ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS

ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

42, N2, 2007

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ
ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ
42
№ 2

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН
2007

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №2, с.67-74 (2007)

УДК 530.14

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Т.К. МЕЛИК-БАРХУДАРОВ

АОЗТ "Лазерная техника", Ереван

(Поступила в редакцию 18 сентября 2006 г.)

Обсуждаются принципы построения квантовой теории нелинейных процессов на основе лагранжевой формулировки квантовой теории. Показано, что в рамках этой формулировки удается сохранить преемственность с классической теорией и, в частности, использовать ее методы при исследовании квантовых систем. Вычислена квантовая дисперсия нелинейного осциллятора, возбуждаемого внешним источником, и нелинейного параметрического генератора. Установлена ее роль в решении вопроса о стабильности колебаний.

С точки зрения физики то разнообразие явлений, которое мы наблюдаем в природе, обязано своим существованием в первую очередь электромагнитным взаимодействиям и их нелинейности. Мир линейных процессов слишком уныл, а пространственно-временная область, где развиваются гравитационные и ядерные процессы, за известным исключением, далека от той, в которой мы существуем. Теория электромагнитных взаимодействий развивалась последние два века и привела к созданию квантовой электродинамики, науки, равной которой нет как по широте рассматриваемых ею проблем, так и по точности ее предсказаний, проверенных в контрольных экспериментах. Что касается общей теории нелинейных процессов и, в частности, нелинейных колебаний, то она стала разрабатываться сравнительно недавно, уже после появления квантовой теории. На начальном этапе развития интересы ее ограничивались задачами классической механики, но с появлением лазеров, возродивших интерес к оптике, возникла необходимость учета как квантовой природы света, так и нелинейных эффектов, обусловленных интенсивностью лазерного излучения.

К моменту появления лазеров оптика представляла собой хорошо разработанную область знаний на основе классической электродинамики. Как писал Глаубер [1], «хотя давно было ясно, что классическая электродинамика является предельным случаем квантовой электродинамики при $\hbar \to 0$, однако не было каких-либо достаточно надежных методов, пригодных для обсуждения электродинамических проблем вблизи классического предела». По этой причине исследователи для описания оптических задач стали использовать методы, заимствованные из теории случайных процессов, среди которых упомянем метод уравнений Ланжевена и метод функций распределения [2]. И хотя эти методы оказались исключительно эффективными и сомневаться в правомерности их использования для описания задач квантовой оптики нет оснований, проблема описания оптических явлений в рамках квантовой электродинамики остается пока нерешенной. В настоящей работе мы попытаемся показать, что эта проблема может быть просто решена на основе лагранжевой формулировки квантовой электродинамики. Рассмотрение будет вестись на примере двух базовых моделей нелинейной теории колебаний.

Многие оптические эксперименты с использованием источников интенсивного монохроматического излучения допускают описание, при котором основное внимание уделяется поведению одной или нескольких мод, а остальные моды, как и в отдельных случаях среда моделируются слабыми полями. Тем самым мы имеем дело по существу с задачами нелинейной теории колебаний. Переход к квантово-теоретическому описанию позволит корректно описать как потери или усиление, если есть такой механизм, так и квантовые шумы исследуемых мод излучения. Эти шумы оказываются существенными при пороговых явлениях, а также, как будет видно ниже, определяют степень устойчивости возбуждаемых мод. С учетом сказанного мы на настоящем этапе ограничимся рассмотрением одномодового нелинейного процесса, возбуждаемого внешним источником. Обобщение на конечное число мод очевидно.

Конкретизируем рассматриваемую систему, записав действие в виде

$$S[Q,\phi,f]=S_0[Q,\phi]+S_{\text{int}}[Q,\phi,f], \tag{1}$$

$$S_0[Q,\phi]=\frac{1}{2}\int\Big(Q(t)G_0^{-1}(t-t')Q(t')+\sum_q\phi_q(t)\Delta_q^{-1}(t-t')\phi_q(t')\Big)dtdt', \tag{2}$$

$$S_{\text{int}}(Q,\phi,f)=\int\left(Q(t)\sum_q 2\omega_q c_q\phi_q(t)-Q(t)f(t)-V(Q(t),t)\right)dt. \tag{3}$$

Здесь $G_0^{-1}(t-t')$ и $\Delta_q^{-1}(t-t')$ – операторы, определяемые из уравнений

$$(\partial^2/\partial t^2-\omega_0^2)G_0(t-t')=\delta(t-t'), \tag{4}$$

$$(\partial^2/\partial t^2-\omega_q^2)\Delta_q(t-t')=\delta(t-t'). \tag{5}$$

$V(Q(t),t)$ – потенциальная энергия, $F(Q(t))$ – некоторая, вообще говоря, нелинейная функция, определяющая взаимодействие рассматриваемой моды $Q(t)$ с полем $\phi_q(t)$, т.е. системой, которая в зависимости от ее определения может играть роль механизма потерь или усиления. Величина c_q определяет связь поля $\phi_q(t)$ с выделенной модой, а $f(t)$ – внешнее воздействие или, как говорят, источник. В том, что $S[Q,\phi,f]$ представляет собой классическое действие системы, состоящей из взаимодействующих нелинейной моды $Q(t)$ и многомодового поля $\phi_q(t)$, можно убедиться, подставив $G_0^{-1}(t-t')$ и $\Delta_q^{-1}(t-t')$ – операторы, определяемые из уравнений (4) и (5), в (2) и (3).

В современной формулировке квантовой электродинамики основной величиной теории является производящий функционал $W[f]$, который для нашей системы записывается в виде

$$\exp\left(-\frac{i}{\hbar}W[f]\right)=\int\exp\left(\frac{i}{\hbar}S\right)DQD\phi\left(\int\exp\left(\frac{i}{\hbar}S_0\right)DQD\phi\right)^{-1}, \tag{6}$$

где функциональное интегрирование ведется по всем конфигурациям переменных системы $Q(t)$ и $\phi(x)$. Как показано в [3,4], с помощью этого функционала можно исследовать амплитуды переходов, если интегрирование по времени проводить от $-\infty$ до ∞. Нас же интересуют корреляционные функции переменных системы. Для нахождения их, как будет видно ниже, необходимо интегрирование по времени в входящих в (7) S_0 и S вести от начального момента времени t_i рассматриваемого процесса до конечного t_f и в обратном направлении от t_f до t_i [5]. Контур интегрирования C можно представить в виде двух линий, примыкающих к временной оси снизу $C^{(-)}$ и сверху $C^{(+)}$, полагая значения источника $f^{(-)}(t)=f(t^-)$ и $f^{(+)}(t)=f(t^+)$ различными на нижнем и верхнем контурах источников.

Смысл производящего функционала легко увидеть, записав производящий функционал в операторном формализме. Соответствующая формула имеет вид

$$\exp\left(-\frac{iW[f]}{\hbar}\right)=\left\langle T\exp\left(\frac{i}{\hbar}\hat{S}_{\text{int}}\right)\right\rangle, \tag{7}$$

где $\hat{S}_{\text{int}}$ – оператор действия взаимодействия, т.е. величина, определяемая формулой (3), с тем отличием, что в качестве переменных системы взяты операторы системы в представлении взаимодействия. Интегрирование по времени в (7) ведется по тому же контуру, что и в (6), а символ T означает операцию хронологического упорядочения вдоль этого контура. Дифференцируя W по антисимметрической комбинации источников $f_a(t)=f^{(-)}(t)-f^{(+)}(t)$ и полагая ее равной нулю, можно получить симметризованные корреляционные функции системы произвольного порядка. В частности, для усредненной по состоянию траектории и функции корреляции второго порядка имеем

$$\left(\frac{\delta W}{\delta f_a(t)}\right)_{f_a\to 0}=\left\langle\hat{Q}(t)\right\rangle, \tag{8}$$

$$\left(i\hbar\frac{\delta^2 W}{\delta f_a(t)\,\delta f_a(t')}\right)_{f_a\to 0}=\left\langle\hat{Q}(t)\hat{Q}(t')+\hat{Q}(t')\hat{Q}(t)\right\rangle-2\left\langle\hat{Q}(t')\right\rangle\left\langle\hat{Q}(t)\right\rangle, \tag{9}$$

где операторы взяты в гейзенберговском представлении, а усреднение ведется по начальному состоянию системы.

Все операции с функциональными интегралами проводятся на основе формулы для гауссовых интегралов

$$\int \exp\left(\frac{i}{2\hbar}\left(\phi\Delta^{-1}\phi + J\phi + \phi J\right)\right)D\phi\left(\int \exp\left(\frac{i}{2\hbar}\phi\Delta^{-1}\phi\right)D\phi\right)^{-1} = \exp\left(-\frac{i}{2\hbar}J\Delta J\right). \quad (10)$$

Здесь и далее для упрощения обозначений под $\phi\Delta^{-1}\phi$ подразумевается $\int\sum_q \phi_q(t)\Delta_q^{-1}(t-t')\phi_q(t')\,dt\,dt'$ и т.д. Поскольку интеграл, определяющий производящий функционал, гауссов по полю ϕ, то интегрирование по нему проводится немедленно. Имеем

$$\exp\left(-\frac{iW[f]}{\hbar}\right) = \int \exp\left(\frac{i}{\hbar}\left[Q\frac{(G_0^{-1}-\Delta)}{2}Q - V(Q) + fQ\right]\right)DQ\left(\int \exp\left(\frac{i}{\hbar}Q\frac{G_0^{-1}}{2}Q\right)DQ\right)^{-1}, \quad (11)$$

где

$$\Delta(t-t') = 4\sum_q |c_q|^2\,\omega_q^2\Delta_q(t-t'). \quad (12)$$

Вычисления производящего функционала будем проводить в квазиклассическом приближении, а именно, полагаем, что в производящий функционал основной вклад дают траектории, близкие к классической. В этом случае "эффективное" действие

$$S_{eff} = Q\frac{(G_0^{-1}-\Delta)}{2}Q - V(Q) + fQ \quad (13)$$

можно разложить по отклонениям от классической траектории с точностью до членов второго порядка, после чего исследуемый интеграл вновь становится гауссовым и может быть проинтегрирован до конца. Приведем суммарно результаты вычислений.

Выражение для производящего функционала имеет вид

$$W[f_a(t)] = \frac{1}{2}\int f_a(t)G^K(t,t')f_a(t')\,dtdt' - \int Q_{cl}(t)f_a(t)\,dt. \quad (14)$$

Уравнение для классической траектории имеет вид

$$\left(\frac{d^2}{dt^2}+\omega_0^2\right)Q_{cl}(t) + \int\Delta^R(t,t')\,Q_{cl}(t')\,dt' + \frac{\partial V(Q_{cl}(t),t)}{\partial Q_{cl}(t)} = f_s(t), \quad (15)$$

а кинетическая функция $G^K(t,t')$, определяющая, как это следует из формул (7) и (14), функцию корреляции второго порядка, находится из уравнения

$$G^K = G^R\cdot\left[\left(G_0^R\right)^{-1}G_0^K\left(G_0^A\right)^{-1} + \Delta^K\right]\cdot G^A. \quad (16)$$

Запаздывающая функция $G^R(t,t')$ удовлетворяет уравнению

$$\left(-\frac{d^2}{dt^2} - \omega_0^2 - \frac{\partial^2 V(Q_{cl}(t),t)}{\partial Q_{cl}(t)^2}\right)G^R(t,t') - \int\Delta^R(t,t'')G^R(t'',t')dt'' = \delta(t-t'), \quad (17)$$

а опережающая функция G^A связана с запаздывающей функцией G^R соотношением

$$G^A(t,t') = G^R(t,t').\tag{18}$$

Фурье-компоненты Δ^K, Δ^R и Δ^A имеют вид

$$\Delta^{R(A)}_{q,\omega} = \frac{1}{(\omega \pm i\delta)^2 - \omega_q^2},\tag{19}$$

$$\Delta^K_{q,\omega} = -i4\pi\left(2N_q + 1\right)\omega_q\left(\delta\left(\omega - \omega_q\right) + \delta\left(\omega + \omega_q\right)\right),\tag{20}$$

а N_q есть планковское число заполнения.

Аналогичный вид имеют функции исследуемой моды $(G_0)_\omega$, необходимо только сделать замену $q \to 0$.

Выделяя в запаздывающей функции поля потерь мнимую часть (приближение Вайскопфа-Вигнера) $\operatorname{Im}\Delta^R_\omega = -\omega\gamma(\omega)$, где

$$\gamma(\omega) = 2\pi\sum_q \left|c_q\right|^2 \omega_q^2\left(\delta\left(\omega - \omega_q\right) + \delta\left(\omega - \omega_q\right)\right),\tag{21}$$

и пренебрегая действительной ее частью, как приводящей к незначительному штарковскому сдвигу частоты от взаимодействия с полем потерь, получим для $\Delta^R(t - t')$ выражение

$$\Delta^R(t - t') = -\gamma\frac{d}{dt}\delta(t - t').\tag{22}$$

Конкретизируем потенциал V:

$$V(Q(t),t) = \alpha\cos(2\omega t)Q(t)^2 + \frac{\beta Q(t)^4}{3},\tag{23}$$

выбрав в качестве $f_s = f\cos(\omega t)$. Используя стандартные методы нелинейной теории колебаний, получим для стационарной траектории

$$Q_{cl}(t) = \frac{1}{2}\left(Ue^{i\omega t} + U^* e^{-i\omega t}\right),\tag{24}$$

$$[i\omega\gamma - \omega^2 + \omega_0^2 + \beta|U|^2]U + \alpha U^* + f = 0.\tag{25}$$

В свою очередь, решение уравнения (17) имеет вид

$$G^R(t,t') = \frac{e^{-\lambda_-(t-t')}\cos(\omega t + \varphi_-)\cos(\omega t' + \varphi_+) - e^{-\lambda_+(t-t')}\cos(\omega t + \varphi_+)\cos(\omega t' + \varphi_-)}{\omega\sin(\varphi_+ - \varphi_-)},\tag{26}$$

где $\lambda_\mp$ и $\varphi_\mp$ определяются из соотношений

$$\lambda_\mp = \frac{\gamma}{2}\left(1 \mp \sqrt{\frac{\left|\alpha + \beta U^2\right|^2 - (\omega^2 - \omega_0^2 - 2\beta|U|^2)^2}{(\gamma\omega)^2}}\right),\tag{27}$$

$$\exp(-2i\varphi_\mp) = \frac{\omega^2 - \omega_0^2 - 2\beta|U|^2 \mp \sqrt{\left|\alpha + \beta U^2\right|^2 - (\omega^2 - \omega_0^2 - 2\beta|U|^2)^2}}{\alpha + \beta U^2}.\tag{28}$$

С помощью (12) и (26) находится кинетическая функция

$$i\hbar G^K\left(t,t'\right)=\frac{\hbar\omega\,\mathrm{cth}\dfrac{\hbar\omega}{2kT}}{\omega^2\sin^2(\varphi_+-\varphi_-)}\left\{\frac{e^{-\lambda_+|t-t'|}\cos(\omega t+\varphi_+)\cos(\omega t'+\varphi_+)}{2\lambda_+}+\right.$$

$$+\frac{e^{-\lambda_-|t-t'|}\cos(\omega t+\varphi_-)\cos(\omega t'+\varphi_-)}{2\lambda_-}-\left[\frac{e^{-\lambda_-(t-t_0)-\lambda_+(t'-t_0)}\cos(\omega t+\varphi_-)\cos(\omega t'+\varphi_+)}{\lambda_++\lambda_-}+\right. \tag{29}$$

$$\left.\left.+\frac{e^{-\lambda_+(t-t_0)-\lambda_-(t'-t_0)}\cos(\omega t+\varphi_-)\cos(\omega t'+\varphi_+)}{\lambda_++\lambda_-}\right]\cos(\varphi_+-\varphi_-)\right\},$$

где $t_0=\min\{t,t'\}$.

Поскольку как $Q(t)$, так и ее дисперсия являются периодическими функциями времени, при исследовании дисперсионных характеристик системы рассматривают дисперсию квадратур, т.е. величин X_1 и X_2, вводимых соотношением

$$Q(t)=\sqrt{\frac{2\hbar}{\omega}}\left(X_1\cos\omega t+X_2\sin\omega t\right). \tag{30}$$

Знание кинетической функции позволяет легко найти дисперсии квадратур. Мы ограничимся рассмотрением величины

$$D=\left\langle X_1-\left\langle X_1\right\rangle\right\rangle^2+\left\langle X_2-\left\langle X_2\right\rangle\right\rangle^2 \tag{31}$$

в качестве меры дисперсии установившегося режима колебаний. Она равна

$$D=\frac{(2N_0+1)[(\omega\gamma)^2+(\omega^2-\omega_0^2-2\beta|U|^2)^2]}{(\omega\gamma)^2+(\omega^2-\omega_0^2-2\beta|U|^2)^2-\left|\alpha+\beta U^2\right|^2}. \tag{32}$$

На рис.1 и 2 дано графическое представление результатов вычислений. При этом использованы следующие обозначения:

$$\Theta=\frac{\omega_0^2}{\omega^2-\omega_0^2},\quad N=\frac{\beta|U|^2}{\omega_0^2},\quad P=\frac{f^2}{\omega_0^4},\quad M=\frac{\alpha^2}{\omega_0^4}. \tag{33}$$

На рис.1а приведена зависимость P и D от $\nu=1/N$. Легко видеть, что картина возникновения бистабильности аналогична картине фазового перехода первого рода, например, перехода газ–жидкость. Ранее [6] мы показали, что метастабильным состояниям при фазовом переходе первого рода соответствует бóльшая дисперсия, чем стабильным, и сосуществование двух устойчивых фаз возможно, когда их дисперсии одинаковы. Очевидно, что и в неравновесном случае поведение дисперсии можно связать с проблемой устойчивости стационарного режима колебаний. Там, где дисперсия расходится в пределе больших времен, устойчивые колебания невозможны. Речь идет об участке кривой с отрицательным наклоном. При подходе к пороговым точкам дисперсия начинает возрастать, устойчивость режима колебаний уменьшается и система под действием внешних возмущений, в рассматриваемой модели не учтенных, может перейти на другую ветвь кривой, где колебания более устойчивы или, если говорить на языке дисперсии, имеют меньшую дисперсию. При некотором значении интенсивности внешнего воздействия дисперсия на обеих ветвях одинакова и система может находиться с одинаковой вероятностью на любой из ветвей.

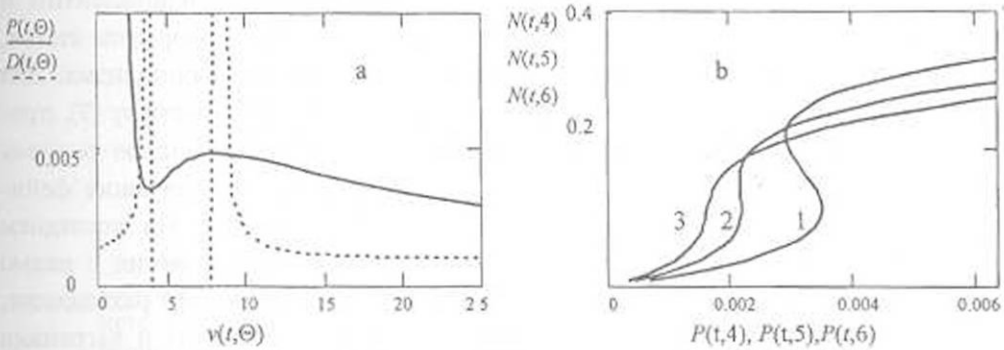


Рис.1. а) Зависимость P и D от $\nu = 1/N$. b) Зависимость интенсивности колебаний ангармонического осциллятора от интенсивности внешнего воздействия при разных значениях расстройки: 1 – $N(t,4)$, 2 – $N(t,5)$, 3 – $N(t,6)$.

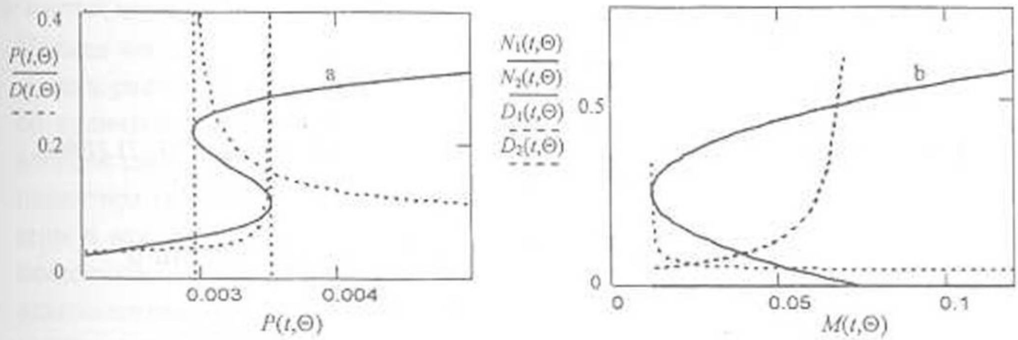


Рис.2. а) Зависимость интенсивности и дисперсии колебаний для ангармонического осциллятора от интенсивности внешнего воздействия.
b) Зависимость интенсивности и дисперсии колебаний параметрического генератора от интенсивности параметрического взаимодействия.

