ISSN 0002-3035

ФИЗИКА- Э́рорци-PHYSICS



41, N6, 2006

ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿՍՉԻՐ ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՉԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

> PROCEEDINGS OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՉԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

зьльчичье известия **БРДРЧЦ ФИЗИКА**

دىلەت ئەت **41**

•

:

№ 6

ԵՐԵՎԱՆ

2006

© Национальная Академия наук Армении Известия НАН Армении, Физика

USAR TOM - NOT AREA

Журнал издается с 1966 г. Выходит 6 раз в год на русском и английском языках

РЕЛАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор

- Э. Г. Шароян, зам. главного редактора
- А. А. Ахумян

Г. А. Вартапетян

- Э. М. Казарян
- А. О. Меликян

А. Р. Мкртчян

Д. Г. Саркисян

Ю. С. Чилингарян

А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր Ե. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ Ա. Ա. Հախումյան Հ. Հ. Վարդապետյան Ե. Մ. Ղազարյան Ա. Հ. Մելիքյան Ա. Ռ. Մկրտչյան Դ. Հ. Սարգսյան Յու. Ս. Չիլինգարյան

Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief E. G. Sharoyan, associate editor A. A. Hakhumyan H. H. Vartapetian E. M. Ghazaryan A. O. Melikyan A. R.Mkrtchyan D. H. Sarkisyan Yu. S. Chilingaryan

A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն, 375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ։

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av., Yerevan, 375019, Republic of Armenia. Известия НАН Армении, Физика, т.41, №6, с.395-405 (2006)

LV УДК 548.733

ТЕОРИЯ ПРОХОЖДЕНИЯ ВОЛН ЧЕРЕЗ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ СЛОЙ НЕИДЕАЛЬНО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

А.Ж. МУРАДЯН, Г.А. МУРАДЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 12 мая 2006 г.)

Представлена простая теория прохождения поперечно-ограниченных волн через неэквидистантно-слоистую дисперсионную среду. Теория может быть использована, например, для описания Брэгг-Лауэвского прохождения монохроматического рентгеновского излучения через тонкий слой кристалла, неоднородно деформированного в одном направлении. Получено, что в пределе непоглощающего кристалла здесь, как и в случае идеально-периодического кристалла, возможна полная перекачка энергии из падающей волны в Брэгг-дифрагированную волну. Получен также интуитивно-неожиданный результат о том, что с ростом неоднородной деформации уменьшение интенсивности Брэгг-Лауэвской отраженной волны переходит в рост, который, правда, насыщается и далее монотонно падает. Рассмотрен также случай поглощающего кристалла.

1. Введение

Внешние воздействия на кристалл, как показывает опыт, могут существенно влиять на характер распространения излучения через кристалл Э и отражения от границ разделов [1]. Причиной тому могут быть как индуци-N рованные внешним воздействием изменения в физических характеристиках T 2 составных частиц среды (увеличение амплитуды тепловых колебаний, воз-3 буждение электронного спектра ионов (атомов) и т.д.), так и отклонения распределения частиц от первоначально равновесного распределения (однород-I ł ные и неоднородные деформации кристалла). Например, в случае брэгговского отражения рентгеновских лучей от кристалла следует ожидать, что из-2 менения в эффективности отражения обусловлены деформациями кристалла, A а именно, смещениями атомных плоскостей (поверхностей) относительно 6 друг друга.

В области этих исследований особый интерес представляют неоднородные деформации, которые были предложены и использованы для фокусировки рентгеновского излучения внутри и вне кристалла [2], для регулировки интенсивностей дифрагированных волн [3]. Проблема непосредственно примыкает и к разработкам по созданию высокодобротных резонаторов для рентгеновской области излучения.

Хотя задача распространения волн через неоднородно-деформированный кристалл не может быть аналитически решена точно, разработанные приближенные методы приспособлены к определенным экспериментальным условиям. В настоящей работе предлагается несколько модифицированный вариант динамической теории распространения волн через периодические среды (см., например, [4]) в геометрии Лауэ, которая может быть применена к прохождению поперечно-ограниченных пучков через тонкий одномернолеформированный кристалл без ограничений на вид деформаций. Статья построена следующим образом: Описание метода в общем виде приводится в разделе 2, а в следующем разделе делается добавочное приближение, при котором интенсивности выходящих из среды волн выражаются через интегралы Френеля. Раздел 4 посвящен роли поглощения энергии волны в изучаемом процессе дифракции. В заключительном разделе представлены результаты численных расчетов, взяв как модель прохождение рентгеновского излучения через кристалл, деформированный из-за одномерного теплового градиента.

2. Модель и решение волнового уравнения в геометрии Лауэ

Рассмотрим плоскопараллельную пластину с боковыми поверхностями x=0 и x=l. Будем считать, что некое семейство атомных плоскостей перпендикулярно боковым поверхностям и что на поверхность x=0 излучение падает очень близко к брэгтовскому углу. Тогда можно отвлечься от периодической структуры распределения вещества в атомных плоскостях z = const и ввести понятие средней плотности вещества в каждой из этих плоскостей. В этом приближении кристаллическое вещество моделируется как макроскопическая среда [5], однородная в каждой из плоскостей z = const и модулированная (периодически в отсутствие деформаций) вдоль оси z. Для простоты изложения будем считать, что волновой вектор падающей волны (и поэтому всех волн в рассматриваемой геометрии) находится в плоскости xoz (т.е. $k_y = 0$), а поляризация находится в плоскосто излучения можно записать в виде

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(z)\right]E(x, z) = 0, \qquad (1)$$

где ω – циклическая частота волны, а $\varepsilon(z)$ – диэлектрическая проницаемость среды (вне пластины $\varepsilon(z) = 1$). Предполагая, как обычно, локальную связь между поляризацией среды и напряженностью электрического поля волны, можно записать

$$\varepsilon(z) = 1 + \chi(z) = 1 + \alpha n(z), \qquad (2)$$

гда где $\chi(z)$ и n(z) – поляризуемость и концентрация атомов среды. Коэффицинэ ент пропорциональности α зависит от конкретного механизма взаимодействия волны с атомами среды. Для удобства отделим в концентрации n(z)q> среднее значение \overline{n} недеформированного состояния:

$$n(z) = \overline{n} + n_1(z). \tag{3}$$

18 Здесь $n_1(z)$ определяет модуляцию плотности относительно среднего значени ния и слабо отклоняется от периодичности для деформированного кристалла. Аналогичное разделение будем проводить также для диэлектрической проницаемости: $\varepsilon(z) = \overline{\varepsilon} + \varepsilon_1(z)$, где $\overline{\varepsilon} = 1 + \alpha \overline{n}$ и $\varepsilon_1(z) = \alpha n(z)$.

Положительно-частотную часть падающей на кристалл волны можно записать в виде

$$E_{in}(x,z) = E_0 \cos(k_z z) \exp(ik_x x) + iE_0 \sin(k_z z) \exp(ik_x x)$$
(4)

и интерпретировать как суперпозицию двух волн, распространяющихся
 вдоль перпендикулярной к поверхности кристалла оси x, амплитуды кото рых модулурованы по законам косинуса и синуса, соответственно. Что каса ется отраженной от поверхности волны, то в принципе ее нетрудно учиты вать, но мы пренебрежем ею в дальнейших расчетах. Отметим, что в услови ях прохождения по геометрии Лауэ это хорошее приближение, особенно для
 рентгеновской области частот.

Амплитуду волны в среде будем искать в виде [5]

$$E(x,z) = E_c(x)\cos(k_z z) + iE_s(x)\sin(k_z z), \qquad (5)$$

1 где $E_c(x)$ и $E_s(x)$ – искомые амплитуды соз- и sin-волн, соответственно. Заметим, что вид (5) совпадает с аналогичным видом в теории динамического рассеяния [6] при точном выполнении условия Брэгта и, поэтому, может быть использован в непосредственой близости условия Брэгта, что в последующем предполагается. Подстановка (5) в (1) дает одно уравнение для пары неизвестных функций $E_c(x)$ и $E_s(x)$ (с коэффициентами, параметрически зависящими от z). Чтобы расщепить его на два уравнения, указанное общее уравнение умножается поочередно на $\cos(k_z z)$ и $\sin(k_z z)$ и усредняется по конечным размерам поперечной координаты z. В результате получается следующая система двух взаимосвязанных уравнений:

$$\frac{d^{2}E_{c}(x)}{dx^{2}} + \left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\overline{\varepsilon} - k_{z}^{2}\right)E_{c}(x) + 2\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\overline{\varepsilon_{1}(z)\cos^{2}(k_{z}z)}E_{c}(x) + +i2\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\overline{\varepsilon_{1}(z)\sin(k_{z}z)\cos(k_{z}z)}E_{c}(x) = 0,$$

$$\frac{d^{2}E_{s}(x)}{dx^{2}} + \left(\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\overline{\varepsilon} - k_{z}^{2}\right)E_{s}(x) + 2\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\overline{\varepsilon_{1}(z)\sin^{2}(k_{z}z)}E_{c}(x) - -i2\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\overline{\varepsilon_{1}(z)\sin(k_{z}z)\cos(k_{z}z)}E_{c}(x) = 0,$$
(6b)

где $\overline{f(z)} = (1/2z_0) \int_{-z_0}^{z_0} f(z) dz$ – усреднение по поперечному сечению пучка. По-

скольку $\varepsilon_1(z)$ является слабо отклоненной от периодичности функцией, то для возможно корректного проведения процедуры усреднения целесообразно разбить область интегрирования по поперечной протяженности пучка на равные полоски с шириной π/k_z , представляющей собой период тригонометрических функций в уравнениях (6а) и (6b). Нумеруя центральную полоску как n=0, для процедуры усреднения будем иметь

$$\overline{f(z)} = \frac{k_z}{(2N+1)\pi} \sum_{n=-N}^{N} \int_{(n-1/2)\pi/k_z}^{(n+1/2)\pi/k_z} f(z) dz = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} f(z_n),$$
(7)

где 2N+1 — полное число разделений, а для получения второго уравнения применена теорема о среднем значении с выбором точки z_n в центре соответствующей *n*-ой области.

Как видно из (ба) и (бb), волны $E_c(x)$ и $E_s(x)$ в общем случае распространяются не независимо друг от друга и их связь определяется средним значением произведения синус- и косинус-функций на модуляционную функцию $\varepsilon_1(z)$ диэлектрической проницаемости среды. Для представляющих физический интерес деформаций непериодичность $\varepsilon_1(z)$ все же очень слаба, и в результате указанным членом будем пренебрегать. Тогда уравнения для косинус- и синус-волн разделяются и могут быть записаны в виде обычных волновых уравнений:

$$\frac{d^2 E_c(x)}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2}(\overline{\varepsilon} + \Delta \varepsilon) - k_z^2\right] E_c(x) = 0, \qquad (8a)$$

$$\frac{d^2 E_s(x)}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2}(\overline{\varepsilon} - \Delta \varepsilon) - k_z^2\right] E_s(x) = 0, \qquad (8b)$$

где введено обозначение

$$\Delta \varepsilon / 2 = \overline{\varepsilon_1(z)} \cos^2(k_z z) \approx \overline{\varepsilon_1(z)} \sin^2(k_z z) .$$
(9)

Решения уравнений (8а) и (8b), непрерывно сшитые на границе x = 0 с падающей волной, имеют вид

$$E_c(x) = E_0 \exp(ik_c x), \qquad E_s(x) = E_0 \exp(ik_s x),$$
 (10)

где для определения волновых векторов k_{c.s} имеем

$$k_{c,s}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (\overline{\varepsilon} \pm \Delta \varepsilon) - k_z^2 . \tag{11}$$

Таким образом, косинус- и синус-волны монохроматического излучения с достаточно широким профилем поперечного сечения в среде распространяются независимо друг от друга, причем диэлектрическая проницаемость среды для этих волн различна. Одномерно-квазипериодическая среда представляет собой двулучепреломляющую среду на базисе косинус- и синус-волн. Двулучепреломление определяется величиной $\Delta \varepsilon$, заданной выражением (9).

После выхода из среды волна, непрерывно сшитая с внутренним полем на поверхности x = l, имеет вид

$$E_{out}(x,z) = E_0 \left[\cos\left(\frac{k_c - k_s}{2}l\right) \exp(ik_z z) + i \sin\left(\frac{k_c - k_s}{2}l\right) \exp(-ik_z z) \right] \times \\ \times \exp\left(i\frac{k_c + k_s}{2}l + ik_x(x-l)\right).$$
(12)

Как и следовало ожидать для двулучепреломляющих сред, после выхода из среды образуются две расходящиеся волны. Одна из них распространяется в направлении падения (проходящая волна), а вторая есть зеркально отраженная из-за брэгтовской интерференции. Относительные интенсивности проходящей и отраженной волн, как и в случае строго периодических сред, опре-

лел

яются факторами
$$\cos\left(\frac{k_c - k_s}{2}l\right)$$
 и $\sin\left(\frac{k_c - k_s}{2}l\right)$ того же аргумента:

$$\frac{k_c - k_s}{2}l = \frac{\omega}{2c}\frac{\Delta\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon} - k_s^2c^2/\omega^2}l \equiv \Delta\Phi.$$
(13)

Это означает, что наличие слабой непериодичности в рассматриваемой схеме взаимодействия влияет только на значение фазовой расстройки $\Delta \Phi = (k_c - k_s)l/2$, а функциональная зависимость от этой расстройки остается такой же, как и в случае строго периодических сред. В частности, при плавном изменении параметров системы (например, толщины среды *l*) имеет место периодическая полная переброска энергии из падающей волны в отраженную и обратно, что хорошо известно в динамической теории дифракции волн на периодических структурах как эффект маятника.

Для конкретизации дальнейших расчетов, а именно, для расчета недостающего явного вида смещения $\Delta \varepsilon$ в (13), выберем косинусоидальный закон модуляции плотности вещества с медленно меняющимся пространственным периодом L(z) (расстоянием между атомными плоскостями):

$$n_1(z) = \frac{n_1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{L(z)}z\right).$$
 (14)

Аналогичную квазипериодичность приобретет, согласно линейной связи (2), и диэлектрическая проницаемость:

$$\varepsilon_1(z) = \frac{\varepsilon_1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{L(z)}z\right),\tag{15}$$

где $\varepsilon_1 = \alpha n_1$. Подставляя последнее в (9) и используя определение (7), для прибавки к диэлектрической проницаемости $\Delta \varepsilon$ получаем выражение

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{4} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{k_z L(z_n)} - 1\right) \pi}{\left(\frac{\pi}{k_z L(z_n)} - 1\right) \pi} \cos\left(\frac{2\pi^2 n}{k_z L(z_n)}\right),$$
 (16)

чем и замыкается схема вычисления полей на выходе из среды.

٨.

3. Приближенное аналитическое решение модели

Решение задачи прохождения волны через неоднородно деформированный слой слоистого вещества в рассматриваемой модели приводится, таким образом, к вычислению суммы в выражении (16). Именно она определяет значение фазовой расстройки (13), тем самым и относительные интенсивности выходящих из среды волн. Число слагаемых в сумме макроскопически велико, порядка 10⁷ и более, и поэтому в ряде случаев, когда нет необходимости высоких точностей в связи с прямым сопоставлением результатов теории с конкретными экспериментальными данными, а рассматриваются закономерности общего характера, целесообразно иметь формулы хоть и более грубые, но наглядно выражающие зависимость выходных значений поля от параметров системы через известные аналитические функции. Для получения такого выражения будем исходить из того факта, что относительное изменение L из-за деформации кристалла очень мало: $|\pi/k_z L(z_n) - \pi/k_z L(z_{n+1})| \ll 1$. Учитывая, что для недеформированной среды условие Брэгга в наших обозначениях имеет вид $k_{\tau}L = \pi$, получаем, что дробь под знаком суммы в выражении (16) с высокой точностью можно заменить единицей. Что касается аргумента косинуса в (16), то в нем выражение $1/L(z_n)$ разложим в ряд Тейлора по *n* и сохраним члены до первого порядка: $1/L(z_n)$, $(1-\beta n)/L$, где L – расстояние между атомными плоскостями в центре падающего пучка и предполагается, что $\beta N \ll 1$. Прибавляя в аргументе косинуса *n*-кратное периода 2π , сделаем изменение аргумента намного меньше единицы при изменении *n* на единицу, что дает возможность перейти от суммирования по n к соответствующему интегрированию. В результате для суммы в (16) будем иметь

$$\sum_{n=-N}^{N} \approx \dots \sqrt{\frac{k_z L}{4\pi\beta}} \{ [C(\mu_+) - C(\mu_-)] \cos \eta + [S(\mu_+) - S(\mu_-)] \sin \eta \},$$
(17)

где

$$C(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{x} \frac{\cos t}{\sqrt{t}} dt, \qquad S(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{x} \frac{\sin t}{\sqrt{t}} dt$$
(18)

- интегралы Френеля и

$$\eta = \frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{\pi}{k_z L} \right)^2 k_z L , \qquad \mu_{\pm} = \frac{k_z L}{2\beta} \left(\pm \frac{2\pi\beta}{k_z L} N + 1 - \frac{\pi}{k_z L} \right)^2$$

Отметим, что приближенный расчет можно продолжить и результат (17) выразить полностью через элементарные функции, если учесть, что аргументы интегралов Френеля для представляющих основной интерес значений параметров системы намного больше единицы и использовать их асимптотические выражения [4].

4. Учет поглощения

В области жесткого рентгеновского излучения, например, когда энергия фотона намного превосходит энергию ионизации атома, все электроны атома можно считать свободными для такого излучения и как следствие – рассматривать среду как нейтральную плазму. Тогда коэффициент α (поляризуемость отдельного атома) можно аппроксимировать хорошо известным выражением для электронной плазмы

$$\alpha = -\frac{4\pi e^2}{m\omega(\omega + i\gamma)},\tag{19}$$

где е и m – заряд и масса электрона, γ – феноменологическая постоянная релаксационных процессов в поглощении излучения ($\gamma << \omega$). Уравнения для косинус- и синус-волн выводятся вполне аналогично уравнениям (8a) и (8b) и имеют вид

$$\frac{d^2 E_c(x)}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} (\overline{\varepsilon} + \Delta \varepsilon + i\frac{\gamma}{\omega}(-\alpha \overline{n} - \Delta \varepsilon)) - k_z^2\right] E_c(x) = 0, \qquad (20a)$$

$$\frac{d^2 E_s(x)}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2}(\overline{\varepsilon} - \Delta\varepsilon + i\frac{\gamma}{\omega}(-\alpha\overline{n} + \Delta\varepsilon)) - k_z^2\right] E_s(x) = 0.$$
(20b)

Соответствующие решения имеют вид

$$E_c(x) = E_0 \exp(ik_c x - \Gamma_c x), \quad E_s(x) = E_0 \exp(ik_s - \Gamma_s x), \quad 0 \le x \le l,$$
 (21)

где волновые векторы $k_{c,s}$ в приближении $\gamma << \omega$ определяются выражениями (11), а

$$\Gamma_{c,s} = \frac{\gamma\omega}{c^2} \frac{(-\alpha \overline{n} \mp \Delta \varepsilon)}{k_{c,s}} \equiv \Gamma_0 \pm \Gamma_1, \qquad (22)$$

где косинус-волне соответствует верхний знак скобки. Как и следовало ожидать, коэффициент поглощения Γ для косинус-волны больше, чем для синус-волны (величины α и $\Delta \varepsilon$ обе отрицательны).

На выходе из среды пучок, как и в случае отсутствия поглощения, расщепляется на проходящий и отраженный. Сшивая решение свободного распространения с внутренними решениями на границе раздела x = l, для интенсивностей вышеуказанных волн получаем, соответственно:

$$I_{trans} = I_0 [\cos^2(\Delta \Phi) + \text{sh}^2(\Gamma_1 l)] e^{-2\Gamma_0 l}, \qquad (23a)$$

$$I_{reflec} = I_0[\sin^2(\Delta\Phi) + \text{sh}^2(\Gamma_1 l)]e^{-2\Gamma_0 l},$$
(23b)

где I_0 – интенсивность волны на входе в среду. Из этих выражений следует, что поглощение в общем случае сближает интенсивности выходящих волн, причем на выходе из среды уже не может быть только проходящей или отраженной волны. Наличие поглощения также сглаживает зависимость I_{trans} и I_{reflec} от параметров системы: температуры, расстройки от условия Брэгта и т.д. Из (23a,b) следует также, что если $\Gamma_1 I >> 1$, то $I_{trans} \approx I_{reflec}$. Это не что иное, как хорошо известный эффект Бормана, заключающийся в том, что косинус-волна, которая проходит через более плотные слои среды с модулированной плотностью, полностью поглощается и не выходит из среды, в то время как синус-волна, проходя через менее плотные слои, поглощается не полностью и на выходе из среды дает две расщепленные волны одинаковых интенсивностей.

5. Численные расчеты для прохождения рентгеновского излучения через слой кристалла SiO₂

В качестве примера для численных расчетов выберем тонкую пластину монокристалла SiO₂ толщиной l=1мм и высотой H=1см. Расстояние между атомными плоскостями недеформированного кристалла (при комнатной температуре) L=3.4 Å. Предполагается, что на кристалл падает монохроматическое излучение с длиной волны $\lambda = 0.71$ Å. Средняя концентрация электронов определяется исходя из значения плотности кристалла 2.5 г/см³, а для относительной глубины модуляции $\Delta n/\overline{n}$ выбрано значение 2/3. Что касается источника неоднородных деформаций, то для конкретности считается, что они обусловлвны температурным градиентом вдоль направления оси z.

