# ФИЗИКА-Shahu-PHYSICS



НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

STATUARP SUBUUSUUH AHSANABANAUUTAH UQAUBHU UYUATUHUBH

PROCEEDINGS

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

44, N3, 2009

### 

# зьльчичье известия **БРДРЧИ ФИЗИКА**

LUSAR TOM

44

Nº 3

 44 ФИШ "ФРЅПРФЗПРО" (РИЗУПОН" НАН РА

 ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА

 БРБДИО
 EPEBAH

 2009

© Национальная Академия наук Армении Известия НАН Армении, Физика

Журнал издается с 1966 г. Выходит 6 раз в год на русском и английском языках

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор

Э. Г. Шароян, зам. главного редактора

А. А. Ахумян

Г. А. Вартапетян

Э. М. Казарян

А. О. Меликян

А. Р. Мкртчян

Д. Г. Саркисян

Ю. С. Чилингарян

А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

### ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր

Ե. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ

Ա. Ա. Հախումյան

4.4. Վարդապետյան

**է. Մ. Ղազարյան** 

Ա. 4. Մելիքյան

Ա. Ո. Մկրտչյան

Դ. 4. Մարգսյան

Յու. Ս. Չիլինգարյան

Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

### EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief

E. G. Sharoyan, associate editor

A. A. Hakhumyan

H. H. Vartapetian

E. M. Ghazaryan

A. O. Melikyan

A. R.Mkrtchyan

D. H. Sarkisyan

Yu. S. Chilingaryan

A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն, 375019, Երեան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ։

Editorial address: 24-g. Marshal Bagramyan Av., Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

### ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

<b>4</b> TT	$\overline{\mathbf{p}}$ , $\mathbf{$		
<b>4.U.</b>	<b>Գաբրիելյան.</b> $\overline{B} \to X_s \gamma$ տրոհման մեջ $O\left(\alpha_s^2\right)$ կարգի էլեկտրամագնիսական և քրոմամագնիսական դիպոլային օպերատորների ինտերֆերենցիայի ներդրման մասին	.55	
<i>ኒ</i> .ሆ.	Ասատրյան, Հ.Հ. Ասատրյան, Հ.Ա. Գաբրիելյան. Ծանր քվարկի ալիքային ֆունկ-		
Դ.Մ.	Մեդրակյան, Ա.Ժ. Խաչատրյան, Է.Մ. Ղազարյան, Լ.Ռ. Մեդրակյան. Ընկղման և	.62	
0 0-	տրանսֆեր-մատրիցների մեթոդների կապը ցրման միաչափ խնդիրներում 1 <b>ւ. Կրյուչկյան.</b> Լազերային դաշտում քվանտային էլեկտրադինամիկական վա-	.07	
4.011		76	
<b>Ա.Հ.</b>	<b>Գևորգյան.</b> Դիֆրակցիոն անդրադարձման տիրույթի մոտ գտնվող դիֆրակցիոն	.88	
Ա.Դ.	<b>Սարգսյան, Ա.Ս. Սարկիսյան, Ա.Վ. Պապոյան, Դ.Հ. Սարկիսյան.</b> Շտարկի քառա-		
	կուսային երեվույթի հետազոտությունը Rb-ի ատոմական <i>D</i> ₂ գծի համար 1	95	
		202	
Վ.Ն.	<b>Մուղնեցյան, Ա.Ա. Կիրակոսյան.</b> Al-ի և Ga-ի փոխադարձ դիֆուզիայի ազդեցու-		
	թյունը GaAs/Gaւ-xAlxAs կիսահաղորդչային գերցանցում էլեկտրոնային վիճակնե-	.05	
ттт	րի վրա	207	
υ.ц.	<b>շարություսյաս.</b> Թորչքայիս հավորդականության առանձնահանդությունները թույլ լեգիրացված և թույլ համակշոված կիսահաղորդչային քվանտային		
		213	
<b>U.</b> Հ.	Մկրտչյան, Ռ.Պ. Վարդապետյան, Է.Մ. Հարությունյան, Ա.Վ. Խաչատրյան. Գեր-		
	նուրբ փոխազդեցությունները խառնուրդային մյոսբաուէրյան միջուկներ պա-		
	րունակող կադմիումի սուլֆիդի միաբյուրեղներում	220	
	CONTENTS		
H.A.	Gabrielyan. On the contribution of interference of electromagnetic and chromo-		
		55	
H.M	<b>A. Asatrian, H.H. Asatryan, H.A. Gabrielyan.</b> Dependence of the heavy quark wave function renormalization on the c-quark mass in QCD	62	
D.M. Sedrakian, A.Zh. Khachatrian, E.M. Kazaryan, L.R. Sedrakian. Connection			
	between the immersing and transfer-matrix methods in one-dimensional scattering	67	
G.Y	u. Kryuchkyan. Quantum electrodynamical vacuum effects for atoms in a laser	76	
A.H.	Gevorgyan. Method of suppression of diffraction oscillations near the diffraction	88	
A.D.	Sargsyan, A.S. Sarkisyan, A.V.Papoyan, D.H. Sarkisyan. Investigation of	50	
		95	
E.G.	Gevorgyan. On the method of investigation of the interface between two		
		02	
V.N.	Mughnetsyan, A.A. Kirakosyan. Effect of Al and Ga interdiffusion on the	٥-	
~ -	1 " " 1	07	
S.L.	Harutyunyan. Features of hopping conductivity in weakly doped and weakly		
A TT		13	
A.H.	Mkrtchyan, R.P. Vardapetyan, E.M. Harutyunyan, A.V. Khachatryan.		
	Superfine interactions in cadmium sulphide single crystals doped with Mössbauer	20	
	nuclei		

### СОДЕРЖАНИЕ

А.А. Габриелян. О вкладе интерференции электромагнитного и хромомаг-	
нитного дипольных операторов в распаде $B  o X_s \gamma$ в порядке $O(lpha_s^2) \dots$	155
Г.М. Асатрян, А.Г. Асатрян, А.А. Габриелян. Зависимость перенормировки	
волновой функции тяжелого кварка в КХД от массы с-кварка	162
Д.М. Седракян, А.Ж. Хачатрян, Э.М. Казарян, Л.Р. Седракян. Связь	10=
методов погружения и трансфер-матрицы в одномерных задачах	
	1.7
рассеяния	167
Г.Ю. Крючкян. Квантово-электродинамические вакуумные эффекты для	
атома в лазерном поле	176
А.А. Геворгян. О методе подавления дифракционных осцилляций вблизи	
области дифракционного отражения	188
А.Д. Саргсян, А.С. Саркисян, А.В. Папоян, Д.Г. Саркисян. Исследование	
квадратичного эффекта Штарка на линии $D$ атома Rb	195
Э.Г. Геворгян. О методе исследования границы раздела между	175
•	202
несмешивающимися жидкостями	202
<b>В.Н. Мугнецян, А.А. Киракосян.</b> Влияние взаимной диффузии Al и	
Ga на электронные состояния в полупроводниковой сверхрешетке	
GaAs/Ga1-xAlxAs	207
С.Л. Арутюнян. Особенности прыжковой проводимости в слабо легирован-	
ных и слабо компенсированных полупроводниковых квантовых ямах	213
А.Г. Мкртчян, Р.П. Вардапетян, Э.М. Арутюнян, А.В. Хачатрян. Сверх-	
тонкие взаимодействия в монокристаллах сульфида кадмия с примес-	
	220
ными мессбауэровскими ядрами	220

Заказ № 232 Тираж 120. Сдано в набор 09.02.2009. Подписано к печати 25.02.2009. Печ. л. 4.75. Бумага офсетная. Цена договорная. Типография НАН РА. Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.

# О ВКЛАДЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО И ХРОМОМАГНИТНОГО ДИПОЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В РАСПАДЕ $ar{B} o X_s \gamma$ В ПОРЯДКЕ $O\left(lpha_s^2\right)$

### А.А. ГАБРИЕЛЯН

Ереванский физический институт им. А.И. Алиханяна, Армения

(Поступила в редакцию 8 декабря 2008 г.)

В рамках Стандартной Модели проведен расчет вклада петель с-кварка в интерференцию электромагнитного и хромомагнитного дипольных операторов для парциальной ширины инклюзивного  $\overline{B} \to X_s \gamma$  распада в порядке  $O(\alpha_s^2)$ . Рассчитан вклад петель с-кварка в распад во втором порядке теории возмущений. Использованы новые методы расчетов, а именно, автоматизированный алгоритм Лапорта, метод секторного разложения и представление Меллина(Барнеса.

### 1. Введение

Последние экспериментальные результаты, полученные в Belle, BABAR, CLEO [1-3], и усреднение, выполненное Heavy Flavor Averaging Group [4] для энергий гамма-кванта  $E_{\gamma}>1.6$  ГэВ, дают для парциальной ширины  $\overline{B}\to X_s\gamma$  распада значение

$$Br(\overline{B} \to X_s \gamma) = (3.52 \pm 0.23 \pm 0.09) \times 10^{-4},$$
 (1)

где указаны, соответственно, статистические и систематические ошибки в результате экстраполяции общего нижнего порога энергии фотона.

Для того, чтобы привести теоретические предсказания в соответствие с полученными высокоточными экспериментальными результатами, нужно повысить точность теоретических прогнозов для парциальной ширины  $\overline{B} \to X_s \gamma$  распада, т.е. подсчитать его в следующем-после-следующего-послеведущего порядке (next-to-next-to-leading order, коротко NNLO) теории возмущений. Для порядка NLO вычислены все поправки (см., например, [5]). Согласования трехпетлевого дипольного оператора приведены в [6], трехпетлевого смешивания четырех кварковых операторов ( в [7], трехпетлевого смешивания дипольных операторов - в [8]. Кроме того, четырехпетлевое смешивание четырех кварковых операторов в дипольные операторы вычислены в [9]. Двухпетлевые матричные элементы электромагнитного дипольного оператора, вместе с соответствующими членами тормозного излучения, можно найти в [10-13]. Трехпетлевые матричные элементы четырех кварковых

операторов представлены в [14], вместе с так называемым большим  $\beta_0$  приближением и расчетами, которые выходят за рамки данного приближения, используя интерполяцию в массе  $m_c$  с-кварка, получены в [15]. Сочетания всех отдельных вкладов приведены в первой оценке парциальных ширин (branching ratio) распада  $\overline{B} \to X_s \gamma$  в порядке  $O(\alpha_s^2)$  [16]. Для энергий гамма-кванта  $E_\gamma > 1.6 \Gamma$ эВ получается

Br 
$$(\overline{B} \to X_s \gamma) = (3.15 \pm 0.23) \times 10^{-4}$$
. (2)

Следует отметить, что по теории возмущений существует несколько эффектов, которые не учтены при получении данной оценки.

Целью данной работы был численный расчет вклада петель с-кварка в интерференцию дипольных электромагнитного и хромомагнитного операторов  $(O_7,O_8)$ .

### 2. Теория

Для теоретического описания редких распадов используется так называемая эффективная теория с пятью кварками, получаемая интегрированием по степеням свободы тяжелых t-кварка и W-бозона (по Стандартной Модели). Таким образом, в случае распада  $b \to X_s \gamma$  эффективный гамильтониан имеет вид [17]

$$H_{eff}(b \to s\gamma) = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \lambda_t \sum_{i=1}^{8} C_j(\mu) O_j(\mu) , \qquad (3)$$

где  $G_{F}$  – константа связи Ферми,  $C_{j}(\mu)$  – коэффициенты Вильсона, определенные по масштабу  $\mu$ ,  $\lambda_{t}=V_{tb}V_{ts}^{*}$ , где  $V_{ij}$  - матричные элементы Кабиббо- Кобаяши-Маскава.

Операторы  $O_i$  имеют следующий вид:

$$O_{1} = \left(\overline{c_{L}}_{\beta}\gamma^{\mu}b_{L\alpha}\right)\left(\overline{s_{L}}_{\alpha}\gamma_{\mu}c_{L\beta}\right),$$

$$O_{2} = \left(\overline{c_{L}}_{\alpha}\gamma^{\mu}b_{L\alpha}\right)\left(\overline{s_{L}}_{\beta}\gamma_{\mu}c_{L\beta}\right),$$

$$O_{3} = \left(\overline{s_{L}}_{\alpha}\gamma^{\mu}b_{L\alpha}\right)\left[\left(\overline{u_{L}}_{\beta}\gamma_{\mu}u_{L\beta}\right) + \dots + \left(\overline{b_{L}}_{\beta}\gamma_{\mu}b_{L\beta}\right)\right],$$

$$O_{4} = \left(\overline{s_{L}}_{\alpha}\gamma^{\mu}b_{L\beta}\right)\left[\left(\overline{u_{L}}_{\beta}\gamma_{\mu}u_{L\alpha}\right) + \dots + \left(\overline{b_{L}}_{\beta}\gamma_{\mu}b_{L\alpha}\right)\right],$$

$$O_{5} = \left(\overline{s_{L}}_{\alpha}\gamma^{\mu}b_{L\alpha}\right)\left[\left(\overline{u_{R}}_{\beta}\gamma_{\mu}u_{R\beta}\right) + \dots + \left(\overline{b_{R}}_{\beta}\gamma_{\mu}b_{R\beta}\right)\right],$$

$$O_{6} = \left(\overline{s_{L}}_{\alpha}\gamma^{\mu}b_{L\beta}\right)\left[\left(\overline{u_{R}}_{\beta}\gamma_{\mu}u_{R\alpha}\right) + \dots + \left(\overline{b_{R}}_{\beta}\gamma_{\mu}b_{R\alpha}\right)\right],$$

$$O_{7} = \left(e/16\pi^{2}\right)\overline{s_{\alpha}}\sigma^{\mu\nu}\left[m_{b}(\mu)R + m_{s}(\mu)L\right]b_{\alpha}F_{\mu\nu},$$

$$O_{8} = \left(g_{s}/16\pi^{2}\right)\overline{s_{\alpha}}\sigma^{\mu\nu}\left[m_{b}(\mu)R + m_{s}(\mu)L\right](\lambda_{\alpha\beta}^{A}/2)b_{\beta}G_{\mu\nu}^{A}.$$

В дипольных операторах  $O_7$  и  $O_8$  через e и  $F_{\mu\nu}$  (  $g_s$  и  $G_{\mu\nu}^A$ ) обозначены, соответственно, электромагнитная (сильная) константа связи и тензор напряженности поля, а  $L=(1-\gamma_5)/2$  и  $R=(1+\gamma_5)/2$  - левосторонние и правосторонние проекции операторов. Следует отметить, что явные массовые факторы в  $O_7$  и  $O_8$  - это бегущие кварковые массы.

В рамках низкоэнергетической эффективной теории скорость партонного  $b \to X_s \gamma$  распада может быть записана в виде

$$\Gamma(b \to X_s^{\text{parton}} \gamma)_{E_{\gamma} > E_0} = \frac{G_F^2 \alpha_{em} \overline{m}_b^2(\mu) m_b^3}{32 \pi^4} |V_{tb} V_{ts}^*|^2 \sum_{i,j} C_i^{eff}(\mu) C_j^{eff}(\mu) G_{ij}(E_0, \mu), \quad (5)$$

где  $m_b$  и  $\overline{m}_b(\mu)$  обозначают, соответственно, полюс и бегущую  $\overline{\rm MS}$  массу b-кварка,  $C_i^{\it eff}(\mu)$  - эффективные вильсоновские коэффициенты в низкоэнергетическом масштабе и  $E_0$  - энергетический порог в спектре фотона.

### 3. Учет вклада с-кварка и результаты

Приведение соответствующей фейнмановской диаграммы, представленной на рис.1, к набору так называемых мастер-интегралов, произведено с помощью алгоритма Лапорты. Этот алгоритм, впервые представленный в [18,19], основан на интегрировании по частям. Алгоритм Лапорты, но уже автоматизированный [20], использован для получения «упрощенных» мастер-интегралов.

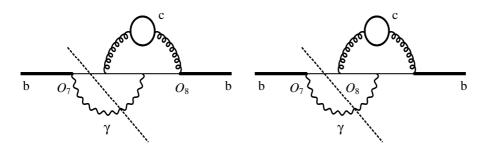


Рис.1. Собственно-энергетические неприводимые диаграммы разрезов b-кварка с петлей массивного с-кварка, дающие вклад в распад  $b \to s \gamma$ .

Алгоритм Лапорты работает следующим образом. Рассматривается конкретный тип интегралов, которые получаются из фейнмановской диаграммы. При соответствующих действиях, приведенных в алгоритме, из конкретной диаграммы получается интеграл, содержащий некое количество пропагаторов в отрицательных или положительных степенях. После этого шага нужно найти алгебраические уравнения - тождества, соответствующие этим интегралам. Для получения этих тождеств используется метод IBP (Integration By Parts – интегрирование по частям) [18,19]. Методом IBP подынтегральное выражение умножается петлей/петлевым импульсом (импульсом замкнутого контура, по которому производится интегрирование) или внешним четырех-импульсом и дифференцируется по импульсу петли. Отметим, что все производные интегри-

руются и приравниваются нулю (равны нулю). Таким образом получаются тождества IBP — линейные алгебраические уравнения. Полученные линейные уравнения и связывают интегралы, имеющие разные пропагаторы. Преобразовывая уравнения, можно получить из сложных интегралов более простые, которые в свою очередь преобразуются в мастер-интегралы.

Для взятия мастер-интегралов по петлям сначала вводим фейнмановскую параметризацию и только потом проводим интегрирование.

Введением фейнмановских параметров интеграл может быть представлен в виде симметричной  $(L \times L)$ -матрицы M, L-вектора Q (с 4-вектором в каждом слагаемом) и скалярной функцией J[21]:

$$G = \Gamma(N) \int d^{N}x \, \delta(1 - \sum_{l=1}^{N} x_{l}) \int \frac{d^{D}k_{1}}{i\pi^{(D/2)}} \dots \frac{d^{D}k_{L}}{i\pi^{(D/2)}} \left[ \sum_{j,l=1}^{L} k_{j} k_{l} M_{jl} - 2 \sum_{j=1}^{L} k_{j} Q_{j} + J \right]^{-N}. \quad (6)$$

После сдвига импульса петли (для избавления от линейного слагаемого) и после интегрирования по импульсу получается следующее параметрическое представление диаграммы G:

$$G = (-1)^{N} \Gamma(N - LD/2) \int_{0}^{\infty} d^{N} x \, \delta(1 - \sum_{l=1}^{N} x_{l}) \frac{U^{N - (L+1)D/2}}{F^{N - LD/2}}$$
 (7)

где

$$F(x) = \det(M) \left[ \sum_{j,l=1}^{L} Q_{j} Q_{l} M_{jl}^{-1} - J \right]$$
 (8)

$$U(x) = \det(M). \tag{9}$$

ЗдесьU -полином второй степени, состоящий из некоторой комбинации пропагаторов, а F - полином третьей степени.

Для решения вопроса перекрывающих ИК (инфракрасных) расходимостей используется метод секторного разложения [21]. Применение итерации приводит к интегралам, в которых инфракрасное сингулярное поведение не содержится в сложных функциях. Инфракрасное сингулярное поведение содержится в произведении остатков функций U, F - простых произведениях фейнмановских параметров, возведенных в некоторую степень. Однако, структура этих простых произведений такова, что они не приводят к полюсам и не меняют соответствующие экспоненты полюсов. Более детально процедура состоит из четырех частей.

В первой части алгоритма мы разбиваем области интегрирования на N частей и исключаем  $\delta$ -функции таким образом, что оставшиеся интегралы имеют пределы интегрирования от 0 до 1.

Во второй части производим итерационное применение секторного разложения и переотображаем пространство параметров в единичный куб, чтобы освободить перекрывающие сингулярные области подынтегральных функций.

Третья часть алгоритма состоит в вычитании полюсов для подсекторных интегралов. Так как переменные, которые чувствительны к инфракрасным расхождениям, разложены на множители в подсекторных интегралах, то можно отделить части подынтегральной функции, которые приводят к ε-полюсам.

В четвертой части производится вычисление подсекторных интегралов.

Одна из основных процедур, которая используется для расчетов, это представление Меллина-Барнеса пропагаторов тип  $1/(x+y)^{\lambda}$  [5]. Преобразование имеет следующий вид:

$$\frac{1}{(x+y)^{\lambda}} = \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \int_{\gamma} \frac{ds}{2\pi i} \frac{x^{s}}{y^{\lambda+s}} \Gamma(\lambda+s) \Gamma(-s), \qquad (10)$$

где  $\lambda > 0$  и интегрирование производится по у-контуру параллельно мнимой оси (в комплексной плоскости s) и проходит через реальную ось между точками  $-\lambda$  и 0.

Нами проведены расчеты по получению вклада интерференции хромомагнитного и электромагнитного дипольных операторов в порядке  $O(\alpha_s^2)$ , а именно, вклад функции  $G_{78}\big(E_0,\mu\big)$  в (5). Полученные результаты представляют неперенормированные вклады учета петель с-кварка в общую ширину распада. Функцию  $G_{78}\big(E_0,\mu\big)$  в аппроксимации по NNLO можно разложить следующим образом:

$$G_{78}(E_{0},\mu) = \frac{\alpha_{s}(\mu)}{4\pi}C_{F}Y^{(1)}(z_{0},\mu) + \left(\frac{\alpha_{s}(\mu)}{4\pi}\right)^{2}C_{F}Y^{(2)}(z_{0},\mu) + O(\alpha_{s}^{3}), \quad (11)$$

где

$$Y^{(2)}(z_0, \mu) = C_F Y^{(2,CF)}(z_0, \mu) + C_A Y^{(2,CA)}(z_0, \mu) + + T_R N_L Y^{(2,NL)}(z_0, \mu) + T_R N_H Y^{(2,NH)}(z_0, \mu) + T_R N_V Y^{(2,NV)}(z_0, \mu).$$
(12)

Здесь  $z_0=2E_0/m_b$ ,  $N_L$ ,  $N_H$  и  $N_V$  обозначают число легких  $\left(m_q=0\right)$ , тяжелых  $\left(m_q=m_b\right)$  и виртуальных  $\left(m_q=m_c\right)$  кварковых ароматов, соответственно,  $\alpha_s\left(\mu\right)$  -бегущая константа связи по  $\overline{\rm MS}$ , а  $C_F$ ,  $C_A$  и  $T_R$ -цветовые факторы с численными значениями 4/3, 3 и 1/2. В данной статье представлены результаты для функции  $Y^{(2,NV)}\left(z_0,\mu\right)$ .

Разложив по степеням є, получим

$$Y^{(2,NV)}(z_0,\mu) = (\mu/m_b)^{4\varepsilon} (a_0 + a_1/\varepsilon + a_2/\varepsilon^2).$$
 (13)

Окончательно для коэффициентов  $a_i$  получаем

$$a_0 = 55.7073 + 1280z - 3930.30 z^{3/2} + 2904.28z^2 + +512z \ln z + 1600z^2 \ln z + 512z^2 \ln^2 z,$$

$$a_1 = -101.410, \quad a_2 = -42.6667.$$
(14)

В формулах (11)—(14) введено следующее обозначение для соотношения масс кварков:  $z=m_c^2\big/m_b^2$ . Расчеты проведены до квадратичной степени по z. Численные расчеты показывают, что это приближение дает точность порядка нескольких процентов.

#### 4. Заключение

В работе получены неперенормированные вклады учета с-кварка в интерференции электромагнитного и хромомагнитного операторов для распада  $\bar{B} \to X_s \gamma$ . Полученные результаты будут обобщены в будущем, с учетом перенормировок и других типов поправок [22], а также с учетом вкладов от излучения реальных глюонов.

