.3).

Из рис.3 видно, что корреляционная функция спадает экспоненциально от r и имеет вид

$$g(r) = a(T)e^{-\frac{r}{\xi(T)}}, \qquad (15)$$

где $\xi(T)$ – корреляционная длина. Таким образом, получен алгоритм вычисления корреляционной длины, как обратной величины тангенса наклона прямой на рис.3. Для приведенной температуры, для которой построена кривая на рис.3, корреляционная длина оценивается как $\xi = 40$. Численный анализ (15) показал, что $a(T) \to 0$ с ростом T, а $\xi(T)$, наоборот, растет с увеличением температуры. В результате суммарное поведение имеет вид, приведенный на рис.2.

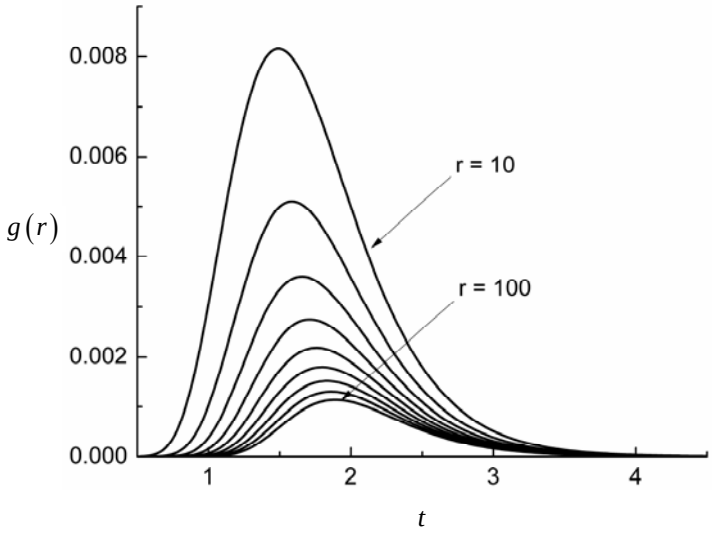


Рис.2. Температурная зависимость корреляционной функции для разных расстояний вдоль цепи.

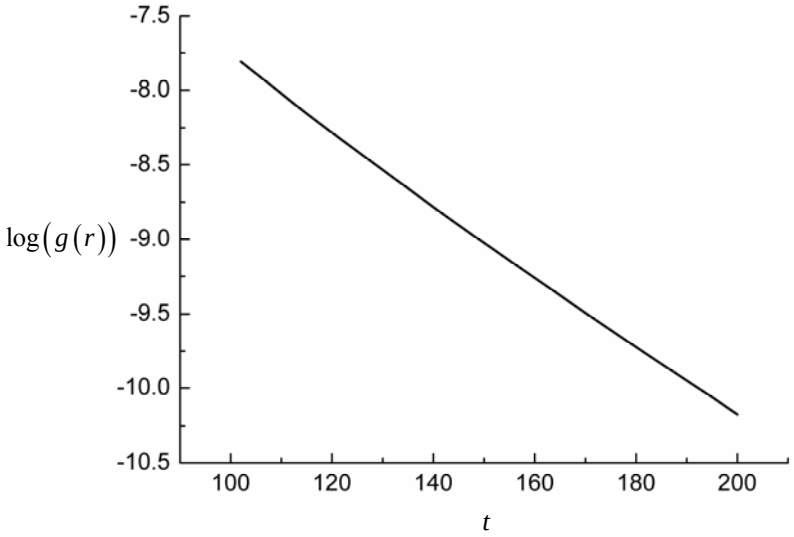


Рис.3. Зависимость логарифма корреляционной функции от расстояния при $t = 1.5$.

Анализ также показал, что на длинах, меньших корреляционной, отсутствует степенное поведение корреляционной функции.

