

ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS



ИЗВЕСТИЯ  
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ  
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS  
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

41, N2, 2006

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ  
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ  
ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ԾՈՄ

41

№ 2

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

2006

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱՌԱՋ ԳԱՐՈՒԹՅԱՆ ԳՐԱԴԱՐԱՆ

ՖԻԶԻԿԱ  
ՖԻԶԻԿԱ

ՀԱՅԿԻՍ

19

19

© Национальная Академия наук Армении  
Известия НАН Армении, Физика

ՀԱՅԿԻՍ

19

Журнал издается с 1966 г.  
Выходит 6 раз в год  
на русском и английском языках

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. М. Арутюнян, главный редактор  
Э. Г. Шароян, зам. главного редактора  
А. А. Ахумян  
Г. А. Вартапетян  
Э. М. Казарян  
А. О. Меликян  
А. Р. Мкртчян  
Д. Г. Саркисян  
Ю. С. Чилингарян  
А. А. Мирзаханян, ответственный секретарь

#### ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՆԵԳԻԱ

Վ. Մ. Հարությունյան, գլխավոր խմբագիր  
Է. Գ. Շառոյան, գլխավոր խմբագրի տեղակալ  
Ա. Ա. Հախումյան  
Հ. Հ. Վարդապետյան  
Է. Մ. Ղազարյան  
Ա. Հ. Մելիքյան  
Ա. Ռ. Մկրտչյան  
Գ. Հ. Սարգսյան  
Յու. Ս. Չիլինգարյան  
Ա. Ա. Միրզախանյան, պատասխանատու քարտուղար

#### EDITORIAL BOARD

V. M. Aroutiounian, editor-in-chief  
E. G. Sharoyan, associate editor  
A. A. Hakhumyan  
H. H. Vartapetian  
E. M. Ghazaryan  
A. O. Melikyan  
A. R. Mkrtchyan  
D. H. Sarkisyan  
Yu. S. Chilingaryan  
A. A. Mirzakhanyan, executive secretary

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,  
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,  
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g, Marshal Bagramyan Av.,  
Yerevan, 375019, Republic of Armenia.

УДК 530.145

## МАЛЫЕ ГРУППЫ БРАН В $(1+9)D$

Г.Р. МКРТЧЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 15 ноября 2005 г.)

Для построения унитарных неприводимых представлений алгебр суперсимметрии нужно знать малые группы соответствующих орбит группы Лоренца. В предыдущих работах были рассмотрены преонные конфигурации в различных размерностях. В данной работе рассмотрены некоторые массивные и безмассовые орбиты в размерности  $1+9$ . Результаты для безмассового случая приведены полностью, для ряда массивных мультиплетов малые группы вычислены впервые.

### 1. Введение

В современных суперсимметричных теориях [1,2] обычная алгебра Пуанкаре, которая является полупрямым произведением группы Лоренца и абелевой группы векторных генераторов пространственных трансляций, заменяется на аналогичные алгебры, где к генераторам трансляций добавляются тензорные генераторы. Получившиеся алгебры называются тензорными алгебрами Пуанкаре (или супер-Пуанкаре). Тензорные заряды ранга  $k$  находятся на  $k$ -мерных объектах, называемых бранами [3]. В настоящей работе рассмотрена размерность  $1+9$ , для которой минимальная  $N=1$  алгебра суперсимметрии имеет вид

$$\{Q, Q\} = (\Gamma^\mu C) P_\mu + (\Gamma^{\mu\nu\lambda\rho\sigma} C) Z^+_{\mu\nu\lambda\rho\sigma}, \quad \mu, \nu, \dots = 1, 2, \dots, 10. \quad (1)$$

(Обозначения см. в конце статьи и в [4].)

Формулировать результаты нам удобнее всего в конкретном базисе гамма-матриц, хотя сами результаты (малые группы) от выбора базиса не зависят. Настоящие результаты будут использованы в дальнейшем для построения супермультиплетов алгебры суперсимметрии и других целей (относительно применений см. [5–7], а также Заключение).

### 2. Малые группы бран

Алгебра суперсимметрии может быть символически записана в форме

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = Z_{\alpha\beta}, \quad \alpha, \beta = 1, \dots, 16, \quad (2)$$

где  $Z$  – числовая матрица, удовлетворяющая тем же условиям, что и спинор  $Q$  (в данном случае Майорана-Вейлевский). Индексы  $\alpha, \beta$  пробегает 16 значений.

Преонный случай соответствует матрице  $Z$  ранга 1 и был рассмотрен в [7]. Здесь мы рассмотрим случай  $\text{rank}(Z) > 1$ . Разделим множество всевозможных  $Z$  на две части. Безмассовыми будем называть те  $Z$ , малая группа которых содержит алгебру 8-мерных трансляций  $T_8$ , остальные будут массивными. Результат для безмассового случая можно сформулировать очень кратко [8]: малая группа для безмассовой конфигурации есть  $T_8 \otimes SO(k_1) \otimes SO(k_2) \dots SO(k_n)$ , где  $k_i$  – это количество совпадающих собственных значений  $Z$ , т.е кратность вырождения  $i$ -ого корня. Преонный случай, описанный в [7], следует из этой формулы.

Для формулировки результатов для массивного  $Z$  нам понадобится конкретный базис в спинорном пространстве. Введем 16 спиноров  $p^i$  следующим образом: у спинора  $p^i$  при  $i = 2k - 1$  отличны от нуля только  $k$ -ая компонента, которая равна 1, а также компонента, которая связана с  $k$ -ой условием майорановости. При  $i = 2k$  отличны от нуля  $k$ -ая компонента (равная  $i$ ), а другая ненулевая компонента опять же следует из условия майорановости. В данном базисе  $Z$  можно представить следующим образом:  $Z = k_i p^i p^i$  (сумма по  $i$  от 1 до 16). Заметим, что безмассовые  $Z$  получаются, если взять отличными от нуля только первые 8 координат вектора  $k_i$ .

Некоторые интересные результаты для массивного  $Z$  таковы. Если первые восемь координат  $k_i$  совпадают, то малая группа имеет ту же структуру, что и в безмассовом случае (естественно, за исключением сомножителя  $T_8$ ), а точнее имеет вид  $SO(k_1) \otimes SO(k_2) \dots SO(k_n)$ , где  $k_i$  – количество совпадающих координат во второй восьмерке координат вектора  $k_i$ . Результаты для некоторых дополнительных случаев приведены в следующей таблице:

Вектор k	Малая группа
{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3}	$G_2$
{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3}	$U(3)$
{1, 1, 1, 1, 1, 1, 6, 5, 4, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3}	$SO(3) \otimes SO(3)$
{1, 1, 1, 1, 1, 1, 5, 4, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3}	$U(3)$

Приведенные  $Z$ -матрицы не вырождены, так как соответствующие мультиплеты не имеют “выживших” суперсимметрий, т.е. нет генераторов суперсимметрии, действие которых на все элементы мультиплета было бы равно нулю (т.е это не BPS мультиплеты). Однако все приведенные результаты остаются в силе, если любые равные числа заменить на нули. Тогда появляется соответствующее (числу нулей) количество выживших суперсимметрий у данного супермультиплета.

### 3. Определения и обозначения

Наши обозначения и определения таковы. Пространственно-временная метрика:  $\eta^{\mu\nu} = (-1, 1, \dots, 1)$ . Через  $\Gamma$  мы обозначаем гамма-матрицы из алгебры Клиффорда [2], которые удовлетворяют правилу антикоммутиации

$$\{\Gamma^\mu, \Gamma^\nu\} = \eta^{\mu\nu}.$$

$\Gamma$ - матрицы имеют размерность  $2^{\lfloor D/2 \rfloor}$ , а правая сторона предыдущего уравнения понимается как  $\eta^{\mu\nu}$ , умноженное на единичную матрицу соответствующей размерности. Мы будем пользоваться следующим представлением ( $\Gamma$ -матриц. В размерности 2 гамма-матрицы – это матрицы Паули. В размерности  $D = 2k+1$  имеем

$$(\Gamma)_{(D)\alpha\beta}^\mu = (\Gamma)_{(D-1)\alpha\beta}^\mu (\mu = 1, \dots, D-1) \text{ и } (\Gamma)_{(D)}^D = (\Gamma)_{(D-1)}^D \text{ или } (\Gamma)_{(D)}^D = i(\Gamma)_{(D-1)}^D,$$

где мы обозначили через  $\Gamma_{(D-1)}^D$  произведение всех гамма-матриц размерности  $D-1$ . Мы выбираем одно из этих двух условий в зависимости от того, которое из них удовлетворяет условию алгебры Клиффорда. В размерности  $D = 2k$  имеем:

$$\Gamma_{(D)}^1 = \begin{pmatrix} 0 & -i1 \\ i1 & 0 \end{pmatrix},$$

где 0 и 1 понимаются как нулевая и единичная матрицы соответствующей размерности, и

$$\Gamma_{(D)}^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \Gamma_{D-1}^{\mu-1} \\ \Gamma_{D-1}^{\mu-1} & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко проверить, что выбранные таким образом  $\Gamma$ -матрицы действительно являются представлением алгебры Клиффорда.

Такое определение ( $\Gamma$ -матриц соответствует евклидовой метрике. Для псевдоевклидова случая нужно умножить соответствующие временным компонентам ( $\Gamma$ -матрицы на мнимую единицу  $i$ . Остальные обозначения соответствуют [4].

#### 4. Заключение

Одним из наиболее интересных применений настоящих результатов может быть обобщение связи спина частиц со статистикой на случай бран. Для этого необходимо найти представление, в котором находятся ненулевые суперзаряды относительно вычисленных в настоящей работе малых групп. Приведем решение этой задачи в простейшем преонном случае (т.е. матрица  $Z$  имеет ранг 1,  $Z_{\alpha\beta} = \lambda_\alpha \lambda_\beta$ , где  $\lambda_\alpha$  – произвольный спинор) [9]. Тогда очевидно, что суперзаряд можно представить следующим образом:  $Q_\alpha = \lambda_\alpha q$ , где оператор  $q$  удовлетворяет коммутационному соотношению  $\{q, q\} = 1$  и имеет минимальное представление в пространстве размерности два. В данном случае суперзаряд есть синглет по отношению к малой группе (т.к. таковым является спинор  $\lambda_\alpha$ , по определению малой группы) и, таким образом, оба члена супермультиплета находятся в одном и том же представлении малой группы, т.е. нет традиционной связи спина со статистикой.

Автор благодарен Р.Л.Мкртчяну за обсуждение результатов настоящей работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **P.C.West**. Introduction to supersymmetry and supergravity. World Scientific, Singapore, 1990.
2. **P.C.West**. Supergravity, brane dynamics and string duality, hep-th/9811101.
3. **J.A.de Azcarraga, J.P.Gauntlett, J.M.Izquierdo, P.K.Townsend**. Phys. Rev. Lett., **63**, 2443 (1989).
4. **I.V.Rudychev**. From superalgebras to superparticles and superbranes, hep-th/0104031.
5. **P.K.Townsend**. M-theory from its superalgebra, hep-th/9712004.
6. **R.L.Mkrtchyan**. Brane content of branes' states, hep-th/0212174, Phys. Lett., **B558**, 205 (2003).
7. **H.R.Mkrtchyan, R.L.Mkrtchyan**. Mod. Phys. Lett., **A18**, 2665 (2003).
8. **H.R.Mkrtchyan, R.L.Mkrtchyan**. Mod. Phys. Lett., **A19**, 931 (2004).
9. **R.L.Mkrtchyan**. Little groups and statistics of branes, hep-th/0209040.

## ԲՐԱՆՆԵՐԻ ՓՈՔԸ ԽՄԲԵՐԸ (1+9) ՉԱՓԱՅՆՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ

Հ.Ռ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ

Սուպերսիմետրիայի հանրահաշվի չբերվող ունիտար ներկայացումները կառուցելու համար պետք է իմանալ Լորենցի ուղեծրերի փոքր խմբերը: Նախորդ աշխատանքներում դիտարկված էին պրեոնային դեպքերը տարբեր չափայնություններում: Ներկա աշխատանքում դիտարկված են որոշ զանգվածային և անզանգված ուղեծրեր (1+9) չափայնությունում: Անզանգված դեպքերի համար արդյունքները լրիվ են, իսկ որոշ զանգվածային մուլտիպլետների համար փոքր խմբերը հաշվարկված են առաջին անգամ:

## LITTLE GROUPS OF BRANES AT (1+9) $D$

H.R. MKRTCHYAN

For construction of unitary irreducible representations of supersymmetry algebras one needs to know the little groups of Lorentz orbits. In previous works preon configurations were considered at different dimensions. We consider some massive and massless orbits at (1+9) $D$ . Results for massless orbits are complete, for a set of massive multiplets the little groups are calculated for the first time.

УДК 539.2

**ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ СПЕКТРЕ ТУННЕЛЬНОЙ 2D-СИСТЕМЫ**

Р.М. МОВСЕСЯН

Государственный инженерный университет Армении

(Поступила в редакцию 4 ноября 2005 г.)

Рассмотрена 2D-ограниченная система, представляющая собой квантовый диск с двумя линейными (-ямами, находящаяся в магнитном поле Ааронова–Бома. В адиабатическом приближении построен энергетический спектр системы, являющийся периодической функцией приведенного магнитного потока.

1. Характерные свойства мезо- и наносистем обусловлены квантовой когерентностью электронных состояний. Так, в 1D-квантовых кольцах когерентность сохраняется даже в случае наличия в них упругих рассеивателей. Причиной этого является их круговая симметрия. Следствием этого является наличие в этих системах персистентных (незатухающих) токов [1,2]. Квантовые диски также являются примером 2D-систем с круговой симметрией [3]. Их получают, напыляя на подложке атомы одного или нескольких веществ. В этих системах одна из степеней свободы электрона может претерпевать упругое рассеяние на своеобразных 2D-квантовых барьерах. Подобные туннельные системы рассмотрены в работах [4,5].

Здесь, как и в [5], рассмотрена 2D-ограниченная круговая система, обладающая двумя границами: внешней – радиуса  $R$  и внутренней – радиуса  $a$  ( $a \ll R$ ). Система содержит две достаточно узкие линейные квантовые ямы, образующие угол  $\varphi_0$ . В области  $\pi^2$  локализовано постоянное однородное магнитное поле, нормальное к поверхности системы, так что электроны находятся в поле вектор-потенциала (магнитное поле Ааронова–Бома [3]). Нами построен одноэлектронный спектр, являющийся периодической функцией приведенного магнитного потока.

2. Одноэлектронное уравнение Шредингера для описанной системы имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_\rho \Psi + \frac{1}{2m} \left( \hat{p}_\varphi - \frac{e}{c} A \right)^2 \Psi + U \Psi = E \Psi, \quad (1)$$

где  $\Delta_\rho$  – радиальная часть 2D-оператора Лапласа,  $\hat{p}_\varphi = -\hbar \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}$  – оператор

азимутального импульса,  $\mathbf{A}$  – вектор-потенциал, обладающий только азимутальной составляющей  $\mathbf{A}(0, A_\varphi)$ ; выберем его в виде [6]

$$\mathbf{A} = \frac{\Phi}{2\pi} \nabla \varphi, \quad (2)$$

где  $\varphi$  – азимутальная переменная. Тогда выполняются следующие условия:

$$\oint_L \mathbf{A} d\mathbf{l} = \Phi, \quad \text{rot} \mathbf{A} = 0, \quad (3)$$

где контур  $L$  охватывает область с магнитным полем.

Потенциал линейных квантовых ям, как и в работе [5], аппроксимируем  $\delta$ -функциями:

$$U(\rho, \varphi) = -\frac{U_0 R}{\rho} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\delta(\varphi - 2\pi n) + \delta(\varphi - \varphi_0 - 2\pi n)], \quad (4)$$

где  $U_0$  – характерная глубина ямы. В (4) явно учтена периодичность потенциала.

Построение собственных состояний проведем в адиабатическом приближении, представив волновую функцию в виде

$$\Psi(\rho, \varphi) = \psi(\rho, \varphi) \chi(\rho), \quad (5)$$

где волновая функция азимутальной степени свободы  $\psi(\rho, \varphi)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{2m} \left( \hat{p}_\varphi - \frac{e}{c} A \right)^2 \psi + U(\varphi, \rho) \psi = E_0 \psi, \quad (6)$$

Здесь  $E_0$  – собственное значение энергии, зависящее от радиальной переменной  $\rho$ , как от параметра.

Умножим слева обе части уравнения (1) на  $\psi^*(\varphi, \rho)$ , проинтегрируем по  $\varphi$  и после несложных преобразований получим уравнение для  $\chi(\rho)$  – волновой функции, соответствующей радиальной степени свободы:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_\rho \chi + E_0(\rho) \chi + \hat{C} \chi = E \chi, \quad (7)$$

где оператор неадиабатичности имеет вид

$$\hat{C} \chi = \frac{\hbar^2}{2m} \left[ \int_0^{2\pi} \psi^* (\Delta_\rho \psi) \chi d\varphi + \int_0^{2\pi} \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \frac{\partial \chi}{\partial \rho} d\varphi \right]. \quad (8)$$

Итак, система разделена на “быструю” (азимутальная степень свободы) и “медленную” (радиальная степень свободы). В дальнейшем, при построении радиальных состояний слагаемое  $\hat{C} \chi$  будет опущено и этому будет дано обоснование.

3. Совершим калибровочное преобразование

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \nabla f, \quad \psi \rightarrow \psi e^{i \frac{e}{\hbar c} f}, \quad (9)$$

оставляющее инвариантным уравнение Шредингера (см., например, [6]). Тогда, учитывая (2), выберем  $f = -\Phi\varphi$ , исключив этим вектор-потенциал из уравнения (6). В результате волновая функция азимутальной степени свободы приобретает блоховский вид

$$\psi(\varphi, \rho) = \psi_0(\varphi, \rho)e^{i\beta\varphi}, \quad (10)$$

где  $\psi_0(\varphi, \rho)$  удовлетворяет уравнению

$$-\frac{\hbar^2}{2m\rho^2} \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial \varphi^2} + U(\varphi, \rho)\psi_0 = E_0\psi_0 \quad (11)$$

и является  $2\pi$ -периодической функцией, а роль блоховского волнового числа играет приведенный поток  $\beta = \Phi/\Phi_0$ .

Наличие фазового множителя нарушает периодичность: при обходе по замкнутому контуру волновая функция приобретает фазу  $2\pi\beta$ .

На волновую функцию  $\psi_0(\varphi, \rho)$  наложим граничные условия

$$\begin{aligned} \psi_I(0) &= \psi_{II}(0), \quad \psi_{II}(\varphi_0) = \psi_{III}(\varphi_0), \\ \psi'_{II}(0) - \psi'_I(0) + \alpha\psi(0) &= 0, \\ \psi'_{II}(\varphi_0) - \psi'_I(\varphi_0) + \alpha\psi(\varphi_0) &= 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\alpha = \frac{2mU_0}{\hbar^2}\rho$ , а индексы нумеруют области  $I[-2\pi + \varphi_0, 0]$ ,  $II[0, \varphi_0]$ ,  $III[\varphi_0, 2\pi]$ .

Волновую функцию в “элементарной ячейке”  $[-2\pi + \varphi_0, \varphi_0]$  представим в виде

$$\begin{aligned} \psi_I &= (A_1 e^{\lambda\varphi} + A_2 e^{-\lambda\varphi}) e^{-i\beta\varphi}, \\ \psi_{II} &= (B_1 e^{\lambda\varphi} + B_2 e^{-\lambda\varphi}) e^{-i\beta\varphi}, \\ \lambda^2 &= \frac{2m|E_0|}{\hbar^2} \rho^2, \end{aligned} \quad (13)$$

тогда в области  $III$  волновая функция выразится через трансляцию ее из области  $I$  в соответствии с теоремой Блоха.

В результате подстановки (13) в (12) получим линейную систему однородных уравнений для коэффициентов  $A_{1,2}, B_{1,2}$ , а условие существования нетривиального решения приводит к дисперсионному уравнению

$$(1 + \eta^2) \operatorname{ch} 2\pi\lambda - 2\eta \operatorname{sh} 2\pi\lambda - \eta^2 \operatorname{ch} b\lambda = \cos 2\pi\beta, \quad \eta = \frac{\alpha}{2\lambda}, \quad b = 2(\pi - \varphi_0), \quad (14)$$

совпадающему с уравнением (8) работы [5] при условии  $\beta = 0$ , т.е. в отсутствие магнитного потока, иначе говоря, в центре “зоны Бриллюэна”.

Совершим в левой части (14) приближение  $2\pi\lambda \gg 1$ , сводящееся к неравенству  $\varphi_0 \ll 2\pi$  и  $\alpha\varphi_0 \gg 1$ . Область применимости последнего можно оценить, выбрав  $m = 6,7 \cdot 10^{-2} m_0$  (арсенид галлия), где  $m_0$  – масса “голового” электрона,  $U_0 \sim 1$  эВ,  $R \sim 10^3$  Э,

$\varphi_0 \sim 10^{-1}$  рад, тогда  $\rho \gg 10^{-11}$  м. В результате получим

$$E_0 = -\frac{\hbar^2}{2m\varphi_0^2\rho^2} + \eta e^{-\pi/\varphi_0} \frac{\cos\beta}{\rho^4}, \quad \eta = \frac{\hbar^6}{16m^3U_0^2\varphi_0^4R^2}, \quad (15)$$

причем второе слагаемое в силу условия  $\varphi_0 \ll 2\pi$  является экспоненциально малой величиной. Первое слагаемое в (15) приводит к состояниям, близким к падению на центр, описанным в [4,7].

В силу экспоненциальной малости второго слагаемого в эффективном потенциале (15), уравнение Шредингера (7) для радиальной степени свободы можно решить, используя теорию возмущений. Волновые функции нулевого приближения выражаются через функции Бесселя с мнимым индексом [4], а вблизи вершины системы ( $a \leq \rho \ll R$ )

$$\chi_0 = \frac{2}{R} \sin\left(\frac{1}{\varphi_0} \ln \frac{\rho}{a}\right), \quad (16)$$

Тогда вклад второго слагаемого в энергетический спектр, рассчитанный в первом порядке теории возмущений, имеет следующий вид:

$$\Delta E = \frac{6\eta}{R^2a^2} e^{-\pi/\varphi_0} \cos\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right). \quad (17)$$

Таким образом, каждый энергетический уровень смещается на экспоненциально малую величину, периодически зависящую от приведенного потока.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ho-Fai Cheung et al. Phys. Rev., **37**, 6050 (1988).
2. M.Büttiker et al. Phys. Lett., **96A**, 365 (1983).
3. Y.Imry, Introduction to Mesoscopic Physics. Oxford University Press, 2002.
4. Р.М.Мовсесян, А.С.Саакян. Изв. НАН Армении, Физика, **39**, 147 (2004).
5. Р.М.Мовсесян, А.С.Саакян. Изв. НАН Армении, Физика, **40**, 10 (2005).
6. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., Наука, 1974.
7. Р.М.Мовсесян, А.С.Саакян. Ядерная физика, **68**, 1026 (2005).

#### ENERGY SPECTRUM OF A 2D TUNNELING SYSTEM

R.M. MOVSESYAN

A 2D finite system representing a quantum disc with two linear  $\delta$ -wells in the presence of the Aharonov–Bohm magnetic field is considered. The adiabatic approximation is used to obtain the energy spectrum of the system which is a periodic function of the reduced magnetic flux.

УДК 537.8

## КЛАССИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ТОРОИДАЛЬНОМ РЕЗОНАТОРЕ

Э.Д. ГАЗАЗЯН<sup>1</sup>, Т.А. АРУТЮНЯН<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ереванский физический институт

<sup>2</sup>Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 20 сентября 2005 г.)

Рассмотрена проблема собственных функций в тороидальном резонаторе и показано, что в нем существуют волны типа  $E$  и  $H$ . Получены аналитические выражения для компонент обоих типов, которые сравниваются с выражениями, полученными равномерным коротковолновым асимптотическим методом, и показано, что в таком приближении результаты совпадают друг с другом. Показана также ортогональность собственных функций.

### 1. Введение

Работа посвящена классификации электромагнитных волн в тороидальном резонаторе. Задача рассмотрена в тороидальной системе координат  $(\tau, \sigma, \varphi)$  [1], где переменные разделяются только в уравнении Лапласа, и уже в уравнении Гельмгольца возможно лишь частичное их разделение путем внесения в тороид неоднородной среды с тороидальной симметрией определенного вида [2]. В настоящей работе кратко описывается система координат  $(\tau, \sigma, \varphi)$ , затем в самом общем виде показывается, что в тороидальном резонаторе электромагнитное поле можно разделить на поля  $E$ - и  $H$ -типов, т.е. все компоненты поля будут выражаться через продольную компоненту электрического или магнитного полей. При этом решение задачи для обоих типов удается довести до конца. Показано также, что в случае больших торков результаты, полученные с помощью равномерного коротковолнового асимптотического метода [3], сводятся к приближенным (асимптотическим) результатам, полученным в [2]. Заметим также, что ранее нами рассматривалась аналогичная задача и была строго доказана возможность существования волн  $E$ - и  $H$ -типов в тороиде в случае квазисферической системы координат [4].

### 2. Тороидальная система координат

Тороидальные координаты  $(\tau, \sigma, \varphi)$  связаны с декартовыми координатами следующими соотношениями [1]:

$$x = \frac{a \operatorname{sh} \tau}{\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma} \cos \varphi, \quad y = \frac{a \operatorname{sh} \tau}{\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma} \sin \varphi, \quad z = \frac{a \sin \sigma}{\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma}, \quad (1)$$

где  $0 \leq \tau < +\infty$ ,  $-\pi \leq \sigma \leq \pi$ ,  $0 \leq \varphi < 2\pi$ . Параметр  $a$  описывает тороидальную систему и связан с “большим”  $R = a \operatorname{ch} \tau$  и “малым”  $r_0 = a/\operatorname{sh} \tau$  радиусами тороида соотношением  $a = \sqrt{R^2 - r_0^2}$ .

В тороидальной системе коэффициенты Ламэ имеют вид

$$h_\tau = h_\sigma = \frac{a}{h}, \quad h_\varphi = \frac{a \operatorname{sh} \tau}{h}, \quad (2)$$

где введено обозначение

$$h = h(\tau, \sigma) = \operatorname{ch} \tau - \cos \sigma. \quad (3)$$

### 3. Классификация волн в тороидальном резонаторе

Воспользовавшись симметрией задачи относительно  $\varphi$ , будем искать электромагнитное поле в виде

$$\mathbf{E}(\tau, \sigma, \varphi, t) = \mathbf{E}(\tau, \sigma) \exp(-i(m\varphi + \omega t)), \quad \mathbf{H}(\tau, \sigma, \varphi, t) = \mathbf{H}(\tau, \sigma) \exp(-i(m\varphi + \omega t)), \quad (4)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$ .