На рис.1b изображена зависимость интенсивности колебаний ангармонического осциллятора от интенсивности внешнего воздействия при разных значениях расстройки. На рис.2а показан ход дисперсии колебаний ангармонического осциллятора в зависимости от интенсивности внешнего воздействия, а на рис.2b приведен ход дисперсии колебаний параметрического генератора при изменении параметрического взаимодействия.

Строго говоря, полностью вопрос о степени стабильности того или иного стационарного состояния может быть решен лишь в рамках кинетической задачи, когда можно проследить эволюцию системы при воздействии на нее сторонних сил. Пока же приходится прибегать к эвристическим принципам, типа использованного нами: чем меньше дисперсия состояния, тем оно более стабильно.

Сформулируем основной итог работы. Показано, что на основе лагранжевой формулировки квантовой электродинамики возможно достаточно прозрачное описание оптический явлений. Разумеется, как лагранжева формулировка, в основе которой лежат фейнмановские интегралы по конфигурациям, так и гамильтонова (операторная) формулировка эквивалентны и должны давать одни и те же результаты. Действительно, все формулы статьи, начиная с (14), можно получить на основе операторного формализма. Для этого необходимо в качестве исходной точки теории взять формулу (7), провести разложение по константе взаимодействия, далее с помощью теоремы Вика сопоставить членам ряда теории возмущений соответствующие фейнмановские диаграммы, позволяющие оценить их значения. На последнем этапе вычислений необходимо провести частичные суммирования с целью получения для производящего функционала квазиклассического разложения, т.е. разложения по $\hbar$. Все эти операции не очень тривиальны и лагранжев формализм позволяет их избежать.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Р.Глаубер.** Оптическая когерентность и статистика. В кн.: Квантовая оптика и квантовая радиофизика. М., Мир, 1966.
2. **H.Haken.** Reviews of Modern Physics, **47**, 1 (1975).
3. **П.Рамон.** Теория поля. М., Мир, 1984.
4. **К.Хуанг.** Кварки, лептоны и калибровочные поля. М., Мир, 1985.
5. **Т.К.Мелик-Бархударов.** Изв. НАН Армении, Физика, 37, 3 (2002); 37, 71 (2002).
6. **Т.К.Мелик-Бархударов.** Изв. НАН Армении, Физика, **41**, 243 (2006).

ՈՉ-ԳԾԱՅԻՆ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԻ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Թ.Կ. ՄԵԼԻՔ-ԲԱՐԽՈՒԴԱՐՈՎ

Քննարկված են ոչ-գծային պրոցեսների տեսության զարգացման սկզբունքները, հիմնված քվանտային տեսության Լագրանժի ձևակերպման վրա: Ցույց է տրված, որ այս ձևակերպման շրջանակներում կարելի է պահպանել հաջորդականությունը դասական տեսության հետ և մասնավորապես օգտագործել նրա մեթոդները քվանտային համակարգերի ուսումնասիրության համար: Հաշվարկված է արտաքին ազդեցության տակ շարժվող ոչ-գծային օսցիլյատորի, ինչպես նաև պարամետրական գեներատորի դիսպերսիան: Քննարկված է դիսպերսիայի դերը օսցիլյատորի կայունությունը որոշելու հարցում:

QUANTUM THEORY OF NONLINEAR PROCESSES

T.K. MELIK-BARKHUDAROV

We discuss the principles for development of the theory of nonlinear processes based on Lagrange's formulation of quantum theory. It is shown that in the framework of this formulation one can preserve the continuity with classical theory, and, in particular, use its methods to study the quantum systems. Quantum dispersion of a nonlinear oscillator driven by an external source as well as of a parametric generator is calculated. The role of dispersion in determining the stability of oscillations is considered.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №2, с.75-82 (2007)

УДК 530.145

ДВУМЕРНЫЙ СФЕРИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

М.А. АЛЕКСАНЯН, К.С. АРАМЯН

Арцахский государственный университет, Степанакерт

(Поступила в редакцию 16 августа 2006 г.)

Исследованы уравнения движения предложенной Беллуччи и Нерсесяном модели сферического осциллятора в присутствии постоянного магнитного поля. Показано, что эта модель точнорешаема классически, в отличие от осциллятора Хиггса, который не решается точно при включении постоянного магнитного поля.

1. Введение

Осциллятор является системой, выделенной во многих смыслах. Прежде всего он выделен наличием широкой алгебры симметрий, $su(d)$, где d есть размерность пространства [1]. Кроме того, наряду с задачей Кулона, он отличается тем, что все его траектории замкнуты [2]. Наличие широкой алгебры симметрий позволяет во многих случаях вводить взаимодействие осциллятора со внешними полями, оставляя систему интегрируемой. Простейшим и важнейшим примером такого рода является двумерный осциллятор в постоянном магнитном поле. Наконец, имеются обобщения осциллятора на искривленные пространства. Наиболее известное обобщение такого рода было предложено Хиггсом [3] Наряду с обобщением задачи Кулона на сфере [4], он выделен тем, что все его траектории замкнуты.

Однако осциллятор Хиггса плох тем, что в присутствии постоянного магнитного поля перестает быть точнорешаемой системой, что сильно уменьшает его практическую важность. Потому важно найти другие обобщения осциллятора на сфере, остающиеся интегрируемыми в присутствии магнитного поля. Где же их искать? Для этого нужно всего лишь вспомнить модель осциллятора на комплексных проективных пространствах CP(N), предложенную Беллуччи и Нерсесяном (БН-модель) [5]. Эта модель точнорешаема квантовомеханически как в отсутствие, так и в присутствии постоянного магнитного поля [6]. Поэтому можно ожидать, что она будет точнорешаемой и классически. С другой стороны, CP(1) (комплексная проективная плоскость) эквивалентна стереографической проекции двумерной сферы. Следовательно, для двумерия подходящий кандидат у нас имеется.

Целью настоящей работы является исследование обобщений задачи осциллятора на двумерной сфере в присутствии постоянного магнитного поля.

В высших же размерностях пока полная неясность. С одной стороны, имеется обобщение задачи осциллятора на кэлеровы пространства, которое, судя по всему, должно уважать включение постоянного магнитного поля [7]. Из него можно получить, гамильтоновой редукцией, осциллятор на трехмерной сфере, взаимодействующий с магнитным полем монополя Дирака: эта система точнорешаема как классически [8], так и квантовомеханически [9]. Имеются обобщения осциллятора на проективные кватернионные пространства положительной [10] и отрицательной [11] постоянной кривизны. Эти системы включают в качестве частного случая осциллятор на четырехмерной сфере S^2 (изоморфной проективной кватернионной плоскости), который точнорешаем квантовомеханически в присутствии поля инстантона.

Работа организована так. Во втором разделе описан плоский двумерный осциллятор в постоянном магнитном поле. В третьем разделе описан двумерный сферический осциллятор, взаимодействующий с внешним магнитным полем.

2. Плоский осциллятор

Осциллятор на плоскости является базовым примером для наших дальнейших построений. Поэтому рассмотрим его максимально детально. Если имеется внешнее магнитное поле с напряженностью B, то на частицу действует сила Лоренца

$$F_L = \frac{e}{c}\dot{r}\times B. .$$

Мы рассматриваем движение на плоскости, полагая магнитное поле постоянным и направленным вдоль оси x_3: $B_1 = B_2 = 0$, $B_3 = B$. Поэтому уравнения движения в компонентах имеют вид

$$\dot{x}_1 = -\omega^2 x_1 - Bx_2, \qquad \dot{x}_2 = -\omega^2 x_2 + Bx_1. \tag{1}$$

Введя комплексную координату

$$z = (x_1 + ix_2)/\sqrt{2} \ , \tag{2}$$

эти уравнения можно привести к следующему изящному виду:

$$\ddot{z} - iB\dot{z} + \omega^2 z = 0 . \tag{3}$$

Следуя общей теории дифференциальных уравнений, ищем решение этого уравнения в виде $z = Ae^{\alpha t}$. Подставив его в (3), можно найти частоты нормальных колебаний

$$\alpha_{\pm} = B/2 \pm \sqrt{\omega^2 + B^2/4} . \tag{4}$$

Таким образом, в постоянном магнитном поле двумерный осциллятор становится анизотропным.

В присутствии магнитного поля вращательный момент системы меняет свой вид. Именно, легко увидеть, что функция

$$J = J_3 = m\dot{x}_1 x_2 - m\dot{x}_2 x_1 = im(\dot{\overline{z}\overline{z}} - z\dot{z}) \tag{5}$$

не сохраняется во времени:

$$\dot{J} = -mB\frac{d(z\overline{z})}{dt} . \tag{6}$$

Поэтому сохраняющейся величиной является

$$J = J + mBz\bar{z} \,, \tag{7}$$

играющая роль вращательного момента системы в присутствии постоянного магнитного поля.

Итак, в присутствии постоянного магнитного поля двумерный осциллятор остается интегрируемой системой: он имеет два интеграла движения – энергию и вращательный момент. С их помощью можно проинтегрировать уравнения движения аналогично тому, как это сделано в учебнике Ландау и Лифшица для движения частицы в потенциальном центрально-симметричном поле [12].

Принимая во внимание, что $\pi = \dot{\bar{z}}$, $\bar{\pi} = \dot{z}$, представим энергию E и вращательный момент J системы в виде

$$E = m\dot{z}\dot{\bar{z}} + m\omega^2 z\bar{z} \,, \qquad J = im(z\dot{\bar{z}} - z\dot{z}) + mBz\bar{z} \,. \tag{8}$$

Перейдем теперь к полярным координатам

$$z = \frac{re^{i\varphi}}{\sqrt{2}} \,. \tag{9}$$

В этих координатах энергия и вращательный момент системы принимают вид

$$E = \frac{m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi})}{2} + \frac{m\omega^2 r^2}{2} \,, \quad J = mr^2\dot{\varphi} + \frac{mBr^2}{2} \,. \tag{10}$$

Отсюда находим

$$\frac{2E}{m} = \dot{r}^2 + \frac{(J - mBr^2/2)^2}{m^2 r^2} + \omega^2 r^2 \,, \tag{11}$$

откуда немедленно следует

$$t = \int \frac{dr}{\sqrt{\frac{2E}{m} - \frac{(J - mBr^2/2)^2}{m^2 r^2} - \omega^2 r^2}} = \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{\frac{2Ex}{m} - \frac{(J - mBx/2)^2}{m^2} - \omega^2 x^2}} \,, \tag{12}$$

где $x = r^2$. Этот интеграл легко берется, в результате чего получаем

$$t = \frac{1}{2\sqrt{\gamma}} arccos \sqrt{\frac{\gamma}{\beta^2/2\gamma - \lambda}}\left(x + \frac{\beta}{2\gamma}\right) \,, \tag{13}$$

или, эквивалентно,

$$x + \frac{\beta}{2\gamma} = \sqrt{\frac{\beta^2 - 2\gamma\lambda}{2\gamma^2}} \cos 2\sqrt{\gamma} t \,. \tag{14}$$

Здесь мы ввели обозначения

$$\gamma \equiv \omega^2 + \frac{B^2}{4} \,, \qquad \beta \equiv \frac{2E}{m} + JBm \,, \qquad \lambda \equiv \frac{J}{m^2} \,. \tag{15}$$

В исходных обозначениях это выражение выглядит так:

$$r^2 + \frac{2E + jB}{2m(B^2/4+\omega^2)} = \frac{\sqrt{E^2 + jEB - j^2\omega^2}}{m(B^2/4+\omega^2)} \cos 2\sqrt{B^2/4+\omega^2}\, t \,. \tag{16}$$

Принимая во внимание, что вращательный момент имеет вид $J = mx\dot{\varphi} + mBx/2,$ мы можем найти также зависимость $\varphi = \varphi(t).$ Конечно, в сферических координатах все выглядит намного более громоздко, чем в евклидовых. Но для наших дальнейших построений такой путь единственно возможный.

3. Сферический осциллятор

Теперь рассмотрим сферический аналог приведенной в предыдущем разделе модели. Прежде чем приступить к его обсуждению, напомним основные элементы сферической геометрии. Заметим, что метрика двумерной сферы задается выражением

$$ds^2 = r_0^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right), \tag{17}$$

где θ и φ связаны с евклидовыми координатами сферы так:

$$x_1 = r_0 \sin\theta \sin\varphi\,, \quad x_2 = r_0 \sin\theta \cos\varphi\,, \quad x_3 = r_0 \cos\theta\,. \tag{18}$$

В пределе $r_0 \to \infty$ сфера переходит в плоскость. Для аналогии с рассмотренным ранее осциллятором на плоскости удобно воспользоваться стереографической проекцией сферы на плоскость, касательную южному полюсу сферы. Тогда каждой точке сферы (θ, φ) ставится в соответствие точка $u = y_1 + iy_2$ комплексной плоскости:

$$u = 2r_0 \cot\frac{\theta}{2} e^{i\varphi}\,. \tag{19}$$

В этих терминах метрика сферы становится конформно-плоской:

$$ds^2 = \frac{du d\bar{u}}{(1+\frac{u\bar{u}}{4r_0^2})^2} = \frac{4r_0^2 dz d\bar{z}}{(1+z\bar{z})^2}\,, \qquad z = \frac{u}{2r_0}\,, \tag{20}$$

а потенциал осциллятора Хиггса принимает вид [3]

$$V_{Higgs} = \frac{\omega^2 r_0^2}{2}\tan^2\theta = \omega^2 r_0^2 \frac{2z\bar{z}}{\left(1 - z\bar{z}\right)^2}\,. \tag{21}$$

Потенциал БН-модели сферического осциллятора [5] выглядит так:

$$V_{BN} = \omega^2 r_0^2 \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} = 2\omega^2 r_0^2 z\bar{z}\,. \tag{22}$$

Как отмечалось во введении, потенциал Хиггса замечателен тем, что соответствующий ему осциллятор обладает скрытыми симметриями, а все его траектории замкнуты. Однако в присутствии постоянного магнитного поля он перестает быть точнорешаемой системой как на квантовом, так и на классическом уровне. Соответственно, он не подходит к роли сферического аналога модели плоского осциллятора, взаимодействующего с постоянным магнитным полем. В то же время, БН-модель сферического осциллятора, хотя и не обладает скрытыми симметриями, точнорешаема на квантовом уровне как в отсутствие, так и при наличии постоянного магнитного поля [6]. Поэтому она подходит для нашей цели.

Попытаемся проинтегрировать его уравнения движения (в отсутствие и при наличии постоянного магнитного поля). Они задаются гамильтонианом

$$H = \frac{(1+z\bar{z})^2\bar{\pi}\pi}{2r_0^2} + V_{BN}(z\bar{z}) \tag{23}$$

и скобками Пуассона

$$\{\pi, z\} = 1, \qquad \{\bar{\pi}, \bar{z}\} = 1, \qquad \{\pi, \bar{\pi}\} = \frac{4iBr_0^2}{(1+z\bar{z})^2}. \tag{24}$$

Вращательный момент системы задается выражением

$$J = i(z\pi - \overline{\pi z}) + 4Br_0^2\frac{1-z\bar{z}}{1+z\bar{z}}. \tag{25}$$

Однако, если мы выпишем ньютоновские уравнения движения, то увидим, что они являются нелинейными дифференциальными уравнениями, которые не так просто решить:

$$\ddot{z} = 2(1+z\bar{z})\bar{z}\dot{z}^2 - \omega^2(1+z\bar{z})^2 z + iBz. \tag{26}$$

Поэтому, чтобы решить уравнения движения и найти траектории частицы, мы будем действовать в духе учебника Ландау и Лифшица [12] и предыдущего раздела. Именно, зафиксируем значения интегралов движения

$$H_{CP^1}\left(\pi, \bar{\pi}, z, \bar{z}\right) = E, \qquad J\left(\pi, \bar{\pi}, z, \bar{z}\right) = j \tag{27}$$

и, учитывая уравнения движения, положим вместо π, $\bar{\pi}$

$$\pi = \frac{2r_0^2\dot{\bar{z}}}{(1+z\bar{z})^2}, \qquad \bar{\pi} = \frac{2r_0^2\dot{z}}{(1+z\bar{z})^2}. \tag{28}$$

Затем переходим к вещественным координатам $z = re^{i\varphi}$ и получаем

$$E = \frac{g(r)}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) + \omega^2 r_0^2\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}, \qquad j = g(r)r^2\dot{\varphi} + 2Br_0^2\frac{1-r^2}{1+r^2} \tag{29}$$

где

$$g = \frac{4r_0^2}{(1+r^2)^2}. \tag{30}$$

В исходных сферических координатах вращательный момент имеет вид

$$J = r_0^2\sin^2\theta\dot{\varphi} - B\cos\theta. \tag{31}$$

В отсутствие магнитного поля, $B = 0$, уравнения (29) принимают вид

$$j = r_0^2 \sin^2\theta\dot{\varphi}\ , \qquad 2E = r_0^2\left(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta\dot{\varphi}^2\right) + 2\omega^2 r_0^2 \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}\ . \qquad (32)$$

Отсюда получаем

$$2E = r_0^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{j^2}{r_0^2\left(1-\cos^2\theta\right)} + 4r_0^4\omega^2\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}\ . \qquad (33)$$

Это выражение позволяет немедленно проинтегрировать уравнения движения

$$t = \int\frac{d\theta}{\sqrt{E - \omega^2 r_0^2\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} - \frac{j^2}{2r_0^2\left(1-\cos^2\theta\right)}}} = \int\frac{d\cos\theta}{E\left(1-\cos^2\theta\right) - r^2\omega^2\left(1+\cos\theta\right)^2 - \frac{j^2}{2r_0^2}}\ . \qquad (34)$$

Этот интеграл представим в виде

$$t = \int\frac{dx}{\sqrt{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}} = \int\frac{d\left(x + \beta/2\alpha\right)}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\gamma/\alpha - \left(x+\beta/2\alpha\right)^2}}\ , \qquad (35)$$

где

$$x = \cos\theta\ , \quad \alpha = -\left(E + \omega^2 r_0^2\right), \quad \beta = -2\omega^2 r_0^2\ , \quad \gamma = E - \omega^2 r_0^2 - \frac{j^2}{2r_0^2}\ . \qquad (36)$$

Он легко берется, и мы получаем

$$t = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\arccos\left(\cos\theta + \frac{\omega^2 r_0^2}{E + \omega^2 r_0^2}\right) \Rightarrow \cos\theta + \frac{\omega^2 r_0^2}{E+\omega^2 r_0^2} = \cos\sqrt{\alpha}t\ . \qquad (37)$$

Отметим, что в отличие от плоского осциллятора, частота колебаний рассмотренного сферического осциллятора зависит от энергии системы.

Теперь рассмотрим случай осциллятора в постоянном магнитном поле. Из уравнений (29) вместо (33) имеем

$$2E = r_0^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{\left(j + B\cos\theta\right)^2}{r_0^2\left(1-\cos^2\theta\right)} + 4r^4\omega^2\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}\ . \qquad (38)$$

Отсюда получаем

$$t = \int\frac{d\cos\theta}{\sqrt{E - r_0^2\omega^2 - \left(E + r_0^2\omega^2\right)\cos^2\theta - 2\omega^2 r_0^2\cos\theta - \frac{\left(j+B\cos\theta\right)^2}{2r_0^2}}}\ . \qquad (39)$$

Введем обозначения

$$-\alpha = E + \omega^2 r_0^2 + \frac{B^2}{2r_0^2}\ , \qquad -\beta = 2\omega^2 r_0^2 + \frac{Bj}{r_0}\ , \qquad \gamma = E - \omega^2 r_0^2 - \frac{j^2}{2r_0^2} \tag{40}$$

и представим последний интеграл в виде

$$t = \int \frac{d\cos\theta}{\sqrt{E + \frac{\beta^2}{4\gamma} - \gamma(\cos\theta + \frac{\beta}{2\gamma})^2}}\ . \tag{41}$$

Отсюда следует

$$t = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \arccos \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha + \beta^2/4\gamma}} \left(\cos\theta + \frac{\beta}{2\gamma} \right)\ . \tag{42}$$

Окончательно,

$$\cos\theta + \frac{2\omega^2 r_0^2 + jb/r_0}{2(E + \omega^2 r_0^2 + B^2/2r_0} = R\cos\sqrt{E + \omega^2 r_0^2 + B^2/2r_0}\ t\ , \tag{43}$$

где

$$R = \frac{\sqrt{(E - \omega^2 r_0^2 - j^2/2r_0)(E + \omega^2 r_0^2 + B^2/2r_0) + (jB/r_0 + 2\omega^2 r_0^2)^2}}{E + \omega^2 r_0^2 + B^2/2r_0}\ . \tag{44}$$

Как видим, включение постоянного магнитного поля не вносит качественных изменений в движение предложенного в [5] двумерного сферического осциллятора.