6. Заключение

Итак, на основании модели ДНК как двумерного случайного блуждания, в области перехода спираль–клубок вычислены статистическая сумма и свободная энергия системы. На их основе получены выражения для степени спираль-

ности и двухчастичного коррелятора. Показано существование характерной температуры, при которой корреляции максимальны при любых расстояниях вдоль цепи. Показано, что корреляционная функция спадает экспоненциально в зависимости от расстояния. На этом основании можно утверждать, что характеристикой кооперативности данной модели является корреляционная длина как характерный масштаб затухания корреляций вдоль цепи.

Работа выполнена при поддержки программы сотрудничества между физическим факультетом ЕГУ и ЛТФ ОИЯИ "Смородинский−Тер-Антонян".

В заключение автор выражает благодарность Е.Ш. Мамасахлисову за помощь в работе, Вл.В. Папояну за ценные обсуждения и В.Ф. Морозову за помощь в постановке задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. **J.H.Gibbs, E.A. Di Marzio.** J. Chem. Phys., **30**, 271 (1959).
2. **T.L.Hill.** J.Chem.Phys., **30**, 383 (1959).
3. **Sh.Lifson, A.Roig.** J. Chem. Phys., **34**, 1963 (1961).
4. **R.M.Wartell, A.S.Benight.** Phys. Rep., **126**, 67 (1985).
5. **M.D.Frank-Kamenetskii.** J. Mol. Struc.-Theochem, **336**, 235 (1995).
6. **M.D.Frank-Kamenetskii.** Phys. Rep., **288**, 13 (1998).
7. **M.Peyrard, A.R.Bishop.** Phys. Rev. Lett., **62**, 2755 (1989).
8. **D.Cule, T.Hwa.** Phys. Rev. Lett., **79**, 2375 (1997).
9. **V.F.Morozov, E.Sh.Mamasakhlisov, Sh.A.Hayryan, Ch.-K.Hu.** Physica A, **281**, 51 (2000).
10. **Г.Н.Айрапетян, Е.Ш.Мамасахлисов, В.Ф.Морозов, Вл.В.Папоян, В.Б.Приезжев.** Изв. НАН Армении, Физика, **46**, 373 (2011).
11. **E.W.Montroll, G.H.Weiss.** J. Math. Phys., **6**, 167 (1965).
12. **M.Abramowitz, I.A.Stegun.** Handbook of mathematical functions. New York, Dover, 1972.
13. **S.N.Majumdar.** Physica A, **169**, 207 (1990).
14. **D.Poland, H.A.Scheraga.** J. Chem. Phys., **45**, 1456 (1966).
15. **A.A.Vedenov, A.M.Dykhne, M.D.Frank-Kamenetskii.** Sov. Phys. Usp., **14**, 715 (1972).

TWO-DIMENSIONAL RANDOM WALK AND CHARACTERISTICS OF HELIX–COIL TRANSITION IN DNA

G.N. HAYRAPETYAN

On the basis of two-dimensional random walk model, a model of melting of double-stranded DNA is proposed. The expressions for the free energy, the helicity degree and the correlation function of nitrogenous base pair formation, remoted along the chain, are obtained. The temperature dependence of thermodynamic parameters of the model is analyzed. It is shown that the temperature dependence of the helicity degree is qualitatively similar to those obtained in experiments. It is established that the correlation function decays exponentially with increasing distance along the chain between the base pairs.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ն.Յա. Իվանով. Ազիմուտային ասիմետրիան և $R = F_L/F_T$ գործակիցը որպես պրոտոնում հմայքի խտության զոնդեր 75
Մ.Ա. Աղինյան, Կ.Ա. Իսպիրյան, Մ.Կ. Իսպիրյան. Թիթեղի եզրի մոտով թռչող միկրոբունչավորված փնջերի առաջացրած կոհերենտ ռենտգենյան դիֆրակցիոն ճառագայթումը 83
Բ.Վ. Բալասանյան, Ա.Ժ. Մուրադյան. Եռամակարդակ միջավայրը որպես կարճ լուսային իմպուլսների շարքի ձևավորիչ..... 89
Ա.Դ. Սարգսյան, Հ.Թ. Հախումյան, Դ.Հ. Սարգսյան. Ենթադոպլերյան օպտիկական ռեզոնանսների կիրառումը թույլ մագնիսական դաշտերի չափման համար ռուբիդիումի գոլորշիներ պարունակող գերկարճ բջջի օգնությամբ..... 98
Ռ.Ռ. Վարդանյան, Վ.Կ. Դալլաքյան, Ու. Կերստ, Ք. Բոյթ. Սիլիցիումում ազատ լիցքակիրների կողմից լույսի կլանման մոդելավորում 111
Կ.Ա. Հովհաննիսյան. Շեղված դիսպերսային բնութագրով միամոդ մանրաթելերով գերկարճ ֆեմտովայրկյանային իմպուլսի վեյվլետ վերլուծություն 121
Կ.Գ. Թրունի, Վ.Ռ. Քոչարյան, Գ.Ռ. Գրիգորյան. Թույլ դեֆորմացիաների դեպքում ռենտգենյան ճառագայթների ինտերֆերենցային կլանման մասին..... 131
Գ.Ն. Հայրապետյան. Երկչափ պատահական թափառումը և ԴՆԹ-ում պարույրկծիկ անցման բնութագրերը..... 139