Основной целью численных расчетов является выявление закономерностей зависимости интенсивностей проходящей и отраженной волн от приложенного температурного градиента. Поскольку полученные формулы предполагают строго определенное значение проекции волнового вектора k., а реальные пучки излучения никогда не бывают абсолютно монохроматическими и коллимированными, то прежде всего следует выяснить, насколько чувствительна сама фазовая расстройка $\Delta \Phi$ (формула (13)) к разности температур ∆т между верхним и нижним гранями кристалла. Расчеты, часть которых иллюстрирована на рис.1, показывают, что увеличение разности Δt всего на 0.01° может изменить $\Delta \Phi$ до одного радиана, так что для получения данных, сопоставимых с экспериментально ожидаемыми результатами, нам следует провести усреднение выражений для проходящих и отраженных волн (см., например, формулы (23a) и (23b)) по функции распределения волнового вектора k. Из графика видна и другая закономерность: ожидаемое уменьшение $\Delta \Phi$ после некоторого "затишья" в среднем снова растет и становится очень быстрой функцией Δt .



Рис.1. Фазовая расстройка $\Delta \Phi$ как функция разности температур Δt между верхним и нижним гранями кристалла. Значения параметров построения даны в тексте.



Рис.2. Зависимость усредненной интенсивности брэгтовской волны от температурной разности Δt и нормированной ширины распределения волнового вектора Δk . Значения параметров построения даны в тексте.

Зависимость усредненной таким образом интенсивности брэгтовской волны от температурной разности Δt приведена на рис.2 для достаточно широкой области значений ширины распределения. Как и следовало ожидать, в области малых ширин ($\Delta k = \Delta k_z / k_z \approx 10^{-6}$) интенсивность брэгтовски отраженной волны ведет себя сильно хаотично в области больших Δt (>45+50°). С увеличением ширины Δk_z хаотичность падает, сперва быстро, потом все медленнее и остается существенной даже при относительно больших ширинах $\Delta k_z / k_z \approx 10^{-4}$. Другая, более характерная особенность в поведении брэгтовской волны – это наличие области "затишья" при относительно небольших Δt , являющегося отражением затишья в зависимости $\Delta \Phi$. С увеличением Δk_z эффект затишья ослабевает, но полностью не исчезает даже в области больших ширин. Здесь интенсивность брэгтовской волны сперва растет с увеличением температурной разности Δt , а интуитивно-ожидаемый результат монотонного спада получается только в области больших Δt .



Рис.3. Та же зависимость, что и на рис.2, но ширина падающего на кристалл пучка в два раза меньше.

Эффект затишья является наиболее характерной особенностью рассматриваемой схемы взаимодействия и мы детально исследовали его повеление при разных режимах взаимодействия и значениях параметров системы. Эти расчеты показывают, что затишье всегда присутствует, причем оно может быть как менее выраженным, так и более отчетливым, чем на рис.2. Рис.3, например, представляет случай, когда ширина падающего на кристалл пучка в два раза меньше, чем в случае рис.2. Как видно из сопоставления рисунков, затишье в отражении для узких пучков проявляется существенно сильнее. Еще один пример представлен на рис.4, где видно, что мера затишья может, причем существенно, зависеть и от места падения пучка на грань кристалла. Первый график соответствует случаю, когда пучок проходит через самую верхнюю часть кристалла, а последний график – через нижнюю часть. причем, как и в случаях рис.2 и 3, выбран квадратичный закон понижения температуры от верхней к нижней грани (при выборе линейного закона понижения температуры зависимость от местоположения прохождения пучка несколько ослабевает), а $\Delta k_r / k_r = 10^{-4}$.



Рис.4. Зависимость усредненной интенсивности брэгтовской волны от температурной разности Δt . Первый график соответствует случаю, когда пучок проходит через самую верхнюю часть кристалла, второй – через среднюю часть, а последний график – через нижнюю часть.

Как уже было указано, эффект маятника, то есть возможность полного переброса интенсивности монохроматического излучения сохраняется и для неоднородно деформированного кристалла. Вопрос, фактически, заключается в том, как эта закономерность ведет себя при переходе от идеального к реальным пучкам, имеющим конечные ширины частотно-углового распределения. Из рис.2 и 3 видно, что для экспериментально реализуемых условий ($\Delta k_z / k_z \ge 10^{-6}$) стопроцентный переброс энергии в брэгтовскую волну невозможен!

Работа выполнена в рамках гранта МВОиН Армении №0126. Авторы выражают благодарность участникам семинаров кафедр общей физики и физики твердого тела ЕГУ, ИППФ НАН Армении за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. А.Р.Мкртчян, М.А.Навасардян, В.К.Мирзоян. Письма в ЖТФ, 8, 677 (1982); R.G.Gabrielyan, A.R.Mkrtchyan, H.A.Aslanyan, Kh.V.Kotandjyan. Phys. Stat. Sol., 92, 361 (1985); E.Zolotoyabko, B.Sander. Acta Cryst., A51, 163 (1995); K.-D.Liss, A.Magerl, A.Rehof, R.Hock. Acta Cryst., A53, 181 (1997). 2. А.Р.Мкртчян, Р.Г.Габриелян, А.А.Асланян, А.Г.Мкртчян, Х.В.Котанджян. Изв. АН
- Арм. ССР, Физика, 21, 297 (1986).
- 3. Л.Г.Гаспарян, В.П.Мкртчян, А.Г.Григорян, М.К.Балян, С.А.Баласанян. Изв. НАН Армении, Физика, 35, 28 (2000).
- 4. Е.И.Нефедов. Электродинамика периодических структур. М., Наука, 1977; В.П.Шестопалов, Ю.К.Сиренко. Динамическая теория решеток. Киев, Наукова думка, 1989.
- 5. C.Keller, J.Schimiedmayer, A.Zeilinger, T.Nonn, S.Durr, G.Rempe. Appl. Phys. B, 69 303 (1999).
- З.Г.Пинскер. Рентгеновская кристаллооптика. М., Наука, 1982; A.Authier. 6. Dynamical theory of X-ray diffraction. New York, Oxford University Press, 2001.

Ոշ-ԻԴԵՍ ՍԿՍՆ ՊԱՐԲԵՐՍԿՍՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ LUCGONFAULTER CERSON UI FOR UTSUIT SEANERS

Ա.Ժ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ, Գ.Ա. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Ներկայացված է անհավասարահեռ շերտավորված միջավայրով լայնականորեն սահմանափակ այիքների անգման պարզ տեսություն։ Այն կարող է օգտագործվել, օրինակ, մեկ ուղղությամբ անհավասարաչափ դեֆորմացված բյուրեղի ոչ հաստ շերտում մոնոքրոմատային ռենտգենյան ճառազայթման Բրեգ-Լաուէյան տարածումը նկարագրելու համար։ Ստացված է, որ ըննարկվող ոչ-իդեալական պարբերական միջավայրում, ինչպես և իդեալական պարբերական միջավայրում, հնարավոր է էներգիայի լրիվ վերամորւմ ընկնոր այիքից դեպի Քրեգ-Լաուէյան այիք։

THEORY OF WAVE TRANSMISSION THROUGH A LAYER OF A NON-IDEALLY PERIODIC MEDIUM

A.Zh. MURADYAN, G.A. MURADYAN

A theory of transmission of finite-width waves through a quasiperiodic dispersive medium is presented. It can be used, for example, for description of the Bragg-Laue passage of a monochromatic X-ray radiation through a thin layer of a nonuniformly deformed crystal. It is shown that for a non-periodic medium, just as in a periodic medium, a full transfer of the energy from the incident wave to the Bragg-Laue wave is possible. An anti-intuitive result is obtained: with increasing nonuniform deformation the decreasing intensity of the Bragg-Laue reflection wave starts to increase, which later comes to saturation, and then, in average, decreases. We also consider the case of absorbing crystals.

Известия НАН Армении, Физика, т.41, №6, с.406-411 (2006)

УДК 530.145

МНОГОФОТОННАЯ НАДПОРОГОВАЯ ИОНИЗАЦИЯ ВОДОРОДОПОДОБНОГО АТОМА ИЗ ВОЗБУЖДЕННОГО СОСТОЯНИЯ

А.Г. МАРКОСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 22 апреля 2006 г.)

На основе численного исследования изучен многофотонный процесс надпороговой ионизации водородоподобного атома в сверхинтенсивном лазерном поле из произвольного начального возбужденного состояния. Показано, что в поле сильной электромагнитной волны вероятность многофотонной ионизации электрона из более сильно связанного с кулоновским полем ядра состояния больше, чем из слабо связанного состояния, в отличие от случая надпороговой ионизации атома в поле слабой электромагнитной волны.

Исследования процесса многофотонной надпороговой ионизации (НПИ) атома, индуцированного сильным полем электромагнитной волны (ЭМВ), ограничены, в основном, рассмотрением перехода водородоподобного атома из основного состояния [1]. Первой работой в рамках нерелятивистской теории многофотонной НПИ в поле ЭМВ, которая в дальнейшем позволила объяснить качественные особенности энергетического спектра фотоэлектронов в экспериментах по НПИ [2], была работа Келдыша [3]. Ааналогичный результат в калибровке векторного потенциала был получен в дальнейшем Файсалом и Рейсом [4] и поэтому в литературе этот механизм НПИ известен как модель Келдыша-Файсала-Рейса (КФР) [1].

Исторически многофотонная ионизация атома из возбужденного состояния в слабом поле ЭМВ или при сравнительно высоких частотах, когда параметр адиабатичности Келдыша $\gamma >> 1$, была рассмотрена для щелочных металлов [5] с хорошим соответствием с экспериментально наблюдаемыми особенностями процесса ионизации. В другом предельном случае теории КФР – туннельной ионизации, когда $\gamma << 1$, рассмотрен многофотонный фотоотрыв электрона от отрицательного иона водорода и галогенов, где связанное состояние атома описывается приближенно [6]. Рассмотрены также НПИ из ридберговских состояний атома с большими угловыми моментами в рамках классической теории [1].

Целью настоящей работы является рассмотрение НПИ водородоподобного атома в сильном поле ЭМВ из произвольного возбужденного состояния. Перерассеяние фотоэлектрона в поле атомного остатка в случае НПИ нейтрального атома в сильном поле ЭМВ, как показано нами ранее [7], качественно не изменяет особенности энергетического спектра фотоэлектрона в сравнительно простом для численных расчетов случае циркулярнополяризованного излучения ЭМВ, а увеличивает количественно вероятность НПИ. Поэтому для численного рассмотрения энергетического и углового распределений фотоэлектрона мы воспользовались наиболее компактной формулой, полученной в работе [7] для вероятности индуцированного процесса НПИ водородоподобного атома в сильном поле ЭМВ, обобщенной для переходов из произвольного возбужденного состояния электрона без учета процесса перерассеяния клейн-гордоновского фотоэлектрона в кулоновском потенциале остаточного иона.

Для водородоподобного атома в поле ЭМВ циркулярной поляризации с вектор-потенциалом

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \mathbf{e}_1 A_0 \cos(\omega t - \mathbf{kr}) + \mathbf{e}_2 \sin(\omega t - \mathbf{kr}), \qquad (1)$$

($e_1, e_2 - e$ диничные векторы; $e_1 \perp e_2 \perp k$) дифференциальная вероятность НПИ в телесный угол $d\Omega$ ($\hbar = c = 1$) дается формулой [7]

$$\frac{dW_{i \to f}}{d\Omega} = A_{nLM} \frac{\left(P_M^L(\cos\Theta)^2 \left(N - 2Z\right)^2 \left(k\Pi\right)^2 \left|\Pi\right|}{\mathbf{g}^{2(L+4)}} \times J_N^2\left(\alpha\right),\tag{2}$$

где $J_N(x)$ – функция Бесселя, $P_M^L(\cos(\Theta))$ – полиномы Лежандра, $\Pi = (\Pi_0, \Pi)$ – усредненный четырехмерный квазиимпульс электрона в плоской ЭМВ: $\Pi = p + k\Pi$, $p = (\varepsilon, \mathbf{p})$ – 4-импульс свободного электрона, $Z = e^2 A_0^2 / (4kp)$, $k = (\omega, \mathbf{k})$ – волновой 4-вектор, $kp = \omega \varepsilon - \mathbf{kp}$. Величины α , g, $|\Pi|$, cos Θ имеют вид

$$\alpha = e\mathbf{A}\Pi/(kp), \quad \mathbf{g} = \Pi - N\mathbf{k}, \quad |\Pi| = \sqrt{(\varepsilon_0 + \omega N)^2 - m_*^2}, \quad \cos\Theta = \frac{\mathbf{g}\mathbf{A}}{|\mathbf{g}||\mathbf{A}|}, \quad (3)$$

где $m_* = m\sqrt{1+\xi^2}$ – эффективная масса релятивистского электрона в ЭМВ, $\xi = eA_0/m$ – релятивистский инвариантный параметр интенсивности волны, $\varepsilon_0 = m - E_n$, E_n – энергия связанного состояния водородоподобного атома с квантовым числом *n*, $a = a_0/Z_a$, $a_0 = 1/(me^2)$ – боровский радиус.

Согласно закону сохранения энергии, в процессе НПИ суммирование начинается с числа $N_0 = \langle (m_* - \varepsilon_0) / \omega \rangle$. Численные коэффициенты A_{nLM} определены согласно [8]:

$$A_{nLM} = \frac{2^{4L+5} (2L+1)(L-M)!(n+L)!}{n^{2L+4} (L+M)!(n-L-1)!((2L+1)!)^2},$$
(4)

где n, M – главное и магнитное квантовые числа, L – полный угловой момент.

Так как дальнейшее исследование формулы (2) аналитически затруд-

няется, ниже произведем численный анализ, где функция Бесселя заменена на функцию Эйри Ai(x), что оправдано для случая с N >> 1, $x \approx N$ [7]:

$$I_N(x) \approx \left(\frac{1}{N}\right)^{1/3} \operatorname{Ai}\left(\left(\frac{N}{2}\right)^{2/3} \left(1 - \frac{x^2}{N^2}\right)\right).$$
(5)

Для численных расчетов рассматривается ионизация атома водорода $(Z_a = 1)$ из связанного состояния с энергией $E_n = 0.5/n^2$ а.е. при излучении лазера с частотой $\omega = 1/8$ a.e. и релятивистском параметре интенсивности Е = 1. На рис.1 (сплошная линия) приведена парциальная вероятность НПИ W(N) как функция числа поглощенных фотонов N, необходимых для процесса ионизации, при n = 1, L = 0, M = 0, найденная с помощью (2), где интегрирование по углу рассеяния конечного электрона φ произведено точно, по углу *θ* – численно в системе координат с осью Z, направленной по вектору распространения ЭМВ. Для сравнения на том же рис.1 приведены парциальные вероятности НПИ из состояний с наборами квантовых чисел n = 2, L = 0, M = 0 $W_{n=2L=0M=0}(N)$ (пунктирная линия) и n = 3, L = 0, M = 0 $W_{n=2L=0M=0}(N)$ (точечная линия). Варьирование квантовыми числами п, L, M показало, что вероятность НПИ определяется главным квантовым числом состояния n. Как видно из рис.1, вероятность индуцированного процесса ионизации атома из более сильно связанного состояния больше, чем из слабо связанного состояния. Отметим, что для циркулярной поляризации ЭМВ вклад перерассеяния



Рис.1. Парциальная вероятность ионизации W(N) атома водорода как функция числа фотонов N, необходимых для процесса ионизации при частоте $\omega = 1/8$ а.е. и релятивистском параметре интенсивности $\xi = 1$ циркулярно-поляризованного лазерного поля в логарифмическом масштабе. Сплошная, пунктирная и точечная линии суть парциальные вероятности из состояний с наборами квантовых чисел n = 1, L = 0, M = 0, n = 2, L = 0, M = 0 и n = 3, L = 0, M = 0, соответственно.

электрона того же порядка [7], что и результат Рейса, в котором не учтено перерассеяние [1]. Исследования при больших значениях параметра ξ показали, что с ростом поля скорость ионизации уменьшается на несколько порядков, что позволяет при сравнении с рис.1 увидеть процесс стабилизации [1].

Проведены также исследования пространственного распределения фотоэлектронов. На рис.2 приведен график зависимости дифференциальной вероятности $dW(\theta)/\sin\theta d\theta$ надпороговой ионизации (после суммирования по числу поглощенных фотонов N) от угла рассеяния θ конечного электрона в системе координат с осью Z, направленной по вектору k ЭМВ при остальных одинаковых параметрах задачи из состояния с наборами квантовых чисел n = 1, L = 0, M = 0 $W_{n=2L=0M=0}(N)$ (гладкая линия), n = 2, L = 0, M = 0 $W_{n=2L=0M=0}(N)$ (пунктирная линия) и n = 3, L = 0, M = 0 $W_{n=2L=0M=0}(N)$ (точечная линия), соответственно.



Рис.2. Дифференциальная вероятность $dW(\theta)/\sin\theta d\theta$ процесса надпороговой ионизации атома водорода как функция утла рассеяния θ , составленного импульсом фотоэлектрона **P** и волновым вектором **k**, при циркулярной поляризации лазерного поля с вектором поляризации **A** и частотой излучения $\omega = 1/8$ а.е. и $\xi = 1$. Гладкая, пунктирная и точечная линии суть парциальные вероятности из состояния с наборами квантовых чисел n = 1, L = 0, M = 0, n = 2, L = 0, M = 0 и n = 3, L = 0, M = 0, соответственно. Максимумы вероятности соответствуют периодическим значениям $\theta = 0.785$ гаd.

Интересная особенность выявлена при ионизации из состояния $n \neq 1$, когда наблюдается более одного пика. Два пика кривой $dW(\theta)/\sin\theta d\theta$ вместо одного при НПИ из основного состояния атома при угле рассеяния $\theta = 0.785$ rad (верооятность НПИ равна 5.143934·10¹⁰ s⁻¹) показаны на рис.3: при $\theta = 1.4$ rad (2.206571·10⁸ s⁻¹) и при $\theta = 1.55$ rad (2.171632·10⁸ s⁻¹).



Рис.3. Дифференциальная вероятность $dW(\theta)/\sin\theta d\theta$ процесса надпороговой ионизации атома водорода как функция угла θ , составленного импульсом фотоэлектрона **Р** и волновым вектором **k**, при циркулярной поляризации лазерного поля с частотой излучения $\omega = 0.043$ а.е. и $\xi = 0.1$ из состоянии с квантовыми числами n=2, L=1, M=0.

Резюмируя, можно отметить, что в сильном поле ЭМВ вероятность многофотонной ионизации атома из более сильно связанного с кулоновским полем ядра состояния больше, чем из слабо связанного состояния, в отличие от случая НПИ в слабом поле ЭМВ.

Выражаю благодарность проф. Г.К.Аветисяну за обсуждение результатов и постоянный интерес к работе, а также Г.Ф.Мкртчяну за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. M.H.Mittleman. Introduction to the Theory of Laser-Atom Interactions. Plenum, New York, 1993; M.V.Fedorov. Atomic and Free Electrons in a Strong Light Field. World Scientific, Singapore, 1997; F.Ehlotzky et al. Phys. Reports, 297, 63 (1998).
- P.Agostini et al. Phys. Rev. Lett., 42, 2778 (1979); P.H.Buckbaum et al. Phys. Rev. Lett., 56, 2590 (1986); U.Mohideen et al. Phys. Rev. Lett., 71, 509 (1993).
- 3. Л.Д.Келдыш. ЖЭТФ, 47, 1945 (1964).
- 4. F.Faisal. J. Phys B, 6, L89 (1973); H.R.Reiss. Phys. Rev. A, 22, 1786 (1980).
- 5. А.Л.Никишов, В.Л.Ритус. Труды ФИАН, 111, 218 (1979).
- G.F.Gribakin, M.Yu.Kuchev. Phys. Rev. A, 55, 3760 (1997); M.V.Frolov et al. Phys. Rev. Lett., 91, 053003 (2003).
- 7. H.K.Avetissian et al. Phys. Rev. A, 64, 053404 (2001).
- 8. B.Podolsky, L.Pauling. Phys. Rev. A, 34, 109 (1929).

ՋՐԱԾՆԱՆՄԱՆ ԱՏՈՄՆԵՐԻ ԲԱՋՄԱՖՈՏՈՆ ՎԵՐՇԵՄԱՅԻՆ ԵՎԿԱՃՎԻ ԾԱՆԴՔԴՔ ԴՍՎՈՅԱԶՎՈՎ

Ա.Գ. ՄԱՐԿՈՍՅԱՆ

Թվային հաշվարկի հիման վրա ուսումնասիրված է գերհզոր լազերային դաշտում ջրածնանման ատոմի բազմաֆոտոն վերշեմային իոնիզացումը կամայական սկզբնական գրգոված վիճակից։ Յույց է տրված, որ ի տարբերություն թույլ էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտի, ուժեղ Էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտում էլեկտրոնի բազմաֆոտոն վերշեմային իոնիզացման հավանականությունը միջուկի դաշտում ուժեղ կապված վիճակից ավելի մեծ է, քան թույլ կապված վիճակից։

MULTIPHOTON ABOVE-THRESHOLD IONIZATION OF A HYDROGEN-LIKE ATOM FROM AN EXCITED STATE

A.G. MARKOSSIAN

The multiphoton above-threshold ionization process of a hydrogen-like atom from an arbitrary initial excited state in a superintensive laser field is investigated based on numerical simulations. It is shown that, in contrast to the above-threshold ionization of an atom in a weak electromagnetic wave field, the multiphoton ionization rate of an electron in a strong electromagnetic wave field from the state strongly coupled with the Coulomb field of nucleus is larger than from the weakly coupled one.