В представленной работе мы рассмотрели обобщение двумерного осциллятора на сферу, предложенное Беллуччи и Нерсесяном [5], и рассмотрели его поведение в постоянном магнитном поле. Мы показали, что эта модель в присутствии постоянного магнитного поля сохраняет точную решаемость, в то время как осциллятор Хиггса перестает быть точнорешаемой системой. Это является основным результатом работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **А.М.Переломов**. Интегрируемые системы классической механики и алгебры Ли. М., Наука, 1989.
2. **В.И.Арнольд**. Математические методы классической механики. М., Наука, 1973.
3. **P.W.Higgs**. J. Phys. A, **12** 309 (1979).
4. **E.Schrцdinger**. Proc. Roy. Irish Soc., **46,** 9 (1941); **46,** 183 (1941); **47**, 53 (1941).
5. **S.Bellucci, A.Nersessian**. Phys. Rev. D, **67**, 065013 (2003).
6. **S.Bellucci, A.Nersessian, A.Yeranyan**. Phys. Rev. D, **70**, 085013 (2004).
7. **S.Bellucci, A.Nersessian**. ``Supersymmetric Kaehler oscillator in a constant magnetic field'', [arXiv:hep-th/0401232], in Proceedings of International Workshop on Supersymmetries and Quantum Symmetries. Dubna, Russia, 24-29 July, 2003, p.370, JINR Publ.
8. **A.Nersessian, A.Yeranyan**. J. Phys. A, **37**, 2791 (2004).
9. **S.Bellucci, A.Nersessian, A.Yeranyan**. Phys. Rev., **D70**, 045006 (2004).
10. **L.Mardoyan, A.Nersessian**. Phys. Rev., **B72,** 233303 (2005).
11. **S.Bellucci, L.Mardoyan, A.Nersessian**. Phys. Lett., **B636,** 137 (2006).
12. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Механика. М., Наука, 1988.

ԵՐԿՉԱՓ ՍՖԵՐԻԿ ՕՍՑԻԼՅԱՏՈՐԸ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Մ.Ա. ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ, Կ.Ս. ԱՐԱՄՅԱՆ

Հետազոտված են Բելլուչչիի և Ներսեսյանի կողմից առաջարկված սֆերիկ օսցիլյատորի շարժման հավասարումները մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում: Ցույց է տրված, որ ի տարբերություն Հիգսի օսցիլյատորի, մոդելը ունի ճշգրիտ դասական լուծում հաստատուն մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում:

TWO-DIMENSIONAL SPHERICAL OSCILLATOR IN A CONSTANT MAGNETIC FIELD

M.A. ALEXANYAN, K.S. ARAMYAN

We study the equations of motion of the model of spherical oscillator suggested by Bellucci and Nersessian, in a constant magnetic field. It is shown that this model is exactly solvable classically, in contrast to the Higgs oscillator which could not be solved exactly in the presence of a constant magnetic field.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №2, с.83-91 (2007)

УДК 537.311

ВЛИЯНИЕ ВЗАИМНОЙ ДИФФУЗИИ In И Al НА ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$

В.Н. МУГНЕЦЯН, А.А. КИРАКОСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 13 октября 2006 г.)

Предложен новый метод теоретического исследования влияния взаимной диффузии в квантовых точках на электронные состояния в них. Суть метода заключается в замене сформировавшегося вследствие диффузии “истинного” ограничивающего потенциала модельным, для которого известны решения уравнения Шредингера и спектр энергии. Используя в качестве модельного потенциал Вуда–Саксона, предложенным методом вычислены положения краев зон проводимости и тяжелых дырок в зависимость от диффузионной длины, а также коэффициент междузонного поглощения света в сферических квантовых точках $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$.

1. Введение

Достижения современных технологий выдвинули на передний край исследований гетероструктуры на основе полупроводниковых соединений III-V, которые успешно применяются при создании структур с квантовыми ямами [1,2].

Помимо эффектов размерного квантования, в низкоразмерных полупроводниковых системах на первый план выходят физические явления, обусловленные большим значением отношения поверхности к объему, одним из которых является диффузия составляющих компонент гетероструктуры. Из-за малых размеров наноструктур, даже малая взаимная диффузия приводит к существенному изменению зонной структуры и, следовательно, физических свойств материала [3]. Изучение взаимной диффузии важно, т.к. оно дает информацию о термической стабильности полупроводниковых гетероструктур, а также данные, на основе которых можно измерить эффекты усиленного перемешивания из-за диффузии примесей или имплантированных ионов [4]. В настоящее время имеются многообещающие результаты, касающиеся применения термически индуцированной взаимной диффузии на послеростовом этапе с целью создания устройств с контролируемыми параметрами [5-11].

Особенно существенно влияние взаимной диффузии на оптические свойства наноструктур, в частности, на фотолюминесцентный спектр. В работах [1,6,7,10] наблюдались значительное голубое смещение пика и сужение ширины спектра фотолюминесценции, особенно ярко выраженные для самоорганизованных квантовых точек (КТ).

Возникновение вследствие диффузии переходного слоя между квантовой ямой (КЯ) и окружающей средой наводит на мысль о замене ограничивающего яму истинного потенциала модельным потенциалом, для которого известны аналитическое решение уравнения Шредингера и спектр энергии. Это позволяет найти связь между диффузионной длиной и измеряемым на опыте голубым смещением фотолюминесценции [2,4,12]. Знание волновых функций позволяет аналитически вычислить матричные элементы междузонных переходов, оценить эффективные массы электронов и дырок, зависящих в общем случае от концентраций диффундирующих атомов. Одним из таких потенциалов является потенциал Вуда–Саксона, впервые введенный для описания переходного слоя в модели атомного ядра (см., напр., [11]) и имеющий широкое применение [13-15].

В данной работе исследовано изменение ограничивающего сферическую КТ потенциала вследствие диффузии атомов Al или (и) In через поверхность КЯ в гетероструктурах III-V (конкретно в $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$, $In_xGa_{1-x}As/GaAs$ и $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$) и его влияние на уровни энергии электронов и дырок, а также на спектр поглощения света путем замены “истинного” диффузионного потенциала потенциалом Вуда–Саксона.

2. Диффузия в КТ $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$

Рассмотрим влияние диффузии атомов индия и алюминия на уровни энергий основных состояний электрона и дырки в сферической КТ $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$.

Решение трехмерного уравнения диффузии для концентраций диффундирующих атомов можно записать в виде [16]

$$x(r,L_1)=\frac{x_0L_1}{2\sqrt{\pi}r}\left\{exp\left[-\left(\frac{r+r_0}{L_1}\right)^2\right]-exp\left[-\left(\frac{r-r_0}{L_1}\right)^2\right]\right\}+\frac{x_0}{2}\left[\Phi\left(\frac{r+r_0}{L_1}\right)-\Phi\left(\frac{r-r_0}{L_1}\right)\right], \qquad (1)$$

$$\begin{aligned}y(r,L_1)=\frac{y_0L_2}{2\sqrt{\pi}r}&\left\{exp\left[-\left(\frac{r-r_0}{L_2}\right)^2\right]-exp\left[-\left(\frac{r+r_0}{L_2}\right)^2\right]\right\}+\\&+\frac{y_0}{2}\left[2+\Phi\left(\frac{r-r_0}{L_2}\right)-\Phi\left(\frac{r+r_0}{L_2}\right)\right],\end{aligned} \qquad (2)$$

где $L_1=2(D_1t)^{1/2}$ и $L_2=2(D_2t)^{1/2}$ – диффузионные длины, D_1 и D_2 – коэффициенты диффузии, x_0, y_0 – начальные концентрации атомов индия и алюминия, соответственно, t – время, r_0 – начальный $(t=0)$ радиус КТ. Решения (1) и (2) соответствуют начальным условиям

$$\begin{cases}x(r,0)=x_0\,,\ r<r_0\,,\\ x(r,0)=0\,,\quad r\geq r_0\,,\end{cases}\qquad \begin{cases}y(r,0)=0\,,\quad r<r_0\,,\\ y(r,0)=y_0\,,\ r\geq r_0\,.\end{cases} \qquad (3)$$

Если пренебречь влиянием примесей на состояние среды GaAs, а также влиянием примеси одного типа на коэффициент диффузии атомов другой примеси, то в предположении, что концентрации диффундирующих веществ влияют на ширину запрещенной зоны КТ независимо друг от друга, ее для КТ $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$ можно представить в виде (в эВ)

$$E_g(x,y) = E_{g0} - bx + cx^2 + dy\ , \qquad (4)$$

где $b = 1.214$, $c = 0.264$, $d = 1.247$ [4,17], E_{g0} – ширина запрещенной зоны GaAs, а x и y даются выражениями (1) и (2). Выражения для ограни_чивающих потенциалов для электронов (e) и тяжелых дырок (hh) можно представить в виде

$$V_{e,hh} = Q_{e,hh}[E_g(x,y) - E_{g0}]\ , \qquad (5)$$

где $Q_{e,hh}$ – доля разрыва, приходящаяся на данную зону.

Заменим диффузионный потенциал (5) потенциалом Вуда–Саксона [18]

$$W(r) = -W_0\left\{1 + exp\left[(r-R)/a\right]\right\}^{-1}\ , \qquad (6)$$

в котором параметры W_0, R и a считаются функциями диффузионных длин L_1 и L_2. При фиксированном значении отношения L_1/L_2 можно в качестве независимого параметра выбрать, например, L_1. Тогда все параметры будут функциями $l = L_1/r_0$:

$$W_0 = V_0 u(l)\ , \quad R = r_0 q(l)\ , \quad a = r_0\alpha(l)\ . \qquad (7)$$

Рис.1 иллюстрирует сравнение потенциалов (5) и (6) для отношения $L_2/L_1 = 0.4$ и при начальных концентрациях примесей $x_0 = 0.4$, $y_0 = 0.2$. Для оценки меры точности замены диффузионного потенциала потенциалом Вуда–Саксона введем величину

$$I(l,x_0,y_0) = \int_0^\infty \left|V(\xi,l,x_0,y_0) - W(\xi,l,x_0,y_0)\right| d\xi \Bigg/ \int_0^\infty \left|V(\xi,l,x_0,y_0)\right| d\xi\ . \qquad (8)$$

Оценки относительной погрешности по формуле (8) при наблюденных в [2,4,12] соотношениях между диффузионными длинами L_1 и L_2 приведены в Табл.1.

Представив волновую функцию в виде $\Psi(r) = \chi(r)/r$, из уравнения Шредингера с потенциалом $W(\xi,l,x_0,y_0)$ получаем [18]

$$\chi(\varsigma) = \varsigma^{\nu}(1-\varsigma)^{\mu}\ {}_2F_1(\mu+\nu, \mu+\nu+1, 2\nu+1; \varsigma)\ , \qquad (9)$$

где $\nu = \alpha\gamma_0\varepsilon^{1/2}$, $\mu = i\alpha\gamma_0\sqrt{u-\varepsilon}$, $\varsigma = \{1+exp[(\xi-q)/\alpha]\}^{-1}$, $\varepsilon = |E|/W_0$, E – энергия основного состояния, $\gamma_0 = (2mV_0 r_0^2/\hbar^2)^{1/2}$, $\xi = r/r_0$, ${}_2F_1(a,b,c;\varsigma)$ – гипергеометрическая функция.

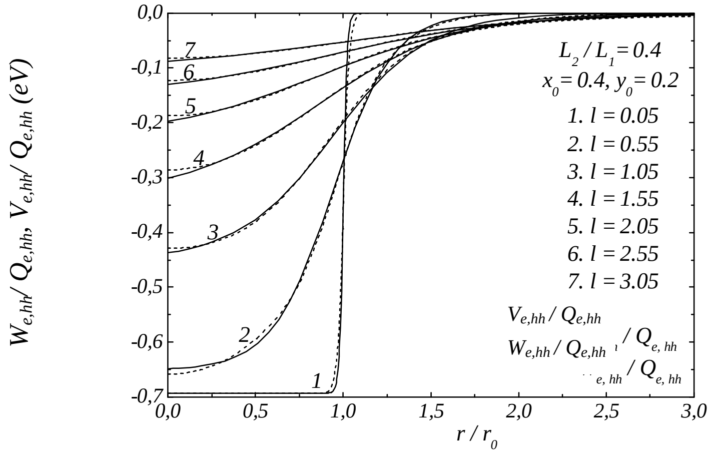


Рис.1. Сравнение диффузионного потенциала (пунктирные линии) с потенциалом Вуда–Саксона (сплошные линии).

Табл.1.

L_2/L_1	x_0	y_0	L_{max}
0.3	0.2	0.1	0.0592
0.3	0.4	0.2	0.0615
0.4	0.2	0.1	0.0551
0.4	0.4	0.2	0.0513
0.5	0.2	0.1	0.0371
0.5	0.4	0.1	0.0392

Уровни энергий электрона и тяжелой дырки получаем из граничного условия $\chi(\varsigma_0)=0$, где $\varsigma_0=[1+exp(-q/\alpha)]^{-1}$. Их значения в квантовой точке $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$, вычисленные относительно дна зоны проводимости GaAs, определяются выражениями

$$E_e=Q_e\left\{dy_0-\left[bx_0-cx_0^2+dy_0\right]u(l)\varepsilon(l)\right\},$$

$$E_{hh}=-E_{g0}+Q_{hh}\left\{-dy_0+\left[bx_0-cx_0^2+dy_0\right]u(l)\varepsilon(l)\right\}, \quad (10)$$

где $E_{g0}=1.424$ эВ [17] и учтено, что начальная глубина ямы $V^0_{e,hh}=Q_{e,hh}(bx_0-cx_0^2+dy_0)$. В случае КТ $GaAs/Al_yGa_{1-y}As$ соответствующие выражения имеют вид $(l'=L_2/r_0)$:

$$E_e=Q_e dy_0\left[1-u(l')\varepsilon(l')\right], \quad E_{hh}=-E_{g0}+Q_{hh}dy_0\left[u(l')\varepsilon(l')-1\right]. \quad (11)$$

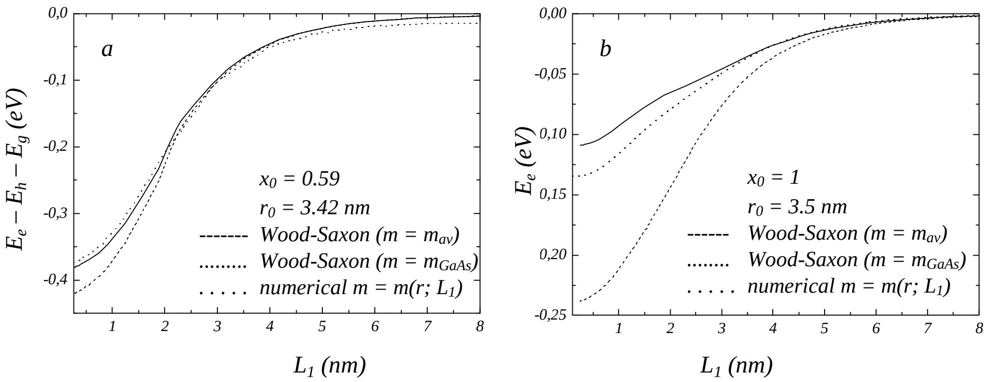


Рис.2. Сравнение результатов, полученных применением потенциала Вуда–Саксона с соответствующими результатами, полученными в работах [3] (a) и [16] (b).

Отметим, что функции $u(l)$, $q(l)$ и $\alpha(l)$ при одновременной диффузии атомов индия и алюминия зависят от отношения диффузионных длин L_1 и L_2, а также от начальных концентраций x_0 и y_0, в отличие от случая диффузии атомов алюминия в $GaAs/Al_yGa_{1-y}As$ или индия в $In_xGa_{1-x}As$, когда они зависят только от L_1 или L_2.

На рис.2a представлены зависимости разности порога поглощения в гетероструктуре $In_xGa_{1-x}As/GaAs$ и ширины запрещенной зоны $GaAs$ от диффузионной длины с соответствующими результатами работы [3], а на рис.2b – зависимости энергии основного состояния электрона от диффузионной длины с соответствующими результатами работы [16]. На обоих рисунках сплошные линии представляют результаты, полученные с помощью потенциала Вуда–Саксона с использованием усредненной массы, определенной из уравнения

$$m_{av}(l,x_0,y_0) = \int_0^\infty m(\xi,l,x_0,y_0)\left|\chi(\xi,l,x_0,y_0)\right|^2 d\xi \Bigg/ \int_0^\infty \left|\chi(\xi,l,x_0,y_0)\right|^2 d\xi . \qquad (12)$$

Пунктирные линии соответствуют не зависящим от l значениям масс в $GaAs$: $m_e = 0.0665 m_0$ и $m_{hh} = 0.377 m_0$ [3], а точечные линии – результатам, полученным в [3] и [16].

Радиус исследованной в [3] КТ $r_0 = (3/4\pi V_{QD})^{1/3}$ □ 3.42 нм, что весьма близко к радиусу КТ, исследованной в [16] (3.5 нм). С учетом этого обстоятельства из рис.2a и 2b можно заметить, что при малых начальных концентрациях примеси (рис.2a) зависимостью массы от положения (r) можно пренебречь. При этом становится малым также различие результатов, соответствующих использованию независящей от l массы в $GaAs$ и усредненной массы НЗ. Из рисунков видно также, что вышеупомянутые различия ничтожны при достаточно большом значении диффузионной длины.

На рис.3a представлены кривые зависимости энергий основных состояний электрона и тяжелой дырки в КТ $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$ радиусом 10.4 нм (эффективный боровский радиус в $GaAs$) от L_1 при одновременной диффузии атомов In и Al для различных значений параметров L_1/L_2, x_0 и y_0. Видно, что кривые зависимостей, соответствующих различным начальным концентрациям индия и алюминия, пересекаются. Такое поведение уровней энергии обусловлено тем, что при одновременном увеличении начальных концентраций x_0 и y_0 вместе с понижением (повышением) дна зоны проводимости (валентной зоны) в области $r < r_0$ происходит его повышение (понижение) в области $r > r_0$. Из рис.3a следует также, что влиянием отношения L_2 / L_1 на положение энергетических уровней, существенным для промежуточных значений L_1, можно пренебречь для значений $L_1 / r_0 \ll 1$ и $L_1 / r_0 \gg 1$.

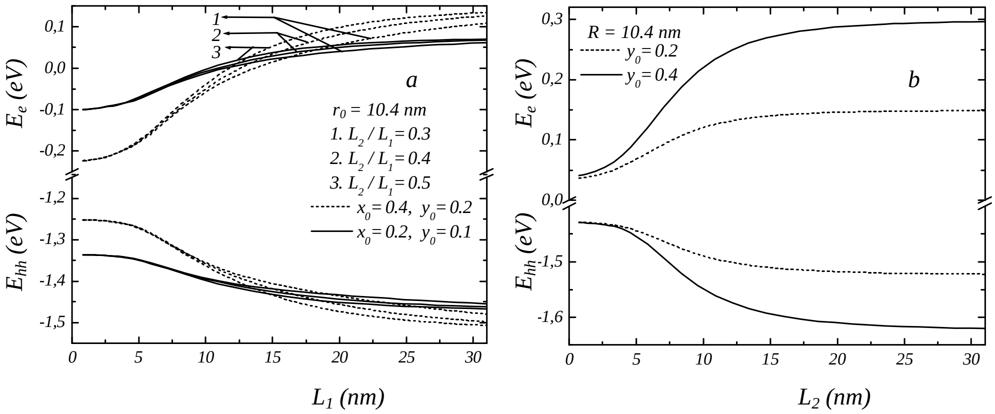


Рис.3. Зависимости энергий основных состояний электрона и тяжелой дырки от диффузионной длины в КТ $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$ (a) и $GaAs/Al_yGa_{1-y}As$ (b).

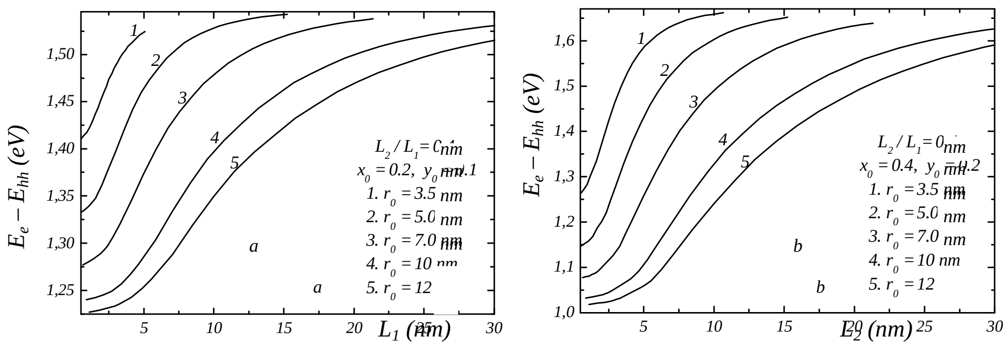


Рис.4. Зависимость порога поглощения от диффузионной длины в КТ $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$.