Первая пара уравнений Максвелла в отсутствие токов

$$\begin{aligned} (\operatorname{rot} \mathbf{H})_\tau &= -ik\varepsilon E_\tau, & (\operatorname{rot} \mathbf{E})_\tau &= ikH_\tau, \\ (\operatorname{rot} \mathbf{H})_\sigma &= -ik\varepsilon E_\sigma, & (\operatorname{rot} \mathbf{E})_\sigma &= ikH_\sigma, \end{aligned} \quad (5)$$

в тороидальной системе координат примет следующий вид:

$$\frac{h^2}{a^2 \operatorname{sh} \tau} \left\{ \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{a \operatorname{sh} \tau}{h} H_\varphi \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{a}{h} H_\sigma \right) \right\} = -ik\varepsilon E_\tau, \quad (6a)$$

$$\frac{h^2}{a^2 \operatorname{sh} \tau} \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{a}{h} H_\tau \right) - \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{a \operatorname{sh} \tau}{h} H_\varphi \right) \right\} = -ik\varepsilon E_\sigma, \quad (6б)$$

$$\frac{h^2}{a^2 \operatorname{sh} \tau} \left\{ \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{a \operatorname{sh} \tau}{h} E_\varphi \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{a}{h} E_\sigma \right) \right\} = ikH_\tau, \quad (6в)$$

$$\frac{h^2}{a^2 \operatorname{sh} \tau} \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{a}{h} E_\tau \right) - \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{a \operatorname{sh} \tau}{h} E_\varphi \right) \right\} = ikH_\sigma. \quad (6г)$$

Предположим, что  $H_\varphi = 0$  (волны  $E$ -типа в тороиде). Тогда из (4) следует, что

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \varphi} = -im\mathbf{E}, \quad \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \varphi} = -im\mathbf{H}, \quad (7)$$

и, воспользовавшись уравнениями (6а-6б), получим:

$$H_\sigma = -\frac{\varepsilon ka \operatorname{sh} \tau}{mh} E_\tau, \quad H_\tau = \frac{\varepsilon ka \operatorname{sh} \tau}{mh} E_\sigma. \quad (8)$$

Подстановкой (8) в (6в) и (6г) поперечные компоненты электрического поля  $E_\tau$  и  $E_\sigma$  выражаются через продольную компоненту  $E_\varphi$ :

$$E_\tau = -\frac{imh^3}{\varepsilon(ka)^2 \operatorname{sh}^2 \tau - (mh)^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\operatorname{sh} \tau}{h} E_\varphi \right), \quad (9)$$

$$E_\sigma = -\frac{imh^3}{\varepsilon(ka)^2 \operatorname{sh}^2 \tau - (mh)^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\operatorname{sh} \tau}{h} E_\varphi \right). \quad (10)$$

С помощью последних соотношений и (8), поперечные компоненты магнитного поля  $H_\tau$  и  $H_\sigma$  также выражаются через  $E_\varphi$ . Чтобы определить, какому уравнению удовлетворяет  $E_\varphi$ , воспользуемся уравнением Максвелла:

$$\operatorname{div} \varepsilon \mathbf{E} = 0. \quad (11)$$

В этом уравнении разделение переменных по  $\tau$  и  $\sigma$  не является возможным. Однако, если выбрать заполнение тороида в виде [2]

$$\varepsilon = \varepsilon(\tau, \sigma) = h^2 / \operatorname{sh}^2 \tau \quad (\mu = 1), \quad (12)$$

то уравнение (11) примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{1}{\operatorname{sh} \tau} E_\tau \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{1}{\operatorname{sh} \tau} E_\sigma \right) + \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \tau} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \tau} = 0. \quad (11a)$$

Подставляя (9) и (10) в (11a) и учитывая (12), имеем:

$$\begin{aligned} \operatorname{sh}^2 \tau \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial \tau^2} + \frac{\operatorname{sh}^2 \tau}{h^2} (h^2 \operatorname{cth} \tau - h \operatorname{sh} \tau) \frac{\partial E_\varphi}{\partial \tau} + \operatorname{sh}^2 \tau \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial \sigma^2} - \\ - \operatorname{sh}^2 \tau \frac{\sin \sigma}{h} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \sigma} + [(ka)^2 - (m^2 + 1)] E_\varphi = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

В этом уравнении переменные можно частично разделить, если искать решение  $E_\varphi$  в виде

$$E_\varphi(\tau, \sigma, \varphi) = \sin \frac{\sigma}{2} \sqrt{\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma} f_E(\tau) f_2(\sigma) \exp(-im\varphi). \quad (14)$$

Тогда для  $f_2(\sigma)$  получим ультрасферические многочлены Гегенбауэра –  $f_2(\sigma) = C_{2p-1}^1(\cos \sigma/2) = \sin p\sigma / \sin(\sigma/2)$  [5], а  $f_E(\tau)$  – функция, удовлетворяющая уравнению

$$\frac{d^2 f_E(\tau)}{d\tau^2} + \operatorname{cth} \tau \frac{df_E(\tau)}{d\tau} + \left( \frac{1}{4} - p^2 - \frac{m^2 + 1 - (ka)^2}{\operatorname{sh}^2 \tau} \right) f_E(\tau) = 0. \quad (15)$$

Уравнение для  $f_E(\tau)$  при  $ka = 0$  переходит в уравнение для функции тора [5]. В этом смысле функция  $f_E(\tau)$  суть некоторое обобщение функции тора. Воспользовавшись явным видом функции  $f_2(\sigma)$ , запишем окончательное выражение для  $E_\varphi$  в виде

$$E_\varphi(\tau, \sigma, \varphi) = A(\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma)^{1/2} f_E(\tau) \sin(p\sigma) \exp(-im\varphi). \quad (16)$$

Окончательно для волн  $E$ -типа имеем

$$\begin{aligned} E_\tau &= -\frac{imh}{(ka)^2 - m^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\operatorname{sh} \tau}{h} E_\varphi \right), \\ E_\sigma &= -\frac{imh}{(ka)^2 - m^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\operatorname{sh} \tau}{h} E_\varphi \right), \\ E_\varphi &= A(\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma)^{1/2} f_E(\tau) \sin(p\sigma) \exp(-im\varphi), \\ H_\tau &= -\frac{i\epsilon ka \operatorname{sh} \tau}{(ka)^2 - m^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\operatorname{sh} \tau}{h} E_\varphi \right), \\ H_\sigma &= \frac{i\epsilon ka \operatorname{sh} \tau}{(ka)^2 - m^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\operatorname{sh} \tau}{h} E_\varphi \right), \\ H_\varphi &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

с граничным условием

$$f_E(\tau) \Big|_{\tau=\tau_1} = 0. \quad (18)$$

Для  $H$ -типов волн компоненты поля  $H_\varphi(\tau, \sigma)$  удовлетворяют уравнению

$$\begin{aligned} \operatorname{sh}^2 \tau \frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial \tau^2} + \frac{3 \operatorname{sh}^2 \tau}{h^2} (h^2 \operatorname{cth} \tau - h \operatorname{sh} \tau) \frac{\partial H_\varphi}{\partial \tau} + \operatorname{sh}^2 \tau \frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial \sigma^2} - \\ - 3 \operatorname{sh}^2 \tau \frac{\sin \sigma}{h} \frac{\partial H_\varphi}{\partial \sigma} + [(ka)^2 - (m^2 - 1)] H_\varphi = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

в котором переменные по  $\tau$  и  $\sigma$  могут быть частично разделены, если теперь искать решение в виде

$$H_\varphi(\tau, \sigma, \varphi) = B(\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma)^{3/2} f_H(\tau) \sin(p\sigma) \exp(-im\varphi), \quad (20)$$

где функция  $f_H(\tau)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 f_H(\tau)}{d\tau^2} + 3 \operatorname{cth} \tau \frac{df_H(\tau)}{d\tau} + \left( \frac{9}{4} - p^2 - \frac{m^2 + 1 - (ka)^2}{\operatorname{sh}^2 \tau} \right) f_H(\tau) = 0 \quad (21)$$

и граничному условию

$$\frac{\partial f_H(\tau)}{\partial \tau} = 0 \quad \text{при} \quad \tau = \tau_1. \quad (22)$$

Соотношения для волн  $H$ -типа имеют вид

$$\begin{aligned} E_\tau &= \frac{ika \operatorname{sh} \tau}{(ka)^2 - m^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\operatorname{sh} \tau}{h} H_\varphi \right), \\ E_\sigma &= -\frac{ika \operatorname{sh} \tau}{(ka)^2 - m^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\operatorname{sh} \tau}{h} H_\varphi \right), \\ E_\varphi &= 0, \\ H_\tau &= -\frac{imh}{(ka)^2 - m^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\operatorname{sh} \tau}{h} H_\varphi \right), \\ H_\sigma &= -\frac{imh}{(ka)^2 - m^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\operatorname{sh} \tau}{h} H_\varphi \right), \end{aligned} \quad (23)$$

$$H_\varphi(\tau, \sigma, \varphi) = B (\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma)^{3/2} f_H(\tau) \sin(p\sigma) \exp(-im\varphi).$$

#### 4. Равномерный коротковолновый асимптотический метод и сравнение результатов

В [2] в приближении больших торов ( $\operatorname{ch} \tau \gg 1$ ), используя равномерный коротковолновый асимптотический метод, изложенный в [3], получены следующие выражения для волн  $E$ -типа:

$$\begin{aligned} E_\tau &= C (\operatorname{ch} \tau)^{3/2} \sin \frac{\sigma}{2} \frac{df_1(\tau)}{d\tau} f_2(\sigma) f_3(\varphi), \\ E_\sigma &= C (\operatorname{ch} \tau)^{3/2} \sin \frac{\sigma}{2} f_1(\tau) \frac{df_2(\sigma)}{d\sigma} f_3(\varphi), \\ E_\varphi &= C \left( 1 - \frac{m^2}{(ka)^2} \right)^{1/2} \sin \frac{\sigma}{2} (\operatorname{ch} \tau)^{1/2} f_1(\tau) f_2(\sigma) f_3(\varphi), \\ H_\tau &= C (\operatorname{ch} \tau)^{3/2} \sin \frac{\sigma}{2} f_1(\tau) \frac{df_2(\sigma)}{d\sigma} f_3(\varphi), \\ H_\sigma &= C (\operatorname{ch} \tau)^{3/2} \sin \frac{\sigma}{2} \frac{df_1(\tau)}{d\tau} f_2(\sigma) f_3(\varphi), \\ H_\varphi &= 0, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $f_2(\sigma) = \sin p\sigma$ ,  $f_3(\varphi) = \exp(-im\varphi)$ , а  $f_1(\tau)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 f_1(\tau)}{d\tau^2} + \operatorname{cth} \tau \frac{df_1(\tau)}{d\tau} + \left( \frac{1}{4} - p^2 - \frac{m^2 - (ka)^2}{\operatorname{sh}^2 \tau} \right) f_1(\tau) = 0. \quad (25)$$

Покажем, что полученные нами точные выражения (17) в случае больших торов, используя равномерный коротковолновый асимптотический вид собственных функций, также приводятся к виду (24). Действительно, известно [3], что собственная функция, удовлетворяющая уравнениям типа (15) или (25), и ее производная имеют следующий асимптотический вид:

$$f_1(\tau) = \left[ \sqrt{\beta(\tau)} \operatorname{sh} \tau \right]^{-1/2} c \cos \left( k \int_{\tilde{\tau}}^{\tau} \sqrt{\beta(\tau)} d\tau - \frac{\pi}{4} \right), \quad (26)$$

$$\frac{df_1(\tau)}{d\tau} = -k \left[ \sqrt{\beta(\tau)} \operatorname{sh} \tau \right]^{-1/2} c \sin \left( k \int_{\tilde{\tau}}^{\tau} \sqrt{\beta(\tau)} d\tau - \frac{\pi}{4} \right), \quad (27)$$

где  $\beta(\tau)$  – гладкая функция. Для функции  $f_1(\tau)$  или  $f_E(\tau)$

$$\beta(\tau) = \frac{1}{k^2} \left( p^2 - 1 \right) \frac{\operatorname{sh}^2 \tilde{\tau} - \operatorname{sh}^2 \tau}{\operatorname{sh}^2 \tau}, \quad (28)$$

где  $\tilde{\tau}$  – координаты каустической поверхности. Обозначим  $k \int_{\tilde{\tau}}^{\tau} \sqrt{\beta(\tau)} d\tau = g(\tau)$ .

Тогда получим

$$f_1(\tau) = C (\operatorname{sh}^2 \tilde{\tau} - \operatorname{sh}^2 \tau)^{-1/4} \cos \left[ g(\tau) - \frac{\pi}{4} \right]; \quad \frac{df_1(\tau)}{d\tau} = Ck (\operatorname{sh}^2 \tilde{\tau} - \operatorname{sh}^2 \tau)^{-1/4} \sin \left[ g(\tau) - \frac{\pi}{4} \right]. \quad (29)$$

Подставим (29) сначала в (24), затем в (17). Для  $E_\tau$  из (24) получим выражение

$$E_\tau = A (\operatorname{ch} \tau)^{3/2} \sin \frac{\sigma}{2} k (\operatorname{sh}^2 \tilde{\tau} - \operatorname{sh}^2 \tau)^{-1/4} \sin \left[ g(\tau) - \frac{\pi}{4} \right] f_2(\sigma) f_3(\varphi), \quad (30)$$

а из (17) следует

$$E_\tau = \operatorname{const} \cdot (\operatorname{ch} \tau)^{3/2} \sin \frac{\sigma}{2} (\operatorname{sh}^2 \tilde{\tau} - \operatorname{sh}^2 \tau)^{-1/4} \times \\ \times \left\{ k \sin \left[ g(\tau) - \frac{\pi}{4} \right] + \frac{1}{2} \cos \left[ g(\tau) - \frac{\pi}{4} \right] \right\} f_2(\sigma) f_3(\varphi). \quad (31)$$

В нашем приближении  $ka \gg 1$ . Вторым слагаемым в (31) можно пренебречь, и (30) и (31) совпадут друг с другом. Теперь сравним компоненты  $E_\sigma$ . Из (17) сразу следует, что

$$E_\sigma = \operatorname{const} \cdot (\operatorname{ch} \tau)^{3/2} p \cos(p\sigma) f_E(\tau) f_3(\varphi). \quad (32)$$

Чтобы сравнить (30) с (24), вспомним, что функция  $f_2(\sigma)$  удовлетворяет уравнению вида [2]

$$\frac{d^2 f_2(\sigma)}{d\sigma^2} + \alpha(\sigma) \frac{df_2(\sigma)}{d\sigma} + k^2 \beta(\sigma) f_2(\sigma) = 0, \quad (33)$$

где  $\beta(\sigma) = a^2(4p^2 - 1)/4(ka)^2$ . Так как в приближении равномерной коротковолновой

асимптотики  $ka \gg 1$ , то для конечности  $\beta(\sigma)$  необходимо, чтобы  $p \gg 1$ . Тогда из (24) следует,

$$\begin{aligned} E_\sigma &= \text{const} \cdot (\text{ch } \tau)^{3/2} \left[ p \cos p\sigma - \frac{1}{2} \sin p\sigma \text{ctg } \frac{\sigma}{2} \right] f_1(\tau) f_3(\varphi) \approx \\ &\approx \text{const} \cdot (\text{ch } \tau)^{3/2} p \cos(p\sigma) f_1(\tau) f_3(\varphi), \end{aligned} \quad (34)$$

что совпадает с (32).

### 5. Ортогональность собственных функций

В заключение покажем, что собственные функции (16) ортогональны с весом  $\varepsilon$ , где  $\varepsilon$  имеет вид (12). Действительно,

$$\begin{aligned} &\int_V \varepsilon E_\varphi^{pm}(\tau, \sigma, \varphi) \cdot E_\varphi^{*p'm'}(\tau, \sigma, \varphi) dV = \\ &= |A|^2 a^3 \int_{-\infty}^{\tau_1} \frac{1}{\text{sh } \tau} f_E^{pm}(\tau) f_E^{*p'm'}(\tau) d\tau \int_{-\pi}^{\pi} \sin(p\sigma) \sin(p'\sigma) d\sigma \int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} e^{-im'\varphi} d\varphi = \delta_{pp'} \delta_{mm'}. \end{aligned} \quad (35)$$

Постоянная  $A$  определяется из условия нормировки:

$$|A|^2 = \frac{1}{2\pi^2 a^3 \int_{-\infty}^{\tau_1} \frac{1}{\text{sh } \tau} [f_E^{pm}(\tau)]^2 d\tau}. \quad (36)$$

Для волн  $H$ -типа функции оказываются ортогональными:

$$\begin{aligned} &\int_V H_\varphi^{pm}(\tau, \sigma, \varphi) \cdot H_\varphi^{*p'm'}(\tau, \sigma, \varphi) dV = |B|^2 a^3 \int_{-\infty}^{\tau_1} f_H^{pm}(\tau) f_H^{*p'm'}(\tau) d\tau \times \\ &\times \int_{-\pi}^{\pi} \sin(p\sigma) \sin(p'\sigma) d\sigma \int_0^{2\pi} \exp(-im\varphi) \exp(-im'\varphi) d\varphi = \delta_{pp'} \delta_{mm'}, \end{aligned} \quad (37)$$

и постоянная  $B$  определяется из условия нормировки:

$$|B|^2 = \frac{1}{2\pi^2 a^3 \int_{-\infty}^{\tau_1} [f_H^{pm}(\tau)]^2 d\tau}. \quad (38)$$

В заключение считаем своим приятным долгом выразить благодарность д.ф.м.н. М.И.Иваняну за полезные замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике. М., Наука, 1968.
2. Э.Д. Газазян, М.И. Иванян, А.Д. Тер-Погосян. Изв. НАН Армении, Физика, **29**, 141 (1994).
3. Э.Д. Газазян. Равномерная коротковолновая асимптотика скалярных и электромагнитных полей на основе одномерных эталонных функций. Препринт ЕФИ-1092(55)-88, Ереван, 1988.
4. Т.А. Арутюнян, Д.К. Калантарян. Изв. НАН Армении, Физика, **40**, 244 (2005).
5. Справочник по специальным функциям (под ред. М. Абрамовица и И. Стиган). М., Наука, 1979.

### ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍՏԱԿԱՆ ՏՍՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԴԱՍԱԿԱՐԳՈՒՄԸ ՏՈՐՈՒԴԱՅԻՆ ՌԵԶՈՆԱՏՈՐՆԵՐՈՒՄ

Է.Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Տ.Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Դիտարկված է սեփական ֆունկցիաների խնդիրը տորոիդային ռեզոնատորում: Ապացուցված է, որ տորոիդային ռեզոնատորում գոյություն ունեն  $E$ - և  $H$ -տիպի ալիքներ: Երկու տիպերի բաղադրիչների համար ստացված են ճշգրիտ արտահայտություններ: Ստացված արդյունքները համեմատված են հավասարաչափ կարճալիքային մոտարկային եղանակով ստացված արտահայտությունների հետ, և ցույց է տրված, որ այդ մոտավորությամբ ստացված արդյունքները համընկնում են:

### CLASSIFICATION OF ELECTROMAGNETIC OSCILLATIONS IN A TOROIDAL CAVITY

E.D. GAZAZYAN, T.A. HARUTYUNYAN

We consider the problem of own functions in a toroidal cavity. It is proved that  $E$ - and  $H$ -types of waves exist in a toroidal cavity. Analytical expressions for the components of two types of waves are obtained. These expressions are compared with the expressions obtained by the uniform short-wave asymptotic method and it is shown that the results are in good agreement. The orthogonality of own functions in a toroidal cavity is shown as well.

УДК 533.951

## ЭКРАНИРОВКА НЕПОДВИЖНОГО ЗАРЯДА В ПЛАЗМЕ В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Э.А. АКОПЯН, Г.Г. МАТЕВОСЯН, Р.А. ГЕВОРКЯН

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

(Поступила в редакцию 10 августа 2005 г.)

Исследован потенциал неподвижной заряженной частицы в максвелловской плазме при наличии внешнего однородного электрического поля. Показано, что наличие последнего приводит к нарушению сферической симметрии потенциала экранировки – потенциал оказывается локализован внутри цилиндра, ось которого проходит через точку нахождения заряженной частицы, параллельно вектору напряженности внешнего поля; вдоль этого направления поле распространяется на расстояния, значительно превосходящие дебаевский радиус плазмы, и затухает в поперечном направлении на расстояниях порядка нескольких дебаевских радиусов.

Активные поиски принципиально новых методов ускорения заряженных частиц и конструирование на их основе ускорителей, обладающих, по сравнению с традиционными, более высоким (на несколько порядков) темпом ускорения, осуществление ионного термоядерного синтеза, совершенствование методов диагностики плазмы, построение последовательной кинетической теории и ряд других проблем выдвинули исследование взаимодействия заряженных частиц с внешними электромагнитными полями в среде, в частности в плазме, в ряд актуальных задач современной физики (см., например, [1-4]). В настоящей работе исследуется потенциал  $\varphi$  неподвижного “пробного” заряда величиной  $q$  в плазме при наличии внешнего однородного электрического поля  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta)$ .

Плазму и потенциал  $\varphi$  в плазме будем описывать системой самосогласованных уравнений Максвелла–Власова:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left\{ -\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta) \right\} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{v}} = 0, \\ -\Delta \varphi = 4\pi \left\{ q \delta(\mathbf{r}) + \sum_\alpha e_\alpha \int f_\alpha \mathbf{d}\mathbf{v} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где суммирование идет по всем  $\alpha$  сортам частиц плазмы:  $e_\alpha, m_\alpha, f_\alpha$  – заряд, масса и функция распределения частиц сорта  $\alpha$ , соответственно.

Основным состоянием плазмы, как и в работе [5], будем считать состояние плазмы, находящейся во внешнем электрическом поле  $\mathbf{E}$ . В линейном по полю пробной частицы

приближении система уравнений (1) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial F_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta) \frac{\partial F_\alpha}{\partial \mathbf{v}} &= 0, \\ \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}_0 \sin(\omega_0 t + \beta) \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial \mathbf{v}} - \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial F_\alpha}{\partial \mathbf{v}} &= 0, \\ -\Delta \varphi &= 4\pi \left\{ q \delta(\mathbf{r}) + \sum_\alpha e_\alpha \int f_\alpha \mathbf{d}\mathbf{v} \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $F_\alpha = F_\alpha[\mathbf{v} + \mathbf{v}_\alpha \cos(\omega_0 t + \beta)]$  – функция распределения основного состояния частиц плазмы сорта  $\alpha$ ,  $\delta f_\alpha$  – возмущения соответствующих функций основного состояния  $\mathbf{v}_\alpha = e_\alpha \mathbf{E} / m_\alpha \omega_0$ .

В дальнейшем мы будем рассматривать случай плазмы, состоящей из электронов и положительно заряженных ионов одного сорта, считая последние неподвижным фоном, обеспечивающим электронейтральность плазмы. Применяя к системе уравнений (2) метод фурье-преобразований (более детально этот метод изложен, например, в работе [5]), найдем для фурье-образа потенциала и потенциала, усредненного по периоду внешнего поля  $\langle \varphi(\mathbf{r}) \rangle$ , следующие выражения:

$$\varphi(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi q}{(2\pi)^3} \frac{1}{k^2 \varepsilon(\omega, \mathbf{k})} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\mathbf{k}\mathbf{r}_E) e^{-in\beta} \delta(\omega - n\omega_0), \quad (3)$$

$$\langle \varphi(\mathbf{r}) \rangle = \frac{4\pi q}{(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int \frac{\mathbf{d}\mathbf{k}}{k^2} J_n^2(\mathbf{k}\mathbf{r}_E) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \frac{1}{\varepsilon(n\omega_0, \mathbf{k})}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{r}_E = e\mathbf{E}_0 / m\omega_0^2$ ,  $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$  – продольная диэлектрическая проницаемость плазмы,  $J_n(x)$  – функция Бесселя порядка  $n$ ,  $\mathbf{r}$  – координата точки наблюдения.

В плазме с максвелловским распределением продольная диэлектрическая проницаемость описывается (см., например, [6]) хорошо известным выражением

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \frac{1 - J_+\left(\frac{\omega}{kv_{Te}}\right)}{k^2 r_{De}^2}, \quad (5)$$

$$J_+(x) = x e^{\frac{x^2}{2}} \int_{i\infty}^x e^{-t^2} dt, \quad (6)$$

где  $v_{Te}$  и  $r_{De}$  – тепловая скорость и дебаевский радиус электронов плазмы, соответственно.

С учетом (5) и (6) запишем величину среднего потенциала в следующем виде:

$$\langle \varphi \rangle = \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 r_{De}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int \frac{\mathbf{d}\mathbf{k}}{k^2} J_n^2(\mathbf{k}\mathbf{z}_E) \cos(\mathbf{k}\mathbf{z}) \frac{-1 + J_+\left(\frac{n\omega_0}{k\omega_{Le}}\right)}{k^2 + 1 - J_+\left(\frac{n\omega_0}{k\omega_{Le}}\right)} + \frac{q}{r_{De} |\mathbf{z}|}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{z}_E = \mathbf{r}_E / r_{De}$ ,  $\mathbf{z} = \mathbf{r} / r_{De}$ ,  $\omega_{Le} = v_{Te} / r_{De}$  – ленгмюровская частота электронов плазмы.

Как показывают численные расчеты [7], функция  $J_+(x)$  с достаточно хорошей точностью описывается своим асимптотическим выражением  $J_+(x) = 1 + 1/x^2$  уже при значениях аргумента  $x \geq 3,3$ . В дальнейшем мы будем считать, что выполняется условие  $\omega_0 / 3, 3\omega_{Le} \gg 1$ . Вместе с тем, использование асимптоты функции  $J_+(x)$  вместо точного ее выражения приводит к необходимости введения обрезającego параметра, определяемого условием

$$\frac{n\omega_0}{k\omega_{Le}} \geq 3,3,$$

так что во всяком случае  $k \leq \omega_0 / 3, 3\omega_{Le} \gg 1$ , и малым параметром задачи будем считать величину  $\varepsilon = 3, 3\omega_{Le} / \omega_0$ . С учетом вышесказанного представим выражение (7) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle \varphi \rangle = & \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 r_{De}} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} J_0^2(\mathbf{kz}_E) \cos(\mathbf{kz}) \frac{1}{k^2 + 1} + \\ & + \frac{\omega_{Le}^2 4\pi q}{\omega_0^2 (2\pi)^3 r_{De}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_c \frac{d\mathbf{k}}{k^2} J_n^2(\mathbf{kz}_E) \cos(\mathbf{kz}) \frac{1}{n^2 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_0^2}} + \frac{q}{r_{De} |\mathbf{z}|}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $c$  – область изменения переменной  $\mathbf{k}$ , в которой выполняется условие  $k \leq \omega_0 / 3, 3\omega_{Le} = 1/\varepsilon$ .

Воспользовавшись интегральным представлением функций  $J_n^2(x)$ , запишем, после суммирования ряда, выражение (8) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle \varphi \rangle = & \frac{4\pi q}{(2\pi)^3 r_{De}} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} J_0^2(\mathbf{kz}_E) \cos(\mathbf{kz}) \frac{1}{k^2 + 1} + \\ & + \frac{\omega_{Le}^2 4\pi q}{\omega_0^2 (2\pi)^3 r_{De}} \int_c \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \int_0^\pi dt J_0(2\mathbf{kz}_E \sin t) \cos(\mathbf{kz}) \left\{ \frac{\omega_0^2}{\omega_{Le}^2} - \frac{\pi\omega_0 \cos\left[\frac{\omega_{Le}}{\omega_0}(\pi - 2t)\right]}{\omega_{Le} \sin\left(\frac{\omega_{Le}}{\omega_0}\pi\right)} \right\} + \frac{q}{r_{De} |\mathbf{z}|}. \end{aligned} \quad (9)$$

Как показывают соответствующие оценки, вклад высших гармоник (второй член в формуле (9)), во всяком случае не превосходит по абсолютной величине  $\varepsilon$ . Пренебрегая этим членом, представим выражение (9) в следующем виде:

$$\langle \varphi \rangle = \frac{q}{r_{De}} \int_0^\infty dk J_0^2(kz_E) \cos(kz_{//}) \left\{ K_0(kz_p) - K_0(z_p \sqrt{k^2 + 1}) \right\} + \frac{q}{r_{De} \sqrt{z_{//}^2 + z_p^2}}, \quad (10)$$

где  $K_0(x)$  – функция Макдональда,  $z_E = |\mathbf{z}_E|$ ,  $z_{//}$  и  $z_p$  – проекции вектора  $\mathbf{z}$  на вектор  $\mathbf{z}_E$  и перпендикулярное последнему направлению, соответственно. Примечательным является отчетливо выраженное отличие выражения (10) от сферически-симметричного.

На рис.1 приведена зависимость безразмерного потенциала  $\varphi_{r_{De}}/q$ , как функции безразмерной "продольной" переменной  $z_{||}/r_{De}$  при трех значениях безразмерной амплитуды  $z_E$  осцилляций электронов плазмы и четырех значениях безразмерного "поперечного" расстояния  $z_p$  (имеются в виду направление внешнего поля и поперечное ему, соответственно).

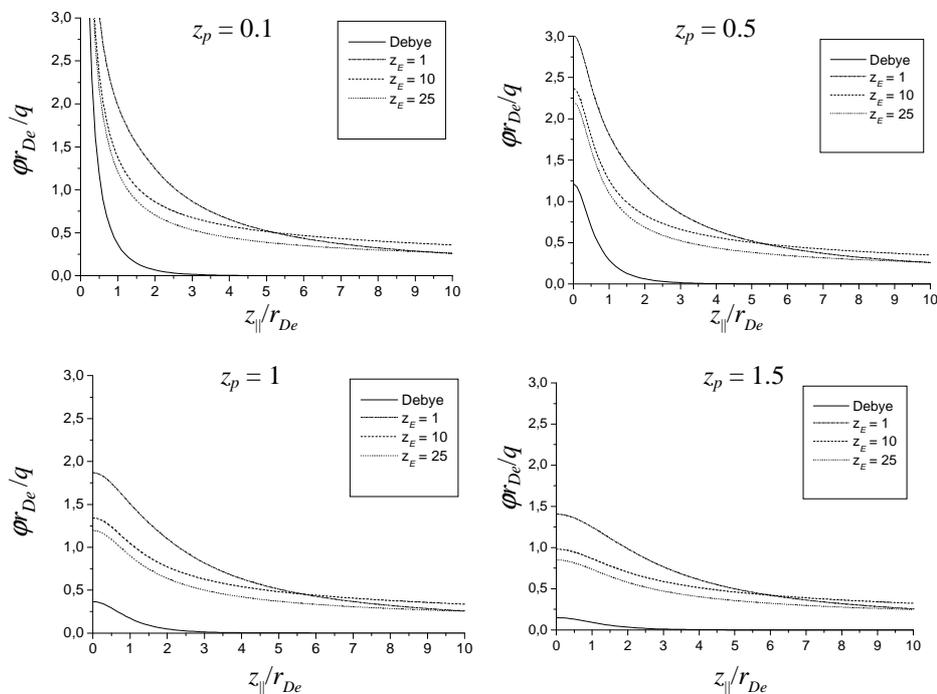


Рис.1

Как видно на приведенных рисунках, потенциал быстро убывает с ростом переменной  $z_p$ , в то время как в продольном направлении поле распространяется на расстояния, значительно превышающие дебаевский радиус. Это означает, что потенциал локализован в цилиндре, ось которого проходит через неподвижный заряд параллельно внешнему полю. В поперечном внешнему полю направлении потенциал отличен от нуля до расстояний порядка нескольких дебаевских радиусов.

Таким образом, наличие внешнего однородного поля приводит, по сравнению с дебаевским потенциалом, не только к количественным, но и качественным (изменение типа симметрии) изменениям потенциала экранировки.