УДК 530.145

ОБОБЩЕНИЕ СООТВЕТСТВИЯ ОСЦИЛЛЯТОР - КЕПЛЕР

К.С. АРАМЯН

Арцахский государственный университет, Степанакерт

(Поступила в редакцию 16 августа 2006 г.)

Приведено гамильтоново описание обобщенного преобразования Болина, связывающего системы с различными степенными потенциалами. Предложен аналог этого соответствия на искривленных поверхностях непостоянной кривизны, обобщающих сферу и гиперболоид.

1. Введение

Залачи Кеплера и изотропного осциллятора являются наиболее известными системами классической и квантовой механик, обладающими скрытой симметрией. Полные алгебры симметрий этих систем есть su(d) в случае осциллятора и so(d+1) (при фиксированной энергии) в случае задачи Кеплера, где d – размерность пространства [1]. Если в случае осциллятора скрытые симметрии имеют прозрачную интерпретацию в терминах геометрии фазового пространства, то в случае задачи Кеплера они существенно нелинейны и имеют нетривиальную интерпретацию в терминах геодезических потоков на *d*-мерной сфере, заданной в пространстве импульсов. Между тем еще в XIX веке отмечалось сходство осциллятора и задачи Кеплера, проявляющееся, в частности, в эллиптичности классических траекторий этих систем. Сходство траекторий этих систем отражается в том, что преобразование $r = R^2$ переводит (p+1)-мерную радиальную задачу Кеплера в 2p-мерную задачу радиального осциллятора как в классическом случае, так и на квантовом уровне (см., например, [2]). Впоследствии, в трех выделенных случаях. p = 1,2,4, было установлено полное отображение задачи Кеплера в задачу изотропного осциллятора. Эти соответствия устанавливаются посредством т.н. преобразований Леви-Чивиты-Болина [3] (для p=1), Кустаанхеймо-Штиффеля [4] (для p = 2) и Гурвица [5] (для p = 4). Эти преобразования имеют глубокий геометрический смысл, будучи связанными с известными расслоениями Хопфа (расслоения сферы над сферой) и, соответственно, с существованием алгебр вещественных чисел, комплексных чисел, и кватернионов (см., например, обзор [6]). Благодаря этим расслоениям удается связать угловые части задач осциллятора и Кеплера. Отметим, что имеется последнее, четвертое расслоение Хопфа, отвечающее октонионам, которое должно соответствовать связи между 16-мерным осциллятором и 9-мерной задачей Кеплера. В популярной книге Арнольда [7] приведено обобщение преобразования Болина для систем со степенными потенциалами. С другой стороны, имеются обобщения задач осциллятора [8] и Кеплера [9] на простейшие пространства постоянной кривизны, сферу и гиперболоид. Связь между этими системами была установлена Нерсесяном и Погосяном [10] и оказалась довольно необычной: как обнаружилось, и сферический, и гиперболический осцилляторы переходят в гиперболическую задачу Кеплера.

В предлагаемой работе мы даем описание преобразования Арнольда-Болина на гамильтоновом языке, сильно упрощающем его восприятие, а затем приводим его обобщение на некоторый класс пространств с непостоянной кривизной, в духе работы [10].

Исследование и обобщение связи задач осциллятора и Кеплера имеет не только методический интерес. Это связано, во-первых, с многоплановостью приложений задач осциллятора и Кеплера в самых широких областях физики. Во-вторых, отображения Хопфа играют ключевую роль в современных теоретико-полевых и струнных моделях, обуславливая выделенность определенных размерностей пространства-времени этих моделей. Поэтому структуры, обнаруженные при исследовании связи задач осциллятора и Кеплера, могут быть применены в совершенно ином контексте.

2. Преобразование Болина и его обобщение

В начале XX века независимо Болином и Леви-Чивитой было установлено соответствие между классической (2-мерной) задачей Кеплера и круговым осциллятором [3]. Было показано, что траектории, соответствующие этим задачам, связаны преобразованием

$$w = z^2, \qquad (1)$$

где комплексные координаты $z = (x_1 + ix_2)/\sqrt{2}$ и $w = (y_1 + iy_2)/\sqrt{2}$ параметризуют положение частицы в осцилляторной и кеплеровой задаче.

Рассмотрим соответствие между классическими двумерной задачей Кеплера и двумерным изотропным (круговым) осциллятором на гамильтоновом языке. Гамильтонову динамику кругового осциллятора удобно описывать фазовым пространством *T*.*I*C, на котором заданы следующие канонические скобки Пуассона и гамильтониан:

$$\{\pi, z\} = 1, \quad \{\overline{\pi}, \overline{z}\} = 1;$$
 (2)

$$H_{osc} = \frac{1}{\mu} \pi \overline{\pi} + \mu \omega^2 z \overline{z} .$$
(3)

Интегралы движения, образующие алгебру su(2), удобно представить в виде вещественного интеграла J, имеющего смысл вращательного момента осциллятора, и комплексного интеграла I^+ (комплексно-сопряженную ему величину мы обозначаем I^-):

$$J = i(\pi z - \overline{\pi z}), \quad I^{+} = \frac{\pi^{2}}{\mu} - \mu \omega^{2} \overline{z}^{2}, \quad \{I^{+}, I^{-}\} = 2\omega^{2} J, \quad \{I^{\pm}, J^{-}\} = \pm 2I_{\pm}.$$
(4)

Теперь совершим преобразование $(z, \pi) \rightarrow (w, p)$, каноническое на всем фазовом пространстве (за исключением начала координат, в котором оно сингулярно):

$$w = z^2$$
, $p = \frac{\pi}{2z}$, $\{w, w\} = 0$, $\{w, p\} = 1$, $\{p, \overline{p}\} = 0$. (5)

Это преобразование переводит изоэнергетические поверхности осциллятора $H_{osc} = E_{osc}$ в изоэнергетические поверхности задачи Кеплера $H_K = -2\mu\omega^2$, где

$$H_C = \frac{1}{2\mu} p\overline{p} - \frac{E_{osc}}{|w|}; \tag{6}$$

При этом интегралы движения осциллятора переходят во вращательный момент и в вектор Рунге-Ленца двумерной задачи Кеплера:

$$j = 2\widetilde{J} = 2i(wp - \overline{wp}), \qquad j \to 2\widetilde{J} = 2\left(2iJp - \frac{\alpha w}{2|w|}\right). \tag{7}$$

Отметим, что при переходе от задачи осциллятора к задаче Кеплера удваивается вращательный момент системы, что проявляется в двойном обходе орбиты в задаче Кеплера при однократном обходе орбиты в задаче об осцилляторе. Чтобы увидеть это, параметризуем траектории осциллятора эллипсом Жуковского, где комплексный параметр u параметризует окружность с радиусом, отличным от единицы ($|u| = \text{const} \neq 1$):

$$z = u + \frac{1}{u}$$
, $u = r_0 e^{i\phi}$, $r_0 \neq 0$. (8)

Ясно, что большая и малая полуоси эллипса задаются выражениями

$$a = r_0 + \frac{1}{r_0}, \qquad b = r_0 - \frac{1}{r_0}.$$
 (9)

Тогда в результате преобразования $w = z^2$ имеем

$$z = u + \frac{1}{u} \rightarrow w = u^2 + \frac{1}{u^2} + 2,$$

то есть центр притяжения задачи Кеплера смещается в фокус эллипса с полуосями

$$a = r_0^2 + \frac{1}{r_0^2}$$
, $b = r_0^2 - \frac{1}{r_0^2}$,

а обходу частицей эллипса в задаче об осцилляторе соответствует двойной обход орбиты в задаче Кеплера. Таким образом, при рассмотрении эллипти-

ческих орбит мы можем констатировать эквивалентность классического кругового осциллятора и двумерной задачи Кеплера.

В популярной книге Арнольда [7] приводится обобщение преобразования Болина

$$w = z^N, \tag{10}$$

связывающее классические траектории двумерных систем с потенциалами $|z|^a$ и $|w|^b$, где

$$(a+2)(b+2) = 4$$
, $N = \frac{a+2}{2}$. (11)

Опишем на гамильтоновом языке это преобразование, а также представим его обобщение на сфере, плоскости Лобачевского и связанных с ними классах пространств. Сперва рассмотрим случай Евклидова пространства.

Рассмотрим на комплексной плоскости C гамильтонову систему, заданную каноническими скобками Пуассона (2) и гамильтонианом (здесь и далее $\mu = 1$)

$$H = \pi \overline{\pi} + A(z\overline{z})^{a/2} \,. \tag{12}$$

Ее вращательный момент имеет вид

$$J = i(\pi z - \overline{\pi z}). \tag{13}$$

Теперь совершим каноническое преобразование

$$p = z^N$$
, $p = \frac{\pi}{Nz^{N-1}}$, $\{w, w\} = 0$, $\{w, p\} = 1$, $\{p, \overline{p}\} = 0$. (14)

Это преобразование приводит изоэнергетические поверхности гамильтониана H, $H = E_{osc}$ к следующему виду:

$$N^{2} \left(w\overline{w}\right)^{\frac{N-1}{N}} p\overline{p} + A\left(w\overline{w}\right)^{\frac{\alpha}{2N}} - E_{osc} = 0.$$
(15)

Положив a/2 = N - 1, и поделив на $N^2 (w\overline{w})^{(N-1)/N}$, получим

$$\widetilde{H} = E$$
, $\widetilde{H} = p\widetilde{p} + B(w\overline{w})^{b/2}$, $E = -\frac{A}{N^2}$, (16)

где

$$B = -\frac{E_{osc}}{N^2}, \qquad b = \frac{2(N-1)}{N}.$$
 (17)

Исключив N, мы приходим к выражению (3). Из него, в частности, видно, что потенциалу осциллятора, a = 2, отвечает потенциал задачи Кеплера, b = -1. Этот случай подробно разобран выше. Другим важным случаем является a = 4, часто встречающийся в задачах квантовой теории поля. Преобразование Арнольда-Болина переводит его в систему с потенциалом b = -4/3. Вращательный момент исходной системы оказывается равным *N*-кратному вращательному моменту полученной системы

$$j = i(z\pi - \overline{z}\overline{\pi}) = N\widetilde{J}$$
, $\widetilde{J} = i(wp - \overline{wp})$. (18)

3. Обобщение преобразования Арнольда-Болина

Попытаемся обобщить приведенное преобразование на искривленные пространства, с метриками вида

$$ds^{2} = \frac{dz d\overline{z}}{(1 + \varepsilon z^{n} \overline{z}^{n})^{2m}}, \quad \varepsilon = \pm 1.$$
⁽¹⁹⁾

Скалярная кривизна этой метрики задается выражением

$$R = -g \frac{\partial^2 \log g}{\partial z \partial \overline{z}} = 2\varepsilon m n^2 (1 + \varepsilon z^n \overline{z}^n)^{2(m-1)} (z\overline{z})^n .$$
⁽²⁰⁾

Этот класс метрик включает также ряд других важных в теоретической физике пространств. В частности, к системам на таких пространствах сводится движение тела в поле черной дыры (как обычной, задаваемой метрикой Шварцшильда, так и т.н. топологической, или БТЗ черной дыры). При n = m = 1 мы имеем сферу, если $\varepsilon = 1$, и гиперболоид, если $\varepsilon = -1$.

Рассмотрим на таком пространстве гамильтонову систему, заданную скобками Пуассона (2) и гамильтонианом

$$H = (1 + \varepsilon z^n \overline{z}^n)^{2m} \pi \overline{\pi} + \frac{A(z\overline{z})^{a/2}}{(1 - \varepsilon z^n \overline{z}^n)^{2m}} .$$
(21)

При n = m = 1, a = 2 эта система сводится к осциллятору Хиггса.

Совершив каноническое преобразование (5), и поделив поверхность уровня энергии $H = E_{asc}$ на $N^2 (w \overline{w})^{(N-1)/N}$, мы придем к выражению

$$(1 - (w\overline{w})^{2n/N})^{2m} p\overline{p} + \frac{A}{N^2} (w\overline{w})^{\frac{a-2N+2}{2N}} - E \frac{(1 + (w\overline{w})^{n/N})^{2m}}{N^2 (w\overline{w})^{\frac{N-1}{N}}} = 0.$$
(22)

Для соответствия с плоским случаем положим

$$N=\frac{a}{2}+1.$$

Тогда последнее выражение можно представить в виде поверхности уровня энергии новой системы

$$\widetilde{H}=E,$$

заданной гамильтонианом

$$\widetilde{H} = \left(1 - (w\overline{w})^{2n/N}\right)^{2m} p\overline{p} - B \frac{\left(1 + \varepsilon(w\overline{w})^{n/N}\right)^{2m}}{(w\overline{w})^{\frac{N-1}{N}}}$$
(23)

со следующими значениями энергии и константы связи:

$$E = -\frac{A}{N^2}, \qquad B = -\frac{E_{osc}}{N^2}.$$

Как видим, лишь при N = 2, m = 1 мы переводим систему на сфере (плоскости Лобачевского) в систему на плоскости Лобачевского. При этом потенциал исходной системы есть известный потенциал осциллятора Хиггса, а результирующая система отвечает предложенному Шредингером обобщению задачи Кеплера. Нетрудно рассмотреть его простейшее обобщение.

Действительно, при n = N - 1, m = 1 второй член в потенциале становится константой. В этом случае удобно переопределить энергию и гамильтониан системы, приведя его к виду

$$\widetilde{H}' = \left(1 - (w\overline{w})^k\right)^2 p\overline{p} - B \frac{1 + (w\overline{w})^k}{(w\overline{w})^{\frac{k}{2}}}, \qquad k = \frac{2n}{n+1}.$$
(24)

В этом случае энергия системы связана с энергией исходной системы выражением

$$E = -\frac{A}{\left(n+1\right)^2} + 2\varepsilon \frac{E_{osc}}{\left(n+1\right)^2} .$$

Итак, мы привели гамильтоново описание преобразования Болина, связывающего круговой осциллятор с задачей Кеплера. Затем мы описали аналогичным образом преобразование Арнольда-Болина, связывающее системы с потенциалами других степеней, и рассмотрели его аналог на искривленных поверхностях непостоянной кривизны, имеющих пределом сферу и плоскость Лобачевского. Заметим, что аналогичное квантовомеханическое преобразование приводит к системам с дробным спином [11].

ЛИТЕРАТУРА

- А.М.Переломов. Интегрируемые системы классической механики и алгебры Ли. М., Наука, 1990.
- 2. V.M.Ter-Antonyan. Dyon-oscillator duality, quant-ph/0003106.
- 3. K.Bohlin. Bull. Astr., 28, 144 (1911). T.Levi-Civita. Opere Mathematiche, 2, 411 (1906).
- 4. P.Kustaanheimo, E.Stiefel. J. Reine Angew. Math., 218, 204 (1965).
- L.S.Davtyan, L.G.Mardoyan, G.S.Pogosyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. J. Phys., A20, 6121 (1987).
- 6. A.Nersessian. Lecture Notes on Physics, 698, 139 (2006) [arXiv:hep-th/0506170].
- 7. В.И.Арнольд. Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук. М., Наука, 1989.
- 8. P.W.Higgs. J. Phys. A, 12 309 (1979).
- 9. E.Schrödinger. Proc. Roy. Irish Soc., 46, 9 (1941); 46, 183 (1941); 47, 53 (1941).

- 10. A.Nersessian, G.Pogosyan. Phys. Rev. A, 63, 020103(R) (2001). A.Nersessian. Phys. Atom. Nucl., 65, 1070 (2002) [arXiv:math-ph/0010049].
- 11. A.Nersessian, V.Ter-Antonian, M.M.Tsulaia. Mod. Phys. Lett. A, 11, 1605 (1996). A.Nersessian, V.M.Ter-Antonian. Phys. Atom. Nucl., 61, 1756 (1998).

ՕՍՅԻԼՅԱՏՈՐ-ԿԵՊԼԵՐ ՀԱՄԱՊԱՏԱՍԽԱՆՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՐԱՅՈՒՄԸ

Կ.Ս. ԱՐԱՄՅԱՆ

Դիտարկված է տարբեր աստիճանային պոտենցիալներով համակարգերի միջև կապ ստեղծող Բոլինի ընդհանրացված ձևափոխության համիլտոնյան նկարագրությունը։ Առաջարկված է այդ համապատասխանության ընդհանրացումը փոփոխական կորությամբ մակերևույթների համար, որոնք հանդիսանում են սֆերայի և հիպերբոլոիդի ընդհանրացումը։

GENERALIZATION OF THE OSCILLATOR-KEPLER CORRESPONDENCE

K.C. ARAMYAN

We give the Hamiltonian description of the generalized Bohlin transformation connecting the systems with potentials of different powers. Then we suggest an analog of this correspondence for the curved spaces of non-constant curvature, which are the generalizations of the sphere and hyperboloid.

Известия НАН Армении, Физика, т.41, №6, с.419-425 (2006)

УДК 533.341

ВЫЧИСЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ СДВИГОВ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ ИОНА Yb³⁺ В КРИСТАЛЛЕ NaBi(WO₄)₂

Г.Г. ДЕМИРХАНЯН

Армянский педагогический университет им. Х.Абовяна

(Поступила в редакцию 6 сентября 2006 г.)

На основе гамильтониана электрон-фононного взаимодействия фрелиховского типа вычислены одно- и двухфононные неадиабатические вклады в смещение электронных уровней примесных редкоземельных ионов в кристаллах. Показано, что направление сдвига линии зависит от температуры. Вычислены температурные сдвиги всех штарковских уровней иона Yb³⁺ в NaBi(WO₄)₂ и определены температурные зависимости смещений спектральных линий длин волн 996.6 нм и 1010.2 нм.

1. Введение

Известно, что в диэлектрических кристаллах процессы обмена фононами между электронной и фононной подсистемами, происходящими вследствие электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ), наряду с уширением бесфононных линий (БФЛ) примесного иона приводят к зависящим от температуры смещениям их максимумов [1-3]. Тем самым сдвиги БФЛ, вместе с уширением и фактором Дебая-Валлера, определяют температурную зависимость интенсивности спектральной линии. В [1] получены выражения для сдвига БФЛ в случае, когда электронные уровни сильно удалены друг от друга (адиабатические вклады). Однако для кристаллов, легированных трехвалентными редкоземельными (P3³⁺) ионами, реализуется обратный случай, так как внутримультиплетное расщепление уровней свободного РЗ³⁺ иона в кристаллическом поле намного меньше энергии дебаевского фонона. Поэтому оценка температурных ширин и сдвигов БФЛ примесных P3³⁺ ионов на основе формул Маккамбера-Старджа [1] не правомерна. В [3] получены выражения для неадиабатических вкладов в смещение БФЛ, индуцированных одно- и двухфононными переходами. Однако, допущенные в [3] неточности и необоснованные приближения приводят к неправильным температурным зависимостям сдвига линии при низких температурах.

Кристаллы NaBi(WO₄)₂:Yb³⁺ занимают особое место среди низкопороговых лазерных материалов. Это в первую очередь обусловлено большими величинами поперечного сечения вынужденного перехода и кубической нелинейности, что дает возможность построения на основе этих кристаллов эффективных рамановских преобразователей частоты. С другой стороны, ввиду простоты энергетической схемы ионов иттербия, кристаллы NaBi(WO₄)₂:Yb³⁺ являются удобной моделью для теоретических исследований спектроскопических свойств примесных кристаллов.

В [4] на основе анализа низкотемпературных спектров примесного поглощения и испускания построена энергетическая схема уровней иона Yb³⁺ в NaBi(WO₄)₂, а в [5] определены параметры кристаллического поля и построены волновые функции штарковских состояний. В [6] вычислены силы линий межштарковских переходов и на их основе рассчитаны основные спектроскопические характеристики внутрицентровых межштарковских переходов (поперечные сечения и вероятности спонтанных переходов, коэффициенты ветвления люминесценции и т.д.)

В настоящей работе на основе детального вычисления межштарковских матричных элементов ЭФВ по формулам, полученным в рамках теоретических построений работы [3], рассчитаны температурные смещения всех штарковских уровней иона Yb³⁺ в NaBi(WO₄)₂, определены температурные зависимости смещений бесфононных линий излучения на длинах волн 996.6 нм и 1010.2 нм, имеющих наибольшие коэффициенты ветвления люминесценции [6].

