ФИЗИКА-ShQhuu-PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

44, N6, 2009

2USUUSUUF 2UUГUЛЬSПЬФВUU ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

зълъчичъг известия **БРДРЧИ ФИЗИКА**

2USAL TOM

№ 6

22 чии "чыхпырваны" 2гихигичэлырваны издательство "гитутюн" нан ра ъгъчии Ереван 2009

© Национальная Академия наук Армении Известия НАН Армении, Физика

SPUPEDEN

A CARLES AND A CARLES

Журнал издается с 1966 г. Выходит 6 раз в год на русском и английском языках

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор

Э. Г. Шароян, зам. главного редактора

- А. А. Ахумян
- Г. А. Вартапетян
- Э. М. Казарян
- А. О. Меликян
- А. Р. Мкртчян
- Д. Г. Саркисян
- Ю. С. Чилингарян
- А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

- Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր
- է. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ
- Ա.Ա.Հախումյան
- Հ. Հ. Վարդապետյան
- Ե. Մ. Ղազարյան
- Ա. Հ. Մելիքյան
- Ա. Ո. Մկրտչյան
- Դ. Հ. Սարգսյան
- Յու. Ս. Չիլինգարյան
- Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief
E. G. Sharoyan, associate editor
A. A. Hakhumyan
H. H. Vartapetian
E. M. Ghazaryan
A. O. Melikyan
A. R.Mkrtchyan
D. H. Sarkisyan
Yu. S. Chilingaryan
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն, 375019, Երեան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ։

Editorial address: 24-g. Marshal Bagramyan Av., Yerevan, 375019. Republic of Armenia. УДК 539.2

МЕТОД ПОГРУЖЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧИ МНОГОКАНАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ

Д.М. СЕДРАКЯН¹, Э.М. КАЗАРЯН², Л.Р. СЕДРАКЯН³

¹Ереванский государственный университет, Армения

²Российско-Армянский (Славянский) государственный университет, Ереван

(Поступила в редакцию 27 марта 2009 г.)

Предложен и применен метод погружения для решения задачи многоканального рассеяния. В частности, рассмотрено рассеяние частицы на заданном потенциале, когда в поперечном направлении рассеивающаяся частица совершает финитное движение. При такой постановке задачи рассеяние становится многоканальным, что связано с наличием дискретных состояний поперечного движения частицы. Для случия двухканального рассеяния, постановка задачи доведена до конца. Предложен метод определения амплитуд рассеяния при заданном виде потенциала рассеяния V = V(x, y).

1. Введение

В работах [1–4] был предложен и разработан метод погружения для решения одномерных задач рассеяния частиц на заданной системе потенциалов $V(x) = \sum V_n(x)$. Этот метод также был обобщен для задач рассеяния электро-

магнитных волн в одномерных средах с заданным коэффициентом преломления [5]. В работе [6] мы показали эффективность метода погружения для решения одномерных задач рассеяния и обещали обобщить и применить его для двумерных задач рассеяния. Исследование двумерных задач удобно начать с квазиодномерных задач, когда движение по одному направлению ограничено заданием непрозрачных барьеров. В таком случае движение частицы по этому направлению квантовано, тогда как в перпендикулярном направлении частица совершает свободное движение. При наличии потенциалов рассеивающаяся частица, кроме рассеяния по заданному волновому вектору **k**, в направлении свободного движения, может также переходить на другие квантовые состояния в поперечном движении и, следовательно, менять волновой вектор продольного рассеяния на k. В результате рассеяние становится многоканальным. Число искомых величин в задаче рассеяния увеличивается, и, следовательно, необходимо определить амплитуды прохождения T_m и отражения R_m (*m*=1,2,...*n*), где *n* – число каналов рассеяния. Задача рассеяния сводится к определению этих амплитуд при заданной системе потенциалов.

В разделе 2 изложен метод погружения для многоканальной задачи. Уравнение Шредингера дано для случая произвольного потенциала вида

V = V(x, y) и произведено разделение переменных. В результате получены одномерные уравнения для определения неизвестных функций $\Psi_n(x)$ и определены потенциалы $V_{mn}(x)$, входящие в систему этих уравнений. В конце раздела сформулирована задача двухканального рассеяния для произвольного потенциала V(x, y). В разделе 3, используя метод погружения, задача рассеяния сведена к задаче Коши для дифференциальных уравнений, написанных для функций $L_m(z)$, где z – толщина потенциального слоя в направлении x. Определены начальные условия задачи: L_m и dL_m/dz в точке z=0. В последнем разделе найдены связи между физическими величинами, т.е. амплитудами рассеяния T_m и R_m с искомыми функциями L_m и Q_m или D_m и \tilde{D}_m (m=1,2).

2. Уравнение Шредингера для задачи многоканального рассеяния

Рассмотрим движение частицы в двумерном пространстве (см. рис.1). Предположим, что ее движение в направлении y ограничено бесконечными потенциалами, занимающими поверхности y=0 и y=a. Движение в направлении x неограничено. Частица рассеивается в поле потенциала U = U(x, y), который в направлении x занимает ограниченный слой толщиной z. Зависимость функции U(x, y) от x и y произвольна. Уравнение Шредингера для такого движения имеет вид

$$\frac{\hbar^2}{2M} \left(\frac{\partial^2 \Psi(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi(x, y)}{\partial y^2} \right) + \left(E - U(x, y) \right) \Psi(x, y) = 0.$$
(1)



Рис.1

Введем обозначения

$$\frac{2M}{\hbar^2}E = \chi^2, \quad \frac{2M}{\hbar^2}U(x,y) = V(x,y).$$
(2)

Тогда уравнение (1) запишется в следующем виде:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \Psi(x, y) + \left(\chi^2 - V(x, y)\right) \Psi(x, y) = 0.$$
(3)

Решение уравнения (3) с граничными условиями

$$V(x,0) = V(x,a) = \infty \tag{4}$$

можно искать в виде [7]

$$\Psi(x,y) = \sum_{n} \Psi_{n}(x) \Phi_{n}(y), \qquad (5)$$

где $\Phi_n(y)$ есть решение уравнения

$$\frac{d^2 \Phi_n(y)}{dy^2} = -\chi_n^2 \Phi_n(y)$$
(6)

с граничными условиями $\Phi_n(0) = \Phi_n(a) = 0$. Решения уравнения (6) имеют вид

$$\Phi_{n}(y) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi n}{a} y, \qquad n = 1, 2...,$$
(7)

и в таком виде они ортонормированы: $\int_{0}^{u} \Phi_{m}^{*}(y) \Phi_{n}(y) dy = \delta_{mn}$. Подставляя решение (5) в уравнение (3), получим систему уравнений для определения функций $\Psi_{m}(x)$:

$$\frac{d^2 \Psi_m(x)}{dx^2} + \kappa_m^2 \Psi_m(x) - \sum_n V_{m,n} \Psi_n(x) = 0, \quad m = 1, 2...,$$
(8)

где

$$\kappa_m^2 = \chi^2 - \chi_m^2, \quad \chi_m = -\frac{\pi}{a}m, \quad m = 1, 2...,$$
 (9)

И

$$V_{m,n}(x) = \int_{0}^{a} \Phi_{m}^{*}(y) V(x, y) \Phi_{n}(y) dy.$$
 (10)

Фактически задача рассеяния частицы в направлении x сводится к решению одномерной бесконечной системы уравнений (8) с заданной потенциальной матрицей $V_{m,n}(x)$, члены которой определяются формулой (10).

Как видно из решений (5), (7) и вида системы уравнений (8), частица в направлении *у* совершает колебательное движение с дискретной энергией, равной $E_m = \hbar^2 \chi_m^2 / 2M$, а в направлении *x* она рассеивается на заданных потенциалах $V_{m,n}(x)$.

Квантовый характер движения частицы по направлению у может привести к возбуждению ее поперечного движения на уровень m > 1, если

энергия возбуждения больше $\Delta E_m = \pi^2 \hbar^2 (m^2 - 1)/2Ma^2$. Так как рассеяние частицы упругое, то она приобретает эту энергию возбуждения из энергии своего про-дольного движения. Если начальная продольная энергия частицы, равная $E_1 = \hbar^2 k_1^2/2M$, достаточно велика, чтобы обеспечить реализацию возбуждения поперечного движения, то рассеяние можно рассматривать как многоканальное. Волновой вектор продольного движения в каждом канале определяется формулой (9). Из этой формулы вытекает, что рассеяние по каналу n реализуется только при условии $k_1^2 > \pi^2 (m^2 - 1)/a^2$, где $\mathbf{k}_1 \square$ начальный волновой вектор частицы. В задаче многоканального рассеяния потенциалы $V_{mn}(x)$ описывают прохождение и отражение частицы по направлению x в канале m, а $V_{mn}(x)$ при $m \neq n$ обеспечивают переход частицы из канала n в канал m. В рассмотрение вводятся амплитуды прохождения и отражения T_m и R_m , которые зависят от индекса m, определяющего номер канала.

Рассмотрим рассеяние частицы на потенциале V(x, y), предполагая, что начальная энергия продольного движения достаточна, чтобы возбудить квантовое состояние с m = 2, но недостаточна для возбуждения состояния с m = 3. Тогда рассеяние будет двухканальным.

Будем также предполагать, что движение частицы по направлению y до встречи с потенциалом описывается волновой функцией $\Phi_1(y)$, а продольное движение – волновым вектором \mathbf{k}_1 . Согласно (5), (8) и (10), отличными от нуля будут только функции $\Psi_1(x)$ и $\Psi_2(x)$, которые удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d^{2}\Psi_{1}}{dx^{2}} + k_{1}^{2}\Psi_{1} - V_{11}(x)\Psi_{1} - V_{12}(x)\Psi_{2} = 0,$$

$$\frac{d^{2}\Psi_{2}}{dx^{2}} + k_{2}^{2}\Psi_{2} - V_{22}(x)\Psi_{2} - V_{21}(x)\Psi_{1} = 0,$$
(11)

где

$$V_{11}(x) = 2\int_{0}^{1} V(x,at) \sin^{2} \pi t dt, \quad V_{22}(x) = 2\int_{0}^{1} V(x,at) \sin^{2} 2\pi t dt,$$

$$V_{21}(x) = V_{12}(x) = 2\int_{0}^{1} V(x,at) \sin \pi t \sin 2\pi t dt.$$
(12)

Для нахождения решения системы уравнений (11) применим метод погружения [1,2]. Ищем их решения в виде

$$\Psi_{1}(x) = a_{1}(x)e^{ik_{1}x} - b_{1}(x)e^{-ik_{1}x},$$

$$\Psi_{2}(x) = a_{2}(x)e^{ik_{2}x} - b_{2}(x)e^{-ik_{2}x}.$$
(13)

Выберем $a_m(x)$ и $b_m(x)$ так, чтобы

$$\frac{da_m}{dx} = \frac{db_m}{dx} e^{-2ik_m x}, \quad m = 1, 2.$$
 (14)

Тогда производная функции $\Psi_m(x)$ задается в виде

$$\frac{d\Psi_m}{dx} = ik_m \Big[a_m e^{ik_m x} + b_m e^{-ik_m x} \Big], \quad m = 1, 2.$$
(15)

Такой выбор функции $a_m(x)$ и $b_m(x)$ означает, что независимо от вида потенциалов V_{mn} функции $\Psi_m(x)$ и $d\Psi_m/dx$ будут непрерывными функциями от *x*, если потребовать непрерывность функций $\Psi_m(x)$ на заданных границах потенциалов V_{mn} . Таким образом, найденные из этого требования функции $a_m(x)$ и $b_m(x)$ обеспечивают не только непрерывность волновой функции, но и ее производной по направлению *x* на границах заданного потенциала.

Кроме уравнений (14), необходима еще пара уравнений для определения неизвестных функций $a_m(x)$ и $b_m(x)$. Эти уравнения получаются из уравнения Шредингера подстановкой в него (13) и (15):

$$\frac{da_m}{dx}e^{ik_mx} + \frac{db_m}{dx}e^{-ik_mx} = \sum_n \frac{V_{mn}}{ik_m} \left(a_n e^{ik_nx} - b_n e^{-ik_nx}\right), \quad m = 1, 2.$$
(16)

Как видно из системы уравнений (14) и (16), функции $a_1(x)$, $a_2(x)$, $b_1(x)$ и $b_2(x)$ становятся постоянными в областях, где потенциалы $V_{mn}(x) = 0$. Согласно решениям (5) и (13), в этих областях функции $\Psi_m(x)$ имеют вид свободных волн, распространяющихся в направлении $\pm x$. Соответствующие постоянные a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , естественно, должны быть связаны с амплитудами пропускания и отражения по этим каналам рассеяния.

3. Задача Коши для двухканального рассеяния

Введем функции

-~ ()

$$\tilde{D}_{m}(z) = a_{m}(z)$$
 и $D_{m}(z) = b_{m}(z)$, $m = 1, 2$, (17)

от толщины потенциального слоя z. В уравнениях (14) и (16), заменяя x на z и функции a_m и b_m согласно соотношениям (17) на $\tilde{D}_m(z)$ и $D_m(z)$, мы получим уравнения, определяющие неизвестные функции $\tilde{D}_m(z)$ и $D_m(z)$. Эти уравнения имеют вид

$$\frac{dD_{1}(z)}{dz} = -\frac{iV_{11}}{2k_{1}}\tilde{D}_{1}(z) + \frac{iV_{11}}{2k_{1}}e^{-2ik_{1}z}D_{1}(z) - \frac{iV_{12}}{2k_{1}}e^{i(k_{2}-k_{1})z}\tilde{D}_{2}(z) + \frac{iV_{12}}{2k_{1}}e^{-i(k_{2}+k_{1})z}D_{2}(z),
\frac{dD_{1}(z)}{dz} = -\frac{iV_{11}}{2k_{1}}e^{2ik_{1}z}\tilde{D}_{1}(z) + \frac{iV_{11}}{2k_{1}}D_{1}(z) - \frac{iV_{12}}{2k_{1}}e^{i(k_{2}+k_{1})z}\tilde{D}_{2}(z) + \frac{iV_{12}}{2k_{1}}e^{-i(k_{2}-k_{1})z}D_{2}(z),
\frac{d\tilde{D}_{2}(z)}{dz} = -\frac{iV_{21}}{2k_{2}}e^{-i(k_{2}-k_{1})z}\tilde{D}_{1}(z) + \frac{iV_{12}}{2k_{2}}e^{-i(k_{2}+k_{1})z}D_{1}(z) - \frac{iV_{22}}{2k_{2}}\tilde{D}_{2}(z) + \frac{iV_{22}}{2k_{2}}e^{-2ik_{2}z}D_{2}(z),
\frac{dD_{2}(z)}{dz} = -\frac{iV_{21}}{2k_{2}}e^{i(k_{2}+k_{1})z}\tilde{D}_{1}(z) + \frac{iV_{21}}{2k_{2}}e^{i(k_{2}-k_{1})z}D_{1}(z) - \frac{iV_{22}}{2k_{2}}e^{2ik_{2}z}\tilde{D}_{2}(z) + \frac{iV_{22}}{2k_{2}}D_{2}(z).$$
(18)

Искомые функции $D_m(z)$ и $D_m(z)$ определенным образом связаны с амплитудами рассеяния T_1 , T_2 и R_1 , R_2 , где T_m – амплитуда прохождения и R_m – амплитуда отражения для *m*-ого канала рассеяния. При такой формулировке

задачи рассеяния она сводится к задаче Коши, так как нахождение неизвестных функций $\tilde{D}_m(z)$ и $D_m(z)$ сводится к решению системы уравнений (18) с начальными условиями при z = 0. Эти начальные условия можно определить из условий

$$T_1(0) = 1, \quad T_2(0) = R_2(0) = R_1(0) = 0,$$
 (19)

если, конечно, известна связь величи
н \tilde{D}_m и D_m с амплитудами рассеяния T_m и
 $R_m.$

Таким образом, предложенная нами постановка задачи рассеяния является обобщением метода погружения [6] на случай двухканальных задач рассеяния. Определение амплитуд рассеяния по разным каналам сводится к решению линейных уравнений первого порядка для функций \tilde{D}_m и D_m (18) с начальными условиями (19). Постановка задачи будет завершена, если удастся определить связь амплитуд рассеяния T_m и R_m с искомыми функциями \tilde{D}_m и D_m . Оставляя их нахождение на конец следующего раздела, введем вместо четырех уравнений первого порядка (17) два уравнения второго порядка. Такое преобразование системы уравнений целесообразно, так как полученные уравнения внешне совпадают с уравнениями (11), которые фактически получаются из уравнений Шредингера в случае двухканального рассеяния. Введем обозначение

$$L_m(z) = \tilde{D}_m(z)e^{ik_m z} - D_m(z)e^{-ik_m z}, \quad m = 1, 2.$$
(20)

Используя уравнения (18), можно получить следующую систему уравнений для функций $L_1(z)$ и $L_2(z)$:

$$\frac{d^{2}L_{1}(z)}{dz^{2}} + k_{1}^{2}L_{1}(z) - V_{11}L_{1}(z) - V_{12}L_{2}(z) = 0,$$

$$\frac{d^{2}L_{2}(z)}{dz^{2}} + k_{2}^{2}L_{2}(z) - V_{22}L_{2}(z) - V_{21}L_{1}(z) = 0.$$
(21)

Первые производные функции $L_m(z)$ имеют следующий вид:

$$\frac{dL_m(z)}{dz} = ik_m \Big[\tilde{D}_m(z) e^{ik_m z} + D_m(z) e^{-ik_m z} \Big], \quad m = 1, 2.$$
(22)

Если ввести обозначения

$$Q_m(z) = \tilde{D}_m(z)e^{ik_m z} + D_m(z)e^{-ik_m z}, \quad m = 1, 2,$$
(23)

то вместо уравнения (22) можно написать

$$\frac{dL_m(z)}{dz} = ik_m Q_m(z), \qquad m = 1, 2.$$
(24)

Таким образом, вначале находим функции $L_m(z)$ и $Q_m(z)$ и далее, согласно (20) и (23), восстанавливаем функции $\tilde{D}_m(z)$ и $D_m(z)$. А для

нахождения $L_m(z)$ нужно решить систему уравнений (21) с заданными начальными условиями (19) и далее определить $Q_m(z)$ по формулам (24).

4. Связь амплитуд рассеяния T_m и R_m с функциями \tilde{D}_m и D_m

Рассмотрим систему уравнений (21). Умножим первое из них на $L_1^*(z)$, второе на $L_2^*(z)$ и сложим; тогда получим

$$L_{1}^{*}\frac{d^{2}L_{1}}{dz^{2}} + L_{2}^{*}\frac{d^{2}L_{2}}{dz^{2}} + \left(k_{1}^{2} - V_{11}\right)\left|L_{1}\right|^{2} + \left(k_{2}^{2} - V_{22}\right)\left|L_{2}\right|^{2} - V_{12}\left(L_{1}^{*}L_{2} + L_{1}L_{2}^{*}\right) = 0.$$
 (25)

Напишем комплексно сопряженные уравнений (21), умножим их соответственно на функции $L_1(z)$ и $L_2(z)$ и сложим; тогда получим

$$L_{1}\frac{d^{2}L_{1}^{*}}{dz^{2}} + L_{2}\frac{d^{2}L_{2}^{*}}{dz^{2}} + (k_{1}^{2} - V_{11})|L_{1}|^{2} + (k_{2}^{2} - V_{22})|L_{2}|^{2} - V_{12}(L_{1}L_{2}^{*} + L_{1}^{*}L_{2}) = 0.$$
 (26)

Разность этих двух уравнений даст

$$L_{2}^{*} \frac{d^{2}L_{2}}{dz^{2}} - L_{2} \frac{d^{2}L_{2}^{*}(z)}{dz^{2}} + L_{1}^{*} \frac{d^{2}L_{1}}{dz^{2}} - L_{1} \frac{d^{2}L_{1}^{*}}{dz^{2}} = 0.$$
(27)

Интегрируя уравнение (27), получим

$$L_{2}^{*}\frac{dL_{2}}{dz} - L_{2}\frac{dL_{2}^{*}}{dz} + L_{1}^{*}\frac{dL_{1}}{dz} - L_{1}\frac{dL_{1}^{*}}{dz} = \text{const}.$$
 (28)

Это же уравнение, используя определение функций Q_1 и Q_2 , можно переписать в следующем виде:

$$L_1 Q_1^* + L_1^* Q_1 + \frac{k_2}{k_1} \left(L_2^* Q_2 + L_2 Q_2^* \right) = \text{const} .$$
⁽²⁹⁾

Используя уравнения (20) и (23), можно из уравнения (29) исключить функции L_m и Q_m и вместо них ввести функции \tilde{D}_m и D_m . Тогда получим

$$\left|D_{1}\right|^{2} - \left|\tilde{D}_{1}\right|^{2} + \frac{k_{2}}{k_{1}}\left|D_{2}\right|^{2} - \frac{k_{2}}{k_{1}}\left|\tilde{D}_{2}\right|^{2} = 1.$$
(30)

Постоянную, входящую в уравнение (29), мы выбрали так, чтобы обеспечить удовлетворение начальных условий (19).

На рис.2 показана схема двухканального рассеяния частицы. Частица с волновым вектором \mathbf{k}_1 падает на потенциальный барьер с вероятностью, равной единице. Обозначим амплитуды прохождения и отражения, соответственно, через T_1 и R_1 , если частица рассеивается с волновым вектором \mathbf{k}_1 . Возможно также прохождение и отражение частицы с волновым вектором \mathbf{k}_2 . Обозначим их амплитуды, соответственно, через T_2 и R_2 . Полную вероятность прохождения частицы $|T|^2$ можно записать в следующем виде:

$$|T|^{2} = |T_{1}|^{2} + |T_{2}|^{2}.$$
(31)

Отметим, что вероятность полного отражения $|R|^2 = |R_1|^2 + |R_2|^2$ выражается через $|T|^2$ следующим образом: $|R|^2 = 1 - |T|^2$.



n	2	
Рν		

Теперь перейдем к нахождению связей между амплитудами прохождения и отражения T_m и R_m и функциями $D_m(z)$ и $\tilde{D}_m(z)$. Эти связи должны быть такими, чтобы удовлетворялись следующие требования:

1. При отсутствии второго канала рассеяния ($T_2 = R_2 = 0$) реализуется рассеяние, характерное для одномерной задачи рассеяния. Тогда $T_1 = T$ и отличные от нуля функции $\tilde{D_1}$ и D_1 связаны с T_1 и R_1 следующими формулами [4]:

$$D_1 = \frac{1}{T_1}, \quad \tilde{D}_1 = \frac{R_1^*}{T_1^*}.$$
 (32)

2. При отсутствии рассеяния по отдельным каналам должны выполняться условия: $D_1 = \tilde{D_1} = 0$ при $T_1 = R_1 = 0$ и $D_2 = \tilde{D_2} = 0$ при $T_2 = R_2 = 0$.

3. В общем случае, когда величины T_1, T_2, R_1 и R_2 отличны от нуля, условие (30) должно переходить в условие непрерывности задачи двухканального рассеяния:

$$|T_1|^2 + |T_2|^2 + |R_1|^2 + |R_2|^2 = 1.$$
 (33)

С учетом вышеуказанных условий связи амплитуд рассеяния T_1, T_2, R_1 и R_2 с величинами D_1, D_2, \tilde{D}_1 и \tilde{D}_2 зададим в следующем виде:

$$D_{1} = \frac{1}{T_{1}} \left| \frac{T_{1}}{T} \right|^{2}, \qquad \tilde{D}_{1} = \frac{R_{1}^{*}}{T_{1}^{*}} \left| \frac{T_{1}}{T} \right|,$$

$$D_{2} = \sqrt{\frac{k_{1}}{k_{2}}} \frac{1}{T_{2}} \left| \frac{T_{2}}{T} \right|^{2}, \qquad \tilde{D}_{2} = \sqrt{\frac{k_{1}}{k_{2}}} \frac{R_{2}^{*}}{T_{2}^{*}} \left| \frac{T_{2}}{T} \right|.$$
(34)

Эти формулы определяют амплитуды рассеяния T_1, T_2, R_1 и R_2 через искомые функции D_1, D_2, \tilde{D}_1 и \tilde{D}_2 с точностью до постоянного фазового множителя, который должен зависеть от координаты z_0 центра локального потенциала. Следовательно, амплитуды рассеяния можно искать в виде:

$$T_{1} = \frac{D_{1}^{*}}{|D|^{2}}, \qquad R_{1} = \frac{\left(\tilde{D}_{1} \ D_{1}\right)^{*}}{|D_{1}||D|},$$

$$T_{2} = \sqrt{\frac{k_{2}}{k_{1}}} \frac{D_{2}^{*}}{|D|^{2}} e^{i\varphi}, \qquad R_{2} = \sqrt{\frac{k_{2}}{k_{1}}} \frac{\left(\tilde{D}_{2} \ D_{2}\right)^{*}}{|D_{2}||D|}} e^{i\tilde{\varphi}},$$
(35)

где

$$|D|^{2} = |D_{1}|^{2} + \frac{k_{2}}{k_{1}}|D_{2}|^{2}.$$

Здесь T_1 и R_1 не имеют добавочного фазового множителя, так как при $T_2 = R_2 = 0$ они переходят в амплитуды одномерного рассеяния. Следовательно, T_1 не будет зависеть от z_0 , а R_1 будет пропорционально $\exp(2ik_1z_0)$: φ и $\tilde{\varphi}$ должны быть выбраны так, чтобы зависящие от z_0 фазы перед T_2 и R_2 равнялись $(k_1 - k_2)z_0$ и $(k_1 + k_2)z_0$, соответственно. Интересно отметить, что добавочная фаза произведения RT не зависит от канала рассеяния и равняется $2k_1z_0$.