В заключение автор выражает благодарность доктору физ.-мат. наук Г.М. Асатряну за постановку задачи и полезные обсуждения. Работа выполнена в рамках проекта МНТЦ А-1606.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. **S.Chen et al.** CLEO Collaboration, Phys. Rev. Lett., **87**, 251807 (2001), hep-ex/0108032.
- 2. B.Aubert et al. BaBar Collaboration, Phys. Rev. D, 77, 051103(2008), arXiv:0711.4889.
- 3. K.Abe et al. Belle Collaboration, arXiv:0804.1580.
- 4. **E.Barberio et al.** Heavy Flavor Averaging Group, arXiv: 0704.3575.
- 5. C.Greub, T.Hurth, D.Wyler. Phys. Rev. D, 54, 3350 (1996), hep-ph/9603404.
- 6. M.Misiak, M.Steinhauser. Nucl. Phys. B, 583, 277 (2004), hep-ph/0401041.
- 7. **M.Gorbahn, U.Haisch.** Nucl. Phys. B, **713**, 291 (2005), hep-ph/0411071.
- 8. M.Gorbahn, U.Haisch, M.Misiak. Phys. Rev. Lett., 95, 102004 (2005), hep-ph/0504194.
- 9. M.Czakon, U.Haisch, M.Misiak. JHEP, 0703, 008 (2007), hep-ph/0612329.
- I.Blokland, A.Czarnecki, M.Misiak, M.Slusarczyk, F.Tkachov. Phys. Rev. D, 72, 033014 (2005), hep-ph/0506055.
- 11. **K.Melnikov, A.Mitov.** Phys. Lett. B, **620**, 69 (2005), hep-ph/0505097.
- 12. **H.M.Asatrian, A.Hovhannisyan, V.Poghosyan, T.Ewerth, C.Greub, T.Hurth.** Nucl. Phys. B, **749**, 325 (2006), hep-ph/0605009.
- 13. **H.M.Asatrian, T.Ewerth, A.Ferroglia, P.Gambino, C.Greub.** Nucl. Phys. B, **762**, 212 (2007), hep-ph/0607316.
- 14. **K.Bieri, C.Greub, M.Steinhauser.** Phys. Rev. D, **67**, 114019 (2003), hep-ph/0302051.
- 15. M.Misiak, M.Steinhauser. Nucl. Phys. B, **764**, 62 (2007), hep-ph/0609241.
- 16. **M.Misiak, H.M.Asatryan, K.Bieri, M.Czakon, et al.** Phys. Rev. Lett., **98,** 022002 (2007), hep-ph/0609232.
- B.Grinstein, R.Springer, M.B.Wise. Phys. Lett. B, 202, 138 (1988); Nucl. Phys. B, 339, 269 (1990).
- 18. F.V.Tkachov. Phys. Lett. B, 100, 65 (1981).
- 19. K.G.Chetyrkin, F.V.Tkachov. Nucl. Phys. B, 192, 159 (1981).
- 20. **C.Anastasiou, A.Lazopoulos.** JHEP, **0407**, 046 (2004), hep-ph/0404258.
- 21. **T.Binoth, G. Heinrich.** Nucl. Phys. B, **585**, 741 (2000), hep-ph/0004013.
- 22. **H.M.Asatrian, T.Ewerth, H.Gabrielyan, C.Greub.** Phys. Lett. B, **647**, 173 (2007), hep-ph/0611123.

# $ar{B} o X_s\gamma$ SՐՈՀՄԱՆ ՄԵՋ $O\left(lpha_s^2 ight)$ ԿԱՐԳԻ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԵՎ ՔՐՈՄԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԻՊՈԼԱՅԻՆ ՕՊԵՐԱՏՈՐՆԵՐԻ ԻՆՏԵՐՖԵՐԵՆՑԻԱՅԻ ՆԵՐԴՐՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

#### Հ.Ա. ԳԱԲՐԻԵԼՑԱՆ

Ստանդարտ Մոդելի (ՍՄ) շրջանակներում հաշվարկված է էլեկտրամագնիսական և քրոմամագնիսական դիպոլային օպերատորների ինտերֆերենցիայում c-քվարկային օղակ-ների ներդրումը  $\overline{B} \to X_s \gamma$  ինկլյուզիվ տրոհման մասնակի լայնության համար  $O\left(\alpha_s^2\right)$  կար-գում։ Հաշվարկված է c-քվարկի օղակների ներդրումը խոտորումների տեսության երկրորդ կարգում։ Աշխատանքում կիրառված են հաշվարկման նոր մեթոդներ, որոնցից են Լապոր-տայի ավտոմատացված ալգորիթմը, սեկտորային վերծանման մեթոդը և Մելլին– Բարնեսի ներկայացումը։

# ON THE CONTRIBUTION OF INTERFERENCE OF ELECTROMAGNETIC AND CHROMOMAGNETIC DIPOLE OPERATORS IN THE $\bar{B} \to X_s \gamma$ DECAY AT $O(\alpha_s^2)$

### H.A. GABRIELYAN

The contribution of c-quark loops to the interference of electromagnetic and chromomagnetic dipole operators for the decay  $\overline{B} \to X_s \gamma$  at  $O(\alpha_s^2)$  is calculated within the Standard Model. The work is carried out for improvement of the accuracy of theoretical predictions in correspondence with the high-precision experimental results. The contribution of c-quark loops in the decay in the second order of perturbation theory is calculated. Several new calculating methods such as Laporta's automated algorithm, the sector decomposition techniques and Mellin–Barnes representation have been used.

# ЗАВИСИМОСТЬ ПЕРЕНОРМИРОВКИ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ТЯЖЕЛОГО КВАРКА В КХД ОТ МАССЫ с-КВАРКА

Г.М. АСАТРЯН, А.Г. АСАТРЯН, А.А. ГАБРИЕЛЯН

Ереванский физический институт им. А.И. Алиханяна, Армения

(Поступила в редакцию 15 января 2009 г.)

Используя численные методы для расчета высших поправок по теории возмущений, получены результаты для константы перенормировки волновой функции тяжелого кварка с учетом вклада петель с-кварка. При расчетах использованы автоматизированный алгоритм Лапорты, метод секторного разложения и представление Меллина-Барнеса.

### 1. Введение

Пертурбативные вычисления в квантовой теории поля являются очень эффективным методом для создания точных связей между экспериментом и теорией. В физике тяжелых кварков, занимающей особое место в исследованих СР нарушений, пертурбативные эффекты играют основную роль наряду с непертурбативными.

Перенормируемость Квантовой Хромодинамики (КХД) подразумевает, что любое многопетлевое вычисление может быть интерпретировано, если известны соответствующие константы перенормировок [1]. Вычисления констант перенормировок однопетлевых поправок (NLO - Next to Leading Order) завершены – результаты вычислений представлены в [2-9].

На данном этапе вычисляются двухпетлевые  $O(\alpha_s^2)$  поправки. Полученные к настоящему времени результаты можно найти в [10-20]. Как известно, константы перенормировки зависят от типа схемы перенормировки. Например, в  $\overline{\text{MS}}$  -схеме перенормировки константы перенормировок были получены до четвертого порядка по теории возмущений. Однако, в случае, если процессы с тяжелыми кварками находятся на массовой поверхности (on-shell) в начальном и конечном состояниях, этого недостаточно. В этом случае нужны константы перенормировок по on-shell схеме. Если использовать on-shell схему перенормировки для кварков в КХД, то нужно будет вычислить две константы перенормировок - перенормировки массы и перенормировки волновой функции.

Целью данной работы было вычисление константы перенормировки волновой функции для тяжелых кварков в двухпетлевом приближении, с учетом вклада петель с-кварка (рис.1). Связь перенормированного кваркового поля  $\psi$  с голым (bare) кварковым полем  $\psi_0$  имеет следующий вид:

$$\psi_0 = \sqrt{Z_2} \psi \tag{1}$$

где  $Z_2$  - константа перенормировки.

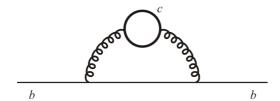


Рис.1. Собственно-энергетическая неприводимая диаграмма b-кварка с петлей массивного с-кварка.

Нами будет получено значение для вклада в  $Z_2$  петель с-кварка, разложенное по степеням  $\underline{z} = m_c^2 / m_b^2$  (отношение квадратов масс с- и b-кварков). В работе используется  $\overline{\rm MS}$ -схема перенормировки, которая подробно описана в работе [21].

Одночастичный неприводимый кварковый собственно-энергетический оператор  $\hat{\Sigma}(p,m)$  может быть параметризован двумя независимыми функциями следующим образом [22]:

$$\widehat{\Sigma}(p,m) = m \Sigma_1(p^2,m) + (p-m) \Sigma_2(p^2,m). \tag{2}$$

Фермионный пропагатор в общем случае имеет вид

$$\widehat{S}_{F}(p) = i / \widehat{p} - m_{0} + \widehat{\Sigma}(p, m), \qquad (3)$$

где  $m_0$  — голая масса кварка, а m — перенормированная масса кварка. Разложим уравнение (2) в ряд Тейлора около точки  $p^2 = m^2$ :

$$\widehat{\Sigma}(p,m) \approx m\widehat{\Sigma}_{1}(p^{2},m)\Big|_{p^{2}=m^{2}} + m\frac{\partial^{2}}{\partial p^{2}}\widehat{\Sigma}_{1}(p^{2},m)\Big|_{p^{2}=m^{2}} + (p-m)\widehat{\Sigma}_{2}(p^{2},m)\Big|_{p^{2}=m^{2}} \approx 
\approx m\widehat{\Sigma}_{1}(p^{2},m)\Big|_{p^{2}=m^{2}} + (p-m)\left(2m^{2}\frac{\partial^{2}}{\partial p^{2}}\widehat{\Sigma}_{1}(p^{2},m)\Big|_{p^{2}=m^{2}} + \widehat{\Sigma}_{2}(p^{2},m)\Big|_{p^{2}=m^{2}}\right).$$
(4)

Подставляя (4) в выражение для фермионного пропагатора (3), получим константу перенормировки волновой функции:

$$Z_{2}^{-1} = 1 + 2m^{2} \frac{\partial^{2}}{\partial p^{2}} \hat{\Sigma}_{1} \left( p^{2}, m \right) \Big|_{p^{2} = m^{2}} + \hat{\Sigma}_{2} \left( p^{2}, m \right) \Big|_{p^{2} = m^{2}}.$$
 (5)

### 2. Методы расчетов и результаты

В работе для вычисления константы перенормировки волновой функции тяжелого кварка используется последовательность новых методов, которые дают

возможность получить высокоточные численные результаты. Первый шаг основан на приведении соответствующей фейнмановской диаграммы к набору так называемых мастер-интегралов, с помощью алгоритма Лапорты [23-25], основанного на интегрировании по частям.

Вторым шагом является нахождение линейных алгебраических уравнений методом IBP (Integration By Parts – интегрирование по частям) [23,24]. Преобразовывая уравнения, можно получить из сложных интегралов более простые, которые в свою очередь преобразуются в мастер-интегралы. Используя те же уравнения, можно также получить выражения для производных мастеринтегралов по  $p^2$ . Для взятия мастер-интегралов по петлям сначала вводится фейнмановская параметризация и только потом проводится интегрирование.

Для решения вопроса перекрывающих ИК (инфракрасных) расходимостей используется метод секторного разложения [26]. Применение данного метода приводит к интегралам, в которых инфракрасное сингулярное поведение не содержится в сложных функциях: оно содержится в простых произведениях фейнмановских параметров, возведенных в некоторую степень.

Одна из основных процедур, которая используется для расчетов, это представление Меллина(Барнеса для пропагаторов типа  $1/(x+y)^{\lambda}$  [27]. Преобразование имеет следующий вид:

$$\frac{1}{(x+y)^{\lambda}} = \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \int_{\gamma} \frac{ds}{2\pi i} \frac{x^{s}}{y^{\lambda+s}} \Gamma(\lambda+s) \Gamma(-s), \tag{6}$$

где  $\lambda > 0$ , а интегрирование производится по у-контуру параллельно мнимой оси (в комплексной плоскости s) и проходит через реальную ось между точками у-и 0. Данное представление успешно использовалось нами в работе [20].

При вычислении константы перенормировки нужно учитывать также перенормировку бегущей константы связи сильного взаимодействия  $\alpha_{\epsilon}$ :

$$\alpha_s^{\text{bare}} = \mu^{2\varepsilon} \left( \frac{e^{\gamma}}{4\pi} \right)^{\varepsilon} Z_{\alpha}^{\overline{MS}} \alpha_s(\mu), \tag{7}$$

где  $\varepsilon=(4-d)/2$ , d — размерность пространства,  $\alpha_s^{\rm bare}$  — голая константа связи сильного взаимодействия,  $\gamma\approx 0.5772$  — постоянная Эйлера—Маскерони,  $Z_{\alpha}^{\overline{\rm MS}}$  — константа, связанная с перенормировкой сильного взаимодействия по схеме  $\overline{\rm MS}$ . Вклад с-кварка в  $Z_{\alpha}^{\overline{\rm MS}}$  равен

$$\Delta Z_{\alpha}^{\overline{\text{MS}}} = -\frac{2}{3} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} + O(\alpha_s^2). \tag{8}$$

Константа перенормировки тяжелого b-кварка в первом приближении по  $\alpha_s(\mu)$ , представленная в [22], имеет следующий вид:

$$Z_{2b} = 1 - \frac{4}{3}\Gamma(\varepsilon)e^{\gamma\varepsilon} \frac{3 - 2\varepsilon}{1 - 2\varepsilon} \left(\frac{\mu}{m_{\star}}\right)^{2\varepsilon} \frac{\alpha_{s}(\mu)}{4\pi} + O(\alpha_{s}^{2}). \tag{9}$$

Используя IBP уравнения, а также дифференциальные уравнения для масер-интегралов, можно выразить все интегралы и их производные с помощью пяти мастер-интегралов в точке  $p^2=m_b^2$ . Из них только два интеграла (с четырьмя и тремя пропагаторами) являются нетривиальными. Вычислив интегралы с помощью секторного разложения и преобразования Меллина—Барнеса, получим значение для вклада петель с-кварка в  $Z_{2b}$ , которое с учетом вклада перенормировки константы сильного взаимодействия (8), (9) принимает вид:

$$\delta Z_{2b} = \left(\frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi}\right)^2 \left\{ \frac{1}{\epsilon} \left(1 + 8L_{\mu} - 4\ln(z)\right) + \left(\frac{44}{3} - 16\ln(z)\right) L_{\mu} + 24L_{\mu}^2 + \frac{16}{3}\ln(z) + 4\ln^2(z) + 41.06045174 - 59.21762638z^{1/2} + 48z - (10) -98.69604400z^{3/2} + (81.14508457 + 6\ln^2(z) - 22\ln(z))z^2 \right\},$$

где  $L_{\mu} = \ln(\mu/m_b)$  и мы сохранили члены разложения по z до членов  $z^2$  включительно

Численные расчеты показывают, что это приближение дает точность порядка 0.01% для  $z = \left(0.26\right)^2$  .

#### 3. Заключение

В работе получено численное значение константы перенормировки волновой функции тяжелого кварка. Высокая точность результата основана на использовании алгоритма Лапорта, метода секторного разложения и представления Меллина–Барнеса. Полученная оценка выражения с точностью 0.01% согласуется с соответствующим аналитическим выражением.

Вышеперечисленные методы будут нами использованы также для более сложных случаев.

Работа выполнена в рамках темы РА №170 и проекта МНТЦ А-1606.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. **K.Melnikov, T. van Ritbergen.** Phys. Lett. B, **482**, 99 (2000), hep-ph/0005131.
- 2. **C.Greub, T.Hurth, D.Wyler.** Phys. Rev. D, **54**, 3350 (1996), hep-ph/9603404.
- 3. **H.M.Asatrian, H.H.Asatryan, A.Hovhannisyan.** Phys. Lett. B, **585**, 263 (2004), hep-ph/0401038.
- 4. **H.M.Asatrian, H.H.Asatryan, A.Hovhannisyan, V.Poghosyan.** Mod. Phys. Lett. A, **19**, 603 (2004), hep-ph/0311187.
- 5. **H.H.Asatryan, H.M.Asatrian.** Phys. Rev. D, **66**, 034009 (2002), hep-ph/0204341.
- 6. A.Ali, H.Asatrian, C.Greub. Phys. Lett. B, 429, 87 (1998), hep-ph/9803314.
- 7. **K.Bieri, C.Greub.** Eur. Phys. J. C, **33**, 277 (2004), hep-ph/0310214.
- 8. F.Borzumati, C.Greub, Y.Yamada. hep-ph/0305063.
- 9. C.Greub, M.Walker. hep-ph/0110388.
- 10. M.Misiak, M.Steinhauser. Nucl. Phys. B, **583**, 277 (2004), hep-ph/0401041.
- 11. M.Gorbahn, U.Haisch. Nucl. Phys. B, 713, 291 (2005), hep-ph/0411071.

- 12. M.Gorbahn, U.Haisch, M.Misiak. Phys. Rev. Lett., 95, 102004 (2005), hep-ph/0504194.
- 13. M.Czakon, U.Haisch, M.Misiak. JHEP, 0703, 008 (2007), hep-ph/0612329.
- I.Blokland, A.Czarnecki, M.Misiak, M.Slusarczyk, F.Tkachov. Phys. Rev. D, 72, 033014 (2005), hep-ph/0506055.
- 15. **K.Melnikov, A.Mitov.** Phys. Lett. B, **620**, 69 (2005), hep-ph/0505097.
- H.M.Asatrian, A.Hovhannisyan, V.Poghosyan, T.Ewerth, C.Greub, T.Hurth. Nucl. Phys. B, 749, 325 (2006), hep-ph/0605009.
- 17. **H.M.Asatrian, T.Ewerth, A.Ferroglia, P.Gambino, C.Greub.** Nucl. Phys. B, **762**, 212 (2007), hep-ph/0607316.
- 18. H.M.Asatrian, C.Greub, B.D.Pecjak. Phys. Rev. D, 78, 114028 (2008), arXiv:0810.0987.
- H.M.Asatrian, T.Ewerth, H.Gabrielyan, C.Greub. Phys. Lett. B, 647, 173 (2007), hep-ph/0611123.
- 20. **А.Габриелян.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 155 (2009).
- 21. **A.J.Buras.** "Weak Hamiltonian, CP violation and rare decays", in "Probing the Standard Model of Particle Interactions", F.David and R.Gupta, ed., pp. 281–359, North Holland, Les Houches, 1997. hep-ph/9806471.
- 22. **K.Melnikov, T. van Ritbergen.** Nucl. Phys. B, **515**, 591 (2000), hep-ph/0005131.
- 23. **F.V.Tkachov.** Phys. Lett. B, **100**, 65 (1981).
- 24. K.G.Chetyrkin, F.V.Tkachov. Nucl. Phys. B, 192, 159 (1981).
- 25. **C.Anastasiou, A.Lazopoulos.** JHEP, **0407**, 046 (2004), hep-ph/0404258.
- 26. **T.Binoth, G. Heinrich.** Nucl. Phys. B, **585**, 741 (2000), hep-ph/0004013.
- 27. **C. Greub, T. Hurth, D. Wyler.** Phys. Rev. D, **54**, 3350 (1996), hep-ph/9603404.

## ԾԱՆՐ ՔՎԱՐԿԻ ԱԼԻՔԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ՎԵՐԱՆՈՐՄԱՎՈՐՄԱՆ ԿԱԽՈՒՄԸ ՔՔԴ-ՈՒՄ c-ՔՎԱՐԿԻ ԶԱՆԳՎԱԾԻՑ

### Հ.Մ. ԱՍԱՏՐՑԱՆ, Հ.Հ. ԱՍԱՏՐՑԱՆ, Հ.Ա. ԳԱԲՐԻԵԼՑԱՆ

Ներկայացված է ծանր քվարկի ալիքային ֆունկցիայի վերանորմավորման հաստատու-նի, c-քվարկային օղակների ներդրմամբ, թվային հաշվարկը խոտորումների տեսության բարձր կարգի ուղղումների հաշվարկման մեթոդներով։ Աշխատանքում կիրառված են Լա-պորտայի ավտոմատացված ալգորիթմը, սեկտորային վերծանման մեթոդը և Մելլին–Բար-նեսի ներկայացումը։

## DEPENDENCE OF THE HEAVY QUARK WAVE FUNCTION RENORMALIZATION ON THE c-QUARK MASS IN QCD

#### H.M. ASATRIAN, H.H. ASATRYAN, H.A. GABRIELYAN

We present results for the renormalization of the heavy quark wave function, taking into account the contribution of c-quark loops. This has been achieved by the usage of numerical methods for the calculation of high order corrections of perturbation theory. In calculations the Laporta's automated algorithm, the sector decomposition techniques and the Mellin–Barnes representation have been used.

### СВЯЗЬ МЕТОДОВ ПОГРУЖЕНИЯ И ТРАНСФЕР-МАТРИЦЫ В ОДНОМЕРНЫХ ЗАДАЧАХ РАССЕЯНИЯ

Д.М. СЕДРАКЯН<sup>1</sup>, А.Ж. ХАЧАТРЯН<sup>2</sup>, Э.М. КАЗАРЯН<sup>3</sup>, Л.Р. СЕДРАКЯН<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ереванский государственный университет, Армения

²Государственный инженерный университет Армении, Ереван

<sup>3</sup>Российско-Армянский (Славянский) государственный университет, Ереван

(Поступила в редакцию 17 ноября 2008 г.)

Показано, что применение методов погружения и трансфер-матрицы к одномерным задачам рассеяния частиц приводит к решению системы двух линейных уравнений для функций F и  $\Phi$ , которые выражаются через амплитуды прохождения T и отражения R. Найден вид этих функций. Предложенный метод иллюстрируется нахождением коэфициентов прохождения и отражения потенциального барьера с постоянной высотой. Разработанный метод может быть применен при решении квазиодномерных и двумерных задач рассеяния.

### 1. Введение

В работе [1] был предложен метод погружения для решения задач рассеяния. Идея этого метода заключается в том, что вместо решения уравнения Шредингера и сшивания этих решений в свободных от потенциалов областях с решениями в области потенциалов для нахождения коэффициентов отражения и прохождения, можно сразу получить уравнения для этих коэффициентов, которые зависят от толщины и формы заданного потенциала. Для этого, например, в случае одномерных задач решение уравнения Шредингера

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \left(k^2 - V(x)\right)\Psi = 0, \tag{1}$$

где  $(2m/\hbar^2)E = k^2$  и  $(2m/\hbar^2)U(x) = V(x)$ , можно искать в следующем виде:

$$\Psi(x) = a(x)e^{ikx} - b(x)e^{-ikx}, \qquad (2)$$

где  $e^{\pm ikx}$  являются решениями уравнения Шредингера в беспотенциальной области, а a(x) и b(x) – неизвестные функции, которые далее определяются из уравнения Шредингера. В областях, где потенциал равен нулю, функции a и b являются постоянными и в задачах рассеяния они связаны с коэффициентами отражения и пропускания.

Один из методов нахождения связи между a, b и T, R, где T – амплитуда пропускания, а R – амплитуда отражения, заключается в сравнении полу-

ченных для a и b уравнений с уравнениями, полученными по методу трансфер-матрицы, предложенным в [2,3].

В работах [4-6] рассмотрено рассеяние частиц на потенциале

$$V(x) = \sum_{n=1}^{N} V_n(x - x_n), \qquad (3)$$

где N — число рассеивателей цепочки,  $V_n(x-x_n)$  (n=1,2...N) — локализованные возле точек  $x_n$  (n=1,2...N) и непересекающиеся друг с другом функции. Матрицу, переводящую амплитуды рассеивающих волн из начального состояния в конечное, можно представить в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} T_N \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{T_N^*} & -\frac{R_N^*}{T_N} \\ -\frac{R_N}{T_N} & \frac{1}{T_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ R_N \end{pmatrix}.$$
(4)

Как показано в работах [3-5], из (4) можно получить рекуррентные соотношения для  $1/T_N$  и  $R_N/T_N$ , а далее для непрерывного потенциала получить дифференциальные уравнения для функций 1/T(x) и R(x)/T(x), которые можно сравнить с уравнениями для a(x) и b(x).

Цель настоящей работы – получить уравнения для a(x) и b(x) и, сравнивая их с уравнениями для 1/T(x) и R(x)/T(x), найти их связь друг с другом. Такая процедура сравнения двух довольно известных методов, примененных для решения одномерных задач рассеяния, является важной, так как в дальнейшем изложенный метод можно обобщить для решения квазиодномерных и двумерных задач рассеяния.

### 2. Метод погружения и уравнения для функций a(x) и b(x)

Требование метода погружения заключается в том, чтобы производную волновой функции  $\Psi(x)$  можно было записать в следующем виде:

$$\frac{d\Psi}{dx} = ik \left[ a(x)e^{ikx} + b(x)e^{-ikx} \right]. \tag{5}$$

Для этого необходимо потребовать, чтобы функции a(x) и b(x) удовлетворяли дифференциальному уравнению

$$da(x)/dx = e^{-2ikx} \left( db(x)/dx \right). \tag{6}$$

Такой выбор функций a(x) и b(x), при их непрерывности, автоматически обеспечивает непрерывность волновой функции  $\Psi(x)$  и ее первой производной  $d\Psi/dx$ . Это обеспечивает непрерывность волновой функции и ее первой производной даже в точках, где потенциал меняется скачкообразно. Такое требование обеспечивает правильное сшивание решений в областях, где есть потенциал, с решениями, где рассеивающий потенциал отсутствует.

