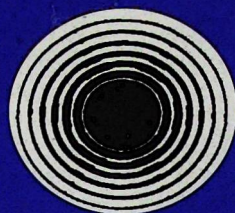


ISSN 0002-3035

ՓԻԶԻԿԱ • ՖԻԶԻԿԱ • PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

43, №6, 2008

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ
ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ

43

№ 6

ՀՀ ԳԱՄ "ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ" ՀՐԱՏԱՐԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ИЗДАТЕЛЬСТВО "ТИТУТЮН" НАН РА

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

2008

© Национальная Академия наук Армении
Известия НАН Армении, Физика

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор
Э. Г. Шароян, зам. главного редактора
А. А. Ахумян
Г. А. Вартапетян
Э. М. Казарян
А. О. Меликян
А. Р. Мкртчян
Д. Г. Саркисян
Ю. С. Чилингарян
А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր
Է. Գ. Շարոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ
Ա. Ա. Հախումյան
Հ. Հ. Վարդապետյան
Է. Մ. Ղազարյան
Ա. Հ. Մելիքյան
Ա. Ռ. Մկրտչյան
Գ. Հ. Սարգսյան
Յու. Ս. Չիլինգարյան
Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief
E. G. Sharoyan, associate editor
A. A. Hakhumyan
H. H. Vartapetian
E. M. Ghazaryan
A. O. Melikyan
A. R. Mkrtchyan
D. H. Sarkisyan
Yu. S. Chilingaryan
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

УДК 530.145

ГАМИЛЬТОНОВО ОПИСАНИЕ СИСТЕМ С ЛАГРАНЖИАНАМИ, ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ВНЕШНИХ КРИВИЗН, НА ИСКРИВЛЕННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Д.А. АГАМАЛЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 11 июля 2008 г.)

Предложен способ гамильтонова описания систем на искривленных пространствах, с репараметризационно-инвариантными лагранжианами общего положения (т.е. являющихся функциями внешних кривизн траекторий частицы), основанный на использовании формул Френе для подвижного репера. Показано, что алгебры связей систем на пространствах постоянной кривизны и евклидовых пространствах изоморфны друг другу.

1. Введение

Как известно, лагранжево описание спиновых частиц требует введения дополнительных степеней свободы. Как правило, это достигается расширением исходного пространства грасмановыми переменными, что составляет основу “псевдоклассического” подхода [1]. Можно также расширить пространство коммутирующими переменными, что, по существу, является лагранжевой формулировкой подхода Сурье к гамильтонову описанию спиновых частиц и связано с т.н. методом орбит [2]. Альтернативой может быть введение дополнительных степеней свободы посредством высших производных пространственно-временных координат. В этом случае для соблюдения репараметризационной и Пуанкаре-инвариантности действие должно иметь вид

$$S = \int L(k_1, \dots, k_N) ds. \quad (1)$$

Здесь k_I (где I меняется от 1 до N) обозначают репараметризационные ин-варианты (внешние кривизны) мировой линии системы ($0 < I \leq D-1$, где D – размерность пространства), а ds – ее натуральный параметр:

$$ds = \begin{cases} |d\mathbf{x}| & \text{для неизотропных кривых,} \\ |d^2\mathbf{x}|^{1/2} & \text{для изотропных кривых,} \end{cases} \quad (2)$$

где \mathbf{x} – радиус-вектор D -мерного пространства.

Отметим, что N -ая внешняя кривизна неизотропной кривой зависит от производных $(N+1)$ -го порядка, а изотропной – $(N+2)$ -го порядка.

Интерес к системам, описываемым действием (1), возник в контексте релятивистской физики, точнее, квантовой теории поля, благодаря работам Полякова [3]. В таком контексте

особый интерес представляли системы массивных частиц, в которых члены с высшими производными могут рассматриваться как квантовые поправки к исходному действию свободной частицы. Наиболее полно системы на неизотропных кривых, зависящие от первой и второй кривизн мировой линии, были исследованы в работах Плющая (см. [4] и ссылки в них). Прежде всего, следовало бы отметить его работы по массивным $(2+1)$ -мерным частицам с лагранжианом, линейно зависящим от второй кривизны: эта система, полученная первоначально в работе Полякова, явилась первой и наиболее удачной лагранжевой моделью релятивистского аниона [5]. Несмотря на то, что модель Плющая не допускает формулировки в произвольном гравитационном фоне [6], ее можно непротиворечиво сформулировать на пространстве анти-де Ситтера [7].

Исследование систем с лагранжианами, зависящими от внешних кривизн, предполагает использование процедуры Дирака [8] для построения га-мильтоновых систем со связями. Он был адаптирован к системам типа (1) в цикле работ Нерсесяна [9,10]. Эта адаптация, основанная на использовании формул Френе для подвижного репера (определяющих внешние кривизны), очень геометрична: гамильтонова система формулируется в терминах координат исходного пространства, компонент подвижного репера и сопряженных им импульсов (также интерпретируемых в терминах элементов подвижного репера). Лагранжевы множители при первичных связях имеют смысл внешних кривизн мировой линии. В результате исследование систем (1) стало задачей не намного более сложной, чем исследование систем с лагранжианами, зависящими только от первых производных. Однако указанный регулярный метод был разработан лишь для систем на плоских пространствах. Что касается систем на искривленных пространствах, то они рассматривались, по-видимому, лишь в работах [6,7]. Хотя пути обобщения метода [9,10] на искривленные пространства затрагивались в работах [10], но не нашли должной разработки. Поэтому, в данной работе мы дадим гамильтонову формулировку систем, которые задаются действием (1), используя формулы Френе на искривленных пространствах, особо остановившись на системах с лагранжианами, линейно зависящими от внешних кривизн.

2. Формулы Френе и гамильтонов формализм

В этом разделе мы приведем формулы Френе для искривленных пространств и, воспользовавшись ими, дадим первичное (в смысле Дирака, т.е. без построения вторичных связей) гамильтоново описание систем (1) для искривленных пространств, аналогично [9].

При изложении мы будем полагать, что индексы i, j, k принимают значения $1, \dots, N$, и использовать следующую договоренность о скалярном произведении базисных векторов и импульсов: $\mathbf{p}_i \mathbf{p}_j \equiv p_{(i)A} g^{AB} p_{(j)B}$, $\mathbf{p}_i \mathbf{e}_j \equiv p_{(i)A} e_j^A$, $\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j \equiv e^{(i)A} g_{AB} e^{(j)B}$, где при суммировании индексы A и B пробегают значения от 1 до D . Будем использовать обозначение связей \approx , введенное Дираком, что является обозначением равенства нулю в слабом смысле (см. [9]).

Репараметризационные инварианты (внешние кривизны) k_1, \dots, k_{D-1} кривых в евклидовом пространстве естественным образом определяются в терминах формул Френе для подвижного репера $\{\mathbf{e}_l\}$ (см., например, [11]). Их легко распространить на искривленные пространства:

$$\frac{d\mathbf{x}}{s d\tau} = \mathbf{e}_1, \quad \frac{D\mathbf{e}_I}{s d\tau} = k_I \mathbf{e}_{I+1} - k_{I-1} \mathbf{e}_{I-1}, \quad (3)$$

где

$$\frac{D}{d\tau} \equiv \frac{d}{d\tau} + \hat{\Gamma}(\dot{\mathbf{x}}), \quad \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j = \delta_{ij}, \quad \mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_{D+1} \equiv 0, \quad (\hat{\Gamma})_B^A \equiv \Gamma_{BC}^A \dot{x}^C,$$

причем Γ_{BC}^A есть символы Кристоффеля метрики D -мерного пространства $g_{AB}(x)$. Ясно, что I -ая внешняя кривизна зависит от производных по времени $(I+1)$ -ого порядка. В то время как $k_I, I \neq D-1$ положительны, высшая кривизна k_{D-1} (кручение) может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Если некоторая кривизна $k_I \neq 0$, то $k_\mu \neq 0$ при $\mu = 1, 2, \dots, I-1$. Обратно, если $k_I = 0$, то $k_\mu = 0$ при $\mu = I+1, \dots, D-1$.

Для того чтобы перевести формулы Френе для кривых в евклидовом пространстве в формулы Френе для неизотропных кривых в пространстве Минковского, нужно провести для некоторого индекса \underline{I} преобразование

$$(\mathbf{e}_I, \dot{s}k_I, \dot{s}k_{I-1}, \dot{s}) \rightarrow (i\mathbf{e}_I, i\dot{s}k_I, i\dot{s}k_{I-1}, (-i)^{\delta_{I-1}} \dot{s}), \quad (4)$$

в результате которого вектор \mathbf{e}_I становится времениподобным. При $\underline{I} = 1$ полученная кривая времениподобна, тогда как при $\underline{I} \neq 1$ – пространственно-подобна. По этой причине мы будем пользоваться евклидовой сигнатурой, специально оговаривая переход к сигнатуре Минковского.

Воспользовавшись формулами Френе (3), дадим гамильтонову форму-лировку для систем типа (1), сформулированных на искривленных пространствах:

$$S = \int L(k_1, \dots, k_N) s d\tau, \quad \text{где} \quad s^2 = g_{AB} \frac{dx^A}{d\tau} \frac{dx^B}{d\tau}. \quad (5)$$

Лагранжиан системы зависит от производных $(\underline{I}+1)$ -го порядка, потому мы должны заменить его эквивалентным лагранжианом, не зависящим от высших производных. Эту процедуру, так же как и последующее преобразование Лежандра можно совершить аналогично тому, как это делалось на плоских пространствах [9]. Принимая во внимание формулы Френе (3) и учитывая, что

$$s^2 k_N^2 = (D\mathbf{e}_N / d\tau)^2 - s^2 k_{N-1}^2,$$

мы можем заменить исходный лагранжиан следующим эквивалентным лагранжианом:

$$L = L(k_1, \dots, k_N) \dot{s} + \mathbf{p}(\dot{\mathbf{x}} - \dot{s}\mathbf{e}_1) + \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_{i-1} \left(\frac{D\mathbf{e}_{i-1}}{s d\tau} - \dot{s}k_{i-1}\mathbf{e}_i + \dot{s}k_{i-2}\mathbf{e}_{i-2} \right) - \sum_{i,j} d^{ij} (\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j - \delta_{ij}) - L_{,N} \left[\dot{s}k_N - \left[\left(\frac{D\mathbf{e}_N}{d\tau} \right)^2 - s^2 k_{N-1}^2 \right]^{1/2} \right], \quad (6)$$

где $\lambda, \dot{s}, k_i, d^{ij}, \mathbf{p}_a, \mathbf{e}_i$ играют роль независимых переменных. Коэффициент $L_{,N}$ в последнем слагаемом получается в результате вариации по k_N .

Теперь совершим преобразование Лежандра для лагранжиана (6). Переменные \mathbf{p}_a играют роль импульсов, сопряженных \mathbf{e}_a , а импульсы, сопряженные (\dot{s}, k_a, d_{ij}) , приводят к тривиальным связям

$$p^s \approx 0, \quad p^a \approx 0, \quad p^{ij} \approx 0. \quad (7)$$

Поскольку мы полагаем $k_N \neq 0, L_{,N} \neq 0$ (где $L_{,N}$ – производная L по k_N), то получаем, что импульс, сопряженный \mathbf{e}_N , имеет вид

$$\mathbf{p}_N = \dot{s} L_{,N} \frac{D\mathbf{e}_N / d\tau}{\left((D\mathbf{e}_N / d\tau)^2 - \dot{s}^2 k_{N-1}^2 \right)^{1/2}}. \quad (8)$$

Отсюда, с учетом формул Френе, получаем следующие связи:

$$\chi_{N,N} \equiv \mathbf{p}_N \mathbf{e}_N \approx 0, \quad \chi_{N,\alpha} = \mathbf{p}_N \mathbf{e}_\alpha \approx 0, \quad \text{где } \alpha = 1, 2, \dots, N-2, \quad (9)$$

$$\Phi_{N,N} = \mathbf{p}_N^2 - (\mathbf{p}_N \mathbf{e}_{N-1})^2 - L_{,N}^2 \approx \tilde{\Phi}_{NN} - L_{,N}^2 \approx 0. \quad (10)$$

Совершив преобразование Лежандра, получим, с учетом этих связей, следующий полный гамильтониан:

$$H_T = H + \lambda^{(s)} p_s + \lambda^{(k)a} p^a + \lambda_{(d)ij} p^{ij}, \quad (11)$$

где

$$H = \dot{s} \left[\phi_{0,1} + \sum_a k_a \phi_{a,a+1} \right] + \lambda \Phi_{N,N} + \sum_{i,j} d^{ij} u_{ij} + \sum_\alpha \lambda_\alpha \chi_{N,\alpha} + \lambda_N \chi_{N,N}, \quad (12)$$

$$u_{ij} \equiv \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j - \delta_{ij}, \quad \phi_{a,a+1} \equiv \tilde{\phi}_{a,a+1} - L_{,a}, \quad \phi_{0,1} \equiv \tilde{\phi}_{0,1} + \sum_i k_i L_{,i} - L, \quad (13)$$

а λ_{\dots} – лагранжевы множители.

Стабилизация (7), проведенная при помощи процедуры Дирака, порождает вторичные связи

$$u_{ij} \approx 0, \quad \phi_{0,1} + \sum_a k_a \phi_{a,a+1} \approx 0 \Rightarrow H \approx 0, \quad (14)$$

$$\phi_{a,a+1} = -F_{,Na} (k_N - 2\lambda F_N), \quad (k_N - 2\lambda F_N) F_{,NN} \approx 0. \quad (15)$$

Поскольку $F_{,NN} \neq 0$, то поэтапно заключаем, что

$$\phi_{0,1} \approx 0, \quad \phi_{a,a+1} \approx 0, \quad \lambda = k_N / 2F_N. \quad (16)$$

Теперь, исключив связи (7), получим гамильтонову систему, описываемую гамильтонианом (12) и симплектической структурой

$$\omega_N = d\mathbf{p} \wedge d\mathbf{x} + \sum_{i=1}^N dp_i \wedge de_i. \quad (17)$$

Выражения (9), (10) задают в редуцированной системе первичные связи. Выражения (15), (16) либо определяют переменные k_a, k_N как функции от $\tilde{\phi}_{0,1}, \tilde{\phi}_{a,a+1}$, либо задают связи,

при которых переменные k_a, k_N играют роль лагранжевых множителей.

3. Лагранжианы, линейные по кривизнам

Специфицируем построенную систему для лагранжианов, линейно зависящих от внешних кривизн:

$$L = c_0 + \sum_{i=1}^N c_i k_i. \quad (18)$$

Она будет описываться симплектической структурой (17) и гамильтонианом

$$H = \dot{s} \left[(\boldsymbol{\pi} \mathbf{e}_1 - c_0) + \sum_{i=1}^N k_{i-1} (\phi_{i-1,i} - c_{i-1}) + \frac{k_N}{2c_N} (\Phi_{N,N} - c_N^2) + \sum_{i,j=1}^N d_{ij} (\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j - \delta_{ij}) \right], \quad (19)$$

в котором первичные связи заданы выражениями

$$\boldsymbol{\pi} \mathbf{e}_1 \approx c_0, \quad \boldsymbol{\pi} \equiv \mathbf{p} - \Gamma, \quad \Gamma_A \equiv \sum_{i=1}^N \Gamma_{AB}^C p_{(i)C} e_i^B, \quad (20)$$

$$\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j - \delta_{ij} \approx 0, \quad (21)$$

$$\mathbf{p}_N \mathbf{e}_N \approx 0, \quad \mathbf{p}_N \mathbf{e}_{i-2} \approx 0, \quad (22)$$

$$\begin{cases} \phi_{i-1,i} \equiv \mathbf{p}_{i-1} \mathbf{e}_i - \mathbf{p}_i \mathbf{e}_{i-1} \approx c_{i-1}, \\ \Phi_{N,N} \equiv \mathbf{p}_N^2 - \sum_{i=1}^N (\mathbf{p}_N \mathbf{e}_i)^2 \approx c_N^2. \end{cases} \quad (23)$$

Теперь введем следующие функции:

$$\tilde{\phi}_{0,i} = \boldsymbol{\pi} \mathbf{e}_i, \quad \tilde{\phi}_{i,j} = \mathbf{p}_i \mathbf{e}_j - \mathbf{p}_j \mathbf{e}_i, \quad \tilde{\Phi}_{00} = \mathbf{p} \hat{L} \mathbf{p}, \quad \tilde{\Phi}_{0i} = \mathbf{p} \hat{L} \mathbf{p}_i, \quad \tilde{\Phi}_{ij} = \mathbf{p}_i \hat{L} \mathbf{p}_j, \quad (24)$$

где $\hat{L} = \hat{I} - \sum_{i=1}^N \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_i$.

Алгебра скобок Пуассона функций $\tilde{\phi}_{i,j}$, $\tilde{\Phi}_{ij}$, так же, как и их скобки Пуассона с $\boldsymbol{\pi} \mathbf{e}_i$, $\boldsymbol{\pi} \mathbf{p}_i$, $\boldsymbol{\pi}^2$ не зависят от метрики подстилающего пространства. В то же время скобки Пуассона функций $\boldsymbol{\pi} \mathbf{e}_i$, $\boldsymbol{\pi} \mathbf{p}_i$, $\boldsymbol{\pi}^2$ имеют вид

$$\begin{aligned} \{\boldsymbol{\pi} \mathbf{e}_i, \boldsymbol{\pi} \mathbf{e}_j\} &= R(\mathbf{e}_{[i}, \mathbf{e}_{j]}), \quad \{\boldsymbol{\pi} \mathbf{p}_i, \boldsymbol{\pi} \mathbf{p}_j\} = R(\mathbf{p}_{[i}, \mathbf{p}_{j]}), \\ \{\boldsymbol{\pi} \mathbf{e}_i, \boldsymbol{\pi} \mathbf{p}_j\} &= R(\mathbf{e}_i, \mathbf{p}_j) - \boldsymbol{\pi}^2 \delta_{ij}, \quad \{\boldsymbol{\pi} \mathbf{e}_i, \boldsymbol{\pi}^2\} = 2R(\boldsymbol{\pi}, \mathbf{e}_i), \quad \{\boldsymbol{\pi} \mathbf{p}_i, \boldsymbol{\pi}^2\} = 2R(\boldsymbol{\pi}, \mathbf{p}_i), \end{aligned}$$

где

$$R(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \equiv \sum_{i=1}^N R(\mathbf{p}_i | \mathbf{e}_i, \mathbf{a}, \mathbf{b}).$$

Не нарушая общности, мы можем наложить на систему калибровочные условия

$$\chi_{N,N-1} \equiv \mathbf{p}_N \mathbf{e}_{N-1} \approx 0, \quad \chi_{a,a-\kappa} \equiv \mathbf{p}_a \mathbf{e}_{a-\kappa} \approx 0, \quad \kappa = 0, \dots, a-1. \quad (25)$$

Заменив связи (25), запишем более широким набором

$$\chi_{ij} = \mathbf{p}_i \mathbf{e}_j \approx 0, \quad i \geq j. \quad (26)$$

Стабилизировав эти связи, $\dot{\chi}_{ij} = \{\chi_{ij}, H\} \approx 0$, зафиксируем значения лагранжевых множителей d_{ij}

$$d_{ij} = \frac{\delta_{ij}(k_i c_i - k_{i-1} c_{i-1} - \delta_{1,i} c_0)}{2}. \quad (27)$$

Отсюда можем немедленно сделать вывод, что при переносе системы с евклидова пространства на пространство постоянной кривизны мы не получим качественных различий в ее свойствах. Действительно, тензор Римана пространства постоянной кривизны задается выражением

$$R(\mathbf{a} | \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = \frac{R_0}{D(D-1)} ((\mathbf{ac})(\mathbf{bd}) - (\mathbf{ad})(\mathbf{bc})). \quad (28)$$

Отсюда заключаем, что $R(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$, так что функции (24) образуют замкнутую алгебру. Следовательно, все вторичные связи системы, а также ее фиксированные лагранжевы множители являются функциями от (24). А это означает, что полная алгебра связей системы (18) на пространстве постоянной кривизны изоморфна алгебре связей системы на плоском пространстве.

Это все, что можно сказать о системе с линейным лагранжианом общего положения. Для более детальной информации необходимо знать значения входящих в лагранжиан констант, а также размерность и симметрии объемлющего пространства.

Таким образом, в работе разработана гамильтонова формулировка для систем на искривленных пространствах, с репараметризационно-инвариантными лагранжианами, зависящими от внешних кривизн траектории (т.е. с репараметризационно-инвариантными лагранжианами наиболее общего вида). В последующем мы попытаемся построить, опираясь на разработанный формализм, модели для описания распространения в среде "спинового света", т.е. учета спиральности фотона при прохождении света в среде. С этой точки зрения модель геометрической спиноптики с лагранжианом, зависящим от внешней кривизны, выглядит очень привлекательно из-за ее наглядности.

Я благодарен А.Нерсесяну за постановку задачи и полезные обсуждения, а также за помощь при оформлении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **F.A. Berezin, M.S. Marinov.** JETP Lett., **21**, 320 (1975); Ann. Phys. (N.Y), **104**, 336 (1977).
2. **A.A. Kirillov.** Elements of the theory of representation. Berlin, Springer-Verlag, 1976.
B. Kostant. Lecture Notes in Mathematics, **170**, 87 (1970).
J.M. Souriau. Structures des Systemes Dynamiques. Paris, Dunod, 1970.
3. **A.M. Polyakov.** Nucl. Phys. B, **268**, 406 (1986); Mod. Phys. Lett. A, **3**, 325 (1988).
4. **M.S. Plyushchay.** Nucl. Phys. B, **362**, 54 (1991); **Y.A. Kuznetsov, M.S. Plyushchay.** Nucl. Phys. B, **389**, 181 (1993).
5. **M. S. Plyushchay.** Mod. Phys. Lett. A, **4**, 837 (1989); Mod. Phys. Lett. A, **4**, 2747 (1989); Phys. Lett. B, **243**, 383 (1990).
6. **D. Zoller.** Phys. Rev. Lett., **65**, 2236 (1990).
7. **V.V. Nesterenko, A. Feoli, G. Scarpetta.** Class. Quant. Grav., **13**, 1201 (1996).

8. **P.A.M. Dirac.** The principles of quantum mechanics. Oxford, Clarendon, 1958.
9. **A. Nersessian.** Theor. Math. Phys., **117**, 1214 (1998); Phys. Lett. B, **473**, 94 (2000).
10. **A. Nersessian.** Theor. Math. Phys., **126**, 147 (2001); Czech. J. Phys., **50**, 1309 (2000).
11. **М.М. Постников.** Лекции по геометрии. Семестр III: Гладкие многообразия. М., Наука, 1987.

Մորացած տարածությունների վրա արտաքին կորությունից կախված
լագրանժիաններով համակարգի համիլտոնյան նկարագրությունը

Դ.Ա.Աղամալյան

Առաջարկված է կորացած տարածությունների մեջ համակարգերի համիլտոնյան նկարագրության մեթոդ ընդհանուր տեսքի լագրանժիաններով, որոնք ռեպարամետրիզացիոն-ինվարիանտ են (այսինքն ֆունկցիա են մասնիկի հետագծի արտաքին կորություններից), որը հիմնված է Ֆրենելի՝ շարժական ռեպերի համար բանաձևերի վրա: Ցույց է տրված, որ կապերի համակարգի հանրահաշիվը կորացած տարածությունների և էվլիդյան տարածությունների մեջ իզոմորֆ են միմյանց:

HAMILTONIAN DESCRIPTION OF SYSTEMS WITH THE LAGRANGIANS
DEPENDING ON EXTRINSIC CURVATURES ON CURVED SPACES

D.A. AGHAMALYAN

We suggest a method of the Hamiltonian description of the systems on curved spaces, with the generic reparametrization-invariant Lagrangians (i.e., the Lagrangians which are the functions of the extrinsic curvature of the particle path). The suggested method is based on the use of Frenet formulas for a moving frame. It is shown that the algebras of constrains for the systems on Euclidean and constant-curvature spaces are isomorphic to each other.

УДК 539.126

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ПОПРАВКА К СЕЧЕНИЮ СЕМИИНКЛЮЗИВНОГО ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЯ π -МЕЗОНОВ В ОБЛАСТИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ

Г. Г. МКРТЧЯН

Ереванский физический институт им. А.И.Алиханяна, Армения

(Поступила в редакцию 30 апреля 2008 г.)

Изучена Q^2 инклюзивного электророждения пионов в области низких энергий, охватывающая нуклонные резонансы. Найдено, что β -зависимость этих данных Q^2 акторизованного сечения высоких энергий. Анализ отношений измеренных и модельно-рассчитанных сечений позволил найти простую полиномиальную функцию для введения Q^2 поправки в сечение. С такой дополнительной коррекцией лучше согласие между экспериментальными и расчетными данными.

1. Введение

Как показано в [1], процесс семиинклюзивного глубоко-неупругого

1. Введение

Как показано в [1], процесс семиинклюзивного глубоко-неупругого рассеяния (SIDIS) лептонов при высоких энергиях факторизуется на лептонкварк рассеяние и последующую адронизацию кварка. В этом случае сечение SIDIS может быть разбито на части, зависящие только от кварк-фотонного взаимодействия, $g(x, Q^2)$, и адронизации кварка, $f(z)$, то есть $\sigma \sim f(z)g(x, Q^2)$. Здесь $x = Q^2/2Mv$ – кинематическая переменная Бьеркена, Q^2 – квадрат 4-импульса виртуального фотона, $z = E_\pi/v$ – доля энергии виртуального фотона, уносимая пионом, M – масса покоя нуклона, v и E_π – энергии виртуального фотона и пиона.

При низких энергиях ожидалось, что из-за эффектов взаимодействия в конечном состоянии и резонансных возбуждений такая факторизация сечения будет нарушена. Главной задачей эксперимента E00-108 [2] в экспериментальном зале С лаборатории им. Т.Джефферсона была проверка дуального поведения сечения семиинклюзивного электророждения пионов в области низких энергий (включая область резонансов), подобного характерному партонному поведению при высоких энергиях.

В эксперименте пучок электронов с энергией 5.5 ГэВ и током до 60 μ А рассеивался от водородной и дейтериевой мишени длиной 4 см. Продукты реакции регистрировались на совпадение в магнитных спектрометрах: электроны – в HMS, а пионы – в SOS. Исходя из

поставленной задачи, измерения проводились по следующим трем направлениям: i) при фиксированной кинематике рассеянного электрона $(x, Q^2) = (0.32, 2.30 \text{ ГэВ}^2)$ варьировалось значение z в пределах от 0.3 до 1.0, при практически полном 2π захвате пионов по азимутальному углу φ (относительно направления виртуального фотона), и со средним значением поперечного импульса $P_t \approx 0.05 \text{ ГэВ}$; ii) при $z = 0.55$ менялось значение x от 0.2 до 0.5 (с соответствующим изменением Q^2 от 1.5 до 4.2 ГэВ^2), с сохранением направления пионов вдоль виртуального фотона; iii) при $(x, Q^2) = (0.32, 2.30 \text{ ГэВ}^2)$ и $z = 0.55$, увеличивая угол вылета пиона $\theta_{\pi q}$ относительно направления виртуального фотона, сканировалось значение P_t в пределах от 0 до 0.4 ГэВ (при среднем значении угла $\varphi \sim 180^\circ$). Весь набор данных соответственно был поделен на 3 части: “ z -скан”, “ x -скан” и “ P_t -скан”. Инвариантная масса системы “виртуальный фотон–нуклон” поддерживалась выше 2.1 ГэВ (типично $\sim 2.4 \text{ ГэВ}$), в области глубоко-неупругого рассеяния.

Ниже мы рассмотрим некоторые проблемы, связанные с анализом данных указанного эксперимента и с применяемым при моделировании сечением семиинклюзивного рассеяния.

При анализе данных (с учетом радиационных поправок, кинематической центровкой при гистограммировании) необходимо провести моделирование процесса электророжения пионов с учетом кинематических условий эксперимента и параметров установки. Для этой цели была использована стандартная Монте-Карло программа Hall C SIMC [3]. Мы добавили в SIMC возможность моделирования процесса семиинклюзивного электророжения пионов, предполагая для сечения такую же форму, которая принята при высоких энергиях [4]. Для каждой мишени и знака пионов мы параметризовали сечение согласно выражению

$$d\sigma_{ee'\pi x} = d\sigma_{ee'x} \frac{dN}{dz} b e^{-bP_t^2} \frac{1 + A \cos \varphi + B \cos 2\varphi}{2\pi}, \quad (1)$$

$$\frac{dN}{dz} \sim \sum_q e_q^2 g(x, Q^2) D_{q \rightarrow \pi}(z),$$

где $d\sigma_{ee'\pi x}$ – дифференциальное сечение семиинклюзивного электророжения пионов, $d\sigma_{ee'x}$ – сечение процесса глубоко-неупругого рассеяния электронов, dN/dz – множественность рожения пионов, b – параметр наклона зависимости сечения от квадрата поперечного импульса, и $D_{q \rightarrow \pi}$ – функция фрагментации кварка в пион.

Первоочередной задачей эксперимента E000-108 было изучение z -зависимости сечений и x - и z -зависимостей ряда отношений [5]. Пионы регистрировались под малыми углами относительно виртуального фотона ($\theta_{\pi q} \approx 0$). В этом случае зависимость от азимутального угла φ эффективно интегрировалась к нулю, что и позволило нам в программе моделирования SIMC использовать упрощенное выражение для сечения, считая $A \approx B \approx 0$. сечения и кварк–адронную дуальность и в области более низких эне области более низких энергий, можно воспользоваться данными из глубоко-неупругой области для партонных функций распределения (PDF) и фрагментационных функций (D^\pm), входящих в сечение. Мы использовали СТЕQ5 параметризацию $g(x, Q^2)$ из работы [6] и усредненные значения фрагментационных функций $D_{q \rightarrow \pi}^+(z) + D_{q \rightarrow \pi}^-(z)$ из [7]. Значения для отношений D^-/D^+ и параметр наклона b взяты из анализа HERMES [8,9].

При таком подходе мы нашли весьма хорошее согласие между экспериментальными и расчетно-ожидаемыми (от высоких энергий) данными для z -зависимостей дифференциальных сечений, π^+/π^- и дейтрон/протон отношений. Мы подтвердили эту дуальность количественно, изучая поведение комбинаций ряда отношений, не зависящих от фрагментации кварков. Было найдено, что отношения u - и d -кварков $u(x)/d(x)$, а также валентных кварков $u_v(x)/d_v(x)$, найденные из комбинаций сечений π^\pm -мезонов, близки к предсказаниям из высоких энергий. Наконец, извлеченные из данных отношения предпочтительной (D^+) и неpreferируемой (D^-) фрагментационных функций находятся в весьма разумном согласии с данными других экспериментов.

