

ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ  
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ  
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS  
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

44, N2, 2009

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ  
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ  
ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ԾՈՄ

**44**

№ 2

ՀՀ ԳՄԱ "ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ" ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

2009

© Национальная Академия наук Армении  
Известия НАН Армении, Физика

Журнал издается с 1966 г.  
Выходит 6 раз в год  
на русском и английском языках

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор  
Э. Г. Шароян, зам. главного редактора  
А. А. Ахумян  
Г. А. Вартапетян  
Э. М. Казарян  
А. О. Меликян  
А. Р. Мкртчян  
Д. Г. Саркисян  
Ю. С. Чилингарян  
А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

#### ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր  
Է. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ  
Ա. Ա. Հախումյան  
Հ. Հ. Վարդապետյան  
Է. Մ. Ղազարյան  
Ա. Հ. Մելիքյան  
Ա. Ռ. Մկրտչյան  
Գ. Հ. Սարգսյան  
Յու. Ս. Չիլինգարյան  
Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

#### EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief  
E. G. Sharoyan, associate editor  
A. A. Hakhumyan  
H. H. Vartapetian  
E. M. Ghazaryan  
A. O. Melikyan  
A. R. Mkrтчyan  
D. H. Sarkisyan  
Yu. S. Chilingaryan  
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,  
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,  
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,  
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

УДК 621.384

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА С МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

Э.Д. ГАЗАЗЯН, А.К. ДАВТЯН

Ереванский физический институт им. А.И. Алиханяна

(Поступила в редакцию 30 октября 2008 г.)

Развит метод модуляции плотности заряда в сгустке, когда он взаимодействует с линейно поляризованным пучком лазера. Решение проблемы основано на численном методе определения времени взаимодействия различных электронов в сгустке, пролетающем через интервал взаимодействия, используя интеграл движения для электрона в монохроматическом электромагнитном поле. Показано, что получается достаточно глубокая модуляция плотности заряда в сгустке в терагерцовой области частот при высоких значениях напряженности поля. На графиках продемонстрирована высокая эффективность модуляции плотности заряда в сгустке при различных электродинамических параметрах.

### 1. Введение

Проблема мониторинга ультракоротких электронных сгустков, представляющая важность при разработке и создании современных коллайдеров и ускорителей новых поколений, а также лазеров на свободных электронах, тесно связана с исследованиями взаимодействия электронов с электромагнитной волной. Эти исследования преследуют цель разработать и создать методики определения параметров ультракоротких сгустков, а также получения ультракоротких сгустков путем модуляции плотности заряда в электронном сгустке.

В работах [1,2] исследовалась проблема развертки ультракороткого электронного сгустка в поле стоячей волны СВЧ резонатора. В результате прохождения сгустка через резонатор наблюдалась развертка линейного сгустка в виде дуги окружности достаточно большого радиуса, удобного для наблюдения. Такая схема эффективна для сгустков низких энергий (десятки кэВ).

Принципиальное решение задачи о взаимодействии в среднем покоящегося электрона с монохроматической электромагнитной волной методом Гамильтона–Якоби приведено в [3]. Однако практический интерес представляет исследование поведения электронного сгустка, движущегося в поле плоской монохроматической электромагнитной волны высокой напряженности (поле лазера). В [4,5] была разработана методика решения

такой задачи. Это решение основывалось на доказательстве существования интеграла движения, имеющего вид

$$E/c - p_x = 1/2B, \quad B = (\gamma_0 + \sqrt{\gamma_0^2 - 1}) / 2mc, \quad (1)$$

где  $E$  – энергия электрона в сгустке,  $p_x$  – продольный импульс электрона в сгустке, движущемся вдоль оси  $x$ ,  $m$  – масса электрона, а  $\gamma_0$  – начальное (до взаимодействия с электромагнитной волной) значение лоренц-фактора.

Следует отметить, что интеграл движения (1) впервые был обнаружен в 1935 г. Д.Волковым [6], решившим уравнение Дирака для электрона в поле электромагнитной волны. В [7] показано, что операторы импульса электрона

$$\hat{p}_y = -i \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y}, \quad \hat{p}_z = -i \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial z}, \quad \hat{p}_0 - \hat{p}_x = i \frac{h}{2\pi} \left( \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right) \quad (2)$$

коммутируют с оператором Гамильтона в уравнении Дирака и, следовательно, можно утверждать, что (1) является классическим аналогом для собственного значения оператора импульса  $\hat{p}_x$  и оператора Гамильтона в уравнении Дирака.

Следует разграничить два случая: а) случай ультракороткого сгустка, когда его размеры намного меньше длины волны и б) когда эти размеры превышают длину волны. В первом случае превалирует эффект развертки ультракороткого сгустка. В работе [4] рассмотрен случай круговой поляризации волны, когда линейный сгусток разворачивался на дуге окружности достаточно большого радиуса (в зависимости от частоты и напряженности поля), удобного для наблюдения. В [5] предложен способ развертки в поле линейнополяризованной волны, когда ультракороткий сгусток “вытягивается” вдоль электрической компоненты поля. Такая развертка дает возможность получить информацию о распределении заряда в начальном (неразвернутом) сгустке путем его восстановления разработанным в [8] алгоритмом обратного преобразования развернутого изображения.

В настоящей работе рассматривается проблема взаимодействия линейного электронного сгустка с полем сильной электромагнитной монохроматической волны линейной поляризации при движении сгустка в направлении распространения волны и исследуется эффект модуляции плотности заряда в сгустке, имеющем длину, существенно превышающую длину электромагнитной волны (случай б)).

Методика получения строгого решения задачи о поведении электронов в линейном сгустке, движущемся в поле линейно-поляризованной плоской монохроматической электромагнитной волны, позволила получить выражение для времени прохождения каждого электрона в сгустке через конечный интервал взаимодействия  $L_{\text{int}}$  в виде интеграла [9]

$$t = \frac{1}{c^2} \int_0^{L_{\text{int}}} \frac{E}{p_x} dx. \quad (3)$$

## 2. Алгоритм определения координат электронов в линейном сгустке

Исследуем изменение распределения заряда по длине линейного сгустка, возникающее после взаимодействия сгустка с электромагнитным полем большой напряженности, и рассмотрим эффект возникающей при этом модуляции плотности заряда вдоль длины сгустка. Распределение заряда в сгустке, как показано в [9], будет меняться в зависимости от длины интервала взаимодействия сгустка с электромагнитным полем ( $L_{\text{int}}$ ), частоты электромагнитного поля ( $\omega$ ) и напряженности электрической компоненты электромагнитной волны ( $E_0$ ). Нас будет интересовать зависимость глубины модуляции линейной плотности сгустка от длины интервала взаимодействия  $L_{\text{int}}$ , поскольку в реальном эксперименте есть возможность вариации этой величины в достаточно большом диапазоне при фиксированных значениях  $E_0$  и  $\varphi$ .

С учетом (1) время прохождения электрона (3) через интервал взаимодействия длиной  $L_{\text{int}}$  может быть представлено в виде

$$t_1(u) = \frac{L_{\text{int}}}{c} + \frac{L_{\text{int}}}{2\gamma_0 p_{x0}} I, \quad (3a)$$

где

$$I = \frac{1}{\eta_{\text{max}} - \eta_{\text{min}}} \int_{\eta_{\text{min}}}^{\eta_{\text{max}}} \frac{1}{1 + \chi^2 [\sin(\eta + \varphi_0) - \sin \varphi_0]^2} d\eta, \quad (4)$$

$\eta = \omega t - kL_{\text{int}}$  – фаза волны и  $\varphi_0 = 0$  соответствует значению фазы волны, взаимодействующей с электроном, расположенным в центре сгустка. Здесь введено также обозначение

$$\chi^2 = \left( e^2 E_0^2 \frac{\gamma}{\gamma^2 + 1} + 1 \right) / 2m^2 c^2 \omega^2. \quad (4a)$$

Для вычисления интеграла (4) определяются пределы интегрирования  $\eta$  из уравнения (см. [9])

$$kL_{\text{int}} = 2B \left\{ p_{x0} + \frac{Be^2 E_0^2}{2\omega^2} (1 + 2\sin^2 \varphi_0) \right\} \eta + \frac{B^2 e^2 E_0^2}{2\omega^2} [8\sin \varphi_0 \cos(\eta + \varphi_0) - 3\sin 2\varphi_0 - \sin 2(\eta + \varphi_0)], \quad (5)$$

где  $k = \omega/c$  – волновое число.

Для вычисления интеграла (4) с помощью пакета MatLab была создана программа, где в качестве входящих параметров выступают  $E_0$ ,  $\varphi$ ,  $\chi$ . В результате реализации программы получается зависимость  $\eta$  от  $L_{\text{int}}$ , откуда и определяются пределы изменения  $\eta$ . Отметим, что параметр  $\eta = \omega t - kL_{\text{int}}$ , определяемый из уравнения (5), зависит от параметра  $\varphi_0$ . На рис.1 представлена зависимость  $\eta$  от  $L_{\text{int}}$  для различных значений  $\varphi_0 = -\pi, -3\pi/4, -\pi/2, -\pi/4, 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$ .

Как видно из рис.1, с ростом интервала взаимодействия  $L_{\text{int}}$  проявляется нелинейный характер зависимости  $\eta$  от  $L_{\text{int}}$ . В соответствии с полученной зависимостью  $\eta(L_{\text{int}})$  определяются пределы интегрирования по

$\eta$  для данного  $L_{\text{int}}$ . В работе [8] вычисление интеграла (4) осуществлялось введением ограничения для подынтегрального выражения

$$\{\chi^2[\sin(\eta + \phi_0) - \sin \phi_0]\}^2 \ll 1, \text{ где } \phi_0(u) = ku/\beta_0, \beta_0 = v_{0,x}/c,$$

что позволило упростить уравнение и получить аналитическое выражение для (4) с соответствующей точностью. Однако такое ограничение существенно сужает пределы изменения  $\chi$ , что, в свою очередь, ограничивает спектр значений  $E_0$  и  $\omega$  и не позволяет рассматривать эффект модуляции более подробно.

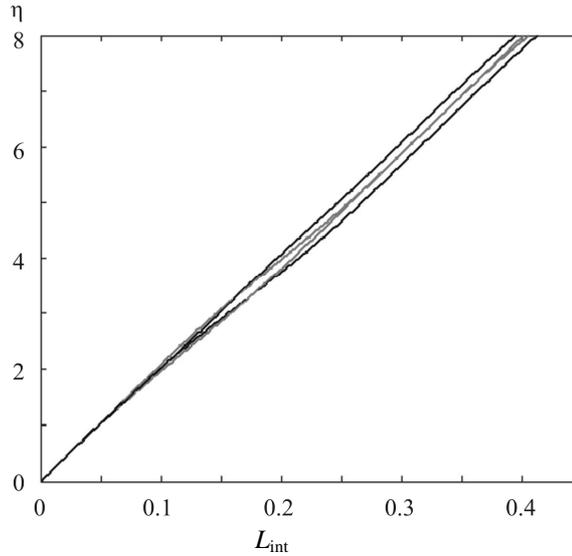


Рис.1. Зависимость  $\eta$  от  $L_{\text{int}}$  при различных значениях  $\phi_0$  ( $\gamma = 40$ ,  $\omega = 2 \times 10^{13}$  рад/с,  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м,  $\chi = 0.25$ ).

Для преодоления этой трудности в настоящей работе предлагается вычисление интеграла (4) осуществить численным методом. Естественно, что и в этом случае полученное решение содержит приближение, однако оно управляемо и можно его поддерживать на требуемом уровне точности, используя программу MatLab. Строгое вычисление интеграла (4) позволило провести исследование для широкого диапазона изменений  $L_{\text{int}}$  и  $E_0$ .

Алгоритм определения распределения электронов в линейном сгустке до взаимодействия с электромагнитной волной и после него сводится к вычислению интеграла (4) сперва для значения  $u$  (продольной координаты электрона в сгустке до взаимодействия) и затем для значения  $u + du$  (продольной координаты соседнего электрона, отстоящего от предыдущего на расстояние  $du$ ). При этом  $\phi_0(u + du) = k(u + du)/\beta_0$ . После взаимодействия с волной координата  $u$  получает приращение  $v_{x0}[t(u) - t(u + du)]$ , и, как показано в [8], если расстояние между соседними электронами до взаимодействия было  $du$ , то после взаимодействия оно примет вид

$$dv = du + v_{x0} [t(u) - t(u + du)], \quad (6)$$

где  $v$  – продольная координата электрона в сгустке после взаимодействия.

Распределение электронов в сгустке после взаимодействия,  $\Lambda(v(u))$ , описывается с помощью формулы

$$\Lambda(v(u)) = \Lambda(u) du/dv, \quad (7)$$

где  $\Lambda(u) = e^{-u^2/\sigma^2}$  – гауссовское распределение заряда в сгустке до взаимодействия.

Существенно новым в настоящей работе, в отличие от [9], является такой расчет распределения электронов, когда вместо связи между координатами  $u$  и  $v$  используется связь сразу между  $du$  и  $dv$  по формуле (6). При этом, в отличие от работы [9], исчезает необходимость в интегрировании (6) для установления связи между  $u$  и  $v$ . Расчет распределения электронов в линейном сгустке после взаимодействия проводился также с помощью программы, которая написана в среде MatLab. В программе в качестве входящих параметров выступают:  $E_0$ ,  $\phi$ ,  $L_{\text{int}}$ ,  $\gamma$ ,  $\eta_{\text{min}}$  и  $\eta_{\text{max}}$ . В программе рассчитывается интеграл (4) и получают численные значения  $t_1(u)$  и  $t_2(u + du)$ , по которым и рассчитываются распределения  $\Lambda(v(u))$ . При этом значение  $du$  в уравнении (7) определяется, исходя из размеров сгустка и количества электронов в нем. Если рассматриваемый сгусток имеет среднеквадратичную длину  $\sigma = 10^{-6}$  м и состоит из  $N_{\text{cl}} = 2 \times 10^5$  кластеров, каждый из которых содержит  $10^6$  электронов, то заряд в сгустке будет  $Q = Ne = 2 \times 10^{-8}$  Кл. В этом случае размер каждого кластера приблизительно определим как

$$du = u/N_{\text{cl}} = 4 \times 10^{-9} \text{ (м)}, \quad (8)$$

что намного меньше, чем длина волны ( $\approx 10^{-4}$  м). Такой кластер можно считать точечным зарядом. Можно показать, что плотность заряда в каждом из кластеров получается значительно большей, чем плотность заряда в первоначальном сгустке.

В уравнении (6)  $dv$  определяется для каждого из значений  $t_1(u)$  и  $t_2(u + du)$ . По этому алгоритму строится распределение  $\Lambda(v(u))$  (7).

### 3. Результаты численных расчетов

Как было указано выше, в настоящей работе разработан численный алгоритм для строгого вычисления интеграла (4) и определения связи между параметрами  $du$  и  $dv$ , являющимися расстояниями между соседними кластерами электронов, соответственно, до и после модуляции плотности электронного сгустка. Этот алгоритм позволяет определить с произвольной, наперед заданной, точностью, модулированное распределение заряда в сгустке после его взаимодействия с высокочастотной (в настоящей работе – терагерцовой) электро-магнитной волной высокой напряженности (полем

лазера) с длиной волны, превышающей длину сгустка, не вводя никаких иных ограничений на параметры сгустка и электромагнитной волны и для произвольных значений интервалов взаимодействия.

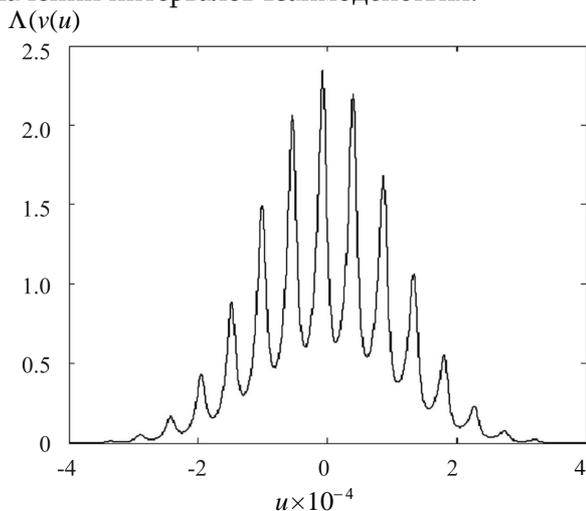


Рис.2. Распределение электронов в сгустке после взаимодействия ( $\gamma = 40$ ,  $\omega = 2 \times 10^{13}$  рад/с,  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м,  $L_{\text{int}} = 0.14$  м,  $\chi = 0.25$ ,  $2.67 \leq \eta \leq 2.87$ ).

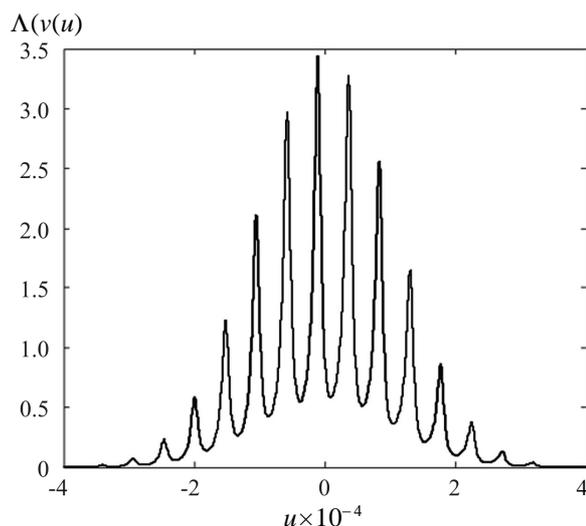
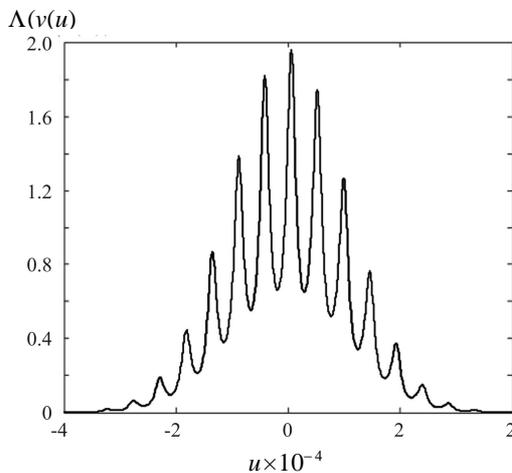


Рис.3. Распределение электронов в сгустке после взаимодействия ( $\gamma = 40$ ,  $\omega = 2 \times 10^{13}$  рад/с,  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м,  $L_{\text{int}} = 0.17$  м,  $\chi = 0.25$ ,  $3.21 \leq \eta \leq 3.44$ ).

Сказанное иллюстрируется на нескольких примерах. Рассматривались различные значения величин  $L_{\text{int}}$ ,  $E_0$  и  $\phi$ , влияющих на эффект модуляции, возникающий под влиянием электромагнитной волны с частотой  $2 \times 10^{13}$  рад/сек. На рис.2 и 3 показан эффект модуляции для двух значений интервала взаимодействия  $L_{\text{int}}$  (0.14 м и 0.17 м), напряженности поля  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м и

энергии электронов 20 МэВ. Параметр  $\chi = 0.25$  на обоих рисунках, а  $\eta$  меняется в пре-делах от 2.67 до 2.87 на рис.2 и от 3.21 до 3.44 на рис.3.

Как видим, напряженность поля  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м обеспечивает достижение глубоких модуляций, причем глубина модуляции растет с увеличением длины интервала взаимодействия. Такой рост объясняется увеличением области изменения параметра  $\eta$ , когда зависимость  $\eta$  от  $L_{\text{int}}$  перестает быть линейной.



4

Рис.4. Распределение электронов в сгустке после взаимодействия ( $\gamma = 20$ ,  $\omega = 2 \times 10^{13}$  рад/с,  $E_0 = 8.5 \times 10^9$  В/м,  $L_{\text{int}} = 0.17$  м,  $\chi = 0.25$ ,  $12.9 \leq \eta \leq 13.75$ ).

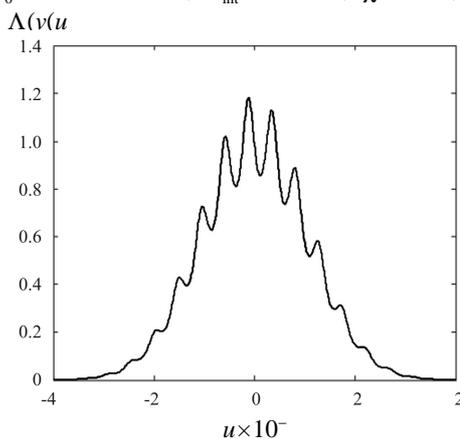


Рис.5. Распределение электронов в сгустке после взаимодействия ( $\gamma = 20$ ,  $\omega = 2 \times 10^{13}$  рад/с,  $E_0 = 1.7 \times 10^9$  В/м,  $L_{\text{int}} = 0.19$  м,  $\chi = 0.05$ ,  $15.772 \leq \eta \leq 15.815$ ).

На рис.4 для тех же значений напряженности поля представлен случай энергии электронов 10 МэВ. Интервал взаимодействия тот же, что и на рис.3. Как видим, получается довольно глубокая модуляция при изменении  $\eta$  от 12.9 до 13.75.

Наконец, на рис.5 для энергии электронов 10 МэВ иллюстрирован случай значительно более низкого значения напряженности поля  $E_0 = 1.7 \times 10^9$  В/м. Здесь глубина модуляции значительно уменьшается, хотя

остаётся наблюдаемой для значения интервала  $L_{\text{int}} = 0.19$  м при пределах изменения параметра  $\eta$  от 15.772 до 15.815.

Приведенные результаты говорят в пользу возможности достижения существенной модуляции плотности заряда в сгустке при его взаимодействии с достаточно сильным электромагнитным полем (полем лазера) линейной поляризации в широком диапазоне изменения параметров задачи.

#### 4. Заключение

При взаимодействии электронного сгустка с монохроматической электромагнитной волной линейной поляризации наблюдается эффект модуляции плотности заряда в сгустке (изменение распределения заряда по длине сгустка). Глубокая модуляция плотности заряда в сгустке позволяет рассматривать этот сгусток как когерентную последовательность подсгустков со значительно высокой плотностью заряда в каждом из них. Исследования показали, что эффект более четко проявляется при больших напряженностях электрической компоненты электромагнитной волны, а также с ростом интервала взаимодействия сгустка с электромагнитным полем.

Авторы выражают благодарность Д. Калантаряну и М. Ходжояну за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **J.Haimson, B.Mecklenburg**, et al. AIP Conference Proceedings, **647**, 810 (2002).
2. **G.G.Oksuzyan, M.I.Ivanian, E.D.Gazazyan, A.T.Margarian, A.D.Ter-Poghosyan**. Ultra-High Frequency Scanning Cavities for Non-Relativistic Electron Beam. EPAC-04, Lucerne, Switzerland, 2002, p.2466.
3. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Теория поля. М., Наука, 1988.
4. **E.D.Gazazyan, K.A.Ispirian, M.K.Ispiryan, D.K.Kalantaryan, D.A.Zakaryan**. Femtosecond Deflection of Electron Beams in Laser Fields and Femtosecond Oscilloscopes. Advanced Radiation Sources and Applications. NATO Science. Series II, **199**, 313 (2005).
5. **E.D.Gazazyan, K.A.Ispirian, M.K.Ispiryan, D.K.Kalantaryan, D.A.Zakaryan**. Transversal Deflection of Electrons Moving in Parallel with a Linearly Polarized Laser Beam and Its Application. PAC-05. Knoxville, Tennessee, USA. May 16-20, 2005, p. 4054.
6. **D.M.Volkov**. Z. Phiz., **94**, 250 (1935).
7. **В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский**. Релятивистская квантовая теория. М., Наука, ч.1, 1968.
8. **Э.Д.Газазян, Д.К.Калантарян, М.А.Ходжоян**. Изв. НАН Армении, Физика, **41**, 170 (2006).
9. **E.D.Gazazyan, D.K.Kalantaryan, M.A.Khojoyan**. On the Possibility of Electron Bunch Charge Density Modulation in Laser Beam. Proc. of the 43<sup>rd</sup> Japan Workshop on Accelerator Sciences. KEK, Tsukuba, Japan, October 29-30, 2007, p.93.

ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԹԱՆՁՐՈՒԿԻ ԵՎ ՄՈՆՈՔՐՈՄՄԱՍՏՅՈՒՆ  
ԷԼԵԿՏՐՈՄԱԳՆԻՏԱԿԱՆ ԱԼԻՔԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

## Է.Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Ա.Կ. ԴԱՎԹՅԱՆ

Առաջարկված է էլեկտրոնային թանձրուկի և մոնոքրոմատային էլեկտրամագնիսական ալիքի փոխազդեցության արդյունքում ստացվող թանձրուկում լիցքի խտության մոդուլացման արդյունավետ եղանակ: Խնդրի լուծումը կատարվում է թանձրուկէլեկտրամագնիսական ալիք փոխազդեցության միջակայքով թանձրուկի էլեկտրոնների թռիչքի տևողության որոշման թվային եղանակով: Լուծումը ստացվում է՝ օգտվելով մոնոքրոմատային էլեկտրա-մագնիսական դաշտում էլեկտրոնի շարժման ինտեգրալի գոյությունից: Ցույց է տրված, որ հնարավոր է ստանալ թանձրուկում լիցքի խտրը մոդուլացված բաշխվածություն հաճախությունների տերահերցային տիրույթում էլեկտրամագնիսական ալիքի բավարար մեծ ինտենսիվության դեպքում: Լիցքի մոդուլացման խորության հաշվարկված բարձր արդյունավետությունը տարբեր էլեկտրադինամիկ պարամետրերի դեպքում ցուցադրված է գրաֆիկորեն:

### ON THE ELECTRON BUNCH INTERACTION WITH A MONOCHROMATIC ELECTROMAGNETIC WAVE

E.D. GAZAZYAN, A.K. DAVTYAN

An efficient method of the electron bunch charge density modulation during the bunch interaction with a linearly polarized electromagnetic field is developed. The problem solution is based on a numerical method of defining the duration of the interaction bunch electrons passing through the interaction interval. The solution is obtained using the integral of motion for an electron in the monochromatic electromagnetic field. It is shown that a high modulation depth for the high intensity electromagnetic wave of terahertz frequency may be achieved. The high efficiency of charge density modulation in the bunch at different electrodynamic parameters is demonstrated in a graphical way.

УДК 621.373

## **ИЗМЕНЕНИЕ ФАЗОВОЙ ПАМЯТИ СРЕДЫ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ИМПУЛЬСНОГО НЕОДНОРОДНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ**

Г.Г. ГРИГОРЯН, В.О. ЧАЛТЫКЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 11 сентября 2008 г.)

Рассмотрено восстановление светового импульса, записанного в среде атомов с  $\Lambda$ -конфигурацией уровней в условиях электромагнитно-индуцированной прозрачности в случае приложения к среде импульса внешнего, неоднородного по длине среды магнитного поля в течение времени отсутствия управляющего поля. Показано, что когерентность нижних уровней атомов среды приобретает фазу, зависящую от координаты вдоль среды, и что при восстановлении записанного импульса его временная зависимость отображает координатную зависимость магнитного поля при интерферометрической регистрации.

Известно, что явление электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) приводит к уменьшению групповой скорости света в среде и таким образом к возможности сохранения информации в атомарных или твердых средах через атомную когерентность (см., например, [1,2]). Другим способом описания указанного процесса является введение понятия так называемого поляритона темного состояния [1,2]. Для целого ряда применений, таких как передача информации на большие расстояния или масштабируемые квантовые вычисления, важно обеспечивать фазовую когерентность в течение распространения пробного импульса. В работе [3] впервые экспериментально показано, что основанный на ЭИП метод записи света является фазовокогерентным. В этой работе к кювете с парами рубидия, в которой осуществлялись запись и воспроизведение пробного оптического импульса, прикладывалось внешнее однородное импульсное магнитное поле. Оно создавало постоянный сдвиг фаз между управляющим и воспроизводимым сигнальным лазерными импульсами. Этот сдвиг регистрировался интерферометрическим способом, путем примешивания к сигнальному полю небольшой части управляющего поля. Наблюдалась осцилляционная зависимость интенсивности восстановленного сигнального импульса от приобретенного фазового сдвига, т.е. от величины магнитного поля. Эта зависимость свидетельствует о фазовой когерентности в процессе записи информации на основе ЭИП.