На рис.3b представлены кривые зависимости энергий основных состояний электрона и тяжелой дырки в КТ $GaAs/Al_yGa_{1-y}As$ радиусом $a_B^* = 10.4$ нм. Эти уровни практически совпадают при $L_2 \to 0$, поскольку, будучи расположенными близко ко дну ямы, нечувствительны относительно изменения высоты барьера вследствие изменения начальной концентрации алюминия y_0.

Наконец, следует отметить, что на обоих графиках очевидно увеличение энергетического расстояния между основными состояниями электрона и дырки, что обуславливает голубое смещение края фотолюминесценции.

На рис.4 представлены зависимости порога поглощения от диффузионной длины в КТ $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$ для различных значений ее радиуса. Кроме очевидного голубого смещения, из рисунка можно также заметить, что порог поглощения, увеличивающийся при начальной стадии диффузии, уменьшается при более высоких значениях диффузионной длины, чем и обусловлено отмеченное в экспериментальных и теоретических работах уменьшение ширины спектров поглощения и люминесценции (см., напр., [1,6,10,16]).

3. Коэффициент поглощения в КТ $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$

Перейдем к вычислению коэффициента поглощения монохроматического излучения с частотой ω системой сферических КТ, который удобно представить в виде

$$\alpha(\omega) = \alpha_0 \left| \left\langle \Psi_c \middle| \Psi_v \right\rangle \right|^2 \Gamma(\omega, \sigma, E_{eh}), \tag{13}$$

где

$$\alpha_0 = \frac{4\pi^2 e^2 N_{QD}}{m_0^2 \omega c n} \left| \boldsymbol{M}_{c,v} \right|^2 [f(E_{hh}) - f(E_e)],$$

$\Gamma(\omega, \sigma, E_{eh}) = (2\pi)^{-1/2} \sigma^{-1} exp\left[-(\hbar\omega - E_{eh})^2 / 2\sigma^2 \right]$ – распределение Гаусса, $\boldsymbol{M}_{cv}$ – матричный элемент междузонного перехода [19], $\left\langle \Psi_c \middle| \Psi_v \right\rangle$ – интеграл перекрытия, $f(E)$ – функция распределения Ферми–Дирака, N_{QD} – концентрация КТ, m_0 – масса свободного электрона, n – показатель преломления среды. Если предположить, что ширина спектра поглощения обусловлена конечным распределением КТ по размерам, то в качестве σ можно выбрать разность порогов поглощения двух КТ с радиусами $r_0 - \delta r$ и $r_0 + \delta r$.

На рис.5 показаны графики зависимости квадрата модуля интеграла перекрытия от безразмерной диффузионной длины для различных значений радиуса КТ. Из него видно, что увеличение радиуса КТ приводит к увеличению значения квадрата модуля интеграла перекрытия и к уменьшению скорости его изменения с увеличением диффузионной длины. Это обусловлено тем, что в КТ с большим радиусом волновые функции как электрона, так и тяжелой дырки сконцентрированы в основном в области КТ и менее чувствительны к изменениям профиля ограничивающего потенциала КТ.

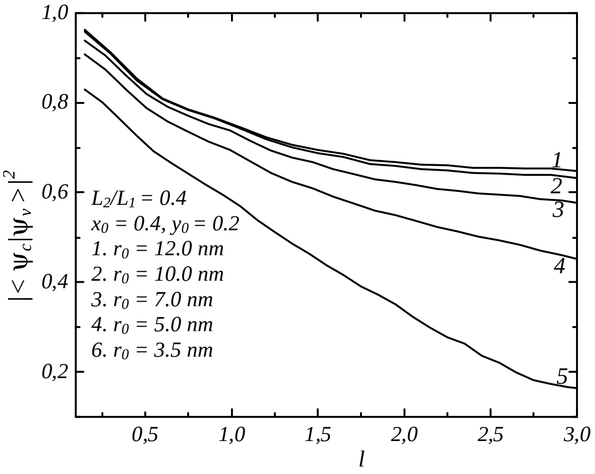


Рис.5. Зависимость квадрата модуля интеграла перекрытия от безразмерной диффузионной длины.

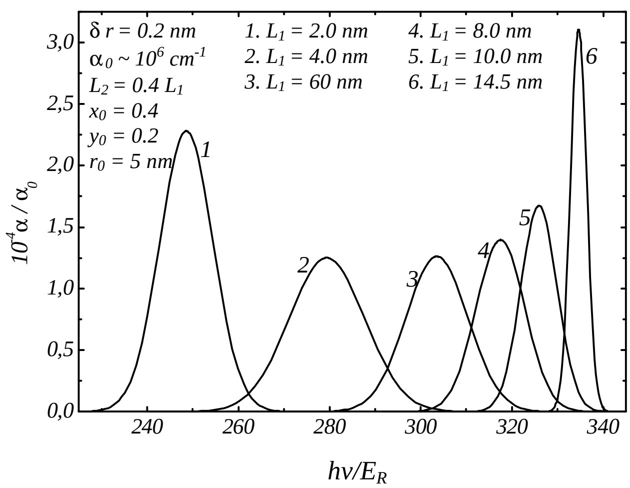


Рис.6. Зависимость безразмерного коэффициента поглощения от безразмерной энергии фотона падающего излучения.

На рис.6 представлены частотные зависимости коэффициента поглощения для различных значений диффузионной длины системой КТ с $r_0 = 5$ нм и $\delta r = 0.2$ нм. Очевидно значительное голубое смещение и сужение спектра, начиная с некоторого значения диффузионной длины ($L_1 \geq 4$ нм), что находится в соответствии с результатами, полученными в ряде экспериментальных работ [1,6,10].

Таким образом, предложенный метод решения уравнения Шредингера с диффузионным потенциалом позволяет непосредственно найти зависимости энергий основных состояний электрона и тяжелой дырки, а также порога поглощения и коэффициента поглощения монохроматического излучения от диффузионной длины. Сравнение с результатами, полученными в других работах, показывает, что пренебрежение зависимостью эффективной массы НЗ от координаты обоснованно для сравнительно малых значений концентраций примесей и для больших значений диффузионной длины.

Работа выполнена в рамках государственной целевой программы Республики Армения "Полупроводниковая наноэлектроника".

ЛИТЕРАТУРА

1. **S.Malik, C.Roberts,** et al. Appl. Phys. Lett., **71,** 1987 (1997).
2. **T.E.Schlesinger, T.Kuech.** Appl. Phys. Lett., **49,** 519 (1986).
3. **O.Gunawan, H.S.Djie, B. S. Ooi.** Phys. Rev. B, **71,** 205319 (2005).
4. **W.P.Gillin, D.J.Dunstan, K.P.Homewood, L.K.Howard, B.J.Sealy.** J. Appl. Phys., **73,** 3782 (1993).
5. **R.Leon, S.Fafard, P.G.Piva, S.Ruvimov, Z.Liliental-Weber.** Phys. Rev. B, **58,** R4262 (1998).
6. **C.Lobo, R.Leon, S.Fafard, P.G.Piva.** Appl. Phys. Lett., **72,** 2850 (1998).
7. **Yalin Ji, Wei Lu, Guibin Chen, Xiaoshuang Chen, Qing Wang.** J. Appl. Phys., **93,** 1208 (2003).
8. **X.C.Wang** et al. J. Appl. Phys., **86,** 2687 (1999).
9. **S.Fafard, C.Ni. Allen.** Appl. Phys. Lett., **75,** 2374 (1999).
10. **S.J.Xu, X.C.Wang.** Appl. Phys. Lett., **72,** 3335 (1998).
11. **K.Takeuchi, P.A.Moldauer.** Phys. Lett. B, **28,** 384 (1969).
12. **R.Leon, D.R.M.Williams, J.Krueger, E.R.Weber, M.R.Melloch.** Phys. Rev. B, **56,** R4336 (1997).
13. **Z.Lojewski, B.Nerlo-Pomorska, K.Pomorski, J.Dudek.** Phys. Rev. C, **51,** 601 (1995).
14. **M. N.A.Abdullah, S.K.Das, A.S.B.Tariq.** J. Phys. G, **29,** 1259 (2003).
15. **O.V.Bespalova, E.A.Romanovsky, T.I.Spasskaya**. J. Phys. G, **29**, 1193 (2003).
16. **J.A.Barker, E.P.O'Railly.** Phys. E, **4**, 231 (1999).
17. **S.Adachi.** Appl. Phys., **53,** R1 (1985).
18. З.**Флюгге.** Задачи по квантовой механике, т. 1. М., Мир, 1974.
19. **P.K.Basu.** Theory of Optical Processes in Semiconductors, Bulk and Microstructures. Clarendon Press, Oxford, 1997.

EFFECT OF In AND Al INTERDIFFUSION ON ELECTRONIC STATES AND LIGHT ABSORPTION IN $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$ QUANTUM DOTS

V.N. MUGHNETSYAN, A.A. KIRAKOSYAN

A new method of theoretical investigation of interdiffusion effect on electronic states in quantum dots is proposed. The main point of the method is the replacement of the "veritable" confining potential formed due to diffusion by a modeling potential for which the Schrödinger equation solutions and the energy spectrum are known. In the framework of the proposed method we calculate the edges of conduction and heavy hole bands and the absorption coefficient of interband transitions depending on the diffusion length in spherical $In_xGa_{1-x}As/Al_yGa_{1-y}As$ quantum dots, using the Wood–Saxon potential as modeling one.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №2, с.92-95 (2007)

УДК 621.373

ГЕНЕРАЦИЯ ТГЦ ВОЛН С ПОМОЩЬЮ ОПТИЧЕСКОГО ВЫПРЯМЛЕНИЯ УЛЬТРАКОРОТКИХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ С НАКЛОНЕННЫМ АМПЛИТУДНЫМ ФРОНТОМ

К.Х. ХАЧАТРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 27 октября 2006 г.)

Теоретически исследовано оптическое выпрямление ультракоротких лазерных импульсов с наклоненным амплитудным фронтом в кристалле $LiNbO_3$. Показано, что теоретические оценки хорошо совпадают с экспериментальными данными.

В последние годы широкое внимание исследователей привлекает создание новых эффективных источников терагерцовых (ТГц) волн. Это связано с необходимостью использования ТГц диапазона для фундаментальных исследований в физике, радиофизике и в смежных областях науки [1]. Кроме того, в настоящее время ТГц волны весьма перспективны для мониторинга среды и в системах безопасности.

Оптическое выпрямление (ОВ) фемтосекундных лазерных импульсов в нелинейном кристалле [2] является наиболее распространенным простым способом генерации сверхкоротких электрических импульсов (ТГц импульс), спектр которых простирается вплоть до нескольких десятков ТГц. Кристалл ниобата лития (НЛ) характеризуется высокой нелинейной восприимчивостью. Кроме того, в нем возможно удовлетворить условие пространственного синхронизма нелинейного взаимодействия при испускании ТГц волн под углом Черенкова $\theta_0 = \arccos(n_g/n_{THz})$ (где n_g – групповой индекс преломления, n_{THz} – индекс преломления на ТГц частоте) к направлению распространения фс-импульса [3]. Однако для эффективной генерации ТГц излучения необходимо, чтобы размер среды r_0, занятый волной нелинейной поляризации, был бы $r_0 << \lambda_{THz}$, где λ_{THz} – длина волны генерируемого излучения в среде [4]. Так, например, для генерации излучения на частоте 1 ТГц (λ_{THz} = 300 мкм) надо, чтобы $r_0 << \lambda_{THz}/n_{THz} \sim 60$ мкм. Необходимость использования столь узких оптических пучков ограничивает эффективную длину взаимодействия и мощность фс-импульса из-за сильной дифракционной расходимости пучка и опасности оптического разрушения кристалла, соответственно.

С целью преодоления этих трудностей недавно было предложено [5] использовать фс лазерный пучок с наклоненным амплитудным фронтом. Благодаря последнему, ТГц волны, испускаемые со всей толщи кристалла НЛ, интерферируют синфазно и необходимость в соблюдении условия $r_0 << \lambda_{THz}$ отпадает. Это позволило получить высокоэффективную ($\sim 1.7\cdot10^{-4}$) генерацию ТГц излучения, путем использования лазерного пучка с широкой апертурой (поперечные размеры сравнимы с длиной волны генерируемого ТГц излучения) и большой мощностью. Вместе с тем, согласно оценке авторов работы, эффективность преобразования частоты лазера должна была быть более чем на порядок больше. Причина расхождения кроется в достаточно грубых используемых приближениях, в частности, в модели плоской волны возбуждаемого ТГц излучения, справедливой только при условии $r_0 >> \lambda_{THz}$.

В настоящей работе приводится теоретическое рассмотрение ОВ фс-импульса с наклоненным амплитудным фронтом, основываясь на модели излучающей антенны. Эта модель достаточно хорошо разработана для генерации ТГц волн методом оптического смешения лазерных частот [6] и, как мы убедимся ниже, дает разумное согласие с экспериментально полученными данными. С этой целью рассмотрим кристалл НЛ, в котором распространяется сверхкороткий лазерный импульс с гауссовым временным и пространственным распределением и имеющий угол наклона амплитудного фронта, равный углу Черенкова θ_0 (рис.1).

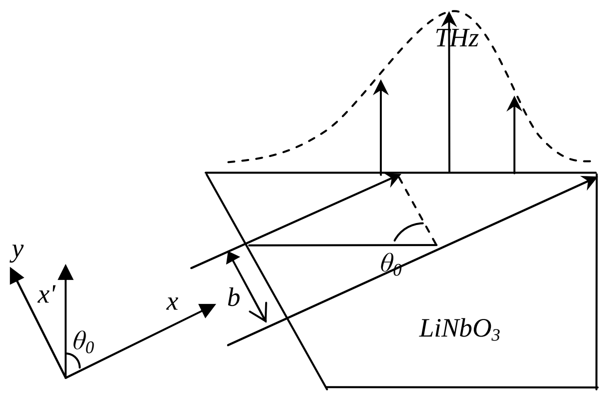


Рис.1. Конфигурация ОВ фс-импульса с наклоненным амплитудным фронтом в кристалле $LiNbO_3$.

Поляризация лазерного излучения параллельна оптической оси z кристалла с целью эксплуатации наибольшей компоненты тензора нелинейной восприимчивости d_{33}. Представим электрическое поле лазерного излучения в виде

$$E_z = Ae^{-\frac{(t-\frac{x'}{u'})^2}{2\tau^2}} e^{-\left[\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{a^2}+i\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)\right]}, \qquad (1)$$

где a и b – поперечные размеры пучка вдоль осей z и y, соответственно, $x' = x\cos\theta_0 + y\sin\theta_0$, u' – групповая скорость вдоль оси x', τ – длительность импульса.

Нелинейная поляризация, ответственная за ОВ лазерного импульса в кристалле, определяется выражением [2]

$$P_z^{NL}(t,x,y,z) = 2\varepsilon_0 d_{33}\left|E_z\right|^2 = 2\varepsilon_0 d_{33}A^2 e^{-2\left(\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{a^2}\right)} e^{-\frac{(t-\frac{x'}{u'})^2}{\tau^2}}, \qquad (2)$$

где ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума, d_{33} – нелинейный коэффициент кристалла.

Рассматривая кристалл НЛ как антенну с током питания $j_z = \partial P_z^{NL}/\partial t$, для спектра поля излучения ОВ в дальней зоне имеем [7]

$$E_z(\omega, \boldsymbol{R}) = \frac{\omega^2 \mu_0}{4\pi R} e^{-ikR} \int_V P_z^{NL}(\omega, \boldsymbol{r}) e^{ikr} d\boldsymbol{r}\ , \tag{3}$$

где $P_z^{NL}(\omega, r)$ определяется Фурье-разложением выражения (2), $\mathbf{k} = \omega n_{THz} \mathbf{R}/Rc$ – волновой вектор генерируемого излучения, **R** – радиус-вектор точки наблюдения, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, c – скорость света в вакууме.

Считая, что гауссовы оптические пучки полностью сконцентрированы в кристалле, после интегрирования в (3) получаем

$$E_z(\omega, \boldsymbol{R}) = i\frac{W_0 e_0 d_{33} \omega^2 e^{-\frac{\omega^2 \tau^2}{4}} e^{-\frac{a^2 k^2 \cos^2\theta_0}{8}}}{\pi R c^2 n_{THz}} e^{-ikR} \frac{\left(F_1(\theta,\varphi) - F_2(\theta,\varphi)\right)}{\left(k \sin\theta \cos\varphi - \dfrac{\omega}{u}\right)}, \tag{4}$$

где

$$F_1(\theta,\varphi) = e^{-\frac{b^2}{8}\left(\frac{\omega}{u} tg\theta_0 - k \sin\theta \sin\varphi\right)^2}, \tag{5}$$

$$F_2(\theta,\varphi) = e^{-itg\theta_0\left(\frac{\omega}{u} - k\sin\theta\cos\varphi\right)\frac{l}{2}} e^{-\frac{b^2 k^2 \sin^2\theta}{8}(\cos\varphi tg\theta_0 - \sin\varphi)^2}. \tag{6}$$

Здесь e_0 – энергия падающего импульса, $W_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ – волновое сопротивление свободного пространства, θ – угол между направлением распространения волны и осью z, φ – угол между проекцией радиус-вектора **R** на плоскость xy и осью x, l – длина кристалла вдоль оси y. Несмотря на то, что коэффициент поглощения ТГц волн в кристалле ниобата лития сравнительно велик (α ~ 1,2 мм$^{-1}$), в формуле не учитывается затухание ТГц волн в кристалле НЛ, поскольку ТГц излучение генерируется вблизи выходной поверхности кристалла на расстояниях порядка 1 мм.

Используя полученное выражением и интегрируя функцию $\left|E_z(\omega, \boldsymbol{R})\right|^2$ по всем частотам ω, можно рассчитать энергию ТГц импульса e_{THz}. При подстановке численных значений, используемых в [5], для эффективности преобразования частоты $\eta = e_{THz}/e_0$ получаем $\eta_1 = 8.3 \cdot 10^{-4}$ и $\eta_2 = 6.2 \cdot 10^{-4}$ для оптических пучков с поперечными сечениями S_1=1.2 мм^2 и S_2=1.5 мм^2, соответственно. Полученное близкое соответствие с экспериментальными данными [5] свидетельствует о правомерности предложенной модели.

Автор выражает благодарность Ю.О.Аветисяну за полезные обсуждения. Исследования осуществлены при поддержке грантом GRSP 21/06 NFSAT и CRDF.

ЛИТЕРАТУРА

1. **N.Krumbholz, K.Gerlach, F.Rutz, M.Koch, R.Piesiewicz, T.Kьrner, D.Mittleman**. Appl. Phys. Lett., **88**, 202905 (2006).
2. **И.Р.Шен**. Принципы нелинейной оптики. М., Наука, 1989.
3. **Г.А.Аскарян**. ЖЭТФ, **42**, 1360 (1962).
4. **C.Weiss, G.Torosyan, Yu.Avetisyan, R.Beigang**. Opt. Lett., **26**, 563 (2001).
5. **J.Hebling, A.G.Stepanov, G.Almasi, B.Bartal, J.Kuhl**. Appl. Phys. Lett., B **78**, 593 (2004).
6. **Yu.Avetisyan, C.Weiss, G.Torosyan, R.Beigang**. Proc. SPIE, **4490**, 134 (2001).
7. Г.Т.Марков, Д.М.Сазонов. Антенны. М., Энергия, 1975.

ՏՀց ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԳԵՆԵՐՈՒՄԸ ԹԵՔՎԱԾ ԱՄՊԼԻՏՈՒԴԱՅԻՆ ՃԱԿԱՏՈՎ ԳԵՐԿԱՐՃ ԼԱԶԵՐԱՅԻՆ ԻՄՊՈՒԼՍՆԵՐԻ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ՈՒՂՂՄԱՆ ՄԻՋՈՑՈՎ

Կ.Խ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Տեսականորեն ուսումնասիրված է $LiNbO_3$ բյուրեղում թեք ամպլիտուդային ճակատով գերկարճ լազերային իմպուլսների օպտիկական ուղղումը: Ցույց է տրված, որ տեսական գնահատումները լավ համընկնում են տպագրված փորձնական արդյունքների հետ:

THZ-WAVE GENERATION BY OPTICAL RECTIFICATION OF ULTRASHORT LASER PULSES WITH TILTED AMPLITUDE FRONT

K. Kh. KHACHATRYAN

The optical rectification of ultrashort laser pulses with a tilted amplitude front in $LiNbO_3$ crystal is studied theoretically. It is shown that the results of calculation are in reasonable agreement with experimental data.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №2, с.96-102 (2007)

УДК 621.3

ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДОГО РАСТВОРА $Pb_{0.22}Sn_{0.78}Te$<Ge>

А.И. ВАГАНЯН, В.М. АРУТЮНЯН, Е.М. БАГИЯН,
А.О. ЕПРЕМЯН, В.К. АБРААМЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 3 ноября 2006 г.)