Все вышеотмеченные результаты обнадеживали, что в кинематической области нашего эксперимента можно опираться на форму сечения (формула (1)), заимствованную из глубоко-неупругой области. Однако, при изучении x - и P_t^2 -зависимостей сечения обнаружились сильные разногласия между данными и предсказаниями из высоких энергий. Как будет показано ниже, основная причина этого – разница в Q^2 -поведении сечений в нашей кинематической области от предсказаний высоких энергий.

2. Q^2 -поправки к сечению SIDIS для области низких энергий

Для изучения P_t^2 -зависимости дифференциальных сечений электророждения π^\pm на протоне и дейтроне, при фиксированных значениях кинематических параметров рассеянного электрона (Q^2 и x) и доли энергии виртуального фотона, уносимой пионом ($z = E_\pi/\nu$), мы варьировали угол вылета пиона относительно направления виртуального фотона в интервале 0° – 8° . На рис.1 в качестве примера представлены экспериментальные распределения сечений образования π^+ на водороде в зависимости от квадрата поперечного импульса P_t^2 , вместе с модельной кривой по формуле (1). Для наглядности экспериментальные данные, измеренные при разных значениях $\theta_{\pi q}$, разбиты на мелкие интервалы по P_t^2 и показаны различными символами.

Сплошная кривая на рис.1 представляет подгонку совокупности всех экспериментальных точек простой экспонентой. Пунктирная кривая отражает ожидаемое от высоких энергий P_t^2 -поведение сечения. Легко заметить разброс и сильное разногласие между точками из разных наборов измерений (точки с одинаковыми значениями P_t^2 , измеренные при разных $\theta_{\pi q}$). Как было отмечено, для устранения аппаратных искажений и искажений от кинематической центровки, при моделировании мы пользовались сечением по формуле (1), предположив $A \approx B \approx 0$ (без дополнительных Q^2 -поправок). Разногласие между данными частично может быть результатом сильной корреляции кинематических параметров из-за ограниченного углового захвата наших спектрометров. К примеру, мы знаем, что среднее значение $\langle \cos \phi \rangle$ меняется с изменением $\langle P_t^2 \rangle$ (приближаясь к Π_1 при $P_t \sim 0.45$ ГэВ). Однако, большое разногласие между экспериментальными данными можно обнаружить даже при малых значениях P_t , где наблюдается практически полный захват по азимутальному углу и можно пренебречь ϕ -зависимостью. Вдобавок к этому, разногласие между данными и модельно-ожидаемыми результатами наблюдалось и для измерений x -зависимостей сечения. Мы специально изучили эффективности ϕ -захвата при измерениях z - и x -зависимостей

сечений π^0 - и π^\pm -мезонов на мишенях H и D. Оказалось, что для всех измерений в области $z < 0.85$ и $x < 0.45$ распределения по углу ϕ близки к симметричным.

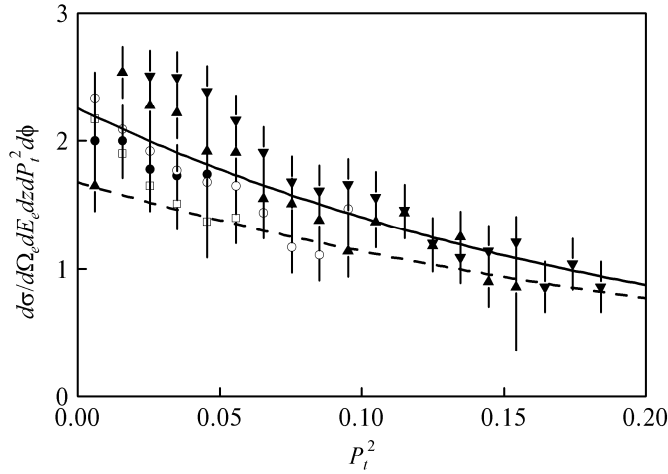


Рис.1. P_t^2 -зависимость экспериментального сечения для π^+ -мезонов на протоне. Данные измерений при разных $\theta_{\pi q}$ показаны различными символами. Сплошная кривая – подгонка данных экспонентой, пунктирная кривая – предсказание из высоких энергий. Аппаратурные искажения и искажение от кинематической центровки устранены при помощи Монте-Карло расчетов с сечением в форме (1) в предположении $A \approx B \approx 0$.

Убедившись в хорошем захвате по азимутальному углу при измерениях z - и x -зависимостей сечений, мы предположили, что основная причина разногласия между данными и моделированием связана с отличием в Q^2 -поведении сечения в нашей кинематической области от глубоко-неупругой области. Чтобы определить функциональный вид этой зависимости, было проведено детальное исследование расхождения между данными и моделью. Используя SIMC, мы провели Монте-Карло расчеты для семиинклюзивного электророждения π^+ и π^- на протоне и дейтроне для кинематик z -скан

и x -скан, пользуясь сечением в формуле (1), без каких-либо Q^2 - и ϕ -членов в модели. С мелким шагом, разделив весь Q^2 -интервал на 16 интервалов, мы вычислили отношение экспериментальных и модельно-ожидаемых нормированных выходов $r(i) = Y_{\text{exp}}(i)/Y_{\text{mc}}(i)$ для всех наших измерений. Далее, предположив одинаковую Q^2 -зависимость для всех сечений (для рождения π^+ и π^- на протоне и дейтроне), мы скомбинировали все вычисленные отношения $r(i)$ и подогнали их полиномом, зависящим от Q^2 . Оптимальные значения параметров функции находились программой минимизации MINUIT. Исходя из общих соображений, предполагалось, что Q^2 -коррекция может быть простой полиномиальной функцией Q^2 , такой как

$$F(Q^2) = 1 + C_1 \ln(Q^2) + \frac{C_2}{Q^2} + \frac{C_3}{Q^4}. \quad (2)$$

Подгонки к разным наборам данных дали для параметров C_1 , C_2 и C_3 весьма близкие значения (в пределах 10–20%). Использование более сложной функции, включающей $\cos \varphi$ -зависимость (формула (3)), с дополнительным разбиением по φ и P_t , не сильно повлияло на качество подгонки или на значение получаемых параметров C_i ($i = 1-3$):

$$F(Q^2) = \left(1 + C_1 \ln(Q^2) + \frac{C_2}{Q^2} + \frac{C_3}{Q^4} \right) \left(1 + C_4 \sqrt{\frac{P_t^2}{Q^2} \cos \varphi} \right). \quad (3)$$

Результаты для параметров C_i , полученных из подгонок по формуле (2) к разным наборам измерений, приведены в Табл.1.

Табл.1.

	C_1	C_2	C_3
x-scan	0.744	-2.498	2.658
P_t -scan	0.989	-3.112	3.318
z-scan	0.934	-2.090	3.180
All data	0.889	-2.902	3.05

Для окончательной коррекции модельного сечения была выбрана функция со значениями параметров, полученными от подгонки всей совокупности данных: $C_1 = 0.889$, $C_2 = -2.902$ и $C_3 = 3.05$. На рис.2 для сравнения, наряду с лучшей подгонкой (показан сплошной кривой при $Q^2 > 1.4 \text{ ГэВ}^2$ и короткими штрихами при $Q^2 < 1.4 \text{ ГэВ}^2$) представлены и две другие функции. Штриховая кривая получена при пренебрежении Q^4 -членом в функции (2) при подгонке данных. Штрих-пунктирная кривая получена увеличением значения параметров “лучшей подгонки” на одну стандартную ошибку.

Можно видеть, что в области $Q^2 > 1.5 - 4.0 \text{ ГэВ}^2$ коррекции по всем трем функциям близки (отличие в пределах $\pm 10\%$). Большое расхождение между тремя функциями и их нефизическое Q^2 -поведение наблюдается при $Q^2 < 1.5 \text{ ГэВ}^2$. Учитывая ничтожную долю в общей статистике событий из области $Q^2 < 1.5 \text{ ГэВ}^2$ и избегая физически неправдоподобных поправок, мы предположили $F(Q^2)$ равным 0.8 при $Q^2 < 1.4 \text{ ГэВ}^2$ (показано сплошной прямой линией на рис.2).

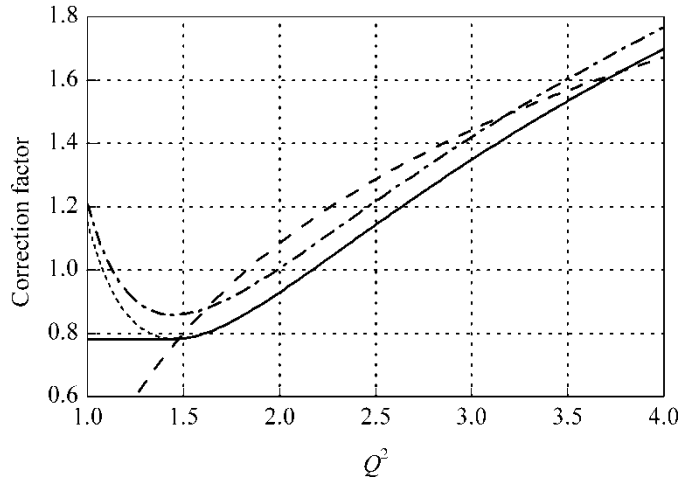
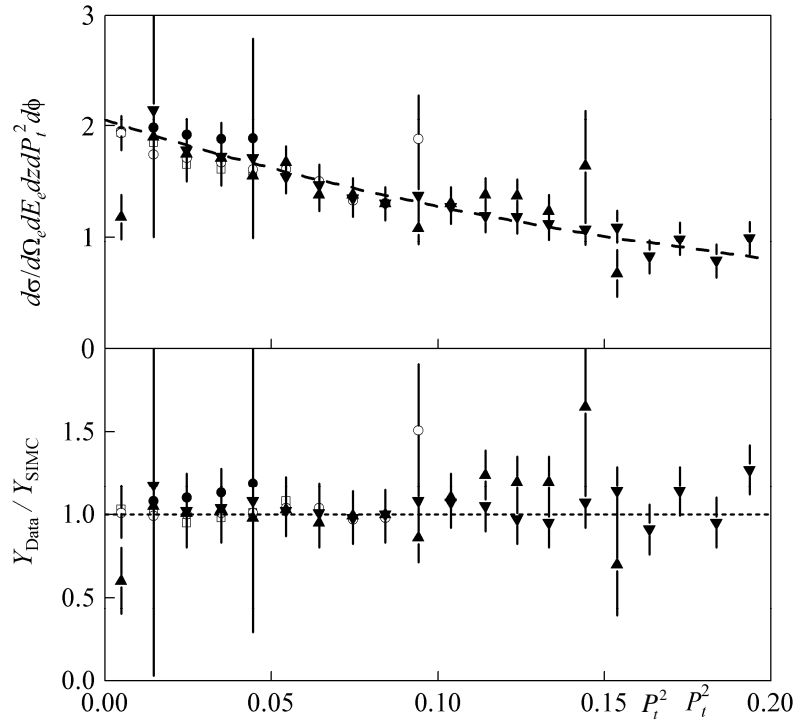


Рис.2. Примеры функций, использованных при подгонке отношений Data/SIMC. Сплошной кривой представлена функция, использованная для Q^2 - коррекции модели. Штриховая кривая получена при пренебрежении членом Q^4 . Штрих-пунктиром представлена функция, в которой значения параметров сдвинуты относительно параметров оптимальной функции.

С такой Q^2 -поправкой к модельному сечению мы повторили все Монте-Карло расчеты и заново проанализировали данные. В результате значительно уменьшились разбросы между перекрывающимися экспериментальными точками (при одинаковых значениях P_t^2 , но при разных $\theta_{\pi q}$), а также улучшилось общее согласие между экспериментом и Монте-Карло расчетом. Для иллюстрации на рис.3 приведены P_t^2 -зависимость сечения рождения π^+ на водородной мишени и отношения нормированных выходов эксперимент/Монте-Карло.

Таким образом, наши исследования подтвердили, что Q^2 -поведение сечения семиинклюзивного электророждения пионов в кинематических условиях нашего эксперимента отличается от ожидаемого для факторизованного сечения при высоких энергиях. Общепринятое выражение для сечения SIDIS (формула (1)) можно применить в области более низких энергий лишь с введением дополнительной Q^2 -коррекции. Такое Q^2 -корректированное сечение SIDIS было успешно использовано в наших последующих анализах, где мы изучали зависимости сечений от величины переданного поперечного импульса и от азимутального угла [10,11].



Р и с.3. P_t^2 -зависимость семиинклюзивного сечения и отношений нормированных выходов Y_{Data}/Y_{SIMC} после введения Q^2 -коррекции в сечение модели. Кривая на верхней панели – экспоненциальная подгонка к данным.

3. Заключение

Нами показано, что Q^2 -зависимость наших данных отличается от поведения факторизованного сечения при высоких энергиях. Основываясь на детальном анализе Q^2 -поведения отношений нормированных выходов Data/SIMC при сканировании по переменным z и x , найдена простая полиномиальная функция коррекции. С введением этой дополнительной Q^2 -коррекции в общепринятое для высоких энергий выражение для семиинклюзивного сечения достигнуто лучшее согласие между экспериментальными данными и моделированием. Такое Q^2 -корректированное семиинклюзивное сечение успешно было применено нами при исследовании азимутальной угловой зависимости и P_t -зависимости сечения.

Автор благодарен руководству ЕрФИ и лаборатории им. Т.Джефферсона за предоставленную возможность совместной работы, что позволило выполнить данное исследование. Выражаю особую благодарность Р.Энту, П.Бостеду и В.О.Тадевосяну за помощь при анализе данных и полезные обсуждения. Я признателен также Д.Гаскеллу и Г.А.Асряну за поддержку в работе и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. **X.Ji** et al. Phys. Lett. B, **597**, 299 (2004).
2. TJNAF proposal E00-108, **R.Ent, H.Mkrtchyan, G.Niculescu**, spokespersons, JLab 2000.
3. **D.Gaskell**, private communication. See also <http://www.jlab.org/Hall-C>.
4. **J.Dakin** et al. Phys. Rev. Lett., **31**, 786 (1973).
5. **T.Navasardyan** et al. Phys. Rev. Lett., **98**, 022001 (2007).
6. **H.L.Lai** et al. Eur. Phys. J. C, **12**, 375 (2000).
7. **J.Binnewies** et al. Phys. Rev. D, **52**, 4947 (1995).
8. **B.Hommez**, Ph.D. Dissertation. Gent University, 2003 (unpublished).
9. **P.Geiger**, Ph.D. Dissertation. Heidelberg University, 1998 (unpublished).
10. **H.Mkrtchyan** et al. Phys. Lett. B, **661**, 200 (2008).
11. **H.Mkrtchyan**. National Academy of Science of RA, Electronic Journal of Natural Sciences, June 2008, issue 2, pp. 65-69.

Կինեմատիկ ուղղում ցածր էներգիաների տիրույթում պիոնների կիսահնկյուղիվ
էլեկտրաձնման կտրվածքի համար

Հ.Գ.Մկրտչյան

Ուսումնասիրված է պիոնների կիսահնկյուղիվ էլեկտրաձնման կտրվածքի կախվածությունը Q^2 -ուց նուկլոնային ռեզոնանսներն ընդգրկող ցածր էներգիաների տիրույթում: Պարզվել է, որ այդ տվյալների Q^2 -կախվածությունը տարբերվում է բարձր էներգիաների ֆակտորիզացված կտրվածքի կախվածությունից: Չափված և մոդելային հաշվարկով ստացված կտրվածքների հարա-բերության անալիզից գտնվել է պարզ բազմանդամ ֆունկցիա Q^2 -ուղղումը կտրվածք ներմուծելու համար: Այդպիսի լրացուցիչ ուղղումը հանգեցրել է փորձարարական և հաշվարկային տվյալների համաձայնության զգալի լավացմանը:

KINEMATIC CORRECTION TO THE CROSS-SECTION OF SEMI-INCLUSIVE π -MESON ELECTROPRODUCTION IN THE LOW-ENERGY RANGE

H.G. MKRTCHYAN

The Q^2 -dependence of the cross-section of semi-inclusive π -meson electroproduction has been studied in the low-energy range, the nucleonic resonances included. It has been found that the Q^2 -dependence of the data is different from that of the factorized cross-section from high energies. Analysis of the ratios of the measured to model cross-sections rendered a simple polynomial function for the Q^2 -correction to the cross-section. With that supplemental correction much better agreement between experimental and simulated data is reached.

УДК 621.373

СПЕКТРАЛЬНАЯ КОМПРЕССИЯ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ ПОСРЕДСТВОМ ЧАСТОТНОЙ МЕЖМОДУЛЯЦИИ

Т. Г. МАНСУРЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 23 июня 2008 г.)

Экспериментально продемонстрирован новый метод спектральной компрессии фемтосекундных импульсов, основанный на частотной межмодуляции импульсов в процессе частотного смещения. В используемом явлении частотной межмодуляции фаза опорного импульса накладывается на сигнал, вместо фазовой само- или кросс-модуляции, используемой в традиционном спектральном компрессоре. Экспериментально в процессе частотного смещения достигнуто 12-кратное безабберационное спектральное сжатие 100 фс импульсов.

1. Введение

За последнее десятилетие в ряде теоретических и экспериментальных работ были показаны практические применения спектральной компрессии (СК) в сверхбыстрой оптике, преимущественно в сфере управления и регистрации лазерного излучения [1-6]. Возможность осуществления СК, основанной на фазовой самомодуляции в обращенном волоконно-призменном компрессоре импульсов, проанализирована в работе [7]. Отмечена возможность фильтрации шумов излучения в спектральном компрессоре. Численно СК изучена в [7,8], где также выявлена возможность прямой регистрации временного профиля импульса, как результат оптического Фурье-преобразования (ФП) в спектральном компрессоре [7]. СК пико- и фемтосекундных импульсов экспериментально продемонстрирована в [4,6,9-14]. В работе [10] предложен и апробирован усовершенствованный метод СК с использованием мощного опорного импульса для фазовой кросс-модуляции. Реализованы безабберационное ФП и тонкая частотная перестройка пикосекундных импульсов. СК-ФП фемтосекундных импульсов продемонстрировано в [4]. В работе [6] численно изучена генерация темных импульсов и темных солитонов в спектральном компрессоре для задач оптической связи. Значимость и широкий спектр применений СК стимулируют дальнейшее изучение и развитие методов, направленных к реализации безабберационной СК, эффективной и стабильной по отношению к параметрам излучения.

В настоящей работе предложен и продемонстрирован новый метод СК посредством частотного смещения. Используется процесс частотной межмодуляции, при котором фаза опорной волны накладывается на сигнал [15,16], вместо фазовой само- или кросс-модуляции в традиционном спектральном компрессоре [2-14].

2. Принцип работы спектрального компрессора

Предложенный спектральный компрессор состоит из дисперсионной линии задержки (ДЛЗ), одномодового волоконного световода (ОВС) и нелинейного кристалла для генерации суммарной частоты (ГСЧ). Часть излучения направляется в ДЛЗ, где формируется сигнальный импульс с комплексной временной амплитудой $A(t) = |A(t)|\exp[\varphi_A(t)]$. Остальная часть вводится в ОВС для формирования опорного импульса с амплитудой $B(t) = |B(t)|\exp[\varphi_B(t)]$, в результате нелинейно-дисперсионного самовоздействия. Отрицательно chirпированный импульс с фазой $\varphi_A(t) = \alpha t^2/2$ ($\alpha < 0$) взаимодействует в нелинейном кристалле с положительно chirпированным и спектрально уширенным импульсом с фазой $\varphi_B(t) = \beta t^2/2$ ($\beta > 0$). ГСЧ-сигнал описывается как умножение комплексных амплитуд импульсов [14,15]:

$$C(t) \propto A(t)B(t). \quad (1)$$

Когда положительная фаза опорного импульса компенсирует отрицательную фазу сигнала,

$$\varphi_A(t) + \varphi_B(t) = 0, \quad (2)$$

то имеем спектрально-ограниченный и спектрально-сжатый ГСЧ сигнал: $C(t) \propto |A(t)||B(t)|$.

Для гауссова сигнального импульса $A_0(t) = \rho \exp[-0.5(t^2/\tau_0^2)]$ на входе в систему (с амплитудой ρ , длительностью τ_0 и спектральной шириной $\Delta\omega_0 = 1/\tau_0$), в условиях постоянства опорного импульса ($|B(t)| = \text{const} \equiv B$) в течение удлинённого сигнала $A(t) \propto \rho \exp[-0.5(t^2/\tau^2)]$ и компенсации фазы сигнала, на выходе из системы имеем

$$C(t) \propto B\rho \exp[-0.5t^2/\tau^2], \quad (3)$$

где $\tau \equiv \tau_0[1 + (z/L_D)^2]^{1/2}$ – длина сигнального импульса на выходе ДЛЗ, L_D – дисперсионная длина ДЛЗ [17]. Импульс $C(t)$ опять является спектрально-ограниченным, но уже с длительностью τ и с соответственно сжатым спектром. Степень СК равна

$$\Delta\omega_0/\Delta\omega = \tau/\tau_0 = [1 + (z/L_D)^2]^{1/2}. \quad (4)$$

3. Эксперимент

Схема экспериментальной установки приведена на рис.1. В эксперименте использована фемтосекундная лазерная система Coherent Verdi-10 + Mira-900 со следующими параметрами излучения: длительность импульса 100 фс, частота повторения импульсов 76 МГц, средняя мощность ~ 1.6 Вт, центральная длина волны 800 нм. Излучение разделяется на две части, с пропорциями 80%+20%. Маломощная часть направляется в призмную ДЛЗ из стекла SF11 с расстоянием между призмами 2 м. Импульс дисперсионно растягивается и приобретает отрицательный chirп. Вторая часть с помощью 10Ч микрообъектива вводится в ОВС со свойством сохранения поляризации (Newport F-SPF, 820 nm) с длиной 1 м. В результате нелинейнодисперсионного самовоздействия в ОВС

формируется субпараболический опорный импульс с параболической фазой (с линейным чирпом). При этом фаза не зависит от начальных параметров импульса: только дисперсия и длина ОВС определяют наклон чирпа (коэффициент параболической фазы), и в результате обеспечивается самоопорность метода. Нужно отметить, что времен

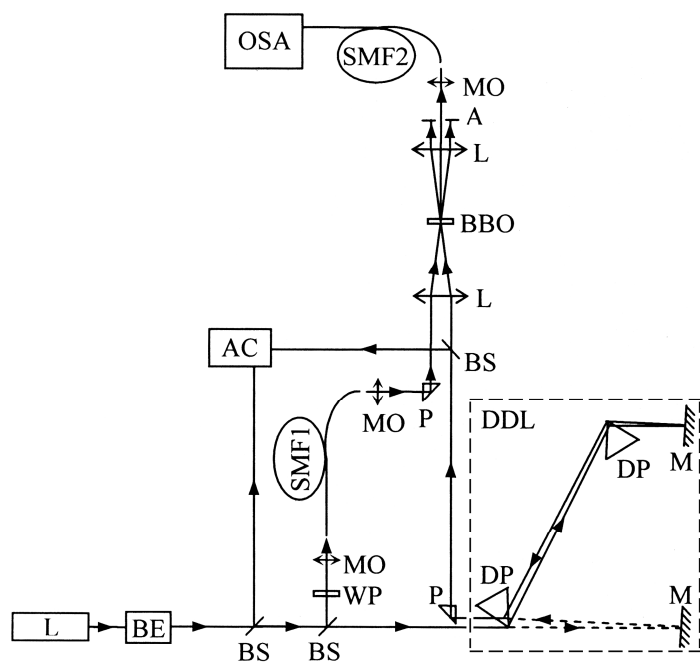


Рис.1. Схема экспериментальной установки. L – KLM Ti:S фемтосекундная лазерная установка, BE – телескопическая система, BS – полупрозрачное зеркало, DP – дисперсионные призмы, DDL – дисперсионная линия задержки (ДЛЗ), М – 100%-отражающие зеркала, P – призмы, WP – $\lambda/2$ фазовая пластинка, MO – 10 \times микрообъективы, SMF1 – одномодовый для 800 нм волоконный световод, SMF2 – одномодовый для 400 нм волоконный световод для ввода неколлинеарного излучения в OSA, L – линзы, BBO – не-линейный кристалл для генерации неколлинеарной суммарной частоты, OSA – оптический спектральный анализатор (спектрометр), А – щель для пропускания только неколлинеарного пучка, AC – автокоррелятор. Ход лучей показан стрелками. Луч идет по пунктирной кривой, когда отодвинута первая призма DP, что соответствует отсутствию ДЛЗ: ДЛЗ = 0.

ные профили сформированных опорного и сигнального импульсов пов торяют их спектральные профили, поскольку оба импульса линейно чирпированы. Таким образом, имеет место спектрально-временное отображение для этих импульсов с точностью $\sim 1/\text{степень удлинения}$, что позволяет качественно уследить за дисперсионным и нелинейно-дисперсионным процессами. Впоследствии, для неколлинеарной ГСЧ, два импульса направляются на нелинейный кристалл (BBO тип 1, толщина 0.1 мм, рабочая длина волны 800 нм, $\theta = 29.2^\circ$). Для регистрации спектра неколлинеарного импульса использовался оптический спектральный анализатор Ando AQ6315 с разрешающей способностью 0.05 нм.

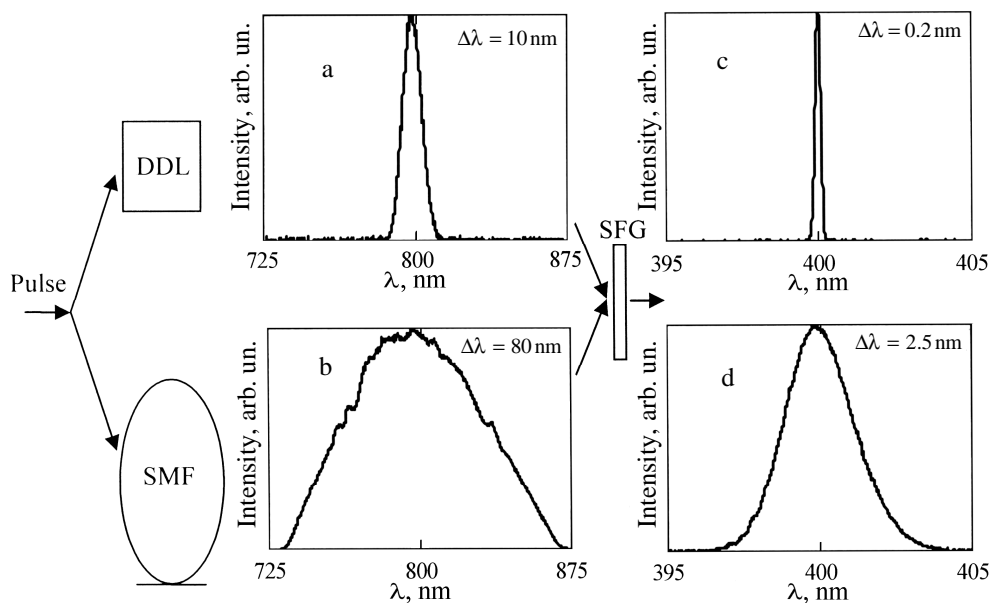


Рис.2. Ход эксперимента и результат безабберационной и самоопорной спектральной компрессии. Спектры опорного (b) и дисперсионно-удлиненного сигнала (a) импульсов можно принять за соответствующие временные профили. Не сжатый спектр (d) с шириной $\Delta\lambda = 2.5$ нм непосредственно сгенерирован из начального лазерного импульса со спектральной шириной в 10 нм ($10 \text{ нм}/4 = 2.5 \text{ нм}$) при $\text{DDL} = 0$. Имеет место 12Ч спектральная компрессия (c).

Ход эксперимента и результат иллюстрирует рис.2. Приведены результаты для полной компенсации фазы сигнала импульса, что соответствует максимальной СК при фиксированной длине ДЛЗ. Сжатый в 12 раз спектр (от 2.5 нм до 0.209 нм) не имеет сателлитов. В отличие от традиционной СК, линейно chirпированный опорный импульс в данной схеме позволяет иметь безабберационную СК. На рис.2 спектры дисперсионноудлиненного сигнала и опорного импульсов приведены в одинаковом масштабе. В качестве временных образов импульсов с одинаковым коэффициентом преобразования, они отчетливо показывают, что опорный импульс практически постоянен в течение сигнала. На рис.3 приведена зависимость величины СК от интенсивности опорного импульса. Видно постоянство спектральной ширины в широком диапазоне мощности опорного излучения. Максимальная СК при заданной длине ДЛЗ возможна также при остаточной линейной фазе. При этом величина компрессии остается прежней, однако происходит перестройка центральной частоты.

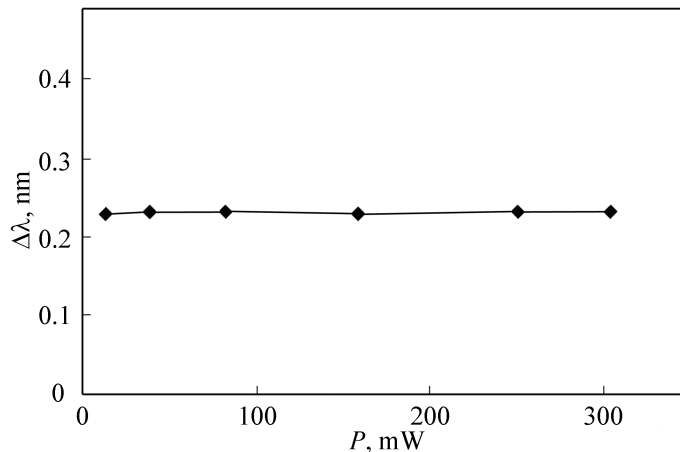


Рис.3. Зависимость ширины сжатого спектра ($\Delta\lambda$) от мощности опорного излучения (P). Такая стабильность показывает, что фаза опорного импульса, полученная в ОВС, не зависит от входной интенсивности в широком диапазоне.

