

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

Том 93 № 1

1992

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. թեկնածու (պատ. ֆաբուլոլար), է. Գ. ԱՅՐԻՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Թ. ԲԱՐՍԱՆ, Հայաստանի ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆԵՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱ թղթ. անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Դ. ՄԽԻԹԱՐՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱ թղթ. անդամ, Դ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱ ակադեմիկոս, Դ. Մ. ՍԵՂՈՒՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Մ. Լ. ՏԵՐՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՉԱՆԱՐՋՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱ ակադեմիկոս:

Յ. Ա. ԱՄԲԱՐՇՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկ, Դ. Ա. ԱՐՅՈՒՄԱՆՅԱՆ, կանդ. տեխ. նաւք (օտւ. սեքրետար), Յ. Դ. ԱՓՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՊ Արմենի, Ա. Դ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՊ Արմենի, Ա. Ա. ԴԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՊ Արմենի, Յ. Օ. ԿԱԶԱՐՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՊ Արմենի (զաւ. օտւ. ռեդաքտօր), Յ. Դ. ՄԽԻԿԱՐՅԱՆ, շլ.-կօրր. ԱՊ Արմենի, Դ. Տ. ՏԱԱԿՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՊ Արմենի, Դ. Մ. ՏԵԴՐԱԿՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՊ Արմենի (օտւ. ռեդաքտօր), Ա. Ա. ԴԱԼԱԼՅԱՆ, շլ.-կօրր. ԱՊ Արմենի, Մ. Լ. ԴԵՐՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՊ Արմենի, Յ. Յ. ՓԱՆԱՐԴՅԱՆ, ակադեմիկ ԱՊ Արմենի.

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ԵՐԵՎԱՆ

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ ՈՒԹ Յ ՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Ս. Սարգսյան—Լերնգի ֆունկցիաները և Ֆուրյեի շարքերի տարամիտությունը	3
Ա. Ա. Ալեքանյան, Ռ. Կ. Սերոբյան—Վերջավոր դաշտում քառակուսային հավասարումների հետ կապված ծածկույթներ	6
Ա. Ա. Անդրյան—Ծղրային խնդիրներ երկնիստ անկյուններում բարձր կարգի ածանցյալի նկատմամբ չլուծված մասնակի ածանցյալներով հավասարման համար	11

ՀԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Հ. Բ. Ներսիսյան, Գ. Ո. Աղեկյան—Տյուպլիցյան տիպի մատրիցներով համակարգերի լուծման վեկտորացված ալգորիթմներ	17
---	----

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Յու. Ա. Անտիպով, Ն. Խ. Հաբուրյուկյան—Անհամասեռ պատման մարմինների ոլորման դեպքում համապատասխանության սկզբունքի մասին	23
Վ. Ս. Տոնոյան, Ն. Ս. Մելիումյան—Կիսահարթության եզրից սկսվող ուղղաձիգ ճառով առաձգական կիսահարթության համար հակահարթ կոնտակտային խնդիր	28

ՄՈԼԵԿՈՒԼՅԱՐ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ. Ա. Զաֆադյան, Մ. Ա. Պողոսյան—Բջջում օլիգոնուկլեոտիդային մոլեկուլների թաղանթային տեղափոխման մեխանիզմը	33
--	----

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Է. Ա. Հովհաննիսյան—Ուղեղիկի կենտրոնական կորիզների նեյրոնների ֆոնային ակտիվությունը	38
Վ. Լ. Գոբոզեով, Վ. Բ. Ֆանարչյան—Կեղևային ազդանշաններին տրվող կարմիր կորիզ-ողնուղեղային նեյրոնների արագ պատասխանները	42
Վ. Ե. Ադամյան, Ռ. Ս. Հակոբյան, Ռ. Բ. Ալավերդյան, Հ. Լ. Մաքսադյան, Հ. Խ. Մելիքանյան, Ս. Ռ. Ներսիսյան, Վ. Հ. Սարգսյան, Ն. Վ. Թաթիրյան—Մարդու կողմից ուղղորդված լուսային իմպուլսների ճառագայթման հայտնաբերումը	43

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- А. С. Саргсян — Функции Лебега и расходимость рядов Фурье 3
- А. А. Алексанян, Р. К. Серобян — Покрытия, связанные с квадратичными
над конечным полем уравнениями 6
- А. А. Андриян — Граничные задачи в двугранных углах для уравнений
в частных производных, не разрешенных относительно старшей производной 11