CONTENTS

N.Ya. Ivanov. Azimuthal asymmetry and ratio $R = F_L/F_T$ as probes of the charm content of the proton 75
M.A. Aginian, K.A. Ispirian, M.K. Ispiryan. Coherent X-ray diffraction radiation produced by microbunched beams passing close to the edge of a slab..... 83
B.V. Balasanyan, A.Zh. Muradyan. Three-level medium as a former of a series of short light pulses 89
A.D. Sargsyan, G.T. Hakhumyan, D.H. Sarkisyan. Usage of sub-Doppler optical resonances for measurement of weak magnetic fields using an extremely thin cell filled with rubidium vapor..... 98
R.R. Vardanyan, V.K. Dallakyan, U. Kerst, C. Boit. Modeling free carrier absorption in silicon 111
K.A. Hovhannisyan. Wavelet analysis of extremely short femtosecond pulse propagated in a dispersion-shifted single-mode fiber 121
K.G. Trouni, V.R. Kocharyan, G.R. Grigoryan. On the interference absorption of X-rays in crystals with weak deformations..... 131
G.N. Hayrapetyan. Two-dimensional random walk and characteristics of helix–coil transition in DNA 139

СОДЕРЖАНИЕ

Н.Я. Иванов. Азимутальная асимметрия и отношение $R = F_L / F_T$ как пробники чарма в протоне 75

М.А. Агинян, К.А. Испирян, М.К. Испирян. Когерентное рентгеновское дифракционное излучение, образованное микробунчированными пучками, пролетающими мимо края пластины 83

Б.В. Баласанян, А.Ж. Мурадян. Трехуровневая среда как формирователь последовательности коротких световых импульсов 89

А.Д. Саргсян, Г.Т. Ахумян, Д.Г. Саркисян. Использование субдоплеровских оптических резонансов для измерения слабых магнитных полей с помощью сверхтонкой ячейки с парами рубидия 98

Р.Р. Варданян, В.К. Даллакян, У. Керст, К. Бойт. Моделирование поглощения свободными носителями в кремнии 111

К.А. Оганесян. Вейвлет-анализ предельно короткого фемтосекундного импульса, распространяющегося в одномодовом волокне со смещенной дисперсионной характеристикой 121

К.Г. Труни, В.Р. Кочарян, Г.Р. Григорян. Об интерференционном поглощении рентгеновских лучей в слабодеформированных кристаллах .. 131

Г.Н. Айрапетян. Двумерное случайное блуждание и характеристики перехода спираль–клубок в ДНК 139

Заказ № 248
Тираж 150. Сдано в набор 30.11.2011.
Подписано к печати 20.12.2011. Печ. л. 4.5.
Бумага офсетная. Цена договорная.
Типография НАН РА.
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.