4. Заключение

Таким образом, предложен и экспериментально апробирован новый метод спектральной компрессии, основанный на явлении смещения частот. Метод имеет следующие преимущества: 1) СК стабильна по отношению к изменениям параметров излучения и безабберационна; 2) не требует различия сигнального и опорного импульсов на выходе ОВС (частотой или поляризацией); 3) для некоторых применений может быть полезно удвоение частоты спектрально-сжатого импульса; 4) отдельные дисперсионная и дисперсионно-нелинейная среды позволяют качественно уследить и контролировать процесс с помощью спектрально-временных образов импульсов, прошедших через эти среды.

Предложенный метод может быть полезен для прямых временных фемтосекундных измерений в реальном времени, для резонансной спектроскопии, в процессах солитон-образования для оптической телекоммуникации и т.д.

Работа выполнена в рамках проекта NATO SfP 978027. Автор благодарен Г.Л.Есаяну и Л.Х.Мурадян за помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. L.Kh.Mouradian, A.V.Zohrabyan, A.Villeneuve, A.Yavrian, G.Rousseau, M.Piche, C.Froehly, F.Louradour, A. Barthiĭmy. CLEO/Europe, Conference Digest, **39**, OSA Trends in Optics and Photonics, CTuH6 (2000).
2. S.W.Clark, F.Ц.İlday, F.W.Wise. Opt. Lett., **26**, 1320 (2001).
3. F.Louradour, E.Lopez-Lago, V.Couderc, V.Messenger, A.Barthiĭmy. Opt. Lett., **24**, 1361 (1999).
4. L.Kh.Mouradian, F.Louradour, V.Messenger, A.Barthiĭmy, C.Froehly. IEEE J. Quantum Electron., **36**, 795 (2000).
5. Н.Л.Маркарян, Л.Х.Мурадян. Квантовая электроника, **22**, 695 (1995).
6. A.A.Kutuzyan, T.G.Mansuryan, A.A.Kirakosian, L.Kh.Mouradian. Proc. SPIE, **5135**, 156 (2003).

7. **Н.Л.Маркарян, Л.Х.Мурадян, Т.А.Папазян.** Квантовая электроника, **18**, 865 (1991).
8. **S.A.Planas, N.L.Pires Mansur, C.H.Brito Cruz, H.L.Fraguito.** Opt. Lett., **18**, 699 (1993).
9. **А.В.Зограбян, Л.Х.Мурадян.** Квантовая электроника, **22**, 1111 (1995).
10. **А.В.Зограбян, В.Ж.Ниноян, А.А.Кутузян, Л.Х.Мурадян.** Изв. НАН Армении, Физика, **33**, 225 (1998),
11. **M.Oberthaler, R.A.Hopfel.** Appl. Phys. Lett., **63**, 1017 (1993).
12. **B.R. Washburn, J.A.Buck, S.E.Ralph.** Opt. Lett., **25**, 445 (2000).
13. **L.Guo, Ch.Zhou.** Opt. Commun., **260**, 140 (2006).
14. **T.Mansuryan, A.Zeytunyan, M.Kalashyan, G.Yesayan, L.Mouradian, F.Louradour, A.Barthիլիմу.** J. Opt. Soc. Am. B, **25**, A101 (2008).
15. **M.Vampouille, J.Marty, C.Froehly.** IEEE J. Quantum Electron., **22**, 192 (1986).
16. **M.Vampouille, A.Barthիլիմу, B.Colombeau, C.Froehly.** J. Opt. (Paris), **15**, 385 (1984).
17. **С.А.Ахманов, В.А.Выслоух, А.С.Чиркин.** Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М., Наука, 1988.

Ֆեմտովայրկյանային իմպուլսների սպեկտրալ սեղմումը հաճախային փոխմոդուլացման միջոցով

Տ.Գ.Մանսուրյան

Փորձնականորեն իրականացված է ֆեմտովայրկյանային իմպուլսների սպեկտրալ սեղման նոր եղանակ՝ հիմնված հաճախային խառնման պրոցեսում փուլային փոխմոդուլացման երևույթի վրա: Օգտագործվող փուլային փոխմոդուլացման երևույթի դեպքում նեցուկ իմպուլսի փուլը վե-րադրվում է ազդանշանի վրա, ի տարբերություն ավանդական սպեկտրալ սեղմիչում օգտագործվող փուլային ինքնա- և կրոսմոդուլացման երևույթի: Փորձնականորեն, հաճախային խառնման պրոցեսում, իրականացված է 100 ֆվ իմպուլսների արբերացիաներից գերծ 12-պատիկ սպեկտրալ սեղմում:

SPECTRAL COMPRESSION OF FEMTOSECOND PULSES VIA FREQUENCY INTERMODULATION

T.G. MANSURYAN

We experimentally demonstrated a new method of the femtosecond pulse spectral compression based on the frequency intermodulation in the wave-mixing process. In the process of frequency intermodulation, we have the addition of reference phase to the signal one, instead of self- or cross-phase modulation in the traditional spectral compression. Experimentally, we achieved a 12-fold aberration-free spectral compression of 100 fs pulses via the wave-mixing process.

УДК 539.1

ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ДВУХУРОВНЕВОГО ГАЗА В КВАНТОВАННОМ ПОЛЕ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН

Г.А. МУРАДЯН¹, Б.В. БАЛАСАНЯН²

¹Ереванский государственный университет, Армения

²Ереванский государственный медицинский университет

(Поступила в редакцию 5 марта 2008 г.)

Рассчитано выражение для показателя преломления газа двухуровневых атомов в квантованном одномодовом поле встречных волн. Показано, что предельный переход к большим числам фотонов воспроизводит результат только случая стоячей волны квазиклассической теории, то есть случая встречных волн с одинаковыми интенсивностями. Дано объяснение этой “странной” ситуации, когда возможности квантовой теории поля оказываются более ограниченными, чем возможности классической теории.

1. Введение

Определение диэлектрической проницаемости среды (показателя преломления в случае непоглощающих сред) является одной из основных задач электродинамики сплошных сред [1]. В рамках последовательной квантовой теории фотоны и все атомы среды следует рассматривать как единую квантовую систему и задача становится экстремально трудной для исследования вне рамок простых модельных систем. Относительно разработанным является случай разреженного газа, когда плотность фотонов намного превосходит плотность атомов и коллективными эффектами можно пренебречь, т.е. когда каждый атом как бы взаимодействует с фотонным полем самостоятельно. Даже в этом приближении проблему не удастся решить точно и приобретают ценность приближенные методы и подходы к замыканию системы уравнений, которые уже можно решить аналитическими или численными методами моделирования. Часто признаком справедливости или обоснованности предлагаемого подхода бывает асимптотическое приближение квазиклассических результатов к известным классическим аналогам. В [2] был предложен подход, с помощью которого было получено аналитическое выражение для показателя преломления среды, состоящей из некоторого числа неподвижных двухуровневых атомов и “окружающих” их нескольких фотонов. В настоящей работе предложенный в [2] подход будет использован для расчета выражения показателя преломления той же атомарной среды в поле двух, противоположно распространяющихся фотонных волн. Подход к атомарной среде будет при этом несколько упрощен, используя гамильтониан в одноатомном приближении. Отклик многих атомов при этом получится простым умножением отклика одного атома на полное число атомов.

Согласно подходу работы [2], для квантовоэлектродинамического расчета показателя преломления двухуровневой среды во внешнем фотонном поле можно исходить из сопоставления двух квантовых систем. Первая система в отсутствие взаимодействия состоит из атомов и некоторого определенного (большого) числа идентичных фотонов (в дальнейшем их будем называть “сильными”). Вторая система в отсутствие взаимодействия помимо “сильных” фотонов включает в себя и “слабый” фотон произвольной частоты. Разница энергий двух этих систем и при наличии взаимодействия определяет энергию (или частоту ω' в единицах \hbar) слабого фотона, с одной стороны, и с помощью квантовомеханического расчета выражается через модуль волнового вектора $|\mathbf{k}'| = \omega(\mathbf{k}')$, с другой стороны. Эта связь и позволяет определить искомый показатель преломления. Отметим, что обращение к случаю квантованных встречных волн обусловлено современными приложениями данной системы в исследованиях по обоснованию фундаментальных вопросов квантовой механики и квантовой оптики в мезомасштабных системах.

2. Стационарные состояния системы атом + мода “сильных” фотонов

Рассмотрим неподвижный двухуровневый атом с частотой перехода ω_0 и фотонное поле близкой частоты ω . Последнее состоит из противоположно распространяющихся мод, которые обозначим индексами “1” и “2”. Гамильтониан системы в резонансном приближении можно написать в виде

$$H_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_3 + \hbar\omega(\mathbf{k})(c_1^+ c_1 + c_2^+ c_2) + \hbar\sigma_- (\beta_1 c_1^+ + \beta_2 c_2^+) + \hbar\sigma_+ (\beta_1^* c_1 + \beta_2^* c_2), \quad (1)$$

где σ_3 , σ_+ и σ_- – матрицы Паули, c_1^+ (c_2^+) и c_1 (c_2) – операторы рождения и уничтожения первой (второй) моды, соответственно, β_1 (β_2) – постоянная взаимодействия, связанная с дипольным моментом d частотой ω_0 оптического перехода и с объемом квантования V соотношением $\beta = -\sqrt{2\pi\omega/\hbar V}d$. Первое и второе слагаемые в (1) представляют, соответственно, энергию свободного атома и энергию фотонного поля. Следующее слагаемое описывает процесс излучения фотона в первую или вторую моду поля, сопровождающийся переходом атома из возбужденного в основное состояние посредством матрицы σ_- . Последнее слагаемое описывает обратный процесс: поглощение фотона из первой или второй моды с одновременным возбуждением атома. Постоянные взаимодействия β_1 и β_2 в рамках нашей задачи можно считать действительными. Добавим, что в используемом представлении основ

ное и возбужденное состояния атома задаются матрицами $\begin{pmatrix} \omega_0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} \omega_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ соответственно. Что

касается фотонных мод, то для них будем использовать фоковское

представление чисел заполнения в обозначениях Дирака – $|m\rangle_{1,2}$.

Кроме оператора σ^2 , с гамильтонианом (1) коммутирует и оператор числа возбуждений $\eta = c_1^+ c_1 + c_2^+ c_2 + \sigma_3 / 2$: распад возбуждения атома компенсируется рождением одного фотона, и наоборот. Наконец, с гамильтонианом (1) коммутирует оператор

$$\theta = \beta_2^2 c_1^+ c_1 + \beta_1^2 c_2^+ c_2 - \beta_1 \beta_2 c_2^+ c_1 - \beta_2 \beta_1 c_1^+ c_2, \quad (2)$$

который будем называть “интерференционным”. Название обусловлено тем, что θ содержит лишь операторы фотонов и обусловлен интерференцией фотонов из двух (противоположно распространяющихся) мод. Однако эта интерференция носит своеобразный характер, обусловленный квантовомеханической неопределенностью как фаз, так и числа фотонов в модах. Классическим аналогом собственных значений этого оператора является пространственно-периодический высокочастотный штарковский сдвиг атомного уровня в поле стоячей волны, образованной интерференцией встречных классических волн.

Собственные функции операторов H_0 , σ^2 , η и θ будем искать в общем виде:

$$|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \sum_{m=0}^n a_m |n-m\rangle_1 |m\rangle_2 + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \sum_{m=0}^n b_m |n-m-1\rangle_1 |m\rangle_2, \quad (3)$$

где n – число возбуждений в системе. Последнее можно интерпретировать как число фотонов при условии, что атом находится на основном энергетическом уровне. После стандартных шагов из стационарного уравнения Шредингера $H_0\Psi = E\Psi$ получаем следующую систему на собственные функции и собственные значения:

$$\lambda a_m = \hbar\beta_1 \sqrt{n-m} b_m + \hbar\beta_2 \sqrt{m} b_{m+1}, \quad (4)$$

$$(\lambda + \hbar D) b_m = \hbar\beta_1 \sqrt{n-m} a_m + \hbar\beta_2 \sqrt{m+1} a_{m+1}, \quad (5)$$

где $\lambda = E + \frac{\hbar\omega_0}{2} - n\hbar\omega(\mathbf{k})$, а $D(\mathbf{k}) = \omega(\mathbf{k}) - \omega_0$ – расстройка резонанса. Подставив b_m

из (5) в (4) и вводя новую амплитуду $\alpha_m = \sqrt{m!(n-m)!} a_m$, для основного состояния атома получим следующее рекуррентное уравнение:

$$\mu \alpha_m = (n-m) \alpha_{m+1} + m \alpha_{m-1}. \quad (6)$$

Здесь введено обозначение $\mu = \frac{\hbar}{\hbar^2} (\lambda + \hbar D(\mathbf{k})) / \hbar^2 - n\hbar$ и принято $\beta_1 = \beta_2 \equiv \beta$.

Примем, что число фотонов $n \gg 1$. Тогда можно считать, что амплитуда α_m является медленной функцией m и перейти к непрерывному распределению по m . После этого разложим $\alpha_{m\pm 1}$ в ряд Тейлора вблизи значения m и ограничимся членами до второй производной:

$$\alpha_{m\pm 1} = \alpha_m \pm (d\alpha_m/dm) + (d^2\alpha_m/2dm^2). \quad (7)$$

Подставляя в (6), получим дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2\alpha(r)}{dr^2} - r \frac{d\alpha(r)}{dr} + \frac{n-\mu}{2} \alpha(r) = 0, \quad (8)$$

где $r = 2(m-n/2)/\sqrt{n}$ есть нормированная “координата” относительно центрального значения переменной m . Из соотношения $a_m = \alpha_m / \sqrt{m!(n-m)!}$ и асимптотического требования $a_m \rightarrow 0$ при $m \rightarrow \infty$ следует, что α_m от m и соответственно $\alpha(r)$ от r может расти не быстрее степенного закона. Это требование удовлетворяется, если только

коэффициент $(n - \mu) / 2 \equiv s$ является целым неотрицательным числом. Отсюда, выражая μ через энергию E , получим следующий вид энергетического спектра:

$$E_s = -\frac{\hbar \omega}{2} + n \hbar \omega(\mathbf{k}) - \frac{\hbar \Delta(\mathbf{k})}{2} \pm \sqrt{\frac{\hbar^2 \Delta^2(\mathbf{k})}{4} + 2\hbar^2 \beta^2 (n - s)}. \quad (9)$$

Если расстройка резонанса положительна, то основному (возбужденному) состоянию атома до взаимодействия соответствует знак плюс (минус) перед квадратным корнем. Если же расстройка отрицательна, то знаки меняются местами. Заметим, что энергетический спектр возможно определить и из точного уравнения (6): он имеет идентичный с (9) вид [3]. Число s есть квантовое число интерференционного оператора θ ($\theta \Psi = s(\beta_1^2 + \beta_2^2) \Psi$) и принимает значения $0, 1, \dots, n$. Вводя новую переменную $\zeta = r / \sqrt{2}$ в (8), приходим к уравнению для полиномов Эрмита:

$$\frac{d^2 \alpha(\zeta)}{d\zeta^2} - 2\zeta \frac{d\alpha(\zeta)}{d\zeta} + 2s \alpha(\zeta) = 0. \quad (10)$$

В результате, для амплитуд основного состояния атома, удовлетворяющих вышеуказанному асимптотическому условию, получаем выражение

$$a_m^{(s)} = (c_s / \sqrt{m!(n-m)!}) H_s(\sqrt{2/n}(m - n/2)), \quad (11)$$

где c_s – нормировочный коэффициент. Соответствующие амплитуды для возбужденного состояния определяются из уравнения (5).

3. Энергии систем без и при наличии начального “слабого” фотона

Перейдем к непосредственному рассмотрению приводящих к цели систем, названных выше первой и второй. Даже если в системе до взаимодействия находились фотоны только одной (сильной) моды, то в результате спонтанного процесса излучения в системе окажутся и фотоны на модах, не совпадающих с сильной. Это значит, что гамильтониан взаимодействующей системы следует записать в виде

$$H = H_0 + \sum_{\mathbf{k}' \neq \mathbf{k}_{1,2}} \hbar \omega(\mathbf{k}') c^+(\mathbf{k}') c(\mathbf{k}') + W, \quad (12)$$

где

$$W = \hbar \sum \beta(\mathbf{k}') c^+(\mathbf{k}') \sigma_- + \hbar \sum \beta^*(\mathbf{k}') c(\mathbf{k}') \sigma_+ \quad (13)$$

описывает взаимодействие атома со “слабыми” фотонами. При строгом подходе нахождение стационарных состояний гамильтониана (12) – практически неразрешимая задача. Однако подход работы [2] предполагает определение стационарных состояний, относящихся только к двум случаям. Для первого – это состояние без слабого фотона и состояние с наличием одного “слабого” фотона за счет переизлучения из подсистемы сильных фотонов. Второй случай также предполагает два состояния. Первое состояние содержит то же самое число сильных фотонов, что и первое состояние первой системы, но в отличие от нее имеет и один

слабый фотон. Второе состояние получается атомным поглощением этого фотона. При таком сокращении возможных слабофотонных состояний определение стационарных состояний возможно, однако можно подойти к задаче проще, приняв W в (12) малым и ограничиваясь теорией возмущений. Тогда все расчеты (матричных элементов) проводятся на основе волновых функций нулевого приближения относительно этого гамильтониана.

Для рассматриваемых систем число возбуждений является сохраняющейся величиной, но в нее входит также слабый фотон. Поэтому число возбуждений для второй из рассматриваемых систем на одно больше, чем для первой. В рамках такого подхода волновая функция нулевого приближения, то есть оператора $H_0 + \hbar\omega(\mathbf{k}')c^\dagger(\mathbf{k}')c(\mathbf{k}')$, будет записываться в виде произведения волновых функций операторов H_0 и $\hbar\omega(\mathbf{k}')c^\dagger(\mathbf{k}')c(\mathbf{k}')$. Знак суммы у гамильтониана собственной энергии слабого поля опущен, поскольку число слабых фотонов, согласно предположению, не может быть больше единицы. Эти состояния обозначим как $|0\mathbf{k}'\rangle$ (вакуум слабого поля) и $|1\mathbf{k}'\rangle$. Собственные функции оператора H_0 (см. выражение (3)) снабдим индексами s , l и r . Первые два представляют соответственно интерференционное квантовое число и число возбуждений (раздел 2), а последнее принимает два значения, $r=1,2$, которые указывают на одно из возможных значений энергии (9): $|\Psi\rangle \otimes |\Psi_{s,r}^{(n)}\rangle$. Тогда в случае первой системы каждой тройке чисел s , l и r будут соответствовать две базисные функции $|\Psi_{s,r}^{(n)}\rangle|0\mathbf{k}'\rangle$ и $|\Psi_{s,r}^{(n-1)}\rangle|1\mathbf{k}'\rangle$, а в случае второй системы – $|\Psi_{s,r}^{(n)}\rangle|1\mathbf{k}'\rangle$ и $|\Psi_{s,r}^{(n+1)}\rangle|0\mathbf{k}'\rangle$.

Нетрудно убедиться, что поправки к значениям энергии в первом порядке теории возмущений равны нулю. Во втором же порядке теории возмущений будем иметь

$$\Delta E_{\text{first}} = \sum_{\substack{s,n, \\ r,p}} \frac{\left| \langle p\mathbf{k}' | \langle \Psi_{s,r}^{(n)} | W | \Psi_{s_0,r_0}^{(n_0)} \rangle | 0\mathbf{k}' \rangle \right|^2}{E_{s_0,r_0}^{(n_0)} - E_{s,r}^{(n)}} \quad (14)$$

для первой системы и

$$\Delta E_{\text{second}} = \sum_{\substack{s,n, \\ r,p}} \frac{\left| \langle p\mathbf{k}' | \langle \Psi_{s,r}^{(n)} | W | \Psi_{s_0,r_0}^{(n_0)} \rangle | 1\mathbf{k}' \rangle \right|^2}{E_{s_0,r_0}^{(n_0)} - E_{s,r}^{(n)}} \quad (15)$$

для второй системы. Здесь индекс “0” у квантовых чисел соответствует принятым состояниям до взаимодействия, причем r_0 соответствует такому знаку перед квадратным корнем в (9), при котором состояние системы в пределе $\beta \rightarrow 0$ переходит в основное состояние атома. Число $p=0,1$ указывает на число слабых фотонов.

Вычисление матричных элементов в выражениях (14) и (15) сопряжено с громоздкими расчетами, но не представляет никакой принципиальной трудности. В результате они выражаются через суммы произведений двух полиномов Эрмита с факториальными знаменателями и трудно поддаются наглядному анализу. Для упрощения выражений мы воспользуемся условием $n \gg 1$ (большого числа сильных фотонов), что дает право использовать асимптотический вид полиномов Эрмита [4]:

$$H_{2m} \left(\frac{x}{2\sqrt{m}} \right) \xrightarrow{m\hbar 1} \frac{(-1)^m 2^{2m} m!}{\sqrt{\pi m}} \cos x, \quad H_{2m+1} \left(\frac{x}{2\sqrt{m}} \right) \xrightarrow{m\hbar 1} \frac{(-1)^m 2^{2m+1} m!}{\sqrt{\pi m}} \sin x. \quad (16)$$

4. Показатель преломления среды в поле сильной квантованной моды

Показатель преломления среды ($n(\omega')$) является макроскопическим понятием и предполагает наличие сравнительно большого числа (N) атомов в объеме (V) квантования. Рассматривая атомы независимо взаимодействующими с полем, в рамках нашего подхода получим следующее уравнение для определения показателя преломления:

$$\omega' = \omega(\mathbf{k}') + N(\Delta E_{\text{second}} - \Delta E_{\text{first}}). \quad (17)$$

Показатель $n(\omega')$ входит в правую часть уравнения через связь $\omega(\mathbf{k}') = |\mathbf{k}'| = n(\omega')\omega'/c$. Эта связь довольно сложным образом входит и в выражения ΔE_{second} и ΔE_{second} , поэтому соотношение (17) является сложным трансцендентным уравнением относительно неизвестной функции $n(\omega')$. Однако задачу можно элементарно упростить, учитывая, что мы имеем дело с газовой средой. Разреженность газовой среды выявляется в том, что второе слагаемое в правой части уравнения (17) является малой поправкой к первой. Это дает возможность ограничиться первым приближением относительно концентрации атомов и в выражениях для ΔE_{second} и ΔE_{second} заменить все $\omega(\mathbf{k}')$ на ω' и одновременно $\omega(\mathbf{k})$ на ω .

Теперь обратим внимание на то обстоятельство, что выбранная нами сильная мода находится в состоянии с определенным числом фотонов. Однако в квантовой оптике хорошо известно, что в этом (фоковском) состоянии квантовый характер фотонов проявляется наиболее сильно [5] и переход к классическому пределу является весьма проблематичным, тем более в случае двух распространяющихся навстречу бегущих мод [6]. Чтобы оптимально сохранить возможность перехода к квазиклассическому пределу, мы будем считать, что интенсивный поток фотонов идентичен классическому статистическому полю с определенной амплитудой и равномерной фазой [7]. Это дает нам право произвести усреднение по начальным s_0 и просуммировать по конечным s с одинаковыми статистическими весами для всех s_0 и s . Тогда мы придем к следующему искомому выражению для показателя преломления двухуровневой среды в поле квантованной моды встречных волн:

$$n(\omega') = 1 - \frac{N\beta^2}{n\omega'} \sum_{\substack{s_0, s=0 \\ \text{of same parity}}} \frac{\exp\left[-(\sqrt{s} - \sqrt{s_0})^2/2\right]}{\omega' - \omega_0 + 2\Delta\xi \left(1 - \frac{s_0 + s}{2n}\right)} + \frac{N\beta^2}{n\omega'} \xi^2 \sum_{\substack{s_0, s=0 \\ \text{of same parity}}} \frac{\exp\left[-(\sqrt{s} - \sqrt{s_0})^2/2\right]}{\omega' + \omega_0 - 2\omega + 2\Delta\xi \left(1 - \frac{s_0 + s}{2n}\right)}. \quad (18)$$

Здесь $\xi = 2n\beta^2/\Delta^2$ – безразмерный параметр интенсивности сильной моды.

Формула (18) записана в предположении $\xi \hbar 1$, а суммирование ведется только по тем членам, для которых s_0 и s имеют одинаковые четности. Первое слагаемое обусловлено процессом поглощения слабого фотона, а второе – нелинейным трехфотонным процессом, при котором поглощаются два фотона из сильной моды и излучается слабый фотон, переводя атом из основного состояния в возбужденное. Следует отметить, что для каждого из этих процессов имеется некая область частот ($\omega_0 - 2\Delta\xi \leq \omega' \leq \omega_0$ для атомного поглощения и

$2\omega - \omega_0 \leq \omega' \leq 2\omega - \omega_0 + 2\Delta\xi$ ($\Delta > 0$) для трехфотонного излучения), внутри которой равноудаленно расположены $n+1$ полюсов, т.е. резонансов, где показатель преломления меняет знак с бесконечными разрывами с обеих сторон каждой резонансной точки. В отсутствие сильной моды встречных волн процессам атомного поглощения и трехфотонного излучения соответствовали бы по одному полюсу – резонансу. Наличие же сильной моды расщепляет эти резонансы на множество субрезонансов, которые соответствуют различным числам фотонов во встречных волнах при фиксированном их суммарном числе.

Формула (18) является основным результатом настоящей работы. Несмотря на ряд упрощающих предположений, полученная формула сохраняет квантовую природу оптической моды.

Если в двойных суммах сохранить только члены с $s = s_0$ и от оставшихся сумм перейти к соответствующим интегралам, то получим выражение

$$n(\omega)_{\text{quasiclassic}} = 1 - \frac{N\beta^2}{\omega'} \text{sign}(\omega' - \omega_0) \frac{1}{\sqrt{(\omega' - \omega_0)(\omega' - \omega_0 + 2\Delta\xi)}} + \frac{N\beta^2}{\omega'} \xi^2 \text{sign}(\omega' + \omega_0 - 2\omega) \frac{1}{\sqrt{(\omega' + \omega_0 - 2\omega)(\omega' + \omega_0 - 2\omega - 2\Delta\xi)}}, \quad (19)$$

что в точности повторяет результат квазиклассической теории, когда внешним полем является стоячая волна, т.е. встречные волны равной интенсивности. Последнее заслуживает специального внимания. Действительно, в рамках квазиклассической теории мы можем рассмотреть и случай встречных волн с неравными интенсивностями, так называемый случай квазистоячей волны. Полученная при этом формула для показателя преломления вместо одного усредненного параметра интенсивности ξ содержала бы два параметра ξ_1 и ξ_2 – интенсивности встречных волн по отдельности. Когда же мы первоначально рассмотрели поле квантованно и только потом, после получения выражения для показателя преломления перешли к пределу асимптотически большого числа фотонов, то получили решение только для случая равных интенсивностей встречных волн. Этот странный на первый взгляд результат является отражением того, что в стационарных состояниях системы “атом + квантованная мода двух встречных волн” средние числа фотонов во встречных волнах могут быть только равными [3]. Состояния с неравными числами фотонов могут, конечно, существовать, но они не будут стационарными: фотоны из волны с большим числом фотонов переизлучаются в волну с меньшим числом фотонов до тех пор, пока средние числа фотонов в них не сравняются.

Следует также отметить, что переход в формуле (18) от суммирования к интегрированию сглаживает все особенности внутри вышеуказанных частотных полос, оставляя особенности только двух граничных точек. В результате сглаживания в вышеуказанных двух частотных областях появляются ненулевые значения коэффициента поглощения (соответствующие слагаемые в (19) становятся мнимыми). Происходит, как принято считать в нелинейной лазерной спектроскопии для аналогичных ситуаций [8], неоднородное уширение спектральных линий.

Представляет определенный интерес и количественная сторона вопроса. Например,

насколько удалено квантовое выражение (18) от своего квазиклассического отображения (19) в случае умеренно больших чисел фотонов и насколько быстро происходит сближение формул (18) и (19) с ростом числа фотонов во встречных волнах.

Рис.1 представляет две дисперсионные зависимости, построенные по формулам (18) и (19). Выбранное при построении графиков число фотонов в сильной моде $n=100$ в квантовой оптике считается большим, то есть таким, что квантово-флуктуационные эффекты оказываются сильно подавленными. Сопоставление же полученных нами графиков показывает, что для показателя преломления двухуровневой среды в поле встречных волн квантовые эффекты остаются существенными и при относительно большом числе фотонов. В областях атомного поглощения $\omega_0 - 2\Delta\xi \leq \omega \leq \omega_0$ и трехфотонного излучения $2\omega - \omega_0 \leq \omega' \leq 2\omega - \omega_0 + 2\Delta\xi$, где классическое поле встречных волн индуцирует неоднородное уширение в дисперсионной зависимости показателя преломления, квантовая природа встречных волн вносит качественно новый, многополюсный характер. Отметим, что полюсы равноудалены друг от друга и расстояние между соседними полюсами $4\beta^2/|\Delta|$ не зависит от числа фотонов (интенсивности) поля. Образно говоря, добавление нового фотона к полю встречных волн добавляет по бокам каждой из вышеуказанных областей (эквидистантных цепочек полюсов) один новый полюс. Вклад квантования поля вне этих областей носит количественный характер и отнюдь не мал (рис.2).

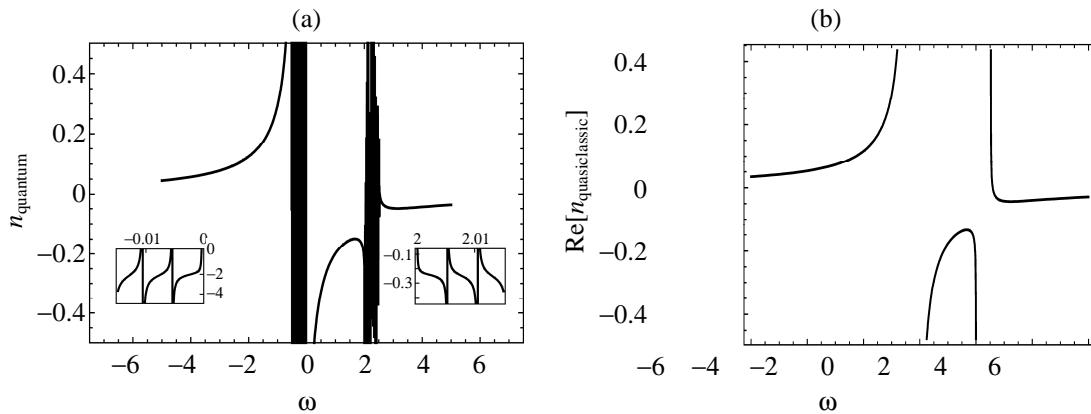


Рис.1. Дисперсионная зависимость показателя преломления газа двухуровневых атомов в квантованном (а) и классическом (б) поле встречных волн. Вставки к рисунку для случая а) в увеличенном масштабе представляют структуру графика в областях атомного поглощения и трехфотонного излучения, соответственно, которые в масштабе общего графика выглядят зачерненными. На вставках четко выявлены полюсные особенности спектра и их равноудаленность.