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

- А. Б. Нерсисян, Г. В. Агекян — Векторизованные алгоритмы решения
систем с матрицами теплицева типа 17

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- Ю. А. Антипов, Н. Х. Арутюнян — О принципе соответствия при кручении
неоднородных тел вращения 23
- В. С. Тоноян, Н. С. Мелкумян — Антиплоская контактная задача для
упругой полуплоскости с вертикальной трещиной, идущей от границы
полуплоскости 28

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

- Р. А. Захарян, М. А. Погосян — Мембранный механизм переноса молекул
слизонуклеотидов в клетку 33

ФИЗИОЛОГИЯ

- Э. А. Оганесян — Фоновая импульсная активность нейронов центральных
ядер мозжечка бодрствующей кошки 38
- В. Л. Городнов, В. В. Фанарджян — Быстрые реакции рубро-спинальных
нейронов на корковые сигналы 42
- В. Е. Адамян, Р. С. Акопян, Р. Б. Аганердян, А. Л. Маркарян, Г. Х.
Мелконян, С. Р. Нерсисян, В. А. Саркисян, Н. В. Табирян — Импульсное направ-
ленное световое излучение человека 44

CONTENTS

MATHEMATICS

- A. S. Sargslan* — Lebesgue functions and divergence of Fourier series 3
- A. A. Alexanian, R. K. Serobian* — Covers concerned with the quadratic over finite field equations 6
- A. A. Andrian* — The boundary value problem in angle dihedral for partial differential equations unsolvable by means of a high derivative 11

COMPUTER MATHEMATICS

- H. B. Nersessian, G. V. Agekian* — The parallel algorithms for solving of systems with matrices of Toeplitz type 17

THEORY OF ELASTICITY

- Yu. A. Antipov, N. Kh. Arutyunian* — On the correspondence principle for inhomogeneous axially symmetrical bodies under tension 23
- V. S. Tonoyan, N. S. Melkoumian* — An antiplane elastostatic problem for an elastic half-plane with a vertical crack, starting from the boundary of the half-plane 28

MOLECULAR BIOLOGY

- B. A. Zakharian, M. A. Pogosian* — Membrane mechanism of transport of oligonucleotides into cell 33

PHYSIOLOGY

- E. A. Hovhannissian* — The Neuronal background activity of the cerebellar central nuclei in alert cat 38
- V. L. Gorodnov, V. V. Fanardjan* — Fast reactions of rubrospinal neurons to cortical signals 42
- V. E. Adamyan, R. S. Akopian, R. V. Alaverdian, H. L. Margarian, G. Kh. Melkontian, S. R. Nersisyan, V. A. Sarkisian, N. V. Tabirian* — Observation of directed light pulses emitted from the human body 45

Сдано в набор 20.05.1991 г. Подписано к печати 19.06.1992 г.

Формат 70 × 108^{1/16}. Бумага № 1, сыктывкарская. Высокая печать. Печ. лист 3.0.

Усл. печ. л. 4.2. Усл. кр. отт. 4.2. Учет. изд. л. 3.32. Тираж 435. Заказ № 71.

Издат. № 7964. Цена 1 р 10 к.

Адр. ред.: 375019. Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24 г, III эт., к. 13, т. 27-36-95

Издательство Академии наук Армении, 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24 г.

Типография Издательства Академии наук Армении, 375019, Ереван,
пр. Маршала Баграмяна, 24.

УДК 517.5

А. С. Саргсян

Функции Лебега и расходимость рядов Фурье

(Представлено чл.-корр. АН Армении А. А. Талаляном 27/III 1991)

В вопросах изучения сходимости и расходимости рядов Фурье по ортонормальным системам (ОНС) важную роль играют функции Лебега, определяемые следующим образом:

$$L_n(x) = \int_0^1 \left| \sum_{k=1}^n \varphi_k(x) \varphi_k(t) \right| dt, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

Эти функции были введены А. Лебегом (см. ⁽¹⁾, с. 86—88), который исследовал их влияние на расходимость рядов Фурье

$$f \sim \sum_{n=1}^{\infty} C_n \varphi_n(x), \quad C_n = \int_0^1 f(x) \varphi_n(x) dx. \quad (2)$$

Хорошо известен результат С. Качмажа ⁽²⁾ о том, что если для некоторой ОНС $\Phi = \{\varphi_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ имеет место следующее условие:

$$L_n(x) < C, \quad x \in G, \quad G \subset [0, 1], \quad |G| > 0, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (3)$$

то для произвольной функции из $L^2[0, 1]$ ее ряд Фурье по системе Φ сходится почти всюду на множестве G .