В заключение отметим, что приближение однородного поля справедливо в случае, когда длина волны внешнего поля много больше характерных размеров неоднородностей в плазме.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Б.Нерсисян, Д.М.Седракян, Г.Г.Матевосян. Астрофизика, **45**, 69 (2002).
2. Yuan-Hong Song, You-Nian Weng, Z.L.Misković. Phys Lett. A, **285**, 183 (2001).
3. Q.Spreiter, C.Toepffert. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., **33**, 2347 (2000).
4. Г.Г.Матевосян. Краткие сообщения по физике (ФИАН), №12, 9 (1979).
5. Ю.М.Алиев, Л.М.Горбунов, Р.Р.Рамазашвили. ЖЭТФ, **61**, 1477 (1971).
6. В.П.Силин, А.А.Рухадзе. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М., Госатомиздат, 1961.
7. Э.А.Акопян, Г.Г.Матевосян, Р.А.Геворкян, А.И.Оганесян. Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 11 (2002).

### ԱՆՇԱՐԺ ԼԻՑՔԻ ԷԿՐԱՆԱՅՈՒՄԸ ՀԱՄԱՍԵՌ ԷԼԵԿՏՐՈՎԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ԳՏՆՎՈՂ ՊԼԱԶՄԱՅՈՒՄ

Է.Ա. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Հ.Հ. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ, Ռ.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Հետազոտված է անշարժ լիցքավորված մասնիկի պոտենցիալը արտաքին համասեռ էլեկտրական դաշտում գտնվող Մաքսվելյան պլազմայում: Ցույց է տրված, որ դաշտի առկայությունը բերում է էկրանացման պոտենցիալի գնդային սիմետրիայի խախտմանը: Պոտենցիալը լոկալիզացվում է գլանի ներսում, որի առանցքի վրա գտնվում է լիցքը: Արտաքին դաշտը ուղղված է առանցքով: Լիցքի պոտենցիալը գլանի առանցքի ուղղությամբ տարածվում է Դեբայի շառավիղից զգալի մեծ հեռավորությունների վրա, իսկ առանցքին ուղղահայաց ուղղությամբ մարում է մի քանի Դեբայի շառավիղի հեռավորության վրա:

### SHIELDING OF AN IMMOVABLE CHARGE IN PLASMA PLACED IN A UNIFORM ELECTRIC FIELD

E.A. HAKOBYAN, H.H. MATEVOSYAN, R.A. GEVORKYAN

We obtain an expression for the electrical potential of an immovable charged particle put inside a Maxwellian plasma which is placed in an external uniform electric field. The presence of the latter is shown to deform the spherical symmetry of the potential, which in this case is localized inside a cylinder with the axis passing through the position of a test charge, parallel to the external field vector. As a result, the electric field of the charge falls off in this direction at a distance much longer than the Debye length of the plasma, while in the transverse direction it is nonzero at several Debye lengths.

УДК 539.1

## АНАЛИЗ ВРЕМЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ МАГНИТНЫХ СПЕКТРОМЕТРОВ

Т.Г. НАВАСАРДЯН

Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 15 декабря 2005 г.)

Представлен способ улучшения временного разрешения совпадения между двумя спектрометрами. Данный метод анализа позволяет достигнуть максимально возможной независимости ширины и положения пика совпадения от значения кинематических переменных. Предлагаемый подход весьма универсален и может быть использован в широком классе экспериментов.

### 1. Введение

Целью эксперимента E00-108 [1] является изучение кварк-адронной дуальности в электроорождении мезонов, используя семиинклюзивное рассеяние ( $eN \rightarrow e'\pi^{\pm}X$ ). В данном эксперименте были использованы два магнитных спектрометра: SOS (Short Orbit Spectrometer – спектрометр с короткой орбитой) и HMS (High Momentum Spectrometer – Спектрометр высокого импульса). HMS предназначен для регистрации и идентификации адронов вместе с SOS, где SOS в свою очередь регистрирует рассеянные электроны. Во втором разделе коротко описаны оба спектрометра и параметры, которые необходимы для оптимизации. В третьем разделе будет показано, как была ранее вычислена коррекция длины пути частицы и связанные с ней проблемы и что стало причиной данной работы. Наконец, в последнем разделе приведено решение вышеупомянутых проблем и результаты улучшения разрешающей способности времени совпадения.

### 2. Спектрометры

Стандартные детекторы Hall C TJNAF состоят из двух магнитных спектрометров HMS и SOS [2]. HMS имеет импульсный захват  $\sim 20\%$ , телесный угол  $\sim 6$  msr и импульсное разрешение  $\sim 10^{-3}$ . Он обладает способностью анализировать частицы до максимального импульса 7.4 ГэВ/с. SOS в свою очередь также имеет большой пространственный угловой и импульсный аксептансы, способен анализировать частицы до значения центральных импульсов 1.75 ГэВ/с, но траектория полета частицы в нем намного короче ( $\sim 10$  м по сравнению с 25 м для HMS).

## 2.1. HMS – спектрометр высокого импульса

HMS содержит три квадрупольные магнитные линзы ( $Q_1, Q_2, Q_3$ ), за которыми установлен дипольный магнит ( $D$ ) с вертикально отклоняющим углом в  $25^\circ$ , который и транспортирует частицы к детекторному домику (detector hut) (см. рис.1).

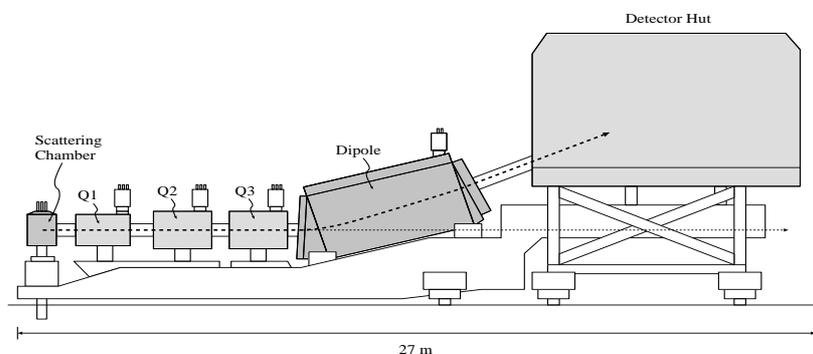


Рис.1. Схематическое представление HMS.

Магниты установлены на общей каретке, которая вращается вокруг неподвижно установленной центральной опоры. Весь спектрометр имеет возможность вращаться на паре рельсов в диапазоне углов  $12^\circ$ - $80^\circ$  относительно направления пучка. На входе спектрометра установлен механизм коллимации. Этот механизм позволяет дистанционное введение любой из трех различных коллимационных щелей (диафрагм). В настоящем эксперименте экспериментальные данные были накоплены, когда в HMS был установлен большой восьмиугольный коллиматор.

Пакет детекторов HMS состоит из двух дрейфовых камер ( $DC1$  и  $DC2$ ), двух наборов  $X-Y$  сцинтилляционных годоскопов ( $S1X, S1Y$  и  $S2X, S2Y$ ), газового порогового детектора Черенкова, аэрогелевого детектора Черенкова и ливневого детектора из свинцовых стекол (рис.2).

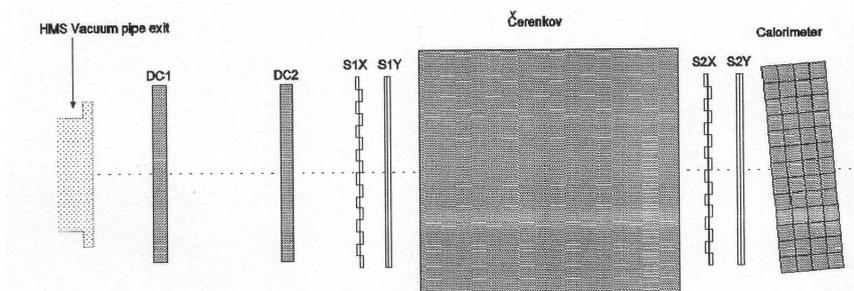


Рис.2. Схема расположения пакета детекторов HMS.

Определение траектории частицы осуществляется алгоритмом слежения, который использует информацию, предоставленную дрейфовыми камерами, о координате и

направлении полета данной частицы. Как только данная частица отслежена, все переменные фокальной плоскости становятся известны. Фокальная плоскость находится на равном расстоянии от двух дрейфовых камер. Переменные фокальной плоскости состоят из  $x_{fp}$  и  $y_{fp}$  (вертикальной и горизонтальной координаты, соответственно), и  $x'_{fp}$  и  $y'_{fp}$  (вертикального и горизонтального наклона траектории, соответственно) (рис.3). Пара комбинаций углов  $x_{fp}$  и  $x'_{fp}$  изображает след в рассеивающей плоскости спектрометра, в то время как другие комбинации ( $y_{fp}$ ,  $y'_{fp}$ ) изображают след в поперечной плоскости [3]. Эти величины являются основными для процедуры оптимизации спектров времени совпадения.

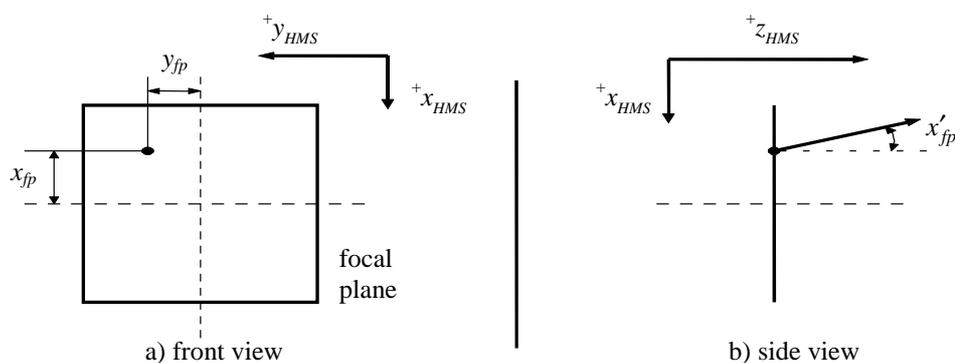


Рис.3. Переменные фокальной плоскости.

Если бы все регистрируемые частицы в каждом из спектрометров имели бы одинаковую длину траектории и фиксированные кинематические параметры, то ширина временного спектра совпадений определялась бы только временным разрешением элементов сцинтилляционных годоскопов и электроники, а также точностью определения параметров траектории.

Однако в реальности, из-за широкого углового и энергетического захвата спектрометров, длины траектории частиц от мишени до дальнего элемента годоскопа могут существенно отличаться, что приводит к дополнительному уширению спектров совпадений. Кроме того, размер этого уширения, а также положение самого максимума спектра времени совпадений, могут меняться в зависимости от кинематики эксперимента.

В связи с этим только корректный учет эффектов разброса траекторий и кинематических факторов позволяет свести к минимуму ширину временных совпадений и обеспечить независимость положения их максимумов от кинематики эксперимента.

Так как в данной статье нас интересует длина пути пролетающей частицы и траектория частицы в обоих спектрометрах, инициированные четырьмя магнитами, то мы остановимся на описании магнитной фокусирующей системы HMS более подробно, тем более что магнитная конструкция SOS аналогична. Квадрупольные магнитные линзы и анализирующие дипольные магниты являются сверхпроводящими и охлаждаются до 4К при помощи жидкого гелия. Магнитные поля линз настроены в режим "точка-в-точку": это означает, что частицы с одинаковыми импульсами и координатами вершин в мишени фокусируются на одной и той же точке в фокальной плоскости, которая располагается между

двумя дрейфовыми камерами. Квадрупольные магниты  $Q_1$  и  $Q_3$  фокусируют в плоскости рассеяния, тогда как  $Q_2$  фокусирует в недисперсионном направлении. Диполь, анализирующий элемент системы, определяет центральный импульс спектрометра. Оптическая ось каждого магнита была предназначена для употребления магнитного коллоидного решения.

Карта магнитных полей четырехполюсников была использована для определения интеграла поля. Окончательные значения полей были точно настроены для лучшей фокусировки в фокальной плоскости. Эти значения были сверены с теми результатами вычислений, которые использовали оптическую модель HMS, сгенерированную программой COSY INFINITY [4].

## 2.2. SOS – Спектрометр с Короткой Орбитой

Магнитно-оптическая система SOS состоит из одного четырехполюсника ( $Q$ ) и двух диполь-магнитов в расположении  $QD\bar{D}$ . Четырехполюсник фокусирует в горизонтальном (недисперсионном) направлении и состоит из двух диполей. Оба диполь-магнита заключены в общее ярмо. Все магниты – обычные резистивные и охлаждаются водой. Магниты (так же, как и домик детектора) лежат на одной и той же каретке. SOS изначально был построен для регистрации короткоживущих частиц. В данном эксперименте с помощью SOS регистрировались рассеянные электроны. Коллиматорная система SOS идентична HMS. SOS так же, как и HMS функционирует в режиме фокусировки “точка-в-точку”. Поле в SOS магнитной фокусируемой системе не так подробно изучено, как в HMS, и поэтому мы не располагаем картой SOS. Таким образом, настройки поля были определены при помощи оптических моделей, сгенерированных программой COSY INFINITY, предполагая, что у нас идеальный четырехполюсник.

Пакет SOS детектора идентичен HMS, и, следовательно, нет необходимости рассматривать его подробно. Единственная разница в том, что в SOS отсутствует аэрогелевый детектор Черенкова и планировка детектора более компактна. Номинальная фокальная плоскость перпендикулярна направлению пучка и находится на расстоянии 6 см перед первой дрейфовой камерой. Истинная фокальная плоскость спектрометра наклонена вперед по отношению к номинальной на  $\sim 70^\circ$ .

## 3. Определение переменных длины пути частицы

Годоскопические сцинтилляционные плоскости обоих спектрометров предназначены для формирования триггера и определения времени совпадения событий у мишени. Время срабатывания сцинтиллятора в фокальной плоскости, вместе с информацией о длине пути частицы (путь, который частица проходит от мишени к годоскопам в HMS или в SOS) вычисляются с помощью параметров из модели COSY. Это называется предварительным (приближенным) временем совпадения ( $\tau_{cointime\_raw}$ ) и задается в следующем виде:

$$\tau_{cointime\_raw} = \tau_{SOS} - \tau_{HMS} - TDC_{HMS}, \quad (1)$$

где  $\tau_{SOS}$  и  $\tau_{HMS}$  являются временами единичного плеча спектрометра, а  $TDC_{HMS}$  – это время, определяемое  $TDC$ , стартовым сигналом для которого является плечо SOS, а стоповым – от

HMS. Длина пути, в нашем случае, – это то расстояние, которое частица пролетает от мишени до детектора (фокальная плоскость спектрометра). Чем точнее мы будем знать длину пути, тем лучше сможем определить время совпадения и, следовательно, получить минимальное временное разрешение. Типичный временной спектр совпадения, когда SOS регистрирует рассеянные электроны, а HMS – вторичные положительные частицы ( $\pi^+$ ,  $k^+$  или  $p$ ), показан на рис.4.

Переменные, которые начинаются индексом  $h$  ( $h\_time$ ,  $h\_fp$ ) относятся к HMS, а переменные, в начале которых употребляется  $s$  ( $s\_time$ ,  $s\_fp$ ), связаны с плечом SOS.

Времена плеча SOS определяются выражением

$$\tau_{SOS} = \tau_{s\_time\_at\_fp} + \frac{\tau_{s\_pathlength}}{\beta_s} \quad (2)$$

а для HMS:

$$\tau_{HMS} = \tau_{h\_time\_at\_fp} + \frac{\tau_{h\_pathlength}}{\beta_h} . \quad (3)$$

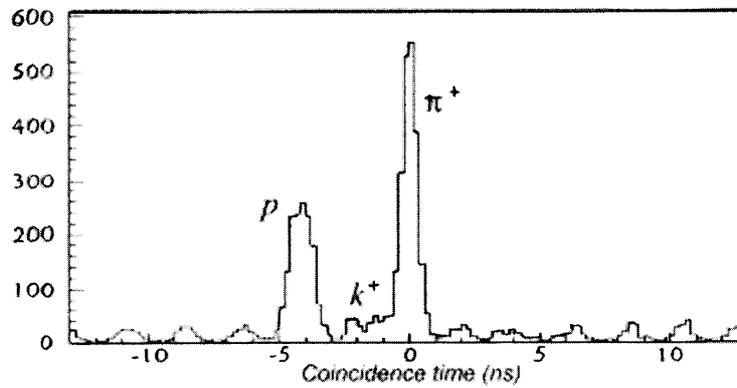


Рис.4. Спектр времени совпадения спектрометров, при положительной полярности HMS и импульсе  $p_h = 3.0$  ГэВ/с. В точке 0 ns расположен пик  $\pi^+$ , а в точке -4 ns – протоны. Маленький, еле видимый пик каона находится в точке -1 ns. 2 ns RF-структура электронного пучка видна на многократных случайных пиках.

В данных уравнениях  $\tau_{x\_time\_at\_fp}$  – это время, вычисленное в фокальной плоскости плеча HMS (или SOS, соответственно),  $\tau_{x\_pathlength}$  – длина пути частицы и  $\beta_x = v_{particle} / c$ , где  $v_{particle}$  – скорость частицы и  $c$  – скорость света. В ходе эксперимента E00-108 SOS регистрировал электроны, которые являются релятивистскими частицами ( $v_{particle} \approx c \Rightarrow \beta_s = 1$ ). Принимая во внимание все вышеуказанные формулы, время совпадения обоих спектрометров можно представить в следующем виде:

$$\tau_{coincidence\_raw} = \tau_{s\_time\_at\_fp} - \tau_{h\_time\_at\_fp} + \tau_{s\_pathlength} - \frac{\tau_{h\_pathlength}}{\beta_h} - TDC_{HMS} . \quad (4)$$

#### 4. Коррекция длины пути

Как можно заметить на рис.5, местоположение пика времени совпадения меняется по мере изменения центрального импульса HMS.

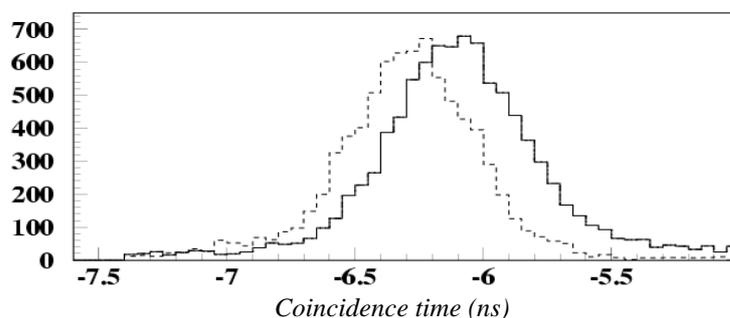


Рис.5. Спектр времени совпадения для двух различных импульсов HMS: сплошная линия –  $P_{HMS} = 1.397$  ГэВ/с, пунктирная линия –  $P_{HMS} = 3.703$  ГэВ/с.

Разница между двумя пиками может достигать 0.2 нс. Учитывая тот факт, что мы при отборе использовали интервал времени совпадения 2 нс, можно утверждать, что временной сдвиг может достигать 10% ширины интервала. В свою очередь, это приведет к зависимости доли потери “истинных” событий и отношения “случайных/истинных” от кинематики. Целью данной работы является оптимизация времени совпадения данного эксперимента и минимизация вышеуказанных факторов. В процессе возникли еще две проблемы, связанные с синхронизацией времени. Одна из них была вызвана сдвигом коллиматора вперед на 10 см, который мы имели на входе в HMS (см.2.1). Этот сдвиг послужил причиной некорректного расчета в длине пути, т.к. двигая коллиматор, мы фактически немного изменили карту поля, что никак не учитывалось при расчетах COSY в HMS. И второе, т.к. временной интервал совпадения – это один из важнейших критериев отбора событий, то необходимо достигнуть минимальной ширины, т.е. улучшения времени совпадения.

Вначале нам нужно довести до минимума ширину пика времени совпадения, т.е. мы должны найти минимальное возможное временное совпадение, которое находится в сильной зависимости от переменной длины пути. В ранее используемом алгоритме анализа событий длина пути являлась функцией, зависящей от нескольких переменных фокальной плоскости:

$$\tau_{h\_time\_at\_fp} = a_1^* s s x p_{fp} - a_2^* s s x p_{fp}^2 + a_3^* s s x_{fp}^* s s x p_{fp} + a_4^* s s x_{fp} + a_5^* s s x_{fp}^2 + a_6^* s s y p_{fp}^2. \quad (5)$$

)Следует найти другую функцию длины пути, которая позволит избавиться от зависимости времени совпадения от кинематических параметров. Необходимо также проверить вручную различные параметры функции. Каждый раз, вводя новые параметры, появляется необходимость свести к минимуму уравнение и найти параметры, которые лучше опишут функцию и с минимальной дисперсией. Принимая во внимание, что для каждого значения TDC существуют разные значения времен для HMS и SOS фокальной плоскости, нам следует найти одну функцию коррекции длины пути, которая опишет все указанные значения

$$TDC_i = \tau_{h\_time\_at\_fp} + \tau_{s\_time\_at\_fp} + \frac{\tau_{h\_pathlength}}{\beta_h} - \text{pathcorr}(x, y, z, \dots) \quad (6)$$

Мы можем представить длину пути и дисперсию следующим способом

$$Y_i = TDC_i - \left\{ \tau_{h\_time\_at\_fp} + \tau_{s\_time\_at\_fp} + \frac{\tau_{h\_pathlength}}{\beta_h} \right\} \quad (7)$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \{Y_i - \sum_{j=1}^n a_j * f_i(x_{ij}, y_{ij}, \dots)\}^2 \quad (8)$$

где  $a_{ij}$  – коэффициент, а  $x_{ij}$  – параметры искомой функции. Для нахождения минимально вероятного значения функции (8) надо решить систему линейных уравнений:

$$\frac{d\chi^2}{da_{ij}} = 0 \quad (9)$$

В конечном итоге у нас будет система более чем тысячи линейных уравнений [6].

Для решения этой проблемы нами была написана программа на языке FORTRAN. Быстро и надежно реализовать эту идею можно при помощи подпрограммы DEQN [7] из пакета CERNLIB (CERN Library). Данная подпрограмма решает матричное уравнение

$$AX = B_i \quad (10)$$

которое представляет собой систему  $N$  одновременных (синхронных) линейных уравнений с  $K$  на правой стороне:

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} x_{ij} = b_{ik} \quad (i = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, K) \quad (11)$$

Подпрограмма DEQN подсчитывает инверсию квадратной матрицы  $A$  и решает систему (10). Для системы линейных уравнений функция DEQN использует метод инверсии матрицы. Применяя эту технику, мы находим данную функцию, которая лучше описывает длину пути полета частицы. Для HMS она имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \tau_{h\_pathlength} = & a_1^* \tau_{hsxp\_fp} + a_2^* \tau_{hsxp\_fp}^2 + a_3^* \tau_{hsx\_fp} + a_4^* \tau_{hsxp\_fp}^2 + \\ & + a_5^* \tau_{hsx\_fp}^2 + a_6^* \tau_{hsyp\_fp}^2 + a_7^* \tau_{hsxp\_fp}^3 + a_8^* \tau_{hsdelta} + a_9^* \tau_{hsdelta}^2 + \\ & + a_{10}^* \tau_{hsxp\_tar} + a_{11}^* \tau_{hsxp\_tar}^2 + a_{12}^* \tau_{hsy\_tar} + a_{13}^* \tau_{hsy\_tar}^2 + a_{14} \cdot \end{aligned} \quad (12)$$

Для SOS соответственно имеем:

$$\begin{aligned} \tau_{s\_pathlength} = & b_1^* \tau_{ssxp\_fp} + b_2^* \tau_{ssxp\_fp}^2 + b_3^* \tau_{ssx\_fp} + b_4^* \tau_{ssxp\_fp}^2 + \\ & + b_5^* \tau_{ssx\_fp}^2 + b_6^* \tau_{ssyp\_fp}^2 + b_7^* \tau_{ssxp\_fp}^3 + b_8^* \tau_{ssdelta} + b_9^* \tau_{ssdelta}^2 + \\ & + b_{10}^* \tau_{ssxp\_tar} + b_{11}^* \tau_{ssxp\_tar}^2 + b_{12}^* \tau_{ssy\_tar} + b_{13}^* \tau_{ssy\_tar}^2 + b_{14} \cdot \end{aligned} \quad (13)$$

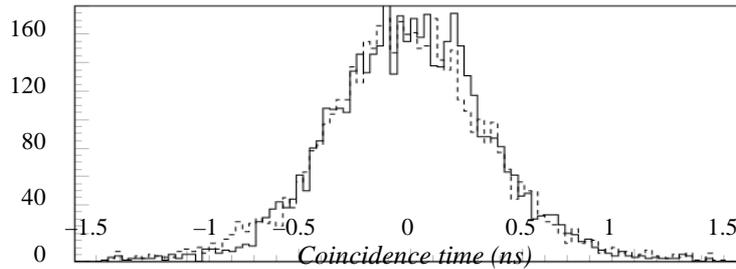


Рис.6. Сравнение позиций времени совпадения для разных значений центрального момента спектрометра HMS. Сплошная линия –  $P_{HMS} = 1.397$  ГэВ/с, пунктирная –  $P_{HMS} = 3.703$  ГэВ/с.

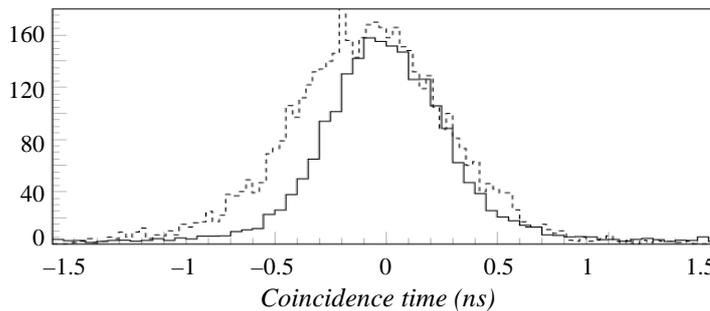


Рис.7. Сравнение спектров времени совпадения до коррекции (пунктирная линия) и откорректированного (сплошная линия).

Все вышеуказанные расчеты привели к стабильности положения пика совпадений и улучшению временного разрешения (до коррекции она была  $\sim 0.220$  нс, а после  $\sim 0.190$  нс). И теперь позиция пика временного совпадения независима от значения центрального импульса спектрометра (рис.6).

Эффект сужения ширины спектра времени совпадений очевиден из сравнения спектров до и после коррекции (рис.7).

## 5. Заключение

Новая версия коррекции длины пути приводит к сужению спектра времени совпадения и независимости пика времени совпадения от кинематических переменных. Это приводит к тому, что можно использовать более узкий срез на спектре времени совпадения для отбора полезных событий и достигнуть более высокого отношения “истинные/фоновые” события. Данное улучшение на сегодняшний день широко используется в стандартном пакете программ анализа событий Hall C Analysis Code [7], и может быть использовано и в других планируемых экспериментах совпадения Hall C.

Автор выражает благодарность Г.Мкртчяну, П.Бостеду, Р.Асатурияну, Р.Энту и В.Тадевосяну за полезные обсуждения, советы и помощь в работе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **R.Ent, H.Mkrtchyan, G.Niculescu.** Duality in Meson Electroproduction, CEBAF HALL C approved experiments E00-108; 2001.
  2. CEBAF Conceptual Design Report, CEBAF Press, Newport News, 1990.
  3. **J.Cobb, J.Murray.** Nucl. Instrum. Meth., **46**, 99 (1976).
  4. **M.Berz.** COSY Infinity Version and Reference Manual, NSCL Technical Report MSUCL-977, Michigan State University, 1995.
  5. **G.A.Erskine, K.S.Kulbig.** CERNLIB Short Writeup Entries, CERN, 1992.
  6. **K.S.Kulbig.** Types of definite integrals suitable for the evaluation by symbolic algebra, CERN-DD-85-19, 1985.
7. **I.Niculescu, M.Jones.** Hall C Software Documentation. Internal Report, 2004.

### ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՍՊԵԿՏՐԱԶՉԱՓԵՐԻ ԺԱՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ԼՈՒԾՈՂԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ

Տ.Հ. ՆԱՎԱՍԱՐԴՅԱՆ

Ներկայացված է երկու սպեկտրաչափերի միջև ժամանակային համընկնումների լուծող հատկության լավացման միջոց: Ներկայացված մեթոդը թույլ է տալիս հասնել համընկման ժամանակային բաշխման լայնության և գագաթի դիրքի առավելագույն անկախությանը կինեմատիկ փոփոխականների արժեքներից:

### ANALYSIS OF TIME RESOLUTION OF MAGNETIC SPECTROMETERS

T.H. NAVASARDYAN

A method of reaching better coincidence of time resolution between two spectrometers is described. This method allows one to reach a maximum possible coincidence of the time peak width and position independence from kinematic variables. The proposed approach is multipurpose and can be used in a wide range of experiments.

УДК 535.34

## СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КРИСТАЛЛА $\text{NaBi}(\text{WO}_4)_2:\text{Yb}^{3+}$

В.Г. БАБАДЖАНЫАН<sup>1</sup>, Г.Г. ДЕМИРХАНЫАН<sup>2</sup>,  
Э.П. КОКАНЫАН<sup>1</sup>, Р.Б. КОСТАНЫАН<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт физических исследований НАН Армении

<sup>2</sup>Армянский государственный педагогический университет

(Поступила в редакцию 11 марта 2005 г.)