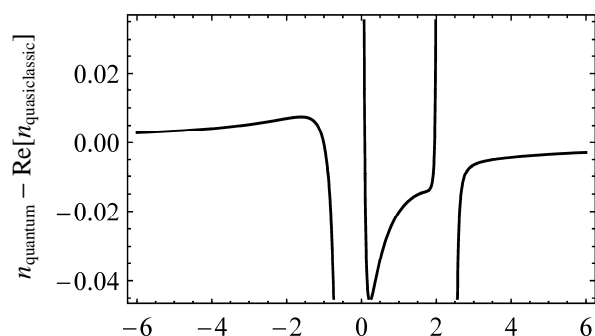


Рис.2. Разность между показателями преломления двухуровневого газа в квантованном и в классическом поле встречных волн, т.е. между двумя графиками, которые по отдельности показаны на рис.1а и б, соответственно. Неоднородно уширенные области атомного поглощения и трехфотонного излучения оставлены вне рассмотрения.

5. Заключение

Хорошо известно, что пространственно-периодическое высокочастотное штарковское смещение (AC Stark shift) энергетических уровней атома в поле интенсивных встречных волн выявляется в спектроскопии как неоднородное уширение спектральных линий, в частности, атомного поглощения и трехфотонного излучения. В настоящей работе показано, что квантовая (фотонная) природа встречных волн создает субструктуру в этих областях неоднородного уширения. Эта субструктура представляет собой последовательность равноотстоящих друг от друга разрывов (вставки на рис.1). Число разрывов с точностью до единицы совпадает с числом фотонов в поле встречных волн. Квазиклассическое (а также экспериментальное) плавное поведение спектра внутри области неоднородного уширения является следствием наличия усредняющих факторов, таких как однородное уширение линии из-за спонтанного излучения, конечная спектральная ширина зондирующего переход пробного поля, и т.д.

Другим важным результатом работы является то, что предел больших чисел фотонов в случае квантованных встречных волн воспроизводит квазиклассический результат только в случае равных интенсивностей встречных волн. Причиной тому является квантовая закономерность, что вероятность переизлучения некоторого фотона из более интенсивной волны в менее интенсивную волну больше вероятности обратного процесса. Поэтому процесс выравнивания чисел фотонов в двух волнах продолжается до тех пор, пока эти числа не станут равными. Иными словами, квантовые стационарные состояния системы

“атом+поле встречных волн” возможны только при равенстве чисел фотонов в волнах, то есть если интенсивности встречных волн равны. В квазиклассической же теории это не так. Установление стационарных состояний не накладывает никаких ограничений на относительные интенсивности встречных волн. Переход от квантовой теории к квазиклассической своеобразен и обеспечивается тем, что время выравнивания чисел фотонов во встречных волнах быстро растет с ростом чисел фотонов [3] и становится бесконечным, когда число фотонов бесконечно растет (квази-классический предел). Поэтому точка “соприкосновения” двух теорий бесконечно удалена на временной оси. Процессы же за любые конечные времена протекания не соприкасаются в рамках этих двух теорий. Строго говоря, квазиклассическая теория ошибается, считая стационарные состояния системы “атом+поле встречных волн” возможными при неравных интенсивностях волн. Квазиклассическое представление приемлемо, если время взаимодействия существенно меньше того времени, за которое заметное число фотонов переизлучается из более интенсивной волны в менее интенсивную.

Авторы работы выражают благодарность А.Ж. Мурадян за полезные обсуждения. Работа выполнена в рамках гранта 0126 МВОиН Армении.

ЛИТЕРАТУРА

1. **S.R. de Droot, L.G.Suttorp.** Foundations of Electrodynamics. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1972.
2. **А.Ж.Мурадян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **10**, 90 (1975).
3. **В.М.Арутюнян, А.Ж.Мурадян.** Квант. электроника, **20**, 856 (1993).
4. **M.Abramowitz, I.A.Stegun.** Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. New York, Dover Publications, 1972.
5. **W.P.Schleich.** Quantum Optics in Phase Space. Berlin–Toronto, Wiley-VCH, 2001.
6. **A.Zh.Muradyan, G.A.Muradyan.** J. Phys. B, **35**, 3995 (2002).
7. **J.Bialyniski-Birula, Z.Bialyniska-Birula.** Phys. Rev. A, **8**, 3146 (1973).
8. **S.Stenholm.** Foundations of Laser Spectroscopy. New York, John Wiley & Sons, 1984.

Երկմակարդակ գազի բեկման ցուցիչը հանդիպակաց ալիքների քվանտացած դաշտում

Գ. Ա. Մուրադյան, Բ. Վ. Բալասանյան

Աշխատանքում հաշվված է երկմակարդակ ատոմական գազի բեկման ցուցիչը միամոդ հանդիպակաց ալիքների քվանտացված դաշտում: Ցույց է տրված, որ ֆոտոնների մեծ թվի սահմանային անցումը վերարտադրում է քվազիդասական տեսության միայն կանգուն ալիքի դեպքը, այսինքն միայն նույն ինտենսիվություններով հանդիպակաց ալիքների դեպքը: Տրված է բացատրությունն այս “տարօրինակ” իրավիճակի, երբ դաշտի քվանտային տեսության հնարավորություններն ավելի սահմանափակ են, քան դասական տեսությանը:

REFRACTIVE INDEX OF A TWO-LEVEL GAS IN THE QUANTIZED FIELD OF COUNTERPROPAGATING WAVES

G.A. MURADYAN, B.V. BALASANYAN

The refractive index of a two-level atomic gas in the quantized field of single-mode counterpropagating waves is calculated. It is shown that the transition to an asymptotic large number of photons reproduces only the standing-wave case of the quasiclassic theory, i.e., the case of counterpropagating waves of the same intensity. We give the explanation of this “strange” situation, where the possibilities of the quantum field theory are more restricted than the possibilities of the classical theory.

УДК 548.0

ОПТИКА МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕД ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

О.С. ЕРИЦЯН, Ж.Б. ХАЧАТРЯН, М.А. ГАНАПЕТЯН,
А.А. ПАПОЯН, О.М. АРАКЕЛЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 25 февраля 2008 г.)

Рассмотрено влияние внешнего магнитного поля и пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости на необратимость волн в магнитоэлектрических средах. Изучены особенности азимутальной неоднородности при одновременной анизотропии диэлектрической и магнитной проницаемостей в этих средах.

1. Введение

В магнитоэлектрических средах, как известно, имеет место необратимость волн [1]. Упомянутое явление имеет место также в естественно гиротропных средах при наличии магнитооптической активности [2]. В настоящей работе рассмотрено распространение электромагнитной волны в магнитоэлектрической среде в случаях наличия магнитооптической активности и естественной гиротропии (точнее, пространственной дисперсии; холестерические жидкие кристаллы должны относиться к гиротропными средам по определению [3], хотя не обладают пространственной дисперсией). Изучены также особенности усиления поворота плоскости поляризации при прохождении волны через магнитоэлектрическую пластинку в случаях поляризационной независимости показателя преломления и коэффициента отражения.

2. Влияние магнитооптической активности и пространственной дисперсии

Материальные уравнения в некоторых классах магнитоэлектрических сред, которые рассмотрены ниже, имеют следующий вид [4]:

$$\mathbf{D} = \hat{\epsilon}\mathbf{E} + [\mathbf{pH}], \quad \mathbf{B} = \hat{\mu}\mathbf{H} - [\mathbf{pE}], \quad (1)$$

где вектор \mathbf{p} направлен вдоль оптической оси одноосных тензоров $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$, приводимых в одной и той же системе координат к диагональному виду.

2.1. Влияние магнитооптической активности

При наличии внешнего магнитного поля, которое будем считать направленным вдоль оптической оси, вместо (1) будем иметь

$$\mathbf{D} = \hat{\epsilon}\mathbf{E} + [\mathbf{p}\mathbf{H}] + i[\mathbf{g}_e\mathbf{E}], \quad \mathbf{B} = \hat{\mu}\mathbf{H} - [\mathbf{p}\mathbf{E}] + i[\mathbf{g}_m\mathbf{H}], \quad (2)$$

где векторы магнитооптических активностей \mathbf{g}_e и \mathbf{g}_m направлены вдоль той же оси. Дисперсионное уравнение, получаемое с помощью уравнений (2), имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{\omega^2}{c^2} \{ \epsilon_3 \mu_3 k_z'^4 + \epsilon_2 \mu_2 k_y^4 + \epsilon_1 \mu_1 k_x^4 + [(\epsilon_1 \mu_3 + \epsilon_3 \mu_1) k_x^2 k_z'^2 + (\epsilon_3 \mu_2 + \epsilon_2 \mu_3) k_y^2 k_z'^2] + \\ & + (\epsilon_1 \mu_2 + \epsilon_2 \mu_1) k_x^2 k_y^2 \} - \frac{\omega^4}{c^4} \{ \epsilon_3 \mu_3 (\epsilon_1 \mu_2 + \epsilon_2 \mu_1 + 2g_e g_m) k_z'^2 + [\mu_3 \mu_2 (\epsilon_1 \epsilon_2 - g_e^2) + \\ & + \epsilon_3 \epsilon_2 (\mu_1 \mu_2 - g_m^2)] k_y^2 + [\mu_3 \mu_1 (\epsilon_1 \epsilon_2 - g_e^2) + \epsilon_3 \epsilon_1 (\mu_1 \mu_2 - g_m^2)] k_x^2 \} + \\ & + \frac{\omega^6}{c^6} \epsilon_3 \mu_3 (\mu_1 \mu_2 - g_m^2) (\epsilon_1 \epsilon_2 - g_e^2) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \epsilon_{xx}, \quad \epsilon_2 = \epsilon_{yy}, \quad \epsilon_3 = \epsilon_{zz}, \quad \mu_1 = \mu_{xx}, \\ \mu_2 &= \mu_{yy}, \quad \mu_3 = \mu_{zz}, \quad k_z' = k_z + p_z, \quad \mathbf{p} = p_z \mathbf{z}^0, \end{aligned} \quad (4)$$

k_x, k_y, k_z и ω – проекции волнового вектора и частота волны, с зависимостью полей от \mathbf{r} и t в виде $\exp i(\mathbf{kr} - \omega t)$.

Членом $2g_e g_m k_z'^2 \omega^4 / c^4$ обусловлено влияние магнитного поля на необратимость: при возведении $k_z'^2$ в квадрат имеем слагаемое $2\omega^4 g_e g_m 2p_z k_z / c^4$, содержащее первую степень k_z , обуславливающую влияние магнитного поля на необратимость.

2.2. Влияние пространственной дисперсии

При наличии пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости материальные уравнения имеют вид

$$\mathbf{D} = \hat{\epsilon}\mathbf{E} + [\mathbf{p}\mathbf{H}] + i\gamma[\mathbf{k}\mathbf{E}], \quad \mathbf{B} = \hat{\mu}\mathbf{H} - [\mathbf{p}\mathbf{E}], \quad (5)$$

где для простоты пространственная дисперсия представлена скаляром γ . Будем рассматривать случай, когда волна распространяется вдоль оси z , вдоль которой направлен вектор \mathbf{p} , обуславливающий необратимость.

Дисперсионное уравнение имеет вид

$$\left(k_z'^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \mu\right)^2 - \frac{\omega^4}{c^4} \mu^2 \gamma^2 k_z^2 = 0, \quad (6)$$

где $\epsilon = \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy}$, $\mu = \mu_{xx} = \mu_{yy}$.

Из (6) имеем

$$\left(k_z'^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \mu\right) = \pm \frac{\omega^2}{c^2} \mu \gamma k_z,$$

откуда

$$k_z^2 + (2p_z \mp \frac{\omega^2}{c^2} \mu \gamma) k_z - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \mu = 0, \quad (7)$$

т.е.

$$k_z = -p_z \mp \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \mu \gamma \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \mu + \frac{1}{4} (2p_z \mp \frac{\omega^2}{c^2} \mu \gamma)^2}. \quad (7a)$$

Запишем уравнение (4) для случая распространения волн вдоль оси среды, как это имеет место для (7a):

$$k_z'^4 - \frac{\omega^2}{c^2} [(\epsilon_1 \mu_2 + \epsilon_2 \mu_1 + 2g_e g_m)] k_z'^2 + \frac{\omega^4}{c^4} (\mu_1 \mu_2 - g_m^2) (\epsilon_1 \epsilon_2 - g_e^2) = 0. \quad (8)$$

Из (8) получаем

$$k_z = -p_z \pm \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} [(\epsilon_1 \mu_2 + \epsilon_2 \mu_1 + 2g_e g_m)] \pm \sqrt{\frac{1}{4} \frac{\omega^4}{c^4} (\epsilon_1 \mu_2 + \epsilon_2 \mu_1 + 2g_e g_m)^2 - \frac{\omega^4}{c^4} (\mu_1 \mu_2 - g_m^2) (\epsilon_1 \epsilon_2 - g_e^2)}}. \quad (9)$$

Согласно (9), влияние магнитооптической активности на k_z (или на показатели преломления) определяется произведением $g_e g_m$.

Отметим, что влияние естественной гиротропии, в отличие от влияния магнитооптической активности, начинается с линейных членов по параметру естественной гиротропии γ .

3. Особенности усиления и стабилизации азимута поляризации

В эллипсометрических и радиофизических измерениях, а также при измерении слабых поворотов плоскости поляризации, возникает необходимость стабилизации азимута или усиления поворота плоскости поляризации (изменений азимута поляризации). Стабилизация и усиление основаны на неэквивалентности азимуты поляризации. Неэквивалентность может быть создана анизотропией поглощения [1], анизотропией действительной части диэлектрической проницаемости [2] и может быть осуществлена как в однородных средах, так и в неоднородных, в частности, в холестерических жидких кристаллах [2,3]. В данном разделе рассматриваются усиление и стабилизация в магнитоэлектрических средах, в связи с наличием анизотропий тензоров ϵ_{ij} и μ_{ij} .

В таких средах, как известно, в зависимости от соотношения между компонентами указанных тензоров, имеет место однопреломление, заключающееся в независимости показателя преломления от поляризации волны [5]. Так, если волна распространяется вдоль оси z , а $\epsilon_{xx} \mu_{yy} = \epsilon_{yy} \mu_{xx}$, то фазовая скорость одинакова для волн с электрическими полями, направленными вдоль осей x и y . При $\epsilon_{xx} / \mu_{xx} = \epsilon_{yy} / \mu_{yy} = \epsilon_{zz} / \mu_{zz}$ показатель преломления зависит от направления распространения, но при любом фиксированном направлении распространения он независим от поляризации.

Когда волна падает нормально на границу среды, перпендикулярную одному из

главных направлений тензоров ε_{ij} и μ_{ij} , то от поляризации не зависит коэффициент отражения, если $\varepsilon_{xx}/\mu_{yy} = \varepsilon_{yy}/\mu_{xx}$ (ось z перпендикулярна границе). Отметим, что среды, обладающие анизотропией ε_{ij} и μ_{ij} одновременно, рассмотрены также в [6], где установлена поляризационная независимость фазовой скорости волны в прямоугольном волноводе.

Пусть пластинка занимает область $0 \leq z \leq d$. На границу $z=0$ из области $z \leq 0$ падает плоскополяризованная волна

$$\mathbf{E}^i(z, t) = \mathbf{E}^i \exp i \left(\frac{\omega}{c} z - \omega t \right). \quad (10)$$

С помощью граничных условий непрерывности тангенциальных компонент полей для амплитуды прошедшей волны можно получить следующее выражение:

$$E_{x,y}^t = \frac{4Z_{x,y}}{(1+Z_{x,y})^2 e^{-i\varphi_{x,y}} - (1-Z_{x,y})^2 e^{i\varphi_{x,y}}} E_{x,y}^i, \quad (11)$$

где

$$Z_{x,y} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{xx,yy}}{\mu_{yy,xx}}}, \quad \varphi_{x,y} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{xx,yy} \mu_{yy,xx}} d. \quad (12)$$

Азимуты поляризации волн определим как углы между $\mathbf{E}^{i,t}$ и осью x :

$$\psi^{i,t} = \arctan E_y^{i,t} / E_x^{i,t}. \quad (13)$$

На рис.1 приведены кривые зависимости поворота азимута поляризации и эллиптичности поляризации прошедшей волны от азимута поляризации падающей волны, в случае поляризационной независимости показателя преломления ($\varepsilon_{xx}\mu_{yy} = \varepsilon_{yy}\mu_{xx}$). На рис.2 представлены кривые зависимости поворота азимута поляризации и эллиптичности поляризации прошедшей волны от азимута поляризации падающей волны, когда имеет место поляризационная независимость коэффициента отражения. Кривые зависимости поворота азимута поляризации и эллиптичности поляризации прошедшей волны от азимута поляризации падающей волны после прохождения волны через слой, не обладающий ни одной из вышеуказанных поляризационных независимостей, показаны на рис.3.

Из приведенных графиков следует, что эллиптичность поляризации имеет малую величину при поляризационно независимом показателе преломления, по сравнению со случаем поляризационно независимого коэффициента отражения. Это можно объяснить большой разностью фаз, набегающей между x - и y -компонентами поля волны в плоскопараллельном слое. В случае поляризационно независимого показателя преломления объемная эллиптичность [7] отсутствует.

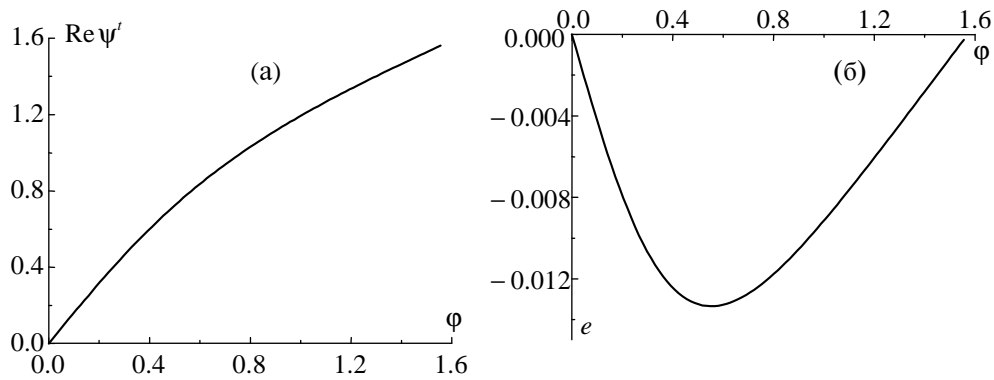


Рис.1. Зависимости поворота азимута поляризации (а) и эллип-тичности поляризации (б) прошедшей волны от азимута поля-ризации падающей волны, в случае поляризационно-независи-мого показателя преломления. Параметры среды таковы: $\epsilon_{xx} = 2$, $\epsilon_{yy} = 2.5$, $\mu_{xx} = 1.2$, $\mu_{yy} = 1.5$.

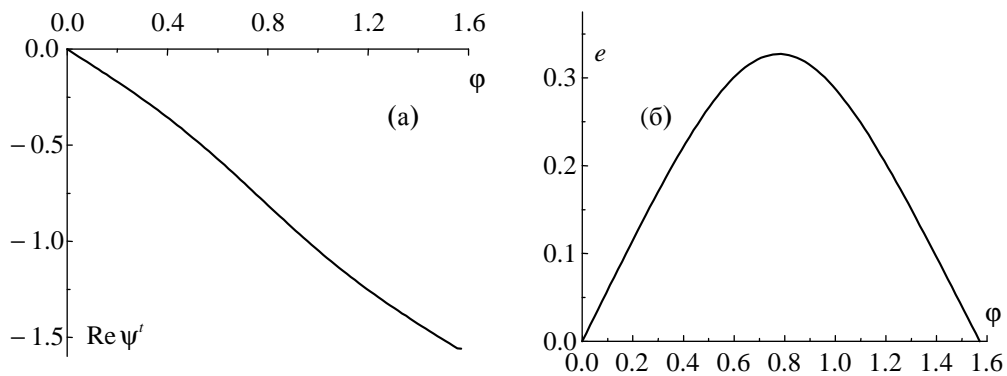


Рис.2. То же, что и для рис.1, но в случае поляризационно-неза-висимого коэффициента отражения. Параметры среды: $\epsilon_{xx} = 2.5$, $\epsilon_{yy} = 2$, $\mu_{xx} = 1.2$, $\mu_{yy} = 1.5$.

В случае поляризационно независимого коэффициента отражения отсутствует поверхностная эллиптичность. В обоих случаях интерференционная эллиптичность остается. В обоих случаях, представленных на рис.1 и 2, эллиптичность поляризации мала и мало также отличие $d \operatorname{Re} \psi' / d\phi$ от 1.

Рис.3, как уже отмечалось, соответствует ситуации, когда отличны друг от друга как показатели преломления волн с разными поляризациями, так и их коэффициенты отражения. В интервалах заметного отличия

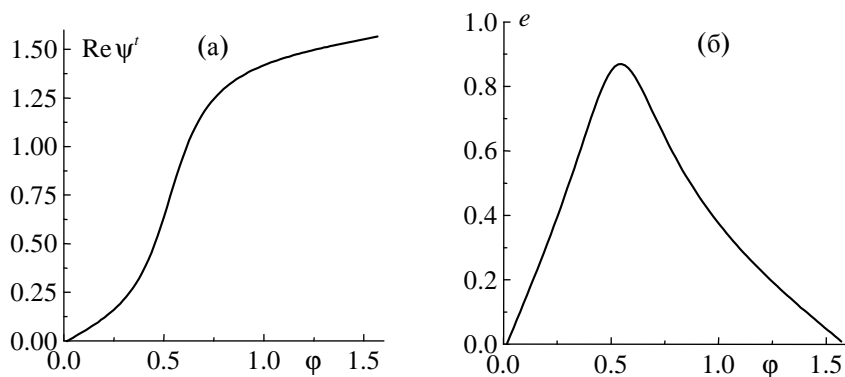


Рис.3. То же, что и для рис.1, в случае отсутствия поляризационных не-зависимостей. Параметры среды: $\epsilon_{xx} = 1.9$, $\epsilon_{yy} = 2.5$, $\mu_{xx} = 1.2$, $\mu_{yy} = 1.5$.

эллиптичности от единицы имеет место также заметное усиление. В этом отношении обычное для немагнитных сред свойство, заключающееся в том, что при большом усилении имеем также большую эллиптичность, сохраняется также для рассмотренных здесь сред, обладающих анизотропией диэлектрических и магнитных характеристик одновременно. Отметим, однако, что это свойство является обычным, но не обязательным [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. **В.Н. Любимов.** Кристаллография, **13**, 1008 (1968).
2. **О.С. Ерицян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **3**, 217 (1968).
3. **Ф.И. Федоров.** Теория гиротропии. Минск, Наука и техника, 1976.
4. **В.Н. Любимов.** ФТТ, **10**, 3502 (1968).
5. **Ф.И. Федоров.** Оптика анизотропных сред. Минск, изд. АН БССР, 1958.
6. **О.С. Ерицян, Ж.Б. Хачатрян, О.М. Аракелян.** Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 150 (2002).
7. **В.К. Милославский.** Оптика и спектр., **17**, 413 (1964).
8. **О.С. Ерицян, М.А. Ганапетыан.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **25**, 191 (1990).

OPTICS OF MAGNETOELECTRIC MEDIA IN THE PRESENCE OF MAGNETIC FIELD AND SPATIAL DISPERSION OF THE DIELECTRIC PERMITTIVITY

H.S. ERITSYAN, J.B. KHACHATRYAN, **M.A. GANAPETYAN**,
A.A. RAPOYAN, H.M. ARAKELYAN

Influence of an external magnetic field and a spatial dispersion of the dielectric permittivity on the irreversibility of waves in magnetoelectric media is considered. The features of azimuth heterogeneity at the simultaneous anisotropy of the dielectric permittivity and magnetic permeability are studied.

УДК 621.315

МЕЖЗОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ В УЗКОЗОННОМ КВАНТОВОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ InSb ПРИ НАЛИЧИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

З. МАРВАН

Ереванский государственный университет, Армения

Университет Мосула, Ирак

(Поступила в редакцию 16 апреля 2008 г.)

В рамках модели сферического ротатора теоретически исследованы межзонные переходы в узкозонном квантовом сферическом слое InSb. Законы дисперсии электрона и легкой дырки описаны в двухзонном приближении Кейна, а для тяжелых дырок использована стандартная дисперсия. Вычислены коэффициенты поглощения, соответствующие переходам между зонами легких дырок и проводимости, а также зонами тяжелых дырок и проводимости. Определены правила отбора и граничные частоты поглощения для этих переходов. Показано, что при наложении слабого электрического поля для дипольных переходов меняются правила отбора, а также граничные частоты поглощения.

1. Введение

Сферические и цилиндрические слоистые полупроводниковые наноструктуры являются системами, в которых перестройка энергетического спектра частицы, за счет изменения геометрии и размеров образца, выражена наиболее ярко. Это позволяет реализовывать системы с наперед заданными и гибко управляемыми физическими характеристиками. Поэтому такие объекты могут составить удобную элементную базу для полупроводниковых приборов нового поколения [1]. Отдельный цикл теоретических работ, связанных с физическими процессами в слоистых квантовых структурах, появился в связи с обнаружением баллистической проводимости в металлических квантовых кольцах [2-4]. Авторы [2], моделируя одноэлектронные и двухэлектронные состояния в кольцеобразной квантовой структуре, предложили рассматривать ограничивающий потенциал системы в виде двумерного смещенного осциллятора (модель Чакраборти–Пиетилайна). Подобная модель позволяет учитывать наличие границ как на внешнем, так и на внутреннем радиусах. Однако даже одночастичное уравнение Шредингера для такого потенциала ограничения не решается точно, что значительно затрудняет аналитическое исследование физических характеристик подобных структур. В связи с этим в работе [5] была предложена точно решаемая модель ограничивающего потенциала квантового кольца, являющаяся радиальным аналогом суперинтегрируемого потенциала Смородинского–Винтернитца [6]. При этом отметим, что радиальный потенциал Смородинского–Винтернитца является точно

решаемым как в случае двумерного радиального уравнения Шредингера, так и трехмерного. Это позволяет аналитически вычислить коэффициент поглощения, а также граничные частоты поглощения в цилиндрических и сферических слоистых наноструктурах [7,8].

С другой стороны, слоистые структуры можно аналитически исследовать различными приближенными методами. Так, в работе [9] изучено поглощение в квантовом сферическом слое при наличии радиального электрического поля. Поведение частицы в слое описано в приближении пространственного ротатора. Подобная задача, но уже для цилиндрического квантового слоя, обсуждена в работе [10], где учтено также влияние внешнего магнитного поля и поэтому проблема рассмотрена в рамках модели плоского ротатора в магнитном поле. Отметим, что радиальные потенциалы ограничения в работах [9] и [10] моделировались прямоугольными бесконечно глубокими ямами.

Во всех вышеуказанных работах закон дисперсии носителей заряда рассматривался параболическим. Между тем недавно были реализованы узкозонные квантовые точки InSb [11], в которых дисперсия носителей заряда существенно непараболична. В работе [12] были рассмотрены межзонные переходы в цилиндрических квантовых точках InSb в рамках кейновской модели зон. Согласно этой модели, валентная зона состоит из зоны легких дырок, зоны тяжелых дырок и зоны спин-орбитального расщепления [13]. При рассмотрении межзонных переходов, в пренебрежении спиновыми эффектами, можно ограничиться только зонами легких и тяжелых дырок [13]. Примечательно, что в InSb законы дисперсии электрона и легкой дырки формально совпадают с релятивистским:

$$E_{e(lh)} = \sqrt{p_{e(lh)}^2 s^4 + m_{e(lh)}^2 s^4} - m_{e(lh)} s^2, \quad (1)$$

где $s \sim 10^8$ см/с – параметр непараболичности, $m_{e(lh)}$ – эффективная масса электрона (легкой дырки). При этом закон дисперсии тяжелой дырки остается параболическим. Естественно предположить, что непараболичность закона дисперсии носителей заряда отразится на характере межзонного поглощения в слоистых структурах и, в частности, на поведении граничных частот поглощения.

В предлагаемой работе для тонкого квантового сферического слоя из InSb, в рамках модели пространственного ротатора, изучены межзонные дипольные переходы. При этом рассматриваются как переходы между зонами легких дырок и проводимости, так и переходы между зоной тяжелых дырок и зоной проводимости. Обсуждается также влияние однородного электрического поля на характер межзонных переходов.

2. Теория

В случае очень тонких (но таких, чтобы приближение эффективной массы работало) слоев вычисление коэффициента поглощения можно произвести в рамках модели сферического ротатора. Это позволяет сделать аналитический анализ межзонного поглощения в рассматриваемой системе. Условие тонкости слоя представим в виде

$$d = R_2 - R_1 \ll \hbar \{R_1, R_2\}, \quad (2)$$

где R_1 и R_2 – соответственно, внутренний и внешние радиусы слоя.

В этом случае можно утверждать, что роль радиального квантования будет преобладающей, и поэтому можно ограничиться рассмотрением лишь первых уровней радиального квантования для электрона и дырок. Иначе говоря, нами будут рассматриваться переходы только в рамках первых подзон радиального квантования (с различными значениями l и m). В дальнейшем будем предполагать, что радиальная часть волновой функции соответствует основным уровням радиального квантования электронов и дырок. Иначе говоря, применим адиабатическое приближение для описания процесса поглощения в данной системе.

Так как для электрона и легкой дырки уравнение Клейна–Гордона по виду сводится к уравнению Шредингера [12], то в адиабатическом приближении волновую функцию системы можно представить в виде

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \sqrt{\frac{\pi k}{2r}} [C_1 J_{1/2}(kr) + C_2 J_{-1/2}(kr)] Y_{lm}(\theta, \varphi) = f_0(r) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (3)$$

где $k^{e(lh)} = \sqrt{\{(E_{nl}^{e(lh)} + \mu_{e(lh)} s^2)^2 - \mu_{e(lh)}^2 s^4\} / s^2 \hbar^2}$ для электрона (легкой дырки) и $k^{hh} = \sqrt{2\mu_{hh} E_{nl}^{hh} / \hbar^2}$ для тяжелой дырки.