Если приложенное к среде магнитное поле неоднородно в направлении распространения либо в поперечном направлении, то параметры и форма

выходящего импульса должны зависеть от координатной зависимости величины магнитного поля. Это обстоятельство может быть использовано для оптического отображения пространственного распределения свойств среды при помощи явления ЭИП.

Некогерентное оптическое магнитно-резонансное изображение было предложено еще в работе [4], в которой градиентное постоянное магнитное поле сдвигает магнитные подуровни из-за эффекта Зеемана и, следовательно, резонансные частоты в спектрах регистрируемой светоиндуцированной флуоресценции или поглощения, которые зависят от положения излучающего или поглощающего атома.

Градиентные магнитные поля использовались также для исследований когерентных лазерно-индуцированных явлений. В недавней работе [5] сообщалось об эксперименте Штерна-Герлаха с замедленным светом, где наблюдалось отклонение света, проходящего в условиях ЭИП через ячейку с парами рубидия, если к последней было приложено градиентное магнитное поле. Отклонение было объяснено приписыванием магнитного момента поляригону темного состояния (подобное и подобным образом объясняемое отклонение было предсказано в [6] в случае поперечно-неоднородного управляющего поля).

Восстановление пространственного распределения свойств среды посредством долгоживущей атомной когерентности предлагалось также в работе [7]. Предварительно приготовленное координатное распределение атомных возбуждений восстанавливается с помощью адиабатона [8], сигнальный импульс которого генерируется в тех точках среды, где атомная когерентность отлична от нуля. Показано, что при этом форма выходящего сигнального импульса однозначно определяется формой пространственного распределения возбужденных атомов.

В настоящей работе предлагается использовать процесс основанной на ЭИП записи и воспроизведения пробного светового импульса для отображения координатной зависимости импульсного неоднородного магнитного поля или какого-либо зависящего от координаты свойства среды. Будет показано, что импульс магнитного поля вносит сдвиг фазы воспроизводимого импульса (как наблюдалось в [3]), но этот сдвиг зависит от координаты, так что восстановленный сигнал несет информацию о зависящей от положения фазе атомной когерентности, которая может быть получена интерферометрическими измерениями подобно тому, как это сделано в [3]. Важно, что импульс магнитного поля должен быть выключен перед началом воспроизведения [3], поскольку в противном случае "окно" ЭИП расщепляется на несколько менее глубоких окон, как показано, например, в [9]. Очевидно, что временная форма восстановленного пробного импульса будет определяться зависящими от положения свойствами среды ЭИП, т.е. свойствами атомной когерентности. Другим способом отображения пространственного распределения свойств среды является использование альтернативной процедуры воспроизведения, когда восстанавливаемый пробный импульс регистрируется под некоторым углом к управляющему импульсу [10] либо в перпендикулярном направлении [11]. В этом

случае будет достаточно измерить какую-либо характеристику пробного импульса, перемещая измерительный прибор вдоль среды, вместо регистрации его временной формы.

Рассмотрим традиционную схему ЭИП в среде трехуровневых атомных систем типа  $\Lambda$ , взаимодействующих с управляющим и пробным лазерными импульсами. Будем нумеровать уровни по возрастанию энергии и предположим, что первоначально заселенным является основной уровень 1. В отсутствие магнитного поля управляющее поле резонансно переходу 2- $\rightarrow$ 3 между первоначально незаселенными уровнями, а пробное поле резонансно переходу 1- $\rightarrow$ 3, т.е. имеет место точный двухфотонный резонанс. Взаимодействие можно разделить на три временных интервала. Первый - это время записи пробного импульса, падающего на среду при  $z = 0$ , где  $z$  - координата вдоль среды. К концу этого интервала времени (допустим  $\hbar$ ) управляющий импульс выключается и пробный импульс превращается в когерентность  $\rho_{21}$ , эволюция которой происходит во втором временном интервале, в начале которого включается импульс магнитного поля. Оно обуславливает переменные расстройки резонанса посредством сдвига магнитных подуровней. Решение уравнений для матрицы плотности среды дает в этом интервале времени следующее выражение для вышеприведенной когерентности:

$$\rho_{21}(z, t_1 + T) = \rho_{21}(z, t_1) e^{-i\Phi(z)}. \quad (1)$$

Таким образом, когерентность приобретает фазу, которая зависит от координаты вдоль среды и, вообще говоря, от длительности импульса магнитного поля (не указанного в обозначении). При выводе (1) сделаны следующие предположения и обозначения. Во-первых, традиционные условия ЭИП о малом изменении населенностей:  $\rho_{11} \sim 1$ ,  $\rho_{22} \sim \rho_{33} \sim 0$ . Далее, предполагая пробное поле слабым, принимаем  $\rho_{32} \sim 0$  и  $\partial \rho_{31} / \partial t \approx 0$ . Фаза в выражении (1) определяется как

$$\Phi(z) = \int_{t_1}^{t_1+T} \Omega_B(z, t) dt. \quad (2)$$

Длительность магнитного импульса есть  $T$ , а величина магнитного поля  $B(z, t)$  определяется параметром  $\Omega_B(z, t) = (\mu_B / \hbar)(g_2 - g_1)B(z, t)$ , где  $g_{1,2}$  - множители Ланде соответствующих уровней, а  $\mu_B$  - магнетон Бора. Мы также предположили, что скорость распада когерентности мала, и пренебрегли ею в выражении (1). Известно (см., например, [12]), что при этих предположениях атомная когерентность среды определяется выражением  $\rho_{21}(z, t_1) = -\Omega_{p0}(L - z) / \Omega_{c0}(L - z)$ ,

где величина  $L$ , задаваемая выражением  $\frac{\hbar}{cG\mu_{13}} \int_0^\infty |\Omega_c(t')|^2 dt'$ , есть длина записи

информации, которую мы для простоты считаем равной длине среды.

В третьем из вышеотмеченных временных интервалов, когда магнитное поле отсутствует, а управляющий лазер включен, для соответствующих элементов матрицы плотности и пробного поля в процессе воспроизведения при допущениях, сделанных выше, имеем следующие уравнения:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right) E_r = iG\rho_{31}, \quad (3)$$

$$\Gamma_3 \rho_{31} = i(\Omega_r + \Omega_c \rho_{21}), \quad (4)$$

$$\partial \rho_{21} / \partial t = i\Omega_c^* \rho_{31}. \quad (5)$$

Здесь  $E_r$  – огибающая напряженности воспроизводимого поля (частоты Раби  $\Omega_c$  и  $\Omega_r$  управляющего и пробного полей определены обычным образом),  $G = (2\pi/c)\varphi_p N \mu_{31}$  есть постоянная среды, где  $\mu_{31}$  – дипольный момент соответствующего перехода, а  $\Gamma_3$  – полная ширина верхнего уровня; остальные обозначения очевидны.

Мы рассматриваем здесь только интервал времени восстановления пробного импульса, а не решаем полную задачу со шивкой функций в соответствующих точках и в соответствующие моменты времени, которая решена во многих работах при сделанных предположениях (см., например, [13]). Задача решалась также на языке квазичастиц, т.н. поляритонов темного состояния, которые делают картину прохождения более наглядной. Именно, когда управляющее поле включается снова, атомная когерентность,  $\rho_{21}$ , превращается обратно в восстанавливаемый пробный импульс, поэтому в рассматриваемом интервале времени начальные условия в (3), (4) и (5) могут быть записаны в виде  $E_r(z, t_1 + T) \sim -\rho_{21}(z, t_1 + T)\Omega_{c0}(z, t_1 + T) = E_{p0}(L - z)e^{-i\Phi(z)}$  с учетом (1), где можно положить  $t_1 + T = 0$ . Отметим, что если бы задача решалась на языке распространения поляритонов, было бы необходимо разделить в уравнениях модуль и фазу волновой функции поляритона.

Итак, уравнения (3)-(5) хорошо известны и обычно используются для описания прохождения света в  $\Lambda$ -средах в условиях ЭИП без внешних полей. Влияние внешнего импульсного магнитного поля проявляется только в начальных условиях, как и в случае импульса однородного поля в [3]. Именно, уравнения (3)-(5) сводятся к виду

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_g(z, t)} \frac{\partial}{\partial t}\right) E_p = 0, \quad (6)$$

где  $v_g$ , определенное формулой  $v_g^{-1} = c^{-1} + G\mu_{13}/\hbar|\Omega_c(z, t)|^2$ , есть замедленная групповая скорость воспроизводимого пробного импульса. Предполагая, что управляющее поле не истощается, можно принять  $\Omega_c(z, t) = \Omega_c(0, t - z/c)$ . Тогда решением уравнения (6) является, очевидно, следующий пробный импульс, распространяющийся в среде:

$$E_r(z, t) = E_{0p} \left( L - z + \frac{\hbar}{cG\mu_{13}} \int_0^{t-z/c} |\Omega_c(t')|^2 dt' \right) \exp \left[ -i\Phi \left( z - \frac{\hbar}{cG\mu_{13}} \int_0^{t-z/c} |\Omega_c(t')|^2 dt' \right) \right]. \quad (7)$$

Таким образом, временная форма восстановленного пробного импульса, выходящего из среды ( $z = L$ ), определяется пространственной формой начальной

атомной когерентности посредством ее фазы, которая содержит дополнительный член, обусловленный магнитным полем. Вообще говоря, как фаза, так и модуль начальной когерентности могут зависеть от продольной или поперечной координаты в среде либо, будучи специально подготовленными (например, посредством координатного распределения населенностей атомных уровней, как было предложено в теоретической работе [7]), либо из-за какого-либо процесса или свойства среды (например, из-за неоднородной плотности числа резонансных атомов, которая может иметь место в твердых телах). В любом случае пространственное распределение отображается во временной форме восстановленного импульса. Здесь рассматривается только случай изменения фазы внешним магнитным полем, поэтому начальная фаза когерентности положена равной нулю.

Это изменение фазы может проявляться, как было отмечено выше, только в интерферометрических экспериментах. В этом случае регистрируемая картина будет определяться величиной  $|E_p|\cos\Phi$ , а ее временная форма будет задаваться зависимостью фазы от  $z$ , т.е. характером неоднородности магнитного поля и ее параметрами. Значит, зависимость фазы атомной когерентности от  $z$  отобразится в наблюдаемой временной картине, которая определяется целым рядом параметров, в том числе напряженностью управляющего поля.

Для визуализации этого факта рассмотрим два частных случая зависимости магнитного поля от  $z$ . Предположим, что импульс магнитного поля имеет лоренцеву временную форму и примем  $T/\tau = 10$ , где  $\tau$  - ширина временного лоренциана. Что касается пикового значения величины магнитного поля, примем ее в первом случае растущей пропорционально  $z$  (градиентное поле). Магнитное поле предполагаем достаточно слабым, а именно, величину  $\Omega_B$  - порядка мегагерц, а длительность импульса - порядка микросекунд ( $\Omega\Phi - \Omega_B\tau$ ).

В этом случае зависимость фазы и ее косинуса от  $z$  показана на рис.1, а форма восстановленного пробного импульса - на рис.2. Пунктирная кривая на рис.2 есть пробное поле, наблюдаемое непосредственно, без интерференции с управляющим импульсом. Это гауссиан с амплитудой, нормированной на единицу и без множителя с напряженностью управляющего поля (фаза управляющего поля, так же как и начальная фаза пробного поля положена для простоты равной нулю). Временной масштаб на рис.2 соответствует постоянной величине управляющего поля и индексу групповой скорости, равному 10. При наклоне 4.5 на рис.1 на рис.2 наблюдается интерференционный минимум. Увеличение наклона приводит, очевидно, к увеличению числа наблюдаемых минимумов, а также к изменению их положения на оси времени.

Во втором примере принято, что магнитное поле имеет лоренцеву форму по  $z$  и на рис.3 опять представлены фаза и ее косинус для лоренциана с пиковым значением 4.5 и шириной 0.1, причем пиковая величина приходится на середину среды ( $z = L/2$ ). Рис.4 показывает пробное поле с примесью и без примеси управляющего поля для того же значения индекса групповой скорости, как и в предыдущем случае.

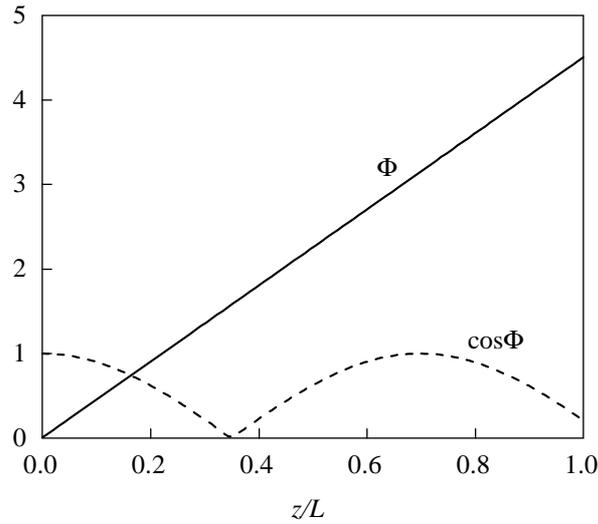


Рис.1. Фаза, приобретенная воспроизводимым пробным импульсом, и ее косинус в случае градиентного магнитного поля с наклоном 4.5.

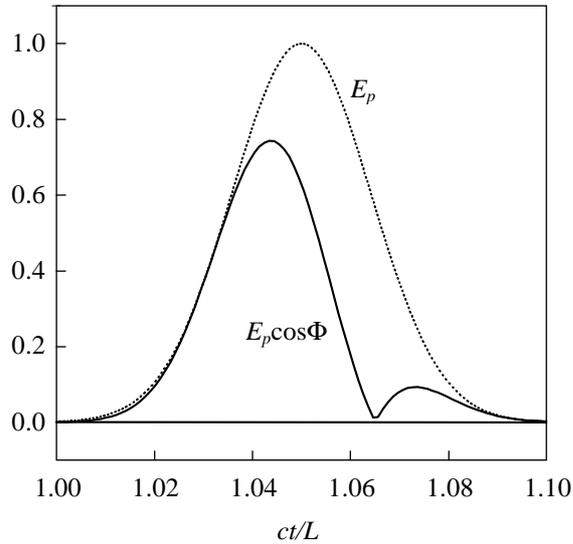


Рис.2. Пробное поле, выходящее при  $z = L$  и  $t > L/c$  без интерференции (пунктирная кривая) и интерферирующая (сплошная кривая) с управляющим полем, в случае градиентного магнитного поля. Индекс групповой скорости равен 10.

Здесь также видно наличие максимумов и минимумов в интерференционной картине в моменты времени, соответствующие тем значениям  $z$ , при которых  $\cos\Phi$  равен соответственно единице или нулю. Очевидно также, что число минимумов возрастает с увеличением пикового

значения и не меняется с изменением ширины лоренциана. Если пиковое значение приходится не на середину среды при  $z = L/2$ , то картина будет несимметричной и асимметрия позволит определить положение пиковой величины магнитного поля.

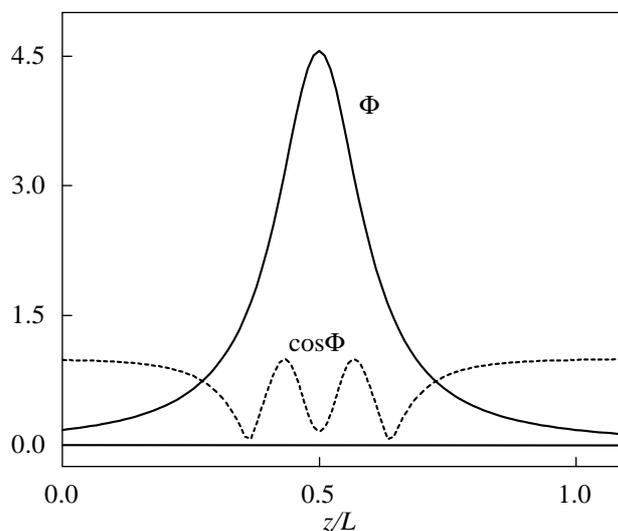


Рис.3. Фаза, приобретенная воспроизводимым пробным импульсом, и ее косинус в случае магнитного поля лоренцевой формы с пиковым значением 4.5 и шириной 0.1.

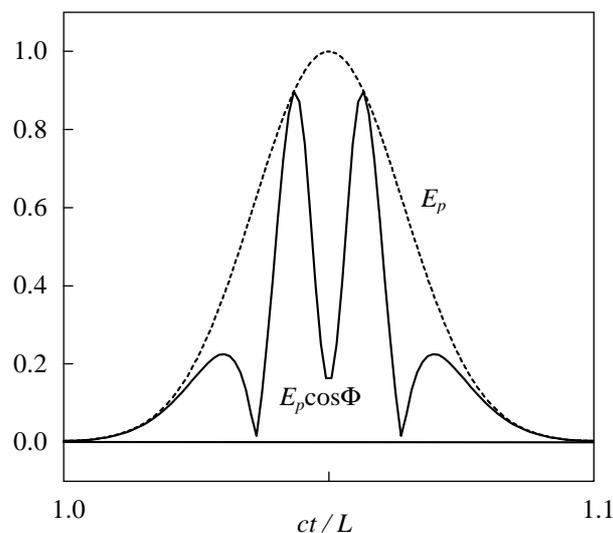


Рис.4. Пробное поле, выходящее при  $z = L$  и  $t > L/c$  без интерференции (пунктирная кривая) и интерферирующая (сплошная кривая) с управляющим полем, в случае лоренцева магнитного поля. Индекс групповой скорости равен 10.

Таким образом, мы показали, что в случае записи и воспроизведения светового импульса в среде при условиях ЭИП, приложение импульсного

магнитного поля в интервале времени между записью и воспроизведением дает возможность восстановить координатную зависимость фазы атомной когерентности в среде, если магнитное поле неоднородно, т.к. эта когерентность нижних уровней атомов среды приобретает зависящую от координаты фазу, которая меняет форму воспроизводимого импульса. Это изменение может быть наблюдеено посредством интерферометрических измерений. Применение изложенных результатов к конкретным случаям требует отдельного рассмотрения. Тем не менее очевидно, что эти результаты могут применяться по крайней мере для измерения пространственного распределения самого магнитного поля.

Работа выполнена в рамках проекта 96 Государственного комитета по науке при правительстве РА и при частичной поддержке грантов INTAS no. 06-1000017-9234 и ANSEF no. PS-opt-1347.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **M.Fleischhauer, M.D.Lukin.** Phys. Rev. Lett., **84**, 5094 (2000).
2. **M.Fleischhauer, A.Imamoglu, J.P.Marangos.** Rev. Mod. Phys., **77**, 633 (2005).
3. **A.Mair, J.Hager, D.F.Phillips, R.L.Walsworth, M.D.Lukin.** Phys. Rev. A, **65**, 031802 (2002).
4. **S.Schiller, R.L.Byer.** JOSA A, **9**, 683 (1992).
5. **L.Karpa, M.Weitz.** Nature Physics, **2**, 332 (2006).
6. **D.L.Zhou, Lan Zhou, R.Q.Wang, S.Ye, C.P.Sun.** Phys. Rev. A, **76**, 055801 (2007).
7. **J.R.Csesznegi, R.Grobe.** Phys. Rev. Lett., **79**, 3162 (1997).
8. **R. Grobe, F.T. Hioe, J.H. Eberly.** Phys. Rev. Lett., **73**, 3183 (1994).
9. **X.G.Wei, J.H.Wu, G.X.Sun, Z.Shao, Z.H.Kang, Y.Jiang, J.Y.Gao.** Phys. Rev. A, **72**, 023806 (2005).
10. **P.Arve, P.Janes, L.Thylen.** Phys. Rev. A, **69**, 063809 (2004).
11. **G.Nikoghosyan.** Eur. Phys. J. D, **36**, 119 (2005).
12. **V.O.Chaltykyan, G.G.Grigoryan, G.Nikogosyan.** Phys. Rev. A, **68**, 013819 (2003).
13. **M.D.Lukin.** Rev. Mod. Phys., **75**, 457 (2003).

#### MODIFICATION OF MEDIUM PHASE MEMORY UNDER INFLUENCE OF A PULSED INHOMOGENEOUS MAGNETIC FIELD

V.O. CHALTYKYAN, G.G. GRIGORYAN

We consider retrieving of a light pulse stored in a medium of atoms with ( $\pi$ -configuration of levels under conditions of electromagnetically induced transparency when a pulse of the external magnetic field inhomogeneous over the medium length is applied to the medium during the absence of the control field. It is shown that the coherence of lower levels of medium atoms acquires a phase depending on the coordinate along the medium and that the temporal shape of retrieved pulse, if it is recorded interferometrically, reflects the coordinate dependence of the magnetic field.

УДК 621.373

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГЕНЕРАЦИИ ТЕРАГЕРЦОВОГО  
ИЗЛУЧЕНИЯ, ПОЛУЧЕННОГО ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ  
СВЕРХУШИРЕННОГО СПЕКТРА, СФОРМИРОВАННОГО  
В ПРОЦЕССЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФЕМТОСЕКУНДНОГО  
ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА В КРИСТАЛЛЕ GaAs**

Д.Л. ОГАНЕСЯН<sup>1</sup>, В.О. ЧАЛТЫКЯН<sup>2</sup>, А.С. МАРТИРОСЯН<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ереванский государственный университет, Армения

<sup>2</sup>Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 18 сентября 2008 г.)

Приведены результаты теоретического исследования процесса формирования сверхуширенного спектра, возникающего в результате взаимодействия фемтосекундных лазерных импульсов с изотропной нелинейной средой. Проведено численное интегрирование во времени системы нелинейных уравнений Максвелла конечно-разностным методом. Рассмотрено взаимодействие взаимноортогональных линейно-поляризованных импульсов с равными значениями центральных длин волн 1.98 мкм, равными длительностями 30 фс и равными значениями энергии 30 нДж, распространяющихся вдоль нормали к плоскости <110> в кристалле GaAs толщиной 1 мм. В нелинейной части поляризации среды учтена безынерционная нелинейная восприимчивость второго порядка. Исследован процесс формирования терагерцового импульса, полученного в результате фильтрации сверхуширенного спектра.

За последнее десятилетие достигнуты значительные успехи в генерации и детектировании когерентного импульсного излучения в диапазоне частот от единиц до десятков ТГц [1-3]. Были исследованы различные материалы для генерации и детектирования терагерцового излучения (ТИ). В настоящее время существуют генераторы ТИ с длительностью импульса около сотни фемтосекунд, шириной спектра 0.2-70 ТГц и эффективностью преобразования энергии до  $10^{-6}$  [1,2]. Для генерации терагерцового импульсного излучения используются, в частности, нелинейно-оптические кристаллы, где генерация ТГц излучения обусловлена эффектом оптического выпрямления [4]. Для детектирования когерентного фемтосекундного терагерцового излучения было предложено использовать электрооптический эффект в нелинейных кристаллах [5,6]. Для генерации ТИ используется изотропный кристалл GaAs, имеющий полосу прозрачности 0.9-17 мкм и коэффициент поглощения менее  $5 \text{ см}^{-1}$  в частотном диапазоне до 3 ТГц [7]. Коэффициент нелинейной восприимчивости GaAs достаточно высок и сравним с соответствующими значениями для таких

кристаллов, как ZnTe, GaP, GaSe, которые также используются для генерации ТИ. Следует отметить, что длина волны фемтосекундного лазерного импульса накачки должна быть больше 1.75 мкм, так как на данной длине волны в кристалле GaAs имеет место двухфотонное поглощение. Следовательно, для генерации ТИ в кристалле GaAs весьма перспективным является использование, в частности, волоконно-оптических лазеров, генерирующих фемтосекундные импульсы на длине волны 1.98 мкм [8].

В данной работе рассмотрено взаимодействие взаимноортогональных линейно-поляризованных импульсов с равными значениями центральных длин волн 1.98 мкм, равными длительностями 30 фс и равными значениями энергии 30 нДж, распространяющихся вдоль нормали к плоскости <110> в кристалле GaAs толщиной 1 мм.

Распространение взаимноортогональных линейно-поляризованных плоских волновых пакетов вдоль оси  $y$ , которая совпадает с нормалью к плоскости <110> кристалла GaAs, будем описывать в рамках следующей системы уравнений Максвелла для напряженностей электрического  $E_{z,x}$  и магнитного  $H_{z,x}$  полей:

$$\begin{aligned} \partial D_z / \partial t &= -\partial H_z / \partial y, \\ \partial H_z / \partial t &= -(1/\mu_0)(\partial E_z / \partial y), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \partial D_x / \partial t &= \partial H_x / \partial y, \\ \partial H_x / \partial t &= (1/\mu_0)(\partial E_x / \partial y), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $D_{z,x}$  - компоненты электрической индукции,  $P_{zL}, P_{xL}$  - компоненты линейной, а  $P_{zNL}, P_{xNL}$  - нелинейной части поляризации среды. Электрические индукции  $D_z, D_x$  определяются из материальных уравнений, в которых последовательно учитываются линейная дисперсия, а также нелинейная поляризация среды:

$$D_z = \varepsilon_0 E_z + P_{zL} + P_{zNL}, \quad (3)$$

$$D_x = \varepsilon_0 E_x + P_{xL} + P_{xNL}. \quad (4)$$

При выбранной геометрии нелинейная поляризация среды, обусловленная квадратичной восприимчивостью, в квазистатическом приближении может быть представлена в виде

$$P_{zNL}(t) = \varepsilon_0 d_{14} E_x^2(t), \quad P_{xNL}(t) = \varepsilon_0 d_{14} E_z(t) E_x(t) \sqrt{2}, \quad (5)$$

где  $d_{14} = 150 \cdot 10^{-12}$  м/В - коэффициент нелинейной восприимчивости кристалла GaAs. Квазистатическое приближение соответствует мгновенному нелинейному отклику среды и может быть использовано также в инфракрасном диапазоне длин волн [9]. В качестве изотропной нелинейной диспергирующей среды рассматривается кристалл GaAs, который прозрачен в спектральном диапазоне 0.97-17 мкм, а линейная восприимчивость, согласно [7], может быть представлена в виде

$$\chi^{(1)}(\omega) = n^2(\omega) - 1 = b_0 + \sum_{i=1}^3 b_i (2\pi c)^2 / (\omega_i^2 - \omega^2), \quad (6)$$

где  $b_0 = 4.372514$ ,  $b_1 = 27.83972$ ,  $b_2 = 0.031764 + 4.35 \times 10^{-5} \Delta T + 4.6644 \times 10^{-7} \Delta T^2$ ,  $b_3 = 0.00143636$ ,  $\lambda_1 = 0.4431307 + 0.505644 \times 10^{-4} \Delta T$  мкм,  $\lambda_2 = 0.8746453 + 0.19134 \times 10^{-3} \Delta T - 4.8824 \times 10^{-7} \Delta T^2$  мкм,  $\lambda_3 = 36.9166 - 0.011622 \Delta T$  мкм,  $\lambda_i = 2\pi c / \omega_i$ ,  $\Delta T$  – отклонение температуры от комнатной  $t = 20^\circ\text{C}$  ( $T = 293$  К). В соответствии с (6), линейный отклик среды определяется следующими выражениями для  $x$ - и  $z$ -поляризации:

$$\begin{aligned} P_{xL,zL}(\omega) &= \varepsilon_0 \left( b_0 + \sum_{i=1}^3 b_i (2\pi c)^2 / (\omega_i^2 - \omega^2) \right) E_{x,z}(\omega) = \\ &= \varepsilon_0 b_0 E_{x,z}(\omega) + P_{1xL,1zL}(\omega) + P_{2xL,2zL}(\omega) + P_{3xL,3zL}(\omega), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $i = 1, 2, 3$ . Уравнения (7) описывают линейные дисперсионные свойства среды в полосе прозрачности в соответствии с классической моделью Лоренца.

Вышеописанная классическая модель взаимодействия взаимноортогональных поляризованных фемтосекундных лазерных импульсов (ФЛИ) с анизотропной диспергирующей нелинейной средой применялась нами для описания процесса параметрической генерации инфракрасного излучения [9]. В настоящей работе данная модель адаптирована и использована для исследования процесса генерации сверхуширенного спектра, образующегося при нелинейном взаимодействии взаимноортогонально поляризованных ФЛИ, распространяющихся в кристалле GaAs. При этом рассматривается случай, когда несущие частоты взаимодействующих импульсов одинаковы. При расчетах использована численная схема, аналогичная приведенной в [10], которая ранее была применена нами для описания процесса формирования ИК излучения [11].