В частности, если выполнено условие

$$L_n(x) < C, \quad x \in [0, 1], \quad n = 1, 2, \dots, \quad (4)$$

то система Φ является системой сходимости.

Обеспечивает ли условие (4) сходимость почти всюду рядов Фурье из $L^p[0, 1]$ ($1 \leq p < 2$)?

Отрицательный ответ на данный вопрос был дан А. М. Олевским ⁽³⁾.

Теорема А (А. М. Олевский). Существует полная в $L[0, 1]$ ОНС $\{\varphi_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$, имеющая равномерно ограниченные функции Лебега, причем ряд Фурье (2) некоторой функции $f(x) \in L^p[0, 1]$ ($1 \leq p < 2$) расходится почти всюду на множестве $[0, 1]$.

В работе (*) была построена полная ОНС (ПОНС), состоящая из непрерывных функций, для которых имеет место теорема А (см. также (5)).

В 1961 г. П. Л. Ульяновым (см. (6), с. 698; (7), с. 140) была поставлена проблема: если $\{\varphi_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ ОНС, удовлетворяющая следующему условию

$$\|\varphi_n\| \leq M, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (5)$$

то не справедливо ли равенство

$$\lim_{n \rightarrow \infty} L_n(x) = \infty$$

для некоторых $x \in [0, 1]$ или $x \in E$, $|E| > 0$?

В 1966 г. А. М. Олевский (см. (8)) решил поставленную выше проблему. Им же была построена (см. (9), с. 18–19) ПОНС $\{\varphi_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$, которая удовлетворяет условию (5), и функции Лебега этой системы равномерно ограничены на множестве положительной меры.

Возникает вопрос, если система $\{\varphi_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ удовлетворяет условиям (3) и (5), то следует ли из этого сходимости почти всюду на множестве G рядов Фурье из $L^p[0, 1]$, $1 < p < 2$?

С помощью приема, примененного К. С. Казаряном (10), строится ПОНС, для которой справедлива следующая

Теорема 1. Пусть G измеримое множество положительной меры, $0 < |G| < 1$. Тогда существует ПОНС $\{\varphi_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$, удовлетворяющая условию (5), такая, что функции Лебега этой системы равномерно ограничены на множестве G , и существует функция $f(x) \in L^p[0, 1]$, $1 < p < 2$, такая, что ее ряд Фурье по данной системе расходится почти всюду.

Ереванский государственный университет

Ա. Ս. ՍԱՐԴՈՅԱՆ

Լեբեգի ֆունկցիաները և Ֆուրյեի շարքերի տարամիտությունը

Կառուցված է լրիվ մորթոնորմավորված ֆունկցիաների $\Phi = \{\varphi_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ համակարգ, որի համար ճիշտ է հետևյալ թեորեմը:

Թեորեմ 1. Φ համակարգի համար տեղի ունեն (3) և (5) պայմանները և գոյություն ունի $f(x) \in L^p[0, 1]$, $1 < p < 2$, ուրի Ֆուրյեի շարքը ըստ Φ համակարգի համարյա ամենուրեք տարամետ է:

ЛИТЕРАТУРА — ТРІДЦІЛІРДІА

- ¹ *H. Lebesgue*, Leçons sur les séries „trigonometriques“. Paris, 1906. ² *С. Качмаж*, *Г. Штейнгауз*, Теория ортогональных рядов, Гостехиздат, М., 1958. ³ *А. М. Олевский*, Мат. сб., т. 71 (113), с. 297—336 (1966). ⁴ *К. С. Казарян*, *А. С. Саргсян*, ДАН АрмССР, т. 83, № 5 (1986). ⁵ *R. E. Zink*, Proceedings of the American Mathematical Society, v. 97, № 1, MAY (1986). ⁶ *П. Л. Ульянов*, Тр. всесоюз. мат. съезда, т. 2, Наука, Л., 1964. ⁷ *П. Л. Ульянов*, УМН, т. 16, № 3, с. 61—42 (1961). ⁸ *А. М. Олевский*, Изв. АН СССР, Сер. мат., т. 30, № 2, с. 387—432 (1966). ⁹ *A. M. Oleuski*, Fourier series with respect to general orthogonal systems, Springer-Verlag, 1975. ¹⁰ *К. С. Казарян*, Мат. сб. 119 (161), № 2 (10) (1982).