Подставляя волновую функцию (3) в уравнение Шредингера, получим

$$\left(\Delta_r + \frac{1}{r^2} \Delta_{\theta, \varphi} \right) f_0(r) Y_{lm}(\theta, \varphi) + k^2 f_0(r) Y_{lm}(\theta, \varphi) = 0. \quad (4)$$

При этом функция $f_0(r)$ должна удовлетворять граничным условиям

$$f_0(R_1) = f_0(R_2) = 0, \quad (5)$$

а также являться решением радиального уравнения

$$\Delta_r f_0(r) + k_0^2 f_0(r) = 0, \quad (6)$$

где k_0 определяется из условия равенства нулю детерминанта

$$\begin{vmatrix} J_{1/2}(k_0 R_1) & J_{-1/2}(k_0 R_1) \\ J_{1/2}(k_0 R_2) & J_{-1/2}(k_0 R_2) \end{vmatrix} = 0. \quad (7)$$

Предполагая, что в тонком слое движение частиц радиально зафиксировано на наиболее вероятном расстоянии $R_{eff} = (R_1 + R_2) / 2$, будем проводить дальнейшие вычисления в рамках модели сферического ротатора. После некоторых преобразований для энергетических уровней электрона, легкой дырки и тяжелой дырки соответственно получим:

$$E^{e(lh)} = \sqrt{\mu_{e(lh)} s^2 \left\{ (\hbar^2 l(l+1) / I_{eff}^{e(lh)} + 2\varepsilon_0^{e(lh)}) + \mu_{e(lh)} s^2 \right\}}, \quad E^{hh} = E_0^{hh} + \hbar^2 l(l+1) / 2I_{eff}^{hh}, \quad (8)$$

где через E_0^{hh} обозначена основная энергия радиального квантования тяжелой дырки, а $\varepsilon_0^{e(lh)} = \{(E_0^{e(lh)} + \mu_{e(lh)} s^2)^2 - \mu_{e(lh)}^2 s^4\} / 2\mu_{e(lh)} s^2$ ($E_0^{e(lh)}$ – основная энергия радиального квантования электрона (легкой дырки)). Здесь следует особо отметить, что в случае непараболической дисперсии носителей заряда соотношение $l(l+1)$ входит в энергию под знаком корня. Иначе

говоря, если в случае стандартной дисперсии при больших l ротационная энергия пропорциональна l^2 , то в случае кейновской дисперсии эта энергия пропорциональна l .

Явный вид волновых функций и энергетических уровней электрона и дырок позволяет вычислить коэффициенты межзонного поглощения, обусловленные переходами между валентными зонами и зоной проводимости. Для вычисления соответствующих коэффициентов поглощения $K^{lh \rightarrow e}(\omega)$ и $K^{hh \rightarrow e}(\omega)$ воспользуемся формулой [14]

$$K(\omega) = \frac{A_0}{V} \sum_{v,v'} \left| \int \psi_v^e \psi_{v'}^h dV \right|^2 \delta(\hbar\omega - E_g - E_v^e - E_{v'}^h), \quad (9)$$

где ψ_v^e – волновая функция электрона, а $\psi_{v'}^h$ – волновая функция дырки, v – полный набор квантовых чисел (n, l, m) , E_g – ширина запрещенной зоны InSb, ω – частота падающего света, E_v^e – энергия электрона, $E_{v'}^h$ – энергия дырки, A_0 – коэффициент, пропорциональный квадрату дипольного матричного элемента, взятого на функциях Блоха:

$$A_0 = \pi e^2 / m_0 \epsilon_0 c n_r \omega \times P_{cv}^2 / 3, \quad (10)$$

где $P_{cv} = -i\hbar \int_{\Omega_0} U_c^* \nabla U_v d\Omega$, а наличие (-функции обеспечивает закон сохранения

энергии во время переходов. В рамках рассматриваемого приближения, как было указано выше, мы ограничимся только первыми уровнями радиального квантования как в зоне проводимости, так и в валентной зоне. Иначе говоря, будем рассматривать переходы с $n_e = 1, n_{lh} = 1, n_{hh} = 1$ по различным l и m . С учетом вида волновых функций (см. формулу (3)), после интегрирования для переходов $(e \rightarrow lh)$ и $(e \rightarrow hh)$ получим следующие правила отбора:

$$\begin{aligned} m_e &= -m_{lh}, & m_e &= -m_{hh}, \\ l_e &= l_{lh}, & l_e &= l_{hh}. \end{aligned}$$

Пусть теперь на систему наложено однородное электрическое поле \mathbf{F} , которое будем рассматривать в качестве возмущения. Тогда соответствующий оператор возмущения будет иметь вид

$$\hat{V}(\mathbf{r}) = -p_{eff} (F_x \sin \theta \cos \phi + F_y \sin \theta \sin \phi + F_z \cos \theta), \quad (11)$$

где $p_{eff} = eR_{eff}$. Для того, чтобы вычислить энергетические поправки, обусловленные наличием поля $V(\mathbf{r})$, необходимо рассмотреть интегралы следующего вида:

$$\langle l', m' | \hat{V} | l, m \rangle = \int Y_{l', m'}^*(\theta, \phi) \hat{V}(\theta, \phi) Y_{l, m}(\theta, \phi) d\Omega. \quad (12)$$

Непосредственным вычислением можно показать, что ненулевыми будут матричные элементы $\langle l+1, m+1 | V | l, m \rangle$, $\langle l-1, m+1 | V | l, m \rangle$, $\langle l+1, m-1 | V | l, m \rangle$, $\langle l-1, m-1 | V | l, m \rangle$, $\langle l+1, m | V | l, m \rangle$, $\langle l-1, m | V | l, m \rangle$ [15]. Таким образом, все диагональные элементы равны нулю, вследствие чего поправка первого порядка теории возмущений будет отсутствовать:

$$\Delta_1 E_{l, m} = \langle l, m | \hat{V} | l, m \rangle = 0. \quad (13)$$

Во втором порядке теории возмущений, согласно общей формуле

$$\Delta_2 E_{l,m} = \sum_{l',m'} \langle l',m' | \hat{V} | l,m \rangle^2 / E_{l'} - E_l, \quad (14)$$

для соответствующих поправок к невозмущенным энергетическим уровням электрона и легких дырок можем записать

$$\begin{aligned} \Delta_2 E_{l,m}^{e(l,h)} = & \frac{1}{\sqrt{\mu_{e(l,h)} s^2 \left[2\varepsilon_0 + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{I_{eff}} \right] + \mu_{e(l,h)} s^2} - \sqrt{\mu_{e(l,h)} s^2 \left[2\varepsilon_0 + \frac{\hbar^2 (l+1)(l+2)}{I_{eff}} \right] + \mu_{e(l,h)} s^2}} \times \\ & \times \sum_{k=-1}^1 \left| \langle l+1, m+k | \hat{V} | l, m \rangle \right|^2 + \frac{1}{\sqrt{\mu_{e(l,h)} s^2 \left[2\varepsilon_0 + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{I_{eff}} \right] + \mu_{e(l,h)} s^2} - \sqrt{\mu_{e(l,h)} s^2 \left[2\varepsilon_0 + \frac{\hbar^2 l(l-1)}{I_{eff}} \right] + \mu_{e(l,h)} s^2}} \times \\ & \times \sum_{k=-1}^1 \left| \langle l-1, m+k | \hat{V} | l, m \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Для состояния $l=0, m=0$ приходим к выражению

$$\Delta_2 E_{00}^{e(lh)} = \frac{p_{eff}^2 F^2}{3 \left(\sqrt{2\varepsilon_0 \mu_{e(lh)} s^2 + \mu_{e(lh)} s^2} - \sqrt{\mu_{e(lh)} s^2 (2\varepsilon_0 + 2\hbar^2/I_{eff}) + \mu_{e(lh)} s^2} \right)}. \quad (16)$$

Аналогичным образом для случая тяжелых дырок получим следующую формулу:

$$\begin{aligned} \Delta_2 E_{l,m}^{hh} = & \frac{1}{\left(\hbar^2 l(l+1)/2I_{eff} \right) - \left(\hbar^2 (l+1)(l+2)/2I_{eff} \right)} \sum_{k=-1}^1 \left| \langle l+1, m+k | \hat{V} | l, m \rangle \right|^2 + \\ & + \frac{1}{\left(\hbar^2 l(l+1)/2I_{eff} \right) - \left(\hbar^2 l(l-1)/2I_{eff} \right)} \sum_{k=-1}^1 \left| \langle l-1, m+k | \hat{V} | l, m \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad (17)$$

После суммирования для $\Delta_2 E_{l,m}^{hh}$ придем к выражению

$$\Delta_2 E_{l,m}^{hh} = p_{eff}^2 I_{eff} (2F_z^2 - F_x^2 - F_y^2) (l(l+1) - 3m^2) / 2\hbar^2 ((2l+3)(2l-1)(l+1)). \quad (18)$$

Когда $l=0$ и $m=0$, то

$$\Delta_2 E_{0,0}^{hh} = p_{eff}^2 I_{eff} F^2 / 3\hbar^2. \quad (19)$$

Волновые функции в нулевом и первом порядках теории возмущений примут вид

$$\Phi_{lm}^{(0)}(\theta, \varphi) = Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad \Phi_{lm}^{(1)}(\theta, \varphi) = \sum_{l',m'} \Phi_{l'm'}^{(0)}(\theta, \varphi) \langle l', m' | V | l, m \rangle / (E_l^{(0)} - E_{l'}^{(0)}). \quad (20)$$

Вычисления показывают, что для $\Phi_{lm}^{(1)}(\theta, \varphi)$ как в случае электрона (легких дырок), так и тяжелых дырок можем записать:

$$\begin{aligned}
\Phi_{l,m}^{(1)}(\theta, \varphi) &= \sum_{l',m'} Y_{l',m'} \frac{\langle l', m' | \hat{V} | l, m \rangle}{E_l - E_{l'}} = Y_{l-1,m+1} \frac{1}{2} \frac{(F_x - iF_y) P_{\text{eff}} a_{l-1,m-1}}{E_l - E_{l-1}} + \\
&+ Y_{l+1,m-1} \frac{1}{2} \frac{(F_x + iF_y) P_{\text{eff}} a_{l,m}}{E_l - E_{l+1}} - Y_{l+1,m+1} \frac{1}{2} \frac{(F_x - iF_y) P_{\text{eff}} a_{l,m}}{E_l - E_{l+1}} - \\
&- Y_{l-1,m-1} \frac{1}{2} \frac{(F_x + iF_y) P_{\text{eff}} a_{l-1,m-1}}{E_l - E_{l-1}} - Y_{l+1,m} \frac{F_z P_{\text{eff}} b_{l,m}}{E_l - E_{l+1}} - Y_{l-1,m} \frac{F_z P_{\text{eff}} b_{l-1,m}}{E_l - E_{l-1}},
\end{aligned} \tag{21}$$

где $a_{l,m} = \sqrt{(l+m+1)(l+m+2)/(2l+1)(2l+3)}$, $b_{l,m} = \sqrt{(l+m+1)(l-m+1)/(2l+1)(2l+3)}$.

В свою очередь, для матричных элементов межзонных дипольных переходов $M_{c,v}$, при пренебрежении членами второго порядка малости по полю, можем записать

$$M_{c,v} = A_0 \int [\Phi_c^{(0)}(\theta, \varphi) + \Phi_c^{(1)}(\theta, \varphi)]^* [\Phi_v^{(0)}(\theta, \varphi) + \Phi_v^{(1)}(\theta, \varphi)] d\Omega = A_0 (M_0 + M_1 + M_2). \tag{22}$$

После интегрирования для переходов ($lh \rightarrow e$) получим

$$\begin{aligned}
M_0^{(e \rightarrow lh)} &= \delta_{l_c, l_v} \delta_{m_c, m_v}, \\
M_1^{(e \rightarrow lh)} &= \frac{\delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c+1} (F_x - iF_y) P_{\text{eff}} a_{l_c, m_c} / 2 - \delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c-1} (F_x + iF_y) P_{\text{eff}} a_{l_c, m_c} + \delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c} F_z P_{\text{eff}} a_{l_c, m_c} / 2}{\sqrt{\mu_{e(lh)} s^2 [2\varepsilon_0 + \hbar^2 l_v (l_v + 1) / I_{\text{eff}}] + \mu_{e(lh)} s^2} - \sqrt{\mu_{e(lh)} s^2 [2\varepsilon_0 + \hbar^2 (l_v + 1) (l_v + 2) / I_{\text{eff}}] + \mu_{e(lh)} s^2}} + \\
&+ \frac{-\delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c+1} \frac{1}{2} (F_x - iF_y) P_{\text{eff}} a_{l_c-1, m_c-1} + \delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c-1} \frac{1}{2} (F_x + iF_y) P_{\text{eff}} a_{l_c-1, m_c-1} + \delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c+1} F_z P_{\text{eff}} a_{l_c-1, m_c}}{\sqrt{\mu_{e(lh)} s^2 [2\varepsilon_0 + \hbar^2 l_v (l_v + 1) / I_{\text{eff}}] + \mu_{e(lh)} s^2} - \sqrt{\mu_{e(lh)} s^2 [2\varepsilon_0 + \hbar^2 l_v (l_v - 1) / I_{\text{eff}}] + \mu_{e(lh)} s^2}}, \\
M_2^{(e \rightarrow lh)} &= \frac{\delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c+1} \frac{1}{2} (F_x - iF_y) P_{\text{eff}} a_{l_c, m_c} - \delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c-1} \frac{1}{2} (F_x + iF_y) P_{\text{eff}} a_{l_c, m_c} + \delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c} F_z P_{\text{eff}} a_{l_c, m_c}}{\sqrt{\mu_{e(lh)} s^2 [2\varepsilon_0 + \frac{\hbar^2 l_c (l_c + 1)}{I_{\text{eff}}}] + \mu_{e(lh)} s^2} - \sqrt{\mu_{e(lh)} s^2 [2\varepsilon_0 + \frac{\hbar^2 (l_c + 1) (l_c + 2)}{I_{\text{eff}}}] + \mu_{e(lh)} s^2}} + \\
&+ \frac{-\delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c+1} \frac{1}{2} (F_x - iF_y) P_{\text{eff}} a_{l_c-1, m_c-1} + \delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c-1} \frac{1}{2} (F_x + iF_y) P_{\text{eff}} a_{l_c-1, m_c-1} + \delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c+1} F_z P_{\text{eff}} a_{l_c-1, m_c}}{\sqrt{\mu_{e(lh)} s^2 [2\varepsilon_0 + \frac{\hbar^2 l_c (l_c + 1)}{I_{\text{eff}}}] + \mu_{e(lh)} s^2} - \sqrt{\mu_{e(lh)} s^2 [2\varepsilon_0 + \frac{\hbar^2 l_c (l_c - 1)}{I_{\text{eff}}}] + \mu_{e(lh)} s^2}}.
\end{aligned} \tag{23}$$

В свою очередь, для переходов ($hh \rightarrow e$) придем к выражению

$$\begin{aligned}
M_0^{(hh \rightarrow e)} &= \delta_{l_c, l_v} \delta_{m_c, m_v}, \\
M_1^{(hh \rightarrow e)} &= \frac{\delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c+1} \frac{1}{2} (F_x - iF_y) P a_{l_c, m_c} - \delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c-1} \frac{1}{2} (F_x + iF_y) P a_{l_c, m_c} + \delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c} F_z P a_{l_c, m_c}}{\frac{\hbar^2 l_v (l_v + 1)}{2I_{\text{eff}}} - \frac{\hbar^2 (l_v + 1) (l_v + 2)}{2I_{\text{eff}}}} + \\
&+ \frac{-\delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c+1} \frac{1}{2} (F_x - iF_y) P a_{l_c-1, m_c-1} + \delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c-1} \frac{1}{2} (F_x + iF_y) P a_{l_c-1, m_c-1} + \delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c+1} F_z P a_{l_c-1, m_c}}{\frac{\hbar^2 l_v (l_v + 1)}{2I_{\text{eff}}} - \frac{\hbar^2 l_v (l_v - 1)}{2I_{\text{eff}}}},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_2^{(hh \rightarrow e)} = & \frac{\delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c+1} \frac{1}{2} (F_x - iF_y) P a_{l_c, m_c} - \delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c-1} \frac{1}{2} (F_x + iF_y) P a_{l_c, -m_c} + \delta_{l_c, l_c+1} \delta_{m_c, m_c} F_z P a_{l_c, m_c}}{\frac{\hbar^2 l_c (l_c + 1)}{2I_{eff}} - \frac{\hbar^2 (l_c + 1)(l_c + 2)}{2I_{eff}}} + \\
& + \frac{-\delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c+1} \frac{1}{2} (F_x - iF_y) P a_{l_c-1, -m_c-1} + \delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c-1} \frac{1}{2} (F_x + iF_y) P a_{l_c-1, m_c-1} + \delta_{l_c, l_c-1} \delta_{m_c, m_c+1} F_z P a_{l_c-1, m_c}}{\frac{\hbar^2 l_c (l_c + 1)}{2I_{eff}} - \frac{\hbar^2 l_c (l_c - 1)}{2I_{eff}}}.
\end{aligned} \tag{24}$$

Как следует из выражений (23) и (24), для дипольных матричных элементов имеют место следующие правила отбора:

$$\begin{aligned}
m_c &= m_v \pm 1, m_c = m_v \\
l_c &= l_v \pm 1, l_c = l_v.
\end{aligned} \tag{25}$$

3. Заключение

Полученные выражения для энергетических уровней электрона и дырок позволяют определить граничные энергии межзонных переходов $\hbar\omega_{00}^{lh \rightarrow e}$ и $\hbar\omega_{00}^{hh \rightarrow e}$. Они характеризуют нижний энергетический предел падающего излучения, начиная с которого идет процесс поглощения в рассматриваемой системе. Для определения соответствующих значений энергий поглощения воспользуемся соотношением, содержащимся в аргументе дельта-функции выражения для коэффициента поглощения (9). В случае отсутствия поля для $\hbar\omega_{00}^{lh \rightarrow e}$ и $\hbar\omega_{00}^{hh \rightarrow e}$ можем записать:

$$\hbar\omega_{00}^{lh \rightarrow e} = \left(E_g + 2\sqrt{\mu_{e(lh)} s^2 (2\varepsilon_0^{e(lh)} + \mu_{e(lh)} s^2)} \right), \tag{26}$$

$$\hbar\omega_{00}^{hh \rightarrow e} = \left(E_g + E_0^{hh} + \sqrt{\mu_e s^2 (2\varepsilon_0^e + \mu_e s^2)} \right). \tag{27}$$

Численные расчеты были проведены для сферического слоя из InSb, для которого $s = 10^8$ см/с, $\mu_{e(lh)} = 0.015m_0$, $\mu_{hh} = 0.5m_0$ (m_0 – масса свободного электрона). Численные расчеты показывают, что эти энергии лежат в пределах инфракрасной области спектра. В частности, для значений радиусов $R_1 = 800\text{\AA}$ и $R_2 = 900\text{\AA}$ граничные значения энергий поглощения равны $\hbar\omega_{00}^{lh \rightarrow e} = 455.6$ мэВ и $\hbar\omega_{00}^{hh \rightarrow e} = 325.3$ мэВ. Учет влияния электрического поля приводит к небольшому уменьшению граничных энергий поглощения. При этом, для тех же радиусов R_1 и R_2 значения граничных энергий, соответственно, равны $\hbar\omega_{00}^{lh \rightarrow e} = 410.6$ мэВ (500 В/см), $\hbar\omega_{00}^{hh \rightarrow e} = 322$ мэВ (500 В/см). Здесь следует особо отметить, что из-за большого значения эффективной массы тяжелой дырки (соответственно, и эффективного момента импульса), для переходов между зонами тяжелых дырок и проводимости теория возмущений применима для очень малых значений поля $F_z \leq 50$ В/см. Для легких дырок подобной проблемы нет и теория возмущений хорошо работает вплоть до значений поля $F_z = 1000$ В/см.

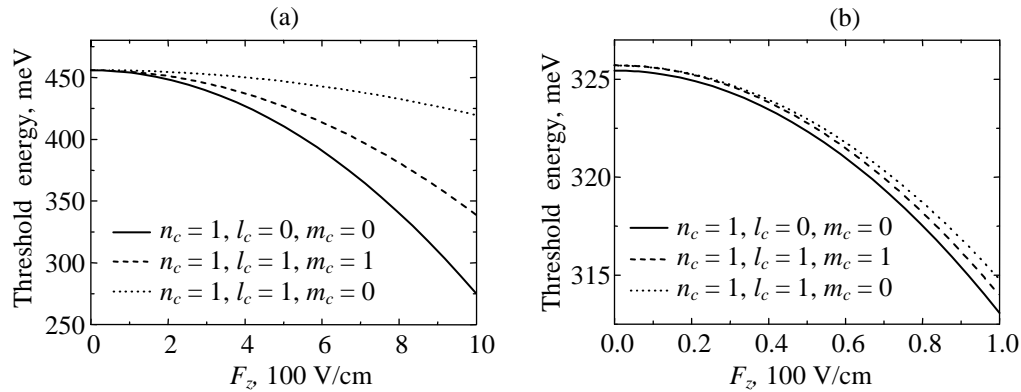


Рис.1. Зависимость пороговых энергий от электрического поля при $R_1 = 800 \text{ \AA}$, $R_2 = 900 \text{ \AA}$; а) для переходов $lh \rightarrow \text{электрон}$, б) для переходов $hh \rightarrow \text{электрон}$.

На рис.1 представлены зависимости пороговой энергии от величины электрического поля для переходов из зон легких (а) и тяжелых (б) дырок в зону проводимости когда $R_1 = 800 \text{ \AA}$ и $R_2 = 900 \text{ \AA}$. Как видно из рисунков, с увеличением F_z пороговая энергия поглощения в обоих случаях уменьшается, поскольку опускается дно ямы зоны проводимости, тогда как потолок валентной зоны поднимается. При этом, наиболее чувствительными к воздействию поля являются переходы между основными уровнями ($l = 0$, $m = 0$). Это обстоятельство можно объяснить тем, что лучше всего границы зон “чувствуют” основные уровни.

Автор выражает благодарность А.Х. Манаселяну и А.А. Саркисяну за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ж.И.Алферов. ФТП, **32**, 3 (1998).
2. Т.Chakraborty, P.Pietilainen. Phys. Rev. B, **50**, 8460 (1994).
3. V.Halonen, P.Pietilainen, T.Chakraborty. Europhys. Lett., **33**, 337 (1996).
4. A.Lorke et al. Phys. Rev. Lett., **84**, 2223 (2000).
5. W.C.Tan, J.C.Inkson. Semicond. Sci. Technol., **11**, 1635 (1996).
6. П.Винтерниц и др. Ядерная физика, **4**, 625 (1966).
7. N.V.Tkach, V.A.Golovatskiy, O.N.Vaycekhovskaya. Semiconductors, **34**, 602 (2000).
8. Э.М.Казарян, А.А.Костанян, А.А.Саркисян. Изв. НАН Армении, Физика, **42**, 218 (2007).
9. V.A.Harutyunyan. Physica E, **39**, 37 (2007).
10. V.A.Harutyunyan, E.M.Kazaryan, A.V.Meliksetyan, H.A.Sarkisyan. Physica E, **36**, 114 (2007).
11. K.D.Moiseev et al. Tech. Phys. Lett., **33**, 295 (2007).
12. E.M.Kazaryan, A.V.Meliksetyan, H.A.Sarkisyan. Tech. Phys. Lett., **33**, 964 (2007).
13. B.M.Askerov. Electron Transport Phenomena in Semiconductors. Singapore, World Scientific, 1993.
14. A.L.L.Efros, A.L.Efros. Semiconductors, **16**, 1209 (1982).
15. S.Flugge. Practical Quantum Mechanics. New York, Springer-Verlag, 1971.

Միջգոտիական անցումները նեղ արգելված գոտիով InSb գնդային քվանտային շերտերում էլեկտրական դաշտում

Ջ. Մարվան

Գնդային ռոտատորի մոդելի շրջանակներում տեսականորեն ուսումնասիրված են միջգոտիական անցումները նեղ արգելված գոտիով InSb-ից գնդային քվանտային շերտում: Էլեկտրոնի և թեթև խոռոչի դիսպերսիայի օրենքները բերված են Քեյնի երկգոտիական մոտավորությամբ, իսկ ծանր խոռոչների համար դիտարկված է ստանդարտ դիսպերսիայի օրենքը: Հաշվարկված են թեթև խոռոչների գոտուց հաղորդականության գոտի, ինչպես նաև ծանր խոռոչների գոտուց հաղորդականության գոտի անցումներին համապատասխանող կլանման գործակիցները: Որոշված են ջոկման կանոնները և կլանման շեմային հաճախությունները: Ցույց է տրված, որ թույլ էլեկտրական դաշտի կիրառման դեպքում փոխվում են դիպոլային անցումների ջոկման կանոնները և շեմային հաճախությունները:

INTERBAND TRANSITIONS IN A NARROW-BAND SPHERICAL
InSb QUANTUM LAYER IN THE PRESENCE OF AN ELECTRIC FIELD

Z. MARWAN

The interband transitions in a narrow-band InSb quantum spherical layer are investigated within the framework of the spherical rotator model. The electron and light-hole dispersions are described using the two-band Kane approximation, while for heavy holes the standard dispersion is considered. The absorption coefficients for transitions between conduction and light-hole, heavy-hole bands are calculated. The selection rules and absorption threshold frequencies are determined. It is shown that in the presence of a weak electric field the selection rules and absorption threshold frequencies for dipole transitions are modified.

УДК 538.945

ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ДАВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО СОСТОЯНИЯ БИНАРНОГО МЕТАЛЛОСТЕКЛА $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$

А.М. ВОРА

Пармешвари 165, Бхудж-Катч, Гуджарат, Индия

(Поступила в редакцию 15 апреля 2008 г.)

Теоретически, с помощью формализма модельного потенциала, вычислена зависимость от давления параметров сверхпроводящего состояния (СС) бинарных металлосплавов $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$. Используя зависимость от объема импульса Ферми k_F и температуры Дебая θ_D , выведены явные выражения для объемной зависимости константы электрон-фононной связи λ и кулоновского псевдопотенциала μ^* . Используя известный модельный потенциал пустого ядра Ашкрофта и пять различных видов локально-полевых поправочных функций, предложенных Хартри, Тейлором, Ичимару–Уцуми, Фаридом и др. и Саркарсом и др., получена зависимость от давления температуры перехода T_c и логарифмическая производная по объему (эффективного взаимодействия N_0V для сверхпроводящих металлостекло. Обнаружено, что T_c металлостекла $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$ быстро убывает с увеличением давления – вплоть до 60%-ного уменьшения объема, в котором кривые μ^* и λ (носят линейный характер. Сверхпроводящая фаза исчезает при примерно 60%-ном уменьшении.

1. Введение

С возникновением техники высоких давлений, в последнее время стало возможным изучение широкого спектра явлений, имеющих место в твердых телах при высоких давлениях, с использованием диагностических средств различного типа, применявшихся ранее лишь при обычном давлении. В твердых телах под высоким давлением можно, вообще говоря, ожидать переходы металла в диэлектрик, магнетика в немагнитное вещество или переходы между кристаллическими структурами, так что указанная техника предоставляет уникальную возможность исследования различных форм и фаз одного и того же вещества. Кроме того, эта техника дает возможность изменять, зачастую в малой, но хорошо контролируемой степени, нужные электронные свойства, такие как плотность состояний, обменные взаимодействия, электрон-фононная связь, что может обеспечить доступные способы критической оценки предсказаний теоретических моделей. Говоря шире, при приложении внешнего давления меняются расстояния между ионами в твердых телах, что в принципе может быть достигнуто и химическими процессами, ведущими к сжатию решетки. Однако, поскольку последние включают в себя взаимосвязанные параметры, то получаемые результаты всегда могут быть неоднозначными. Не менее интересно воздействие давления на сверхпроводимость. Нормальный металл или неметалл может под давлением стать сверхпроводником, а сверхпроводник – несверхпроводником. Влияние давления на сверхпроводящие свойства является с давних пор предметом повышенного интереса и к настоящему времени оно исследовано для целого ряда сверхпроводящих элементов.

Изучение эффектов давления в сверхпроводниках считалось в свое время наиболее эффективным для выяснения основного механизма сверхпроводимости. Однако полученные данные имели настолько большой разброс и так затрудняли понимание, что влияние давления на сверхпроводимость стало само по себе сомнительной областью [1].

Вопрос о том, может ли приложение достаточного давления к сверхпроводнику запретить в конечном счете переход в сверхпроводящее состояние вплоть до абсолютного нуля, стимулировал ранее открытие [2] того факта, что давление может понизить температуру перехода T_c сверхпроводника. Были проведены различные экспериментальные исследования [3-8] поведения температуры сверхпроводящего перехода, а также попытки феноменологического подхода к описанию поведения T_c с изменением давления в металле [7-9]. Делались также попытки изучения зависимости от давления путем рассмотрения различных имеющих место взаимодействий [10-14], а также с полуэмпирической точки зрения. Однако, насколько нам известно, не было серьезных попыток теоретически понять зависимость от давления параметров λ , а именно, константы электрон-фононной связи λ , кулоновского псевдопотенциала μ^* , температуры перехода T_c и эффективного взаимодействия N_0V в сверхпроводящих металлостеклах.

Поэтому в настоящей работе мы предприняли попытку рассмотрения зависимости от давления вышеуказанных параметров металлостекла $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$, исходя из изменения константы электрон-фононной связи λ и кулоновского псевдопотенциала μ^* с объемом. Мы используем модельный псевдопотенциал пустого ядра (ПЯ) Ашкрофта [15], который, как было показано [16-18], успешно объясняет сверхпроводимость в ряде металлических сверхпроводников. Для изучения экранирующего воздействия на вышеотмеченные параметры мы использовали пять различных видов локальнополевых поправочных функций, предложенных Хартри (Х) [19], Тейлором (Т) [20], Ичимару-Уцуми (ИУ) [21], Фаридом и др. (Ф) [22] и Саркар и др. (С) [23]. Нами будут в явном виде получены изменения с объемом импульса Ферми k_F и температуры Дебая θ_D , а значит, и величин λ , μ^* , T_c и Φ для сверхпроводящего металлостекла $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$. Выражение для объемной зависимости T_c было получено Шарма и др. [24] для металлов. В данной работе этот подход распространен на металлические стекла. Для изучения объемной зависимости эффективного взаимодействия N_0V мы определяем величину $\Phi = \partial \log(N_0V) / \partial \log \Omega$ и вычисляем ее для металлостекла $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$. Гуптой и др. [14] было получено явное выражение для константы электрон-фононной связи λ в случае металлостекла $\text{Mg}_{70}\text{Zn}_{30}$, в котором были для простоты сделаны некоторые изменения. Кроме того, в их расчетах не был введен эффект экранировки. В настоящей работе мы приводим общее выражение для константы электрон-фононной связи λ , которое будет весьма полезно для многих читателей. Мы учитываем также эффекты экранирования.