В заключение отметим, что для нахождения амплитуд рассеяния по двум каналам вначале нужно проинтегрировать систему уравнений (21) и найти функции $L_1(z)$ и $L_2(z)$. Постоянные интегрирования определяются из начальных условий (19), которые совместно с уравнениями (20), (23) и (24) определяют $L_m(z)$ и $dL_m(z)/dz$ для m=1,2 в точке z=0. Зная функции $L_1(z)$ и $L_2(z)$, из уравнений (24) можно определить $Q_1(z)$ и $Q_2(z)$ и далее, используя (20) и (23), определить $D_1(z)$, $\tilde{D}_1(z)$ и $D_2(z)$, $\tilde{D}_2(z)$. Наконец, формулы (35) определяют амплитуды прохождения T_1 , T_2 и отражения R_1 , R_2 через найденные значения функций D_1 , D_2 , \tilde{D}_1 и \tilde{D}_2 в точке z=d.

В следующей работе мы применим предложенный метод для решения задачи рассеяния на конкретно заданном потенциале.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. В.В.Бабиков. Метод фазовых функций в квантовой механике. М., Наука, 1976.
- 2. Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян. Изв. НАН Армении, Физика, 34, 138 (1999).
- 3. D.M.Sedrakian, A.Zh.Khachatrian. Phys. Lett. A, 265, 294 (2001).
- 4. А.Ж.Хачатрян, Д.М.Седракян, В.А.Хоецян. Изв. НАН Армении, Физика, 44, 133 (2009).
- D.M.Sedrakian, A.H.Gevorgyan, A.Zh.Khachatrian. Optics Communications, 192, 135 (2001).
- 6. **Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян, Э.М.Казарян, Л.Р.Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 167 (2009).
- 7. D.Boese, M.Lischka, L.E.Reichl. Phys. Rev. B, 62, 16933 (2000).

ሮՆԿՂՄԱՆ ՄԵԹՈԴԸ ԲԱԶՄՈՒՂԻ ՑՐՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ՀԱՄԱՐ

Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Է.Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Լ.Ռ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Առաջարկված է նոր մեթոդ բազմականալ ցրման խնդրի լուծման համար։ Մասնավորապես, դիտարկված է այնպիսի ցրում, որի դեպքում մասնիկը լայնական ցրման ուղղու-թյամբ կատարում է վերջավոր շարժում։ Այս դեպքում ցրումը բազմուղի է, ինչը պայմանա-վորված է մասնիկի լայնական շարժման դիսկրետ վիճակներով։ Երկկանալ ցրման դեպքում խնդրի դրվածքը հասցված է մինչև վերջ։ Առաջարկված է մեթոդ ցրման ամպլիտուդների որոշման համար։

IMMERSING METHOD FOR THE MULTICHANNEL SCATTERING PROBLEM

D.M. SEDRAKIAN, E.M. KAZARYAN, L.R. SEDRAKIAN

We propose the method for solution of the multichannel scattering problem. In particular, scattering problem is considered when a particle makes a finite motion in the transverse direction of the scattering. In this case scattering becomes multichannel, which is connected with the presence of discrete energy levels of the transverse movement of a particle. For case of two-channel scattering, the problem is formulated up to the end. A method for determination of scattering amplitudes for the potential V = V(x, y) is proposed. УДК 531.534

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ХАРАКТЕР РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СПИНОВЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

Г.Е. БАГДАСАРЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 30 марта 2009 г.)

Исследованы вопросы существования и характер распространения пространственных спиновых поверхностных волн в ферромагнитных средах. Получено условие существования поверхностной волны в зависимости от физических постоянных материала среды и от угла, составленного направлением волнового вектора с направлением оси легкого намагничивания ферромагнетика. Определены области изменения волновых чисел, при которых распространение поверхностной волны становится невозможным (зоны молчания). Найдены формулы для определения фазовой скорости и глубины проникновения поверхностной волны. Показано, что выбором направления волнового вектора можно достичь необходимой локализации спиновой волны у поверхности тела.

1. Введение

В работе [1] на основе уравнения движения магнитного момента и квазистатических уравнений Максвелла, в двумерной постановке исследованы вопросы существования спиновых поверхностных волн в ферромагнитном полупространстве. Принято, что полупространство в декартовой прямоугольной системе координат x_1, x_2, x_3 занимает область $x_2 > 0$, а ось ox_3 совпадает с осью легкого намагничивания ферромагнетика. Рассмотрена двумерная задача (все величины, характеризующие волновое движение в среде, не зависят от координаты x_3), когда волна распространяется параллельно оси ox_1 (перпендикулярно оси легкого намагничивания) и затухает по мере удаления от поверхности полупространства. Получено дисперсионное уравнение, анализом которого установлено, что: а) в полупространстве могут распространяться двумерные поверхностные спиновые волны (волны Деймона-Эшбаха) с частотой, не зависящей от модуля волнового вектора; б) эти волны, в зависимости от направления волнового вектора, распространяются либо только по положительному направлению оси ox_1 , либо только по обратному направлению указанной оси. В дальнейшем указанная задача рассматривалась многими авторами [2-6], которые исследовали влияние различных факторов (однородность среды, обменное взаимодействие, присутствие внешних магнитных полей и т.д.) на существование и характер распространения

двумерных поверхностных спиновых волн. Сведения об этих исследованиях можно найти в монографиях [3,5,7], содержащих достаточно полный обзор работ, относящихся к спиновым волнам. Во всех вышеуказанных работах, а также в работах, приведенных в монографиях [3,5,7], задача о поверхностных спиновых волнах исследована в двумерной постановке.

В данной работе вопросы существования и характер распространения спиновых поверхностных волн исследуются в трехмерной постановке. Функции, являющиеся решениями рассматриваемой трехмерной задачи, представлены в виде $f_k(x_2) \exp i(\omega t - k_1 x_1 - k_3 x_3)$, где ω – частота волны, k_1, k_3 – компоненты волнового вектора $\mathbf{k} = k_1 \mathbf{e}_1 + k_3 \mathbf{e}_3$, \mathbf{e}_i – единичные векторы координатных осей, $f_{k}(x_{2})$ – неизвестные функции, подлежащие определению. С учетом поверхностных условий задачи определены функции $f_{\mu}(x_2)$ и получено дисперсионное уравнение относительно ω , которое при $k_3 = 0$ совпадает с уравнением Деймона–Эшбаха. дисперсионным волны Анализом дисперсионного уравнения получено следующее условие существования спиновой поверхностной волны: $(\beta + H^0 M_0^{-1})(k_3 k_1^{-1})^2 < 4\pi$, где β – постоянная анизотропии, M_0 – величина магнитного момента $\mathbf{M}_0 = M_0 \mathbf{n}$ насыщения, H_0 – величина напряженности внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_{\mathbf{0}} = H^{0}\mathbf{n}$, \mathbf{n} – единичный вектор вдоль оси легкого намагничивания ферромагнетика. Это означает, что в рассматриваемой ферромагнитной среде: 1) можно возбудить поверхностную волну, если угол θ , составленный векторами **n** и **k**, принадлежит следующим областям (зоны существования поверхностной волны): $\theta_0 < \theta < \pi - \theta_0$ $\tan^2 \theta_0 = \left(\beta + H_0 M_0^{-1}\right) / 4\pi$ $\pi + \theta_0 < \theta < 2\pi - \theta_0$, и $\beta + H_0 M_0^{-1} > 0;$ где 2) поверхностная волна не может распространяться, если угол в принадлежит областям (зоны молчания) $\pi - \theta_0 < \theta < \pi + \theta_0$ и $2\pi - \theta_0 < \theta < 2\pi + \theta_0$. Решением дисперсионного уравнения установлено также, что: а) поверхностная волна может распространяться либо только по положительному направлению волнового вектора, либо только по обратному направлению этого вектора; б) если изменить направление волнового вектора на обратное, то направление распространения поверхностной волны сохраняется; в) путем выбора направления волнового вектора можно достичь необходимой локализации спиновой волны у поверхности тела; г) пространственные поверхностные волны, как и волны Деймона-Эшбаха, распространяются с дисперсией. Исследовано влияние направления волнового вектора на величину фазовой скорости и глубину проникновения пространственной спиновой поверхностной волны.

2. Постановка задачи распространения спиновых (магнитных) волн в ферромагнетиках

Рассмотрим диэлектрический ферромагнитный кристалл, занимающий область Ω (внутренняя область) трехмерного эвклидового пространства. Предполагается, что свойства среды вне кристалла (во внешней области) совпадают со свойствами вакуума. Декартовая прямоугольная система

координат x_1, x_2, x_3 выбрана так, что ось ox_3 совпадает с осью легкого намагничивания ферромагнетика.

Исследование волнового процесса проводится на основе уравнения движения магнитного момента ферромагнетика, которое в отсутствие диссипативных процессов имеет вид [7]

$$\frac{d\mathbf{\mu}}{dt} = g\left(\mathbf{\mu} \times \mathbf{H}^{\text{eff}}\right). \tag{1}$$

Здесь g – гиромагнитное отношение ($g \approx 1.76 \times 10^7 \text{ c}^{-1} \text{ 9}^{-1}$), $\mu(x_1, x_2, x_3, t)$ – магнитный момент единицы массы ферромагнетика, \mathbf{H}^{eff} – эффективное магнитное поле, компоненты которого определяются следующими формулами [7]:

$$H_{i}^{\text{eff}} = H_{i} - \frac{\partial F}{\partial \mu_{i}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \left(\rho \frac{\partial F}{\partial \gamma_{ik}} \right),$$

$$\gamma_{ik} = \frac{\partial \mu_{i}}{\partial x_{k}},$$

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{\partial \mu}{\partial t} + v_{i} \frac{\partial \mu}{\partial x_{i}}, \quad i = 1, 2, 3.$$
(2)

В формулах (2) ρ – плотность, **v** – скорость, $F(\mu_i, \gamma_{ik})$ – отнесенная к единице массы потенциальная энергия ферромагнетика, **H** – магнитное поле в ферромагнетике. Здесь и в последующем по повторяющимся индексам предполагается суммирование.

К уравнениям (1) необходимо присоединить уравнения магнитостатики в области, занятой ферромагнитным телом (область Ω):

$$rot\mathbf{H} = 0, \ div\mathbf{B} = 0,$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M} = \mathbf{H} + 4\pi\rho\mu,$$
 (3)

и граничные условия

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B} - \mathbf{B}^{(e)} \end{bmatrix} \mathbf{N} = 0, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{H} - \mathbf{H}^{(e)} \end{bmatrix} \times \mathbf{N} = 0$$
(4)

на поверхности S ферромагнетика. В (3) и (4) **N** – единичный вектор внешней нормали к поверхности тела, **M** – вектор намагничения, **B** – магнитная индукция, а индекс "е" означает принадлежность рассматриваемой величины к внешней среде. Величины с индексами "е" удовлетворяют уравнениям магнитостатики для вакуума

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}^{(e)} = 0, \ \operatorname{div}\mathbf{B}^{(e)} = 0, \ \mathbf{B}^{(e)} = \mathbf{H}^{(e)}$$
 (5)

и условиям на бесконечности.

Рассмотрим два состояния намагниченного ферромагнетика. Первое состояние будем называть равновесным и все величины, относящиеся к этому состоянию, будем отмечать индексом "0". Предполагается, что в этом состоянии

среда однородно намагничена до насыщения в направлении оси легкого намагничивания: $\mathbf{M}_0 = M_0 \mathbf{n} = M_s \mathbf{n}$ (M_s – величина магнитного момента насыщения, \mathbf{n} – единичный вектор вдоль оси легкого намагничивания). Второе состояние будем называть возмущенным. Все величины, относящиеся ко второму состоянию, будем отмечать значком "~" и представлять их в виде суммы величин, относящихся к равновесному состоянию и возмущению соответствующих величин: $\tilde{Q} = Q_0 + q$. Возмущения будем считать малыми величинами по сравнению с соответствующими величинами равновесного состояния и не будем снабжать их никакими дополнительными индексами.

Характеристики магнитного поля равновесного состояния, согласно (3)–(5), должны удовлетворять уравнениям

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}_{0} = 0, \ \operatorname{div}\mathbf{B}_{0} = 0, \ \mathbf{B}_{0} = \mathbf{H}_{0} + 4\pi\mathbf{M}_{0}$$
(6)

в области Ω, уравнениям

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}_{0}^{(e)} = 0, \ \operatorname{div}\mathbf{B}_{0}^{(e)} = 0, \ \mathbf{B}_{0}^{(e)} = \mathbf{H}_{0}^{(e)}$$
(7)

во внешней области и условиям сопряжения

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 - \mathbf{B}_0^{(e)} \end{bmatrix} \mathbf{N} = 0, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_0^{(e)} \end{bmatrix} \times \mathbf{N} = 0$$
(8)

на поверхности *S* ферромагнетика. Кроме того, должны удовлетворяться условия

$$\lim_{r \to \infty} \mathbf{H}_0^{(e)} = \mathbf{H}^0 \tag{9}$$

на бесконечности ($r^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, \mathbf{H}^0 – заданное внешнее магнитное поле, направленное вдоль оси легкого намагничивания: $\mathbf{H}^0 = H^0 \mathbf{n}$) и условие

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\mathbf{0}}^{\mathrm{eff}} = 0, \tag{10}$$

вытекающее из уравнения (1).

В дальнейшем, для простоты, рассматриваются такие области Ω (занятые телом), в которых задача (6)–(9) имеет решение \mathbf{H}_0 , параллельное вектору \mathbf{n} : $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{n}$. Такими областями являются, например, область, занятая бесконечным цилиндрическим телом, ось которого параллельна оси легкого намагничивания, а также область, занятая телом в форме бесконечного слоя или полупространства, граничные плоскости которых параллельны вектору \mathbf{n} .

Величины, характеризующие возмущенное состояние среды, согласно вышеизложенному, необходимо представить в виде

$$\begin{split} \tilde{\mu}_i &= \mu_{0i} + \mu_i, \quad \tilde{\rho} = \rho_0 + \rho, \qquad H_i = H_{0i} + h_i, \\ \tilde{H}_i^{\text{eff}} &= H_{0i}^{\text{eff}} + h_i^{\text{eff}} = H_{0i} + h_i^{\text{eff}}, \quad \tilde{\nu}_i = \nu_{0i} + \nu_i = \nu_i, \end{split}$$

$$\end{split}$$

$$(11)$$

где $\rho_0 = \text{const} - \text{равновесная плотность ферромагнетика, } \boldsymbol{\mu}_0 = \rho_0^{-1} \mathbf{M}_0 - \text{плотность}$ магнитного момента равновесного состояния; μ_i , ρ , h_i и h_i^{eff} – здесь и в дальнейшем возмущения соответствующих величин равновесного состояния.

Чтобы записать уравнения относительно возмущений ($\mu_i, h_i, h_i^{\text{eff}}$) равновесного состояния, как видно из (2), необходимо задать выражение для плотности потенциальной энергии F ферромагнетика. Здесь приводится выражение для F в случае малых возмущений и малого градиента плотности магнитного момента, при этом ограничимся рассмотрением одноосных ферромагнетиков. Тогда, разлагая функцию $F(\mu_i, \partial \mu_i / \partial x_k)$ в ряд Тейлора в окрестности равновесного состояния и ограничиваясь членами до второго порядка малости включительно, для F получается представление [7]

$$2\rho_0^{-1}F = \beta(\mathbf{\mu} \cdot \mathbf{\mu}) + b(\mathbf{\mu} \cdot \mathbf{n})^2 + \lambda \frac{\partial \mu_i}{\partial x_k} \frac{\partial \mu_i}{\partial x_k}, \qquad (12)$$

где
 β — постоянная магнитной анизотропии среды,
а [] — обменная константа (модуль обменных взаимодействий).

Учитывая (12) и основные предположения теории малых возмущений (например, таких, как $|q| \ll |Q_0|$, $|q|^2 \ll |q|$ и т.п.), из (2) получаем следующее линеаризованное выражение для возмущения эффективного магнитного поля:

$$\mathbf{h}^{\text{eff}} = \mathbf{h} - \rho_0 \beta \boldsymbol{\mu} + \rho_0 \lambda \Delta \boldsymbol{\mu} - \rho_0 b \left(\mathbf{n} \, \boldsymbol{\mu} \right) \mathbf{n} \,, \tag{13}$$

где Δ – трехмерный оператор Лапласа.

Аналогичным образом, учитывая (6)–(11) и условия малости возмущений, из (1), (3)–(5) получаем линеаризованные уравнения и граничные условия, описывающие поведение возмущений соответствующих величин, характеризующих равновесное состояние рассматриваемой ферромагнитной среды:

уравнения в области Ω

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial t} = g \boldsymbol{\mu}_0 \mathbf{n} \times \left[\mathbf{h} - \rho_0 \left(\boldsymbol{\beta} + \frac{H^0}{M_0} \right) \boldsymbol{\mu} + \rho_0 \lambda \Delta \boldsymbol{\mu} \right],$$
(14)
rot $\mathbf{h} = 0, \qquad \text{div} \left(\mathbf{h} + 4\pi \rho_0 \boldsymbol{\mu} \right) = 0;$

уравнения во внешней области

$$\operatorname{rot}\mathbf{h}^{(e)} = 0, \ \operatorname{div}\mathbf{h}^{(e)} = 0; \tag{15}$$

граничные условия на поверхности S

$$\left(\mathbf{h} - \mathbf{h}^{(e)} + 4\pi\rho_0\mathbf{\mu}\right)\mathbf{N} = 0, \ \left(\mathbf{h} - \mathbf{h}^{(e)}\right) \times \mathbf{N} = 0 \tag{16}$$

и условия затухания возмущений на бесконечности

$$\lim_{r \to \infty} \mathbf{h}^{(\mathbf{e})} = 0. \tag{17}$$

Уравнения и граничные условия типа (14)–(17), характеризующие распространение спиновых (магнитных) волн в ферромагнетиках, на основе различных подходов, получены в работах многих авторов. Сведения об этих работах можно найти в монографиях [3,5,7]. Применяемый здесь метод малых

возмущений является родственным с методом, использованным в работе [7], и окончательные уравнения и поверхностные условия, полученные в [7], полностью совпадают с (13)–(17) при $H^0 = 0$.

3. Дисперсионное уравнение пространственных спиновых поверхностных волн

Пусть Ω является полупространством, граница которого параллельна оси легкого намагничивания ферромагнетика, занимающего область Ω . Система координат x_1, x_2, x_3 выбрана так, что Ω совпадает с областью $x_2 > 0$, а ось ox_3 направлена вдоль вектора **n**, то есть вдоль оси легкого намагничивания. Пусть, далее, среда находится в постоянном магнитном поле $\mathbf{H}^0(0,0,H^0)$. В этом случае задача определения магнитного поля H_0 равновесного состояния, то есть задача (6)–(9), имеет решение

$$H_{01} = H_{02} = 0, \quad H_{03} = H^0.$$
⁽¹⁸⁾

На основе (18) и (14)–(17) исследование волнового процесса в рассматриваемой магнитной системе, в случае длинноволнового приближения ($|\beta \mu| >> |\lambda \Delta \mu|$), приводится к решению уравнений

$$\frac{\partial \mu_1}{\partial t} - \omega_M \hat{\beta} \mu_2 - g \mu_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} = 0,$$

$$\frac{\partial \mu_2}{\partial t} + \omega_M \hat{\beta} \mu_1 + g \mu_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} = 0,$$

$$\frac{\partial \mu_3}{\partial t} = 0,$$

$$\Delta \varphi - 4\pi \rho_0 \operatorname{div} \boldsymbol{\mu} = 0$$
(19)

при $x_2 > 0$ и уравнения

$$\Delta \boldsymbol{\varphi}^{(e)} = 0 \tag{20}$$

при $x_2 < 0$ с условиями

$$\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}^{(e)}, \quad \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial x_2} - 4\pi \boldsymbol{\rho}_0 \boldsymbol{\mu}_2 = \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}^{(e)}}{\partial x_2} \tag{21}$$

на поверхности $x_2 = 0$ и условиями

$$\lim_{x_2 \to -\infty} \varphi^{(e)} = 0, \quad \lim_{x_2 \to +\infty} \varphi = 0, \quad \lim_{x_2 \to +\infty} \mu = 0$$
(22)

затухания возмущений на бесконечности.

В (19)–(22) функции $\varphi(x_1, x_2, x_3, t)$ и $\varphi^{(e)}(x_1, x_2, x_3, t)$ – потенциалы возмущенного магнитного поля в среде и в вакууме, соответственно, Δ – трехмерный оператор Лапласа,

$$\mathbf{h} = -\operatorname{grad}\boldsymbol{\varphi}, \quad \mathbf{h}^{(e)} = -\operatorname{grad}\boldsymbol{\varphi}^{(e)},$$
$$\boldsymbol{\omega}_{M} = g \boldsymbol{\rho}_{0} \boldsymbol{\mu}_{0} = g \boldsymbol{M}_{0}, \quad \hat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\beta} + H^{0} \boldsymbol{M}_{0}^{-1}.$$

Отметим, что в (22) условия при $x_2 \to +\infty$ являются также необходимыми условиями существования поверхностной волны.

Решения уравнений (19), соответствующие распространению волны с частотой ω , волновыми числами k_1 , k_3 и амплитудой, зависящей от координаты x_2 , будем искать в виде

$$\mu_{j} = f_{j}(x_{2}) \exp i(\omega t - k_{1}x_{1} - k_{3}x_{3}),$$

$$\varphi = \Phi(x_{2}) \exp i(\omega t - k_{1}x_{1} - k_{3}x_{3}),$$

$$(j = 1, 2, 3).$$
(23)

Подстановка (23) в первые три уравнения системы (19), с учетом последнего условия из (22), приводит к следующим выражениям для неизвестных функций $f_i(x_2)$:

$$f_{1}(x_{2}) = \frac{ig\mu_{0}}{\omega_{M}^{2}\hat{\beta}^{2} - \omega^{2}} \left(\omega \frac{d\Phi}{dx_{2}} + \omega_{M}\hat{\beta}k_{1}\Phi \right),$$

$$f_{2}(x_{2}) = -\frac{g\mu_{0}}{\omega_{M}^{2}\hat{\beta}^{2} - \omega^{2}} \left(\omega_{M}\hat{\beta}\frac{d\Phi}{dx_{2}} + \omega k_{1}\Phi \right),$$

$$f_{3}(x_{2}) \equiv 0, \qquad \omega^{2} \neq \omega_{M}^{2}\hat{\beta}^{2}.$$
(24)

Подставляя (23) и (24) в последнее уравнение системы (19), получим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение относительно неизвестной функции $\Phi(x_2)$:

$$\alpha \frac{d^2 \Phi}{dx_2^2} - \left(k_3^2 + \alpha k_1^2\right) \Phi = 0,$$

$$\alpha = \frac{\hat{\beta} \left(\hat{\beta} + 4\pi\right) \omega_M^2 - \omega^2}{\omega_M^2 \hat{\beta}^2 - \omega^2}.$$
(25)

Соответствующие представлению (23) решения уравнения (20) (в области $x_2 < 0$), удовлетворяющие первому из условий (22), имеют вид

$$\varphi^{(e)} = A^{(e)} e^{kx_2} \exp i \left(\omega t - k_1 x_1 - k_3 x_3 \right),$$

$$k = \sqrt{k_1^2 + k_3^2} > 0,$$
(26)

где $A^{(e)}$ – произвольная постоянная.