В рамках приближения теории кристаллического поля точечных зарядов, на базе неприводимых представлений точечной группы  $D_{2d}$  найдены волновые функции штарковских состояний примесного иона  $\text{Yb}^{3+}$  в матрице  $\text{NaBi}(\text{WO}_4)_2$ . Вычислены силы линий поглощения и испускания, определены параметры интенсивности Джарда–Офелта, коэффициенты ветвления люминесценции, поперечные сечения межштарковских переходов и радиационное время жизни возбужденного мультиплета примесного иона  $\text{Yb}^{3+}$ .

### 1. Введение

Кристаллы висмутсодержащих двойных вольфраматов с общей формулой  $\text{MeR}(\text{WO}_4)_2$  (где  $\text{Me} = \text{K}$  и  $\text{Na}$ , а  $\text{R} = \text{Bi}$ ,  $\text{Y}$  и  $\text{La}$ ), легированные ионами редких земель ( $\text{P}^{3+}$ ), занимают лидирующие позиции среди низкопороговых лазерных сред [1]. Эти кристаллы привлекательны также и способностью принимать большие концентрации примесных  $\text{P}^{3+}$  ионов, обеспечивая высокие значения поперечных сечений поглощения и стимулированного излучения примесных ионов. Для этих материалов разработаны ростовые технологии, обеспечивающие получение объемных кристаллов высокого оптического качества и достаточно крупных размеров. Особенно интересны натриевые двойные вольфраматы, которые по акустооптическим свойствам не уступают молибдату свинца, а высокие значения их кубических нелинейностей дают возможность построения на их основе эффективных рамановских преобразователей частоты [2,3]. С другой стороны, значительный прогресс в последние годы в промышленном освоении производства высокомошных лазерных диодов на основе кристаллов  $\text{InGaAs}$  послужил стимулом для интенсивных поисковых исследований иттербий-содержащих кристаллов для применения в качестве эффективных активных сред компактных твердотельных лазеров ближнего ИК диапазона длин волн [4,5].

Экспериментальным исследованиям оптических свойств кристаллов  $\text{NaBi}(\text{WO}_4)_2:\text{Yb}^{3+}$  посвящен ряд публикаций [6-9], однако наиболее полно они представлены в работе [10], где на основе анализа результатов исследований поляризованных спектров поглощения и испускания этого материала в температурном диапазоне от 9 до 300 К в приближении

локальной группы симметрии  $D_{2d}$  построена схема энергетических уровней примесного иона  $Yb^{3+}$  в кристаллическом поле (КП) матрицы. В настоящей работе, в приближении КП точечных зарядов, на базе неприводимых представлений точечной группы  $D_{2d}$  найдены волновые функции штарковских состояний примесного иона, с помощью которых вычислены силы линий поглощения и испускания, определены параметры интенсивности Джадда – Офелта, коэффициенты ветвления люминесценции, поперечные сечения межштарковских переходов и радиационное время жизни возбужденного мультиплета примесных ионов  $Yb^{3+}$  в исследуемом кристалле.

## 2. Волновые функции штарковских состояний иона $Yb^{3+}$

Потенциал КП системы лигандов с локальной группой симметрии  $D_{2d}$  в терминах эквивалентных операторов может быть представлен в виде

$$V_{cr} = \alpha_J A_{20} O_{20} + \beta_J A_{40} O_{40} + \gamma_J A_{60} O_{60} + \beta_J A_{44} O_{44} + \gamma_J A_{64} O_{64}, \quad (1)$$

где  $\alpha_J, \beta_J$  и  $\gamma_J$  – коэффициенты Стивенса;  $O_{kq}$  – операторы-эквиваленты, явные выражения и матричные элементы которых табулированы в [11];  $A_{kq}$  – параметры КП, значения которых определяются из условия наилучшего соответствия вычисленных и экспериментальных значений энергий штарковского расщепления.

Волновые функции штарковских состояний возбужденного ( ${}^2F_{5/2}$ ) и основного ( ${}^2F_{7/2}$ ) мультиплетов примесного иона  $Yb^{3+}$  в  $JM_J$ -представлении ( $J$  – полный угловой момент,  $M_J$  – его проекция) определяются диагонализацией потенциала КП (1) на основе базисных функций  $\Phi_i$  и  $\Psi_i$  неприводимых представлений  $\Gamma'_{16}$  и  $\Gamma'_{17}$  группы  $D_{2d}$ , приведенных в [12]. Отличные от нуля матричные элементы  $V_{cr}$ , вычисленные на этих волновых функциях, равны

$$\begin{aligned} V_{11} &= \langle \Psi'_1 | V_{cr} | \Psi'_1 \rangle = 490 \beta_{7/2} A_{40} + 70 \beta_{7/2} A_{44} - 3150 \gamma_{7/2} A_{60} + 1050 \gamma_{7/2} A_{64}, \\ V_{22} &= \langle \Psi'_2 | V_{cr} | \Psi'_2 \rangle = 6 \alpha_{7/2} A_{20} + 470 \beta_{7/2} A_{40} - 70 \beta_{7/2} A_{44} - 1890 \gamma_{7/2} A_{60} - 1050 \gamma_{7/2} A_{64}, \\ V_{33} &= \langle \Psi'_3 | V_{cr} | \Psi'_3 \rangle = -6 \alpha_{7/2} A_{20} - 330 \beta_{7/2} A_{40} + 90 \beta_{7/2} A_{44} + 6930 \gamma_{7/2} A_{60} - 630 \gamma_{7/2} A_{64}, \\ V_{44} &= \langle \Psi'_4 | V_{cr} | \Psi'_4 \rangle = -630 \beta_{7/2} A_{40} - 90 \beta_{7/2} A_{44} - 1890 \gamma_{7/2} A_{60} + 630 \gamma_{7/2} A_{64}, \\ V_{12} &= \langle \Psi'_1 | V_{cr} | \Psi'_2 \rangle = \sqrt{35} (-3 \alpha_{7/2} A_{20} + 10 \beta_{7/2} A_{40} - 2 \beta_{7/2} A_{44} - 630 \gamma_{7/2} A_{60} - 30 \gamma_{7/2} A_{64}), \\ V_{34} &= \langle \Psi'_3 | V_{cr} | \Psi'_4 \rangle = \sqrt{3} (-3 \alpha_{7/2} A_{20} + 150 \beta_{7/2} A_{40} - 30 \beta_{7/2} A_{44} + 4410 \gamma_{7/2} A_{60} + 210 \gamma_{7/2} A_{64}), \\ U_{11} &= \langle \Phi'_1 | V_{cr} | \Phi'_1 \rangle = -8 \alpha_{5/2} A_{20} + 120 \beta_{5/2} A_{40}, \\ U_{22} &= \langle \Phi'_2 | V_{cr} | \Phi'_2 \rangle = 8 \alpha_{5/2} A_{20} + 20 \beta_{5/2} A_{40} + 20 \beta_{5/2} A_{44}, \\ U_{33} &= \langle \Phi'_3 | V_{cr} | \Phi'_3 \rangle = -140 \beta_{5/2} A_{40} - 20 \beta_{5/2} A_{44}, \\ U_{23} &= \langle \Phi'_2 | V_{cr} | \Phi'_3 \rangle = \sqrt{5} (-2 \alpha_{5/2} A_{20} - 40 \beta_{5/2} A_{40} + 8 \beta_{5/2} A_{44}), \end{aligned} \quad (2)$$

где штрихом отмечены волновые функции одной компоненты крамерсовского дублета. Коэффициенты Стивенса для ионов  $Yb^{3+}$  равны

$$\alpha_{7/2} = \frac{2}{7.9}; \quad \beta_{7/2} = -\frac{2}{3.5 \cdot 7 \cdot 11}; \quad \gamma_{7/2} = \frac{4}{3 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13}; \quad \alpha_{5/2} = \frac{2}{5.7}; \quad \beta_{5/2} = -\frac{2}{5.7 \cdot 9}. \quad (4)$$

Для численных значений параметров КП, определенных из условия наилучшего соответствия собственных значений матриц (2) и (3) с их экспериментальными значениями (энергиями штарковских состояний [10]), получим:  $A_{20} = -212.393 \text{ см}^{-1}$ ,  $A_{40} = -140.752 \text{ см}^{-1}$ ,  $A_{60} = 44.939 \text{ см}^{-1}$ ,  $A_{44} = 270.361 \text{ см}^{-1}$ ,  $A_{64} = -16.526 \text{ см}^{-1}$ . Используя эти значения параметров КП, найдем волновые функции штарковских состояний:

$$\begin{aligned} |v_1\rangle &= -0.978768 \left| \frac{7}{2} \mp \frac{5}{2} \right\rangle + 0.204970 \left| \frac{7}{2} \pm \frac{3}{2} \right\rangle; & |v_2\rangle &= \mp 0.999803 \left| \frac{7}{2} \mp \frac{7}{2} \right\rangle \pm 0.019864 \left| \frac{7}{2} \pm \frac{1}{2} \right\rangle; \\ |v_3\rangle &= 0.204970 \left| \frac{7}{2} \mp \frac{5}{2} \right\rangle + 0.978768 \left| \frac{7}{2} \pm \frac{3}{2} \right\rangle; & |v_4\rangle &= \mp 0.019864 \left| \frac{7}{2} \mp \frac{7}{2} \right\rangle \mp 0.999803 \left| \frac{7}{2} \pm \frac{1}{2} \right\rangle; \\ |v_5\rangle &= \mp 0.477832 \left| \frac{5}{2} \mp \frac{5}{2} \right\rangle \mp 0.878451 \left| \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2} \right\rangle; & |v_6\rangle &= \pm 0.878451 \left| \frac{5}{2} \mp \frac{5}{2} \right\rangle \mp 0.477832 \left| \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2} \right\rangle; \\ |v_7\rangle &= \left| \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2} \right\rangle. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь нумерация начинается с нижайшего штарковского состояния основного мультиплета.

### 3. Силы линий межштарковских переходов

Как известно, существенный вклад в величину силы спектральных линий примесных  $R^{3+}$  ионов в кристаллах ( $S_{if}$ ) дают косвенные электро-дипольные (КЭД) и магнитно-дипольные (МД) переходы [4,5]:

$$S_{if} = S_{if}^{(ed)} + S_{if}^{(md)}. \quad (6)$$

Отметим, что традиционное в спектроскопии примесных кристаллов выражение для силы линии КЭД перехода, полученное Джаддом [13] и Офелтом [14], в рассматриваемом нами случае малопригодно, поскольку оно определяет интенсивность межмультиплетного перехода, не учитывая их штарковскую структуру. Поэтому будем исходить из выражения для силы линии межштарковского КЭД перехода, полученного в работе [15] в рамках теории Джадда–Офелта с учетом штарковской структуры спектра:

$$S_{i \rightarrow f}^{(ed)} = \sum_{t=2,4,6} \Omega_t A_t^{(ed)}(i \rightarrow f) \left| \langle J_f \| U_t \| J_i \rangle \right|^2, \quad (7)$$

где коэффициенты

$$A_t^{(ed)}(i \rightarrow f) = \sum_{m=-t}^t \left| \sum_{M_f, M_i} (-1)^{J_f - M_f} b_{J_f M_f}^{*(f)} b_{J_i M_i}^{(i)} \begin{pmatrix} J_f & t & J_i \\ -M_f & m & M_i \end{pmatrix} \right|^2 \quad (8)$$

определяют зависимость силы линии КЭД перехода от штарковской структуры спектра: Здесь  $b_{JM}$  – коэффициенты в волновых функциях начального ( $i$ ) и конечного ( $f$ ) штарковских  
 $\dots$

состояний (7), ( ) –  $3j$ -символы, табулированные в [16], параметры ( $t$  совпадают с параметрами интенсивности Джадда–Офелта,  $\langle J_f \| U_t \| J_i \rangle$  – приведенные матричные элементы единичного неприводимого тензорного оператора  $U_t$ , величины которых для иона  $Yb^{3+}$  равны

$$\left| \langle {}^2F_{7/2} \| U_2 \| {}^2F_{7/2} \rangle \right|^2 = \frac{6}{49}; \quad \left| \langle {}^2F_{7/2} \| U_4 \| {}^2F_{7/2} \rangle \right|^2 = \frac{20}{49}; \quad \left| \langle {}^2F_{7/2} \| U_6 \| {}^2F_{7/2} \rangle \right|^2 = \frac{6}{7}. \quad (9)$$

Силу линии МД межштарковского перехода можно представить в следующем виде [15]:

$$S_{i \rightarrow f}^{(md)} = A_{i \rightarrow f}^{(md)} \cdot S_{md}, \quad (10)$$

где

$$A_{i \rightarrow f}^{(md)} = \sum_m \left| \sum_{M_i, M_f} (-1)^{J_f - M_f} b_{J_f M_f}^{*(f)} b_{J_i M_i}^{(i)} \begin{pmatrix} J_f & 1 & J_i \\ -M_f & m & M_i \end{pmatrix} \right|^2, \quad (11)$$

$$S_{md} = \left( \frac{\mu}{e} \right)^2 (2J_f + 1)(2J_i + 1) \left| (-1)^{J_i + S} \sqrt{L(L+1)(2L+1)} \begin{Bmatrix} L & J_f & S \\ J_i & L & 1 \end{Bmatrix} \right| + \\ + 2(-1)^{J_f + S} \sqrt{S(S+1)(2S+1)} \left| \begin{Bmatrix} S & J_f & L \\ J_i & S & 1 \end{Bmatrix} \right|^2, \quad (12)$$

В этих выражениях { }  $6j$ -символы, табулированные в [16],  $\mu$  – магнетон Бора и  $e$  – заряд электрона. Подставляя значения  $J_i = 5/2$ ,  $J_f = 7/2$  и  $S = 1/2$  в формулу (12), получим

$$S_{md} = \frac{24}{7} \cdot \left( \frac{\mu}{e} \right)^2.$$

Таким образом, сила линии, обусловленная межштарковскими КЭД и МД  $1f$  переходами, определяется выражением

$$S_{i \rightarrow f} = \sum_t \Omega_t A_{i \rightarrow f}^{(ed)}(t) \left| \langle J_f \| U_t \| J_i \rangle \right|^2 + \frac{24}{7} \left( \frac{\mu}{e} \right)^2 A_{i \rightarrow f}^{(md)}. \quad (13)$$

Количественные вычисления, проведенные для сил линий переходов с нижнего штарковского состояния возбужденного мультиплета  ${}^2F_{5/2}$  на штарковские состояния основного мультиплета  ${}^2F_{7/2}$ , дали следующие значения:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{g_5} \cdot S^{lum}(v_5 \rightarrow v_1) &= 0.000841\Omega_2 + 0.032487\Omega_4 + 0.038711\Omega_6 + 0.011171 \cdot 10^{-20}, \\
\frac{1}{g_5} \cdot S^{lum}(v_5 \rightarrow v_2) &= 0.007116\Omega_2 + 0.009569\Omega_4 + 0.036833\Omega_6 + 0.003746 \cdot 10^{-20}, \\
\frac{1}{g_5} \cdot S^{lum}(v_5 \rightarrow v_3) &= 0.005217\Omega_2 + 0.016634\Omega_4 + 0.034669\Omega_6 + 0.004713 \cdot 10^{-20}, \\
\frac{1}{g_5} \cdot S^{lum}(v_5 \rightarrow v_4) &= 0.007234\Omega_2 + 0.009337\Omega_4 + 0.032644\Omega_6 + 0.001660 \cdot 10^{-20},
\end{aligned} \tag{14}$$

а для переходов, определяющих поглощение излучения с нижнего штарковского подуровня основного мультиплета:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{g_1} \cdot S^{ab}(v_1 \rightarrow v_5) &= 0.000841\Omega_2 + 0.032487\Omega_4 + 0.038711\Omega_6 + 0.011171 \cdot 10^{-20}, \\
\frac{1}{g_1} \cdot S^{ab}(v_1 \rightarrow v_6) &= 0.006711\Omega_2 + 0.011024\Omega_4 + 0.037492\Omega_6 + 0.004477 \cdot 10^{-20}, \\
\frac{1}{g_1} \cdot S^{ab}(v_1 \rightarrow v_7) &= 0.007754\Omega_2 + 0.007510\Omega_4 + 0.030940\Omega_6 + 0.000319 \cdot 10^{-20},
\end{aligned} \tag{15}$$

где  $g_m$  – степень вырождения штарковского состояния  $m$  (для крамерсовских дублетов  $g_m=2$ ). Численные значения параметров ( $k$  определим из условия наилучшего соответствия расчетных значений коэффициентов межштарковского поглощения

$$\int k_{i \rightarrow f}(\lambda) d\lambda = \frac{4\pi^2 e^2 \lambda N}{3\hbar c} \cdot \frac{1}{g_i} \cdot \frac{(n^2 + 2)^2}{9n} \cdot S_{i \rightarrow f} \tag{16}$$

с их экспериментальными величинами, найденными из низкотемпературных спектров поглощения [10]:

$$\frac{(\int k_{1 \rightarrow 5}(\lambda) d\lambda)_{\text{exp}}}{\sum_V (\int k_{1 \rightarrow v}(\lambda) d\lambda)_{\text{exp}}} = 0.155; \quad \frac{(\int k_{1 \rightarrow 6}(\lambda) d\lambda)_{\text{exp}}}{\sum_V (\int k_{1 \rightarrow v}(\lambda) d\lambda)_{\text{exp}}} = 0.4155; \quad \frac{(\int k_{1 \rightarrow 7}(\lambda) d\lambda)_{\text{exp}}}{\sum_V (\int k_{1 \rightarrow v}(\lambda) d\lambda)_{\text{exp}}} = 0.4295, \tag{17}$$

где  $\lambda$  – длина волны перехода,  $N = 1.15 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$  – концентрация примесных ионов в кристалле,  $n = 2.15$  – коэффициент преломления матрицы на длине волны перехода,  $c$  – скорость света,  $\hbar$  – постоянная Планка. Определенные таким образом значения параметров интенсивности Джадда–Офелта равны

$$\Omega_2 = 12.7356 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2; \quad \Omega_4 = 0.0175 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2; \quad \Omega_6 = 0.434 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2. \tag{18}$$

Эти значения параметров были использованы для вычисления сил линий (по формулам (14)), вероятностей люминесцентных переходов

$$W_{i \rightarrow f}^{(spont)} = \frac{32\pi^2 e^2}{3\hbar \lambda^3} \cdot \frac{1}{g_i} \cdot \frac{n(n^2 + 2)^2}{9} \cdot S_{i \rightarrow f}, \tag{19}$$

а также коэффициентов ветвления люминесценции с нижнего штарковского состояния

возбужденного мультиплета

$$\beta_{i \rightarrow \nu} = \frac{W_{i \rightarrow \nu}^{(spont)}}{\sum_f W_{i \rightarrow f}^{(spont)}}. \quad (20)$$

Результаты численных расчетов представлены в табл.1. Посредством хорошо известных формул и используя полученные данные, нетрудно оценить радиационное время жизни возбужденного мультиплета  $^2F_{5/2}$ :

$$\tau_i^{rad} = \left[ \sum_f W_{i \rightarrow f}^{(spont)} \right]^{-1}, \quad (21)$$

и поперечные сечения межштарковских переходов:

$$\sigma_{\nu_5 \rightarrow f} = \frac{\lambda_{\nu_5 \rightarrow f}^2}{4\pi^2 n^2 c \Delta \nu_{lum}} W_{\nu_5 \rightarrow f}^{(spont)}. \quad (22)$$

Меж-штарк. переходы	Длина волны, нм	Сила линии, $10^{-20}$ см <sup>2</sup>			Коэфф. поглощения, $10^{-7}$	Вероятность спонтанных переходов, $10^3$ с <sup>-1</sup>	Коэфф. ветвления, $\Upsilon$	
		ЭД	МД	Суммар.			выч.	экс.
1 5	975.0	0.02808	0.01117	0.03925	2.719	–	–	–
1 6	964.2	0.10193	0.00448	0.10641	1.078	–	–	–
1 7	941.6	0.11231	0.00032	0.11263	0.075	–	–	–
5 1	975.0	0.02808	0.01117	0.03925	–	0.3205	12.4	12.9
5 2	996.6	0.10678	0.00374	0.11053	–	0.8450	32.9	40.9
5 3	1010.2	0.08178	0.00471	0.08649	–	0.6349	24.7	19.9
5 4	1020.3	0.10646	0.00166	0.10812	–	0.7703	30.0	26.3

Для  $\tau^{rad}$  расчет дает значение  $\approx 390$  мкс, а для поперечников переходов с нижнего штарковского состояния ( $\delta$ ) возбужденного мультиплета на все штарковские подуровни основного мультиплета получено

$$\begin{aligned} \sigma_{\nu_5 \rightarrow \nu_1} &= 1.351 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2; & \sigma_{\nu_5 \rightarrow \nu_2} &= 1.023 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2; \\ \sigma_{\nu_5 \rightarrow \nu_3} &= 0.891 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2; & \sigma_{\nu_5 \rightarrow \nu_4} &= 0.995 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2. \end{aligned}$$

Таким образом, налицо хорошее соответствие расчетного значения радиационного времени жизни с его экспериментальным значением при 9 К ( $exp$  350 мкс) [10] и вполне удовлетворительное согласие рассчитанных и экспериментальных значений коэффициентов

ветвления люминесценции (см. табл.1).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Физика и спектроскопия лазерных кристаллов. Под ред. **А.А.Каминского**. М., Наука, 1986.
2. **V.Volkov, M.Rico, A.Mendez-Blas, C.Zaldo**. J. Phys. Chem. Solids, **63**, 95 (2002).
3. **A.A.Kaminskii, S.N.Bagayev, K.Ueda**, et al. Japan J. Appl. Phys., **34**, L1461 (1995).
4. **W.F.Krupke**. IEEE J. on Selected Topics in Quant. Electron., **6**, 1287 (2000).
5. **A. Brenier**. J. of Luminescence, **92**, 199 (2001).
6. **V.Volkov, C.Zaldo**. J. Cryst. Growth, **206**, 60 (1999).
7. **В.Г.Бабаджанян, Дж.Б.Грубер, А.Г.Демирханян, Г.Г.Демирханян, Э.П.Коканян, Р.В.Костанян**. Труды конф. "LP-2001", Аштарак, 2001, с.167.
8. **К.А.Субботин, Е.В.Жариков, В.В.Смирнов**. Оптика и спектр., **92**, 657 (2002).
9. **V.G.Babajanyan, J.B.Gruber, G.G.Demirkhanyan, E.P.Kokanyan, R.B.Kostanyan, D.K.Sardar**. Proc. of the conf. "LP-2002". Ashtarak, 2002, p.75.
10. **L.D.Merkle, M.Dubinskii, B.Zandi, J.B.Gruber, D.K.Sardar, E.P.Kokanyan, V.G.Babajanyan, G.G.Demirkhanyan, R.B.Kostanyan**. Optical Materials, **27**, 343 (2004).
11. **А.Абрагам, Б.Блини**. Электронный парамагнитный резонанс переходных ионов, т.2, М., Мир, 1972.
12. **А.М.Леушин**. Таблицы функций, преобразующихся по неприводимым представлениям кристаллографических точечных групп. М., Наука, 1968.
13. **B.R.Judd**. Phys. Rev., **127**, 750 (1962).
14. **G.S.Ofelt**. J. Chem. Phys., **37**, 511 (1962).
15. **Г.Г.Демирханян, В.Г.Бабаджанян**. Изв. НАН Армении, Физика, **38**, 240 (2003).
16. **Д.А.Варшалович, А.Н.Москалев, В.К.Херсонский**. Квантовая теория углового момента. Л., Наука, 1975.

NaBi(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub>:Yb<sup>3+</sup> բՅՈՒՐԵՂԻ ՍՊԵԿՏՐՈՂԻՏԱԿԱՆ ՀԱՏՎՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Վ.Գ. ԲԱԲԱԶՅԱՆՅԱՆ, Գ.Գ. ԴԵՄԻՐԽԱՆՅԱՆ, Է.Պ. ԿՈԿԱՆՅԱՆ, Ռ.Վ. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ

Վետային լիցքերի բյուրեղային դաշտի մոտավորության շրջանակներում, D<sub>2d</sub> կետային խմբի չբերվող ներկայացումների բազիսային ֆունկցիաների հիման վրա որոշված են NaBi(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> բյուրեղի մատրիցում Yb<sup>3+</sup> խառնուրդային իոնի շտարկյան վիճակների ալիքային ֆունկցիաները: Հաշվված են կլանման և առաքման գծերի ուժը, որոշված են ինտենսիվության Ջադ–Օֆելտի պարամետրերը, լյումինեսցենցիայի ճյուղավորման գործակիցները, միջշտարկյան անցումների ընդլայնական կտրվածքները և Yb<sup>3+</sup> իոնի գրգռված մուլտիպլետի ռադիացիոն կյանքի տևողությունը:

## SPECTROSCOPIC PROPERTIES OF A NaBi(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub>:Yb<sup>3+</sup> CRYSTAL

V.G. BABAJANYAN, G.G. DEMIRKHANYAN, E.P. KOKANYAN, R.B. KOSTANYAN

Within the framework of approximation of the point-charge crystal field theory, using the basic functions of the irreducible representations of the D<sub>2d</sub> point group, the wave functions of the Yb<sup>3+</sup> impurity ion's Stark sublevels in a NaBi(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> crystal are determined. The line-strengths of absorption and emission are calculated, as well as the Judd–Ofelt intensity parameters, luminescence branching ratios, the inter-Stark transition's cross-sections and the radiative lifetime of the excited multiplet of the Yb<sup>3+</sup> impurity ion are determined.

УДК 621.315

## МЕЖПОДЗОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В КВАНТОВОЙ ПРОВОЛОКЕ С ВЫПУКЛЫМ ДНОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

М.Г. БАРСЕГЯН, А.Х. МАНАСЕЛЯН, А.А. КИРАКОСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 11 ноября 2005 г.)

Рассмотрены состояния электрона в квантовой проволоке, аппроксимируемой цилиндрической ямой с выпуклым дном в магнитном поле, направленном вдоль оси проволоки. Найдены волновые функции электрона в зависимости от параметров квантовой ямы и индукции магнитного поля. Вычислен коэффициент поглощения монохроматической линейно-поляризованной световой волны, обусловленного межподзонами переходами электронов в квантовой проволоке. Рассмотрены правила отбора и приведены аналитические выражения для коэффициента поглощения для двух случаев поляризации световой волны.

### 1. Введение

Успехи современных полупроводниковых технологий привели к созданию низкоразмерных гетероструктур – квантовых ям, квантовых проволок (КП) и квантовых точек, в которых происходит локализация электронов на уровнях размерного квантования [1]. Такие структуры используются при создании устройств микро- и нанoeлектроники, а также оптоэлектроники, в частности, лазеров и детекторов, работающих в видимом, ближнем и среднем ИК-диапазонах [2].

Среди разнообразных методов исследований низкоразмерных структур важную роль играет анализ спектров оптического поглощения. Исследование межзонального поглощения света в КП показало, что им можно управлять как посредством изменения размеров и формы КП, так и с помощью внешних электрических и магнитных полей [3-7].

Важное значение имеет также исследование внутризонального поглощения в КП [8,9]. В настоящее время интенсивно исследуются эффекты, связанные с переходами носителей заряда с локализованных уровней в континуум состояний, с целью их использования для создания приемников ИК-излучения нового типа [10,11].

В данной работе рассмотрены электронные состояния и вычислен коэффициент межподзонального поглощения монохроматической световой волны полупроводниковой КП, аппроксимируемой цилиндрической квантовой ямой с выпуклым дном в магнитном поле, направленном вдоль оси проволоки. Выявлены правила отбора и найдены аналитические выражения для коэффициента поглощения в зависимости от параметров проволоки, индук-

ции магнитного поля и поляризации световой волны.

## 2. Электронные состояния

Рассмотрим цилиндрическую квантовую яму с выпуклым дном в магнитном поле. Конкретный профиль дна ямы обеспечивается условиями выращивания. Так, выпуклости дна квантовой ямы из  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}/\text{Ga}_{1-y}\text{Al}_y\text{As}$  можно добиться плавным изменением концентрации сплава  $y$  от максимального значения в центре КП до нулевого значения на ее границе [12,13]. Для упрощения расчетов пренебрежем разницей эффективной массы электрона в КП и в окружающей среде, а также диэлектрической неоднородностью системы.

Гамильтониан электрона в рассматриваемой системе имеет вид

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} + e\mathbf{A}_0)^2 + V(\rho), \quad (1)$$

где  $m$  – эффективная масса электрона,  $\mathbf{A}_0$  – вектор-потенциал магнитного поля. В рамках рассматриваемой модели ограничивающий потенциал имеет вид

$$V(\rho) = U_0 \left( 1 - \frac{\rho^2}{R^2} \right) \quad \text{при } \rho \leq R; \quad V(\rho) = V_0 \quad \text{при } \rho > R, \quad (2)$$

где  $R$  – радиус проволоки,  $U_0$  – параметр выпуклости дна,  $V_0$  – высота стенки ямы (в дальнейшем предполагается, что  $V_0 > U_0$ ). Для однородного магнитного поля, направленного вдоль оси проволоки (ось  $z$ ), вектор-потенциал выберем в виде  $\mathbf{A}_\varphi = [\mathbf{B}\mathbf{p}]/2$ , следовательно, в цилиндрической системе координат будет отлична от нуля только компонента  $A_\varphi = B\rho/2$ .

