ISSN 0002-3035

# ФИЗИКА-Shohuu-PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿՍՉԻՐ ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

> PROCEEDINGS OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

42, N5, 2007

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՁԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

## зълъчиърризвестия **БРДРЧЦ ФИЗИКА**

געאחר דסא **42** 

Nº 5

ԵՐԵՎԱՆ

EPEBAH

2007

© Национальная Академия наук Армении Известия НАН Армении, Физика Журнал издается с 1966 г. Выходит 6 раз в год на русском и английском языках

# РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор

Э. Г. Шароян, зам. главного редактора

- А. А. Ахумян
- Г. А. Вартапетян
- Э. М. Казарян
- А. О. Меликян
- А. Р. Мкртчян
- Д. Г. Саркисян
- Ю. С. Чилингарян
- А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

## ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

- Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր
- է. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ
- Ա.Ա.Հախումյան
- Հ. Հ. Վարդապետյան
- Ե. Մ. Ղազարյան
- Ա. Հ. Մելիքյան
- Ա. Ո. Մկրտչյան
- Դ. Հ. Սարգսյան
- Յու. Ս. Չիլինգարյան
- Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

## EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief
E. G. Sharoyan, associate editor
A. A. Hakhumyan
H. H. Vartapetian
E. M. Ghazaryan
A. O. Melikyan
A. R.Mkrtchyan
D. H. Sarkisyan
Yu. S. Chilingaryan
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն, 375019, Երեան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ։

Editorial address: 24-g. Marshal Bagramyan Av., Yerevan, 375019. Republic of Armenia. УДК 330.145

### К ТЕОРИИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ПАР–ЖИДКОСТЬ–КРИСТАЛЛ

### Т.К. МЕЛИК-БАРХУДАРОВ

АОЗТ "Лазерная техника", Ереван

(Поступила в редакцию 9 апреля 2007 г.)

Обсуждается подход, позволяющий в рамках одной модели описать переходы между различными агрегатными состояниями системы одноатомных атомов, подчиняющихся статистике Ферми. Получена фазовая диаграмма, содержащая как критическую точку, где исчезают различия между жидкостью и паром, так и тройную точку, где жидкость, пар и кристалл находятся в равновесии.

Среди множества фазовых переходов, происходящих в многочастичных системах, переходы между различными агрегатными состояниями, т.е. газообразной, жидкой и кристаллической фазами, оказались одними из наиболее трудных для описания. Трудности возникли уже при попытках рассмотреть неидеальный одноатомный газ с произвольными, но короткодействующими силами отталкивания. Янг и Хуанг [1] показали на примере неидеального ферми-газа, что в пределе разреженной системы величины многочастичной задачи удается выразить через характеристики двухчастичной, т.е. через амплитуду рассеяния. Впоследствии в рамках этого приближения [2] был описан переход упомянутой системы в сверхтекучее состояние в случае, когда взаимодействие носит характер притяжения и основным типом рассеяния является s-рассеяние. Однако вблизи точки конденсации это приближение перестает быть справедливым и для описания перехода пар – жидкость приходиться прибегать к интерполяционным формулам, наиболее известной из которых является формула Ван-дер-Ваальса. Между тем существует подход, не связанный с требованием малой плотности системы. Таким подходом является созданная Ландау [3] теория ферми-жидкости, основанная на предположении, что, несмотря на сильное взаимодействие между атомами системы, слабо возбужденные состояния ее подобны возбуждениям идеального газа. Другими словами, при включении взаимодействия атомы переходят в слабо взаимодействующие "квазичастицы", число которых равно числу атомов. Сами же взаимодействием характеристики системы, обусловленные "квазичастиц", должны вычисляться в приближении самосогласованного поля. Хотя предположения, лежащие в основе теории Ландау, были обоснованы в рамках микроскопической теории [4], она в целом остается полуфеноменологической. Такие параметры, как масса квазичастиц и функция их взаимодействия, должны определяться из опыта.

На основе теории Ландау были исследованы свойства жидкого гелия-3, а впоследствии с привлечением идей теории сверхпроводимости Бардина, Купера и Шриффера и переход его в сверхтекучее состояние. Ранее мы показали [5], что уравнения самосогласованного поля Боголюбова, лежащие в основе теории сверхтекучести, описывают не только переход в сверхтекучую фазу, но и происходящий при значительно более высоких температурах переход из газовой в жидкую фазу. В настоящей работе мы попытаемся показать, что рассматриваемая модель позволяет в принципе описать и переход системы в пространственно упорядоченное, т.е. кристаллическое состояние. И, хотя речь будет идти об имеющей отношение к гелию-3 системе взаимодействующих ферми-частиц, понимание картины переходов в ней укажет путь для исследования структур, образующихся из атомов других благородных газов.

Будем исходить из выражения для термодинамического потенциала системы фермичастиц Ω(μ,*T*) в формализме функционального интеграла [5]

$$\exp\left(-\frac{\Omega}{T}\right) = \int \exp\left(S\right) D\psi D\overline{\psi} \quad , \tag{1}$$

$$S = \int_{0}^{1/T} d\tau \int \left[ \overline{\psi}_{\alpha} \left( -\frac{\partial}{\partial \tau} - \varepsilon \left( \hat{p} \right) + \mu \right) \psi_{\alpha} + \frac{1}{2} \overline{\psi}_{\alpha} \left( \overline{\psi}_{\beta} \lambda \psi_{\beta} \right) \psi_{\alpha} \right] d^{3}x.$$
 (2)

Входящие в (2) величины  $\psi_{\alpha}$  и  $\overline{\psi}_{\alpha}$  являются антикоммутирующими *с*-функциями, удовлетворяющими по переменной  $\tau$  условию антипериодичности

$$\Psi(\tau) = -\Psi\left(\tau + \frac{1}{T}\right), \qquad \overline{\Psi}(\tau) = -\overline{\Psi}\left(\tau + \frac{1}{T}\right),$$
(3)

так что фурье-разложение для  $\psi_{\alpha}$  и  $\overline{\psi}_{\alpha}$  имеет вид

$$\Psi(\tau) = \sum_{\varepsilon} a_{\varepsilon} e^{-i\varepsilon\tau} , \qquad \overline{\Psi}(\tau) = \sum_{\varepsilon} a_{\varepsilon} e^{i\varepsilon\tau} , \qquad (4)$$

где  $\varepsilon = 2\pi \left( n + \frac{1}{2} \right) T$  с  $n = 0, \pm 1, \pm 2...$ 

Разлагая экспоненту в (1) по константе связи и используя формулу для гауссовых интегралов

$$\int \exp\left(-\overline{\psi}A\psi - \overline{J}\psi - \overline{\psi}J\right)D\psi D\overline{\psi} = \exp\left(\overline{J}A^{-1}J \pm \operatorname{tr}\ln A\right),\tag{5}$$

где верхний знак относится к фермиевским полям, а нижний – к бозевским полям, мы придем к ряду теории возмущений, который ничем не отличается от соответствующего ряда термодинамической теории возмущений операторного представления квантовой статистической физики. Вместе с тем формализм функциональных интегралов оказывается более эффективным для выхода за рамки теории возмущений, а именно, введение дополнительного поля U(x) позволяет переписать формулу (1) в виде

$$\exp\left(-\frac{\Omega(\mu,T)}{T}\right) = \int \exp\left(-\frac{\Omega[U]}{T}\right) DU\left(\int \exp\left(-\frac{VU^2}{2\lambda}\right) DU\right)^{-1},$$
(6)

где

$$\Omega[U] = \frac{VTU^2}{2\lambda} + \tilde{\Omega}[U], \qquad (7)$$

а  $\tilde{\Omega}[U]$  определяется из соотношения

$$\exp\left(-\frac{\tilde{\Omega}[U]}{T}\right) = \int \exp\left(\overline{\psi}_{\alpha}\left(-\frac{\partial}{\partial\tau} - \varepsilon\left(\hat{p}\right) + \mu - U\right)\psi_{\alpha}\right)D\psi D\overline{\psi} \quad . \tag{8}$$

Тождественность (6) и (1) проверяется непосредственно интегрированием (6) по полям U(x) с использованием формулы

$$\int \exp\left(-U\frac{1}{2\lambda}U - \overline{\psi}U\psi\right) DU \bigg/ \int \exp\left(-U\frac{1}{2\lambda}U\right) DU = \exp\left(\frac{1}{2}\overline{\psi}\psi\lambda\overline{\psi}\psi\right).$$
(9)

С помощью очевидного соотношения

$$\frac{\delta}{\delta U(x)} \exp\left(-\frac{\tilde{\Omega}[U]}{T}\right) = \int \bar{\psi}_{\alpha} \psi_{\alpha} \exp\left(\bar{\psi}_{\alpha} \left(-\frac{\partial}{\partial \tau} - \varepsilon \left(\hat{p}\right) + \mu - U\right) \psi_{\alpha}\right) D \psi D \bar{\psi}$$
(10)

имеем для средней плотности системы выражение

$$\left\langle \overline{\psi}(x)\psi(x)\right\rangle = \int \exp\left(-U\frac{1}{2\lambda}U\right)\frac{\delta}{\delta U(x)}\exp\left(-\frac{\widetilde{\Omega}[U]}{T}\right)DU\left/\int \exp\left(-U\frac{1}{2\lambda}U\right)DU$$
, (11)

откуда после интегрирования по частям получаем соотношение

$$\langle \overline{\psi}(x)\psi(x)\rangle = \int \exp\left(-\frac{\Omega[U]}{T}\right) \left(U\frac{1}{\lambda}\right) (x)DU / \int \exp\left(-\frac{\Omega[U]}{T}\right) DU$$
. (12)

Аналогичную формулу можно выписать для функции корреляции плотности

$$\left\langle \overline{\psi}(x)\psi(x)\overline{\psi}(x')\psi(x')\right\rangle = \int \exp\left(-\frac{\Omega[U]}{T}\right) \left(U\frac{1}{\lambda}\right) \left(x\right) \left(U\frac{1}{\lambda}\right) \left(x'\right) DU \left/\int \exp\left(-\frac{\Omega[U]}{T}\right) DU, \quad (13)$$

где

$$\left(U\frac{1}{\lambda}\right)(x) = \int U(x')\frac{1}{\lambda}(x-x')Dx',$$
(14)

а  $\frac{1}{\lambda}(x)$  – функция, обратная  $\lambda(x)$ .

Переход от (1) к (6) означает по существу переход к представлению, где система описывается полями U(x) с функционалом распределения

$$\rho[U] = \exp\left(\frac{\Omega(\mu, T) - \Omega[U]}{T}\right) \left(\int \exp\left(-\frac{VU^2}{2\lambda}\right) DU\right)^{-1}.$$
(15)

Поскольку интеграл (8) гауссов, то его с помощью формул (4) и (5) можно проинтегрировать по полям  $\psi$  и  $\overline{\psi}$ , так что для функции  $\Omega[U]$  получим выражение

$$\tilde{\Omega}[U] = -T \sum_{\varepsilon,k} \ln\left(i\varepsilon + \mu - E_k\right), \qquad (16)$$

где  $E_k$  – собственные значения уравнения

$$(\varepsilon(\hat{p}) + U)\phi = E\phi \quad . \tag{17}$$

После проведения суммирования по  $\epsilon$  получим для  $\Omega[U]$  выражение

$$\Omega[U] = \frac{VTU^2}{2\lambda} - T\sum_k \ln\left(1 + e^{\frac{1}{T}(\mu - E_k)}\right).$$
(18)

Очевидно, что, так как нахождение собственных значений  $E_k$  для произвольной конфигурации U(x) и последующее интегрирование по всем конфигурациям является нереальной задачей, нам необходимо сузить класс рассматриваемых конфигураций. Как уже упоминалось, учет только однородных конфигураций позволяет описать переход жидкость – газ в области, далекой от критической. Следуя такому подходу, чтобы допустить возможность пространственной упорядоченности, необходимо расширить класс рассматриваемых конфигураций, включив в него пространственно периодические конфигурации.

Для фиксированной решетки разложим поле U(x) в ряд Фурье

$$U(x) = \sum_{b} U_{b} e^{ibx} , \qquad (19)$$

где *b* являются векторами обратной решетки. Как уже упоминалось, в рассматриваемой системе полагается, что взаимодействие "квазичастиц" является слабым, откуда следует, что основной вклад в интегралы дают слабые поля U(x), и для нахождения собственных значений уравнения (17) нам достаточно ограничиться приближением слабой связи, что приводит к следующему выражению для  $\Omega[U]$ :

$$\Omega[U] = \frac{VU_0^2}{2\lambda_0} + \frac{V}{2} \sum_b \frac{|U_b|^2}{\lambda_b} - T \sum_k \left[ \ln\left(1 + e^{\frac{1}{T}\left(\mu - E^+(k)\right)}\right) + \ln\left(1 + e^{\frac{1}{T}\left(\mu - E^-(k)\right)}\right) \right], \quad (20)$$

где

$$E^{\pm}(k) = -U_0 + \frac{(k^2 + (k-b)^2)}{4M} \pm \sqrt{\left(\frac{(k^2 - (k-b)^2)}{4M}\right)^2 + \left|U_b\right|^2} \quad .$$
(21)

Векторы b определяют брэгговские плоскости, вблизи которых в энергетическом спектре возникает щель. Далее мы полагаем, что взаимодействие носит ван-дер-ваальсов характер, т.е. существенно меняется на больших расстояниях. Последнее означает, что величины  $\lambda_b$ 

быстро убывают с ростом b, т.е. в (20) достаточно оставить несколько начальных значений. Задача еще достаточно сложна, чтобы проводить вычисления для различных кристаллических структур, и поэтому мы рассмотрим подробнее одномерный случай, ограничившись только одной модой поля  $U_b$ , где b – основной период обратной решетки. Другими словами, нас интересуют условия, когда пространственное упорядочение носит характер волны.



Рис.1. Поверхность  $\Omega[U]$  в зависимости от  $|U_b|$  (по оси *x*) и *U*<sub>b</sub> (по оси *y*). Число минимумов  $\Omega[U]$  определяет число фаз, которые могут существовать одновременно, а их относительные значения определяют стабильность фаз.

Итак, нам надо вычислить термодинамический потенциал  $\Omega(\mu,T)$  с помощью формулы (6). Рассмотрим сначала величину  $\Omega[U]$  как функцию переменных  $U_0$  и  $|U_b|$ . На рис.1 изображена поверхность  $\Omega[U]$  в зависимости от  $|U_b|$  и  $U_0$ .  $\Omega[U]$  – макроскопическая величина, и основной вклад в интеграл (6) дают области вблизи ее минимумов. Число минимумов и их относительные значения определяются температурой T и химическим потенциалом  $\mu$ . Поскольку в основе описания многочастичных систем лежит понятие вероятности, то состояния, дающие меньший вклад, считаются менее ожидаемыми, или иначе говоря, метастабильными. Такая интерпретация метастабильных состояний позволяет утверждать, что, когда величина  $\Omega[U]$  имеет только один минимум, в системе реализуется только одна стабильная фаза. При наличии двух одинаковых минимумов имеет место сосуществование двух стабильных фаз, а три одинаковых минимума соответствуют так называемой тройной точке, когда одновременно сосуществуют три стабильные фазы.



Рис.2. Проекция уравнения состояния на плоскость *РТ*. Кривые *P*<sub>sv</sub> и *P*<sub>ls</sub> разделяют области жидкого и кристаллического и, соответственно, кристаллического и парообразного состояний вещества.

Знание потенциала  $\Omega(\mu, T)$  позволяет определить все термодинамические величины системы. Так, с помощью формул  $P(\mu, T) = -\Omega(\mu, T)/V$  и  $N(\mu, T) = -\partial\Omega(\mu, T)/\partial\mu$  мы можем получить параметрическую форму уравнения состояния, т.е. уравнение, связывающее давление, плотность и температуру системы. Роль параметра играет химический потенциал  $\mu$ . Обычно для наглядного представления поверхности, точки которой соответствуют равновесным состояниям системы, используют ее проекции на плоскости *PT*, *PN* и *TN*. На рис.2 изображена проекция на плоскость *PT*, где видны три области, соответствующие парообразному, жидкому и кристаллическому состояниям вещества. Кривые были получены путем численных вычислений с помощью программы, позволяющей найти локальные минимумы функции нескольких переменных. Интегрирование велось в области, где в энергетическом спектре возникла щель. Как уже упоминалось, эта область находится вблизи брэгговских плоскостей, которые в рассматриваемом одномерном случае выродились в точки при  $k = \pm b/2$ . Можно ожидать, что детализация периодической структуры происходит поэтапно и с уменьшением температуры возникают моды, соответствующие меньшим  $\lambda_b$ .

При распространении вычислений на трехмерный случай нам необходимо интегрировать в (20) по области, примыкающей к системе брэгговских плоскостей, ограничивающих первую зону Бриллюэна. Соответственно в (20) в сумме по *b* необходимо ограничиться теми значениями векторов, которые принимают участие в образовании первой зоны Бриллюэна. Разумеется, эта программа должна быть проведена для конкретной кристаллической структуры. Нас, однако, интересует лишь то общее, что характерно для различных структур, оставляя детальные вычисления на будущее. Например, можно аппроксимировать поверхность, ограничивающую первую зону Бриллюэна, сферой, вблизи которой в спектре имеется щель. Очевидно, что математическая структура формул мало чем будет отличаться от уже рассмотренной и общая картина останется прежней. Известно, что в приближении самосогласованного поля, т.е. без учета флуктуаций термодинамических величин, картина фазовых переходов мало зависит от размерности системы.

Вкратце обсудим полученные результаты. Мы показали, что на основе модели,

использованной для описания перехода системы взаимодействующих ферми-частиц в сверхтекучее состояние, можно описать переходы между различными агрегатными состояниями вещества. При снижении температуры сначала возникает критическая точка, ниже которой возможно сосуществование двух однородных фаз – газообразной и жидкой. При дальнейшем движении по кривой фазового равновесия возникает тройная точка, в которой возможно сосуществование трех фаз. После тройной точки кривая расслаивается на две кривые, одна из которых описывает равновесие жидкой и кристаллической фазы, а другая – кристаллической и газообразной фаз.

В настоящей работе мы использовали стандартную модель системы ферми-частиц без учета обменных эффектов. Последние ответственны за многообразие свойств гелия-3 как в сверхтекучем, так и нормальном состоянии, одним из которых является отсутствие у него тройной точки. Поскольку гелий-3 является единственной системой с таким свойством, использованная нами модель ближе по поведению к обычным системам.

### ЛИТЕРАТУРА

1. K.Huang, C.N.Yang. Phys. Rev., 105, 767 (1957).

- 2. Л.П.Горьков, Т.К.Мелик-Бархударов. ЖЭТФ, **40**, 1452 (1961).
- 3. **Л.Д.Ландау.** ЖЭТФ, **30**, 1058 (1956).
- 4. **Л.Д.Ландау.** ЖЭТФ, **34**, 262 (1958).

5. Т.К.Мелик-Бархударов. Изв. НАН Армении, Физика, 41, 243 (2006).

### ԳՈԼՈՐՇԻ–ՀԵՂՈՒԿ–ԲՅՈՒՐԵՂ ՖԱԶԱՅԻՆ ԱՆՅՈՒՄՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

### Թ.Կ. ՄԵԼԻՔ–ԲԱՐԽՈԻԴԱՐՈՎ

Մշակված է մոտեցում, որը թույլ է տալիս մեկ մոդելի շրջանակներում բացատրել փոխազդող Ֆերմի ատոմների համակարգի ֆազային անցումները տարբեր ագրեգատային վիճակների միջն։ Մտացված է ֆազային դիագրամ, որը պարունակում է և՛ կրիտիկական կետը, որտեղ հեղուկի և գազի միջև տարբերությունը վերանում է, և՛ եռակի կետը, որտեղ բյուրեղը, հեղուկը և գազը հավասարակշռության մեջ են։

### ON THE THEORY OF VAPOR – LIQUID – CRYSTAL PHASE TRANSITIONS

#### T. K. MELIK-BARKHUDAROV

An approach allowing a single model description of transitions between different aggregate states of a system of interacting atoms governed by Fermi statisitics is developed. Using the approach, we obtain a phase diagram that contains the critical point where differences between gas and liquid vanish, as well as the triple point where the gas, liquid, and crystal are in equilibrium.

УДК 539.17

### МЕТОД ОЦЕНКИ АДРОННОГО ЗАТУХАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ЛЕПТОРОЖДЕНИЯ НА ЯДРАХ

### А.Л. АКОПЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 1 ноября 2007 г.)

Представлены результаты оценки адронного затухания в процессе лепторождения на ядрах, полученные на основе усовершенствования численного метода, предложенного в [1], с учетом предсказаний струнной модели. Дано определение понятий времени рождения и времени формирования. Описана разработанная методология расчетов. Представлены полученные на основе новой методики графические зависимости адронных затуханий от энергии виртуального фотона и доли энергии, переданной конечному адрону.

### 1. Введение

Конфайнмент кварков внутри адрона – возможно, самое характерное свойство КХД (квантовая хромодинамика). Понимание конфайнмента (количественно и качественно) - одна из основных целей современной ядерной физики. Экспериментальное изучение конфайнмента проводится, в основном, с помощью адронной спектроскопии. С другой стороны, рассматриваемый процесс часто представляется посредством разделения струн в процессе адронизации, что согласуется с расчетами решеток со статическими кварками, подтвердившими сконцентрированность глюонного поля в потоковых трубках (или струнах). Численные расчеты, позволяющие представить качественную картину процесса, имеют большое значение, так как представление, использующее в полной мере КХД, намного сложнее, расчеты на решетках с динамическими кварками пока еще невозможны, а существующие модели очень плохо согласуются с экспериментальными данными.

В настоящей статье представлены оценки отношения адронных множественностей, основанные на методе, предложенном в [1], а также на принципах струнной модели.

### 2. Время рождения и время формирования

Элементарное представление о механизме конфайнмента в процессе глубоконеупругого рассеяния (см. рис.1) предлагает струнная модель (или модель потока цветовых трубок) [2,3]. Это одна из фундаментальных основ, на базе которых построена модель адронизации Лунда. Согласно этому представлению, кварк, удаляясь из адрона, образует струну, или "хромо-потоковую трубку", которая распространяется в пространственно-временной области. У струны есть "напряжение" k, со значением примерно 1 ГэВ/фм в свободном пространстве. Получив соответственное количество энергии,  $q\bar{q}$  пары могут туннелировать из вакуума и "разбить" струну на две. Вероятность образования кварковых пар в единицу времени и на единицу расстояния дается формулой Швингера [3]

$$W = \frac{\kappa}{2\pi^3} \exp\left(-\frac{\pi m_q^2}{2\kappa}\right),\tag{1}$$

(или его современным представлением, в котором  $m_q^2 \rightarrow m_q^2 + p_T^2$ ). Уравнение (1) показывает, что вероятность образования кварковой пары зависит от отношения квадрата массы кварка к напряжению струны. Так как масса легких кварков значительно меньше, чем 1 ГэВ, то в этом представлении длина струны меньше, чем 1 фм.