Рассмотрим процесс формирования терагерцового импульса, полученного в результате спектральной фильтрации сверхуширенного спектра, образовавшегося на выходе нелинейного кристалла. Полоса прозрачности рассматриваемого фильтра находится в частотном диапазоне 10–70 ТГц, что соответствует диапазону длин волн 4.28–30 мкм. Численное моделирование было проведено при следующих начальных условиях:

$$E_{z,x}(t, z=0) = E_{z0,x0} \exp(-t^2/\tau_0^2) \cos(2\pi ct/\lambda_0), \quad (8)$$

где  $E_{x0}$ ,  $E_{z0}$  – начальные значения амплитуд импульсов с взаимноортогональными поляризациями,  $\tau_0 = 30$  фс – длительности импульсов,  $\lambda_0 = 1.98$  мкм – их центральные длины волн. Длина среды выбиралась равной  $L = 1$  мм, а начальные значения амплитуд импульсов  $E_{x0} = E_{z0}$ . Максимальное значение амплитуды импульсов с  $x$  и  $z$ -поляризациями выбиралось равным  $E_{z0,x0,\max} = 234 \times 10^6$  В/м, что соответствует значениям напряженности электрического поля фемтосекундного импульса волоконно-оптического лазера [8]. Данному максимальному значению напряженности поля соответствует длина пути нелинейного преобразования  $L_n = \lambda_0 / 2\gamma \sim 20$  мкм. Согласно численным расчетам, при толщине кристалла больше

77 мкм имеет место генерация терагерцового излучения в условиях отсутствия фазового синхронизма. На рис.1 приведена зависимость нормированной длительности взаимноортогонально поляризованных ФЛИ, определенной на уровне  $1/e$ , от длины кристалла, полученная в результате численных расчетов. Следует отметить, что при рассматриваемых начальных значениях амплитуды напряженностей полей взаимноортогонально поляризованных ФЛИ и из-за изотропности рассматриваемого кристалла скорость временного расплывания импульсов с изменением длины кристалла практически одинакова для  $z$ - и  $x$ -поляризованных импульсов.

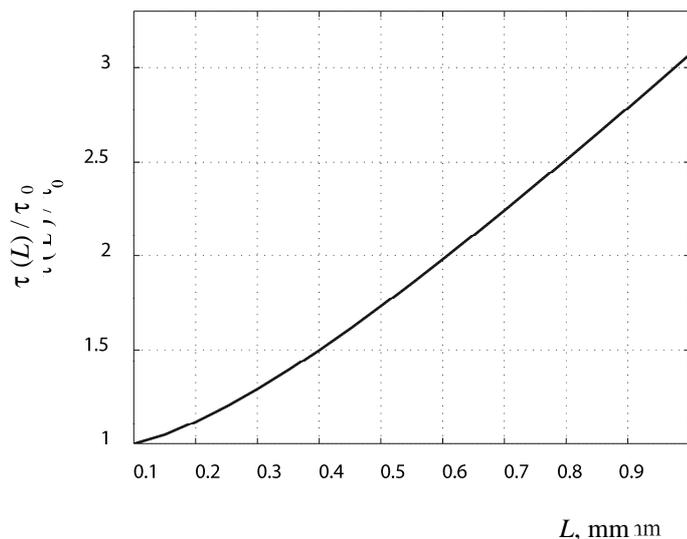


Рис.1. Зависимость длительности взаимноортогонально поляризованных лазерных импульсов от длины кристалла, полученная в результате численных расчетов.

Как видно из рис.1, при длине кристалла 100 мкм длительность лазерного импульса накачки на выходе кристалла примерно такая же, как на входе. В частности, при длине кристалла  $L = 1$  мм длительность импульса на выходе кристалла в нашем случае увеличивается в 3.1 раза. На рис.2 приведены временной профиль (а) и спектральная плотность мощности (б) для  $z$ -поляризованного импульса на входе кристалла. На рис.2в,г представлены временной профиль и нормированная плотность мощности

$$S_z\left(v = \frac{c}{\lambda}, y = L\right) = 10 \lg \left( \frac{P_z}{P_{z0}} \right) = 10 \lg \left( \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} E_z(t, y = L) \exp \left\{ j \frac{2\pi c t}{\lambda} \right\} dt \right|^2}{\left| \int_{-\infty}^{\infty} E_z(t, y = 0) \exp \left\{ j \frac{2\pi c t}{\lambda} \right\} dt \right|^2} \right) \quad (9)$$

для  $z$ -поляризованного импульса на выходе кристалла, полученные в результате

численных расчетов при  $E_{z0} = E_{z0,\lambda0,\max}$  и  $L = 1$  мм. Длительность лазерного импульса на выходе нелинейного кристалла, согласно рис.1 и рис.2в, составляет  $\sim 93$  фс. Как видно из рис.2г, на выходе кристалла в спектре ФЛИ в области разностных частот формируется сверхширокое спектральное распределение. На рис.2г показан также вид спектрального окна в частотном диапазоне 10–70 ТГц, с помощью которого производится фильтрация. Следует отметить, что при фильтрации с помощью такого идеализированного математического фильтра фазовое соотношение между спектральными компонентами в области разностных частот в полосе пропускания фильтра остается таким же, каким оно формируется в процессе распространения импульса в кристалле. Полосовые фильтры в спектральном диапазоне 4.28(30 мкм могут быть реализованы на основе многослойных диэлектрических фильтров [12,13]. Очевидно, что при использовании реальных фильтров фазовое соотношение между спектральными компонентами в области разностных частот, попадающих в полосу его пропускания, будет определяться также фазочастотной характеристикой фильтра. Для разделения видимого и ближнего ИК диапазонов спектра от исследуемого инфракрасного диапазона необходимо импульсы с выхода нелинейного кристалла предварительно пропустить через кремниевый или германиевый фильтр [14].

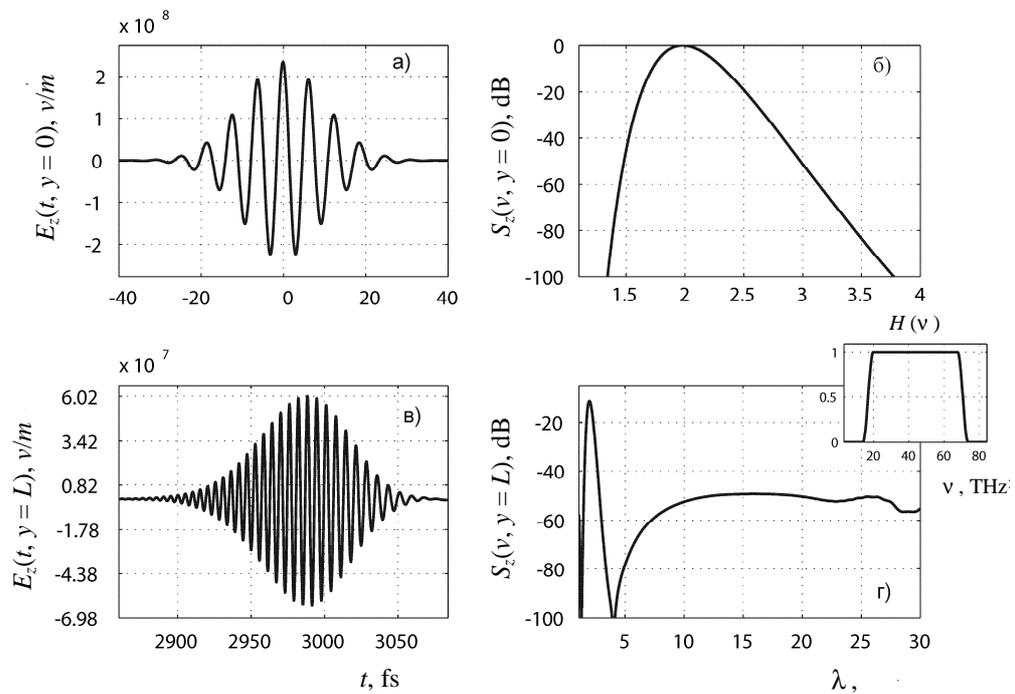
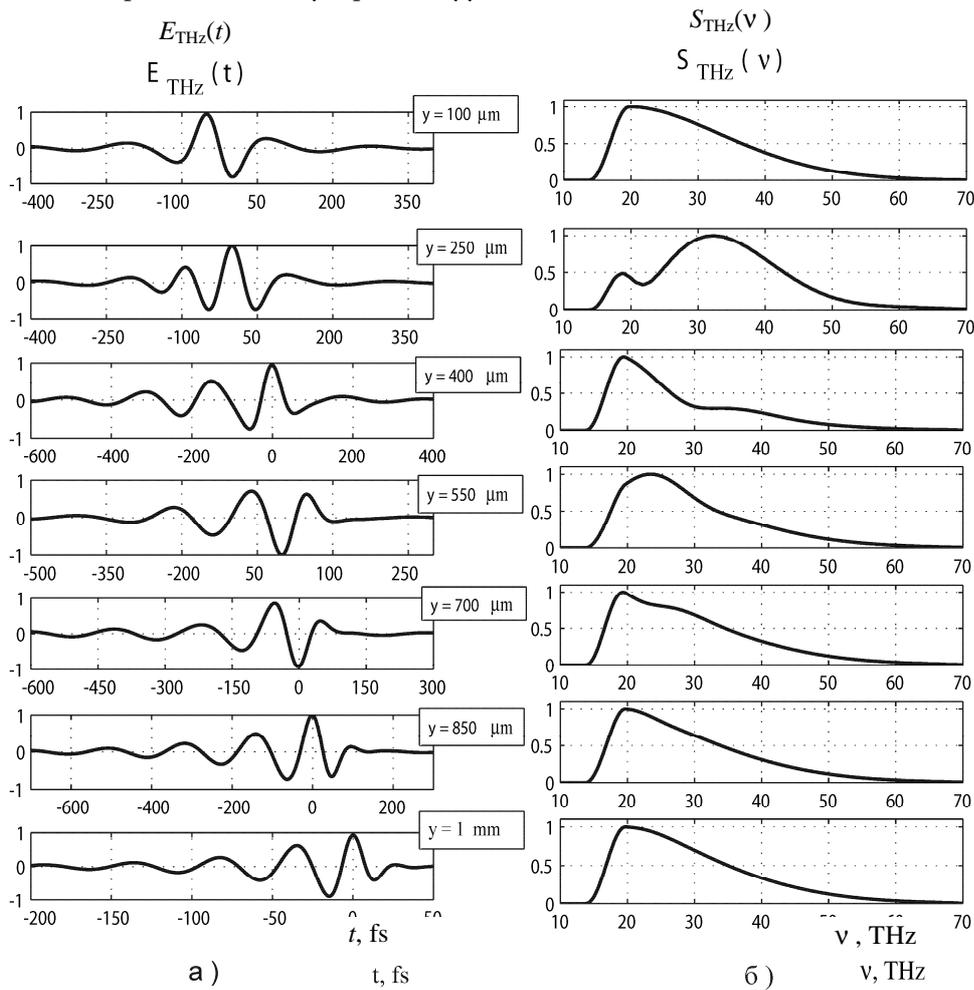


Рис.2. Временной профиль (а) и зависимость плотности мощности (б) для  $z$ -поляризованного импульса от длины волны на входе кристалла. Временной профиль (в) и зависимость нормированной плотности мощности для  $z$ -поляризованного импульса от длины волны на входе кристалла. На рис.2г показано также спектральное окно в частотном

диапазоне 10–70 ТГц, с помощью которого производится фильтрация образовавшегося суперконтинуума.



терагерцового импульса (б), полученного в результате фильтрации спектрального суперконтинуума, образовавшегося при распространении  $z$ -поляризованного импульса в кристалле, при различных значениях длины кристалла.

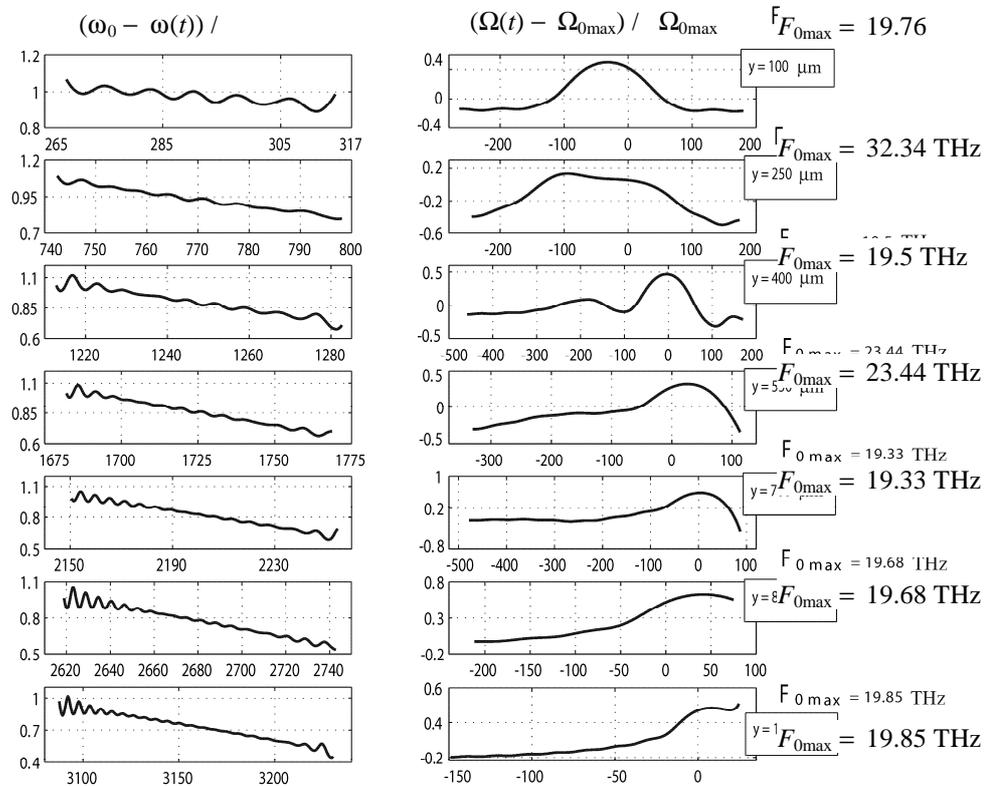
На рис.3 приведены временные профили и зависимости плотности мощности терагерцового импульса, полученного в результате фильтрации сверхуширенного спектра, для разных значений толщины кристалла. На рис.4а представлены зависимости нормированного значения текущей частоты для  $z$ -поляризованного импульса накачки от текущего времени для разных значений толщины нелинейного кристалла:

$$\bar{\omega}(t) = \frac{\omega_0 - \omega(t)}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_0}. \quad (10)$$

На рис.4б показаны зависимости нормированного значения текущей частоты терагерцового импульса от времени при разных значениях толщины кристалла:

$$\bar{\Omega}(t) = \frac{\Omega(t) - \Omega_{0\max}}{\Omega_{0\max}}, \quad \Omega_{0\max} = \frac{2\pi c}{\Lambda_{0\max}}, \quad (11)$$

где  $\Lambda_{0\max}$  – длина волны, соответствующая максимуму спектрального распределения в отфильтрованном спектральном суперконтинууме. Как видно из рис.3б и 4б, для длин кристалла 100, 400, 700, 850 мкм и 1 мм в отфильтрованном спектральном суперконтинууме максимум спектрального распределения приходится на частоту терагерцового излучения  $\sim 19$  ТГц (15.8 мкм). При длине кристалла 250 мкм максимум спектрального распределения приходится на частоту терагерцового излучения  $\sim 32$  ТГц (9.4 мкм), а при длине кристалла 550 мкм этот максимум приходится на частоту  $\sim 23.4$  ТГц (12.79 мкм). В соответствии с рис.4а, лазерный импульс в процессе распространения в кристалле, по мере вре



значениях длины нелинейного кристалла; б) Зависимости нормированного значения текущей частоты терагерцового импульса от времени при разных значениях толщины кристалла.

менного дисперсионного расплывания приобретает также частотную модуляцию (положительный чирп), в результате чего длинноволновые компоненты

начинают опережать коротковолновые компоненты. Это, в свою очередь, соответствует области нормальной дисперсии среды. Согласно рис.4а, зависимость текущей частоты для  $z$ -поляризованного импульса накачки является линейной функцией времени, которую можно представить в виде

$$\omega(t) = \omega_0 - 2\alpha t. \quad (12)$$

На рис.5 показана зависимость чирпа  $\alpha\tau^2$  ( $\tau = 2\tau_0\sqrt{\ln 2}$ ) от длины кристалла. Согласно результатам расчетов, по мере распространения в кристалле спектрально-ограниченный лазерный импульс (8) преобразуется в импульс с линейной частотной модуляцией, знак которого определяется дисперсией среды [15]. Как следует из вышеизложенного, если сформировать лазерный импульс накачки с отрицательным чирпом и подобрать величину чирпа в соответствии с зависимостью  $\alpha(y)$ , приведенной на рис.5а, а длительность импульса  $\tau(y)$  (в соответствии с зависимостью, показанной на рис.1, то в процессе распространения в кристалле данного импульса длительность импульса на выходе кристалла будет определяться полной шириной спектра  $\tau_0$ , а скорость изменения частотной модуляции  $\alpha(L) = 0$ . Это в свою очередь приведет к увеличению эффективности генерации ТГц излучения с высокочастотными спектральными составляющими на выходе нелинейного кристалла.

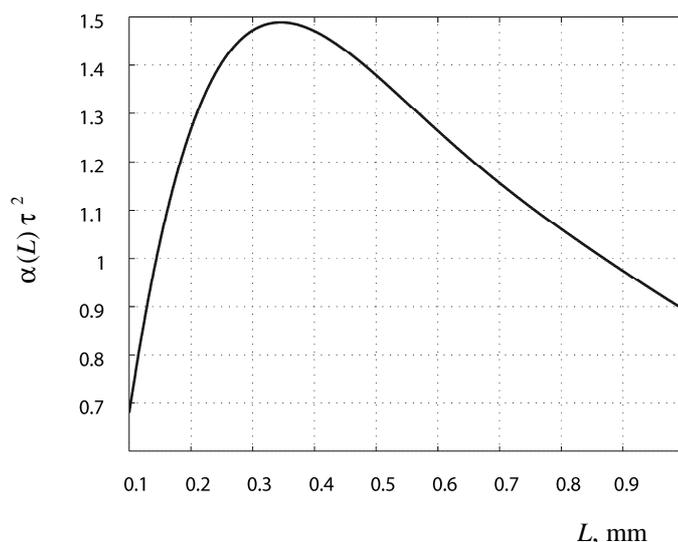


Рис.5. Зависимость чирпа  $\alpha\tau^2$  импульса накачки от длины кристалла.

Таким образом, в данной работе приведены результаты теоретического исследования процесса генерации ТИ, полученного при фильтрации сверхширокого спектра, сформированного в процессе распространения ФЛИ в кристалле GaAs. Проведено численное интегрирование по времени системы нелинейных уравнений Максвелла конечно-разностным методом. Рассмотрено взаимодействие взаимноортогональных линейно-поляризованных ФЛИ с

равными значениями центральных длин волн 1.98 мкм, равными длительностями 30 фс и равными значениями энергии 30 нДж, распространяющихся вдоль нормали к плоскости <110> в кристалле GaAs толщиной 1 мм. Показано, что для повышения эффективности генерации ТИ при распространении ФЛИ в кристалле GaAs толщиной  $L$  необходимо сформировать лазерный импульс накачки с отрицательным чирпом в соответствии с зависимостью  $\alpha(y=L_0)$  (рис.5) и длительностью импульса в соответствии с зависимостью  $\tau(y)$  (рис.1). Действительно, при распространении такого ФЛИ в кристалле GaAs толщиной  $L_0$  его длительность на выходе кристалла будет определяться полной шириной спектра, а скорость изменения частотной модуляции станет равной нулю. Это, в свою очередь, приведет к увеличению эффективности генерации ТИ с высокочастотными спектральными составляющими на выходе нелинейного кристалла. Получены зависимости текущей частоты для импульсов накачки от времени при разных значениях длины нелинейного кристалла и длительности импульсов накачки от длины кристалла. Получены также зависимости текущей частоты ТИ от времени при разных значениях длины кристалла.

Работа выполнена в рамках темы 768 Министерства образования и науки Республики Армения и при частичной поддержке грантов INTAS по. 06-1000017-9234 и ANSEF по. PS-opt-1347.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **D.Grischowsky, S.Keiding, M. van Exter, Ch.Fattinger.** J. Opt. Soc. Am. B, **7**, 2006 (1990).
2. **D.M.Mittleman, M. Gupta, R. Neelmani, et al.** Appl. Phys. B, **10**, 1007, (1999).
3. **Q.Chen, X.-C.Zhang.** Phys. Lett., **74**, 3435 (1999).
4. **Y.Ding, I.Zotova.** Opt. Quant. Electr., **32**, 531 (2000).
5. **Q.Wu, X.-C.Zhang.** Appl. Phys. Lett., **67**, 3523 (1995).
6. **V.O.Chaltikyan, D.L.Hovhannisyan, E.M.Laziev, A.O.Melikyan, A.O.Vardanyan.** Journal of Modern Optics, **53**, 919 (2006).
7. **T.Skauli, P.S.Kuo, K.L.Vodopyanov, et al.** J. Appl. Phys., **94**, 6447 (2003).
8. **G.Imeshev, M.E.Fermann, K.L.Vodopyanov, M.M.Fejer, E.L.Ginzton, X.Yu, J.S.Harris.** Optics Express, **14**, 4439 (2006).
9. **D.L.Hovhannisyan, K.G.Stepanyan, R.A.Avagyan.** Opt. Comm., **245**, 443 (2005).
10. **M.Fujii, M.Tahara, I.Sakagami, W.Freude, P.Russer.** IEEE Journal of QE, **40**, 175 (2004).
11. **D.L.Hovhannisyan, A.O.Vardanyan.** J. Lasers in Engineering, **8**, 35 (2008).
12. **G.D.Holah.** Infrared and Millimeter Waves, vol. **6**, ed. K.J.Button, New York, Academic Press, 1982, p. 305.
13. **G.J.Hawkins, R.Hunneman, M.T.Gardner, G.T.Babcock.** Infrared Physics & Technology, **39**, 297 (1998).
14. **T.Zentgraf, R.Huber, N.C.Nielsen, D.S.Chemla, R.A.Kaindl.** Optics Express, **15**, 5775 (2007).
15. **С.А.Ахманов, В.А.Выслоух, А.С.Чиркин.** Оптика фемтосекундных лазерных импульсов, М., Наука, 1988.

**GaAs ԲՅՈՒՐԵՂՈՒՄ ՖԵՄՏՈՎԱՅՐԿՅԱՆԱՅԻՆ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ԻՄՊՈՒԼՍԻ  
ՏԱՐԱԾՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ԿԱԶՄԱՎՈՐՎԱԾ ՍՊԵԿՏՐԱԼ ՍՈՒՊԵՐԿՈՆՏԻՆՈՒՈՒՄԻ  
ՖԻԼՏՐՄԱՍԲ ՏԵՂԻ ՈՒՆԵՅՈՂ ՏԵՐԱԶԵՐՑԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԳԵՆԵՐԱՑՄԱՆ  
ՊՐՈՑԵՍԻ ՍՈՂԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ**

**Դ.Լ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Վ.Ն. ՉԱԼՏԻԿՅԱՆ, Ա.Ս. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ**

Ներկայացված են իզոտրոպ ոչ գծային միջավայրում տարածվող մի քանի պարբերություն տևողությամբ լազերային իմպուլսների փոխազդեցությունից առաջացող տերահերց ճառագայթման գեներացման պրոցեսի տեսական ուսումնասիրության արդյունքները: Կատարված է Մաքսվելի ոչ գծային հավասարումների համակարգի թվային ինտեգրում ըստ ժամանակի վերջավոր տարբերությունների եղանակով: Դիտարկված է գծայնորեն փոխադրահայաց բեվեռացված իմպուլսների փոխազդեցությունը, որոնք ունեն 1.98 մկմ կենտրոնական ալիքի երկարություն, 30 ֆվ տևողություն, 30 նՋ էներգիա և տարածվում են GaAs 1 մմ հաստությամբ բյուրեղում <110> հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ: Միջավայրի բևեռացվածության ոչ գծային բաղադրիչում հաշվի է առնված երկրորդ կարգի ոչ գծային ընկալունակությունը: Ուսումնասիրված է տերահերցային իմպուլսի ոչ գծային բյուրեղի ելքի սպեկտրում կազմավորվող սուպերկոնտինուումի սպեկտրալ ֆիլտրման միջոցով առաջացման պրոցեսը:

**MODELING THE TERAHERTZ RADIATION GENERATION PROCESS, OBTAINED BY  
FILTRATION OF SPECTRAL SUPERCONTINUUM, FORMED DURING THE  
FEMTOSECOND LASER PULSE PROPAGATION IN GaAs CRYSTAL**

**D.L. HOVHANNISYAN, V.O. CHALTYKYAN, A.S. MARTIROSYAN**

We present the results of theoretical studies of the process of generation of terahertz radiation arising via interaction of few-cycle laser pulses propagating in an isotropic nonlinear medium. Numerical time-integration, by the finite-difference method, of the system of nonlinear Maxwell equations has been performed. We consider the interaction of mutually-orthogonal linearly polarized pulses, both having the central wavelength of 1.98  $\mu\text{m}$ , durations of 30 fs, and the energies of 30 nJ, propagating along the normal to the <110> plane in the 1 mm-thickness GaAs crystal. In the nonlinear part of the medium polarization the without-inertia nonlinear second-order susceptibility is taken into account. The process of formation of a terahertz pulse arising via spectral filtration of supercontinuum formed in the spectra of pump pulses at the output of the nonlinear crystal is studied.

УДК 621.373

## СПЕКТРАЛЬНО-ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОГИБАЮЩЕЙ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ

К.А. ПАЛАНДЖЯН, Т.Г. МАНСУРЯН, Г.Л. ЕСАЯН, Л.Х. МУРАДЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 17 июня 2008 г.)

Предложен новый спектрально-интерферометрический метод полной характеристики сверхкоротких импульсов. Метод основан на использовании, в качестве опорного, субпараболического импульса с известной фазой, сформированного из исследуемого в одномодовом волокне. Предлагаемый метод экспериментально апробирован для фемтосекундных импульсов. Восстановлены начальные фазы и временные профили интенсивности исследуемых импульсов.

### 1. Введение

Все возрастающее использование пикосекундных и фемтосекундных лазерных систем в самых различных областях науки вызывает необходимость разработки методов характеристики ультракоротких импульсов. При этом, в зависимости от решаемой задачи, важное значение имеет как определение временной огибающей импульса, так и его фазы. В последние годы предложен целый ряд методов полной характеристики ультракоротких импульсов. Методы FROG [1] и GRENOUILLE [2] на основе спектральных и корреляционных измерений с помощью итеративного алгоритма позволяют восстановить временные амплитуду и фазу импульса. Метод спектрально-временного отображения STI [3,4] позволяет прямую регистрацию длительности и временной формы импульса путем отображения временной информации в спектральную область. Предложен также ряд методов, основанных на спектральной интерферометрии, которая была использована для измерения фазы ультракоротких импульсов в [5-7]. В наи-более известных методах SPIDER [8], SPIRIT [9,10] и SORBETS [11] при помощи спектральной интерференции между двумя частотно-сдвинутыми репликами исследуемого импульса восстанавливается его спектральная фаза, что вместе с измеряемым спектром дает возможность полностью характеризовать импульс. В работах [12-15] представлены спектрометрические методы измерения спектральной фазы УКИ, основанные на измерении двумерной пространственно-спектральной интерференционной картины. По сравнению с традиционными методами спектральной интерферометрии, двумерная кодировка спектральной фазы позволяет существенно увеличить спектральное разрешение. Общим недостатком

перечисленных методов является сложность экспериментальной реализации или дороговизна коммерчески выпускаемых приборов (на основе FROG и SPIDER).