Из уравнения (25) видно, что при $\alpha = 0$ имеем либо тривиальное решение ($\mu_i \equiv 0, h_i \equiv 0$), либо поперечную объемную волну. Поэтому будем считать, что $\alpha \neq 0$, так как в дальнейшем рассматриваются только вопросы существования и распространения поверхностных волн. Далее, используя (23), (24), (26) и поверхностные условия (21), покажем, что, если $k_1 = 0$, то в рассматриваемой ферромагнитной среде не могут распространяться спиновые поверхностные волны. Действительно, если $k_1 = 0$, то уравнение (25) может иметь удовлетворяющее условию $\lim_{x_1\to x_2} \Phi(x_2) = 0$ (условие затухания возмущений на бесконечности) решение лишь только при $\alpha > 0$. Тогда для $\Phi(x_2)$ будем иметь

$$\Phi(x_2) = B \exp\left(-\left(|k_3|/\alpha\right)x_2\right). \tag{27}$$

Подставляя (26) и (27) в (21), получим следующее дисперсионное уравнение:

$$1 + \sqrt{\alpha} = 0$$
,

которое не имеет действительных корней. Следовательно, возбудить поверхностную спиновую волну, распространяющуюся вдоль оси легкого намагничивания, не представляется возможным.

Перейдем к исследованию общего случая $\alpha \neq 0$, $k_1 \neq 0$. Тогда уравнение (25) имеет исчезающее на бесконечности $(x_2 \rightarrow +\infty)$ решение только в том случае, когда выполняется следующее условие:

$$\delta = k_1^2 + (1/\alpha)k_3^2 > 0, \qquad (28)$$

являющееся необходимым условием существования поверхностной волны.

При условии (28) решение уравнения (25), удовлетворяющее условиям затухания возмущений на бесконечности, имеет вид

$$\Phi(x_2) = A \exp(-\sqrt{\delta}x_2), \qquad (29)$$

где А – произвольная постоянная.

Удовлетворяя поверхностным условиям (21), получим следующее дисперсионное уравнение относительно частоты ω :

$$\left(4\pi x/(\hat{\beta}^2 - x^2)\right) - \sqrt{1 + r^2} = \alpha \sqrt{1 + r^2/\alpha},$$
 (30)

где

$$x = (\omega/\omega_M)(k_1/|k_1|), \quad r = k_3 k_1^{-1},$$

$$\alpha = \left[\hat{\beta}(\hat{\beta} + 4\pi) - x^2\right] / (\hat{\beta}^2 - x^2).$$
(31)

Таким образом, вопросы существования пространственной поверхностной волны (следовательно, и характер ее распространения) зависят от того, имеет ли уравнение (30) действительные корни, удовлетворяющие условию (28).

4. Решение дисперсионного уравнения. Условие существования и характер распространения поверхностных волн

Имея в виду, что величина α отлична от нуля, дисперсионное уравнение (30), в силу (31), удобно представить в виде

$$f(x) = \sqrt{g(x)}, \qquad (32)$$

где

$$f(x) = \left(\sqrt{1+r^{2}}\left(x^{2}-\hat{\beta}^{2}\right)+4\pi x\right) / \left(\hat{\beta}\left(\hat{\beta}+4\pi\right)-x^{2}\right),$$

$$g(x) = \left(\left(1+r^{2}\right)\left(\hat{\beta}^{2}-x^{2}\right)+4\pi\hat{\beta}\right) / \left(\hat{\beta}\left(\hat{\beta}+4\pi\right)-x^{2}\right).$$
(33)

При исследовании уравнения (32) ограничимся рассмотрением случая $\hat{\beta} > 0$. Указанное уравнение имеет действительные корни только в тех случаях, когда

$$f(x) > 0, g(x) > 0.$$
 (34)

На основе (33) легко установить, что функция f(x) положительна в областях

1)
$$x^+ < x < \beta_1;$$
 (35)

2)
$$-\beta_1 < x < x^-$$
, если $\hat{\beta}r^2 > 4\pi$; (36)

3)
$$x^- < x < -\beta_1$$
, если $\hat{\beta}r^2 < 4\pi$, (37)

а g(x) – в областях

4)
$$-\sqrt{\hat{\beta}^{2} + (4\pi\hat{\beta}/(1+r^{2}))} < x < \sqrt{\hat{\beta}^{2} + (4\pi\hat{\beta}/(1+r^{2}))};$$
 (38)

5)
$$x > \beta_1$$
; (39)

$$6) \quad x < -\beta_1. \tag{40}$$

В (35)–(40) введены следующие обозначения:

$$x^{\pm} = -\left(2\pi/\sqrt{1+r^{2}}\right) \pm \sqrt{\hat{\beta}^{2} + \left(2\pi/\sqrt{1+r^{2}}\right)^{2}}, \ \beta_{1} = \sqrt{\hat{\beta}^{2} + 4\pi\hat{\beta}}.$$

На основе (35)–(40) заключаем, что условия (34) (условия, при которых уравнение (32) может иметь действительные корни) выполняются в следующих случаях:

$$0 < x^{+} < x < \sqrt{\hat{\beta}^{2} + 4\pi\hat{\beta}/(1+r^{2})};$$
(41)

$$x^{-} < x < -\beta_{1}$$
, если $\hat{\beta}r^{2} < 4\pi$. (42)

Учитывая (41) и (42), легко показать, что уравнение (32) не имеет положительных корней. Следовательно, если

$$\hat{\beta}r^2 > 4\pi,\tag{43}$$

то уравнение (32) не имеет действительных корней, т.е. при условии (43) существование спиновой поверхностной волны становится невозможным.

Если же

$$\hat{\beta}r^2 < 4\pi, \tag{44}$$

то уравнение (32) имеет единственный корень, принадлежащий области (42) и определяемый формулой

$$x = -(\hat{\beta}(2+r^2) + 4\pi) / 2\sqrt{1+r^2}.$$
 (45)

Таким образом, (44) является условием существования поверхностной спиновой волны в рассматриваемой ферромагнитной среде.

Введем угол θ , составленный направлением оси легкого намагничивания (направление вектора **n**) с направлением волнового вектора $\mathbf{k}(k_1, 0, k_3)$, отсчитываемый от вектора **n** по часовой стрелке. Тогда из (44) заключаем, что в рассматриваемой ферромагнитной среде: а) можно возбуждать поверхностную волну, если θ принадлежит следующим областям (зоны существования поверхностной волны):

$$\theta_{0} < \theta < \pi - \theta_{0} \quad \mu \quad \pi + \theta_{0} < \theta < 2\pi - \theta_{0},$$

$$\theta_{0} = \arctan\left(\beta/4\pi\right)^{\frac{1}{2}};$$
(46)

б) поверхностная волна не может распространяться, если θ принадлежит областям (зоны молчания)

$$\pi - \theta_0 < \theta < \pi + \theta_0,$$

$$2\pi - \theta_0 < \theta < 2\pi + \theta_0.$$
(47)

Вернемся к соотношению (45), которое в силу (31) позволяет получить следующую формулу для определения частоты ω поверхностной волны в зависимости от квадрата отношения волновых чисел (от $k_3^2 k_1^{-2}$) и от знака волнового числа k_1 :

$$\omega = -\omega_M \frac{|k_1|}{k_1} \frac{\hat{\beta}(2+r^2) + 4\pi}{2(1+r^2)^{\frac{1}{2}}}.$$
(48)

Подставляя в (48) $k_3 = 0$, получим следующее известное выражение для частоты двумерной поверхностной волны (волны Деймона–Эшбаха [1]):

$$\omega_{DE} = -(\hat{\beta} + 2\pi)\omega_{M} |k_{1}|/k_{1}.$$
(49)

Сравнивая (48) с (49), приходим к неравенству $|\omega| \le |\omega_{DE}|$, причем, равенство имеет место только при $k_3 = 0$.

Из (48) и (23) легко установить: 1) если $k_1 > 0$, то поверхностная волна может распространяться только по обратному направлению волнового вектора **k**; 2) если $k_1 < 0$, то направление распространения поверхностной волны совпадает с направлением вектора **k**; 3) если изменить направление волнового вектора на обратное, то направление распространения поверхностной волны сохраняется. Формула (48) позволяет также получить следующее выражение для определения модуля v фазовой скорости **v** (**v** = **N** ω/k , **N** = **k**/k – волновая нормаль, $k = \sqrt{k_1^2 + k_3^2}$ – волновое число) поверхностной волны:

$$\mathbf{v} = |\omega| / \sqrt{k_1^2 + k_3^2} = (\omega_M / 2|k_1|) (2(\hat{\beta} + 2\pi)k_1^2 + \hat{\beta}k_3^2) / (k_1^2 + k_3^2).$$
(50)

Полагая в (50) $k_3 = 0$, получим следующую формулу для определения величины фазовой скорости волны Деймона–Эшбаха $(k_1 \neq 0)$:

$$\mathbf{v}_{DE} = \left(\hat{\boldsymbol{\beta}} + 2\pi\right) \boldsymbol{\omega}_{M} / |\boldsymbol{k}_{1}|.$$
(51)

Формулы (50) и (51) показывают, что пространственные поверхностные волны, как и волны Деймона–Эшбаха, распространяются с дисперсией.

Используя (28)–(31) и (45), легко показать, что глубина проникновения γ пространственной поверхностной волны (то есть глубина, на которой амплитуда волны падает в *e* раз) определяется выражением

$$\gamma = \left(\frac{1}{|k_1|} \sqrt{1 + r^2} \right) \left(\frac{4\pi - \hat{\beta}r^2}{4\pi - \hat{\beta}r^2} \right),$$
(52)

причем, согласно условию (44) (условие существования поверхностной волны), $\gamma\!>\!0\,.$

Рассмотрим зависимость величины фазовой скорости v и глубины проникновения γ поверхностной волны от направления волнового вектора k, принимая $|\mathbf{k}| = R = \text{const}$. Тогда указанные величины представляются следующим образом $(k_1^2 = R^2 - k_3^2 > 0)$:

$$v = (\omega_{M}/2R) \left(2(\hat{\beta} + 2\pi) - (\hat{\beta} + 4\pi) \overline{k}_{3}^{2} \right) / (1 - \overline{k}_{3}^{2})^{\frac{1}{2}},$$

$$\gamma = (1/R) \left(4\pi (1 - \overline{k}_{3}^{2}) - \hat{\beta} \overline{k}_{3}^{2} \right) / (4\pi (1 - \overline{k}_{3}^{2}) + \hat{\beta} \overline{k}_{3}^{2}), \quad \overline{k}_{3}^{2} = k_{3}^{2}/R^{2}.$$
(53)

Из условия существования поверхностной волны (условие (44)) следует, что $\overline{k_3} \in (-a,a)$, где $a = \left[4\pi/(\hat{\beta} + 4\pi) \right]^{1/2}$. Как видно из (53), $v(k_3)$ и $\gamma(k_3)$ являются четными функциями от k_3 и имеют максимум в точке $k_3 = 0$. Других точек экстремума в интервале (-a,a) не имеется. Случай $k_3 = 0$ соответствует волне Деймона–Эшбаха и максимальные значения этих функций являются фазовой скоростью $\left(v(0) = (\hat{\beta} + 2\pi) \omega_M / R \right)$ и глубиной проникновения $(\gamma(0) = R^{-1})$ указанной волны. Следовательно: а) фазовая скорость пространственной поверхностной волны меньше фазовой скорости волны Деймона–Эшбаха; б) глубина проникновения пространственной поверхностной волны $\gamma(k_3) \le \gamma(0)$ (где $\gamma(0) = R^{-1} - глубина$ проникновения волны Деймона-Эшбаха) и является бесконечно малой функцией в окрестности точек $k_3 = \pm aR$; в) в отличие от пространственных поверхностных волн, глубина проникновения волны Деймона–Эшбаха не зависит от магнитных свойств среды.

На основе установленных выше свойств пространственной поверхност

ной волны (в особенности пункта б) указанных свойств) заключаем также, что с выбором направления волнового вектора можно достичь необходимой локализации спиновой волны у поверхности тела.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. R.W.Damon, I.R.Eshbach. J. Phys. Chem. Solids, 19, 308 (1961).
- 2. H.Benson, D.L.Mills. Phys. Rev., 178, 839 (1969).
- А.Г.Гуревич. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М., Наука, 1973.
- 4. Дж.Такер, В.Рэмптон. Гиперзвук в физике твердого тела. М., Мир, 1975.
- 5. Ж.Можен. Механика электромагнитных сплошных сред. М., Мир, 1991.
- 6. **G.Y.Bagdasaryan, D.J.Hasanyan, S.L.Sahakyan.** Proc. of the International Conference "Applied and Mathematical Aspects of Natural Sciences", vol. 3, p. 34, 1999.

А.И.Ахиезер, В.Г.Барьяхтар, С.В.Пелетминский. Спиновые волны. М., Наука, 1967.

ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ՍՊԻՆԱՅԻՆ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒԹԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԳՈՅՈՒԹՅՈՒՆՆ ՈՒ ՏԱՐԱԾՄԱՆ ՎԱՐՔԸ ՖԵՌՈՄԱԳՆԻՄՆԵՐՈՒՄ

Գ.Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

Ուսումնասիրված են տարածական սպինային մակերևութային ալիքների գոյության և տարածման հարցերը ֆեռոմագնիսական միջավայրերում։ Ստացված է մակերևութային ալիքի գոյության պայմանը` կախված միջավայրի նյութի ֆիզիկական հաստատուններից և այն անկյունից, որը կազմվում է ալիքային վեկտորի և ֆեռոմագնիսի հեշտ մագնիսացման առանցքի ուղղություններով։ Որոշված են ալիքային թվերի փոփոխման տիրույթները, որոնց դեպքում մակերևութային ալիքի տարածումն անհնար է դառնում (լռության գոտիներ)։ Ստացված են ֆազային արագությունը և մակերևութային ալիքի թափանցման խորությունը որոշող բանաձևեր։ Յույց է տրված, որ ալիքային վեկտորի ուղղության ընտրմամբ կարելի է հասնել սպինային ալիքի անհրաժեշտ լոկայացմանը մարմնի մակերևույթի մոտ։

EXISTENCE AND PROPAGATION CHARACTER OF SPATIAL SPIN SURFACE WAVES IN FERROMAGNETS

G.Y. BAGHDASARYAN

The problem of existence and transmission character of spatial spin surface waves in ferromagnetic media is studied. The condition of existence of surface wave is obtained depending on physical constants of media's material and on the angle made by the direction of wave vector with the direction of the axis of easy magnetization of the ferromagnet. The regions of change of wave numbers are determined, at which the transmission of surface wave becomes impossible (zones of silence). The formulas for definition of the phase velocity and penetration depth of the surface wave are found. It is shown that with a certain choice of the direction of wave vector it is possible to achieve the necessary localization of the spin wave at the surface of the body. УДК 539.182

МОДЕЛЬ ДЕМКОВА–КУНИКЕ ДЛЯ АССОЦИАЦИИ ХОЛОДНЫХ АТОМОВ: РЕЖИМ СЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Р.С. СОХОЯН^{1,2}, Г.Г. АЗИЗБЕКЯН^{1,3,4}, К. ЛЕРУА², А.М. ИШХАНЯН¹

¹Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

²Institut Carnot de Bourgogne, Universită de Bourgogne, Dijon, France

³Laboratoire de Physique Molйculaire et des Collisions, Universitй Paul Verlaine – Metz, Metz Cedex 3, France

⁴Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Россия

(Поступила в редакцию 30 июня 2009 г.)

Изучена нелинейная динамика формирования молекул в приближении среднего поля при когерентной фото- и магнито-ассоциации атомарного бозеэйнштейновского конденсата в случае, когда конфигурация внешнего поля определяется моделью Демкова–Кунике с квазилинейным пересечением уровней, характеризующейся колоколообразной формой импульса и ограниченной вариацией расстройки. Представлен общий подход построения приближения, описывающего временную динамику формирования молекул в режиме слабого взаимодействия, который далее применен к нелинейной задаче Демкова–Кунике. Представленное приближение, записанное как масштабированное решение некоторой линейной задачи, служащей аналогом к рассматриваемой нелинейной задаче, содержит свободные параметры, которые определяются вариационной процедурой. Полагая, что параметры, входящие в решение линейной задачи, не изменяются, мы предлагаем аналитическое выражение для параметра масштабирования.

1. Введение

Благодаря недавним экспериментальным и теоретическим достижениям, физика сверхохлажденных газов в магнитооптической ловушке превратилась в одну из наиболее быстро развивающихся областей науки (см. обзоры [1-3]). Одним из интересных направлений исследований в этой области является когерентное формирование молекул в атомарных квантовых газах под влиянием ассоциирующих оптических или магнитных полей (такие процессы называются "суперхимией" [4]). Динамика когерентного формирования молекул при определенных экспериментальных условиях [5,6] может быть описана следующей базовой системой связанных нелинейных уравнений [7], получаемой в рамках теории среднего поля:

$$i da_{1}/dt = U(t)e^{-i\delta(t)}\overline{a}_{1}a_{2},$$

$$i da_{2}/dt = (U(t)/2)e^{i\delta(t)}a_{1}a_{1},$$
(1)

где *t* есть время, a_1 и a_2 являются амплитудами вероятностей атомарного и молекулярного состояний, соответственно, $\overline{a_1}$ обозначает комплексно сопряженное к a_1 , реальная функция U(t) называется частотой Раби ассоциирующего поля, а реальная функция $\delta(t)$ является интегралом от расстройки между частотами лазерного излучения и перехода атом-молекула. Система (1) сохраняет общее число частиц, которое мы нормируем к единице: $|a_1|^2 + 2|a_2|^2 = \text{const} = 1$. Мы будем рассматривать конденсат, изначально находящийся в чисто атомарном состоянии: $a_1(-\infty) = 1$, $a_2(-\infty) = 0$.

В большинстве теоретических разработок (см., например, [8-12]) динамика формирования молекул, как правило, рассматривалась для модели Ландау– Зенера (ЛЗ) с постоянной амплитудой и линейным пересечением уровней [13] (рис.1):

$$U = U_0, \quad \delta_t = 2\delta_0 t \tag{2}$$

(при рассматриваемых здесь условиях фотоассоциация [14] и Фешбах-резонанс [15] математически эквивалентны). Однако действительная конфигурация внешнего поля, применяемая в экспериментах (см., например, [16-18]), отличается от конфигурации, определяемой моделью ЛЗ. Таким образом, для понимания физики этих экспериментов, важно изучить, каким образом вариация импульса и расстройки влияет на нелинейную динамику системы. Конфигурация поля, рассмотренная ниже, является первой моделью Демкова–Кунике (ДК) квазилинейного пересечения уровней [19], характеризующейся колоколообразной формой импульса и вариацией расстройки в ограниченных пределах (см. рис. 1):

$$U = U_0 \operatorname{sech}(t/\tau), \quad \delta_t = 2\delta_0 \tanh(t/\tau), \quad (3)$$

где τ – положительный параметр. Модель ДК рассматривается как естественное физическое обобщение модели ЛЗ. Без потери общности мы полагаем τ=1.

Целью настоящей работы является изучение режима слабого взаимодействия нелинейной задачи ДК [определяемой уравнениями (1) и (3)]. Этот режим описывает случай, когда число молекул, сформированных в ходе процесса ассоциации, невелико. Для модели ДК это соответствует пределу слабой связи ($U_0 \ll 1$, $\forall \delta_0$) и режиму очень большой расстройки в пределе сильной связи ($U_0 > 1$, $\delta_0 \gg U_0$).

Режим слабого взаимодействия нелинейной задачи ДК обсуждался в работе [20], где, используя точное нелинейное интегральное уравнение Вольтера для вероятности молекулярного состояния [21] и применяя последовательные приближения Пикара, была получена аналитическая формула для конечной вероятности перехода в молекулярное состояние. Тем не менее, полная временная динамика системы не была рассмотрена. В настоящей работе мы развиваем метод для описания временной эволюции этой системы в указанном режиме.



Рис.1. Сплошные кривые – первая модель ДК: $U = U_0 \operatorname{sech}(t)$, $\delta_t = 2\delta_0 \tanh(t)$; пунктирные линии – модель ЛЗ: $U \square U_0$, $\delta_t = 2\delta_0 t$.

2. Математическая трактовка

Основой для данного исследования является следующее точное уравнение для вероятности молекулярного состояния $p = |a_2|^2$ [22]:

$$p_{ttt} - \left(\frac{\delta_{tt}}{\delta_{t}} + 2\frac{U_{t}}{U}\right)p_{tt} + \left[\delta_{t}^{2} + 4U^{2}(1-3p) - \left(\frac{U_{t}}{U}\right)_{t} + \frac{U_{t}}{U}\left(\frac{\delta_{tt}}{\delta_{t}} + \frac{U_{t}}{U}\right)\right]p_{t} + \frac{U^{2}}{2}\left(\frac{\delta_{tt}}{\delta_{t}} - \frac{U_{t}}{U}\right)(1-8p+12p^{2}) = 0.$$
(4)

Сперва упростим это уравнение, применяя преобразование независимой переменной

$$z(t) = \int_{0}^{t} \frac{U(t')}{U_{0}} dt', \qquad (5)$$

которое сводит уравнение (4) к следующей форме с постоянной амплитудой:

$$p_{zzz} - \left(\delta_{zz}^{*}/\delta_{z}^{*}\right)p_{zz} + \left[\delta_{z}^{*2} + 4U_{0}^{2}(1-3p)\right]p_{z} + \left(U_{0}^{2}/2\right)\left(\delta_{zz}^{*}/\delta_{z}^{*}\right)\left(1-8p+12p^{2}\right) = 0, \quad (6)$$

где эффективная расстройка δ_z^* определяется как

$$\delta_z^*(z(t)) = \delta_t(t) U_0 / U(t) .$$
⁽⁷⁾

В случае модели ДК (3) уравнения (5) и (7) принимают следующую форму:

$$z(t) = 2 \arctan(e^{t}) - \pi/2, \quad z \in (-\pi/2, \pi/2),$$
 (8)

$$\delta_z^* = 2\delta_0 \tan(z), \quad \delta_z^*(z(t)) = 2\delta_0 \sinh(t). \tag{9}$$

Отметим, что точка пересечения резонанса t=0 отображается в точку z=0.

Линейная задача, соответствующая нелинейной задаче, может быть оп-

ределена путем отбрасывания нелинейных членов в уравнении для вероятности молекулярного состояния (4). Можно показать, что функция $p_L = |a_{2L}|^2$ удовлетворяет полученному линейному уравнению, если a_{2L} является решением системы линейных уравнений

$$i da_{1L}/dt = U(t) e^{-i\delta(t)} a_{2L},$$

$$i da_{2L}/dt = U(t) e^{i\delta(t)} a_{1L}$$
(10)

со следующей нормировкой:

$$|a_{1L}|^{2} + |a_{2L}|^{2} = I_{L} = 1/4.$$
(11)

С точки зрения квантовой оптики, эта система описывает когерентное взаимодействие изолированного атома с оптическим (лазерным) излучением [23].

Далее, запишем точное решение системы линейных уравнений (10), удовлетворяющее начальным условиям $a_1(-\infty) = 1$ и $a_2(-\infty) = 0$ и, следовательно, нормированное на единицу:

$$\left|a_{1DK}\right|^{2} + \left|a_{2DK}\right|^{2} = I_{L} = 1.$$
(12)

Это решение имеет следующий вид [19]:

$$a_{1DK} = {}_{2}F_{1}(-i\delta_{0} + \sqrt{U_{0}^{2} - \delta_{0}^{2}}, -i\delta_{0} - \sqrt{U_{0}^{2} - \delta_{0}^{2}}; 1/2 - i\delta_{0}; x),$$
(13)

$$a_{2DK} = \frac{U_0}{i + 2\delta_0} (\cosh(t))^{-1 + 2i\delta_0} \times \\ \times {}_2F_1(1 - i\delta_0 + \sqrt{U_0^2 - \delta_0^2}, 1 - i\delta_0 - \sqrt{U_0^2 - \delta_0^2}; 3/2 - i\delta_0; x),$$
(14)

где $x(t) = (1 + \tanh(t))/2$ и $_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; x)$ есть гипергеометрическая функция Гаусса [24]. Таким образом, вероятность перехода на второй уровень есть

$$p_{DK} = |a_{2DK}|^2,$$
 (15)

и конечная вероятность перехода определяется формулой

$$p_{DK}(+\infty) = \left| a_{2DK}(+\infty) \right|^2 = 1 - \cos^2 \left(\pi \sqrt{U_0^2 - \delta_0^2} \right) \operatorname{sech}^2 \pi \delta_0 \,. \tag{16}$$

Легко заметить, что решение уравнений (10), нормированное на 1/4 (согласно условию нормировки (11)), дается как

$$a_{1L} = a_{1DK}/2 \quad \text{M} \quad a_{2L} = a_{2DK}/2 \,. \tag{17}$$

Для более глубокого интуитивного понимания рассматриваемой задачи обратимся к анализу точного уравнения для вероятности молекулярного состояния (4). Нелинейность определяется текущим значением вероятности перехода *p*. Таким образом, можно ожидать, что, если *p* остается достаточно малым (напомним, что в любом случае $p \le 1/2$), то роль нелинейности довольно ограничена. В этом случае, пренебрегая нелинейными членами в уравнении (4), получаем линейное уравнение, и функция $p_L = |a_{2L}|^2$ есть ее решение [см. уравнения (15) и (17)].