Рис.1. Диаграмма Фейнмана для процесса глубоконеупругого рассеяния на ядре *А* в первом приближении. *рт* – импульс адрона, перпендикулярный направлению импульса виртуального фотона у\*.

Несмотря на то, что струнная модель является полезной основой для deноменологического анализа процесса адронизации, она не применима при микроскопическом описании конфайнмента кварков образующих В системах. Фундаментальные степени свободы в КХД – глюоны и токовые кварки, должны присутствовать при любом детальном описании.

Среди переменых, описывающих конфайнмент, можно выделить характерные времена для определенных стадий в процессе формирования адрона. На начальной стадии происходит абсорбция виртуального фотона кварком. Это происходит, предположительно, за очень короткий период времени (<<1 фм/с), регулируемый длиной волны виртуального фотона. Затем, в большинстве случаев, следует стадия, в которой цветной кварк по существу распространяется как квазисвободная частица и излучает глюоны с дифференциальным спектром, задаваемым в пКХД (пертурбативной КХД) формулой

$$d\omega^{q \to qg} = \frac{\alpha_s(k_{\perp}^2)}{4\pi} 2\frac{4}{3} \left[ 1 + \left(1 - \frac{k}{E}\right)^2 \right] \frac{dk}{k} \frac{dk_{\perp}^2}{k_{\perp}^2},$$
 (2)

где E - энергия кварка,  $k_{\mu}$  - 4-импульс глюона и  $k_{\perp}$  - поперечный импульс глюона. Иногда в статьях характерное время, соответствующее данной стадии, называется "временем рождения" (production time) [3].

Надо установить четкое различие между формированием конечного адрона и образованием бесцветного состояния, которое пока еще не является собственным состоянием

матрицы массы и может быть спроектировано на разные адронные волновые функции [4]. Такие состояния называются пре-адронами, а связанное с ними время – временем рождения,  $t_P$  [4]. Свойства таких пре-адронных состояний и их поглощение в нуклонах интенсивно изучались (как теоретически, так и экспериментально) на протяжении последних двадцати лет [5]. Было доказано, что такие пре-адроны действительно образуются и что ядра более прозрачны для таких состояний. Указание на цветовую прозрачность в процессе дифрактивного глубоконеупругого рассеяния наблюдалось в экспериментах на HERMES [6,7].

Для того, чтобы образовать адронную волновую функцию, составляющие волновой функции пре-адрона должны по крайней мере один раз повернуться вокруг своих орбит. Этот временной масштаб, расширенный благодаря преобразованиям Лоренца, называется временем формирования, *ts*, и пропорционален *zb*, где  $z_h = E_h / v_h$  – доля начальной энергии кварка, переданной адрону.

### 3. Методология расчетов

Рассмотрим глубоконеупругое рассеяние лептона на ядре с атомным весом A в точке (b,z), где координата z находится на оси, совпадающей с направлением импульса виртуального фотона. Благодаря этому взаимодействию образуется кварк с энергией  $E_q = v$ , где v - энергия виртуального фотона. Кварк, распространяясь в ядре, с определенной вероятностью может фрагментировать в лидирующий адрон с энергией  $E_h$ . Если характерное время процесса обозначить через  $\tau$ , то вероятность того, что промежуточное состояние в точке (b,z'), где  $z' \ge z$ , является кварком, равно

$$P_q(z' - z) = \exp[(z - z') / \tau], \qquad (3)$$

а вероятность того, что мы имеем фрагмент адрона,

$$P_h(z'-z) = 1 - P_q(z'-z) .$$
(4)

Следовательно, вероятность того, что кварк или его лидируюший фрагмент не абсорбированы одиночным нуклоном в ядре, есть

$$S_{A}(b,z) = 1 - \tau_{q} \int_{z}^{\infty} dz' \rho_{A}(b,z') P_{q}(z'-z) - \sigma_{h} \int_{z}^{\infty} dz' \rho_{A}(b,z') P_{h}(z'-z), \qquad (5)$$

где  $\sigma_q$  и  $\sigma_h$  являются сечениями абсорбции кварка и адрона *h*, соответственно. Следуя примеру [8], для нормированной на единицу ядерной плотности  $\rho_A(b,z)$  используется формула Саксона–Вудса

$$p_A(r) = p_0 / \{1 + \exp[(r - r_A) / a]\},$$
(6)

где *г*<sub>*A*</sub> = (0.978 + 0.0206 *А*<sup>1/3</sup>) *А*<sup>1/3</sup> и *a* = 0.54.

Отношение ядерного затухания  $R_4$ , определенное как отношение числа адронов, образовавшихся на ядре A и, соответственно, на элементарной мишени (при равном числе лептонных событий), основано на идее, что в ядре не происходит абсорбции на остальных (A-1) нуклонах. Если не учитывать корреляции между нуклонами в мишени, то формула для  $R_4$  выглядит следующим образом:

$$R_{A} = \frac{dn_{A}}{dn_{1}} = \int db^{2} \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho_{A}(b, z) [S_{A}(b, z)]^{A-1}.$$
 (7)

### 4. Результаты расчетов

Так как  $z_h = E_h / v$  является долей начальной энергии кварка, переданной адрону, то энергия, потерянная вследствие излучения глюонов кварком, будет равна  $E_h = (1 - z_h)$ . Таким образом, согласно струнной модели, оценка дистанции, вдоль которой излучаются глюоны, будет

$$l_p = \frac{E_h(1 - z_h)}{\kappa},\tag{8}$$

что, собственно, является также временем рождения. К примеру, для пиона с энергией 5 ГэВ и  $z_h = 0.6 l_p = 2 \text{ фм}$ . Надо отметить, что это существенно размерный анализ.

Учитывая вышесказанное, в качестве характерного времени процесса в формуле (3) примем

$$\tau = b(1 - z_h) \vee z_h, \qquad (9)$$

где *b* - константа.

Выполняя процедуру, описанную в третьем пункте, можно получить зависимость ядерного затухания  $R_4$  от энергии виртуального фотона v и доли энергии кварка, переданной конечному адрону,  $z_h$ . Из формул (5) и (7) видно, что ядерное затухание  $R_4$ , кроме параметра  $\tau$ , зависит также от параметра  $\sigma_q$ . Зависимость от других парамеров, таких, как v, Q,  $z_h$ , может происходить только за счет  $\tau$  и  $\sigma_q$ . В расчетах предполагается, что  $\sigma_q = 0$ , так как ядро "прозрачно" для рассеянного кварка [4]. Кроме того,  $\sigma_h = 20$  мб и b = 1.4 (значения взяты из [1]). На рис.2,3,4 представлены зависимости ядерного затухания  $R_4$  от v и  $z_h$  (рисунки с индексами а), а также отдельно от ( (при  $z_h = 0.5$ ) (рисунки с индексами б) и от  $z_h$  (при v = 3) (рисунки с индексами в), соответственно для углерода (A = 12), железа (A = 56), свинца (A = 207). Ясно видно, что динамика и поведение кривых совпадают с результатами, полученными в эксперименте на НЕRMES [9]. Видно, что чем тяжелее ядро, тем сильнее действие ядерного затухания, а при увеличении v и  $z_h$ , соответственно, ослабляется и усиливает ся действие ядерного затухания. В зависимости ядерного затухания  $R_4$  от v заметно увеличение выпуклости кривой при увеличении атомного номера A ядра, что также подтверждается в эксперименте на HERMES [9].



Рис.2. а) Трехмерная зависимость адронного затухания от энергии виртуального фотона v и доли энергии, переданной конечному адрону *zh*, для ядра углерода; б) зависимость адронного затухания от энергии виртуального фотона v для ядра углерода, в) зависимость адронного затухания от доли энергии, переданной конечному адрону *zh*, для ядра углерода.



Рис.3. а) Трехмерная зависимость адронного затухания от энергии виртуального фотона v и доли энергии, переданной конечному адрону  $z_h$ , для ядра железа, б) зависимость адронного затухания от энергии виртуального фотона v для ядра железа; в) зависимость адронного затухания от доли энергии, переданной конечному адрону  $z_h$ , для ядра железа.



Рис.4. а) Трехмерная зависимость адронного затухания от энергии виртуального фотона v и доли энергии, переданной конечному адрону *z*<sub>b</sub>, для ядра свинца; б) зависимость адронного затухания от энергии виртуального фотона v для ядра свинца; в) зависимость адронного затухания от доли энергии, переданной конечному адрону *z*<sub>b</sub>, для ядра свинца.

### 5. Заключение

В работе представлен расчет ядерного затухания адрона в глубоконеупругом рассеянии на ядрах с учетом излучения глюонов рассеянным кварком. Полученные результаты качественно хорошо согласуются с результатами, полученными в эксперименте на HERMES [9]. Представленная модель будет применена при анализе результатов эксперимента EG2, проводимого в TJNAF (Thomas Jefferson National Accelerator Facility, USA). Модель может быть усовершенствована с учетом новых теоретических идей, добавлением новых параметров в характерное время процесса т.

### ЛИТЕРАТУРА

1. A.Bialas, T.Chmaj. Phys. Lett., B133, 241 (1983).

- 2. X.Artru, G.Mennessier. Nucl. Phys., B70, 93 (1974).
- 3. E.V.Shuryak et al. Phys. Lett., B78, 150 (1978).
- 4. B.Z.Kopeliovich et al. Nucl. Phys., A740, 211 (2004).

5. P.Jain, B.Pire, J.P.Ralston. Phys. Rep., 271, 67 (1996).

- 6. HERMES Collaboration, A.Airapetian et al. Phys. Rev. Lett., 90, 052501 (2003).
- 7. B.Z.Kopeliovich et al. Phys. Rev., C65, 035201 (2002).
- 8. W.Busza. Acta Phys. Pol., B8, 333 (1977).

9. HERMES Collaboration, A.Airapetian et al. Eur. Phys. J., C20, 479 (2001).

### ՀԱԴՐՈՆԱՅԻՆ ՄԱՐՄԱՆ ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ ՄԵԹՈԴ ՄԻՋՈՒԿՆԵՐԻ ՎՐԱ ԼԵՊՏՈԾՆՄԱՆ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐՈՒՄ

### Հ.Լ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

Ներկայացված է միջուկների վրա լեպտոծնման պրոցեսներում հադրոնային մարման մասին քանակական պատկերացում ստանալու համար կատարելագործված հաշվարկների մեթոդիկա, որում որպես հիմք ընդունված են թվային մեթոդը և լարերի մոդելի կանխատեսությունները։ Տրված են «ծնման ժամանակ» և «ձևավորման ժամանակ» հասկացությունների սահմանումները։ Ներկայացված է նոր մեթոդիկայի հիմքի վրա ստացված հադրոնային մարման գրաֆիկական կախվածությունը վիրտուալ ֆոտոնի էներգիայից և ձևավորված հադրոնին փոխանցված էներգիայի չափաբաժնից։

### METHOD OF ESTIMATION OF THE HADRON ATTENUATION IN LEPTOPRODUCTION FROM NUCLEI

### H.L. HAKOBYAN

The improved model of estimation of hadron attenuation in leptoproduction of hadrons from nuclear targets based on calculations in [1] and basic ideas of the string model is presented. The definitions of concepts of "production time" and "formation time" are given. The methodology of calculations is described. The dependences of hadron attenuations on the energy of a virtual photon and the fraction of the initial energy retained by the hadron are presented.

УДК 621.373

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕННОГО ПРОФИЛЯ ТЕРАГЕРЦОВОГО ИМПУЛЬСА С ПОМОЩЬЮ НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКОГО КРОСС-КОРРЕЛЯЦИОННОГО МЕТОДА

### Б.Э. БАГРАМЯН

#### Институт радиофизики и электроники НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 18 апреля 2007 г.)

Для определения временного профиля электрического поля импульсного терагерцового излучения, модулирующего фазу опорного фемтосекундного лазерного импульса в электрооптическом кристалле, предлагается использовать нелинейно-оптический кросс-корреляционный метод. В этом методе измерение временного профиля электрического поля импульса терагерцового излучения осуществляется за один лазерный импульс.

Одним из наиболее перспективных методов в области измерения временного профиля электрического поля импульса терагерцового излучения (ИТИ) является метод, основанный на линейном электрооптическом эффекте Поккельса. Суть метода заключается в следующем. В бездисперсном приближении поляризация электрического поля P(t) в электрооптическом кристалле, наведенная электрическим полем фемтосекундного лазерного импульса (ФЛИ) E(t) и электрическим полем ИТИ  $E_0(t)$ , может быть представлена в виде

$$P(t) = \chi^{(1)} E(t) + \chi^{(2)} E_0(t) E(t) = [\chi^{(1)} + \chi^{(2)} E_0(t)] E(t) , \qquad (1)$$

где x<sup>(1)</sup>, x<sup>(2)</sup> – линейная и квадратичная восприимчивости кристалла.

Как видно из (1), под воздействием электрического поля ИТИ  $E_0(t)$  происходит изменение коэффициента преломления среды, что, в свою очередь, приводит к фазовой модуляции ФЛИ. Иначе говоря, сушествует прямая зависимость между временным профилем электрического поля ИТИ  $E_0(t)$  и изменением фазы ФЛИ E(t). Таким образом, восстанавливая фазу модулируемого ФЛИ, можно определить временной профиль терагерцового импульса. С помощью описанного метода, в процессе многократного измерения кросс-корреляционной функции, был определен временной профиль ИТИ с несущей частотой 37 ТГц [1,2].

В настоящей работе описывается метод измерения временного профиля электрического поля ИТИ, осуществляемого за один лазерный импульс. Для определения временного профиля электрического поля ИТИ, модулирующего фазу опорного ФЛИ в электрооптическом кристалле, предлагается использовать нелинейно-оптический кросс-корреляционный метод. В отличие от известных работ, где временное разрешение восстановленного временного профиля электрического поля ИТИ определяется длительностью ФЛИ,

нами предлагается в качестве опорного ФЛИ использовать импульс, модулированный как во времени, так и в пространстве. А именно, предлагается использовать уширенный во времени ФЛИ, который формируется на выходе дисперсера, представляющего собой пару параллельных дифракционных решеток, расположенных на заданном расстоянии друг от друга.

В работах [3,4] была показана возможность определения временного профиля кулоновского поля электронного сгустка фемтосекундной временной протяженности, модулирующего фазу опорного ФЛИ в электрооптическом кристалле, с помощью многопучкового кросс-корреляционного метода.

Для измерения фазы модулируемого ФЛИ, обусловленной временным профилем модулирующего ИТИ, нами предлагается использовать нелинейно-оптический кросс-коррелятор. На выходе кросс-коррелятора регистрируется динамическая спектрограмма опорного модулируемого ФЛИ. Оптическая схема кросс-коррелятора показана на рис.1.



Рис.1. Оптическая схема многопучкового кросс-коррелятора: *E*(*t*) – ФЛИ, *E*<sub>0</sub>(*t*) – ИТИ, 1,2 – дифракционные решетки, 3 – полупрозрачное зеркало, 4 – полуволновая пластинка, 5 – поляризатор, 6 – электрооптический кристалл, 7 – четвертьволновая пластинка, 8 – анализатор, 9 – полуволновая пластинка, 10 – амплитудный транспарант, 11 – телескоп, 12, 13,18 – глухие зеркала, 14 – нелинейный кристалл, 15 – спектрограф, 16 – ССD-камера, 17 – полупрозрачное зеркало.

Рассмотрим случай, когда на решеточный дисперсер, образованный парой параллельных дифракционных решеток, падает одиночный ФЛИ, спектр которого описывается выражением

$$E_0(x, y, \omega) = E_0(\omega) \exp\left\{\frac{ik(x^2 + y^2)}{2q(z)}\right\},$$
(2)

где  $q(z) = z + j\pi\sigma_0^2 / \lambda_0$ ,  $\sigma_0$  – пространственная ширина пучка на уровне 1/*е*,  $\lambda_0$  – длина волны

излучения и

$$E_0(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E_0(t) e^{i\psi(t)} e^{-i\omega_0 t} e^{-i\omega t} dt .$$
(3)

где  $E_0(t)$  и  $\psi(t)$  – соответственно, огибающая и фаза импульса;  $\omega_0$  – центральная частота спектра импульса. Если расстояние *z* между решетками дисперсера меньше, чем конфокальный параметр  $\pi \sigma_0^2 / \lambda_0$ , то спектр уширенного во времени импульса на выходе дисперсера имеет следующий вид [4]:

$$E_D(x, y, \omega) = bE_0(\omega) \exp\left(\frac{ik\beta_0^2\omega^2 z}{2}\right) \exp\left\{-\frac{\left(x-\beta_0\omega z\right)^2}{\sigma_0^2} - \frac{y^2}{\sigma_0^2}\right\},\qquad(4)$$

где  $\beta_0 = (d\theta/d\omega)_{\omega_0} = -2\pi cm/\omega_0^2 d\cos\theta_0$ , *с* – скорость света,  $\theta_0$  – угол дифракции, *b* – постоянная величина, *m* – порядок дифракции, 1/d – постоянная решетки. Из выражения (4) следует, что на выходе дисперсера имеет место пространственный сдвиг (по оси *X*) спектральных компонент спектра исследуемого импульса, т.е. можно сказать, что каждой координате оси *X* соответствует определенная спектральная компонента уширенного импульса. Таким образом, как видно из (4), на выходе дисперсера формируется импульс, модулированный как во времени, так и в пространстве. Расщепим выходной пучок со спектром (4) на две части. Пусть одна часть пучка направляется на электрооптический кристалл. На кристалл направляется также ИТИ, где происходит фазовая модуляция уширенного во времени лазерного импульса терагерцовым излучением. В качестве электрооптического кристалла, в частности, можно использовать ZnTe, поскольку данный кристалл обладает слабой дисперсионной характеристикой при достаточно большом значении электрооптического коэффициента. Лазерный импульс на выходе электрооптического кристалла можно представить в следующем виде:

$$E_{M0}(x, y, z, t) = E_D(x, y, z, t) \exp(j\Delta\phi(t)), \qquad (5)$$

где  $\Delta \phi(t) = \frac{\omega}{c} \Delta n_i(t) L = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n_i(t) L$ ,  $\Delta n_i(t) = -\frac{1}{2} n_i^3 r_{ij} E_j(t)$ , где L – длина кристалла

по направлению распространения лазерного луча,  $n_i$  – коэффициент преломления электрооптического кристалла,  $r_{ij}$  – электрооптический коэффициент нелинейного кристалла (HK), i,j – декартовые индексы, соответствующие ориентации электрооптического кристалла,  $E_j(t)$  – электрическое поле терагерцового импульса в *j*-ом направлении [5]. Как видно из (5), информация о временном профиле электрического поля терагерцового импульса содержится в фазе исследуемого импульса  $E_{M0}(x, y, z, t)$ . На пути распространения второй части поместим амплитудный транспарант, с помощью которого можно сформировать импульс с заданным временным профилем на заданной несущей частоте (0. В качестве амплитудного транспаранта можно использовать диафрагму с пространственной аппаратной функцией

$$Q(|x - x_0|) \equiv \begin{bmatrix} 1 & \Pi P \mathbf{u} & |x - x_0| \le e/2, \\ 0 & \Pi P \mathbf{u} & |x - x_0| > e/2 \end{bmatrix}$$
(6)

или с частотной аппаратной функцией

$$q\left(\beta_{0}z\left|\omega-\omega_{o}\right|\right) \equiv \begin{bmatrix} 1 & \Pi p \mu & \left|\omega-\omega_{o}\right| \le l/2\beta_{0}z, \\ 0 & \Pi p \mu & \left|\omega-\omega_{o}\right| > l/2\beta_{0}z, \end{bmatrix}$$
(7)

где *l* – размер щели диафрагмы. Согласно выражениям (6) и (7), каждому значению координаты *х*соответствует определенная частота β<sub>0</sub>*z*ω.

Электрическое поле импульса на выходе транспаранта, согласно (4) и (7), можно представить в виде

$$V(x, y, t) = b \exp\left(-\frac{y^2}{\sigma_0^2}\right) \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} E_0(\omega) \exp\left(\frac{ik\beta_0^2\omega^2 z}{2}\right) \exp\left\{-\frac{(x-\beta_0\omega z)^2}{\sigma_0^2}\right\} q\left(\beta_0 z |\omega-\omega_0|\right) e^{-i\omega t} d\omega.$$
(8)

В случае, когда  $z \ll \pi \sigma_0^2 / \lambda_0$ , а ширина диафрагмы удовлетворяет неравенству

$$\lambda_0 \ll l \ll \sigma_0 / \sqrt{2} \quad , \tag{9}$$

первые три множителя в подынтегральном выражении (8) остаются неизменными в частотном диапазоне  $\delta \omega = l/\beta_0 z$  и, следовательно, могут быть вынесены из-под знака интеграла.

С учетом вышеизложенного импульс на выходе транспаранта (8) принимает следующий вид:

$$V(x, y, t) = bE_0(\omega_0) \exp\left\{-\frac{(x - \beta_0 \omega_0 z)^2}{\sigma_0^2} - \frac{y^2}{\sigma_0^2}\right\} \exp\left(\frac{ik\beta_0^2 \omega_t^2 z}{2}\right) \times \left(\frac{l}{\beta_0 z}\right) \exp\left(-i\omega_0 t\right) \sin c \left(\frac{lt}{2\beta_0 z}\right).$$
(10)

Согласно выражению (10), на выходе транспаранта мы получаем спектрально ограниченный импульс с заданным временным профилем на заданной несущей частоте  $\omega_0$ . На нелинейный кристалл под углом синхронизма направляются импульсы (5) и (10), где в результате нелинейного взаимодействия импульсов происходит неколлинеарная генерация суммарных частот. Геометрия эксперимента выбирается таким образом, чтобы условие векторного синхронизма выполнялось, когда падающие волны имеют обыкновенную поляризацию, а суммарные гармоники – необыкновенную поляризацию. Как видно из выражения (5), регистрируя фазу уширенного импульса  $E_{M0}(x, y, t)$ , можно определить временной профиль электрического поля ИТИ.