В настоящей работе предлагается новый простой метод полной характеристики параметров фемтосекундных и субпикосекундных импульсов. Он основан на том, что при распространении произвольных мощных ультракоротких импульсов в одномодовом волокне формируются субпараболические импульсы с линейным чирпом (квадратичной фазой), который определяется только дисперсионными характеристиками волокна и не зависит от чирпа и интенсивности начального импульса [16-20]. Это позволяет использовать данный субпараболический импульс в качестве опорного импульса в спектральной интерферометрии.

Реализация предлагаемого метода состоит в том, что исследуемый импульс разделяется на две реплики, одна из которых, проходя через волокно, преобразуется в субпараболический импульс. Далее этот импульс, используемый в качестве опорного, накладывается на другую (сигнальную) реплику и измеряется полученный таким образом суммарный интерференционный спектр. Полученная спектральная картина зависит от разности спектральных фаз опорного и сигнального импульсов. Это позволяет, зная дисперсионные характеристики исследуемого волокна, а, следовательно, и фазу опорного субпараболического импульса, восстановить спектральную фазу сигнального (начального) импульса. Отдельное измерение спектра сигнального импульса вместе с восстановленной спектральной фазой полностью характеризует исследуемый импульс как в спектральной, так и во временной областях. Следует отметить, что в отличие от [1,8,9], где спектральная интерференция происходит между двумя частотосдвинутыми репликами исследуемого импульса, получение которых является технически непростой задачей, в предлагаемом методе опорный импульс с известными характеристиками практически получается из реплики исследуемого импульса просто после прохождения волокна с длиной порядка 1 м.

Схематически экспериментальная реализация метода представлена на рис.1. Исследуемый импульс с амплитудой в спектральном представлении  $A_0(\omega)$  и спектральной фазой  $\phi$  подается на вход интерферометра Маха-Цендера, одно плечо которого содержит оптическое волокно. На выходе из волокна для амплитуды и фазы импульса имеем, соответственно,  $A_f(\omega)$  и  $\phi_f(\omega)$ . Линия задержки в другом плече служит для выравнивания оптических путей в плечах интерферометра и не меняет параметров начального импульса. Получающаяся на выходе интерферометра спектральная картина регистрируется при помощи спектрометра и имеет вид

$$S(\omega) = S_0(\omega) + S_f(\omega) + 2\sqrt{S_0(\omega)S_f(\omega)} \cos[\phi_f(\omega) - \phi_0(\omega)], \quad (1)$$

где  $S(\omega) = |A(\omega)|^2$  – соответствующие спектры. Отсюда, зная  $S_0(\omega)$  и  $S_f(\omega)$ , можно определить разность фаз. При малых интенсивностях начального импульса, когда нелинейными эффектами в волокне можно пренебречь, получаем

$$\Delta\phi(\omega) = -\frac{1}{2}k_2 f \omega^2, \quad (2)$$

где  $k_2$  – коэффициент дисперсии второго порядка,  $f$  – длина волокна. В этом случае  $\Delta\phi(\omega)$  зависит только от дисперсионных свойств волокна.

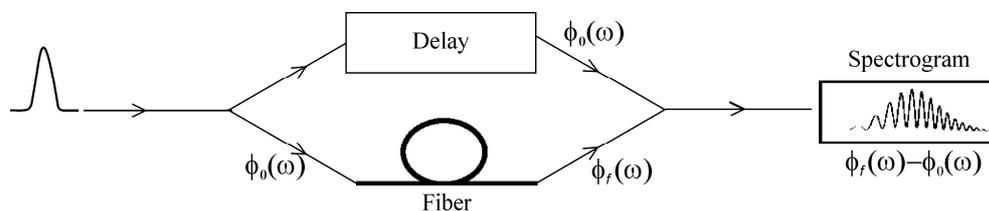


Рис.1. Принципиальная схема эксперимента

При увеличении интенсивности импульса совместное воздействие фазовой самомодуляции и дисперсии приводит к тому, что в таком волокне из импульсов с произвольной начальной формой формируются субпараболические импульсы, временная огибающая и спектр которых в центральной энергонесущей части имеют форму, близкую к параболической. При этом, как показывают численные и экспериментальные исследования [16], спектральная фаза конечного импульса

$$\phi_f(\omega) \approx -\frac{1}{2}k_2 f \omega^2 \quad (3)$$

имеет параболический вид и практически не зависит от начального chirpa и интенсивности импульса [16]. Следует отметить, что, как показано в работе [16], спектральная фаза субпараболического импульса имеет вид (3) при мощностях 100 мВт, что для импульсов с длительностью  $\sim 100$  фс соответствует спектральному уширению в 5-6 раз. В этом случае спектральная картина представляет из себя уширенный вследствие фазовой самомодуляции в волокне спектр опорного импульса, в середине которого наблюдаются интерференционные полосы, обусловленные разностью фаз  $\Delta\phi(\omega) = \phi_f(\omega) - \phi_0(\omega)$ . Тогда из формулы (1) с учетом (3) можно восстановить спектральную фазу начального импульса  $\phi_0(\omega)$ , которая вместе с измеренным спектром  $S_0(\omega)$  полностью характеризует исследуемый импульс. Временную огибающую и фазу импульса при этом можно получить путем обычного фурье-преобразования.

### 3. Эксперимент

Для экспериментальной демонстрации предложенного метода использовалось излучение титан-сапфирового лазера (Verdi10+Mira900) с длительностью импульса на полувысоте  $\sim 150$  фс, средней мощностью 1.6 Вт и частотой 76 МГц. Импульсы были практически спектрально-ограниченными с шириной спектра  $\sim 7.3$  нм.

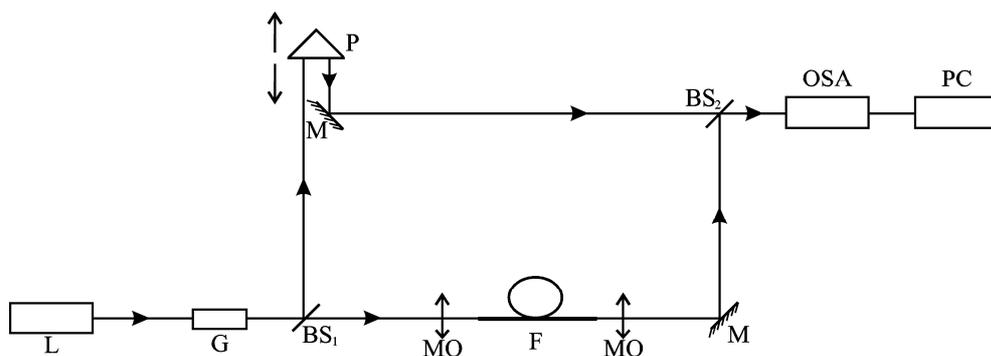


Рис.2. Схема экспериментальной установки. L – лазер, G – стекло, BS<sub>1</sub> и BS<sub>2</sub> – полупрозрачные зеркала, P – призма, M – зеркало, MO – микрообъективы, F – одномодовое оптическое волокно, OSA – оптический спектральный анализатор, PS – компьютер.

Излучение лазера проходило через стекло G (рис.2), в результате чего получало начальную фазу  $\phi_0(\omega)$ , которая в дальнейшем определялась описанным выше методом. Для этого импульс с помощью полупрозрачного зеркала BS<sub>1</sub> разделялся на 2 реплики. Сигнальный импульс проходил через свободное плечо, длина которого для выравнивания оптических путей и получения интерференционной картины на выходе интерферометра регулировалась смещением призмы P. Опорный импульс, проходя через второе плечо, при помощи микрообъективов MO вводился в одномодовое оптическое волокно длиной 2.1 мс с центральной частотой 633 нм (F). В волокне в результате совместного воздействия фазовой самомодуляции и дисперсии из начального импульса с фазой  $\phi_0(\omega)$  формировался субпараболический импульс с известной параболической фазой  $\phi_f(\omega)$ . Этот импульс, используемый в качестве опорного, накладывался на сигнальный импульс с помощью второго полупрозрачного зеркала BS<sub>2</sub> и полученная спектральная интерференционная картина регистрировалась оптическим спектральным анализатором (OSA) и далее численно обрабатывалась с помощью компьютера (PC). Спектр импульса, прошедшего через волокно, уширяется, а спектр сигнального импульса остается неизменным, поэтому интерференционные полосы будут наблюдаться только в центральной части субпараболического импульса. На рис.3а сплошной линией изображена центральная часть типичного измеряемого интерференционного спектра. Пунктирная линия представляет из себя тот же спектр, который для устранения шумов сглажен при помощи низкочастотного фильтра. С учетом того, что фаза соседних экстремумов отличается на  $\pi$ , можно с точностью до постоянной восстановить разность спектральных фаз  $\Delta\phi(\omega) = \phi_f(\omega) - \phi_0(\omega)$ . На рис.3б приведена восстановленная фаза, где кружки означают экспериментальные данные, а линия – это аппроксимационная парабола. Далее, используя измеренные спектр и спектральную фазу импульса, с помощью фурье-преобразования восстанавливались временные формы импульсов.

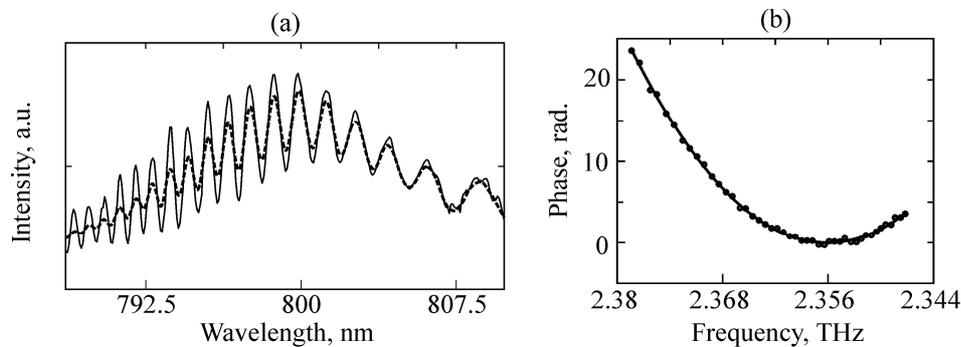


Рис.3. Зарегистрированный и сглаженный интерференционные спектры (а) и восстановленная спектральная фаза (б). Точки соответствуют максимумам и минимумам интерференционной картины, а линия – аппроксимационной параболы.

В эксперименте для придания импульсу начальной фазы  $\phi_0(\omega)$  использовались стекла G разной толщины с известным (независимо измеряемым) коэффициентом  $k_2$ . На рис.4 показаны восстановленные импульсы для двух случаев, когда использовались стекла с толщинами 8.5 см (1) и 19.5 см (2), которые приводили к расчетному удлинению импульса, соответственно, в  $\approx 1.4$  и в  $\approx 2.4$  раза. При этом интенсивность нормирована на интенсивность имеющего такой же спектр спектрально-ограниченного (неудлиненного) импульса и по пиковым значениям интенсивности можно видеть, насколько он удлинился. Полученные результаты, как видно из рисунка, достаточно хорошо совпали с ожидаемыми степенями удлинения импульсов.

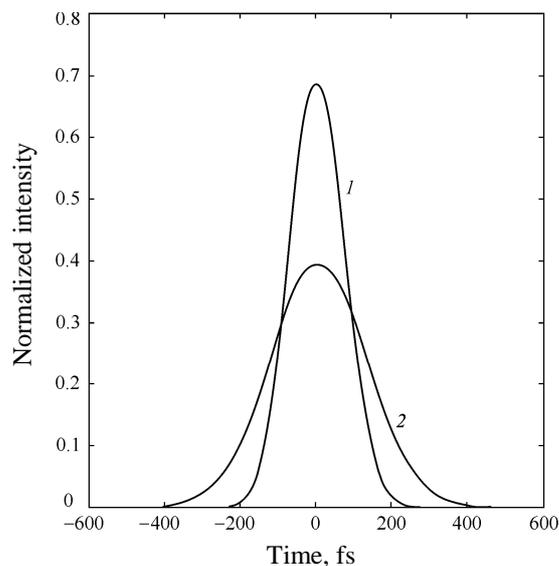


Рис.4. Восстановленные импульсы для случаев, когда использовались стекла с толщинами 8.5 см (1) и 19.5 см (2).

Предлагаемый метод, так же, как и другие методы, основанные на спектральной интерферометрии, применим для сравнительно коротких

импульсов, поскольку при больших длительностях получаются очень узкие спектры, и регистрация подобных спектров ограничивается спектральным разрешением спектрометра. Известно, что подобные методы позволяют регистрировать импульсы не длиннее нескольких пикосекунд. В работе [15] показано, что спектральное разрешение можно увеличить путем наложения опорного и сигнального импульсов друг на друга под малым углом. Это позволило регистрировать импульсы длительностью до 14 пикосекунд.

С другой стороны, следует также отметить, что для импульсов короче 50 фс нужно учесть, что при формировании опорного субпараболического импульса могут играть роль не только дисперсия второго порядка и фазовая самомодуляция, но и дисперсионные и нелинейные эффекты высших порядков [21]. Учет этих факторов нуждается в дальнейшем исследовании.

#### 4. Заключение

Таким образом, предложен и экспериментально апробирован новый простой метод полной характеристики фемтосекундных импульсов. В методе, основанном на спектральной интерферометрии, из одной части импульса, под воздействием фазовой самомодуляции и дисперсии, в волокне формируется опорный субпараболический импульс, спектральная фаза которого не зависит от начального chirpa импульса и определяется только дисперсионными характеристиками волокна.

Работа выполнена в рамках проекта NATO SFP 978027.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **D.J.Kane, R.Trebino.** IEEE J. Quantum Electron., **29**, 571 (1993).
2. **S.Akturk, M.Kimmel, P.O'Shea, R.Trebino.** Opt. Express, **11**, 68 (2003).
3. **L.Mouradian, F.Louradour,** et al. IEEE J. Quant. Electron., **36**, 795 (2000).
4. **T.Mansuryan, A.Zeytunyan, M.Kalashyan, G.Yesayan, L.Mouradian, F.Louradour, A.Barthիլիմյ.** JOSA B, **25**, A101 (2008).
5. **C.Froehly, A.Lacourt, J.C.Vienot.** J. Opt. (Paris), **4**, 183 (1973).
6. **D.N.Fittinghoff, J.L.Bowie,** et al.. Opt. Lett., **21**, 884 (1996).
7. **L.Lepetit, G.Chիրiaux, M.Joffre.** J. Opt. Soc. Am. B, **12**, 2467 (1995).
8. **C.Iaconis, I.A. Walmsley.** Optics Letters, **23**, 792 (1998).
9. **V.Messenger, F.Louradour, C.Froehly, A.Barthelemy.** Optics Letters, **28**, 743 (2003).
10. **M.Lelek, F.Louradour,** et al.. JOSA B, **25/6**, A17 (2008).
11. **P.Kockaert, M.Haelterman, Ph.Emplit, C.Froehly.** IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, **10**, 206 (2004).
12. **E.M.Kosik, A.S.Radunsky, I.A.Walmsley, C.Dorrer.** Opt. Lett., **30**, 326 (2005).
13. **A.S.Wyatt, I.A.Walmsley, G.Stibenz, G.Steinmeyer.** Opt. Lett., **31**, 1914 (2006).
14. **J.R.Birge, R.Ell, F.X.Kartner.** Opt. Lett., **31**, 2063 (2006).
15. **P.Bowlan, P.Gabolde, A.Shreenath, K.McGresham, R.Trebino.** Opt. Express, **24**, 11892 (2006).
16. **Г.Л.Есаян, К.А.Паланджян, Т.Г.Мансурян, А.С.Зейтунян, Л.Х.Мурадян.** Изв. НАН Армении, Физика, **43**, 35 (2008).

17. **G.Yesayan, K.Palanjyan, T.Mansuryan, A.Zeytunyan, L.Mouradian, P.Kockaert, Ph.Emplit**, in Nonlinear Photonics, OSA Technical Digest (CD), JWA18 (2007).
18. **P.Kockaert, L.Mouradian, G.Yesayan, Ph.Emplit**, in Proc. of Symposium IEEE/LEOS Benelux Chapter, 2007, p.39.
19. **A.Zeytunyan, T.Mansuryan, K.Palanjyan, G.Yesayan, L.Mouradian, P.Kockaert, Ph.Emplit, F.Louradour, A.Barthիլիմյ**. Book of Abstracts of OSA Young Optician School (YOS-2007), Yerevan, 2007, p.53
20. **Г.Л.Есаян, К.А.Паланджян, Т.Г.Мансурян, А.С.Зейтунян, М.А.Калашян, А.А. Кутузян, Л.Х.Мурадян**. Proc. Conf. "Laser Physics-2006", Ashtarak, Armenia, 2007, p.193.
21. **G.P.Agrawal**. Nonlinear Fiber Optics. San-Diego, Boston, New York, London, Sidney, Toronto. Academic press, 1995.

**ՖԵՄՏՈՎԱՅՐԿՅԱՆԱՅԻՆ ԻՄՊՈՒԼՍՆԵՐԻ ՊԱՐՈՒՐԻՉԻ ՎԵՐԱԿԱՆԳՆՄԱՆ  
ՄՊԵԿՏՐԱԼ-ԻՆՏԵՐՖԵՐԱԶՈՓՈՎԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴ**

Ք.Հ. ՓԱԼԱՆՋՅԱՆ, Տ.Գ. ՄԱՆՍՈՒՐՅԱՆ, Գ.Լ. ԵՍԱՅԱՆ, Լ.Խ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Առաջարկված է գերկարճ իմպուլսների լրիվ բնութագրման նոր սպեկտրալ ինտերֆերաչափական մեթոդ: Այն հիմնված է միամոդ ալիքատարում սկզբնական իմպուլսից ձևավորված հայտնի փուլով սուբ-պարաբոլային նեցուկային իմպուլսի օգտագործման վրա: Առաջարկված մեթոդը փորձնականորեն իրականացված է ֆեմտոպայրկյանային իմպուլսների համար: Վերականգնված են հետազոտվող իմպուլսների սկզբնական փուլերը և ինտենսիվության ժամանակային պրոֆիլները:

**SPECTRAL INTERFEROMETRIC METHOD FOR RETRIEVING  
OF FEMTOSECOND PULSE ENVELOPE**

K.A. PALANJYAN, T.G. MANSURYAN, G.L. YESAYAN, L.KH. MOURADIAN

We proposed a new spectral-interferometric method for ultrashort pulse complete characterization. The method is based on the use of a reference sub-parabolic pulse with a known phase formed in a single-mode fiber from the input pulse replica. Proposed method is experimentally approved for femtosecond pulses. The phases and temporal profiles of tested pulses are retrieved.

УДК 535.534

## ВУФ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ ИОНОВ $\text{Er}^{3+}$ В КРИСТАЛЛАХ $\text{LiYF}_4$ И $\text{BaY}_2\text{F}_8$

Э.М. АЛЕКСАНИЯН

Ереванский физический институт им. А.И.Алиханяна, Армения

Институт физики, Тартуский университет, Эстония

(Поступила в редакцию 20 октября 2008 г.)

Исследована вакуумная ультрафиолетовая люминесценция ионов  $\text{Er}^{3+}$  в матрицах  $\text{LiYF}_4$  и  $\text{BaY}_2\text{F}_8$ . Установлено, что в результате возбуждения ArF-эксимерным лазером ( $\lambda = 193$  нм) наблюдается  $5d - 4f$  интерконфигурационный радиационный переход в ионах  $\text{Er}^{3+}$ . Показано, что в кристаллах  $\text{LiYF}_4:\text{Er}$  наблюдается только запрещенная по спине ( $\lambda = 165$  нм) люминесценция, а в кристаллах  $\text{BaY}_2\text{F}_8:\text{Er}$  наблюдается как запрещенная ( $\lambda = 169$  нм), так и разрешенная по спине ( $\lambda = 160.5$  нм) люминесценция.

### 1. Введение

Как известно, фторидные монокристаллы используются для создания активных сред (например, для апконверсии) в оптоэлектронных системах лазерных элементов. Апконверсия – известный процесс преобразования излучения длинноволновой области в коротковолновое излучение для практического использования в диапазонах от ИК до УФ. Лазеры, основанные на механизме апконверсии ионов  $\text{Tm}^{3+}$  и  $\text{Er}^{3+}$  [1-3] хорошо исследованы для создания синего твердотельного лазера.

В последнее время обнаружено ультрафиолетовое, синее и ИК излучение [4] в кристалле  $\text{LiYF}_4$ , легированном ионами  $\text{Yb}^{3+}$  и  $\text{Tm}^{3+}$ , при накачке излучением с  $\lambda = 980$  нм, которое приписывалось большому сечению поглощения ионов  $\text{Yb}^{3+}$  и дальнейшей эффективной передаче энергии от ионов  $\text{Yb}^{3+}$  к ионам  $\text{Tm}^{3+}$ . Однако апконверсионная люминесценция во фторидах  $\text{LiYF}_4$ , легированных ионами  $\text{Er}^{3+}$ , прежде не наблюдалась.

Среди материалов, легированных РЗ ионами, в которых наблюдается эффект апконверсии, те, которые легированы ионами  $\text{Er}^{3+}$ , оказались хорошими апконверторами из ИК области в видимую или из видимой в фиолетовую и ультрафиолетовую области [5–8]. Для эффективной апконверсионной люминесценции необходимо найти подходящую матрицу. Фторидные кристаллы оказались одними из лучших матриц, благодаря их малой энергии фононов и широкой запрещенной зоне [9–13]. В связи с этим представляется целесообразным исследовать фторидные кристаллы, легированные ионами  $\text{Er}^{3+}$ ,

для получения интенсивной апконверсионной люминесценции в ВУФ области спектра.

Целью данной работы было изучение люминесцентных свойств фторидных монокристаллов, активированных ионами  $\text{Er}^{3+}$ , при низких температурах.

## 2. Экспериментальная методика

Исследования были выполнены на низкотемпературной экспериментальной установке в Институте физики, в Тартуском университете. ArF-эксимерный лазер PSX-100 (излучение на 193 нм) использовался как источник возбуждения. Лазер работал в импульсном режиме с энергией импульса  $\sim 5$  мДж и длительностью импульса 5 нс. Спектры люминесценции измерялись с помощью ВУФ монохроматора со спектральным разрешением 3.4 Е.

Объектами исследований являлись монокристаллы  $\text{LiYF}_4:\text{Er}(5 \text{ ат.}\%)$  и  $\text{BaY}_2\text{F}_8:\text{Er}(5 \text{ ат.}\%)$ , выращенные по методу Чохральского и по вертикальному методу Бриджмэна, соответственно. Образцы были отполированы в виде цилиндров длиной 10 мм. Для экспериментов кристаллы помещались на держателе жидко-гелиевого криостата. Измерения проводились в температурном интервале 10 – 300 К.

## 3. Экспериментальные результаты и обсуждение

Попытки накачать  $4f^{10}5d$  электронную конфигурацию ионов  $\text{Er}^{3+}$  в кристаллах  $\text{LiYF}_4:\text{Er}$ , используя излучение 351/353 нм ХеF-лазера, были неудачны из-за слишком низкой энергии возбуждающих фотонов, и апконверсионная люминесценция наблюдалась только из вышележащих  ${}^2H(2)_{7/2}$   $4f^{11}$  уровней ионов  $\text{Er}^{3+}$  [1]. Возбуждение  $4f^{10}5d$  уровней иона  $\text{Er}^{3+}$ , используя 248 нм излучение КгF-лазера, также невозможно, поскольку для поглощения первого возбуждающего фотона у иона  $\text{Er}^{3+}$  отсутствует подходящий энергетический  $4f$ уровень.

Из экспериментальных результатов следует, что апконверсионная люминесценция в монокристаллах  $\text{BaY}_2\text{F}_8:\text{Er}$  и  $\text{LiYF}_4:\text{Er}$  эффективно возбуждается излучением 193 нм ArF эксимерного лазера (рис.1а, б). На рис.1а видны две широкие полосы при 160.5 нм ( $\sim 62300 \text{ см}^{-1}$ ) и 169 нм ( $\sim 59170 \text{ см}^{-1}$ ) в ВУФ диапазоне, которые соответствуют разрешенным по спину (SA) и запрещенным по спину (SF) компонентам люминесценции  $\text{Er}^{3+}$   $4f^{10}5d - 4f^{11}$ , соответственно. Для кристалла  $\text{LiYF}_4:\text{Er}$  в ВУФ диапазоне наблюдается только одна полоса при 165 нм ( $\sim 60600 \text{ см}^{-1}$ ), которая приписывается запрещенным по спину переходам (рис.1б).

Апконверсионный процесс, возникающий при возбуждении ArF эксимерным лазером, происходит через промежуточный уровень  ${}^2H(1)_{11/2}$  (разница с линией ArF-лазера составляет  $\sim 400 \text{ см}^{-1}$ ) с последующей релаксацией на уровень  $4D_{1/2}$ , откуда с поглощением второго фотона может произойти возбуждение в перемешанную электронную конфигурацию ионов  $\text{Er}^{3+}$  (рис.2). При таком возбуждении могут быть возбуждены вышележащие уровни иона  $\text{Er}^{3+}$ , которые недоступны при однофотонном возбуждении из-за конкуренции с

поглощением матрицы. Следовательно, процесс возбуждения на уровни выше  $4f$   $^{105}d$  электрон

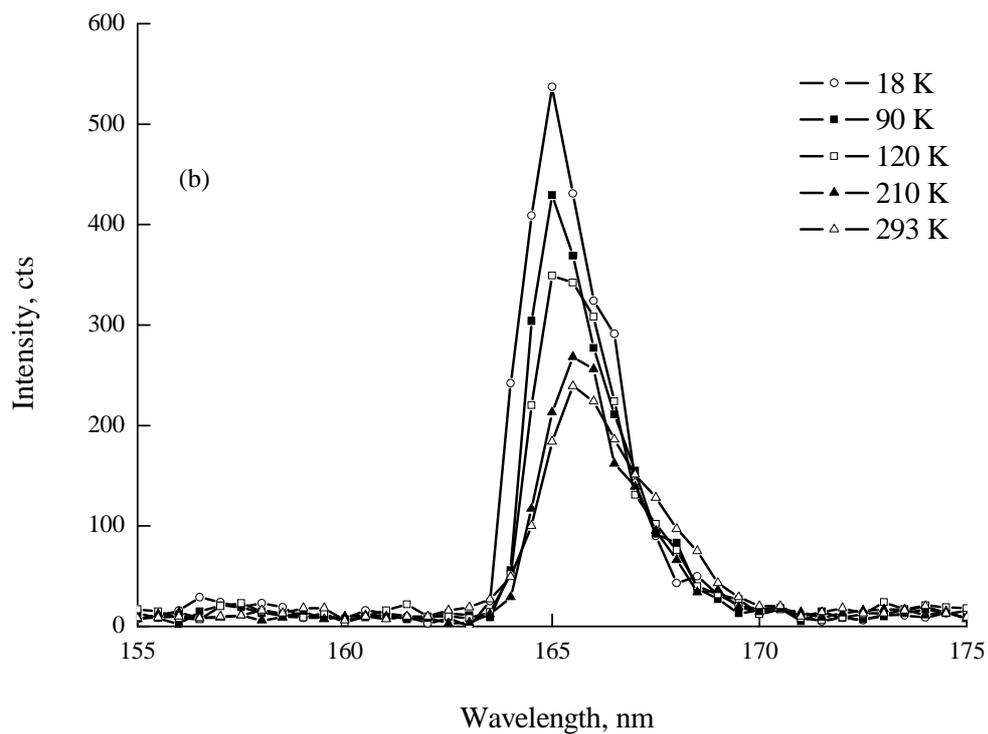
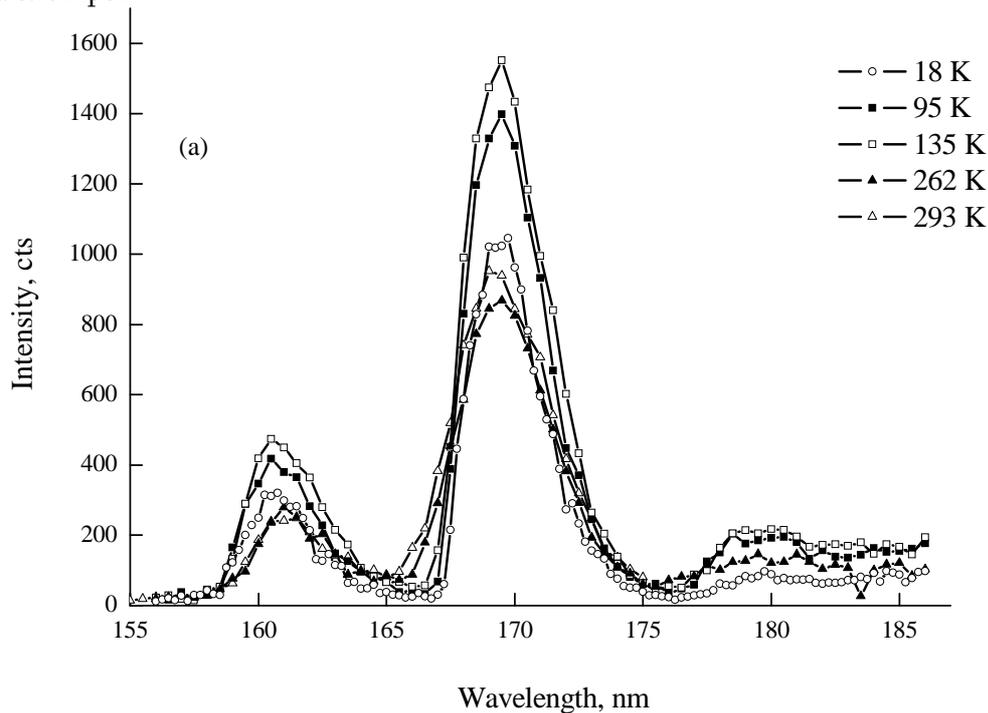


Рис.1. Апконверсионная люминесценция во фторидных кристаллах: а)  $\text{BaY}_2\text{F}_8:\text{Er}$  из-за SA и SF  $5d-4f$  переходов и б)  $\text{LiYF}_4:\text{Er}$  из-за SF  $5d-4f$

переходов в ионах  $\text{Er}^{3+}$  при возбуждении  $\text{ArF}$ -эксимерным лазером (193 нм).  
 ной конфигурации  $\text{Er}^{3+}$  может происходить с участием двух фотонов при накачке  $\text{ArF}$ -лазером.