УДК 519.7+512.62

А. А. Алексанян, Р. К. Серобян

Покрытия, связанные с квадратичными над конечным полем уравнениями

(Представлено чл.-корр. АН Армении Ю. Г. Шукурьяном 3/IV 1991)

Настоящая работа посвящена исследованию следующей задачи о покрытии. Пусть в конечном поле из q элементов F_q задано квадратичное уравнение с n переменными. Задача состоит в определении наименьшего количества систем линейных над F_q уравнений, объединение множеств решений которых в точности совпадает с множеством решений исходного квадратичного уравнения. Иными словами, требуется оценить длину кратчайшего покрытия множества решений заданного квадратичного уравнения системой смежных классов по линейным над F_q подпространствам в F_q^n — n -мерном линейном над F_q пространстве. Для $q = 2$ эта задача решена одним из авторов в (1, 2). Ниже исследован случай произвольного $q > 2$.

Авторы следуют терминологии и обозначениям книги (3). Пусть F_q^n — n -мерное линейное пространство над F_q .

Определение. Подмножество N пространства F_q^n называется смежным классом, если N является сдвигом некоторого линейного подпространства $L \subseteq F_q^n$, т. е. найдется $a \in F_q^n$ такое, что $N = a + L$.

Иными словами, N содержит любую аффинную (или выпуклую) комбинацию своих элементов. Размерность $\langle \dim N \rangle$ определяется как размерность соответствующего линейного подпространства L .

Очевидно, что всякий смежный класс является множеством решений некоторой системы линейных уравнений. Верно и обратное.

Определим η -квадратичный характер поля F_q для $q \equiv 1 \pmod{2}$.

$$\eta(a) = \begin{cases} 0, & \text{если } a = 0 \\ 1, & \text{если } a \text{ является квадратом} \\ -1, & \text{если } a \text{ не является квадратом.} \end{cases}$$

Для четного q примем соглашение: $\eta \equiv 0$.

Определим функцию v на F_q формулой:

$$v(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } x \neq 0 \\ q-1, & \text{если } x = 0. \end{cases}$$

Пусть $|A|$ обозначает мощность множества A , а $Tr_{F_q}(a)$ — функцию следа.

Через $\begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}_q$ обозначим коэффициент Гаусса — количество m -мерных линейных подпространств в F_q^n . Известно, что (см. (4)):

$$\begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}_q = \frac{(q^n - 1)(q^{n-1} - 1) \dots (q^{n-m+1} - 1)}{(q^m - 1)(q^{m-1} - 1) \dots (q - 1)}.$$

Покрывают для канонических уравнений. Пусть задано квадратичное над F_q уравнение

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij} x_i x_j = b, \quad (1)$$

где левая часть — суть невырожденная квадратичная форма, а $N \subseteq F_q^n$ — множество решений этого уравнения. Далее приводится метод построения покрытия множества N системой смежных классов. Ввиду инвариантности длины покрытия (количества смежных классов) относительно действия полной аффинной группы преобразований, в дальнейшем рассматриваются квадратичные уравнения (1) с квадратичной формой, приведенной к каноническому виду (см. например (3)). Таким образом, рассмотрению подлежат следующие уравнения:

- I. $x_1 x_2 + x_3 x_4 + \dots + x_{n-1} x_n = b$, где $n \equiv 0 \pmod{2}$, q — произвольное;
- II. $x_1 x_2 + x_3 x_4 + \dots + x_{n-2} x_{n-1} + a x_n^2 = b$, где $0 \neq a \in F_q$, $n \equiv 1 \pmod{2}$, q — произвольное;
- III. $x_1 x_2 + x_3 x_4 + \dots + x_{n-3} x_{n-2} + x_{n-1}^2 + a x_n^2 = b$, где $0 \neq a \in F_q$, $n \equiv 0 \pmod{2}$, $q \equiv 1 \pmod{2}$, $\chi(-a) = -1$;
- IV. $x_1 x_2 + x_3 x_4 + \dots + x_{n-1} x_n + x_{n-1}^2 + a x_n^2 = b$, где $0 \neq a \in F_q$, $n \equiv 0 \pmod{2}$, $q \equiv 0 \pmod{2}$, $Tr_{F_q}(a) = 1$.