Согласно рис.1, амплитуды волн накачки  $E_{M0}(x, y, t)$  и V(x, y, t) $E_{M0}(x, y, t) = f_{M0}(t)F_{M0}(x, y), V(x, y, t) = f_0(t)F_0(x, y)$  на границе НК z = 0 определяются следующим образом:

$$E_{M0}(x, y, z, t) = f_{M0} \left\{ t - \frac{z(\cos \alpha_0 - \sin \alpha_0 \tan \psi_0) - x(\sin \alpha_0 + \cos \alpha_0 \tan \psi_0)}{u} \right\} \times F_{M0}(x \cos \alpha_0 + z \sin \alpha_0, y),$$
(11)  
$$V(x, y, z, t) = f_{0i} \left( t - \frac{x \sin \alpha_0 + z \cos \alpha_0}{u_0} \right) F_{0i}(x \cos \alpha_0 - z \cos \alpha_0, y),$$

где  $u \approx u_0$  – групповые скорости импульсов накачки,  $\alpha_0$  – половина угла между опорными импульсами в воздухе,  $\psi_0$  – угол между фронтом волнового возмущения и фазовым фронтом пучка  $E_{M0}(x, y, t)$  в воздухе, определяющийся в основном параметрами дисперсера. Для обеспечения равенства поперечных размеров пучков  $E_{M0}(x, y, t)$  и V(x, y, t) вдоль оси X, после многощелевой диафрагмы устанавливается телескоп с соответствующим усилением  $M = f_1/f_2 = 1 - \beta_0 z \omega_0 / \sigma_0$ .

Как показано в [3,6-8], интегральное распределение энергии суммарных гармоник вдоль осей *X*и *Y* на выходе НК, которое регистрируется ССD-камерой, равно

$$W(x, y) = \gamma^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} \left| E_S(x, y, p, t)^2 dt \right|.$$
(12)

После подстановки (11) в (12) окончательно получаем

$$W(x, y) = p^{2}b \exp\left(-\frac{2y^{2}}{\sigma_{0}^{2}}\right) \exp\left(-2\frac{x^{2}\cos^{2}\alpha}{\sigma_{0}^{2}}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \left|f_{0}(t-T_{0})\right|^{2} \left|f_{M0}(t+T)\right|^{2} dt, \quad (13)$$

где  $\gamma$  – нелинейная постоянная,  $T_0 = x \sin \alpha / u$ ,  $T = x(\sin \alpha + \cos \alpha \tan \Psi) / u$ ,  $\alpha$  – половина угла между опорными импульсами в НК,  $\psi$  – угол между фронтом волнового возмущения и фазовым фронтом пучка  $E_{M0}(x, y, t)$  в НК.

Как видно из (13), в случае, когда поперечные размеры пучков  $E_{M0}(x, y, t)$  и V(x, y, t)вдоль оси X больше, чем продольные, т.е. когда  $\sigma_0 > c\tau$ , распределение энергии суммарных гармоник вдоль оси X соответствует функции кросс-корреляции импульса заданного временного профиля  $f_0(t) = e^{-i\omega_0 t} \sin(lt/2\beta_0 z)$  с уширенным модулированным импульсом  $f_{M0}(t)$ . Это позволяет определять временной профиль уширенного модулированного импульса. Как следует из (13), масштаб временной развертки определяется следующим образом:

$$a = \frac{\left(2\sin\alpha + \cos\alpha\tan\psi\right)}{u}.$$
 (14)

Как видно из (5), для определения временного профиля электрического поля ИТИ необходимо восстановить фазу напряженности электрического поля уширенного импульса  $E_{M0}(x, y, t)$ .

Для частотно-углового спектра амплитуды суммарной гармоники с учетом соотношений (6) и (10) и конечного размера НК ( $0 \le x \le L_C$ , где  $L_C$  – длина кристалла), при  $\sigma_0 > L_C \cos \alpha$  получаем следующее выражение [3]:

$$|S_{S}(k_{X},\omega)|^{2} = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int E_{S}(x,y,p,t) e^{-ik_{i}x} e^{-i\omega t} dx dt \right|^{2} = \frac{\gamma l p b L_{C}}{\beta_{0} z} \exp\left(-4\frac{y^{2}}{\sigma_{0}^{2}}\right) \times \left\{ \exp\left(-4\frac{L_{C}^{2}\cos^{2}\alpha}{\sigma_{0}^{2}}\right) |F_{M0}(\omega-\omega_{0})|^{2} \times \sin c^{2} \left\{ \frac{L_{C}}{2} \left[a'(\omega-\omega_{0}q)-k_{X}\right] \right\} \right\},$$
(15)

где  $F_{M0}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{M0}(t) e^{-i\omega t} dt, \quad q = \frac{a}{a}, \quad a' = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha \tan \psi)}{u}.$ 

Из выражения (15) становится ясно, что в направлении, для которого  $k_X = a'(\omega - \omega_0 q)$ , спектральная плотность суммарной гармоники совпадает со спектральной плотностью уширенного модулированного импульса. Согласно (15), существует однозначное соответствие между угловым расхождением излучения суммарной гармоники вдоль оси X и частотным спектром модулированного импульса  $E_{M0}(x, y, t)$ , т.е. НК служит анализатором спектра модулированного импульса [8]. Аппаратной функцией рассматриваемого анализатора частоты, как следует из (15), является функция

$$\Phi(k_X) = \sin c \left\{ \frac{L_C}{2} \left[ a'(\omega - \omega_0 q) - k_X \right] \right\} .$$
(16)

Как следует из (16) и как показано в [7], угловая дисперсия НК, которая определяет спектральное разрешение анализатора, с учетом преломления в среде определяется следующим образом:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{n\cos(\alpha)}{\sqrt{1 - n^2\sin^2(\alpha)}} \left(\frac{2a'c}{\lambda} + \frac{dn}{d\lambda}\frac{\tan(\alpha)}{n}\right),\tag{17}$$

где *п* – коэффициент преломления НК.

Таким образом, в поперечном распределении энергии суммарной гармоники вдоль оси *X* содержится информация как об огибающей, так и о спектре модулированного импульса  $E_{M0}(x, y, t)$ . Следовательно, если регистрируемое излучение суммарной гармоники направить на спектрограф с щелью, ориентированной вдоль оси *X*, то на выходе спектрографа получим динамическую спектрограмму модулированного импульса. Это, в свою очередь, позволит восстановить временную зависимость несущей частоты  $\psi(t) = \int \omega(t) dt$  [8,9]. Очевидно, что, зная фазу модулированного импульса, можно определить временной профиль электрического поля ИТИ. Распределение энергии на динамической спектрограмме вдоль оси *X*, зарегистрированное ССD-камерой (рис.2), соответствует кросс-корреляции огибающих импульсов  $E_{M0}(x, y, t)$  и V(x, y, t):

$$W(x)\Big|_{y=\text{const}} = \int_{-\infty}^{\infty} \sin c^2 \left(\frac{l\xi}{2\beta_0 z}\right) \Big| f_{M0} \Big[\xi - x \big(T'_0 + T'\big)\Big] \Big| d\xi , \qquad (18)$$

где  $T'_0 + T' = R(2\sin\alpha + \cos\alpha\tan\psi)/Su$  – коэффициент временной развертки кросскоррелятора, R – расстояние между НК и спектрографом (дифракционная решетка – 15), S – расстояние между спектрографом и ССД-камерой (16).



Рис.2. Динамическая спектрограмма на выходе кросс-коррелятора.

Распределение энергии на динамической спектрограмме вдоль оси *Y*, зарегистрированное CCD-камерой, соответствует спектральной плотности модулированного импульса

$$W(y)\Big|_{x=\text{const}} \approx \left\{ \left| F\left(\frac{4y}{s\beta_0} - \omega_0\right) \right|^2 \right\}$$
, (19)

где  $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{M0}(t) e^{i\omega t} dt$ . Как показано в [8], коэффициент спектральной развертки вдоль оси *У* в динамической спектрограмме (в мм/Å) определяется как

$$\left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta y}\right)^{-1} = \frac{10^{-7} \pi S \beta_0 c}{2\lambda_0^2} \,. \tag{20}$$

Уравнение линии на динамической спектрограмме, описывающее зависимость изменения максимального значения  $W(x, y = k\Delta y)$  от y (где k = 1,2,3, ...), соответствует зависимости длины волны модулированного импульса *fm*(t) от времени. Из кросс-корреляционного интеграла (18) можно определить амплитуду модулируемого импульса  $|f_{M0}(t)|$ , а из зависимости длины волны  $\lambda(t)$  от времени определяется полная фаза модулированного импульса. Восстанавливая фазу модулируемого импульса, можно определить временной профиль электрического поля ИТИ.

Для оценки корректности определения временного профиля уширенного импульса, промодулированного электрическим полем ИТИ, в [3] приведены результаты численного расчета временного и спектрального разрешения кросс-коррелятора.

В качестве НК, используемого в корреляторе, рассматривается одноосный кристалл ВВО толщиной 3 мм. В частности, рассмотрен случай, когда на первую дифракционную решетку дисперсера с постоянной решетки 1/d = 600 1/мм падает ФЛИ с длительностью 50 фс на центральной длине волны 0.810 мкм под углом у = 40° к нормали к решетке. Диаметр падающего пучка выбирается равным  $\sigma_0 = 4$  мм. Там же показано, что временное разрешение предлагаемого метода при пространственном разрешении CCD-камеры, равном 5 мкм, составляет 24 фс, а спектральное разрешение – 0.17 нм.

B настоящей работе предлагается новый нелинейно-оптический кросскорреляционный метод для измерения временного профиля электрического поля ИТИ. В качестве ФЛИ, модулируемого терагерцовым импульсом в электрооптическом кристалле, предлагается использовать импульс, модулированный как во времени, так и в пространстве. В предлагаемом методе измерение временного профиля электрического поля ИТИ осущствляется за один лазерный импульс. В результате электрооптической модуляции ФЛИ информацию о временном профиле ИТИ будут содержать все пространственно-смещенные спектральные компоненты модулируемого импульса. Далее предлагается промодулированный импульс и импульс с известным временным профилем на фиксированной несущей частоте свести в НК для неколлинеарной генерации суммарных частот.

Показано, что в поперечном распределении энергии излучения на суммарной частоте на выходе НК содержится информация как о временном профиле, так и о спектральном составе модулированного импульса. С помощью спектрографа, установленного на выходе НК, можно разделить временную шкалу от частотной, что в свою очередь позволяет получить динамическую спектрограмму модулированного импульса. При обработке динамической спектрограммы, в соответствии с приведенными в настоящей работе алгоритмами, можно восстановить фазу уширенного промодулированного импульса. А из восстановленной фазы модулированного ФЛИ можно определить временной профиль электрического поля ИТИ.

В заключение автор выражает благодарность д.ф.-м.н. Д.Л.Оганесяну за полезные замечания при обсуждении работы.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Q.Wu, T.D.Hewitt, X.-C.Zhang. Appl. Phys. Lett., 69, 1026 (1996).
- 2. Q.Wu, X.-C.Zhang. Appl. Phys. Lett., 71, 1285 (1997).
- V.O.Chaltikyan, D.L.Hovhannisyan, E.M.Laziev, A.O.Melikyan, A.O.Vardanyan, J. of Modern Optics, 53, 919 (2006).
- 4. Р.А.Авакян, А.О.Варданян, Д.Л.Оганесян, Квантовая электроника, 21, 75 (1994).
- 5. A.Yariv, P.Yeh. Optical waves in crystals. New York, Wiley, 1984.
- 6. А.О.Варданян, Д.Л.Оганесян. ДАН Арм.ССР, 90, 81 (1990).
- 7. А.О.Варданян, Д.Л.Оганесян. ДАН Арм.ССР, 91, 176 (1990).
- 8. А.О.Варданян, Д.Л.Оганесян.Квантовая электроника, 24, 861 (1997).
- 9. Р.А.Авакян, А.О.Варданян, Д.Л.Оганесян. Квантовая электроника, 21, 75 (1994).

### ՏԵՐԱՀԵՐՑԱՅԻՆ ԻՄՊՈՒԼՍԻ ԺԱՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՊՐՈՖԻԼԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԿՐՈՍ-ԿՈՌԵԼՅԱՑԻՈՆ ՄԵԹՈԴԻ ՕԳՆՈՒԹՅԱՄԲ

### Բ.Է. ԲԱՂՐԱՄՅԱՆ

Առաջարկված է հենակային ֆեմտովայրկյանային լազերային իմպուլսի փուլը մոդուլացնող, իմպուլսային տերահերցային Ճառագայթման ժամանակային պրոֆիլի որոշման համար օգտագործել ոչ գծային-օպտիկական կրոս-կոռելյացիոն եղանակ։ Առաջարկվող եղանակում տերահերցային Ճառագայթման իմպուլսի էլեկտրական դաշտի ժամանակային պրոֆիլի չափումը իրականացվում է մեկ լազերային իմպուլսի ընթացքում։

# DETERMINATION OF THE TEMPORAL PROFILE OF A TERAHERTZ PULSE BY APPLYING THE NONLINEAR-OPTICAL CROSS-CORRELATION METHOD

### B.E. BAGHRAMYAN

It is suggested to use the nonlinear-optical cross-correlation method for the determination of the temporal profile of the electric field of a pulse terahertz radiation, modulating the phase of the basic femtosecond laser pulse in an electrooptical crystal. The measurement of the temporal profile of the electric field of the terahertz radiation pulse in the proposed method is realized by one laser pulse shot.

УДК 621.375

### ОСОБЕННОСТИ СПОСОБА СИНХРОНИЗАЦИИ СИСТЕМЫ ГЕНЕРАТОР – УСИЛИТЕЛЬ ЛАЗЕРОВ НА ПАРАХ МЕДИ

### Л.А. ПОГОСЯН

### Ереванский физический институт им. А.И. Алиханяна

(Поступила в редакцию 30 марта 2007 г.)

Рассмотрена система задающий генератор – пространственный фильтр-коллиматор – усилитель мощности на лазерах на парах меди. Представленная система адаптирована для микрообработки и обеспечивает получение качественного лазерного пучка с расходимостью  $\theta$  = 0,09 мрад, длительностью импульса 20 нс и средней мощностью W = 20 Вт. Показана возможность получения любой наперед заданной последовательности импульсов в течение процесса обработки.

Лазеры на парах меди (ЛПМ) с длинами волн 510,6 нм и 578,2 нм работают в импульсном режиме и имеют уникальное сочетание выходных параметров: частоту повторения  $5\div30$  кГц, длительность импульсов 10ч50 нс, энергию в импульсе  $0,1\div10$  мДж, интенсивность в пятне фокусировки  $10^8\div10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, малую расходимость и высокий коэффициент однопроходного усиления [1,2]. ЛПМ используются для решения большого круга научно-технических задач: для обработки и микрообработки материалов, лазерного ус-корения микрочастиц, в качестве усилителя яркости изображения микрообъектов, для создания телевизионных проекционных систем на больших экранах в таких разделах медицины, как дерматология и косметология, ангиопластика, онкология и др.

ЛПМ имеют большие возможности для их использования в задачах микрообработки различных материалов. Традиционный способ обработки (микрообработки) материалов заключается в получении качественных пучков излучения с малой расходимостью, после чего пучок излучения фокусируется объективом с фокусным расстоянием  $F = 50\div100$  мм в пятно диаметром  $D = 10\div50$  мкм и длиной до 0,5 мм (в перетяжке). Такие пучки в ЛПМ обычно формируются в режиме работы с неустойчивым резонатором. Однако мощность в таких узконаправленных пучках составляет малую часть суммарной мощности излучения. Эффективным способом повышения мощности в качественных пучках является использование лазерных систем типа задающий генератор – усилитель мощности (ЗГ–УМ). Особенно удобно в качестве УМ использовать ЛПМ, так как они обладают большим коэффициентом однопроходного усиления и режим насыщения в ЛПМ и УМ наступает при относительно слабых входных сигналах [3].



Рис.1. Оптическая схема ЗГ–ПФК–УМ. ЗГ – задающий генератор, УМ – усилитель мощности, 1,2 – зеркала телескопического НР, 3,4,9 – плоские поворотные зеркала, 5,6 – сферические зеркала ПФК, 7 – диафрагма ПФК, 8 – ослабитель мощности, 10 – ахроматический объектив, 11 – объект обработки, 12 – координатный стол.

На рис.1 представлена оптическая схема, включающая в себя ЗГ–пространственный фильтр коллиматор (ПФК) – УМ. ПФК используется для отделения качественного пучка излучения ЗГ от его фоновой составляющей и для пространственного согласования пучка ЗГ с апертурой разрядного канала УМ. Диафрагма ПФК, отсекающая фоновые компоненты излучения ЗГ, установлена в перетяжке качественного пучка. Отметим, что применение зеркального коллиматора вместо линзового, исключает возникновение паразитных обратных связей между оптическими элементами ЗГ и ПФК и ахроматических аберраций [4].



Рис.2. Структурная схема системы управления синхронизацией лазеров. БПР – блок программной регулировки задержки, ГТИ – генератор тактовых импульсов, БРЗ – блок плавной регулировки задержки, ИП – импульсный подмодулятор, ТМФИ – тиратронно-магнитный формирователь импульсов, БП – высоковольтный блок питания, АЭ УМ – активный элемент усилителя мощности, АЭ ЗГ – активный элемент задающего генератора, К – компьютер.

Структурная схема системы управления синхронизацией лазерами приведена на

рис.2. Система управления обеспечивает синхронизацию импульсов ЗГ и УМ, а также плавную регулировку задержки между импульсами. Диапазон варьирования задержки между импульсами находился в пределах 100 нс.

В качестве ЗГ (см. рис.1) используется активный элемент (АЭ) «Кулон LT-5Cu» с неустойчивым резонатором с увеличением M = 168. ЗГ и ПФК обеспечивают получение на входе УМ качественных (с расходимостью  $\theta = 0,09$  мрад) пучков излучения средней мощностью до 1 Вт. В качестве усилителя мощности используется АЭ «Кристалл LT-30Cu». После усиления в УМ на выходе системы ЗГ–ПФК–УМ получаются пучки излучения с расходимостью  $\theta = 0,09$  мрад, средней мощностью до 20 Вт, длительностью импульса излучения t = 20 нс и частотой повторения f = 10 кГц [5].

Особенностью представленной системы управления является то, что по сравнению с традиционными системами здесь добавлен блок программной регулировки задержки (БПР) (см. рис.2), управляемый компьютером. БПР при помощи специальной программы позволяет осуществлять программную расстройку синхронизации импульсов ЗГ и УМ. При этом в период расстройки на выходе системы ЗГ–ПФК–УМ имеем неусиленные пучки от ЗГ средней мощностью до 1 Вт и излучение сверхсветимости УМ с расходимостью  $\theta$  = 50 мрад и средней мощностью 2,7 Вт. В этот период на объекте обработки (11) с учетом ослабителя (8) (см. рис.1) получается малая плотность мощности, что приводит к прекращению процесса обработки.

Таким образом, путем программной регулировки задержки между импульсами ЗГ и УМ можно получить любую наперед заданную последовательность импульсов в пакете, в течение процесса обработки. В том числе осуществлять одноимпульсный режим и изменять соотношение фоновой и качественной составляющих в усиленном пучке. Отметим, что в режиме синхронизации, при использовании объективов с фокусными расстояниями *F* = 50 MM, 58 MM, 85 интенсивность фокусировки MM, в пятне равна 10<sup>9</sup>ч10<sup>11</sup> Вт/см<sup>2</sup>, обеспечивает сверление металлов толщиной что И резку до 2 мм и таких неметаллов, как кремний, сапфир и т.д.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. **C.E.Little.** Metal Vapour Lasers. Physics, Engineering and Applications. Chichester (UK), John Wiley and Sons, 1999.
- 2. А.Г.Григорян, М.А.Казарян, Н.А.Лябин. Лазеры на парах меди. М., Физматлит, 2005.
- 3. Н.А.Лябин, А.Д.Чурсин, С.А.Угольников, М.Е.Королева, М.А.Казарян. Квантовая электроника, **31**, 191 (2001).
- 4. Г.В.Азизбекян, Г.В.Григорян, М.А.Казарян, Н.А.Лябин, Л.А.Погосян, А.Г.Таманян. Исследования по микрообработке при помощи лазерной системы на парах меди. Сб. трудов конференции «Лазерная Физика-2004». Аштарак, Армения, Институт физических исследований НАН, 2004, с.124.

5. Г.В.Азизбекян, Г.В.Григорян, М.А.Казарян, Н.А.Лябин, А.А.Мелконян, Г.Д.Мовсесян, В.С.Парамонов, Л.А. Погосян. Приборостроение, **49**, №9, 59 (2006).

### ՊՂՆՁԻ ԳՈԼՈՐՇԻՆԵՐԻ ԼԱԶԵՐՆԵՐԻ ԳԵՆԵՐԱՏՈՐ–ՈՒԺԵՂԱՐԱՐ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՍԻՆԽՐՈՆԻԶԱՑՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿԻ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

### Լ.Ա. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Դիտարկված է գեներատոր — տարածական զտիչ-կոլիմատոր – հզորության ուժեղարար համակարգը պղնձի գոլորշիների լազերների վրա։ Ներկայացված համակարգը նախատեսված է միկրոմշակման համար և ապահովում է որակյալ լազերային փնջի ստացում՝  $\theta = 0,09$  մռադ տարամիտությամբ, 20 նվ իմպուլսի տևողությամբ և W = 20 Վտ միջին հզորությամբ։ Ցույց է տրված մշակման ընթացքում իմպուլսների նախապես տրված ցանկացած հաջորդականության ստացման հնարավորությունը։

### CHARACTERISTICS OF THE SYNCHRONIZATION METOD OF GENERATOR–AMPLIFIER SYSTEM BASED ON COPPER VAPOR LASERS

### L.A. POGHOSYAN

A system reference generator – spatial filter-collimator – power amplifier based on copper vapor lasers is considered. The proposed system is adapted for microprocessing and provides production of a qualitative laser beam with divergence  $\theta = 0.09$  mrad, pulse duration of 20 ns, and average power 20 W. The possibility of obtaining any preset sequence of pulses during the processing is shown.

УДК 548.0

### ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ХИРАЛЬНЫХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ С АНИЗОТРОПНЫМ ДЕФЕКТНЫМ СЛОЕМ

### М.З. АРУТЮНЯН, А.А. ГЕВОРГЯН

### Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 19 января 2007 г.)

Рассмотрены свойства дефектных мод в хиральных фотонных кристаллах с анизотропным дефектом. Исследовано влияние изменений толщины дефектного слоя, его местоположения в кристалле и ориентации его оптической оси, а также влияние изменений толщины самого хирального фотонного кристалла на свойства дефектных мод. Показано, что при определенных толщинах дефектного слоя среда теряет свое основное свойство, а именно, поляризационную зависимость дифракционного отражения. При определенных толщинах дефектного слоя эта система из источника правой круговой поляризации превращается в источник левой круговой поляризации, если местоположение слоя в хиральном фотонном кристалле меняется.