Собственные функции уравнения Шредингера можно представить в виде

$$\psi_{nlk}(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi L}} e^{i(l\varphi + kz)} g_{nl}(\rho), \quad (3)$$

где  $L$  – длина проволоки,  $k$  – волновое число,  $n, l$  – квантовые числа,  $g_{nl}(\rho)$  – радиальная волновая функция. После перехода к безразмерным параметрам  $x = \rho/a_B$ ,  $a = R/a_B$ ,  $\varepsilon_{nl} = E_{nl}/E_R$ ,  $v_0 = V_0/E_R$ ,  $u_0 = U_0/E_R$ ,  $\gamma = a_B^2/l_B^2$ , где  $l_B = (\hbar/eB)^{1/2}$  – магнитная длина,  $a_B = \hbar^2\chi/me^2$  – эффективный боровский радиус и  $E_R = me^4/2\hbar^2\chi^2$  – эффективная ридберговская энергия, уравнение Шредингера для радиальной волновой функции примет вид

$$\frac{d^2g}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dg}{dx} - \left( \frac{l^2}{x^2} + \frac{\gamma^2 x^2}{4} + \gamma l \right) g + (\varepsilon_{nl} - v(x)) g = 0. \quad (4)$$

Решения уравнения (4) можно представить в виде

$$g_{nl}(x) = C_1 \begin{cases} e^{-\beta x^2/2} (\beta x^2)^{|l|/2} F(-\nu_1, |l|+1; \beta x^2), & x \leq a, \\ C_2 e^{-\gamma x^2/4} (\gamma x^2/2)^{|l|/2} U(\nu_2, |l|+1; \gamma x^2/2), & x > a, \end{cases} \quad (5)$$

где  $F(p, q; x)$  и  $U(p, q; x)$  – вырожденные гипергеометрические функции [14],

$$\beta = \frac{(\gamma^2 a^2 - 4u_0)^{1/2}}{2a}, \quad v_1 = \frac{\varepsilon_{nl} - u_0 - \gamma l}{4\beta} - \frac{|l|+1}{2}, \quad v_2 = \frac{v_0 - \varepsilon_{nl}}{2\gamma} + \frac{|l|+l+1}{2}. \quad (6)$$

Входящие в (5) постоянные нормировки  $C_1$  и  $C_2$  даются выражениями

$$C_1 = \left\{ \int_0^a e^{-\beta x^2} (\beta x^2)^{|l|} F^2(-v_1, |l|+1; \beta x^2) x dx + \right. \\ \left. + C_2^2 \int_a^\infty e^{-\gamma x^2/2} (\gamma x^2/2)^{|l|} U^2(v_2, |l|+1; \gamma x^2/2) x dx \right\}^{-1/2}, \quad (7)$$

$$C_2 = e^{-\left(\frac{\beta\gamma}{2}\right)^{1/2} a^2} \left( \frac{2\beta}{\gamma} \right)^{|l|/2} \frac{F(-v_1, |l|+1; \beta a^2)}{U(v_2, |l|+1; \gamma a^2/2)}. \quad (8)$$

Собственные значения  $\varepsilon_{nl}$  определяются из условия непрерывности логарифмической производной волновой функции при  $x = a$  и являются корнями уравнения

$$\frac{d}{dx} \ln \left[ e^{-\beta x^2/2} (\beta x^2)^{|l|/2} F(-v_1, |l|+1; \beta x^2) \right]_{x=a} = \\ = \frac{d}{dx} \ln \left[ C_2 e^{-\gamma x^2/4} (\gamma x^2/2)^{|l|/2} U(v_2, |l|+1; \gamma x^2/2) \right]_{x=a}. \quad (9)$$

### 3. Поглощение света в КП с выпуклым дном

Для расчета коэффициента межподзонального поглощения линейно-поляризованного монохроматического излучения КП воспользуемся известным выражением [14]

$$a(\omega) = \frac{\chi^{1/2}}{c} \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{i,f} |\langle f | \hat{H}' | i \rangle|^2 (f_i - f_f) \delta(E_f - E_i - \hbar\omega), \quad (10)$$

где  $\omega$  и  $c$  – частота и скорость световой волны,  $\chi$  – диэлектрическая постоянная системы,  $\langle f | \hat{H}' | i \rangle$  – матричный элемент электрон-фотонного взаимодействия,  $f_i, f_f$  – функции распределения Ферми–Дирака для начального и конечного состояний, соответственно,  $E_i, E_f$  – энергии этих состояний. Гамильтониан электрон-фотонного взаимодействия

$$\hat{H}' = \frac{ie\hbar}{mc} (\mathbf{A}\nabla), \quad (11)$$

где  $\mathbf{A}$  – вектор-потенциал световой волны. Входящий в (10) матричный элемент можно представить в виде

$$\langle f | \hat{H}' | i \rangle = -i \left( \frac{8\pi e^2 \hbar^3}{m^2 \chi \omega L S} \right)^{1/2} I_{fl}, \quad (12)$$

где  $S$  – поперечное сечение области, где происходит поглощение фотонов,

$$I_{fi} = \int \psi_f^*(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} (\boldsymbol{\xi}\nabla) \psi_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (13)$$

В (13)  $\psi_i(\mathbf{r})$ ,  $\psi_f(\mathbf{r})$  – волновые функции начального и конечного состояний,  $\mathbf{q}$  и  $\boldsymbol{\xi}$  – волновой вектор и вектор поляризации электромагнитной волны. Записав в (13) оператор  $\nabla$  в цилиндрических координатах,  $I_{fi}$  можно представить в виде

$$I_{fi} = (\mathbf{e}_\rho \boldsymbol{\xi}) I_{fi}^{(1)} + (\mathbf{e}_\varphi \boldsymbol{\xi}) I_{fi}^{(2)} + (\mathbf{e}_z \boldsymbol{\xi}) I_{fi}^{(3)}, \quad (14)$$

где  $\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$  – единичные направляющие векторы,

$$I_{fi}^{(1)} = \delta_{l,l'} \delta_{k,k'+q_z} \int_0^\infty e^{iq_\rho \rho} g_{n'l'}(\rho) \frac{dg_{nl}(\rho)}{d\rho} \rho d\rho, \quad (15a)$$

$$I_{fi}^{(2)} = l \delta_{l,l'} \delta_{k,k'+q_z} \int_0^\infty e^{iq_\rho \rho} g_{n'l'}(\rho) g_{nl}(\rho) d\rho, \quad (15b)$$

$$I_{fi}^{(3)} = k \delta_{l,l'} \delta_{k,k'+q_z} \int_0^\infty e^{iq_\rho \rho} g_{n'l'}(\rho) g_{nl}(\rho) \rho d\rho. \quad (15c)$$

Величины  $I_{fi}^{(m)}$  ( $m=1,2,3$ ) содержат правила отбора при межподзонных переходах для произвольной ориентации направления распространения световой волны относительно оси проволоки.

Рассмотрим два частных случая.

1. Предположим, что световая волна распространяется перпендикулярно оси  $z$  ( $\mathbf{e}_\rho \boldsymbol{\xi} = 0$ ,  $\mathbf{e}_\varphi \boldsymbol{\xi} = 0$ ,  $\mathbf{e}_z \boldsymbol{\xi} = 1$  и  $q_z = 0$ ). С помощью формул (14) и (15c) для матричного элемента электрон-фотонного взаимодействия (12) получим:

$$\langle f | \hat{H}' | i \rangle = \left( \frac{8\pi e^2 \hbar^3}{m^2 \chi \omega L S} \right)^{1/2} k \delta_{l',l} \delta_{k',k} \int_0^\infty e^{iqx} g_{n'l'}(x) g_{nl}(x) dx, \quad (16)$$

где  $q$  – безразмерный волновой вектор фотона. Наличие символов Кронекера в (16) указывает на правила отбора  $l = l'$  и  $k = k'$  при межподзонных переходах.

После подстановки (16) в (10) и предположения, что конечные состояния пусты (низкие температуры), приходим к следующему выражению для коэффициента поглощения:

$$a(\omega) = \frac{16\pi e^2 \hbar^2}{cm^2 \chi^{1/2} \omega S} \sum_{n'l} \int_0^{k_F} k^2 f(E_{n'l} + \hbar^2 k^2 / 2m) dk \times \\ \times \left| \int_0^\infty e^{iqx} g_{n'l'}(x) g_{nl}(x) dx \right|^2 \delta(E_{n'l} - E_{nl} - \hbar\omega). \quad (17)$$

где  $k_F = \pi n_e / 2$  – фермиевское волновое число для одномерного электронного газа,  $n_e$  – линейная концентрация НЗ. Следует заметить, что при характерных значениях  $n_e \approx 10^6 \text{ см}^{-1}$

газ НЗ можно считать сильно вырожденным уже при  $T \leq 200$  К.

Для переходов из состояния  $n=1, l=0$  в состояние  $n'=2, l=0$  и  $n'=3, l=0$ , коэффициент поглощения имеет вид

$$\alpha(\Omega) = \frac{\alpha_0^{\parallel}}{\Omega} \sum_{n'=2,3} \left| \int_0^{\infty} e^{iqx} g_{n'0}(x) g_{10}(x) x dx \right|^2 \delta(\varepsilon_{n'0} - \varepsilon_{10} - \Omega), \quad a_0^{\parallel} = \frac{16\pi^4 e^2}{3\hbar c} \frac{n_e a_B^4}{\chi^{1/2} S}, \quad (18)$$

где  $\varepsilon_{10}$  и  $\varepsilon_{n'0}$  – безразмерные энергии начального и конечного состояний, соответственно,  $\Omega$  – безразмерная энергия кванта падающего света.

Отметим, что при характерном значении  $\varepsilon_{20} - \varepsilon_{10} \sim 20$  безразмерный волновой вектор фотона  $q \sim 2 \cdot 10^{-2}$ , и, следовательно, в области проволоки  $qx \leq qa \sim 10^{-2} \ll 1$ . При больших значениях  $x$ , из-за экспоненциального спада функций  $g_{n0}(x)$  в области барьера и осцилляций экспоненты интегралы имеют порядок  $10^{-3}$ , а  $\alpha(\Omega) \sim 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ .

2. Предположим теперь, что световая волна распространяется вдоль оси  $z$  ( $\mathbf{e}_\rho \boldsymbol{\xi} = 1, \mathbf{e}_\varphi \boldsymbol{\xi} = 0, \mathbf{e}_z \boldsymbol{\xi} = 0$  и  $q_\rho = 0$ ). С помощью формул (14) и (15а) матричный элемент электрон-фотонного взаимодействия представим в виде

$$\langle f | \hat{H}' | i \rangle = \left( \frac{8\pi e^2 \hbar^3}{m^2 a_B^2 \chi \omega L S} \right)^{1/2} \delta_{l,l'} \delta_{k',k+q_z} \int_0^{\infty} g_{n'l'}(x) \frac{dg_{nl}(x)}{dx} x dx. \quad (19)$$

Поскольку характерные значения  $k \approx k_f \sim p_e \approx 10^6 \text{ см}^{-1}$ , а  $q_z \approx 10^4 \text{ см}^{-1}$ , то  $k' = k + q_z \approx k$  и получаются те же правила отбора, что и в предыдущем случае.

После подстановки (19) в (10) для коэффициента поглощения получим

$$a(\omega) = \frac{16\pi e^2 \hbar^2}{cm^2 a_B^2 \chi^{1/2} \omega S} \sum_{m'l'} \int_0^{\infty} f(E_{nl} + \hbar^2 k^2 / 2m) dk \left| \int_0^{\infty} g^{iqx} g_{n'l'}(x) \frac{dg_{nl}(x)}{dx} x dx \right|^2 \delta(E_{n'lk} - E_{nlk} - \hbar\omega). \quad (20)$$

Учитывая условие нормировки для функции распределения и рассматривая электронные переходы из состояния  $n=1, l=0$  в состояния  $n'=2, l=0$  и  $n'=3, l=0$ , приходим к следующему выражению для коэффициента поглощения:

$$\alpha(\Omega) = \frac{\alpha_0^{\perp}}{\Omega} \sum_{n'=2,3} \left| \int_0^{\infty} g_{n'0}(x) g'_{10}(x) x dx \right|^2 \delta(\varepsilon_{20} - \varepsilon_{10} - \Omega), \quad a_0^{\perp} = \frac{16\pi^2 e^2}{\hbar c} \frac{n_e a_B^2}{\chi^{1/2} S}. \quad (21)$$

Следует заметить, что при вычислениях имеющиеся в действительности различные источники уширения уровней энергии (рассеяние носителей заряда, температурная размазка и т.д.) можно учесть переходом в выражении для коэффициента поглощения от дельта-функции к лоренциану [15].

#### 4. Обсуждение результатов

Численные расчеты проведены для системы из GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As, со значениями параметров  $m = 0.067m_0$  ( $m_0$  – масса свободного электрона),  $\chi = 13.18$ ,  $E_R = 5.2$  мэВ,

$a_B = 104 \text{ E}$ ,  $v_0 = 50$  (концентрация сплава  $x \approx 0.35$ ) [16]. Для GaAs значению  $\gamma = 1$  соответствует магнитное поле с индукцией  $B = 6 \text{ Т}$ .

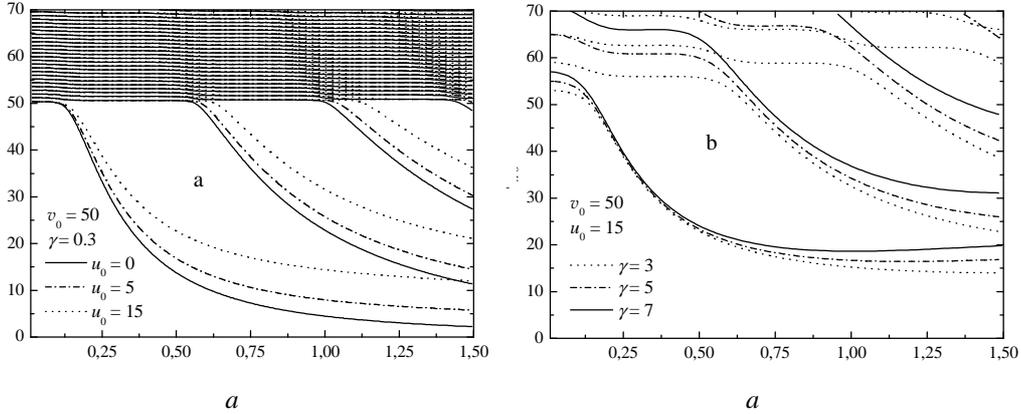


Рис.1. Зависимость энергии от безразмерного радиуса КП при различных значениях параметра выпуклости дна КП (а) и магнитного поля (б) при  $l = 0$ .

На рис.1а представлены зависимости энергии электрона для состояний с  $l = 0$  от безразмерного радиуса КП при различных значениях  $u_0$  при  $\gamma = 0.3$ . Как видно из рисунка, с увеличением радиуса КП уровни энергии понижаются и один за другим входят в яму из-за уменьшения роли размерного квантования. Отметим, что в области  $0 \leq \gamma \leq 0.4$  магнитная длина больше, чем радиус КП, поэтому магнитное поле слабо влияет на энергетические уровни в яме. Вне ямы имеются дискретные уровни Ландау. При  $\gamma \rightarrow 0$  расстояния между уровнями Ландау уменьшаются, и при  $\gamma = 0$  вне ямы спектр непрерывен. В случае  $u_0 = 0$  (сплошные линии) получаются уровни энергии для КП с прямоугольным ограничивающим потенциалом конечной глубины. При увеличении  $u_0$  энергетические уровни смещаются в область высоких энергий (штрих-пунктирные и пунктирные линии), что обусловлено “выталкиванием” электрона из центральной области КП.

На рис.1б представлены зависимости энергии электрона (при  $l = 0$ ) от безразмерного радиуса КП для различных значений индукции магнитного поля при фиксированном значении  $u_0 = 15$ . С увеличением радиуса КП уровни энергии понижаются из-за уменьшения роли размерного квантования. При увеличении  $\gamma$  влияние магнитного квантования усиливается, и энергетические уровни смещаются в область высоких энергий (штрих-пунктирные и сплошные линии). Из рис.1б видно, что, в отличие от предыдущего случая, при  $\epsilon_{n0} \geq v_0$  имеются дискретные энергетические уровни. Такое поведение уровней обусловлено тем, что при наличии магнитного поля эффективный ограничивающий потенциал при удалении от оси проволоки возрастает (пропорционально  $\rho^2$ ).

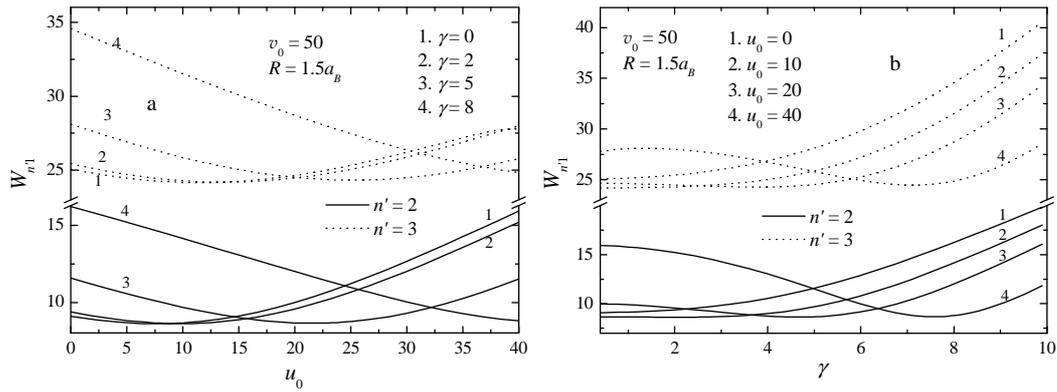


Рис.2. Зависимости порога поглощения света от параметра  $u_0$  для различных значений индукции магнитного поля (а), от индукции магнитного поля для различных значений  $u_0$  (б).

На рис.2а представлена зависимость порога поглощения света от параметра выпуклости дна КП для различных значений индукции магнитного поля при фиксированном значении радиуса КП. Сплошные линии соответствуют переходам из основного состояния в состояние с  $n' = 2$ , а пунктирные линии – переходам в состояние с  $n' = 3$ . При  $\gamma = 0.3$  с ростом  $u_0$  величина порога сначала уменьшается, а потом начинает расти. Это обусловлено тем, что в области малых значений  $u_0$  с его ростом энергия основного состояния растет быстрее, чем энергии возбужденных состояний. Для больших значений  $u_0$  частица в основном состоянии выталкивается из центральной части КП, и величина порога начинает увеличиваться. С ростом магнитного поля частица локализуется в центральной части КП и область уменьшения порога поглощения увеличивается (точка минимума смещается вправо).

На рис.2б представлена зависимость порога поглощения от индукции магнитного поля для различных значений параметра выпуклости дна КП при фиксированном значении радиуса КП. Сплошные линии соответствуют переходу из основного состояния в состояние с  $n' = 2$ , а пунктирные линии – в состояние с  $n' = 3$ . Как видно из рисунка, для малых значений  $u_0$  с ростом магнитного поля величина порога поглощения увеличивается, потому что возбужденные состояния более чувствительны к магнитному полю. При больших значениях  $u_0$  ( $u_0 = 40$ ) частица в основном состоянии локализована возле границы КП. Поэтому с увеличением магнитного поля энергия основного состояния быстро увеличивается, что приводит к уменьшению величины порога поглощения (появляется точка минимума).

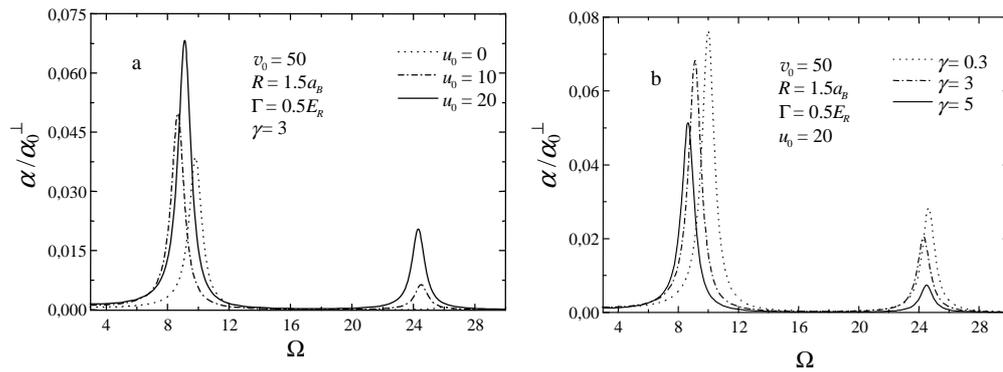


Рис.3. Зависимость коэффициента поглощения от безразмерной энергии падающего света.

На рис.3 представлена зависимость коэффициента поглощения (в единицах  $\alpha_0^\perp = 2.5 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$ ) от безразмерной энергии кванта падающего света для различных значений  $u_0$  (рис.3а) и индукции магнитного поля (рис.3б) при фиксированном значении радиуса КП  $R = 1.5a_B$  в случае, когда световая волна распространяется вдоль оси  $z$ . На рисунках первый пик соответствует переходу из основного состояния в состояние с  $n' = 2$ , а второй пик – в состояние с  $n' = 3$ . При увеличении  $u_0$  и  $\gamma$  максимумы кривых смещаются в область низких энергий из-за уменьшения значения порога поглощения света. Отметим, что это уменьшение имеет немонотонное поведение из-за аналогичного поведения порога поглощения.

Таким образом, введение нового параметра – выпуклости дна КП совместно с магнитным полем создает дополнительную возможность весьма эффективного управления волновыми функциями и энергетическим спектром НЗ, что, в свою очередь, позволяет контролировать матричные элементы, вероятности оптических переходов и силу осциллятора.

Работа выполнена в рамках государственной целевой программы Республики Армения “Полупроводниковая наноэлектроника”.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **P.Harrison**. Quantum wells, wires, and dots. Theoretical and computational physics. John Wiley & Sons ltd, New York, 1999.
2. **S.S.Mao**. Int. Journ. Nanotechnology, **1**, 42 (2004).
3. **М.М.Агасян, А.А.Киракосян**. Изв. НАН Армении, Физика, **36**, 20 (2001).
4. **D.M.Gvozdic, A.Schlachetzki**. J. Appl. Phys., **94**, 5049 (2003).
5. **J.R.Madureira, M.H.Degani, M.Z.Marcelo**. Phys. Rev. B, **68**, 161301 (2003).
6. **F.M.Hashimzade, T.G.Ismailov, B.H.Mehdiyev**. Physica E, **27**, 140 (2004).
7. **J.Lee, H.N.Spector**. J. Appl. Phys., **97**, 043511 (2005).
8. **N.G.Galkin, V.A.Margulis, A.V.Shorokhov**. Phys. Solid State, **43**, 530 (2001).
9. **G.B.Ibragimov**. Phys. Stat. Sol. (b), **241**, 1923 (2004).
10. **V.Ryzhii, I.Khmyrova, M.Ryzhii, V.Mitin**. Semicond. Sci. Technol., **19**, 8 (2004).
11. **B.Das, P.Singaraju**. Infrared Physics & Technology, **46**, 209 (2005).

12. **А.Х.Манаселян, А.А.Киракосян.** Изв. НАН Армении, Физика, **40**, 223 (2005).
13. **А.Кh.Манаселян, А.А.Киракосян.** Physica E, **28**, 462 (2005).
14. Справочник по специальным функциям. Под ред. М.Абрамовица и И.Стиган. М., Наука, 1979.
15. **Р.К.Басу.** Theory of optical processes in semiconductors. Clarendon Press, Oxford, 1997.
16. **S.Adachi.** J. Appl. Phys., **58**, R1 (1985).

ԼՈՒՅՍԻ ՄԻՋԵՆԹԱԳՈՏԻԱԿԱՆ ԿԼԱՆՈՒՄՆ ՈՒՌՈՒՑԻԿ ՀՍՏԱԿՈՎ ՔՎԱՆՏՈՒՄՆ  
ԼԱՐՈՒՄ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Մ.Գ. ԲԱՐՍԵԴՅԱՆ, Ա.Խ. ՄԱՆԱՍԵԼՅԱՆ, Ա.Ա. ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ

Դիտարկված են էլեկտրոնային վիճակներն ուռուցիկ հատակով գլանային փոսով մոտարկված քվանտային լարում, լարի առանցքով ուղղված մագնիսական դաշտում: Գտնված են էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիաները՝ կախված քվանտային փոսի բնութագրերից և մագնիսական դաշտի ինդուկցիայից: Հաշվարկված է զծային բևեռացված, մեներանգ լուսային ալիքի կլանման գործակիցը՝ պայմանավորված քվանտային լարում էլեկտրոնի միջենթագոտիական անցումներով: Լուսային ալիքի բևեռացման երկու դեպքերի համար դիտարկված են ջոկման կանոնները և կլանման գործակցի համար բերված են վերլուծական արտահայտություններ:

INTERSUBBAND ABSORPTION IN A SEMICONDUCTOR QUANTUM WIRE WITH  
CONVEX BOTTOM IN A MAGNETIC FIELD

M.G. BARSEGHYAN, A.KH. MANASELYAN, A.A. KIRAKOSYAN

The electron states in a cylindrical quantum well with convex bottom, in a magnetic field directed along the wire axis are investigated. The electron wave functions depending on the quantum well characteristics and magnetic field induction are found. The absorption coefficient of a monochromatic linearly polarized light wave caused by intersubband transitions of electrons in the quantum wire is calculated. The selection rules are considered and analytical expressions for the absorption coefficient are presented for two cases of the light wave polarization.

УДК 621.382

## УСТАНОВКА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ШУМОВ ВЫСОКООМНЫХ СЕНСОРОВ

А.А. ШАТВЕРЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 29 ноября 2005 г.)

В связи с необходимостью измерения низкочастотных шумов в диапазоне 0,1 Гц – 10 кГц в системах полупроводник – газ и полупроводник – электролит была собрана и налажена измерительная установка, удовлетворяющая следующим требованиям: ультранизкий входной шум (3,2 нВ/√Гц высокое входное сопротивление (2 ГΩ), большой коэффициент усиления (2000), широкая полоса пропускания (от сотых долей Гц до МГц).

В последнее время большое внимание уделяется созданию высокочувствительных химических полупроводниковых сенсоров, которые условно можно разделить на ионо-селективные сенсоры, газовые сенсоры и биосенсоры. К электрофизическим параметрам таких полупроводниковых приборов предъявляется ряд специфических требований [1-3]. В частности, очень важно изучить флуктуационные явления на границе раздела полупроводник – газ и полупроводник – электролит, чтобы определить предельные возможности получения чувствительности, селективности и стабильности сенсоров. В отличие от других свойств, шумы в вышеуказанных системах практически не изучены ни теоретически, ни на опыте. Имеется считанное количество публикаций и патентов по этим вопросам, отсутствуют соответствующая статистика результатов и их обобщение.

Имеющаяся стандартная аппаратура по измерению шумов в вышеуказанных сенсорных структурах не удовлетворяет современным требованиям. Поэтому перед нами была поставлена следующая задача – собрать и наладить на современных микросхемах измерительную установку для исследования шумов в системах полупроводник – газ и полупроводник-электролит в диапазоне частот 0,1 Гц – 10 кГц.

Установка включает в себя входную цепь, необходимую для питания образца постоянным током, измерительную ячейку, мал шумящий предварительный усилитель (ПУ). Требование к входной цепи – питание высокоомного образца в режиме генератора тока. Схема входной цепи приведена на рис.1а. Она включает в себя мал шумящие микросхемы REF102 и ОРА37 производства фирмы Texas Instruments [4]. Ток через образец менялся с помощью мал шумящего многооборотного переменного резистора марки WK67912.

а

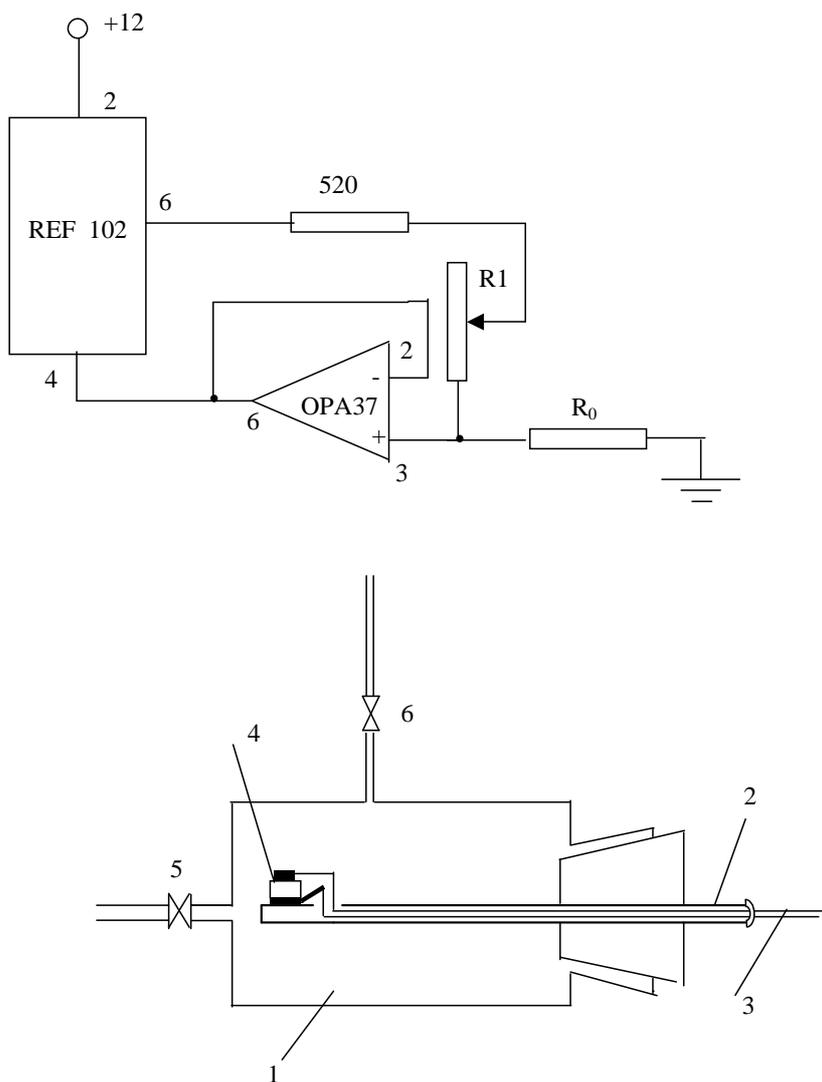


Рис.1. а) Электрическая схема входной цепи; б) Схема измерительной ячейки: 1 – цилиндрическая трубка из термостекла, 2 – съемная крышка, 3 – выводы к образцу, 4 – образец, 5,6 – вакуумные ключи.