Условие (6) есть одно из уравнений, определяющих неизвестные функции a(x) и b(x). Как мы видим, это уравнение первого порядка. Второе дифференциальное уравнение для определения этих функций находится из уравнения Шредингера (1). Действительно, подставляя (5) в уравнение (1), получим

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + k^2\Psi = ik \left[ \frac{da}{dx} e^{ikx} + \frac{db}{dx} e^{-ikx} \right] = V(x)\Psi(x). \tag{7}$$

Из этого уравнения, в частности, имеем:

$$\frac{da(x)}{dx}e^{ikx} + \frac{db(x)}{dx}e^{-ikx} = -\frac{iV(x)}{k} \left[a(x)e^{ikx} - b(x)e^{-ikx}\right]. \tag{8}$$

Уравнения (6) и (8) являются системой одномерных линейных дифференциальных уравнений первого порядка, определяющих неизвестные функции a(x) и b(x). Запишем их в следующем окончательном виде:

$$\frac{da(x)}{dx} = -\frac{iV(x)}{2k}a(x) + \frac{iV(x)}{2k}e^{-2ikx}b(x),$$

$$\frac{db(x)}{dx} = \frac{iV(x)}{2k}b(x) - \frac{iV(x)}{2k}e^{2ikx}a(x).$$
(9)

Как видно из этих уравнений, при V=0 функции a(x) и b(x) постоянны. Это означает, что значения a и b в точках, где потенциал равняется нулю, связаны с амплитудами рассеяния частицы на рассмотренном потенциале. Важно также, что уравнения (9) — первого порядка и, следовательно, для их решения достаточно знание значений функций a и b в заданной точке. Если рассматривать a и b как функции ширины потенциала l и считать, что они связаны с амплитудами рассеяния m и m0 определяет m0 определяет m0 определяет m0 определяет m0 определяет m0 определяет m1 определяет m2 определяет m3 определяет m4 определяет m5 определяет m6 определяет m8 определяет m9 определяет m9

Отметим, что из уравнения Шредингера для произвольного потенциала  $V\left(x\right)$  легко получить соотношение

$$\Psi^* \frac{d^2 \Psi}{dx^2} - \Psi \frac{d^2 \Psi^*}{dx^2} = 0.$$
 (10)

Интегрируя уравнение (10), получим условие сохранения потока рассеивающихся частиц:

$$\Psi^* \left( d\Psi/dx \right) - \Psi \left( d\Psi^*/dx \right) = \text{const} . \tag{11}$$

Подставляя сюда решение уравнения Шредингера в виде (2), получим

$$|a|^2 - |b|^2 = \text{const}$$
 (12)

Соотношение (12) выполняется при любом потенциале V(x), а константа определяется из уравнения сохранения потока.

### 3. Задача рассеяния при добавлении слоя с потенциалом $V\left( x \right)$ слева

В точке l добавим бесконечно тонкий потенциальный барьер с высотой V(l) и шириной  $\Delta l$  . Отметим, что амплитуду рассеяния частицы на этом барьере можно записать в виде [3]

$$\frac{1}{t} = 1 + \frac{iV(l)}{2k} \Delta l, \qquad \frac{r}{t} = -i\frac{V(l)}{2k} e^{2ikl} \Delta l. \tag{13}$$

Если рассматривать матрицу, входящую в (4), как произведение двух матриц

$$\begin{pmatrix}
\frac{1}{T_N^*} & -\frac{R_N^*}{T_N^*} \\
-\frac{R_N}{T_N} & \frac{1}{T_N}
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
\frac{1}{T_{N-1}^*} & -\frac{R_{N-1}^*}{T_{N-1}^*} \\
-\frac{R_{N-1}}{T_{N-1}} & \frac{1}{T_{N-1}}
\end{pmatrix} \begin{pmatrix}
\frac{1}{t^*} & -\frac{r^*}{t^*} \\
-\frac{r}{t} & \frac{1}{t}
\end{pmatrix}, (14)$$

то первая матрица в правой части формулы (14) описывает основной блок потенциала, а вторая матрица представляет добавленный бесконечно тонкий потенциал. Раскрывая матричное произведение (14), можно для величин  $1/T_{\scriptscriptstyle N}$  и  $R_{\scriptscriptstyle N}/T_{\scriptscriptstyle N}$  получить два рекуррентных соотношения:

$$\frac{1}{T_N} = \frac{r^*}{t^*} \frac{R_{N-1}}{T_{N-1}} + \frac{1}{t} \frac{1}{T_{N-1}},\tag{15}$$

$$\frac{R_N}{T_N} = \frac{1}{t^*} \frac{R_{N-1}}{T_{N-1}} - \frac{r}{t} \frac{1}{T_{N-1}^*}.$$
 (16)

Если ввести обозначения

$$\frac{1}{T_{N}} = P, \quad \frac{R_{N}}{T_{N}} = \tilde{P} \tag{17}$$

и рассматривать P и  $\tilde{P}$  как функции от начальной точки потенциала, то можно утверждать, что

$$\frac{1}{T_{N}} = P(l - \Delta l), \quad \frac{1}{T_{N-1}} = P(l), \quad \frac{R_{N}}{T_{N}} = \tilde{P}(l - \Delta l), \quad \frac{R_{N-1}}{T_{N-1}} = \tilde{P}(l), \quad (18)$$

где через l обозначен левый переменный край потенциала V(l), причем его правый край  $l=l_2$  считается фиксированным. Подставляя (18) в уравнения (15) и (16), мы получим два дифференциальных уравнения, определяющие неизвестные функции P(l) и  $\tilde{P}(l)$  [2]:

$$\frac{dP}{dl} = -\frac{iV}{2k}P - \frac{iV}{2k}e^{-2ikl}\tilde{P}(l), \qquad (19)$$

$$\frac{d\tilde{P}}{dl} = \frac{iV}{2k}\tilde{P} + \frac{iV}{2k}e^{2ikl}P(l). \tag{20}$$

Если сравнить уравнения (19) и (20) с уравнениями (9), то легко видеть, что при

$$a(l) = P(l) = \frac{1}{T(l)}, \quad -b(l) = \tilde{P}(l) = \frac{R(l)}{T(l)}$$
(21)

две системы уравнений совпадают. Тогда условие сохранения потока (12) в этом случае примет вид

$$\frac{1}{|T|^2} - \frac{|R|^2}{|T|^2} = \text{const} \,. \tag{22}$$

Если выбрать входящую в (22) константу равной единице, то получим

$$|T|^2 + |R|^2 = 1, (23)$$

что правильно описывает процесс рассеяния. Действительно, когда отсутствует потенциал (T=1 и R=0), уравнение (23) выполняется автоматически.

Таким образом, из сравнения двух методов мы видим, что уравнения (19) и (20), которые были получены из дискретных уравнений в рамках метода трансфер-матрицы, совпадают с уравнениями (9), полученными из уравнения Шредингера в рамках метода погружения. Уравнения (19),(20) дают возможность для любого потенциала V(x) определить неизвестные функции T(l) и R(l), интегрируя их с граничными условиями  $T(l_2)=1$  и  $R(l_2)=0$ . Как мы покажем ниже, вместо уравнений (19),(20) можно получить другие уравнения, одно из которых формально совпадает с уравнением Шредингера.

### 4. Задача рассеяния при добавлении потенциала V(x) справа

Теперь, фиксируя левый край  $l=l_1$  потенциала V(l), будем менять правый край, обозначая его через l [6]. Тогда амплитуды рассеяния на потенциале V(l) будут функциями от l. Добавим в точке  $l=l_2$  бесконечно тонкий потенциальный барьер высотой V(l) и обозначим амплитуды рассеяния для этого барьера через t и r. Тогда можем написать

$$\begin{pmatrix}
\frac{1}{T_N^*} & -\frac{R_N^*}{T_N^*} \\
-\frac{R_N}{T_N} & \frac{1}{T_N}
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
\frac{1}{t^*} & -\frac{r^*}{t^*} \\
-\frac{r}{t} & \frac{1}{t}
\end{pmatrix} \begin{pmatrix}
\frac{1}{T_{N-1}^*} & -\frac{R_{N-1}^*}{T_{N-1}^*} \\
-\frac{R_{N-1}}{T_{N-1}} & \frac{1}{T_{N-1}}
\end{pmatrix}.$$
(24)

Отсюда легко получить

$$\frac{1}{T_N} = \frac{r}{t} \frac{R_{N-1}^*}{T_{N-1}^*} + \frac{1}{t} \frac{1}{T_{N-1}} , \qquad (25)$$

$$\frac{R_N^*}{T_N^*} = \frac{1}{t^*} \frac{R_{N-1}^*}{T_{N-1}^*} + \frac{r^*}{t^*} \frac{1}{T_{N-1}} \ . \tag{26}$$

Если учесть, что t и r заданы формулами (13) и ввести

$$\frac{1}{T_{N}} = D(l + \Delta l), \quad \frac{1}{T_{N-1}} = D(l), \quad \frac{R_{N}^{*}}{T_{N}^{*}} = \tilde{D}(l + \Delta l), \quad \frac{R_{N-1}^{*}}{T_{N-1}^{*}} = \tilde{D}(l), \quad (27)$$

то подставляя (13) и (27) в соотношения (25) и (26) и переходя к непрерывному распределению потенциала V(l), для введенных функций D(l) и  $\tilde{D}(l)$  получим следующие дифференциальные уравнения [3,4]:

$$\frac{dD(l)}{dl} = \frac{iV}{2k}D(l) - \frac{iV}{2k}e^{2ikl}\tilde{D}(l), \qquad (28)$$

$$\frac{d\tilde{D}(l)}{dl} = -\frac{iV}{2k}\tilde{D}(l) + \frac{iV}{2k}e^{-2ikl}D(l).$$
(29)

Эти уравнения можно получить из уравнений (9), если подставить

$$a(l) = \tilde{D}(l), \ b(l) = D(l).$$
 (30)

Таким образом, уравнения (28) и (29), которые мы получили из теории трансфер-матриц, можно получить также из теории погружения. Когда мы считаем переменным правый конец потенциала, то вместо функций P(l) и  $\tilde{P}(l)$  необходимо ввести новые функции D(l) и  $\tilde{D}(l)$ , связь которых с функциями a(l) и b(l) выражается через формулы (30), которые отличаются от (21). В частности, в этом случае константа, входящая в формулу (12), должна равняться -1, так как должно выполняться соотношение (23).

В заключение отметим, что задачу одномерного рассеяния частицы на потенциале V(x) можно рассматривать двумя равносильными методами, используя пару функций P и  $\tilde{P}$  или D и  $\tilde{D}$ . После выбора этих функций переменными считаются или левый, или правый конец потенциала. В результате эти функции зависят от ширины потенциала, координат его краев, а также от вида потенциала V(x).

5. Вместо 
$$a(l)$$
 и  $b(l)$  – функции  $F(l)$  и  $\Phi(l)$ 

Как мы показали выше, в задачах одномерного рассеяния частиц нахождение амплитуд рассеяния T и R сводится к решению системы дифференциальных уравнений первого порядка (9) с заданными граничными условиями: T=1 и R=0. Их численное интегрирование целесообразно, если потенциал V(x) задан в табличном виде. Если V(x) задан в виде формул, то часто удобно вместо уравнений (9) рассмотреть другую пару дифференциальных уравнений, которые можно получить из (9). Тогда вместо неизвестных a(l) и b(l) вводятся новые неизвестные функции F(l) и  $\Phi(l)$ , так что F(l) определяется из уравнения, формально совпадающего с уравнением Шредингера, а функция  $\Phi(l)$  линейно связана с первой производной функции F(l). Чтобы показать это, заменим x на l и запишем уравнения (9) в следующем виде:

$$\frac{d}{dl}\left(e^{ikl}a(l)\right) - ike^{ikl}a(l) = -\frac{iV(l)}{2k}\left[e^{ikl}a(l) - e^{-ikl}b(l)\right],$$

$$\frac{d}{dl}\left(e^{ikl}b(l)\right) + ike^{-ikl}b(l) = -\frac{iV(l)}{2k}\left[e^{ikl}a(l) - e^{-ikl}b(l)\right].$$
(31)

Введем новые неизвестные функции:

$$F(l) = a(l) e^{ikl} - b(l) e^{-ikl}, \ \Phi(l) = a(l) e^{ikl} + b(l) e^{-ikl}.$$
 (32)

Складывая и вычитая уравнения (31) и учитывая (32), получим

$$\frac{dF(l)}{dl} = ik\Phi(l),$$

$$\frac{d\Phi(l)}{dl} = ik\left(1 - \frac{V(l)}{k^2}\right)F(l).$$
(33)

Беря производную от первого уравнения (33) и подставляя вместо  $d\Phi/dl$  второе уравнение (33), получим следующую систему уравнений для функций F(l) и  $\Phi(l)$ :

$$\frac{d^{2}F(l)}{dl^{2}} + \left[k^{2} - V(l)\right]F(l) = 0,$$

$$\Phi(l) = -\frac{i}{k}\frac{dF(l)}{dl}.$$
(34)

Первое из этих уравнений формально совпадает с уравнением Шредингера. Второе определяет функцию  $\Phi(l)$ , если уже найдена функция F(l). При заданных F(l) и  $\Phi(l)$  из определений (32) можно найти неизвестные функции a(l) и b(l).

Граничные условия для нахождения решений уравнения (34) зависят от выбора переменного конца потенциала. Если меняется левый конец потенциала, то мы должны задать граничные условия  $F(l_2)$  и  $dF/dl\big|_{l=l_2}$ , тогда решение задачи определяется величинами  $F(l_1)$  и  $dF/dl\big|_{l=l_1}$ . В этом случае  $D(l_2)=a(l_2)=1$  и  $\tilde{D}(l_2)=b(l_2)=0$ , и для граничных условий функции F получим

$$F(l_2) = e^{ikl_2}, \qquad \frac{dF}{dl}\Big|_{l=l_2} = ike^{ikl_2}.$$
(35)

В другом случае, если меняется правый конец потенциала, мы должны задать как граничные условия  $F(l_1)$  и  $dF/dl\big|_{l=l_1}$ , а решение задачи задается величинами  $F(l_2)$  и  $dF/dl\big|_{l=l_2}$ . В этом случае  $a(l_1)=\tilde{D}(l_1)=0,\ b(l_1)=D(l_1)=1$ , и для граничных условий функции F получим

$$F(l_1) = -e^{-ikl_1}, \quad dF/dl|_{l=l_1} = ike^{-ikl_1}$$
 (36)

Знание общего решения уравнения Шредингера для заданного потенциала V(x) и требование выполнения граничных условий (35) и (36) приводят к решению искомой задачи. Отметим, что решение уравнения Шредингера для различных потенциалов хорошо изучено в квантовой механике.

Для иллюстрации предложенного метода в последнем разделе вычислим амплитуды рассеяния T и R для потенциального барьера с постоянной высотой

## 6. Амплитуды рассеяния R и T для частицы, падающей на потенциал высотой V и шириной $d=l_2-l_1$

Найдем решение первого уравнения (34) для потенциала

$$V(l) = \begin{cases} V, \ l_1 \le l \le l_2, \\ 0, \ l < l_1 \ \text{if} \ l > l_2. \end{cases}$$
 (37)

Обозначим через  $\Psi_1(l)$  то решение этого уравнения, для которого граничные значения в точке  $l_1$  задаются в виде  $\Psi_1\big|_{l=l_1}=0$  и  $d\Psi_1/dl\big|_{l=l_1}=0$  и через  $\Psi_2(l)$  другое решение того же уравнения, удовлетворяющее граничным условиям  $\Psi_2\big|_{l=l_1}=0$  и  $d\Psi_2/dl\big|_{l=l_1}=1$ . Тогда, учитывая граничные условия (36) для функции F(l), решение запишем в следующем виде:

$$F(l) = -e^{-ikl_1} \left\{ \Psi_1(l) - ik\Psi_2(l) \right\}. \tag{38}$$

Учитывая связь между функциями D(l),  $\tilde{D}(l)$  и F(l),  $\Phi(l)$ , легко найти значения функций D(l) и  $\tilde{D}(l)$  в точке  $l=l_2$ . Действительно,

$$D(l_{2}) = \frac{1}{2} e^{ikl_{2}} (\Phi - F) \Big|_{l=l_{2}} = \frac{1}{2} e^{ikl_{2}} \left( -\frac{i}{k} \frac{dF}{dl} - F \right) \Big|_{l=l_{2}} =$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{i}{k} \frac{d\Psi_{1}}{dl} + \frac{d\Psi_{2}}{dl} + \Psi_{1} - ik\Psi_{2} \right]_{l=l_{2}} e^{ik(l_{2} - l_{1})},$$
(39)

$$\tilde{D}(l_{2}) = \frac{1}{2} e^{-ikl_{2}} \left(\Phi + F\right)\Big|_{l=l_{2}} = \frac{1}{2} e^{-ikl_{2}} \left(-\frac{i}{k} \frac{dF}{dl} + F\right)\Big|_{l=l_{2}} = 
= \frac{1}{2} \left[\frac{i}{k} \frac{d\Psi_{1}}{dl} + \frac{d\Psi_{2}}{dl} - \Psi_{1} + ik\Psi_{2}\right]\Big|_{l=l_{2}} e^{-ik(l_{2}+l_{1})}.$$
(40)

Для нахождения амплитуд рассеяния T и R достаточно учесть, что

$$\frac{1}{T} = D(l_2), \qquad \frac{R}{T} = \tilde{D}^*(l_2) \tag{41}$$

и записать решения  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  уравнения Шредингера для потенциала (37). Эти решения имеют следующий вид:

$$\Psi_1(l) = \cos q(l-l_1), \quad \Psi_2(l) = \frac{\sin q(l-l_1)}{q}, \quad \text{где} \quad q = \sqrt{k^2 - V}.$$
 (42)

Подставляя  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  в выражения (39) и (40), окончательно получим

$$\frac{1}{T} = e^{ikd} \left[ \cos qd - i \frac{k^2 + q^2}{2kq} \sin qd \right],$$

$$\frac{R}{T} = i \frac{q^2 - k^2}{2kq} \sin qde^{2ikl_0},$$
(43)

где  $d=l_2-l_1$  — ширина барьера, а  $l_0=\left(l_1+l_2\right)\!\!\left/2\right.$  — координата середины барьера.

Решение (43) хорошо известно и входит почти во все учебники по квантовой механике, однако мы получили его с помощью предложенного нами метода.

В заключение отметим, что некоторые из приведенных результатов были получены в работах [2-4,6], однако мы привели их, так как целью настоящей работы было представить основы метода, который в дальнейшем будет применен для решения двумерных задач рассеяния. Для этих задач движение электрона в поперечном направлении квантовано, и, следовательно, по направлению рассеяния мы будем иметь несколько каналов рассеяния. При иследовании рассеяния по этим каналам можно использовать методы, развитые в разделах 2, 4 и 5. Изложение этого обобщенного метода приведено в работе [7].

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. В.В.Бабиков. Метод фазовых функций в квантовой механике. М., Наука, 1976.
- 2. **Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян.** Астрофизика, **42**, 419 (1999).
- 3. **Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян.** Изв. НАН Армении, Физика, **34**, 138 (1999).
- 4. D.M.Sedrakian, A.Zh.Khachatrian. Phys. Lett. A, 265, 294 (2000).
- 5. D.M.Sedrakian, A.Zh.Khachatrian. Ann. Phys., 11, 503 (2002).
- 6. В.А. Амбарцумян. Научные труды, т.З. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1988.

### 7.**А.Ж.Хачатрян, Д.М.Седракян, В.А.Хоецян**. Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 133 (2009).

## CONNECTION BETWEEN THE IMMERSING AND TRANSFER-MATRIX METHODS IN ONE-DIMENSIONAL SCATTERING PROBLEMS

### D.M. SEDRAKIAN, A.ZH. KHACHATRIAN, E.M. KAZARYAN, L.R. SEDRAKIAN

We show that application of the immersing and transfer-matrix methods to one-dimensional problems of particles scattering leads to the system of two linear equations for the functions F and  $\Phi$  expressed by means of the transmission and reflection amplitudes. The expressions of these functions are derived. The offered method is illustrated by the finding of transmission and reflection coefficients for the potential barrier with a constant height. The developed method can be applied in solving the quasi-one-dimensional and two-dimensional problems of scattering.

### КВАНТОВО-ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ ВАКУУМНЫЕ ЭФФЕКТЫ ДЛЯ АТОМА В ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ

#### Г.Ю. КРЮЧКЯН

Ереванский государственный университет, Армения Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 25 декабря 2008 г.)

Квантово-электродинамические радиационные поправки к атомным уровням энергий в присутствии монохроматического лазерного поля рассмотрены как радиационные сдвиги квазиэнергий. Получены общие выражения для собственно-энергетической части радиационных сдвигов произвольной многоуровневой атомной системы. Как приложение, исследованы радиационные сдвиги спектральных линий в резонансных атомных переходах.

### 1. Введение

Одним из интересных проявлений квантовой электродинамики (КЭД) атомных систем являются вакуумные эффекты, в том числе лэмбовский сдвиг атомных уровней и эффекты поляризации вакуума (см., напр., [1,2]). Такие явления имеют место также в присутствии внешних электромагнитных полей и их исследование представляет большой интерес для более детального понимания фундаментальных проблем взаимодействия вещества с излучением и спектроскопии сверхвысокого разрешения [3]. В этом направлении, в работе [4] исследовался КЭД радиационный сдвиг атомных уровней в присутствии сильного лазерного поля. Взаимодействие атома с лазерным полем учитывалось вне рамок теории возмущений, на основе квазиэнергетических состояний (КЭС) основной системы «атом + лазерное поле» или состояний Флоке [5-7], а лэмбовский сдвиг вычислялся во втором порядке теории возмущений. При таком подходе КЭД радиационные сдвиги атомных уровней в присутствии лазерного поля проявляются как КЭД радиационные сдвиги квазиэнергий. Было найдено, что в этом случае вакуумные, радиационные сдвиги зависят от параметров лазерного поля. В серии работ [8-11] радиационные поправки к атомным уровням энергий с учетом лазерных эффектов исследовались в представлении состояний «одетого атома», т.е. состояний атома, взаимодействующего с модой фотонов [12]. Как было отмечено [13], в пределе большого числа фотонов лазерного поля оба подхода, т.е. КЭС и «одетые состояния» приводят к одинаковым результатам для радиационных сдвигов. В квазиэнергетическом подходе не учитываются квантовые эффекты интенсивного лазерного поля, которые, однако, не проявляются в спектроскопических измерениях. Тем не менее, подход КЭС имеет некоторые

преимущества. В рамках такого подхода можно сформулировать общий способ вычисления радиационных сдвигов произвольной, многоуровневой атомной системы, взаимодействующей не только с сильной модой, но и с лазерными импульсами.

Настоящая работа посвящена исследованию вакуумных радиационных сдвигов атомных уровней на основе КЭС. В разделе 2 развивается общий подход для вычисления вакуумных эффектов для произвольной атомной системы в монохроматическом лазерном поле на основе матрицы эволюции системы в представлении КЭС. Приведенный подход является обобщением известного представления Фарри (в котором кулоновское взаимодействие связанного электрона учитывается точно) [2] на случай нестационарного внешнего поля. В разделе 3 приводится нерелятивистское рассмотрение собственно-энергетической части радиационного сдвига с учетом перенормировки массы электрона. В разделе 4 исследованы эффекты лазерного поля в радиационных сдвигах для спектральных линий атома в резонансном лазерном поле.

### 2. Радиационный сдвиг квазиэнергий

В настоящем разделе рассматривается общий подход для описания КЭД радиационных сдвигов атомных уровней при взаимодействии атомной системы с лазерным полем. Гамильтониан многоуровневого атома, взаимодействующего с классическим монохроматическим лазерным полем и с квантованным полем излучения, имеет следующий вид:

$$H = H_S + H_F + H_{\text{int}}, \tag{1}$$

$$H_S = H_0 + H_{ext} = \alpha(\mathbf{p} - e\mathbf{a}) + \beta m - eU(r). \tag{2}$$

Гамильтониан  $H_{\scriptscriptstyle S}$ , описывающий взаимодействие атомной системы (с гамильтонианом  $H_{\scriptscriptstyle 0}$ ) с лазерным полем, рассмотрен в релятивистской форме,  $\alpha_i$  и  $\beta$  – матрицы Дирака, U – кулоновский потенциал и  ${\bf a}$  – вектор-потенциал монохроматического лазерного поля.  $H_{\scriptscriptstyle F}$  – свободный гамильтониан поля излучения и  $H_{\rm int}$  описывает взаимодействие атомной системы с полем излучения с вектор-потенциалом  $A_{\!\!\mu}(x)$ , т.е.  $H_{\rm int}=j_{\!\!\mu}(x)A_{\!\!\mu}(x)$ , где  $j_{\!\!\mu}(x)$  – электромагнитный ток.