### 1. Введение

В последнее время большой интерес вызывают фотонные кристаллы (ФК) [1,2]. Такие структуры широко используются в современной интегральной оптике и оптоэлектронике, в лазерной и рентгеновской технике и т.д. [1-4]. Важнейшим свойством ФК является зонная структура их спектра, аналогичная энергетической зонной структуре электронов в полупроводниках. Особый интерес представляют хиральные ФК (холестерические жидкие кристаллы, хиральные смектики, искусственные хирально-сконструированные кристаллы [5-7], и т.п.), обладающие более богатыми оптическими свойствами. Главное отличие хиральных ФК (ХФК) от обычных ФК заключается в том, что для ХФК фотонная запрещенная зона (ФЗЗ) существует только для света с одной круговой поляризацией (при нормальном падении света), совпадающей со знаком хиральности среды. Свет с обратной круговой поляризацией не претерпевает дифракционного отражения. Идеальные ФК имеют много применений, но их примесные варианты более полезны - по аналогии с полупроводниками с примесными включениями, имеющими более широкий спектр применения. Введение дефекта в структуру ФК приводит к возникновению дополнительных резонансных мод внутри ФЗЗ. Такие дефектные моды локализованы в позициях дефектов и могут быть использованы для создания узкополосных фильтров и низкопороговых лазеров [8-23]. В соответствии с вышесказанным, дефектные моды в хиральных ФК также обладают рядом поляризационных особенностей, исследование которых в последее время стало весьма актуальным. В последнее время рассматривались ХФК с различными типами дефектов: тонкий слой изотропного вещества,

внедренный между двумя слоями ХФК [9-12,23], дефект, вызванный фазовым скачком спирали на границе раздела двух слоев ХФК [11,13,14,20,21], и дефект, обусловленный локальным изменением шага спирали [11,15,16,20,21]. В работе [23] экспериментально изучен ХФК со слоем анизотропного вещества внутри в качестве дефекта. В [24] рассмотрена трехслойная система, состоящая из двух хирально сконструированных тонких слоев и анизотропного двуосного слоя между ними. В работе [25] сообщено о новых интересных свойствах ХФК с анизотропным дефектом.

В данной работе теоретически исследованы особенности дефектных мод в ХФК при наличии слоя анизотропного вещества, внедренного между двумя слоями ХФК, и выявлены новые особенности этой системы.

### 2. Результаты и обсуждение

Задача решена методом сложения слоев Амбарцумяна [26], приспособленным к решению задач данного типа [22,25]. Хотя задача решена для общего случая наклонного падения, мы здесь рассматриваем только случай нормального падения света, предполагая, что общий случай будет подробно рассмотрен в нашей следующей работе. ХФК с анизотропным дефектом можно рассматривать как трехслойную систему: два слоя ХФК и анизотропный слой между ними (резонатор Фабри(Перо с дифракционными зеркалами и анизотропной начинкой).

Как показывает численный анализ, наличие дефекта приводит к появлению дефектных мод, распространяющихся в запрещенной зоне и выражающихся в появлении резких пиков или провалов в спектрах отражения в ФЗЗ. Если для нерезонансной поляризации (недифрагирующей на структуре среды) падающей волны дефектная мода проявляется в виде пика в спектре отражения внутри ФЗЗ, то для резонансной поляризации падающей волны она проявляется как в виде пика, так и в виде провала в спектре отражения. Причем обе эти моды имеют практически одну и ту же длину волны, а значения коэффициента отражения в центре пиков практически совпадают.

Дефектная мода имеет донорный или акцепторный характер в зависимости от толщины дефектного слоя и его коэффициента преломления: длина волны дефектной моды увеличивается с минимума до максимума запрещенной зоны (с увеличением толщины дефекта), причем вблизи обеих границ зоны появляются две дефектные моды; затем с увеличением толщины дефектного слоя длинноволновая мода выходит из ФЗЗ, а коротковолновая мода перемещается в сторону длинных волн. Аналогичная картина наблюдается при увеличении  $\overline{n}^d = \sqrt{(\varepsilon^d + \varepsilon_{\perp}^d)/2}$  ( $n_e^d = \sqrt{\varepsilon_{\perp}^d}$ ,  $n_o^d = \sqrt{\varepsilon^d}$  (коэффициенты преломления дефекта). Как показано в [9], аналогичные закономерности наблюдаются и при наличии изотропного дефекта. Отметим, что в общем случае число дефектных мод в 1D ФК зависит от оптической толщины, которая определяется как произведение коэффициента отражения и геометрической толщины дефектного слоя. Как показывают наши численные оценки, когда дефектная мода находится в центре ФЗЗ,  $\overline{n}^d$  удовлетворяет соотношению

$$\overline{n}^{d}d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda^{d}}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\overline{n}\sigma}{2},\tag{1}$$

где  $m = 0, 1, 2, ..., \bar{n} = \sqrt{(\varepsilon + \varepsilon_{\perp})/2}$   $(n_e = \sqrt{\varepsilon_{\perp}}, n_o = \sqrt{\varepsilon}, n_e$  и  $n_o$  ( локальные коэффициенты преломления ХФК), ( ( шаг спирали ХФК, d ( толщина дефекта. Мы рассчитали также, что длина волны дефектной моды приближенно определяется выражением

$$\lambda^{d} \approx \frac{\lambda_{2} + \lambda_{1}}{2} + \frac{\lambda_{2} - \lambda_{1}}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{\overline{n}\sigma}\overline{n}^{d}d\right).$$
(2)

Отметим также, что мы рассматривали как случай, когд<br/>а $\overline{n_d} > \overline{n},$ так и случай, когда $\overline{n_d} < \overline{n}.$ 

Как показывает численный анализ, при изменении толщины дефектного слоя изменяется также ширина линии дефектной моды нерезонансной круговой поляризации, причем, при определенных интервалах толщины дефектного слоя ФЗЗ становится запрещенной для любой поляризации падающего света. Здесь мы имеем уникальный эффект: среда теряет свое основное свойство, а именно, селективность по отношению к поляризации дифракционного отражения. В этих интервалах толщин дефектного слоя теряется поляризационная зависимость дифракционного отражения хиральных ФК: дифракционное отражение претерпевает свет с любой поляризацией, т.е. становится поляризационно независящим. На рис.1 представлена зависимость полуширины дефектной линии для нерезонансной поляризации падающей волны от толщины дефектного слоя. Эти особенности обусловлены следующими обстоятельствами. Как известно, в резонаторах (в том числе дифракционных) Фабри(Перо полуширина интерференционных полос определяется коэффициентом отражения дифракционных зеркал ( $\delta\lambda \sim \lambda^2 (1-R)/2\pi n^d d\cos \varphi$ ) а число мод определяется оптической толщиной дефектного слоя. Кроме того, толщина дефектного слоя в данном случае приблизительно (но не точно) удовлетворяет условию  $d = \lambda/2(n_e^d - n_o^d)$ , т.е. дефектный слой является полуволновой пленкой. А такая пленка, в свою очередь, имеет свойство изменять правую круговую поляризацию прошедшего через нее света в левую, и наоборот. В результате при определенных интервалах изменения толщины дефектного слоя возникают две дефектные моды, имеющие достаточно большую полуширину (из-за слабого отражения на дифракционных зеркалах: коэффициент отражения дифракционных зеркал для нерезонансной круговой поляризации достаточно мал) и заполняющие всю область дифракционного отражения.



Рис.1. Зависимость полуширины дефектной линии для нерезонаноной поляризации падающей волны от толщины дефектного слоя. Параметры системы таковы:  $n_e^d = 1.449$ ,  $n_o^d = 1.342$ ,  $n_e = 1.5133$ ,  $n_o = 1.4639$ ,  $\sigma = 0.42$  мкм,  $L = 100 \sigma$ .

Так как для однородного слоя ХФК запрещенная зона существует только для одной круговой полризации, то при определенных практических применениях это свойство является их важным преимуществом. Однако, то же свойство при других обстоятельствах является важным недостатком ХФК. Поэтому выявленный эффект значительно уширяет область возможных применений ХФК.

При дальнейшем увеличении толщины дефектного слоя ширина линии дефектной моды для нерезонансной поляризации падающей волны начинает уменьшаться. Отметим при этом, что дефектная мода для резонансной поляризации падающей волны проявляет себя в виде слабоамплитудных изменений в спектре отражения. Дальнейшее увеличение толщины дефектного слоя приводит к увеличению числа дефектных мод. Ниже мы будем детально исследовать особенности дефектных мод в вышеотмеченных трех случаях, а именно: при малой толщине дефектого слоя ( $d/\sigma$  1/10); при толщинах дефектного слоя, при которых теряется поляризационная зависимость дифракционного отражения ( $d/\sigma$  3); и при тех толщинах дефектного слоя, при которых опять наблюдается одна узкополосная дефектная мода ( $d/\sigma$  5).

Результаты по исследованию влияния ориентации оптической оси дефектного слоя на особенности дефектных мод представлены в работе [25]. Там показано, что изменение ориентации оптической оси приводит как к изменению длин волн дефектных мод, так и к изменению отражения (пропускания) системы на длинах волн дефектных мод, причем в значительных интервалах. А так как на практике возможно управление ориентацией оптической оси дефекта (в частности, внешними полями), то повышается управляемость дефектных мод в рассматриваемых системах.

Как отмечалось во введении, дефектные моды могут быть использованы для создания низкопороговых лазеров. В работах [27,28] показано, что интенсивность спонтанной эмиссии зависит от распределения световой энергии внутри системы. Исследование особенностей распределения световой энергии в системе важно и в другом аспекте, а именно, из-за возможности аккумуляции света. На рис.2 представлена зависимость логарифмической интенсивности световой волны на дефектной моде в центре дефекта  $\ln I = \ln(|E(z-z_d)|^2)$  от толщины дефектного слоя (а) для нерезонансной и (b) для резонансной круговых

поляризаций падающей волны. Как видно из рисунков, существенное накопление световой энергии в дефектном слое происходит при малой толщине дефектного слоя ( $d/\sigma$  1/10 при данных параметрах задачи). При увелич ении толщины дефектного слоя происходит быстрое уменьшение *I*, причем для падающего света с резонансной круговой поляризацией это происходит намного быстрее.



Рис.2. Зависимость интенсивности (логарифмической) волны в центре дефекта от толщины дефекта при падении на систему света с правой (а) и левой (b) круговыми поляризациями. Параметры те же, что и на рис.1.

Теперь перейдем к исследованию влияния изменения положения дефектного слоя в системе на особенности дефектных мод. Как показывает численный анализ, в случае малой толщины дефектого слоя ( $d/\sigma$  1/10) туннелирование света с резонансной круговой поляризацией и резонансное отражение света с нерезонансной круговой поляризацией происходят в случае, когда дефект находится вблизи центра (но не в центре); кривые зависимостей пропускания *T* и интенсивности *I* от позиции дефекта отличаются определенной асимметрией. Сильное накопление света происходит также в случае нахождения дефекта вблизи центра системы. В случаях, когда дефект находится вблизи краев системы (особенно вблизи правого края), влияние дефекта несущественно.



Рис.3. Зависимости пропускания T (а) и интенсивности (логарифмической) волны (b) в центре дефекта от позиции дефекта в системе при падении на систему света с правой (кр.2) и левой (кр.1) круговыми поляризациями.  $\lambda = 0.6161$  мкм, d = 0.028 мкм,  $n_e^d = 1.746$ ,  $n_o^d = 1.522$ ,  $L = 100\sigma$ . Остальные параметры те же, что и на рис.1.

На рис.3 представлены зависимости пропускания Т и интенсивности І от положения дефекта z/σ в случае падения на систему света с нерезонансной (кр.1) и резонансной (кр.2) круговыми поляризациями, при тех толщинах дефектного слоя, при которых теряется поляризационная зависимость дифракционного отражения (а это в случае, когда дефект находится в центре системы, происходит при  $d/\sigma$  3). Здесь наблюдаются интересные закономерности. Так, когда дефект находится вблизи правого края системы, система полностью пропускает свет с правой круговой поляризацией и полностью отражает свет с левой круговой поляризацией. А когда дефект находится вблизи левого края системы, наблюдается обратное, а именно, система полностью пропускает свет с левой круговой поляризацией и полностью отражает свет с правой круговой поляризацией. В случае, когда дефект находится вблизи центра системы, она отражает свет с любой поляризацией. Эти свойства дефектных ХФК можно использовать для создания источников эллиптической поляризации с управляемой эллиптичностью. Действительно, в частности, в случае холестерических жидких кристаллов (ХЖК) регулирование местоположения анизотропного дефекта в системе можно осуществлять внешним статическим электрическим полем. Конструируя электроды с продольной толщиной *d*/σ 3 (вдоль оси ХЖК) и последовательно подключая напряжение к этим электродам, можно перемещать дефект с правого края до левого (вдоль оси среды), что позволяет управлять эллиптичностью как отраженного, так и прошедшего сигналов. Эллиптичность поляризации изменяется от -1 до +1 при перемещении дефекта с одного конца системы до другого. Далее, исследование зависимости вращения плоскости поляризации прошедшего света от позиции дефекта показывает, что вращение изменяется практически линейно (с изменением z/d). Это свойство системы может быть применено в изоляторах, для управления вращением плоскости поляризации.

Наши исследования показывают, что на дефектные моды существенно влияет также толщина самого ХФК. Прежде всего отметим, что увеличение толщины ХФК приводит к уменьшению ширины линии дефектных мод. Исследование зависимостей длины волны дефектной моды, коэффициента пропускания на длине волны дефектной моды от толщины ХФК (при интенсивности I в центре дефекта на длине волны дефектной моды от толщины ХФК (при
этом предполагается, что дефект находится в центре системы, а толщина дефекта удовлетворяет условию  $d/\sigma$  1/10) показывает, что туннелирование света с резонансной круговой поляризацией происходит в случае, когда толщина ХФК не слишком большая ( $L/\sigma \le 170$ , L - толщина ХФК). При больших толщинах ХФК туннельное пропускание практически отсутствует, а дефектная мода для резонансной поляризации падающей волны проявляется в виде слабоамплитудных изменений в спектре отражения. Сильное накопление света для резонансной поляризации падающей волны также происходит при малых толщинах ХФК. Для света с нерезонансной поляризацией падающей волны при увеличении  $L/\sigma$  величины T и Iидут к насыщению, осциллируя вокруг определенных значений.

### 3. Заключение

В заключение отметим, что мы исследовали свойства дефектных мод ХФК с анизотропным дефектом. Вывыявлен уникальный эффект - потеря поляризационной зависимости дифракционного отражения при определенных толщинах (или при определенном значении коэффициента преломления) дефектного слоя. Показано, что управляя позицией дефектного слоя, можно получить источник света с эллиптической поляризацией с управляемой эллиптичностью. Показано, что сильное накопление света на дефектной моде происходит как при малой толщине самого дефектного слоя, так и при сравнительно малой толщине хирального ФК.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. E.Yablonovich. Phys. Rev. Lett., 58, 2059 (1987).
- 2. S.John. Phys. Rev. Lett., 58, 2486 (1987).
- 3. J.D.Joannopoulos, R.D.Meade, J.N.Winn. Photonic Crystals. Princeton, U. Princeton Press, N.J., 1995.
- 4. J.Pendry. J. Mod. Opt., 41, 209 (1994).
- 5. P.G.De Gennes, J.Prost. The Physics of Liquid Crystals. Oxford, Clarendon, 1993.
- 6. I.J.Hodgkinson, Q.H.Wu, et al. Opt. Commun., 184, 57 (2000).
- 7. S.Pursel, M.W.Horn, et al. Polymer, 46, 9544 (2005).
- 8. O.Painter, R.K.Lee, et al. Science, 284, 1819 (1999).
- 9. Y.-C.Yang, C.-S.Kee, et al. Phys. Rev. E, 60, 6852 (1999).
- 10. I.J.Hodgkinson, Qi. H.Wu, et al. Opt. Commun., 210, 201 (2002).
- 11. J.Schmidtke, W.Stille. Eur. Phys. J. E, 12, 553 (2003).
- 12. А.А.Геворгян. Изв. НАН Армении, Физика, **40**, 32 (2005).
- 13. V.I.Kopp, A.Z.Genack. Phys. Rev. Lett., 89, 033901 (2002).
- 14. J.Schmidtke, W.Stille, H.Finkelman. Phys. Rev. Lett., 90, 083902 (2003).
- 15. **А.В.Шабанов, С.Я.Ветров, А.Ю.Корнеев.** Письма в ЖЭТФ, **80**, 206 (2004).
- 16. T.Matsui, M.Ozaki, K.Yoshino. Phys. Rev. E, 69, 061715 (2004).
- 17. R.Ozaki, T.Sanda, et al. Jpn. J. Appl. Phys., 45, 493 (2006).
- 18. M.Becchi, S.Ponti, J.A.Reyes, C.Oldano. Phys. Rev. B, 70, 033103 (2004).
- 19. I.J.Hodgkinson et al. Phys. Rev. Lett., 91, 223903 (2003).
- 20. J.-Y.Chen, L.-W.Chen. J. Phys. D, Appl. Phys., 30, 1118 (2005).
- 21. J.-Y.Chen, L.-W.Chen. Phys. Rev. E, 71, 061708 (2005).
- 22. A.H.Gevorgyan, A.N.Kocharian, G.A.Vardanyan. Opt. Commun., 259, 455 (2006).
- 23. M.H.Song, B.Park, et al. Adv. Mater., 16, 779 (2004).
- 24. A.Lakhtakia, V.C.Venugopal, M.W.McCall. Opt. Commun., 177, 57 (2000).

25. A.H.Gevorgyan. Tech. Phys. Lett., 32, 698 (2006).

26. В.А.Амбарцумян. Изв. АН Арм.ССР, Естественные науки, 1-2, 31 (1944).

27. J.Schmidtke, W.Stille. Eur. Phys. J. B, 31, 179 (2003).

28. K.L.Woon, M.O'Neill, et al. Phys. Rev. E, 71, 041706 (2005).

## ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ԱՐԱՏԱՅԻՆ ՇԵՐՏՈՎ ՔԻՐԱԼ ՖՈՏՈՆԱՅԻՆ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐԻ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

## Մ.Չ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ա.Հ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Քննարկված են անիզոտրոպ արատներով քիրալ ֆոտոնային բյուրեղների արատային մոդերի հատկությունները։ Խնդիրը լուծված է շերտերի գումարման Համբարձումյանի ձևափոխված մեթոդով։ Յույց է տրված, որ արատի շերտի որոշակի հաստության դեպքում միջավայրը կորցնում է դիֆրակցիոն անդրադարձման բևեռային կախվածությունը։ Արատի որոշակի հաստության դեպքում նրա դիրքի փոփոխությունը բերում է նրանով անցած (անդրադարձած) լույսի շրջանային բևեռացման նշանի փոփոխությանը։

## OPTICAL PROPERTIES OF CHIRAL PHOTONIC CRYSTALS WITH AN ANISOTROPIC DEFECT LAYER

## M.Z. HARUTYUNYAN, A.H. GEVORGYAN

We discuss properties of defect modes in chiral photonic crystals with an anisotropic defect. The problem is solved by Ambartsumian's layer addition modified method. The influence of the defect layer thickness variation and its location in the crystal and its optical axis orientation, as well as chiral photonic crystal thickness variation on defect modes properties is investigated. It is shown that at certain values of the defect layer thickness the medium loses its main property, namely, the diffraction reflection's polarization dependence.

УДК 621.315

# ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ И СЕЧЕНИЕ ФОТОИОНИЗАЦИИ ВОДОРОДОПОДОБНОЙ ДОНОРНОЙ ПРИМЕСИ В КВАНТОВОЙ ПРОВОЛОКЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

## В.Н. МУГНЕЦЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 18 апреля 2007 г.)

Изучено влияние однородного продольного магнитного поля на энергию связи и сечение фотоионизации водородоподобной донорной примеси в полупроводниковой квантовой проволоке круглого сечения, аппроксимируемой цилиндрической ямой конечной глубины, в зависимости от положения примеси. Выявлены правила отбора и найдены аналитические выражения для сечения фотоионизации в зависимости от индукции магнитного поля, расстояния примеси от оси проволоки и поляризации световой волны.

## 1. Введение

В последние годы наблюдается возрастающий интерес к исследованию электронных состояний водородоподобных примесей в полупроводниковых гетероструктурах (квантовые ямы, проволоки, точки) ввиду уникальных электронных и оптических своиств таких структур и развивающихся экспериментальных методов их получения [1-8]. Помимо примесей, существенное влияние на электронные и оптические свойства созданных на базе полупроводниковых гетероструктур приборов имеют внешние электрические и магнитные поля. В связи с этим изучение влияния внешних полей на энергию связи электрона с примесью, а также на сечение фотоионизации важно для выяснения физических свойств полупроводниковых гетероструктур [9-21].

Энергия связи примеси в цилиндрической квантовой проволоке (КП) GaAs, окруженной бесконечным потенциальным барьером в магнитном поле, направленном параллельно оси КП, вычислена в работе [9] вариационным методом, а в работе [10] в рамках модели потенциальной ямы конечной глубины изучено влияние магнитного поля на зависимости энергии связи 1s-, 2p-, 3p-подобных состояний от радиуса КП и положения примеси. В работе [11] вычислена энергия связи примеси при наличии как магнитного, так и электрического полей.

В данной работе в рамках вариационного метода рассмотрено влияние однородного магнитного поля и положения водородоподобной донорной примеси на энергию связи и сечение фотоионизации в полупроводниковой квантовой проволоке круглого сечения, аппроксимируемой цилиндрической ямой конечной глубины. Выявлены правила отбора и найдены аналитические выражения для сечения фотоионизации в зависимости от индукции

магнитного поля, расстояния примеси от оси КП и поляризации световой волны.

## 2. Энергия связи

Рассмотрим цилиндрическую КП с прямоугольным ограничивающим потенциалом конечной глубины в магнитном поле, направленном вдоль оси проволоки. Предположим, что донорная примесь находится в точке с координатами (ρ<sub>i</sub>,0,0). Такой выбор координат примеси не ограничивает общность задачи ввиду цилиндрической симметрии и макроскопической длины КП, а также однородности магнитного поля.