Была спроектирована и изготовлена измерительная ячейка (рис.1б), предназначенная для включения образца в измерительную цепь экспериментальной установки. Конструктивно ячейка состоит из двух частей: из цилиндрической трубки (1) и из съемной крышки (2) к ней с подложкой из термостекла. На подложке смонтированы образец (4) и контакты (3). Цилиндрическая трубка с крышкой образует закрытый объем, предохраняющий образец от неблагоприятных внешних воздействий и позволяющий осуществлять контролируемое взаимодействие анализируемых газа или паров жидкости и исследуемого

образца.

Схема ПУ приведена на рис.2. На прецизионном усилителе с сверхнизким шумом К140УД25А собран неинвертирующий ПУ с полосой пропускания 0,1 Гц – 10 кГц, имеющий высокое входное сопротивление порядка ГОм, очень низкое выходное сопротивление, ультранизкий уровень входного шума порядка 3,2 нВ/Гц, задаваемый цепью отрицательной обратной связи коэффициент усиления, который равен 2000.

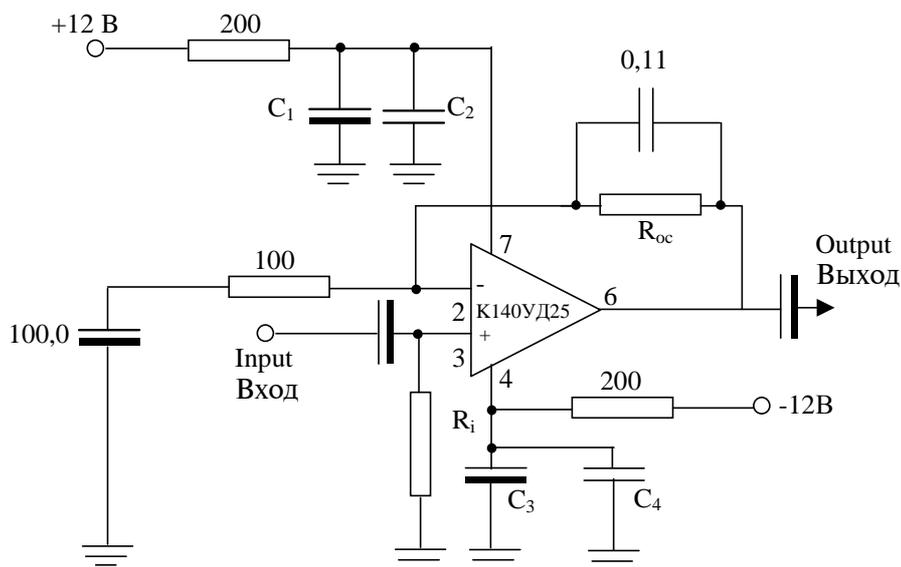


Рис.2. Электрическая схема предварительного усилителя.

Блок-схема установки приведена на рис.3. В качестве анализатора спектра используется приставка к компьютеру HANDYSCOPE-2. Для разделения сложного шумового сигнала на частотные компоненты, наблюдаемые во временном окне одновременно, используется Быстрое Преобразование Фурье (FFT). Для сведения к минимуму шумового вклада пассивных элементов схемы в ней применены полярные конденсаторы марки К50-16 и проволочные резисторы, имеющие низкие собственные шумы. В качестве двуполярного источника питания ПУ использовались аккумуляторы марки GP-22E (Япония), что исключало возможность проникновения помех с частотой промышленной сети и ее гармоник по цепям питания в измерительный тракт. В цепях питания ПУ применены развязывающие RC-фильтры.

В процессе наладки схемы производилась балансировка операционного усилителя с целью компенсации напряжения сдвига на ее входе. Монтаж ПУ производился на печатной плате из фольгированного гетинакса. ПУ заключен в двойной экран из железа и меди. Выходящий из корпуса провод, соединяющий ПУ с анализатором спектра, представляет собой витую пару, заключенную в заземленный с одной стороны экран [5]. Использовалось коаксиальное подключение с помощью микроразъемов СР-50-74, что сохраняло полноту

экранирования благодаря полному перекрытию внутреннего проводника.

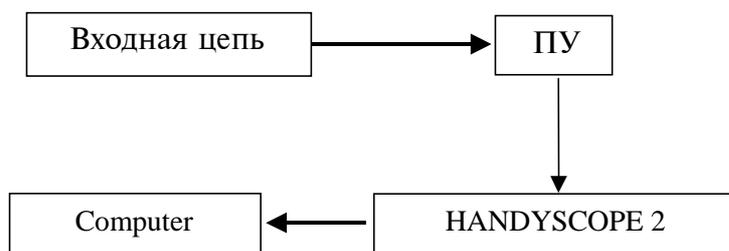


Рис.3. Блок-схема измерительной установки.

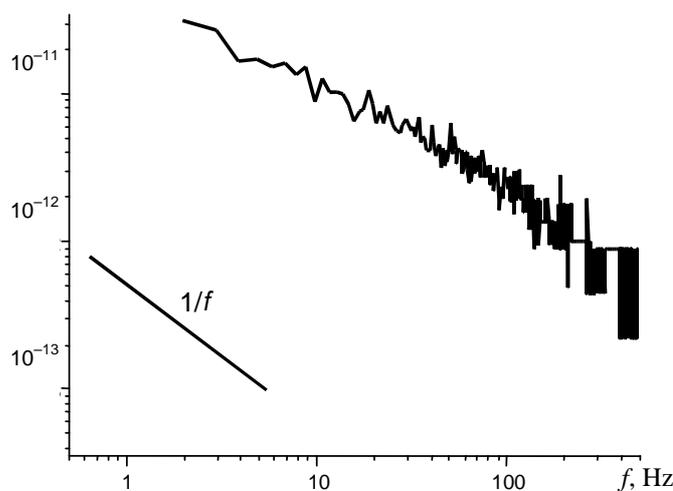


Рис.4. Шумовой спектр образца со слоем пористого кремния в воздухе при комнатной температуре.

В качестве примера на рис.4 приведен шумовой спектр образца, измеренный с помощью вышеописанной установки [6]. Исследовался шум прибора, изготовленного из пористого кремния (PS). Подложкой пленки PS служил высоколегированный монокристаллический кремний р<sup>+</sup>-типа. Как видно из графика, спектр имеет вид  $1/f$  шума. Образцы были изготовлены М.Гулиняном в Университете г.Тренто (Италия), контакты – В.А.Геворкяном (в лаборатории физики полупроводниковых материалов и приборов ЕГУ). Руководство созданием измерительной установки и обсуждение результатов осуществлялось академиком В.М.Арутюняном и канд. физ-мат. н. З.О.Мхитарян. Всем им автор выражает искреннюю благодарность.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Sensors. A Comprehensive Survey. Vol.2. Chemical and Biochemical Sensors (ed. W. Goepel etc.). Weinheim, N.Y., 1991.
2. **В.М.Арутюнян**. Микроэлектроника, **20**, 337 (1991).
3. **В.М.Арутюнян**. УФН, **32**, 521 (1989).
4. <http://focus.ti.com/docs/prod/productfolder.jhtml?genericPartNumber=OPA27>.
5. **Г.Отт**. Методы подавления шумов и помех в электронных системах. М., Мир, 1979.
6. **Z.H.Mkhitaryan, A.A.Shatveryan, G.A.Egiazaryan, H.V.Asriyan**. Proceedings of the Fifth International Conference on Semiconductor Micro- and Nanoelectronics. Agveran, Armenia, 2005, p.32.

### ԲԱՐՁՐ ԴԻՄԱԴՐՈՒԹՅՈՒՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ՏՎԻՉՆԵՐԻ ՑԱԾՐՀԱՃԱԽԱՅԻՆ ԱՂՄՈՒԿՆԵՐԻ ՉԱՓՄԱՆ ՍԱՐՔԱՎՈՐՈՒՄ

Ա.Ա. ՇԱԹՎԵՐՅԱՆ

Ցածրհաճախային աղմուկների չափման անհրաժեշտության հետ կապված, կիսահաղորդիչ – գազ և կիսահաղորդիչ – էլեկտրոլիտ համակարգերի համար հավաքվել է չափման սարքավորում, որը բավարարում է հետևյալ պահանջներին՝ չափազանց ցածր մուտքային աղմուկ ( $3.2 \text{ նՎ}/\sqrt{\text{Հց}}$ ), բարձր մուտքային դիմադրություն ( $2 \text{ ԳՕմ}$ ), բարձր ուժեղացման գործակից ( $2000$ ) և լայն թողարկման շերտ:

### APPARATUS FOR MEASUREMENT OF LOW-FREQUENCY NOISES OF HIGH-RESISTANCE SENSORS

A.A. SHATVERYAN

In connection with necessity of measurement of low-frequency noises in the range of  $0,1 \text{ Hz} - 10 \text{ kHz}$  in systems semiconductor – gas and semiconductor – electrolyte the measuring installation satisfying the following requirements has been collected and adjusted: ultralow entrance noise ( $3,2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ ), high entrance resistance ( $2 \text{ GOhm}$ ), high amplification factor ( $2000$ ), and wide passband.

УДК 539.213

## ДЕГРАДАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В НАНОРАЗМЕРНОМ АМОРФНОМ ПОРОШКЕ ДВУОКИСИ МОЛИБДЕНА

А.С. МАРКОСЯН

Научно-производственное предприятие “АТОМ”, Ереван

(Поступила в редакцию 11 ноября 2005 г.)

Исследован новый материал – наноразмерный аморфный порошок двуокиси молибдена ( $\text{MoO}_2^*$ ). В образцах, изготовленных из вышеуказанного материала, наблюдались деградационные явления, которые меняли величину электрического сопротивления образцов со временем. Выявлено, что основной причиной этих явлений является водяной пар в атмосфере.

### 1. Введение

В последние годы заметно увеличился интерес к наноразмерным материалам, применение которых в технике пока еще ограничено, что часто является следствием крайней активности этих материалов к внешним воздействиям. К настоящему времени известно множество наноразмерных материалов, которые стабильны и чувствительны к различным газам, что дает возможность применять их в качестве химических сенсоров [1,2].

В данной работе представлены результаты исследования деградационных явлений в  $\text{MoO}_2^*$ . Образцы  $\text{MoO}_2^*$  были изготовлены из наноразмерного аморфного молибдена  $\text{Mo}^*$  (размеры зерен 3÷4.5 нм). При исследовании  $\text{MoO}_2^*$  на электронном просвечивающем микроскопе “TESLA” BS-500 получена картина, изображающая гало, свойственное аморфным материалам. Исследования, проведенные на рентген-дифрактометре ДРОН-3, показали, что структура  $\text{MoO}_2^*$  аморфна (рис.1-I). Для определения химического состава  $\text{MoO}_2^*$  изучено кристаллизованное состояние последнего (рис.1-II), полученное нагреванием  $\text{MoO}_2^*$  при высокой температуре в условиях вакуума. Из рис.1-II следует, что все дифракционные отражения соответствуют только двуокиси молибдена  $\text{MoO}_2$ . Размеры зерен  $\text{MoO}_2^*$  были определены газ-адсорбционным методом и находятся в диапазоне 20-50 нм. Чистота материала составляет более чем 97%.

### 2. Эксперимент

Исследования деградационных явлений в  $\text{MoO}_2^*$  проводились на образцах в виде двухконтактной таблетки, которая была изготовлена из порошка путем механического прессования [3]. Размеры зерен  $\text{MoO}_2^*$  находились в пределах 20-50 нм.

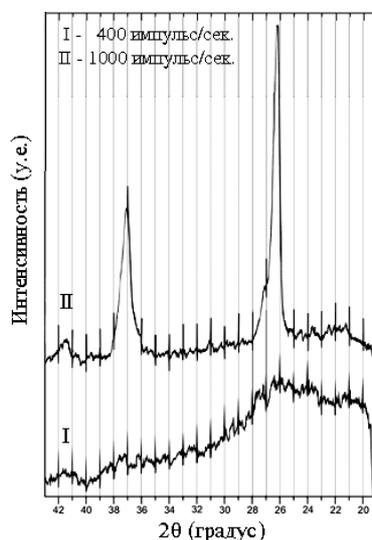


Рис.1. I – рентгенограмма  $\text{MoO}_2^*$ , II – рентгенограмма  $\text{MoO}_2$ .

В данной работе критерием деградационного явления является изменение сопротивления образцов. Измерение и динамическая запись сопротивления проводились с помощью многоканального аналого-цифрового преобразователя, разработанного нами, на персональном компьютере. Использовался также цифровой тестер RTO DMM-3800-21. Для контроля температуры и влажности окружающей среды вышеуказанных образцов использовался датчик влажности-температуры SHT11. Опыты проводились с помощью диффузионно-вакуумной установки и обычного нагревателя, при этом достигались вакуум  $>10^{-3}$  Па и температура примерно  $200^\circ\text{C}$ . Затем образцы исследовались на рентген-дифрактометре ДРОН-3 с целью обнаружения изменения состава и структуры.

### 3. Результаты экспериментальных исследований

Как показали исследования, в обычных комнатных условиях в атмосфере воздуха сопротивление каждого образца из наноразмерной аморфной двуокиси молибдена ( $\text{MoO}_2^*$ ), с момента его изготовления, постоянно увеличивается. Эти деградационные явления в  $\text{MoO}_2^*$  наблюдаются месяцами.

Сопротивление образца из  $\text{MoO}_2^*$  можно стабилизировать, изолируя образец от внешней среды. Так, например, было изготовлено два образца (рис.2). Образец I хранился в обычных комнатных условиях в атмосфере воздуха, в то время как образец II после нескольких часов, проведенных в комнатных условиях, был помещен в вакуумную камеру с остаточным давлением 10 Па (момент  $t$ , рис.2). В результате сопротивление II образца уменьшилось и застabilизировалось при некотором значении. После контрольного снятия второго образца из камеры вновь наблюдалось увеличение сопротивления. Фактором, влияющим на значения сопротивления образца, является обычный воздух.

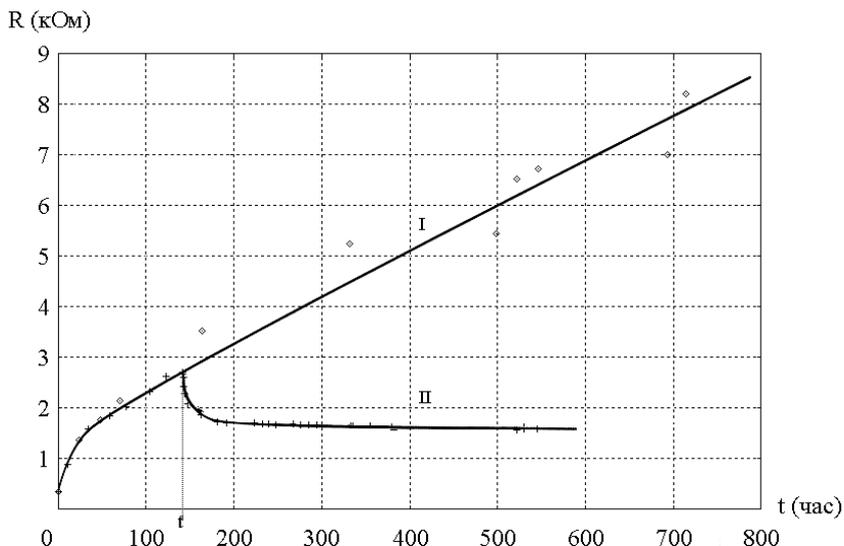


Рис.2. Сравнительная зависимость сопротивления образцов от времени: I – образец, находящийся в атмосфере воздуха. II – образец, помещенный в вакуум с остаточным давлением 10 Па (момент  $t$ ) после нескольких часов нахождения в атмосфере воздуха.

Вакуумная обработка образца позволила в какой-то степени десорбировать адсорбированные в порах образца газы, что и является причиной уменьшения сопротивления образца. Дальнейшие опыты на других образцах показали, что вышеуказанное стабильное значение сопротивления можно еще более снизить в условиях более высокого вакуума и добавлением к ней тепловой обработки. Термовакuumная обработка осуществлялась в условиях остаточного давления меньше чем  $10^{-3}$  Па и постепенно увеличивающейся температуры примерно до  $200^{\circ}\text{C}$ .

Для определения конкретного газа, отвечающего за деградацию образцов из  $\text{MoO}_2^*$ , отдельно рассматривалось влияние кислорода ( $\text{O}_2$ ), азота ( $\text{N}_2$ ), аргона ( $\text{Ar}$ ), водорода ( $\text{H}_2$ ), метана ( $\text{CH}_4$ ) и водяных паров ( $\text{H}_2\text{O}$ ). Перед каждым рассматриваемым газом образцы максимально очищались от адсорбированных газов термовакuumной обработкой. Очищенное состояние контролировалось стабильностью минимального значения сопротивления образцов.

Влияние вышеупомянутых газов, кроме водяных паров, на образцы из  $\text{MoO}_2^*$  наблюдалось только после 8-10 часов, причем примерно при атмосферном давлении. Наоборот, влияние водяных паров на образцы было видно сразу даже при давлении  $1.2 \cdot 10^3$  Па [4].

В таблице 1 показано влияние газов на образцы из  $\text{MoO}_2^*$  (чувствительность  $\text{MoO}_2^*$ ), рассчитанное в единицу времени.

Газ	N <sub>2</sub>	Ar	H <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O
$\Delta R/(R \cdot \Delta P)$ , /Па <sup>-1</sup>	0.1·10 <sup>-6</sup>	0.3·10 <sup>-6</sup>	0.3·10 <sup>-6</sup>	0.7·10 <sup>-6</sup>	1.7·10 <sup>-6</sup>	3298·10 <sup>-6</sup>

Табл.1. Чувствительность MoO<sub>2</sub>\* к различным газам.

Как следует из таблицы, влияние водяных паров на образцы из MoO<sub>2</sub>\* по меньшей мере на три порядка больше влияния других газов. Это означает, что основной причиной деградационных явлений образцов, происходящих в атмосфере, является наличие водяных паров, присутствующих в атмосфере.

Для того, чтобы выяснить механизм влияния водяных паров на образцы, были проведены следующие испытания. После термовакуумной обработки образца систему заполняли водяным паром с давлением 1.2·10<sup>3</sup> Па. После 60 минут воздействия водяных паров сопротивление образца увеличилось примерно в 2.5 раза. Для контроля произошедших изменений в образце была проведена термовакуумная обработка. В результате сопротивление уменьшилось до начального значения, что означает, что увеличение сопротивления при 60-минутном воздействии водяных паров обусловлено только физической адсорбцией последних. После термовакуумной обработки систему вновь заполняли водяным паром под тем же давлением, но на этот раз продолжительность воздействия была намного больше. На рис.3 приведен график изменения сопротивления образца в водяных парах в течение первых 1000 минут.

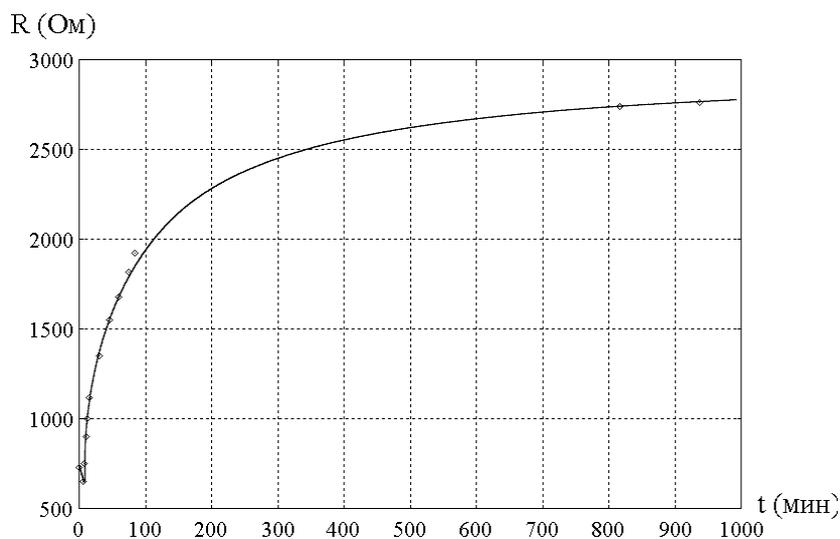


Рис.3. Зависимость сопротивления образцов от времени длительного воздействия водяных паров с давлением 1.2·10<sup>3</sup> Па.

При увеличении времени воздействия водяных паров сопротивление образца продолжало увеличиваться, достигая значения примерно 35 кОм. Вышеописанная

термовакuumная обработка уменьшала сопротивление, но больше не приводила к первоначальному значению. Это означает, что при длительной обработке водяными парами, кроме физической адсорбции паров воды, произошло качественное изменение самого материала.

Для обнаружения качественных изменений, произошедших в материале, была изучена рентгенограмма последнего (рис.4). Как видно из нее, в материале произошли два основных изменения: 1) в нем появилось некоторое количество триоксида молибдена  $\text{MoO}_3$ , 2) двуокись молибдена в какой-то мере закристаллизовалась. Принимая во внимание то, что  $\text{MoO}_2^*$  могло кристаллизироваться только при высоких температурах ( $\text{MoO}_2^*$  было под воздействием высокой температуры только во время термовакuumной обработки) и то, что кристаллизация должна была привести к уменьшению сопротивления, мы можем утверждать, что влияние водяных паров приводит к появлению  $\text{MoO}_3$  в материале. Этот процесс может происходить с образованием известных температурно-нестабильных промежуточных оксидов типа  $\text{Mo}_9\text{O}_{26}$ ,  $\text{Mo}_8\text{O}_{25}$ ,  $\text{Mo}_4\text{O}_{11}$ , переход ящих в  $\text{MoO}_3$ .

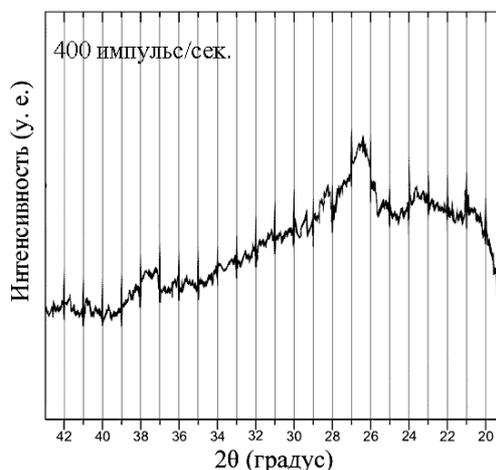


Рис.4. Рентгенограмма  $\text{MoO}_2^*$  после длительной обработки водяными парами.

Появление  $\text{MoO}_3$  в материале объясняет повышение сопротивления образца, так как сопротивление  $\text{MoO}_3$  намного больше.

#### 4. Выводы

Основной причиной деградационных явлений в образцах из наноразмерного аморфного порошка двуокиси молибдена  $\text{MoO}_2^*$  является водяной пар, находящийся в атмосфере.

Первая стадия деградации, являющаяся следствием кратковременного (не более 1

часа) воздействия водяных паров, обусловлена физической адсорбцией паров на поверхности частиц порошка. После удаления адсорбированных паров свойства материала восстанавливаются.

При длительном воздействии водяных паров происходят качественные изменения самого материала – в результате окислительных процессов в нем образуется фаза из триоксида молибдена. Последняя, в свою очередь, приводит к увеличению сопротивления образцов. Окислительный процесс необратим, поэтому восстановление исходного значения сопротивления образца невозможно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Y.Shimizu, M.Egashira.** MRS Bulletin, **24**, 18 (1999).
2. **M.Pardo, G.Sberveglieri.** MRS Bulletin, **29**, 703 (2004).
3. **A.Markosyan, S.Grigoryan, R.Krmoyan.** “Semiconductor Micro- and Nanoelectronics”, Proceedings of the Fifth International Conference, Agveran, 2005, pp.94-97.
4. **T.Hubert.** MRS Bulletin, **24**, 49 (1999).

#### ԴԵԳՐԱԴԱՑԻՈՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ ՄՈՆԻԲԴԵՆԻ ԵՐԿՕՔՍԻԴԻ ՆԱՆՈՉԱՓ ԱՄՈՐՖ ՓՈՇՈՒՄ

Ա.Ս. ՄԱՐԿՈՍՅԱՆ

Հետազոտված է նոր նյութ՝ նանոչափ ամորֆ մոլիբդենի երկօքսիդի ( $\text{MoO}_2^*$ ) փոշին: Վերը նշված նյութից պատրաստված նմուշներում դիտվել են դեգրադացիոն երևույթներ, որոնք ժամանակի ընթացքում փոխում են նմուշի դիմադրությունը: Հայտնաբերված է, որ այդ երևույթների հիմնական պատճառը մթնոլորտում առկա ջրային գոլորշիներն են:

#### DEGRADATION PHENOMENA IN NANOSIZE AMORPHOUS POWDER OF MOLYBDENUM DIOXIDE

A.S. MARKOSYAN

A new material – nanosize amorphous powder of molybdenum dioxide  $\text{MoO}_2$  is investigated. The degradation phenomena which lead to the changes in the electrical resistance over time are observed for samples prepared from this material. The presence of water vapors in atmosphere is the main cause of this phenomenon.

УДК 628.40

## **ВЛИЯНИЕ ОБЛУЧЕНИЯ НА ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОНОКРИСТАЛЛОВ КРЕМНИЯ. РАДИАЦИОННАЯ КОМПЕНСАЦИЯ ПРОВОДИМОСТИ**

В.А. СААКЯН<sup>1</sup>, Г.Н. ЕРИЦЯН<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный институт метрологии РА

<sup>2</sup>Ереванский физический институт

(Поступила в редакцию 15 июля 2005 г.)

Изучено влияние радиационных дефектов на электрофизические свойства монокристаллов кремния. Показано, что путем изменения энергии и дозы электронного облучения возможно получить аналог гамма или нейтронного облучения, который оказывает на электропроводность одно и то же действие. Экспериментально определено, что электропроводность кремния существенно изменяется при облучении, и в зависимости от дозы облучения может происходить ее конверсия. При этом уровень Ферми стремится к определенному предельному положению ( $E_{i+} 0,39$  эВ).

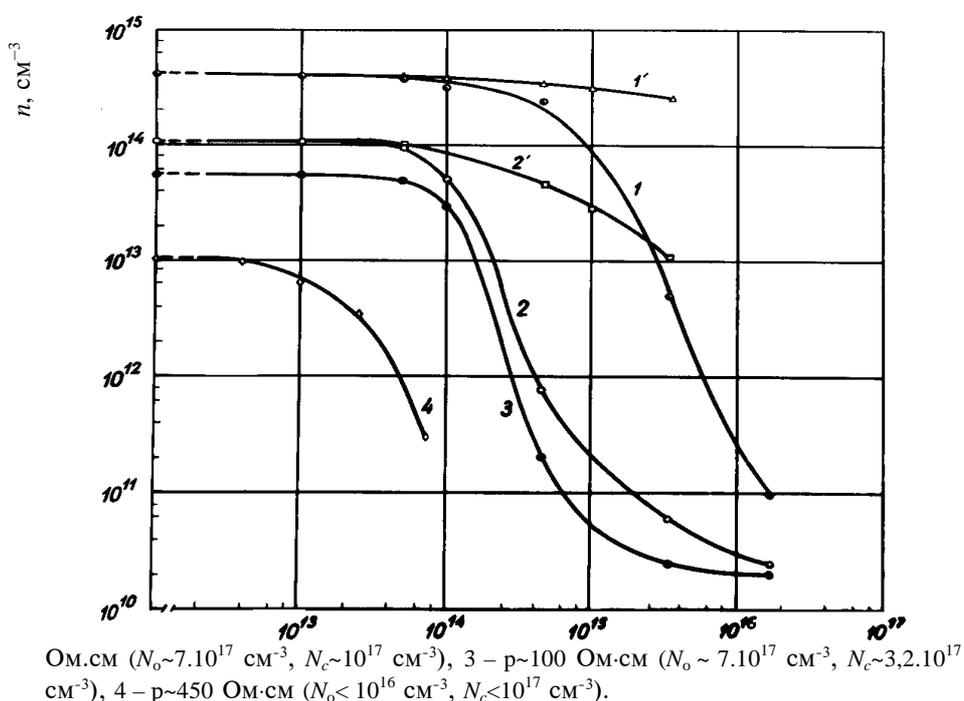
Введение радиационных дефектов как точечных, так и протяженных (кластеры), создает локальные поля в кристаллах, что, в свою очередь, приводит к образованию энергетических уровней в запрещенной зоне и значительному изменению концентрации носителей и оптического поглощения в широком диапазоне. Такая картина даже без облучения наблюдается на поверхности кристалла или на границе раздела диэлектрик – полупроводник, где образуются поверхностные состояния (ПС) благодаря нарушению периодичности потенциала кристаллической решетки, вызванному структурными изменениями (разрывами атомных связей) или чужеродными примесями. Однако, радиационные эффекты на поверхности и в объеме отличаются. Скорость образования радиационных ПС значительно выше скорости образования объемных дефектов, и изменения свойств ПС наблюдаются при значительно меньших дозах, чем в объеме [1,2].