Рассмотрим режим «сильного лазерного поля», когда эффекты взаимодействия связанного электрона с лазерным полем намного превосходят радиационные эффекты, т.е. эффекты взаимодействия атома с квантовым полем излучения. В этом режиме естественным является подход, в котором состояния комбинированной системы «атом + лазерное поле» вычисляются вне рамок теории возмущений, а КЭД радиационные эффекты рассматриваются как радиационные поправки к этим состояниям по теории возмущений.

Далее будут использованы квазиэнергетические состояния (или состояния  $\Phi$ локе) системы «атом + лазерное поле»

$$|\Psi_n(t)\rangle = \exp(-iE_n t)|\phi_n(t)\rangle,$$
 (3)

где состояние  $|\phi_n(t)\rangle$  удовлетворяет условию периодичности,  $|\phi_n(t+T)\rangle=$   $=|\phi_n(t)\rangle$ ,  $T=2\pi/\omega$  — период монохроматической волны и  $E_n$  — квазиэнергия (или энергия Флоке). Приведем также уравнение для квазиэнергетического состояния, записывая последнее в следующей операторной форме:

$$|\Psi_n\rangle = R(t)|\phi_n\rangle,\tag{4}$$

где  $|\phi_n\rangle$  — не зависящее от времени состояние для произвольного начального времени  $t=t_0$ , а оператор R(t) удовлетворяет уравнению

$$i\frac{\partial}{\partial t}R(t) = (H_0 + H_{ext}(t))R(t). \tag{5}$$

Как известно, переходы между квазиэнергетическими состояниями и квазиэнергии описывают, соответственно, интенсивности и частоты спектральных линий излучения и поглощения атомных систем в монохроматическом лазерном поле [7].

Перейдем теперь к вычислению радиационных сдвигов квазиэнергий вследствие взаимодействия составной системы «атом + лазерное поле» с полем излучения. Нетрудно показать (см. также [4]), что временная эволюция вектора состояния полной системы (1) в представлении квазиэнергетических состояний дается уравнением

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\Phi_n(t)\rangle = H_1(t)|\Phi_n(t)\rangle,$$
 (6)

где

$$H_1(t) = e^{iH_F t} R^{-1}(t) H_{\text{int}} R(t) e^{-iH_F t}.$$
(7)

Таким образом, временную эволюцию атомной системы, взаимодействующей с лазерным полем и с полем излучения, можно записать в следующей стандартной форме:

$$|\Phi(t_2)\rangle = U_F(t_2, t_1)|\Phi(t_1)\rangle, \tag{8}$$

где

$$U_{F}(t_{2},t_{1}) = T \exp\left\{-i \int_{t_{1}}^{t_{2}} d\tau H_{1}(\tau)\right\}, \tag{9}$$

T означает символ упорядочения по времени и предполагается адиабатическое выключение взаимодействия  $H_1(t)$  при  $t \to \mp \infty$ .

Использованное представление обобщает известное представление Фарри на случай внешних полей с временной зависимостью, т.е. на случай, когда наряду с кулоновским потенциалом также и лазерное поле включено в невозмущенный гамильтониан  $H_s$  (см. напр., [14]). Очевидно, что в рамках вторичного квантования с квазиэнергетическими волновыми функциями  $\phi_n(x)$ ,  $x = (\mathbf{r}, t)$ , оператор эволюции  $U_F(t_2, t_1)$  может быть проанализирован на языке фейнма-

новских диаграмм. В частности, фейнмановский пропагатор для связанного электрона в лазерном поле выражается через квазиэнергетические волновые функции  $\phi_n(x)$  и спектр квазиэнергий  $E_n$  следующим образом:

$$-\frac{1}{2}S_{F}(x_{2},x_{1}) = \begin{cases} \sum_{n,E_{n}^{+}} \phi_{n}(x_{2})\overline{\phi}_{n}(x_{1})e^{-iE_{n}(t_{2}-t_{1})}, & t_{2} > t_{1}, \\ -\sum_{n,E_{n}^{-}} \phi_{n}(x_{2})\overline{\phi}_{n}(x_{1})e^{-iE_{n}(t_{2}-t_{1})}, & t_{1} > t_{2}, \end{cases}$$
(10)

через суммы по состояниям с положительными и отрицательными энергиями. Радиационный сдвиг квазиэнергии  $E_n$ , которая соответствует состоянию  $\left| \varphi_n \right\rangle$ , согласно соотношению Томонага–Швингера получается в следующем виде:

$$e^{-i\Delta E_n(t-t_{01})} = \frac{\langle 0|\langle \phi_n | S_F(t,t_0) | \phi_n \rangle | 0\rangle}{\langle 0|\langle \phi_0 | S_F(t,t_0) | \phi_0 \rangle | 0\rangle}$$
(11)

где  $|0\rangle$  — вакуумное состояние поля излучения и  $|\phi_0\rangle$  — вакуумное квазиэнергетическое состояние. В пределе больших интервалов времени  $t-t_0$  и во втором порядке теории возмушений получаем

$$(t - t_0)\Delta E_n = -\alpha \pi \int_{t_0}^{t} \int_{t_0}^{t} \overline{\phi}_n(x_2) \gamma_\mu S_F(x_2, x_1) \gamma_\mu D_F(x_2 - x_1) \phi_n(x_1) d^4 x_1 d^4 x_2 + i \alpha \pi \int_{t_0}^{t} \overline{\phi}_n \gamma_\mu \phi_n(x) A_\mu^{eff}(x) d^4 x.$$
(12)

Здесь  $D_F(x_1-x_2)$  — фотонный пропагатор и  $A^{\it eff}_{\mu}(x)$  — эффективный потенциал, который описывает эффект поляризации вакуума для связанного электрона в присутствии лазерного поля и записывается как

$$A_{\mu}^{eff}(x) = \int_{t_0}^{t} D_F(x - x_1) \text{Tr} \Big[ \gamma_{\mu} S_F(x_1, x_1) \Big] d^4 x_1.$$
 (13)

Для полноты изложения на рис.1 приведены соответствующие диаграммы Фейнмана для собственно-энергетической части и поляризации вакуума.

Выражения (12), (13) хорошо известны и используются обычно для квантовых систем, взаимодействующих со стационарными внешними полями. В этом случае интегрирование по времени в правой части формулы (12) легко проводится, что приводит к появлению множителя  $t-t_0$  и в итоге – к конечному выражению для  $\Delta E_n$ . В общем случае нестационарных внешних полей такая ситуация не реализуется, формула (12) теряет смысл, и энергия системы не сохраняется. Однако, для случая периодического по времени гамильтониана (2) формулы (12), (13) приводят к конечному выражению для радиационного сдвига квазиэнергий  $\Delta E_n$ , что связано с периодической зависимостью от времени волновых функций  $\phi_n(x)$ . Это легко объяснить, если учесть, что интеграл от произвольной периодической по времени функции можно представить как

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt = (t_2 - t_1)\overline{f(t)} + F(t_2) - F(t_1), \tag{14}$$

где  $\overline{f(t)}$  — среднее по периоду значение f(t), а функции  $F(t_2)$  и  $F(t_1)$  являются периодическими по  $t_2$  и  $t_1$ . Использование формулы (14) показывает, что в случае периодического возмущения можно добиться сокращения множителя  $t-t_0$  в формуле (12). Действительно, используя в выражении (12) формулы разложения по гармоникам типа

$$\left\langle \overline{\Phi}_{n}(x)\gamma_{\mu}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}\Phi_{m}(x)\right\rangle = \sum_{s}Q_{\mu,nm}^{(s)}(k)e^{-is\omega t}$$
 (15)

и выражение для  $D_{\scriptscriptstyle F}$  , получаем для собственно-энергетической части  $\Delta E_{\scriptscriptstyle n}$  следующий результат:

$$\Delta E_n = \frac{\alpha}{4\pi^2} \int \frac{d^2k}{|\overline{k}|} \sum_{S=-\infty}^{\infty} \sum_m \left| Q_{\mu,nm}^{(S)}(\mathbf{k}) \right|^2 / (E_n - E_m - s\omega - k), \tag{16}$$

где

$$Q_{\mu,nm}^{(S)}(\mathbf{k}) = \left\langle \left\langle \overline{\Phi}_{n}(r,t) \gamma_{\mu} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} + S\omega t)} \Phi_{m}(r,t) \right\rangle \right\rangle$$
(17)

есть матричный элемент перехода между квазиэнергетическими состояниями и использовано обозначение

$$\left\langle \left\langle uv\right\rangle \right\rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt \int d^3r u^+(r,t) v(r,t). \tag{18}$$

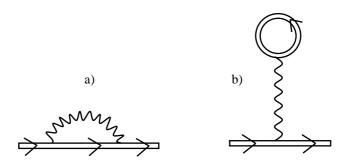


Рис.1. (а) Диаграмма собственно-энергетической части; (b) диаграмма поляризации вакуума для атомной системы в лазерном поле. Двойные линии означают состояния и функции распространения электрона во внешних полях атомного ядра и лазера в представлении КЭС. Волнистые линии означают функции распространения фотона.

Формула (16) обобщает хорошо известный результат для собственноэнергетической части радиационного сдвига атомных уровней на случай возмущенных лазерным полем атомных систем. В настоящей работе будет рассмотрен только вклад собственно-энергетической части в лэмбовский сдвиг атомных уровней. Вклад поляризации вакуума будет рассмотрен в следующей работе [15].

### 3. Нерелятивистское рассмотрение. Перенормировка массы

В нерелятивистском приближении гамильтониан (2) для одноэлектронного атома приобретает следующий вид:

$$H_{S} = \mathbf{p}^{2} / 2m - (e/m)\mathbf{p}\mathbf{a} + (e^{2} / 2m)\mathbf{a}^{2} - eU(r).$$
 (19)

В этом выражении опущен член, линейный по обоим полям,  $(e^2/2m)\mathbf{a}^2\mathbf{A}$  (полем излучения  $\mathbf{A}$  и лазерным полем  $\mathbf{a}$ ), который не дает вклада в радиационный сдвиг. Гамильтониан взаимодействия (7) в представлении квазиэнергетических состояний записывается в виде

$$H_1 = -(e/m)\mathbf{A}\mathbf{p} + (e^2/2m)\mathbf{A}^2$$
 (20)

через новый оператор импульса в использованном представлении

$$\mathbf{p}(t) = R^{-1}(t)\mathbf{p}R(t). \tag{21}$$

Во втором порядке теории возмущений нетрудно получить для сдвига квазиэнергий следующее выражение:

$$(t - t_0) \Delta E_n = -i \int_{t_0}^t d\tau_1 \int_{t_0}^{\tau_1} d\tau_2 \langle 0 | \langle \phi_n | H_1(\tau_1) H_1(\tau_2) | \phi_n \rangle | 0 \rangle.$$
 (22)

Для вычисления временных интегралов используем условие полноты КЭС

$$\sum_{n} |\phi_{n}(t)\rangle \langle \phi_{n}(t)| = \sum_{n} |\phi_{n}\rangle \langle \phi_{n}|$$
(23)

для произвольных временных интервалов и, в частности, для независящих от времени состояний  $|\phi_n\rangle$  при  $t=t_0$ . Используя также соотношения (3), (4) и (21), получаем следующее соотношение между матричными элементами импульсов:

$$\langle \phi_m | \mathbf{p}(t) | \phi_n \rangle = \langle \phi_m | R^{-1}(t) \mathbf{p} R(t) | \phi_n \rangle = e^{-i(E_n - E_m)t} \langle \phi_m (t) | \mathbf{p} | \phi_n (t) \rangle. \tag{24}$$

В таком подходе собственно-энергетическая часть сдвига приобретает вид

$$\Delta E_{n} = \frac{2\alpha}{3\pi m^{2}} \int_{0}^{k_{\min}} k dk \sum_{m \neq n} \sum_{s = -\infty}^{\infty} \frac{\left|\mathbf{p}_{nm}^{(s)}\right|^{2}}{E_{n} - E_{m} - s\omega - k} = -\frac{2\alpha}{3\pi m^{2}} k_{\min} \sum_{m \neq n} \sum_{s = -\infty}^{\infty} \left|\mathbf{p}_{nm}^{(s)}\right|^{2} + \frac{2\alpha}{3\pi m^{2}} \sum_{m \neq n} \sum_{s = -\infty}^{\infty} \left|\mathbf{p}_{nm}^{(s)}\right|^{2} \left(E_{m} - E_{n} + s\omega\right) \times \ln\left(\frac{k_{\min}}{\left|E_{m} - E_{n} + s\omega\right|}\right),$$
(25)

где использовано обозначение

$$\mathbf{p}_{nm}^{(S)} = \left\langle \left\langle \phi_n \left| \mathbf{p} e^{is\omega t} \right| \phi_n \right\rangle \right\rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt d^3 x \phi_n^+(x, t) \mathbf{p} e^{is\omega t} \phi_m(x, t)$$
 (26)

и соотношение  $\mathbf{p}_{nm}^{(-S)} = \mathbf{p}_{mn}^{(-S)*}$ . Этот результат (25) был впервые получен в работе [4]. Выражение (25) преобразовано таким образом, чтобы сформировать процедуру перенормировки массы. Действительно, легко заметить, что имеет место соотношение

$$\left\langle \left\langle \phi_{n} \left| \mathbf{p}^{2} \right| \phi_{n} \right\rangle \right\rangle = \sum_{m} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \left| \mathbf{p}_{nm}^{(s)} \right|^{2} \tag{27}$$

и поэтому первый член в выражении (22) в точности сокращается путем перенормировки массы электрона

$$\frac{\mathbf{p}^2}{2m} \to \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}\mathbf{p}^2\delta_m. \tag{28}$$

Отметим, что в такой (**ap**) калибровке перенормировка массы осуществляется обычным образом и в итоге для конечного перенормированного выражения для сдвига квазиэнергии получаем

$$\Delta E_{n} = \frac{2\alpha}{3\pi m^{2}} \sum_{m \neq n} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \left| \mathbf{p}_{nm}^{(s)} \right|^{2} (E_{m} - E_{n} + s\omega) \times \ln \left( \frac{k_{\min}}{|E_{n} - E_{m} + s\omega|} \right) =$$

$$= \frac{2\alpha}{3\pi m^{2}} \sum_{m \neq n} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \left| \mathbf{p}_{nm}^{(s)} \right|^{2} (E_{m} - E_{n} + s\omega) \times \ln \left( \frac{k_{\min}}{\varepsilon} \right).$$
(29)

Здесь  $\varepsilon$  – характеристическая энергия, которая определяется из соотношения (29).

Необходимо отметить, что формула (25) может быть получена и из общего результата (16), приведенного в релятивистской форме. Тем не менее, приведенный нерелятивистский вывод подтверждает с одной стороны формулу (16), а с другой стороны позволяет сформулировать перенормировку массы в представлении КЭС. Отметим также, что для одноэлектронных атомных систем с гамильтонианом (19) с помощью коммутационной алгебры может быть получено следующее соотношение (см. приложение):

$$\sum_{m \neq n} \sum_{s = -\infty}^{\infty} \left| \mathbf{p}_{nm}^{(s)} \right|^2 \left( E_m - E_n + s\omega \right) = \frac{e}{2m^2} \left\langle \left\langle \phi_n \left| \Delta U(r) \right| \phi_n \right\rangle \right\rangle, \tag{30}$$

где  $\Delta$  определяет лапласиан. С помощью этой формулы из (29) получаем

$$\Delta E_n = \frac{\alpha}{3\pi m^2} \left\langle \left\langle \phi_n \left| \Delta U(r) \right| \phi_n \right\rangle \right\rangle \log \frac{k_{\min}}{\varepsilon}. \tag{31}$$

Известно, что квазиэнергетические волновые функции могут быть представлены в форме суперпозиции атомных волновых функций  $\phi_i(r)$  и разложения по гармоникам:

$$\phi_i(r,t) = \sum_j a_j^{(i)} \phi_j(r) = \sum_j \sum_s a_{j,s}^{(i)} e^{-is\omega t} \phi_j(r)$$
(32)

С учетом этого разложения, для водородоподобных атомов, когда U(r) = -Ze/r, из формулы (31) получаем

$$\Delta E_n = \left(4Z\alpha^2/3m^2\right) \sum_i n_i \left| \varphi_i(0) \right|^2 \log\left(k_{\min}/\epsilon\right),\tag{33}$$

где  $n_i = \sum \left|a_{i,s}^{(n)}\right|^2$  есть населенность атомного состояния  $|\phi_i\rangle$  в квазиэнергетическом состоянии  $|\phi_n\rangle$ , усредненная по периоду.

Как можно видеть из (31)–(33), эффекты интенсивности лазерного поля в радиационных сдвигах квазиэнергий являются двух типов: эффекты перемешивания атомных состояний и эффекты виртуальных переходов между квазиэнергетическими состояниями, которые проявляются в характеристической энергии  $\varepsilon$ .

Ниже исследуются радиационные сдвиги атомных уровней на основе формулы (25) для собственно-энергетической части сдвига. Необходимо отметить, что именно собственно-энергетическая часть является определяющей радиационной поправкой для водородоподобных атомных систем и приводит к 98% от полного лэмбовского сдвига для основного состояния атома водорода [14,16].

### 4. Радиационный сдвиг атомных спектральных линий

В этом разделе исследуются зависящие от частоты и интенсивности лазерного поля эффекты в радиационных сдвигах атомных уровней. Рассмотрим резонансную конфигурацию, когда частота лазерного поля  $\omega$  близка к частоте перехода  $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$  между стационарными состояниями атомной системы. Квазиэнергетические состояния этой системы в резонансном приближении имеют вид

$$|\phi_1(t)\rangle = \alpha |\phi_1\rangle + be^{-i\omega t} |\phi_2\rangle, |\phi_2(t)\rangle = -b^* e^{i\omega t} |\phi_1\rangle + \alpha |\phi_2\rangle, \tag{34}$$

где  $\left|\phi_{_1}\right>$  и  $\left|\phi_{_2}\right>$  — состояния гамильтониана атома  $H_{_0}=p^2\big/2m-eU(r)$  . Квази- энергии равны

$$E_1 = \omega_1 + (\delta - \Omega)/2, \quad E_2 = \omega_2 - (\delta - \Omega)/2,$$
 (35)

где  $\delta = \omega_{21} - \omega$  — расстройка резонанса,  $\Omega = \sqrt{\delta^2 + 4 \big| V \big|^2}$  есть частота Раби,  $V = -(e/m) \big\langle \phi_2 \big| \mathbf{ap} \big| \phi_1 \big\rangle$  — матричный элемент атомного перехода  $\big| \phi_1 \big\rangle \leftrightarrow \big| \phi_2 \big\rangle$  под действием лазерного поля.

Вначале рассмотрим функцию распространения связанного в атоме электрона  $S_F$  для резонансного случая. Вычисляя часть с позитивными энергиями в (10), также пренебрегаем динамическими штарковскими сдвигами атомных уровней, т.е. считаем  $E_1 \approx \omega_1, \quad E_2 \approx \omega_2$ . Нетрудно показать, что в этом приближений сумма  $\sum_n \varphi_n(x_1) \overline{\varphi}_n(x_2) e^{-i\omega_n(t_1-t_2)}$  по квазиэнергетическим состо-

яниям в функции распространения равна сумме по атомным состояниям  $\sum \phi_n(x_1)\overline{\phi}_n(x_2)e^{-i\omega_n(t_1-t_2)}$ . Таким образом, пренебрежение штарковскими сдви гами атомных уровней ведет к исчезновению тех эффектов лазерного поля в радиационных поправках, которые обусловлены виртуальными переходами.

Ниже приводятся вычисления радиационных сдвигов по формулам (26), (29), (34), (35) с учетом также штарковских сдвигов в энергиях КЭС переходов. Вычисления включают виртуальные переходы между КЭС  $|\phi_1\rangle \rightarrow |\phi_1\rangle$ ,  $|\phi_1\rangle \rightarrow |\phi_2\rangle$ , а также между КЭС и невозмущенными атомными состояниями  $|\phi_1\rangle \rightarrow |\phi_i\rangle$ ,  $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_i\rangle$ ,  $(i\neq 1,2)$ . Полученные результаты можно представить в следующем виде:

$$\Delta E_1 = n_1 \delta_1 + n_2 \delta_2 + F, \quad \Delta E_2 = n_1 \delta_2 + n_2 \delta_1 - F,$$
 (36)

где  $\delta_1$  и  $\delta_2$  есть полные радиационные сдвиги атомных (невозмущенных) энергетических уровней, а  $n_1$ ,  $n_2$  — населенности атомных состояний в КЭС:

$$n_1 = (1 + \delta/\Omega)/2, \ n_2 = (1 - \delta/\Omega)/2.$$
 (37)

Отметим, что выражения  $\delta_1$  и  $\delta_2$  получаются из  $\Delta E_1$  и  $\Delta E_2$ , если амплитуда лазерного поля стремится к нулю. Таким образом, как легко заметить, первые два члена в выражениях (36) представляют собой эффекты перемешивания радиационных сдвигов. Величина

$$F = \left( \left| V_{12} \right|^2 / \Omega \right) \left( \Delta_1 + \Delta_2 \right), \tag{38}$$

где выражения

$$\Delta_{1} = (2\alpha/3\pi m^{2}) \sum_{i} |\mathbf{p}_{1i}|^{2} \log(m/|\omega_{1i}|e), \ \Delta_{2} = (2\alpha/3\pi m^{2}) \sum_{i} |\mathbf{p}_{2i}|^{2} \log(m/|\omega_{1i}|e)$$
(39)

представляют вклад эффектов интенсивности лазерного поля в виртуальных радиационных переходах. Отметим, что при получении выражений (36)–(39) пренебрежены штарковские сдвиги в логарифмах, вклад которых в нерелятивистском приближении довольно большой.

Переходя к исследованию радиационных поправок в атомных спектральных линиях, вначале перепишем полученные выражения через экспериментально измеримые перенормированные атомные уровни энергий  $\omega_{1R} = \omega_1 + \delta_1$  и  $\omega_{2R} = \omega_2 + \delta_2$ . Легко проверить, что при пренебрежении членами второго и высших порядков степеней от  $\delta_1$  и  $\delta_2$  получаются следующие выражения:

$$E_1 + \Delta E_1 = E_{1R} + F, \ E_2 + \Delta E_2 = E_{2R} + F,$$
 (40)

где  $E_{1R}$ ,  $E_{2R}$  являются квазиэнергиями, записанными через перенормированные уровни энергии  $\omega_{1R}$ ,  $\omega_{2R}$  и расстройку резонанса  $\delta_{1R}=\omega_{2R}-\omega_{1R}-\omega$ . В пределе слабого лазерного поля,  $a\to 0$ , получаем  $F\to 0$  и, следовательно,  $E_i+\Delta E_i\to E_{iR}$ .

Ниже коротко рассматриваются два известных процесса:

а) Резонансная флуоресценция.