Гамильтониан электрона, взаимодействующего с водородоподобной примесью, имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{2}{\sqrt{z^2 + (\mathbf{t} - \mathbf{t}_i)^2}},$$
(1)

где

$$\hat{H}_{0} = -\left[\frac{1}{t}\frac{\partial}{\partial t}\left(t\frac{\partial}{\partial t}\right) + \frac{1}{t^{2}}\frac{\partial^{2}}{\partial \varphi^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}\right] - i\gamma\frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{4}\gamma^{2}t^{2} + v(t)$$
(2)

– гамильтониан электрона в отсутствие примеси,  $\gamma = (a_{\rm B}/l_{\rm B})^2$ ,  $l_{\rm B} = (\hbar/eB)^{1/2}$  – магнитная длина, v(t) – ограничивающий потенциал КП (v(t) = 0 при  $t \le 0$  и  $v(t) = v_0$  при t > 0),  $\mathbf{t}_i$  – радиус-вектор примеси (все расстояния выражены в эффективных боровских радиусах *a*<sub>B</sub>, а энергии – в эффективных ридбергах  $E_{\rm R}$  ).

Следуя вариационному принципу, волновую функцию основного примесного состояния запишем в виде

$$\Psi_i\left(t, \varphi, z; t_i, \beta\right) = N \exp\left\{-\beta \sqrt{z^2 + \left(\mathbf{t} - \mathbf{t}_i\right)^2}\right\} g_0(t) , \qquad (3)$$

где  $(\mathbf{t} - \mathbf{t}_i)^2 = t^2 + t_i^2 - 2tt_i \cos \varphi$ ,  $\beta$  – вариационный параметр, N – постоянная нормировки,

$$g_0(t) = g_{n,l}(t) \Big|_{l=0,n=0}$$
,

$$g_{n,l}(t) = N_{n,l} \exp(-\gamma t^2 / 4)(\gamma t^2 / 2)^{|l|/2} \begin{cases} F(-a_{nl}, |l|+1; \gamma t^2 / 2), & t \le r, \\ \frac{F(-a_{nl}, |l|+1; \gamma t^2 / 2)}{U(-b_{nl}, |l|+1; \gamma t^2 / 2)} U(-b_{nl}, |l|+1; \gamma t^2 / 2), & t > r, \end{cases}$$
(4)

– радиальная волновая функция электрона в отсутствие декорной примеси,  $F(-a_{nl}, |l|+1; \gamma t^2/2)$  и  $U(-b_{nl}, |l|+1; \gamma t^2/2)$  – вырожденные гипергеометрические функции, описывающие движение электрона в КП и в области барьера, соответственно, n,l – квантовые числа,  $r = R / a_{\rm B}$  – безразмерный радиус  $a_{nl} = \varepsilon_{nl} / 2\gamma - (|l| + l + 1) / 2,$ КП,  $b_{nl} = (\varepsilon_{nl} - v_0)/2\gamma - (|l| + l + 1)/2, \ \varepsilon_{n,l}$  – энергия электрона в отсутствие примеси [10,14].

Энергия основного примесного состояния даётся выражением

$$\varepsilon_{i} = \min_{\beta} \left\langle \Psi_{i}\left(t, \varphi, z; t_{i}, \beta\right) \middle| \hat{H} \middle| \Psi_{i}\left(t, \varphi, z; t_{i}, \beta\right) \right\rangle,$$
(5)

где min f означает минимальное по  $\beta$  значение функции f[10], а энергию связи определим как  $\varepsilon_b^{\beta} = \varepsilon_0 - \varepsilon_i$ , где  $\varepsilon_0$  – собственное значение оператора  $\hat{H}_0$ .

## 3. Сечение фотоионизации

Выражение для сечения фотоионизации, описывающее переход электрона из основного примесного состояния  $|\psi_i\rangle$  в конечное состояние  $|\psi_f\rangle$  в дипольном приближении имеет вид [15]

$$\sigma(\hbar\omega) = \frac{4\pi^2 \alpha \hbar \omega}{n} \left(\frac{E_{\text{eff}}}{E_0}\right)^2 \left(\frac{m}{m_0}\right)^2 \sum_f \left|\left\langle \psi_i \left| \boldsymbol{\zeta} \mathbf{r} \right| \psi_f \right\rangle\right|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar\omega), \quad (6)$$

где  $\alpha = e^2 / \hbar c$  – постоянная тонкой структуры,  $\hbar \omega$  – энергия фотона, n – показатель преломления системы,  $E_{\rm eff}$  – эффективное электрическое поле на примеси,  $E_0$  – среднее поле, **ζ** – вектор поляризации падающего излучения,  $m_0$  – масса свободного электрона,  $E_f$  и  $E_i$  – энергии конечного и начального состояний, соответственно.

Рассмотрим случаи, когда вектор поляризации падающего излучения направлен по оси z (случай параллельной поляризации) и по оси x, на которой находится примесь (случай перпендикулярной поляризации). В рассматриваемом ниже случае равенства нулю азимутального квантового числа конечного состояния l переходы под влиянием поляризованного по оси y излучения запрещены.

Волновую функцию конечного состояния можно представить в виде

$$\psi_f(t,\phi,z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi L}} e^{i(l\phi+kz)} g_{nl}(t) , \qquad (7)$$

где L – длина проволоки,  $k = Ka_{\rm B}$ , K – волновое число.

После подстановки (3) и (7) в (6) и последующего интегрирования по волновому числу k, для сечения фотоионизации при переходах из примесного состояния в первую подзону получим:

$$\sigma(\Omega) = \sigma_0 | M_{i,k_0} = \sqrt{\Omega - \varepsilon_b} |^2 \frac{\Omega}{\sqrt{\Omega - \varepsilon_b}} \theta \left( \Omega - \varepsilon_b \right), \tag{8}$$

где

$$\sigma_0 = \frac{\pi \alpha a_{\rm B}^2}{n} \left(\frac{m}{m_0}\right)^2 \left(\frac{E_{\rm eff}}{E_0}\right)^2, \tag{9}$$

$$M_{i,k} = \begin{cases} N(a_{\rm B}^{3}/\pi)^{1/2} \int_{0}^{T} T(t_{i},\beta,k;t)g_{0}(t)^{2}tdt, \quad \zeta \quad z, \\ 0 \\ N(a_{\rm B}^{5}/\pi)^{1/2} \int_{0}^{\infty} T_{\perp}(t_{i},\beta,k;t)g_{0}(t)^{2}t^{2}dt, \quad \zeta \quad x \end{cases}$$
(10)

- матричный элемент перехода,

$$T(t_{i},\beta,k;t) = -4i \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\infty} e^{-\beta\sqrt{z^{2}+(\mathbf{t}-\mathbf{t}_{i})^{2}}} \sin(kz) z \, dz \, d\varphi =$$

$$= -2i\beta k \int_{0}^{\pi} \tau \left( 2K_{1}(\tau) + \tau [K_{0}(\tau) + K_{2}(\tau)] \right) d\varphi,$$

$$T_{\perp}(t_{i},\beta,k;t) = 4 \int_{0}^{\pi} \cos \varphi \int_{0}^{\infty} e^{-\beta\sqrt{z^{2}+(\mathbf{t}-\mathbf{t}_{i})^{2}}} \cos(kz) dz d\varphi = 4\beta(\beta^{2}+k^{2}) \int_{0}^{\pi} \tau K_{1}(\tau) \cos \varphi \, d\varphi, \quad (12)$$

 $\tau = |\mathbf{t} - \mathbf{t}_i| \sqrt{\beta^2 + k^2}, \ \Omega = \hbar \omega / E_{\mathrm{R}}, \ K_{\mathrm{v}}(\tau) - функция Макдональда порядка v [22].$ 

## 4. Обсуждение

Численные расчеты проведены для системы GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As, со значениями параметров  $m = 0.067m_0$ , n = 3.3,  $E_{\rm R} = 5.2$  мэВ,  $a_{\rm B} = 104$  Å,  $v_0 = 50$  (концентрация сплава  $x \approx 0.35$ ) [23]. Считается, что  $E_{\rm eff} \cong E_0$  [24].

На рис.1 представлены зависимости энергии связи электрона от индукции магнитного поля (параметра γ) для различных значений радиуса КП и расстояния примеси от её оси. При фиксированном положении примеси, с ростом индукции магнитного поля энергия связи претерпевает существенные изменения в проволоке с бульшим радиусом, ввиду уменьшения роли размерного квантования при увеличении радиуса КП и, тем самым, возрастания роли магнитного квантования. При больших значениях индукции магнитного поля энергии связи, соответствующие радиусам проволоки  $R = a_{\rm B}$  и  $R = 2a_{\rm B}$ , совпадают, что обусловлено локализацией электрона сильным магнитным полем в приосевой области, вследствие чего он практически не чувствует влияние ограничивающего потенциала. Заметим также, что скорость изменения энергии связи максимальна в случае расположения примеси на оси проволоки  $(t_i = 0)$ , поскольку положение максимума плотности электронного облака совпадает с положением примеси. Возрастание энергии связи при  $t_i \le 0.5$  сменяется её уменьшением для значений  $t_i > 0.5$ . Для промежуточных значений  $t_i$  эта зависимость немонотонна, что является следствием двух конкурирующих факторов: (а) смещения электронного облака из области  $t > t_i$  в область  $t \le t_i$  с увеличением  $\gamma$ , чем обусловлено усиление кулоновского взаимодействия электрона с примесью и, соответственно, увеличение энергии связи, и (b) уменьшения плотности вероятности нахождения электрона вблизи примеси с увеличением γ, что приводит к уменьшению энергии связи.



Рис.1. Зависимость энергии связи от индукции магнитного поля для различных значений положения примеси и радиуса КП.

На рис.2 показана зависимость квадрата модуля безразмерного матричного элемента, соответствующего переходам с основного примесного состояния в первую подзону, от у, что определяет вероятность перехода электрона из начального в конечное состояние с энергией  $\varepsilon_f = \varepsilon_i + \Omega = \varepsilon_i + \varepsilon_b + k^2$  под влиянием кванта излучения с фиксированной энергией  $\Omega$ . Удаление примеси от оси КП приводит к уменьшению матричного элемента вследствие уменьшения степени перекрытия волновых функций начального и конечного состояний с увеличением  $t_i$ . Для значений  $t_i = 0$  и  $t_i = 0.5$ , при  $\Omega = 3.5$  и 4 зависимость квадрата модуля матричного элемента от индукции магни о поля немонотонна. Такое поведение  $|M_{ik}|^2$ обусловлено увеличением энергии связи с усилением поля при  $t_i = 0$ , вследствие чего при фиксированной Ω волновое число конечного состояния k уменьшается. В случае параллельной поляризации оператор взаимодействия излучения с электроном пропорционален z, и интеграл перекрытия отличается от нуля из-за наличия нечетной части волновой функции конечного состояния (см. (11)). Вышеупомянутое уменьшение k сначала способствует увеличению интеграла перекрытия (из-за уменьшения числа осцилляций волновой функции конечного состояния в области, где волновая функция начального состояния отлична от нуля). Однако при малых значениях k интеграл перекрытия уменьшается, достигая нуля при значении k = 0, чему соответствует  $\varepsilon_b = \Omega$ . При  $t_i \neq 0$  к вышеупомянутым эффектам добавляется также немонотонный характер зависимости энергии связи от  $\gamma$ . При  $t_i = 1$  энергия связи уменьшается, а k увеличивается, приводя к уменьшению матричного элемента.



Рис.2. Зависимость квадрата модуля матричного элемента от магнитного поля в случае параллельной поляризяции.



Рис.3. Зависимость сечения фотоионизации от частоты падающего излучения в случае параллельной поляризяции.

На рис.3 представлены зависимости сечения фотоионизации от частоты падающего излучения для различных значений радиуса-вектора примеси и индукции магнитного поля в случае параллельной поляризации. Видно, что пороговая энергия фотоионизации, совпадающая с энергией связи, уменьшается с увеличением расстояния примеси от оси КП. Увеличение индукции магнитного поля приводит к увеличению пороговой энергии при значениях  $t_i = 0$  и  $t_i = 0.5$  и к ее понижению при  $t_i = 1$ . Можно также заметить, что магнитное поле оказывает наибольшее влияние на порог фотоионизации при  $t_i = 0$ . Эти результаты находятся в соответствии с приведенными на рис.1 данными.

Увеличение энергии  $\Omega$ , если она не очень близка к  $\varepsilon_b$ , приводит к уменьшению сечения фотоионизации, так как разница между частотой падающего излучения и пороговой частотой увеличивается (см. (8)). При этом, чем больше значение пороговой частоты, тем слабее зависимость  $\sigma$  от  $\Omega$  вследствие увеличения сечения фотоионизации при увеличении энергии падающего фотона  $\Omega$ , для фиксированного значения разности  $\Omega - \varepsilon_b$ .

Важной особенностью сечения фотоионизации в случае параллельной поляризации является наличие максимума. Как уже отмечалось, уменьшение k из-за уменьшения  $\Omega$  приводит к уменьшению матричного элемента до нуля. С другой стороны, уменьшение  $\Omega$  приводит к возрастанию  $\sigma$  при значениях  $\Omega$ , не очень близких к  $\varepsilon_b$ . При этом, чем больше  $t_i$ , тем слабее зависимость матричного элемента от k, что приводит к повышению пика сечения фотоионизации.

На рис.4 и 5 представлены зависимости матричного элемента от у и сечения фотоионизации от  $\Omega$  для переходов с основного примесного состояния в первую подзону в случае перпендикулярной поляризации падающего излучения (*x*-поляризация). Как и в случае параллельной поляризации, в начальном и конечном состояниях квантовое число l = 0. В случае перпендикулярной поляризации, при  $t_i = 0$  такие переходы запрещены [24]. Они запрещены также при  $t_i \neq 0$  в случае *y*-поляризации света.



0.6  $\gamma = 1$ 0.5  $\gamma = 7$  $1. t_{0} = 0.5$ 6.4 2.  $t_i = 1.0$ 8° 0.3 0.2 0.1 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0

Рис.4. Зависимость квадрата модуля матричного элемента от магнитного поля в случае перпендикулярной поляризяции.

Рис.5. Зависимость сечения фотоионизации от частоты падающего излучения в случае перпендикулярной поляризяции.

Как видно из рис.4, квадрат модуля матричного элемента приблизительно на три порядка меньше, чем в случае параллельной поляризации, так как область поперечной локализации волновой функции начального состояния, а, следовательно, и интенсивность взаимодействия электрона с излучением значительно меньше, чем в направлении оси КП [10]. Отметим также, что увеличение как расстояния примеси от оси КП, так и индукции магнитного поля приводят к уменьшению матричного элемента вследствие уменьшения интеграла перекрытия в плоскости, перпендикулярной оси *z*.

Из рис.5 видно, что сечение фотоионизации расходится при  $\Omega = \varepsilon_b$ . Это объясняется тем, что оператор взаимодействия излучения с электроном в случае перпендикулярной поляризации не зависит от *z*, вследствие чего интеграл перекрытия по *z* отличается от нуля из-за наличия чётной части волновой функции конечного состояния. При стремлении  $\Omega$  к  $\varepsilon_b$  (т.е. при  $k \to 0$ ) матричный элемент остается отличным от нуля, что и приводит к сингулярности  $\sigma$  вследствие уменьшения разности  $\Omega - \varepsilon_b$ .

Выражаю благодарность проф. А.А. Киракосяну за обсуждение результатов работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. C.A.Duque, A.Montes, A.L.Morales, N.Porras-Montenegro. J. Phys.: Cond. Matter, 9, 5977 (1997).
- 2. M.El-Said, M.Tomak. J. Phys. Chem. Solids, 52, 603 (1991).
- 3. M.El-Said, M.Tomak. Solid State Commun., 82, 721 (1992).
- 4. K.F.Haiwi, M.El-Said. Phys. stat. sol. (b), 187, 93 (1995).
- 5. A.Sali, M.Fliyou, H.Loumrhari. J. Phys. Chem. Solids, 59, 625 (1998).
- 6. A.Sali, M.Fliyou, L.Roubi, H.Loumrhari. J. Phys.: Cond. Matter, 11, 2427 (1999).
- 7. A. Sali, M.Fliyou, H.Satori, H.Loumrhari. Phys. stat. sol. (b), 211, 661 (1999).
- 8. A.Sali, M.Fliyou, H.Satori, H.Loumrhari. J. Phys. Chem. Solids, 64, 31 (2003).
- 9. E.Niculescu, A.Gearba, G.Cone, C.Negutu. Superlatt. Microst., 29, 319 (2001).
- 10. P.Villamil, C.Cabra, N.Porras-Montenegro. J. Phys. C, 17, 5049 (2005).
- 11. I.Erdogan, O.Akankan, H.Akbas. Physica E, 33, 83 (2006).
- 12. E.Kaspoglu, H.Sari, I.Sukmen. Appl. Phys. A, 78, 1053 (2004).
- 13. S.V.Branis, G.Li, K.Bajaj. Phys. Rev. B, 47, 1316 (1993).
- 14. S.Aktas, F.K.Boz, S.S.Dalgic. Physica E, 28, 96 (2005).

15. G.Lamouche, Y.Lepin. Phys. Rev. B., 49, 13452 (1994).

- 16. A.Montes, C.A.Duque, N.Porras-Montenegro. Phys. stat. sol. (b), 210, 731 (1998).
- 17. O.Akankan, S.E.Okan, H.Akbas. Physica E, 25, 535 (2005).
- 18. S.Aktas, S.E.Okan, H.Akbas. Superlatt. Microst., 30, 129 (2001).
- 19. Sr.G.Jayam, K.Navaneethakrishnan. Solid State Commun., 122, 433 (2002).
- 20. J.D.Correa, N.Porras-Montenegro, C.A. Duque. Brazilian J. Phys., 36, 387 (2006).
- 21. H.A.Sarkisyan. Modern Phys. Lett. B, 16, 835 (2002).
- 22. **M.Abramowitz, I.A.Stegun**. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables. Washington D. C., 1964.
- 23. S.Adachi. J. Appl. Phys., 53, R1 (1985).
- 24. B.K.Ridley. Quantum Processes in Semiconductors. Oxford, Clarendon Press, 1982.

## ՋՐԱԾՆԱՆՄԱՆ ԴՈՆՈՐԱՅԻՆ ԽԱՌՆՈՒՐԴԻ ԿԱՊԻ ԷՆԵՐԳԻԱՆ ԵՎ ՖՈՏՈՒՈՆԱՅՄԱՆ ԿՏՐՎԱԾՔԸ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

#### Վ.Ն. ՄՈՒՂՆԵՑՅԱՆ

Աշխատանքում ուսումնասիրված է համասեռ, երկայնական մագնիսական դաշտի ազդեցությունը վերջավոր խորությամբ գլանային փոսով մոտարկված շրջանաձև կտրվածքով կիսահաղորդչային քվանտային լարում ջրածնանման դոնորային խառնուրդի կապի էներգիայի և ֆոտոիոնացման կտրվածքի վրա։ Ստացված են ջոկման կանոններ, ինչպես նաև մագնիսական դաշտի ինդուկցիայից, խառնուրդի դիրքից և լուսային ալիքի բևեռացումից ֆոտոիոնացման կտրվածքի կախման վերլուծական արտահայտություններ։

## BINDING ENERGY AND PHOTOIONIZATION CROSS-SECTION OF A HYDROGEN-LIKE DONOR IMPURITY IN A QUANTUM WELL-WIRE IN A MAGNETIC FIELD

#### V.N. MUGHNETSYAN

The effect of a uniform longitudinal magnetic field on the binding energy and photoionization crosssection of a hydrogen-like donor impurity is studied for a semiconductor quantum well-wire approximated by a cylindrical well of finite depth. The selection rules and analytical expressions for the photoionization cross-section are obtained depending on the magnetic field induction, impurity position and light wave polarization. УДК 621.315

# ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ И СЕЧЕНИЕ ФОТОИОНИЗАЦИИ ВОДОРОДОПОДОБНОЙ ДОНОРНОЙ ПРИМЕСИ В КВАНТОВОЙ ПРОВОЛОКЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

## В.Н. МУГНЕЦЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 18 апреля 2007 г.)

Изучено влияние однородного продольного магнитного поля на энергию связи и сечение фотоионизации водородоподобной донорной примеси в полупроводниковой квантовой проволоке круглого сечения, аппроксимируемой цилиндрической ямой конечной глубины, в зависимости от положения примеси. Выявлены правила отбора и найдены аналитические выражения для сечения фотоионизации в зависимости от индукции магнитного поля, расстояния примеси от оси проволоки и поляризации световой волны.

## 1. Введение

В последние годы наблюдается возрастающий интерес к исследованию электронных состояний водородоподобных примесей в полупроводниковых гетероструктурах (квантовые ямы, проволоки, точки) ввиду уникальных электронных и оптических своиств таких структур и развивающихся экспериментальных методов их получения [1-8]. Помимо примесей, существенное влияние на электронные и оптические свойства созданных на базе полупроводниковых гетероструктур приборов имеют внешние электрические и магнитные поля. В связи с этим изучение влияния внешних полей на энергию связи электрона с примесью, а также на сечение фотоионизации важно для выяснения физических свойств полупроводниковых гетероструктур [9-21].

Энергия связи примеси в цилиндрической квантовой проволоке (КП) GaAs, окруженной бесконечным потенциальным барьером в магнитном поле, направленном параллельно оси КП, вычислена в работе [9] вариационным методом, а в работе [10] в рамках модели потенциальной ямы конечной глубины изучено влияние магнитного поля на зависимости энергии связи 1s-, 2p-, 3p-подобных состояний от радиуса КП и положения примеси. В работе [11] вычислена энергия связи примеси при наличии как магнитного, так и электрического полей.

В данной работе в рамках вариационного метода рассмотрено влияние однородного магнитного поля и положения водородоподобной донорной примеси на энергию связи и сечение фотоионизации в полупроводниковой квантовой проволоке круглого сечения, аппроксимируемой цилиндрической ямой конечной глубины. Выявлены правила отбора и найдены аналитические выражения для сечения фотоионизации в зависимости от индукции

магнитного поля, расстояния примеси от оси КП и поляризации световой волны.

## 2. Энергия связи

Рассмотрим цилиндрическую КП с прямоугольным ограничивающим потенциалом конечной глубины в магнитном поле, направленном вдоль оси проволоки. Предположим, что донорная примесь находится в точке с координатами (ρ<sub>i</sub>,0,0). Такой выбор координат примеси не ограничивает общность задачи ввиду цилиндрической симметрии и макроскопической длины КП, а также однородности магнитного поля.