Далее, изучая решение линейной двухуровневой задачи, заметим, что, если безразмерная пиковая частота Раби U_0 достаточно мала ($U_0 <<1$) или если она гораздо меньше скорости прохождения резонанса ($U_0 <<\delta_0$), то функция p_L никогда не принимает больших значений. Из этого можно сделать вывод, что в отмеченных случаях вероятность перехода, определяемая нелинейной двухуровневой задачей, близка к вероятности перехода, определяемой линейной задачей. Это наблюдение свидетельствует о том, что в режиме слабого взаимодействия временная динамика формирования молекул может быть описана масштабированным решением линейной задачи, но с некоторыми эффективными параметрами U_0^* и δ_0^* :

$$p_0 = C^* p_L(U_0^*, \delta_0^*, t) / p_L(U_0^*, \delta_0^*, +\infty).$$
(18)

Такое предположение для предела слабого взаимодействия модели ЛЗ было сделано в работе [25], где было построено хорошее аналитическое приближение в виде масштабированного решения вспомогательной линейной задачи ЛЗ с некоторым эффективным параметром ЛЗ, и были определены аналитические выражения для введенных параметров. Предварительный численный анализ показывает, что функция (18) способна обеспечить достаточно высокую точность без изменения параметра расстройки δ_0 . Таким образом, в дальнейшем мы полагаем $\delta_0^* = \delta_0$. Отметим, что для вариационного анзаца (18) приближенное выражение для конечной вероятности перехода определяется лишь значением масштабирующего параметра C^* .

Для разработки общих принципов, исходя из которых можно будет определить параметры U_0^* и C^* , подставим предложенный анзац в преобразованное уравнение для вероятности молекулярного состояния (6) и рассмотрим поведение остатка

$$R = \left(\frac{d}{dz} - \delta_{zz}^* / \delta_z^*\right) r(z), \qquad (19)$$

где r(z) обозначает

$$r(z(t)) = C^* \frac{U_0^{*2}}{2} \left[4 - 8 \frac{p_{DK}(U_0^*, t)}{p_{DK}(U_0^*, +\infty)} \right] - \frac{U_0^2}{2} \left[1 - 8C^* \frac{p_{DK}(U_0^*, t)}{p_{DK}(U_0^*, +\infty)} + 12 \left(C^* \frac{p_{DK}(U_0^*, t)}{p_{DK}(U_0^*, +\infty)} \right)^2 \right].$$
(20)

Интуитивно понятно, что чем точнее приближение p_0 , тем меньше остаток R (он был бы тождественно равен нулю, если бы p_0 было точным решением уравнения (6)). Таким образом, мы стремимся минимизировать остаток через соответствующий выбор параметров U_0^* и C^* . Сначала заметим, что, поскольку функция $p_{DK}(U_0^*,t)$ ограничена всюду, функция R ограничена почти всюду. Исключениями являются точка пересечения резонанса z=0 (t=0) и точки $z=\pm \pi/2$ ($t=\pm\infty$), где из-за члена δ_{zz}^*/δ_z^* в операторе ($d/dz - \delta_{zz}^*/\delta_z^*$) R расходится. Поскольку при переходе к физической переменной t сингулярности остатка R на $z=\pm \pi/2$ исчезают, мы устраняем расхождение остатка в точке пересечения резонанса z=0, то есть мы требуем, чтобы U_0^* и C^* удовлетворяли уравнению 421

r(0) = 0. В явном виде это уравнение записывается как

$$C^{*} \frac{U_{0}^{*2}}{2} \left[4 - 8 \frac{p_{DK}(U_{0}^{*}, 0)}{p_{DK}(U_{0}^{*}, +\infty)} \right] - \frac{U_{0}^{2}}{2} \left[1 - 8C^{*} \frac{p_{DK}(U_{0}^{*}, 0)}{p_{DK}(U_{0}^{*}, +\infty)} + 12 \left(C^{*} \frac{p_{DK}(U_{0}^{*}, 0)}{p_{DK}(U_{0}^{*}, +\infty)} \right)^{2} \right] = 0.$$
(21)

Для определения параметров U_0^* и C^* необходимо ввести еще одно уравнение. Конечно, для построения наиболее простого приближения можно сначала попытаться избежать вариации обоих вспомогательных параметров и вместо этого постараться получить более простое однопараметрическое приближение. Естественным выбором является изменение C^* при фиксированном $U_0^* = U_0$. Тогда уравнение (21) дает

$$C^* = \lim_{t \to +\infty} p_0(t) = \left(\left(1 - \sqrt{1 - 3p_{DK}(U_0, 0)^2} \right) / 6p_{DK}(U_0, 0)^2 \right) p_{DK}(U_0, +\infty) .$$
(22)

Как следует из уравнений (12), (13), явное выражение для $p_{\scriptscriptstyle DK}(0)$ может быть записано как

$$p_{DK}(0) = 1 - \left| {}_{2}F_{1}(-i\delta_{0} + \sqrt{U_{0}^{2} - \delta_{0}^{2}}, -i\delta_{0} - \sqrt{U_{0}^{2} - \delta_{0}^{2}}; 1/2 - i\delta_{0}; 1/2) \right|^{2}.$$
(23)

Численный анализ показывает, что построенное приближение (18) при $\delta_0^* = \delta_0$, $U_0^* = U_0$ и C^* , определенном в соответствии с уравнением (22), достаточно точно описывает временную динамику формирования молекул в пределе слабого взаимодействия. Далее, мы сравниваем полученное приближенное выражение для конечной вероятности перехода (22) с приближением, представленным в работе [20]:

$$\lim_{t \to +\infty} p(t) \approx \frac{p_{DK}(U_0, +\infty)}{4} \times \left(1 + \frac{3U_0^2}{64} \frac{1 + 2\delta_0^2}{1 + \delta_0^2} |B(1/2 + i\delta_0, 1/2 + i\delta_0)|^2 p_{DK}(U_0, +\infty) \right).$$
(24)

Выведенная формула (22) для конечной вероятности перехода, аппроксимация (24) из работы [20] и результат численного решения показаны на рис.2. Как видим, в пределе слабой связи $U_0 < 1$ полученная формула работает немного лучше, чем формула, определяемая уравнением (24).

С другой стороны, численный анализ показывает, что в режиме очень большой расстройки при пределе сильной связи ($U_0 > 1$, $\delta_0 >> U_0$) формула (24) имеет более широкую область применения, чем формула (22). Однако, важно, что помимо получения выражения для окончательной вероятности перехода в режиме слабого взаимодействия, представленный метод достаточно точно воспроизводит временную динамику формирования молекул (рис.3 и 4).



Рис.2. Конечная вероятность перехода для $\delta_0 = U_0$. Сплошная линия – численный результат, штриховая линия – приближенная формула (22), пунктирная линия – формула (24).



Рис.3. Временная зависимость вероятности молекулярного состояния при $U_0 = 2.5$ и $\delta_0 = 70$. Для рассмотренных значений параметров численный результат и приближенная формула (22) неразличимы. Пунктирная линия – конечная вероятность перехода, определяемая формулой (24).



Рис.4. Временная зависимость вероятности молекулярного состояния при $U_0 = 0.3$ и $\delta_0 = 0.01$. Численное решение и приближение (22) описывают практически неразличимые кривые. Пунктирная линия – конечная вероятность перехода, определяемая формулой (24).

3. Заключение

Изучена нелинейная динамика формирования молекул в приближении среднего поля при когерентной фото- и магнито-ассоциации атомарного бозеэйнштейновского конденсата в случае, когда конфигурация внешнего поля определяется моделью Демкова-Кунике квазилинейного пересечения уровней, характеризующейся колоколообразной формой импульса вариацией И расстройки ограниченных пределах. Используя точное нелинейное в дифференциальное уравнение третьего порядка для молекулярного состояния вероятности, мы построили вариационный анзац для описания временной динамики связанной атомно-молекулярной системы в режиме слабого взаимодействия, соответствующем пределу слабой связи $(U_0 << 1, \forall \delta_0)$ и режиму очень большой расстройки предела сильной связи $(U_0 > 1)$ $\delta_0 >> U_0$). Предложенный анзац записывается в виде масштабированного решения соответствующей линейной задачи с некоторыми эффективными параметрами. Предположив, что параметры, входящие в решение линейной задачи, не изменяются, мы предложили аналитическое выражение для параметра масштабирования. Хотя в пределе слабой связи представленная формула лишь незначительно улучшает приближение для конечной вероятности перехода, представленное в работе [20] (см. рис.2), она имеет важное преимущество: она довольно точно описывает временную динамику формирования молекул во всей временной области. Более того, мы проверили численно, что область применимости построенного аналитического приближения могла бы быть значительно расширена, если вместо фиксации параметра U_0^* как $U_0^* = U_0$ мы бы его варьировали. Это могло бы привести к значительному прогрессу, и мы надеемся обратиться к этому вопросу в одной из последующих публикаций.

Работа выполнена при поддержке Армянского Национального Научного и Образовательного Фонда (грант ANSEF 2009-PS-1692) и Международного научнотехнического центра (ISTC Grant № А-1241). Р.С. Сохоян и Г.Г. Азизбекян выражают признательность посольству Франции в Ереване за гранты № 2006-4638 и № 2007-3849 (Boursiers du Gouvernement Fransais).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. L.D.Carr, D.DeMille, R.V.Krems, J.Ye. N. J. Phys., 11, 055049 (2009).
- 2. W.Ketterle, M.W.Zwierlein. eprint arXiv:0801.2500v1.
- 3. V.I.Yukalov. Laser Phys., 19, 1 (2009).
- 4. D.J.Heinzen, R.Wynar, et al. Phys. Rev. Lett., 84, 5029 (2000).
- 5. P.Naidon, F.Masnou-Seeuws. Phys. Rev. A, 73, 043611 (2006).
- 6. T.Kohler, K.Goral, P.S.Julienne. Rev. Mod. Phys., 78, 1311 (2006).
- 7. M.Koštrun, M.Mackie, R.Cote, J.Javanainen. Phys. Rev. A, 62, 063616 (2000).
- 8. A.Ishkhanyan, J.Javanainen, H.Nakamura. J. Phys. A, 38, 3505 (2005).
- 9. A.Ishkhanyan, J.Javanainen, H.Nakamura. J. Phys. A, 39, 14887 (2006).
- 10. I.Tikhonenkov, E.Pazy, Y.B.Band, et al. Phys. Rev. A, 73, 043605 (2006).
- 11. B.E.Dobrescu, V.L.Pokrovsky. Phys. Lett. A, 350, 15 (2006).

- 12. A.P.Itin, P.Turmg. eprint arXiv:0901.4778.
- L.D.Landau. Phys. Z. Sowjetunion, 2, 46 (1932); C.Zener. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, 137, 696 (1932).
- 14. H.R.Thorsheim, J.Weiner, P.S.Julienne. Phys. Rev. Lett., 58, 2420 (1987).
- 15. W.C.Stwalley. Phys. Rev. Lett., 37, 1628 (1976).
- 16. E.A.Donley, N.R.Claussen, S.T.Thompson, C.E.Wieman. Nature, 417, 529 (2002).
- 17. S.Dürr, T.Volz, A.Marte, G.Rempe. Phys. Rev. Lett., 92, 020406 (2004).
- 18. E.Hodby, S.T.Thompson, C.A.Regal, et al. Phys. Rev. Lett., 94, 120402 (2005).
- 19. Н.Демков, М.Кунике. Вестник ЛГУ, Физика, Химия, 16, 39 (1969); К.-А.Suominen, В.М.Garraway. Phys. Rev. A, 45, 374 (1992).
- 20. В.Р.Казарян. Изв. НАН Армении, Физика, **40**, 16 (2005).
- 21. F.G.Tricomi. Integral Equations. New York, Dover, 1985.
- 22. A.Ishkhanyan, B.Joulakian, K.-A.Suominen. Eur. Phys. J. D, 48, 397 (2008).
- 23. B.W.Shore. Theory of Coherent Atomic Excitation. New York, Wiley, 1990.
- 24. M.Abramowitz, I.A.Stegun. Handbook of Mathematical Functions. New York, Dover, 1965.
- 25. N.Sahakyan, H.Azizbekyan, H.Ishkhanyan, R.Sokhoyan, A.Ishkhanyan. Laser Phys. (2009) (принято к печати).

ԴԵՄԿՈՎ–ԿՈՒՆԻԿԵԻ ՄՈԴԵԼԸ ՍԱՌՆ ԱՏՈՄՆԵՐԻ ԱՍՈՑԻԱՑԻԱՅԻ ՀԱՄԱՐ. ԹՈՒՅԼ ՓՈԽԱՉԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՌԵԺԻՄ

Ռ.Ս. ՍՈԽՈՅԱՆ, Հ.Հ. ԱԶԻՉԲԵԿՅԱՆ, Կ. ԼԵՂՈՒԱ, Ա.Մ. ԻՇԽԱՆՅԱՆ

Միջին դաշտի մոտավորության սահմաններում ուսումնասիրված է մոլեկուլների ձևավորման ոչ-գծային դինամիկան ատոմական Բոզե–Էյնշտեյնյան կոնդենսատի կոհերենտ ֆո-տո- և մագնիսա-ասոցիացիայի պրոցեսներում այն դեպքի համար, երբ արտաքին դաշտի կոնֆիգուրացիան որոշվում է զանգակաձև իմպուլսով և ապալարքի վերջավոր փոփոխու-թյամբ բնութագրվող մակարդակների քվազի-գծային հատմամբ Դեմկով–Կունիկեի մոդելով։ Ներկայացված է թույլ փոխազդեցության ռեժիմում մոլեկուլների ձևավորման ժամանակային դինամիկան նկարագրող մոտավորության կառուցման մի ընդհանուր մոտեցում, որն այնու-հետև կիրառվել է Դեմկով–Կունիկեի ոչ-գծային խնդրում։ Ենթադրելով, որ գծային լուծման մեջ ներառված պարամետրերը չեն փոփոխվում՝ առաջարկված է մասշտաբավորման պարամետրի համար անալիտիկ արտա-հայտություն։

DEMKOV–KUNIKE MODEL FOR COLD ATOM ASSOCIATION: WEAK INTERACTION REGIME

R.S. SOKHOYAN, H.H. AZIZBEKYAN, C. LEROY, A.M. ISHKHANYAN

We study the nonlinear mean-field dynamics of molecule formation at coherent photo- and magneto-association of an atomic Bose–Einstein condensate for the case when the external field configuration is defined by the quasi-linear level crossing Demkov–Kunike model characterized by a bell-shaped pulse and finite variation of the detuning. We present a general approach to construct an approximation describing the temporal dynamics of the molecule formation in the weak interaction regime and apply the developed method to the nonlinear Demkov–Kunike problem. The presented approximation, written as a scaled solution to the linear problem associated to the nonlinear one we treat, contains fitting parameters which are determined via a variational procedure. Assuming that the parameters involved in the solution of the linear problem are not modified, we suggest an analytical expression for the scaling parameter. УДК 535.42

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОГЛОЩАЮЩЕГО АКСИКОНА ДЛЯ ПОДАВЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МОДУЛЯЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТА В ОБЛАСТИ БЕССЕЛЕВОГО ПУЧКА

А.Е. МАРТИРОСЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 10 февраля 2009 г.)

Исследованы модуляции в области бесселевого пучка, образованного в результате прохождения лазерного излучения через поглощающий аксикон. Изза преимущественного поглощения светового пучка в близлежащих к вершине областях поглощающего аксикона, подавляются пространственные модуляции и область бесселевого пучка становтся более гладкой и равномерной.

1. Введение

обладают особым свойством – Бесселевые пучки отсутствием расходимости в поперечных направлениях вдоль распространения когерентного светового пучка. Отметим, что истинные бесселевые пучки должны охватить все пространство, что, конечно, невозможно осуществить. Обычно, для получения бесселевых или, точнее, квази-бесселевых пучков первого порядка используются оптические элементы с конической поверхностью – аксиконы [1]. Однако могут тонко-вырезанные применяться также кольца, осветляемые лазерным излучением [2], и фазовые голограммы [3]. Для образования бесселевого пучка высокого порядка используются как фазовые дифракционные элементы [4], так и фазовые винты [5]. Бесселевые пучки могут образоваться и на выходе резонатора лазера при использовании соответствующих фазовых зеркал [6].

Бесселевые пучки широко используются для микроструктурирования прозрачных материалов [7], создания световых каналов с микронной толщиной [8], локализации атомов [9], оптического перемещения атомов и микрочастиц [10,11], исследования клеток [12], генерации гармоник [13,14] и т.д. Однако, изза отупленности вершин реальных аксиконов или в случае иных способов создания бесселевых пучков, возникают пространственные модуляции интенсивности света. Эти модуляции впервые были выявлены теоретически и подтверждены экспериментально в работах [2,15]. В [16,17] исследовались модуляции вдоль оптической оси аксикона из-за интерференции световых пучков, прошедших через центральные (близлежащие к вершине) и периферийные области реального аксикона. Отупленность вершины аксиконов играет немаловажную роль и при образовании пространственной контрастной структуры на дальних расстояниях от аксикона [18].
Для того чтобы сгладить пространственные модуляции, в работах [16,17] предлагается отсечь с помощью преграды (пространственного фильтра) лучи, исходящие из отупленной вершины аксикона. Однако этот способ имеет свои недостатки. Укорачивается длина пучка вдоль оси аксикона, а также резко уменьшается промежуток равномерного распределения света у осевого пика интенсивности. В то же время достижение равномерного, удлиненного осевого распределения света является важной задачей (см., например, [19,20]). Кроме того, на пиковой части распределения интенсивности сохраняются модуляции.

С целью уменьшить влияние отупленности вершины на область бесселевого пучка и сгладить пространственные модуляции, в данной работе предлагается использовать новый тип аксикона, так называемый поглощающий аксикон. Соответствующие расчеты показывают, что поглощающий аксикон, без дополнительных оптических элементов, значительно подавляет модуляцию интенсивности света в области образования бесселевого пучка и при этом увеличивает длину промежутка максимальной интенсивности света по оси аксикона.

2. Прозрачный аксикон

Сначала рассмотрим случай, когда гауссовое излучение с радиусом ио падает на прозрачный, идеальный (отсутствие отупленности у вершины) аксикон. После прохождения через аксикон световой пучок преобразовывается, и в определенной области пространства образуются бесселевые пучки. На рис.1а эти пучки представлены в виде жирных прямых линий. Фазовый фронт света у вершины аксикона представляет коническую поверхность [21,22]. На рис.1а координата *х* направлена вдоль фазового фронта, а *z* - по оптической оси аксикона, β- угол основания аксикона, γ- угол отклонения фазового фронта. Жирная линия, расположенная на оси *z*, представляет распределение интенсивности бесселевого пучка на оси аксикона. В случае идеального аксикона это распределение выражается следующим образом [16]:

$$F(z) \sim z \exp\left(-\frac{2z^2 \sin^2 \gamma}{w^2}\right). \tag{1}$$

Здесь w - радиус гауссового пучка сразу после прохождения аксикона. При относительно малых углах основания аксикона $w \approx w_0$.

На рис.2 жирной кривой представлено распределение интенсивности света вдоль оптической оси гауссового пучка с радиусом w=3 мм, прошедшего через идеальный аксикон с углом у основания $\beta = 15^{\circ}$. Угол у определяется из выражения $\gamma = \arcsin[(n/n_0)\sin\beta] - \beta$ [21], где $n_0=1$ и $n \approx 1.5$ (у стекол) – коэффициенты преломления света в вакууме и в аксиконе.

Рассмотрим случай прозрачного реального аксикона. Отупленность вершины реального аксикона можно охарактеризовать с помощью гиперболоида [16]. В этом случае в плоскости, в которой лежит оптическая ось аксикона, квазиконическая поверхность описывается как $z_0 = -\sqrt{a^2 + \rho^2} \tan^2 \beta$, где ρ пер-



Рис.1. а) Образование зоны бесселевого пучка после прохождения лазерного излучения через идеальный аксикон. Ось x направлена от вершины аксикона вдоль фазового фронта, а z - по оптической оси аксикона. b) Область отупленной вершины реального аксикона: жирная кривая RA характеризует сечение гиперболической поверхности аксикона по оптической оси, а RF - реальный фазовый фронт у вершины. a – расстояние между вершинами реального и идеального аксиконов. c) Прохождение света (с равномерно распределенной интенсивностью вдоль радиальных направлений) через поглощающий аксикон. Жирность стрелок характеризует интенсивность света в локальных областях. Центральные пучки в аксиконе ослабляются более существенно, чем периферийные.

пендикулярно оси *z*, а *a* – расстояние между вершинами реального и идеального аксиконов. В данной работе радиальная ось *x* не перпендикулрна оси *z*, однако и в этом случае местоположение любой точки (а также пучка света, проходящего через эту точку) на конической поверхности аксикона может определяться относительно этих осей. При этом из простых тригонометрических формул легко получить, что расстояние любой точки *z* от *O* равно *x*'sin β /cos(γ + β) (см. рис.1b). Таким образом, следующая гиперболическая функция характеризует сечение квазиконической поверхности реального аксикона по оптической оси: $z_0(x') = -\sqrt{a^2 + [(x'\sin\beta)^2/\cos^2(\gamma+\beta)]}$. В результате этого фазовый фронт света у вершины реального аксикона также характеризуется гиперболической функцией $(n-n_0)|z_0(x')|$; при этом пучки, прошедшие вблизи оси аксикона (центральные пучки), опережают по фазе периферийные пучки (рис.1b). Следовательно, опережение фазы относительно фронта идеального аксикона в зависимости от *x*' составляет $(n-n_0)[|z_0(x')|-x'\sin\beta/\cos(\gamma+\beta)]$. С учетом теории Гюйгенса–

Френеля, вдоль оси *z* амплитуду света, исходящего от всей фазовой поверхности аксикона, можно вычислить с помощью следующего интеграла [23]:

$$I(z) = \frac{iA_0}{2\lambda} \int_0^\infty \frac{2\pi x' f}{l(x', z)} \exp\left[\frac{(x')^2}{w^2}\right] \times \\ \times \exp\left[-\frac{2i\pi}{\lambda} \left\{ l(x', z) - \left[(n - n_0) |z_0(x')| - x' \frac{\sin\beta}{\cos(\gamma + \beta)}\right] \right\} \right] dx'.$$

$$(2)$$

Здесь $A_0 \exp\left[(x')^2/w^2\right]$ характеризует распределение амплитуды падающего гауссового пучка, λ - длина волны излучения. Интегрирование осуществляется по кольцам с толщиной dx' на фазовой поверхности, а $2\pi x' dx'$ - площадь кольца; f-коэффициент отклонения (inclining coefficient), который в данном случае равен $f = 1 + z \cos \gamma/l(x', z)$. Длина l(x', z), которая характеризует расстояние между произвольными точками x' и z, вычисляется по простой тригонометрической формуле $l(x', z) = \sqrt{(x')^2 + z^2 - 2x' z \sin \gamma}$.



Рис.2. Расчет распределения интенсивности света *F* на оси *z* после прохождения гауссового лазерного пучка через идеальный (жирная кривая) и реальный (тонкая кривая, при *a*= 0.2 мм) аксиконы. Радиус лазерного пучка – 3 мм, угол у основания аксикона – 15°.

На рис.2 тонкой линией представлены расчеты распределения интенсивности света F вдоль оптической оси при a=0.2 мм (случай заведомо несовершенного аксикона), $\lambda=633$ мм, w=3 мм, $\beta=15^{\circ}$. Распределение имеет значительную пространственную модуляцию (глубина модуляции до 0.16), что связано с интерференцией центральных и периферийных пучков, прошедших через аксикон.