Как известно, трехпиковая структура спектра резонансной флуоресценции двухуровневого атома в монохроматическом лазерном поле может быть описана переходами между КЭС [7]. Центральный пик на частоте излучения  $\omega_k = \omega$  определяется диагональными переходами  $|\phi_1\rangle \rightarrow |\phi_1\rangle$  и  $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_2\rangle$ , а два сателлита на частотах излучения  $\omega_k = E_2 - E_1 = \omega + \Omega$  и  $\omega_k = 2\omega - (E_2 - E_1) = \omega - \Omega$  определяются недиагональными переходами  $|\phi_1\rangle \rightarrow |\phi_2\rangle$  и  $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_1\rangle$ . Радиационные сдвиги квазиэнергий изменяют боковые спектральные линии следующим образом:

$$E_2 - E_1 \to E_2 + \Delta E_2 - (E_1 + \Delta E_1) = \omega + \Omega_R - (2|V_{12}|^2/\Omega)(\Delta_1 + \Delta_2),$$
 (41)

$$2\omega - (E_2 - E_1) \rightarrow \omega - \Omega_R + \left(2|V_{12}|^2/\Omega\right)\left(\Delta_1 + \Delta_2\right). \tag{42}$$

#### б) Спектр поглощения пробного поля.

Рассматривается трехуровневая атомная система (см. рис.2), в которой состояния  $|\phi_1\rangle$  и  $|\phi_2\rangle$  связаны интенсивным лазерным полем на частоте  $\omega$  и исследуется спектр поглощения на смежном переходе  $|\phi_2\rangle \rightarrow |\phi_3\rangle$ . В такой схеме спектр поглощения пробного поля на частоте  $\nu$  вблизи  $\nu \approx \omega_{32}$  имеет два пика на частотах

$$v_1 = \omega_3 - E_2 = \omega_{32} + (\delta - \Omega)/2, \ v_2 = \omega_3 - (E_1 + \omega) = \omega_{32} + (\delta + \Omega)/2$$
 (43)

вследствие динамического штарковского расщепления атомного состояния  $|\phi_2\rangle$  в лазерном поле. Радиационные сдвиги квазиэнергий изменяют эти спектральные линии следующим образом:

$$V_{1R} = \omega_{3R} - (E_{2R} - F) = \omega_{3R} - \omega_{2R} + (\delta_R - \Omega_R)/2 + F,$$
 (44)

$$V_{2p} = \omega_{3p} - (E_{1p} + \omega + F) = \omega_{3p} - \omega_{2p} + (\delta_p + \Omega_p)/2 - F.$$
 (45)

Легко заметить, что интервал между дублетными спектральными линиями  $\nu_{2R} - \nu_{1R} = \Omega_R - 2F$  не содержит атомных уровней энергий, но содержит вклады лазерных эффектов в радиационных сдвигах, как поправки к частоте Раби.

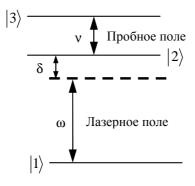


Рис.2. Схема для исследования спектра поглощения пробного поля на смежном резонансном атомном переходе.

Оценим порядок лазерных эффектов в радиационных сдвигах, т.е. величину F, по сравнению с обычными радиационными сдвигами  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ . Для этого, вводя характеристическую энергию  $\epsilon_j$  (j=1,2), преобразуем суммы в (38), (39) как

$$F = (2\alpha/3\pi m^2)(|V_{12}|^2/\Omega)(\langle \phi_1 | \mathbf{p}^2 | \phi_1 \rangle \log(m/\epsilon_1) + \langle \phi_2 | \mathbf{p}^2 | \phi_2 \rangle \log(m/\epsilon_2))$$
(46)

Анализ показывает, что для сильных полей ( $|V_{12}| >> \delta$ ) или малых расстроек величина F подавлена по сравнению с  $\delta_1$  или  $\delta_2$  как отношение взаимодействия атома с лазерным полем к характерной атомной энергии  $\varepsilon_{at} \approx (Z\alpha)^2 m$ , т.е.  $F \approx \delta_{1,2} \xi_e$  где  $\xi_e = eF/2\omega mc$  есть параметр, описывающий взаимодействие связанного электрона с лазерным полем с напряженностью F. Существенно отметить, что эффекты лазерного поля в радиационных сдвигах атомных уровней по порядку величины являются линейными по параметру  $\xi_e$ , однако только для случая резонансных переходов.

#### Приложение А

Для получения формулы (30) рассмотрим следующее коммутационное соотношение:

$$\langle \langle \phi_n | \lceil \lceil \bar{H}, p \rceil, p \rceil | \phi_n \rangle \rangle,$$
 (A1)

в котором использовано обозначение (18). Здесь  $\bar{H} = H_S - i \left(\partial/\partial t\right)$  является эрмитовым оператором в пространстве обобщенных КЭС

$$\left| \phi_{m,s}(t) \right\rangle \rangle = \left| \phi_m(t) \right\rangle e^{iS\omega t} \tag{A2}$$

с квазиэнергиями  $E_m+S\omega$ , где  $S=0,\pm 1,\pm 2,...$ 

Отметим полноту этих состояний; для произвольного состояния имеем

$$\left| \psi(t) \right\rangle \rangle = \sum_{m,S} \left| \phi_{m,S} \right\rangle \rangle \langle \left\langle \phi_{m,S} \right| \left| \psi(t) \right\rangle \rangle, \tag{A3}$$

причем суммирование по гармоникам  $\exp(iS\omega t)$  приводит к  $\tilde{\delta}$ -функции в пространстве периодических функций:

$$\sum_{S=-\infty}^{\infty} e^{iS\omega(t-t')} = \tilde{\delta}(t-t'), \tag{A4}$$

$$\frac{1}{T} \int_{T/2}^{T/2} f(t) \tilde{\delta}(t-t') dt = f(t'). \tag{A5}$$

Состояния  $|\phi_{n,s}\rangle\rangle$  удовлетворяют уравнению

$$(H_S - i \partial/\partial t) |\phi_{n,s}\rangle\rangle = (E_n + S\omega) |\phi_{n,s}\rangle\rangle. \tag{A6}$$

Таким образом, получаем

$$\langle \langle \phi_n | \left[ \left[ \overline{H}_S, p \right], p \right] | \phi_n \rangle \rangle = 2 \sum_{m, S} \left| \mathbf{P}_{nm}^{(S)} \right|^2 (E_n - E_m - S\omega).$$
 (A7)

Вычисляя коммутационные соотношения для одноэлектронных атомных систем с гамильтанианом (19), получаем

$$\left\langle \left\langle \phi_{n} \middle| \left[ \left[ H_{S}, p \right], p \right] \middle| \phi_{n} \right\rangle \right\rangle = -e \left\langle \left\langle \phi_{n} \middle| \Delta U \left( r \right) \middle| \phi_{n} \right\rangle \right\rangle, \tag{A8}$$

откуда приходим к выражению (30).

Автор выражает благодарность В.И. Ритусу, U.D. Jentschura, J. Evers, and Ch.H. Keitel за многочисленные обсуждения. Данная работа была поддержана CRDF/NFSAT, грант UCEP 07/02 и МНТЦ, гранты A-1451 и A-1606.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. C.Itzykson, I.B.Zuber. Quantum Field Theory. McGraw-Hill, New York, 1980.
- 2. P.J.Mohr, B.N. Taylor. Rev. Mod. Phys., 72, 351 (2000).
- 3. J.Reichert, M.Niering, R.Holzwarth, M.Weitz, T.Udem, T.W.Hдnsch. Phys. Rev. Lett., 84, 3232 (2000).
- 4. **Г.Ю.Крючков.** ЖЭТФ, **83**, 1992 (1982).
- 5. **В.И.Ритус.** ЖЭТФ, **51**, 1544 (1966).
- 6. Ю.Б.Зельдович. ЖЭТФ, 51, 1006 (1966).
- 7. **N.B.Delone, V.P.Krainov.** Atom in strong laser fields. Springer ser. Chem. Phys., v. **28**, Springer, Berlin-Heidelberg, 1985.
- 8. U.D.Jentschura, J.Evers, M.Haas, Ch.H.Keitel. PRL, 91, 253601 (2003).
- 9. U.D.Jentschura, Ch.H.Keitel. Ann. Phys. (N4), 310, 1 (2004).
- 10. J.Evers, U.D.Jentschura, Ch.H.Keitel. PR, A70, 062111 (2004).
- 11. U.D.Jentschura, J.Evers, Ch.H.Keitel. Laser Physics, 15, 37 (2005).
- 12. **C.Cohen-Tannoudji, J.Dupout-Roc, G.Grynberg.** Atom-Photon Interactions, J. Willey and Sons, New York, 1992.
- 13. G.Yu.Kryuchkyan, U.D.Jentschura, J.Evers, Ch.H.Keitel. Modern Optics, 54, 1481 (2007).
- 14. С.Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. М., ИЛ, 1963.
- 15. Г.Ю.Крючкян. Изв. НАН Армении, Физика, 44, № 4 (2009).
- 16. U.D.Jentschura, J.Evers, M.Haas, Ch.H.Keitel. Phys. Rev. Lett., 82, 53 (1999).

#### QUANTUM ELECTRODYNAMICAL VACUUM EFFECTS FOR ATOMS IN A LASER FIELD

#### G.Yu. KRYUCHKYAN

Quantum electrodynamics (QED) radiative corrections to atomic levels in the presence of a monochromatic laser field are considered as the radiative corrections to quasi-energies. General expressions for the self-energetic part of the radiative corrections are obtained for an arbitrary multilevel atomic system. As an application, the QED radiative shifts of spectral lines are studied for the resonant atomic transitions.

## О МЕТОДЕ ПОДАВЛЕНИЯ ДИФРАКЦИОННЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ВБЛИЗИ ОБЛАСТИ ДИФРАКЦИОННОГО ОТРАЖЕНИЯ

#### А.А. ГЕВОРГЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 26 октября 2008 г.)

Рассмотрено распространение света через слой хирального фотонного кристалла с градиентными параметрами модуляции при наклонном падении. Задача решена методом сложения слоев Амбарцумяна. Показано, что при определенных условиях можно подавить дифракционные осцилляции вблизи области дифракционного отражения.

В последнее время большой интерес вызывают фотонные кристаллы (ФК) [1-3] - особый класс искусственных (а также самоорганизующихся) структур с периодическим изменением диэлектрических свойств в пространственном масштабе порядка оптической длины волны. Интерес к ФК обусловлен как их интересными физическими свойствами, так и их широким применением. Поскольку эти структуры создаются в основном искусственно, они могут быть созданы с наперед заданными свойствами, что приводит к постановке многочисленных задач теоретического и прикладного характера. Устройства на основе ФК отличаются такими свойствами, как малые размеры, малые потери, высокая надежность, совместимость с другими устройствами и т.д.

Большой интерес вызывают как идеально периодические ФК и квазикристаллы, так и ФК с дефектом в структуре и ФК с градиентными параметрами модуляции. Интерес к исследованию градиентных структур обусловлен рядом обстоятельств. В градиентных ФК наблюдается так называемое всенаправленное отражение (omnidirectional reflection). Эти системы обладают особенностями поглощения (излучения).

При взаимодействии света с конечным слоем ФК действуют два механизма дифракции: один – обусловленный дифракцией света на периодической структуре ФК и проявляющийся в образовании областей дифракционного отражения (ОДО), и другой – обусловленный дифракцией света в ограниченном объеме (из-за ограниченности объема, занятого слоем ФК) и проявляющийся в образовании дифракционных осцилляций типа маятниковых биений (хорошо известных в дифракции рентгеновских лучей) вблизи ОДО. Следует четко отличать эти осцилляции от интерференционных осцилляций при наличии диэлектрических границ, которые наблюдаются также при прохождении света через слой однородной среды. Они имеют разные периоды, как по частоте, так и по толщине. Осцилляции дифракционного происхождения наблюдаются также

при минимальном влиянии диэлектрических границ, т.е. при  $\overline{\epsilon} = \epsilon_s$  ( $\overline{\epsilon}$  -средняя диэлектрическая проницаемость  $\Phi$ K, а  $\epsilon_s$  - диэлектрическая проницаемость среды, ограничивающей с обеих сторон слой  $\Phi$ K), тогда как интерференционные осцилляции от диэлектрических границ в этом случае не наблюдаются.

Отметим, что при определенных условиях эти осцилляции могут иметь применения, однако в большинстве случаев они выполняют роль шума. Поэтому важной задачей может стать разработка методов подавления этих дифракционных осцилляций. Эти осцилляции не наблюдаются при отражении света от полупространства, заполненного  $\Phi K$ , а также при отражении от толстых слоев  $\Phi K$  при наличии значительного поглощения. Так как эти осцилляции обусловлены дифракцией света в ограниченном объеме, их можно подавлять, исключая влияние одной из границ слоя  $\Phi K$ , что и продемонстрировано нами ниже.

Рассмотрим отражение и пропускание света через конечный слой изотропного одномерного периодически модулированного кристалла. Пусть слой среды занимает пространство между плоскостями z=0 и z=d (d — толщина слоя). Ось модуляции совпадает с осью z. Здесь мы будем предполагать следующий закон изменения диэлектрической проницаемости среды:

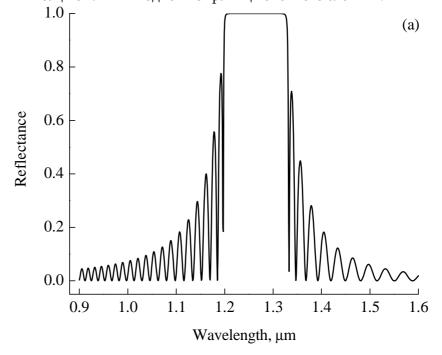
$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + a(z)\cos(2\pi z/\sigma),\tag{1}$$

где a(z) - глубина модуляции,  $\sigma$  - пространственный период модуляции. Отметим, что такая модуляция может быть создана, например, сильным световым или ультразвуковым полем в поглощающей среде, находящейся в тепловом градиентном поле или в электрическом поле, а также непосредственно молекулярно-лучевой эпитаксией, магнетронным напылением, голографическим записывающим устройством или электрохимическим травлением. Численные расчеты будем проводить по следующей схеме. Слой среды толщиной d разобьем на большое число тонких слоев с толщиной d, d, d, ..., d». Если их максимальная толщина достаточно мала, то можно считать, что параметры слоя постоянны в каждом слое. Эти слои будем сшивать методом сложения слоев Амбарцумяна [4,5].

На рис.1–4 представлены спектры отражения (а) и профили диэлектрической проницаемости (b) при  $a(z) = {\rm const}$  (рис.1 и 2), при  $a(z) = = \left(\left(a_{\rm max} - a_{\rm min}\right)/d\right)z + a_{\rm min}$  (рис.3 и 4) и в случаях минимального влияния диэлектрических границ (т.е. при  $\epsilon_s = \epsilon_0$ ; рис.1 и 3) и  $\epsilon_s = 1$  (рис.2 и 4). Как видно из представленных результатов, в случае наличия градиента глубины моду-ляции происходит некоторое уширение ОДО. Это обусловлено тем, что проис-ходит изменение эффективных коэффициентов преломления.

Здесь наблюдается интересный эффект, а именно, в случае  $a_{\min}=0$  ( $a_{\max}\neq 0$ )боковые к ОДО осцилляции отсутствуют. Они отсутствуют также при  $a_{\max}=0$  ( $a_{\min}\neq 0$ ).В данных случаях эти осцилляции не наблюдаются и при наклонном падении. Они не наблюдаются и при другом наклоне кривой a(z) а

также и при другом (нелинейном) законе изменения модуляции. Единственным условием является равенство нулю a(z) на одной из границ слоя  $\Phi$ K, что означает минимизацию влияния одной из границ конечного слоя  $\Phi$ K.



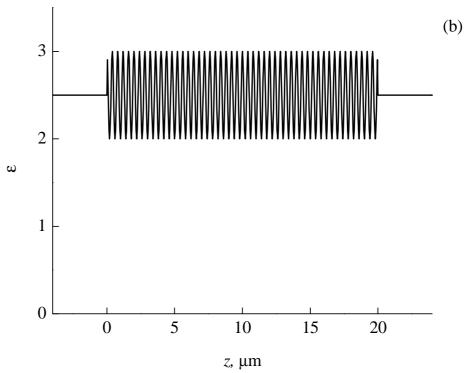
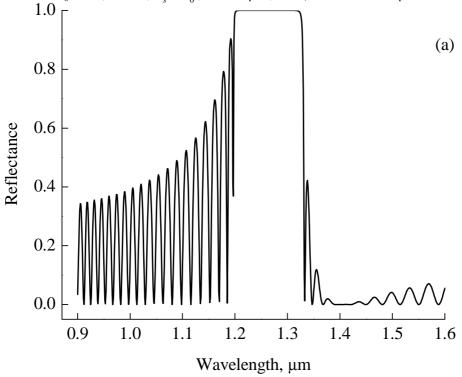


Рис.1. Зависимость коэффициента отражения R от длины волны  $\lambda$  (a) и профиль диэлектрической проницаемости  $\epsilon(z)$  (b) в случае отра-

жения света от слоя ФК с идеальной периодической структурой при минимальном влиянии диэлектрических границ. Параметры ФК таковы:  $\epsilon_0=2.5;~a=0.5;~\epsilon_s=\epsilon_0$ ;  $\sigma=0.4~\mu$  m; толщина слоя  $d=20~\mu$  m. 1.0  $\Gamma$ 



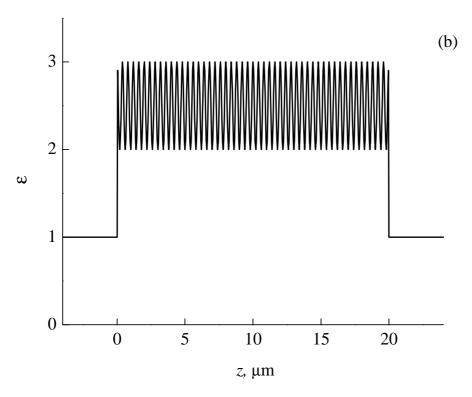
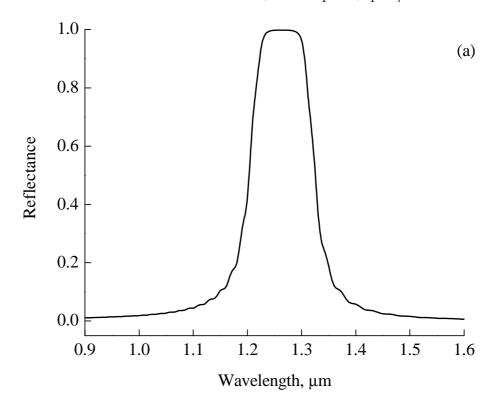


Рис.2. Те же зависимости, что и на рис. 1, при  $\, \epsilon_{\scriptscriptstyle S} = \! 1 \, . \,$ 



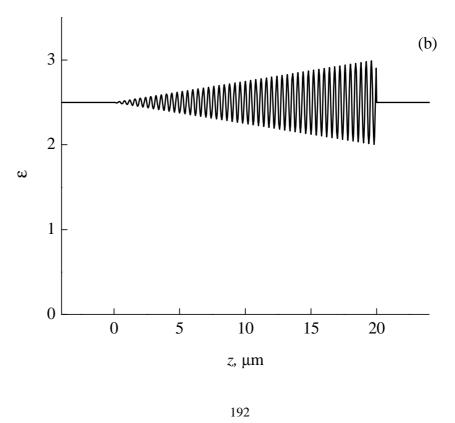
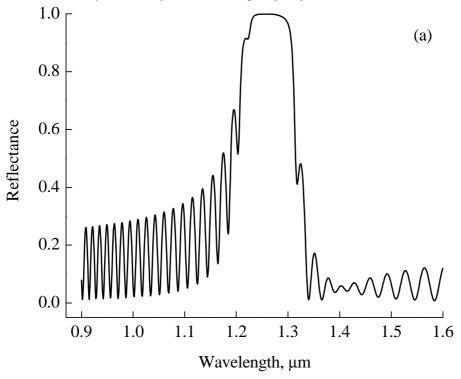


Рис.3. Те же зависимости, что и на рис.1, в случае линейного профиля изменения глубины модуляции ФК и при  $\varepsilon_s=\varepsilon_0$ .  $a_{\min}=0$ ;  $a_{\max}=0.5$ .



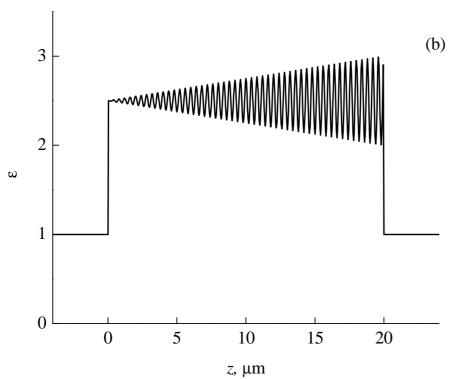


Рис.4. Те же зависимости, что и на рис.3, при  $\, \epsilon_{\scriptscriptstyle S} = 1 \, . \,$ 

Таким образом, мы получили решение для полупространства с конечным слоем  $\Phi K$ .

В заключение отметим, что полученные в данной работе результаты могут быть проверены в реальном эксперименте и могут быть использованы для создания широкополосных зеркал, всенаправленных отражателей, чисто оптических диодов и т.д. Отметим также, что в волноводной и волоконной технике для подавления осцилляций вне ФЗЗ применяют аподизирование [6-11].

Выражаю благодарность Армянскому Национальному Фонду Науки и Образования (ANSEF грант # 1264-PS) за частичную финансовую поддержку.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. J.Joannopoulos, R.Meade, J.Winn. Photonic Crystals. Princeton, Princeton Univ., 1995.
- 2. K.Sakoda. Optical Properties of Photonic Crystals. Berlin, Springer, 2001.
- 3. **S.G.Johnson, J.Joannopoulos.** Photonic Crystals: The Road from Theory to Practice. Boston, Kluwer, 2002.
- 4. A.H.Gevorgyan, K.V.Papoyan, O.V.Pikichyan. Opt. Spectrosc., 88, 586 (2000).
- 5. **A.H.Gevorgyan, M.Z.Harutyunyan.** Phys. Rev. E, **76**, 031701-9 (2007).
- 6. **P.S.Gross, H.Kogelnik.** Opt. Lett., **1**, 43 (1977).
- 7. **B. Malo, D.C. Johnson, et al.** Electr. Lett., **31**, 223 (1995).
- 8. **B.J. Eggleton, C.M. de Sterke, R.E. Slusher.** JOSA, B, **16**, 587 (1999).
- 9. D. Wiesmann, R. Germann, et al. JOSA B, 20, 417 (2003).
- 10. **D-D.Do, N.Kim, et al**. Appl. Opt., **43**, 4520 (2004).
- 11. W.C.L.Hopman, R.Dekker, et al. IEEE Phot. Techn. Lett., 18, 1855 (2006).

#### ԴԻՖՐԱԿՑԻՈՆ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՄԱՆ ՏԻՐՈՒՅԹԻ ՄՈՏ ԳՏՆՎՈՂ ԴԻՖՐԱԿՑԻՈՆ ՕՍՑԻԼՅԱՑԻԱՆԵՐԻ ՃՆՇՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿ

#### Ա.Հ. ԳԵՎՈՐԳՑԱՆ

Քննարկված է լույսի թեք անկումը մոդուլման գրադիենտային պարամետրերով քիրալ ֆոտոնային բյուրեղի շերտի վրա։ Խնդիրը լուծվել է շերտերի գումարման Համբարձումյանի եղանակով։ Ցույց է տրված, որ որոշակի պայմանների դեպքում հնարավոր է ձնշել դիֆրակ-ցիոն անդրադարձման տիրույթի մոտ գտնվող դիֆրակցիոն օսցիլյացիաները։

### METHOD OF SUPPRESSION OF DIFFRACTION OSCILLATIONS NEAR THE DIFFRACTION REFLECTION REGION

#### A.H. GEVORGYAN

Light oblique incidence onto the layer of a chiral photonic crystal with graded parameters of modulation is considered. The problem is solved by the Ambartsumian's layer addition method. It is shown that under certain conditions it is possible to suppress the diffraction oscillations near the diffraction region.

УДК 535.343.4

#### ИССЛЕДОВАНИЕ КВАДРАТИЧНОГО ЭФФЕКТА ШТАРКА НА ЛИНИИ *Љ* ATOMA RЬ

А.Д. САРГСЯН, А.С. САРКИСЯН, А.В. ПАПОЯН, Д.Г.САРКИСЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 15 января 2009 г.)

Экспериментально исследовано влияние электрического поля на атомные уровни сверхтонкой структуры линии  $D_2$  атома Rb, переходы  $5S_{1/2}$  -  $5P_{3/2}$ . Для этого разработана сапфировая ячейка с электродами внутри, с помощью которых создается постоянное электрическое поле. С помошью методики насыщения поглощения зарегистрированы частотные сдвиги всех 12 атомных переходов линии  $D_2$ . Проведено сравнение полученных результатов с теорией.