Гамильтониан электрона, взаимодействующего с водородоподобной примесью, имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{2}{\sqrt{z^2 + (\mathbf{t} - \mathbf{t}_i)^2}},$$
(1)

где

$$\hat{H}_{0} = -\left[\frac{1}{t}\frac{\partial}{\partial t}\left(t\frac{\partial}{\partial t}\right) + \frac{1}{t^{2}}\frac{\partial^{2}}{\partial \varphi^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}\right] - i\gamma\frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{4}\gamma^{2}t^{2} + v(t)$$
(2)

– гамильтониан электрона в отсутствие примеси,  $\gamma = (a_{\rm B}/l_{\rm B})^2$ ,  $l_{\rm B} = (\hbar/eB)^{1/2}$  – магнитная длина, v(t) – ограничивающий потенциал КП (v(t) = 0 при  $t \le 0$  и  $v(t) = v_0$  при t > 0),  $\mathbf{t}_i$  – радиус-вектор примеси (все расстояния выражены в эффективных боровских радиусах *a*<sub>B</sub>, а энергии – в эффективных ридбергах  $E_{\rm R}$  ).

Следуя вариационному принципу, волновую функцию основного примесного состояния запишем в виде

$$\Psi_i\left(t, \varphi, z; t_i, \beta\right) = N \exp\left\{-\beta \sqrt{z^2 + \left(\mathbf{t} - \mathbf{t}_i\right)^2}\right\} g_0(t) , \qquad (3)$$

где  $(\mathbf{t} - \mathbf{t}_i)^2 = t^2 + t_i^2 - 2tt_i \cos \varphi$ ,  $\beta$  – вариационный параметр, N – постоянная нормировки,

$$g_0(t) = g_{n,l}(t) \Big|_{l=0,n=0}$$
,

$$g_{n,l}(t) = N_{n,l} \exp(-\gamma t^2 / 4)(\gamma t^2 / 2)^{|l|/2} \begin{cases} F(-a_{nl}, |l|+1; \gamma t^2 / 2), & t \le r, \\ \frac{F(-a_{nl}, |l|+1; \gamma t^2 / 2)}{U(-b_{nl}, |l|+1; \gamma t^2 / 2)} U(-b_{nl}, |l|+1; \gamma t^2 / 2), & t > r, \end{cases}$$
(4)

– радиальная волновая функция электрона в отсутствие декорной примеси,  $F(-a_{nl}, |l|+1; \gamma t^2/2)$  и  $U(-b_{nl}, |l|+1; \gamma t^2/2)$  – вырожденные гипергеометрические функции, описывающие движение электрона в КП и в области барьера, соответственно, *n*,*l* – квантовые числа,  $r = R / a_{\rm B}$  – безразмерный радиус  $a_{nl} = \varepsilon_{nl} / 2\gamma - (|l| + l + 1) / 2,$ КП,  $b_{nl} = (\varepsilon_{nl} - v_0)/2\gamma - (|l| + l + 1)/2, \ \varepsilon_{n,l}$  – энергия электрона в отсутствие примеси [10,14].

Энергия основного примесного состояния даётся выражением

$$\varepsilon_{i} = \min_{\beta} \left\langle \Psi_{i}\left(t, \varphi, z; t_{i}, \beta\right) \middle| \hat{H} \middle| \Psi_{i}\left(t, \varphi, z; t_{i}, \beta\right) \right\rangle,$$
(5)

где min f означает минимальное по  $\beta$  значение функции f[10], а энергию связи определим как  $\varepsilon_b^{\beta} = \varepsilon_0 - \varepsilon_i$ , где  $\varepsilon_0$  – собственное значение оператора  $\hat{H}_0$ .

## 3. Сечение фотоионизации

Выражение для сечения фотоионизации, описывающее переход электрона из основного примесного состояния  $|\psi_i\rangle$  в конечное состояние  $|\psi_f\rangle$  в дипольном приближении имеет вид [15]

$$\sigma(\hbar\omega) = \frac{4\pi^2 \alpha \hbar \omega}{n} \left(\frac{E_{\text{eff}}}{E_0}\right)^2 \left(\frac{m}{m_0}\right)^2 \sum_f \left|\left\langle \psi_i \left| \boldsymbol{\zeta} \mathbf{r} \right| \psi_f \right\rangle\right|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar\omega), \quad (6)$$

где  $\alpha = e^2 / \hbar c$  – постоянная тонкой структуры,  $\hbar \omega$  – энергия фотона, n – показатель преломления системы,  $E_{\rm eff}$  – эффективное электрическое поле на примеси,  $E_0$  – среднее поле, **ζ** – вектор поляризации падающего излучения,  $m_0$  – масса свободного электрона,  $E_f$  и  $E_i$  – энергии конечного и начального состояний, соответственно.

Рассмотрим случаи, когда вектор поляризации падающего излучения направлен по оси z (случай параллельной поляризации) и по оси x, на которой находится примесь (случай перпендикулярной поляризации). В рассматриваемом ниже случае равенства нулю азимутального квантового числа конечного состояния l переходы под влиянием поляризованного по оси y излучения запрещены.

Волновую функцию конечного состояния можно представить в виде

$$\psi_f(t,\phi,z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi L}} e^{i(l\phi+kz)} g_{nl}(t) , \qquad (7)$$

где L – длина проволоки,  $k = Ka_{\rm B}$ , K – волновое число.

После подстановки (3) и (7) в (6) и последующего интегрирования по волновому числу k, для сечения фотоионизации при переходах из примесного состояния в первую подзону получим:

$$\sigma(\Omega) = \sigma_0 | M_{i,k_0} = \sqrt{\Omega - \varepsilon_b} |^2 \frac{\Omega}{\sqrt{\Omega - \varepsilon_b}} \theta \left( \Omega - \varepsilon_b \right), \tag{8}$$

где

$$\sigma_0 = \frac{\pi \alpha a_{\rm B}^2}{n} \left(\frac{m}{m_0}\right)^2 \left(\frac{E_{\rm eff}}{E_0}\right)^2, \tag{9}$$

$$M_{i,k} = \begin{cases} N(a_{\rm B}^{3}/\pi)^{1/2} \int_{0}^{T} T(t_{i},\beta,k;t)g_{0}(t)^{2}tdt, \quad \zeta \quad z, \\ 0 \\ N(a_{\rm B}^{5}/\pi)^{1/2} \int_{0}^{\infty} T_{\perp}(t_{i},\beta,k;t)g_{0}(t)^{2}t^{2}dt, \quad \zeta \quad x \end{cases}$$
(10)

- матричный элемент перехода,

$$T(t_{i},\beta,k;t) = -4i \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\infty} e^{-\beta\sqrt{z^{2}+(\mathbf{t}-\mathbf{t}_{i})^{2}}} \sin(kz) z \, dz \, d\varphi =$$

$$= -2i\beta k \int_{0}^{\pi} \tau \left( 2K_{1}(\tau) + \tau [K_{0}(\tau) + K_{2}(\tau)] \right) d\varphi,$$

$$T_{\perp}(t_{i},\beta,k;t) = 4 \int_{0}^{\pi} \cos \varphi \int_{0}^{\infty} e^{-\beta\sqrt{z^{2}+(\mathbf{t}-\mathbf{t}_{i})^{2}}} \cos(kz) dz d\varphi = 4\beta(\beta^{2}+k^{2}) \int_{0}^{\pi} \tau K_{1}(\tau) \cos \varphi \, d\varphi, \quad (12)$$

 $\tau = |\mathbf{t} - \mathbf{t}_i| \sqrt{\beta^2 + k^2}, \ \Omega = \hbar \omega / E_{\mathrm{R}}, \ K_{\mathrm{v}}(\tau) - функция Макдональда порядка v [22].$ 

## 4. Обсуждение

Численные расчеты проведены для системы GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As, со значениями параметров  $m = 0.067m_0$ , n = 3.3,  $E_{\rm R} = 5.2$  мэВ,  $a_{\rm B} = 104$  Å,  $v_0 = 50$  (концентрация сплава  $x \approx 0.35$ ) [23]. Считается, что  $E_{\rm eff} \cong E_0$  [24].

На рис.1 представлены зависимости энергии связи электрона от индукции магнитного поля (параметра γ) для различных значений радиуса КП и расстояния примеси от её оси. При фиксированном положении примеси, с ростом индукции магнитного поля энергия связи претерпевает существенные изменения в проволоке с бульшим радиусом, ввиду уменьшения роли размерного квантования при увеличении радиуса КП и, тем самым, возрастания роли магнитного квантования. При больших значениях индукции магнитного поля энергии связи, соответствующие радиусам проволоки  $R = a_{\rm B}$  и  $R = 2a_{\rm B}$ , совпадают, что обусловлено локализацией электрона сильным магнитным полем в приосевой области, вследствие чего он практически не чувствует влияние ограничивающего потенциала. Заметим также, что скорость изменения энергии связи максимальна в случае расположения примеси на оси проволоки  $(t_i = 0)$ , поскольку положение максимума плотности электронного облака совпадает с положением примеси. Возрастание энергии связи при  $t_i \le 0.5$  сменяется её уменьшением для значений  $t_i > 0.5$ . Для промежуточных значений  $t_i$  эта зависимость немонотонна, что является следствием двух конкурирующих факторов: (а) смещения электронного облака из области  $t > t_i$  в область  $t \le t_i$  с увеличением  $\gamma$ , чем обусловлено усиление кулоновского взаимодействия электрона с примесью и, соответственно, увеличение энергии связи, и (b) уменьшения плотности вероятности нахождения электрона вблизи примеси с увеличением γ, что приводит к уменьшению энергии связи.



Рис.1. Зависимость энергии связи от индукции магнитного поля для различных значений положения примеси и радиуса КП.

На рис.2 показана зависимость квадрата модуля безразмерного матричного элемента, соответствующего переходам с основного примесного состояния в первую подзону, от у, что определяет вероятность перехода электрона из начального в конечное состояние с энергией  $\varepsilon_f = \varepsilon_i + \Omega = \varepsilon_i + \varepsilon_b + k^2$  под влиянием кванта излучения с фиксированной энергией  $\Omega$ . Удаление примеси от оси КП приводит к уменьшению матричного элемента вследствие уменьшения степени перекрытия волновых функций начального и конечного состояний с увеличением  $t_i$ . Для значений  $t_i = 0$  и  $t_i = 0.5$ , при  $\Omega = 3.5$  и 4 зависимость квадрата модуля матричного элемента от индукции магни о поля немонотонна. Такое поведение  $|M_{ik}|^2$ обусловлено увеличением энергии связи с усилением поля при  $t_i = 0$ , вследствие чего при фиксированной Ω волновое число конечного состояния k уменьшается. В случае параллельной поляризации оператор взаимодействия излучения с электроном пропорционален z, и интеграл перекрытия отличается от нуля из-за наличия нечетной части волновой функции конечного состояния (см. (11)). Вышеупомянутое уменьшение k сначала способствует увеличению интеграла перекрытия (из-за уменьшения числа осцилляций волновой функции конечного состояния в области, где волновая функция начального состояния отлична от нуля). Однако при малых значениях k интеграл перекрытия уменьшается, достигая нуля при значении k = 0, чему соответствует  $\varepsilon_b = \Omega$ . При  $t_i \neq 0$  к вышеупомянутым эффектам добавляется также немонотонный характер зависимости энергии связи от  $\gamma$ . При  $t_i = 1$  энергия связи уменьшается, а k увеличивается, приводя к уменьшению матричного элемента.



Рис.2. Зависимость квадрата модуля матричного элемента от магнитного поля в случае параллельной поляризяции.



Рис.3. Зависимость сечения фотоионизации от частоты падающего излучения в случае параллельной поляризяции.

На рис.3 представлены зависимости сечения фотоионизации от частоты падающего излучения для различных значений радиуса-вектора примеси и индукции магнитного поля в случае параллельной поляризации. Видно, что пороговая энергия фотоионизации, совпадающая с энергией связи, уменьшается с увеличением расстояния примеси от оси КП. Увеличение индукции магнитного поля приводит к увеличению пороговой энергии при значениях  $t_i = 0$  и  $t_i = 0.5$  и к ее понижению при  $t_i = 1$ . Можно также заметить, что магнитное поле оказывает наибольшее влияние на порог фотоионизации при  $t_i = 0$ . Эти результаты находятся в соответствии с приведенными на рис.1 данными.

Увеличение энергии  $\Omega$ , если она не очень близка к  $\varepsilon_b$ , приводит к уменьшению сечения фотоионизации, так как разница между частотой падающего излучения и пороговой частотой увеличивается (см. (8)). При этом, чем больше значение пороговой частоты, тем слабее зависимость  $\sigma$  от  $\Omega$  вследствие увеличения сечения фотоионизации при увеличении энергии падающего фотона  $\Omega$ , для фиксированного значения разности  $\Omega - \varepsilon_b$ .

Важной особенностью сечения фотоионизации в случае параллельной поляризации является наличие максимума. Как уже отмечалось, уменьшение k из-за уменьшения  $\Omega$  приводит к уменьшению матричного элемента до нуля. С другой стороны, уменьшение  $\Omega$  приводит к возрастанию  $\sigma$  при значениях  $\Omega$ , не очень близких к  $\varepsilon_b$ . При этом, чем больше  $t_i$ , тем слабее зависимость матричного элемента от k, что приводит к повышению пика сечения фотоионизации.

На рис.4 и 5 представлены зависимости матричного элемента от у и сечения фотоионизации от  $\Omega$  для переходов с основного примесного состояния в первую подзону в случае перпендикулярной поляризации падающего излучения (*x*-поляризация). Как и в случае параллельной поляризации, в начальном и конечном состояниях квантовое число l = 0. В случае перпендикулярной поляризации, при  $t_i = 0$  такие переходы запрещены [24]. Они запрещены также при  $t_i \neq 0$  в случае *y*-поляризации света.



0.6  $\gamma = 1$ 0.5  $\gamma = 7$  $1. t_{0} = 0.5$ 6.4 2.  $t_i = 1.0$ 8° 0.3 0.2 0.1 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0

Рис.4. Зависимость квадрата модуля матричного элемента от магнитного поля в случае перпендикулярной поляризяции.

Рис.5. Зависимость сечения фотоионизации от частоты падающего излучения в случае перпендикулярной поляризяции.

Как видно из рис.4, квадрат модуля матричного элемента приблизительно на три порядка меньше, чем в случае параллельной поляризации, так как область поперечной локализации волновой функции начального состояния, а, следовательно, и интенсивность взаимодействия электрона с излучением значительно меньше, чем в направлении оси КП [10]. Отметим также, что увеличение как расстояния примеси от оси КП, так и индукции магнитного поля приводят к уменьшению матричного элемента вследствие уменьшения интеграла перекрытия в плоскости, перпендикулярной оси *z*.

Из рис.5 видно, что сечение фотоионизации расходится при  $\Omega = \varepsilon_b$ . Это объясняется тем, что оператор взаимодействия излучения с электроном в случае перпендикулярной поляризации не зависит от *z*, вследствие чего интеграл перекрытия по *z* отличается от нуля из-за наличия чётной части волновой функции конечного состояния. При стремлении  $\Omega$  к  $\varepsilon_b$  (т.е. при  $k \to 0$ ) матричный элемент остается отличным от нуля, что и приводит к сингулярности  $\sigma$  вследствие уменьшения разности  $\Omega - \varepsilon_b$ .

Выражаю благодарность проф. А.А. Киракосяну за обсуждение результатов работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. C.A.Duque, A.Montes, A.L.Morales, N.Porras-Montenegro. J. Phys.: Cond. Matter, 9, 5977 (1997).
- 2. M.El-Said, M.Tomak. J. Phys. Chem. Solids, 52, 603 (1991).
- 3. M.El-Said, M.Tomak. Solid State Commun., 82, 721 (1992).
- 4. K.F.Haiwi, M.El-Said. Phys. stat. sol. (b), 187, 93 (1995).
- 5. A.Sali, M.Fliyou, H.Loumrhari. J. Phys. Chem. Solids, 59, 625 (1998).
- 6. A.Sali, M.Fliyou, L.Roubi, H.Loumrhari. J. Phys.: Cond. Matter, 11, 2427 (1999).
- 7. A. Sali, M.Fliyou, H.Satori, H.Loumrhari. Phys. stat. sol. (b), 211, 661 (1999).
- 8. A.Sali, M.Fliyou, H.Satori, H.Loumrhari. J. Phys. Chem. Solids, 64, 31 (2003).
- 9. E.Niculescu, A.Gearba, G.Cone, C.Negutu. Superlatt. Microst., 29, 319 (2001).
- 10. P.Villamil, C.Cabra, N.Porras-Montenegro. J. Phys. C, 17, 5049 (2005).
- 11. I.Erdogan, O.Akankan, H.Akbas. Physica E, 33, 83 (2006).
- 12. E.Kaspoglu, H.Sari, I.Sukmen. Appl. Phys. A, 78, 1053 (2004).
- 13. S.V.Branis, G.Li, K.Bajaj. Phys. Rev. B, 47, 1316 (1993).
- 14. S.Aktas, F.K.Boz, S.S.Dalgic. Physica E, 28, 96 (2005).

15. G.Lamouche, Y.Lepin. Phys. Rev. B., 49, 13452 (1994).

- 16. A.Montes, C.A.Duque, N.Porras-Montenegro. Phys. stat. sol. (b), 210, 731 (1998).
- 17. O.Akankan, S.E.Okan, H.Akbas. Physica E, 25, 535 (2005).
- 18. S.Aktas, S.E.Okan, H.Akbas. Superlatt. Microst., 30, 129 (2001).
- 19. Sr.G.Jayam, K.Navaneethakrishnan. Solid State Commun., 122, 433 (2002).
- 20. J.D.Correa, N.Porras-Montenegro, C.A. Duque. Brazilian J. Phys., 36, 387 (2006).
- 21. H.A.Sarkisyan. Modern Phys. Lett. B, 16, 835 (2002).
- 22. **M.Abramowitz, I.A.Stegun**. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables. Washington D. C., 1964.
- 23. S.Adachi. J. Appl. Phys., 53, R1 (1985).
- 24. B.K.Ridley. Quantum Processes in Semiconductors. Oxford, Clarendon Press, 1982.

## ՋՐԱԾՆԱՆՄԱՆ ԴՈՆՈՐԱՅԻՆ ԽԱՌՆՈՒՐԴԻ ԿԱՊԻ ԷՆԵՐԳԻԱՆ ԵՎ ՖՈՏՈՒՈՆԱՅՄԱՆ ԿՏՐՎԱԾՔԸ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

#### Վ.Ն. ՄՈՒՂՆԵՑՅԱՆ

Աշխատանքում ուսումնասիրված է համասեռ, երկայնական մագնիսական դաշտի ազդեցությունը վերջավոր խորությամբ գլանային փոսով մոտարկված շրջանաձև կտրվածքով կիսահաղորդչային քվանտային լարում ջրածնանման դոնորային խառնուրդի կապի էներգիայի և ֆոտոիոնացման կտրվածքի վրա։ Ստացված են ջոկման կանոններ, ինչպես նաև մագնիսական դաշտի ինդուկցիայից, խառնուրդի դիրքից և լուսային ալիքի բևեռացումից ֆոտոիոնացման կտրվածքի կախման վերլուծական արտահայտություններ։

## BINDING ENERGY AND PHOTOIONIZATION CROSS-SECTION OF A HYDROGEN-LIKE DONOR IMPURITY IN A QUANTUM WELL-WIRE IN A MAGNETIC FIELD

#### V.N. MUGHNETSYAN

The effect of a uniform longitudinal magnetic field on the binding energy and photoionization crosssection of a hydrogen-like donor impurity is studied for a semiconductor quantum well-wire approximated by a cylindrical well of finite depth. The selection rules and analytical expressions for the photoionization cross-section are obtained depending on the magnetic field induction, impurity position and light wave polarization. УДК 621.315

## О КРАСНОМ СМЕЩЕНИИ ЭНЕРГИИ ОПТИЧЕСКОГО ПОГЛОЩЕНИЯ МАССИВА КВАНТОВЫХ ТОЧЕК В УСЛОВИЯХ ДИНАМИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ШТАРКА

## Ал. Г. АЛЕКСАНЯН

#### Арцахский государственный университет, Степанакерт

(Поступила в редакцию 1 марта 2007 г.)

Рассчитан коэффицент поглощения массива квантовых точек в условиях динамического эффекта Штарка. Показано, что при  $\omega_1 > \omega_0$  имеет место красное смещение энергии оптических переходов.

#### 1. Введение

В последнее время значительно возрос интерес к исследованиям нелинейных оптических свойств структур с квантовыми точками (КТ) [1]. Структуры с КТ позволяют изучать широкий спектр квантовых эффектов без обращения к природным атомным и ионным системам [2]. Это может служить основой для создания новых оптоэлектронных приборов, а также использоваться при разработке и реализации новых методов обработки и передачи информации [3]. Наблюдаемый эффект усиления оптических нелинейностей (амплитуда поля может принимать, в зависимости от параметров системы, значения от 10 до 10<sup>3</sup> В/см) по сравнению с объемным материалом в первую очередь связывается с локализацией волновых функций.

Использование структур с КТ в качестве лазерных сред, способных интегрироваться в монолитные схемы, предопределяет задачи, связанные с изучением в них различных нелинейных эффектов. В частности, с точки зрения приложений, вызывает интерес эффект Штарка, приводящий к перестройке частоты оптического перехода с помощью электрического поля [4]. Заметим, что в объемных полупроводниках, во всяком случае для зонных состояний, наблюдение эффекта Штарка (штарковская лестница) трудно осуществить, так как при возрастании электрического поля наиболее вероятным становятся электрический пробой и междузонное туннелирование [5].

В постоянном электрическом поле F квантовая система с определенной энергией E приобретает дополнительную энергию  $\Delta E$  и, как следствие, уровень E, которому соответствует одно возможное состояние, смещается на величину  $\Delta E \sim F^2$ .

В быстро осциллирующем поле, где существенными могут стать квантовые переходы, энергия вносимая в среду КТ, в основном будет определяться изменением разности населенностей *п*. Таким образом, в осциллирующем поле, как будет показано, кроме амп-

литуды поля, появляется еще один параметр управления свойствами системы – частота "сильного поля"  $\omega_1$ .

Цель настоящей работы – вычисление коэффицента поглощения массива КТ, в условиях динамического эффекта Штарка. Другими словами, рассматривается система с КТ, взаимодействующая с двумя полями частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . При этом вычисляется смещение кривой поглощения на частоте  $\omega_2$ , в зависимости от амплитуды и частоты  $\omega_1$  "сильного поля", а также его зависимость от параметров системы.