Проведено исследование температурных зависимостей термоэлектрических параметров твердого раствора $Pb_{0.22}Sn_{0.78}Te$<Ge(0.5 ат.%)> в интервале температур 140-440 К с целью определения его перспективности в качестве материала для термоэлементов.

1. Введение

В последнее время большое внимание уделяется термоэлектрическим свойствам полупроводниковых твердых растворов на основе соединений $A^{IV}B^{VI}$ с целью получения материалов с большими значениями добротности *z*, пригодными для использования в термоэлементах [1-4]. Поэтому ведется поиск перспективных полупроводниковых соединений твердых растворов, которые удовлетворят предъявленным требованиям.

2. Эксперимент и обсуждение результатов

Исследованы температурные зависимости коэффициентов термоэдс, электропроводности, теплопроводности, а также коэффициента Холла твердого раствора $Pb_{0.22}Sn_{0.78}Te$<Ge>. Для получения образцов был использован наклонный метод Бриджмена по выращиванию объемных твердых растворов соединений $A^{IV}B^{VI}$. На рис.1а приведена температурная зависимость коэффициента Холла, где в узком температурном интервале наблюдается пик. Обращает внимание и тот факт, что выше комнатной температуры зависимость $R(T)$ возрастает, как бы указывая на уменьшение концентрации дырок. Однако это не так. В работе [5] показано, что валентная зона $Pb_{1-x}Sn_xTe$ состоит из долин легких и тяжелых дырок. Там же показано, что энергетическое расстояние между долинами определяется выражением

$$\delta E(x,T) = 0.33 - E_g(x,T)\,, \qquad (1)$$

где

$$E_g(x,T) = 0.19 - 0.543x + \frac{4.5\cdot 10^{-4}}{T+50}T^2\,. \qquad (2)$$

Имея энергетическое расстояние между долинами δE, а также пренебрегая влиянием примесей в зависимостях (1) и (2), легко определить относительные заселенности этих долин c_1 и c_2, а также раздельные концентрации дырок p_1 и p_2. Для отношения c_2/c_1 имеем следующее выражение:

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{p_2}{p_1} = M\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{3/2} e^{-\frac{\delta E}{kT}}, \tag{3}$$

где m_1 и m_2 – эффективные массы легких и тяжелых дырок, соответственно, а M – отношение чисел эквивалентных максимумов тяжелых и легких дырок в валентной зоне. Учитывая, что валентная зона данного твердого раствора имеет 4 L-максимума легких дырок и 12 (-максимумов тяжелых дырок, для M получаем значение 3. На основе температурной зависимости коэффициента Холла $R(T)$, с помощью зависимостей $c_1(T)$ и $c_2(T)$, а также учитывая, что в данном случае имеем носители двух типов (легкие и тяжелые дырки), можем записать выражение для R в виде

$$R = \frac{p_1\mu_1^2 + p_2\mu_2^2}{e(p_1\mu_1 + p_2\mu_2)^2} = \frac{c_1 p\mu_1^2 + c_2 p\mu_2^2}{e(c_1 p\mu_1 + c_2 p\mu_2)^2} = \frac{c_1 b^2 + c_2}{ep(c_1 b + c_2)^2}, \tag{4}$$

где μ_1 и μ_2 – подвижности легких и тяжелых дырок, соответственно, а b – их отношение. Для общей концентрации дырок получим

$$p = \frac{c_1 b^2 + c_2}{eR(c_1 b + c_2)^2}. \tag{5}$$

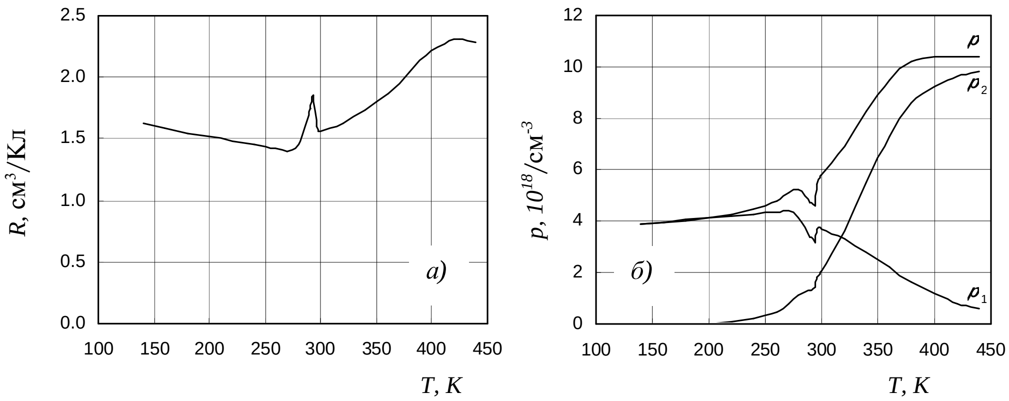


Рис.1. а) Температурная зависимость коэффициента Холла R, б) температурные зависимости общей концентрации дырок p, а также их раздельные концентрации p_1 и p_2.

Поскольку мы не имеем реальных значений подвижностей легких и тяжелых дырок, то за отношение подвижностей принято его приближенное значение

$$b = \frac{\mu_1}{\mu_2} \approx \frac{m_2}{m_1}. \tag{6}$$

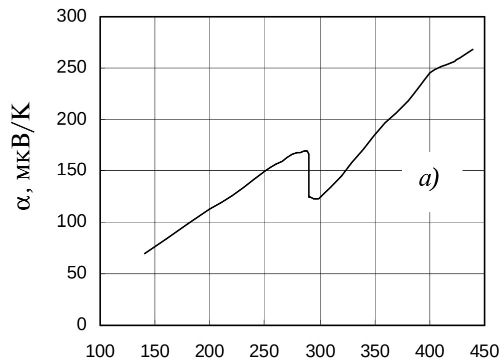
На рис.1б приведены температурные зависимости общей концентрации дырок, а также их раздельные концентрации p_1 и p_2. Из рисунка видно, что мы имеем обычный ход для закономерности изменения концентрации дырок, т.е. концентрация возрастает с ростом температуры.

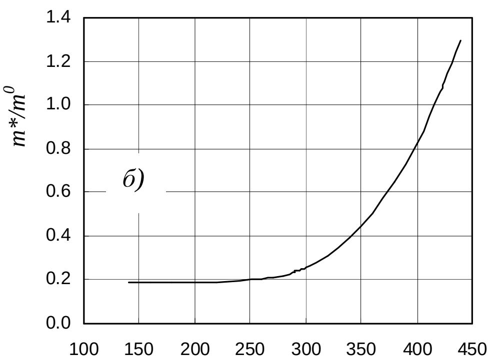
На основе значений $p(T)$ легко определить изменение раздельных концентраций легких и тяжелых дырок, так как

$$p_1(T) = c_1 p(T), \qquad p_2(T) = c_2 p(T). \tag{7}$$

Как следует из рис.1б, зависимость $p_2(T)$ в основном повторяет ход общей концентрации, за исключением того, что здесь почти отсутствует наблюдаемое падение концентрации в зависимости $p(T)$. Обращает внимание тот факт, что в зависимости $p_2(T)$ наблюдается более быстрое возрастание концентрации тяжелых дырок в зависимости от температуры. Это объясняется тем, что дырки из долины легких дырок переходят в долину тяжелых дырок, и этот процесс усиливается тем обстоятельством, что с возрастанием температуры, согласно (1), уменьшается энергетическое расстояние между долинами. Что касается температурной зависимости концентрации легких дырок $p_1(T)$, то, как видно из рисунка, примерно до комнатной температуры более заселена долина легких дырок, а при более высоких температурах с возрастанием концентрации тяжелых дырок наблюдается сравнительно медленное уменьшение концентрации легких дырок. В зависимости $p_1(T)$ в том же температурном интервале, что и в зависимости общей концентрации дырок, наблюдается падение концентрации легких дырок. Это показывает, что акцепторными уровнями захватываются в основном легкие дырки, т.е. дырки с меньшей энергией.

Чтобы объяснить наблюдаемые особенности на концентрационных кривых, обратимся к рис.2а, где приведена температурная зависимость коэффициента термоэдс. Как видно из графика, в температурном интервале 140–290 K коэффициент термоэдс почти линейно возрастает, достигая максимального значения при 280 K ($\alpha = 168$ мкВ/K), затем наблюдается резкое падение коэффициента термоэдс, после чего с температуры 300 K она снова возрастает, достигая значения 268 мкВ/K при температуре 440 K. Резкое падение значения коэффициента термоэдс может иметь два объяснения: либо происходит фазовый переход со структурным изменением, либо имеет место изменение механизмов рассеяния. Известно, что твердый раствор $Pb_{1-x}Sn_xTe$ кристаллизируется в форме кубической решетки типа NaCl. Нами исследовано кристаллическое строение твердого раствора $Pb_{0.22}Sn_{0.78}Te$<Ge> с помощью рентгенографического анализа. При температуре 300 K на рентгенографической картине четко видны пики, которые по каталогу соответствуют углам брэгговского отражения. По этим данным при температуре 300 K кристаллическое строение образца соответствует кубической сингонии, т.е. оно не изменилось. Из сказанного вытекает, что первая возможность исключается. Следовательно, изменение коэффициента термоэдс обусловлено изменением механизмов рассеяния.





T, K *T, K*

Рис.2. а) Температурная зависимость коэффициента термоэдс (, б) изменение m^* / m_0 (отношение наблюдаемой эффективной массы к массе покоя электрона) от температуры.

Чтобы определить характер изменения механизмов рассеяния, воспользуемся формулой Писаренко [6]

$$\alpha = \frac{k}{e}\left[r + 2 + ln\frac{N_V}{p} \right], \tag{8}$$

где k – постоянная Больцмана, e – заряд электрона, r – параметр рассеяния, а N_V – эффективная плотность состояний в валентной зоне. Выражение (8) можно представить в следующем виде:

$$\alpha = \frac{k}{e}\left[r + 2 + ln\frac{2(2\pi m_0 kT_0)^{3/2}}{h^3} + \frac{3}{2}ln\left(\frac{m}{m_0}\right) + \frac{3}{2}ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - ln\, p \right]. \tag{9}$$

Здесь h – постоянная Планка, m_0 – масса покоя электрона, а $T_0 = 300$ К. Но это выражение справедливо для однодолинного полупроводника. В работе [7] показано, что зону проводимости или валентную зону многодолинного полупроводника можно заменить эквивалентной однодолинной зоной, параметры которой связаны с параметрами многодолинного полупроводника определенными соотношениями. В частности, наблюдаемую эффективную массу плотности состояний многодолинного полупроводника можно представить параметрами одной долины, т.е.

$$\left(m^*\right)^{3/2} = \frac{M_i}{c_i}\left(m_i\right)^{3/2} e^{-\frac{\delta E}{kT}}, \tag{10}$$

где c_i – относительная заселенность, а M_i – число эквивалентных максимумов i-ой долины. Поскольку в данном случае для легких дырок имеем 4 L-максимума, а для тяжелых дырок – 12 Σ- максимумов, можно вычислить значение наблюдаемой эффективной массы m^* по формуле

$$\left(m^*\right)^{3/2} = \frac{4}{c_1}\left(m_1\right)^{3/2} \tag{11}$$

(в этом случае $\delta E = 0)$ или

$$\left(m^*\right)^{3/2} = \frac{12}{c_2}\left(m_2\right)^{3/2} e^{-\frac{\delta E}{kT}} \qquad (12)$$

(здесь энергетическое расстояние этой долины от вершины первого максимума равно δE).

На рис.2б приведено изменение отношения m^*/m_0 от температуры. Имея значения m^*/m_0, т.е. заменив валентную зону многодолинного полупроводника эквивалентной однодолинной зоной, из (9) для r получим

$$r = \frac{\alpha}{k/e} - ln\frac{2(2\pi m_0 kT_0)^{3/2}}{h^3} - \frac{3}{2}ln\left(\frac{m^*}{m_0}\right) - \frac{3}{2}ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + ln\, p - 2\,. \qquad (13)$$

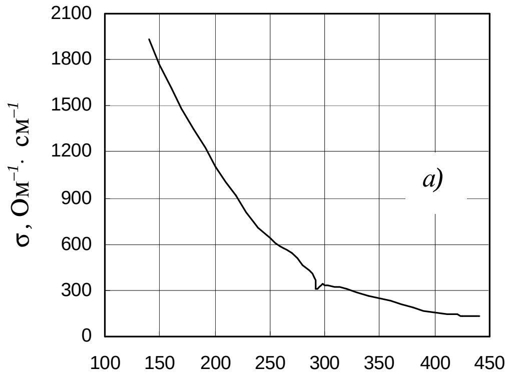
Из соответствующих значений m^*/m_0 было определено изменение температурной зависимости параметра рассеяния r, которое может дать ответ на вопрос – какой характер имеет изменение механизмов рассеяния. Расчеты показали, что величина r в температурном интервале до 290 К близка к значению $r = 0.5$, а выше 290 К до 400 К – близка к $r = 0$. Исходя из того, что фактор Холла определяется формулой

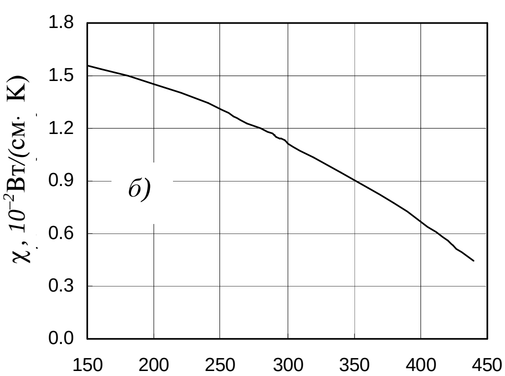
$$r_H = \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}+2r\right)\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\left[\Gamma(r+2)\right]^2}\,, \qquad (14)$$

при $r = 0.5$ получаем $r_H = 1$, а для значения $r = 0$ $r_H = 3\pi/8 = 1.18$. Расчеты показали, что при температуре 290 К общая концентрация дырок претерпевает небольшое, но резкое уменьшение. Наряду с этим, вследствие изменения фактора Холла от 1 до 1.18 происходит возрастание концентрации дырок, которая в конце узкого температурного интервала при 300 К практически восстанавливается.

Что касается электропроводности σ, то она с возрастанием температуры плавно уменьшается, за исключением узкой области температур 290-300 К, где наблюдается небольшое падение ее значений, что обусловлено падением общей концентрации дырок в той же области (рис.3а).

Важным параметром термоэлектрического материала является коэффициент теплопроводности (, который был измерен по методу, описанному в [8]. Его температурная зависимость приведена на рис.3б. Как видно из рисунка, коэффициент теплопроводности изменяется в пределах от $1.6\cdot 10^{-2}$ Вт/(см· К) до $0.45\cdot 10^{-2}$ Вт/(см(К). Эти значения коэффициента теплопроводности приемлемы с точки зрения добротности данного материала.





T, K *T, K*

Рис.3. Температурные зависимости а) электропроводности σ, б) коэффициента теплопроводности χ.

Известно, что добротность термоэлектрического материала определяется выражением

$$z = \frac{\alpha^2 \sigma}{\chi}, \qquad (15)$$

где α, σ и x – коэффициенты термоэдс, электропроводности и теплопроводности материала, соответственно.

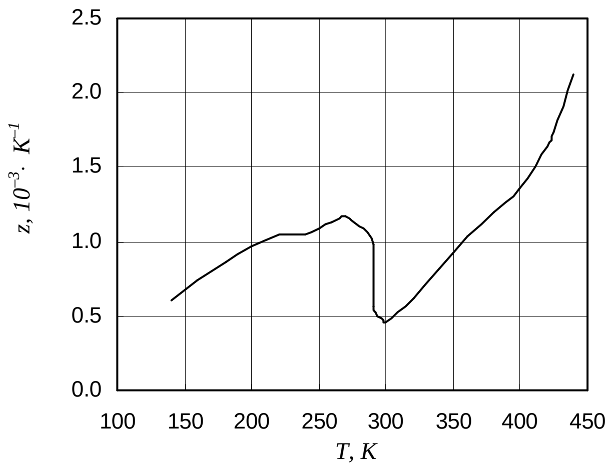


Рис.4. Зависимость добротности *z* твердого раствора $Pb_{0.22}Sn_{0.78}Te$<Ge> от температуры.

На рис.4 приведен график зависимости добротности твердого раствора $Pb_{0.22}Sn_{0.78}Te$<Ge> от температуры. Как следует из рисунка, значения добротности возрастают, достигая наибольшего значения $1.18 \cdot 10^{-3}$ K^{-1} при 270 K, затем несколько уменьшаются до 290 K. При температуре 290 K наблюдается резкое падение значения добротности $(z = 0.5 \cdot 10^{-3}\ K^{-1})$, после чего, начиная с температуры 300 K, добротность снова возрастает, достигая значения $2.13 \cdot 10^{-3}$ K^{-1} при 440 K. Это дает основание предположить, что в температурной области выше 440 K можно ожидать достаточно хороших результатов для добротности исследуемого твердого раствора.

3. Заключение

В температурном интервале 140-440 K исследованы термоэлектрические свойства твердого раствора $Pb_{0.22}Sn_{0.78}Te$<Ge(0.5 ат.%)>. Рассчитаны значения добротности, наивысшее значение которой получено при температуре 440 K *($z = 2.13\cdot10^{-3}\ K^{-1}$)*. При исследовании температурных зависимостей параметров исследуемого материала обнаружены интересные особенности, которые связаны с изменением характера механизмов рассеяния при температуре 290 K. Согласие с экспериментальными данными получено при условии двухдолинного рассмотрения зонной структуры твердого раствора $Pb_{1-x}Sn_xTe$<Ge>. В частности, показано, что падение общей концентрации дырок в температурном интервале 290–300 K связано с захватом легких дырок акцепторными уровнями.

Работа выполнена в рамках гранта МНТЦ A-1232.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Е.А.Гуриева, П.П.Константинов, Л.В.Прокофьева, Ю.И.Равич, М.И.Федоров**. ФТП, **37**, 292 (2003).
2. **H.Kohri, K.Tanaka, I.Shiota.** Proc. of the 2nd International Conf. “Mass and Charge Transport in Inorganic Materials: Fundamentals to Devices”, Florence, Italy, 2002, p.413.
3. **V.M.Aroutiounian, A.I.Vahanyan, E.M.Baghiyan, A.H.Yepremyan, Yu.A.Abrahamian.** Materials Science and Engineering B, **107**, 78 (2004).
4. **А.О.Епремян, В.М.Арутюнян, А.И.Ваганян.** Альтернативная энергетика и экология, **5**, 7 (2005).
5. **Г.В.Лашкарев, М.В.Радченко.** УФЖ, **27**, 747 (1982).
6. **А.Ф.Иоффе.** Полупроводниковые термоэлементы. М.-Л., Наука, 1960.
7. **А.И.Ваганян.** ФТП, **16**, 520 (1982).
8. **A.I.Vahanyan**. Measurement, **39**, 447 (2006).

THERMOELECTRIC PROPERTIES OF $Pb_{0.22}Sn_{0.78}Te$<Ge> SOLID SOLUTION

A.I. VAHANYAN, V.M. AROUTIOUNIAN, E.M. BAGHIYAN,
A.H. YEPREMYAN, V.K. ABRAHAMYAN

Temperature dependences of thermoelectric parameters for the solid solution $Pb_{0.22}Sn_{0.78}Te$<Ge(0.5 at.%)> in the 140–440 K temperature range are investigated to determine its perspectives as a material for thermoelements.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №2, с.103-109 (2007)

УДК 621.382

МАЛОСИГНАЛЬНАЯ ПОВЕРХНОСТНАЯ ФОТОЭДС В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МДП-СТРУКТУРАХ

Н.С. АРАМЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 15 сентября 2006 г.)

Проведен расчет малосигнальной поверхностной фотоэдс полупроводниковой МДП-структуры. В предположении постоянства заряда приповерхностной области полупроводника при освещении, для режима сильной инверсии получена простая формула для поверхностной фотоэдс, содержащая в явном виде мощность падающего света и параметры полупроводника. Из выражения для предельной частоты сигнала фотоэдс следует, что поверхностная фотоэдс обладает большой инерционностью, которая определяется зарядкой и разрядкой емкости приповерхностной области объемного заряда фоторожденными носителями. Измерена малосигнальная поверхностная фотоэдс на образцах МДП-структур из кремния n- и p-типов. Результаты расчета и эксперимента находятся в хорошем согласии.