2. Смещение БФЛ межштарковских переходов

Сдвиг спектральной линии $\Delta \varepsilon_{if}$ электронного перехода $i \to f$, очевидно, выражается через смещения $\Delta \varepsilon_i$ начального и $\Delta \varepsilon_f$ конечного штарковских подуровней *i* и *f*:

$$\Delta \varepsilon_{if} = \Delta \varepsilon_i - \Delta \varepsilon_f \,. \tag{1}$$

Ограничиваясь одно- и двухфононными процессами, запишем сдвиг уровня *v* в виде

$$\Delta \varepsilon_{\nu} = \Delta \varepsilon_{\nu}^{(1)} + \Delta \varepsilon_{\nu}^{(2)}, \qquad (2)$$

где $\Delta \varepsilon_v^{(1)}$ и $\Delta \varepsilon_v^{(2)}$ – одно- и двухфононный вклады в смещение уровня *v*, обусловленные обменом, соответственно, одним и двумя фононами решетки. Проводя вычисления на основе гамильтониана ЭФВ Фрелиховского типа [2,3]

$$H_{e-ph} = \sum_{n} \sum_{\alpha_1 \cdots \alpha_n} \sum_{\nu, \nu'} B_{\alpha_1 \cdots \alpha_n}^{(n)} (\nu, \nu') a_{\nu}^+ a_{\nu'} \left(b_{\alpha_1}^+ + b_{\alpha_1}^- \right) \cdots \left(b_{\alpha_n}^+ + b_{\alpha_n}^- \right), \tag{3}$$

в первом порядке теории возмущений для $\Delta \varepsilon_{\nu}^{(1)}$ и $\Delta \varepsilon_{\nu}^{(2)}$ получим:

$$\Delta \varepsilon_{\nu}^{(1)} = \frac{1}{\hbar} \cdot \sum_{\alpha} \left| B_{\alpha}^{(1)}(\nu, \mu) \right|^2 \left[\frac{1 + \nu_{\alpha}}{\Delta_{\nu\mu} - \omega_{\alpha}} + \frac{\nu_{\alpha}}{\Delta_{\nu\mu} + \omega_{\alpha}} \right], \tag{4}$$

$$\Delta \varepsilon_{\nu}^{(2)} = \frac{1}{\hbar} \cdot \sum_{\alpha,\beta} \sum_{\mu} \left| B_{\alpha,\beta}^{(2)}(\nu,\mu) \right|^2 \cdot \left\{ \frac{\left(1+\nu_{\alpha}\right) \cdot \left(1+\nu_{\beta}\right)}{\Delta_{\nu\mu}-\omega_{\alpha}-\omega_{\beta}} + \frac{\nu_{\alpha}\nu_{\beta}}{\Delta_{\nu\mu}+\omega_{\alpha}+\omega_{\beta}} + \frac{2 \cdot \left(1+\nu_{\alpha}\right)\nu_{\beta}}{\Delta_{\nu\mu}-\omega_{\alpha}+\omega_{\beta}} \right\}, \quad (5)$$

где a_{ν}^{+} и $a_{\nu}(b_{\alpha}^{+}$ и $b_{\alpha})$ – электронные (фононные) операторы рождения и уничтожения, $\Delta_{\nu\mu} = (\varepsilon_{\nu} - \varepsilon_{\mu})/\hbar$ – частота электронного перехода $\nu \to \mu (\varepsilon_{\nu}$ энергия ν -ого штарковского состояния, отсчитанная от нижайшего подуровня), ω_{α} и $\nu_{\alpha} = [\exp(\hbar\omega_{\alpha}/kT) - 1]^{-1}$ – соответственно, частота и число решеточных фононов типа α (α нумерует ветвь и волновой вектор фонона, T – температура, k и \hbar – постоянные Больцмана и Планка). Ограничиваясь длинноволновым приближением, входящие в (3) коэффициенты ЭФВ представим в виде

$$B_{\alpha_{1}\cdots\alpha_{n}}^{(n)}(\nu',\nu) = \langle \nu' | V^{(n)} | \nu \rangle \prod_{i=1}^{n} \sqrt{\frac{\hbar \omega_{\alpha_{i}}}{2M v_{o\alpha_{i}}^{2}}} \cdot \sin \delta_{\alpha_{i}}, \qquad (6)$$

где M – масса кристалла, $v_{o\alpha}$ и δ_{α} – соответственно, скорость фонона типа α и случайная фаза колебаний, $\langle v' | v^{(n)} | v \rangle$ – межштарковские матричные элементы *n*-ого члена разложения оператора потенциальной энергии взаимодействия оптического электрона примесного иона с ионами решетки по степеням смещения последних из положений равновесия. Подставляя (6) в (4) и (5) и переходя от суммирования по фононным состояниям к интегрированию в

приближении Дебая $\left(\sum_{\alpha} \dots \rightarrow \frac{3V}{2\pi^2 v_o^3} \cdot \int_{0}^{\omega_D} \dots \omega^2 d\omega\right)$, для зависящих от темпера-

туры одно- и двухфононных сдвигов получим:

$$\Delta \varepsilon_{\nu}^{(1)} = \frac{3\omega_D^2}{4\pi^2 \rho v_o^5} \cdot \sum_{\mu} \left| \left\langle \nu \middle| V^{(1)} \middle| \mu \right\rangle \right|^2 \cdot \Delta_{\nu\mu} \cdot I_{\nu\mu}^{(1)}(T), \tag{7}$$

$$\Delta \varepsilon_{\nu}^{(2)} = \frac{9 \hbar \omega_D^7}{64 \pi^4 \rho^2 v_o^{10}} \cdot \sum_{\mu} \left| \left\langle \nu \left| V^{(2)} \right| \mu \right\rangle \right|^2 \cdot I_{\nu\mu}^{(2)}(T) , \qquad (8)$$

где ρ – плотность кристалла, ω_D – частота Дебая, интегралы

$$I_{\nu\mu}^{(1)} = \left(\frac{T}{T_D}\right)^2 \cdot \text{p.v.} \int_0^{T_D/T} \frac{1}{a_{\nu\mu}^2 - x^2} \cdot \frac{x^3}{e^x - 1} \, dx \,, \tag{9}$$

$$I_{\nu\mu}^{(2)} = \left(\frac{T}{T_D}\right)^7 \cdot \text{p.v.} \int_0^{T_D/T} dx \int_0^{T_D/T} dy \frac{x^3 \cdot y^3}{(e^x - 1) \cdot (e^y - 1)} \left\{\frac{e^x + e^y - 1}{a_{\nu\mu} - x - y} + \frac{1}{a_{\nu\mu} + x + y} + \frac{2e^x}{a_{\nu\mu} - x + y}\right\} (10)$$

определяют температурные зависимости одно- и двухфононных вкладов в смещение уровня $\nu (a_{\mu\nu} = \hbar \Delta_{\mu\nu} / kT, T_D -$ температура Дебая). В частности, если рассматриваемый уровень ν изолирован, $|a_{\lambda\nu}| >> T_D / T$, то интегралы (9) и (10) легко преобразуются к виду

$$I_{\nu\mu}^{(1)}(ad) = \frac{1}{4} \frac{T_D}{T_{\lambda\nu}} \left(\frac{1}{4} + 2 \cdot \left(\frac{T}{T_D} \right)^4 \cdot I_3(0, \frac{T_D}{T}) \right), \tag{11}$$

$$I_{\nu\mu}^{(2)}\left(ad\right) = \frac{T_D}{T_{\lambda\nu}} \cdot \left\{ \frac{1}{16} + \left(\frac{T}{T_D}\right)^4 I_3\left(0, \frac{T_D}{T}\right) + 4 \cdot \left(\frac{T}{T_D}\right)^8 I_3^2\left(0, \frac{T_D}{T}\right) \right\},\tag{12}$$

где введены обозначения $T_{\mu\nu} = \hbar \Delta_{\mu\nu} / k$ и $I_n(a,b) = \int_a^b x^n \cdot (e^x - 1)^{-1} dx$. Таким обра-

зом, в этом предельном случае (с точностью до последнего члена в (12)) получается известная формула Маккамбера-Старджа [1]. Отметим, что, вследствие наличия параметрически зависящих от температуры полюсов подынтегральных функций (9) и (10), неадиабатические сдвиги уровней в зависимости от температуры могут происходить как в длиноволновую, так и в коротковолновую сторону. Температура, при'которой смещение уровня (а также спектральной линии) меняет свое направление, очевидно, зависит от конкретной кристаллической системы и конкретного электронного перехода.

3. Смещение штарковских уровней иона Yb³⁺ в NaBi(WO₄)₂

Из приведенной в [4,5] энергетической схемы иона Yb³⁺ в NaBi(WO₄)₂ видно, что штарковские расщепления мультиплетов ${}^{2}F_{5/2}$ и ${}^{2}F_{7/2}$ не превосходят энергию двух дебаевских фононов ($\omega_{D} \cong 350$ см⁻¹ [7]), так что сдвиги штарковских уровней примесного иона обусловлены одно- и двухфононными переходами. Как известно, в матрице кристалла NaBi(WO₄)₂ ион Yb³⁺ находится в слегка искаженном кубическом кислородном окружении [7], поэтому в наших расчетах будем исходить из гамильтониана ЭФВ для кубического комплекса [8]. Вычисляя матричные элементы гамильтониана ЭФВ по волновым функциям штарковских состояний иона Yb³⁺ и проводя усреднение по всем направлениям волнового вектора кристаллических фононов, для однофононных сдвигов штарковских уровней согласно формуле (7) получим:

$$\Delta \varepsilon^{(1)}(\nu_{1}) = -14.0739 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{1},\nu_{2}}^{(1)},$$

$$\Delta \varepsilon^{(1)}(\nu_{2}) = 14.0739 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{2},\nu_{1}} - 4.3587 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{2},\nu_{3}} - 0.1211 \cdot Z^{2} I_{\nu_{2},\nu_{4}},$$

$$\Delta \varepsilon^{(1)}(\nu_{3}) = 4.3587 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{3},\nu_{2}} - 9.8728 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{3},\nu_{4}},$$

$$\Delta \varepsilon^{(1)}(\nu_{4}) = 0.1211 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{4},\nu_{2}}^{(1)} + 9.8728 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{4},\nu_{3}}, \quad \Delta \varepsilon^{(1)}(\nu_{5}) = -11.3290 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{5},\nu_{6}}^{(1)},$$

$$\Delta \varepsilon^{(1)}(\nu_{6}) = 11.329 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{6},\nu_{5}}^{(1)} - 11.071 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{6},\nu_{7}}^{(1)}, \quad \Delta \varepsilon^{(1)}(\nu_{7}) = 11.071 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{7},\nu_{6}}^{(1)},$$

а для смещений, индуцированных двухфононными переходами, согласно (8) получим:

$$\begin{split} \Delta \varepsilon_{\nu_{1}}^{(2)} &= 0.5327 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{1},\nu_{2}}^{(2)} + 0.4175 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{1},\nu_{3}}^{(2)} + 0.0057 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{1},\nu_{4}}^{(2)} ,\\ \Delta \varepsilon_{\nu_{2}}^{(2)} &= 0.5327 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{2},\nu_{1}}^{(2)} + 0.2006 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{2},\nu_{3}}^{(2)} + 0.0042 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{2},\nu_{4}}^{(2)} ,\\ \Delta \varepsilon_{\nu_{3}}^{(2)} &= 0.4175 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{3},\nu_{1}}^{(2)} + 0.2006 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{3},\nu_{2}}^{(2)} + 0.7059 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{3},\nu_{4}}^{(2)} ,\\ \Delta \varepsilon_{\nu_{4}}^{(2)} &= 0.0057 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{4},\nu_{1}}^{(2)} + 0.0042 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{4},\nu_{2}}^{(2)} + 0.7059 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{4},\nu_{3}}^{(2)} ,\\ \Delta \varepsilon_{\nu_{5}}^{(2)} &= 0.7321 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{5},\nu_{6}}^{(2)} + 0.7454 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{5},\nu_{7}}^{(2)} ,\\ \Delta \varepsilon_{\nu_{6}}^{(2)} &= 0.7321 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{6},\nu_{5}}^{(2)} + 0.3762 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{6},\nu_{7}}^{(2)} , \end{split}$$
(14)

$$\Delta \varepsilon_{\nu_{7}}^{(2)} = 0.7454 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{7},\nu_{5}}^{(2)} + 0.3762 \cdot Z^{2} \cdot I_{\nu_{7},\nu_{5}}^{(2)}$$

где Z – входящий в гамильтониан ЭФВ эффективный заряд ионов первой координационной сферы примесного иона, а зависящие от температуры интегралы $I_{\nu_i,\nu_j}^{(1)}$ и $I_{\nu_i,\nu_k}^{(2)}$ определяются формулами (9) и (10). При этом для параметров, входящих в (7) и (8), использованы следующие значения [6,7]:

$$v_0 = 4.10^5$$
 см/сек, $\rho = 7.57$ г/см³, $R_0 = 2.5$ Å, $T_D = 504.7$ K, $\overline{r^2} = 0.613$ a.e., $\overline{r^4} = 0.96$ a.e., $\overline{r^6} = 3.108$ a.e. $(\overline{r^k} = \int_0^\infty [R_{4f}(r)] \cdot r^{k+2} dr$, $R_{4f}(r)$ – хартри-фоковская радиальная вол-

новая функция примесного иона). Вычисление интегралов (9) и (10) без применения достаточно грубых приближений, в результате которых "смазывается" температурная зависимость сдвига уровней, невозможно. Однако, используя программный пакет "Математика-5", можно построить графики зависимости этих интегралов от температуры, не вычисляя их аналитически. На рис.1 и 2 приведены температурные зависимости вкладов одно- и двухфононных переходов в смещение основных штарковских подуровней мультиплетов ${}^{2}F_{7/2}$ и ${}^{2}F_{5/2}$ при Z =1 а.е. Отметим, что величину эффективного заряда Z следует определить из результатов спектроскопических измерений, например, сдвига или однородной ширины наиболее интенсивной линии. К



Рис.1. Температурная зависимость однофононного смещения уровня v_1 : (а) при низких и (b) при высоких температурах; (c) двухфононный сдвиг уровня v_1 (Z = 1 a.e.). сожалению, такого рода измерения для рассматриваемой кристаллической системы отсутствуют. Оценка же величины Z из условия равновесия кубического комплекса, в центре которого находится примесный P3³⁺ ион, приводит к значению $Z = 12\sqrt{2}/(3\sqrt{6} + 3\sqrt{3} + \sqrt{2}) \approx 1.2$ а.е.



Рис.2. Температурная зависимость однофононного (a) и двухфононного (b) смещений уровня v_5 (Z = 1 a.e.).



Рис.3. Смещение БФЛ на длинах волн: (1) 1010.2 нм $(v_5 \rightarrow v_3)$ и (2) 996.6 нм $(v_5 \rightarrow v_2)$, с учетом однои двухфононных переходов (Z = 1 a.e.).

Из рис.1 и 2 видно, что сдвиг уровня v_1 определяется однофононными вкладами, в то время как смещение уровня v_5 главным образом обусловлено двухфононными переходами. Изменение направления сдвигов уровней происходит при сильно отличающихся друг от друга температурах. Так, уровень v_1 меняет направление однофононного сдвига при температуре ~ 70 К (рис.1а), а уровень $v_5 -$ при ~1000 К (рис.2а). На рис.3 приведены температурные зависимости сдвигов БФЛ на длинах волн 1010.2 нм (переход $v_5 \rightarrow v_3$) и 996.6 нм (переход $v_5 \rightarrow v_3$), имеющих наибольшие коэффициенты межштарковского ветвления люминесценции [6]. Видно, что обе линии сильно смещаются (~15÷20 см⁻¹), что дает возможность температурной перестройки излучения на этих длинах волн.

Работа выполнена при поддержке гранта ISTC А-1033.

ЛИТЕРАТУРА

1. D.E.McCumber, M.D.Sturge. J. Appl. Phys., 34, 1682 (1963).

- Ю.Е.Перлин, Б.С.Цукерблат. Эффекты электронно-колебательного взаимодействия в оптических спектрах примесных парамагнитных ионов. Кишинев, изд. Штиинца, 1974.
- 3. Ф.П.Сафарян. К теории температурного сдвига спектральных линий примесных диэлектрических кристаллов. Препринт ПЛРФ-78-15, ЕГУ, 1978.
- 4. L.D.Merkle, M.Dubinskii, B.Zandi, J.B.Gruber, D.K.Sardar, E.P.Kokanyan, V.G.Babajanyan, G.G.Demirkhanyan, R.B.Kostanyan. Optical Materials, 27, 343 (2004).
- 5. V.G.Babajanyan, G.G.Demirkhanyan, E.P.Kokanyan, R.B.Kostanyan. Proc. of Conf. on LP-2004, Ashtarak, Armenia, 2005, p.29.
- 6. В.Г.Бабаджанян, Г.Г.Демирханян, Э.П.Коканян, Р.Б.Костанян. Изв. НАН Армении, Физика, 41, 113 (2006).
- 7. J.Hanuza, A.Benzar, A.Haznar, M.Maczka, A.Pietraszko, J.H. van der Maas. Vibrational Spectroscopy, 12, 25 (1996).

8. Г.Г.Демирханян, Ф.П.Сафарян. Уч. записки ЕрГУ, №2, 61 (1981).

NaBi(WO₄)₂ ԲՅՈՒՐԵՂՈՒՄ Yb³⁺ ԻՈՆԻ ՍՊԵԿՏՐԱԼ ԳԾԵՐԻ ՋԵՐՍԱՍՏԻճԱՆԱՅԻՆ ՇԵՂՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ

Գ.Գ. ԴԵՄԻՐԽԱՆՅԱՆ

Ելեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության Ֆրյոլիխի տիպի համիլտոնիանի հիման վրա հաշվված են բյուրեղներում հազվագյուտ հողի խմբի խառնուրդային իոնների էլեկտրոնային մակարդակների շեղումների մեջ մեկ և երկֆոնոնային ոչ ադիաբատային ներդրումները։ Յույց է տրված գծի շեղման ուղղության փոփոխությունը՝ կախված ջերմաստիճանից։ Հաշվված են NaBi(WO₄)₂ բյուրեղում Yb³⁺ իոնի բոլոր շտարկյան մակարդակների ջերմաստիճանային շեղումները և որոշված են 996.6 նմ և 1010.2 նմ ալիքի երկարությամբ սպեկտրալ գծերի շեղումների ջերմաստիճանային կախվածությունները։

CALCULATION OF SPECTRAL LINES TEMPERATURE SHIFTS OF Yb³⁺ ION IN NaBi(WO₄)₂ CRYSTAL

G.G. DEMIRKHANYAN

Based on the Frelich-type electron-phonon interaction Hamiltonian the one- and two-phonon non-adiabatic contributions in the shifts of electronic levels of impurity rare-earth ions in crystals are calculated. It is shown that the direction of the line shift changes depending on temperature. Temperature shifts of all Stark sublevels of Yb³⁺ ion in NaBi(WO₄)₂ are calculated and temperature dependences of shifts for the 996.6 nm and 1010.2 nm spectral lines are obtained.

УДК 548.732

НОВЫЙ МЕТОД РЕАЛИЗАЦИИ ДИФРАКЦИИ ШИРОКО РАСХОДЯЩЕГОСЯ ПУЧКА РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

К.Т. АВЕТЯН, М.М. АРАКЕЛЯН, П.А. ГРИГОРЯН, Д.Г. МАИЛЯН, О.С. СЕМЕРДЖЯН, А.А. ТАДЕВОСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 19 июля 2006 г.)

Разработан метод реализации дифракции широко расходящегося пучка рентгеновского излучения с использованием стандартной рентгеновской трубки с линейным фокусным пятном. Рентгеновское излучение, проходящее через диафрагму диаметром ~50 мкм, дифрагирует на кристалле, установленном вплотную к диафрагме. Кристалл вместе с фотопластинкой вращается вокруг оси, перпендикулярной фотопластинке. Дифракционное изображение представляет собой набор гипербол. Получены уравнения гипербол и построена компьютерная версия дифракционного изображения при различных ориентациях кристалла.

1. Введение

Тенденция уменьшения размеров различных кристаллических функциональных элементов и субструктур ставит новые требования к рентгенодифракционным методам исследования: приходится локализовывать исследуемую область до размеров отдельных функциональных элементов и при этом, по возможности, повышать информативность. Мы полагаем, что желаемых результатов можно достичь дифракцией широко расходящегося пучка (ШРП) рентгеновского излучения (РИ) с использованием источника с размерами, не превышающими размеров отдельных элементов. Как известно, такая дифракция впервые была осуществлена Косселем по схеме, в которой точечный источник рентгеновского излучения создается электронным пучком, сфокусированным на поверхности исследуемого кристалла. Хотя по ряду причин схема Косселя не нашла широкого практического применения, однако к идее дифракции излучения от точечного источника исследователи возвращались неоднократно.

В работах [1-4] подробно рассмотрены геометрические особенности методов идентифицирования дифракционных изображений и оценены их возможности. В экспериментах был применен микрофокусный генератор с капиллярной трубкой прострельного типа, в которой в качестве анода служила металлическая фольга толщиной 20 мкм, расположенная в торце капилля-

ра. Анодное пятно размером около 10 мкм создавалось на внутренней поверхности окна. Экспериментальная установка позволяла получать высококачественное изображение и производить прецизионные измерения по схеме "на отражение" и "прохождение" при расположении исследуемого образца вплотную к фокусному пятну.

В работах [5-7] приводятся экспериментальная установка и первые пробные дифракционные изображения, полученные от локальных областей исследуемого кристалла в ШРП по схеме "на отражение". Рентгеновское излучение, коллимированное капилляром диаметром около 300 мкм, направляется на исследуемый кристалл, ШРП имитируется прецессией кристалла вместе с фотографической пластинкой вокруг падающего пучка. В работе [8] приведены результаты прецизионных измерений параметров решетки бездислокационного кристалла алмаза. Источником расходящегося пучка рентгеновского излучения является тонкая (~ 2 мкм) фольга меди, на тыловую сторону которой сфокусирован электронный пучок, сформированный в растровом электронном микроскопе. Высокая точность измерений достигается благодаря малым размерам фокусного пятна и большим размерам камеры (\approx 700 мм). Измерения проведены "на прохождение" при $\mu > 1$ с учетом многоволнового рассеяния.