Далее перечисляются покрытия множества решений канонических уравнений. Смежные классы задаются системами линейных уравнений.

Случай I. Пусть $k \leftarrow n/2$. Для каждого ненулевого вектора $(a_1, \dots, a_k) \in F_q^k$ составим систему

$$\begin{cases} x_{2i} = a_i, & i = 1, \dots, k \\ \sum_{i=1}^k a_i x_{2i-1} = b. \end{cases} \quad (2)$$

При $b \neq 0$ требуемое покрытие состоит из всех смежных классов вида (2), а при $b = 0$ к ним добавляется система $x_{2i} = 0$, $i = 1, \dots, k$.

Длина покрытия L равна $\begin{cases} q^k - 1, & \text{при } b \neq 0 \\ q^k, & \text{при } b = 0. \end{cases}$

Случай II. Пусть $k = (n - 1)/2$, $0 \neq (a_1, \dots, a_k) \in F_q^k$ и $\beta \in F_q$. Покрытие состоит из всех систем вида

$$\begin{cases} x_{2i} = a_i, & i = 1, \dots, k \\ x_{2k+1} = \beta, \\ \sum_{i=1}^k a_i x_{2i-1} = b - a\beta^2 \end{cases} \quad (3)$$

и

$$\begin{cases} x_{2i} = 0, & i = 1, \dots, k \\ x_{2k+1} = \beta, \end{cases} \quad \text{где } \beta^2 = ba^{-1}, \quad (4)$$

причем системы вида (4) добавляются при $q \equiv 0 \pmod{2}$ или при $q \equiv 1 \pmod{2}$ и $\eta(ba^{-1}) \neq -1$.

Длина покрытия L равна $q^{k+1} - q + \eta(ba^{-1}) + 1$.

Случай III. Пусть $k = n/2 - 1$, $0 \neq (a_1, \dots, a_k) \in F_q^k$ и $\beta, \gamma \in F_q$. Покрытие состоит из всех систем вида:

$$\begin{cases} x_{2i} = a_i, & i = 1, \dots, k \\ x_{2k+1} = \beta, \\ x_{2k+2} = \gamma, \\ \sum_{i=1}^k a_i x_{2i-1} = b - \beta^2 - a\gamma^2 \end{cases} \quad (5)$$

и

$$\begin{cases} x_{2i} = 0, & i = 1, \dots, k \\ x_{2k+1} = \beta, \\ x_{2k+2} = \gamma, \end{cases} \quad (6)$$

где для β и γ выполнено $\beta^2 + a\gamma^2 = b$. Длина покрытия равна $L = q^{k+2} - q^2 + q - v(b)$.

Случай IV. Пусть $k = n/2$, $0 \neq (a_1, \dots, a_{k-1}) \in F_q^{k-1}$ и $\beta, \gamma \in F_q$. Покрытие состоит из всех систем вида:

$$\begin{cases} x_{2i} = a_i, & i = 1, \dots, k-1 \\ x_{2k-1} = \beta, \\ x_{2k} = \gamma, \\ \sum_{i=1}^{k-1} a_i x_{2i-1} = b + \beta\gamma + \beta^2 + a\gamma^2 \end{cases} \quad (7)$$

и

$$\begin{cases} x_{2i} = 0, & i = 1, \dots, k-1 \\ x_{2k-1} = \beta, \\ x_{2k} = \gamma, \end{cases} \quad (8)$$

где для β и γ выполнено $\beta\gamma + \beta' + a\gamma^2 = b$. Длина покрытия равна $L = q^{n+1} - q^2 + q - v(b)$.