2. Методика вычислений

В настоящем исследовании константа электрон-фононной связи λ вычисляется по формуле [16-18]

$$\lambda = \frac{m_b \Omega_0}{4\pi^2 k_F M \langle \omega^2 \rangle} \int_0^{2k_F} q^3 |V(q)|^2 dq. \quad (1)$$

Здесь m_b – зонная масса, M – масса иона, Ω_0 – объем атома, k_F – импульс Ферми, $V(q)$ – псевдопотенциал и $\langle \omega^2 \rangle$ – средний квадрат энергии фонона бинарного стекольного сплава. Последняя величина вычисляется с помощью соотношения, приведенного Батлером [25]: $\langle \omega^2 \rangle^{1/2} = 0.69\theta_D$, где θ_D – температура Дебая металлического стекла.

Обозначая $X = q/2k_F$ и используя соотношение $\Omega_0 = 3\pi^2 Z/k_F^3$, получим равенство (1) в виде

$$\lambda = \frac{12m_b Z}{M \langle \omega^2 \rangle} \int_0^{2k_F} X^3 |W(X)|^2 dX, \quad (2)$$

где Z и $W(X)$ суть, соответственно, валентность металlostекла и псевдопотенциал ПЯ [15] бинарной смеси. Последний для бинарных металlostекло имеет вид

$$W(X) = \frac{-2\pi Z}{\Omega_0 X^2 k_F^2 \varepsilon(X)} \cos(2k_F X r_C), \quad (3)$$

где r_C – параметр потенциала. Модель потенциала ПЯ является простой однопараметрической моделью, которая была успешно использована в случае различных металлокомплексов [16-18].

Далее, $\varepsilon(X)$ есть модифицированная диэлектрическая функция Хартри [19], которая записывается в виде

$$\varepsilon(X) = 1 + (\varepsilon_H(X) - 1)(1 - f(X)). \quad (4)$$

Здесь $\varepsilon_H(X)$ – статическая диэлектрическая функция Хартри, которая дается выражением [19]

$$\varepsilon_H(X) = 1 + \frac{me^2}{2\pi k_F \hbar^2 \eta^2} \left(\frac{1 - \eta^2}{2\eta} \ln \left| \frac{1 + \eta}{1 - \eta} \right| + 1 \right); \quad \eta = \frac{q}{2k_F}, \quad (5)$$

а $f(X)$ – локально-полевая поправочная функция. Здесь мы используем локально-полевые поправочные функции X, T, ИУ, Ф и С для выяснения воздействия обменных и корреляционных эффектов. Детали всех локально-полевых поправок приведены ниже.

Экранирующая функция X является чисто статической и не содержит обменных и корреляционных эффектов. Для нее

$$f(X) = 0. \quad (6)$$

Тейлор [20] ввел аналитическое выражение для локально-полевой поправочной функции, которое точно удовлетворяет правилу сумм для сжимаемости. Это – наиболее

часто используемая локально-полевая поправочная функция, которая охватывает все особенности различных функций, предложенных до 1972 г. Согласно Тейлору,

$$f(X) = \frac{q^2}{4k_F^2} \left[1 + \frac{0.1534}{\pi k_F^2} \right]. \quad (7)$$

Функция ИУ дается подгоночной формулой для функции диэлектрического экранирования вырожденной электронной жидкости при металлических и более низких плотностях, которая точно воспроизводит результаты Монте-Карло, а также удовлетворяет условию самосогласованности в правиле сумм для сжимаемости и в короткодействующих корреляциях. Подгоночная формула имеет вид

$$f(X) = A_{IW}Q^4 + B_{IW}Q^2 + C_{IW} + \left[A_{IW}Q^4 + \left(B_{IW} + \frac{8A_{IW}}{3} \right) Q^2 - C_{IW} \right] \left\{ \frac{4-Q^2}{4Q} \ln \left| \frac{2+Q}{2-Q} \right| \right\}. \quad (8)$$

На основе функции ИУ, Фарид и др. [22] предложили локально-полевую поправочную функцию в виде

$$f(X) = A_FQ^4 + B_FQ^2 + C_F + \left[A_FQ^4 + D_FQ^2 - C_F \right] \left\{ \frac{4-Q^2}{4Q} \ln \left| \frac{2+Q}{2-Q} \right| \right\}. \quad (9)$$

Основываясь на формулах (8) и (9), Саркар и др. [23] предложили простой вид локально-полевой поправочной функции:

$$f(X) = A_S \left\{ 1 - (1 + B_S Q^4) \exp(-C_S Q^2) \right\}, \quad (10)$$

где $Q = 2X$. Величины A_{IW} , B_{IW} , C_{IW} , A_F , B_F , C_F , D_F , A_S , B_S и C_S являются зависящими от атомного объема параметрами локально-полевых поправочных функций ИУ, Φ и S . Явные выражения для этих параметров приведены в соответствующих статьях [21-23].

Для описания объемной зависимости величины θ_D предположим, что константа Грюнайзена [1,14]

$$\gamma_G = -\partial \ln \theta_D / \ln \Omega \quad (11)$$

не зависит от объема [10,11,14,26,27]. Тогда температуру Дебая можно записать в виде

$$\theta_D = \theta_{D0} (\Omega/\Omega_0)^{-\gamma_G}. \quad (12)$$

Изменение фермиевского импульса с объемом может быть вычислено из соотношения $k_F = k_{F0} (1 - \Delta\Omega / 3\Omega_0)$. Подставляя $\Delta\Omega$ ю $\Omega - \Omega_0$, получим

$$k_F = (k_{F0}/3)(4 - \Omega/\Omega_0). \quad (13)$$

Величины θ_{D0} и k_{F0} в формулах (12) и (13) соответствуют температуре Дебая и импульсу Ферми при нормальном объеме, а $\Delta\Omega$ есть изменение объема. Используя (1)-(13), получим явное выражение для объемной зависимости константы электрон-фононной связи λ в виде

$$\lambda = \lambda_0 \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-2\gamma_G} \frac{\int_0^1 X^3 |W(X)|^2 dX}{\int_0^1 X_0^3 |W(X_0)|^2 dX_0}. \quad (14)$$

Здесь $X_0 = q/2k_{F0}$, а k_{F0} и λ_0 суть импульс Ферми и константа электронфононной связи при нормальном объеме. Пользуясь формулами (13) и (14) и выполняя требуемое дифференцирование, приходим к следующему соотношению:

$$\frac{\partial \ln \lambda}{\partial \ln \Omega} = 2\gamma_G - \left(\frac{4\pi^2 Z^2}{\lambda^2} \right) \int_0^1 \left[\frac{\cos^2(2k_F X r_C)}{X \varepsilon(X)} \right] dX. \quad (15)$$

Это выражение является улучшением выражений, полученных в [10,24,27,28], поскольку оно дает разумные результаты для зависимости сверхпроводимости от давления.

Далее, мы учитываем также эффекты объемной зависимости кулоновского псевдопотенциала μ^* путем рассмотрения изменения импульса Ферми и температуры Дебая с объемом. Использованное нами выражение имеет вид [14]

$$\mu^* = \frac{\frac{3m_b}{\pi k_{F0} (4 - \Omega/\Omega_0)} \int_0^1 \frac{dX}{X \varepsilon(X)}}{1 + \frac{3m_b}{\pi k_{F0} (4 - \Omega/\Omega_0)} \ln \left[\frac{k_{F0}^2 (4 - \Omega/\Omega_0)^2}{180\theta_{D0} (\Omega/\Omega_0)^{-\gamma_G}} \right] \int_0^1 \frac{dX}{X \varepsilon(X)}}. \quad (16)$$

При том значении объема, при котором $\lambda = \mu^*$, сверхпроводимость должна исчезать и важную роль для точного определения этого перехода играет знание объемной зависимости кулоновского псевдопотенциала вблизи точки гашения.

Поскольку температура сверхпроводящего перехода T_C зависит от θ_D , λ и μ^* , то для определения объемной зависимости T_C необходимо учесть объемную зависимость этих величин. Выражение для температуры сверхпроводящего перехода имеет вид [16-18,29]

$$T_C = \frac{\theta_D}{1.45} \exp \left[\frac{-1.04[1+\lambda]}{\lambda - \mu^* (1+0.62\lambda)} \right]. \quad (17)$$

Объемная зависимость температуры сверхпроводящего перехода может быть получена из объемной зависимости λ и μ^* посредством формулы (12). Она имеет вид

$$T_C = T_{C0} \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-\gamma_G} \left\{ \frac{\exp \left[\frac{-1.04(1+\lambda)}{\lambda - \mu^* (1+0.62\lambda)} \right]}{\exp \left[\frac{-1.04(1+\lambda_0)}{\lambda - \mu_0^* (1+0.62\lambda_0)} \right]} \right\}, \quad (18)$$

где T_C и T_{C0} – значения температуры сверхпроводящего перехода для значений объема Ω и Ω_0 , соответственно. В формуле (18) $\mu_0^* = 0.13$, согласно Макмиллану [29].

В излагаемой теории эффективное взаимодействие $N_0 V$ равно примерно [10,29]

$$N_0V \cong \frac{\lambda - \mu^*}{1 + \lambda}. \quad (19)$$

Далее, логарифмическая производная Φ эффективного взаимодействия N_0V по объему определяется как [1,24]

$$\Phi = \frac{\partial \ln(N_0V)}{\partial \ln \Omega}. \quad (20)$$

Вычисляя эту производную от выражения (19), получим

$$\Phi = \frac{\lambda(1 + \mu^*)}{(1 + \lambda)(\lambda - \mu^*)} \frac{\partial \ln \lambda}{\partial \ln \Omega}. \quad (21)$$

Подставляя сюда выражение (15), получаем требуемую величину Φ . Это выражение, так же как и выражение для λ , полученное выше, качественно отличается от результатов, полученных в [10,24,27,28].

3. Результаты и обсуждение

Входные параметры и другие константы, используемые в настоящих вычислениях, взяты из нашей предыдущей работы [18]. Требуемое значение константы Грюнаизена взято равным $\gamma_G = 1.07$. Зависимость параметров СС от давления приведена на рис. 1–5.

Зависимость от давления константы электрон-фононной связи λ рассчитана по формуле (14) вплоть до 60%-ного изменения объема. Изменение λ с объемом в модели потенциала ПЯ показана на рис.1. Из рисунка заметно, что значения λ довольно чувствительны к локально-полевым поправочным функциям. Видно, что X-функция дает наименьшее значение, в то время как наибольшие значения получаются с Φ -функцией. Нами также рас-считано, что влияние на λ локально-полевых поправочных функций в процентном отношении к статической X-функции составляет 35.57%–87.24%.

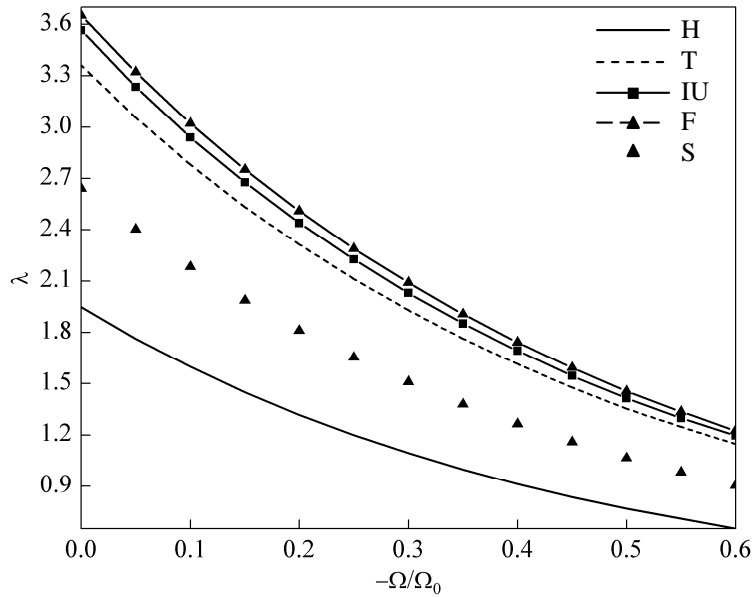


Рис.1. Изменение константы электрон-фононной связи с изменением объема.

Изменение с объемом кулоновского псевдопотенциала μ^* приведено на рис.2. Вообще говоря, на графике зависимости μ^* от объема должен наблюдаться минимум при $(\Delta\Omega / \Omega_0 \approx 0.5)$, показывая, что прямое кулоновскоотталкивающее взаимодействие между электронами при этом давлении ослабевает, так что электрон-фононное взаимодействие может стать наиболее эффективным при этом значении объема. Однако в настоящем случае кривая не имеет минимума. Видно, что значения μ^* лежат между 0.1953 и 0.2338, что согласуется качественно с результатами [29], где $\mu^* \approx 0.13$ для переходных металлов. Слабое влияние экранирования наблюдается в рассчитанных значениях μ^* . Влияние на μ^* различных локально-полевых поправочных функций в процентном отношении к статической X-функции для сверхпроводящих металлостекол $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$ находится в интервале 7.59%–13.20%. Как и прежде, X-функция экранирования дает наименьшее значение, а Ф-функция – наибольшее значение величины μ^* .

Данные, показывающие объемную зависимость сверхпроводящего перехода или критической температуры T_c , полученные в настоящей формулировке, представлены на рис.3. Видно, что T_c довольно чувствительна к локально-полевым поправочным функциям. Видно также, что статическая X-функция дает наинизшее, а Ф-функция – наивысшее значение T_c . Влияние на сверхпроводящий переход, т.е. на T_c различных локально-полевых поправочных функций в процентном отношении к статической X-функции составляет 22.87%–50.60%. Хорошо видно, что T_c металлостекол $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$ быстро понижается с увеличением давления вплоть до шестидесятипроцентного уменьшения объема, где кривые μ^* и Ф ведут себя линейно. Сверхпроводящая фаза исчезает при примерно шестидесятипроцентном уменьшении объема.

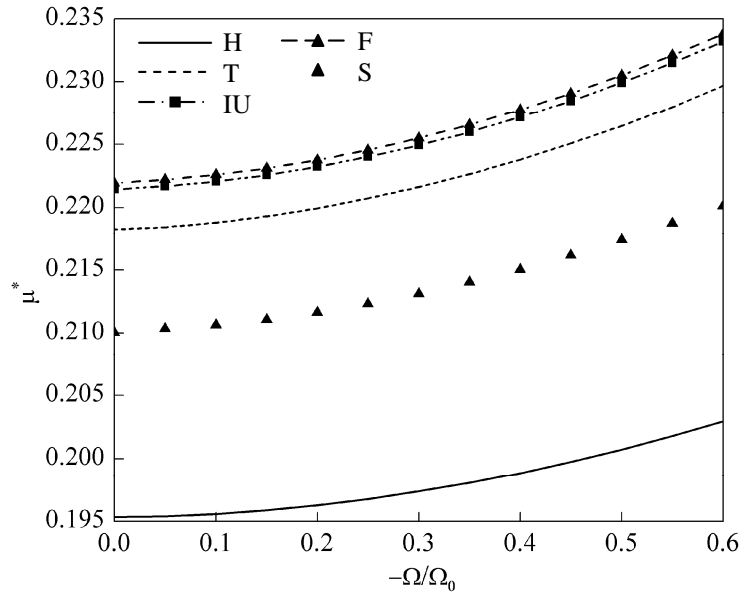


Рис.2. Изменение кулоновского псевдопотенциала с изменением объема.

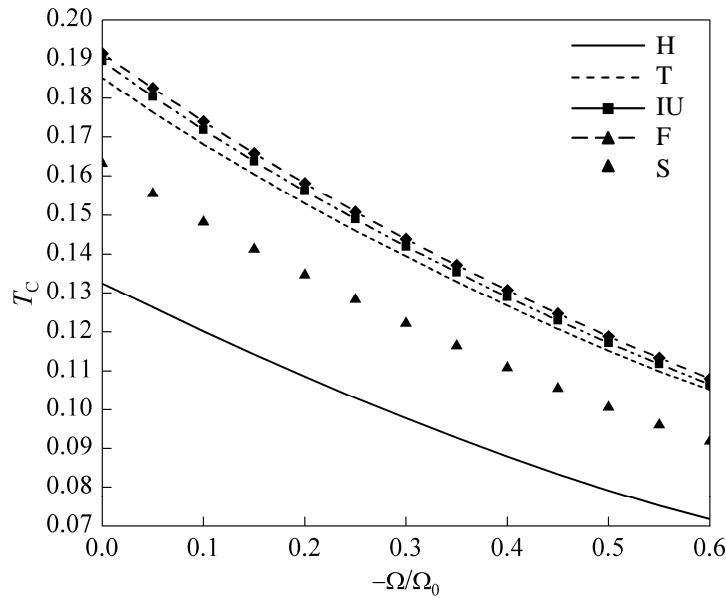


Рис.3. Изменение температуры перехода с изменением объема.

Рис.4 демонстрирует изменение с объемом логарифмической производной Φ эффективного взаимодействия N_0V . Этот график должен, вообще говоря, иметь “колени” при $-\Delta\Omega / \Omega_0 \approx 0.5$. Однако, в наших расчетах оно отсутствует, что подтверждает вышеприведенные рассуждения. На рисунке видно, что производная Φ довольно чувствительна к локально-полевым поправочным функциям. Здесь также минимальное и

максимальные значения получаются в случаях X- и Ф-функций, соответственно. Влияние на Ф различных локально-полевых поправочных функций в процентном отношении к статической X-функции составляет 18.96%–37.24%. Таким образом, величина логарифмической производной Ф показывает, что исследуемое металлостекло относится к сверхпроводникам со связью в области от слабой до промежуточной.

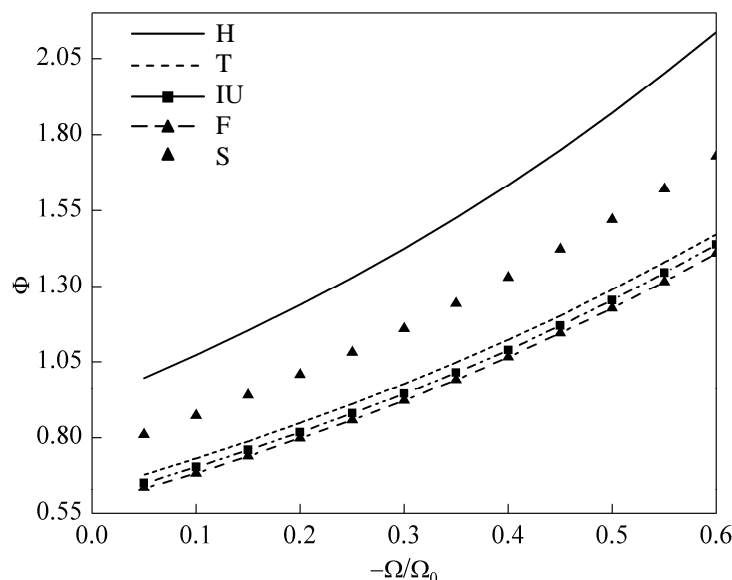


Рис.4. Изменение логарифмической производной по объему с изменением объема.

На рис.5 приведены объемные зависимости величин λ и μ^* на одном и том же графике. Точка пересечения кривых λ и μ^* дает то значение объема, при котором $\lambda = \mu^*$, т.е. сила взаимодействия стремится к нулю, а Φ к бесконечности. Соответствующее давление может быть названо критическим, поскольку при этом давлении сверхпроводимость гасится. В настоящей работе найдено, что величина $-\Delta\Omega / \Omega_0$ при критическом давлении равна 0.39, 0.16, 0.15, 0.15 и 0.22 для локально-полевых поправочных функций X, T, ИУ, Ф и С, соответственно Эти значения хорошо согласуются с вычисленными из кривой μ^* .

Эффект локально-полевых поправочных функций играет важную роль в вычислении λ и μ^* , что приводит к резкому изменению T_c и Φ . Поправочные функции ИУ, Ф и С могут давать такие же согласованные результаты по зависимости параметров СС сверхпроводящего металлостекла $Ca_{70}Mg_{30}$ от давления, как и обычно используемые функции X и T. Таким образом, нам удалось показать возможность использования этих более перспективных функций.

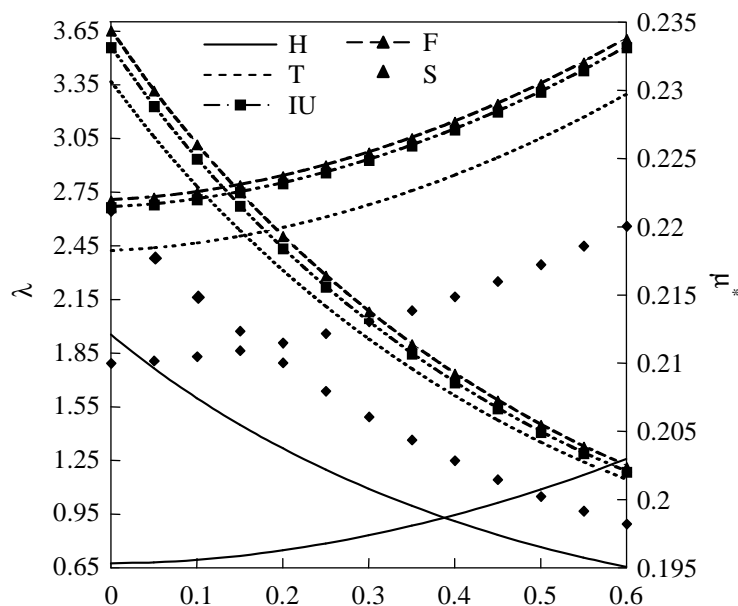


Рис.5. Изменение λ и μ^* с изменением объема.

4. Заключение

В заключение можно добавить, что представленная теория хорошо и полностью отвечает на вопросы, связанные с влиянием давления на сверхпроводимость, в частности, имея в виду, что отсутствуют надежные экспериментальные данные по величине γ_G при низких температурах. Далее, приведенные результаты могут быть улучшены, если неопределенность в значениях μ^* и γ_G будет устранена. В литературе по сверхпроводящим металлокерамкам $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$ отсутствуют экспериментально измеренные значения параметров СС в зависимости от давления, поэтому трудно привести какие-либо особые комментарии. Однако сравнение с теоретическими данными подтверждает применимость модельного потенциала ПЯ и различных форм локально-полевых поправочных функций. Подобное исследование зависимости параметров СС от давления проводится нами в настоящее время для других металлокерамкок.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.V.Narlikar, S.N.Ekbote.** Superconductivity and superconducting materials. South Asian Publishers, New Delhi, Madras, 1983.
2. **G.J.Sizoo, H.K.Onnes.** Commun. Phys. Lab., Leiden. Univ., 1926, p.180.
3. **N.B.Brandt, N.I.Ginzburg.** Sov. Phys. JETP, **17**, 1262 (1963).
4. **M.Levy, J.L.Olsen.** Rev. Sci. Instrum., **36**, 233 (1965).
5. **L.D.Jennings, C.A.Swenson.** Phys. Rev., **112**, 31 (1958).
6. **M.Levy, J.L.Olsen.** Solid State Commun., **2**, 137 (1964).
7. **M.Levy, J.L.Olsen.** Physics of high pressure and the condensed phase (ed. by A. Van Itterbeek). North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1965.
8. **T.F.Smith, C.W.Chu.** Phys. Rev., **159**, 353 (1967).

9. **V.L.Ginzberg**. Sov. Phys. JETP, **17**, 1415 (1963).
10. **P.E.Sieden**. Phys. Rev., **179**, 458 (1969).
11. **J.S.Rajput, A.K.Gupta**. Phys. Status Sol., **40**, 87 (1970).
12. **N.V.Zavaritskii**. Sov. Phys. Uspekhi, **15**, 608 (1972).
13. **J.S.Rajput, L.K.Jain**. Indian J. Pure Appl. Phys., **14**, 533 (1976).
14. **M.Gupta, K.S.Sharma, L.Dass**. Pramana – J. Phys., **53**, 773 (1999).
15. **N.W.Ashcroft**. Phys. Lett., **23**, 48 (1966).
16. **A.M.Vora**. Physica C, **450**, 135 (2006); Physica C, **458**, 21 (2007); Physica C, **458**, 43 (2007).
17. **A.M.Vora**. Phys. Scr., **76**, 204 (2007); J. Supercond. Novel Mag., **20**, 355 (2007); J. Supercond. Novel Mag., **20**, 387 (2007); J. Optoelec. Adv. Mater., **9**, 2498 (2007).
18. **A.M.Vora**. Comp. Mater. Sci., **40**, 492 (2007); Chinese Phys. Lett., **24**, 2624 (2007); J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), **43**, 27 (2008).
19. **W.A.Harrison**. Pseudopotentials in the Theory of Metals. W.A. Benjamin, New York, 1966.
20. **R.Taylor**. J. Phys. F: Met. Phys., **8**, 1699 (1978).
21. **S.Ichimaru, K.Utsumi**. Phys. Rev. B, **24**, 3220 (1981).
22. **B.Farid, V.Heine, G.E.Engel, I.J.Robertson**. Phys. Rev. B, **48**, 11602 (1993).
23. **A.Sarkar, D.S.Sen, S.Haldar, D.Roy**. Mod. Phys. Lett. B, **12**, 639 (1998).
24. **R.Sharma, K.S.Sharma, L.Dass**. Czech. J. Phys. B, **38**, 611 (1988).
25. **W.H.Butler**. Phys. Rev. B, **15**, 5267 (1977).
26. **S.C.Jain, C.M.Kachhava**. Phys. Status Sol. (b), **107**, 139 (1981).
27. **R.E.Hodder**. Phys. Rev., **180**, 530 (1969).
28. **J.L.Olsen, K.Andres, T.H.Gebelle**. Phys. Lett. A, **26**, 239 (1968).
29. **W.A.McMillan**. Phys. Rev., **167**, 331 (1968).

PRESSURE DEPENDENCE OF THE SUPERCONDUCTING STATE PARAMETERS
OF A BINARY $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$ METALLIC GLASS SUPERCONDUCTOR

A.M. VORA

Theoretical computation of the pressure dependence of superconducting state parameters of a binary $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$ metallic glass is performed using model potential formalism. Explicit expressions have been derived for the volume dependence of the electron–phonon coupling strength λ and the Coulomb pseudopotential μ^* considering the variation of the Fermi momentum k_F and Debye temperature θ_D with volume. Well-known Ashcroft’s empty core model pseudopotential and five different types of the local-field correction functions, namely, Hartree, Taylor, Ichimaru–Utsumi, Farid et al. and Sarkar et al. have been used for obtaining pressure dependence of transition temperature T_C and the logarithmic volume derivative Φ of the effective interaction strength N_0V for metallic glass superconductor. It has been observed that T_C of $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$ metallic glass decreases rapidly with the increase in the pressure up to 60% decrease in the volume, for which the μ^* and Φ curves show a linear nature. The superconducting phase disappears at about 60% decrease in the volume.

УДК 537.62

**МНОГОМЕРНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ
В АНТИФЕРРОМАГНИТНЫХ МОДЕЛЯХ
И ЛЯПУНОВСКИЙ ПОКАЗАТЕЛЬ,
СВЯЗАННЫЙ С ПЛАТО НАМАГНИЧЕННОСТИ**

В.В. ОГАННИСЯН

Ереванский физический институт им А.И. Алиханяна, Армения

(Поступила в редакцию 14 мая 2008 г.)

Рассмотрена модель Гейзенберга с двух- и трехчастичными взаимодействиями на рекурсивной лестнице в сильном магнитном поле. Выведены рекуррентные соотношения для ветвей статистической суммы модели Изинга с двух- и трехчастичными взаимодействиями. В качестве рекурсивной решетки выбрана зигзагообразная лестница. В антиферромагнитном случае наблюдаются плато намагниченности при низких температурах. Вычислен ляпуновский показатель для трехмерного отображения при низких температурах. Показано, что для некоторых значений параметров двойного и тройного взаимодействия в антиферромагнитном случае максимальный ляпуновский показатель приближается к нулю.

1. Введение

Как известно, используя динамический подход, можно получить рекурсивные соотношения для статистической суммы на рекуррентных (иерархических) решетках [1,2]. Термодинамические свойства физической системы, а именно, свободная энергия, намагниченность, магнитная восприимчивость, теплоемкость и энтропия могут быть получены из статистической суммы.

Статистические физические модели на решетках можно рассматривать как промежуточные системы между одномерным (1D) и двумерным (2D) решеточными моделями. Они были предметом все более и более интенсивного изучения в последние десятилетия [3-6]. Исследование спиновых систем на зигзагообразных лестницах представляет интерес по двум причинам: во-первых, они более легки для теоретического рассмотрения, чем двумерные, и во-вторых, эти системы демонстрируют множество интересных явлений, потому что здесь квантовые колебания крайне важны. В природе такие материалы, как $Sr_{n-1}Cu_{n+1}O_{2n}$, $Sr_{1-n}Cu_nO_2$, $La_{4+4n}Cu_{8+2n}O_{14+8n}$, имеют зигзагообразную структуру [7-12].

Необычные свойства ${}^3\text{He}$ сделали из него хорошего кандидата для модели на лестницах. Экспериментально установлено, что первый и второй слои твердого ${}^3\text{He}$ имеют треугольную решеточную структуру, а третий слой в некоторых случаях можно рассматривать как жидкость на решетке когаме [13-15].

Рекурсивные решетки позволяют изучать статистические свойства системы методами теории динамических систем для случая одномерных отображений [16]. Для многомерных отображений эти методы были использованы в работах [17,18]. Плато намагниченности хорошо демонстрируется в антиферромагнитных моделях на квадратных, зигзагообразных и когаме лестницах. С помощью динамических (рекурсивных) методов были исследованы зигзагообразные лестницы. Для статистической суммы эти отображения многомерны. Было показано, что в антиферромагнитных моделях с многочастичными взаимодействиями появляются плато намагниченности [19,20].