В работе [9] исследованы кристаллические структуры поликристаллических образцов Al и BaTiO₃. Показано, что метод позволяет определять корреляцию между границами соседних зерен. В качестве источника расходящегося пучка излучения использована капиллярная трубка прострельного типа. (Анод – тонкая фольга железа. Анодное напряжение 30-40 кВ).

В работе [10] приведены результаты исследований периодических наноструктур. Показано, что при скользящей геометрии дифракции рентгеновского излучения на наноструктурах наблюдается анизотропия, которую можно использовать для прецизионных измерений характеристик этих структур.

В настоящей работе предложен новый метод реализации дифракции широко расходящегося пучка рентгеновского излучения в кристалле с использованием стандартной рентгеновской трубки.

2. Геометрические особенности метода и схема эксперимента

В экспериментальной установке источником РИ является стандартная рентгеновская трубка с линейным фокусом. РИ проходит через диафрагму (круглое отверстие диаметром $d \approx 50$ мкм непрозрачного экрана) и падает на исследуемую область кристалла, установленную вплотную к диафрагме.

Волновые векторы характеристического излучения (ХИ), удовлетворяющие условию дифракции, расположены на дифракционных конусах (ДК) с общей вершиной, совпадающей с диафрагмой, размерами которой будем пренебрегать. На рис.1 приведена схема эксперимента симметричного случая Лауэ для определенного семейства атомных плоскостей ($h_0k_0l_0$), которое бу-

дем принимать как исходное. Начало координат совмещено с диафрагмой, плоскость XOZ – с плоскостью $(h_0k_0l_0)$, ЛФ установлен параллельно плоскости XOY на расстоянии L_0 от диафрагмы. Условие дифракции будет выполнено, если какая-нибудь точка ЛФ является общей с ДК. На рис.1 общей с ДК является крайняя точка ЛФ, удаленная от оси Z на расстояние $L_0 tg \theta_{h_0k_0l_0}^{(n)}$, где $\theta_{h_0k_0l_0}^{(n)}$ – угол Брэгга при данной длине волны характерического излучения, (n) – дифракционный порядок. При вращении ЛФ вокруг оси z общая точка ЛФ и ДК будет перемещаться вдоль ЛФ и на ДК последовательно окажутся все точки ЛФ. Другая крайняя точка удалена от оси Z на расстояние $L_0 tg \theta_{h_0k_0l_0}^{(n)} + f$, где f-длина ЛФ.



Рис.1. Схема эксперимента.

При данном выборе координат уравнение конической поверхности для семейства плоскостей ($h_0 k_0 l_0$) можно представить в виде

$$x^{2} + z^{2} = y^{2} \operatorname{ctg}^{2} \theta_{h,k,d_{0}}^{(n)} .$$
 (1)

Фотографическая пластинка устанавливается параллельно плоскости ХОҮ на расстоянии z = L от начала координат. Дифракционное изображение данного семейства $(h_0k_0l_0)$ на фотопластинке является коническим сечением ДК плоскостью z = L и представляет собой пару ветвей гиперболы для каждой из длин волн характерического излучения K_{α} , K_{β} в каждом порядке дифракции.

Уравнение гиперболы удобно представить в виде

$$x^{2} \sin^{2} \theta_{h_{0}k_{0}l_{0}}^{(n)} - y^{2} \cos^{2} \theta_{h_{0}k_{0}l_{0}}^{(n)} + L^{2} \sin^{2} \theta_{h_{0}k_{0}l_{0}}^{(n)} = 0.$$
 (2)

Обобщая уравнение (2), для любого из семейства плоскостей (*hkl*), повернутого на угол α вокруг оси Z и на угол γ вокруг оси X, получим

$$x^{2}(\sin^{2}\theta_{hkl}^{(n)} - \sin^{2}\alpha\cos^{2}\gamma) + y^{2}(\sin^{2}\theta_{hkl}^{(n)} - \cos^{2}\alpha\cos^{2}\gamma) + L^{2}\sin^{2}\theta_{hkl}^{(n)} + 2xy\sin\alpha\cos\alpha\cos^{2}\gamma + 2L\sin\gamma\cos\gamma(x\sin\alpha - y\cos\alpha) = 0$$
(3)

Полное дифракционное изображение представляет собой набор гипербол, соответствующих всевозможным отражениям (*hkl*), структурные амплитуды которых отличны от нуля и не ограничены геометрическими особенностями нашего эксперимента. Уравнение (3) дает возможность моделировать дифракционное изображение (строить компьютерную версию дифракционного изображения).

Для семейств исходных плоскостей $(h_0k_0l_0)$ $\alpha_{h_0k_0l_0} = 0$. Если семейства плоскостей (hkl) и $(h_0\kappa_0l_0)$ принадлежат одной зоне, то для недеформированного кристалла α представляет собой угол между этими плоскостями: $\cos \alpha = (h_0h + k_0k + l_0l)/\sqrt{(h_0^2 + k_0^2 + l_0^2)(h^2 + k^2 + l^2)}$. γ_{hkl} представляет собой угол между осью вращения и данной плоскостью (hkl). Для всех плоскостей, ось зоны которых параллельна оси вращения, $\gamma_{hkl} = 0$. Совмещение осей упрощается, если большая грань кристалла совпадает с семейством плоскостей $h_1k_1l_1$ при условии $h_0h_1 + k_0k_1 + l_0l_1 = 0$ (симметричный случай). При малых отклонениях от симметрии уравнение дифракционного изображения можно представить в виде

$$x^{2}(\sin^{2}\theta_{hkl}^{(n)} - \sin^{2}\alpha_{hkl}) + y^{2}(\sin^{2}\theta_{hkl}^{(n)} - \cos^{2}\alpha_{hkl}) + L^{2}\sin^{2}\theta_{hkl}^{(n)} + 2xy\sin\alpha_{hkl}\cos\alpha_{hkl} + 2L\gamma(x\sin\alpha_{hkl} - y\cos\alpha_{hkl}) = 0.$$
(4)

Для семейства плоскостей (*hkl*), ось зоны которого не совпадает с осью OZ, $\cos \gamma_{hkl} = (hh_l + kk_l + ll_l) / \sqrt{(h^2 + k^2 + l^2)(h_l^2 + k_l^2 + l_l^2)}.$

Экспериментальная установка базирована на стандартном дифрактометре ДРОН-2. Сконструирована специальная камера, схема которой приведена на рис.2.



Рис. 2. Схема камеры.

Линейный фокус (4) рентгеновской трубки (1) установлен на горизонтальной оси (8) гониометра перпендикулярно к ней и по возможности близко к вертикальной оси (на рис.2 гониометр не показан). Рентгеновское излучение проходит через дифрагму (6), установленную на пересечении горизонтальной и вертикальной осей гониометра. Расходящийся пучок падает на исследуемый образец (7), установленный вплотную к диафрагме. Дифрагированное излучение (10) падает на фотографическую пластинку (12), установленную перпендикулярно оси вращения (9) камеры (5). Недифрагированное (проходящее) излучение (11) задерживается заслонкой (13), которая может свободно вращаться вокруг валика (15), ось которого совмещена с осью (9). Камера вращается вокруг оси (9), при этом положение заслонки (13) относительно проходящего излучения (11) не меняется, благодаря постоянному магниту (14), установленному вне камеры.



Рис. За. Схема "диафрагма-кристалл".

Рис. 3б. Схема "кристалл-диафрагма".

На рис.3 приведена схема, в которой кристалл установлен после диафрагмы (схема диафрагма-кристалл). При такой схеме уширения дифракционных линий неизбежны (см. рис.3а). Уширения линий будут незначительными при схеме кристалл-диафрагма (рис.3б). Расходящийся пучок падает на большую область кристалла. Проходящий пучок будет расходящимся и задерживается заслонкой. Дифрагированные пучки, проходящие через диафрагму – малорасходящиеся, поэтому ширина этих пучков ограничивается только диаметром диафрагмы. При диаметрах диафрагмы 40-50 мкм дублет МоК_{а1}, МоК_{а2} хорошо разрешается на отражениях кремния (400), (422), (440) и выше.

3. Экспериментальные результаты и обсуждение

На рис.4-6 приведены дифракционные изображения кристалла кремния при различных ориентациях внешних граней образца. На рис.4а – ориентация [111], то есть направление [111] совмещено с осью вращения камеры. Для этого грань (обычно большая), которой образец упирается в диафрагму, "совмещена" с плоскостью (111). На рис.5а и ба – ориентации [110] и [100]. На рис.4б-6б приведены компьютерные версии дифракционных изображений при ориентациях образца [111], [110], [100]. Сравнительно интенсивные линии – гиперболы, сформированные излучениями МоК_а и МоК_{α2}, которые хорошо разрешаются при сравнительно больших индексах отражений. Менее интенсивные линии (параллельные первым) – гиперболы, сформированные излучением МоК_в. Как видно из рис.4-6, на фотопластинке выявляются почти все разрешенные отражения в дифракционном поле, не ограниченном геометрическими особенностями камеры. Белый круг в центре изображения – тень валика (15) на фоне рассеянного излучения. Центр круга является центром изображения (на фотопластинке – начало координат). Действительные оси всех пар ветвей гипербол проходят через начало координат. Смещение мнимых осей может быть обусловлено асимметрией опорной грани кристалла. Асимметрию опорных граней можно определить при помощи двух пар ветвей гиперболы, соответствующих двум взаимно перпендикулярным плоскостям (hkl) и (h'k'l'), принадлежащим одной зоне. Для этого необходимо координатные оси ОХ и ОУ на фотопластинке совместить с действительными осями соответствующих гипербол. При таком выборе координат уравнение (4) примет вид

$$x^{2}\sin^{2}\theta_{hkl} - y^{2}\cos^{2}\theta_{hkl} + L^{2}\sin^{2}\theta_{hkl} - 2L\gamma_{hkl}y = 0, \qquad (4a)$$

$$y^{2}\sin^{2}\theta_{hkl} - x^{2}\cos^{2}\theta_{hkl} + L^{2}\sin^{2}\theta_{hkl} - 2L\gamma_{h'k'l'}x = 0.$$
(4b)



Рис.4а. Дифракционное изображение кристалла кремния при ориентации [111].



Рис.46. Моделированное дифракционное изображение той же ориентации.



Рис.5а. Дифракционное изображение кристалла кремния при ориентации [110].



Рис.56. Моделированное дифракционное изображение той же ориентации.





кристалла кремния при ориентации [100]. изображение той же ориентации.

Рис.ба. Дифракционное изображение Рис.бб. Моделированное дифракционное

Измеряя координаты вершин ветвей и используя уравнение (4а) при x = 0 и (4b) – при y = 0, можно определить углы γ_{hkl} и $\gamma_{h'k'l'}$. Асимметричность опорной грани, то есть угол между нормалью и осью z определяется соотношением

$$\sin^2 \gamma = \sqrt{\sin^2 \gamma_{hkl} + \sin^2 \gamma_{h'k'l'}} . \tag{5}$$

Дифракционное изображение содержит обширную информацию об особенностях кристаллической структуры и структурных несовершенствах кристалла, таких, как блочная структура, мозаичность, особенности межблочных границ, двойникование и т.д. При сравнительно больших диаметрах диафрагмы (≈500 мкм) четко выявляются и дислокации, причем дифракционное изображение одной и той же дислокации формируется на отражениях с различными векторами обратной решетки. Весьма ценной является информация, полученная измерениями координат точек пересечения различных гипербол. Таких точек на некоторых изображениях - больше сотни (например, рис.4а). Координаты точек пересечения определяются совместным решением уравнения (3) для двух гипербол с одинаковыми или различными θ_{hk1} и γ_{hk1} и различными α_{hk1} .

Наиболее простой случай – $\theta_{hkl} = \theta_{h_0k_0l_0}$, $\gamma_{hkl} = \gamma_{h_0k_0l_0} = 0$, $\alpha_{h_0k_0l_0} = 0$. Для координат четырех точек пересечения получим

$$\left(\frac{x}{y}\right)_i = \operatorname{ctg} \frac{\alpha_{hkl}}{2}$$
 ИЛИ $\left(\frac{x}{y}\right)_i = -\operatorname{tg} \frac{\alpha_{hk1}}{2}$,

где і – условный индекс точек пересечения, который принимает значения 1,2,3,4.

Такой способ измерения углов между двумя плоскостями весьма прост. Точность измерения (при использовании более тонких линий Ка) ≈ 3·10⁻⁴ рад.

При $\theta_{hkl} \neq \theta_{h_0k_0l_0}$ $\gamma_{hkl} = \gamma_{h_0k_0l_0} = 0$, $\alpha_{h_0k_0l_0} = 0$. Уравнение (3) для отражений $(h_0 k_0 l_0)$ и (hkl) принимает вид

$$x^{2}\sin^{2}\theta_{h_{0}k_{0}l_{0}} + y^{2}(\sin^{2}\theta_{h_{0}k_{0}l_{0}} - 1) + L^{2}\sin^{2}\theta_{h_{0}k_{0}l_{0}} = 0,$$

$$x^{2}(\sin^{2}\theta_{hkl} - \sin^{2}\alpha_{hkl}) + y^{2}(\sin^{2}\theta_{hkl} - \cos^{2}\alpha_{hkl}) + L^{2}\sin^{2}\theta_{hkl} + 2xy\sin\alpha_{hkl} \cdot \cos\alpha_{hkl} = 0.$$

Для точек пересечения ветвей гипербол получим

$$\left(\frac{x}{y}\right)_{i} = -\operatorname{ctg} \alpha_{hkl} \pm \frac{\sin \theta_{hkl}}{\sin \theta_{hkl}} \frac{1}{\sin \alpha_{hkl}} .$$
(6)

Измерения координат точек пересечений производятся компаратором, погрешность измерений которого меньше 1 мкм. Погрешность измерения углов $\Delta \alpha \approx 2 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 10^{-4}$ рад. Для уменьшения погрешности удобно измерять координаты четырех точек пересечения ветвей двух гипербол. Для недеформированного кристалла $\alpha_{hkl} = \alpha_{h_0k_0l_0}$ определяются соотношением

$$\cos \alpha_{h_0 k_0 l_0} = (h_0 h + k_0 k + l_0 l) / \sqrt{(h_0^2 + k_0^2 + l_0^2)(h^2 + k^2 + l^2)}$$

Для деформированного кристалла $\alpha_{hkl} = \alpha_{h_0k_0} + \delta \alpha_{hkl}$.

Особенность метода заключается в том, что поскольку во многих точках пересекаются несколько гипербол, соответствующих разным отражениям $(h_i k_i l_i)$, то по координатам таких точек можно определить углы между всеми плоскостями одним измерением координат. В общем случае, когда $\theta_{h,k,l_1} \neq \theta_{h_0,k_0,l_0}, \gamma_{h,k,l_1} \neq \gamma_{h_0,k_0,l_0} \neq 0$ и аналитическое решение уравнений (3) затруднительно, можно пользоваться компьютерным решением. В таком случае измерения координат трех точек пересечения достаточно для определения $\gamma_{h,k,d_n}, \gamma_{hkl}, \alpha_{hkl},$ а координаты четвертой точки будут контрольными.

Проводились измерения углов между атомными плоскостями семейства {110} пластически деформированного кристалла кремния ориентации [111]. Деформация осуществлялась четырехточечным изгибом при температуре ≈ 650° С в течение 2-х часов. Радиус кривизны ≈1м, ось цилиндра [110].. Измерения показывают, что отклонения углов между плоскостями {110} заметны (превышают погрешность измерения углов). Соответствующие расчеты и трактовка будут нами проведены в дальнейших работах.

ПИТЕРАТУРА

- 1. В.В.Аристов, В.Ш.Шехтман, И.М.Шмытько. Кристаллография, 21, 50 (1976).
- В.В.Аристов, И.М.Шмытько, Е.В.Шулаков. Кристаллография, 21, 351 (1976).
 В.В.Аристов, В.Ф.Кулешов, В.Ш.Шехтман, И.М.Шмытько, Е.Б.Якимов. Поверхность. Физика, химия, механика, 4, 134 (1985).
- 4. Л.А.Матвеева, В.Ш.Шехтман, И.М.Шмытько. Препринт. АН СССР, Инститит физики твердого тела, 1985.
- 5. J.Bauch, J.Brechbuhl, H.-J.Ullrich, G.Meinl, H.Lin, W.Kebede. Cryst. Res. Technol., 34, 71 (1999).
- 6. J.Bauch, H.-J.Ullrich, D.Reiche. Cryst. Res. Technol., 35, 473 (2000).
- 7. J.Bauch, H.-J.Ullrich, M.Bohling, D.Reiche. Cryst. Res. Technol., 38, 440 (2003).
- 8. A.R.Lang. Appl. Phys., 28, A1 (1995).
- 9. E.Langer, S.Dabritz, A.Roder, W.Hauffe. Fresenius J. Anal. Chem., 365, 212 (1999).
- 10. D.R.Lee, Y.S.Chu, Y.Choi, J.C.Lang, G.Srajer, S.K.Sinha, V.Metlushko, B.Flic. Appl. Phys. Lett., 82, 982 (2003).

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԼԱՅՆ ՏԱՐԱՄԻՏՎԱԾ ՓՆՋԻ ԴԻՖՐԱԿՅԻԱ ԻՐԱԿԱՆԱՅՆԵԼՈՒ ՆՈՐ ԵՂԱՆԱԿ

Կ.Թ. ԱՎԵՏՅԱՆ, Մ.Մ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ, Պ.Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Դ.Գ. ՄԱՅԻԼՅԱՆ, Հ.Ս. ՍԵՄԵՐՋՅԱՆ, Ա.Ա. ԹԱԴԵՎՈՍՅԱՆ

Մշակված է ռենտգենյան ճառագայթման լայն տարամիտված փնջի դիֆրակցիա իրականացնելու եղանակ, որում օգտագործվում է գծային կիզակետային բիծ ունեցող ստանդարտ ռենտգենյան խողովակ: Տարամիտված ռենտգենյան ճառագայթումն անցնելով ≈ 50 մկմ տրամագծով դիաֆրագմայով` դիֆրակցիայի է ենթարկվում դիաֆրագմային ընդհուպ մոտեցված բյուրեղում: Բյուրեղը լուսանկարչական թիթեղի հետ միասին պտտվում է թիթեղին ուղղահայաց առանցքի շուրջ: Դիֆրակցիոն պատկերն իրենից ներկայացնում է հիպերբոլների հանրույթ: Ստացված են հիպերբոլների հավասարումները, և կառուցված են մոդելավորված դիֆրակցիոն պատկերները:

A NEW METHOD OF REALIZATION OF DIFFRACTION OF WIDELY DIVERGENT BEAM OF X-RAY RADIATION

K.T. AVETYAN, M.M. ARAKELYAN, P.A. GRIGORYAN, D.G. MAYILYAN, O.S. SEMERJYAN, A.A. TADEVOSYAN

A new method of realization of diffraction of widely divergent beams of X-Ray radiation in a crystal is developed, using a standard tube with a linear focus spot. An X-ray divergent beam, passing through a diaphragm of \sim 50 µm diameter, diffracts on a crystal placed adjacent to the diaphragm. The diffraction image presents a group of hyperbolas. Hyperbola equations are obtained analytically, and by means of computer modeling the diffraction images are constructed for various orientations of the crystal.

Известия НАН Армении, Физика, т.41, №6, с.435-444 (2006)

УДК 621.396

высокоточный свч-поляриметр

А.Г. ГУЛЯН, Р.М. МАРТИРОСЯН, Г.А.ПИРУМЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 13 сентября 2006 г.)

Предложена структурная схема одновременной оценки поляризационных параметров измеряемого СВЧ сигнала. В результате анализа источников систематических ошибок найдены законы амплитудной и фазовой модуляции входных сигналов, обеспечивающие слабую зависимость точности измерения поляризационных параметров от источников систематических погрешностей. Получены аналитические выражения для среднеквадратических погрешностей измерителя.

1, Введение

Для получения полной информации о частично-поляризованном электромагнитном излучении наряду с амплитудными и фазовыми параметрами его компонент следует исследовать также поляризационные свойства излучения.

С развитием систем дистанционного зондирования стали возможными исследование и экологический мониторинг окружающей среды [1-3]. В этой области радиополяриметрия позволяет решать целый ряд задач, таких как оценка состояния техногенных объектов, описание водных и растительных систем, оценка состояния земной коры и т.д. Общим условием решения вышеизложенных задач является возможность одновременного и высокоточного измерения поляризационных характеристик электромагнитного излучения.

2. Основные источники систематических ошибок СВЧ-поляриметров

При разработке двухканальных и многоканальных СВЧ-поляриметров, даже при идеальной развязке между каналами, первостепенным становится вопрос идентичности каналов. С целью устранения систематических ошибок измерений, связанных с многоканальностью, становится перспективным исследование возможностей одноканальной обработки СВЧ-сигнала.

Принцип работы предложенного поляриметра основан на выделении ортогональных компонент измеряемого СВЧ-сигнала с дальнейшей амплитудно-фазовой модуляцией компонент по специальным законам, их объединений в один канал, последующем усилении, детектировании и регистрации.

435

Основными источниками систематических погрешностей измерения предложенного СВЧ-поляриметра являются:

 – неточность выставления величины фазового индекса (Δφ) фазового модулятора;

 паразитная амплитудная модуляция, сопутствующая фазовой модуляции;

 паразитная фазовая модуляция, сопутствующая амплитудной модуляции;

- неидеальная развязка входов разделителя поляризации;

 частичное взаимное проникновение перпендикулярных компонент СВЧ-сигнала из-за рассогласования СВЧ входных элементов (кросс-поляризация).