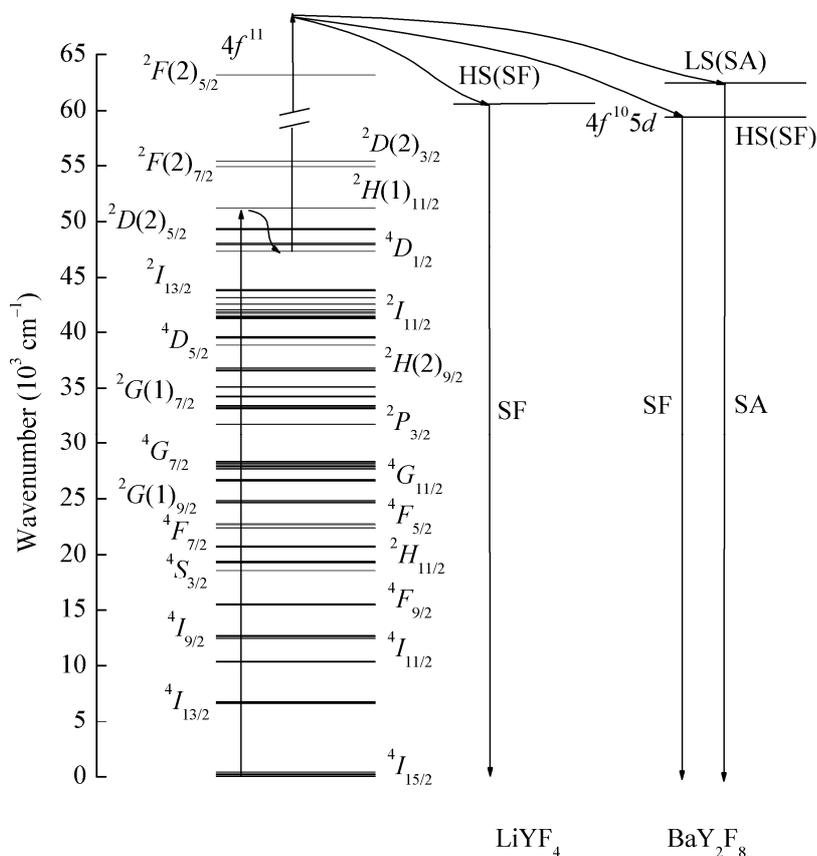


Рис.2. Диаграмма энергетических уровней иона  $\text{Er}^{3+}$  в кристаллах  $\text{LiYF}_4$  и  $\text{BaY}_2\text{F}_8$ .

Хотя примесь с концентрацией больше 1% должна была привести к концентрационному тушению, однако увеличение концентрации (до 5%) приводит к увеличению интенсивности энергии перехода, поскольку большее количество ионов будут принимать участие в процессе возбуждения.

Эффект меньшей интенсивности (или ее практическое отсутствие) разрешенной по спину  $5d-4f$  апконверсионной люминесценции в ионах  $\text{Er}^{3+}$  в кристаллах  $\text{BaY}_2\text{F}_8:\text{Er}$  ( $\text{LiYF}_4:\text{Er}$ ) по сравнению с однофотонным возбуждением, повидимому, является результатом реабсорбции SA излучения, выходящего из кристалла.

Изучение температурной зависимости эффективности апконверсии в диапазоне 20–300 К показало, что для кристалла  $\text{LiYF}_4:\text{Er}$  она постепенно увеличивается в сторону низких температур (рис.3а), однако для кристалла

$\text{BaY}_2\text{F}_8:\text{Er}$  наблюдается максимум эффективности при температурах 100–200 К (рис.3б).

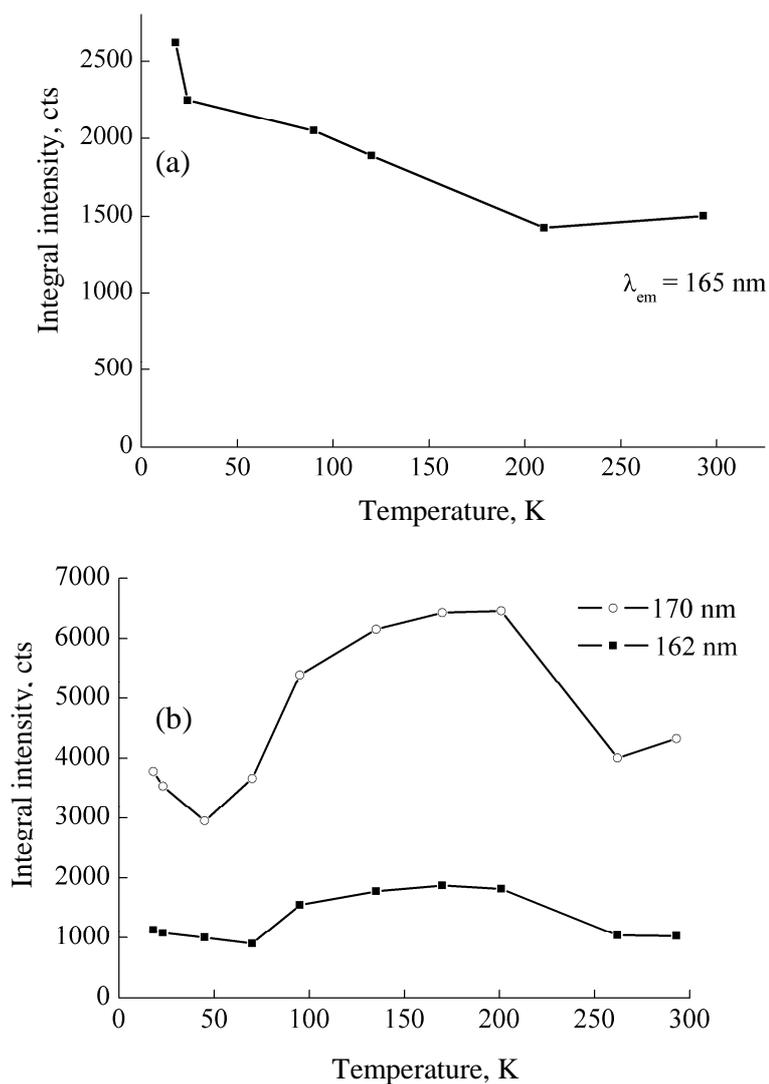


Рис.3 Температурная зависимость интенсивности люминесценции для кристаллов:  $\text{LiYF}_4:\text{Er}$  (полоса 165 нм) (а) и  $\text{BaY}_2\text{F}_8:\text{Er}$  (полосы 162 нм и 170 нм) (б).

#### 4. Заключение

Спектральные данные выявили характерные особенности ВУФ люминесценции, а именно, апконверсионная ВУФ люминесценция имеет место на 160.5 нм и 169 нм для  $\text{BaY}_2\text{F}_8:\text{Er}$  и на 165 нм для  $\text{LiYF}_4:\text{Er}$  кристаллов вследствие  $4f^{10}5d-4f^{11}$  переходов в ионе  $\text{Er}^{3+}$ , благодаря возбуждению ArF-экимерным лазером (193 нм) в температурном диапазоне 18–293 К. Это означает, что возбуждение происходит через промежуточный уровень  $2H(1)_{11/2}$ , с

последующей релаксацией на уровень  $4D_{1/2}$ , откуда и происходит поглощение второго фотона.

Автор выражает благодарность В.В. Арутюняну, В.Н. Махову, М. Кирм за постановку задачи, полезные обсуждения и постоянный интерес к работе, а также группе сотрудников Института физики Тартуского университета за помощь в экспериментальных измерениях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. B.P.Scott, F.Zhao, R.S.F.Chang, N.Djeu. Opt. Lett., **18**, 113 (1993).
2. D.Khoptyar, S.Sergeyev, B.Jaskorzynska. J. Opt. Soc. Am. B, **22**, 582 (2005).
3. D.Khoptyar, B.Jaskorzynska. J. Opt. Soc. Am. B, **22**, 2091 (2005).
4. X.Pei, Y.Hou, S.Zhao, Z.Xu, F.Teng. Mater. Chem. Phys., **90**, 270 (2005).
5. H.Xu, Z.Jiang. Chem. Phys., **287**, 155 (2003).
6. A.Gharavi, G.L.Mcpherson. Appl. Phys. Lett., **61**, 2635 (1992).
7. D.Matsuura. Appl. Phys. Lett., **81**, 4526 (2002).
8. F.Gan, J.Wang, Y.Chen. J. Non-Cryst. Solids, **213–214**, 261 (1997).
9. J.P.Jouart, M.Bouffard et al. Chem. Phys. Lett., **366**, 62 (2002).
10. E.Heumann, S.Bar, H.Kretschmann, G.Huber. Opt. Lett., **27**, 1699 (2002).
11. A.Smith, J.P.D.Martin, M.J.Sellars, et al. Opt. Commun., **188**, 219 (2001).
12. S.Kuck, I.Sokolaka. Chem. Phys. Lett., **325**, 257 (2000).
13. O.S.Wenger, D.R.Gamelin, et al. Phys. Rev. B, **61**, 16530 (2000).

LiYF<sub>4</sub> և BaY<sub>2</sub>F<sub>8</sub> բնութագրված Er<sup>3+</sup> իոններով  
ՎՈՒՄ ԼՅՈՒՄԻՆԵՍԵՆՏՆՈՒՄԸ

Է.Մ. ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ

Հետազոտված է LiYF<sub>4</sub>:Er(5%) և BaY<sub>2</sub>F<sub>8</sub>:Er(5%) բյուրեղներում Er<sup>3+</sup> իոնների ՎՈՒՄ լյումինեսցենտումը: Պարզվել է, որ ArF էքսիմերային լազերի գրգռմամբ (193 նմ) Er<sup>3+</sup> իոններում կարելի է դիտել միջկոնֆիգուրացիոն  $5d-4f$  ճառագայթային անցումներ: LiYF<sub>4</sub>:Er բյուրեղում դիտվում է միայն ըստ սպինի չթույլատրված լյումինեսցենտումը (165 նմ), մինչդեռ BaY<sub>2</sub>F<sub>8</sub>:Er բյուրեղում կարելի է դիտել ինչպես ըստ սպինի չթույլատրված (169 նմ), այնպես էլ ըստ սպինի թույլատրված (160.5 նմ) բաղադրիչները:

VUV LUMINESCENCE OF Er<sup>3+</sup> IONS IN LiYF<sub>4</sub> AND BaY<sub>2</sub>F<sub>8</sub> CRYSTALS

E.M. ALEKSANYAN

VUV luminescence of Er<sup>3+</sup> ions doped into LiYF<sub>4</sub>:Er(5%) and BaY<sub>2</sub>F<sub>8</sub>:Er(5%) crystals has been investigated. It was revealed that under excitation by 193 nm radiation from an ArF excimer laser the interconfigurational  $5d-4f$  radiative transitions in Er<sup>3+</sup> ions are observed. From the LiYF<sub>4</sub>:Er crystal only the spin-forbidden luminescence (165 nm) is detected, whereas both the spin-forbidden (169 nm) and spin-allowed (160.5 nm) components are observed from the BaY<sub>2</sub>F<sub>8</sub>:Er crystal.

УДК 538.2

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕОРИЕНТАЦИИ ДИРЕКТОРА ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА МЕХАНИЧЕСКИМИ КОЛЕБАНИЯМИ

А. Г. АРАКЕЛЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 17 сентября 2008 г.)

Экспериментально исследованы процессы переориентации нематического жидкого кристалла при механических колебаниях одной из стенок кюветы. Обнаружены ориентационные структуры с интересными свойствами, исследованы их характеристики и процессы возникновения. Показано, что эти структуры имеют параметры, не зависящие от интенсивности и частоты механических колебаний.

### 1. Введение

Как известно, жидкие кристаллы (ЖК) обладают высокой чувствительностью к внешним воздействиям [1-3], в том числе к тепловым и гидродинамическим потокам [4]. В работе [5] подробно исследованы гидродинамические потоки в ЖК, возникающие при механических колебаниях сферической линзы. Переориентация директора ЖК, возникающая при движениях, позволяла визуализировать гидродинамические движения и использовать эти явления для регистрации сейсмических колебаний. Настоящая работа является продолжением работы [5] и посвящена исследованию переориентации директора жидкого кристалла при колебаниях цилиндрической линзы. При этом появилась возможность исследовать неизученные ранее особенности процессов.

### 2. Эксперимент

На рис.1 приведена схема экспериментальной установки. На прикрепленной к вибратору горизонтальной стеклянной подложке установлена цилиндрическая линза. В пространстве между линзой и подложкой находится слой нематического жидкого кристалла E7. Поверхности линзы и подложки обработаны поверхностно-активным веществом ЦТАБ, что приводит к гомеотропной ориентации молекул ЖК. Эта ячейка находится между скрещенными поляризаторами, направления поляризации которых направлены под углом  $45^\circ$  к направлению колебаний. Электромеханический вибратор соединен с низкочастотным генератором для изменения частоты и амплитуды

колебаний в широких пределах. Для наблюдения ячейка снизу освещается источником белого света, а сверху установлены микроскоп с CCD камерой и фотоприемник, регистрирующий весь световой поток, проходящий через систему. Сигнал с фотоприемника регистрируется осциллографом Tektronix TDS220, а изображение CCD камеры анализируется компьютером.

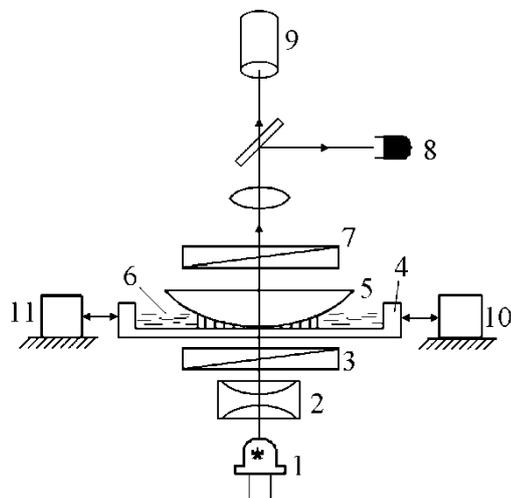


Рис.1. Экспериментальная установка. 1 – источник света, 2 – конденсор, 3 – поляризатор, 4 – стеклянная подложка, 5 – цилиндрическая линза, 6 – слой ЖК, 7 – анализатор, 8 – фотоприемник, 9 – микроскоп с ПЗС (CCD) камерой, 10 – устройство возбуждения механических колебаний, 11 – измеритель амплитуды колебаний.

Колебания подложки приводят к колебаниям цилиндрической линзы относительно подложки и к возбуждению гидродинамических движений в слое ЖК. Под действием этих потоков направление директора ЖК меняется, что приводит к изменению поляризации света, проходящего через эти участки, и к просветлению ячейки [5].

### 3. Результаты и обсуждение

В работе [5] при колебаниях сферической линзы возникала лепестковая структура, которая позволяла определить направление колебаний. Эксперименты с цилиндрической линзой позволяют получить простую картину и проанализировать те особенности, которые маскировались сложной структурой потоков в [5].

В эксперименте наблюдались изображения, возникающие при колебаниях линз разной кривизны, при разных частотах и амплитудах колебаний. При малых амплитудах колебаний центральная часть изображения, которая соответствует области соприкосновения линзы и подложки, начинает просветляться. При увеличении амплитуды колебаний просветляется почти все

поле, кроме двух темных линий, параллельных оси линзы и расположенных симметрично к линии соприкосновения линзы с подложкой. На рис.2 приведена картина поля микроскопа при следующих параметрах эксперимента: радиус кривизны линзы – 25,5 мм, амплитуда колебаний – 50 мкм, частота – 25 Гц, цена деления микроскопа – 0,05 мм. Наличие темных линий свидетельствует о том, что в этих областях слой ЖК остается гомеотропно ориентированным, тогда как в просветленных областях происходит переориентация директора ЖК [5]. Это позволяет утверждать, что в областях темных линий скорость гидродинамических потоков перпендикулярна плоскости подложки, а в остальных областях скорости потоков имеют горизонтальную составляющую, которая наклоняет направление директора ЖК.

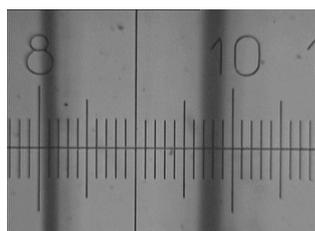


Рис.2. Поле микроскопа при следующих параметрах эксперимента: радиус кривизны линзы – 25,5 мм, амплитуда колебаний – 50 мкм, частота – 25 Гц, цена деления микроскопа – 0,05 мм.

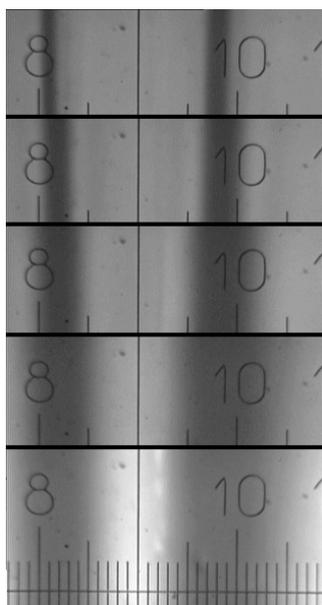


Рис.3. Состыкованные картины поля при амплитудах колебаний 15, 20, 30, 40, 50 мкм (снизу вверх). Радиус кривизны линзы – 25,5 мм, частота – 25 Гц, цена деления микроскопа – 0,05 мм.

На рис.3 приведены состыкованные картины поля при разных амплитудах колебаний 15–50 мкм. Видно, что хотя темные области постепенно преобразуются в линии толщиной порядка 50–100 мкм, однако расстояние между ними практически не меняется. Эксперименты показывают, что расстояние не меняется также при изменении частоты колебаний. В [5] было установлено, что угол переориентации ЖК пропорционален ускорению колебаний подложки (произведению амплитуды и квадрата угловой частоты). Эксперименты с линзами разной кривизны показывают, что расстояние между линиями увеличивается при увеличении радиуса кривизны линзы. Из геометрических соображений можно вычислить толщину слоя ЖК. В табл.1 приведены результаты этих экспериментов и вычислений. Видно, что толщина слоя ЖК в области темных линий составляет всего 1–4 мкм.

Таблица 1

Радиус кривизны линзы, мм	расстояние между линиями, мм	толщина слоя ЖК, мм
25.5	0.85	0.0035
16	0.475	0.0018
60	1.4	0.0041
63.4	1.15	0.0026

Для того чтобы определить характерные размеры гидродинамических потоков, был поставлен следующий эксперимент – между линзой и подложкой, по краям линзы, перпендикулярно ее оси, были установлены полоски полимерной пленки, которые увеличивали минимальный зазор между линзой и подложкой. В то же время, они позволяли линзе свободно колебаться, упираясь на эти прокладки. Было измерено расстояние между темными линиями при разных толщинах прокладок. Результаты приведены в табл.2. При увеличении минимальной толщины слоя ЖК до 10 мкм расстояние между линиями увеличилось, но при дальнейшем увеличении толщины расстояние перестало меняться. Можно заключить, что при большой толщине ЖК в движение вовлекается только тонкий слой ЖК, примыкающий к линзе, толщиной порядка 10 мкм.

Таблица 2

радиус кривизны линзы, мм	толщина пленки, мкм	расстояние между линиями, мм
25.5	0	0.85
25.5	10	1.2
25.5	30	1.2

Суммируя результаты, можно утверждать, что при колебаниях цилиндрической линзы возникают гидродинамические потоки, характерные размеры которых порядка 5–10 мкм и зависят только от геометрии эксперимента и, возможно, от вязкости ЖК. Это позволяет создать в жидкокристаллическом слое очень стабильное распределение показателя преломления с малым рассеянием света, что может найти практические применения в акустооптике и планарной оптике (модуляторы света, управляемые планарные линзы).

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Л.М.Блинов.** Электро- и магнитооптика жидких кристаллов. М., Наука, 1978.
2. **А.П.Капустин, О.А.Капустина.** Акустика жидких кристаллов. М., Наука, 1986.
3. **С.М.Аракелян, Ю.С.Чилингарян.** Нелинейная оптика жидких кристаллов. М., Наука, 1984.
4. **Р.Б.Алавердян, Р.С.Акопян, М.Ж.Оганесян, Ю.С.Чилингарян.** Оптика и спектроскопия, **84**, 762 (1998).
5. **Р.С.Акопян, Р.Б.Алавердян, А.Г.Аракелян, Г.Л.Есяян, С.Ц.Нерсисян, Ю.С.Чилингарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 107 (2002).

ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՏՍՏԱՆՈՒՄՆԵՐՈՎ ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐԵՂԻ ՈՒՂՂՈՐԴՅԻ  
ՎԵՐԱԿՈՂՄՆՈՐՈՇՄԱՆ ՓՈՐՁԱՐԱՐԱԿԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆ

Ա.Գ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ

Փորձարարականորեն հետազոտված են նեմատիկ հեղուկ բյուրեղի վերակողմնորոշման պրոցեսները բջջի պատերից մեկի մեխանիկական տատանումների ժամանակ: Հայտնաբերվել են հետաքրքիր հատկություններով կողմնորոշումային կառուցվածքներ, հետազոտված են դրանց բնութագրերը և կազմավորման պրոցեսները: Ցույց է տրված, որ այդ կա-ռուցվածքները ունեն մեխանիկական տատանումների ինտենսիվությունից և հաճախությունից անկախ պարամետրեր:

## EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF LIQUID CRYSTAL DIRECTOR REORIENTATION BY MECHANICAL OSCILLATIONS

A.G. ARAKELYAN

The processes of liquid crystal reorientation by mechanical oscillations of one of cell substrates were studied experimentally. Orientational structures with interesting properties were observed. Characteristics and formation processes of these structures were investigated. It is shown that the parameters of these structures are independent of the intensity and frequency of mechanical oscillations.

УДК 532.738

## ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИ-УПРАВЛЯЕМЫХ ФАЗОВЫХ ПЛАСТИНОК

В.К. АБРАМЯН<sup>1</sup>, Н.Г. АКОПЯН<sup>1</sup>, В.М. АРУТЮНЯН<sup>1</sup>,  
В.Г. БАБАДЖАНИЯН<sup>2</sup>, А.Л. МАРГАРЯН<sup>1</sup>, Д.Л. ОГАНЕСЯН<sup>1</sup>,  
А.Т. ПОГОСЯН<sup>1</sup>, Д.К. ПОХСРАРЯН<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ереванский государственный университет, Армения

<sup>2</sup>Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 25 сентября 2008 г.)

Приведены результаты исследований основных характеристик электрически-управляемых фазовых пластинок, изготовленных на основе планарно- и твист-ориентированных нематических жидких кристаллов (ЖК) – времени переключения и калибровочной кривой контролируемого фазового набега. Проведены компьютерное моделирование и численные расчеты процессов переориентации директора ЖК во внешнем электрическом поле. На базе программного обеспечения LabView создана специальная программа для компьютерного управления формой, частотой и амплитудой внешних напряжений, подаваемых на ЖК ячейки. Проведен эксперимент по реализации заданной фазовой задержки оптического пучка с использованием данной программы. Результаты расчетов находятся в согласии с экспериментальными данными.

### 1. Введение

В настоящее время в приложениях по модуляции интенсивности света особое место нашли ЖК фазовые пластинки, благодаря простоте управления и достаточно высокому контрасту [1–5]. Основными преимуществами устройств на основе ЖК по сравнению с микро-электромеханическими системами, являются низкий уровень электропотребления, простота и надежность управления, отсутствие движущихся частей и деталей, низкая себестоимость [6,7].

В настоящей работе на основе численного моделирования процессов переориентации директора нематического жидкого кристалла (НЖК) во внешнем электрическом поле получены расчетные зависимости времени включения НЖК, интенсивности света, прошедшего через систему анализатор – НЖК – поляризатор, и наведенной фазовой задержки от величины приложенного напряжения. Приведены экспериментальные результаты исследований характеристик электрически-управляемых фазовых пластинок, реализованных на основе НЖК ячеек с планарной и твист-структурами. Описаны техника изготовления ячеек, экспериментальная установка и методика проведения измерений.

## 2. Моделирование процесса переориентации директора нематического жидкого кристалла во внешнем электрическом поле

Рассмотрим динамику переориентации директора НЖК во внешнем электрическом поле при следующих упрощающих предположениях: исходная ориентация – планарная вдоль оси  $x$ , электрическое поле приложено перпендикулярно директору вдоль оси  $z$ , имеется жесткая связь молекул с поверхностями ячейки; отсутствуют потоки жидкости, переориентирующие директор; пренебрегается электропроводностью ЖК; анизотропия диэлектрической проницаемости принимается малой по сравнению со средней диэлектрической постоянной (т.е. поле в образце считается однородным). Как известно, при данных упрощениях динамика угла наклона директора  $\theta$  относительно оси  $z$  описывается уравнением Эриксона–Лесли и имеет следующий вид [8–10]:

$$(K_{11} \cos^2 \theta + K_{33} \sin^2 \theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + (K_{33} - K_{11}) \sin \theta \cos \theta \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + \epsilon_0 \Delta \epsilon E^2 \sin \theta \cos \theta = \gamma \frac{\partial \theta}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $K_{11}$ ,  $K_{22}$  и  $K_{33}$  – упругие коэффициенты деформаций поперечного изгиба, кручения и продольного изгиба, соответственно,  $\theta$  – угол наклона директора ЖК относительно оси  $z$ ,  $\Delta \epsilon$  и  $\gamma$  – анизотропия диэлектрической проницаемости и коэффициент вязкости,  $\epsilon_0 \Delta \epsilon E^2$  – плотность энергии электрического поля,  $E$  – амплитуда электрического поля. В общем случае решить уравнение (1) можно лишь численно. В приближении малых углов наклона директора ( $\sin \theta \approx \theta$ ) и одноконстантной модели ( $K_{11} = K_{22} = K_{33} = K$ ) для полей, не сильно превышающих пороговые, время включения эффекта Фредерикса описывается выражением

$$\tau_1(E) = \frac{\gamma d^2}{\pi^2 K (E^2/E_c^2 - 1)}, \quad (2)$$

где  $E_c = \frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{4\pi K}{\epsilon_0 \Delta \epsilon}}$  – пороговое значение статического электрического поля, вы-

ше которого возникает ориентационная деформация,  $d$  – толщина ЖК ячейки. При выключении поля, из условия баланса между упругим и вязким моментами, для времени релаксации директора получается следующее выражение:

$$\tau_2(E) = \frac{\gamma d^2}{\pi^2 K}. \quad (3)$$

Для получения времени включения при произвольных значениях угла наклона  $\theta$  проведено численное интегрирование уравнения (1) методом конечных разностей с учетом граничных условий. В расчетах использовались параметры для ячейки толщиной 7 мкм с НЖК типа 5СВ ( $K = 10$  пН,  $\epsilon_e = 20$ ,  $\epsilon_o = 6,7$ ,  $\gamma = 9 \times 10^{-3}$  кг/м·с). Расчетное значение времени релаксации при выключении поля для указанных значений параметров оказалось равным 4.5 мс. Зависимость

расчетного времени включения НЖК ячейки от амплитуды приложенного поля показана на рис.1. Видно, что при увеличении амплитуды напряжения от 15 В до 60 В время включения ЖК уменьшается почти на порядок (от 2.75 мс до 0.24 мс).