В данной работе была поставлена задача более подробно, в зависимости от энергии и дозы облучения, исследовать электрофизические свойства кремния, содержащего радиационные дефекты. Она продиктована широким применением кремниевых приборов в условиях облучения различными частицами.

Присутствие в кристалле радиационных дефектов, имеющих электрическую активность, приводит к уменьшению концентрации носителей заряда и подвижности. Степень изменения этих параметров зависит как от примесного состава исходных образцов, так и от энергии падающих частиц. Это продемонстрировано на рис.1 и 2, где приведены

дозовые зависимости концентрации основных носителей и подвижностей для образцов кремния *n*-типа с исходными удельными сопротивлениями 10; 40; 100 и 450 Ом·см, облученных электронами с энергией 50 МэВ. Наличие определенной критической дозы, при которой наблюдается резкое снижение параметров, связано не только с легирующими примесями, но и с электрически неактивными (кислород, углерод). Что касается энергетической зависимости явления, то при энергиях, когда возникают кластерные нарушения, соответствующие центры являются более эффективными центрами захвата или рассеяния носителей. Следовательно, эти изменения появляются при меньших дозах в случае облучения электронами надкластерных энергий (в нашем случае 50 МэВ).

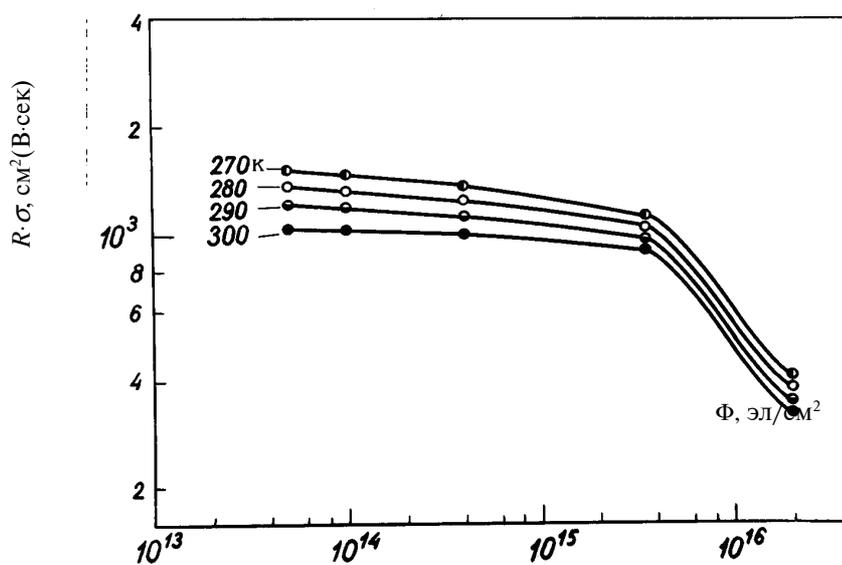
Рис.1. Дозовая зависимость концентрации носителей тока в образцах кремния *n*-типа, облученных электронами с энергией 8 МэВ (1' и 2') и 50 МэВ (1,2,3,4): 1,1' –  $\rho \sim 10$  Ом·см ( $N_0 \sim 1,2 \cdot 10^{18}$  см<sup>-3</sup>,  $N_c \sim 7 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>), 2,2' –  $\rho \sim 40$



По температурным зависимостям концентрации носителей при различных дозах определены энергетические положения радиационных дефектов и скорости их введения с учетом вероятностей захвата вакансий атомами основной и пассивной примеси. Кроме общеизвестных *A* и *E*-центров, наряду с разупорядоченными областями, обнаружены и изучены центры с уровнями  $E_c - 0,33$  эВ;  $E_c - 0,40$  эВ;  $E_c - 0,22$  эВ. Первый уровень связан с междоузельным атомом кремния, второй соответствует дивакансии, а последний идентифицирован как дивакансия плюс кислород. Появление такого центра можно объяснить тем, что в процессе облучения в

образце с высоким сопротивлением  $\rho > 100$  Ом·см возникает намного больше вакансий и часть из них может либо соединяться друг с другом и захватываться атомом кислорода, либо образовать А-центр и потом соединиться с другой вакансией и образовать, в конечном итоге, в обоих случаях комплекс дивакансия плюс кислород. Причина повышенной концентрации образующихся вакансий, очевидно, связана с присутствием большой концентрации замещающих атомов углерода, которые, как свидетельствуют оптические измерения, принимают участие в реакциях, происходящих во время облучения.

Рис.2. Дозовая зависимость холловской подвижности носителей при разных температурах в образцах л-Si с удельным сопротивлением 100 Ом·см после облучения электронами с энергией 50 МэВ.



При рассмотрении вопросов подвижности нужно исходить, прежде всего, из известных механизмов фонованного рассеяния при высоких температурах и на ионизированных примесях при низких температурах. Облучение влияет, в основном, на второй механизм [3], хотя полученные данные указывают также на наличие других механизмов, способных объяснить наблюдаемые явления, например, в соединениях АзВ<sub>5</sub>. Поведение подвижности резко меняется при облучении более высокоэнергетичными частицами: появляется аномалия в температурном ходе подвижности, т.е. она подчиняется закону  $\mu(T^{-\varphi})$ , где  $\varphi$  может принимать значение большее, чем общепринятое 3/2. Это обусловлено созданием разупорядоченных областей в кристалле, окруженных пространственным зарядом и резко увеличивающих рассеяние носителей.

Резкое изменение концентрации носителей и их подвижности, как видно из рис.1 и 2, зависит также от исходного материала. В образцах с большой концентрацией примеси это явление наступает при более высоких уровнях облучения, чем в образцах с малыми концентрациями примеси. С увеличением дозы температурная область аномальной зависимости подвижности сдвигается в сторону высоких температур. Это объясняется тем, что с ростом дозы увеличивается концентрация кластеров и окружающий пространственный заряд уменьшает неповрежденную часть кристалла. При низких температурах увеличивается радиус областей пространственного заряда и они, перекрывая друг друга, образуют дрейфовые барьеры для носителей тока. При дозах  $10^{16}$ – $10^{17}$  эл/см<sup>2</sup>, когда происходит конверсия типа проводимости, подвижность меняется скачкообразно.

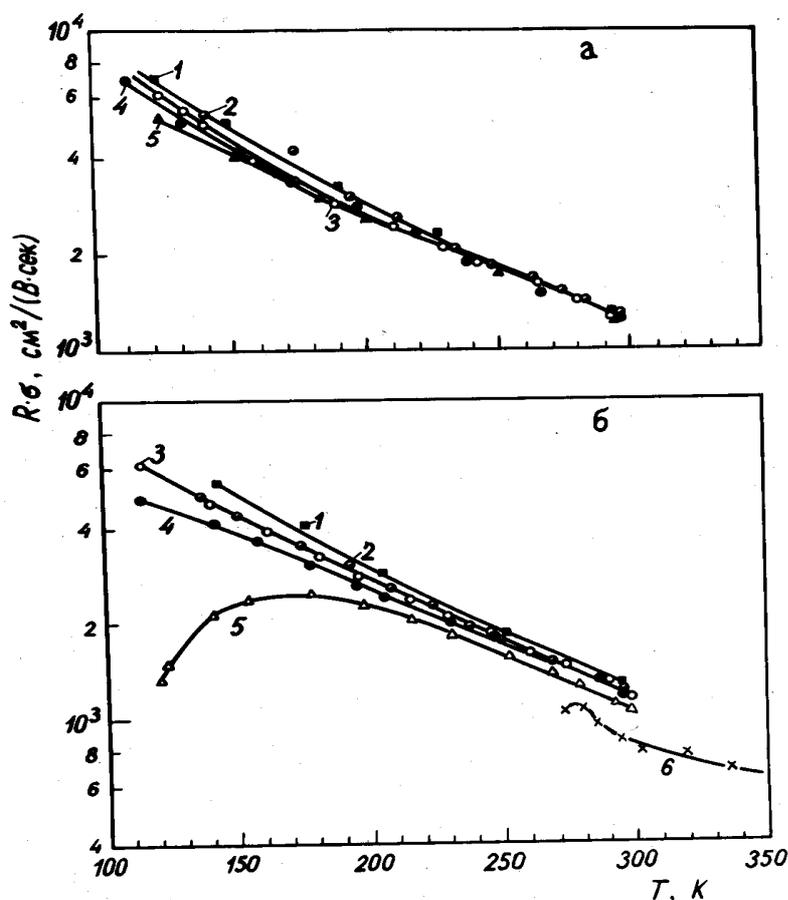


Рис.3. Температурная зависимость холловской подвижности в кремнии *p*-типа с удельным сопротивлением 100 Ом·см при разных дозах облучения электронами с энергией 8 МэВ (а) и 50 МэВ (б): а) 1 – исх., 2– $1 \cdot 10^{13}$  эл/см<sup>2</sup>, 3– $1 \cdot 10^{14}$  эл/см<sup>2</sup>, 4– $4,6 \cdot 10^{14}$  эл/см<sup>2</sup>, 5– $1 \cdot 10^{15}$  эл/см<sup>2</sup>; б) 1 – исх., 2– $1 \cdot 10^{13}$  эл/см<sup>2</sup>, 3– $5 \cdot 10^{13}$  эл/см<sup>2</sup>, 4– $1 \cdot 10^{14}$  эл/см<sup>2</sup>, 5– $3,5 \cdot 10^{15}$  эл/см<sup>2</sup>, 6–

$1,7 \cdot 10^{16}$  эл/см<sup>2</sup>.

На рис.3а,б приведены температурные зависимости холловской подвижности носителей в образцах p-Si, облученных электронами с энергией 8 МэВ и 50 МэВ при разных дозах облучения. В интервале температур 240 – 300 К, где основную роль играет механизм рассеяния носителей на фононах, при всех дозах ход зависимости подвижности от температуры остается неизменным и совпадает с такой же зависимостью в исходном материале. Видно, что начиная с дозы  $10^{14}$  эл/см<sup>2</sup> появляется аномалия подвижности.

При облучении, в большинстве полупроводниковых кристаллов, лишь с небольшим исключением, наблюдается компенсация основного типа проводимости и конверсия. Характерным является захват носителей уровнями радиационных дефектов и снижение подвижности из-за рассеяния на дефектах, хотя при радиационном упорядочении имеет место обратное явление.

Существует некоторая доза, зависящая от исходной степени легирования, при которой начинается резкое изменение концентрации носителей и подвижности. Более детальный анализ выявляет аналогичную зависимость от электрически неактивных примесей, например, от содержания кислорода и углерода в кремнии, причем в положениях замещения, особенно, углерода. Эффективность компенсации носителей зависит также от энергии электронного облучения, увеличиваясь с ее увеличением.

Дальнейшее увеличение интегральной дозы не приводит к изменению концентрации носителей, и проводимость в образцах n-типа стремится к собственной. Однако в основном уровень Ферми остается закрепленным в определенном "предельном" положении, которому соответствует "предельная концентрация носителей". Физический смысл этого явления можно продемонстрировать, если предположить, что междоузельные атомы (I) дают донорные центры, а вакансии (V) – акцепторные. Если далее, рожденные при облучении V и I не диффундируют, то их концентрации в любой момент равны между собой:  $N_V = N_I = M(\Phi)$ , поэтому положение уровня Ферми, определяемое из условия  $N_V^{-1} = N_I^{+}$  (электронейтральности), оказывается независимым от  $M(\Phi)$ ; т.е.  $dE_f/d\Phi = 0$  и  $E_f^{pp} = -(\epsilon_V + \epsilon_I)/2$ . Здесь  $\epsilon_V$ ,  $\epsilon_I$  – энергетические уровни вакансии (V) и междоузлия (I), а связанные с ними концентрации заряженных акцепторов и доноров  $N_V^{-}$  и  $N_I^{+}$  определяются из условия пропорциональности их полным концентрациям  $N_V$  и  $N_I$ .

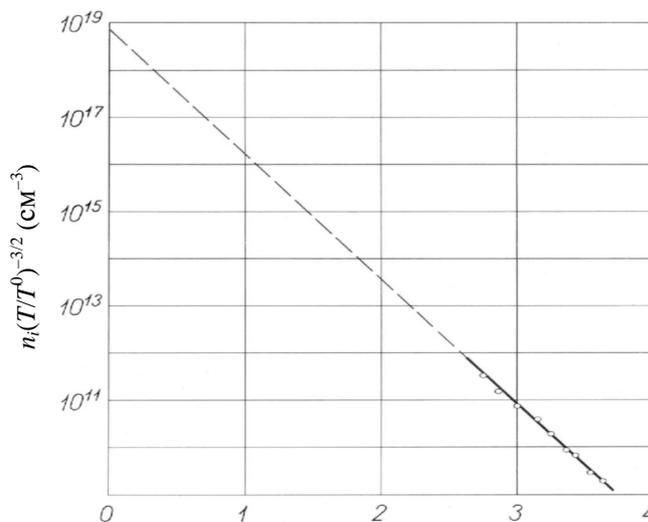
Но на самом деле в обычных условиях I и V очень подвижны и вступают в различные реакции с примесями и другими дефектами в кристаллах; равенства доноров и акцепторов не получается. Анализ показывает, что реализуемая в облученных образцах кремния ситуация соответствует доминирующей роли только одного типа радиационных дефектов, а именно, дивакансий ( $V_2$ ), обладающих амфотерным характером: донорным уровнем  $E_V + 0,27$  эВ и акцепторным  $E_V + 0,51$  эВ. Это и обуславливает соблюдение условия электронейтральности и существование "предельного" положения  $E_f^{pp}$  ( $E_V + 0,39$  эВ) и предельной концентрации (в данном случае дырок) в определенном температурном интервале. В работах [3,4] удалось добиться доминирующей концентрации  $V_2$  и реализовать "предельное" значение

$E_F = E_V + 0,39$  эВ для дивакансий в широком температурном интервале. При этом выбитые атомы вступают в реакции с атомами замещения группы. Таким образом, поведение предельного положения уровня Ферми в облученном Si обусловлено доминирующей ролью амфотерного центра – дивакансии.

Подробные исследования показывают, что проводимость облученных образцов в ограниченном интервале доз, приводящих к независимости концентрации носителей от дозы, является собственной. На рис.2 представлены дозовые зависимости холловской подвижности в кремнии  $\mu = R\sigma$ , где  $R$  – коэффициент Холла,  $R = (1/en)(\mu_e - \mu_h)$ . Скачок  $R\sigma$  соответствует переходу от примесной  $n$ -проводимости ( $\mu_e = R\sigma$ ) к собственной ( $R\sigma = \mu_e - \mu_h$ ) и поскольку подвижность дырок  $\mu_h$  меньше, чем подвижность электронов  $\mu_e$ , то обеспечивается электронный характер собственной проводимости.

По этим данным, построив кривые  $n_i T^{3/2}(1/T)$  (рис.4), можно определить параметры полупроводника. Например, в стандартном выражении для носителей тока  $n = A \exp[-\varepsilon_a/kT]$  получено  $A = 7,8 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $\varepsilon_a = 0,52 \div 0,53 \text{ эВ}$ ,  $A = \gamma (Q_C Q_V)^{1/2}$ ;  $\varepsilon_a = E_g/2$ , где  $E_g$  – ширина запрещенной зоны кремния,  $Q_V$  – плотность состояний в валентной зоне,  $Q_C$  – плотность состояний в зоне проводимости,  $\gamma$  – множитель, учитывающий температурную зависимость  $E_g$ . Значения этих параметров, полученные по известным данным эффективных масс и дырок, дают  $A = 1,69 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ;  $E_g/2 = 0,60 \text{ эВ}$ . Что касается ширины запрещенной зоны, то она обусловлена сужением при облучении, которое доказано как по данным холловских измерений, так и по сдвигу края собственного поглощения.

Рис.4. Температурная зависимость  $n_i(T/T_0)^{-3/2}$ , вычисленная по найденным



экспериментальным значениям  $\mu_e$  и  $\mu_h$  для кремния  $n$ -типа с удельным сопротивлением 100 Ом·см после облучения электронами с энергией 50 МэВ дозой  $1,7 \cdot 10^{16}$  эл/см<sup>2</sup>.

Найдено, что сужение ширины запрещенной зоны в кластерах значительно отличается от менее нарушенной части кристалла. Так как в кремнии  $\gamma = 2,8 \cdot 10^{-4}$  эВ/град, при комнатной температуре для  $E_g$  получается для кластеров 0,97 эВ вместо 1,12 эВ в необлученном кристалле. По сдвигу края собственной полосы поглощения для эффективной оптической ширины запрещенной зоны в облученных кристаллах определяется величина  $E_g = 0,99$  эВ, что очень близко к значению 0,97 эВ [5].

Таким образом, постепенно возрастающая компенсация n-Si в определенном интервале доз (зависящем от начальной концентрации) становится столь сильной, что концентрация носителей тока, обусловленная ионизацией локальных электронных центров, оказывается меньше концентрации собственных носителей. При этом, вследствие более высокой подвижности электронов, проводимость остается электронной, а основные параметры  $A$  и  $\varepsilon_a$  несколько отличаются от параметров собственной проводимости из-за влияния радиации, а также, возможно, из-за температурных зависимостей эффективных масс носителей, поскольку в необлученном полупроводнике собственная проводимость наблюдается при гораздо более высоких температурах, чем комнатная.

При дальнейшем облучении эффективная концентрация локальных акцепторных уровней становится больше, чем донорных, и продолжает расти вследствие накопления дивакансий, однако приращение концентрации дырок за счет ионизации примесных уровней остается меньше концентрации собственных носителей, так что положение уровня Ферми остается неизменным при росте дозы. Затем концентрация дырок, определяемая дивакансиями, становится большей, чем концентрация собственных носителей, а при  $\mu_{hp} > \mu_{ep}$  происходит конверсия типа проводимости [6].

Таким образом, показано, что электронное облучение существенно изменяет электрофизические свойства кремния, получена определенная “критическая доза”, при которой происходит резкое изменение этих свойств. При этом имеется определенная зависимость от энергии облучения и удельного сопротивления образцов. Получена радиационная компенсация электропроводности и объяснен механизм рассеяния носителей на радиационных дефектах. По данным измерения эффекта Холла рассчитаны параметры образцов до облучения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Н.Ерицян, В.Н.Мордкович, А.А.Саакян. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **20**, 47, (1985).
2. D.Falguere et al. IEEE Trans. Nucl. Sci., **NS-49(6)**, 2782 (2002).
3. К.М.Аматуни, Г.Н.Ерицян, В.А.Саакян и др. Изв. АН Арм. ССР, Физика, **11**, 376, (1976).
4. G.A.Kholodar, V.L.Vinetskii. Phys. Stat. Sol. (a), **30**, 47 (1975)
5. А.А.Асланян Р.А.Мелконян, Г.Н.Ерицян. Препринт КИЯИ-76-23 (1976).
6. Г.А.Абгарян, В.Л.Винецкий, Г.Н.Ерицян. Труды Международной Конф. по радиационной физике полупроводников. Тбилиси, 1979, с.337.

ՃԱՌԱԳԱՅԹԱՀԱՐՄԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՍԻԼԻՑԻՈՒՄԻ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐԻ  
ԷԼԵԿՏՐԱՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՎՐԱ: ԷԼԵԿՏՐԱՀԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ  
ՃԱՌԱԳԱՅԹԱՅԻՆ ԿՈՄՊԵՆՍԱՑԻԱ

Վ.Ա. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Հ.Ն. ԵՐԻՑՅԱՆ

Ուսումնասիրված է ճառագայթային արատների ազդեցությունը սիլիցիումի բյուրեղների էլեկտրաֆիզիկական հատկությունների վրա: Հիմնական ուշադրությունը դարձվում է էլեկտրոնային ճառագայթահարմանը, որը կախված է մեզիայից թույլ է տալիս ստանալու կետային ճառագայթային արատներ և խանգարված տիրույթներ, այսինքն, մոդելավորելու այլ ճառագայթահարման դեպքերը (զամմա, նեյտրոն): Յույց է տրված, որ ճառագայթահարման դոզայից կախված սիլիցիումի էլեկտրոհաղորդականությունը զգալիորեն փոփոխվում է և կարող է տեղի ունենալ նրա կոնվերսիան: Այս դեպքում Ֆերմի-մակարդակը ձգտում է որոշակի սահմանային արժեքի ( $E_v + 0,39$  eV):

INFLUENCE OF IRRADIATION ON THE ELECTROPHYSICAL  
PROPERTIES OF SILICON SINGLE CRYSTALS.  
RADIATION COMPENSATION OF ELECTROCONDUCTIVITY

V.A. SAHAKYAN, H.N. YERITSYAN

The influence of radiation defects on the physical properties of silicon single crystals are studied. Main emphasis was on the electron irradiation which allows one to create point radiation defects and clusters in silicon depending on the irradiation energy, thus, simulating other types of radiation (gamma, neutron). It is shown that the electrical conductivity of silicon is significantly affected by the irradiation dose. At the same time the Fermi level tends to the limiting position of  $E_v + 0,39$  eV.

УДК 539.182

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ ПО ПОВЕРХНОСТИ КАТОДОВ ПЕННИНГОВСКОЙ ТРУБКИ

Г.А. ЕГИАЗАРЯН, Ж.Б. ХАЧАТРЯН, Э.С. БАДАЛЯН,  
Э.И. ТЕР-ГЕВОРКЯН, В.Н. ОГАНЕСЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 17 июля 2005 г.)

Экспериментально исследованы условия формирования продольных потоков электронов в разряде типа Пеннинга. Получены зависимости плотности токов продольных электронов от длины разрядного промежутка на отдельных радиальных участках катода. Представлены радиальные распределения плотности продольных электронных токов по поверхности катодов, в различных условиях динамического режима разряда. Плотность продольных токов в зависимости от условий разряда достигает максимального значения как на центральной, так и на других областях поверхности катода.

В плазменных источниках извлечение электронов в большинстве случаев осуществляется с помощью вытягивающих полей. Однако, в разряде типа Пеннинга, в условиях, когда присутствуют высокочастотные колебания, вместе с уходом дополнительного количества электронов на анод одновременно на катоды самостоятельно попадает значительное количество электронов. Измерение значений энергии электронов, выходящих через центральное отверстие одного из катодов, показывает наличие электронов с аномально большими энергиями [1-5]. В этих работах изучены условия возникновения только осевых (центральных) электронных потоков. Между тем эксперименты показывают, что электроны попадают и на другие области катодов. В настоящей работе исследуются особенности распределения продольных потоков электронов по всей поверхности катода.

Схема разрядной камеры приведена на рис.1. Она помещена в однородном магнитном поле соленоида и представлена цилиндрическим анодом 1, подвижным 2 и неподвижным 3 молибденовыми катодами по обеим сторонам анода. На неподвижном катоде сделана радиальная щель, которая закрывается плотно прижимающейся подвижной полоской, имеющей отверстие диаметром 3 мм. Она перемещается с помощью специального устройства и пропускает через отверстие поток электронов и ионов, попадающих на различные радиальные участки катода. К неподвижному катоду примыкает коллектор 4, внутри которого располагаются сетки 5 и 6. На сетку 5 подается отрицательный потенциал и методом задерживающего потенциала измеряется энергия электронов, а также разделяются электронные и ионные составляющие продольного тока на катод. Чтобы предотвратить возникновение поля сетки 5 в разрядный промежуток, установлена вторая сетка 6. Продольные

токи измеряются электродом 7. Охранный цилиндр 8 находится под потенциалом катодов.

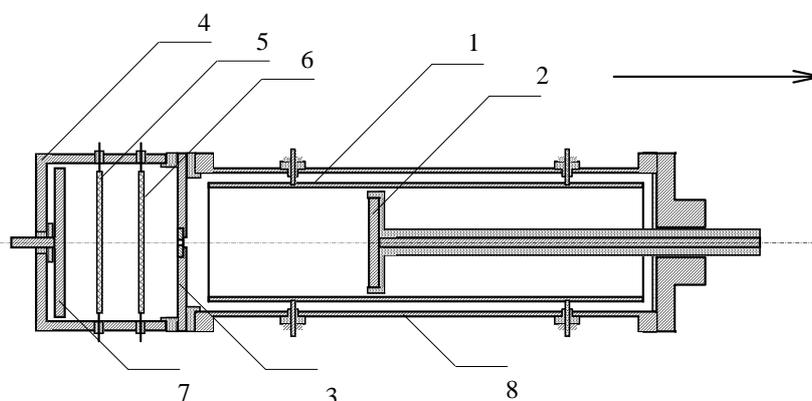


Рис.1. Схема разрядной камеры. 1 – анод; 2 – подвижный катод; 3 – неподвижный катод; 4 – коллектор; 5,6 – сетки; 7 – электрод; 8 – охранный цилиндр.

На рис.2а-г представлены зависимости плотности электронного тока  $j_e$  от длины разрядного промежутка  $\ell_a$ . Параметрами являются анодное напряжение  $U_a$ , магнитная индукция  $B$  и давление остаточного газа  $P$ . Электронные потоки на катоды очень чувствительны к изменениям значений внешних параметров разряда, особенно, к изменениям длины анода  $\ell_a$ . На всех радиальных участках катода ( $r = 0 \div 12$  мм), куда попадают электроны, кривые зависимости плотности тока  $j_e(\ell_a)$  имеют по одному резко выраженному максимуму, которые возникают в случае коротких анодов ( $\ell_a = 2.5 \div 3.5$  см).

Механизмы образования и направления на катоды электронов и ионов существенно отличаются. Контрольные измерения показывают, что в условиях попадания больших потоков электронов на различные участки катодов, стационарный разрядный ток переходит в переменный и в разряде присутствуют диокотронные колебания [2-4]. Анализ зависимостей основных характеристик, а также ВЧ-спектрограмм разряда показывает, что полученные результаты соответствуют условиям динамического режима горения разряда и появление больших потоков электронов на различные, в том числе и дальние участки катодов связано с "выталкиванием" электронов из неустойчивого прианодного электронного слоя большой концентрации. С внутренней поверхности слоя электроны выбрасываются в сторону оси разряда и по силовым линиям магнитного поля направляются к катодам. Одновременно с торцов выжимаемого слоя также образуется электронный поток, идущий непосредственно к катодам. Именно эти процессы обеспечивают образование и попадание большого электронного потока не только на центральные, но и на другие области поверхности катода.

Источниками продольных потоков электронов являются: 1) электроны, выброшенные из внутренней поверхности неустойчивого слоя, 2) электроны, выжимаемые от торцов электронного слоя, 3) сгустки продольно осциллирующих приосевых электронов, модулированные переменным радиальным полем, 4)  $u$ -электроны (электроны, эмитированные из поверхности катодов при бомбардировке их положительными ионами).

При  $\ell_a > 4.5$  см отсутствуют первые три причины возникновения продольного потока и электронный ток на катод ничтожно мал. При длинных анодах, в условиях отсутствия неустойчивого электронного слоя радиальная ионизация существенно ослаблена и роль продольной ионизации, не зависящей от  $B$ , растет. Небольшое количество электронов, попадающих только на центральные участки катодов ( $r = 0-6$  мм), является следствием усиления  $u$ -процессов из-за увеличения продольной, в основном, приосевой ионизации (рис.2а-г).