Казалось бы, наиболее прямым и простым путем снижения вышеуказанных ошибок может быть выбор качественных амплитудных и фазовых коммутаторов и тщательное согласование элементов СВЧ-тракта. Однако с практической точки зрения этот путь не пригоден, т.к. улучшение точности измерения достигается лишь в очень узкой полосе частот, в малом динамическом диапазоне.

Более перспективным, на наш взгляд, является нахождение законов преобразования и обработки СВЧ-сигналов, обеспечивающих слабую зависимость систематических ошибок измерения от вышеуказанных источников ошибок. Такой поляриметр должен иметь избирательный выход, а законы амплитудно-фазовой модуляции ортогональных компонент СВЧ-сигнала должны выбираться таким образом, чтобы отраженные, проникающие из одного канала в другой СВЧ фазомодулированные сигналы, добавочно модулируясь, не имели бы в своем спектре основной гармоники соответствующего входного канала. Кроме того, избирательный выходной канал должен быть настроен на возможную минимальную гармонику фазомодулированных сигналов, чтобы усреднение за один период значения погрешностей амплитуды и разности фаз от паразитной амплитудной и фазовой модуляции были минимальными.

3. Теоретическое обоснование работы высокоточного поляриметра

Рассмотрим работу поляриметра со специальными законами амплитудно-фазовой модуляции входных СВЧ ортогональных компонент, позволяющими измерять следующие параметры СВЧ-излучения:

$$I = E_x^2 + E_y^2 , \qquad Q = E_x^2 - E_y^2 , U_1 = 2E_x E_y , \qquad V_1 = \varphi_y - \varphi_x = \varphi ,$$
(1)

где E_x , E_y , φ_x , φ_y – соответственно, амплитуды и фазы поляризационных компонент СВЧ-сигнала в данном базисе. Структурная схема поляриметра приведена на рис.1.



Рис. 1. Структурная схема высокоточного СВЧ-поляриметра. 1-4 – фазовые модуляторы, 5,6 – амплитудные модуляторы, 7 – СВЧ-сумматор, 8 – СВЧ-смеситель, 9 – гетеродин, 10 – усилитель промежуточной частоты, 11 – СВЧ квадратичный детектор, 12,13 – синхронный детектор, 14,17 – интегратор, 15,16 – усилитель постоянного тока, 18 – линейный детектор, 19 – низкочастотный избирательный усилитель, 20 – синхронный фильтр, 21 – усилитель-ограничитель, 22 – низкочастотный фазометр, 23 – генератор опорных напряжений.

Пусть фазовый модулятор 1 коммутирует ортогональную компоненту СВЧ-излучения \dot{E}_x с циклической частотой Ω_1 , с фазовым индексом " $\pm \alpha_1$ " и со значением паразитной амплитудной модуляции m_1 . Тогда его коэффициент передачи будет [4]

$$K_1 = \left(1 + m_1 a_1\right) \exp\left(j a_1 \alpha_1\right), \tag{2}$$

где

$$a_{1} = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(2k+1)\Omega_{1}t}{2k+1} = \begin{cases} 1, & \Pi \mathsf{P}\mathsf{M} \quad 2\pi \, n < \Omega_{1}t < \pi + 2\pi \, n \\ -1, & \Pi \mathsf{P}\mathsf{M} \quad -\pi + 2\pi \, n < \Omega_{1}t < 2\pi \, n \end{cases}$$
(3)

Соответственно, для фазовых модуляторов 2,3,4 будем иметь:

$$k_2 = (1 + m_2 a_2) \exp(j a_2 \alpha_2), \qquad a_2 = \frac{4}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\sin(2i+1)\Omega_1 t}{2i+1}, \tag{4}$$

$$k_3 = (1 + n_1 b_1) \exp(j b_1 \beta_1), \qquad b_1 = \frac{4}{\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\sin(2l+1)2\Omega_1 t}{2l+1},$$
 (5)

$$k_4 = (1 + n_2 b_2) \exp(j b_2 \beta_2), \qquad b_2 = \frac{4}{\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\sin(2s+1)2\Omega_2 t}{2s+1},$$
 (6)

где m_2 , n_1 , n_2 – значения паразитных амплитудных модуляций, а α_2 , β_1 , β_2 – фазовые индексы модуляторов 2,3,4.

Амплитудные модуляторы 5,6 работают по принципу "да" или "нет" с циклическими частотами $r\Omega_1$, и $r\Omega_2$ и с коэффициентами передач

$$k_{5} = \frac{1}{2} \Big[(1+p_{1}) + c_{1}(1-p_{1}) \Big] \exp \Big[\frac{1}{2} j(1-c_{1}) \vartheta_{1} \Big],$$

$$c_{1} = \frac{4}{\pi} \sum_{s_{1}=0}^{\infty} \frac{\sin(2s_{1}+1) r \Omega_{1} t}{2s_{1}+1},$$

$$k_{6} = \frac{1}{2} \Big[(1+p_{2}) + c_{2}(1-p_{2}) \Big] \exp \Big[\frac{1}{2} j(1-c_{2}) \vartheta_{2} \Big],$$

$$c_{2} = \frac{4}{\pi} \sum_{s_{2}=0}^{\infty} \frac{\sin(2s_{2}+1) r \Omega_{2} t}{2s_{2}+1},$$
(8)

где p_1 , p_2 – коэффициенты, зависящие от развязок, ϑ_1 , ϑ_2 – детерминированные паразитные фазовые значения. Временные диаграммы законов модуляции приведены на рис.2.



Рис.2. Временные диаграммы законов модуляции.

Пусть на вход поляриметра подается частично-поляризованный СВЧ сигнал с ортогональными компонентами

$$E_x = E_{xn} \exp[j(\omega t + \varphi_x)] + E_0 \exp[j(\omega t + \varphi_1)], \qquad (9)$$

$$E_{yn} \exp[j(\omega t + \varphi_y)] + E_0 \exp[j(\omega t + \varphi_2)], \qquad (10)$$

где E_{xn} , E_{yn} , φ_x , φ_y – амплитуды и начальные фазы, E_0 , φ_1 , φ_2 – амплитуда и случайные фазы поляризованной и неполяризованной частей измеряемого СВЧ-сигнала. На входе СВЧ-сумматора 7, с учетом коэффициентов передач $k_1, k_2, ..., k_6$, эти компоненты будут иметь вид

$$\dot{E}_{x} = \left[E_{xn}e^{j(\omega t + \varphi_{x})} + E_{0}e^{j(\omega t + \varphi_{1})}\right](1 + m_{1}a_{1})e^{ja_{1}a_{1}}(1 + n_{1}b_{1})e^{jb_{1}\beta_{1}} \times \\ \times \frac{1}{2}[(1 + p_{2}) + c_{2}(1 - p_{2})]e^{\frac{1}{2}j(1 - c_{1})\beta_{1}}, \qquad (11)$$

$$\dot{E}_{y} = \left[E_{yn}e^{j(\omega t + \varphi_{y})} + E_{0}e^{j(\omega t + \varphi_{2})}\right](1 + m_{2}a_{2})e^{ja_{2}a_{2}}(1 + n_{2}b_{2})e^{jb_{2}\beta_{2}} \times \\ \times \frac{1}{2}[(1 + p_{2}) + c_{2}(1 - p_{2})]e^{\frac{1}{2}j(1 - c_{2})\beta_{2}} \qquad (12)$$

На выходе СВЧ квадратичного детектора 11 низкочастотный сигнал будет таким:

$$U = f_1(\dot{E}_x + \dot{E}_y)(\dot{E}_x^* + \dot{E}_y^*) + E_n^2 = f_1(\dot{E}_x\dot{E}_x^* + \dot{E}_y\dot{E}_y^*) + f_1(\dot{E}_x\dot{E}_x^* + \dot{E}_y\dot{E}_n^*) + E_n^2,$$
(13)

где E_n^2 – мощность внутренних шумов поляриметра, f_1 – постоянный коэффициент, характеризующий приемник. Низкочастотный сигнал (13), проходя через синхронный детектор 12, интегратор 14 и усилитель постоянного тока 15, преобразуется в постоянное напряжение:

$$\varepsilon_{1} = \frac{\chi_{1}}{2} \left(E_{xn}^{2} + E_{0}^{2} \right) \left(1 + 2m_{1} \right) + \left(1 + 2n_{1} \right) \approx \chi_{1} \left(E_{xn}^{2} + E_{0}^{2} \right).$$
(14)

Соответственно, на выходе 16 будем иметь:

$$\varepsilon_{2} = \frac{\chi'_{2}}{2} \left(E_{yn}^{2} + E_{0}^{2} \right) \left(1 + 2m_{2} \right) + \left(1 + 2n_{2} \right) \approx \chi_{2} \left(E_{yn}^{2} + E_{0}^{2} \right), \tag{15}$$

где не учтены малые величины высших порядков, а χ_1, χ_2 – постоянные коэффициенты, обусловленные параметрами синхронных детекторов, интеграторов и усилителей постоянного тока. Из выражений (14),(15) следует, что при предложенной обработке СВЧ-сигнала каждая ветвь поляриметра может работать как модуляционный радиометр с частотой модуляции $r\Omega_i$. Часть продетектированного сигнала, проходя через настроенный на $\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$ циклическую частоту синхронный фильтр 20 и усиливаясь узкополосным усилителем-ограничителем 19, имеет вид

$$\varepsilon_{3} = \chi_{3}' E_{xn} E_{yn} \left\{ (1 + m_{1}a_{1})(1 + m_{2}a_{2})(1 + n_{1}b_{1})(1 + n_{2}b_{2}) \times \frac{1}{4} \left[(1 + p_{1}) + c_{1}(1 - p_{1}) \right] \left[(1 + p_{2}) + c_{2}(1 - p_{2}) \right] S \right\}_{\Omega},$$
(16)

$$S = \cos\left\{\varphi + (a_1\alpha_1 - a_2\alpha_2) + (b_1\beta_1 - b_2\beta_2) + \frac{1}{2}[(1-c_1)\vartheta_1 - (1-c_2)\vartheta_2]\right\},$$
 (17)

где $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$. Обозначим $\varphi + (w_1 \alpha_1 - w_2 \alpha_2) + (b_1 \beta_1 - b_2 \beta_2) = \Phi$ и рассмотрим последние два множителя выражения (16):

$$A = \left[(1+p_1) + c_1 (1-p_1) \right] \left[(1+p_2) + c_2 (1-p_2) \right] \cos \left\{ \Phi + \frac{1}{2} \left[(1-c_1) \vartheta_1 - (1-c_2) \vartheta_2 \right] \right\}_{\Omega}.$$
 (18)

В зависимости от величин коэффициентов c₁ и c₂ (1 или –1), выражения (18) примут следующие значения:

$$c_{1} = c_{2} = 1 \Longrightarrow A = \cos \Phi; \quad c_{1} = 1, \ c_{2} = -1 \Longrightarrow A = 4p_{2}\cos(\Phi - \vartheta_{2}),$$

$$c_{1} = -1, \ c_{2} = 1 \Longrightarrow A = 4p_{1}\cos(\Phi + \vartheta_{1}); \quad c_{1} = c_{2} = -1 \Longrightarrow A = 4p_{1}p_{2}\cos(\Phi + \vartheta_{1} - \vartheta_{2}) \to 0.$$
(19)

Ввиду того, что значения A повторяются с частотой $r\Omega$, их вклад в основной сигнал незначителен, и, допуская приближение $\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_2 \rightarrow 0$, с учетом [5] выражение (17) примет вид

$$S = \cos \varphi [(\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + a_1 a_2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2)(\cos \beta_1 \cos \beta_2 + b_1 b_2 \sin \beta_1 \sin \beta_2) - (a_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 - a_2 \cos \alpha_1 \sin \alpha_2)(b_1 \sin \beta_1 \cos \beta_2 - b_2 \cos \beta_1 \sin \beta_2)] - (a_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 - a_2 \cos \alpha_1 \sin \alpha_2)(\cos \beta_1 \cos \beta_2 - b_2 \cos \beta_1 \sin \beta_2) + (\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + a_1 a_2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2)(b_1 \sin \beta_1 \cos \beta_2 - b_2 \cos \beta_1 \sin \beta_2)].$$

$$(20)$$

В идеальном случае, когда отсутствуют паразитные амплитудные и фазовые модуляции, обусловленные работой модуляторов 1-6, и с учетом [5], на выходе низкочастотного усилителя 21 получим:

$$\varepsilon_3 = \chi_3 E_{xn} E_{yn} \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \left[\cos \varphi \cos \Omega t \cos \left(\beta_1 - \beta_2 \right) - \sin \varphi \sin \Omega t \sin \left(\beta_1 + \beta_2 \right) \right].$$
(21)

Из (19) следует, что ε_3 принимает максимальное значение при

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\pi}{2}, \quad \beta_1 = \beta_2 = \frac{\pi}{4},$$
(22)

$$\varepsilon_{3\text{make.}} = \chi_3 E_{xn} E_{yn} \cos(\Omega t + \varphi) . \tag{23}$$

Подавая этот сигнал на входы линейного детектора 18 и низкочастотного фазометра 22, на выходах получим напряжение и фазу, соответствующие $\chi_3 |_{yn} |_{yn}$ и $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$ [6].

4. Расчет систематических ошибок

В случае реального поляриметра, когда коэффициенты паразитных модуляций равны *m*₁, *m*₂, *n*₁, *n*₂, вместо выражения (22) имеем:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} + \Delta \alpha_1; \qquad \alpha_2 = \frac{\pi}{2} + \Delta \alpha_2; \beta_1 = \frac{\pi}{4} + \Delta \beta_1; \qquad \beta_2 = \frac{\pi}{4} + \Delta \beta_2,$$
(24)

где $\Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2, \Delta \beta_1, \Delta \beta_2$ – погрешности модуляторов, обусловленные неидеальной установкой фазовых индексов, плохой развязкой и рассогласованием СВЧ входных элементов. Ввиду малости этих величин, при расчете система-

тических ошибок измерений будем пренебрегать малыми величинами выше второго порядка.

Рассмотрим выражение (16) почленно. Нетрудно видеть, что величина основного сигнала на выходе 19 будет

$$U_b = \chi'_3 \boldsymbol{E}_{xn} \boldsymbol{E}_{yn}(S)_{\Omega} \,. \tag{25}$$

Учитывая (3) – (8), получим:

$$U = \frac{\sigma}{\pi} f_1 f_2 E_{xn} E_{yn} \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \{\cos \varphi \cos \Omega t [\cos(\beta_1 - \beta_2)]_0 - \sin \varphi \sin \Omega t [\sin(\beta_1 + \beta_2)]_0 \} =$$

$$= Q E_{xn} E_{yn} [\cos(\Omega t + \varphi) + \Delta \beta_1 \Delta \beta_2 \cos(\Omega t - \varphi)],$$
(26)

где

$$Q = \frac{8f_1f_2}{\pi^2} \left(1 - \frac{\Delta\alpha_1^2 + \Delta\alpha_2^2 + \Delta\beta_1^2 + \Delta\beta_2^2}{2} \right).$$
(27)

Найдем приращение сигнала, вызванное паразитными амплитудными модуляциями, возникающими при фазовых коммутациях на входе:

$$J_{m_1} = f_1 f_2 E_{xn} E_{yn} m_1 (a_1 S)_{\Omega} \approx -m_1 Q E_{xn} E_{yn} \Delta \alpha_1 \sin(\Omega t + \varphi), \qquad (28)$$

$$U_{m_2} = m_2 Q E_{xn} E_{yn} \Delta \alpha_2 \sin(\Omega t + \varphi), \qquad (29)$$

$$U_{n_1} = Q E_{xn} E_{yn} \left[\frac{n_1 \Delta \beta_1}{2} \sin\left(\Omega t + \varphi\right) - \frac{n_1 \Delta \beta_2}{2} \sin\left(\Omega t - \varphi\right) \right], \tag{30}$$

$$U_{n_2} = Q E_{xn} E_{yn} \left[\frac{n_2 \Delta \beta_2}{2} \sin\left(\Omega t + \varphi\right) - \frac{n_2 \Delta \beta_1}{2} \sin\left(\Omega t - \varphi\right) \right], \tag{31}$$

$$U_{p_1} = Q E_{xn} E_{yn} \left[\frac{n_1 \Delta \beta_1}{2} \sin\left(\Omega t + \varphi\right) + \frac{n_1 \Delta \beta_2}{2} \sin\left(\Omega t + \varphi\right) \right], \tag{32}$$

$$U_{p_2} = QE_{xn}E_{yn}\left[-\frac{n_2\Delta\beta_2}{2}\sin(\Omega t + \varphi) - \frac{n_2\Delta\beta_1}{2}\sin(\Omega t + \varphi)\right].$$
 (33)

Рассмотрим приращение сигнала, обусловленное взаимными паразитными амплитудными модуляциями входных модуляторов:

$$U_{n_1n_2} = f_1 f_2 E_{xn} E_{yn} \frac{n_1 n_2}{4} [b_1 b_2 S]_{\Omega} \approx \frac{n_1 n_2}{4} Q E_{xn} E_{yn} \cos(\Omega t - \varphi).$$
(34)

Соответствующим образом, получая другие смешанные поправки, выражение (16) примет вид

$$U_{\Omega} = QE_{xn}E_{yn}\left[\cos\left(\Omega t + \varphi\right) + d\sin\left(\Omega t + \varphi\right) + e\cos\left(\Omega t - \varphi\right) + h\sin\left(\Omega t - \varphi\right)\right], \quad (35)$$

где

$$d = m_2 \Delta \alpha_2 - m_1 \Delta \alpha_1 ; \quad e = \Delta \beta_1 \Delta \beta_2 ; \quad h = \Delta \beta_1 \Delta \beta_2 (p_1 - n_1 + p_2 - n_2). \tag{36}$$

Пренебрегая величинами выше второго порядка малости, получим

$$U_{\Omega} = QE_{xn}E_{yn}(1 + \sqrt{e^2 + h^2}\cos\Phi)\cos[(\Omega t + \varphi) - (d + \sqrt{e^2 + h^2}\sin\Phi)], \quad (37)$$

где

$$\Phi = 2\varphi - d - \operatorname{arctg} \frac{h}{e}.$$
(38)

Подавая сигнал U_{Ω} на вход линейного детектора 18 и на один из входов низкочастотного фазометра 22, на их выходах с некоторыми погрешностями получим величины, пропорциональные U_1 и V_1 (см. рис.1).

Нетрудно убедиться, что погрешность измерения амплитудного параметра U₁ равна

$$\Delta K = 20 \lg [1 + \sqrt{e^2 + h^2} (\cos \Phi_2 - \cos \Phi_1)] \, \mu \mathrm{E}, \tag{39}$$

а погрешность измерения параметра, характеризующегося разностью фаз между входными сигналами, имеет вид

$$\Delta \varphi = \sqrt{e^2 + h^2} \left(\sin \Phi_2 - \sin \Phi_1 \right), \tag{40}$$

где

$$\Phi_1 = 2\varphi_x - d - \operatorname{arctg} \frac{h}{e} , \qquad \Phi_2 = 2\varphi_y - d - \operatorname{arctg} \frac{h}{e} . \tag{41}$$

5. Оценка среднеквадратических ошибок

Рассмотрим неблагоприятный случай, когда величина среднеквадратических ошибок выставления фазовых индексов модуляторов $\pm \pi/4$ равна 5⁰, а величина дисперсии коэффициентов паразитной амплитудной модуляции – 0,35 дБ, при среднем их значении 1 дБ. Тогда

$$<\Delta\beta_{1} > = <\Delta\beta_{2} > = <\Delta\alpha_{1} > = <\Delta\alpha_{2} > = 0,$$

$$\sqrt{\Box \ \Delta\beta_{1}^{2} \ \Box} = \sqrt{<\Delta\beta_{2}^{2}} > = \sqrt{<\Delta\alpha_{1}^{2}} > = \sqrt{\Delta\alpha_{2}^{2}} > = \sigma = \frac{\pi}{36},$$

$$< m_{1} > = < m_{2} > = < n_{1} > = < n_{2} > = m_{0} = 0, 12,$$

$$\sqrt{ -m_{0}^{2}} = \sqrt{ -m_{0}^{2}} = q = 0,045.$$

(43)

С учетом (35) и (36) получим:

$$\langle e^2 \rangle = \frac{1}{4} (\sigma^4 + q^4),$$
 (44)

$$< h^2 > = \frac{1}{2}q^2\sigma^2$$
, (45)

$$<\cos^2 \Phi>=<\sin^2 \Phi>=\frac{1}{2}$$
 (46)

Учитывая (39), (40), (44-46), получим

$$\sqrt{\langle \Delta k^2 \rangle} = 20 \lg(1 + \frac{\sigma^2 + q^2}{2}) \approx 0,04 \, \mathrm{gB},$$
 (47)

$$\sqrt{\langle \Delta \varphi^2 \rangle} = \frac{\sigma^2 + q^2}{2} = 0,28^0.$$
(48)

Действующий макет поляриметра на рабочей частоте $f_0 = 20$ ГГц был реализован в лаборатории прикладной радиоастрономии ИРФЭ НАН РА. Амплитудные модуляторы на "Н" волноводах с *p-i-n* структурой поглощающего типа имели следующие параметры: $L_{np} = 0,6\,\text{д}\text{Б}, L_{oбp} = 28\,\text{д}\text{Б}, \Delta f = 1$ ГГц, $I_{num} = 30$ мА. Величины паразитных амплитудных модуляций ферритовых фазовых модуляторов при фазовых индексах $\pi/2$ и π соответственно были 0,3 дБ и 0,5 дБ. СВЧ-сумматор реализован в виде магического моста, с развязкой между каналами >25 дБ в полосе частот $\Delta f = 800$ МГц. Модуляционные частоты СВЧ входных сигналов выбраны такими: $\Omega_1 = 2\pi \cdot 8 \cdot 130$ рад сек⁻¹, $\Omega_1 = 2\pi \cdot 9 \cdot 130$ рад сек⁻¹, $\Omega_2 - \Omega_1 = 260\pi$ рад сек⁻¹, r = 1/6.