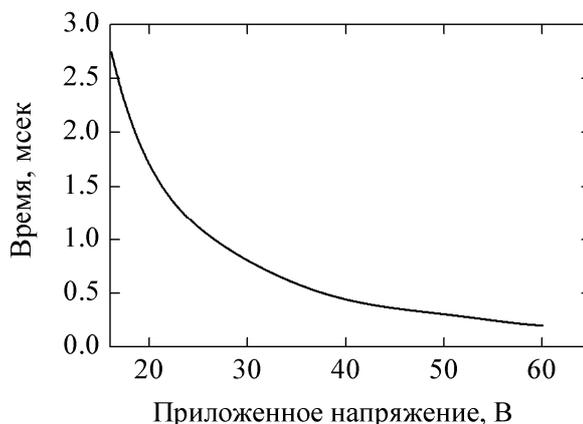


Рис.1. Рассчитанная зависимость времени включения оптического отклика ЖК от амплитуды приложенного напряжения.

### 3. Электрически-управляемые фазовые пластины

При нормальном падении линейно-поляризованного светового пучка на планарно-ориентированную НЖК ячейку с ориентацией директора  $l$  под углом  $\alpha$  к плоскости поляризации пучка (рис.2) в анизотропной (одноосной) ЖК среде возникают две ортогонально-поляризованные волны с разными фазовыми скоростями. Набег фаз между этими волнами при прохождении через слой ЖК толщиной  $d$  определяется выражением

$$\Delta\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda_0} d |n_e - n_o|, \quad (4)$$

где  $\lambda_0$  – длина волны проходящего света в вакууме,  $n_o$  и  $n_e$  – показатели преломления ЖК для обыкновенной и необыкновенной волн. В общем случае интенсивность света  $I$ , прошедшего через систему поляризатор – ЖК ячейка – анализатор с углом  $\beta$  между осями поляризатора и анализатора, определяется следующим выражением [11]:

$$I = I_0 \left[ \cos^2(\beta) - \sin(2(\alpha - \beta)) \sin^2\left(\frac{\Delta\Gamma}{2}\right) \right], \quad (5)$$

где  $I_0$  – интенсивность пучка на входе в систему. Если поляризаторы скрещены ( $\beta = 90^\circ$ ) и директор планарной ячейки ориентирован под углом  $\alpha = 45^\circ$  к оси поляризатора, то выражение упрощается и принимает вид

$$I = I_0 \sin^2(\Delta\Gamma/2). \quad (6)$$

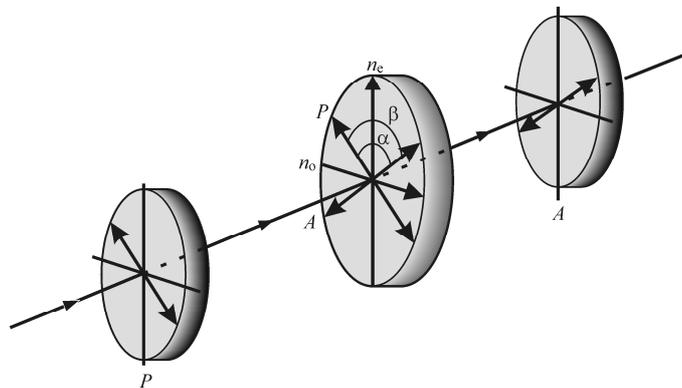


Рис.2. Схема распределения световых волн в исследуемой ячейке.

Регистрируя отношение  $I/I_0$  с помощью приведенной формулы можно рассчитать соответствующие набег фаз:

$$\Delta\Gamma = \pm 2 \arcsin \sqrt{I/I_0}. \quad (7)$$

Отметим, что с целью обеспечения непрерывности восстанавливаемой фазы при каждом фазовом набеге, превышающем величину  $2\pi$ , используется алгоритм сшивания фазы.

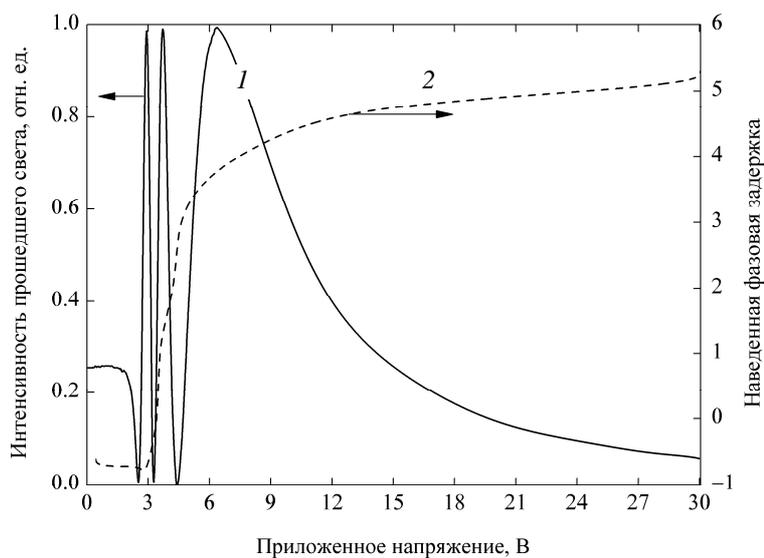


Рис.3. Рассчитанные зависимости интенсивности прошедшего света при  $\alpha = 45^\circ$  и наведенной фазовой задержки от приложенного напряжения.

На рис.3 показаны зависимости интенсивности прошедшего света при  $\alpha = 45^\circ$  (кривая 1) и наведенной фазовой задержки (кривая 2) от приложенного напряжения, полученные в результате численного интегрирования уравнения (1) с последующим использованием выражений (6) и (7). Из анализа представленных

зависимостей можно заключить, что для обеспечения фазового набега  $\alpha$  необходимо переключить амплитуду управляющего напряжения с 7 В на 30 В и больше. В расчетах шаг изменения напряжения принимался равным 10 мВ.

#### 4. Экспериментальная установка и методика измерений

Для проведения исследований были изготовлены ячейки планарной и твист-ориентаций толщиной 7 мкм, заполненные жидкими кристаллами марок E48 и 5CB (Merck, Германия). В качестве подложек использовались стеклянные пластинки толщиной 1 мм, покрытые прозрачным проводящим слоем оксида олова и индия (ITO) толщиной 20 нм. Ориентирование молекул ЖК на подложках производилось затиркой ориентирующего покрытия (пленка поливинилового спирта). Измерения проводились на экспериментальной установке, оптическая схема которой приведена на рис.4. Излучение непрерывного гелий-неонового лазера (1) на длине волны 633 нм через поляризатор (2) направляется на исследуемую ячейку (3) с ориентацией директора под углом  $45^\circ$  относительно плоскости поляризации входного поляризатора. В качестве анализатора служила призма Глана (4), установленная таким образом, чтобы поляризация проходящего через нее света была бы скрещенной относительно поляризатора (2), а поляризация отклоненного под прямым углом света – параллельной.

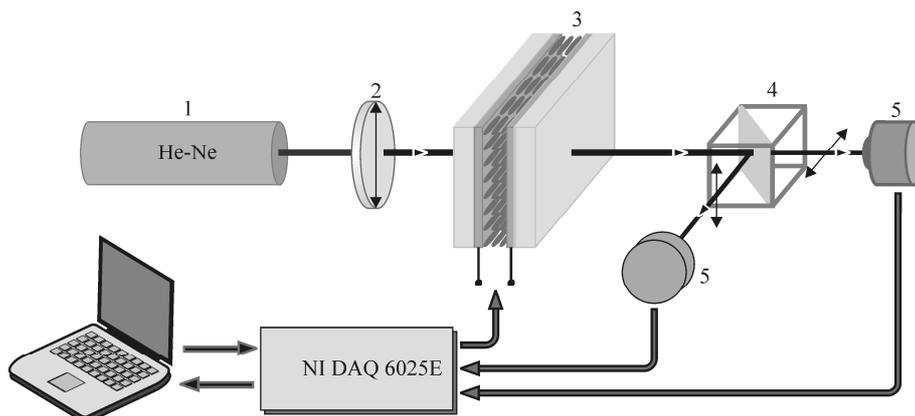


Рис.4. Схема экспериментальной установки.

Представленная схема позволяет проводить измерения интенсивностей прошедших через ячейку световых лучей ортогональных поляризаций. Регистрация световых пучков осуществлялась фотоприемниками (5), подключенными либо к цифровому осциллографу Tektronix TDS-3032, либо к компьютеру через плату для сбора данных NI DAQ 6025E.

Параметры внешнего напряжения, прикладываемого к ЖК ячейке, управлялись с помощью АЦП и разработанной нами специальной программы на базе программного обеспечения LabView. Программа позволяет задавать форму

импульсов напряжения, изменять по заданному закону их амплитуду в интервале  $\pm 10$  В с шагом 10 мВ, частоту следования в диапазоне 10 – 2000 Гц с шагом 1 Гц и скважность в диапазоне 0.1 – 0.9.

Формируемые импульсы напряжения после усиления подавались на исследуемые ЖК ячейки. Для каждой конкретной ячейки скорость изменения амплитуды управляющего напряжения выбиралась такой, чтобы ячейка успевала бы достичь стационарного состояния. Амплитуда импульсов напряжения увеличивалась до тех пор, пока не достигался минимально возможный для данной ячейки фазовый набег. Затем программно организовывался обратный процесс – уменьшение амплитуды управляющего напряжения с теми же параметрами импульсов до полного обнуления напряжения на ячейке и восстановления исходного (максимального) фазового набега. При измерениях использовалась техника, основанная на “переходном нематическом эффекте” [12], заключающаяся в приложении к ячейке опорного начального переменного напряжения с последующим переключением до требуемой величины. Такая техника позволяет существенно уменьшать времена переключения ЖК ячейки.

При применении электрически управляемых ЖК фазовых пластин в разных приложениях необходимо иметь калибровочную кривую зависимости фазового набега от внешнего напряжения. Наиболее удобным для построения калибровочной кривой является методика, основанная на регистрации зависимости интенсивности света, проходящего через систему скрещенных поляризаторов с ЖК ячейкой между ними, от величины внешнего управляющего напряжения.

Определим условия получения необходимого фазового набега с одновременным обеспечением максимального быстродействия. Рассмотрим экспериментально полученные зависимости интенсивности прошедшего света от времени и от управляющего напряжения для планарной и твист-ячеек. Экспериментальная зависимость пропускания планарно-ориентированной ЖК ячейки от амплитуды внешних прямоугольных импульсов напряжения, формируемых программно со скоростью изменения амплитуды 30 мВ/с, приведена на рис.5 (кривая 1). Видно, что для обеспечения фазового набега, равного  $\pi$ , необходимо переключить амплитуду управляющего напряжения с 5.8 В на 60 В. Аналогичного изменения набега фаз можно достичь для той же ячейки и при меньших значениях управляющего напряжения (например, при переключении с 4.5 В на 5.8 В). Однако скорость оптического переключения будет выше при больших значениях амплитуды напряжения, так как время переориентации НЖК обратно пропорционально амплитуде напряжения (см. формулу (2)). На основе полученной зависимости с использованием алгоритма сшивания фазы построена калибровочная кривая (рис.5, кривая 2), которая полностью описывает возможные режимы работы данной ячейки в качестве электрически-управляемой фазовой пластины. На рис.6а показана зависимость интенсивности прошедшего света в случае, когда амплитуда напряжения переключается от 60 В до 6 В (время включения 5 мс), а на рис.6б – такая же

зависимость при переключении амплитуды напряжения от 6 В до 60 В (время выключения 0.325 мс).

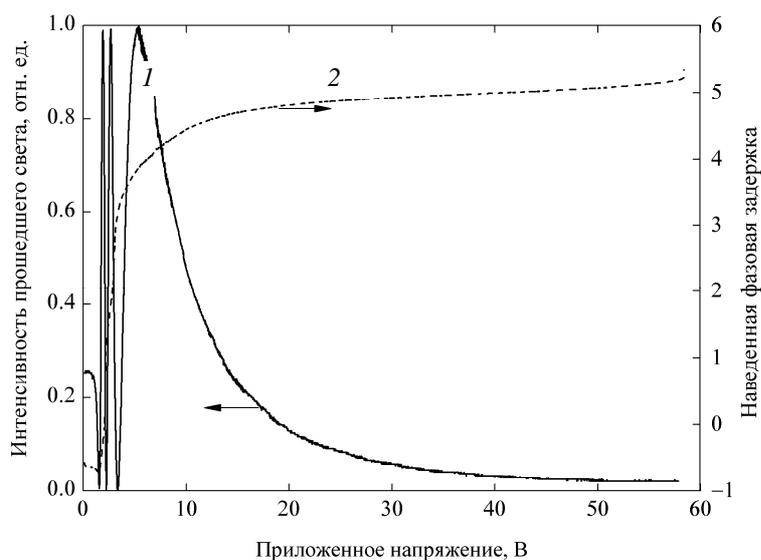


Рис.5. Зависимости интенсивности прошедшего света при  $\alpha = 45^\circ$  и наведенной фазовой задержки от приложенного напряжения, полученные экспериментально.

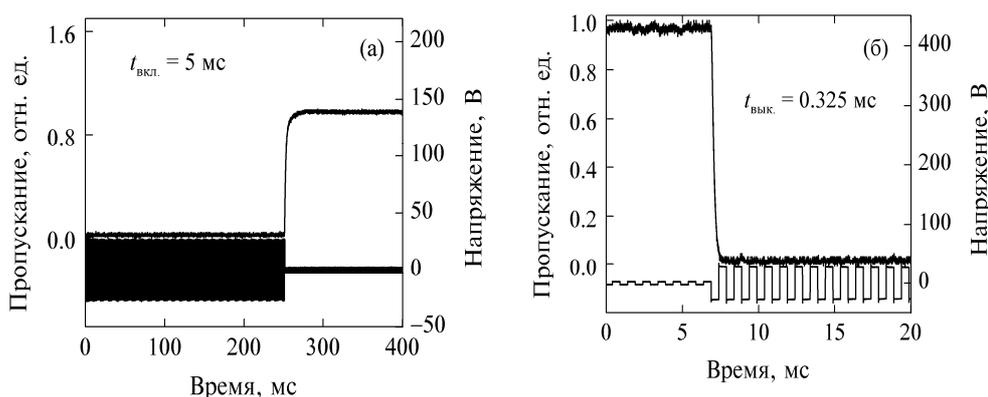


Рис.6. Времена переключения планарно-ориентированной ЖК ячейки.

Рассмотрим аналогичные характеристики для ячейки с твист-ориентацией. На рис.7 приведены наводимые внешним переменным полем фазовые задержки, а в табл.1 – соответствующие изменения поляризации пучка света на выходе ЖК ячейки, помещенной между скрещенными поляризаторами.

Ориентация плоскости поляризации падающего пучка параллельна направлению быстрой оси ячейки на ее входной поверхности. Видно, что изменением амплитуды внешнего поля в диапазоне 0–8 В на выходе ячейки можно получать различные поляризации пучка – от линейной до циркулярной. Времена

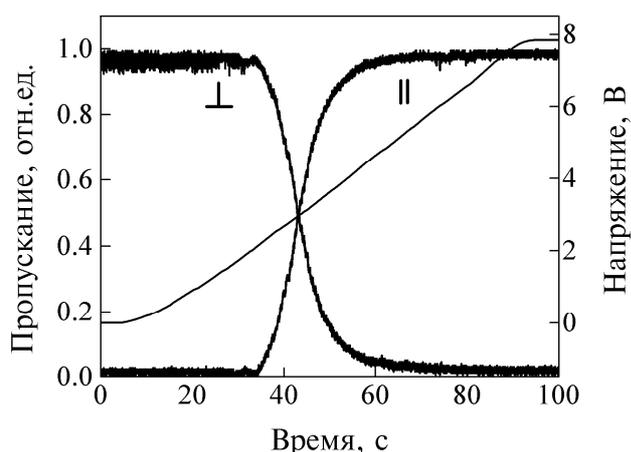


Рис.7. Наведенные внешним переменным полем фазовые задержки для твист-ориентированной ЖК ячейки.

Табл.1.

Напряжение, В	Фазовая задержка	Поляризация на выходе
$V \sim 2.5$	$\Delta\Gamma = \lambda/2$	$\updownarrow$
$2.5 < V < 3.5$	$\lambda/4 < \Delta\Gamma < \lambda/2$	$\circlearrowleft$
$V \sim 3.5$	$\Delta\Gamma = \lambda/4$	$\circlearrowright$
$3.5 < V < 5.8$	$0 < \Delta\Gamma < \lambda/4$	$\circlearrowleft$
$V > 6$	$\Delta\Gamma = 0$	$\leftrightarrow$

переключения исследуемой ячейки при работе в качестве оптического клапана составили: время включения – 38.4 мс, время выключения – 360 мс. Отметим, что измеренные времена переключения в случае твист-ориентированной ячейки почти на два порядка больше, чем для планарной ячейки. По-видимому, это связано с тем, что упругий коэффициент  $K_{22}$  для ЖК обычно по величине меньше двух других коэффициентов Лесли ( $K_{11}$  и  $K_{33}$ ).

## 5. Заключение

Приведены расчетные и экспериментальные зависимости времен переключения НЖК, интенсивности прошедшего света и наведенной фазовой задержки от амплитуды управляющего напряжения. Сравнение этих результатов выявило довольно хорошее соответствие примененных теоретических моделей с реальными устройствами. Отметим, что описанная в работе методика получения калибровочных кривых может быть использована не только при реализации электрически-управляемых фазовых пластин, но и для переменных аттенуаторов света на основе ЖК ячеек, широко используемых в различных приложениях [12,13].

ЛИТЕРАТУРА

1. **S.T.Wu, D.K.Yang.** Reflective Liquid Crystal Displays. New York, Wiley, 2001.
2. **Ю.Д.Думаревский, Н.Ф.Ковтонюк, А.И.Савин.** Преобразование изображений в структурах полупроводник–диэлектрик. М., Наука, 1987.
3. **H.Ren, Y.H.Lin, Y.H.Fan, S.T.Wu.** Appl. Phys. Lett., **86**, 141110 (2005).
4. **D.P.Resler, D.S.Hobbs,** et al. Opt. Lett., **21**, 689 (1996).
5. **Y.-H.Fan, H.Ren, X.Liang,** et al. IEEE/OSA J. of Display Techn., **1**, 151 (2005).
6. **T.-R.Hsu.** MEMS and microsystems: Design and manufacture. Boston, 2001.
7. **C.Khoo, S.-T.Wu.** Optics and Nonlinear Optics of Liquid Crystals. Singapore, 1993.
8. **Л.М.Блинов.** Электро- и магнитооптика жидких кристаллов. М., Наука, 1978.
9. **П. де Жен.** Физика жидких кристаллов. М., Мир, 1977.
10. **М.Борн, Э.Вольф.** Основы оптики. М., Наука, 1973.
11. **S.T.Wu, C.S.Wu.** J. Appl. Phys., **65**, 527 (1989).
12. **Y.Wu, X.Liang, Y.Lu, F.Du, Y.Lin, S.Wu.** Appl. Optics, **44**, 4394 (2005).
13. **Y.Lu, F.Du, Y.Lin, S.Wu.** Optics Express, **12**, 1221 (2004).

ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆՈՐԵՆ ՂԵԿԱՎԱՐՎՈՂ  
ՓՈՒԼԱՅԻՆ ԹԻԹԵՂՆԵՐԻ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ

Վ.Կ. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ, Ն.Հ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Վ.Մ. ԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ,  
Կ.Գ. ԲԱԲԱՋԱՆՅԱՆ, Հ.Լ. ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ, Դ.Լ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ,  
Ա.Տ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ, Դ.Կ. ՓՈԽՏՐԱՐՅԱՆ

Բերված են պլանար և թվիստ կողմնորոշումներով նեմատիկ հեղուկ բյուրեղի հիման վրա պատրաստված էլեկտրականորեն ղեկավարվող փուլային թիթեղների հիմնական բնութագրերի հետազոտման արդյունքները՝ փոխանջատման ժամանակը և վերահասկվող փուլային շեղման չափաբերման կորի որոշումը: Արված են հեղուկ բյուրեղի դիրեկտորի արտա-քին դաշտում վերակողմնորոշման պրոցեսների համակրգչային մոդելավորում և թվային հաշվարկներ: LabView ծրագրային փաթեթի հիման վրա ստեղծվել է հատուկ ծրագիր՝ հեղուկ բյուրեղի բջի վրա կիրառված լարման ձևը, հաճախությունը և ապվիտուդը համա-կարգչի միջոցով ղեկավարելու համար:

INVESTIGATION OF CHARACTERISTICS OF ELECTRICALLY CONTROLLED  
LIQUID-CRYSTAL RETARDERS

V.K. ABRAHAMYAN, N.H. HAKOBYAN, V.M. AROUTIOUNIAN, V.G. BABAJANYAN,  
H.L. MARGARYAN, D.L. HOVHANNISYAN, A.T. POGHOSYAN, D.K. POKHSRARYAN

Research results of main characteristics of electrically controlled retarders based on planar- and twist-oriented nematic liquid crystals – switching time and definition of controlled phase retardation calibration curve, are presented. Computer simulation and numerical calculations of the liquid-crystal director orientation processes in external electric field are carried out. On the base of LabView software a special program was built for computer control of form, frequency and amplitude of control voltages applied to LC cells. Using this program, an experiment of realization of the specified phase incursion was performed. Calculated data are in accordance with the experimental results.

УДК 539.1

## СТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ КВАНТОВОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ОДНОМЕРНОГО ПОТЕНЦИАЛА ПРОИЗВОЛЬНОГО ВИДА

А.Ж. ХАЧАТРЯН<sup>1</sup>, Д.М.СЕДРАКЯН<sup>2</sup>, В.А.ХОЕЦЯН<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Государственный инженерный университет Армении, Ереван

<sup>2</sup>Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 1 декабря 2008 г.)

В работе развит последовательный подход для задачи описания стационарного движения квантовой частицы в поле одномерного потенциала произвольного вида. Показано, что волновая функция инфинитного движения может быть с точностью до двух произвольных постоянных выражена с помощью одного произвольного частного решения некоторой системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Показано, что в основе многих известных методов рассмотрения задачи, таких как метод интегральных уравнений, метод матрицы переноса, метод погружения и метод комбинации параметров рассеяния, лежит одно общее свойство решений уравнения Шредингера. В рамках предлагаемого подхода связь между вышеупомянутыми методами становится более прозрачной.

### 1. Введение

Как известно, задача описания стационарного движения квантовой частицы в поле потенциала произвольного вида всегда вызывала большой теоретический и практический интерес. Несмотря на то, что данная проблема имеет давнюю историю, ее рассмотрение в двумерной и трехмерной постановках сопряжено с большими математическими трудностями. Невзирая на предпринимаемые уже много лет многочисленные усилия, можно утверждать, что до сих пор общие математические подходы для решения многомерной задачи находятся в стадии разработки. Во многих случаях даже приближенное рассмотрение задачи приходится выполнять исключительно численными методами [1]. Вместе с тем, для одномерного случая известны несколько отличных друг от друга методов, позволяющих проводить рассмотрение задачи в общем виде. Наиболее примечательными из них являются метод матрицы переноса [2,3], метод интегральных уравнений [4-6], метод погружения [6-9], а также метод комбинации параметров рассеяния [10,11]. Связь между методами матрицы переноса и комбинации параметров рассеяния обсуждается в работе [12]. В отличие от традиционного подхода, основанного на прямом решении уравнения Шредингера, первый из перечисленных методов сводит граничную задачу к задаче вычисления произведения матриц путем аппроксимации потенциала как системы из прилегающих друг к другу узких прямоугольных потенциалов.

Последние два метода позволяют свести граничную задачу к задаче эволюционного типа (задача Коши). Отметим, что в отличие от метода погружения, в методе комбинации параметров рассеяния предлагаемые для интегрирования уравнения являются линейными [10].

В настоящей работе предлагается новый общий подход для рассмотрения движения квантовой частицы в одномерном потенциальном поле. Сразу следует оговориться, что многие получаемые в рамках излагаемого подхода уравнения в том или ином виде фигурируют в упомянутых выше методах. Однако, в отличие от этих методов, базирующихся, в конечном счете, на идее слежения за изменениями волновой функции в зависимости от вариаций того или иного параметра потенциала (например, его границы), предлагаемый подход является более последовательным в том плане, что он основан непосредственно на одном совершенно общем свойстве решений одномерного уравнения Шредингера. Кроме того, в рамках развиваемого подхода, который по своему духу близок к традиционному подходу, связь между вышеизложенными методами становится более прозрачной.

Ниже мы будем рассматривать одномерное стационарное уравнение Шредингера

$$d^2\Psi(x)/dx^2 + (k^2 - u(x))\Psi(x) = 0, \quad (1)$$

где  $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ ,  $u(x) = 2mU(x)/\hbar^2$ , а  $E$  и  $U(x)$  – полная и потенциальная энергии частицы, соответственно.

Будем рассматривать решение уравнения (1), записанное в виде следующей суммы:

$$\Psi(x) = a(x)\exp\{ikx\} + b(x)\exp\{-ikx\}. \quad (2)$$

Докажем следующее утверждение: если (2) является решением уравнения (1), то производная волновой функции в любой точке пространства может быть представлена в виде:

$$d\Psi(x)/dx = ik[a(x)\exp\{ikx\} - b(x)\exp\{-ikx\}]. \quad (3)$$

Легко видеть, что вышеприведенное утверждение равносильно выполнению равенства

$$(da(x)/dx)\exp\{ikx\} + (db(x)/dx)\exp\{-ikx\} = 0. \quad (4)$$

Как мы покажем ниже, данное общее свойство решений уравнений Шредингера позволяет выработать целостный подход, позволяющий уместить все известные методы задачи описания одномерного стационарного движения в одну единую схему.

Работа построена следующим образом. В разделе 2 доказывается одно общее свойство решений одномерного стационарного уравнения Шредингера. Раздел 3 посвящен описанию инфинитного движения, а также получению основных результатов теории матрицы переноса. В разделе 4 выводятся дифференциальные

уравнения для элементов матрицы переноса как функций от границ усеченного потенциала. Обсуждается также связь предлагаемого подхода с методом погружения. В следующем разделе устанавливается связь волновой функции с элементами матрицы переноса усеченных потенциалов. Рассматриваются также соотношения, существующие между амплитудами отражения и прохождения для левой и правой задач рассеяния. В разделе б в рамках излагаемого подхода выводится интегральное уравнение для волновой функции. В заключении приведены основные результаты работы.