В настоящей работе, используя динамический метод для модели Изинга с двух- и трехчастичными взаимодействиями на зигзагообразной лестнице во внешнем магнитном поле, исследована намагниченность системы. Рассмотрен также ляпуновский показатель на зигзагообразной решетке. Показано, что в антиферромагнитных моделях на плато намагниченности существует некоторое значение магнитного поля, для которого максимальный ляпуновский показатель приблизительно равен нулю.

2. Гамильтониан модели с двух- и трехчастичными взаимодействиями на зигзагообразной лестнице

Рассмотрим антиферромагнитную модель Гейзенберга с двух- и трехчастичными взаимодействиями на рекурсивной решетке. В общем случае гамильтониан такой системы имеет следующий вид:

$$H = H_{ex} + H_z, \quad (1)$$

где H_{ex} – гамильтониан, обусловленный обменными спиновыми взаимодействиями, а H_z – гамильтониан Зеемана. Для зигзагообразной лестницы с двух и трехчастичными взаимодействиями H_{ex} можно записать в виде

$$H_{ex} = J_2 \sum_{pairs} (P_2 + P_2^{-1}) - J_3 \sum_{pairs} (P_3 + P_3^{-1}), \quad (2)$$

где J_2 и J_3 – константы взаимодействия, а P_2 и P_3 – операторы двойного и тройного взаимодействия, выведенные Дираком [21]:

$$P_{ij} = \frac{1 + \sigma_i \sigma_j}{2}, \quad P_{ijk} = P_{ij} P_{jk} = \frac{(1 + \sigma_i \sigma_j)(1 + \sigma_j \sigma_k)}{4}, \quad (3)$$

где σ_i – матрицы Паули. Гамильтониан Зеемана имеет вид

$$H_z = -\sum_i \frac{\gamma}{2} \hbar B \sigma_i, \quad (4)$$

где γ – гиромагнитное отношение молекул, B – магнитное поле, \hbar – постоянная Планка. Подставляя (2) и (4) в (1), для гамильтониана системы получим

$$H = (J_2/2) \sum_{\langle i,j \rangle} (1 + \sigma_i \sigma_j) - (J_3/2) \sum_{\langle i,j,k \rangle} (1 + \sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_k + \sigma_k \sigma_i) - \sum_i \hbar B \sigma_i. \quad (5)$$

Из опытов известно, что в сильном магнитном поле спин частицы направлен по направлению поля и принимает значения ± 1 , т.е. в сильном магнитном поле антиферромагнетную модель Гейзенберга можно аппроксимировать моделью Изинга. В этом случае гамильтониан (5) не меняет свой вид, а σ_i принимают значения ± 1 .

3. Рекуррентные соотношения для ветвей статистической суммы

Для гамильтониана (5) статистическая сумма имеет следующий вид:

$$Z = \sum_{\langle \sigma_i \rangle} \exp\{-\beta H\}. \quad (6)$$

Для получения статистической суммы в виде рекуррентных соотношений, разрежем решетку с центрального треугольника (со спинами $\Delta^0 = \{\sigma_{-1}, \sigma_0, \sigma_1\}$) на две части, обозначив их через $g_n(\sigma_0, \sigma_{-1})$ и $g_n(\sigma_0, \sigma_1)$ (см. рис.1). После этого продолжим эту процедуру. Таким образом, для статистической суммы получим

$$Z = \sum_{\langle \sigma_{-1}, \sigma_0, \sigma_1 \rangle} \exp\{\Delta^0\} g_n(\sigma_0, \sigma_{-1}) g_n(\sigma_0, \sigma_1), \quad (7)$$

где $\exp\{\Delta^0\}$ – вклад центрального треугольника, $g_n(\sigma_0, \sigma_{-1})$ и $g_n(\sigma_0, \sigma_1)$ – левой и правой ветвей лестницы. Очевидно, что $g_n(\sigma_0, \sigma_{-1})$ можно выразить через $g_{n-1}(\sigma_{-1}, \sigma_{-2})$. В итоге получим следующие рекуррентные соотношения для ветвей статистической суммы [19]:

$$x_n = \frac{ab^2c^2x_{n-1} + y_{n-1}}{az_{n-1} + b^2c^2}, \quad y_n = \frac{abz_{n-1} + b}{az_{n-1} + b^2c^2}, \quad z_n = \frac{abx_{n-1} + by_{n-1}}{az_{n-1} + b^2c^2}, \quad (8)$$

где $x_n = g_n(++)/g_n(--)$, $y_n = g_n(+)/g_n(-)$, $z_n = g_n(+)/g_n(-)$, $a = \exp\{2h/T\}$, $b = \exp\{-J_2/T\}$, $c = \exp\{J_3/T\}$ и $h = \gamma\hbar B/2$.

В общем случае намагниченность в точке σ_i может быть представлена в следующем виде:

$$m_i = \sum_{\sigma_1, \sigma_0, \sigma_{-1}} \sigma_i \exp\{\Delta^0\} g_n(\sigma_0, \sigma_{-1}) g_n(\sigma_0, \sigma_1) / Z. \quad (9)$$

Используя рекуррентные соотношения (8), для намагниченности в точках σ_0 и σ_1 получим:

$$m_0 = \frac{a^3b^2c^2x_n^2 + 2a^2x_ny_n + ay_n^2 - a^2z_n^2 - 2az_n - b^2c^2}{a^3b^2c^2x_n^2 + 2a^2x_ny_n + ay_n^2 + a^2z_n^2 + b^2c^2}, \quad (10)$$

$$m_1 = \frac{a^3b^2c^2x_n^2 - ay_n^2 + a^2z_n^2 - b^2c^2}{a^3b^2c^2x_n^2 + 2a^2x_ny_n + ay_n^2 + a^2z_n^2 + 2az_n + b^2c^2}.$$

В соотношениях (10) x_n , y_n и z_n получают следующим образом: выбираются

произвольные начальные условия x_0 , y_0 и z_0 , затем подставляя эти значения в (8), определяем x_1 , y_1 и z_1 и повторяя эту процедуру l раз, находим x_n , y_n и z_n .

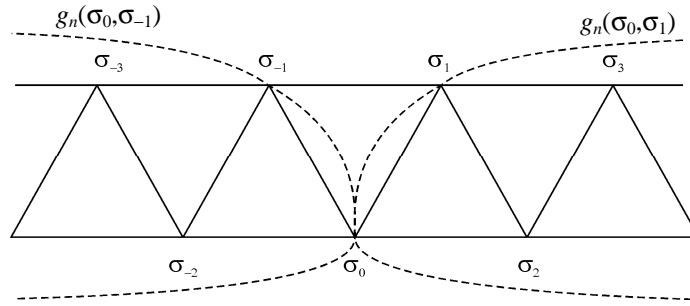


Рис.1. Зигзагообразная решетка.

На рис.2 показано поведение намагниченности во внешнем магнитном поле при $T = 0.05$ мК. Как известно, при сравнительно высоких температурах ($T \approx 1$ мК), в антиферромагнитном случае кривая намагниченности имеет монотонную структуру ланжевеновского типа [19]. В нашем случае при низких температурах на кривой намагниченности в точках $m = 0$ и $m = 1/3$ наблюдаются плато намагниченности.

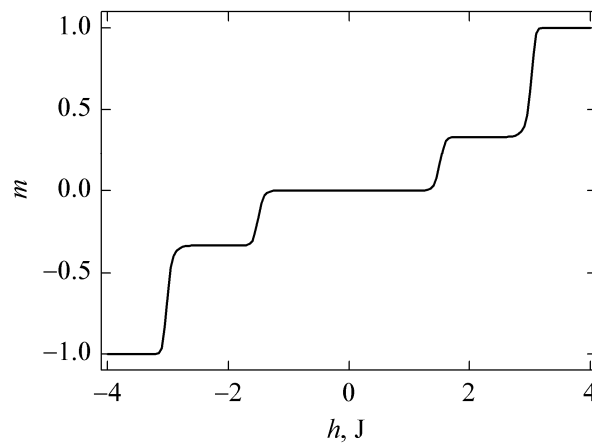


Рис.2. График намагниченности при $j_2 = 3, j_3 = 1, T = 0.05$ мК.

4. Ляпуновский показатель на плато намагниченности

Вначале дадим определение ляпуновского показателя для одномерного случая. Для отображения $x_{n+1} = f(x_n)$ ляпуновский показатель характеризует экспоненциальное разбегание двух соседних точек после n итераций [22]. По определению

$$\varepsilon e^{\lambda(x)} = |f^n(x + \varepsilon) - f^n(x)|, \quad (11)$$

что в пределе при $\varepsilon \rightarrow 0$ и $n \rightarrow \infty$ дает точную формулу для ляпуновского показателя:

$$\lambda(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{n} \ln \left| \frac{f^n(x + \varepsilon) - f^n(x)}{\varepsilon} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left| df^n(x)/dx \right|. \quad (12)$$

В многомерном случае с размерностью d существуют d показателей для различных направлений в пространстве:

$$e^{\lambda_1}, e^{\lambda_2}, \dots, e^{\lambda_d} = \lim_{n \rightarrow \infty} (\text{собственные значения произведения } \prod_{i=0}^{n-1} J(\mathbf{x}_i))^{\frac{1}{n}}, \quad (13)$$

где $J(\mathbf{x}) = \partial G_i / \partial x_j$ – якобиан отображения $\mathbf{x}_{n+1} = G(\mathbf{x}_n)$. Для отображения (8) якобиан имеет следующий вид:

$$J(x_i, y_i, z_i) = \begin{vmatrix} \frac{ab^2c^2}{az_i + b^2c^2} & \frac{1}{az_i + b^2c^2} & \frac{-a^2b^2c^2x_i - ay_i}{(az_i + b^2c^2)^2} \\ 0 & 0 & \frac{ab^3c^2 - ab}{(az_i + b^2c^2)^2} \\ \frac{ab}{az_i + b^2c^2} & \frac{b}{az_i + b^2c^2} & \frac{-a^2bx_i - aby_i}{(az_i + b^2c^2)^2} \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Для ляпуновского показателя получим:

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \prod_{i=0}^{n-1} J(x_i, y_i, z_i). \quad (15)$$

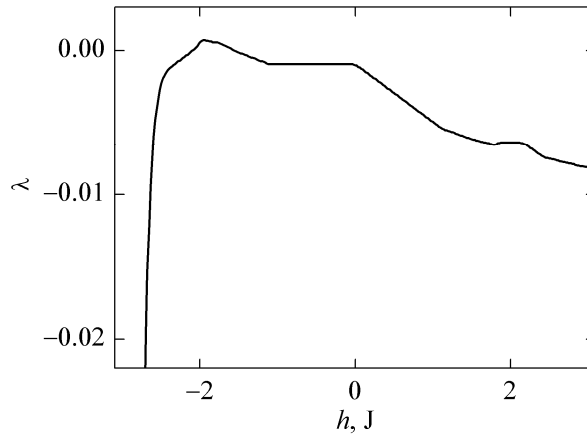


Рис.3. Зависимость ляпуновского показателя от внешнего магнитного поля при $\beta = 3$, $\beta = 1$, $T = 0.05$ мК.

Имея выражения (15) для ляпуновского показателя, можно рассчитать его значения, зависящие от магнитного поля (h) при фиксированных константах взаимодействия (β , β) и температуре (T). В частности, если взять те значения магнитного поля, при которых появляется магнитное плато, то существуют значения h , при которых максимальное значение ляпуновского показателя приближается к нулю (15), что свидетельствует об отсутствии

бифуркационной точки (см. рис.3). Если максимальный ляпуновский показатель для физических систем равен нулю, то это соответствует фазовому переходу второго рода. Отсутствие бифуркационной точки свидетельствует о том, что не существует фазового перехода.

5. Заключение

Используя динамический подход, выведены рекуррентные соотношения для ветвей статистической суммы модели Изинга с двух- и трехчастичными взаимодействиями на зигзагообразной лестнице. Показано, что во внешнем магнитном поле на кривой намагниченности появляются магнитные плато в точках $m = 0$ и $m = 1/3$ при определенных значениях параметров J_2 , J_3 , T . На этом магнитном плато существуют значения магнитного поля, при которых максимальное значение ляпуновского показателя приближается к нулю.

Отметим, что в сильном магнитном поле антиферромагнитную модель Гейзенберга можно аппроксимировать $O(3)$ дискретной моделью. Ляпуновский показатель для зигзагообразной лестницы можно рассчитать, применяя метод трансфер-матрицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **C.S.O.Yokoi, M.J. de Oliveira, S.R.Salinas.** Phys. Rev. Lett., **54**, 163 (1985).
2. **M.H.R.Tragtenberg, C.S.O.Yokoi.** Phys. Rev. E, **52**, 2187 (1995).
3. **E.Dagotto, T.M.Rice.** Science, **271**, 618 (1996).
4. **K.Hijii, A.Kitazawa, K.Nomura.** Phys. Rev. B, **72**, 014449 (2005).
5. **F.Mila.** Eur. Phys. J. B, **6**, 201 (1998).
6. **D.C.Cabra, A.Honekcer, P.Pujol.** Eur. Phys. J. B, **13**, 55 (2000).
7. **T.M.Rice, S.Gopalan, M.Sigrist.** Europhys. Lett., **23**, 445 (1994).
8. **H.J.Schulz.** Phys. Rev. B, **34**, 6372 (1986).
9. **I.Affleck.** Phys. Rev. B, **37**, 5186 (1988).
10. **D.S.Rokhsar, S.A.Kivelson.** Phys. Rev. Lett., **61**, 2376 (1988).
11. **T.M.Rice.** Z. Phys. B, **103**, 165 (1997).
12. **B.G.Levi.** Physics Today, October 1996, p.17.
13. **M.Roger, J.H.Hetherington, J.M.Delrieu.** Rev. Mod. Phys., **55**, 1 (1983).
14. **H.Godfrin, D.D.Osheroff.** Phys. Rev. B, **38**, 4492 (1988).
15. **T.A.Arakelyan, V.R.Ohanyan, L.N.Ananikyan, N.S.Ananikian, M.Roger.** Phys. Rev. B, **67**, 024424 (2003).
16. **N.S.Ananikian, S.K.Dallakian, N.Sh.Izmailian, K.A.Ogannesian.** Fractals, **5**, 175 (1997).
17. **N.S.Ananikian, A.R.Avakian, N.Sh.Izmailian.** Physica A, **172**, 391 (1991).
18. **A.Z.Akheyian, N.S.Ananikian.** J. Phys. A, **29**, 721 (1996).
19. **V.V.Hovhannisyan, L.N.Ananikyan, N.S.Ananikian.** Int. J. Mod. Phys. B, **21**, 3567 (2007).
20. **V.V.Hovhannisyan, N.S.Ananikian.** Phys. Lett. A, **372**, 3363 (2008).
21. **P.A.M.Dirac.** The Principles of Quantum Mechanics. Oxford, Clarendon, 1947.
22. **Г.Шустер.** Детерминированный хаос. М., Мир, 1988.

Բազմաչափ արտապատկերումները հակաֆեռոմագնիսական մո- դելներում և Լյապունովի ցուցիչները մագնիսական հարթակներով

Վ.Վ.Հովհաննիսյան

Դիտարկված է Հայգեներգի մոդելը՝ երկակի և եռակի փոխազդեցություններով, ռեկուրսիվ ցանցի վրա ուժեղ մագնիսական դաշտում: Երկակի և եռակի փոխազդեցություններով Իզինգի մոդելի վիճակագրական գումարի ճյուղերի համար դուրս են բերված անդրադարձ առնչություններ: Որպես անդրադարձ ցանց ընտրված է սղոցաձև աստիճանը: Հակաֆեռոմագնիսական դեպքում դիտվում են մագնիսական հարթակներ՝ ցածր ջերմաստիճաններում: Հաշվարկված են Լյապունովի ցուցիչները եռաչափ արտապատկերումների համար՝ ցածր ջերմաստիճանների դեպքում: Ցույց է տրված, որ հակաֆեռոմագնիսական դեպքում երկակի և եռակի փոխազդեցությունների որոշակի արժեքների դեպքում Լյապունովի մաքսիմալ ցուցիչը մոտենում է զրոյի:

MULTIDIMENSIONAL MAPPINGS IN ANTIFERROMAGNETIC MODELS AND LYAPUNOV EXPONENTS WITH THE MAGNETIZATION PLATEAU

V.V. HOVHANNISYAN

We consider the Heisenberg model with two- and three-spin exchange interactions on a recursive ladder in a strong magnetic field. Recurrent relations for branches of the partition function of the Ising model with two- and three-spin exchange interactions are deduced. As a recursive lattice the zigzag ladder is chosen. In the antiferromagnetic case magnetization plateau are observed at low temperatures. Lyapunov exponents for the three-dimensional mapping at low temperatures are calculated. It is shown that for some values of two- and three-spin exchange parameters in the antiferromagnetic case the maximum of the Lyapunov exponent approaches zero.

УДК 539.17

ОПТИМИЗИРОВАННЫЙ БУСТЕР В КАСКАДНЫХ ЭЛЕКТРОЯДЕРНЫХ СИСТЕМАХ

С.А. БЗНУНИ¹, В.М. ЖАМКОЧЯН², З.Г. КИРАКОСЯН³,
А.Г. ХУДАВЕРДЯН¹

¹ Ереванский государственный университет, Армения

² Ереванский физический институт им. А.И. Алиханяна

³ ЗАО “Арев-Нуклеар”, Ереван, Армения

(Поступила в редакцию 16 апреля 2008 г.)

Методом Монте-Карло моделирования исследована каскадная электроядерная система, содержащая быстрый бустер с оптимизированным распределением топлива по обогащению. Показано, что зонирование топлива, с ростом его обогащения к периферии активной зоны бустера, приводит к значительному увеличению эффективности бустера и, как следствие, к существенному росту коэффициента выигрыша для электроядерного комплекса. Рассмотрены перспективы использования электронных ускорителей для управления подобными системами.

Оценки, приведенные в работах [1,2], свидетельствуют о том, что подкритические электроядерные системы, управляемые высокоточными ускорителями, представляют перспективное направление в решении проблем безопасности ядерной энергетики и трансмутации долгоживущих радиоактивных отходов. В работах [3,4] на примере однореакторных систем было показано, что создание достаточно экономичной и безопасной атомной электростанции вполне реально уже с использованием серийных энергетических реакторов и протонных ускорителей с токами, не превышающими 8–10 мА.

В то же время существенно более широкие перспективы открывает использование каскадных двухреакторных подкритических систем, включающих в себя основной энергетический тепловой реактор и промежуточный реактор-бустер на быстрых нейтронах, который позволяет снизить ток протонов на порядок, а наличие и быстрой, и тепловой зон дает возможность эффективно трансмутировать всю палитру ядерных отходов.

Принципиальная схема каскадной подкритической системы показана на рис.1. Пассивная мишень **a** облучается пучком протонов из ускорителя и испускает вторичные нейтроны в быструю активную зону **b**. Функционируя в подкритическом режиме, зона **b** существенно увеличивает количество внешних быстрых нейтронов для блока **c** – основного подкритического реактора на тепловых нейтронах. Область **d** представляет собой термомеханическую изолирующую зону с кадмиевым экраном-вентилем, который исключает проникновение тепловых нейтронов в быструю активную зону.

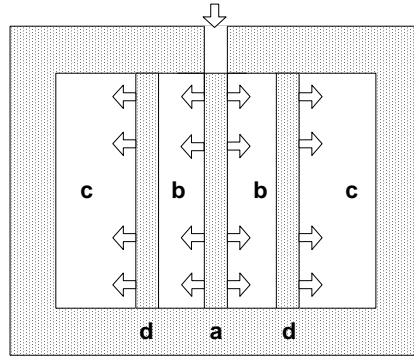


Рис.1. Схема каскадной подкритической системы.

Качественные оценки возможностей каскадных подкритических систем в одногрупповом приближении были рассмотрены в работе [5]. В дальнейшем [6-8] было выполнено более точное монте-карловское моделирование установок такого типа, основанных на базовых конструкциях реакторов ВВЭР-1000, MSBR-1000 и CANDU-6, подтвердившее основные выводы работы [5].

Напомним, что в расчетах [6-8] активная зона бустера состояла из гексагональных ТВС БН-350 с длиной, равной высоте активной зоны основного теплового реактора. При этом во всех ТВС предполагалось использование топлива с одинаковым обогащением по U^{235} и Pu^{239} , составлявшем 20%. Отметим, однако, что использование ТВС с одинаковым обогащением не может быть наиболее оптимальным для быстрого реактора, выполняющего функцию бустера. Ясно, что, в отличие от стандартных быстрых реакторов, в случае бустера следует стремиться к максимизации утечки нейтронов, которые обеспечивают работу основного теплового реактора в подкритическом режиме. Наиболее простой путь для достижения этой цели может состоять в применении топлива с разным обогащением, так, чтобы оно росло от центра к периферии активной зоны бустера.

В настоящей работе моделирование методом Монте-Карло применяется для изучения параметров двухреакторной подкритической системы, содержащей в качестве бустера быстрый реактор с зонированием топлива по обогащению.

Схематически зонирование топлива по обогащению в бустере представлено на рис.2. Обогащение в каждой из зон однородно и равномерно. Геометрически зонирование было выбрано таким образом, чтобы объемы зон, соответствующих обогащениям 10%, 20% и 30%, были одинаковы, что приводило к среднему обогащению, равному 20% (как для стандартного реактора на быстрых нейтронах).

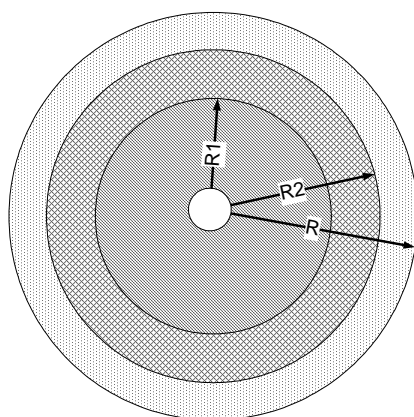


Рис.2. Зонирование топлива по обогащению в быстром бустере.

Помимо указанных изменений в активной зоне бустера, все остальные параметры исследованной системы были аналогичны параметрам подкритической установки, рассмотренной в работах [6-8]. Основные размерные характеристики системы приведены в табл.1.

Табл.1.

Радиус зоны b	57 см
Радиус зоны c	219,5 см
Высота активной зоны реактора	396 см
Радиус мишени a	8,5 см
Толщина графитного отражателя	60 см

При моделировании предполагалось использование свинцово-висмутовой эвтектики (44,5–55,5 масс.%) как для материала мишени, так и в качестве теплоносителя в зоне бустера. (Преимущества такого выбора подробно описаны в [6]). В качестве основного блока **c** система включала реактор на расплавленных солях типа MSBR-1000, обладающий рядом преимуществ по сравнению с другими стандартными реакторами на тепловых нейтронах [6].

Для расчета характеристик системы использовалась программа CASCAD [9,10] с библиотекой адрон-ядерных сечений [11], описывающая транспорт частиц в веществе и основанная на каскадно-испарительной модели адрон-ядерных взаимодействий (с учетом высокоэнергетического деления) [12]. Перенос нейтронов низкой энергии ($E < 10,5$ МэВ) также моделировался с помощью программы CASCAD, дополненной программными модулями, позволяющими определять относительные скорости нейтронов и ядер среды в области термализации нейтронов (собственные скорости ядер моделировались в соответствии со спектром Максвелла–Больцмана) и соответствующие им сечения взаимодействия нейтронов с ядрами среды [13]. В расчете использовались библиотеки

нейтронных сечений [14,15]. В каждой из трех зон бустера (см. рис.2) и в зоне теплового реактора среда гомогенизировалась с учетом находящихся в данной зоне горючего, теплоносителя и конструкционных материалов.

Для проверки точности расчета эффективного коэффициента размножения k_{eff} использовалась программа MCNP4B [16] с библиотекой нейтронных сечений DLC-189.

На рис.3 представлены расчетные кривые, описывающие нормированные распределения $\Phi(r)/\Phi_{\text{max}}$ нейтронного потока в активной зоне бустера при коэффициенте размножения $k_{\text{eff}} = 0,98$ в зависимости от относительного радиуса r/R ; Φ_{max} – максимальное значение нейтронного потока в зоне бустера, R – радиус зоны.

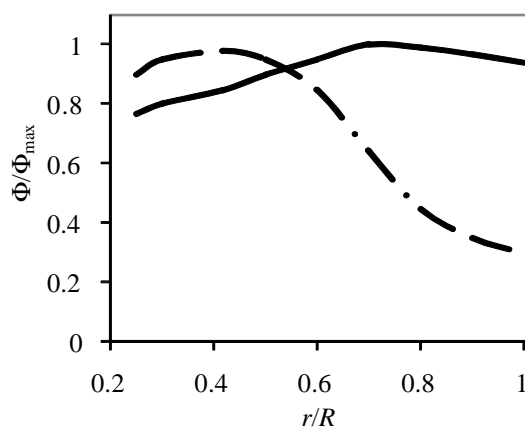


Рис.3. Нормированные распределения $\Phi(r)/\Phi_{\text{max}}$ нейтронного потока в активной зоне бустера при коэффициенте размножения $k_{\text{eff}} = 0,98$ в зависимости от относительного радиуса r/R . Пунктирная кривая соответствует случаю однородного обогащения топлива, сплошная кривая – зонированию топлива по обогащению, согласно рис.2.

Очевидно, что простой метод зонирования приводит к существенному выравниванию поля нейтронного потока и смещению его максимума к периферии зоны бустера. Следствием такого эффекта должно быть увеличение тока быстрых нейтронов, покидающих зону бустера и обеспечивающих под критический режим основного теплового реактора.

Как известно, основной характеристикой, определяющей эффективность работы подкритической электроядерной системы, является коэффициент усиления (или коэффициент выигрыша) G , который равен отношению электрической мощности системы к мощности, потребляемой ускорительным блоком. На рис.4 приведена найденная зависимость коэффициента G от энергии пучка ускоренных протонов при $k_{\text{eff}} = 0,98$ для обеих зон. (Напомним, что при $k_{\text{eff}} = 0,98$ подкритическую реакторную систему можно уже считать полностью безопасной [17]). При расчете кривой рис.4 принималось, что непроизводительные потери мощности в ускорительной системе составляют 2/3 от потребляемой мощности.

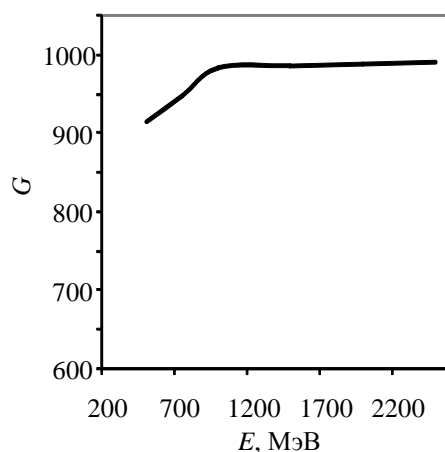


Рис.4. Зависимость коэффициента выигрыша G от энергии пучка ускоренных протонов при $k_{\text{eff}} = 0,98$.

Сравнение результатов рис.4 с найденными ранее [6] значениями G для аналогичной системы со стандартным бустером показывает, что коэффициенты усиления энергии увеличились примерно в 2,4 раза. В частности, при энергии пучка протонов в 1 МэВ величина G для рассмотренной системы оказывается равной 984, т.е. на питание ускорительного блока должно будет уходить лишь немногим более десятой доли процента от электроэнергии, вырабатываемой системой. Подчеркнем, что такая “сверхэкономичность” достигнута при уровне подкритичности, обеспечивающем полную безопасность электроядерной установки.

Представленные результаты позволяют вновь вернуться к идее [17] об использовании электронных ускорителей для управления подкритическими системами. Поскольку коэффициент усиления энергии в рассмотренной системе оказался очень большим, в принципе, он мог бы в значительной мере скомпенсировать существенно меньшую эффективность электронов (по сравнению с протонами) в процессах образования вторичных нейтронов на облучаемой мишени.

Рассмотрим вопрос об оптимальной энергии ускоренных электронов для образования нейтронов. Результаты экспериментальных исследований [18-21] и детальных расчетов [22,23] показывают, что эта энергия должна быть около 50 МэВ. Отметим, что аналогичный выбор был сделан также при исследованиях в рамках проектов EURISOL [24] и GANIL SPIRAL-II [25]. Указанные эксперименты показали, что выход нейтронов фотоделения из U^{238} достигает насыщения при энергии электронов 50–100 МэВ. Этим энергиям соответствуют энергии тормозных γ -квантов в пределах от 8 МэВ до 24 МэВ, при которых сечения фотоделения будут оптимальными за счет гигантского дипольного резонанса, с максимумом сечения фотоделения 170 мб при энергии 14,3 МэВ. Такие энергии γ -квантов вполне обеспечиваются при торможении электронов с энергией 50 МэВ. Поэтому, вообще говоря, нет необходимости в ускорении электронов до энергий выше 50 МэВ. В указанных работах

было найдено также, что среднее число нейтронов на один акт фотоделения U^{238} при энергии γ -квантов 14,3 МэВ (на пике гигантского дипольного резонанса) равно $\nu = 3,6$.

Программный код MCNP, разработанный в Лос-Аламосской Национальной Лаборатории США, в своей последней версии MCNPX полностью учитывает перенос электронов, фотонов и нейтронов, а также фотоядерные процессы; полностью описываются поглощение γ -квантов с образованием электрон-позитронных пар, фотоделение (γ, f) и фотовыбивание (γ, n), (γ, xn). В рамках ряда проектов, таких, как EURISOL [24] и GANIL SPIRAL-II [25], в Сакле и в ЦЕРНе [26] с помощью кода MCNPX были выполнены детальные расчеты для электронных пучков с энергией 50 МэВ и толстой мишени из U^{238} .

Результаты расчетов с помощью кода MCNPX для процессов образования нейтронов под действием электронных пучков были получены нами в частных сообщениях от д-ра Анри Сафа из Сакле [27]. Их можно обобщить следующим образом: с учетом совокупности процессов, связанных с гигантским дипольным резонансом для фотоделения, фотовыбиванием нейтронов и реакциями деления под воздействием нейтронов в толстой мишени (размерами порядка 60–90 мм), полное число образующихся нейтронов за пределами мишени из U^{238} на один налетающий электрон с энергией 50 МэВ оказывается равным $N(n)/e = 0,0262$.