Для среднеквадратических погрешностей измерения поляризационных параметров получены следующие значения:

$$\sqrt{\left(\delta I\right)^2} = \sqrt{\left(\delta Q\right)^2} = \sqrt{\left(\delta U_1\right)} \le 0, 2; \quad \sqrt{\left(\delta V_1\right)^2} < 0, 2^0.$$

6. Заключение

Вышеизложенный способ измерения поляризационных параметров СВЧ-сигнала перспективен, так как:

 – благодаря одноканальности основного тракта обработки исключаются систематические ошибки, возникающие из-за неидентичности амплитудно-фазо-частотных характеристик радиотехнических узлов;

 при выбранных законах модуляции ортогональных компонент СВЧсигнала обеспечивается минимальное внедрение систематических погрешностей, связанных с паразитными амплитудными и фазовыми модуляциями;

 предложенный способ не зависит от рабочей частоты измеряемого сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. A.I.Logvin, A.I.Kozlov, L.P.Ligthart. "Polarimetric Method for Measuring and Visualizing Permittivity Characteristics of the Earth Surface". Proceedings of the 4-th Int. Workshop on Radar Polarimetry, Nantes, France, 1998, pp.442-448.
- 2. В.А.Сарычев. Радиолокация, 2, 81 (1996).
- Дистанционные методы исследования морских льдов. Под ред. А.И.Козлова. Л., Гидрометеоиздат, 1993.
- 4. Е.С.Вентцель. Теория вероятностей. М., Наука, 1962.
- 5. Г.М. Фихтенгольц. Основы математического анализа. М., Наука, 1964.
- Г.А.Двоян. Исследование новых принципов построения и поверки высокоточных амплифазометров и измерителей малых измерений разности фаз СВЧ-диапазона. Диссертация, ИРФЭ НАН РА, 1992.

europ acsulgaune art reapendond

Ա.Գ. ՂՈՒԼՅԱՆ, Ռ.Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Հ.Ա. ՓԻՐՈՒՄՅԱՆ

Առաջարկված է ԳԲՀ ազդանշանի բևեռացման բնութագրերի միաժամանակյա չափման կաոուցվածքային սխեմա։ Միստեմատիկ սխալների աղբյուրների վերլուծության արդյունքում գտնվել են մուտքային ազդանշանի փոխուղղահայաց բաղադրիչների լայնույթային և փուլային մոդուլյացիաների օրենքներ, որոնք ապահովել են բևեռացման բնութագրերի չափման ճշտությունների թույլ կախվածություն սիստեմատիկ սխալների աղբյուրներից։ ⊃ափման միջինքառակուսային սխալների համար ստացված են անալիտիկ արտահայտություններ։

HIGH-ACCURACY MICROWAVE POLARIMETER

A.G. GHULYAN, R. M. MARTIROSYAN, H.A. PIRUMYAN

We suggest a new structure of a polarimeter allowing simultaneous estimation of all polarization parameters of the measured microwave signal. By analysis of systematic error sources we have found the laws of amplitude and phase modulation of the input signals which provide weak dependence of polarization parameters measurement accuracy on the systematic error sources. Analytic expressions for the mean-square errors of the polarimeter are obtained. Известия НАН Армении, Физика, т.41, №6, с.445-449 (2006)

УДК 539.172

СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ВЫХОДОВ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОДУКТОВ ФОТОЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ НА РАЗДЕЛЕННЫХ ИЗОТОПАХ НИКЕЛЯ И МЕДИ

А.Р. БАЛАБЕКЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 22 мая 2006 г.)

Проведено исследование выходов продуктов реакций разного изотопического состава, образованных в мишенях из разделенных изотопов никеля и меди под действием пучков тормозных фотонов с максимальной энергией 4,5 ГэВ. В результате проведенной систематизации выявлена зависимость сечений образования продуктов от изотопического состава ядер-мишеней и ядер-остатков.

1. Введение

Исследование сечений ядерных реакций на разных изотопах имеет важное значение как для понимания механизма протекания реакций, так и для уточнения структуры ядра. Долгие годы внимание многих физиков было направлено на то, чтобы найти единую аналитическую форму описания сечений реакций глубокого расщепления на разных изотопах. Наиболее удачное приближение было получено Рудстамом в виде пятипараметрической формулы [1]. Систематизация большого объема экспериментальных данных позволила автору получить с удовлетворительной точностью (фактор два-три) оценки сечения реакций расщепления в широкой области массовых чисел мишени и энергий налетающих частиц. Но экспериментальные данные, относящиеся к расщеплению мишени с натуральным изотопическим составом, не могли дать достаточно точную информацию о влиянии изотопического спина на вероятность образования разных продуктов [2-7]. Хотя указание на влияние изотопического состава ядер мишеней и остаточных ядер на их образования отмечалось в ряде работ [8-10].

На Ереванском электронном ускорителе тормозными фотонами с *E_{ymax}* = 4.5 ГэВ проводились эксперименты с использованием мишеней из разделенных изотопов никеля, меди и олова [11-13]. Систематизация экспериментальных данных указывала на экспоненциальную зависимость выходов фотоядерных реакций от третьих проекций изоспинов исходных ядер и продуктов. В модифицированную формулу Рудстама [14] были введены дополнительные члены, учитывающие эту зависимость [15,16]. Мишени из разделенных изотопов олова облучались также на протонных пучках фазотрона и синхрофазотрона ОИЯИ с энергиями 0.66, 1.0 и 8.1 ГэВ. Исследования показали, что изотопическая зависимость наблюдается и для протон-ядерных реакций [17,18].

В последние годы интенсивно изучаются сечения реакций при ионионном столкновении с высокими энергиями на нуклон. Авторы ряда работ [19-26] исследовали отношения сечений образования легких фрагментов в мишенях с разными нуклонными составами. Систематизация экспериментальных данных [23] по изотопическим отношениям сечений образования легких ядер с Z = 1-8 позволила выявить четкую зависимость от нуклонного состава продуктов и провести параметризацию отношения (R_{12}) в виде функции от числа нейтронов и протонов в вылетевших фрагментах:

$$R_{N_{2}Z_{2}}^{N_{1}Z_{1}}(N,Z) = Y_{N_{2}Z_{2}}(N,Z) / Y_{N_{1}Z_{1}}(N,Z) = C \exp(\alpha N + \beta Z), \qquad (1)$$

где $Y_{NZ}(N,Z)$ – сечение образования фрагмента, содержащего Z протонов и N нейтронов, при этом $Y_{N_2Z_2}$ относится к выходам из мишеней с большим содержанием нейтронов, чем $Y_{N_1Z_1}$. С – нормировочный фактор, α и β – подгоночные параметры. Использование трех параметров для описания указанной зависимости для широкого набора реакций рассматривалось авторами [23,24] как изотопический скейлинг.

Явление изоскейлинга наблюдалось и в наших исследованиях в протон-ядерных реакциях при столкновении протонов разных энергий с мишенями из разделенных изотопов олова [18].

Цель настоящей работы – проведение анализа отношений выходов продуктов реакций, инициированных тормозным спектром фотонов $E_{ymax} = 4.5$ ГэВ в мишенях из разделенных изотопов Ni и Cu.

2. Фотоядерные реакции на ядрах меди и никеля

Сделанные нами ранние исследования зависимости сечения образования остаточных ядер от нуклонного состава ядер-остатков и ядер-мишеней показали корреляцию между выходами этих ядер и их третьей проекцией изотопического спина [13,15,16]. Поэтому отношение выходов образования продуктов рассматривали в виде

$$R_{N_{2}Z_{2}}^{N_{1}Z_{1}}(t_{3}) = Y_{N_{2}Z_{2}}(N,Z) / Y_{N_{1}Z_{1}}(N,Z) = \exp(C + B(N-Z)/2),$$
⁽²⁾

где *C* и *B* – подгоночные параметры, а $(N-Z)/2 = t_3$ – третья проекция изотопического спина продукта. В целом, это выражение аналогично формуле (1), однако, систематизация отношений выходов проводится в зависимости от изоспина образующегося фрагмента. При поэлементном анализе сечений образования различных изотопических состояний в формуле (2) исключается зависимость отношения $R_{N_2Z_2}^{N_1Z_1}(t_3)$ от числа протонов в продукте, а влияние содержания нейтронов, определяемое параметром *B*/2, соответствует парамет-

ру α в формуле (1). Согласно теоретическим представлениям, величина параметра α зависит от ряда факторов, в том числе от различия нейтронного химического потенциала $\Delta \mu_n$ в обоих мишенях, а также от величины асимметричного энергетического члена, входящего в уравнение ядерного состояния [25].

На рис.1 приведена зависимость R_{21} от t_3 для изотопов никеля. Использовались отношения выходов остаточных ядер, полученных из следу-

ющих пар мишеней:
$$\frac{\sigma({}^{64}Ni)}{\sigma({}^{58}Ni)}(\Delta N=6), \ \frac{\sigma({}^{64}Ni)}{\sigma({}^{60}Ni)}(\Delta N=4), \ \frac{\sigma({}^{62}Ni)}{\sigma({}^{60}Ni)}(\Delta N=2).$$
 На ри-

сунках для удобства эти отношения приведены к одной шкале. Для пар мишеней ⁶⁵Cu и ⁶³Cu из отношения выходов получается $B = 0,64\pm0,07$ для $\Delta N=2$. Такое разногласие с результатами для никеля можно объяснить тем, что для мишени ⁶³Cu значения выходов были рассчитаны из экспериментальных значений выходов по фоторасщеплению меди с натуральным изотопным составом (69% ⁶³Cu и 31% ⁶⁵Cu). И это приводит к увеличению ошибки при определении параметра *B*.



Рис.1. Зависимость отношения $R_{N_2Z_2}^{N_1Z_1}(t_3)$ от третьей проекции изотопического спина для разных пар мишеней (E_{ymax} =4.5 ГэВ). Экспериментальные точки: $\square - \Delta N = 6$ (×10), $\bullet - \Delta N = 4$ (×1), $\blacktriangle - \Delta N = 2$ (×20).

Как видно из рис.1, для всех остаточных ядер имеет место экспоненциальная зависимость R_{21} от t_3 . Для изотопов никеля значения подгоночных параметров *B* даны в табл.1. На рис.2 приведена зависимость параметров *B* от изотопного состава ядер мишеней. Как видно, значения *B* линейно растут в зависимости от ΔN с наклоном 0,31±0,04.

	~	1.00	CONTRACT	200	-
2	n	TTT	7 T I	ra -	
а	U.			u u	1.
				1000	

Ядро – продукт	Значения подгоночного параметра В для мишеней Ni			
	$\Delta N = 2$	$\Delta N = 4$	$\Delta N = 6$	
²⁴ Na - ⁵⁷ Ni	0.33±0.13	0.53±0.08	0.81±0.16	



Рис.2. Зависимость параметра *B* от разности числа нейтронов (ΔN) в мишенях ($E_{ymax} = 4.5 \ \Gamma \Rightarrow B$).

При сравнении коэффициентов *В* для протон-ядерных и фотоядерных реакций видно, что для последних коэффициент *В* значительно больше.

3. Заключение

Анализ экспериментальных данных по фотоядерным реакциям на легких и среднетяжелых мишенях различного изотопного состава (никель, медь) для энергий $E_{ymax} = 4.5$ ГэВ показал наличие четко выраженной изотопической зависимости в сечениях образования продуктов. Полученные результаты позволяют предположить, что наблюдаемый изоскейлинг является следствием статистической природы образования остаточных ядер.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. G.Rudstam. Z.Naturforsch., 21a, 1027 (1966).
- 2. J.B.Cumming, R.W.Stoenner, P.E.Haustein. Phys. Rev. C, 14, 1554 (1976).
- 3. Y.Y. Chu, G.Friedlander, L.Husain. Phys. Rev. C, 15, 352 (1977).
- 4. A.Y.Abul-Magd, W.A.Friedman, J.Hufner. Phys. Rev. C, 34, 113 (1986).
- 5. N.T.Porile, G.D.Cole, C.R.Rudy. Phys. Rev. C, 19, 2288 (1979).
- 6. T.Asano et al. Phys. Rev. C, 28, 1718 (1983).
- 7. H.Sauvageon. Z. Phys. A, 326, 301 (1987).
- 8. S.Kaufman. Phys. Rev., 129, 1866 (1963).
- 9. T.H.Ku, P.J.Karol. Phys. Rev. C, 16, 1984 (1977).
- 10. В.Г.Батий и др. ЯФ, 43, 1074 (1986).
- 11. Г.В.Арустамян и др. ЯФ, 32, 1165 (1980).
- 12. А.С.Данагулян и др. Изв. АН АрмССР, Физика, 16, 336 (1981).
- 13. А.А.Аракелян и др. ЯФ, 45, 609 (1987). А.А.Аракелян и др. ЯФ, 48, 618 (1988).
- 14. K.Lindgren, G.G.Jonsson. Phys. Scr., 15, 308 (1977).
- 15. A.S.Danagulyan et al. Second Inter. Conf. Low Radiact. Physics and Applications. Bratislava, vol.8, p.85, 1982.
- 16. А.А. Аракелян и др. ЯФ, 49, 922 (1989).
- 17. V.Aleksandryan, J.Adam, A.Balabekyan, et al. Nucl. Phys. A, 674, 539 (2000).
- 18. J.Adam, A.R.Balabekyan, A.S.Danagulyan, et al. Nuclear Physics A, 735, 267 (2004); nucl-ex/0302032-2003.

- 19. H.S.Xu, M.B.Tsang, T.X.Liu, et al. Phys. Rev. Lett., 85, 716 (2000).
- 20. Y.Brzychczyk, D.S.Bracken, K.Kwiatkowski, et al. Phys. Rev. C, 47, 1553 (1993).
- 21. R.Wada, K.D.Hildenbrand, U.Lyner, et al. Phys. Rev. Lett., 58, 1829 (1987).
- 22. F.Deak, A.Kiss, Z.Seves, et al. Phys. Rev. C, 43, 2432 (1991).
- 23. M.B.Tsang, W.A.Friedman, C.K.Gelbke, et al. Phys. Rev. Lett., 86, 5023 (2001).
- 24. M.B.Tsang, C.K.Gelbke, X.D.Liu, et al. Phys. Rev. C, 64, 0544615 (2001).
- 25. W.P.Tan, B.A.Li, R.Domangelo, et al. Phys. Rev. C, 64, 051901 (2001).
- G.Verde, M.B.Tsang, et al. Nuclear Physics in the 21st Century INPC-2001, International Nuclear Physics Conf., p.697, 2001.

ԵՎԳԳՆԵՐՈՏՈՋՎԾԱՆԱՆԱԳԱԴՎԵՆԵՐԻ ԵՎ ՊՎՆՉԴԱՅԱՆ ԵԱՅԱՋԱՂԱ ԻՈԳՆԱԻՅՏԵԿ ՎԳՅՆԱԿՑԻԱԿԱՅԱՆ ԱՅԱՆԱՆԱՆ ԱՆԱԱԳԱԻԳԴԱԿԱԳԱԻԳԴԱԿԱՆԵՐԻ ԵԼՁԵՐԻ ԴԱՄԱԿԱՐԳՈՒՆ

Ա.Ռ. ԲԱԼԱԲԵԿՅԱՆ

Աշխատանքում բերված են 4.5 ԳէՎ մաքսիմալ էներգիայով արգելակման ճարագայթման գամմա-քվանտների ազդեցության տակ հարստացված նիկելի եվ պղնձի թիրախներից առաջացած տարբեր իզոտոպային կառուցվածք ունեցող միջուկների ելքերի ուսումնասիրության արդյունքները։ Բացահայտված է արդյունք-միջուկների առաջացման ելքերի կախվածությունը թիրախ-միջուկի եվ մնացորդային միջուկների իզոտոպային կառուցվածքից։

CLASSIFICATION OF YIELDS OF THE FORMATION OF PRODUCTS OF PHOTONUCLEAR REACTIONS ON THE SEPARATED ISOTOPES OF Ni AND Cu

A.R. BALABEKYAN

The results of the investigation concerning the yields of products of reactions of various isotopic compositions formed in the targets of separated isotopes of Ni and Cu under the influence of beams of bremsstrahlung at maximal energy 4.5 GeV are presented. The conducted systematization lead to the exposure of dependence of the cross-sections of products formation on the isotopic composition of target-nuclei and residual nuclei.

Известия НАН Армении, Физика, т.41, №6, с.445-449 (2006)

УДК 539.172

СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ВЫХОДОВ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОДУКТОВ ФОТОЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ НА РАЗДЕЛЕННЫХ ИЗОТОПАХ НИКЕЛЯ И МЕДИ

А.Р. БАЛАБЕКЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 22 мая 2006 г.)

Проведено исследование выходов продуктов реакций разного изотопического состава, образованных в мишенях из разделенных изотопов никеля и меди под действием пучков тормозных фотонов с максимальной энергией 4,5 ГэВ. В результате проведенной систематизации выявлена зависимость сечений образования продуктов от изотопического состава ядер-мишеней и ядер-остатков.

1. Введение

Исследование сечений ядерных реакций на разных изотопах имеет важное значение как для понимания механизма протекания реакций, так и для уточнения структуры ядра. Долгие годы внимание многих физиков было направлено на то, чтобы найти единую аналитическую форму описания сечений реакций глубокого расщепления на разных изотопах. Наиболее удачное приближение было получено Рудстамом в виде пятипараметрической формулы [1]. Систематизация большого объема экспериментальных данных позволила автору получить с удовлетворительной точностью (фактор два-три) оценки сечения реакций расщепления в широкой области массовых чисел мишени и энергий налетающих частиц. Но экспериментальные данные, относящиеся к расщеплению мишени с натуральным изотопическим составом, не могли дать достаточно точную информацию о влиянии изотопического спина на вероятность образования разных продуктов [2-7]. Хотя указание на влияние изотопического состава ядер мишеней и остаточных ядер на их образования отмечалось в ряде работ [8-10].

На Ереванском электронном ускорителе тормозными фотонами с *E_{ymax}* = 4.5 ГэВ проводились эксперименты с использованием мишеней из разделенных изотопов никеля, меди и олова [11-13]. Систематизация экспериментальных данных указывала на экспоненциальную зависимость выходов фотоядерных реакций от третьих проекций изоспинов исходных ядер и продуктов. В модифицированную формулу Рудстама [14] были введены дополнительные члены, учитывающие эту зависимость [15,16]. Мишени из разделенных изотопов олова облучались также на протонных пучках фазотрона и синхрофазотрона ОИЯИ с энергиями 0.66, 1.0 и 8.1 ГэВ. Исследования показали, что изотопическая зависимость наблюдается и для протон-ядерных реакций [17,18].

В последние годы интенсивно изучаются сечения реакций при ионионном столкновении с высокими энергиями на нуклон. Авторы ряда работ [19-26] исследовали отношения сечений образования легких фрагментов в мишенях с разными нуклонными составами. Систематизация экспериментальных данных [23] по изотопическим отношениям сечений образования легких ядер с Z = 1-8 позволила выявить четкую зависимость от нуклонного состава продуктов и провести параметризацию отношения (R_{12}) в виде функции от числа нейтронов и протонов в вылетевших фрагментах:

$$R_{N_{2}Z_{2}}^{N_{1}Z_{1}}(N,Z) = Y_{N_{2}Z_{2}}(N,Z) / Y_{N_{1}Z_{1}}(N,Z) = C \exp(\alpha N + \beta Z), \qquad (1)$$

где $Y_{NZ}(N,Z)$ – сечение образования фрагмента, содержащего Z протонов и N нейтронов, при этом $Y_{N_2Z_2}$ относится к выходам из мишеней с большим содержанием нейтронов, чем $Y_{N_1Z_1}$. С – нормировочный фактор, α и β – подгоночные параметры. Использование трех параметров для описания указанной зависимости для широкого набора реакций рассматривалось авторами [23,24] как изотопический скейлинг.

Явление изоскейлинга наблюдалось и в наших исследованиях в протон-ядерных реакциях при столкновении протонов разных энергий с мишенями из разделенных изотопов олова [18].

Цель настоящей работы – проведение анализа отношений выходов продуктов реакций, инициированных тормозным спектром фотонов $E_{ymax} = 4.5$ ГэВ в мишенях из разделенных изотопов Ni и Cu.