3. Поглощающий аксикон

Принцип работы поглощающего аксикона иллюстрируется с помощью рис.1с. Пусть на аксикон падает свет с равномерно распределенной интенсивностью вдоль радиальных направлений (плоская волна). Ясно, что пучки, распространяющиеся вблизи оптической оси аксикона (центральные пучки), проходят в аксиконе более длинный путь, чем пучки, прошедшие через периферийную часть аксикона. Следовательно, центральные пучки ослабляются сильнее. Таким образом, пространственное распределение интенсивности пучка после прохождения через поглощающий аксикон резко меняется. Из представленных рассуждений следует, что, в зависимости от оптической плотности аксикона, можно контролировать интенсивность света, исходящего от отупленной вершины, и при необходимости почти полностью подавить ее.



Рис.3. Расчет распределения интенсивности света F на оси z после прохождения гауссового лазерного пучка через поглощающий аксикон при k=1 мм⁻¹ (тонкая кривая) и k=1.6 мм⁻¹ (жирная кривая). Интенсивность света при k=1.6 мм⁻¹ умножена на 4. Радиус лазерного пучка – 3 мм, угол у основания аксикона – 15°, a=0.2 мм.

Если на поглощающий аксикон падает гауссовый пучок, то картина распределения интенсивности, прошедшего через него, усложняется. Но основной принцип ослабления центральных пучков осуществляется и в этом случае. Пусть k - коэффициент поглощения света в аксиконе, а z_1 - высота аксикона (рис.1с). Тогда ослабление пучка света по оптической оси аксикона равно $g_1 = \exp(-|z_1|k)$. Для пучков, прошедших через аксикон на некотором радиальном расстоянии от оси z, ослабление определяется из выражения

$$g(x') = \exp\left\{-\left[|z_1| - \frac{x'\sin\beta}{\cos(\gamma+\beta)}\right]k\right\}.$$
(3)

Таким образом, распределение амплитуды падающего гауссового пучка на конической поверхности поглощающего аксикона имеет вид

$$A_{0} \exp\left[\frac{(x')^{2}}{w^{2}}\right] g(x')^{1/2} = A_{0} \exp\left[\frac{(x')^{2}}{w^{2}} \exp\left\{-\left[|z_{1}| - \frac{x'\sin\beta}{\cos(\gamma+\beta)}\right]\frac{k}{2}\right\}\right].$$
 (4)

Расчет, выполненный по формуле (2) с учетом (4), показывает, что модуляция интенсивности света значительно подавляется при использовании поглощающих аксиконов с коэффициентами поглощения k=1 мм⁻¹ и, особенно, k=1.6 мм⁻¹ (см. рис.3). При этом, с увеличением значения k область максимальной интенсивности пучка (область, где интенсивность света падает не более 10% по сравнению с пиковым значением) смещается дальше от вершины аксикона, а общая интенсивность света, прошедшего через аксикон, падает. При k=1.6 мм⁻¹ в области максимальной интенсивности света (на расстоянии примерно 12–20 мм от вершины аксикона) глубина модуляций составляет не более 0.02.

4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе исследованы пространственные модуляции лазерного излучения в области образования бесселевых пучков. Эти модуляции образуются из-за несовершенства изготовления аксиконов у вершины. Показано, что поглощающий аксикон подавляет лазерные пучки, которые проходят через его центральную часть. В результате этого интенсивность излучения из близлежащих к вершине аксикона областей падает, а глубокие модуляции подавляются и сдвигаются в область крыла распределения интенсивности света по оси аксикона. Это приводит к уменьшению глубины модуляций и сглаживанию интенсивности света в области образования бесселевых пучков.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. G.Indebetow. JOSA A, 6, 150 (1989).
- 2. J.Durnin, J.J.Miceli, J.H.Eberly. Phys. Rev. Lett., 58, 1499 (1987).
- 3. J.Trunen, A.Vasara, A.T.Friberg. Appl. Optics, 27, 3959 (1988).
- 4. S.Sogomonian, U.T.Schwarz, M.Maier. JOSA B, 18, 497 (2001).
- 5. Н.Е.Андреев, С.С.Бычков, В.В.Котряр и др. Квант. электроника, 23, 130 (1996).
- 6. A.Hakola, S.C.Buchter, T.Kajava, et al. Opt. Comm., 238, 335 (2004).
- 7. J.Amako, D.Sawaki, E.Fujii. JOSA B, 20, 2562 (2003).
- 8. J.Jezek, T.Cizmar, V.Nedela. Opt. Express, 14, 8506 (2006).
- 9. L.Cacciapuoti, M. de Angelis, G.Pierratini, L.Ricci, G.M.Tino. Eur. Phys. J. D, 14, 373 (2001).
- 10. S.Schmid, G.Thalhammer, K.Winker, et al. New J. Phys., 8, 1 (2006).

- 11. B.P.S.Ahluwalia, X.-C.Yuan, S.H.Tao, et al. Appl. Phys. Lett., 87, 084104 (2005).
- 12. X.Tsampoula, V.Garces-Chaves, et al. Appl. Phys. Lett., 91, 053902 (2007).
- 13. C.Altucci, R.Bruzzese, C. de Lisio, A.Porzio, et al. Opt. Lasers Eng., 37, 565 (2002).
- 14. V.E.Peet, R.V.Tsubin. Phys. Rev. A, 56, 1613 (1997).
- 15. J.Durnin. JOSA A, 4, 651 (1987).
- 16. O.Brzobohatə, T.Cižmór, P.Zemónek. Opt. Express, 16, 12688 (2008).
- 17. S.Akturk, B.Zhou, B.Pasquiow, et al. Opt. Comm., 281, 4240 (2008).
- 18. B.Depret, Ph.Verkerk, D.Hennequin. Opt. Comm., 211, 31 (2002).
- 19. N.Devidson, A.A.Friesem, E.Hasman, Opt. Comm., 88, 326 (1992).
- 20. A.Thaning, A.Friberg, Z.Jaroszewicz. Opt. Lett., 26, 1648 (2001).
- 21. A.E.Martirosyan, C.Altucci, C. de Lisio, A.Porzio, et al. JOSA A, 21, 770 (2004).
- 22. А.Е.Марторосян. Изв. НАН Армении, Физика, 43, 182 (2008).
- 23. М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М., Наука, 1973.

ԿԼԱՆՈՂ ԱՔՍԻԿՈՆԻ ՕԳՏԱԳՈՐԾՈՒՄԸ ԲԵՍՍԵԼՅԱՆ ՓՆՋԻ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ՇՐՋԱՆՈՒՄ ԼՈՒՅՍԻ ԻՆՏԵՆՍԻՎՈՒԹՅԱՆ ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ՄՈԴՈՒԼՅԱՑԻԱՆԵՐԸ ՉԵԶՈՔԱՑՆԵԼՈՒ ՀԱՄԱՐ

Ա.Ե. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Հետազոտված է Բեսսելյան փնջի առաջացման տիրույթը, որը ի հայտ է գալիս լազե-րային փունջը կլանող աքսիկոնի միջով անցնելու հետևանքով։ Աքսիկոնի գագաթին մոտ շրջաններում առավելապես լույսի կլանման շնորհիվ, չեզոքացվում են տարածական մոդու-լյացիաները և Բեսսելյան փնջի առաջացման շրջանը դառնում է ավելի հարթ և հավասա-րաչափ։

USING AN ABSORBING AXICON FOR SURPRESSING SPATIAL MODULATIONS OF LIGHT INTENSITY IN THE BESSEL BEAM REGION

A.E. MARTIROSYAN

Light intensity modulations in the Bessel beam region which are formed due to the passage of laser beam radiation through an absorbing axicon are studied. Due to dominating absorption of light beam in the axicon's regions close to its tip, light intensity spatial modulations are suppressed and the region of Bessel beam becomes more smooth and uniform. УДК 532.738

ВЛИЯНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕ НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА

В.К. АБРАМЯН¹, Н.Г. АКОПЯН¹, В.М. АРУТЮНЯН¹, Н.В. КАМАНИНА², А.Л. МАРГАРЯН¹, Д.Л. ОГАНЕСЯН¹, Д.К. ПОХСРАРЯН¹

¹Ереванский государственный университет, Армения

²Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова, Санкт-Петербург, Российская Федерация

(Поступила в редакцию 13 апреля 2009 г.)

Проведено исследование влияния продольного напряжения, приложенного вдоль полупроводниковой подложки планарно-ориентированной жидкокристаллической ячейки, на двулучепреломление нематического жидкого кристалла (НЖК). Показано, что при фиксированном значении поперечного поля приложение продольного напряжения создает дополнительную возможность управления электрооптически-наведенной фазовой задержкой проходящего через НЖК излучения. Получена зависимость фазовой задержки от управляющих напряжений. Приведены результаты моделирования влияния продольного напряжения на процесс переориентации НЖК. Полученные результаты могут быть использованы при разработке и создании жидкокристаллических фазовых модуляторов.

1. Введение

Одной из важнейших характеристик оптоэлектронных устройств на основе жидких кристаллов (ЖК) является время переключения, обусловленное в основном временем переориентации молекул ЖК. Проблема улучшения времени переориентации является весьма актуальной, в частности, в адаптивной оптике, в фильтрации задачах пространственно-временной с использованием электрически-управляемого транспаранта основе ЖК. Существуют на определенные способы улучшения временных характеристик ЖК ячеек. Они заключаются в повышении напряжения питания, уменьшении толщины структуры, изменении угла предварительного наклона директора молекулы ЖК на границе, а также синтезе новых типов малоинерционных ЖК [1-3]. Сегодня наиболее широкое распространение находят пространственно-временные модуляторы света на основе структуры полупроводник – нематический жидкий кристалл.

В данной работе приводятся результаты теоретического и экспериментального исследования влияния напряжения, приложенного к полупроводниковой подложке жидкокристаллической ячейки, на наведенное

двулучепреломление в НЖК. Показано, что изменением амплитуды электрического поля, прикладываемого к полупроводнику, можно осуществить управление величиной наведенного двулучепреломления. Показано также, что приложение электрического поля к полупроводнику приводит к уменьшению времени переориентации НЖК.

2. Постановка задачи

Для выявления возможности дополнительного управления величиной двулучепреломления исследована планарно-ориентированная наведенного жидкокристаллическая ячейка, одной ИЗ подложек которой является полупроводник. При этом для управления величиной электрооптически наведенного двулучепреломления, кроме поперечного поля, под воздействием которого происходит переход Фредерикса, используется также управляющее напряжение (продольное поле), прикладываемое вдоль полупроводниковой подложки. Ранее при проведении нами аналогичных экспериментов к полупроводнику прикладывалось постоянное электрическое поле [4-6]. Это приводило к повышению температуры НЖК в результате выделения тепла на полупроводниковой подложке и, соответственно, к уменьшению оптической анизотропии ЖК. В данной работе с целью сведения к минимуму тепловых эффектов, вместо постоянного электрического поля, к полупроводнику прикладывались короткие двуполярные электрические импульсы. Длительность импульсов выбрана таким образом, чтобы обеспечить процесс переориентации НЖК, а выбор периода следования импульсов обусловлен временем, необходимым для полной релаксации ЖК до прихода следующего импульса.

Для решения рассматриваемой задачи необходимо определить влияние поперечного и продольного управляющих напряжений на двулучепреломление ЖК ячейки. С этой целью следует исследовать динамику изменения фазового набега, обусловленного переходом Фредерикса, под влиянием продольного электрического поля, прикладываемого к кремниевой подложке.

3. Теоретическое рассмотрение задачи. Моделирование процесса переориентации директора нематического жидкого кристалла во внешнем продольном и поперечном электрических полях

Рассмотрим динамику переориентации директора НЖК во внешнем продольном и поперечном электрических полях при следующих упрощающих предположениях. Рассмотрим ячейку НЖК с планарной ориентацией, направленной вдоль оси *х*. Поперечное электрическое поле приложено перпендикулярно директору вдоль оси *z*, а продольное электрическое поле приложено вдоль проводящей подложки НЖК ячейки. В качестве проводящей подложки в данной работе рассматривается полупроводник. Рассмотрим случай, когда имеется жесткая связь молекул НЖК с поверхностями подложек ячейки: отсутствуют потоки жидкости, переориентирующие директор. Электропроводностью НЖК пренебрегаем, а анизотропия диэлектрической проницаемости принимается малой по сравнению со средней диэлектрической постоянной (т.е. поле в образце считается однородным). При данных упрощениях динамика угла наклона директора θ относительно оси *z* описывается уравнением Эриксена–Лесли и имеет следующий вид [7]:

$$\left(K_{11}\cos^2\theta + K_{33}\sin^2\theta\right)\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} + \left(K_{33} - K_{11}\right)\sin\theta\cos\theta\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)^2 + \varepsilon_0\Delta\varepsilon E^2\sin\theta\cos\theta = \gamma\frac{\partial\theta}{\partial t}, \quad (1)$$

где K_{11} , K_{22} и K_{33} – упругие коэффициенты деформаций поперечного изгиба, кручения и продольного изгиба, соответственно, θ – угол наклона директора ЖК относительно оси z, $\Delta \varepsilon$ и γ – анизотропия диэлектрической проницаемости и коэффициент вязкости, $\varepsilon_0 \Delta \varepsilon E_{\perp}^2$ – плотность энергии электрического поля, а E_{\perp} – амплитуда электрического поля.

В рассматриваемой модели к НЖК ячейке одновременно прикладываются поперечное и продольное электрические поля. Одновременно с поперечным электрическим полем, под воздействием которого происходит переход Фредерикса, вдоль полупроводника прикладывается продольное электрическое поле. Под воздействием этого поля в полупроводнике возникает дрейфовое движение электронов. Дрейфовый ток в полупроводнике, граничащим с планарно-ориен-тированным НЖК, за время действия продольного электрического поля дает вклад в свободную энергию жидкого кристалла. Это в свою очередь приводит к увеличению значения коэффициента деформаций поперечного изгиба и, следовательно, к увеличению значения порогового напряжения. Аналогичная ситуация имеет место в случае, когда на ЖК ячейку одновременно с поперечным электрическим полем подается продольное магнитное поле, приводящее к увеличению коэффициента упругости и значения порогового напряжения [8]. Иначе говоря, в рассматриваемом нами случае при фиксированном значении ампли-туды поперечного поля можно управлять величиной наведенного двулучепреломления в НЖК путем изменения значения амплитуды продольного поля, прикладываемого к полупроводнику.

В общем случае решить уравнение (1) можно лишь численно. С учетом вышеизложенного можно сказать, что в уравнении (1) коэффициенты упругости являются функциями от амплитуды продольного поля. Поэтому в приближении малых углов наклона директора ($\sin \theta \approx 0$) и одноконстантной модели ($K_{11} = K_{22} = K_{33} = K$) для полей, не сильно превышающих пороговые, время включения эффекта Фредерикса принимает вид

$$\tau_1(E, E_\perp) = \gamma d^2 / \pi^2 K(E) (E_\perp^2 / E_c^2 - 1), \qquad (2)$$

где $E_c(E) = (\pi/d)\sqrt{4\pi K(E)/\epsilon_0 \Delta \epsilon}$ — пороговое значение статического электрического поля, выше которого возникает ориентационная деформация, а d — толщина ЖК ячейки. В выражении (2) учитывается зависимость как времени включения, так и порогового значения поля от величины продольного поля. Следует отметить, что при отсутствии поперечного поля при планарной ориентации НЖК приложение продольного поля не может привести к пространственной переориентации молекул. Однако, согласно (2), при

фиксированном значении поперечного поля изменением величины продольного поля можно осуществить управление значением времени включения. При выключении поперечного поля из условия баланса между упругим и вязким моментами для времени релаксации директора получается следующее выражение:

$$\tau_2(E_\perp = 0, E) = \gamma d^2 / \pi^2 K(E).$$
(3)

Как видно из (3), изменением величины продольного поля можно управлять значением времени релаксации. А именно, увеличивая значение амплитуды продольного поля, можно уменьшить время релаксации.



Рис.1. Зависимость времени релаксации НЖК от нормированного значения коэффициента упругости.

Для получения зависимости времени релаксации от коэффициента упругости численное решение уравнения (1) осуществлялось методом конечных разностей при следующих значениях параметров: значение угла наклона θ на границах принималось равным нулю, толщина ячейки с НЖК типа 5СВ ($K_0 = 10$ пН, $\varepsilon_e = 20$, $\varepsilon_0 = 6.7$, $\gamma = 9410^{03}$ кг/м(с) принималась равной 7 мкм. Фиксированное значение амплитуды поперечного напряжения принималось равным 9 В. Зависимость расчетного времени релаксации НЖК от нормированного значения коэффициента упругости K/K_0 показана на рис.1. Видно, что при увеличении K/K_0 от 0.5 до 5 время релаксации НЖК уменьшается почти от 27.5 мс до 0.3 мс.

4. Описание эксперимента

Для проведения эксперимента была изготовлена планарно-ориентированная ячейка, заполненная НЖК марки 5СВ (Merck) толщиной 7 мкм. В качестве одной из подложек ячейки использовалась пластина монокристаллического кремния толщиной 350 мкм с удельным сопротивлением 4.5 Ом·см, а вторая подложка представляла собой стеклянную пластину толщиной 1 мм, на которую было нанесено прозрачное проводящее покрытие (ITO). Ориентирование молекул НЖК на подложках производилось методом машинной затирки полимерного покрытия (поливиниловый спирт).

На рис.2 приведена оптическая схема экспериментальной установки. Излучение Не-Ne лазера 1 на длине волны 0.63 мкм через нейтральный фильтр 2 направляется на призму Глана З. Прошедший через призму Глана линейнополяризованный пучок падает на ЖК ячейку 4, установленную перпендикулярно направлению распространения лазерного пучка. Таким образом, отраженный от полупроводниковой подложки ЖК ячейки пучок снова попадает на призму Глана. При этом изменение поляризации отраженного от ЖК ячейки пучка обусловлено электрооптически-наведенным двулучепреломлением НЖК. линейной Отраженный от призмы Глана пучок С поляризацией, перпендикулярной поляризации падающего на ячейку пучка, регистрируется фотодетектором 5. Электрический сигнал с выхода фотодетектора подается на цифровой осциллограф Tektronix TDS-3032 или на компьютер через карту NI DAQ 6025Е. Представленная на рис.1 схема аналогична случаю, когда исследуемая ячейка располагается между двумя скрещенными поляризаторами.



Рис.2. Схема экспериментальной установки.

Для управления параметрами подаваемых на НЖК ячейку поперечного и продольного электрических полей были созданы специальное аппаратное обеспечение и соответствующая программа в среде LabView. Данная программа позволяет формировать биполярные электрические импульсы с различной амплитудой, частотой следования и длительностью, которые после усиления подаются на исследуемую ячейку (рис.3). С выхода усилителя через первый канал на ячейку подается поперечное электрическое поле, а через второй вдоль полупроводниковой ячейки. продольное, прилагаемое В ходе эксперимента управляющие напряжения и сигнал с выхода фотодетектора регистрировались одновременно.



Рис.3. Блок-схема установки.

На рис.4 приведено схематическое изображение исследуемой НЖК ячейки со специальными электрическими контактами для приложения управляющих напряжений.



Рис.4. Схема ЖК ячейки со специальными контактами для приложения управляющих напряжений.

Эксперимент проводился следующим образом. К НЖК ячейке прикладываются двуполярные импульсы (поперечное поле), под воздействием которых происходит переход Фредерикса. Одновременно с поперечными импульсами на кремниевую подложку подаются двуполярные импульсы (продольное поле). Длительность импульсов составляла 1-2 мс, а частота следования 0.25-1 Гц. С целью исследования влияния вышеупомянутых управляющих напряжений на двулучепреломление НЖК были проведены две серии экспериментов: 1) исследование зависимости фазовой задержки от амплитуды поперечного поля (V,) при фиксированном значении амплитуды продольного поля (V); 2) исследование зависимости фазовой задержки от амплитуды продольного поля при фиксированном значении амплитуды поперечного поля.

Визуализация и обработка результатов эксперимента осуществлялись с помощью интерфейса, на котором отображались процессы переориентации и релаксации (рис.5а,б). Из временной зависимости интенсивности процесса релаксации путем применения преобразования Гильберта восстанавливалась временная зависимость фазового набега (рис.5в).



Рис.5. Интерфейс для визуализации и обработки результатов эксперимента.

В ходе эксперимента для каждой пары значений V_{\perp} и V получается соответствующая временная зависимость фазового набега. Из множества таких кривых определяется зависимость фазового набега от изменяемого управляющего напряжения. При этом значение фазового набега определяется для фиксированного момента времени, при котором процесс релаксации можно считать завершенным.

5. Обсуждение результатов

Рассмотрим, как реализуется процесс управления фазовым набегом

отраженного от ЖК ячейки света посредством изменения V_{\perp} при заданном значении V. На рис.6 приведены временные зависимости фазового набега ($\Delta \varphi$) отраженного света при разных значениях V_{\perp} и при V = 0 В (а) и V = 57.6 В (б), соответственно. Следует отметить, что при отсутствии поперечного напряжения приложение продольного поля не наводит двулучепреломления.



Рис.6. Временная зависимость фазового набега отраженного света для различных значений поперечного поля при фиксированном значении продольного поля V = 0 В (а) и V = 57.6 В (б).

Из полученной серии кривых определяются зависимости фазового набега от величины поперечного напряжения для фиксированного момента времени (в данном случае 0.7 с) при различных значениях постоянного продольного напряжения (рис.7). Как видно из рисунка, характер зависимости для различных значений продольного поля одинаков: фазовый набег с увеличением V резко

возрастает, затем наблюдается насыщение. Однако увеличение V приводит к смещению порога Фредерикса в сторону больших значений.



Рис.7. Зависимость фазового набега от величины поперечного напряжения при различных значениях постоянного продольного напряжения.

Процесс управления фазовым набегом отраженного от ЖК ячейки света посредством изменения V при заданном значении V_{\perp} реализуется следующим образом. К ЖК ячейке прикладывалось поперечное напряжение (выше порога Фредерикса), в результате чего прошедшее через ЖК излучение приобретает соответствующий фазовый набег. Далее, синхронно с поперечными импульсами на ячейку подавались продольные импульсы, амплитуда которых увеличивалась с определенным шагом. Временная зависимость фазового набега от управляющих напряжений для случая с варьируемым значением продольного напряжения приведена на рис.8. Из рисунка видно, что увеличение значения V приводит к уменьшению фазового набега, наведенного поперечным полем.

Из полученной серии кривых в соответствии с вышеописанной методикой определялась зависимость фазового набега от величины продольного напряжения при различных значениях постоянного поперечного напряжения (рис.9). Как видно из рисунка, при каждом заданном значении V путем варьирования V можно осуществить плавное изменение фазового набега. При этом диапазон изменения управляющего продольного напряжения достаточно широк и увеличивается с увеличением начального фазового набега. В данном случае, в отличие от предыдущего, любое небольшое изменение амплитуды продольного напряжения приводит к небольшому изменению фазы прошедшего излучения.

V, B



Рис.8. Временная зависимость фазового набега отраженного света для различных значений продольного поля при фиксированном значении поперечного поля *V*₁ = 38.0 В.



Рис.9. Зависимость фазового набега от величины продольного напряжения при различных значениях постоянного поперечного напряжения.

6. Выводы

В результате проведенных исследований показана возможность плавного изменения фазового набега путем изменения амплитуды продольного напряжения, приложенного вдоль полупроводниковой подложки планарноориенти-рованной жидкокристаллической ячейки. Таким образом, можно реализовать дополнительное управление величиной наведенного двулучепреломления в НЖК. Установлено также, что увеличение амплитуды продольного поля приводит к увеличению порогового значения напряжения Фредерикса. Результаты численного моделирования влияния продольного напряжения на процесс переориентации НЖК находятся в хорошем согласии с данными. Полученные результаты экспериментальными могут быть использованы при разработке жидкокристаллических фазовых модуляторов, в частности, для улучшения временных характеристик и усовершенствования

процесса управления модуляционными характеристиками.

Работа выполнена в рамках проекта МНТЦ А-1484.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ю.Д.Думаревский, Н.Ф.Ковтонюк, А.И.Савин. Преобразование изображений в структурах полупроводник-диэлектрик. М., Наука, 1987.
- 2. А.А.Васильев, Д.И.Касасент, И.П.Компанец, А.В.Парфенов. Пространственные модуляторы света. М., Радио и связь, 1987.
- 3. X.Nie, H.Xianyu, R.Lu, T.Wu. Journal of Display Technology, 3, 280 (2007).
- A.O.Arakelyan, V.M.Aroutiounian, H.L.Margaryan, V.A.Meliksetyan, S.R.Nersi-syan, N.V.Tabiryan. Mol. Cryst. Liquid Cryst., 422, 497 (2004).
- 5. H.L.Margaryan, V.M.Aroutiounian. Mol. Cryst. Liq. Cryst., 454, 111 (2006).
- 6. H.Margaryan, V.Aroutiounian, V.Babajanyan, N.Hakobyan, V.Harutyunyan, V.Abrahamyan. Mol. Cryst. Liq. Cryst., **488**, 231 (2008).
- 7. L.M.Blinov, V.G.Chigrinov. Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials. New York, Springer-Verlag, 1994.
- 8. В.Г.Чилингаров. Кристаллография, 27, 404 (1982).