#### 1. Введение

Хорошо известно, что во внешнем постоянном электрическом поле происходит сдвиг атомных уровней. Это явление называется Штарк-эффектом (ШЭ), и оно детально изучено в случае атома водорода, для которого имеет место линейный ШЭ, когда сдвиг атомных уровней пропорционален величине напряженности электрического поля [1]. Для атомов щелочных металлов линейный ШЭ отсутствует и наблюдается квадратичный ШЭ [1]. До сих пор это явление изучено значительно слабее, чем эффект Зеемана (поведение атомных уровней во внешнем магнитном поле), из-за трудностей экспериментальной реализации. К примеру, для атомов щелочных металлов для достижения измеряемых сдвигов атомных уровней  $^{\sim}10\text{--}20~\mathrm{M}\Gamma$ ц (для первой  $D_{\!\scriptscriptstyle 2}$  линии) необходимо приложить электрическое поле  $E^{\sim}$  10 кВ/см, а также необходимо реализовать методику, которая позволила бы измерять сдвиги ~10-20 МГц, в то время как доплеровская ширина атомных переходов в ячейке, содержащей пары атомов металла, составляет ~500 МГц [2]. Для того чтобы обойти большую величину доплеровского уширения и работать с шириной линии, близкой к натуральной ширине (несколько МГц), используют сложную технику с использованием атомного пучка. Для получения коллимированного атомного пучка используют металлическую трубу длиною в несколько метров, в которой должен поддерживаться высокий вакуум, а также электрические вводы и выводы (для создания электрического поля) должны быть вакуум-плотными. Этими техническими сложностями обусловлено наличие малого количества работ, в которых проведено исследование квадратичного ШЭ для атомов щелочных металлов [3]. Поскольку атомы Rb в настоящее время активно используются во многих экспериментах [4], то экспериментально измеренные величины частотных сдвигов сверхтонкой структуры представляют большой интерес.

В настоящей работе показано, что с помощью оптической ячейки, заполненной Rb, внутри которой находятся вакуум-плотно впаянные электроды, используя узкополосные, непрерывные, перестраиваемые по частоте диодные лазеры, а также методику насыщения поглощения атомных переходов, возможно изучение ШЭ и определение констант частотных сдвигов ШЭ для атомных переходов.

#### 2. Методика эксперимента и теоретическая модель

С целью изучения ШЭ была разработана лейкосапфировая ячейка (ЛЯ) с Rb (столб паров атомов имеет длину 1 см), внутри которой находятся вакуумплотно впаянные электроды, изготовленные из титана толщиной 50 мкм (расстояние между электродами I=5 мм), к которым припаяны ниобиевые проволоки, через которые подается напряжение 5 кВ или 7.5 кВ на электроды. Прикладываемое постоянное электрическое поле составляло E=10 кВ/см или 15 кВ/см. В настоящем эксперименте ЛЯ использовалась при комнатной температуре, однако конструкция допускает нагрев до температуры  $\sim 350$ ° С, что может быть необходимым при исследовании ШЭ высоколежащих атомных уровней.

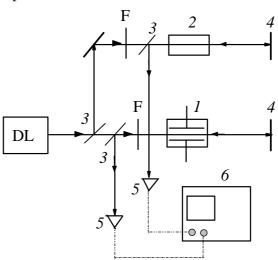


Рис.1. Схема экспериментальной установки: DL - диодный лазер, 1 - ячейка с Rb и электродами, 2 - ячейка с Rb, 3 - полупрозрачные зеркала, 4 - 100% зеркала, 5 -фотоприемники, 6 - осциллограф Tektronix.

Схема экспериментальной установки приведена на рис.1. Часть излучения непрерывного диодного лазера ( $\lambda = 780$  нм, спектральная ширина  $^{\sim}5$  МГц, мощность  $^{\sim}20$  мВт) направлялась параллельным пучком ( $\emptyset = 1$ мм) между электродами ЛЯ с Rb, и с помощью зеркала 4 (отражение от зеркала формирует "пробный пучок") осуществлялась известная методика насыщения поглощения (НП) [5,6]. Для измерения величин сдвигов атомных уровней в ячейке с элек-

тродами, вторая часть излучения лазера направлялась на ячейку с Rb длиною 3 см, и также с помощью зеркала 4 осуществлялась методика НП. Спектр, полученный на этой ячейке, являлся частотным репером. Как известно [5,6], методика НП позволяет получить спектр резонансного поглощения пробного пучка с суб-доплеровским разрешением, близким к натуральной ширине атомного перехода  $\sim$  6 МГц (обе ячейки имели комнатную температуру). Излучения пробных пучков НП регистрировались фотоприемниками 5, сигналы с которых подавались на двухлучевой осциллограф Tektronix TDS 3032B.

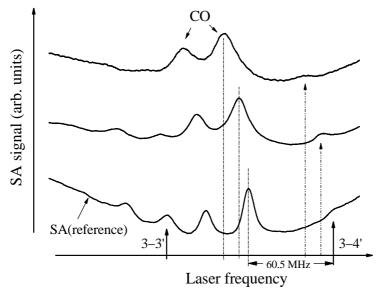


Рис.2. Спектры НП для атомных переходов между уровнями атомов  $^{85}$ Rb,  $F_{\rm g}=3 {\to} F_{\rm e}$  =2,3,4: верхняя кривая - в случае E=15 кВ/см, средняя кривая - E=10 кВ/см, нижняя кривая - реперная при E=0.

На рис.2 показаны спектры НП для атомных переходов между уровнями сверхтонкой структуры атомов <sup>85</sup>Rb (здесь и далее речь идет об оптическом диапазоне), а именно, переходы  $F_{\rm g}$  =  $3 \rightarrow F_{\rm e} = 2,3,4$ : верхняя кривая - в случае когда между электродами создается электрическое поле E = 15 кB/см, средняя кривая - в случае E = 10 кB/см, нижняя кривая реперная при E = 0. Как известно [5,6], в спектрах НП для  $D_2$ линии <sup>85,87</sup>Rb регистрируется 6 пиков уменьшенного поглощения, три из которых формируются на атомных переходах сверхтонкой структуры, а другие три, так называемые "crossover" резонансы (на рисунке отмечены CO), формируются на частотах, расположенных между атомными переходами. На верхних двух спектрах отчетливо виден "красный" сдвиг (то есть уменьшение частоты) всех пиков по сравнению со спектром нижней, реперной ячейки. Нетрудно видеть, что увеличение велчичины E в 1.5 раза приводит к возрастанию частотного сдвига примерно в 2 раза. Отметим, что в тех случаях, когда пик уменьшенного поглощения на атомном переходе слабо выражен, сдвиг частоты может быть определен также по сдвигу СО (который, как правило, имеет большую амплитуду). В этом случае частотный сдвиг СО содержит сдвиг двух атомных уровней, между которыми СО расположен; к примеру, для  $F_{\rm g}=3 {\to} F_{\rm e}=3,4$  правый СО на рис.2 расположен по частоте точно между переходами  $F_{\rm g}=3 {\to} F_{\rm e}=3$  и  $F_{\rm g}=3 {\to} F_{\rm e}=4$  и его частотный сдвиг равен  $\Delta({\rm CO})=\{\Delta(3-4')+\Delta(3-3')\}/2$ . Следовательно, определив  $\Delta({\rm CO})$  и частотный сдвиг одного из уровней  $\Delta(3-4')$ , можно определить  $\Delta(3-3')$ .

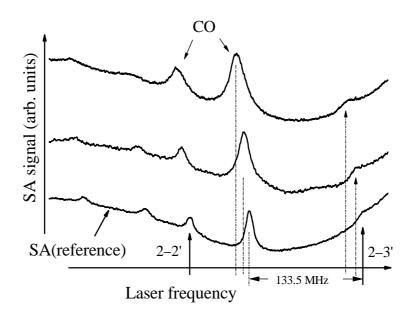


Рис.3. Спектры НП для атомных переходов между уровнями атомов  $^{87}{\rm Rb},~F_{\rm g}=2{\to}F_{\rm e}=1,2,3$ : верхняя кривая - в случае E =15 кВ/см, средняя кривая - E =10 кВ/см, нижняя кривая - реперная при E = 0.

На рис.З представлены спектры НП для атомных переходов между уровнями сверхтонкой структуры атомов <sup>87</sup>Rb,  $F_{\rm g} = 2 \rightarrow F_{\rm e}$ = 1,2,3: верхняя кривая- в случае, когда электрическое поле E =15 кВ/см, средняя кривая -в случае E = 10 кВ/см, нижняя кривая - реперная, при E = 0. На верхних двух спектрах отчетливо виден "красный" сдвиг, то есть уменьшение частоты всех пиков по сравнению с реперным спектром. Также нетрудно видеть, что увеличение величины E в 1.5 раза приводит к возрастанию примерно частотного сдвига ли измерены также "красные" сдвиги для атомных переходов между уровнями сверхтонкой структуры  $^{85}$ Rb,  $F_{\rm g}=2 \rightarrow \tilde{F}_{\rm e}=1,2,3$ и  $^{87}$ Rb,  $F_{\rm g} = 1 \rightarrow F_{\rm e} = 0,1,2$ , то есть частотные сдвиги были измерены для всех 12 атомых переходов линии D2. Экспериментальные результаты приведены в табл.1.

Таблица 1

<sup>85</sup> Rb					
	частотный сдвиг, МГц				
$F_{ m g} \!$	15 кВ/см		10 кВ/см		Константа частотного сдвига (эксперимент), Гц/(В/см)²
	эксперимент	теория	эксперимент	теория	
3→4'	$-20.5\pm1$	-18.2	-9±1	-8,1	$-0.091\pm0.004$
3→3'	-18.5±1	- 14.1	-7±1	-6.3	$-0.079\pm0.004$
3→2'	-16.5±1	-11.9	-5.5±1	-5.2	-0.068±0.001
2→3'	-12.5±1	- 14.1	-6±1	-6.3	-0.057±0.002
2→2'	-8±1	-11.9	-4±1	-5.2	-0.038±0.002
2→1'	-7.5±1	- 15.9	-4±1	-7.0	-0.037±0.002
<sup>87</sup> Rb					
	частотный сдвиг, МГц				
$F_{ m g}\!$	15 кВ/см		10 кВ/см		Константа
	эксперимент	теория	эксперимент	теория	частотного сдвига (эксперимент), Гц/(В/см) <sup>2</sup>
2→3'	19.5±1	- 18.7	-9±1	-8.3	$-0.088 \pm 0.004$
2→2'	-18.5±1	-15	-7±1	-6.7	-0.079±0.004
2→1'	-17.5±1	-11.4	-4±1	-5.1	$-0.067\pm0.004$
1→2'	- 17±1	-15	-5.5±1	-6.7	$-0.069\pm0.004$
1→1'	-16±1	-11.4	-3.5±1	-5.1	$-0.06\pm0.004$
1→0'	-11±1	_	-1.5±1		-0.039±0.004

Проведем сравнение эксперимента с теорией, используя формулу (31) из работы [7]:

$$\Delta v = -0.5E^2 \left( \alpha_0^P + \alpha_2^P k - \alpha_0^S \right), \tag{1}$$

где 
$$k=\frac{\left[3m_{F}^{2}-F\left(F+1\right)\right]\left[3X\left(X-1\right)-4F\left(F+1\right)J\left(J+1\right)\right]}{\left(2F+3\right)\left(2F+2\right)F\left(2F-1\right)J\left(2J-1\right)}$$
,  $\Delta$ v— частотный сдвиг

(в Гц) атомного перехода, X = F(F+1) + J(J+1) - I(I+1), где F, J, I – известные квантовые числа, характеризующие атомный уровень с учетом сверхтонкого расщепления [7],  $\alpha$  – поляризуемости для нижнего  $5S_{1/2}$  и верхнего  $5P_{3/2}$  уровней:  $\alpha_0^S = 0.0794162$   $\Gamma$ ц/(B/см) $^2$ ,  $\alpha_0^P = 0.213$   $\Gamma$ ц/(B/см) $^2$ ,  $\alpha_2^P = -0.04$   $\Gamma$ ц/(B/см) $^2$ , J = 1.5, F = 4, J = 2.5 (для  $^{85}$ Rb), J = 1.5 (для  $^{87}$ Rb). Величины,

рассчитанные по формуле (1) для  $m_F = 0$ , приведены в табл.1 (графа "теория"). Отметим также, что формула (1) правильно описывает частотный сдвиг атомного уровня, когда величина сдвига значительно меньше, чем частотное расстояние правой между верхними уровнями. колонке приведены экспериментальные величины  $\alpha$ , которые при умножении на  $E^2$  (B/cm) дают непосредственно величину сдвига в  $\Gamma$ ц для атомного перехода (для F=0, формула (1) неприменима). Отметим, что для значениий  $m_F = 1,2,3,4$  (на ШЭ влияет модуль величины  $m_{\vec{r}}$ ) частотные сдвиги, рассчитанные по формуле (1), отличаются от значений для  $m_F = 0$  на несколько М $\Gamma$ ц, однако ограниченное частотное разрешение метода НП (~6 МГц) не позволяет регистрировать эту субструктуру, и наблюдается лишь дополнительное спектральное уширение (наряду с частотным сдвигом) пиков уменьшенного поглощения, приведенных на рис.2 и 3, по сравнению с реперным спектром (это приводит к ухудшению точности при сравнении эксперимента с теорией) [7]. Отметим, что при определении величины электрического поля E (которое вычисляется по формуле  $U/\Lambda$ ) неточность может возникнуть из-за неточного определения U. Как показано в [8], на внутренней поверхности ячейки образуются тонкие слои металлического Сs (в нашем случае Rb), по которым, при наличии высокого напряжения, может протекать ток утечки. При U > 10 кВ это регистрируется и в нашем случае: наблюдается пристеночный разряд между электродами внутри ячейки.

#### 3. Заключение

Впервые продемонстрировано, что с помощью доступных узкополосных, непрерывных, перестраиваемых по частоте диодных лазеров и ячейки, заполненной металлическим Rb, со впаянными электродами, используя методику HП, возможно наблюдение Штарк-эффекта. Определены константы частотных сдвигов для всех 12 атомных переходов  $D_2$  линии (переходы  $5S_{1/2} - 5P_{3/2}$ ). Приведенная методика может быть также успешно применена для исследования ШЭ для высоколежащих уровней Rb, а также для атомов Cs, Na и K.

Авторы благодарны Т.С.Варжапетяну за полезные обсуждения и В.В.Бабушкину за помощь при подготовке рукописи. Работа частично финансирована Республиканскими грантами  $N^{\circ}$  100 и  $N^{\circ}$  108.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. **Е.Б.Александров, Г.И.Хвостенко, М.П.Чайка.** Интерференция атомных состояний. М., Наука, 1991.
- 2. **C.Krenn, W.Scherf, O.Khait, M.Musso, L.Windholz.** Zeitschrift für Physik D, Atoms, Molecules and Clusters, **41**, 229 (1997).
- 3. В.Демтредер. Лазерная спектроскопия. М., Наука, 1985.
- 4. **D.Meschede.** Optics, Light and Lasers. Wiley-VCH Verlag, 2007.
- 5. C.Wieman, T.Hansch. Phys. Rev. Lett., 36, 1170 (1976).
- 6. G.Moon, H.-R.Noh. JOSA B, 25, 701 (2008).
- 7. **A.Steck.** Rb and Cs line data, http://steck.us/alkalidata.
- 8. **A.V.Papoyan, J.Guena, M.Lintz, M.A.Bouchiat.** Eur. Phys. J. A, **19**, 15 (2002).

### ՇՏԱՐԿԻ ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆԸ Rb-Ի ԱՏՈՄԱԿԱՆ $D_2$ ԳԾԻ ՀԱՄԱՐ

Ա.Դ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ա.Ս. ՍԱՐԿԻՍՅԱՆ, Ա.Վ. ՊԱՊՈՅԱՆ, Դ.Հ. ՍԱՐԿԻՍՅԱՆ

Հետազոտված է էլեկտրական դաշտի ազդեցությունը Rb-ի  $5S_{1/2}$ – $5P_{3/2}$   $D_2$  ատոմական գծի գերնուրբ կառուցվածքի անցումների վրա։ Այդ նպատակով մշակվել է շափյուղե բջիջ, ներսում գտնվող մետաղյա էլեկտրոդներով, որոնց օգնությամբ կիրառվել է հաստատուն էլեկտրական դաշտ։ «Կլանման հագեցման» եղանակի օգնությամբ գրանցվել են Rb-ի  $D_2$  գծի գերնուրբ կառուցվածքի բոլոր 12 ատոմական անցումների հաձախային շեղումները։ Կատարված է ստացված արդյունքների համեմատությունը տեսության հետ։

### INVESTIGATION OF QUADRATIC STARK EFFECT ON Rb $\mathcal{D}_2$ ATOMIC LINE

#### A.D. SARGSYAN, A.S. SARKISYAN, A.V.PAPOYAN, D.H. SARKISYAN

Experimental investigation of the influence of an electric field on the atomic transitions of Rb  $5S_{1/2}$ –  $5P_{3/2}$ ,  $D_2$  line has been performed. For this purpose a sapphire cell with internal electrodes, which are used to apply a dc electric field, was developed. With the help of Saturation Absorption technique, atomic frequency shifts of all the 12 atomic transitions of Rb  $D_2$  line were measured. A comparison of obtained results with the theory is carried out.

## О МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА МЕЖДУ НЕСМЕШИВАЮЩИМИСЯ ЖИДКОСТЯМИ

#### Э.Г. ГЕВОРГЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 2 февраля 2009 г.)

В процессе пересечения покрытой металлическим слоем конической вершиной оптического волокна границы раздела несмешивающихся жидкостей регистрируется всплеск выходной мощности излучения. Это явление обусловлено резонансной перекачкой волновой энергии из внутреннего канала во внешний, чему способствует образование мениска на границе раздела в окрестности вершины. Этот метод изучения дает информацию о поверхности раздела между несмешивающимися жидкостями и о процессе формирования адсорбционных слоев.

#### 1. Введение

Последние исследования в биологии, химии и медицине свидетельствуют о необходимости создания устройств, которые позволят изучать границу раздела жидкостей в микрообъемах, не разрушая изучаемые образцы. К таким устройствам относятся сенсоры, созданные на основе оптического волокна, которые, благодаря ряду их особенностей, весьма интересны и перспективны. К этим качествам относятся возможность многомодового распространения, интерференционная чувствительность, стабильность к электромагнитным шумам, легкость и малые габариты, что позволяет изготовлять сенсоры с высокой разрешающей способностью [1-5].

Одной из разновидностей оптоволоконных сенсоров является покрытая металлическим слоем коническая вершина оптического волокна, которая в микроскопии ближнего поля используется как сканирующий зонд. Такая структура имеет много интересных физических свойств [6-11].

В настоящей работе будет показано, что подобную структуру можно использовать для исследования границы раздела двух несмешивающихся жидкостей.

#### 2. Метод исследования

В основе предложенного метода лежит то обстоятелство, что в ходе пересечения границы раздела в окрестности вершины волокна может образоваться мениск. Иными словами, с вершиной оптического волокна во вторую жидкость входит также слой первой жидкости. В результате образуется структура, которая имеет два волноводных канала (рис.1). Первым из них является сердцевина

оптического волокна (внутренний волновод), по которому изначально распространяется световое излучение. Вторым каналом является слой первой жидкости (внешний волновод). Отметим, что для образования внешнего волноводного канала необходимо, чтобы показатель преломления первой (исследуемой) жидкости превосходил величину показателя преломления второй жидкости.

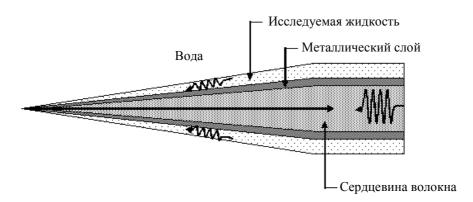


Рис.1. Продольное сечение волокна, покрытого металлическим и диэлектрическим слоями.

Когда металлический слой относительно тонкий, то внутренний и внешние волноводы могут резонансно связываться, в результате чего энергия из одного волноводного канала перейдет ко второму. Такая передача произойдет только в случае, если волновые векторы мод очень близки. При отсутсвии связи между волноводными каналами основная часть световой энергии внутреннего канала отражается и выходящая из вершины волокна мощность излучения мала. В условиях же резонансной связи между волоноводными каналами, большая часть энергии переходит во внешний волноводный канал и излучается из вершины оптического волокна. Примечательно, что резонансное связывание между каналами имеет место лишь при определенных толщинах слоя первой жидкости, когда волновые векторы внутренней и внешней мод выравниваются [12].

Так как угол конуса остоется неизменным, то в реальных условиях резонансный переход можно обнаружить, меняя толщину диэлектрического слоя (исследуемой жидкости). Такой слой можно получить в процессе пересечения вершиной волокна границы раздела двух жидкостей. Из-за разности величин поверхностного натяжения образуется слой жидкости (мениск), который меняет свою форму в ходе движения вершины волокна. Поскольку волновой вектор внешней моды зависит от толщины диэлектрического слоя и, следовательно, от формы мениска, то при определенном положении вершины относительно границы жидкостей волновые векторы выравниваются. В это время происходит резонансная перекачка энергии от одной моды к другой и наблюдается резкое возрастание выходящей из вершины оптического волокна световой мощности [12].

Исследуемая структура образуется в результате соприкосновения трех сред – металлической вершины волокна и двух несмешивающихся жидкостей,

одна из которых изучаемая жидкость, а другая – вода. Пусть  $\sigma_{13}$  – поверхностное натяжение между волокном и водой,  $\sigma_{12}$  – между волокном и исследуемой жидкостью (ИЖ), а  $\sigma_{23}$  – между двумя жидкостями. Исследуемые здесь процессы наиболее ярко проявляются в условиях полной смачиваемости ИЖ металлической поверхности оптического волокна, когда  $\sigma_{13} > \sigma_{12} + \sigma_{23}$ . Примечательно, что именно этот случай наиболее интересен с физической точки зрения, так как предполагает образование дополнительного адсорбированного слоя на поверхности волокна [13].

#### 3. Эксперимент

Излучение полупроводникового лазера мощностью  $30\,$  мВт и длиною волны  $690\,$  нм вводится в оптическое волокно диаметром  $100\,$  мкм. Угол конуса вершины волокна составляет  $20^\circ$  и покрыт алюминиевым слоем толщиной  $50\,$ нм. Вершина волокна с помощью пьезоэлемента перемещается в кювете с ша-

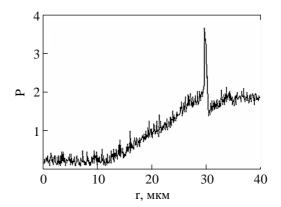


Рис.2. Вершина волокна пересекает границу раздела очередностью толуол-вода. r — расстояние вершины волокна относительно плоскости раздела, а P — относительная величина мощности излучения.

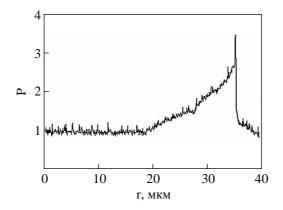


Рис.3. Вершина волокна пересекает границу раздела бензол—вода. r — расстояние вершины волокна относительно плоскости раздела, а P — относительная величина мощности излучения.

гом 0,25 мкм. В течение каждого шага мощность выходящего из вершины волокна излучения 10<sup>4</sup> раз регистрируется и усредняется. В качестве исходной жидкости используется вода, а в качестве ИЖ поочередно используются толуол, бензол и гексан. В эксперименте всплеск выходной мощности излучения наблюдается только в том случае, когда вершина волокна пересекает границу раздела из толуола или бензола в воду (рис.2,3). В случае же использования в качестве ИЖ гексана пика выходной мощности не наблюдается как при переходе из гексана в воду, так и при переходе из воды в гексан (рис.4).

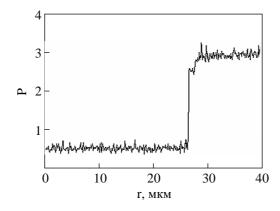


Рис.4. Вершина волокна пересекает границу раздела гексан—вода. r — расстояние вершины волокна относительно плоскости раздела, а P — относительная величина мощности излучения.

В первых двух случаях выполняются два необходимых условия для обеспечения резонансной перекачки световой энергии из внутреннего волновода во внешний. Во-первых, показатели преломления как толуола ( $n_{\text{толуол}}=1,497$ ), так и бензола ( $n_{\text{бензол}}=1,501$ ) превосходят показатель преломления воды ( $n_{\text{H}_2\text{O}}=1,333$ ). Во-вторых, эти жидкости полностью смачивают металлическую поверхность волокна, что обеспечивает плавное изменение формы мениска в процессе пересечения волокном границы раздела.

В случе же гексана ( $n_{\text{гексан}} = 1,375$ ) не наблюдается полной смачиваемости металлической поверхности, а краевой угол существенно отличен от нуля. При таких условиях эксперимента резонансной перекачки волновой энергии не наблюдается.

#### 4. Заключение

Таким образом, с помощью покрытой металлическим слоем конической вершины оптического волокна можно изучить поверхность раздела между несмешивающимися жидкостями, определить поверхностные натяжения, а также исследовать процесс формирования адсорбционных слоев.