## 2. Общее свойство решения одномерного стационарного уравнения Шредингера

Для доказательства равенства (4) выберем следующую простую схему. Представим потенциал между точками  $x - \Delta x$  и  $x + 2\Delta x$  ( $\Delta x$  – малая величина) в виде прилегающих друг к другу трех узких участков, внутри каждого из которых, вследствие малости  $\Delta x$ , изменением потенциала можно пренебречь. Тогда, вводя обозначение  $q(x) = \sqrt{2m(E - u(x))}/\hbar$ , получим, что волновая функция в рассматриваемых областях может быть представлена в виде

$$\Psi(x) = \begin{cases} a(x)\exp\{ikx\} + b(x)\exp\{-ikx\}, & [x - \Delta x, x], \\ c(x)\exp\{iq(x)x\} + d(x)\exp\{-iq(x)x\}, & [x, x + \Delta x], \\ a(x)\exp\{ikx\} + b(x)\exp\{-ikx\}, & [x + \Delta x, x + 2\Delta x]. \end{cases} \quad (5)$$

Так как изменением потенциала в промежутках  $[x - \Delta x, x]$ ,  $[x, x + \Delta x]$  и  $[x + \Delta x, x + 2\Delta x]$  пренебрегается, то, следовательно, амплитуды встречных волн  $a(x)$ ,  $b(x)$ ,  $c(x)$ ,  $d(x)$  в соответствующих областях представляют собой постоянные величины. Исходя из вышесказанного, производная волновой функции в интервале  $[x - \Delta x, x + 2\Delta x]$  может быть записана в следующем виде:

$$\frac{d\Psi(x)}{dx} = \begin{cases} ik[a(x)\exp\{ikx\} - b(x)\exp\{-ikx\}], & [x - \Delta x, x], \\ iq(x)[c(x)\exp\{iq(x)x\} - d(x)\exp\{-iq(x)x\}], & [x, x + \Delta x], \\ ik[a(x)\exp\{ikx\} - b(x)\exp\{-ikx\}], & [x + \Delta x, x + 2\Delta x]. \end{cases} \quad (6)$$

Требование непрерывности волновой функции и ее производной в точках  $x$  и  $x + \Delta x$  с использованием (5) и (6) приводит к следующей системе из четырех линейных алгебраических уравнений для величин  $a(x)$ ,  $b(x)$ ,  $c(x)$ ,  $d(x)$ ,  $a(x + \Delta x)$ ,  $b(x + \Delta x)$ :

$$a(x)\exp\{ikx\} + b(x)\exp\{-ikx\} = c(x)\exp\{iq(x)x\} + d(x)\exp\{-iq(x)x\}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} a(x + \Delta x)\exp\{ik(x + \Delta x)\} + b(x + \Delta x)\exp\{-ik(x + \Delta x)\} = \\ = c(x)\exp\{iq(x)(x + \Delta x)\} + d(x)\exp\{-iq(x)(x + \Delta x)\}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$ik[a(x)\exp\{ikx\} - b(x)\exp\{-ikx\}] = iq(x)[c(x)\exp\{iq(x)x\} - d(x)\exp\{-iq(x)x\}], \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
& ik[a(x+\Delta x)\exp\{ik(x+\Delta x)\} - b(x+\Delta x)\exp\{-ik(x+\Delta x)\}] = \\
& = iq(x)[c(x)\exp\{iq(x)(x+\Delta x)\} - d(x)\exp\{-iq(x)(x+\Delta x)\}].
\end{aligned}
\tag{10}$$

Исключая  $c(x)$ ,  $d(x)$  из уравнений (7)–(10) и устремляя приращение  $\Delta x$  к нулю, для величин  $a(x)$  и  $b(x)$  получим следующую систему из двух линейных однородных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$da(x)/dx = -iu(x)a(x)/2k - iu(x)b(x)\exp\{-i2kx\}/2k, \tag{11}$$

$$db(x)/dx = iu(x)b(x)/2k + iu(x)a(x)\exp\{i2kx\}/2k. \tag{12}$$

Так как вышеизложенная процедура представления потенциала в виде трех прилегающих друг к другу узких участков может быть выполнена вблизи произвольной точки  $x$ , то, как непосредственно следует из (11) и (12), равенство (4) действительно имеет место и, следовательно, производная волновой функции имеет вид (3).

### 3. Инфинитное движение и метод матриц переноса

Как известно, система двух однородных дифференциальных уравнений первого порядка обладает двумя линейно-независимыми решениями, так что ее общее решение может быть представлено в виде:

$$C_1(a_1(x) + b_1(x)) + C_2(a_2(x) + b_2(x)), \tag{13}$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные константы, а  $a_1(x)$ ,  $b_1(x)$  и  $a_2(x)$ ,  $b_2(x)$  соответствуют первому и второму решению системы. В силу (11), (12) линейно независимые решения могут быть выбраны согласно следующим равенствам:

$$a_1(x) = b_2^*(x) \text{ и } b_1(x) = a_2^*(x), \tag{14}$$

где  $*$  обозначает комплексно сопряженное.

Используя (13), (14), (2) и вводя обозначения  $a_1(x) = a(x)$  и  $b_1(x) = b(x)$ , наиболее общее решение уравнения Шредингера может быть записано в виде

$$\Psi(x) = (C_1 a(x) + C_2 b^*(x)) \exp\{ikx\} + (C_1 b(x) + C_2 a^*(x)) \exp\{-ikx\}. \tag{15}$$

Как видно из (15), волновая функция в общем виде может быть выражена с помощью одного частного решения системы уравнений (11), (12) с точностью до двух произвольных постоянных.

Предположим теперь, что потенциал отличен от нуля только в ограниченном промежутке, заключенном между точками  $x_1$  и  $x_2$ :

$$u(x) = \begin{cases} 0 & x < x_1, \\ u(x) & x_1 < x < x_2, \\ 0 & x > x_2, \end{cases}
\tag{16}$$

и будем рассматривать асимптотическое поведение волновой функции в областях с нулевым значением потенциала в виде суммы встречных плоских волн:

$$\Psi(x) = \begin{cases} A_1 \exp\{ikx\} + B_1 \exp\{-ikx\}, & x < x_1, \\ (C_1 a(x) + C_2 b^*(x)) \exp\{ikx\} + (C_1 b(x) + C_2 a^*(x)) \exp\{-ikx\}, & x_1 < x < x_2, \\ A_2 \exp\{ikx\} + B_2 \exp\{-ikx\}, & x > x_2, \end{cases} \quad (17)$$

где пара функций  $a(x)$  и  $b(x)$  является частным решением системы уравнений (11), (12), определяемым из начального условия, заданного в точке  $x = x_1$  в виде пары произвольных чисел  $a(x_1)$ ,  $b(x_1)$ . Из условия непрерывности волновой функции (17) и ее производной в точках  $x_1$ ,  $x_2$ , а также из равенства (4) имеем следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$A_1 = C_1 a(x_1) + C_2 b^*(x_1), \quad B_1 = C_1 b(x_1) + C_2 a^*(x_1), \quad (18)$$

$$A_2 = C_1 a(x_2) + C_2 b^*(x_2), \quad B_2 = C_1 b(x_2) + C_2 a^*(x_2), \quad (19)$$

из которых, в частности, следует, что

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(x_1, x_2) & \beta(x_1, x_2) \\ \beta^*(x_1, x_2) & \alpha^*(x_1, x_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

$$\alpha(x_1, x_2) = \frac{a^*(x_1) a(x_2) - b(x_1) b^*(x_2)}{a(x_1) a^*(x_1) - b(x_1) b^*(x_1)}, \quad \beta(x_1, x_2) = \frac{a(x_1) b^*(x_2) - b^*(x_1) a(x_2)}{a(x_1) a^*(x_1) - b(x_1) b^*(x_1)}. \quad (21)$$

Из (21) следует, что детерминант матрицы переноса тождественно равен единице:  $\alpha(x_1, x_2) \alpha^*(x_1, x_2) - \beta(x_1, x_2) \beta^*(x_1, x_2) = 1$ .

Используя (20), легко видеть, что [2,3]

$$\alpha(x_1, x_2) = \frac{A_1^* A_2 - B_1 B_2^*}{A_1 A_1^* - B_1 B_1^*}, \quad \beta(x_1, x_2) = \frac{A_1 B_2^* - B_1^* A_2}{A_1 A_1^* - B_1 B_1^*}. \quad (22)$$

Как следует из вышеизложенного (см. (17)–(21)), волновая функция одномерного стационарного инфинитного движения может быть выражена с помощью одного произвольного частного решения системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка (11), (12) с точностью до двух произвольных постоянных.

#### 4. Элементы матрицы переноса как функции от границ усеченного потенциала

Представим потенциал  $u(x)$  (16) в виде суммы двух потенциалов  $u(x) = u_1(x) + u_2(x)$ , где

$$u_1(x) = \begin{cases} 0, & x > y, \\ u(x), & x < y, \end{cases} \quad \text{и} \quad u_2(x) = \begin{cases} u(x), & x > y, \\ 0, & x < y. \end{cases} \quad (23)$$

Покажем теперь, что волновая функция для потенциала  $u(x)$  (16) в промежутке  $x_1 < x < x_2$  может быть выражена с помощью элементов матриц переноса для потенциалов  $u_1(x)$  и  $u_2(x)$ . Будем рассматривать элементы матрицы переноса  $\alpha(x_1, x_2)$ ,  $\beta(x_1, x_2)$  (21) как функции от координат границ потенциала

$u(x)$ , при этом полагая, что для усеченного справа потенциала  $u_1(x)$   $x_1$  является фиксированным и  $x_2 = y$ , а для случая усеченного слева потенциала  $u_2(x)$  фиксированным является  $x_2$ , а  $x_1 = y$ . В соответствии с вышесказанным, рассматривая значения  $y$  в промежутке  $x_1 < y < x_2$ , из (21) можем записать следующие выражения:

$$\alpha(x_1, y) = \frac{a^*(x_1)a(y) - b(x_1)b^*(y)}{a(x_1)a^*(x_1) - b(x_1)b^*(x_1)}, \quad \beta(x_1, y) = \frac{a(x_1)b^*(y) - b^*(x_1)a(y)}{a(x_1)a^*(x_1) - b(x_1)b^*(x_1)}, \quad (24)$$

$$\alpha(y, x_2) = \frac{a^*(y)a(x_2) - b(y)b^*(x_2)}{a(x_2)a^*(x_2) - b(x_2)b^*(x_2)}, \quad \beta(y, x_2) = \frac{a(y)b^*(x_2) - b^*(y)a(x_2)}{a(x_2)a^*(x_2) - b(x_2)b^*(x_2)}, \quad (25)$$

где  $a(y)$ ,  $b(y)$  и  $a(x_2)$ ,  $b(x_2)$  соответствуют решению системы дифференциальных уравнений (11), (12) в точках  $x = y$  и  $x = x_2$ , соответственно, с начальным условием  $a(x_1)$ ,  $b(x_1)$ , заданным в точке  $x = x_1$ .

Как видно из (11), (12) и (24), (25), величины  $\alpha(x_1, y)$ ,  $\beta(x_1, y)$  и  $\alpha(y, x_2)$ ,  $\beta(y, x_2)$  как функции от координаты  $y$  удовлетворяют разным системам дифференциальных уравнений. Так, для  $\alpha(x_1, y)$  и  $\beta(x_1, y)$  получим следующее выражения:

$$\frac{d\alpha(x_1, y)}{dy} = -\frac{iu(y)}{2k}\alpha(x_1, y) - \frac{iu(y)}{2k}\beta^*(x_1, y)\exp\{-2iky\}, \quad (26)$$

$$\frac{d\beta(x_1, y)}{dy} = -\frac{iu(y)}{2k}\beta(x_1, y) - \frac{iu(y)}{2k}\alpha^*(x_1, y)\exp\{-2iky\}, \quad (27)$$

с начальным условием в точке  $\alpha(x_1, x_1) = 1$ ,  $\beta(x_1, x_1) = 0$ . Для  $\alpha(y, x_2)$  и  $\beta(y, x_2)$  имеем

$$\frac{d\alpha(y, x_2)}{dy} = \frac{iu(y)}{2k}\alpha(y, x_2) - \frac{iu(y)}{2k}\beta(y, x_2)\exp\{2iky\}, \quad (28)$$

$$\frac{d\beta(y, x_2)}{dy} = -\frac{iu(y)}{2k}\beta(y, x_2) + \frac{iu(y)}{2k}\alpha(y, x_2)\exp\{-2iky\}, \quad (29)$$

с начальным условием в точке  $y = x_2$   $\alpha(x_2, x_2) = 1$ ,  $\beta(x_2, x_2) = 0$ .

Отметим, что интегрирование системы (28), (29), в отличие от (26), (27), должно быть проведено в отрицательном направлении. Как следует из полученного выше результата, величины  $\alpha(x_1, y)$ ,  $\beta(x_1, y)$  и  $\alpha(y, x_2)$ ,  $\beta(y, x_2)$  никоим образом не зависят от выбора начальных условий  $a(x_1)$ ,  $b(x_1)$ , используемых для определения  $a(y)$ ,  $b(y)$  и  $a(x_2)$ ,  $b(x_2)$  (см. (24), (25)), а зависят только от вида потенциала. Данное обстоятельство позволяет утверждать, что величины  $\alpha(x_1, y)$ ,  $\beta(x_1, y)$  и  $\alpha(y, x_2)$ ,  $\beta(y, x_2)$  являются элементами матриц переноса потенциалов  $u_1(x)$  и  $u_2(x)$ , соответственно.

## 5. Волновая функция и метод усеченного потенциала

Приступим теперь к построению волновой функции (17), выбирая в качестве произвольных постоянных константы  $A_1$  и  $B_2$ . Используя (24), (25), а также (18), (19) и (20), можно показать, что волновая функция имеет вид

$$\begin{aligned} \psi(x) = A_1 \left[ \exp\{ikx\} - \beta^*(x_1, x_2) \exp\{-ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) \right] + \\ + B_2 \exp\{-ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) \quad \text{при } x < x_1, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \psi(x) = A_1 \left[ \alpha^*(x, x_2) \exp\{ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) - \beta^*(x, x_2) \exp\{-ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) \right] + \\ + B_2 \left[ \beta(x_1, x) \exp\{ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) + \alpha^*(x_1, x) \exp\{-ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) \right] \quad \text{при } x_1 < x < x_2, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \psi(x) = A_1 \exp\{ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) + B_2 \left[ \exp\{-ikx\} + \right. \\ \left. + \beta(x_1, x_2) \exp\{ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) \right] \quad \text{при } x > x_2. \end{aligned} \quad (32)$$

Как видно из полученного результата (30)–(32), с точностью до двух произвольных постоянных, задача нахождения волновой функции инфинитного движения, в наиболее общем виде, сводится к задаче определения элементов матриц переноса усеченных потенциалов как функций от координаты точки усечения:  $\alpha(x_1, y)$ ,  $\beta(x_1, y)$  и  $\alpha(y, x_2)$ ,  $\beta(y, x_2)$  с начальными условиями  $\alpha(x_1, x_1) = 1$ ,  $\beta(x_1, x_1) = 0$  и  $\alpha(x_2, x_2) = 1$ ,  $\beta(x_2, x_2) = 0$ .

Связь элементов матрицы переноса  $\alpha(x_1, x_2)$ ,  $\beta(x_1, x_2)$  с амплитудами отражения и прохождения волны может быть установлена в соответствии с левой и правой задачами рассеяния, когда рассматриваются решения уравнения Шредингера со следующими асимптотическим поведением:

$$\Psi_{\text{left}}(x) = \begin{cases} \exp\{ikx\} + r \exp\{-ikx\} & x < x_1, \\ t \exp\{ikx\} & x > x_2, \end{cases} \quad (33)$$

$$\Psi_{\text{right}}(x) = \begin{cases} s \exp\{-ikx\} & x < x_1, \\ \exp\{-ikx\} + p \exp\{ikx\} & x > x_2, \end{cases} \quad (34)$$

где  $r$ ,  $t$  и  $p$ ,  $s$  являются амплитудами отражения и прохождения волны для левой и правой задач рассеяния, соответственно.

Подставляя в (30)–(32)  $A_1 = 1$  и  $B_2 = 0$ , для волновой функции частицы, падающий на потенциал с левой стороны, получим

$$\psi(x) = \exp\{ikx\} - \beta^*(x_1, x_2) \exp\{-ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) \quad \text{при } x < x_1, \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \psi(x) = \alpha^*(x, x_2) \exp\{ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) - \\ - \beta^*(x, x_2) \exp\{-ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) \quad \text{при } x_1 < x < x_2, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\psi(x) = \exp\{ikx\} / \alpha^*(x_1, x_2) \quad \text{при } x > x_2. \quad (37)$$

Сравнивая (35), (37) с (33), получим

$$r = -\beta^*(x_1, x_2) / \alpha^*(x_1, x_2), \quad t = 1 / \alpha^*(x_1, x_2), \quad (38)$$

откуда, в частности, следует  $\alpha(x_1, x_2) = 1/t^*$ ,  $\beta(x_1, x_2) = -r^*/t^*$ .

Волновая функция частицы, падающей на барьер справа, получается из (30)–(32) подстановкой  $A_1 = 0$  и  $B_2 = 1$ :

$$\psi(x) = \exp\{-ikx\}/\alpha^*(x_1, x_2) \text{ при } x > x_1, \quad (39)$$

$$\psi(x) = \beta(x_1, x) \exp\{ikx\}/\alpha^*(x_1, x_2) + \alpha^*(x_1, x) \exp\{-ikx\}/\alpha^*(x_1, x_2) \text{ при } x_1 < x < x_2 \quad (40)$$

$$\psi(x) = \exp\{-ikx\} + \beta(x_1, x_2) \exp\{ikx\}/\alpha^*(x_1, x_2) \text{ при } x > x_2. \quad (41)$$

Сравнивая (39), (41) с (34), получим

$$p = \beta(x_1, x_2)/\alpha^*(x_1, x_2), \quad s = 1/\alpha^*(x_1, x_2), \quad (42)$$

откуда можем записать  $\alpha(x_1, x_2) = 1/s^*$ ,  $\beta(x_1, x_2) = p/s$ .

Из (38) и (42) следует связь между амплитудами отражения и прохождения левой и правой задач рассеяния [2]:

$$t = s, \quad r/t = -p^*/t^*. \quad (43)$$

По аналогии с введенными для усеченных потенциалов элементами матриц переноса, рассмотрим также амплитуды отражения и прохождения волны в случае усеченных потенциалов. Если амплитуды рассеяния определяются в соответствии с левой задачей рассеяния, то, согласно (38) и (24), (25), можем записать

$$\alpha(x_1, y) = 1/t^*(x_1, y), \quad \beta(x_1, y) = -r^*(x_1, y)/t^*(x_1, y), \quad (44)$$

$$\alpha(y, x_2) = 1/t^*(y, x_2), \quad \beta(y, x_2) = -r^*(y, x_2)/t^*(y, x_2), \quad (45)$$

где  $t(x_1, y)$ ,  $r(x_1, y)$  и  $t(y, x_2)$ ,  $r(y, x_2)$  являются амплитудами прохождения и отражения волны для усеченных потенциалов  $u_1(x)$  и  $u_2(x)$  (23).

Используя (44), из (26), (27) имеем

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{t(x_1, x)} = \frac{iV(x)}{2k} \frac{1}{t(x_1, x)} - \frac{iV(x)}{2k} \frac{r^*(x_1, x)}{t^*(x_1, x)} \exp\{2ikx\}, \quad (46)$$

$$\frac{d}{dx} \frac{r^*(x_1, x)}{t^*(x_1, x)} = -\frac{iV(x)}{2k} \frac{r^*(x_1, x)}{t^*(x_1, x)} + \frac{iV(x)}{2k} \frac{1}{t(x_1, x)} \exp\{-2ikx\}, \quad (47)$$

с граничными условиями  $1/t(x_1, x_1) = 1$ ,  $r^*(x_1, x_1)/t^*(x_1, x_1) = 0$ .

Из (45) и (28), (29) можно записать

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{t(x, x_2)} = -\frac{iV(x)}{2k} \frac{1}{t(x, x_2)} - \frac{iV(x)}{2k} \frac{r(x, x_2)}{t(x, x_2)} \exp\{-2ikx\}, \quad (48)$$

$$\frac{d}{dx} \frac{r(x, x_2)}{t(x, x_2)} = \frac{iV(x)}{2k} \frac{r(x, x_2)}{t(x, x_2)} + \frac{iV(x)}{2k} \frac{1}{t(x, x_2)} \exp\{2ikx\}, \quad (49)$$

с граничными условиями  $1/t(x_2, x_2) = 1$ ,  $r(x_2, x_2)/t^*(x_2, x_2) = 0$ .

Полученные уравнения (46)–(49) являются базовыми уравнениями метода комбинации параметров рассеяния [10,11]. Ясно, что аналогичные уравнения

могут быть написаны также для случая, когда амплитуды отражения и прохождения усеченных потенциалов определяются посредством правой задачи рассеяния.

Как известно, метод фазовых функций позволяет получить уравнения для амплитуд рассеяния, если только последние рассматриваются как функции от границы потенциала со стороны первичной падающей волны (см. [9]). Так, из (48), (49) можно записать

$$\frac{dt(x, x_2)}{dx} = (iV(x)/2k)t(x, x_2)(1 + r(x, x_2)\exp\{-2ikx\}), \quad (50)$$

$$\frac{dr(x, x_2)}{dx} = (iV(x)/2k)(\exp\{ikx\} + r(x, x_2)\exp\{-ikx\})^2, \quad (51)$$

с граничными условиями  $t(x_2, x_2) = 1$ ,  $r(x_2, x_2) = 0$ .

Как видно из (48), (49) и (50), (51), уравнения, записанные для величин  $1/t(x, x_2)$  и  $r(x, x_2)/t(x, x_2)$ , как функции от границы потенциала, в отличие от  $t(x, x_2)$  и  $r(x, x_2)$  являются линейными. Отметим также, что аналогичные (46)(51) уравнения могут быть получены для случая, когда элементы матрицы переноса связываются с амплитудами прохождения и отражения правой задачи рассеяния (42).

## 6. Метод интегральных уравнений

Для построения интегрального уравнения рассмотрим волновую функцию, соответствующую левой задаче рассеяния для потенциала  $u(x)$  (16). Проинтегрируем систему уравнений (13), (14) с граничными условиями, заданными для функций  $a(x)$  и  $b(x)$  в двух различных точках:

$$a(x_1) = 1, \quad b(x_2) = 0. \quad (52)$$

Рассматривая (2) и (33), легко видеть, что при данном граничном условии значение функции  $a(x)$  в точке  $x = x_2$  будет определять амплитуду прохождения, а значение  $b(x)$  в точке  $x = x_1$  – амплитуду отражения волны:  $a(x_2) = t(x_1, x_2)$ ,  $b(x_1) = r(x_1, x_2)$ .

Из (13), (14) с учетом (52) для функций  $a(x)$  и  $b(x)$  можно записать:

$$a(x) = \begin{cases} 1, & x < x_1, \\ 1 - \int_{x_1}^x \frac{i u(x')}{2k} \psi(x') \exp\{-ikx'\} dx', & x_1 < x < x_2, \\ 1 - \int_{x_1}^{x_2} \frac{i u(x')}{2k} \psi(x') \exp\{-ikx'\} dx', & x > x_2, \end{cases} \quad (53)$$

$$b(x) = \begin{cases} -\int_{x_1}^{x_2} \frac{i u(x')}{2k} \psi(x') \exp\{ikx'\} dx', & x < x_1, \\ -\int_x^{x_2} \frac{i u(x')}{2k} \psi(x') \exp\{ikx'\} dx', & x_1 < x < x_2 \\ 0, & x > x_2. \end{cases} \quad (54)$$

Умножая  $a(x)$  (53) на  $\exp\{ikx\}$  и  $b(x)$  (54) на  $\exp\{-ikx\}$ , с учетом (2) для волновой функции получим

$$\Psi_{\text{left}}(x) = \begin{cases} \exp\{ikx\} - \exp\{-ikx\} \int_{x_1}^{x_2} \frac{i u(x')}{2k} \psi(x') \exp\{ikx'\} dx', & x < x_1, \\ \exp\{ikx\} - \left[ \exp\{ikx\} \int_{x_1}^x \frac{i u(x')}{2k} \psi(x') \exp\{-ikx'\} dx' + \right. \\ \left. + \exp\{-ikx\} \int_x^{x_2} \frac{i u(x')}{2k} \psi(x') \exp\{ikx'\} dx' \right], & x_1 < x < x_2, \\ \exp\{ikx\} - \exp\{ikx\} \int_{x_1}^{x_2} \frac{i u(x')}{2k} \psi(x') \exp\{-ikx'\} dx', & x > x_2. \end{cases} \quad (55)$$

Используя обозначение  $G_0(x, x') = i \exp\{ik|x - x'|\}/2k$ , легко видеть, что выражения для волновой функции, записанные для трех различных областей, могут быть представлены одним единым выражением:

$$\Psi_{\text{left}}(x) = \exp\{ikx\} - \int_{x_1}^{x_2} \frac{i u(x')}{2k} G_0(x, x') \psi_{\text{left}}(x') \exp\{ikx'\} dx'. \quad (56)$$

Равенство (56) является интегральным уравнением для определения волновой функции левой задачи рассеяния. Отметим, что функция двух переменных  $G_0(x, x')$  является запаздывающей функцией Грина уравнения Шредингера для свободного движения. Отметим также, что аналогичным образом можно вывести интегральное уравнение для волновой функции, соответствующей правой задаче рассеяния.

## 7. Заключение

Таким образом, мы показали, что наиболее известные методы рассмотрения задачи одномерного движения квантовой частицы в потенциальном поле, в конечном счете, приводятся к одному свойству решения уравнения Шредингера. Согласно изложенному методу, задача нахождения волновой функции в общем виде сводится к решению некоторой системы однородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Кроме того, предлагаемый подход обеспечивает наглядную связь между такими, на

первый взгляд, различными подходами, как метод интегральных уравнений, метод матрицы переноса, метод погружения и метод комбинации параметров рассеяния, уместая их изложение в одну единую схему.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Д.И.Блохинцев.** Основы квантовой механики. М., Наука, 1983.
2. **В.И.Арнольд.** Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М., Наука, 1978.
3. **P.Erdos, R.C.Herndon.** Adv. Phys., **31**, 65 (1982).
4. **С.Реймс.** Теория многоэлектронных систем. М., Мир, 1967.
5. **D.S.Fisher, P.A.Lee.** Phys. Rev. B, **23**, 6851 (1981).
6. **В.И.Кляцкин.** Метод погружения в теории распространения волн. М., Наука, 1986.
7. **В.А.Амбарцумян.** ДАН СССР, **38**, 76 (1943).
8. **G.I.Babkin, V.I.Klyatskin.** Wave Motion, **4**, 327 (1982).
9. **В.В.Бабиков.** Метод фазовых функций в квантовой механике. М., Наука, 1976.
10. **Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян.** Доклады НАН Армении, **98**, 301 (1998).
11. **D.M.Sedrakian, A.Zh.Khachatryan.** Phys. Lett. A, **265**, 294 (2000).
12. **Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян, Э.М.Казарян, Л.Р.Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, №3 (2009).

#### ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՄԱՍՆԻԿԻ ՍՏԱՑԻՈՆԱԳ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ԿԱՄԱՅԱԿԱՆ ՏԵՄՔԻ ՄԻԱԶՍՓ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԻ ԴԱՇՏՈՒՄ

Ա.Ժ. ԽԱԶԱՏՐՅԱՆ, Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Վ.Ա. ԽՈՅԵՑՅԱՆ

Աշխատանքում զարգացված է հետևողական մոտեցում՝ կամայական տեսքի միաչափ պոտենցիալի դաշտում քվանտային մասնիկի ստացիոնար շարժման նկարագրման համար: Ապացուցված է, որ ինֆինիտ շարժման ալիքային ֆունկցիան, երկու կամայական հաստատունի ճշտությամբ, կարելի է ներկայացնել որոշակի գծային, առաջին կարգի դիֆֆերենցիալ հավասարումների համակարգի մեկ կամայական մասնավոր լուծման միջոցով: Ցույց է տրված, որ ինդրի դիտարկման հայտնի շատ մեթոդների հիմքում, ինչպիսիք են օրինակ՝ ինտե-գրալային հավասարումների մեթոդը, տրանսֆեր մատրիցների մեթոդը, ընկղմման մեթոդը և ցրման պարամետրերի համակցման մեթոդը, ընկած է Շրեդինգերի հավասարման լուծումների մի ընդհանուր հատկություն: Այս մեթոդի շրջանակներում առավել ակնառու են դառնում վերը թվարկված մեթոդների կապը:

#### STATIONARY MOTION OF A QUANTUM PARTICLE IN THE FIELD OF A ONE-DIMENSIONAL ARBITRARY POTENTIAL

A.ZH. KHACHATRIAN, D.M. SEDRAKIAN, V.A. KHOETSYAN

A new approach to the problem of description of the stationary motion of a quantum particle is developed. It is shown that the wave function of infinite motion with the accuracy to arbitrary constants can be presented using an arbitrary single solution for a some set of linear differential equations of the first order. It is shown that in the base of many known methods of the problem consideration, such as the method of integral equations, the transfer-matrix method, imbedding method and the method of combination of scattering parameters, the one general property of the Schrödinger equation solution lays. In the framework of the suggested approach, the connection between the above-mentioned methods becomes more transparent.