LՐԱՅՈՒՅԻՉ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ԱԶԴԵՅՈՒԹՈՒՆԸ ՆԵՄԱՏԻԿ ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐԵՂԻ ԵՐԿԲԵԿՄԱՆ ՎՐԱ

Վ.Կ. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ, Ն.Հ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Վ.Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ն.Վ. ԿԱՄԱՆԻՆԱ, Հ.Լ. ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ, Դ.Լ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Դ.Կ. ՓՈԽՍՐԱՐՅԱՆ

Բերված են նեմատիկ հեղուկ բյուրեղի (ՆՀԲ) երկբեկման վրա պլանար կողմնորոշված հեղուկ բյուրեղային բջջի կիսահաղորդչային հարթակի երկայնքով կիրառված լարման ազդեցության հետազոտության արդյունքները։ Ցույց է տրված, որ լայնական դաշտի ֆիքսված արժեքի դեպքում երկայնական լարման կիրառությունը ստեղծում է ՆՀԲ-ով անցնող լույսի էլեկտրաօպտիկական եղանակով մակածված փուլային հապաղման լրացուցիչ կառավար-ման հնարավորություն։ Ստացված է փուլային հապաղման կախվածությունը կառավարող լարումներից։ Բերված են ՆՀԲ-ի վերակողմնորոշման պրոցեսի վրա երկայնական լարման ազդեցության մոդելավորման արդյունքները։

INFLUENCE OF ADDITIONAL ELECTRIC FIELD ON THE BIREFRINGENCE OF NEMATIC LIQUID CRYSTAL

V.K. ABRAHAMYAN, N.H. HAKOBYAN, V.M. AROUTIOUNIAN, N.V. KAMANINA, H.L. MARGARYAN, D.L. HOVHANNISYAN, D.K. POKHSRARYAN

The results of investigating the influence of the longitudinal voltage, applied along the semiconductor substrate of the planar-oriented liquid-crystal cell, on the birefringence of a nematic liquid crystal (NLC) are presented. It is shown that with the fixed value of transverse field the application of longitudinal voltage gives an additional possibility to control the electro-optically induced phase delay of radiation passing through NLC. The dependence of the phase delay on control voltages is obtained. The results of simulation of the longitudinal voltage influence on the process of NLC reorientation are given.

УДК 535.37

ФОТОЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ ЭРБИЯ В ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ КЕРАМИКЕ И В КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛЕНКЕ ОКСИДА ЭРБИЯ

Н.Р. АГАМАЛЯН¹, Р.К. ОВСЕПЯН¹, Е.А КАФАДАРЯН¹, Р.Б. КОСТАНЯН¹, С.И. ПЕТРОСЯН¹, Г.О. ШИРИНЯН¹, Г.Р. БАДАЛЯН¹, Д.Г. ЗАРГАРЯН¹, А.Х. АБДУЕВ², А.Ш. АСВАРОВ²

¹Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

²Институт физики, Дагестанский научный центр РАН, Махачкала

(Поступила в редакцию 30 марта 2009 г.)

Исследованы структурные, оптические и электрические свойства пленок Er_2O_3 , полученных методом вакуумного электронно-лучевого напыления из керамической мишени Er_2O_3 на сапфировых подложках. Оптические характеристики этих пленок исследованы от УФ до ИК диапазона методами абсорбционной, отражательной и излучательной спектроскопии; проведены также измерения удельного сопротивления полученных пленок. В результате возбуждения излучением полупроводникового диодного лазера с длиной волны 980 нм при комнатной температуре получено ИК свечение на длине волны ~1550 нм ионов Er^{3+} в поликристаллической керамической мишени и кристаллической пленке. Кроме того, наблюдалось свечение в видимом диапазоне спектра от керамической мишени, соответствующее двухступенчатому механизму возбуждения с повышением частоты излучения (ап-конверсия).

1. Введение

Оксиды редкоземельных металлов, к которым относится Er_2O_3 , привлекают внимание из-за таких свойств, как высокая прозрачность в широкой области от УФ до ИК диапазона, большой показатель преломления и относительно высокие диэлектрические постоянные. Фотолюминесцентные и электролюминесцентные свойства Er_2O_3 делают его перспективным для применения в фотонике, телекоммуникации и оптике. Проблема получения коротко-дистанцион-ных волноводных эрбиевых усилителей стимулирует разработку материалов с экстремально высоким содержанием эрбия – чистых пленок Er_2O_3 . В этом редкоземельном оксиде концентрация Er достигает значения $^{10^{22}/cm^3}$, на несколько порядков превосходящего эту величину в легированных эрбием системах, что позволяет достичь гигантского количества излучающих центров. Более того, пленки Er_2O_3 имеют потенциальное применение в оптоэлектронных устройствах в качестве слоев-преобразователей ИК излучения в видимое излучение (ап-конверсия). Кроме того, они

используются в качестве защитных покрытий против химической коррозии. Er₂O₃ исследуются материал высокими Пленки как С значениями диэлектрических постоянных для замещения окиси кремния в качестве диэлектрика-затвора в полевых транзисторах. Для получения пленок Er2O3 используются различные технологии - термическое напыление, электроннолучевое напыление, напыление металлического эрбия с последующим окислением, лазерное напыление, металлоорганическое химическое осаждение (MOCVD) и др. Структурные, оптические и электрические характеристики пленок Er₂O₃ критически зависят от методов и условий получения, последующей обработки, а также типа используемых подложек [1,2].

Целью настоящей работы являлось получение кристаллических пленок Er_2O_3 методом вакуумного электронно-лучевого напыления из поликристаллических керамических мишеней оксида эрбия, а также исследование их структурных, оптических и электрических свойств. Особое внимание уделялось изучению люминесценции ионов Er^{3+} в видимом и ИК диапазонах спектра при лазерном возбуждении излучением с $\lambda_{ex} = 980$ нм.

2. Экспериментальные условия

В настоящей работе пленки оксида эрбия были изготовлены методом вакуумного электронно-лучевого напыления на подложках сапфира с ориентацией (0001). Синтезированные керамические таблетки оксида эрбия использовались в качестве мишеней для напыления. При изготовлении мишени использовался порошок оксида эрбия чистотой 99.98% и средним размером зерен < 200 нм. В качестве связки применялся глицерин в количестве 10 мл на 100 г порошка. Смесь тщательно перетиралась, просеивалась и прессовалась на гидравлическом прессе под давлением 750 кг/см² с последующей выгонкой связки при температуре 360(С в течение 10 ч. Режим основного отжига был выбран следующим: 1200(С /2 ч, затем подъем до 1400(С /2 ч. Плотность спеченных образцов была не более 84% от теоретической. Пленки изготавливались при следующих условиях: энергия электронов составляла ~ 6 кэВ, температура подложки поддерживалась при 250(С, скорость выращивания пленок была 1.45 Е/с. Кристаллическое качество и ориентация полученных пленок устанавливались методом рентгеновской дифракции (XRD). Элементный состав пленок определялся сканирующим электронным микроскопом (SEM). Спектры пропускания и отражения регистрировались при комнатной температуре с использованием УФ, видимого и ИК спектрофотометров. возбуждения фотолюминесценции Источником служил диодный полупроводниковый лазер мощностью ~1 Вт. Спектры ФЛ регистрировались с синхронно-фазового усилителя при комнатной температуре помощью спектрометром МДР-23, Ge-фотоприемником в ИК и ФЭУ-100 в видимом диапазонах. Регистрация электрического сигнала и управление монохроматором осуществлялись с использованием системы сбора данных и согласования сигнала (DAQ-системы) фирмы "National Instruments". Электрическое сопротивление полученных пленок измеряли двухзондовым методом. Толщина пленки, определенная интерференционным методом по спектрам отражения, составляла 1000 нм.

3. Обсуждение результатов

Результаты анализа рентгеновской дифракции керамической мишени показали характерный спектр поликристаллического оксида эрбия (рис.1), в то время как в спектре пленки помимо интенсивного пика на $2\theta = 29.4^{\circ}$ и менее интенсивных пиков, характерных для оксида эрбия с кубической решеткой и параметром решетки 10.54 Å, присутствуют новые дифракционные пики, отмеченные звездочкой на 20 = 30.7° и 20 = 32.5°. Похожая картина наблюдалась и в других работах [3,4]. В [3] эти пики связывают с взаимодействием Er2O3 с кремниевой подложкой при высокотемпературном отжиге пленки и возникновении промежуточного слоя между пленкой и подложкой. В [4] их объясняют наличием в пленке Er2O3, помимо объемноцентрированной кубической фазы, еще И гранецентрированной кристаллической фазы с гексагональной плотной упаковкой. Отношение атомов О/Ег исследуемых пленок, полученное с помощью SEM измерений, составляло ~1.8, т.е. превышает стехиометрическое отношение.



Рис.1. Спектры рентгеновской дифракции поликристаллической керамики (а) и кристаллической пленки (b) Er₂O₃.

Удельное сопротивление пленки Er_2O_3 , измеренное на постоянном токе, составляло ~10⁸ Ом см. Измерения удельного сопротивления, проведенные на переменном токе в области частот от 1 кГц до 100 МГц, не выявили

существенных изменений этой величины, оставаясь в пределах $^{\sim}10^7-10^8$ Ом см. В работе [5] оксид эрбия исследовался в качестве керамического защитного диэлектрического покрытия для плавильных печей, где требовались значения удельного сопротивления $^{\sim}10^4-10^6$ Ом см, были получены еще большие значения удельного сопротивления: $^{\sim}10^{14}-10^{16}$ Ом см.

Оптические спектры пропускания (*T*) и зеркального отражения (*R*) исследуемых пленок, измеренные в спектральной области 200-2500 нм при комнатной температуре, показали высокую степень прозрачности пленок ($T \approx$ 85% в видимой области) и резкий УФ край поглощения. Используя интерференционные полосы в спектрах пропускания по методике, описанной в [6], определяли экспериментальные значения показателя преломления *п* пленки Er₂O₃ (рис.2). Для аппроксимации дисперсионной зависимости показателя преломления мы использовали формулу Коши [7], которая хорошо описывает экспериментальные полученные значения И имеет вид $n(\lambda) = 1.8724164 + 7687.38\lambda^{-2} + 4.67468064 \times 10^9 \lambda^{-4}$, где λ задается в нанометрах. также показано значение показателя преломления Ha рисунке для монокристалла Er₂O₃ [8]. Различие в значениях *п* для монокристалла и пленки, по-видимому, связано с меньшей плотностью последней.



Рис.2. Дисперсия показателя преломления пленки Er2O3.

Оптическое поглощение в УФ области ($\lambda < 250$ нм) использовалось для определения ширины запрещенной зоны (E_g). Эта величина была получена экстраполяцией линейной части зависимости ($\alpha h\omega$)² от энергии фотонов $h\omega$ до пересечения с энергетической осью (при $\alpha=0$) в предположении прямозонных переходов из валентной зоны в зону проводимости. Определение величины E_g проиллюстрировано на рис.3: она составляет 5.7 эВ, что совпадает со значениями, приведенными в [1]. На вставке показана зависимость коэффициента поглощения (от энергии фотонов $h\omega$ в полулогарифмическом

масштабе вблизи края полосы поглощения в области энергий $h\omega < E_g$. Она следует экспоненциальному закону (урбаховский край) и имеет линейную часть, с помощью которой определяется эмпирический параметр E_0 , описывающий ширину локализованных состояний в запрещенной зоне и включающий в себя влияние всех возможных дефектов структуры. Величина E_0 для исследуемой пленки Er₂O₃ составляет ~690 мэВ, что также свидетельствует об определенной разупорядоченности (нестехиометричности) кристаллической структуры.



Рис.3. Зависимость $(\alpha h \omega)^2$ от энергии фотонов $h \omega$ для определения ширины зоны $E_{\mathcal{S}}$ пленок Er₂O₃. На вставке показана зависимость коэффициента поглощения от энергии фотонов $h \omega$ в области края поглощения.

Под действием возбуждающего излучения диодного лазера с длиной волны 980 нм и мощностью ~1 Вт исследовалась люминесценция пленки и керамической мишени Er₂O₃. На рис.4 показаны спектры ИК излучения от пленки и керамики Er₂O₃, полученные при комнатной температуре. Спектры соответствуют переходу с первого возбужденного состояния ⁴ $I_{13/2}$ на основное состояние ⁴ $I_{5/2}$ ионов Er³⁺ и характеризуются основными пиками на длинах волн ~1548 нм, ~1562 нм и ~1580 нм. Форма полученных спектров согласуется с литературными данными [9].

Помимо ИК излучения при возбуждении излучением 980 нм была зарегистрирована также люминесценция с повышением частоты (ап-конверсия) в видимой области от поликристаллической керамики, представленная на рис.5. Излучение в красно-зеленой области, согласно диаграмме энергетических уровней ионов Er^{3+} , может быть приписано переходам ${}^{4}F_{9/2} \rightarrow {}^{4}I_{15/2}$, ${}^{4}S_{3/2}$, ${}^{2}H_{11/2} \rightarrow {}^{4}I_{15/2}$, и ${}^{4}F_{7/2} \rightarrow {}^{4}I_{15/2}$. Интенсивность красной люминесценции достаточно сильна и видна невооруженным глазом. На рис.5 также показаны спектры поглощения ионов Er^{3+} , полученные из спектров диффузного отражения керамической мишени. На

них идентифицированы, помимо переходов с основного состояния ${}^{4}I_{15/2}$ на состояния ${}^{4}F_{9/2}$, ${}^{4}S_{3/2}$, ${}^{2}H_{11/2}$ и ${}^{4}F_{7/2}$, еще и коротковолновые переходы ${}^{4}I_{15/2} \rightarrow {}^{4}F_{5/2}$ и ${}^{4}I_{15/2} \rightarrow {}^{4}F_{3/2}$.



Рис.4. Спектр ИК люминесценции керамики и пленки Er_2O_3 при комнатной температуре.



Рис.5. Спектры люминесценции (ап-конверсия) и поглощения керамики Er₂O₃ в видимой области.

4. Заключение

Таким образом, методом электронно-лучевого напыления в вакууме получены оптически однородные диэлектрические пленки Er2O3 с высокой степенью прозрачности (~80%) в видимом и ИК диапазонах и высоким удельным сопротивлением ~10⁹ Ом см. Из спектров отражения и пропускания определены оптические параметры (E_{s} , *n* and α) полученных пленок. Излучением диодного волны длиной 980 HM В кристаллической пленке лазера С поликристаллической керамике возбуждалось ИК излучение в области ~1550 нм, представляющее интерес для применения в оптоэлектронике. Кроме того, наблюдалась фотолюминесценция в видимом диапазоне спектра от керамической мишени с повышением частоты излучения (ап-конверсия), что представляет интерес для визуализации ИК излучения.

Работа выполнена в рамках Государственного тематического финансирования (No. 91) Республики Армения и при частичной финансовой поддержке фонда ANSEF (No. PS-1598).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. M.F.Al-Kuhaili, S.M.A.Durrani. Thin Solid Films, 515, 2885 (2007).
- 2. V.Mikhelashvili, G.Eisenstein, F.Edelman, et al. J. Appl. Phys., 95, 613 (2004).
- 3. M.Miritello, R.Lo Savio, A.M.Piro, et al. J. Appl. Phys., 100, 013502 (2006).
- 4. S.Saini, K.Chen, X.Duan, J.Michel, et al. J. Electronic Materials, 33, 809 (2004).
- 5. A.Sawada, A.Suzuki, et al. Fusion Engineering and Design, 75–79, 737 (2005).
- 6. R. Swanwpoel. J. Phys. E (Sci. Instrum.), 16 1214 (1983).
- 7. X.Ying, A.Feldman, E.N.Farabaugh. J. Appl. Phys., 67, 2056 (1990).
- 8. M.M.Frank, Y.J.Chabal, M.L.Green, et al. Appl. Phys. Lett., 83, 740 (2003).
- 9. A.M.Grishin, E.V.Vanin, O.V.Tarasenko, et al. Appl. Phys. Lett., 89, 021114 (2006).

ERBIUM PHOTOLIMINESCENCE IN POLYCRYSTALLINE CERAMICS AND IN CRYSTALLINE FILM OF ERBIUM OXIDE

N.R. AGHAMALYAN, R.K. HOVSEPYAN, E.A. KAFADARYAN, R.B. KOSTANYAN, S.I. PETROSYAN, G.H. SHIRINYAN, G.R. BADALYAN, D.G. ZARGARYAN, A.KH. ABDUEV, A.SH. ASVAROV

The structural, optical and electrical properties of Er_2O_3 films prepared on sapphire substrates by e-beam evaporation in vacuum from a ceramic target were investigated. The optical characteristics of these films from UV to IR range were studied by means of absorption, reflection and emission spectroscopy, and electrical resistivity measurements of the obtained films were carried out. As a result of excitation by a 980-nm semiconductor diode laser radiation the IR photoluminescence of Er^{3+} ions near 1550 nm at room temperature in the polycrystalline ceramic target and crystalline film was observed. Besides, the visible light emission corresponding to the two-step excitation mechanism of the up-conversion emission from the ceramic target was detected. УДК 548.732

РЕНТГЕНОИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НАДМОЛЕКУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ ПОЛИМЕРОВ

А.А. МАРТИРОСЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 6 апреля 2009 г.)

Предложен новый метод определения плотности полимерных веществ, основанный на определении различий периодов муаровых полос. Метод отличается простотой и точностью результатов. С большой точностью определены плотности полихлоропрена и полистирола. Зная зависимость плотности полимера от степени растяжения, можно выяснить динамику изменения надмолекулярной структуры при деформации полимера.

Многие важные физические свойства полимеров определяются той надмолекулярной структурой, которая образовалась в полимере при изменении внешних условий – температуры, давления, влияния различных полей, влажности, освещения, старения и т.д. Под влиянием внешних условий надмолекулярная организация полимера претерпевает ощутимые изменения, что непосредственно сказывается на механических и физических свойствах последнего (1-3(. Меняются такие параметры, как степень кристалличности, а, следовательно, и плотность, число Лошмидта, единичный декремент показателя преломления рентгеновских лучей, объем элементарной ячейки, межкристаллические периоды и т.д.

Для определения этих параметров существуют различные рентгенографические и оптические методы [4,5]. К примеру, большие периоды, т.е. расстояния между кристаллическими единицами в растянутых полимерах, можно определять дифракцией рентгеновских лучей под малыми углами [6], степень сферолитных образований в полимерах – с помощью поляризационного микроскопа [7], плотность полимеров – пикнометрическим методом. Чтобы определить периоды кристаллической ячейки, а, следовательно, ее объем, применяют методы рентгеноструктурного анализа [8]. Для этого приходится снимать несколько рентгенограмм [9]. Расшифровка полученных рентгенограмм связана с трудоемкими операциями, причем этим методом можно достаточно точно определить объем ячейки только для монокристаллов.

Нами разработан и предложен более удобный метод определения всех вышеперечисленных параметров при однократной дифракционной съемке в рентгеновском интерферометре.

Рентгеновский интерферометр изготавливается из почти бездислокационного монокристалла кремния по методике, изложенной в работе [10]. Три параллельных блока интерферометра ориентируются так, чтобы отражающие плоскости были перпендикулярны к поверхности блоков (рис.1). При такой ориентации узкий пучок рентгеновских лучей, падая на первый блок S под углом Брэгга, расщепляется на два пучка – отраженный и проходящий, которые в свою очередь, дифрагируя в блоке M, создают уже 4 пучка – два проходящих и два отраженных. Последние два, налагаясь друг на друга на входной поверхности третьего блока и падая на экран F, образуют интерференционную или муаровую картину (рис.1).



Рис.1. а) Ход лучей в трехблочном интерферометре, б) муаровая картина, полученная от интерферометра.

Причиной возникновения муаровой картины является то обстоятельство, что пространственные решетки блоков интерферометра имеют незначительные повороты или различия в значениях межплоскостных расстояний отражающих плоскостей.

При помещении на пути одного из расщепленных пучков плоскопараллельного или клинообразного образца период полос муаровых картин изменяется, т.к. образец вносит дополнительную разность фаз. Как для плоскопараллельного, так и для клинообразного образцов рассчитаны значения декремента показателя преломления рентгеновских лучей [11,12]. Для клинообразного образца следует

$$\delta = \frac{\lambda(l_0 - l)}{2l_0 l \tan(\varphi/2)},\tag{1}$$

а для плоскопараллельного

$$\delta = \frac{\lambda (l_0 - l)}{l_0 D},\tag{2}$$

где λ – длина падающей волны, l_0 и l – расстояния между полосами муаровой картины без клина и с клином, соответственно, φ – преломляющий угол клина,

D – толщина плоскопараллельного образца. Из литературы известна связь между декрементом показателя преломления и плотностью вещества [13]:

$$\delta = \frac{e^2}{2\pi mc^2 m_H} \frac{Z}{A} \rho \lambda^2, \qquad (3)$$

где Z – полное число электронов в атоме, A – атомная масса данного вещества, m_{H-} масса атома водорода, ρ – плотность исследуемого вещества.

Зная плотность ρ полимерного вещества, можно определить объем ячейки $V_c = Nm_H M / \rho$ и число Лошмидта $N_L = \rho N_A / A$ [14], где N – число молекул в ячейке, M – молекулярная масса, N_A – число Авогадро. При определении вышеуказанных параметров для величин m_H , A и N_A брали значения с очень малой погрешностью: в частности, $m_H = 1.67329 \times 10^{-24}$ г [13], $N_A = 6.02209 \times 10^{23}$ [14]. Благодаря большой точности исходных величин, ошибка в определении числа Лошмидта и объема ячейки не превышает 10^{03} %.

Нами рассчитаны эти характеристики для двух стандартных полимеров – полистирола и полихлоропрена. Из этих полимеров изготавливались клиновидные образцы методом, описанным в работе [12]. От последних снимались рентгеноинтерферограммы и по ним рассчитывались значения нужных характеристик. Все снимки получались при излучении Си Ка (рис.2).



Рис.2. а) Схема интерферометра с клиновидным образцом, б) интерферограммы без клина (1) и с клином (2) из полихлоропрена и полистирола (3) и (4), соответственно.

Для сравнения в табл.1 приведены экспериментальные и литературные значения ρ , N_L и V_c для полистирола и полихлоропрена. Для подтверждения справедливости расчета объема элементарной ячейки на основе полученных экспериментальных параметров мы также определили этот объем, исходя из литературных данных (зная период решетки и ее сингонию, можно найти V_c). Значения объема ячейки, полученные нами из эксперимента и из литературных данных, хорошо согласуются для этих веществ. Кроме того, чтобы проверить значения, полученные для числа Лошмидта, мы вычислили отношения $1/V_c$ и N_L/N_c , которые должны быть равны друг другу, поскольку оба они показывают число ячеек в 1 см³. Как следует из таблицы, они совпадают до второго знака после запятой.

Таблица 1						
вещество	ρ, г/см ³	$N_L \times 10^{-2}$ ¹ , cm ⁻³	V _c ×10 ^{2 1} , см ³ (эксп.)	V _c ×10 ^{2 1} , см ³ (лит.)	$\frac{1}{V_c} \times 10^{-2}$	$\frac{N_L}{N_c} \times 10^{-2}$
полистирол	1.08050	6.25421	2.90	3.01	0.34458	0.34712
полихлоропрен	1.31073	8.92523	0.434	0.44	2.21271	2.21854

Излагаемый метод не только удобен при определении приведенных параметров полимерных веществ (все эти параметры можно получить при однократном снятии рентгеноинтерферограммы), но также значительно точнее по сравнению с другими методами.



Рис.3. Две позиции растянутого образца полихлоропрена (Р): а) вдоль и б) поперек оси растяжения, F – рентгеновская пленка.