1. Введение

Известно, что полупроводниковые МДП-структуры являются перспективными фотоприемниками, обладающими высокой чувствительностью [1-3]. Функционирование МДП-фотоприемников основано на явлении поверхностной фотоэдс, исследованной в ряде работ [4-6]. Расчет поверхностной фотоэдс усложняется необходимостью учета изменения заряда в приповерхностной области полупроводника при освещении, а также учета концентрации избыточных носителей, созданных светом. Результатом такого расчета является семейство кривых зависимости заряда в приповерхностной области полупроводника от величины изгиба зон, соответствующее различным мощностям падающего излучения, из которого можно графически определить изменение величины изгиба зон, т.е. поверхностную фотоэдс, при данном освещении [5]. Наличие поверхностных состояний на границе раздела полупроводник–диэлектрик приводит к рекомбинации неравновесных носителей, что также влияет на величину поверхностной фотоэдс. При исследовании чувствительности МДП-фотоприемника желательно иметь аналитическое выражение для величины сигнала фотоэдс, учитывающее зависимость сигнала от мощности падающего излучения и параметров полупроводника.

В данной работе в предположении малости сигнала и при условии постоянства заряда в приповерхностной области полупроводника проведен расчет поверхностной фотоэдс, а также измерена малосигнальная поверхностная фотоэдс в МДП-структурах из кремния n- и p-типов. Результаты расчета сравниваются с экспериментом.

2. Расчет малосигнальной поверхностной фотоэдс

Рассмотрим МДП-структуру из полупроводника *n*-типа, к которой приложено постоянное напряжение обедняющей полярности (рис.1). Полагаем, что фиксированный заряд в слое диэлектрика, а также заряд быстрых поверхностных состояний малы, так что в отсутствие смещения соблюдается условие плоских зон. Наличие быстрых поверхностных состояний приводит к рекомбинации части рожденных светом носителей у поверхности. Расчет проведем при следующих допущениях:

1. В процессе освещения заряд в приповерхностной области полупроводника остается постоянным

$$Q_s = \text{const}\,. \tag{1}$$

Данное условие, относительно просто реализуемое на практике, означает, что ток во внешней измерительной цепи является минимальным (отсутствует натекание заряда к обкладкам МДП-конденсатора), поэтому наблюдаемая поверхностная фотоэдс есть в «чистом» виде фотоэдс холостого хода.

2. Величина сигнала поверхностной фотоэдс мала

$$\left|\dot{\varphi}_s\right| << \frac{kT}{q}\,, \tag{2}$$

где $\dot{\varphi}_s$ – комплексная амплитуда сигнала фотоэдс, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, q – заряд электрона. Малость сигнала поверхностной фотоэдс характерна при использовании МДП-структуры в качестве порогового фотоприемника, при этом величина сигнала бывает порядка единиц и десятков микровольт, так что условие (2) выполняется с большим запасом.

3. Имеет место режим сильной инверсии в приповерхностной области, при котором сигнал поверхностной фотоэдс максимален:

$$p_{s_0} >> N_d\,, \tag{3}$$

где p_{s_0} – темновая поверхностная концентрация неосновных носителей (дырок); N_d – концентрация легирующей примеси (доноров) в полупроводнике.

Допустим, что МДП-структура освещается светом, модулированным по гармоническому закону:

$$W(t) = \dot{W}e^{j\omega t}\,, \tag{4}$$

где $W(t)$ – зависящая от времени мощность падающего излучения на единицу поверхности полупрводника, $\dot{W}$ – комплексная амплитуда, ω – круговая частота.

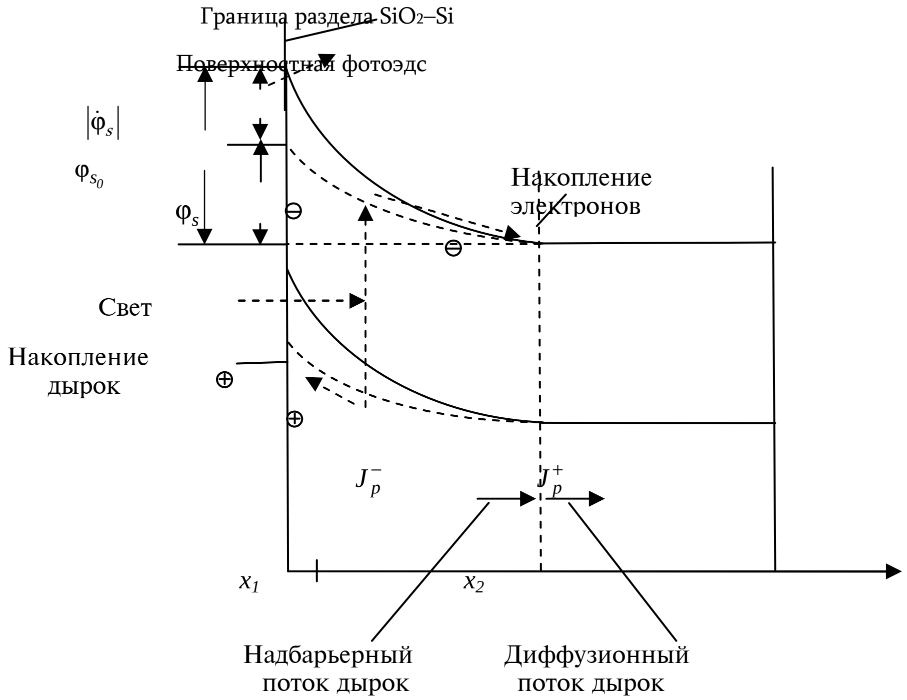


Рис.1. Зонная диаграмма МДП-структуры, используемая при расчете малосигнальной поверхностной фотоэдс, x_1 – граница области сильной инверсии $p(x_1) = N_d$; x_2 – граница области объемного заряда.

Можно показать [7], что имеет место соотношение

$$Q_s = \left(2q\varepsilon\varepsilon_0\right)^{\frac{1}{2}}\left(N_d\varphi_s + p_s\frac{kT}{q}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (5)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость полупроводника; ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума; φ_s и p_s – величины изгиба зон и поверхностной концентрации дырок в полупроводнике. Q_s – заряд приповерхностной области полупроводника на единицу поверхности. Условие малости сигнала фотоэдс позволяет написать

$$\varphi_s(t) = \varphi_{s_0} + \dot{\varphi}_s e^{j\omega t}, \qquad p_s(t) = p_{s_0} + \dot{p}_s e^{j\omega t}, \qquad (6)$$

где φ_{s_0} и p_{s_0} – постоянные составляющие, а $\dot{\varphi}_s$ и $\dot{p}_s$ – комплексные амплитуды переменных составляющих. При Q_s = const из (5) получаем

$$\dot{p}_s = -N_d\frac{q\dot{\varphi}_s}{kT}. \qquad (7)$$

Формула (7) отражает тот факт, что при освещении у поверхности накапливаются дырки, что приводит к уменьшению величины изгиба зон, т.е. $\dot{p}_s$ и $\dot{\varphi}_s$ находятся в противофазе. От поверхности в глубь полупроводника возникает надбарьерный поток дырок, которые за пределами области объемного заряда диффундируют совместно с электронами (рис.1). В стационарном состоянии должно быть

$$J_p^- = J_p^+ , \qquad (8)$$

где J_p^- – поток дырок от поверхности полупроводника к границе объемного заряда; J_p^+ – поток дырок от границы объемного заряда в глубь полупроводника. Для нахождения J_p^- рассмотрим кинетику накопления дырок в при-поверхностной области объемного заряда при освещении, описываемую уравнением

$$\frac{dp_{об}}{dt} = \frac{W(t)\lambda}{hc} G - J_p^- \ , \qquad (9)$$

где $p_{об}$ – полное количество дырок в обогащенной области, приходящееся на единицу поверхности полуроводника; λ – длина волны падающего света; h – постоянная Планка, c – скорость света; G – коэффициент, учитывающий потери фоторожденных носителей на рекомбинацию у поверхности раздела полупроводник–диэлектрик и в области объемного заряда, а также потери света на отражение от поверхности МДП-структуры. Решение уравнения Пуассона для обогащенной области с использованием условия (3) приводит к формуле

$$p_{об} = \left(\frac{2kT\varepsilon\varepsilon_0}{q^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(p_s^{\frac{1}{2}} - N_d^{\frac{1}{2}} \right) . \qquad (10)$$

Из уравнения (9) с использованием (10) можно получить

$$J_p^- = \frac{1}{2} \left(\frac{2kT\varepsilon\varepsilon_0}{q^2 p_{s_0}} \right) j\omega N_d \frac{q\dot{\varphi}_s}{kT} + \frac{\dot{W}\lambda}{hc} G . \qquad (11)$$

Для нахождения J_p^+ рассмотрим уравнение диффузии дырок при $x \geq x_2$ в нейтральной области полупроводника

$$\frac{d^2 \dot{p}(x)}{dx^2} - \frac{(1 + j\omega\tau_p)}{(L_p)^2} \dot{p}(x) = 0 \ , \qquad (12)$$

где $\dot{p}(x)$ – комплексная амплитуда переменной составляющей концентрации дырок; τ_p – время жизни дырок; L_p – диффузионная длина. Уравнение (12) приводит к формуле

$$J_p^+ = -D_p \frac{d\dot{p}(x)}{dx}\Big|_{x=x_2} = -\frac{D_p}{L_p} \left(1 + j\omega\tau_p\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{q\varphi_{s0}}{kT}} \left(p_{s_0} + N_d\right) \frac{q\dot{\varphi}_s}{kT} \ , \qquad (13)$$

где D_p – коэффициент диффузии дырок. Подстановка выражений (11) и (13) в соотношение (8) приводит к уравнению для $\dot{\varphi}_s$ решение которого имеет вид

$$\varphi_s = -\frac{kT}{q}\frac{\frac{\dot{W}\lambda}{hc}G}{e^{-\frac{q\varphi_{s_0}}{kT}}(p_{s_0}+N_d)\frac{D_p}{L_p}(1+j\omega\tau_p)^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}\left(\frac{2kT\varepsilon\varepsilon_0}{q^2 p_{s_0}}\right)^{\frac{1}{2}} j\omega N_d} . \qquad (14)$$

Из опыта известно, что поверхностная фотоэдс обладает большой инерционностью, поэтому для получения высокой чувствительности МДП-фотоприемника выбирают частоты модуляции излучения порядка нескольких десятков герц, т.е. практически можно полагать для кремниевой МДП-структуры $\omega\tau_p << 1$. С учетом этого для действующего значения поверхностной фотоэдс получаем

$$\left|\dot{\varphi}_s\right| = \frac{kT}{q}\frac{\frac{|\dot{W}|\lambda}{hc}G}{e^{-\frac{q\varphi_{s0}}{kT}}(p_{s_0}+N_d)\frac{D_p}{L_p}\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_{пр}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} , \qquad (15)$$

где $\omega_{пр} = \dfrac{e^{-\frac{q\varphi_{s0}}{kT}}(p_{s_0}+N_d)\frac{D_p}{L_p}}{\frac{1}{2}\left(\frac{2kT\varepsilon\varepsilon_0}{q^2 p_{s_0}}\right)^{\frac{1}{2}} N_d}$. Оценки показывают, что для образца МДП-структуры из кремния КЭФ-4,5 предельная частота равна $\omega_{пр} \approx 3{,}8\cdot 10^{-2}$ Гц. На практике для произвольных образцов $\omega_{пр} << \omega$. С учетом этого из (15) получаем выражение для вольт-ваттной чувствительности S_u :

$$S_u = \frac{kT}{q}\frac{\frac{\lambda}{hc}G}{\frac{1}{2}\left(\frac{2kT\varepsilon\varepsilon_0}{q^2 p_{s_0}}\right)^{\frac{1}{2}} N_d\omega} . \qquad (16)$$

Из (16) видно, что в выражение для вольт-ваттной чувствительности входят параметры, определяющие емкость приповерхностной области объемного заряда. Влияние емкости на параметр S_u можно прояснить, если преобразовать выражение для $\omega_{пр}$ к виду

$$\omega_{пр} = \frac{1}{\left(\frac{kT}{q}\frac{L_p}{qp_n D_p}\right)\left(\frac{q^2\varepsilon\varepsilon_0}{2kTp_{s_0}}\right)^{\frac{1}{2}} N_d} = \frac{1}{RC} , \qquad (17)$$

где p_n – концентрация равновесных дырок в *n*-области; $R = \frac{kT}{q}\frac{L_p}{qp_n D_p}$ – сопротивление приповерхностной области объемного заряда постоянному току при малых постоянных смещениях порядка $\frac{kT}{q}$; $C = q\frac{dp_{об}}{d\varphi_s} = \left(\frac{q^2\varepsilon\varepsilon_0}{2kTp_{s_0}}\right)^{\frac{1}{2}} N_d$ – емкость приповерхностной области объемного заряда. Можно полагать, что

рожденные светом электронно–дырочные пары разделяются в приповерхностной области объемного заряда и накапливаются по краям этой области, вызывая заряжание емкости приповерхностой области полупроводника. Этот процесс является достаточно медленным и ограничивает быстродействие МДП-фотоприемника.

3. Экспериментальные результаты

Измерения проводились при T = 300 K на МДП-структурах из термически окисленного кремния n- и p-типов с толщиной слоя SiO_2 ~0,1 мкм. На слой SiO_2 напылялась термическим испарением в вакууме полупрозрачная пленка Al или Au, пропускающая ~80% падающего света. Освещение производилось последовательностью прямоугольных импульсов света, источником излучения служил калиброванный арсенид–галлиевый светодиод АЛ106Б с максимумом излучения на длине волны ~ 0,9 мкм. Схема измерения содержала R_1C_1-цепочку с МДП-структурой в качестве емкости. Частота модуляции излучения $f_{изл}$ удовлетворяла условию $f_{изл}$ $>> (1/R_1C_1)$, которое обеспечивает постоянство заряда в приповерхностной области объемного заряда при освещении. На рис.2 показана зависимость измеренных значений вольт-ваттной чувствительности S_u от концентрации легирующей примеси, по данным измерений на четырех образцах МДП-структур из кремния n-типа (КЭФ-4,5 и КЭФ-7,5) и из кремния p-типа (КДБ-5,2 и КДБ-0,5).

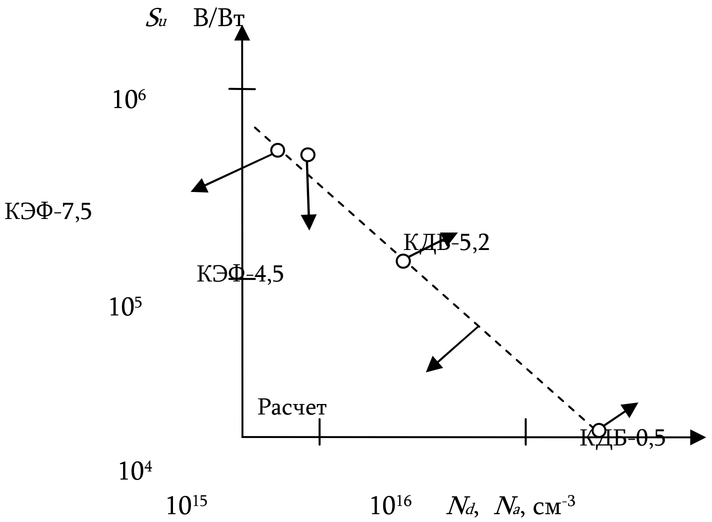


Рис.2. Зависимость измеренных значений вольт-ваттной чувствительности S_u от концентрации легирующей примеси по данным измерений на четырех образцах МДП-структур из кремния. Кружками обозначены экспериментальные точки.

Частота модуляции излучения равнялась 20 Гц, мощности падающего излучения и величины сигналов были равны: КЭФ-7,5(2,0(10^{-9} Вт и 0,86 мВ); КЭФ-4,5(3,4·10^{-12} Вт и 1,3 мкВ); КДБ-5,2(4,65·0^{-10} Вт и 51,2 мкВ); КДБ-0,5(2,0·10^{-9} Вт и 22,4 мкВ). Поскольку параметр G нам не был известен, расчетная кривая "привязывалась" вначале к образцу КДБ-0,5, затем вычислялись значения S_u для других образцов. Учитывая возможный разброс G от образца к образцу, согласие между расчетом и экспериментом можно считать хорошим.

4. Заключение

В приближении малости сигнала поверхностной фотоэдс получено выражение для расчета фотоэдс, содержащее в явном виде мощность падающего света и параметры полупроводниковой МДП-структуры. Показано, что поверхностная фотоэдс обладает большой инерционностью, которая определяется зарядкой и разрядкой емкости приповерхностной области объемного заряда фоторожденными электронами и дырками. Измерена малосигнальная поверхностная фотоэдс на образцах МДП-структур из кремния n- и p-типов. Результаты расчета и эксперимента находятся в хорошем согласии.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.Sher, R.K.Crouch,** et al. Appl. Phys. Lett., **32**, 713 (1978).
2. **В.А.Зуев, В.Г.Попов**. Фотоэлектрические МДП–приборы. М., Наука, 1983.
3. **Н.В.Ковтонюк, В.П.Мисник, А.В.Соколов**. ФТП, **39**, 1336 (2005).
4. **А.В.Ржанов**. Электронные процессы на поверхности полупроводников. М., Наука, 1971.
5. **А.Ф.Плотников, В.С.Вавилов**. ФТП, **7**, 878 (1973).
6. **Н.А.Пенин**. ФТП, **35**, 1208 (2001).
7. **С.Зи.** Физика полупроводниковых приборов. М., Мир, 1984.

ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ՄԴԿ-ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԻ ՓՈՔՐ-ԱԶԴԱՆՇԱՆԱՅԻՆ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒԹԱՅԻՆ ՖՈՏՈԷԼՇՈՒՆ

Ն.Ս. ԱՐԱՄՅԱՆ

Հաշվարկված է կիսահաղորդչային ՄԴԿ-կառուցվածքի փոքր-ազդանշանային մակերևութային ֆոտոէլշուն: Ենթադրելով կիսահաղորդչի մերձմակերևութային լիցքի անփոփոխությունը լուսավորման ընթացքում, ուժեղ ինվերսիայի ռեժիմի համար ստացված է ֆոտոէլշուի հասարակ բանաձև, որը պարունակում է ընկնող լույսի հզորությունը և կիսահաղորդչի պարամետրները: Չափված է n- և p-տիպի սիլիցիումից պատրաստված ՄԴԿ-կառուցվածքների փոքր-ազդանշանային մակերևութային ֆոտոէլշուն: Հաշվարկի և փորձի արդյունքները գտնվում են լավ համաձայնության մեջ:

SMALL-SIGNAL SURFACE PHOTOEMF IN SEMICONDUCTOR MIS-STRUCTURES

N.S. ARAMYAN

The small-signal surface photoemf in semiconductor MIS-structures is calculated. Assuming near-surface region charge constancy at illumination, for strong inversion regime a simple formula for the surface photoemf is obtained containing the power of illumination and semiconductor parameters. Small-signal photoemf on MIS-structure samples from silicon of n- and p-types is measured. The calculated and experimental results are in good agreement.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №2, с.110-119 (2007)

УДК 537.531

МОНОЛИТНЫЙ КОМПЛАНАРНЫЙ РЕЗОНАТОР ДЛЯ РЕНТГЕНОВСКОГО И СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЙ

Р.Ц. ГАБРИЕЛЯН, А.Г. ТОНЕЯН, О.С. СЕМЕРДЖЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 17 сентября 2006 г.)

Предложена и экспериментально осуществлена схема трехблочного монолитного рентгеновского резонатора на монокристалле Si с конфигурацией $(04\bar{4}, 40\bar{4})$ для рентгеновского или синхротронного излучения. Приведены основные отличительные черты и преимущества предложенной схемы. Показано, что с помощью асимметричных брэгговских отражений можно решить одну из основных проблем рентгеновских резонаторов – ввод излучения в резонатор и создание замкнутого цикла без энергетических потерь. Описана технология изготовления резонатора и рассмотрены вопросы повышения эффективности его работы.

1. Введение

Первые теоретические схемы рентгеновских и α-лазеров появились еще в 60-ых годах прошлого века, что явилось большим стимулом для дальнейших теоретических и экспериментальных работ. Большинство этих работ было посвящено тем вариантам, в которых не применяются резонаторы. Причиной этого являются те жесткие условия, которые предъявляются к рентгеновским резонаторам. Однако в конце 60-ых годов появились первые схемы рентгеновских резонаторов [1-6], и к обсуждению некоторых из них мы обратимся в следующем параграфе.

В чем заключаются основные трудности создания рентгеновских резонаторов? Во-первых, как известно, отражение рентгеновских лучей в монокристаллах, согласно условию Брэгга, происходит только под определенными (дискретными) углами. С другой стороны, характеристическое рентгеновское излучение, имеющее дискретные длины волн, можно получить от ограниченного числа материалов, из которых сделаны аноды рентгеновских трубок. Эти два обстоятельства резко понижают возможности выбора соответствующих длин волн и семейства отражающих атомных плоскостей, которые для траектории излучения могут обеспечить замкнутый компланарный цикл. Очевидно, что такие совпадения могут быть лишь случайными.