#### 2. Теория

Количественные закономерности штарковского смещения получим, основываясь на наиболее распространенной модели для описания динамики поляризации среды (в нашем случае это KT) – так называемое двухуровневое приближение [6]. Так как основным возбуждением в KT являются локализованные электронно-дырочные пары [2], то их вклад в поляризацию  $P(\mathbf{r}, t)$  системы будет описываться следующими уравнениями:

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \frac{2}{\tau_2} \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 P = -2\omega_0 \frac{|\mu_{KT}|^2 n}{\hbar} \ell F \quad , \tag{1}$$

$$\frac{dn}{dt} + \frac{1}{\tau_1} \left( n + n_{KT} \right) = \frac{2}{\hbar \omega_0} \ell F \frac{dP}{dt} .$$
<sup>(2)</sup>

Здесь  $\tau_2$  – время релаксации поляризации, определяющее спектральную ширину линии,  $\hbar\omega_0$  – энергия возбуждения электронно-дырочной пары в КТ,  $\mu_{\text{krr}}$  – матричный элемент дипольного момента, соответствующий этому переходу,  $\ell = (\eta^2 + 2/3)^2$  – поправочный коэффициент Лоренца для локального поля [5],  $\eta$  – показатель препомления среды без учета рассматриваемого перехода,  $\hbar$  – постоянная Планка. В уравнениях (1) и (2) наряду с поляризацией фигурирует динамическая переменная  $n = (n_{e-h} - n^{(0)})$  – разность населенностей, где  $n_{e-h}$  и  $n^{(0)}$  – число заполненных КТ, в которых отсутствуют электронно-дырочные пары, так что  $n_{\text{krr}} = n_{e-h} + n^{(0)}$ ,  $\tau_1$  – время релаксации разности населенностей.

Вообше говоря, вследствие нелинейности системы уравнений (1)-(2), разность населенностей *n*, кроме нулевой гармоники, имеет высокочастотные компоненты, а если система взаимодействует с двумя полями различной частоты, то *n* содержит также суммарные и разностные компоненты [6].

Для определения величины штарковского смещения, в выражении для разности населенностей, кроме нулевой гармоники  $n_0$ , необходимо учитывать разностную  $n_{\omega_2-\omega_1}$  и суммарную  $n_{\omega_2+\omega_1}$  компоненты разности населенностей, т.е.

$$n = n_0 + \frac{n_{\omega_2 - \omega_1}}{2} \exp[i(\omega_2 - \omega_1)t] + \frac{n_{\omega_1 + \omega_2}}{2} \exp[i(\omega_1 + \omega_2)t] + \text{k.c.}$$
(3)

При воздействии суммарного поля

$$F = \frac{F_1}{2} \exp(i\omega_1 t) + \frac{F_2}{2} \exp(i\omega_2 t) + \kappa.c.$$
(4)

нас будет интересовать поляризация на частоте ω2, т.е. отклик среды КТ на пробную волну

частоты ω2:

$$P_{\omega_2} = \frac{P_2}{2} \exp(i\omega_2 t) + \text{k.c.}$$
(5)

Подставим (3)–(5) и соответствующие производные в (1) и (2). Приравнивая в (1) коэффиценты при  $\exp(i\omega_2 t)$ , а в (2) при  $\exp[i(\omega_2 \pm \omega_1)t]$ , находим

$$P_{2} = -\frac{\omega_{0} |\mu_{KT}|^{2} \ell \left(2n_{0}F_{2} + n_{\omega_{2}-\omega_{1}}F_{1} + n_{\omega_{2}+\omega_{1}}F_{1}^{*}\right)}{\omega_{0}^{2} - \omega_{2}^{2} + i(2\omega_{2}/\tau_{2})} .$$
(6)

а для глубины модуляции разности населенностей, соответственно, на разностной и суммарной частотах получаем

$$n_{\omega_2-\omega_1} = \frac{\omega_2}{\hbar\omega_0(\omega_2-\omega_1)} P_2 F_1^*, \qquad (7)$$

$$n_{\omega_2+\omega_1} = \frac{\omega_2}{\hbar\omega_0(\omega_2+\omega_1)} P_2 F_1.$$
(8)

Выражения (7) и (8) были получены при условии  $|\omega_2 - \omega_1| \tau_1 >> 1$ . Это условие уменьшает роль насыщения на частоте  $\omega_1$ . Известно [6], что насыщение приводит к индуцированному полем уширению линии перехода, что может в определенной степени замаскировать штарковское смещение.

Таким образом, учитывая (7) и (8) в (6), для комплексной восприимчивости и резонансной частоты ω<sub>n</sub> получаем:

$$\chi = \frac{2\omega_2 |\mu_{KT}|^2 \ell n_{KT}}{\hbar \epsilon_0 [\omega_p^2 - \omega_2^2 + i(2\omega_2 / \tau_2)]},$$
(9)

$$\omega_p^2 = \omega_0^2 + \frac{2\omega_2 |\mu_{KT}|^2 \ell |F_1|^2}{\hbar^2 (\omega_2^2 - \omega_1^2)} .$$
<sup>(10)</sup>

Используя соотношение между коэффициентом поглощения  $\alpha$  и мнимой частью восприимчивости ( $\alpha = -\omega \text{Im} \chi / \eta c$ ) [6], находим

$$\alpha = \frac{2\omega_0\omega_2 |\mu_{KT}|^2 (2\omega_2/\tau_2)\ell n_{KT}}{\hbar\epsilon_0\eta c[(\omega_p^2 - \omega_2^2)^2 + (2\omega_2/\tau_2)^2]} .$$
(11)

Имея в виду, что  $\omega_{P}$ ,  $\omega_{2}$  и  $\omega_{0}$  – величины одного порядка, для смещения энергии оптического перехода имеем:

$$\hbar\Delta\omega = \frac{\omega_0 \left|\mu_{KT}\right|^2 \ell \left|F_1\right|^2}{\hbar(\omega_0^2 - \omega_1^2)} \,. \tag{12}$$

Численная оценка при  $\omega_0 - \omega_1 >> \tau_1^{-1} = 10^9 \text{ c}$ ,  $\ell = 10$ ,  $|\mu_{KT}|^2 = 10^{-30} \text{ ед. СГСЭ}$ ,  $\hbar \Delta \omega \approx 5 \times 10^{-14} F_1^2$  эрг показывает, что для  $F_1 \approx 10^2$  В/см смещение энергии перехода составляет величину порядка 50 meV.

## 3. Заключение

Из формулы (12) видно, что в отличие от штарковского смещения в постоянном поле, в осциллируюшем поле это смещение испытывает дисперсию в зависимости от частоты излучения. При ω<sub>1</sub> > ω<sub>0</sub> возможно наблюдение индуцированного осциллирующим полем красного смещения энергии оптических переходов.

Отметим, что в работах [7-10] наблюдали индуцированное встроенным электрическим полем красное смещение энергии оптических переходов. Явление, ответственное за это смещение, получило название квантово-размерного эффекта Штарка (КЭШ). Хотя явления, ответственные за смещение, возможно и имеют различную природу, такое поведение в осциллирующем поле, на наш взгляд, также возможно обозначить как КЭШ. Этот эффект открывает новые возможности для управления электрооптическими свойствами полупроводниковых гетероструктур с КТ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. H.Kuwatsuka, H.Ishikawa. Phys. Rev., B50, 5323 (1994).

2. **Н.Н.Леденцов** и др. ФТП, **32**, 385 (1998).

3. **К.А.Валиев.** УФН, **175**, 3 (2005).

4. С.И.Покутний. ФТП, **34**, 1120 (2000).

5. Б.Ридли. Квантовые процессы в полупроводниках. М., Мир, 1986.

6. Л.Аллен, Дж.Эберли. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М., Мир, 1978.

7. A.Patane et al. Appl. Phys. Lett., 77, 2979 (2000).

8. M.Gurioli et al. Appl. Phys. Lett., 78, 931 (2001).

9. A.Lemaitre et al. Phys. Rev., B63, 161309 (R) (2001).

10. **М.М.Соболев** и др. ФТП, **36**, 1089 (2002).

## ՇՏԱՐԿԻ ԴԻՆԱՄԻԿ ԷՖԵԿՏԻ ՊԱՅՄԱ ՆՆԵՐՈՒՄ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԵՏԵՐԻ ՄԱՍԻՎՈՒՄ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԿԼԱՆՄԱՆ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ԿԱՐՄԻՐ ՇԵՂՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

## ԱԼ. Գ. ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ

Կատարված է Շտարկի էֆեկտի դինամիկ պայմաններում քվանտային կետերի մասսիվի կլանման գործակցի հաշիվարկը։ Ցույց է տրված, որ երբ աւ > աս տեղի է ունենում օպտիկական անցումների էներգիայի կարմիր շեղումը։

## RED SHIFT OF THE ENERGY OF OPTICAL ABSORPTION OF QUANTUM DOT ARRAYS IN CONDITIONS OF DYNAMICAL STARK EFFECT

## Al. G. ALEXANIAN

The absorbtion coefficient of quantum dot arrays in conditions of dynamical Stark effect is calculated. It is shown that when  $\omega_1 > \omega_0$  a red shift of the energy of optical transitions takes place.

УДК 533.9

## ВОЗБУЖДЕНИЕ КИЛЬВАТЕРНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ ПУЧКОМ МИКРОТРОНА

## М.Л. ПЕТРОСЯН, Б.В. ПЕТРОСЯН, Г.М. ПЕТРОСЯН

Ереванский физический институт им. А.И. Алиханяна

(Поступила в редакцию 2 апреля 2007 г.)

Проведено экспериментальное исследование возбуждения кильватерных волн в плазме последовательностью электронных сгустков пучка микротрона. Результаты измерения спектра электронов после прохождения плазмы подтверждают эффект сложения волн от последовательности порядка 100 сгустков, что приводит к увеличению амплитуды от 1 В/см до 100 В/см.

### 1. Введение

Идеи о возможности использования продольных кильватерных волн, возбуждаемых движущимися в плазме сгустками электронов, для ускорения заряженных частиц были высказаны еще в 50-х годах [1-3]. Интерес к PWA (Plasma Wakefield Accelerator) возродился в середине 80-х годов в серии теоретических работ, выполненных в SLAC, ЕрФИ и UCLA [4-9]. В схеме PWA первый, более сильноточный сгусток возбуждает в плазме продольные кильватерные волны, а второй сгуток, находящийся на подходящей фазе плазменной волны, ускоряется. В теоретических работах предсказывается возможность обеспечить темп ускорения порядка ГэВ/м [5].

Принципиальную возможность ускорения частиц кильватерными волнами, возбуждаемыми электронными сгустками, была доказана экспериментально в 1988 г. в Аргонской национальной лаборатории [10]. Последующие экспериментальные работы, выполненые в Аргон-Висконсин в США [10-12], КЕК в Японии [13,14] и ХФТИ АН УССР [15], были направлены на оптимизацию процесса ускорения и на повышение наблюдаемого темпа ускорения. Для практического применения данного метода необходимо решить две проблемы: 1) реально достижимый темп ускорения должен быть не меньше, чем у традиционных ускорителей; 2) РWА должен иметь высокий коэффициент трансформации, который является отношением прироста энергии ускоряемого сгустка к энергии, потерянной сгустком возбуждения. Один из недостатков этого ускорения – то, что увеличение энергии электронов ускоряемого сгустка в линейном режиме ограничено ниже, чем 50% от энергии электронов сгустка возбудителя [4].

В настоящее время достигнутые темпы ускорения уже соизмеримы с темпами ускорения традиционных методов, однако прирост энергии в ускоряемом сгустке еще

намного меньше, чем энергия возбуждающего сгустка, т.е. пока действует ограничение по коэффициенту трансформации для линейного режима и не достигнуто удвоение энергии. Такая ситуация выдвигает на первый план проблему повышения темпа ускорения и прироста энергии. Для увеличения темпа ускорения необходимо увеличить количество заряда в возбуждающих сгустках или использовать большое число возбуждающих сгустков, т.е. последовательность относительно слаботочных сгустков [5].

Сгустки с большим зарядом (несколько десятков нКл) получают в специальных сильноточных ускорителях и дальнейшее увеличение заряда весьма затруднительно. Наиболее доступным является вариант использования последовательности, цуга относительно слаботочных сгустков (до одного нКл в сгустке), получаемых на обычных, даже на коммерческих, ускорителях. При этом для суммирования волн от отдельных сгустков необходимо, чтобы частота следования сгустков равнялась частоте плазменной волны, т.е. выполнялось условие резонанса. Пока этот метод находится еще на стадии исследования. В настоящее время выполнено несколько работ по экспериментальному исследованию возбуждения кильватерных волн в плазме со многими сгустками [16-19]. Однако в этих работах не наблюдалось увеличения амплитуды волны адекватно к увеличению числа используемых сгустков. Авторы ссылаются на несколько причин, объясняющих полученные результаты: влияние размеров плазменной камеры, неоднородность плазмы, затухание плазменных волн.

Задача данной работы – продолжение исследований в данном направлении с целью уточнения процесса возбуждения плазменных волн цугом электронных сгустков и, в частности, более четкая регистрация суммирования волн от сгустков цуга.

## 2. Экспериментальная установка

Для четкого наблюдения эффекта суммирования волн от нескольких сгустков необходимо: 1) использовать идентичные сгустки, особенно по количеству зарядов в сгустках; 2) чтобы начальный энергетический разброс сгустка был меньше, чем ожидаемое изменение энергии электронов; 3) чтобы амплитуда возбуждаемой волны от одного сгустка была намного меньше возможного максимального значения амплитуды волны в плазме.

Эти требования обеспечиваются при проведении исследования на пучке микротрона. Основное преимущество микротрона в том, что при сравнительно высокой монохроматичности пучка (~ 3x10<sup>-3</sup>) и при сравнительно низкой энергии электронов можно провести более точные измерения влияния плазменных волн на спектральный состав электронного пучка.

Схема экспериментальной установки, созданной на пучке микротрона ЕрФИ, приведена на рис.1. Ниже приведены основные параметры пучка микротрона:

Энергия электронов	7,5 МэВ	
Длина сгустков	5 мм	
Диаметр пучка	3 мм	
Расстояние между сгустками	11 см	
Длительность импульса (длительность цуга сгустков)1,5 мкс		

Плотность электронов в сгустке	$10^8cm^{-3}$
Энергетический разброс электронов	2 x10 <sup>-3</sup>
Заряд в сгустке	10 пКл



Рис.1. Схема экспериментальной установки. 1 – квадрупольные линзы, 2 – поворотные магниты, 3 – плазменная камера, 4 – передвижное зеркало, 5 – система регистрации спектрометра, 6 – телекамера, 7 – соленоиды, 8 – корректирующие магниты.

Пучок электронов микротрона после прохождения через поворотные магниты и квадрупольные линзы пропускался через плазменную камеру (рис.1). Плазма в камере создавалась с помощью тлеющего разряда, при этом использовался полый катод. Основные параметры плазменной камеры следующие:

Длительность разряда	40 мкс
Импульсный ток в разряде	~ 3 A
Напряжение источника питания	~20 кВ
Давление газа в камере	$10^{-1} - 10^{-2}$ Topp
Плотность плазмы	108–1,5х1011 см-3
Длина плазменной камеры	1 м
Диаметр плазменной камеры	5 см

Плотность плазмы в диапазоне 5x10<sup>10</sup>—5x10<sup>11</sup> см<sup>-3</sup> выбиралась путем измерения режима разряда в плазменной камере и с помощью СВЧ диагностики. Измерение спектрального распределения электронного пучка после взаимодействия с плазмой проводилось при длинах волн плазменной волны вплоть до 11,4 см (плотность плазмы порядка 10<sup>11</sup> см<sup>-3</sup>), т.е. при условиях резонанса. Плотность электронов в пучке составляла 5x10<sup>7</sup> см<sup>-3</sup>.

#### 3. Результаты измерения

Ожидаемую величину напряженности поля кильватерной волны в плазме от одного сгустка можно оценить с помощью формулы [5]

$$\varepsilon = -eE_{1z} \cong 8\pi^2 eQ/\lambda_p^2 \,, \tag{1}$$

где є – темп ускорения,  $E_{1z}$  – продольная составляющая электрического поля плазменной волны, Q – заряд в сгустке,  $\lambda_p$  – длина плазменной волны, e – заряд электрона. При данных значениях параметров пучка и плазмы напряженность поля получается порядка 1 В/см, а прирост энергии – порядка 100 эВ.

Из-за малого значения ожидаемой величины напряженности поля кильватерной волны и, следовательно, незначительного изменения спектрального состава электронного пучка, к спектрометру предъявляются весьма жесткие требования: высокое разрешение и возможность регистрации спектрального распределения пучка в течение одного импульса тока микротрона. Второе требование обусловлено тем, что изменение (дрейф) параметров пучка от импульса к импульсу может быть больше, чем измеряемые параметры. Для этих измерений был создан спектрометр, аналогичный спектрометру, описанному в работе [20]. При экспериментальном исследовании спектральных характеристик электронных пучков ускорителей, когда начальный узкий угловой разброс пучка почти сохраняется, а поперечные размеры пучка значительны, наиболее выгодно работать с поворотом на угол  $\pi/2$ , так как параллельный монохроматический пучок после поворота на  $\pi/2$  в однородном магнитном поле фокусируется в точку, что уменьшает влияние поперечного размера пучка на дисперсионную характеристику спектрометра.

Система регистрации позволяет получить спектральное распределение электронного пучка в каждом импульсе тока ускорителя. Изображение пучка, полученное на люминофорном экране, расположенном на выходе спектрометра, через оптическую систему проектируется на вход фотоумножителя. Изображение сканируется с помощью щели шириной 0,4 мм и подвижного зеркала, которое приводится в движение с помощью электромагнитного вибратора, работающего синхронно с частотой запуска ускорителя. Время послесвечения люминофора выбрано таким, чтобы оно было меньше периода работы ускорителя, но больше ожидаемой длительности импульса микротрона и длительности сканирования выходного изображения спектрометра. С помощью фазовращателя в цепи питания электромагнитного вибратора начало сканирования сдвигается по фазе так, чтобы измерения проходили при окончании высоковольтных наводок микротрона. Разрешение спектрометра равно 10<sup>-3</sup> или 7,5 кэВ при энергии электронов 7,5 МэВ, т.е. спектрометр будет чувствовать изменение спектра, если будет сложение кильватерных волн порядка 100 сгустков.

Если не учитывать затухание, то при суперпозиции волн всех 4000 сгустков темп ускорения мог бы достичь 4 МэВ/м. Отметим, что максимально возможное значение напряженности поля кильватерной волны в плазме в линейном режиме определяется выражением [5]

$$E_{\text{max}} = \frac{m_e \omega_p c}{e} \cong 96 \sqrt{n_0 [\text{cm}^{-3}]} \left[\frac{V}{M}\right]$$
(2)

и составляет 2x10<sup>6</sup> MB/см при плотности плазмы *n*<sub>0</sub> = 10<sup>11</sup> см<sup>-3</sup>. Т.е. в данном случае мы находимся далеко от нелинейного режима возбуждения плазменных волн.

Результаты измерения спектра электронов после прохождения плазмы приведены на рис.2. Как видно из рисунка, имеет место расширение спектрального распределения пучка электронов после взаимодействия с плазмой. Полуширина спектрального распределения составляет ~ 10 кэВ, что соответствует величине поля кильватерных волн (приблизительно 100 В/см). При этом, как было указано, расчетная величина поля кильватерных волн, возбуждаемых одним сгустком, составляет всего один вольт на сантиметр. В случае периодической последовательности сгустков напряженность поля значительно увеличивается.



Рис.2. Спектральное распределение электронов до и после взаимодействия с плазмой. По оси ординат приведена интенсивность электронов в относительных единицах. Спектральное распределение *I* без плазмы и *I*<sub>p</sub> с плазмой (нижняя кривая). Величина ошибок по обеим осям показана крестиком.

Кроме спектрального распределения, измерялось также поперечное сечение пучка на выходе плазменной камеры. Предполагается, что изменение поперечного сечения пучка обусловлено величиной напряженности кильватерной волны. Зависимость изменения поперечного сечения пучка от плотности плазмы приведена на рис.3. Как видно из рисунка, кривая зависимости имеет минимальное значение при плотности плазмы 1,4х10<sup>11</sup> см<sup>-3</sup> и при этом расстояние между электронными сгустками составляет половину длины плазменных волн, и каждый сгусток уменьшает поле предыдущего сгустка.



Рис.3. Относительное изменение поперечного сечения пучка в процентах в зависимости от плотности плазмы.

### 4. Заключение

Результаты измерения спектра электронов после прохождения плазмы подтверждают эффект сложения волн от последовательности сгустков, что приводит к увеличению амплитуды от 1 В/см до 100 В/см. Однако это значение остается значительно меньше максимально возможной величины 40 кВ/см. Наиболее вероятной причиной малых значений амплитуд кильватерных волн является ограниченная длина плазменной камеры, а также затухание волн в плазме. Сравнение результатов экспериментального исследования с теоретическими расчетами усложняется тем, что в теоретических расчетах не учитываются конечные размеры плазменной камеры и затухание волн в плазме. Так как оба фактора приводят к уменьшению амплитуды волны, то по этим результатам трудно определить, который из них является доминирующим, и необходимо продолжить теоретические и экспериментальные исследования с учетом реальных параметров плазмы.

В заключение авторы выражают благадарность проф. Э.Д. Газазяну за полезные обсуждения и замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Y.B.Feinberg. Proc. of Collective Acceleration, CERN, 1, 84 (1956).
- 2. **Я.Б.Файнберг.** Атомная энергия, **6**, 431 (1959).
- 3. Б.М.Болотовский. Труды ФИАН СССР, 22, 3 (1964).
- 4. R.D.Ruth, P.Chen. Plasma Accelerators. SLAC-PUB-3906, Stanford Univ., 1985.
- 5. P.Chen, J.M.Dawson. The Plasma Wake-Field Accelerator. SLAC-PUB-3601, 1985.
- 6. R.D.Ruth, A.M.Chao, P.L.Norton, P.Wilson. Part. Acc., 17, 171 (1985).
- 7. T.Katsouleas. Phys. Rev. A, 33, 2056 (1986).