Дальнейшее развитие метода в области исследования надмолекулярных образований полимеров привело к расчету изменений больших периодов в полимерах. Исследования проводились растянутых тем же рентгеноинтерферометрическим методом. На пути одного из расщепленных пучков интерферометра устанавливался плоскопараллельный образец и снималась нулевая интерферограмма. Затем в том же пучке снималась растянутая до 300% полихлоропреновая пленка в двух положениях (рис.3) вдоль и поперек оси растяжения. Измеряя смещения муаровых полос, определялся декремент показателя преломления рентгеновских лучей и по формуле (3) рассчитывалась локальная средняя плотность образца. Отношение полученных плотностей обратно пропорционально межкристаллическим расстояниям вдоль и поперек оси растяжения, поскольку облучаемые объемы по пучку как в первом, так и во втором случае равны друг другу (геометрические размеры пучка в обоих случаях одинаковы: $V_1 = V_2$), $(N_1m_c + N_1m_a)/\rho_1 = (N_2m_c + N_2m_a)/\rho_2$ где N_1 и N_2 – число кристаллических и аморфных участков в облучаемой области вдоль и поперек оси растяжения, *т*_с и *m*_a – массы единичных кристаллических и аморфных участков, ρ1 и ρ2 – средняя плотность вдоль и поперек оси растяжения, соответственно. Учитывая, что

межкристаллические расстояния $d = l/N_i$, где i = 1,2,3..., l – длина облучаемой пленки, получаем $d_1/d_2 = \rho_2/\rho_1$. Таким образом, определив отношение плотностей в двух направлениях, можно найти во сколько раз кристаллиты вдоль оси растяжения расположены дальше по сравнению с кристаллитами в перпендикулярном к этой оси направлении. В нашем эксперименте получено $d_1/d_2 = 1.84$.

Обобщая вышеизложенное, следует отметить, что вышеописанный метод позволяет сравнительно просто определить для полимеров не только такие важные параметры, как средняя плотность, число Лошмидта, объем ячейки, но и выяснить динамику изменения надмолекулярной организации при деформации.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. И.М.Борисов, Т.Г.Ведерников, С.Т.Рашидова, Р.М.Халиков, Р.М.Шарипов. Химия и химическая технология, **51**, №11, 92 (2008).
- 2. Б.М.Гинзбург, Н.А.Султанов. Письма в ЖТФ, 26, 1749 (2000).
- 3. А.А.Тагер. Физико-химия полимеров. М., Химия, 1968.
- 4. Р.Джеймс. Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей. М., ИЛ, 1954.
- 5. А.А.Русаков. Рентгенография металлов. М., Атомиздат, 1977.
- 6. Small Angle X-Ray Scattering. O.Glatter, O.Kratky, eds. Academic Press, London, 1982.
- 7. L.A.Feigin, D.I.Svergun. Structure Analysis by Small-Angle X-Ray and Neutron Scattering. New York, Plenum Press, 1987.
- 8. Ф.Х.Джейл. Полимерные монокристаллы. Л., Химия, 1968.
- 9. A.Guinier. Theorie et technique de la radiocristallographie. Paris, Dunod, 1956.
- 10. Ф.О.Эйрамджян, П.А.Безирганян. Изв. АН Арм. ССР, Физика, 5, 453 (1970).
- 11. А.А.Мартиросян, Ю.А.Рапян, Р.А.Безирганян. Высокомолек. соед., 14А, 10 (1974).
- 12. А.А.Мартиросян, Е.Г.Караджян. Высокомолек. соед., 21В, 12 (1979).
- 13. Ф.А.Королев. Курс физики. М., Просвещение, 1974.
- R.D.Deslattes, A.Henns, H.A.Bowman, R.M.Schoonover, C.L.Carroll. Optical physics Division, National Bureau of Standards, Washington, D.C. 20234 (1974).

X-RAY INTERFEROMETRIC METHOD OF DETERMINATION OF SUPERMOLECULAR STRUCTURE PARAMETERS OF POLYMERS

A.H. MARTIROSYAN

A new method for determining the density of polymeric substances is proposed. It is based on the determination of the parth-length differences in moiré patterns. The method is characterized by simplicity and accuracy of results. The densities of polychloropren and polystirol are determined with high accuracy. The knowledge of the dependence of polymer density on the stretching degree allows one to reveal the dynamics of changes of the supermolecular structure at the deformation of polymer.

УДК 541.64

КОНКУРЕНТНОЕ И НЕКОНКУРЕНТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РАСТВОРИТЕЛЯ С БИОПОЛИМЕРАМИ ПРИ ПЕРЕХОДЕ СПИРАЛЬ–КЛУБОК

Ш.А ТОНОЯН¹, Г.Н. АЙРАПЕТЯН¹, А.В. ИВАНОВ¹, И.В. БАГДЯН², А.В. ЦАРУКЯН¹

¹ Ереванский государственный университет, Армения

² Ереванский государственный медицинский университет, Армения

(Поступила в редакцию 23 марта 2009 г.)

На основе Обобщенной Модели Полипептидной Цепи (ОМПЦ) – микроскопической теории перехода спираль-клубок, применимой как для полипептидов, так и для ДНК, введен гамильтониан модели для растворителя, связывающегося с биополимером как конкурентным, так и неконкурентным способом. Показано, что статистическая сумма данной модели приводится с точностью до множителей к модели без растворителя. При этом переопределяются температурный и энтропийный параметры теории. На основе вычисления степени спиральности и корреляционной длины обсуждаются различные случаи соотношений параметров конкурентного и неконкурентного связывания.

1. Введение

Как известно, в клетках биополимеры функционируют в присутствии воды как в растворителе. Экспериментальные исследования по плавлению биополимеров также проводятся в водных растворах. Вода может конкурировать с повторяющимися единицами биополимеров за образование водородных связей. повторяющимися Вода также может и связываться С единицами непосредственным образом, изменяя картину внутримолекулярных взаимодействий, что приводит к изменению статистических весов конформаций. Первый способ мы называем конкурентным, второй – неконкурентным. Ранее мы исследовали конкурентный и неконкурентный механизмы взаимодействия биополимер-раство-ритель раздельно [1,2]. Следовательно, учитывая такую двойственность взаимодействия воды с биополимером, интересным является учет одновременного влияния конкурентного и неконкурентного способов связывания на переход спираль-клубок. Этому и посвящена настоящая работа.

2. Формулировка модели

На основе ранее предложенной ОМПЦ [1-4] – микроскопической теории перехода спираль-клубок, применимой как для полипептидов, так и для ДНК,

введем гамильтониан модели конкурентного и неконкурентного способов связывания биополимера с растворителем.

А. Конкурентный способ связывания биополимера с растворителем

Следуя [1], вклад в гамильтониан ОМПЦ конкурентного способа связывания биополимера с растворителем основан на следующих утверждениях:

1) Если повторяющиеся единицы не связаны водородными связями, то они свободны для образования водородных связей полимер-растворитель.

2) Водородные связи полимер–растворитель образуются или нет в зависимости от ориентации (состояния) молекул растворителя относительно повторяющихся единиц (ориентации предполагаются дискретными и их число равно *q*).

3) Каждой ориентации растворителя около *j*-ой повторяющейся единицы приписывается спиновая переменная μ_j , пробегающая значения от 1 до *q*. Номером 1 отметим состояние связанности, при этом выделяется приведенная к kT энергия *I*.

4) В случае полипептида между повторяющимися единицами образуется одна внутримолекулярная водородная связь, и, следовательно, молекула растворителя имеет два места посадки на скелет цепи, а в случае ДНК между комплементарными парами образуются 2 или 3 водородные связи и молекула растворителя может иметь 4 или 6 мест посадки на азотистые основания. Поэтому в общем случае будем рассматривать число спиновых переменных 2*m*, где *m* – число внутримолекулярных водородных связей.

Б. Неконкурентный способ связывания биополимера с растворителем

Следуя [2], вклад в гамильтониан ОМПЦ неконкурентного способа связывания биополимера с растворителем основан на следующих утверждениях:

1) Присоединение молекулы растворителя происходит независимо от того, нарушено ли внутримолекулярное водородное связывание или нет.

2) Связи полимер–растворитель образуются или нет в зависимости от ориентации (состояния) молекул растворителя относительно повторяющейся единицы. Ориентации предполагаются дискретными и их число равно *q*.

3) Каждой ориентации молекулы растворителя около *j*-ой повторяющейся единицы приписывается спиновая переменная μ_j , пробегающая значения от 1 до *q*. Номером 1 отметим состояние связанности.

4) Присоединение молекулы неконкурентного растворителя изменяет конформационную энергию. В зависимости от конформации повторяющейся единицы выделяется различная приведенная к kT энергия I_k , где k – номер конформации.

3. Гамильтониан и преобразование параметров

Для простого предварительного анализа задачи рассмотрим несколько упрощенную модель, сохраняющую основные черты как конкурентного, так и неконкурентного растворителей. Примем для конкурентного растворителя случай с m=1, т.е. растворитель присоединяется только к одной из освободившихся групп, участвующих в образовании внутримолекулярной

водородной связи. Для неконкурентного растворителя примем, что величины I_k принимают два значения I_h и I_c , т.е. неконкурентный растворитель по-разному взаимодействует только со спиральной (*h*) и всеми Q-1 клубкообразными конформациями (*c*). Учитывая приведенные допущения, гамильтониан данной модели будет иметь следующий вид:

$$-\beta H = J \sum_{i=1}^{N} \delta_{i}^{(\Delta)} + I \sum_{i=1}^{N} \left(1 - \delta_{i}^{(\Delta)}\right) \delta(\mu_{i}, 1) + I_{h} \sum_{i=1}^{N} \delta_{i}^{(1)} \delta(\mu_{hi}, 1) + I_{c} \sum_{i=1}^{N} \left(1 - \delta_{i}^{(1)}\right) \delta(\mu_{ci}, 1).$$
(1)

Здесь первый член определяет базовый гамильтониан ОМПЦ, а остальные 3 члена определяют взаимодействия с растворителем. Второй член определяет конкурентное взаимодействие, третий – неконкурентное взаимодействие со спиральной конформацией повторяющейся единицы и четвертый – с клубкообразной конформацией.

Переменная $\mu_i = 1, 2, ...q$ описывает ориентацию молекулы растворителя при конкурентном взаимодействии, причем номером 1 обозначена ориентация, связывающая молекулу конкурентного растворителя. Переменные $\mu_{hi} = 1, 2, ...q_h$ описывают ориентацию молекулы растворителя вблизи спиральной конформации повторяющейся единицы, $\mu_{ci} = 1, 2, ...q_c$ – вблизи клубкообразного участка. Статистическая сумма для данной модели будет иметь вид

$$Z = \sum_{\{\gamma_i\}} \sum_{\{\mu_i\}} \sum_{\{\mu_{ii}\}} \sum_{\{\mu_{ci}\}} \sum_{i=1}^{N} \exp(-\beta H), \qquad (2)$$

где суммирование идет по всем конформациям цепи $\{\gamma_i\}$ и по всем ориентациям молекул растворителя – как для конкурентного $\{\mu_i\}$, так и для неконкурентного $\{\mu_{ii}\},\{\mu_{ci}\}$ способов связывания.

Ранее было показано [1], что в присутствии конкурентного растворителя задача сводится к вычислению статистической суммы базового гамильтониана с переопределенной температурной характеристикой $W = e^{J}$, а в присутствии только неконкурентного растворителя задача сводится к базовому гамильтониану с переопределенной конформационной характеристикой Q.

Можно показать, что для гамильтониана (1), где растворитель взаимодействует и конкурентным, и неконкурентным способом, усреднение по переменным ориентации растворителя можно производить независимым образом и статистическую сумму можно записать как

$$Z = \left(R + q\right)^{N} \left(q_{h}q_{c} + q_{c}R_{h}\right)^{N} Z_{0}\left(\tilde{W}, \tilde{Q}, \Delta\right),$$
(3)

где $Z_0(\tilde{W}, \tilde{Q}, \Delta)$ – статистическая сумма базовой ОМПЦ с переопределенными характеристиками \tilde{W} и \tilde{Q} , $R = \exp I$, $R_h = \exp I_h$, $R_c = \exp I_c$,

$$\tilde{W} = \frac{W}{1 + \frac{R - 1}{q}}, \quad \tilde{Q} = 1 + (Q - 1) \frac{1 + \frac{R_c - 1}{q_c}}{1 + \frac{R_h - 1}{q_h}}.$$
(4)

Если теперь учесть, что при разрыве каждой водородной связи повторяющейся единицы образуется два места посадки молекулы растворителя, то гамильтониан (1) во втором члене будет иметь не один параметр ориентации молекулы растворителя около места посадки, а их число будет 2m. Учитывая, что мы предполагаем, что молекулы растворителя при взаимодействии с цепью не взаимодействуют между собой, усреднение по всем ориентациям молекул неконкурентного растворителя можно считать независимым, а их число одинаковым. Таким образом, переопределенная характеристика \tilde{W} в общем виде будет иметь вид

$$\tilde{W} = \frac{W}{\left(1 + \frac{R-1}{q}\right)^{2m}},\tag{5}$$

а (3) перепишется в следующем виде:

$$Z = \left(R+q\right)^{2mN} \left(q_h q_c + q_c R_h\right)^N Z_0\left(\tilde{W}, \tilde{Q}, \Delta\right).$$
(6)

4. Вычисляемые характеристики

Под степенью спиральности θ мы, как всегда [5-9], будем понимать среднюю долю повторяющихся единиц, связанных внутримолекулярными водородными связями. Тогда

$$\theta = \left\langle \delta_i^{(\Delta)} \right\rangle = \frac{1}{N} \frac{\partial \ln Z}{\partial J} \,. \tag{7}$$

Исходя из выражения (6) для статистической суммы и определения (7), поскольку предмножители в (6) не зависят от *J*, для степени спиральности (7) можно записать

$$\theta = \frac{1}{N} \frac{\partial \ln Z_0}{\partial J}, \qquad (8)$$

где Z_0 — статистическая сумма базовой ОМПЦ с переопределенными характеристиками \tilde{W} и \tilde{Q} . Таким образом, следуя ранее полученным результатам [1-4], получим

$$\theta = \frac{1}{\lambda_1} (B\hat{M}'A)_{11}, \qquad (9)$$

где A и B – левые и правые собственные векторы матрицы \hat{M} , соответствующие гамильтониану базовой модели ОМПЦ, λ_1 – главное собственное число матрицы \hat{M} , а $M' = \partial M/\partial J$.

Как было показано ранее [1-4], корреляционная длина ξ определяется отношением собственных чисел трансфер-матрицы, соответствующих

гамильтониану (1). Отсюда следует, что предмножители для этого отношения сокращаются и

$$\xi = \ln^{-1} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right). \tag{10}$$

Величина ξ показывает масштаб затухания корреляций вдоль цепи при r >>1, а λ_1 и λ_2 – максимальное и следующее за максимальным собственные числа для матрицы M, соответствующие базовой модели. Таким образом, корреляционная длина, так же как и степень спиральности, не зависит от предмножителей для выражения в статистической сумме (2), тем не менее, температурное поведение θ и ξ будет отличаться от базовой модели из-за соотношений (3) и (4).

Прежде чем перейти к изучению температурных зависимостей, отметим, что в числителе в (4) находится величина $W = e^J$, где J – приведенная энергия внутримолекулярных взаимодействий. Для базовой модели это соответствует одной энергии водородной связи для полипептида и двум или трем энергиям для ДНК, однако в растворителе необходимо учитывать тот факт, что молекулы растворителя могут образовывать внутримолекулярные водородные связи друг с другом. Таким образом, для базового гамильтониана в (1) $J = m (U_{pp} + U_{ss})/T$, где U_{pp} – энергия одной внутримолекулярной водородной связи между повторяющимися единицами цепи, а U_{ss} – энергия одной внутримолекулярной водородной связи между виде

$$\tilde{W} = \left(\frac{\frac{U_{pp} + U_{ss}}{T}}{\left(1 + \frac{e^{U_{ps}} - 1}{q}\right)^2}\right)^m,$$
(11)

т.е. *W* включает в себя как энергию внутримолекулярной водородной связи U_{pp} , так и энергию связи между собой молекул растворителя U_{ss} , а *R* включает в себя 2 энергии межмолекулярной водородной связи U_{ps} . Для качественного анализа влияния растворителя на переход спираль–клубок, введем приведенную температуру *t* как $(U_{pp} + U_{ss})/T = 2/t$, поскольку разрыв одной внутримолекулярной водородной связи приводит к возможности образования двух межмолекулярных водородных связей. Мы будем исходить из того очевидного факта, что энергии водородных связей одного порядка. Введя малый параметр α как $\alpha = (2U_{ps} - U_{pp} - U_{ss})/(U_{pp} + U_{ss})$, получим $U_{ps}/T = (1+\alpha)/t$. То есть, измеряя температуру в энергиях водородной связи, получаем

$$\tilde{W} = \left(\frac{qe^{1/t}}{e^{(1+\alpha)/t} + q - 1}\right)^{2m}.$$
(12)

Из определения температуры t следует

$$\tilde{Q} = 1 + (Q-1)\frac{e^{\alpha_c/t} + q - 1}{e^{\alpha_h/t} + q - 1},$$
(13)

где $\alpha_c = 2U_c / (U_{pp} + U_{ss}), \ \alpha_h = 2U_h / (U_{pp} + U_{ss}).$ Поскольку большинство молекул,

Поскольку большинство молекул, неконкурентным образом связывающихся с системой, взаимодействуют с энергией ван-дер-ваальсовых взаимодействий, а эти энергии заведомо значительно меньше, чем энергии водородного связывания, то величины α , α_c , α_h одного порядка и на порядок меньше единицы. Таким образом, для иллюстрации за стартовые значения всех этих величин мы будем рассматривать их нулевые значения, а расчеты будем вести при малых отклонениях от стартовых значений.

5. Результаты и обсуждение

На рис.1-4 представлены зависимости температурных поведений характеристик \tilde{W} и \tilde{Q} для разных значений параметров (а), для тех же значений параметров построены также графики корреляционной длины ξ (b) и степени спиральности θ (c). Как видно из рисунков, поведения и, более того, взаимные поведения \tilde{W} и \tilde{Q} отличаются многообразием.

Из графиков видно (по крайней мере, для больших Q), что точки перехода, как и в базовой модели, находятся с большой степенью точности вблизи пересечения кривых \tilde{W} и \tilde{Q} . Таким образом, для определения точки перехода нет нужды в построении кривых плавления. Достаточно определить точку пересечения \tilde{W} и \tilde{Q} . Этот далеко не тривиальный результат позволит в дальнейшем перейти к численным оценкам и выйти на сопоставление теории с экспериментом.

Рассмотрим случай α < 0 (рис.1,2), т.е. случай, когда энергетически более выгодны внутримолекулярные водородные связи. Как было показано в ранних исследованиях [2], в этом случае кривые температурной характеристики \tilde{W} монотонно убыващие. При этом, как и ожидалось, выгодность клубкообразной конформации для неконкурентного растворителя ($\alpha_c > \alpha_b$) дестабилизирует (рис.1), а невыгодность ($\alpha_c < \alpha_h$) стабилизирует (рис.2) спиральную структуру при плавлении. Новым является тот факт, что при дестабилизирующем неконкурентном растворителе можно наблюдать выстраивание даже при доминировании межмолекулярных водородных связей $\alpha_c > \alpha_h$. В этом случае наблюдается два пересечения кривых \tilde{W} и \tilde{Q} (рис.1а). Это же подтверждается наличием двух пиков на кривой поведения корреляционной длины (рис.1b), а на кривой поведения степени спиральности (рис.1с) виден процесс перехода клубок-спираль (выстраивание) и процесс перехода спираль-клубок (плавление). Видно, что выстраивание происходит при очень низких температурах и при более высокой при Случай кооперативности, чем плавлении. же доминирования внутримолекулярных водородных связей $\alpha_{c} < \alpha_{h}$ приводит к одному пересечению кривых $ilde{W}$ и $ilde{Q}$ (рис.2а) и наблюдается один пик на кривой





Рис.1. Поведение \tilde{W} и \tilde{Q} (а), корреляционной длины ξ (b) и степени спиральности θ (c) для случая $\alpha < 0$, $\alpha_h < \alpha_c$.



462
Рис.2. Поведение \tilde{W} и \tilde{Q} (а), корреляционной длины ξ (b) и степени спиральности θ (c) для случая $\alpha < 0$, $\alpha_{\mu} > \alpha_{c}$.

Более сложный характер носит случай, когда энергия межмолекулярной водородной связи превосходит внутримолекулярную, α >0 (рис.3,4). В этом случае температурная характеристика \tilde{W} становится не монотонной и проходит через максимум. При выгодности клубкообразной конформации ($\alpha_a > \alpha_b$) на рис.За видно, что кривые \tilde{W} , \tilde{Q} могут иметь пересечения, близкие между собой по температуре, что соответствует слиянию максимумов на кривой ξ (рис.3b) и чередованию процессов выстраивания и плавления (рис.3с). Расчеты показывают, что возможен случай, когда кривые \tilde{W} , \tilde{Q} не пересекаются и проходят близко друг к другу. Хотя формально это означает, что спиральная конформация не реализуется, тем не менее наблюдается корреляция вблизи области сближения этих кривых, а на кривых плавления наблюдается небольшое выстраивание, сменяющееся плавлением, и степень спиральности не достигает значения единицы. В случае выгодности спиральной конформации ($\alpha_c < \alpha_h$) наблюдается наибольшее число пересечений кривых \tilde{W} , \tilde{Q} (рис.4a), при этом, соответственно, наблюдается наибольшее число переходов. При соответствующем подборе параметров их может быть четыре. При очень низких температурах наблюдается процесс выстраивания, сменяющийся плавлением (рис.4с), при этом корреляции незначительны (рис.4b). После этого происходят полноценное







Рис.3. Поведение \tilde{W} и \tilde{Q} (а), корреляционной длины ξ (b) и степени спиральности θ (c) для случая $\alpha > 0$, $\alpha_h < \alpha_c$. $\alpha_c = -0.4, \alpha_h = 0.2, \alpha = 0.057$

Рис.4. Поведение \tilde{W} и \tilde{Q} (а), корреляционной длины ξ (b) и степени спиральности θ (c) для случая $\alpha > 0$, $\alpha_{h} > \alpha_{c}$.

выстраивание и плавление. Следует отметить, что все процессы, предшествующие плавлению, происходят при низких температурах, когда вода уже находится в замерзшем состоянии. Однако эти результаты могут быть полезны при исследовании растворов биополимеров при переходах лед-вода, а также могут пролить свет на процесс холодовой денатурации.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Sh.A.Hayryan, E.Sh.Mamasakhlisov, V.F.Morozov. Biopolymers, 35, 75 (1995).
- 2. Е.Ш.Мамасахлисов, А.В.Бадасян, В.Ф.Морозов, А.В.Григорян, А.В.Царукян. Изв. НАН Армении, Физика, **40**, 111 (2005).
- N.S.Ananikyan, Sh.A.Hayryan, E.Sh.Mamasakhlisov, V.F.Morozov. Biopolymers, 30, 357 (1990).
- 4. V.F.Morozov, A.V.Badasyan, A.V.Grigoryan, M.A.Sahakyan, E.Sh.Mamasakhlisov. Biopolymers, **75**, 434 (2004).
- D.C.Poland, H.A.Sheraga. The Theory of Helix-Coil Transition. New York, Acad. Press, 1970.
- 6. R.M.Wartell, A.S.Benight. Phys. Rep., 126, 67 (1985).

7. C.Cantor, T.Shimmel. Biophysical Chemistry. San-Francisco, Freeman and Co., 1980.

8. M.Frank-Kamenetskii, A.Frank-Kamenetskii. J. Mol. Biol., 3, 295 (1969).

W.L.Mattice, U.W.Suter. Conformational Theory of Large Molecules. New York, Wiley Interscience, 1994.