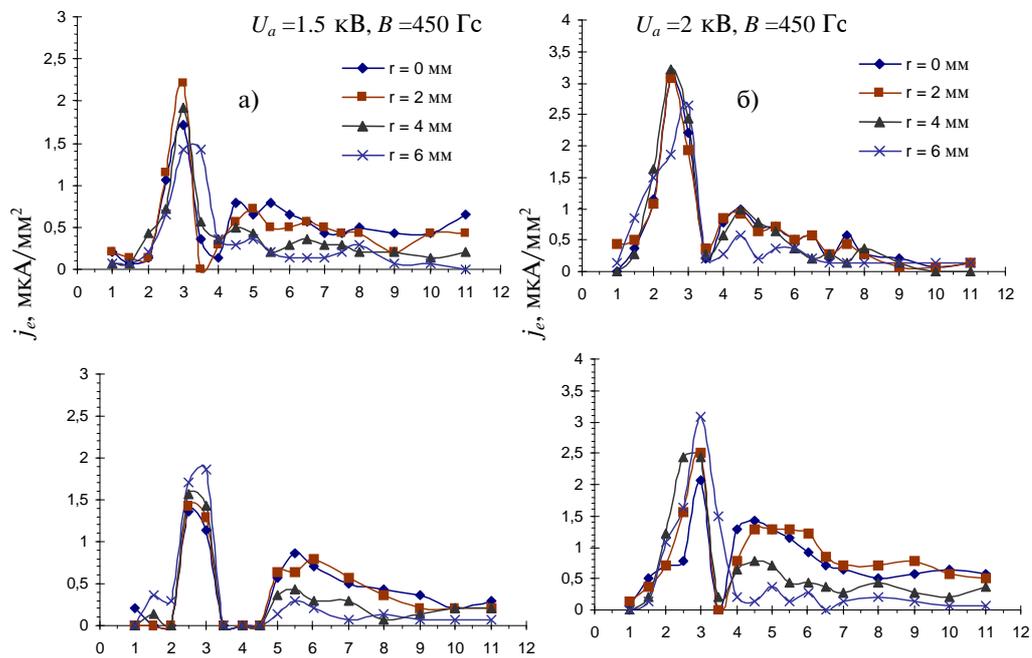
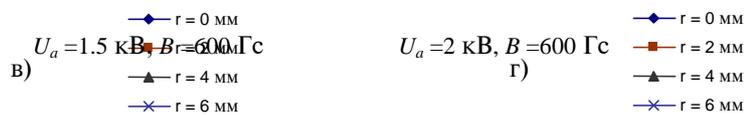


Рис.2. Зависимости плотности продольного электронного тока  $j_e$  от длины разрядного



промежутка  $\ell_a$ . Рабочий газ – воздух.  $P=5 \cdot 10^{-5}$  Торр, а)  $U_a=1.5$  кВ,  $B=450$  Гс; б)  $U_a=2$  кВ,  $B=450$  Гс; в)  $U_a=1.5$  кВ,  $B=600$  Гс; г)  $U_a=2$  кВ,  $B=600$  Гс.

$\ell_a$ , см  
150

Электронный поток может иметь значительное сечение и попадать на большую часть поверхности катода. Также возможны условия, когда максимальный электронный поток попадает не на центр катода, а на другие, даже далекие радиальные участки его поверхности (рис.3а-г). Здесь представлены кривые распределения токов электронных потоков по поверхности катода  $j_e(r)$  только для коротких анодов, поскольку в длинных разрядных промежутках ( $\ell_a > 4,5$  см) электронный поток на катод незначительный. В условиях  $\ell_a > 4,5$  см диокотронная неустойчивость отсутствует и поток электронов на центральные участки катода обусловлен начальными скоростями  $y$ -электронов. Об этом свидетельствует и слабая зависимость  $j_e$  от  $B$  и  $\ell_a$ , а также полное отсутствие таких электронов на периферии катода ( $r > 8$  мм) (рис.3а-г). Видно, что при коротких анодах значительные электронные потоки могут попадать как на центральные ( $0 < r < 4$  мм), так и на средние ( $4 < r < 10$  мм) области поверхности катода. Более того, в некоторых режимах максимальный электронный поток попадает не на центральные, а на средние радиальные участки. На периферийные участки ( $r > 12$  мм) электроны практически не попадают.

На рис.3б,в видно, что центральный электронный поток на катод достаточно равномерно распределен по  $r$  или может занимать большую площадь катода. При  $U_a = 2$  кВ,  $B = 450$  Гс плотность электронного тока достигает максимума  $j_{e,max} \approx 3,1$  мкА/мм<sup>2</sup> на центральной области катода  $0 < r < 4$  мм при длине анода  $\ell_a = 2,5$  см, а при тех же значениях  $U_a$  и  $B$   $j_{e,max} \approx 2,1$  мкА/мм<sup>2</sup> на средней радиальной области  $r = 10$  мм, при  $\ell_a = 3,5$  см. В условиях  $U_a = 2$  кВ,  $B = 600$  Гс максимальная плотность электронного тока ( $j_{e,max} \approx 3,1$  мкА/мм<sup>2</sup>) достигается на радиальных участках  $r = 6$  и  $8$  мм при длинах анода  $\ell_a = 3$  и  $3,5$  см.

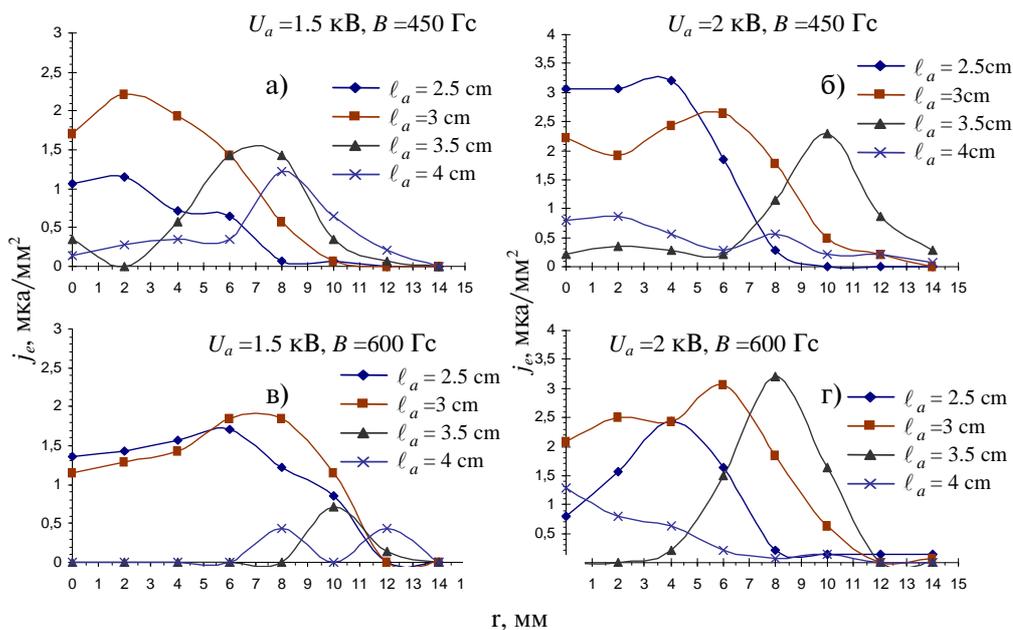


Рис.3. Зависимости плотности продольного электронного тока  $j_e$  от расстояния до центра катода  $r$ . Рабочий газ – воздух.  $P = 5(10^{-5})$  Торр, а)  $U_a = 1.5$  кВ,  $B = 450$  Гс; б)  $U_a = 2$  кВ,  $B = 450$  Гс; в)  $U_a = 1.5$  кВ,  $B = 600$  Гс; г)  $U_a = 2$  кВ,  $B = 600$  Гс.

Увеличение  $U_a$  сопровождается ростом  $j_e$  на всех радиальных участках. Однако при увеличении магнитной индукции от 450 до 600 Гс на центральных участках катода ( $r = 0 \div 4$  мм) электронные потоки уменьшаются, а на средних участках, наоборот, растут (рис.2,3). Во втором режиме разряда с ростом  $B$  электронное облако сжимается, плотность замагниченного заряда в нем растет. В результате, несмотря на уменьшение общей ионизации (разрядного тока), количество и скорость "выброшенных" из неустойчивого слоя электронов на отдельные радиальные участки катодов не только не уменьшается, но и растет. Из кривых рис.2,3 видно, что растет и сумма токов всех радиальных участков, т.е. полный электронный ток  $I_{e.tot.}$ . Значительно обогащенные спектрограммы ВЧ-колебаний также подтверждают, что в этих условиях плотность электронного слоя растет.

При  $B = 450$  Гс,  $U_a = 2$  кВ полный поток электронов на всю радиальную полосу катода равен  $I_{e.tot.} = 82$  мкА, причем больше половины электронного потока попадает на центральную часть катода. При  $B = 600$  Гс на центральной области катода достигает меньшее, а на средние участки большее количество электронов. В этих условиях регистрируется максимальный поток электронов на всю радиальную полосу:  $I_{e.tot.} = 88$  мкА.

Полный электронный поток на всю радиальную полосу катода, а также большинство электронных потоков, попадающих на его отдельные радиальные участки, принимают наибольшие значения в условиях  $\ell_a = 2.5 \div 3.5$  см. За этим интервалом полные электронные потоки незначительны. Эти результаты объясняются вышеизложенным механизмом формирования и попадания на катоды интенсивных электронных потоков. При изменении длины анода от 3 до 4 см прианодные радиальное электрическое поле  $E_r$  и концентрация электронов  $n_e$  уменьшаются, интенсивность диокотронной неустойчивости падает, электронные выбросы в сторону оси и к катодам ослабляются, полный электронный ток резко уменьшается. В итоге большинство электронов не достигает оси разряда и попадает на средние радиальные участки катода (рис.3). Об этом свидетельствуют и спектрограммы ВЧ-колебаний, снятые с разрядного тока: при  $\ell_a = 3$  см спектр ВЧ-колебаний резко обогащается, амплитуды растут. В условиях же  $\ell_a > 4$  см этот спектр полностью исчезает.

Электронный поток на всю радиальную полосу существенно зависит от  $U_a$ : увеличение анодного напряжения от 1.5 до 2 кВ (в 1.25 раза) сопровождается ростом  $I_{e.tot.}$  от 55 до 90 мкА (в 1.6 раза). С ростом  $U_a$  общая ионизация и удержанный магнитным полем электронный пространственный заряд растут. Соответственно растет и  $I_{e.tot.}$ , поскольку источником основной части продольных электронов является замагниченный электронный слой. С ростом же магнитной индукции  $B$ , как отмечено выше для электронных потоков на отдельные радиальные участки катода, полный электронный ток на катод также несколько растет.

Таким образом, экспериментально исследовано распределение плотности продольного электронного потока на катоды пеннинговской трубки. Получены кривые  $j_e(r)$  для различных условий динамического режима разряда. Показано, что пучки продольных потоков могут быть как узкими, так и иметь достаточно большие сечения. Интенсивные электронные потоки возникают только в коротких трубках и могут попадать как на центральные, так и на другие области катодов. Полученные результаты подтверждают предложенный нами механизм возникновения, формирования и попадания продольных

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ю.Е.Крейндель.** Плазменные источники электронов. М., Атомиздат, 1977.
2. **Р.П.Баберцян, Э.С.Бадалян, Г.А.Егиазарян, Э.И.Тер-Геворкян.** Изв. НАН Армении, Физика, **34**, 183 (1999).
3. **G.A.Egiazaryan, E.S.Badalyan, E.I.Ter-Gevorgyan, V.N.Hovhannisyan.** Proc. XIII Inter. Conf. on Gas Discharges and their Applications, Glasgow, 2000, vol.2, p.671.
4. **Г.А.Егиазарян, Ж.Б.Хачатрян, Э.С.Бадалян, Э.И.Тер-Геворкян, В.Н.Оганесян.** Изв. НАН Армении, Физика, **36**, 44 (2001).
5. **В.Н.Бориско, А.А.Петрушеня.** ЖТФ, **73**, 86 (2003).

ՊԵՆՆԻՆԳՅԱՆ ԽՈՂՈՎԱԿԻ ԿԱՏՈՂՆԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՎՐԱ ԵՐԿԱՅՆԱԿԱՆ  
ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՀՈՍՔԵՐԻ ԲԱՇԽՈՒՄԸ

Գ.Ա. ԵՂԻԱԶԱՐՅԱՆ, Ժ.Բ. ԽԱԶԱՏՐՅԱՆ, Է.Ս. ԲԱԴԱԼՅԱՆ,  
Է.Ի. ՏԵՐ-ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Վ.Ն. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Փորձարարական եղանակով հետազոտված են Պեննինգի տիպի պարպման մեջ երկայնական էլեկտրոնային հոսքերի ձևավորման պայմանները: Ստացված են երկայնական էլեկտրոնային հոսքերի խտության կախվածությունները պարպումային միջակայքի երկարությունից կատոդի առանձին շառավղային տեղամասերի վրա: Ներկայացված են կատոդի մակերևույթով երկայնական էլեկտրոնային հոսանքների խտությունների շառավղային բաշխումները պարպման դինամիկ ռեժիմի տարբեր պայմաններում: Երկայնական հոսանքների խտությունը պարպման պայմաններից կախված հասնում է առավելագույն արժեքի ինչպես կատոդի կենտրոնական, այնպես էլ նրա մակերևույթի այլ տեղամասերի վրա:

DISTRIBUTION OF LONGITUDINAL ELECTRON FLOWS  
ON THE SURFACE OF PENNING TUBE CATHODES

G.A. EGIAZARYAN, ZH.B. KHACHATRIAN, E.S. BADALYAN,  
E.I. TER-GEVORGYAN, V.N. HOVHANNISYAN

Conditions of formation of longitudinal electron flows in a discharge of the Penning type are studied experimentally. Dependences of the current density of longitudinal electrons on the length of a discharge gap for separate radial sections of the cathode are obtained. Radial distributions of the density of longitudinal electron currents on the surface of cathodes, under various conditions of the dynamic regime of the discharge, are presented. The density of longitudinal currents depending on the discharge conditions attains a peak value both on the central and other areas of the cathode surface.

УДК 539.2

## **К ОБРАЗОВАНИЮ ОКРУЖНОСТЕЙ НА КИКУЧИ-ЭЛЕКТРОНОГРАММАХ**

Р.К. КАРАХАНИЯН, К.Р. КАРАХАНИЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 20 июня 2005 г.)

Получены кикучи-электронограммы кремния, содержащие окружности большого радиуса. Показано, что эти окружности обусловлены одномерной дифракцией электронов, имеющей место при их осевом каналировании в кристалле кремния.

Как известно, на кикучи-электронограммах, кроме прямых черно-белых пар линий, могут наблюдаться, в частности, и сплошные окружности. В соответствии с [1], эти окружности являются огибающими кикучи-линий, т.е. сами составлены из прямых кикучи-линий. В отличие от этого, в [2-4] по дифракционным картинам, полученным съемкой на отражение, а в [5] теоретически, образование окружностей объяснено одномерной дифракцией электронов при их каналировании вдоль линейной атомной цепочки. Благодаря указанному осевому каналированию электронов, трехмерная периодичность кристаллической решетки сводится к эффективной одномерной. Дифракция на одномерной периодичности ведет к образованию серии конусов с осью, совпадающей с атомным рядом [6]. Пересечение таких конусов дифрагированных электронов с экраном даст окружности или эллипсы в зависимости от угла между атомным рядом и электронным пучком. Отметим, что образование окружностей при одномерной дифракции электронов можно объяснить и на основе пересечения узлов обратной решетки атомного ряда, являющихся эквидистантными плоскостями (так называемые обратные пластины), со сферой отражения [4].

В связи с наличием двух различных объяснений (кикучи-огибающие и одномерная дифракция) образования окружностей целью настоящей работы является получение новых экспериментальных данных для выяснения природы возникновения этих окружностей. Для этого, в отличие от [2-4], кикучи-электронограммы нами были получены съемкой на прохождение. Это позволило изменять угол между образцом и внешним электронным пучком в более широких пределах, чем в [2-4], и исследовать зависимость образования окружностей от величины указанного угла. Укажем, что дифракционные картины на отражение уже при небольшом изменении ориентации образца относительно электронного пучка исчезают, что является особенностью и определенным недостатком метода съемки электронограмм на отражение [6].

Образцами для исследований служили тонкие монокристаллы кремния, полученные из массивных образцов методом химического травления. Кикучи-электронограммы на прохождение были получены на электронографе ЭГ-100М при ускоряющем напряжении 100 кВ и падении первичного электронного пучка вблизи оси [111] кристалла кремния.

Тонкие кристаллы ( $\approx 50$  нм) кремния дали электронограммы с точечными отражениями, без кикучи-линий и окружностей. На рис.1 приведена кикучи-электронограмма более толстого ( $\approx 100$  нм) кристалла кремния с кикучи-линиями и окружностью, полученная при угле около  $1^\circ$  между первичным электронным пучком и осью зоны [111]. Одновременное отсутствие на электронограммах тонких образцов кремния кикучи-линий и окружностей ясно указывает, в соответствии с [2-5], что окружности формируются неупруго рассеянными электронами, участвующими в образовании кикучи-картин. В тонких образцах интенсивность неупруго рассеянных электронов мала, и поэтому их электронограммы содержат лишь точечные отражения.

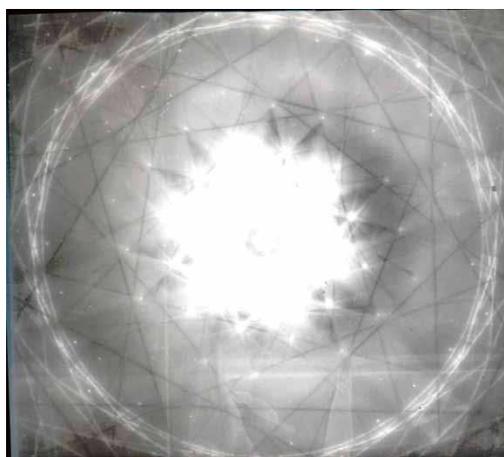


Рис.1 Кикучи-электронограмма кремния с окружностью.

Если принять, что окружность на рис.1 является, в соответствии с [1], огибающей прямых кикучи-линий, то при изменении угла между образцом и внешним электронным пучком эта окружность должна лишь смещаться, не видоизменяясь и не исчезая с экрана электронографа до выхода за его пределы. Но проведенные наблюдения однозначно показали, что при угле между осью зоны [111] и первичным пучком, большим чем  $1,2^\circ$ , окружность более не наблюдается, хотя при этом геометрически она не выходит за пределы экрана. Следовательно, окружность на рисунке не может являться огибающей кикучи-линий.

Если окружность является следствием одномерной дифракции, то исходя из известного условия Лауэ для дифракции на атомной цепочке [6], из электронограммы легко найти экспериментальное значение постоянной одномерной решетки  $a = 0,94$  нм, что очень близко к известной постоянной кристаллической решетки кремния вдоль оси [111]  $a = 0,9406$

нм. Если ось зоны [111] не перпендикулярна плоскости экрана, то окружность вырождается в эллипс, что и наблюдается на приводимой электронограмме.

Согласно [3-5], для получения в трехмерном кристалле одномерной дифракции должно иметь место каналирование электронов. В нашем случае неупруго рассеянные электроны при каналировании вдоль оси [111] кристалла кремния подвергаются одномерной дифракции с образованием окружностей. Приводимая на рисунке электронограмма по сути представляет собой наложение двух дифракционных картин: кикучи-линий и окружности. Кикучи-линии образовались вследствие трехмерной дифракции электронов, а окружности – вследствие одномерной дифракции. Если учесть, что каналирование электронов является условием осуществления одномерной дифракции в объемном кристалле, то становится ясной причина исчезновения окружности при угле между электронным пучком и осью зоны [111], большим  $1,2^\circ$ . Действительно, в соответствии с теорией каналирования заряженных частиц [7], каналирование имеет место в случае, когда угол между направлением движения частиц и осью канала не превосходит значения критического угла, ибо в противном случае частицы выходят за пределы канала. При каналировании электронов с энергией 100 кэВ вдоль оси [111] кристалла кремния критический угол каналирования, в соответствии с [7], равен  $1,3^\circ$ . Если учесть, что точность измерения углов по кикучи-картинам равна  $0,1^\circ$  [1], то имеется хорошее согласие между теоретическим и экспериментально измеренным значением критического угла каналирования.

Таким образом, съемкой кикучи-электронограмм на прохождение показано, что наблюдаемые на них сплошные окружности не являются кикучи-огигающими, а обусловлены одномерной дифракцией электронов при их осевом каналировании в монокристаллическом образце.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **P.Hirsh, A.Howie, R.Nicholson, D.Pashley, M.Whelan.** Electron microscopy of thin crystals. Malabar, Krieger, 1977.
2. **A.G.Emslie.** Phys. Rev., **45**, 43 (1934).
3. **L.-M.Peng, J.M.Cowley, N.Yao.** Ultramicroscopy, **26**, 189 (1988).
4. **N.Yao, J.M.Cowley.** Ultramicroscopy, **31**, 149 (1989).
5. **С.Л.Дударев.** Письма в ЖЭТФ, **53**, 112 (1991).
6. **З.Г.Пинскер.** Дифракция электронов. М.-Л., изд. АН СССР, 1949.
7. **Й.Линдхард.** УФН, 99, 249 (1969).

ԿԻԿՈՒՉԻ-ԷԼԵԿՏՐՈՆԱԳՐԵՐԻ ՎՐԱ ՇՐՋԱՆԱԳԾԵՐԻ  
ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ռ.Կ. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ, Կ.Ռ. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ

Միլիցիումի բարակ թաղանթների անցումային եղանակով ստացված արագ էլեկտրոնների դիֆրակցիոն կիկուչի-պատկերների միջոցով ցույց է տրված, որ այդ պատկերներում դիտվող շրջանագծերը պայմանավորված են էլեկտրոնների միաչափ դիֆրակցիայով, որը տեղի է ունենում ատոմների գծային շարքի երկայնքով էլեկտրոնների կանալավորման ընթացքում:

FORMATION OF CIRCLES IN KIKUCHI PATTERNS

R.K. KARAKHANYAN, K.R. KARAKHANYAN

By means of transmission high-energy electron diffraction from films of silicon single crystal the continuous circles in the Kikuchi patterns are obtained. It is shown that these circles are caused by the one-dimensional electron diffraction arising at the axial channeling of electrons along rows of atoms.

## К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале печатаются статьи и краткие сообщения авторов по всем разделам современной физики на русском и армянском языках. Редакция просит авторов при направлении статей придерживаться следующих правил.

1. Статьи, поступающие в редакцию, должны иметь направление от учреждения, в котором выполнена работа, а также акт экспертизы. Название учреждения приводится перед текстом статьи после фамилий авторов.

2. Объем каждой статьи не должен превышать 10 страниц, а краткого сообщения – 3 страниц текста и 2 рисунков. Работы необходимо представлять в двух экземплярах, отпечатанных на машинке или на принтере через 2 интервала.

3. Тексту каждой статьи предшествует индекс УДК, проставленный в левом верхнем углу. Непосредственно перед текстом статьи или краткого сообщения после заглавия помещается аннотация. К работам, представленным на русском языке, должны быть приложены резюме на армянском и английском языках.

4. Следует ограничиваться минимальным количеством рисунков и фотографий. Их размеры не должны превышать 10×15 см. Они должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте рисунков необходимо указать фамилии авторов, название статьи и номер рисунка. Подписи к рисункам должны быть собраны на отдельном листе.

5. Цитируемая литература должна даваться общим списком в конце статьи. В тексте ссылка приводится цифрой в прямых скобках в порядке упоминания в статье. В списке литературы необходимо указать: для книг – инициалы и фамилию автора, название книги, место издания, издательство, год издания; для периодических изданий – инициалы и фамилию автора, название журнала, том, номер выпуска, первую страницу и год издания.

6. Статья должна быть подписана всеми авторами. Необходимо также приложить точный адрес, фамилию, имя, отчество автора и адрес учреждения, где выполнена работа.

7. В случае возвращения автору его рукописи для доработки датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

8. Редакция посылает автору одну корректуру. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в течение суток с момента ее получения.

Статьи, в которых не соблюдены указанные правила, к рассмотрению приниматься не будут.

Адрес редакции "Известий НАН Армении, Физика": Республика Армения, 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г. Тел. 56-80-67.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Չ.Ռ.Մկրտչյան. Բրանների փոքր խմբերը (1+9) չափայնությունում . . . . .	83
Ռ.Ս.Սովսեսյան. 2D թունելային համակարգի էներգիական սպեկտրը . . . . .	87
Է.Դ.Գազազյան, Տ.Ա.Հարությունյան. Էլեկտրամագնիսական տատանումների դասակարգումը տորոիդային ռեզոնատորներում . . . . .	91
Է.Ա.Չակոբյան, Գ.Գ.Մաթևոսյան, Ռ.Ա.Գևորգյան. Անշարժ լիցքի էկրանացումը համասեռ էլեկտրական դաշտում գտնվող պլազմայում . . . . .	99
Տ.Գ.Նավասարդյան. Մագնիսական սպեկտրաչափերի ժամանակային լուծողականության վերլուծությունը . . . . .	104
Վ.Գ.Բաքաջանյան, Գ.Գ.Դեմիրխանյան, Է.Պ.Կոկանյան, Ռ.Բ.Կոստանյան. $\text{NaBi}(\text{WO}_4)_2\text{Yb}^{3+}$ բյուրեղի սպեկտրադիտական հատկությունները . . . . .	113
Մ.Գ.Բարսեղյան, Ա.Խ.Մանասեյան, Ա.Ա.Կիրակոսյան. Լույսի միջենթագոտիական կլանումն ուղուցիկ հատակով քվանտային լարում մագնիսական դաշտում . . . . .	120
Ա.Ա.Շաթվերյան. Բարձր դիմադրություն ունեցող տվիչների ցածրհաճախային աղմուկների չափման սարքավորում . . . . .	129
Ա.Ա.Սարկոսյան. Դեզրադացիոն երևույթները մոլիբդենի երկօքսիդի նանոչափ ամորֆ փոշում . . . . .	134
Վ.Ա.Սահակյան, Գ.Ն.Երիցյան. Ճառագայթահարման ազդեցությունը սիլիցիումի բյուրեղների էլեկտրաֆիզիկական հատկությունների վրա: Էլեկտրահաղորդականության ճառագայթային կոմպենսացիա . . . . .	140
Գ.Ա.Եղիազարյան, Ժ.Բ.Խաչատրյան, Է.Ս.Բաղդյան, Է.Ի.Տեր-Գևորգյան, Վ.Ն.Գովհաննիսյան. Պենինգյան խողովակի կատոդների մակերևութի վրա երկայնական էլեկտրոնային հոսքերի բաշխումը . . . . .	148
Ռ.Կ.Կարախանյան, Կ.Ռ.Կարախանյան. Կիկուչի-էլեկտրոնագրերի վրա շրջանագծերի առաջացման վերաբերյալ . . . . .	154

CONTENTS

H.R.Mkrtechyan. Little groups of branes at (1+9)D. . . . .	83
R.M.Movsesyan. Energy spectrum of a 2D tunneling system. . . . .	87
E.D.Gazazyan, T.A.Harutyunyan. Classification of electromagnetic oscillations in a toroidal cavity. . . . .	91
E.A.Hakobyan, H.H.Matevosyan, R.A.Gevorkyan. Shielding of an immovable charge in plasma placed in a uniform electric field. . . . .	99
T.H.Navasardyan. Analysis of time resolution of magnetic spectrometers. . . . .	104
V.G.Babajanyan, G.G.Demirkhanyan, E.P.Kokanyan, R.B.Kostanyan. Spectroscopic properties of a $\text{NaBi}(\text{WO}_4)_2\text{Yb}^{3+}$ crystal. . . . .	113
M.G.Barseghyan, A.Kh.Manaselyan, A.A.Kirakosyan. Intersubband absorption in a semiconductor quantum wire with convex bottom in a magnetic field. . . . .	120
A.A.Shatveryan. Apparatus for measurement of low-frequency noises of high-resistance sensors. . . . .	129
A.S.Markosyan. Degradation phenomena in nanosize amorphous powder of molybdenum dioxide. . . . .	134
A.V.Sahakyan, H.N.Yeritsyan. Influence of irradiation on the electrophysical properties of silicon single crystals. Radiation compensation of electroconductivity. . . . .	140
G.A.Egiazaryan, Zh.B.Khachatryan, E.S.Badalyan, E.I.Ter-Gevorgyan, V.N.Hovhannisyan. Distribution of longitudinal electron flows on the surface of Penning tube cathodes. . . . .	148
R.K.Karakhanyan, K.R.Karakhanyan. Formation of circles in kikuchi patterns. . . . .	154

## СОДЕРЖАНИЕ

Г.Р.Мкртчян. Малые группы бран в $(1+9)D$ .....	83
Р.М.Мовсесян. Об энергетическом спектре туннельной 2D-системы....	87
Э.Д.Газазян, Т.А.Арутюнян. Классификация электромагнитных колебаний в тороидальном резонаторе.....	91
Э.А.Акопян, Г.Г.Матевосян, Р.А.Геворкян. Экранировка неподвижного заряда в плазме в однородном электрическом поле.....	99
Т.Г.Навасардян. Анализ временного разрешения магнитных спектров.....	104
В.Г.Бабаджанян, Г.Г.Демирханян, Э.П.Коканян, Р.Б.Костанян. Спектроскопические свойства кристалла $\text{NaBi}(\text{WO}_4)_2:\text{Yb}^{3+}$ .....	113
М.Г.Барсегиан, А.Х.Манаселян, А.А.Жираксян. Межподзонное поглощение света в квантовой проволоке с выпуклым дном в магнитном поле.....	120
А.А.Шатверян. Установка для измерения низкочастотных шумов высокоомных сенсоров.....	129
А.С.Маркосян. Деградационные явления в наноразмерном аморфном порошке двуокиси молибдена.....	134
В.А.Саакян, Г.Н.Ерицян. Влияние облучения на электрофизические свойства монокристаллов кремния. Радиационная компенсация проводимости.....	140
Г.А.Егиазарян, Ж.Б.Хачатрян, Э.С.Бадалян, Э.И.Тер-Геворкян, В.Н.Оганесян. Распределение продольных электронных потоков по поверхности катодов пеннинговской трубки.....	148
Р.К.Караханян, К.Р.Караханян. К образованию окружностей на кичу-чи-электронограммах.....	154

Тираж 150. Сдано в набор 22.02.2006.

Подписано к печати 10.03.2006. Печ. л. 5.

Бумага офсетная. Цена договорная.

Типография НАН РА.

375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.