Отметим, что вышеупомянутое обстоятельство – не единственная и даже не основная трудность для первого этапа создания рентгеновских резонаторов. Дело в том, что в настоящее время в разных областях науки широко применяется синхротронное излучение, интенсивность которого на два порядка превосходит интенсивность характеристического рентгеновского излучения и которое содержит практически любую длину волны. Поэтому применение синхротронного излучения в принципе может снять трудности, связанные с длиной волны.

Другая и по существу основная трудность для первого этапа создания рентгеновских резонаторов заключается в том, каким образом излучение (рентгеновское или синхротронное) без энергетических потерь ввести в резонатор и создать замкнутый компланарный цикл. Только для схем, удовлетворяющих этим требованиям и допускающих апробацию на внешнем источнике, можно считать первый этап трудностей преодоленным. В первоначальных работах [1-6] основное внимание было уделено именно этим вопросам. Но как будет показано ниже на конкретных примерах, схемы, приведенные в этих работах, имели существенные недостатки.

Второй тип трудностей – это обеспечение когерентности лучей, циркулирующих в резонаторе.

2. Обсуждение некоторых схем рентгеновских резонаторов

В связи с трудностями юстировки отражающих блоков и, особенно, обеспечения стабильности работы резонатора, почти все предложенные схемы предусмотрены на монолитном варианте, т.е. предполагается, что резонатор сделан из одного монокристалла (все блоки имеют общее основание). Последнее означает, что в рентгеновском резонаторе имеет место многоволновое компланарное рассеяние. В связи с этим, в работе [2] для монокристаллов Si и Ge найдены все те пары атомных плоскостей, которые для существующих линий (имеются в виду довольно сильные) характеристического спектра обеспечивают компланарное трехволновое рассеяние. Из таблицы, приведенной в [2], легко заметить, что замкнутый цикл обеспечивают (т.е. для резонатора пригодны) только два случая: монокристалл Ge $(220,4\bar{4}0)$ с излучением $\mathrm{CoK}\alpha_1$ и монокристалл Si $(04\bar{4},40\bar{4})$ с излучением $\mathrm{NiK}\alpha_2$.

Предложенные схемы резонаторов для этих случаев предназначены для монолитных монокристаллов. Поверхности блоков параллельны отражающим атомным плоскостям, т.е. в обоих случаях имеют место симметричные брэгговские отражения.

Ввод луча в резонатор предполагается осуществить, взяв один из его блоков довольно тонким, что, несомненно, имеет определенные недостатки. Первым недостатком является следующее: если большая часть энергии падающего пучка входит в резонатор, то после одного цикла также большая часть энергии будет выходить из резонатора, и так после каждого цикла. Во-вторых, если луч входит в резонатор, совершая отражение по Лауэ, то в резонаторе он циркулирует, совершая отражение по Брэггу. Так как углы отражения у них отличаются, то только ничтожная часть входящей энергии будет отражаться по Брэггу и участвовать в процессе циркуляции. Отметим, что эти недостатки присутствуют и в других схемах.

В работе [5] использована та же конфигурация, что и в [2] для монокристалла Ge. Чтобы цикл был замкнутым, расстояние между блоками (внутренние размеры резонатора) должны удовлетворять определенным условиям, в соответствии с которыми после каждого цикла точки падения лучей на каждый блок должны совпадать.

Легко заметить, что если изменить расстояние между блоками, то после каждого цикла точки падения лучей на блоки не совпадут. Очевидно, что открытием щели в соответствующих местах на блоках решается вопрос ввода и вывода луча после любого числа циклов. Тем самым, отказавшись иметь замкнутый цикл, можно получить многокристальный, но монолитный монохроматор. Преимущество такого монохроматора очевидно: хотя он работает для одной длины волны, однако для его юстировки требуется лишь одна гониометрическая головка. Изменив местонахождение щелей на блоках, можно увеличить число циклов и получить сверхмонохроматизацию в одном монолитном образце, что успешно было экспериментально реализовано в [5]. В работе [6], выполненной теми же авторами, для достижения цели применяется явление автофокусировки. Сущность явления заключается в следующем: если в схеме резонатора, предложенного в [2], атомные плоскости составили бы некоторый угол с поверхностями блоков (асимметричное отражение), то точки падения луча на блоки резонатора после каждого последующего отражения будут перемещаться с убывающими шагами, стремясь к определенному месту (фокусу). После какого-то числа циклов (теоретически бесконечного) получится замкнутый стабильный цикл. Взяв большую асимметричность, авторам [6] удалось достичь этого практически после одного цикла. Важно и то, что одновременно с фокусировкой происходит и уплотнение лучевой энергии. Так, в эксперименте пучок, входящий в резонатор с шириной 13 мм, после завершения одного цикла (совершив четыре отражения) выходит из резонатора, имея ширину 0.5 мкм.

Отметим, однако, что в работах [5,6] повторяется упущение, допущенное в [2]. Дело в том, что конфигурация $(220, 4\bar{4}0)$ для излучения $\mathrm{CoK}\alpha_1$ не трехволновая, а в обшем случае 24-волновая или же четырехволновая, если считать только разрешенные рефлексы. Это легко заметить, построив обратную решетку и отметив число узлов, находящихся на сфере Эвальда. Написав уравнение сферы Эвальда в единицах обратной решетки

$$(x-3)^2+(y+1)^2+z^2=10\,,$$

легко убедиться, что на сфере Эвальда действительно находятся 24 узла, 20 из которых запрещены структурным фактором и только 4 являются разрешенными (см. табл.1).

Табл. 1.

Запрещенные рефлексы	Разрешенные рефлексы
$0\bar{1}1$ 321 $30\bar{3}$ 303 $0\bar{2}0$	000
$0\bar{1}\bar{1}$ $32\bar{1}$ $3\bar{2}3$ $3\bar{2}\bar{3}$ 420	220
$6\bar{1}1$ $3\bar{4}1$ $4\bar{1}3$ $4\bar{1}\bar{3}$ 600	$6\bar{2}0$
$6\bar{1}\bar{1}$ $3\bar{4}\bar{1}$ $2\bar{1}3$ $2\bar{1}\bar{3}$ $2\bar{4}0$	$4\bar{4}0$

Такая высокая симметрия обусловлена тем, что кристалл кубический и радиус сферы Эвальда является вектором обратной решетки; иными словами, центр сферы Эвальда совпадает с узлом обратной решетки. В данном случае это узел $(3\bar{1}0)$. На рис.1 приведено сечение сферы Эвальда плоскостью z = 0, откуда видно, что все разрешенные рефлексы находятся на этой плоскости.

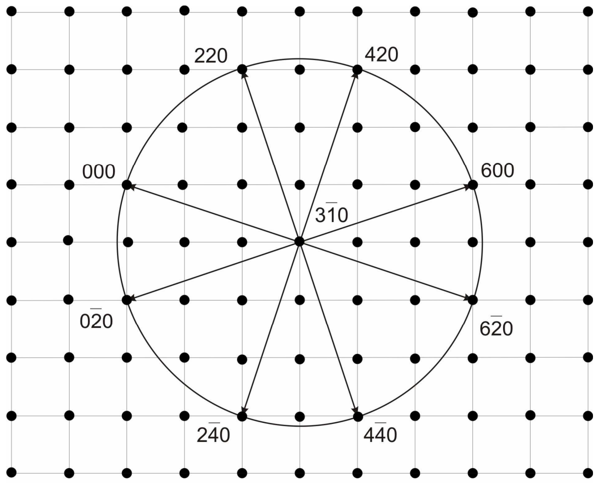


Рис.1. Сечение сферы Эвальда плоскостью $z = 0$ обратной решетки.

Таким образом, очевидно, что пропущен разрешенный рефлекс *($6\bar{2}0$)*. Это отражение очень специфическое, так как угол Брэгга равен 90^0, т.е. падающий и отраженный лучи находятся на одной прямой, имея обратные направления (обратная дифракция). В приближении классической динамической теории в этом случае область полного отражения (столик Дарвина), согласно известной формуле

$$\Delta\theta = \frac{2\,|\chi_h\,|}{\sin 2\theta_0}\sqrt{\frac{|\gamma_h\,|}{|\gamma_0\,|}}\ ,$$

бесконечно расширяется. Иными словами, формула для ширины столика Дарвина не применима. Для этого особого случая, т.е. когда имеет место обратная дифракция, в работе [7] получена более точная формула, согласно которой столик Дарвина, ширина которого обычно составляет несколько секунд, расширяется на 2-3 порядка, т.е. пропущенному рефлексу *($6\bar{2}0$)* соответствует довольно сильное отражение. Это потверждается результатами работ [8-13], которые посвящены исследованию данного отражения (обратной дифракции).

В связи с развитием экспериментальной техники регистрации отраженного луча при обратной дифракции были предложены схемы резонаторов, основанные на обратной дифракции. Это важно тем, что открывается возможность решать вопросы когерентности, поскольку резонатор, основанный на обратной дифракции, может состоять из двух кристаллических блоков, и следовательно, резко сократит длину оптической пути луча (цикла). Фактически эти схемы являются рентгеновскими прототипами оптического интерферометра Фабри-Перо [14-24]. Однако, как было отмечено выше на конкретном примере, обратная дифракция на монокристаллах с кубической структурой всегда сопровождается нежелательным многоволновым рассеянием, т.к. радиус сферы Эвальда является вектором обратной решетки. Чтобы избежать этого, авторы работ [13,22] исследование провели на монокристалле сапфира. В работе [21] приведена уточненная теория интерферометра Фабри-Перо для рентгеновских лучей, как частный случай динамической теории для брэгговской дифракции с учетом шероховатости поверхностей кристаллических блоков, их непаралельности, ошибок при юстировке, дефектности кристаллических блоков и т.д. В работе [23], обеспечив необходимое условия когеретности, авторам удалось реализовать резонатор Фабри-Перо на монокристалле Si, доказательством чего является четкая интерференционная картина, полученная ими.

3. Резонатор с асимметричными брэгговскими отражениями

Нами разработана схема трехволнового резонатора на монокристалле кремния с конфигурацией $(04\bar{4}, 40\bar{4})$ для излучения NiKα_2 или синхротронного излучения [10]. Фактически это та же конфигурация, что и в работе [2]. Основание резонатора параллельно кристаллографической плоскости (111). Написав уравнение сферы Эвальда

$$\left(x-\frac{4}{3}\right)^2+\left(y-\frac{4}{3}\right)^2+\left(z+\frac{8}{3}\right)^2=\frac{32}{3}$$

и решив ее для целых значений *x*, *y*, *z*, легко убедиться, что другие значения, кроме вышеуказанных, не удовлетворяют уравнению, т.е. каждое отражение представлает только трехволновый случай. На рис.2 приведено сечение сферы Эвальда плоскостью (111) обратной решетки.

Отметим, что сочетание конфигурации $(4\bar{4}0, 40\bar{4})$ с излучением NiKα_2 представляет особый случай. Это обусловлено тем, что угол между отражающими плоскостями и угол Брэгга равны между собой и составляют 60^0. Следовательно, луч, падающий на каждый блок, находится в одной из трех равнозначных плоскостей типа (110), а две отраженные – в двух других.

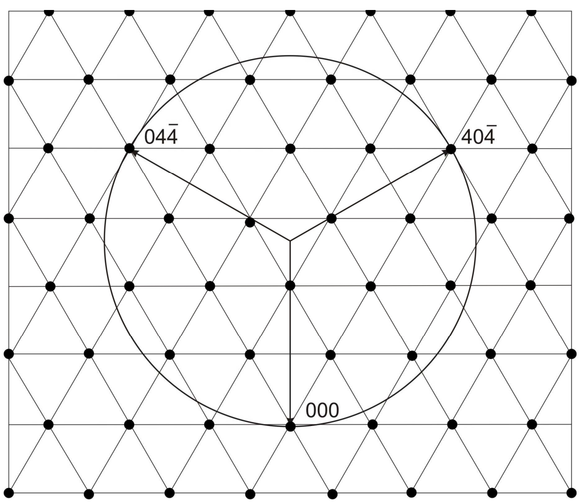


Рис.2. Сечение сферы Эвальда плоскостью (111) обратной решетки.

Проблему ввода первичного излучения в резонатор без энергетических потерь мы решили, используя асимметричные брэгговские отражения. В нашей схеме поверхности блоков составляли с отражающими плоскостями угол 30^0, т.е. они представляют собой кристаллографические плоскости типа (112). Фактически наша схема является усовершенствованным вариантом схемы, приведенной в работе [2].

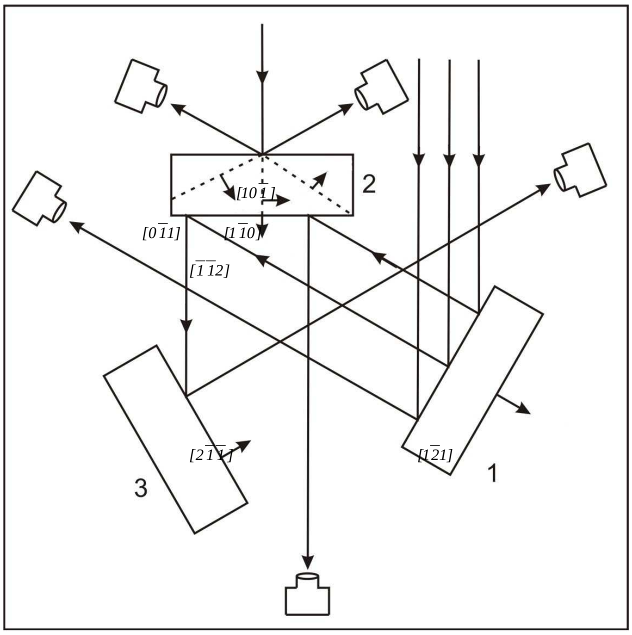


Рис.3. Вид резонатора сверху. Ход лучей, отраженных 1,2,3 раза, и расположение регистрирующих счетчиков.

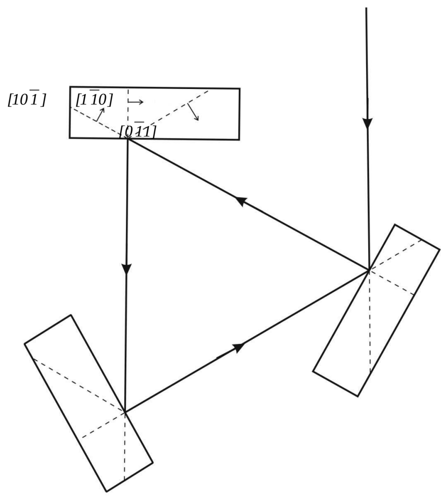


Рис.4. Вид резонатора сверху. Взаимное расположение отражающих атомных плоскостей. Ход лучей в резонаторе в рабочем режиме.

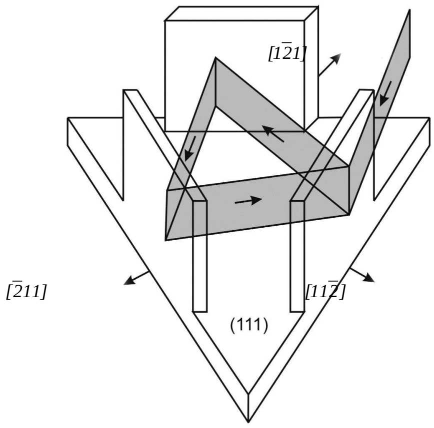


Рис.5. Пространственная картина резонатора и ход лучей в рабочем режиме.

Таким образом, каждый луч падает на поверхность блоков под углом 30^0 и отражается перпендикулярно к поверхностям блоков (рис.3). Уникальность этой схемы обусловлена тем, что луч, входящий в резонатор, совершив один цикл, не выходит из резонатора, потому что условие Брэгга не позволяет этого. Более того, первичный и совершивший один цикл лучи, отразившись от первого блока, имеют одинаковые направления, т.е. перпендикулярны к поверхности первого блока. Если с помощью сканирующего механизма сделать так, чтобы точки падения этих лучей на первый блок совпадали, то получится замкнутый компланарный цикл (рис.4,5). В итоге луч, входящий в резонатор, будет совершать только брэгговское отражение и его траектория в резонаторе будет представлять равносторонний треугольник. Фактически прибор будет работать как накопитель лучевой энергии.

4. Эксперимент

Нами изготовлен резонатор и проведен эксперимент на рентгеновском источнике. Резонатор сделан из почти совершенного монокристалла кремния, который подвергался механической обработке алмазными порошками разной марки. Внутренняя (межблочная) масса резонатора была удалена с помощью стоматологической бормашины. В процессе механической обработки поверхности блоков контролировались с помощью дифрактометра так, чтобы они были параллельны плоскостям (112).

После механической обработки образец (резонатор) подвергался химической обработке травителем состава HF-2, HNO_3-9, CH_3OOH-4 при температуре 35^0C. Эксперимент проводился на японской топографической камере A-3 фирмы Regaku Denki.

Интенсивность отраженных от блоков пучков регистрировалась с помощью трех счетчиков, размещенных в вершинах равностороннего треугольника (рис.3).

Юстировка резонатора проводилась по внешней поверхности второго блока посредством достижения равных и максимальных интенсивностей отраженных пучков. Схема юстировки представлена в верхнем левом углу рис.3. Затем с помощью сканирующего механизма резонатор перемещался настолько, чтобы луч, отраженный от первого блока, выходил между вторым и третьим блоками и регистрировался счетчиком. При этом счетчик показал резкий рост интенсивности (почти 60%). Такой значительный рост обусловлен тем, что совершается переход от случая Брэгг–Брэгга (на блоке 2) к случаю Брэгг–Лауэ (на блоке 1). Это показывает, что при наличии брэгговского отражения отражение по Лауэ сильно подавляется, т.е. основная часть падающей энергии перекачивается в брэгговское отражение.

Перемещением резонатора по отношению к падающему пучку на соответствующие величины регистрировались также дважды и трижды отраженные пучки. Для трижды отраженного пучка наблюдалось сильное понижение интенсивности. Физически это можно объяснить так: в отличие от первого и второго отражений, второе и третье отражения происходят не от параллельных атомных плоскостей. Иными словами, в первом случае мы имеем спектрометр типа $(n,-n)$, а во втором случае – типа $(n,+n)$. Следовательно, интервал перекрывания отражающих областей (полоса пропускания), согласно диаграммам Дью-Монда, во втором случае во много раз меньше, чем в первом.

Отметим, что в нашем случае поверхности всех трех блоков составляют с отражающими плоскостями один и тот же угол, равный 30^0, что, несомненно, не является обязательным условием. Эти углы могут быть как разными для разных блоков, так и могут отличаться от 30^0, преследуя цель нахождения оптимальных условий повышения эффективности работы прибора (увеличение интенсивности луча, совершающего циркуляцию).

5. Заключение

Предложен и осуществлен резонатор на монокристалле кремния для излучения $\mathrm{NiK}\alpha_2$. Показано, что применение асимметричных брэгговских отражений дает возможность решить задачу, являющуюся проблематичной для рентгеновских резонаторов, т.е. ввод падающего пучка в резонатор без энергетических потерь и получение замкнутого цикла.

Представлены отличительные черты и преимущества предложенного резонатора по сравнению с другими схемами:

1) Падающий пучок входит в резонатор без энергетических потерь, т.к. он не проходит через блоки резонатора и, следовательно, не поглощается.

2) При переходе от случая Брэгг–Брэгга к случаю Брэгг–Лауэ основная часть падающей энергии перекачивается в брэгговское отражение и участвует в циркуляции.

3) Последнее отражение первого цикла происходит от той точки первого блока, куда падает входящий в резонатор луч, обеспечивая замкнутость цикла (рис.4,5).

4) И, наконец, самое главное: луч, указанный в пункте 3, не только не выходит из резонатора, но отражаясь, имеет то же направление, что и отраженный от первого блока падающий луч.