ግԱՐՈՒՅՐ–ԿԾԻԿ ԱՆՑՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ԼՈՒԾԻՉԻ ՄՐՑԱԿՑԱՅԻՆ ԵՎ በ2 ՄՐՑԱԿՑԱՅԻՆ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԿԵՆՍԱՊՈԼԻՄԵՐՆԵՐԻ ՀԵՏ

Շ.Ա. ՏՈՆՈՅԱՆ, Գ.Ն. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ, Ա.Վ. ԻՎԱՆՈՎ, Ի.Վ. ԲԱՂԴՅԱՆ, Ա.Վ. ԾԱՌՈՒԿՅԱՆ

Պոլիպեպտիդային շղթայի ընդհանրացված մոդելի հիման վրա, որն իրենից ներկա-յացնում է պարույր–կծիկ անցման միկրոսկոպիկ տեսությունը, և կիրառելի է ինչպես պո-լիպեպտիդների, այնպես էլ ԴՆԹ-ի համար, ներմուծվել է կենսապոլիմերների հետ ինչպես մրցակցային, այնպես էլ ոչ մրցակցային կերպով կապվող լուծիչի մոդելի համար համիլտո-նիան։ Յույց է տրված, որ տվյալ մոդելի վիճակագրական գումարը գործակցի Ճշտությամբ բերվում է առանց լուծիչի մոդելին, ընդ որում վերաիմաստավորվում են տեսության ջերմաս-տիճանային և էնտրոպիական պարամետրերը։ Պարուրայնության աստիճանի և կոռելյա-ցիոն երկարության հաշվարկի հիման վրա քննարկված են մրցակցային և ոչ մրցակցային փոխազդեցության պարամետրերի հարաբերակցության տարբեր դեպքեր։

COMPETITIVE AND NON-COMPETITIVE INTERACTION OF SOLVENT WITH BIOPOLYMERS AT THE HELIX–COIL TRANSITION

SH.A. TONOYAN, G.N. HAYRAPETYAN, A.V. IVANOV, I.V. BAGHDYAN, A.V. TSARUKYAN

On the basis of Generalized Model of Polypeptide Chain (GMPS) as a microscopic theory of the helix–coil transition, which is applicable to both polypeptides and DNA, the Hamiltonian of solvent model which interacts with the biopolymer in both competitive and non-competitive way, is introduced. It is shown that the partition function of the model introduced leads to the model without solvent with accuracy to a multiplier. In this case the thermal and entropic parameters are redefined. Based on calculations of the helicity degree and correlation length the different cases of relations between competitive and non-competitive parameters are discussed.

УДК 541.64

КИКУЧИ-ЭЛЕКТРОНОГРАММЫ С ОДНОВРЕМЕННЫМ ПРИСУТСТВИЕМ НЕИНДИЦИРУЕМЫХ ЛИНИЙ С РАЗЛИЧНЫМ ЗНАКОМ КОНТРАСТА

Р.К. КАРАХАНЯН, К.Р. КАРАХАНЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 1 июня 2009 г.)

Получены кикучи-электронограммы кремния, содержащие одновременно светлые и темные неиндицируемые линии. Образование и контраст этих кикучилиний объяснены на основе явления двойной дифракции кикучи-электронов. Сделан вывод о независимости знака контраста неиндицируемых кикучи-линий от толщины кристалла.

Различным аспектам образования и применения кикучи-электронограмм посвящены, в частности, работы [1-5]. На кикучи-электронограммах кристаллов часто наблюдаются одиночные линии, проходящие вдоль середины пар светлых и темных кикучи-линий или кикучи-полос [6-8]. Эти линии не имеют своей пары и не могут быть проиндицированы на основе известного метода индицирования кикучи-электронограмм, вследствие чего они называются неиндицируемыми линиями. Если интенсивность кикучи-линии больше интенсивности окружающего ее фона, то она называется линией избытка и на фотоснимке является светлой. В противном случае, когда интенсивность кикучи-линии ниже интенсивности фона, она называется линией недостатка и является темной, т.е. меняет знак своего контраста.

Обычно на электронограммах при данной толщине кристалла неиндицируемые кикучи-линии вдоль своей длины являются светлыми, темными или светло-темными. В отличие от этого, нами впервые получены кикучи-электро-нограммы, содержащие одновременно и светлые, и темные неиндицируемые кикучи-линии, т.е. линии с различным знаком контраста. Тонкие пленки для электронографических исследований были изготовлены химическим травлением массивных образцов монокристаллов кремния. Кикучиэлектронограммы на прохождение были получены на электронографе ЭГ-100М при ускоряющем напряжении 100 кВ.

Элементарная теория кикучи-картин [9] не предусматривает образования неиндицируемых кикучи-линий. В [10,11] с использованием динамической теории дифракции электронов рассчитан контраст продольной неиндицируемой кикучи-линии посредине кикучи-полосы 200 кристалла окиси магния. Вместе с тем, в [12] показано, что образование неиндицируемых кикучи-линий

объясняется уже в рамках элементарной теории на основе явления двойной дифракции кикучи-электронов. В этом случае интенсивные дифракционные пучки играют роль первичного и становятся источниками вторичных кикучилиний, наложение которых на первичную кикучи-картину (с источником в падающем на кристалл пучке) может обусловить появление неиндицируемой кикучи-линии. Это произойдет, если одна из вторичных линий не совпадет ни с одной из первичных кикучи-линий, выявляясь при этом на электронограмме в виде неиндицируемой кикучи-линии.

На рис.1 приведена кикучи-электронограмма кремния, снятая при падении первичного электронного пучка на образец вблизи оси [112]. На ней присутствуют две взаимо-перпендикулярные неиндицируемые кикучи-линии, указанные с двух сторон стрелками. Горизонтальная неиндицируемая линия темная, а вертикальная – светлая. Горизонтальная неиндицируемая линия проходит посредине между светлой кикучи-линией избытка 440 и темной кикучи-линией недостатка 440, отмеченными на рис.1 стрелками с указанием индексов линий. Точка пересечения неиндицируемых линий является геометрическим центром кикучи-картины, т.е. точкой выхода на электронограмму оси [112]. В случае симметричной съемки эта точка совпала бы с нулевым рефлексом 000. В окрестности точки выхода оси [112] на горизонтальная неиндицируемая электронограмму темная линия не наблюдается на общем темном фоне этой части электронограммы, что обусловлено относительно сильным рассеянием первичного электронного пучка вблизи оси [112].



Рис.1. Кикучи-электронограмма кремния с вертикальной светлой и горизонтальной темной неиндицируемыми кикучи-линиями.

Теперь на основе явления двойной дифракции кикучи-электронов рассмотрим вначале образование горизонтальной темной неиндицируемой

кикучи-линии. На электронограмме через нулевой рефлекс 000 проходит темная кикучи-линия недостатка $\overline{440}$, а светлая кикучи-линия избытка $4\overline{40}$ проходит через рефлекс $4\overline{40}$. В соответствии с [9] это значит, что для плоскостей ($4\overline{40}$) удовлетворяется точное условие отражения, и потому рефлекс $4\overline{40}$ имеет значительную интенсивность. На электронограмме интенсивны также точечные рефлексы 111, 111, 042, 131, 220, 311, 402, 351 и 531. Следовательно, в качестве источников вторичных кикучи-картин можно взять соответствующие этим рефлексам дифракционные пучки.

Отметим, что все вторичные горизонтальные кикучи-линии, источниками которых являются рефлексы, лежащие на одной горизонтальной прямой, совпадают друг с другом. Рефлексы 111 и 111 лежат на одной горизонтальной прямой с нулевым рефлексом 000, а потому взятие дифракционных пучков 111 и 111 в качестве источников вторичных кикучилиний не может привести к образованию горизонтальной неиндицируемой линии, точно так, как к ее образованию не приводит первичный электронный пучок.

Рефлексы 042, 131, $2\overline{2}0,$ 311 и 402 также лежат на одной горизонтальной прямой, и взятие отвечающих им дифракционных пучков в качестве источников вторичных кикучи-картин, как показывает геометрический анализ на основе [12], приводит к образованию горизонтальной темной неиндицируемой линии. Действительно, если взять указанные пять рефлексов в качестве нулевых, то, подобно тому, как на электронограмме через нулевой рефлекс 000 проходит горизонтальная линия недостатка 440, через эту пятерку рефлексов пройдет вторичная горизонтальная темная линия недостатка 440 и на электронограмме выявится в виде горизонтальной темной неиндицируемой линии недостатка. Отметим, что наблюдаемые на электронограмме кинематически запрещенные рефлексы 042 и 402 образуются, в частности, вследствие явления двойной дифракции электронов при образовании точечных электронограмм [9].

Если в качестве нулевых рефлексов взять рефлексы 351, 440 и 531, также лежащие на одной горизонтальной прямой, то через эту тройку рефлексов вновь пройдет вторичная горизонтальная темная линия недостатка 440, но при этом горизонтальная темная неиндицируемая линия недостатка будет обусловлена вторичной кикучи-линией недостатка $\overline{880}$. Линия недостатка $\overline{880}$ первичной кикучи-картины слаба сама по себе, и тем более слабой будет вторичная линия недостатка $\overline{880}$ и не сможет практически участвовать в образовании горизонтальной темной неиндицируемой линии. По этой причине горизонтальная темная неиндицируемая линия будет обусловлена лишь вторичной кикучи-линией недостатка $\overline{440}$ с источником в дифракционных пучках $0\overline{42}$, $1\overline{31}$, $2\overline{20}$, $3\overline{11}$ и $40\overline{2}$.

Перейдем к обсуждению образования вертикальной светлой неиндицируемой линии избытка. Очевидно, что рефлексы $2\overline{20}$ и $4\overline{40}$, лежащие на одной вертикальной прямой с нулевым рефлексом 000, подобно первичному электронному пучку, не могут вызвать образования вертикальной

неиндицируемой линии. Теперь в качестве источников вторичных кикучикартин возьмем рефлексы 111, 131, 351 и 111, 311, 531, лежащие, соответственно, на двух вертикальных прямых. Геометрический анализ показывает, что вторичные вертикальные кикучи-линии, обусловленные каждым из этих троек рефлексом, в точности совпадут друг с другом. Если принять, например, рефлекс 111 в качестве нулевого, то расположение вторичных кикучи-линий определится сдвигом первичной картины параллельно самой себе влево в сторону рефлекса 111 на расстояние, равное расстоянию между рефлексами 000 и $\overline{111}$. При этом окажется, что ни одна из первичных вертикальных кикучи-линий с разрешенными для структуры кремния индексами (а только такие линии может образовать первичный электронный пучок) не совпадет с наблюдаемой на электронограмме вертикальной светлой неиндицируемой линией избытка, т.е. эта линия в данном случае не возникнет. Точно также рассматриваемая неиндицируемая ли-ния не может возникнуть и при принятии в качестве источника вторичной кикучикартины дифракционного пучка 111.

В качестве источников вторичных кикучи-линий остается рассмотреть точечные рефлексы $0\overline{42}$ и $40\overline{2}$. Как видно из электронограммы, рефлекс $40\overline{2}$ интенсивнее рефлекса $0\overline{42}$. По этой причине в качестве упомянутого источника можно взять лишь рефлекс $40\overline{2}$. В этом случае рефлекс $40\overline{2}$ приобретет нулевые индексы 000, и при соответствующем сдвиге первичной кикучи-картины параллельно самой себе на расстояние, равное расстоянию между рефлексами $2\overline{20}$ и $40\overline{2}$, на месте неиндицируемой линии окажется вторичная неиндицируемая линия избытка $\overline{444}$ с источником в дифракционном пучке $40\overline{2}$, что и обусловит образование вертикальной неиндицируемой светлой линии избытка.

Можно заключить, что одновременное образование неиндицируемых линий с различным знаком контраста (светлая и темная линии) обусловлено двойной дифракцией кикучи-электронов. Хотя для самого образования неиндицируемых линий требуется определенная толщина кристалла [13], знак их контраста не зависит от толщины кристалла, а определяется тем, какие из дифракционных пучков, участвующих в образовании вторичных кикучи-линий, наиболее интенсивны при данной ориентации кристалла относительно первичного электронного пучка.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. К.Р.Караханян. Кристаллография, 54, 209 (2009).
- 2. Р.К.Караханян, К.Р.Караханян. Кристаллография, 52, 798 (2007).
- I.MacLaren, L.A.Schmitt, H.Fuess, H.Kungl, M.J.Hoffman. J. of Physics, Conference Series, 26, 243 (2006).
- 4. P.Koreski. Surface Science, 425, 22 (1999).
- 5. М.В.Гомоюнова, И.И.Пронин, и др. ФТТ, **41**, 411 (1999).
- 6. H.Pfister. Ann. Phys. Lpz., 11, 239 (1953).
- 7. R.Uyeda, M.Nonoyama. Japan. J. Appl. Phys., 4, 498 (1965).

- 8. Р.К.Караханян, П.Л.Алексанян. Кристаллография, 24, 159 (1979).
- 9. **D.B.Williams, C.B.Carter.** Transmission electron microscopy. II. Diffraction. New York, Plenum Press, 1996.
- 10. S.Kainuma, M.Kogiso. Acta Cryst., A24, 81 (1968).
- 11. Л.А.Алексанян, З.Г.Пинскер, Ф.Н.Чуховский. Кристаллография, 19, 27 (1974).
- 12. Р.К.Караханян, П.Л.Алексанян. Кристаллография, 32, 1257 (1987).
- 13. Р.К.Караханян, П.Л.Алексанян. Кристаллография, 36, 1289 (1991).

ԿՈՆՏՐԱՍՏԻ ՏԱՐԲԵՐ ՆՇԱՆՈՎ ՉՑՈՒՑՉԱՎՈՐՎՈՂ ԳԾԵՐԻ ՄԻԱԺԱՄԱՆԱԿՅԱ ՆԵՐԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ ԿԻԿՈՒՉԻ-ԷԼԵԿՏՐՈՆԱԳՐԵՐ

Ռ.Կ. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ, Կ.Ռ. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ

Մտացված են սիլիցիումի կիկուչի-էլեկտրոնագրեր, որոնք միաժամանակ պարունա-կում են սպիտակ և սև չցուցչավորվող կիկուչի-գծեր։ Այդ գծերի առաջացումը և կոնտրաստը բացատրված են կիկուչի-էլեկտրոնների կրկնակի դիֆրակցիայի հիման վրա։ Եզրակացվել է, որ չցուցչավորվող կիկուչի-գծերի կոնտրաստի նշանը կախված չէ նմուշի հաստությունից։

SIMULTANEOUS PRESENCE OF UNINDEXED LINES WITH CONTRAST OF DIFFERENT SIGN IN KIKUCHI PATTERNS

R.K. KARAKHANYAN, K.R. KARAKHANYAN

The Kikuchi patterns of silicon containing simultaneously bright and dark unindexed lines are obtained. The formation and contrast of these lines are explained on the basis of Kikuchi-electron double diffraction. It is concluded that the contrast of unindexed lines does not depend on the sample thickness.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Դ.Մ. Սեդրակյան, Է.Մ. Ղազարյան, Լ.Ռ. Սեդրակյան. Ընկղման մեթոդը բազմ-	
ուղի ցրման խնդրի համար	395
Գ.Ե. Բաղդասարյան. Տարածական սպինային մակերևութային ալիքների գոյու-	
թյունն ու տարածման վարքը ֆեռոմագնիսներումմ	405
Ռ.Ս. Սոխոյան, Հ.Հ. Ազիզբեկյան, Կ. Լեղուա, Ա.Մ. Իշխանյան. Դեմկով–Կունի-կեի	
մոդելը սառն ատոմների ասոցիացիայի համար. թույլ փոխազդեցության	
ռեժիմ	417
Ա.Ե. Մարտիրոսյան. Կլանող աքսիկոնի օգտագործումը բեսսելյան փնջի առա-	
ջացման շրջանում լույսի ինտենսիվության տարածական մոդուլյացիաները	
չեզոքացնելու համար	426
Վ.Կ. Աբրահամյան, Ն.Հ. Հակոբյան, Վ.Մ. Հարությունյան, Ն.Վ. Կամանինա,	
Հ.Լ. Մարգարյան, Դ.Լ. Հովհաննիսյան, Դ.Կ. Փոխսրարյան. Լրացուցիչ էլեկ-	
տրական դաշտի ազդեցութունը նեմատիկ հեղուկ բյուրեղի երկբեկման վրա․	433
Ն.Ռ. Աղամալյան, Ռ.Կ. Հովսեփյան, Ե.Ա. Կաֆադարյան, Ռ.Բ. Կոստանյան,	
Ս.Ի. Պետրոսյան, Գ.Հ. Շիրինյան, Գ.Ռ. Բադալյան, Դ.Գ. Զարգարյան,	
Ա.Խ. Աբդուև, Ա.Շ. Ասվարով . Էրբիումի ֆոտոլյումինեսցենցիան էրբիումի	
օքսիդի բազմաբյուրեղային կերամիկայում և բյուրեղային թաղանթում	444
Ա.Հ. Մարտիրոսյան. Պոլիմերների վերմոլեկուլային կառուցվածքի պարամետ-	
րերի որոշումը ռենտգենաինտերֆերաչափական եղանակով	451
Շ.Ա. Տոնոյան, Գ.Ն. Հայրապետյան, Ա.Վ. Իվանով, Ի.Վ. Բաղդյան, Ա.Վ. Ծա-	
ռուկյան. Պարույր–կծիկ անցման ժամանակ լուծիչի մրցակցային և ոչ	
մրցակ-ցային փոխազդեցությունը կենսապոլիմերների հետ	456
Ռ.Կ.Կարախանյան, Կ.Ռ.Կարախանյան. Կոնտրաստի տարբեր նշանով չցուցչա-	
վորվող գծերի միաժամանակյա ներկայությամբ Կիկուչի-էլեկտրոնագրեր	466

CONTENTS

D.M. Sedrakian, E.M. Kazaryan, L.R. Sedrakian. Immersing method for the	
multichannel scattering problem	395
G.Y. Baghdasaryan. Existence and propagation character of spatial spin surface	
waves in ferromagnets	405
R.S. Sokhoyan, H.H. Azizbekyan, C. Leroy, A.M. Ishkhanyan. Demkov-Kuni-	
ke model for cold atom association: weak interaction regime	417
A.E. Martirosyan. Using an absorbing axicon for suppressing spatial modulations	
of light intensity in the Bessel beam region	426
V.K. Abrahamyan, N.H. Hakobyan, V.M. Aroutiounian, N.V. Kamanina,	
H.L. Margaryan, D.L. Hovhannisyan, D.K. Pokhsraryan. Influence of	
additional electric field on the birefringence of nematic liquid crystal	433
N.R. Aghamalyan, R.K. Hovsepyan, E.A. Kafadaryan, R.B. Kostanyan, S.I.	
Petrosyan, G.H. Shirinyan, G.R. Badalyan, D.G. Zargaryan, A.Kh. Ab-	
duev, A.Sh. Asvarov. Erbium photoliminescence in polycrystalline ceramics	
and in crystalline film of erbium oxide	444
A.H. Martirosyan. X-ray interferometric method of determination of supermo-	
lecular structure parameters of polymers	451
Sh.A. Tonoyan, G.N. Hayrapetyan, A.V. Ivanov, I.V. Baghdyan, A.V. Tsa-	
rukyan. Competitive and non-competitive interaction of solvent with bio-	
polymers at the helix-coil transition	456
R.K. Karakhanyan, K.R. Karakhanyan. Simultaneous presence of unindexed	
lines with contrast of different sign in Kikuchi patterns	466

СОДЕРЖАНИЕ

задачи многоканального рассеяния	395
Г.Е. Багдасарян. Существование и характер распространения	
пространственных спиновых поверхностных волн в ферромагнетиках	405
Р.С. Сохоян, Г.Г. Азизбекян, К. Леруа, А.М. Ишханян. Модель Демкова-	
Кунике для ассоциации холодных атомов: режим слабого	
взаимодействия	417
А.Е. Мартиросян. Использование поглощающего аксикона для подавления	
пространственных модуляций интенсивности света в области	
бесселевого пучка	426
В.К. Абрамян, Н.Г. Акопян, В.М. Арутюнян, Н.В. Каманина, А.Л.	
Маргарян, Д.Л. Оганесян, Д.К. Похсрарян. Влияние дополнительного	
электрического поля на двулучепреломление нематического жидкого	
кристалла	433
Н.Р. Агамалян, Р.К. Овсепян, Е.А Кафадарян, Р.Б. Костанян, С.И.	
Петросян, Г.О. Ширинян, Г.Р. Бадалян, Д.Г. Заргарян, А.Х. Абдуев,	
Петросян, Г.О. Ширинян, Г.Р. Бадалян, Д.Г. Заргарян, А.Х. Абдуев, А.Ш. Асваров. Фотолюминесценция эрбия в поликристаллической	
Петросян, Г.О. Ширинян, Г.Р. Бадалян, Д.Г. Заргарян, А.Х. Абдуев, А.Ш. Асваров. Фотолюминесценция эрбия в поликристаллической керамике и в кристаллической пленке оксида эрбия	444
Петросян, Г.О. Ширинян, Г.Р. Бадалян, Д.Г. Заргарян, А.Х. Абдуев, А.Ш. Асваров. Фотолюминесценция эрбия в поликристаллической керамике и в кристаллической пленке оксида эрбия А.А. Мартиросян. Рентгеноинтерферометрический метод определения	444
 Петросян, Г.О. Ширинян, Г.Р. Бадалян, Д.Г. Заргарян, А.Х. Абдуев, А.Ш. Асваров. Фотолюминесценция эрбия в поликристаллической керамике и в кристаллической пленке оксида эрбия А.А. Мартиросян. Рентгеноинтерферометрический метод определения параметров надмолекулярной структуры полимеров 	444 451
 Петросян, Г.О. Ширинян, Г.Р. Бадалян, Д.Г. Заргарян, А.Х. Абдуев, А.Ш. Асваров. Фотолюминесценция эрбия в поликристаллической керамике и в кристаллической пленке оксида эрбия А.А. Мартиросян. Рентгеноинтерферометрический метод определения параметров надмолекулярной структуры полимеров Ш.А Тоноян, Г.Н. Айрапетян, А.В. Иванов, И.В. Багдян, А.В. Царукян. 	444 451
 Петросян, Г.О. Ширинян, Г.Р. Бадалян, Д.Г. Заргарян, А.Х. Абдуев, А.Ш. Асваров. Фотолюминесценция эрбия в поликристаллической керамике и в кристаллической пленке оксида эрбия А.А. Мартиросян. Рентгеноинтерферометрический метод определения параметров надмолекулярной структуры полимеров Ш.А Тоноян, Г.Н. Айрапетян, А.В. Иванов, И.В. Багдян, А.В. Царукян. Конкурентное и неконкурентное взаимодействие растворителя с 	444 451
 Петросян, Г.О. Ширинян, Г.Р. Бадалян, Д.Г. Заргарян, А.Х. Абдуев, А.Ш. Асваров. Фотолюминесценция эрбия в поликристаллической керамике и в кристаллической пленке оксида эрбия А.А. Мартиросян. Рентгеноинтерферометрический метод определения параметров надмолекулярной структуры полимеров Ш.А Тоноян, Г.Н. Айрапетян, А.В. Иванов, И.В. Багдян, А.В. Царукян. Конкурентное и неконкурентное взаимодействие растворителя с биополимерами при переходе спираль–клубок 	444 451 456
 Петросян, Г.О. Ширинян, Г.Р. Бадалян, Д.Г. Заргарян, А.Х. Абдуев, А.Ш. Асваров. Фотолюминесценция эрбия в поликристаллической керамике и в кристаллической пленке оксида эрбия А.А. Мартиросян. Рентгеноинтерферометрический метод определения параметров надмолекулярной структуры полимеров Ш.А Тоноян, Г.Н. Айрапетян, А.В. Иванов, И.В. Багдян, А.В. Царукян. Конкурентное и неконкурентное взаимодействие растворителя с биополимерами при переходе спираль–клубок Р.К. Караханян, К.Р. Караханян. Кикучи-электронограммы с 	444 451 456
 Петросян, Г.О. Ширинян, Г.Р. Бадалян, Д.Г. Заргарян, А.Х. Абдуев, А.Ш. Асваров. Фотолюминесценция эрбия в поликристаллической керамике и в кристаллической пленке оксида эрбия А.А. Мартиросян. Рентгеноинтерферометрический метод определения параметров надмолекулярной структуры полимеров Ш.А Тоноян, Г.Н. Айрапетян, А.В. Иванов, И.В. Багдян, А.В. Царукян. Конкурентное и неконкурентное взаимодействие растворителя с биополимерами при переходе спираль-клубок Р.К. Караханян, К.Р. Караханян. Кикучи-электронограммы с одновременным присутствием неиндицируемых линий с различным 	444 451 456
 Петросян, Г.О. Ширинян, Г.Р. Бадалян, Д.Г. Заргарян, А.Х. Абдуев, А.Ш. Асваров. Фотолюминесценция эрбия в поликристаллической керамике и в кристаллической пленке оксида эрбия А.А. Мартиросян. Рентгеноинтерферометрический метод определения параметров надмолекулярной структуры полимеров Ш.А Тоноян, Г.Н. Айрапетян, А.В. Иванов, И.В. Багдян, А.В. Царукян. Конкурентное и неконкурентное взаимодействие растворителя с биополимерами при переходе спираль-клубок Р.К. Караханян, К.Р. Караханян. Кикучи-электронограммы с одновременным присутствием неиндицируемых линий с различным знаком контраста	444 451 456 466

Заказ № 242 Тираж 120. Сдано в набор 20.08.2009. Подписано к печати 27.08.2009. Печ. л. 5. Бумага офсетная. Цена договорная. Типография НАН РА. Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.