Автор выражает благодарность профессору Х.В. Неркараряну за предложенную тему и обсуждение результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. N.A.Janunts, Kh.V.Nerkararyan. Appl. Phys. Lett., 79, 299 (2001).
- 2. M.De Serio, A.N.Bader, et al. Chem. Phys. Lett., 380. 47 (2003).
- 3. N.A.Janunts, K.Baghdasaryan, Kh.Nerkararyan, B.Hecht. Opt. Comm., 253, 118, (2005).
- 4. M.De Serio, H.Mohapatra, R.Zenobi, V.Deckert. Chem. Phys. Lett., 417, 452 (2006).
- 5. T.Abrahamyan, E.Janunts, Kh.Nerkararyan. Appl. Optics, 45, 81 (2006).
- 6. **O.Wright, N.Nishiguch.** Appl. Phys. Lett., **71**, 626 (1997).
- 7. P.Mazern, J.Loubet. Tribol. Lett., 7, 199 (1999).
- 8. D.Maugis. Contact, adhesion and rupture of elastic solids. Berlin, Springer, 2000.
- 9. G.Yaralioglu, F.Degertekin, K.Crozier, C.Quate. J. Appl. Phys., 87, 7491 (2000).
- 10. J.Turner, J.Wiehn. Nanotechnology, 12, 322 (2001).
- 11. **T.Abrahamyan, Kh.Nerkararyan.** Phys. Lett. A, **364**, 494 (2007).
- 12. **Т.Абрамян.** Ученые записки ЕГУ, **1**, 64 (2006).
- 13. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика, ч. 1. М., Наука, 1976.

#### ԵՐԿՈՒ ՉԽԱՌՆՎՈՂ ՀԵՂՈՒԿՆԵՐԻ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՄԱՀՄԱՆԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻ ՄԱՍԻՆ

#### Է.Գ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Մետաղական շերտով պատված օպտիկական մանրաթելի կոնաձև գագաթի երկու չխառվող հեղուկների բաժանման սահմանը հատելու ընթացքում գրանցվում է ելքային ձառագայթման հզորության կտրուկ աձ։ Այս երևույթը պայմանավորված է ներքին ալիքատարից արտաքին ալիքային էներգիայի ռեզոնանսային արտամղմամբ, որին նպաստում է ման-րաթելի գագաթի մերձակայքում, հեղուկների սահմանի վրա մենիսկի ձևավորումը։ Այս եղանակը թույլ է տալիս ուսումնասիրել երկու չխառնվող հեղուկների բաժանման մակերևույթը և ադսորբացիոն շերտերի ձևավորումը։

### ON THE METHOD OF INVESTIGATION OF THE INTERFACE BETWEEN TWO IMMISCIBLE LIQUIDS

#### E.G. GEVORGYAN

When the conic top of an optical fiber covered with a metal layer is crossing the boundary of interface between two immiscible liquids, a splash of output power of radiation is registered. This phenomenon is caused by resonant transfer of energy from the internal channel into external, which is promoted by the meniscus formation on the boundary of interface in the top vicinity. This method of research gives concept on the surface of interface between immiscible liquids and on the process of adsorptive layers formation.

#### ВЛИЯНИЕ ВЗАИМНОЙ ДИФФУЗИИ Al И Ga НА ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ GaAs/Ga1-xAlxAs

#### В.Н. МУГНЕЦЯН, А.А. КИРАКОСЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 15 декабря 2008 г.)

В рамках метода модифицированного потенциала Вуда—Саксона исследовано влияние взаимной диффузии атомов Al и Ga на ограничивающий потенциал и зонную структуру трехмерной сверхрешетки, состоящей из изначально сферических квантовых точек GaAs/Gal-xAlxAs. Показано, что диффузия приводит к исчезновению сферической симметрии составляющих сверхрешетку квантовых точек и к уширению энергетических минизон сверхрешетки.

#### 1. Введение

Исследование влияния взаимной диффузии компонент полупроводниковых гетероструктур на электронные и оптические свойства квантовых точек (КТ) представляет большой интерес, особенно с точки зрения прикладной физики. Имеются многообещающие результаты, касающиеся применения взаимной диффузии, индуцированной быстрым термическим отжигом на послеростовом этапе с целью создания устройств с контролируемыми параметрами [1-6]. Проведенные в работах [7,8] теоретические расчеты указывают на увеличение порога поглощения КТ вследствие диффузии, что соответствует голубому смещению спектра фотолюминесценции, наблюденному на опыте [6].

В настоящее время ведутся интенсивные исследования в области технологий по получению упорядоченных систем – двумерных [9-11] и трехмерных [12,13] сверхрешеток (СР), состоящих из КТ почти одинаковой формы и размеров, с целью их применения, в частности, в солнечных элементах и лазерах на КТ.

Появились теоретические работы, посвященные исследованию электронных и оптических свойств сверхрешеток из квантовых точек (СРКТ) [14,15]. Так, например, в [14] вычислены сверхрешеточные минизоны в зоне проводимости и валентной зоне трехмерной СР, состоящей из КТ, имеющих форму параллелепипеда, а в [15] изучено влияние внешнего электрического поля на коэффициент поглощения света однослойной СР, состоящей из сферических КТ. В этих работах применяется модель КТ с прямоугольным ограничивающим потенциалом. Однако взаимная диффузия составляющих гетероструктуру компонент, а также поля внутренних напряжений, приводят к сглаживанию профиля

ограничивающего потенциала КТ, что приводит к значительным изменениям различных характеристик систем, состоящих из КТ [16-18].

В данной работе исследовано влияние взаимной диффузии атомов Al и Ga на ограничивающий потенциал и минизонную структуру трехмерной СР, состоящей из изначально сферических КТ GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As. Показано, что вследствие диффузии сферическая симметрия КТ, составляющих СР, исчезает, а квантовое взаимодействие между ними усиливается, что приводит к значительному изменению минизонной структуры СР. Расчеты проведены в рамках метода сильной связи с применением модифицированного потенциала Вуда—Саксона для описания потенциала отдельной КТ.

#### 2. Потенциал сверхрешетки

Рассмотрим влияние диффузии атомов алюминия и галлия на ограничивающий потенциал сверхрешетки, состоящей из изначально сферических КТ  $Ga_{l,x}Al_xAs/GaAs$  .

Трехмерное уравнение диффузии с начальным условием

$$x(\mathbf{r},0) = x_0 \left\{ 1 - \sum_{\mathbf{r}_i} \theta(\mathbf{r}_0 - |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|) \right\}$$
 (1)

можно решить аналогично случаю одиночной КТ [7,17], в результате чего для концентрации диффундирующих атомов получаем:

$$x(\mathbf{r}, L) = x_0 - \frac{x_0 L}{2\sqrt{\pi}} \sum_{\mathbf{r}_i} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|} \left\{ \exp\left[ -\left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| + r_0}{L}\right)^2 \right] - \exp\left[ -\left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| - r_0}{L}\right)^2 \right] \right\} - \frac{x_0}{2} \sum_{\mathbf{r}_i} \left[ \Phi\left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| + r_0}{L}\right) + \Phi\left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| - r_0}{L}\right) \right],$$
(2)

где  $L=2(Dt)^{1/2}$  — диффузионная длина, D — коэффициент диффузии, изменяющийся в пределах  $0.1\times10^{-18}\div40\times10^{-18}$  см² / с для значений температуры отжига  $800\div950\,$  K [19],  $x_0$  — начальная концентрация атомов алюминия, t — время,  $x_0$  —начальный (t=0) радиус КТ,  $\theta(\xi)$  — функция единичного скачка,  $\Phi(\eta)$  — интеграл ошибок, а суммирование проводится по координатам  $\mathbf{r}_i$  центров КТ. Если пренебречь влиянием примеси на состояние среды, то ширину запрещенной зоны СР можно представить в виде

$$E_{g}(x) = E_{g0} + bx$$
, (3)

где b = 1.247 эВ [20],  $E_{g0}$  – ширина запрещенной зоны GaAs, а x дается выражением (2).

Значение потенциала СР в зоне проводимости, рассчитанное от значения потенциала в области барьеров, до начала диффузии можно представить в виде [17]

$$V = Q[E_{o0} - E_{o}(x)] = -Qbx,$$
(4)

где Q = 0.6 – доля разрыва, приходящаяся на зону проводимости.

На рис.1 представлены зависимости безразмерного потенциала (в единицах  $V_0=Qbx_0$ ) от безразмерных (в единицах  $r_0$ ) декартовых координат X и Y в плоскости Z=0 для различных значений безразмерной диффузионной длины  $l=L/r_0$  для кубической СР (постоянные решетки по трем направлениям  $|\mathbf{a}_X|=|\mathbf{a}_Y|=|\mathbf{a}_Z|\equiv a=3r_0$ ). Видно, что диффузия приводит к уменьшению глубины потенциальной ямы КТ. Понижение потенциала в областях барьеров обусловлено конечным отношением объема СР к объему, занимаемому КТ до начала диффузии. Следует также отметить, что с увеличением диффузионной длины форма КТ стремится к кубическом, характерной для симметрии решетки.

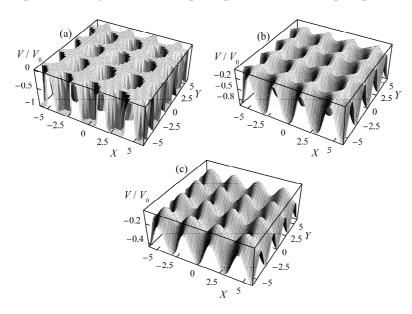


Рис.1. Зависимость потенциала СР от декартовых координат X и Y в плоскости Z=0 для значений безразмерной диффузионной длины l=0.1 (a), l=0.5 (b), l=1 (c).

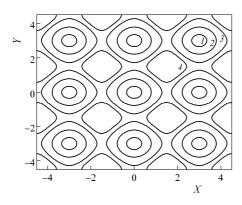


Рис.2. Эквипотенциальные линии потенциала СР для значений параметров l=1,  $a=3r_0$ : 1)  $V/V_0=-0.4$ , 2)  $V/V_0=-0.3$ , 3)  $V/V_0=-0.2$ , 4)  $V/V_0=-0.15$ .

На рис.2 приведены эквипотенциальные линии, соответствующие различным фиксированным значениям потенциала СР в плоскости Z=0 при значении диффузионной длины l=1. Из рисунка можно заметить, что изменение симметрии потенциала КТ сильно выражено для больших значений потенциала. Максимальное уменьшение значения потенциала происходит в точках  $\mathbf{r}_{\min} = \mathbf{a}_p n + \mathbf{a}_q / 2$  ( p,q=X,Y,  $n=0,\pm 1,\pm 2,...$ ),а наименьшее уменьшение — в точках  $\mathbf{r}_{\max} = \mathbf{a}_p n + (\mathbf{a}_X + \mathbf{a}_Y + \mathbf{a}_Z)/2$  (см. рис.1), чем и обусловлен тот факт, что значение потенциала меньше  $-0.15V_0$  в точках, находящихся вблизи точек  $\mathbf{r}_{\min}$ , но больше  $-0.15V_0$  вблизи точек  $\mathbf{r}_{\max}$  (кривые 4 на рис.2).

#### 3. Расчет основной минизоны

Как показано в работе [17], истинный диффузионный потенциал с достаточно высокой точностью можно заменить модифицированным потенциалом Вуда—Саксона, для которого известны энергия и волновая функция основного состояния.

В рамках приближений сильной связи [15,21] и ближайших соседей, для СР, обладающей кубической симметрией, заменой потенциала отдельной диффундированной КТ модифицированным потенциалом Вуда—Саксона, для зависимости энергии основной минизоны от волнового вектора  $\mathbf{k}$  получим:

$$E(\mathbf{k}) = E_1 + \Delta + 2E_a \left[ \cos(k_x a) + \cos(k_y a) + \cos(k_z a) \right], \tag{5}$$

где

$$\Delta = \int |\psi_1(r)|^2 \left[ V(\mathbf{r}, l) - W(r, l) \right] d\mathbf{r} \ (\Delta < 0), \tag{6}$$

$$E_{a} = \int \psi_{1}^{*}(|\mathbf{r} + \mathbf{a}|) [V(\mathbf{r}, l) - W(r, l)] \psi_{1}(r) d\mathbf{r} \quad (E_{a} < 0),$$
 (7)

$$W(r,l) = -V_0 u(l) \left\{ 1 + \exp\left[ (r - q(l)r_0) / \alpha(l)r_0 \right] \right\}^{-1}$$
 (8)

есть модифицированный потенциал Вуда—Саксона, u(l), q(l) и  $\alpha(l)$  — параметры, зависящие от диффузионной длины,  $E_1$  и  $\psi_1(r)$  — энергия и волновая функция основного состояния электрона в отдельной КТ, соответственно [17].

На рис.З изображены зависимости дна и потолка основной минизоны в зоне проводимости от диффузионной длины для различных значений постоянной кубической СР при значениях параметров  $x_0 = 0.4$ ,  $r_0 = 0.5a_B$  ( $a_B$  — боровский радиус в GaAs). На рисунке также приведены зависимости значения потенциального барьера в точках  $\mathbf{r}_{\min}$  от диффузионной длины (точечные линии). Для значений параметров  $a = 3.5r_0$  и  $a = 4r_0$  (рис.3b,c) как дно, так и потолок минизоны поднимаются с увеличением I ввиду увеличения энергии в отдельной КТ, а ширина минизоны увеличивается вследствие увеличения интеграла перекрытия из-за диффузии. При этом, чем меньше значение постоянной СР, тем быстрее происходит увеличение ширины минизоны с увеличением диффузионной длины. При достаточно малых значениях I дно и потолок минизоны почти

совпадают, т.е. до начала процесса диффузии мы имеем дело с системой КТ, квантовым взаимодействием между которыми можно пренебречь. Когда постоянная СР  $a=3r_0$ , дно минизоны достигает максимума при l 0.915 и начинает уменьшаться с дальнейшим увеличением l, так как увеличение ширины минизоны СР начинает преобладать над увеличением энергии отдельной КТ (рис.3а). Отметим также, что для значений постоянной СР  $a=3r_0$  и  $a=3.5r_0$ , начиная с некоторого значения  $l=l_{\min}(a)$ , потолок минизоны проходит через уровень энергии потенциального барьера в точках  $\mathbf{r}_{\min}$  (рис.3а,b). Это значит, что для значений  $l>l_{\min}(a)$  состояние, являюшееся связанным в отдельной КТ, перестает быть связанным в СР.

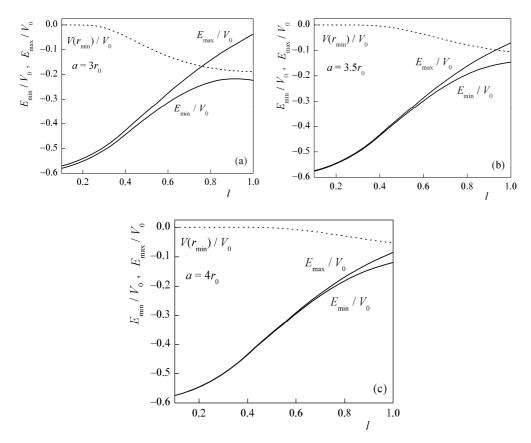


Рис.3. Зависимости дна (  $E_{\min}$  / $V_0$  ) и потолка (  $E_{\max}$  / $V_0$  ) основной минизоны в зоне проводимости от безразмерной диффузионной длины для различных значений постоянной кубической СР и при значениях параметров  $x_0=0.4$  ,  $r_0=0.5a_{\scriptscriptstyle R}$  .

Полученные результаты указывают на возможность учета взаимной диффузии при расчете различных характеристик наногетероструктур. В частности, в лазерах на КТ, в которых роль активной резонансной среды играет СР из КТ, диффузия приведет к размытию уровней энергии и, как следствие, к ухудшению его рабочих параметров.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. R.Leon, S.Fafard, P.G.Piva, S.Ruvimov, Z.Liliental-Weber. Phys. Rev. B, 58, R4262 (1998).
- 2. C.Lobo, R.Leon, S.Fafard, P.G.Piva. Appl. Phys. Lett., 72, 2850 (1998).
- 3. S.J.Xu, X.C.Wang. Appl. Phys. Lett., 72, 3335 (1998).
- 4. X.C.Wang, S.J.Xu. J. Appl. Phys., 86, 2687 (1999).
- 5. **S.Fafard, C.N.Allen.** Appl. Phys. Lett., **75**, 2374 (1999).
- 6. Y.Ji, W.Lu, G.Chen, X.Chen, Q.Wang, J. Appl. Phys., 93, 1208 (2003).
- 7. J.A.Barker, E.P.O'Railly. Physica. E, 4, 231 (1999).
- 8. O.Gunawan, H.S.Djie, B.S.Ooi. Phys. Rev. B, 71, 205319 (2005).
- 9. S.Kohmoto, H.Nakamura, T.Ishikawa, K.Asakawa. Appl. Phys. Lett., 75, 3488 (1999).
- 10. S.Kohmoto, H.Nakamura, T.Ishikawa, K.Asakawa. J. Electron. Mater., 29, 525 (2000).
- 11. H.Nakamura, S.Kohmoto, T.Ishikawa, K.Asakawa. Physica E, 7, 331 (2000).
- 12. S.Kohmoto, H.Nakamura, S.Nishikawa, K.Asakawa. Physica E, 13, 1131 (2002).
- 13. G.Springholz, M.Pinczolits, P.Mayer, et al. Phys. Rev. Lett., 84, 4669 (2000).
- 14. **D.L.Nika, E.P.Pokatilov, Q.Shao, A.A.Balandin.** Phys. Rev. B, **76**, 125417 (2007).
- 15. **M.G.Barseghyan, A.A.Kirakosyan.** Physica E, **27**, 474 (2005).
- 16. **Л.С.Петросян.** Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 173 (2002).
- 17. **В.Н.Мугнецян, А.А.Киракосян.** Изв. НАН Армении, Физика, **42**, 83 (2007).
- 18. **В.Н.Мугнецян, А.А.Киракосян.** Изв. НАН Армении, Физика, **43**, 268 (2008).
- 19. **T.E.Schlesinger, T.Kuech.** Appl. Phys. Lett., **49**, 519 (1986).
- 20. S.Adachi. Appl. Phys., 53, R1 (1985).
- 21. Дж.Займан. Принципы теории твердого тела. М., Мир, 1966.

# Al-ի ԵՎ Ga-ի ՓՈԽԱԴԱՐՁ ԴԻՖՈՒԶԻԱՅԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ GaAs/GaɪllxAlxAs ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ԳԵՐՑԱՆՑՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ՎՐԱ

#### Վ.Ն. ՄՈՒՂՆԵՑՑԱՆ, Ա.Ա. ԿԻՐԱԿՈՍՑԱՆ

Վուդ–Սաքսոնի ձևափոխված պոտենցիալի մեթոդի շրջանակներում ուսումնասիրված է Al-ի և Ga-ի ատոմների փոխադարձ դիֆուզիայի ազդեցությունը նախապես գնդային համաչափությամբ GaAs/Gaւ-xAl-xAs քվանտային կետերից բաղկացած եռաչափ գերցանցի սահմանափակող պոտենցիալի և գոտիական կառուցվածքի վրա։ Ցույց է տրված, որ դիֆուզիան բերում է գերցանցը կազմող քվանտային կետերի գնդային համաչափության վերացման և գերցանցի էներգիական մինիգոտիների լայնացման։

### EFFECT OF Al AND Ga INTERDIFFUSION ON THE ELECTRONIC STATES IN $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ SEMICONDUCTOR SUPERLATTICE

#### V.N. MUGHNETSYAN, A.A. KIRAKOSYAN

The effect of interdiffusion of Al and Ga atoms on the confining potential and band structure of a three-dimensional superlattice, composed of initially spherical  $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$  quantum dots, is investigated in the framework of the modified Wood–Saxon potential model. It is shown that the interdiffusion leads to the disappearance of the quantum dots' spherical symmetry and to the broadening of the superlattice energy minibands.

УДК 534.29

# СВЕРХТОНКИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В МОНОКРИСТАЛЛАХ СУЛЬФИДА КАДМИЯ С ПРИМЕСНЫМИ МЕССБАУЭРОВСКИМИ ЯДРАМИ

А.Г. МКРТЧЯН, Р.П. ВАРДАПЕТЯН, Э.М. АРУТЮНЯН, А.В. ХАЧАТРЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении, Ереван

(Поступила в редакцию 21 января 2009 г.)

Исследовано воздействие внешних полей на сверхтонкие взаимодействия в монокристаллах сульфида кадмия, содержащих мессбауэровские примесные атомы. Выявлена зависимость сверхтонкой структуры от температуры и внешнего акустического поля. Наблюден эффект модуляции мессбауэровского излучения в монокристаллах группы AIIBVI.

Эффект Мессбауэра и его различные применения в исследованиях конденсированных сред привели к быстрому развитию гамма-резонансной спектроскопии, что обусловлено ее высокими пространственно-временными усовершенствовали характеристиками. Авторы [1] гамма-резонансную ввели понятие модуляционной спектроскопию гамма-резонансной спектроскопии, которая способствует более точному описанию сверхтонких физико-химических процессов, возникающих в конденсированной среде (релаксационные процессы, возникающие при быстротекущих физических или химических реакциях, и т.д.).

Большая часть сведений об электронной структуре примесных атомов железа в CdS получена методом ЭПР [2], где предполагается, что в CdS железо присутствует как изовалентная примесь в  $3d^6$ -конфигурации, замещая двухвалентный кадмий и образуя в середине запрещенной зоны уровень с энергией 1.2 эВ, являющийся ловушкой как для электронов, так и для дырок. Для наблюдения сигнала ЭПР  $Fe^{+2}$  переводился в  $Fe^{+3}$  ( $3d^6$ ) путем освещения образца при низких температурах [3], отжига в парах серы [4] или гамма-облучения [5]. Исследования с применением мессбауэровской спектроскопии могут дать дополнительную информацию о волновой функции примесных атомов, что, в частности, расширит возможности интерпретации спектров ЭПР.

В данной работе с применением мессбауэровской и модуляционной мессбауэровской спектроскопии экспериментально исследованы сверхтонкие взаимодействия в монокристаллах и поликристаллах группы AIIBVI, содержащих примесные мессбауэровские атомы железа при наличии внешних статических температурных и дополнительных высокочастотных акустических полей.

Эксперименты проводились на монокристаллах CdS с 0.2% и 0.3%

содержанием примесных атомов железа, которые соответственно имели удельные сопротивления  $\rho > 10^9$  Омхсм и  $\rho \cong 10$  Омхсм. Образцами для исследования служили также поликристаллические мишени разной толщины.

Во время экспериментальных исследований источником гамма-квантов служил стандартный мессбауэровский источник  $\mathrm{Co}^{57}$  в матрице хрома. Детекторы были откалиброваны для эффективной регистрации гамма-квантов с энергией  $E_{\gamma}=14.4$  кэВ, а также обеспечивалась необходимая коллимация. Регистрация велась в геометрии прохождения.

Эксперименты проводились в средах сухого воздуха, азота и гелия, при которых обеспечивались, соответственно, температуры 296 К, 77 К и 4.2 К.

На рис.1 приведены зарегистрированные мессбауэровские спектры для поликристаллических мишень-поглотителей, соответственно, при температурах 296 K, 77 K и 4.2 K.

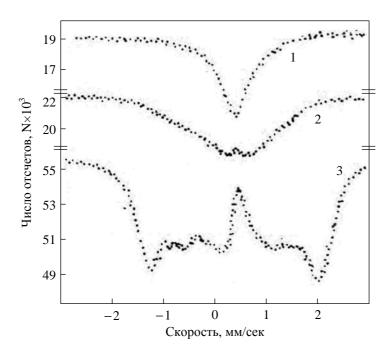


Рис.1. Мессбауэровские спектры поглощения поликристаллического CdS (0.3%  ${\rm Fe}^{57}$ ) при 296 K (1), 77 K (2), 4,2 K (3).

При комнатной температуре одиночные линии поглощения как высокоомных, так и низкоомных образцов имеют почти одинаковые значения изомерного сдвига (соответственно,  $0.93\pm0.02$  мм/с и  $0.94\pm0.02$  мм/с) относительно нитропруссида натрия, но разные ширины  $-0.40\pm0.02$  мм/с и  $0.51\pm0.02$  мм/с. В среде азота изомерные сдвиги увеличиваются до  $1.04\pm0.02$  мм/с и резонансные линии расщепляются на дублеты: для высокоомных образцов  $\Delta E = 0.28\pm0.03$  мм/с и для низкоомных образцов  $\Delta E = 0.43\pm0.03$  мм/с. С понижением температуры до 4.2 K, то есть в среде гелия, изомерные сдвиги увеличиваются до  $1.06\pm0.03$  мм/с. Полученные величины изомерного сдвига находятся в гранич

ной области между значениями изомерных сдвигов солей  $Fe^{+2}$  ( $1.0 \div 1.8$  мм/с) и  $Fe^{+3}$  ( $0.4 \div 0.9$  мм/с) [6], что наряду с малым значением квадрупольного расщепления свидетельствует о сильной ковалентной связи.