2. Фотоядерные реакции на ядрах меди и никеля

Сделанные нами ранние исследования зависимости сечения образования остаточных ядер от нуклонного состава ядер-остатков и ядер-мишеней показали корреляцию между выходами этих ядер и их третьей проекцией изотопического спина [13,15,16]. Поэтому отношение выходов образования продуктов рассматривали в виде

$$R_{N_{2}Z_{1}}^{N_{1}Z_{1}}(t_{3}) = Y_{N_{2}Z_{2}}(N,Z) / Y_{N_{1}Z_{1}}(N,Z) = \exp(C + B(N-Z)/2),$$
⁽²⁾

где *C* и *B* – подгоночные параметры, а $(N-Z)/2 = t_3$ – третья проекция изотопического спина продукта. В целом, это выражение аналогично формуле (1), однако, систематизация отношений выходов проводится в зависимости от изоспина образующегося фрагмента. При поэлементном анализе сечений образования различных изотопических состояний в формуле (2) исключается зависимость отношения $R_{N_2Z_2}^{N_1Z_1}(t_3)$ от числа протонов в продукте, а влияние содержания нейтронов, определяемое параметром *B*/2, соответствует парамет-

ру α в формуле (1). Согласно теоретическим представлениям, величина параметра α зависит от ряда факторов, в том числе от различия нейтронного химического потенциала $\Delta \mu_n$ в обоих мишенях, а также от величины асимметричного энергетического члена, входящего в уравнение ядерного состояния [25].

На рис.1 приведена зависимость R_{21} от t_3 для изотопов никеля. Использовались отношения выходов остаточных ядер, полученных из следу-

ющих пар мишеней:
$$\frac{\sigma({}^{64}Ni)}{\sigma({}^{58}Ni)}(\Delta N=6), \ \frac{\sigma({}^{64}Ni)}{\sigma({}^{60}Ni)}(\Delta N=4), \ \frac{\sigma({}^{62}Ni)}{\sigma({}^{60}Ni)}(\Delta N=2).$$
 На ри-

сунках для удобства эти отношения приведены к одной шкале. Для пар мишеней ⁶⁵Cu и ⁶³Cu из отношения выходов получается $B = 0,64\pm0,07$ для $\Delta N=2$. Такое разногласие с результатами для никеля можно объяснить тем, что для мишени ⁶³Cu значения выходов были рассчитаны из экспериментальных значений выходов по фоторасщеплению меди с натуральным изотопным составом (69% ⁶³Cu и 31% ⁶⁵Cu). И это приводит к увеличению ошибки при определении параметра *B*.



Рис.1. Зависимость отношения $R_{N_2Z_2}^{N_1Z_1}(t_3)$ от третьей проекции изотопического спина для разных пар мишеней (E_{ymax} =4.5 ГэВ). Экспериментальные точки: $\square - \Delta N = 6$ (×10), $\bullet - \Delta N = 4$ (×1), $\blacktriangle - \Delta N = 2$ (×20).

Как видно из рис.1, для всех остаточных ядер имеет место экспоненциальная зависимость R_{21} от t_3 . Для изотопов никеля значения подгоночных параметров *B* даны в табл.1. На рис.2 приведена зависимость параметров *B* от изотопного состава ядер мишеней. Как видно, значения *B* линейно растут в зависимости от ΔN с наклоном 0,31±0,04.

	-		1
10	n	DITITIO	
10	U.	лица	- L.
	-		-

Ядро – продукт	Значения подгоночного параметра В для мишеней Ni			
	$\Delta N = 2$	$\Delta N = 4$	$\Delta N = 6$	
²⁴ Na - ⁵⁷ Ni	0.33±0.13	0.53±0.08	0.81±0.16	



Рис.2. Зависимость параметра *B* от разности числа нейтронов (ΔN) в мишенях ($E_{ymax} = 4.5 \ \Gamma \Rightarrow B$).

При сравнении коэффициентов *В* для протон-ядерных и фотоядерных реакций видно, что для последних коэффициент *В* значительно больше.

3. Заключение

Анализ экспериментальных данных по фотоядерным реакциям на легких и среднетяжелых мишенях различного изотопного состава (никель, медь) для энергий $E_{ymax} = 4.5$ ГэВ показал наличие четко выраженной изотопической зависимости в сечениях образования продуктов. Полученные результаты позволяют предположить, что наблюдаемый изоскейлинг является следствием статистической природы образования остаточных ядер.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. G.Rudstam. Z.Naturforsch., 21a, 1027 (1966).
- 2. J.B.Cumming, R.W.Stoenner, P.E.Haustein. Phys. Rev. C, 14, 1554 (1976).
- 3. Y.Y. Chu, G.Friedlander, L.Husain. Phys. Rev. C, 15, 352 (1977).
- 4. A.Y.Abul-Magd, W.A.Friedman, J.Hufner. Phys. Rev. C, 34, 113 (1986).
- 5. N.T.Porile, G.D.Cole, C.R.Rudy. Phys. Rev. C, 19, 2288 (1979).
- 6. T.Asano et al. Phys. Rev. C, 28, 1718 (1983).
- 7. H.Sauvageon. Z. Phys. A, 326, 301 (1987).
- 8. S.Kaufman. Phys. Rev., 129, 1866 (1963).
- 9. T.H.Ku, P.J.Karol. Phys. Rev. C, 16, 1984 (1977).
- 10. В.Г.Батий и др. ЯФ, 43, 1074 (1986).
- 11. Г.В.Арустамян и др. ЯФ, 32, 1165 (1980).
- 12. А.С.Данагулян и др. Изв. АН АрмССР, Физика, 16, 336 (1981).
- 13. А.А.Аракелян и др. ЯФ, 45, 609 (1987). А.А.Аракелян и др. ЯФ, 48, 618 (1988).
- 14. K.Lindgren, G.G.Jonsson. Phys. Scr., 15, 308 (1977).
- 15. A.S.Danagulyan et al. Second Inter. Conf. Low Radiact. Physics and Applications. Bratislava, vol.8, p.85, 1982.
- 16. А.А. Аракелян и др. ЯФ, 49, 922 (1989).
- 17. V.Aleksandryan, J.Adam, A.Balabekyan, et al. Nucl. Phys. A, 674, 539 (2000).
- 18. J.Adam, A.R.Balabekyan, A.S.Danagulyan, et al. Nuclear Physics A, 735, 267 (2004); nucl-ex/0302032-2003.

- 19. H.S.Xu, M.B.Tsang, T.X.Liu, et al. Phys. Rev. Lett., 85, 716 (2000).
- 20. Y.Brzychczyk, D.S.Bracken, K.Kwiatkowski, et al. Phys. Rev. C, 47, 1553 (1993).
- 21. R.Wada, K.D.Hildenbrand, U.Lyner, et al. Phys. Rev. Lett., 58, 1829 (1987).
- 22. F.Deak, A.Kiss, Z.Seves, et al. Phys. Rev. C, 43, 2432 (1991).
- 23. M.B.Tsang, W.A.Friedman, C.K.Gelbke, et al. Phys. Rev. Lett., 86, 5023 (2001).
- 24. M.B.Tsang, C.K.Gelbke, X.D.Liu, et al. Phys. Rev. C, 64, 0544615 (2001).
- 25. W.P.Tan, B.A.Li, R.Domangelo, et al. Phys. Rev. C, 64, 051901 (2001).
- G.Verde, M.B.Tsang, et al. Nuclear Physics in the 21st Century INPC-2001, International Nuclear Physics Conf., p.697, 2001.

ԵՎԳԳՆԵՐՈՏՈՋՎԾԱՆԱՆԱԳԱԴՎԵՆԵՐԻ ԵՎ ՊՎՆՉԴԱՅԱՆ ԵԱՅԱՋԱՂԱ ԻՈԳՆԱԻՅՏԵԿ ՎԳՅՆԱԿՑԻԱԿԱՅԱՆ ԱՅԱՆԱՆԱՆ ԱՆԱԱԳԱԻԳԴԱԿԱԳԱԻԳԴԱԿԱՆԵՐԻ ԵԼՁԵՐԻ ԴԱՄԱԿԱՐԳՈՒՆ

Ա.Ռ. ԲԱԼԱԲԵԿՅԱՆ

Աշխատանքում բերված են 4.5 ԳէՎ մաքսիմալ էներգիայով արգելակման ճարագայթման գամմա-քվանտների ազդեցության տակ հարստացված նիկելի եվ պղնձի թիրախներից առաջացած տարբեր իզոտոպային կառուցվածք ունեցող միջուկների ելքերի ուսումնասիրության արդյունքները։ Բացահայտված է արդյունք-միջուկների առաջացման ելքերի կախվածությունը թիրախ-միջուկի եվ մնացորդային միջուկների իզոտոպային կառուցվածքից:

CLASSIFICATION OF YIELDS OF THE FORMATION OF PRODUCTS OF PHOTONUCLEAR REACTIONS ON THE SEPARATED ISOTOPES OF Ni AND Cu

A.R. BALABEKYAN

The results of the investigation concerning the yields of products of reactions of various isotopic compositions formed in the targets of separated isotopes of Ni and Cu under the influence of beams of bremsstrahlung at maximal energy 4.5 GeV are presented. The conducted systematization lead to the exposure of dependence of the cross-sections of products formation on the isotopic composition of target-nuclei and residual nuclei.

УДК 621.384

ОПТИМИЗАЦИЯ ВИГЛЕР-МАГНИТА ДЛЯ ДЕМПФИРУЮЩЕГО КОЛЬЦА ЛИНЕЙНОГО КОЛЛАЙДЕРА

А.З. БАБАЯН, Д.Ю. МЕЛКУМЯН, В.Ц. НИКОГОСЯН

Ереванский физический институт им. А.И.Алиханяна

(Поступила в редакцию 21 апреля 2006 г.)

Проведен трехмерный расчет оптимизации виглера с постоянными магнитами. Разработанная модель оптимизации обеспечивает существенное уменьшение нелинейности магнитного поля в рабочем зазоре виглера. Предложенная оптимизация виглера выполнена на примере демпфирующего кольца (ДК) TESLA и может быть использована при проектировании ДК интернационального линейного коллайдера.

1. Введение

В связи с ограниченной шириной полюса виглер-магнита, область однородного магнитного поля в поперечном направлении недостаточно широка, что приводит к уменьшению динамической апертуры [1]. Одним из способов уменьшения нелинейности магнитного поля виглера является увеличение ширины полюса. Для уменьшения нелинейности поля ширина полюса была увеличена с 40 мм до 60 мм, но при этом конструкция виглера не была изменена полностью [2]. Осевые и верхние магниты были изменены соответственно с изменением размеров полюса, в то время как боковые магниты не были изменены. Это обеспечивает увеличение однородности магнитного поля региона, но приводит к увеличению стоимости и веса виглера.

Целью настоящей работы было увеличение однородности магнитного поля в рабочей области зазора путем оптимизации профиля полюсов виглермагнита. Рабочий зазор и габариты виглер магнита при этом остаются без изменения. Выполненная оптимизация позволила на порядок улучшить однородность магнитного поля.

2. Оптимизация конструкции виглер-магнита

Основные параметры виглер-магнита с шириной полюса 60 мм следующие. Виглер состоит из гибридной структуры с постоянными магнитами с длиной периода $\lambda = 400$ мм и с фиксированным зазором 25 мм. Поперечное сечение равно 220×385 мм². Полюс изготовлен из малоуглеродистой стали с размерами 100×60×100 мм³ (L×W×H) и с симметричным 5 миллиметровым па-

зом, нависающим над зазором. Осевые, боковые и верхние магниты с размерами $100 \times 60 \times 95$ мм³, $100 \times 50 \times 95$ мм³ и $100 \times 60 \times 50$ мм³, соответственно, изготовлены из материала NdFeB, имеющего остаточную магнитную индуктивность $M_r \sim 1.15$ Т.

Железные пластины толщиной 30 мм закрывают виглер со всех сторон и служат магнитным ярмом. В пластинах сделаны щели для вакуумной камеры размером 25×120 мм². На рис.1 для иллюстрации показаны два периода виглер-магнита. Полная длина одного сегмента виглера равна 5.26 м и содержит 12 полных периодов плюс два полупериода концевых полюсов [2].

Оптимизация конструкции виглера достигается посредством пазов, выполненных на поверхности полюса, симметрично вдоль центральной оси по всей его длине, как показано на рис.2. Были рассмотрены различные конфигурации поверхности полюса. Оптимизация была достигнута посредством четырех пазов, которые имеют различную глубину и ширину. Суммарная глубина пазов каждого полюса составляет 0.45 мм. Таким образом, величина зазора в центре полюса равна 25.9 мм. Магнитное поле B_0 в центре полюса падает на ~2%. Расчеты выполнены с использованием программы 3D Radia [3].



Рис.1. Виглер-магнит на 2 периода с разобранными боковыми пластинами.



Рис.2. Поверхность оптимизированного полюса с 4 пазами.







Рис.4. Распределение поперечного поля $B_r(x)$ в плоскости Z = 0 в центре полюса: а – без оптимизации, b – с оптимизацией.

Табл.1.	Сравнительные	результаты	для полюса	щириной 60 мм.
---------	---------------	------------	------------	----------------

Ампл. поля <i>B</i> ₀ [T]	Без оптимизации 1.68	С оптимизацией 1.65
Однородность $\Delta B/B_0$		
$X = \pm 1 \text{ MM}$	3.6.10-3	$-1.0 \cdot 10^{-5}$
$X = \pm 5 \text{ MM}$	1.1.10-3	-1.1.10-4
$X = \pm 10 \text{ MM}$	5.9.10-3	5.5.10-4
Спад поля <i>B</i> ₀ (%)	-	2.0
Результирующая глубина пазов (мм)		0.45



Рис.5. Относительное изменение однородности поля в поперечном направлении в центре полюса: а – без оптимизации, b – с оптимизацией.



Рис.6. Относительное изменение однородности магнитного поля в поперечном направлении в различных точках вдоль оси Y: 1-Y = 80 mm, 2-Y = 46 мм — при значении поля Bz = 1.0 T.

На рис.3 показано распределение магнитного поля B_z вдоль оси Y для значений X=Z=0. Распределение поперечного поля $B_z(x)$ в плоскости Z = 0 в центре полюса с оптимизацией и без оптимизации представлено на рис.4. Сравнительные характеристики магнитного поля $\Delta B/B_0$ в поперечном направлении для различных значений Y в продольном направлении показаны на рис.5,6. Величина неоднородности поля без оптимизации для области -10 мм $\leq X \leq 10$ мм составляет $\Delta B/B_0 \leq 5.9 \cdot 10^{-3}$ (рис.5.). При оптимизации для той же области величина $\Delta B/B_0$ улучшается в десять раз и не превышает 5.5 $\cdot 10^{-4}$. Графики $\Delta B/B_0$ с оптимизацией и без оптимизации практически идентичны в точке Y = 46 мм ($B_z = 1$ T). Таким образом, эффект оптимизации начинается с точки Y = 46 мм, растет в направлении центра полюса (Y = 100 мм) и в центре достигает максимума.

3. Заключение

В данной работе приводится разработанная модель оптимизации магнитного поля виглер-магнита посредством пазов, выполненных на поверхности полюса. Расчеты выполнены 3D программой и показали улучшение однородности магнитного поля ~ 10 раз.

Авторы выражают благодарность сотрудникам DESY N.Walker и W.Decking за их поддержку и полезные обсуждения.

Работа поддержана соглашением о сотрудничестве между DESY и YerPhI, заключенным 06.12.2002.

ЛИТЕРАТУРА

- M.Tischer, J.Pfluger, W.Decking. A permanent magnet wiggler design for the TESLA damping ring, DESY TESLA-00-20, 2000.
- 2. M.Tischer. TESLA damping wiggler-improved field roll-off, 01/2002.
- P.Elleuame et al. Computing 3D magnetic fields from insertion devices. Proc. of PAC97 Conf., May 1997, Vancouver, p.3511.

ԳԾԱՅԻՆ ԿՈԼԱՅԴԵՐԻ ԴԵՄՊՖԵՐԱՑՆՈՂ ՕՂԱԿԻ ՎԻԳԼԵՐ-ՄԱԳՆԻՍԻ ՕՊՏԻՄԱԼԱՑՈՒՄԸ

Ա.Ձ. ԲԱԲԱՅԱՆ, Դ.Յու. ՄԵԼՔՈՒՄՅԱՆ, Վ.Ց. ՆԻԿՈՂՈՍՅԱՆ

Ներկայացված է հաստատուն մագնիսներով վիգլերի օպտիմալացման եռաչափ հաշվարկը։ Օպտիմալացման մշակված մոդելը ապահովում է վիգլերի աշխատանքային միջակայքում մագնիսական դաշտի ոչ գծայնության զգալի փոքրացում։ Առաջարկված վիգլերի օպտիմալացումը կատարված է TESLA-ի դեմպֆերացնող օղակի (ԴО) օրինակով և կարող է օգտագործվել միջազգային գծային կոլայդերի ԴՕ նախագծելիս։

WIGGLER-MAGNET OPTIMIZATION FOR LINEAR COLLIDER DAMPING RING

A.Z. BABAYAN, D.YU. MELKUMYAN, V.TS. NIKOGHOSYAN

Optimization results of a permanent magnet wiggler by 3D field calculation are presented. The developed model of optimization provides a significant decrease in the magnetic field nonlinearity in a wiggler gap. Proposed wiggler optimization is executed on the example of a TESLA damping ring (DR) and can be used at designing of International Linear Collider DR.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ա.Ժ.Սուրադյաս, Գ.Ա.Սուրադյան. Ոչ-իդեալական պարբերական միջավատի հարթ-	
զուգահեռ շերտով ալիքի անցման տեսություն	395
Ա.Գ.Մարկոսյան. Ջրածնանման ատոմների բազմաֆոտոն վերշեմային իրնիցացումը	575
գրգռված վիճակից	406
Կ.ՍԱրամյան . Օսցիլյատոր–Կեպլեր համապատասխանության ընդիանդագումը	412
գ.գ.Դեմիրխանյան. NaBi(WO ₄) ₂ բյուրեղում Yb ³⁺ իոնի սաեկտրալ օձերի ջերմասրի-	
ճանային շեղումների հաշվումը	419
4.8.Ավետյան, Մ.Մ.Առաքելյան, Պ.Ա.Գրիգորյան, Դ.Գ.Մայիլյան, <u>Դ.Ս.Սեմերօյան</u> ,	
Ա.Ա.Թադևոսյան. Ռենտգենյան ճառագայթման լայն տարամիտված փնթի րի-	
ֆրակցիա իրականացնելու նոր եղանակ	426
Ա.Գ.Ղուլյան, Ռ.Մ.Մարտիրոսյան, Յ.Ա.Փիրումյան. Բարձր ճշտությանը ԳԲՅ բեեռաչյան	435
Ա.Ռ.Բալաբեկյան. Նիկելի եվ աղնձի բաժանված հգուղղաներեց ֆուրոմիօրվասին	
ռեակցիաների հետևանքով առաջացած միջուկների եւթերի դասակարոր մո	445
Ա.Ձ.Բաբայան, Դ.Յու.Մելքումյան, Վ.Ց.Նիկորոսյան, Գծային կուսարների դեմաֆերագ-	115
նող օղակի վիգլեր-մագնիսի օպտիմալազումը	450
	150

CONTENTS

A.Zh.Muradyan, G.A.Muradyan. Theory of wave transmission through a layer of a	
non-ideally-periodic medium.	395
A.G.Markossian. Multiphoton above-threshold ionization of a hydrogen-like atom	
from the excited state.	406
K.S.Aramyan. Generalization of the oscillator-Kepler correspondence.	412
G.G.Demirkhanyan. Calculation of spectral lines temperature shifts of Yb ³⁺ ion	
in NaBi(WO ₄) ₂ crystal	419
K.T.Avetyan, M.M.Arakelyan, P.A.Grigoryan, D.T.Mayilyan, O.S.Semerjyan,	
A.A.Tadevosyan. A new method of realization of diffraction of widely	
divergent beam of X-ray radiation	426
A.G.Ghulyan, R.M.Martirosyan, H.A.Pirumyan. High-accuracy microwave	
polarimeter.	435
A.R.Balabekyan. Classification of yields of the formation of products of photonuclear	
reactions on the separated isotopes of Ni and Cu.	445
A.Z. Babayan, D.Yu.Melkumyan, V.Ts.Nikoghosyan. Wiggler-magnet optimization	
for linear collider damping ring.	450

СОДЕРЖАНИЕ

А.Ж.Мурадян, Г.А.Мурадян. Теория прохождения волн через плоскопа-	
раллельный слой неидеально-периодической среды	395
А.Г.Маркосян. Многофотонная надпороговая ионизация водородопо-	
добного атома из возбужденного состояния	406
К.С.Арамян. Обобщение соответствия осциллятор – Кеплер	412
Г.Г.Демирханян. Вычисление температурных сдвигов спектральных.	
линий иона Yb ³⁺ в кристалле NaBi(WO ₄) ₂	419
К.Т.Аветян, М.М.Аракелян, П.А.Григорян, Д.Г.Маилян, О.С.Семерджян,	
А.А.Тадевосян. Новый метод реализации дифракции широко расхо-	
дящегося пучка рентгеновского излучения	426
А.Г.Гулян, Р.М.Мартиросян, Г.А.Пирумян. Высокоточный СВЧ-поляри-	
метр	435
А.Р.Балабекян. Систематизация выходов образования продуктов фото-	
ядерных реакций на разделенных изотопах никеля и меди	445
А.З.Бабаян, Д.Ю.Мелкумян, В.Ц.Никогосян. Оптимизация виглер-маг-	
нита для демпфирующего кольца линейного коллайдера	450

Тираж 150. Сдано в набор 27.10.2006. Подписано к печати 14.11.2006. Печ. л. 4. Бумага офсетная. Цена договорная. Типография НАН РА. 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.