Для нашей задачи представляет интерес сравнить затраты энергии пучков ускоренных частиц C_n , необходимые для образования одного нейтрона, для случаев электронного пучка с урановой мишенью и протонного пучка со свинец-висмутовой мишенью. Для электронов с энергией 50 МэВ на урановой мишени имеем $C_n(e) = 50/0,0262 = 1908$ МэВ/нейтрон, тогда как для протонного пучка с энергией 1000 МэВ и свинец-висмутовой мишени $N(n)/p = 20$ [28] и $C_n(p) = 1000/20 = 50$ эВ/нейтрон. Таким образом, электронная версия уступает протонной в $1908/50 \approx 38$ раз по затратам энергии пучка на нейтрон.

Приведенные оценки относились к затратам энергии пучка на один нейтрон, т.е. к “идеальной” энергетической “цене” одного нейтрона. Очевидно, при определении общей эффективности системы важна “реальная цена” нейтрона, т.е. потребляемая ускорительной системой энергия, необходимая для образования одного нейтрона. И здесь, при сравнении эффективностей протонного и электронного вариантов, необходим учет КПД соответствующих ускорителей. По данным [24], для проектируемых сильноточных сверхпроводящих электронных линаков с энергией 50 МэВ он может достигать 55%, а для сверхпроводящих протонных линаков с энергией 1000 МэВ, в лучшем случае, – 45%. Отсюда, реальный фактор “проигрыша” при использовании электронных ускорителей (в комбинации с урановыми мишенями) может оказаться заметно меньшим величины 38. Однако, на данном этапе, с учетом точности численных оценок, мы не будем принимать это во внимание. (Напомним, что при расчете коэффициентов усиления энергии в настоящей работе предполагалось, что указанный КПД равен 2/3, что соответствует современным действующим протонным ускорителям.)

Итак, если принять, что фактор “проигрыша” при переходе к электронным ускорителям с энергией 50 МэВ составляет 38, то для рассмотренной выше каскадной системы с реактором MSBR-1000 коэффициент усиления энергии при $k_{\text{eff}} = 0,98$ окажется

равным $984/38 \approx 26$. Это означает, что на питание ускорительного блока в этом случае будет расходоваться менее 4% электроэнергии, вырабатываемой подкритической системой.

Здесь следует учесть также, что коэффициент преобразования тепловой энергии в электрическую для MSBR-1000 равен 44% [29], что заметно превышает аналогичные величины для всех других базовых реакторов. (Это обусловлено высокой температурой теплоносителя – расплавленных солей.) В итоге, общий КПД подкритической электроядерной системы составит около 42%, в то время, как для стандартных АЭС с реакторами типа ВВЭР или PWR он не превышает 32–34% [29].

Таким образом, можно прийти к выводу, что подкритический комплекс с оптимизированным бустером, основанный на жидкосолевой и жидкометаллической технологии, управляемый электронными ускорителями, оказывается весьма экономичным. Если же сравнить его с аналогичным комплексом с протонным приводом (при энергии протонов 1000 МэВ), то преимущества электронной версии будут заключаться в значительно меньших габаритах и стоимости, а также в существенно большей экологической безопасности [17].

ЛИТЕРАТУРА

1. Proc. of the International Conference AccApp/ADTTA`01, November 12-15, Reno, Nevada, USA, 2001.
2. Proc. of the 10-th International Conference on Emerging Nuclear Systems, September 28, Petten, Netherlands, 2000.
3. **A.G.Khudaverdyan, V.M.Zhamkochyan**. Choosing the optimal parameters of subcritical reactors driven by accelerators. Preprint ICTP IC/IR/98/1 (1998).
4. **С.А.Бзнуни, В.М.Жамкочян, А.Г.Худавердян**. Изв. НАН Армении, Физика, **38**, 335 (2003).
5. **С.А.Бзнуни, В.М.Жамкочян, А.Г.Худавердян**. Атомная энергия, **88**, 316 (2000).
6. **С.А.Бзнуни, В.С.Барашенков, В.М.Жамкочян** и др. Препринт ОИЯИ P2-2001-124 (2001).
7. **С.А.Бзнуни, В.С.Барашенков, В.М.Жамкочян** и др. Атомная энергия, **92**, 344 (2002).
8. **С.А.Бзнуни, В.С.Барашенков, В.М.Жамкочян** и др. ЭЧАЯ, **4**, 498 (2003).
9. **В.С. Барашенков**. Препринт ОИЯИ P2-81-364 (1981).
10. **V.S.Barashenkov**. Comp. Phys. Comm., **126**, 28 (2000).
11. **V.S.Barashenkov, W.Gudowski, A.Polanski**. Integral high-energy nucleon-nucleus cross-sections for mathematical experiments with electronuclear facilities. In Proc. of the 3-rd Intern. Conf. on ADTT`A, June 7-11, 1999, Praha, Czech Republic.
12. **В.С.Барашенков** и др. УФН, **109**, 91 (1973).
13. **В.С.Барашенков** и др. Атомная энергия, **77**, 109 (1994).
14. **Л.П.Абагян** и др. Групповые константы для расчета ядерных реакторов. М. Атомиздат, 1981.
15. **В.Ф.Хохлов, М.Н.Савоськин**. Вопросы атомной науки и техники. Сер. ядерные константы, вып.8, ч.3, с.328, 1972.
16. **Yu.Briesmeister**. A General Monte Carlo N-Particle Transport Code. Report LA-12625-M, Los-Alamos, March 1997.
17. **П.Н.Алексеев** и др. Препринт ИАЭ-5857/2 (1995).
18. **A.Veyssiere et al.** Nuclear Physics A, **199**, 45 (1973).
19. **J.T.Caldwell et al.** Phys. Rev. C, **21**, 1215 (1980).
20. **J.T.Caldwell et al.** Nucl. Sci. & Eng., **73**, 153 (1980).
21. **F.Ibrahim et al.** Photo-fission for the Production of Radioactive Beams: Experimental Data from an On-line Measurement, September 2001. <http://www.ganil.fr/eurisol/TargetGroupMeetings/Faadi-photofission-cern.pdf>.

22. **W.T.Diamond**. Nucl. Instr. & Meth. A, **432**, 471 (1999).
23. **Yu.Ts.Oganesian** et al. JINR-Dubna Report No.E7-2000-83, April 2000.
24. The EURISOL Report—A Feasibility Study for a European Isotope-Separation-on-Line Radioactive Ion Beam Facility, APPENDIX B: The Driver Accelerator for EURISOL, December 2003. <http://www.ganil.fr/eurisol/>.
25. Preliminary Design Study (PDS) of the Project SPIRAL-II (Electron Option). Report GANIL-SPI2-007A, September 2002; http://www.ganil.fr/research/sp/reports/files/SPIRAL_II_GANILR0203.pdf.
26. **M.Santana-Leitner** (CERN), Photoneutron Reactions and the Unique Modified Monte Carlo Version of the MCNP Code, EURISOL Target Group Meeting, Saclay, May 21–22, 2001; http://www.ganil.fr/eurisol/targetgroupmeetings/Saclay_21_22-05-01/MarioSantanaLeitner.pdf.
27. **H.Safa** (CEA-DAPNIA, Saclay, France), private communications to Z.G.Guiragossian (AREV-NUCLEAR Co. Yerevan, Armenia), 20 June and 8 July 2005.
28. **J.S.Gilmore** et al. Nucl. Sci. Eng., **99**, 41 (1988).
29. **Б.А.Деметьев**. Ядерные энергетические реакторы. М., Энергоатомиздат, 1990.

OPTIMIZED BOOSTER IN CASCADE ELECTRONUCLEAR SYSTEMS

S.A. BZNUNI, V.M. ZHAMKOCHYAN, Z.G. GUIRAGOSSIAN, A.G. KHUDAVERDYAN

A cascade electronuclear system containing fast booster with optimized distribution of the fuel enrichment was investigated by means of Monte-Carlo modeling. It was shown that the zoning of the fuel with the rise of its enrichment to the periphery of the booster core leads to the considerable increase in the booster efficiency and, as a consequence, to the essential rise of the gaining factor of the electronuclear system. Perspectives of using the electron accelerators for driving such systems are considered.

УДК 541.64

ГАМИЛЬТониАН И СТАТИСТИЧЕСКАЯ СУММА ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ПОЛИПЕПТИДНОЙ ЦЕПИ В КОНКУРЕНТНОМ И НЕКОНКУРЕНТНОМ РАСТВОРИТЕЛЯХ ПРИ НАЛИЧИИ МЕЖЦЕПОЧЕЧНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

А.В. ЦАРУКЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 16 июля 2008 г.)

Построен гамильтониан обобщенной модели полипептидной цепи в конкурентном и неконкурентном растворителях при наличии межцепочечных взаимодействий. Показано, что статсумма для модели в растворителе с точностью до несущественного множителя равна статсумме без растворителя с переопределением приведенных энергий взаимодействия J за счет конкурентного и числа конформаций Q за счет неконкурентного растворителей.

Ранее были опубликованы результаты исследований перехода спираль–клубок в рамках модели ОМПЦ [1-4] при наличии взаимодействия между цепями. Гамильтониан данной модели имеет следующий вид:

$$-\beta H_0 = J \sum_{i=1}^N \delta_i^{(\Delta)} + J \sum_{j=1}^N \delta_j^{(\Delta)} + J_1 \sum_{i=j=1}^N \delta_i^{(\Delta)} \delta_j^{(\Delta)}, \quad (1)$$

где первые два члена являются гамильтонианами базовой модели ОМПЦ для обеих цепей, а третий член определяет гамильтониан их взаимодействия. Для данной модели исследовано поведение корреляционной длины, степени спиральности, числа стыков между спиральными и клубкообразными участками, а также средней длины спирального участка [5]. Однако эти результаты были получены без учета влияния растворителя.

Данная работа посвящена исследованию влияния растворителя для системы с гамильтонианом (1). Рассматриваются растворители двух типов: конкурентные и неконкурентные [6]. Гамильтониан модели с растворителем имеет вид

$$\begin{aligned} -\beta H = & -\beta H_0 + I \sum_{i=1}^N (1 - \delta_i^{(\Delta)}) \delta(\mu_i, 1) + I \sum_{j=1}^N (1 - \delta_j^{(\Delta)}) \delta(\mu_j, 1) + \\ & + I_1 \sum_{i=j=1}^N (1 - \delta_i^{(\Delta)} \delta_j^{(\Delta)}) (\delta(\mu_{1i}, 1) + \delta(\mu_{1j}, 1)) + I_h \sum_{i=1}^N \delta_i^{(1)} \delta(\mu_{hi}, 1) + \\ & + I_c \sum_{i=1}^N (1 - \delta_i^{(1)}) \delta(\mu_{ci}, 1) + I_h \sum_{j=1}^N \delta_j^{(1)} \delta(\mu_{hj}, 1) + I_c \sum_{j=1}^N (1 - \delta_j^{(1)}) \delta(\mu_{cj}, 1). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $-\beta H_0$ – гамильтониан (1). Следующие два члена определяют конкурентное взаимодействие с растворителем для обеих цепей, третий член соответствует конкурентному растворителю для межцепочечного взаимодействия. Последние четыре члена определяют неконкурентное взаимодействие с повторяющимися единицами в спиральной и клубкообразной конформациях для каждой из цепей. Переменные $\mu_i = 1, 2, \dots, q$ и $\mu_j = 1, 2, \dots, q$ описывают ориентацию молекулы растворителя при конкурентном взаимодействии для каждой из цепей, $\mu_{1i} = 1, 2, \dots, q_1$ и $\mu_{1j} = 1, 2, \dots, q_1$ описывают ориентацию молекулы растворителя при конкурентном взаимодействии межцепочечных взаимодействий для каждой из цепей. Переменная $\mu_{hi} = 1, 2, \dots, q_h$ описывает ориентацию молекулы растворителя вблизи повторяющейся единицы в спиральной, а $\mu_{ci} = 1, 2, \dots, q_c$ – в клубкообразной конформациях для одной цепи, а $\mu_{hj} = 1, 2, \dots, q_h$ и $\mu_{cj} = 1, 2, \dots, q_c$ для другой цепи. Статистическая сумма для данной модели будет выглядеть следующим образом:

$$Z = \sum_{\{\gamma_i, \gamma_j\}} \sum_{\{\mu_i, \mu_j\}} \sum_{\{\mu_{1i}, \mu_{1j}\}} \sum_{\{\mu_{hi}, \mu_{hj}\}} \sum_{\{\mu_{ci}, \mu_{cj}\}} \prod_{i=1}^N \exp(-\beta H_i), \quad (3)$$

где суммирование производится по всем наборам конформаций γ_i и γ_j повторяющихся единиц обеих цепей и по всем четырем наборам параметров ориентаций μ молекул растворителя. Введем майеровские функции $V = \exp J - 1$ и $W = \exp I - 1$ для всех слагаемых гамильтониана (2). Поскольку суммирование по всем ориентациям μ молекул растворителя для каждого типа взаимодействия независимо, то, следуя ранее полученным результатам для конкурентного и неконкурентного растворителей [6], для конкурентного растворителя для каждой из цепей (например, для цепи с индексом l) получим

$$\sum (1 + V \delta_i^{(\Delta)}) (1 + W (1 - \delta_i^{(\Delta)}) \delta(\mu_i, 1)) = (q + W) \left(1 + \left(\frac{1 + V}{1 + W/q} - 1 \right) \delta_i^{(\Delta)} \right). \quad (4)$$

Аналогично, независимым образом, проделав ту же процедуру по ориентациям молекул неконкурентного взаимодействия для обеих цепей получим

$$\sum_{\mu_{hi}=1}^{q_h} \sum_{\mu_{ci}=1}^{q_c} \exp [I_h \delta_i^{(1)} \delta(\mu_{hi}, 1)] \exp [I_c (1 - \delta_i^{(1)}) \delta(\mu_{ci}, 1)] = (q_h + W_h) \left(\frac{1 + \frac{W_c}{q_c}}{1 + \frac{W_h}{q_h}} (1 - \delta_i^{(1)}) + \delta_i^{(1)} \right). \quad (5)$$

Поскольку в (4) множитель перед $\delta_i^{(\Delta)}$ может быть записан как $\tilde{V} = e^{\tilde{J}} - 1$, где

$$\exp(\tilde{J}) = \exp(J - \ln(1 + W/q)), \quad (6)$$

то с точностью до множителя выражение (5) совпадает с базовым гамильтонианом ОМЩ и зависит только от конформации одной повторяющейся единицы с переопределением ее статистических весов, которые в базовой модели предполагаются одинаковыми и равными единице. Поэтому, введя обозначение

$$\tilde{Q} = 1 + (Q - 1) \frac{1 + W_c/q_c}{1 + W_h/q_h}, \quad (7)$$

суммирование по конформационным переменным цепи можно вести от 1 до \tilde{Q} и статистическая сумма запишется в следующем виде:

$$Z = ((W + q)(W_1 + q_1)(W_c + q_c)(W_h + q_h))^{2N} Z(\tilde{J}, \tilde{J}_1, \tilde{Q}, \Delta), \quad (8)$$

где $Z(\tilde{J}, \tilde{J}_1, \tilde{Q}, \Delta)$ – статсумма ОМПЦ при наличии взаимодействия между цепями с переопределенными энергетическими параметрами \tilde{J} и \tilde{J}_1 и конформационным параметром.

Таким образом, статсумма для ОМПЦ при наличии взаимодействия между цепями в растворителе сводится к статсумме без растворителя с более сложным, чем базовая модель, температурным поведением приведенных энергий взаимодействия \tilde{J} и \tilde{J}_1 за счет конкурентного взаимодействия, а число конформаций \tilde{Q} за счет неконкурентного растворителя приобретает, в отличие от базовой ОМПЦ, температурную зависимость.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.V.Badasyan, Sh.A.Tonoyan, A.V.Tsarukyan, E.Sh.Mamasakhlov, A.S.Benight, V.F.Morozov.** J. Chem. Phys., **128**, 195101 (2008).
2. **Ш.А.Тоноян, Т.Ю.Бурякина, А.В.Царукян, Е.Ш.Мамасакхлисов, В.Ф.Морозов.** Изв. НАН Армении, Физика, **42**, 466 (2007).
3. **V.F.Morozov, A.V.Badasyan, A.V.Grigoryan, M.A.Sahakyan, E.Sh.Mamasakhlov.** Biopolymers, **75**, 434 (2004).
4. **Sh.A.Hairyan, E.Sh.Mamasakhlov, V.F.Morozov.** Biopolymers, **35**, 75 (1995).
5. **А.В.Царукян, Т.Ю.Бурякина, Ш.А.Тоноян, В.Ф.Морозов.** Тезисы конференции “Современные проблемы молекулярной биофизики”. С.-Петербург, 2006, стр. 44.
6. **А.В.Бадасян, А.В.Григорян, Е.Ш.Мамасакхлисов, А.В.Царукян, В.Ф.Морозов.** Изв. НАН Армении, Физика, **40**, 148 (2005).

HAMILTONIAN AND PARTITION FUNCTION OF THE GENERALIZED MODEL OF POLYPEPTIDE CHAIN IN COMPETING AND NON-COMPETING SOLVENTS IN THE PRESENCE OF INTERCHAIN INTERACTIONS

A.V. TSARUKYAN

The Hamiltonian of the generalized model of polypeptide chain in competing and noncompeting solvents is constructed. The partition function of such model with a solvent up to an irrelevant multiplier equals the partition function of the base model with the redefined interaction energy J (in case of competing solvent) and the number of conformations Q (in case of noncompeting solvent).

К 70-ЛЕТИЮ АКАДЕМИКА Ю.С. ЧИЛИНГАРЯНА

Исполнилось 70 лет со дня рождения и более 45 лет научно-педагогической деятельности известного физика, академика Национальной академии наук Республики Армения, доктора физико-математических наук, профессора, члена Президиума НАН РА, академика-секретаря отделения физики и астрофизики НАН РА, почетного заведующего кафедрой оптики Ереванского государственного университета Юрия Сергеевича Чилингаряна.

Ю.С. Чилингарян родился 22 сентября 1938 г. в Ереване. В 1960 г. после окончания физического факультета ЕГУ был оставлен на работу на том же факультете. В те годы начинались исследования по лазерной тематике и Ю.С. Чилингарян с самого начала включился в эти работы.

Его становление в науке происходило в Московском государственном университете под руководством выдающихся ученых, классиков нелинейной оптики, лауреатов Ленинской и Ломоносовской премий – профессора С.А. Ахманова и академика Р.В. Хохлова. Ю.С. Чилингаряном были выполнены первые в Армении работы по нелинейной оптике. Фактически, он является основоположником этого направления в Армении. Уже в первых экспериментальных работах по исследованию нелинейно-оптических эффектов в жидкостях Ю.С. Чилингаряном был получен ряд результатов, имеющих приоритетный характер, в некоторых случаях в корне меняющих традиционные представления. В частности, им впервые было доказано, что, в отличие от спонтанного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна, при вынужденном рассеянии отсутствует антистоксовая компонента. Впервые была исследована самофокусировка неоднородных по сечению лазерных пучков и продемонстрировано существование оптимального радиуса самофокусирующегося пучка. В 1968 г. Ю.С. Чилингарян защитил кандидатскую диссертацию на тему „Экспериментальное исследование вынужденного рассеяния и самофокусировки света в жидкостях”. Затем последовала серия работ по нестационарным нелинейным явлениям в кристаллах: в частности, генерация второй гармоники в нелинейных кристаллах, нестационарное вынужденное поляритонное рассеяние в йодате лития. Он создает уникальную установку, позволяющую наблюдать спектрально-пространственно-временную картину развития нелинейных эффектов при взаимодействии пикосекундных лазерных импульсов со средой. В этот период он возглавляет проблемную лабораторию радиационной физики ЕГУ.

В 1972 г. Ю.С. Чилингарян становится заведующим кафедрой оптики ЕГУ. Параллельно он начинает заниматься вопросами взаимодействия лазерного излучения со статистически упорядоченными средами, в частности, жидкими кристаллами (ЖК). Практически все проявления этих взаимодействий оказались в поле зрения Ю.С. Чилингаряна и его сотрудников. Эти исследования велись настолько широким фронтом, что на их основе фактически сформировалось новое научное направление: „Лазерная физика и нелинейная оптика жидких кристаллов”. Благодаря его деятельности кафедра оптики стала авторитетным научным центром, признанным мировым научным сообществом. В ЖК были обнаружены сильные нелинейности, и это явилось толчком для формирования на их основе групп, лабораторий и научных школ – вслед за кафедрой оптики ЕГУ и в Москве, затем во многих странах мира.

Трех- и четырехволновые взаимодействия, а именно: генерация второй и третьей оптической гармоники, когерентная активная спектроскопия комбинационного рассеяния света, обращение волнового фронта, самофокусировка; исследования в области термодинамического фазового перехода, светоиндуцированные фазовые переходы, нелинейные волновые процессы в поверхностных структурах, бистабильность и мультистабильность, система жидкий кристалл–краситель как среда с двухкомпонентным параметром упорядочения – вот далеко не полный перечень исследованных им проблем.

В 1984 г. Ю.С. Чилингарян защищает докторскую диссертацию, в том же году совместно с С.М. Аракелянном издает первую в мире монографию „Нелинейная оптика жидких кристаллов” (Москва, изд. „Наука”). В 1996 г. Ю.С. Чилингарян избирается академиком Национальной академии наук Армении.

В числе учеников Ю.С. Чилингаряна 6 докторов и 12 кандидатов наук, многие представители его школы в настоящее время успешно работают в Канаде, США, РФ, Германии, Франции, Японии и в других ведущих странах мира. Ю.С. Чилингарян всегда проявлял большой интерес к прикладным исследованиям. Проведенные исследования неустойчивостей и критических явлений, гидродинамических, светогидродинамических и ориентационных эффектов в жидких кристаллах послужили основой для создания элементов и систем на их основе. К числу таких применений относятся сверхчувствительный широкодиапазонный сейсмометр, квазиволноводный жидкокристаллический лазер на красителе, внутрирезонаторные ЖК элементы для плавной перестройки частоты лазерного излучения и т.д.

Под его руководством были синтезированы особо чистые многокомпонентные стекла и на их основе созданы двухсердцевинные оптические волокна, разработаны волоконно-оптические датчики. По этим работам Ю.С. Чилингарян имеет девять авторских свидетельств в области оптоэлектроники и волоконной оптики.

Список его публикаций превышает 250 наименований. Отражением большого научного авторитета Ю.С. Чилингаряна является также его участие с приглашенными докладами на международных конференциях и симпозиумах в области когерентной и нелинейной оптики. Первое Всесоюзное научное совещание по „Взаимодействию лазерного излучения с жидкими кристаллами” было организовано Ю.С. Чилингаряном в Дилижане в 1978 г., он был одним из организаторов Всесоюзного симпозиума по нелинейной оптике в Ереване в 1967 г., Международной конференции по когерентной и нелинейной оптике в 1982 г., Первого Всемирного конгресса физиков-армян в 2004 г. Ю.С. Чилингарян являлся членом ряда научных проблемных советов АН СССР. Так, например, он был членом научного совета АН СССР по проблеме „Когерентная и нелинейная оптика” (со дня основания совета и до распада СССР), членом объединенного Совета по Оптике, плоской (планарной) оптике, волоконной оптике и ряда других. С 2003 г. по 2006 г. Ю.С. Чилингарян был председателем проблемного совета по физике и астрофизике НАН Армении.

В должности заведующего кафедрой оптики Ю.С. Чилингарян проработал до 2007 г., одновременно – с 1985 по 2000 гг. – он являлся деканом физического факультета ЕГУ. По его инициативе и под его руководством на факультете для особо одаренных студентов было организовано углубленное обучение, была разработана и внедрена в учебный процесс программа учебного цикла „Компьютерные методы в физике”, организована подготовка студентов по целому ряду новых специализаций, разработан учебный план бакалавриата и магистратуры. Он является автором двух учебников и ряда учебных пособий.

В 2006 г. Ю.С. Чилингарян избирается академиком-секретарем вновь созданного в НАН РА отделения физики и астрофизики, а также членом Президиума НАН РА. Ю.С. Чилингаряну в качестве признания его научно-педагогических заслуг в 2007 г. было присвоено звание почетного заведующего кафедрой оптики ЕГУ.

В настоящее время он является членом коллегии национальных экспертов стран СНГ по „Лазерам и лазерным технологиям”, членом редакционного совета журнала „Квантовая электроника” (РФ), членом редколлегии журнала „Известия НАН Армении, Физика”, заместителем председателя правления Армянского физического общества, членом специализированного совета по защите диссертаций по физике.

Он полон творческих сил. Об этом свидетельствуют его последние работы, посвященные исследованию эффектов взаимодействия света со средами с периодической структурой (холестерическими ЖК).

Поздравляя Юрия Сергеевича Чилингаряна с 70-летним юбилеем, редколлегия, его коллеги и ученики желают ему крепкого здоровья, новых успехов в науке и значительных достижений в благородном деле подготовки научных кадров на благо нашего государства.

Редколлегия

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ղ.Ա.Աղամալյան. Կորացած տարածությունների վրա արտաքին կորությունից կախված լագրանժիաններով համակարգի համիլտոնյան նկարագրությունը. 403

Հ.Գ.Մկրտչյան. Կինեմատիկ ուղղում ցածր էներգիաների տիրույթում պիոնների կիսահինկյուզիվ էլեկտրաձեռնման կտրվածքի համար. 410

Տ.Գ.Մանսուրյան. Ֆեմտովայրկյանային իմպուլսների սպեկտրալ սեղմումը հաճախային փոխմոդուլացման միջոցով. 418

Գ.Ա.Մուրադյան, Բ.Վ.Բալասանյան. Երկմակարդակ գազի բեկման ցուցիչը հանդիպակաց ալիքների քվանտացած դաշտում. 424

Հ.Ս.Երիցյան, Ժ.Բ.Խաչատրյան, Մ.Ա.Գանապետյան, Ա.Ա.Պապոյան, Հ.Մ.Առաքելյան. Մագնիսաէլեկտրական միջավայրերի օպտիկան մագնիսական դաշտի և դիէլեկտրական թափանցելիության տարածական դիսպերսիայի առկայությամբ. 435

Զ.Մարվան. Միջգոտիական անցումները նեղ արգելված գոտիով InSb գնդային քվանտային շերտերում էլեկտրական դաշտում. 441

Ա.Ս.Վորա. Ca₇₀Mg₃₀ երկակի մետաղապակու գերհաղորդիչ վիճակի պարամետրերի կախումը ճնշումից. 450

Վ.Վ.Հովհաննիսյան. Բազմաչափ արտապատկերումները հակաֆեռոմագնիսական մո-դելներում և Լյապունովի ցուցիչները մագնիսական հարթակներով. 461

Ա.Ա.Բզնունի, Վ.Մ.Ժամկոչյան, Զ.Գ.Կիրակոսյան, Ա.Գ.Խուդավերդյան. Օպտիմիզացված բուստեր կասկադային էլեկտրամիջուկային համակարգերում. 468

Ա.Վ.Մանուկյան. Պոլիպետիդային շղթայի ընդհարացված մոդելի համիլտոնյանը և վիճակագրական գումարը մրցակցող և ոչ մրցակցող լուծիչներում միջշղթայա-կան փոխազդեցությունների առկայության դեպքում. 476

Ակադեմիկոս **Յու.Ս.Չիլինգարյանի** 70-ամյակին. 479

CONTENTS

D.A.Aghamalyan. Hamiltonian description of systems with the Lagrangians depending on extrinsic curvatures on curved space. 403

H.G.Mkrtchyan. Kinematic correction to the cross-section of semi-inclusive π -meson electroproduction in the low-energy range. 410

T.G.Mansuryan. Spectral compression of femtosecond pulses via frequency inter-modulation. 418

G.A.Muradyan, B.V.Balasanjan. Refractive index of a two-level gas in the quantized field of counterpropagating waves. 424

H.S.Eritsyan, J.B.Khachatryan, M.A.Ganapetyan, A.A.Papoyan, H.M.Arakelyan. Optics of magnetoelectric media in the presence of magnetic field and spatial dispersion of the dielectric permittivity. 435

Z.Marwan. Interband transitions in a narrow-band spherical InSb quantum layer in the presence of an electric field. 441

A.M.Vora. Pressure dependence of the superconducting state parameters of a binary Ca₇₀Mg₃₀ metallic glass superconductor. 450

V.V.Hovhannisyanyan. Multidimensional mapping in antiferromagnetic models and Lyapunov exponents with the magnetization plateau. 461

S.A.Bznuni, V.M.Zhamkochyan, Z.G.Guiragossian, A.G.Khudaverdyan. Optimized booster in cascade electronuclear systems. 468

A.V.Tsarukyan. Hamiltonian and partition function of the generalized model of polypeptide chain in competing and non-competing solvents in the presence of interchain interactions. 476

On the 70-th birthday of Academician **Yu.S.Chilingaryan.** 479

СОДЕРЖАНИЕ

Д.А.Агамалян. Гамильтоново описание систем с лагранжианами, зависящими от внешних кривизн, на искривленных пространствах. . . .	403
Г.Г.Мкртчян. Кинематическая поправка к сечению семиинклюзивного электророждения π - мезонов в области низких энергий.	410
Т.Г.Мансурян. Спектральная компрессия фемтосекундных импульсов посредством частотной межмодуляции.	418
Г.А.Мурадян, Б.В.Баласанян. Показатель преломления двухуровневого газа в квантованном поле встречных волн.	424
О.С.Ерицян, Ж.Б.Хачатрян, М.А.Ганапетян, А.А.Папоян, О.М.Аракелян. Оптика магнитоэлектрических сред при наличии магнитного поля и пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости. . .	435
З.Марван. Межзонные переходы в узкозонном квантовом сферическом слое InSb при наличии электрического поля.	441
А.М.Вора. Зависимость от давления параметров сверхпроводящего состояния бинарного металлокстекла $\text{Ca}_{70}\text{Mg}_{30}$	450
В.В.Оганнисян. Многомерные отображения в антиферромагнитных моделях и ляпуновский показатель, связанный с плато намагниченности.	461
С.А.Бзнуни, В.М.Жамкочян, З.Г.Киракосян, А.Г.Худавердян. Оптимизированный бустер в каскадных электроядерных системах.	468
А.В.Царукян. Гамильтониан и статистическая сумма обобщенной модели полипептидной цепи в конкурентном и неконкурентном растворителях при наличии межцепочечных взаимодействий.	476
К 70-летию академика Ю.С.Чилингаряна.	479

Заказ №217

Тираж 100. Сдано в набор 27.07.2008.

Подписано к печати 19.08.2008. Печ. л. 5,25.

Бумага офсетная. Цена договорная.

Типография НАН РА.

Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.