ЛИТЕРАТУРА

1. **W.L. Bond, M.A. Duguay, P.M. Rentzepis**. Appl. Phys. Lett., **10**, 216 (1967).
2. **R.D. Deslettes**. Appl. Phys. Lett., **12**, 133 (1968).
3. **R.M.Cottril**. Appl. Phys. Lett., **12**, 403 (1968).
4. **A.V.Kolpakov, R.N.Kuzmin, V.N. Ryabov**. Appl. Phys. Lett., **41**, 3549 (1970).
5. **А.Г.Ростомян, П.А.Безирганян**. А. С. 714506 (СССР), Б. И. №5 (1980).
6. **A.H.Rostomyan, P.H.Bezirganyan**. Acta Cryst., **A34**, 240 (1978).
7. **K.Kohra, T.Matsushita.** Z. Naturf., **27A**, 484 (1972).
8. **O.Brummer, H.R.Hoche, J.Nieber**. Phys. Stat. Sol., (a), **53**, 565 (1979).
9. **В.И.Кушнир, Э.В.Суворов.** Письма в ЖЭТФ, **44**, 265 (1986).
10. **Ю.П.Стецко, С.А.Суворов**. Письма в ЖТФ, **14**, 13 (1988).
11. **C.Cusatis, D.Udron, I.Mazzaro, C.Giles, H.Tolentino**. Acta Cryst., **A52**, 614 (1996).
12. **S.Kikuta, Y.Imai, T.Iizuka, Y.Yoda, X.-W.Zhang, K.Hirano**. J. Synchroton Rad., **5,** 670 (1998).
13. **Yu.V.Shvydko, E.Gerdau, J.Jaschke, O.Leupold, M.Lucht, H.D.Ruter**. Phys. Rev., B **57**, 4968 (1998).
14. **A.Steyerl, K.-A.Steinhauser**. Z. Phys., **B34**, 221 (1979).
15. **A.Caticha, S.Caticha-Ellis**. Acta Cryst., **A37**, 267 (1981).
16. **A.Caticha, S.Caticha-Ellis**. Phys. Rev., **B25,** 973 (1982).
17. **A.Caticha, S.Caticha-Ellis**. Phys. Stat. Sol., (a), **119**, 47 (1990).
18. **A.Caticha, S.Caticha-Ellis**. Phys. Stat. Sol., (a), **119**, 643 (1990).
19. **A.Caticha, K.Aliberti, S.Caticha-Ellis**. Rev. Sci. Instrum., **67**, 3380 (1996).
20. **K.D.Liss, R.Hock, M.Gomm. B.Waibel, A.Magert, M.Krisch, R.Tucoulou**. Nature, **404**, 371 (2000).
21. **V.GKhon, Yu.V.Shvydko, E.Gerdau**. Phys. Stat. Sol., **B221**, 597 (2000).
22. **Yu.V.Shvydko, M.Lerche, H.-C.Wille, E.Gerdau, M.Lucht, H.D.Ruter, E.E.Alp, R.Khachatryan**. Phys. Rev. Lett., **90**, 013904(1) (2003).
23. **S.-L.Chang, Yu.P.Stetsko, M.-T.Tang, Y.-R.Lee, W.-H.Sun, M.Yabashi, T.Ishikawa**. arXiv: cond-mat/0412465 v1, 17 Dec., 2004.
24. **R.Ts.Gabrielyan, A.H.Toneyan**. Acta Cryst., **A61**, 432 (2005).

ՄԻԱՁՈՒՅԼ ԿՈՄՊԼԱՆԱՐ ՌԵԶՈՆԱՏՈՐ ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԵՎ ՍԻՆՔՐՈՏՐՈՆԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՀԱՄԱՐ

Ռ.Ց. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, Ա.Հ. ՏՈՆԵՅԱՆ, Հ.Ս. ՍԵՄԵՐՋՅԱՆ

Առաջարկված և փորձնականորեն իրագործված է եռաբլոկ միաձույլ ռենտգենյան ռեզոնատոր Si-ի միաբյուրեղի $(04\bar{4}, 40\bar{4})$ կոնֆիգուրացիայի համար NiK α_2 կամ սինքրոտրոնային ճառագայթումով: Ցույց է տրված, որ ասիմետրիկ բրեգյան անդրադարձումների օգտագործումը հնարավորություն է տալիս լուծելու ռենտգենյան ռեզոնատորների համար պրոբլեմատիկ հանդիսացող խնդիրը, այն է՝ ճառագայթը առանց կորուստների մտցնել ռեզոնատոր և ստանալ փակ կոմպլանար ցիկլ: Ներկայացված են փորձի կատարման հիմնական էտապները:

COMPLANAR MONOLITHIC RESONATOR FOR X-RAY AND SYNCHROTRON RADIATIONS

R.Ts. GABRIELYAN, A.H. TONEYAN, O.S. SEMERDJYAN

A monolithic X-ray resonator scheme for a Si monocrystal of the $(04\bar{4}, 40\bar{4})$ *configuration for* $NiK\alpha_2$ *and synchrotron radiations is proposed and experimentally realized. It is shown that the use of the asymmetric Bragg reflection makes possible to solve the main problem of X-ray resonators, namely, to introduce the beam into the resonator without any loss and get a closed complanar cycle. The main steps of the experiment are described.*

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №2, с.120-122 (2007)

УДК 539.2

ВЛИЯНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ ДЕФЕКТОВ КРИСТАЛЛА НА КИКУЧИ-ЛИНИИ

Р.К. КАРАХАНЯН, К.Р. КАРАХАНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 20 ноября 2006 г.)

Получены электронограммы кремния с искривленными кикучи-линиями. Обнаружено, что искривление кикучи-линий имеет место одновременно со сдвигом точечных рефлексов из их нормальных положений. Найдено, что искривление кикучи-линий вызвано ограниченными дефектами в кристаллах кремния.

В соответствии с [1], ограниченные дефекты (точечные, дислокационные петли малого радиуса) – дефекты первого класса – приводят к сдвигу дифракционных максимумов, а протяженные дефекты (дислокации, дефекты упаковки) – дефекты второго класса – ведут к их уширению. В случае кикучи-электронограмм протяженные дефекты приводят к уширению и кикучи-линий [2,3]. Вместе с тем, о влиянии ограниченных дефектов на кикучи-линии в литературе не сообщается. В связи с этим целью настоящей работы являлось выяснение воздействия ограниченных дефектов на кикучи-линии.

Образцами для получения кикучи-электронограмм на прохождение являлись тонкие монокристаллы кремния, приготовленные химическим травлением массивных кристаллов. Кикучи-электронограммы кремния были получены на электронографе ЭГ-100М при ускоряющем напряжении 100 кВ и падении первичного пучка электронов вдоль оси [110].

Согласно элементарному механизму образования кикучи-электронограмм [4], наблюдаемые на них белые и черные пары линий должны являться прямыми. На рис.1 приведена полученная нами электронограмма кремния, на которой, кроме прямых кикучи-линий, ясно видны искривленные белые вертикальные кикучи-линии $4\bar{4}0$, $6\bar{6}0$ с избыточной интенсивностью. Вместе с тем, соответствующие этим линиям избытка черные кикучи-линии недостатка $\bar{4}40$ и $\bar{6}60$, проходящие вблизи следа (000) первичного пучка на электронограмме, являются прямыми. Из рис.1 видно, что искривлены также горизонтальные кикучи-линии избытка 004 и недостатка $00\bar{4}$, при этом более заметна искривленность белой линии избытка 004. Искривление кикучи-линий $4\bar{4}0$, $6\bar{6}0$ и 004, $00\bar{4}$ имеет место в той части электронограммы, где наблюдается сдвиг точечных рефлексов 004, $2\bar{2}4$, $4\bar{4}4$ из их нормальных положений, отвечающих известным значениям соответствующих межплоскостных расстояний. Действительно, легко увидеть, что на рис.1 точечные рефлексы 004, $2\bar{2}4$, $4\bar{4}4$ не лежат на одной прямой, в то время как согласно [2,3] они должны лежать на одной прямой. При этом наибольший сдвиг имеет рефлекс $4\bar{4}4$, а наименьший – рефлекс 004. В соответствии с этим, линии избытка 004 и недостатка $00\bar{4}$ имеют наибольшую кривизну в области рефлекса $4\bar{4}4$. Аналогичным образом, белые линии $4\bar{4}0$, $6\bar{6}0$ наиболее искривлены также в окрестности точечного рефлекса $4\bar{4}4$.

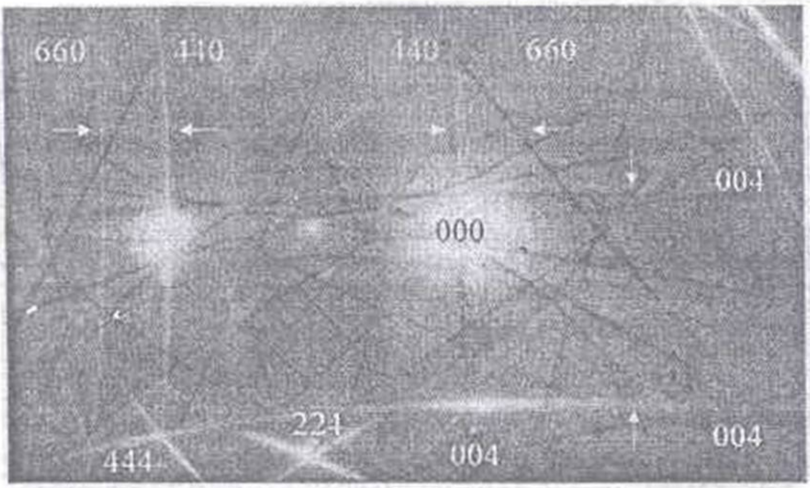


Рис.1. Кикучи-электронограмма кремния с кривыми линиями $4\bar{4}0$, $6\bar{6}0$ и 004, $00\bar{4}$ (стрелками указаны кикучи-линии).

Нами были получены кикучи-электронограммы, на которых, кроме приведенного на рис.1 случая, наблюдалось искривление соответствующих друг другу линий избытка и недостатка и в противоположные стороны. Следует отметить, что в подавляющем большинстве исследованных образцов полученные электронограммы содержали прямые кикучи-линии и точечные рефлексы без сдвига. Электронограммы с искривленными кикучи-линиями и с рефлексами со сдвигом были получены от существенно меньшего числа образцов кремния. Искривление кикучи-линий и сдвиг точечных рефлексов были различными для разных образцов – от слабо заметных до хорошо видимых, как на рис.1.

Очевидно, что искривление кикучи-линий связано со сдвигом точечных рефлексов из их нормальных положений и имеет общую со сдвигом рефлексов причину – наличие в исследованных образцах ограниченных дефектов. Можно заключить, что ограниченные дефекты влияют на точечные рефлексы и кикучи-линии одинаковым образом: приводят к их сдвигу, в случае кикучи-линий проявляющемся в их искривлении.

Понятно, что подобно зависимости величины сдвига дифракционных максимумов от концентрации ограниченных дефектов [1], искривление кикучи-линий также зависит от этой концентрации (например, от концентрации точечных дефектов, всегда присутствующих в кристаллах). Именно поэтому на полученных нами электронограммах кикучи-линии имели различную кривизну, обусловленную различной (по тем или иным причинам) концентрацией точечных дефектов в исследованных образцах.

Таким образом, на основе электронографических исследований впервые показано, что ограниченные дефекты кристаллов ведут к искривлению кикучи-линий.

ЛИТЕРАТУРА

1. **М.А.Кривоглаз.** Дифракция рентгеновских лучей и нейтронов в неидеальных кристаллах. Киев, Наукова думка, 1983.
2. **G.Tomas, M.J.Goringe.** Transmission electron microscopy of materials. New York – Chichester – Brisbane – Toronto, John Wiley & Sons, 1979.
3. **Л.А.Жукова, М.А.Гуревич.** Электронография поверхностных слоев и пленок полупроводниковых материалов. М., Металлургия, 1971.
4. **D.B.Williams, C.B.Carter.** Transmission electron microscopy. New York, Plenum Press, 1996.

ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿ ԱՐԱՏՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԿԻԿՈՒՉԻ-ԳԾԵՐԻ ՎՐԱ

Ռ.Կ. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ, Կ.Ռ. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ

Ստացված են կոր կիկուչի-գծեր պարունակող սիլիցիումի էլեկտրոնագրեր: Ցույց է տրված, որ գծերի կորացումը կապված է իրենց դիրքերից կետային անդրադարձումների շեղման հետ: Եզրակացվել է, որ կիկուչի-գծերի կորացումը պայմանավորված է սիլիցիումի հետազոտված բյուրեղներում առկա սահմանափակ արատներով:

INFLUENCE OF LIMITED CRYSTALLINE DEFECTS ON THE KIKUCHI LINES

R.K. KARAKHANYAN, K.R. KARAKHANYAN

The transmission Kikuchi patterns of silicon with curvilinear Kikuchi lines are obtained. It is found that the curvature of Kikuchi lines is caused by the presence of limited defects in the samples. It is concluded that if extended defects lead to the Kikuchi lines enlargement, then the limited defects lead to the curvature of the Kikuchi lines.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №2, с.123-126 (2007)

УДК 537.226

РАСЧЕТ КОЛИЧЕСТВА ТЯЖЕЙ, ОБРАЗУЮЩИХСЯ ПРИ МАКРОРАЗРУШЕНИИ ПОЛИМЕРНЫХ ПЛЕНОК

З.А. ГРИГОРЯН, Г.Т. ОВАНЕСОВ

Государственный университет Гориса

(Поступила в редакцию 10 апреля 2006 г.)

Проведен анализ механических свойств полимерных пленок при различных способах деформации, включающих отслаивание и отрыв. Получено соотношение для количества тяжей, образование которых возможно в пленке полимера при различных способах деформирования.

Особенности макроразрушения клеевых пленок и их механические свойства зависят от способа и скорости деформации [1,2]. Так, при малых скоростях деформации клеевой пленки полимера, находящейся между двумя субстратами, наблюдается образование тяжей [1]. Одновременно характеристики механических свойств и особенности макроразрушения клеевого крепления зависят от способа деформирования (отслаивание, отрыв и др.).

Целью настоящей работы является разработка методики расчета количества тяжей при различных способах деформации полимерной клеевой пленки.

Деформация клеевой пленки, находящейся между двумя субстратами, возможна только при нарушении ее монолитности, которое сопровождается образованием тяжей. При высоких скоростях деформации макроразрушение клеевой пленки происходит по адгезионному механизму или по поверхности, находящейся вблизи плоскости субстрата [1,3]. В этом случае клеевая пленка практически не деформируется, то есть расстояние между субстратами, при котором происходит полное макроразрушение клеевого крепления, возрастает незначительно.

Анализ, проводимый в работе, основан на том, что весь процесс образования и развития тяжей связан с ограничением сжимаемости клеевой пленки в направлении, перпендикулярном деформации, ввиду несоизмеримости линейных размеров поверхности соприкосновения клеевой пленки и субстрата и ее толщины, а также вызван условием сохранения объема полимера при его деформации [1,2]. При этом увеличение числа тяжей в клеевой пленке будет происходить до тех пор, пока полностью не будет исключено ограничение ее сжимаемости при деформации, что возможно только при таком их количестве, когда для каждого отдельного тяжа, приведенного в недеформированное состояние, будет выполняться условие однородности деформации при одноосном растяжении, которое может быть записано в виде

$$d_t = l_0 / K , \tag{1}$$

где d_t и l_0 – соответственно, диаметр и длина единичного тяжа, приведенного в недеформированное состояние, а K – коэффициент, который зависит от структуры полимера, температуры и скорости деформирования и обычно имеет значение $K \geq 6$.

В работе рассматриваются три способа деформации клеевых пленок, каждый из которых определяет особенности ограничения сжимаемости, а два из них наиболее типичны и обычно применяются при испытании механических свойств клеевого крепления двух субстратов [4-6], – это сопротивление отслаиванию и сопротивление отрыву. Одним из способов изучения механических свойств, рассматриваемых в работе, является деформация растяжения тем, что ширина пленки больше длины (высоты) и значительно больше толщины [5-8]. Для такой полимерной пленки ограничение сжимаемости будет только в ее плоскости в направлении, перпендикулярном деформации.

В процессе отслаивания субстратов сжимаемость клеевой пленки ограничена во всех направлениях в плоскости клеевой пленки, кроме перпендикулярного ее границе, по которой производится ее расслаивание. При деформации в процессе отрыва двух субстратов сжимаемость ограничена во всех направлениях в плоскости клеевой пленки, перпендикулярной направлению деформации.

Запишем выражение для числа тяжей n_0, образование которых возможно в клеевой пленке, для каждого из способов определения механических свойств пленки полимера. При неодноосном растяжении пленки полимера имеем

$$n_0 = d_0 d_t / S_t \ , \tag{2}$$

где d_0 – ширина пленки полимера, d_t – ее толщина (для простоты анализа принимается, что d_t равна диаметру тяжей, которые образуются в процессе деформации пленки полимера) и S_t – площадь поверхности торца тяжа.

Поскольку

$$S_t = \pi d_t^2 / 4 \, , \tag{3}$$

то, подставив соотношение (1) в (3) и затем полученное выражение для S_t в (2), запишем его в следующем виде:

$$n_0 = 4Kd_0 / \pi l_0 \, . \tag{4}$$

Аналогичным методом для случая двух склеенных субстратов при их отслаивании соотношение для количества тяжей, образование которых возможно в клеевой пленке, запишем в виде

$$n_0 = S_0 / S_t \tag{5}$$

и с учетом соотношений (1) и (3) получим

$$n_0 = 4K^2 S_0 / \pi l_0^2 \ . \tag{6}$$

При отрыве двух субстратов соотношение для количества тяжей запишется в виде

$$n_0 = V_0 / V_t \tag{7}$$

и, соответственно, с учетом соотношений $V_t = \pi d_t^2 l_0 / 4$ и (1), получим:

$$n_0 = 4K^2 V_0 /\ l_0^3 \pi\,. \qquad (8)$$

Зависимость числа тяжей от высоты полимерной ленты при ее неодноосном растяжении и толщины клеевой пленки в процессе отслаивания и отрыва определяется из соотношений (4,6,8) при постоянных значениях, соответственно, ширины ленты d_0, поверхности клеевой пленки S_0 и ее объема V_0. Из соотношения (6) следует, что при определении сопротивления отслаивания для двух склеенных субстратов механические характеристики зависят от особенности образования тяжей (их количества) непосредственно в области, где в любой данный момент времени и, соответственно, в конкретной части склейки происходит макроразрушение и которая имеет постоянную величину поверхности контакта S_0 клеевой пленки с субстратом.

В общем случае соотношения (4,6,8) можно записать в виде

$$n_0 = A_\nu \cdot l_0^{-\nu}\,, \qquad (9)$$

где коэффициент A_ν зависит от способа определения механических свойств клеевой пленки или пленки полимера, то есть способа ограничения ее сжимаемости, а ν принимает целочисленные значения $\nu = 1, 2, 3$. Из соотношения (9) следует, что число тяжей, образование которых возможно в клеевой пленке, обратно пропорционально ее длине при $\nu = 1$ и толщине клеевой пленки при $\nu = 2$ и 3.

В случае, если определяются механические свойства пленки полимера при неодноосном растяжении, $\nu = 1$, а $A_1 = 4Kd_0/\pi$.

При определении механических характеристик клеевой пленки полимера, находящейся между двумя субстратами, если адгезионная отслаивания $\nu = 2$, то $A_2 = 4K^2 S_0/\pi$ и для сопротивления отрыва $\nu = 3$, а $A_3 = 4K^2 V_0/\pi l_0^3$.

Проведенный анализ механизма образования тяжей в полимерных пленках позволил получить обобщенное соотношение (9) для определения количества тяжей, образование которых возможно при различных способах деформирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Г.Т.Ованесов, В.Г.Баранов, С.Я.Френкель**. Высокомолекулярн. соедин. Б, **28**, 762, (1986).
2. **Г.Т.Ованесов, Р.С.Зурабян, А.Г.Абрамян, В.Г.Баранов, С.Я.Френкель**. Высокомолекулярн. соедин. Б, **30**, 642, (1988).
3. **Г.М.Бартенев, Ю.В.Зеленев**. Физика и механика полимеров. М., Высшая школа, 1983.
4. **Д.А.Кардашев**. Синтетические клеи. М., Химия, 1968.
5. **Л.Треолар**. Физика упругости каучука. М., ИЛ, 1953.
6. **Г.К.Ельяшевич, А.Г.Козлов., И.Т.Монева**. Высокомолекулярн. соедин., Б, **40**, 483 (1998).
7. **А.Р.Давыдов, Э.В.Прут**. Высокомолекулярн. соедин., А, **38**, 1576 (1996).
8. **З.А.Григорян**. Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 191 (2002).

ՊՈԼԻՄԵՐԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ՄԱԿՐՈԽԶՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ԱՌԱՋԱՑԱԾ ՁԳԱԿԱՊԵՐԻ ՔԱՆԱԿԻ ՀԱՇՎԱՐԿ

Զ.Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Գ.Թ. ՕՎԱՆԵՍՈՎ

Կատարված է պոլիմերային թաղանթների մեխանիկական հատկությունների անալիզ դեֆորմացիայի տարբեր եղանակների դեպքում ներառյալ շերտազատումը և կտրումը: Ստացված է արտահայտություն դեֆորմացիայի տարբեր եղանակների դեպքում առաջացած ձգակապերի քանակի համար:

CALCULATION OF NUMBER OF TRACTIONS FORMING AT MACRODESTRUCTION OF POLYMER FILMS

Z.A. GRIGORYAN, G.T. OVANESOV

An analysis of mechanical properties of polymer films is carried out for different ways of deformation including scaling and pulling off. An expression for the number of tractions for different ways of deformation is obtained.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

CONTENTS

СОДЕРЖАНИЕ

Тираж 150. Сдано в набор 27.12.2006.
Подписано к печати 09.01.2007. Печ. л. 4.
Бумага офсетная. Цена договорная.
Типография НАН РА.
375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.