- 8. А.Ц.Аматуни, Э.В.Сехпосян, С.С.Элбакян. "О возможности ускорения заряженных частиц кильватерной волной электронного сгустка в плазме". Труды XIII Международной конференции по ускорителям частиц высоких энергий. Новосибирск, Наука, т.1, с.175, 1987.
- 9. А.Ц.Аматуни, Е.М.Лазиев, Г.А.Нагорский, М.Л.Петросян, Э.В.Сехпосян, С.С.Элбакян. ЭЧАЯ, 20, 1247 (1989).
- 10. J.B.Rosenzweig, D.B.Cline, et al. Phys. Rev. Lett., 61, 98 (1988).
- 11. J.B. Rosenzweig, P.Schoessow, B.Cole, et al. Phys. Fluids, 132, 1376 (1990).
- 12. J.P.Simpson. NIM, 1340/41, 908 (1989).
- 13. A.Ogata. Preprint. KEK 92-77, August 1992.
- 14. H.Nakanishi, A.Emomoto, K.Nakajima, et al. Part. Acc., 32, 209 (1990).
- 15. А.К.Березин, В.А.Киселев, Я.Б.Файнберг. Укр. физ. журн., 24, 94 (1979).
- A.Ogata, Y.Yoshida, N.Yugami, Y.Nishida, H.Nakanishi, K.Nakajima, H.Shibata, T.Kozawa, T.Kobayashi, T.Ueda. Direct Observation of Plasma Wakefield Caused by a Train of LINAC Bunches. PAC-91, San Francisco, California, 1991, p.622.
- T.Kobayashi, M.Uesaka, H.Shibata, M.Arinaga, T.Kawakubo, K.Nakajima, H.Nakanishi, A.Ogata, Y.Yoshida, N.Yugami, Y.Nishida. Plasma wakefield acceleration driven by multiple bunches. EPAC-96, Barcelona, 1996, p.856.
- 18. С.А.Бабаджанян, Э.В.Сехпосян, С.С.Элбакян. Изв. НАН Армении, Физика, 28, 3 (1993).
- 19. А.Ц.Аматуни, Э.В.Сехпосян, А.Г.Хачатрян, С.С.Элбакян. Изв. НАН Армении, Физика, 28, 8 (1993).
- 20. Г.Г.Манташян, Б.В.Петросян, М.Л.Петросян, Л.В.Хачатрян. Спектрометр электронных пучков на энергию до 20 МэВ. Препринт ЕрФИ 757(72)-84, Ереван, 1984.

## ሆԻԿՐՈՏՐՈՆԻ ՓՆՋԻ ՄԻՋՈՑՈՎ ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ ՀԵՏՔԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԳՐԳՌՈՒՄԸ

## Մ.Լ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Բ.Վ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Գ.Մ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Կատարված է պլազմայում միկրոտրոնի փնջի էլեկտրոնային թանձրուկների հաջորդականությամբ պլազմայում հետքային ալիքների գրգռման հետազոտումը։ Պլազմայով անցնելուց հետո էլեկտրոնների սպեկտրի չափման արդյունքները հաստատում են ալիքների գումարման էֆեկտը մոտ 100 թանձրուկների հաջորդականությունից, ինչը բերում է ալիքի ամպլիտուդի աՃին 1 Վ/սմ-ից մինչև 100 Վ/սմ։

## EXCITATION OF WAKE-FIELD WAVES IN PLASMA BY A MICROTRON BEAM

## M.L. PETROSYAN, B.V. PETROSYAN, G.M. PETROSYAN

The experimental study of excitation of wake-field waves in plasma by a sequence of electron bunches of a microtron beam is carried out. Results of measurements of the electron spectrum after their passage through plasma confirm the effect of addition of waves from sequence of about 100 bunches which leads to the increase in the amplitude from 1 V/cm up to 100 V/cm.

УДК 539.1.07

## ИЗМЕРЕНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ АДРОННЫХ ЛИВНЕЙ ДО 20 ЯДЕРНЫХ ДЛИН ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

## Г.Г. АКОПЯН, М.О. СИМОНЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 4 мая 2007 г.)

Продольные профили π-мезонных и протонных ливней измерены до 20 ядерных длин взаимодействия в железно-сцинтилляционном адронном Tile калориметре проекта ATLAS на пучках ускорителя Super Proton Synchrotron (SPS) в Европейской Организации Ядерных Исследований (CERN) при энергиях 20–180 ГэВ. Проведен сравнительный анализ продольных профилей π-мезонных и протонных ливней. Экспериментальные данные параметризованы аналитически и сравнены с результатами Монте-Карло моделирования.

## 1. Введение

Адронные калориметры призваны играть важную роль в измерении энергий и направлений адронных струй в коллайдерных экспериментах. Их практически полная герметичность позволяет к тому же реконструировать поперечную составляющую энергии и, соответственно, восстанавливать кинематические параметры частиц, избежавших регистрации в детекторе. Детальное исследование отклика калориметров на адроны необходимо для разработки наилучшей стратегии энергетической калибровки. Это особенно нескомпенсированных калориметров, имеющих разные отклики важно для на электромагнитную и адронную составляющие ливня. Качество Монте-Карло моделирования основано на существующих экспериментальных данных и модельных представлениях о механизмах, описывающих развитие адронных ливней. Сравнение результатов моделирования с данными новых измерений на тестовых пучках весьма важно для развития и проверки достоверности моделирования.

В настоящей работе представлены экспериментальные данные по продольным профилям  $\pi$ -мезонных и протонных ливней, полученным в специальной конфигурации тестируемых модулей адронного калориметра, при которой глубина калориметра превосходила 20 ядерных длин взаимодействия ( $\lambda = 20.55$  см для TileCal). С учетом того, что уровень продольной сегментации составлял при этом примерно 1  $\lambda$ , а поперечная герметичность свыше 99%, отмеченная конфигурация представляла уникальную возможность для прецизионных измерений. До выполнения настоящей работы существовали данные измерения только  $\pi$ -мезонных ливней в глубину до 13 $\lambda$ . Здесь представлены первые результаты измерений продольных профилей протонных ливней и дано их сравненение с  $\pi$ -

мезонными. Результаты измерений параметризованы аналитически, что позволяет рассчитать как среднее энерговыделение на любой глубине калориметра, так и величину продольной утечки энергии.

#### 2. Экспериментальный метод, отбор событий

Схема эксперимента на выводе H8 ускорителя SPS, показана на рис.1. Тестовая конфигурация адронного калориметра представляла собой трехслойную сборку из двух модулей длиной 5.64 м внизу и в центре, и двух модулей длиной 2.93 м вверху. Каждый из калориметрических модулей представляет собой железно-сцинтилляционный сэндвич с периодом повторения 18 мм, с содержанием железа 14 мм. Детальное описание калориметра дано в работах [1,2].



Рис.1. Схема экспериментальной установки.

Вторичный пучок, представляющий собой смесь позитронов, μ-мезонов, π-мезонов и протонов, проходил через систему триггерных счетчиков S1–S4, проволочных камер WPC1–4, порогового газового черенковского счетчика C1 и попадал в среднюю часть центрального модуля. Апертура пучка контролировалась по координатам частиц на проволочных камерах и события, не попавшие в ядро пучка, отсекались. Для режекции событий из сгустков двух и более заряженных частиц энерговыделение в счетчиках S1–S4 контролировалось порогом в соответствии с величиной одночастичных ионизационных потерь. Генерация случайных триггеров в промежутке между выводами пучка позволяла определить спектр шумов от фотодетекторов и электроники.

В эксперименте µ-мезоны, теряющие энергию в основном на ионизацию, отделялись от электронов и адронов по малости их энерговыделения в секциях калориметра. Отделение электронной составляющей пучка от адронной производилось по признаку средней плотности энерговыделения использующего сравнительную компактность [3], электромагнитного ливня сравнению с адронным. Протоны по π-мезоны И идентифицировались и разделялись по амплитуде сигнала в газовом черенковском счетчике.

#### 3. Монте-Карло моделирование

Процессы регистрации частиц в калориметре моделировались в рамках платформы ATHENA (версия 12.0.2), специально разработанной для проекта ATLAS с использованием пакета GEANT4 (версия geant4-07-01) [4]. Совокупность моделей, описывающих взаимодействие всех частиц от термальных энергий до 14 ТэВ, формирует т.н. физический список в терминологии GEANT4. Существует несколько физических списков в GEANT4 и,

как будет показано ниже, их предсказания различаются. Наиболее часто в калориметрических приложениях используются физические списки LHEP (Low- and High-Energy Parameterized) и QGSP (Quark-Gluon-String Precompound). Первый из них базируется на модельно зависимых параметризациях существующих экспериментальных данных и их экстраполяции. Второй список, чисто теоретический, основан на струнной модели и применим для описания взаимодействия адронов с энергиями свыше 25 ГэВ. Ниже этой энергии используется опять же модель LEP (Low-Energy Parameterized).

Моделирование в настоящей работе использовалось для многих целей: во-первых, в методике эксперимента, а также для проверки качества идентификации и разделения частиц, для получения оценок на соответствующие величины систематических ошибок. При выработке надежного критерия идентификации редких событий с большими энергетическими потерями µ-мезонов, полномасштабно моделировались процессы взаимодействия µ-мезонов для их отделения от малоэнергичных хвостов адронных ливней.

Моделирование отклика детектора включало имитацию эффекта насыщения световыделения в сцинтилляторах согласно закону Бирка, фотоэлектронную статистику и шумы электроники, которые были определены экспериментально и добавлены некогерентно к результатам моделирования.

## 4. Продольные профили адронных ливней

Обработка данных для получения продольных профилей проводилась следующим образом: 1) определялись средние значения энергетических потерь в каждой ячейке с вычетом средних значений шумов, полученных в измерениях без пучка; 2) полученный профиль нормировался на полную измеренную энергию. Экспериментальные данные по продольным профилям для протонов и  $\pi$ -мезонов показаны для разных энергий на рис.2. Как видно из рисунка, для обоих типов адронных ливней характерен быстрый сброс энергии, который достигает максимального значения в пределах первых ядерных длин взаимодействия. Далее наблюдается экспоненциальный спад потерь, который достигает примерно пяти порядков по величине на глубине 15 $\lambda$ . Ливни распространяются глубже с ростом энергии адронов. Данные простираются в глубину до 20 $\lambda$ , где средние энергии в ячейках становятся сравнимыми с фоном, формируемым в основном флуктуациями шумов.



Рис.2. Продольный профиль пионных (а) и протонных (b) ливней.



Рис.3. Отношение продольных профилей протонных и пионных ливней.

Отношение профилей протонных и  $\pi$ -мезонных ливней показано на рис.3. Так как статистические неопределенности профилей возрастают с глубиной, то отношения представлены в ограниченной области глубин, зависящих от первичной энергии адронов. Как видно из рисунка, при энергии 50 ГэВ отношение практически постоянно до глубины примерно 10 $\lambda$  и близко к 1 с приемлемой статистической достоверностью. Однако при более высоких энергиях адронов отношение падает с ростом глубины, что может быть объяснено большим сечением взаимодействия протонов с ядром железа. Благодаря этому,  $\pi$ -мезонные ливни в среднем начинаются позже и, соответственно, простираются глубже. Наряду с этим, максимальные энергетические потери в начале  $\pi$ -мезонных ливней больше, чем у протонных, из-за большего их энерговыделения в секторе электромагнитных распадов, благодаря большому количеству нейтральных мезонов, инициирующих электромагнитные ливни. Эти два фактора – сечение взаимодействия и энергоотделение в электромагнитном секторе, приводящее к различиям в формировании протонных и  $\pi$ -мезонных ливней, компенсируются

при энергии 50 ГэВ.

## 5. Сравнение с результатами моделирования

Данные, полученные по профилям π-мезонных ливней, сравнены на рис.4 с результатами моделирования. Для удобства представлены отношения смоделированных профилей к экспериментальным. Как видно из рисунка, предсказания разных физических списков заметно различаются. Физический список LHEP достаточно хорошо, с 10%-ной точностью, описывает данные выше энергии 50 ГэВ. Однако при меньших энергиях моделируемые ливни значительно короче экспериментальных. Физический список QGSP предсказывает более короткие ливни в сравнении с данными во всем диапазоне энергий. Так, примерно на 50% меньше энерговыделения предсказывается на глубине 10λ.



Puc.4. Отношение результатов моделирования с LHEP (a) и QGSP (b) продольных профилей пионных ливней к экспериментальным данным.

Для профилей протонных ливней можно сделать аналогичные заключения (они не представлены из-за ограниченности объема статьи). Однако в целом, описание протонных профилей заметно хуже, чем *п*-мезонных.

## 6. Аналитическое описание продольных профилей

Для аналитического описания продольных профилей ливня использовалось известное выражение [5]

$$\frac{dE}{dx} = N \left\{ \frac{wX_0}{a} \left( \frac{x}{X_0} \right)^a e^{-b\frac{x}{X_0}} {}_1F_1 \left( 1, 1 + a, \left( b - \frac{X_0}{\lambda} \right) \frac{x}{X_0} \right) + \frac{(1 - w)\lambda}{a} \left( \frac{x}{\lambda} \right)^a e^{-d\frac{x}{\lambda}} {}_1F_1 \left( 1, 1 + a, (d - 1)\frac{x}{\lambda} \right) \right\},$$

где  $X_0$  и  $\lambda$  – соответственно, радиационная и ядерная длины взаимодействия, *a*, *b*, *d* и *w* являются свободными энергозависимыми параметрами, *N* – нормировочная постоянная,  $_1F_1(a,b,x)$  – вырожденная гипергеометрическая функция [6]. Такое описание профиля ливня получено по аналогии с профилем электромагнитного ливня и свертки с  $\exp(-x/\lambda)$  для учета флуктуации начала адронного ливня [7]. В параметры была введена логарифмическая за-

висимость от энергии пучка для единовременного описания всех экспериментальных данных. Результаты фитирования представлены на рис.5 совместно с экспериментальными данными, точность описания которых составляет 5–10%. Полученные результаты позволяют аналитически рассчитать среднее энерговыделение протонных и пионных ливней на любой глубине калориметра, в интервале энергии 20–180 ГэВ. При этом получены следующие значения параметров для пионных ливней:

 $a = 1.12 + 0.28 \ln E (\Gamma \Im B), \qquad w = 0.70 - 0.0075 \ln E (\Gamma \Im B) \; ,$   $b = 0.28, \qquad d = 0.819$ 

и протонных ливней:

 $a = 0.75 + 0.36 \ln E(\Gamma \Im B),$   $w = 0.89 - 0.115 \ln E(\Gamma \Im B),$ b = 0.36, d = 0.766.



Рис.5. Аналитическое описание продольных профилей пионных (a) и протонных (b) ливней.

Энергетическая зависимость отсутствует у параметров *b* и *d*, у остальных она выражена достаточно слабо, что позволяет надеяться на корректность использования параметризации при энергиях свыше 200 ГэВ.

## 7. Заключение

Продольные профили пионных и протонных ливней в интервале энергии 20–180 ГэВ измерены до глубины в 20 ядерных длин взаимодействия. Установлено, что пионные ливни, при энергиях выше 50 ГэВ, проникают глубже в калориметр. Экспериментальные данные сравнены с результатами Монте-Карло моделирования с использованием представленных моделей. Как установлено, список QGSP предсказывает более короткие, в сравнении с экспериментом, адронные ливни при всех энергиях. LHEP достаточно хорошо описывает продольные размеры ливней при энергиях выше 50 ГэВ, но опять же более короткие при низких энергиях. Экспериментальные данные параметризованы аналитически, что позволяет рассчитывать среднее энерговыделение вдоль ливня и утечку энергии из калориметра. В заключение авторы выражают искреннюю признательность членам коллаборации ATLAS – Т. Карли и А. Энрикес за помощь и полезные обсуждения, а также гранту INTAS для молодых ученых No. 04-83-2605.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. ATLAS Collaboration, Tile Calorimeter Technical Design Report, CERN-LHCC, 96-42, 1996. CERN, Geneva, Switzerland.
- 2. ATLAS Collaboration, Technical Design Report, CERN-LHCC, 94-93, 1994, CERN, Geneva, Switzerland.
- 3. **M.Simonyan**, Electron Pion Separation in the ATLAS Tile Calorimeter. ATLAS note CERN-ATL-TILECAL-PUB-2006-003.
- 4. J.Agostinelli et al. Nucl. Instr. Meth., A 506, 250 (2003).
- 5. **H.Hakobyan** et al. Measurement of Pion and Proton Longitudinal Shower Profiles up to 20 Nuclear Interaction Lengths with the ATLAS Tile Calorimeter, ATLAS note ATL-TILECAL-COM-2006-014.
- 6. **M.Abramovitz, I.A.Stegun.** Handbook of Mathematical Functions. New York, Columbia University Press, 1964.
- 7. R.K. Bock et al. Nucl. Instr. Meth., A 186, 533 (1981).

## ՀԱԴՐՈՆԱՅԻՆ ՀԵՂԵՂՆԵՐԻ ԵՐԿԱՅՆԱԿԱՆ ՊՐՈՖԻԼԻ ՉԱՓՈՒՄԸ ՄԻՆՉԵՎ 20 ՄԻՋՈՒԿԱՅԻՆ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԵՐԿԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

## Հ.Հ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Մ.Օ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ

Միջուկային Հետազոտությունների Եվրոպական Կազմակերպությունում (CERN), Super Proton Synchrotron (SPS) արագացուցչի փնջերի վրա, 20–180 ԳէՎ էներգիայի տիրույթում π-մեզոնային և պրոտոնային հեղեղների երկայնական պրոֆիլները չափված են ATLAS նախագծի երկաթ-սցինտիլյատորային Tile հադրոնային կալորիմետրում` մինչև 20 միջուկային փոխազդեցության երկարություն։ Կատարված է π-մեզոնային և պրոտոնային հեղեղների երկայնական պրոֆիլների համեմատական վերլուծություն։ Փորձարարական տվյալները նկարագրված են անալիտիկ պարամետրիզացիայով և համեմատված են Մոնտե-Կառլո մոդելավորման արդյունքների հետ։

## MEASUREMENT OF HADRON SHOWER LONGITUDINAL PROFILE UP TO 20 NUCLEAR INTERACTION LENGTHS

## H.H. HAKOBYAN, M.O. SIMONYAN

Pion and proton longitudinal shower profiles are measured up to 20 nuclear interaction lengths in the iron-scintillator hadronic Tile Calorimeter of ATLAS project in the beam lines of Super Proton Synchrotron (SPS) accelerator at European Organization for Nuclear Research (CERN) in the energy range of 20–180 GeV. Comparative analysis of pion and proton longitudinal shower profiles is carried out. Experimental data are described by an analytical parameterization and compared with the results of Monte-Carlo simulation.
## ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

<b>Թ.Կ.Մելիք-Բարխուդարով</b> . Գոլորշի–հեղուկ–բյուրեղ ֆազային անցումների տեսութ-	
յան վերաբերյալ ․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․․	263
<b>Հ.Լ.Հակոբյան</b> . Հադրոնային մարման գնահատման մեթոդ միջուկների վրա լեպ-	
տոծնման պրոցեսներում	270
<b>Բ.Է.Բաղրամյան</b> . Տերահերցային իմպուլսի ժամանակային պրոֆիլի որոշումը ոչ	
գծային օպտիկական կրոս-կոռելյացիոն մեթոդի օգնությամբ․․․․․․․․․․․․	276
<b>Լ.Ա.Պողոսյան</b> . Պղնձի գոլորշիների լազերների գեներատոր–ուժեղարար համակարգի	
սինխրոնիզացման եղանակի առանձնահատկությունները.․․․․․․․․․․․	285
<b>Մ.Զ.Հարւթյունյան, Ա.Հ.Գևորգյան</b> . Անիզոտրոպ արատային շերտով քիրալ ֆոտոնա-	
յին բյուրեղների օպտիկական հատկությունները	289
<b>Վ.Ն.Մուղնեցյան</b> . Ջրածնական դոնորային խառնուրդի կապի էներգիան և ֆոտոիո-	
նացման կտրվածքը քվանտային լարում մագնիսական դաշտում	297
Ալ.Գ.Ալեթսանյան. Շտարկի դինամիկ էֆեկտի պայմաններում թվանտային կետերի	
ປພົ້ນປົກເປັດພຸທຸມປິ່ງພໍ່ມີ ເມື່ອນປີ ເບິ່ງ ເປັນ ເປັນ ເປັນ ເປັນ ເປັນ ເປັນ ເປັນ ເປັນ	305
<b>Մ.Լ. Պետրոսյան, Բ.Վ. Պետրոսյան, Գ.Մ. Պետրոսյան</b> . Միկրոտրոնի փնջի միջոցով	
պլազմալում հետքալին ալիքների գրգռումը	309
<b>Հ.Հ.Հակոբյան, Մ.Օ.Միմոնյան</b> . Հաղրոնային հեղեղների երկայնական պրոֆիլի	
չափումը մինչև 20 միջուկային փոխազդեցության երկարություն.	316

## CONTENTS

T.K.Melik-Barkhudarov. On the theory of phase transitions vapor-liquid-crystal	263
H.L.Hakobyan. Method of estimation of the hadron attenuation in leptoproduction	
from nuclei	270
B.E.Baghramyan. Determination of the temporal profile of a terahertz pulse by	
applying the nonlinear-optical cross-correlation method	276
L.A.Poghosyan. Characteristics of the synchronization metod of generator – amplifier	
system based on copper vapor lasers	285
M.Z.Harutyunyan, A.H.Gevorgyan. Optical properties of chiral photonic crystals	
with an anisotropic defect layer	289
V.N.Mughnetsyan. Binding energy and photoionization cross-section of a hydrogen-	
like donor impurity in a quantum well-wire in a magnetic field	297
Al.G.Alexanian. Red shift of the energy of optical absorption of quantum dot arrays in	
conditions of dynamical Stark effect	305
M.L.Petrosyan, B.V.Petrosyan, G.M.Petrosyan. Excitation of wake-field waves in	
plasma by a microtron beam.	309
H.H.Hakobyan, M.O.Simonyan. Measurement of hadron shower longitudinal profile	
up to 20 nuclear interaction lengths.	316
· · ·	

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Т.К.Мелик-Бархударов</b> . К теории фазовых переходов пар-жидкость-кристалл	
	263
А.Л.Акопян. Метод оценки адронного затухания в процессе лепторождения на	
ядрах	270
Б.Э.Баграмян. Определение временного профиля терагерцового импульса с	
помощью нелинейно-оптического кросс-корреляционного метода	
	276
Л.А.Погосян. Особенности способа синхронизации системы генератор –	
усилитель лазеров на парах меди	285
М.З.Арутюнян, А.А.Геворгян. Оптические свойства хиральных фотонных	
кристаллов с анизотропным дефектным слоем	289
В.Н.Мугнецян. Энергия связи и сечение фотоионизации водородоподобной	
донорной примеси в квантовой проволоке в магнитном поле	
	297
Ал.Г.Алексанян. О красном смещении энергии оптического поглощения	
массива квантовых точек в условиях динамического эффекта Штарка	
	305
М.Л.Петросян, Б.В.Петросян, Г.М.Петросян. Возбуждение кильватерных волн	
в плазме пучком микротрона	309
Г.Г.Акопян, М.О.Симонян. Измерение продольной структуры адронных	
ливней до 20 ядерных длин взаимодействия	316

Тираж 150. Сдано в набор 18.06.2007. Подписано к печати 30.06.2007. Печ. л. 4,0. Бумага офсетная. Цена договорная. Типография НАН РА. 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.