УДК 621.315

## ОСОБЕННОСТИ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ КРАЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ В СЛАБО ЛЕГИРОВАННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ КВАНТОВЫХ ЯМАХ С УЧЕТОМ КУЛОНОВСКОЙ ЩЕЛИ

С.Л. АРУТЮНЯН

Гюмрийский филиал Государственного инженерного университета Армении

(Поступила в редакцию 5 мая 2008 г.)

Исследовано влияние кулоновской щели на тонкую структуру края фундаментального поглощения в квантовых ямах. Используя интерполяционную формулу, которая адекватно описывает влияние кулоновской щели в квантовых ямах в условиях слабого легирования независимо от степени компенсации, получено явное выражение для коэффициента поглощения, связанного с переходами из валентного уровня размерного квантования в примесную зону. Исследована также зависимость коэффициента поглощения квантовой ямы от степени легирования и компенсации образца.

### 1. Введение

Несмотря на многочисленные дискуссии на пути признания, концепция кулоновской щели в настоящее время весьма популярна, что связано с накоплением многочисленных экспериментальных фактов, которые можно объяснить только исходя из основных представлений этой концепции [1-3]. В связи с этим в первую очередь необходимо отметить также успехи ряда экспериментальных методик, к числу которых, в частности, относятся VRH (variable range hopping) спектроскопия, изучение перехода металл-изолятор [4,5], туннельная спектроскопия 2D электронов в магнитном поле [6]. Несмотря на это, строгой аналитической теории структуры примесной зоны с учетом кулоновской корреляции не существует.

В условиях отсутствия строгой теории структуры примесной зоны, при исследовании физических свойств 3D и 2D образцов, определяющихся структурой примесной зоны, в основном используются различные численные методы [7]. А аналитические исследования ведутся в основном в следующих трех направлениях.

В первом из них используются функции плотности состояний, которые получены в случаях предельно слабых и сильных компенсаций (см., напр., [3,8]). Во втором, используя самосогласованную теорию, удалось получить универсальную формулу для плотности состояний для 3D и 2D образцов, которая справедлива только вблизи уровня Ферми (см., напр., [2]). В третьем, вдали от уровня Ферми, в зависимости от условий задачи, выбирают ту или иную функцию (см.

[9-11]), которая справедлива в определенном узком интервале изменения энергии.

В отличие от указанных работ, в [12] приводится интерполяционная формула, которая в широком интервале энергии адекватно описывает как структуру, так и эволюцию примесной зоны при изменении степени компенсации в слабо легированных 3D полупроводниках. В работе [13], с учетом особенностей поведения функции плотности состояний  $g(\varepsilon)$  вблизи уровня Ферми [3] предложена функция

$$g(\varepsilon) = (2n_D |\varepsilon - \mu| / \varepsilon_D^2) \exp\left[\frac{(\mu^2 - \varepsilon^2)}{\gamma^2}\right] \quad (1)$$

с подгоночными параметрами  $\mu$  и  $\gamma$ . Здесь параметр  $\mu$  есть уровень Ферми, а  $\gamma$  характеризует ширину пиков,  $\varepsilon_D = 2e^2 / (\chi_1 + \chi_2) \rho_D$  – энергия кулоновского взаимодействия на среднем расстоянии  $\rho_D = (\pi n_D)^{-1/2}$  между донорами в плоскости интерфейса,  $n_D = N_D d$  – поверхностная плотность доноров,  $d$  – ширина квантовой ямы. В формуле (1) энергия отсчитывается от уровня энергии основного состояния изолированного донора в квантовой яме:  $E_D = 16E_{3D}\chi^2 / (\chi_1 + \chi_2)^2$  (см. [14]),  $E_{3D}$  – энергия ионизации 3D донора,  $\chi$ ,  $\chi_1, \chi_2$  – диэлектрические проницаемости квантовой ямы и окружающих сред, соответственно.

Общеизвестно, что основные характеристики многочисленных оптоэлектронных приборов определяются тонкой структурой края фундаментального поглощения [15], которая как в легированных массивных полупроводниках [16], так и в размерно-квантованных квантовых ямах [17,18] определяется особенностями примесных состояний. В настоящей работе исследованы основные особенности тонкой структуры края фундаментального поглощения, которые формируются в результате переходов электронов из размерно-квантованной валентной подзоны в примесную зону слабо легированной квантовой ямы, структура которой определяется функцией плотности состояний (1).

## 2. Основные исходные предположения, коэффициент поглощения и обсуждение результатов

Для выявления влияния примесной зоны на край фундаментального поглощения будем предполагать, что размерное квантование осуществляется в направлении  $z$ , а слабая электромагнитная волна распространяется под углом  $\theta$  к нормали пленки. Если частота монохроматической электромагнитной волны  $\omega$ , а волновой вектор  $q$ , то для оператора возмущения в общем случае будем иметь:

$$\hat{V} = \hat{V}_z + \hat{V}_p, \quad (2)$$

$$\hat{V}_z = -(ie\hbar/m_0c) \left[ A_0 \sqrt{P(\theta)} \exp i(q \cos \theta z + q \sin \theta y) \exp(-i\omega t) \right] (d/dz), \quad (3)$$

$$\hat{V}_p = -\frac{ie\hbar}{m_0c} A_0 \sqrt{1-P(\theta)} \cdot \exp i(q \cos \theta z + q \sin \theta y) \exp(-i\omega t) \cdot (\mathbf{e}_p \nabla_p), \quad (4)$$

где  $m_0$  – масса свободного электрона,  $A_0$  – амплитуда вектора-потенциала электромагнитной волны,  $P(\theta)$  – фактор, зависящий от поляризации электромагнитной волны, который имеет вид

$$P(\theta) = \begin{cases} \sin^2 \theta & \text{для } \pi \text{- поляризации,} \\ 0 & \text{для } \sigma \text{- поляризации,} \\ \sin^2 \theta/2 & \text{для циркулярной поляризации.} \end{cases}$$

Волновая функция конечного состояния примесной зоны, расположенного под первым уровнем размерного квантования в зоне проводимости, имеет вид

$$\Psi_f = \frac{1}{\sqrt{S}} U_{c,0}(\mathbf{r}) F(\boldsymbol{\rho}) X_{c,1}(z), \quad (5)$$

и если энергия отсчитывается от середины запрещенной зоны, то для функции плотности конечных состояний из формулы (1) будем иметь

$$g_f(\varepsilon) = \frac{2n_D \left| \varepsilon - \frac{E_g}{2} - E_1 + E_D - \mu \right|}{\varepsilon_D^2} \exp \frac{\mu^2 - \left( \varepsilon - \frac{E_g}{2} - E_1 + E_D \right)^2}{\gamma^2}. \quad (6)$$

Волновая функция, энергетический спектр и функция плотности состояний электронов исходного состояния (валентная зона) даются формулами

$$\begin{aligned} \Psi_i(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\sqrt{S}} U_{v,k}(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}) X_{v,n}(z), \\ \varepsilon_i &= -\frac{E_g}{2} - E_n - \frac{p^2}{2m_v}, \\ g_i(\varepsilon) &= \frac{m_v}{\pi\hbar^2 d} \sum_n \Theta \left( -\frac{E_g}{2} - E_n - \varepsilon \right). \end{aligned} \quad (7)$$

В формулах (5)–(7) использованы следующие обозначения:  $S$  – площадь интерфейса,  $F(\boldsymbol{\rho}) = \sqrt{2/\pi a^2} \exp(-\boldsymbol{\rho}/a)$  – волновая функция,  $a = a_{3D}(\chi_1 + \chi_2)/4\chi$  – радиус области локализации донорного электрона в яме,  $a_{3D}$  – боровский радиус донора в массивном образце,  $X_{c,v,n}(z)$ ,  $E_n$  – волновая функция и энергия в направлении размерного квантования, соответственно,  $E_g$  – ширина запрещенной зоны,  $m_v$  – масса валентного электрона,  $\Theta(x)$  – единичная ступенчатая функция.

Исходя из формул (1)–(7), легко убедиться, что указанные переходы могут осуществляться только под действием возмущения (4). Пренебрегая компонентой импульса фотона в плоскости интерфейса [17] и исключая матричный элемент импульса  $\mathbf{p}_{c,v}$  при помощи соотношения

$|\mathbf{e}_{c,v}|/m_0 = (3E_g/4m)^{1/2}$  ( $\mathbf{e}$  – единичный вектор в направлении поляризации,  $m^{-1} = m_c^{-1} + m_v^{-1}$ ) [19], для соответствующего матричного элемента перехода будем иметь

$$\langle f | \hat{V}_p | i \rangle = \frac{eA_0}{c} \sqrt{1-P(\theta)} \left( \frac{3E_g}{4m} \right)^{1/2} F_{1n} \left( \frac{E_D}{E_D - \frac{E_g}{2} - E_n - \varepsilon} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (8)$$

где  $F_{1,n} = \int X_1(z) X_n(z) \exp(iqz \cos \theta) dz$ .

Для вычисления коэффициента поглощения следует учесть, что конечное состояние перехода (5) не обладает определенным импульсом и стандартный метод “вертикальных” переходов [17] неприменим, поэтому необходимо использовать более общую методику Кубо–Гринвуда (см., напр., [20]).

Если ширина квантовой ямы  $d \leq 50 \text{ \AA}$ , то для кристалла GaAs ( $E_g = 1.424$  эВ) вблизи края фундаментального поглощения  $qd = (E_g d / \hbar c) \leq 0.036$ , и, следовательно, применимо дипольное приближение. С другой стороны, для любой модели потенциала ямы в дипольном приближении диагональный матричный элемент  $F_{1,1} \approx 1$ , в то время как для недиагональных элементов соответственно имеем  $F_{1,n} \ll 1$  [17]; следовательно, возможны только переходы в первую подзону размерного квантования зоны проводимости.

Учитывая указанные особенности, применяя стандартную методику с учетом (6), при  $T = 0$  для коэффициента поглощения с единичной поверхности интерфейса получаем

$$K(\omega) = 12\pi\alpha \frac{n_D}{n_0 d} \left( \frac{E_g E_D^2}{\hbar\omega \varepsilon_D^2} \right) (1-P(\theta)) G \left( \frac{\hbar\omega - I_0}{E_D} \right) \theta \left( \frac{\hbar\omega - I_0}{E_D} \right), \quad (9)$$

где частотная зависимость коэффициента поглощения определяется следующей функцией:

$$G(\Omega) = \frac{1}{\Omega} \int_0^1 \frac{x}{\left(1 + \frac{1}{\Omega} - x\right)^3} \exp \left[ -\frac{E_D^2}{\gamma^2} \left( \Omega^2 x^2 + 2\Omega x \frac{\mu}{E_D} \right) \right] dx. \quad (10)$$

Здесь  $\alpha = e^2 / \hbar c$  – постоянная тонкой структуры,  $n_0$  – показатель преломления кристалла,  $\Omega = (\hbar\omega - I_0) / E_D$ ,  $I_0$  – порог поглощения, который определяется формулой

$$I_0 = E_g + \Delta E - E_D + \mu, \quad (11)$$

где  $\Delta E = \hbar^2 \pi^2 / 2md^2$  – увеличение ширины запрещенной зоны за счет размерного квантования в модели бесконечно глубокой потенциальной ямы.

Из формулы (9) следует, что коэффициент поглощения имеет четкий порог поглощения, определяемый формулой (11). С уменьшением степени компенсации величина  $I_0$  увеличивается (из-за увеличения энергии Ферми  $\mu$

[13]), и поэтому порог поглощения смещается в область коротких волн. За порогом поглощения частотная зависимость  $K(\omega)$  в основном определяется функцией  $G(\Omega)$ .

Как видно из формулы (7), функция  $F(\Omega)$  зависит от параметров  $(E_D/\gamma)^2 = (\chi^2 r_D^2 / 4a_D^2) a$  и  $\mu/E_D = (2a_D/\chi r_D) c$ , где численные значения параметров  $a$  и  $c$ , которые определяются соотношениями  $\mu = c\epsilon_D$ ,  $\gamma = \epsilon_D a^{-1/2}$ , при различных значениях степени компенсации приведены в работе [13].

Как видно из (10), функция  $G(\Omega)$  зависит от параметров

$$\left(\frac{E_D}{\gamma}\right)^2 = \frac{a}{2\pi n_D a_D^2}, \quad \frac{\mu}{E_D} = \pi a_D^2 n_D c, \quad (12)$$

где численные значения параметров  $a$  и  $c$  при различных значениях степени компенсации приведены в работе [13].

Используя значения параметров  $a$  и  $c$  для кристалла GaAs ( $a_D = 104 \text{ \AA}$ ) при концентрации основных примесей  $N_D = 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и  $d = 50 \text{ \AA}$  для параметров (12) для разных степеней компенсации  $K = 0.1, 0.5, 0.9$  соответственно будем иметь:  $(E_D/\gamma)^2 = 1152, 588.591, 1152$ ;  $\mu/E_D = 0.025, 0, -0.025$ .

С учетом численных оценок на рис.1 показаны графики функции  $G(\Omega)$  от безразмерной расстройки  $\Omega$ , при разных степенях компенсации  $K = 0.1, 0.5, 0.9$ . Как видно из рисунка, с увеличением степени компенсации  $K$  значение функции  $G(\Omega)$  увеличивается, что связано с увеличением числа ионизированных доноров, т.е. с увеличением высоты пика, соответствующего незаполненным состояниям.

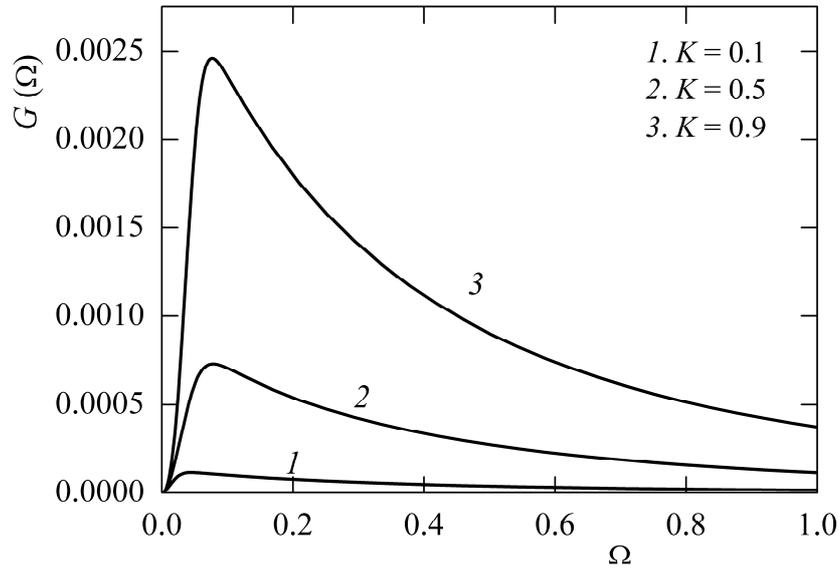


Рис.1. Зависимость функции  $G(\Omega)$  от безразмерной расстройки  $\Omega$  при разных степенях компенсации: 1 –  $K = 0.1$ ; 2 –  $K = 0.5$ ; 3 –  $K = 0.9$

Рассмотрим представляющие интерес следующие частные случаи.

а) Вблизи порога поглощения  $\hbar\omega \approx I_0$  ( $\Omega \ll 1$ ),  $G(\Omega) \approx \Omega^2/2$  и из (10) следует, что за порогом поглощения коэффициент поглощения имеет вид

$$K(\omega) = \frac{6\pi\alpha E_g}{n_0 d I_0} (1 - P(\theta)) \frac{\chi^2 (\hbar\omega - I_0)^2}{\pi e^4}. \quad (13)$$

Как видно из формулы (13), коэффициент поглощения зависит только от характеристик матрицы и не зависит от степени легирования и компенсации. Это, очевидно, связано с универсальным характером функции плотности состояний.

б) Вдали от порога поглощения  $-\Omega \gg 1$ . Вычисляя интеграл (10) по методу Лапласа, получаем  $G(\Omega) = (\sqrt{\pi/e'}) (\gamma^2 / 2E_D^2 \Omega^3)$  (здесь  $e'$  – число Эйлера), и для  $K(\omega)$  будем иметь

$$K(\omega) = 6\sqrt{\frac{\pi^3}{e'}} \frac{a}{n_0 d} (1 - P(\theta)) \frac{E_g \gamma^2 E_D^3}{\epsilon_D^2 (\hbar\omega)^4}. \quad (14)$$

Из формулы (14) следует, что в этой области частот коэффициент поглощения  $K(\omega)$  быстро уменьшается с увеличением частоты.

Исходя из полученных результатов, можно утверждать, что при температурах, близких к абсолютному нулю, коэффициент поглощения в общих чертах повторяет вышеописанное поведение и имеет следующие особенности: в результате термических эффектов исчезает четкий порог и пик поглощения перемещается в сторону высоких частот.

Работа выполнена в рамках государственной целевой программы Республики Армения “Полупроводниковая наноэлектроника.”

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **B.I.Shklovskii, A.L.Efros.** Electronic properties of doped semiconductors. Berlin, Springer-Verlag 1984.
2. **В.Л.Бонч-Бруевич** и др. Электронная теория неупорядоченных полупроводников. М., Наука, 1981.
3. **Б.И.Шкловский, А.Л.Эфрос.** Электронные свойства легированных полупроводников. М., Наука, 1979.
4. **А.Г.Забродский.** УФН, **168**, 804 (1998).
5. **А.Г.Андреев, А.Г.Забродский, И.П.Звягин, С.В.Егоров.** ФТП, **31**, 1174 (1997).
6. **Э.В.Девятов, А.А.Шашкин, В.Т.Долгополов, В.Ханзен, М.Холланд.** УФН, **170**, 327 (2000).
7. **В.М.Борздов, Т.А.Петрович,** ФТП, **31**, 89 (1997).
8. **S.L.Narutyunyan, V.A.Narutyunyan, H.A.Jivanian, G.H.Demirjian.** Thin Solid Films, **258**, 347 (1995).
9. **Н.А.Поклонский, С.Ю.Лопатин, А.Г.Забродский.** ФТТ, **42**, 3 (2000).
10. **Д.В.Николаев, В.Н.Архипов, В.Р.Никитенко.** ФТП, **34**, 682 (2000).
11. **С.Л.Арутюнян.** Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 297 (2002).
12. **С.Л.Арутюнян.** ФТТ, **47**, 581 (2005).

13. **С.Л.Арутюнян.** Материалы Международной научной конференции «Тонкие пленки и наноструктуры», «Пленки 2004», ч. 1, Москва, 2004, с. 72.
14. **L.V.Keldysh.** Phys. stat. sol. (a), **164**, 3 (1997).
15. **M.J.Kelly.** Semicond. Sci. and Technol., **5**, 1209 (1990).
16. **Ю.И.Уханов.** Оптические свойства полупроводников. М., Наука, 1977.
17. **Л.Е.Воробьев** и др. Оптические свойства наноструктур. Санкт-Петербург, Наука, 2001.
18. **В.П.Драгунов** и др. Основы нанoeлектроники. М., Логос, 2006.
19. **Л.В.Келдыш.** ЖЭТФ, **45**, 364 (1963).
20. **Н.Мотт, Э.Дэвис.** Электронные процессы в некристаллических веществах, т.1, М., Мир, 1982.

ԿՈՒՆՅԱՆ ՃԵՂՔԻ ԱԶԴԵՅՈՒԹՅՈՒՆԸ ԹՈՒՅԼ ԼԵԳԻՐԱՅՎԱԾ  
ԿԻՍԱՀԱՂՈՂԶԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՓՈՍԵՐԻ ՀԻՄՆԱՐԱՐ ԿԼԱՆՄԱՆ  
ԵԶՐԻ ՆՈՒՐԲ ԿԱՌՈՒՅՎԱԾՔԻ ՎՐԱ

Ս.Լ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Ուսումնասիրված է քվանտային փոսերում կուլոնյան ճեղքի ազդեցությունը հիմնարար կլանման եզրի նուրբ կառուցվածքի վրա: Օգտագործելով ներմոտարկման բանաձևը, որը համարժեքորեն նկարագրում է կուլոնյան ճեղքի ազդեցությունը քվանտային փոսերում թույլ լեգիրացման և կամայական համակշռման աստիճանի դեպքում, ստացված է չափային քվանտացման արժեքային մակարդակից խառնուրդային գոտի անցումներով պայմանավորված կլանման գործակցի արտահայտությունը: Ուսումնասիրված է նաև կլանման գործակցի կախումը լեգիրացման և համակշռման աստիճանից:

FEATURES OF THE FINE STRUCTURE OF THE FUNDAMENTAL  
ABSORPTION EDGE IN LOW-DOPE SEMICONDUCTOR QUANTUM WELLS WITH  
ALLOWANCE FOR THE COULOMB GAP

S.L. HARUTYUNYAN

The influence of the Coulomb gap on the fine structure of the fundamental absorption edge in quantum wells is investigated. Using the interpolation formula, an explicit expression for the light absorption coefficient related to transitions from the valence level of size quantization to the impurity band is obtained regardless of the degree of compensation. The dependence of the absorption coefficient of a quantum well on the levels of doping and compensation is also studied.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

<b>Է.Դ.Գազազյան, Ա.Կ.Դավթյան.</b> Էլեկտրոնային թանձրուկի և մոնոքրոմատային էլեկտրամագնիսական ալիքի փոխազդեցության մասին .....	79
<b>Վ.Հ.Չալտիկյան, Գ.Հ.Գրիգորյան.</b> Միջավայրի փուլային հիշողության փոփոխությունը անհամասեռ իմպուլսային մագնիսական դաշտի ազդեցությամբ .....	88
<b>Դ.Լ.Հովհաննիսյան, Վ.Հ.Չալտիկյան, Ա.Ս.Սարտիրոսյան.</b> GaAs բյուրեղում ֆեմտովայրկյանային լազերային իմպուլսի տարածման ժամանակ կազմավորված սպեկտրալ սուպերկոնտինուումի ֆիլտրմամբ տեղի ունեցող տերահերցային ճառագայթման գեներացման պրոցեսի մոդելավորումը .....	96
<b>Ք.Հ.Փալանջյան, Տ.Գ.Մանսուրյան, Գ.Լ.Շսայան, Լ.Խ.Մուրադյան.</b> Ֆեմտովայրկյանային իմպուլսների պարուրիչի վերականգնման սպեկտրալ-ինտերֆերացիական մեթոդը .....	106
<b>Է.Մ.Ալեքսանյան.</b> LiYF <sub>4</sub> և BaY <sub>2</sub> F <sub>8</sub> բյուրեղներում Er <sup>3+</sup> իոնների ՎՈԻՍ լյումինեսցենսումը .....	113
<b>Ա.Գ.Առաքելյան.</b> Մեխանիկական տատանումներով հեղուկ բյուրեղի ուղղորդչի վերակողմնորոշման փորձարարական հետազոտություն .....	119
<b>Վ.Կ.Արքահամյան, Ն.Հ.Հակոբյան, Վ.Ս.Հարությունյան, Վ.Գ.Բարաջանյան, Հ.Լ.Մարգարյան, Դ.Լ.Հովհաննիսյան, Ա.Տ.Պողոսյան, Դ.Կ.Փոխարարյան.</b> Հեղուկ բյուրեղային էլեկտրականորեն ղեկավարվող փուլային թիթեղների բնութագրերի հետազոտումը .....	124
<b>Ա.Ժ.Խաչատրյան, Դ.Ս.Սեդրակյան, Վ.Ա.Խոյեցյան.</b> Քվանտային մասնիկի ստացիոնար շարժումը կամայական տեսքի միաչափ պոտենցիալի դաշտում .....	133
<b>Ս.Լ.Հարությունյան.</b> Կուլոնյան ճեղքի ազդեցությունը թույլ լեզիրացված կիսահաղորդչային քվանտային փոսերի հիմնարար կլանման եզրի նուրբ կառուցվածքի վրա .....	144

CONTENTS

<b>E.D.Gazazyan, A.K.Davtyan.</b> On the electron bunch interaction with a monochromatic electromagnetic wave .....	79
<b>V.O.Chaltykyan, G.G.Grigoryan.</b> Modification of medium phase memory under influence of a pulsed inhomogeneous magnetic field .....	88
<b>D.L.Hovhannisyanyan, V.O.Chaltykyan, A.S.Martirosyan.</b> Modeling the terahertz radiation generation process, obtained by filtration of spectral supercontinuum, formed during the femtosecond laser pulse propagation in GaAs crystal .....	96
<b>K.A.Palanjyan, T.G.Mansuryan, G.L.Yesayan, L.Kh.Mouradian.</b> Spectral interferometric method for retrieving of femtosecond pulse envelope .....	106
<b>E.M.Aleksanyan.</b> VUV luminescence of Er <sup>3+</sup> ions in LiYF <sub>4</sub> and BaY <sub>2</sub> F <sub>8</sub> crystals .....	113
<b>A.G.Arakelyan.</b> Experimental investigation of liquid crystal director reorientation by mechanical oscillations .....	119
<b>V.K.Abrahamyan, N.H.Hakobyan, V.M.Aroutiounian, V.G.Babajanyan, H.L.Margaryan, D.L.Hovhannisyanyan, A.T.Poghosyan, D.K.Pokhsranyan.</b> Investigation of characteristics of electrically controlled liquid-crystal retarders .....	124
<b>A.Zh.Khachatrian, D.M.Sedrakian, V.A.Khoetsyan.</b> Stationary motion of a quantum particle in the field of a one-dimensional arbitrary potential .....	133
<b>S.L.Harutyunyan.</b> Features of the fine structure of the fundamental absorption edge in low-doped semiconductor quantum wells with allowance for the Coulomb gap .....	144

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Э.Д.Газазян, А.К.Давтян.</b> О взаимодействии электронного сгустка с монохроматической электромагнитной волной.....	79
<b>Г.Г.Григорян, В.О.Чалтыкян.</b> Изменение фазовой памяти среды под воздействием импульсного неоднородного магнитного поля.....	88
<b>Д.Л.Оганесян, В.О.Чалтыкян, А.С.Мартиросян.</b> Моделирование процесса генерации терагерцового излучения, полученного при фильтрации сверх-уширенного спектра, сформированного в процессе распространения фем-тосекундного лазерного импульса в кристалле GaAs.....	96
<b>К.А.Паланджян, Т.Г.Мансурян, Г.Л.Есаян, Л.Х.Мурадян.</b> Спектрально-интерферометрический метод восстановления огибающей фемтосекунд-ных импульсов .....	106
<b>Э.М.Алексян.</b> ВУФ люминесценция ионов $\text{Er}^{3+}$ в кристаллах $\text{LiYF}_4$ и $\text{BaY}_2\text{F}_8$ .....	113
<b>А.Г.Аракелян.</b> Экспериментальное исследование переориентации директора жидкого кристалла механическими колебаниями.....	119
<b>В.К.Абрамян, Н.Г.Акопян, В.М.Арутюнян, В.Г.Бабаджян, А.Л.Маргарян, Д.Л.Оганесян, А.Т.Погосян, Д.К.Похсрамян.</b> Исследование характеристик жидкокристаллических электрически-управляемых фазовых пластинок.....	124
<b>А.Ж.Хачатрян, Д.М.Седракян, В.А.Хоецян.</b> Стационарное движение квантовой частицы в поле одномерного потенциала произвольного вида .....	133
<b>С.Л.Арутюнян.</b> Особенности тонкой структуры края фундаментального по-глощения в слабо легированных полупроводниковых квантовых ямах с учетом кулоновской щели .....	144

Заказ № 232

Тираж 120. Сдано в набор 10.12.2008.

Подписано к печати 25.12.2008. Печ. л. 4.75.

Бумага офсетная. Цена договорная.

Типография НАН РА.

Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.