В мессабуэровских спектрах образцов при температуре 4.2 К обнаружена сверхтонкая структура магнитной природы. Как известно, полупроводниковые соединения AIIBVI, в которых часть катионов заменена ионами примесных металлов, входят в так называемый класс полумагнитных полупроводников, обладающих интересными магнитными и оптическими свойствами. Температурная зависимость магнитной восприимчивости большинства из них при  $T > 77~\mathrm{K}$  подчиняется закону Кюри–Вейса, однако при низких температурах, например, для соединении  $\mathrm{Cd}_{1-x}\mathrm{Fe}_x\mathrm{Se}$  (x  $\cong 0.1$ ), обнаружен парамагнетизм ванфлековского типа [7].

Для выяснения природы магнетизма в монокристаллических образцах низкоомного кристалла CdS (0.3% Fe<sup>57</sup>) с помощью сквид-магнитометра была измерена температурная зависимость магнитной восприимчивости в интервале температур  $4 \div 50$  К. Приведенные на рис.2 температурные зависимости  $\chi(T)$  и  $\chi^{-1}(T)$  свидетельствуют о наличии в исследованном образце ларморовского парамагнетизма.

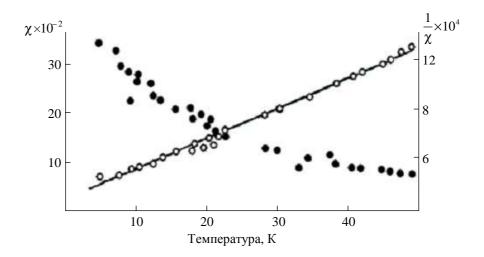


Рис.2. Температурная зависимость магнитной восприимчивости (черные точки) и обратной восприимчивости (белые точки) монокристаллического образца CdS (0.3%  $Fe^{57}$ ).

Чтобы выяснить влияние примесных атомов железа на пьезоэлектрические свойства сульфида кадмия, из высокоомного кристалла были вырезаны монокристаллические пластины толщиной 0.13 мм, перпендикулярно гексагональной оси. Акустическое поле возбуждалось путем наложения электрического поля на образец. Контактами служили напыленные на поверхности (001) индиевые слои. На рис.3 приведен зарегистрированный мессбауэровский спектр, где видно, что кроме основной линии, интенсивность

которой уменьшается, выделяются сателлиты, что свидетельствует об эффективном взаимодействии резонансных гамма-квантов с генерируемыми в пластине ультразвуковыми колебаниями [8,9]. Это обстоятельство, как показано в [9], может быть использовано для исследования объемных акустоэлектрических эффектов в CdS с помощью эффекта Мессбауэра.

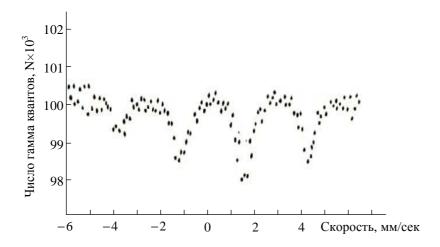


Рис.3. Мессбауэровские спектры поглощения монокристаллического CdS (0.2 %  $Fe^{57}$ ), при наличии ВЧ поля с частотой 20.316 МГц.

Чтобы выяснить, как влияет на мессбауэровский спектр постоянное электрическое поле, на пластину, описанную выше, подавали напряжение до 300 В (увеличение подаваемого напряжения приводило к пробою). Выбор этой толщины объясняется тем, что более толстые образцы почти полностью поглощают мессбауэровское излучение. Работать в геометрии рассеяния невозможно из-за малого количества примесных атомов железа в CdS, рассеянное мессбауэровское излучение от которых почти не отличается от фона. Эксперименты проводились также для поликристаллических образцов CdS. Для этого были созданы специальные кюветы, которые позволяли получать тонкий слой порошков, без каких-либо связывающих веществ. На эти образцы также подавалось напряжение. Результаты показали, что электрическое поле в интервале от 0 В до 360 В не влияет на ширину и высоту мессбауэровской линии поглощения, но влияет на скорость счета гамма-квантов, т.е. изменяется соответственно коэффициент линейного поглощения.

На рис.4 приведена зависимость скорости счета от напряжения электрического поля, время экспозиции 2 часа. Как видно из рисунка, при увеличении напряжения скорость счета падает, что означает увеличение поглощения. Как показано в работе [10], у порошкообразных (в органических биндерах) микрокристаллических фотопроводников с приложением напряжения, во-первых, заметно меняется фоточувствительность, во-вторых, система порошок-биндер поляризуется и, в-третьих, появляется эффект гистерезиса, или эффект накопле-

ния [11]. На наш взгляд, уменьшение скорости счета мессбауэровского спектра связано со вторым из эффектов.

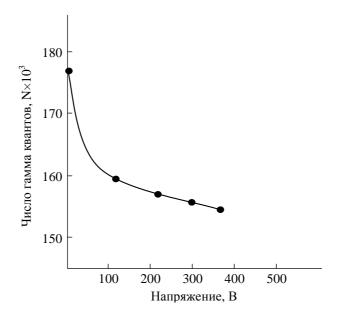


Рис. 4. Зависимость числа отсчётов гамма-квантов от напряжения электрического поля.

Таким образом, исследования сверхтонких взаимодействий в монокристаллах сульфида кадмия с примесными мессбауэровскими ядрами с помощью мессбауэровской спектроскопии дают более подробное описание быстротекущих физико-химических процессов в этих кристаллах.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. **А.Р.Мкртчян, А.Р.Аракелян, Г.А.Арутюнян, Л.А.Кочарян.** Письма в ЖЭТФ, **26**, 599 (1977).
- 2. **Р.С.Тайтл.** В кн. «Физика и химия соединений А2В6». М., Мир, с.209-246, 1970.
- 3. J.Lambe, C.Kikuchi. Phys. Rev. Lett., 3, 276 (1959).
- 4. G.A.Somorjui, R.S.Title. J. Phys. Chem, 68, 3907 (1964).
- 5. **А.П.Галушка, Л.В.Белозерова, С.З.Шульга.** ВАНТ, серия физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение, **3(22)**, 51 (1982).
- 6. **И.Данон.** В кн. «Химические применения мессбауэровской спектроскопии». М., Мир, с.130-212, 1970.
- 7. A.Lewickt, J.Spalek, A.Mycielski. J. Phys., Chem., 20, 2005 (1987).
- 8. **S.L.Ruby, D.I.Bolef.** Phys. Rev. Lett., **5**, 5 (1960).
- 9. R.P.Vardapetyan, A.R.Mkrtchyan. Sol. St. Comm., 80, 357 (1986).
- 10. R.H.Bute. J. Appl. Phys., 31, 2239 (1960).
- 11. F.M.Nicoll. RGA Rev., 19, 77 (1958).

#### ԳԵՐՆՈՒՐԲ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԽԱՌՆՈՒՐԴԱՅԻՆ ՄՅՈՍԲԱՈՒԷՐՅԱՆ ՄԻՋՈՒԿՆԵՐ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ԿԱԴՄԻՈՒՄԻ ՍՈՒԼՖԻԴԻ ՄԻԱԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ

Ա.Հ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Ռ.Պ. ՎԱՐԴԱՊԵՏՅԱՆ, Է.Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ա.Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Կատարված է խառնուրդային մյոսբաուէրյան ատոմներ պարունակող կադմիումի սուլֆիդի միաբյուրեղների գերնուրբ կառուցվածքի վրա արտաքին դաշտերի ազդեցություների ուսումնասիրությունը։ Բացահայտված է գերնուրբ կառուցվածքի կախվածությունը ջերմաստիձանից և արտաքին ակուստիկ դաշտից։ Նկատված է մյոսբաուէրյան ձառա-գայթման մոդույացման էֆեկտր AIIBVI խմբի միաբյուրեղներում։

### SUPERFINE INTERACTIONS IN CADMIUM SULPHIDE SINGLE CRYSTALS DOPED WITH MÖSSBAUER NUCLEI

#### A.H. MKRTCHYAN, R.P. VARDAPETYAN, E.M. HARUTYUNYAN, A.V. KHACHATRYAN

Investigations of influence of external fields on the superfine interactions in cadmium sulfide single crystals doped with Mössbauer nuclei have been performed. The dependence of the superfine structure on the temperature and external acoustic field is revealed. The effect of modulation of the Mössbauer radiation in single crystals of the AIIBVI group is observed.

УДК 534.29

# СВЕРХТОНКИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В МОНОКРИСТАЛЛАХ СУЛЬФИДА КАДМИЯ С ПРИМЕСНЫМИ МЕССБАУЭРОВСКИМИ ЯДРАМИ

А.Г. МКРТЧЯН, Р.П. ВАРДАПЕТЯН, Э.М. АРУТЮНЯН, А.В. ХАЧАТРЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении, Ереван

(Поступила в редакцию 21 января 2009 г.)

Исследовано воздействие внешних полей на сверхтонкие взаимодействия в монокристаллах сульфида кадмия, содержащих мессбауэровские примесные атомы. Выявлена зависимость сверхтонкой структуры от температуры и внешнего акустического поля. Наблюден эффект модуляции мессбауэровского излучения в монокристаллах группы AIIBVI.

Эффект Мессбауэра и его различные применения в исследованиях конденсированных сред привели к быстрому развитию гамма-резонансной спектроскопии, что обусловлено ее высокими пространственно-временными усовершенствовали характеристиками. Авторы [1] гамма-резонансную ввели понятие модуляционной спектроскопию гамма-резонансной спектроскопии, которая способствует более точному описанию сверхтонких физико-химических процессов, возникающих в конденсированной среде (релаксационные процессы, возникающие при быстротекущих физических или химических реакциях, и т.д.).

Большая часть сведений об электронной структуре примесных атомов железа в CdS получена методом ЭПР [2], где предполагается, что в CdS железо присутствует как изовалентная примесь в  $3d^6$ -конфигурации, замещая двухвалентный кадмий и образуя в середине запрещенной зоны уровень с энергией 1.2 эВ, являющийся ловушкой как для электронов, так и для дырок. Для наблюдения сигнала ЭПР  $Fe^{+2}$  переводился в  $Fe^{+3}$  ( $3d^6$ ) путем освещения образца при низких температурах [3], отжига в парах серы [4] или гамма-облучения [5]. Исследования с применением мессбауэровской спектроскопии могут дать дополнительную информацию о волновой функции примесных атомов, что, в частности, расширит возможности интерпретации спектров ЭПР.

В данной работе с применением мессбауэровской и модуляционной мессбауэровской спектроскопии экспериментально исследованы сверхтонкие взаимодействия в монокристаллах и поликристаллах группы AIIBVI, содержащих примесные мессбауэровские атомы железа при наличии внешних статических температурных и дополнительных высокочастотных акустических полей.

Эксперименты проводились на монокристаллах CdS с 0.2% и 0.3%

содержанием примесных атомов железа, которые соответственно имели удельные сопротивления  $\rho > 10^9$  Омхсм и  $\rho \cong 10$  Омхсм. Образцами для исследования служили также поликристаллические мишени разной толщины.

Во время экспериментальных исследований источником гамма-квантов служил стандартный мессбауэровский источник  $\mathrm{Co}^{57}$  в матрице хрома. Детекторы были откалиброваны для эффективной регистрации гамма-квантов с энергией  $E_{\gamma}=14.4$  кэВ, а также обеспечивалась необходимая коллимация. Регистрация велась в геометрии прохождения.

Эксперименты проводились в средах сухого воздуха, азота и гелия, при которых обеспечивались, соответственно, температуры 296 К, 77 К и 4.2 К.

На рис.1 приведены зарегистрированные мессбауэровские спектры для поликристаллических мишень-поглотителей, соответственно, при температурах 296 K, 77 K и 4.2 K.

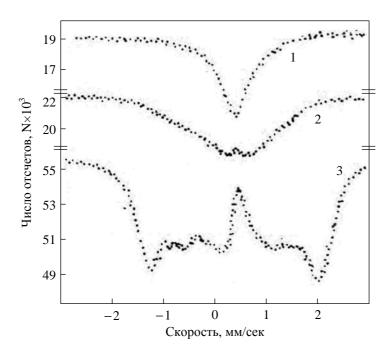


Рис.1. Мессбауэровские спектры поглощения поликристаллического CdS (0.3%  ${\rm Fe}^{57}$ ) при 296 K (1), 77 K (2), 4,2 K (3).

При комнатной температуре одиночные линии поглощения как высокоомных, так и низкоомных образцов имеют почти одинаковые значения изомерного сдвига (соответственно,  $0.93\pm0.02$  мм/с и  $0.94\pm0.02$  мм/с) относительно нитропруссида натрия, но разные ширины  $-0.40\pm0.02$  мм/с и  $0.51\pm0.02$  мм/с. В среде азота изомерные сдвиги увеличиваются до  $1.04\pm0.02$  мм/с и резонансные линии расщепляются на дублеты: для высокоомных образцов  $\Delta E = 0.28\pm0.03$  мм/с и для низкоомных образцов  $\Delta E = 0.43\pm0.03$  мм/с. С понижением температуры до 4.2 K, то есть в среде гелия, изомерные сдвиги увеличиваются до  $1.06\pm0.03$  мм/с. Полученные величины изомерного сдвига находятся в гранич

ной области между значениями изомерных сдвигов солей  $Fe^{+2}$  ( $1.0 \div 1.8$  мм/с) и  $Fe^{+3}$  ( $0.4 \div 0.9$  мм/с) [6], что наряду с малым значением квадрупольного расщепления свидетельствует о сильной ковалентной связи.

В мессабуэровских спектрах образцов при температуре 4.2 К обнаружена сверхтонкая структура магнитной природы. Как известно, полупроводниковые соединения AIIBVI, в которых часть катионов заменена ионами примесных металлов, входят в так называемый класс полумагнитных полупроводников, обладающих интересными магнитными и оптическими свойствами. Температурная зависимость магнитной восприимчивости большинства из них при  $T > 77~\mathrm{K}$  подчиняется закону Кюри–Вейса, однако при низких температурах, например, для соединении  $\mathrm{Cd}_{1-x}\mathrm{Fe}_x\mathrm{Se}$  (x  $\cong 0.1$ ), обнаружен парамагнетизм ванфлековского типа [7].

Для выяснения природы магнетизма в монокристаллических образцах низкоомного кристалла CdS (0.3% Fe<sup>57</sup>) с помощью сквид-магнитометра была измерена температурная зависимость магнитной восприимчивости в интервале температур  $4 \div 50$  К. Приведенные на рис.2 температурные зависимости  $\chi(T)$  и  $\chi^{-1}(T)$  свидетельствуют о наличии в исследованном образце ларморовского парамагнетизма.

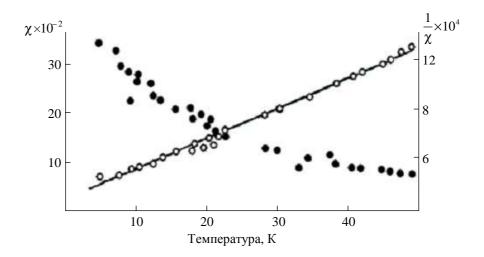


Рис.2. Температурная зависимость магнитной восприимчивости (черные точки) и обратной восприимчивости (белые точки) монокристаллического образца CdS (0.3%  $Fe^{57}$ ).

Чтобы выяснить влияние примесных атомов железа на пьезоэлектрические свойства сульфида кадмия, из высокоомного кристалла были вырезаны монокристаллические пластины толщиной 0.13 мм, перпендикулярно гексагональной оси. Акустическое поле возбуждалось путем наложения электрического поля на образец. Контактами служили напыленные на поверхности (001) индиевые слои. На рис.3 приведен зарегистрированный мессбауэровский спектр, где видно, что кроме основной линии, интенсивность

которой уменьшается, выделяются сателлиты, что свидетельствует об эффективном взаимодействии резонансных гамма-квантов с генерируемыми в пластине ультразвуковыми колебаниями [8,9]. Это обстоятельство, как показано в [9], может быть использовано для исследования объемных акустоэлектрических эффектов в CdS с помощью эффекта Мессбауэра.

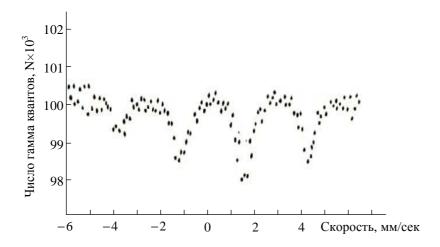


Рис.3. Мессбауэровские спектры поглощения монокристаллического CdS (0.2 %  $Fe^{57}$ ), при наличии ВЧ поля с частотой 20.316 МГц.

Чтобы выяснить, как влияет на мессбауэровский спектр постоянное электрическое поле, на пластину, описанную выше, подавали напряжение до 300 В (увеличение подаваемого напряжения приводило к пробою). Выбор этой толщины объясняется тем, что более толстые образцы почти полностью поглощают мессбауэровское излучение. Работать в геометрии рассеяния невозможно из-за малого количества примесных атомов железа в CdS, рассеянное мессбауэровское излучение от которых почти не отличается от фона. Эксперименты проводились также для поликристаллических образцов CdS. Для этого были созданы специальные кюветы, которые позволяли получать тонкий слой порошков, без каких-либо связывающих веществ. На эти образцы также подавалось напряжение. Результаты показали, что электрическое поле в интервале от 0 В до 360 В не влияет на ширину и высоту мессбауэровской линии поглощения, но влияет на скорость счета гамма-квантов, т.е. изменяется соответственно коэффициент линейного поглощения.

На рис.4 приведена зависимость скорости счета от напряжения электрического поля, время экспозиции 2 часа. Как видно из рисунка, при увеличении напряжения скорость счета падает, что означает увеличение поглощения. Как показано в работе [10], у порошкообразных (в органических биндерах) микрокристаллических фотопроводников с приложением напряжения, во-первых, заметно меняется фоточувствительность, во-вторых, система порошок-биндер поляризуется и, в-третьих, появляется эффект гистерезиса, или эффект накопле-

ния [11]. На наш взгляд, уменьшение скорости счета мессбауэровского спектра связано со вторым из эффектов.

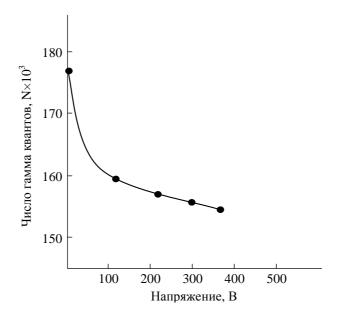


Рис. 4. Зависимость числа отсчётов гамма-квантов от напряжения электрического поля.

Таким образом, исследования сверхтонких взаимодействий в монокристаллах сульфида кадмия с примесными мессбауэровскими ядрами с помощью мессбауэровской спектроскопии дают более подробное описание быстротекущих физико-химических процессов в этих кристаллах.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. **А.Р.Мкртчян, А.Р.Аракелян, Г.А.Арутюнян, Л.А.Кочарян.** Письма в ЖЭТФ, **26**, 599 (1977).
- 2. **Р.С.Тайтл.** В кн. «Физика и химия соединений А2В6». М., Мир, с.209-246, 1970.
- 3. J.Lambe, C.Kikuchi. Phys. Rev. Lett., 3, 276 (1959).
- 4. G.A.Somorjui, R.S.Title. J. Phys. Chem, 68, 3907 (1964).
- 5. **А.П.Галушка, Л.В.Белозерова, С.З.Шульга.** ВАНТ, серия физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение, **3(22)**, 51 (1982).
- 6. **И.Данон.** В кн. «Химические применения мессбауэровской спектроскопии». М., Мир, с.130-212, 1970.
- 7. A.Lewickt, J.Spalek, A.Mycielski. J. Phys., Chem., 20, 2005 (1987).
- 8. **S.L.Ruby, D.I.Bolef.** Phys. Rev. Lett., **5**, 5 (1960).
- 9. R.P.Vardapetyan, A.R.Mkrtchyan. Sol. St. Comm., 80, 357 (1986).
- 10. R.H.Bute. J. Appl. Phys., 31, 2239 (1960).
- 11. F.M.Nicoll. RGA Rev., 19, 77 (1958).

#### ԳԵՐՆՈՒՐԲ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԽԱՌՆՈՒՐԴԱՅԻՆ ՄՅՈՍԲԱՈՒԷՐՅԱՆ ՄԻՋՈՒԿՆԵՐ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ԿԱԴՄԻՈՒՄԻ ՍՈՒԼՖԻԴԻ ՄԻԱԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ

Ա.Հ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Ռ.Պ. ՎԱՐԴԱՊԵՏՅԱՆ, Է.Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ա.Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Կատարված է խառնուրդային մյոսբաուէրյան ատոմներ պարունակող կադմիումի սուլֆիդի միաբյուրեղների գերնուրբ կառուցվածքի վրա արտաքին դաշտերի ազդեցություների ուսումնասիրությունը։ Բացահայտված է գերնուրբ կառուցվածքի կախվածությունը ջերմաստիձանից և արտաքին ակուստիկ դաշտից։ Նկատված է մյոսբաուէրյան ձառա-գայթման մոդույացման էֆեկտր AIIBVI խմբի միաբյուրեղներում։

### SUPERFINE INTERACTIONS IN CADMIUM SULPHIDE SINGLE CRYSTALS DOPED WITH MÖSSBAUER NUCLEI

#### A.H. MKRTCHYAN, R.P. VARDAPETYAN, E.M. HARUTYUNYAN, A.V. KHACHATRYAN

Investigations of influence of external fields on the superfine interactions in cadmium sulfide single crystals doped with Mössbauer nuclei have been performed. The dependence of the superfine structure on the temperature and external acoustic field is revealed. The effect of modulation of the Mössbauer radiation in single crystals of the AIIBVI group is observed.

#### к сведению авторов

В журнале печатаются оригинальные статьи и краткие сообщения авторов по всем разделам современной физики на русском и армянском языках. Редакция просит авторов при направлении статей придерживаться следующих правил.

1. Статьи, поступающие в редакцию, должны иметь направление от учреждения, в котором выполнена работа, а также акт экспертизы. Название учрежде-

ния приводится перед текстом статьи после фамилий авторов.

2. Объем каждой статьи не должен превышать 15 страниц, включая рисунки. Работы необходимо представлять в двух экземплярах, отпечатанных на принтере через 2 интервала. При наборе статьи следует использовать редактор MS Word.

3. Тексту каждой статьи предшествует индекс УДК, проставленный в левом верхнем углу. Непосредственно перед текстом статьи или краткого сообщения после заглавия помещается аннотация. К работам, представленным на русском языке, должны быть приложены резюме на армянском и английском языках.

4. Следует ограничиваться минимальным количеством рисунков и фотографий. Их размеры не должны превышать 10×15 см. Они должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте рисунков необходимо указать фамилии авторов, название статьи и номер рисунка. Подписи к рисункам должны быть собраны на отдельном листе.

5. В тексте статьи и на рисунках латинские символы следует приводить курсивом, а греческие – прямо. Векторы обозначаются жирным шрифтом, без стрелок. В индексах символов необходимо использовать английские обозначения.

6. Цитируемая литература должна даваться общим списком в конце статьи. В тексте ссылка приводится цифрой в прямых скобках в порядке упоминания в статье. В списке литературы необходимо указать: для книг — инициалы и фамилию автора, название книги, место издания, издательство, год издания; для периодических изданий — инициалы и фамилию автора, название журнала, том, номер выпуска, первую страницу и год издания.

7. Статья должна быть подписана всеми авторами. Необходимо также приложить точный адрес, фамилию, имя, отчество автора и адрес учреждения, где

выполнена работа.

8. В случае возвращения автору его рукописи для доработки датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

9. Редакция посылает автору одну корректуру. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в течение суток с момента ее получения.

10. Автор передает редакции журнала "Известия НАН Армении, Физика" исключительное право на воспроизведение, распространение статьи в периодической печати, а также на ее перевод на английский язык для переиздания в журнале "Journal of Contemporary Physics (Armenian Academy of Sciences)."

Статьи, в которых не соблюдены указанные правила, к рассмотрению приниматься не будут.

Адрес редакции "Известий НАН Армении, Физика": Республика Армения, 0019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г. Тел. 56-80-67.