Основная теорема. Пусть $L(n, q)$ — наименьшая длина покрытия множества N решений квадратичного уравнения, а $m(n, q)$ — наибольшая размерность смежного класса, содержащегося в N . Тогда

в случае I:

$$m(n, q) = \begin{cases} n/2 - 1, & \text{при } b \neq 0 \\ n/2, & \text{при } b = 0, \end{cases}$$

$$L(n, q) = q^{n/2} - 1 \text{ при } b \neq 0 \text{ и } q^{n/2-1} + 1 - q^{-1} \leq L(n, q) \leq q^{n/2};$$

в случае II:

$$m(n, q) = (n-1)/2 + \eta(1-\eta)/2,$$

$q^{\eta(\eta-1)/2} (q^{(n-1)/2} + \eta) \leq L(n, q) \leq q^{(n+1)/2} - q + \eta + 1$, где $\eta \equiv \eta(ba^{-1})$,
в частности, при $q \equiv 1 \pmod{2}$ и $\eta = -1$ имеем:

$$L(n, q) = q^{(n+1)/2} - q;$$

в случаях III и IV

$$m(n, q) = n/2 - 1 \text{ и } q^{n/2} - v(b) \leq L(n, q) \leq q^{n/2+1} - q^2 + q - v(b).$$

Верхние оценки для $L(n, q)$ получаются покрытиями из предыдущего пункта. Следует отметить, что количество смежных классов размерности $m(n, q)$, целиком содержащихся в N , может быть точно вычислено. Например, в случае I получается формула:

для $b \neq 0$

$$\sum_{p=0}^{k-1} \left[\begin{matrix} k \\ p+1 \end{matrix} \right]_q (q^{p+1} - 1) q^{\frac{(k-p)(k-p-1)}{2}} \quad \text{при } q > 2 \text{ и}$$

$$\sum_{p=0}^{k-1} \left[\begin{matrix} k \\ p+1 \end{matrix} \right]_q (q^{p+1} - 1) q^{\frac{(k-p-1)(k-p+2)}{2}} \quad \text{при } q = 2;$$

для $b = 0$

$$\sum_{p=0}^k \left[\begin{matrix} k \\ p \end{matrix} \right]_q q^{\frac{(k-p)(k-p-1)}{2}} \quad \text{при } q > 2 \text{ и}$$

$$1 + \sum_{p=0}^{k-1} \left[\begin{matrix} k \\ p \end{matrix} \right]_q q^{\frac{(k-p-1)(k-p+2)}{2}} \quad \text{при } q = 2. \text{ Здесь } k = n/2.$$

Во всех случаях I—IV получаются величины порядка $q^{(1+o(1))n/2}$.

Греванский государственный университет

Վերջավոր դաշտում բառակուսային հավասարումների ունե
կապված ծածկույթներ

Դիցուք F_q վերջավոր դաշտում տրված է n փոփոխականից կախված
 $\sum_{i,j=1}^n a_{ij} x_i x_j = b$ հավասարումը: Աշխատանքում ցուցանված է $L(n, q)$
մեծությունը—գծային համակարգերի նվազագույն քանակը, որոնց լուծում-
ների միավորումը համընկնում է բառակուսային հավասարման լուծումների
բազմության հետ:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԿԱՆՈՒՅՈՒՄ

1 А. А. Алексанян Дизъюнктивные нормальные формы над линейными функциями. Изд. ЕГУ. 1990. 2 А. А. Алексанян ДАН СССР, т. 304, № 4, с. 781—784 (1989). 3 Р. Лидл, Г. Нидеррайтер, Конечные поля (в 2-х томах), Мир, М., 1988. 4 М. Адзнер Комбинаторная теория, Мир, М., 1982.

УДК 517.946.8

А. А. Андриян

Граничные задачи в двугранных углах для уравнений в частных производных, не разрешенных относительно старшей производной

(Представлено чл.-корр. АН Армении А. Б. Нерсисяном 12/IV 1991 г.)

Пусть $\pi_\alpha = \{t \mid 0 < \arg t < \alpha < \pi\}$, а $u(x, t) \in C^\infty$ — аналитическая функция по $t \in \pi_\alpha$. Введем класс функций

$$M = \{u(x, t) \mid |D_x^j D_t^k u(x, t)| \leq C_{j,k} (1 + |x|)^{\beta_{j,k}} (1 + |t|)^{1/k}, \\ (x, t) \in K \times \pi_\alpha\}. \quad (1)$$

Если в (1) число $\beta_{j,k} = \beta$ не зависит от j, k и u , то соответствующий класс обозначим через M_β , а если более того $u \in M_\beta$ не зависит от t , то соответствующий класс обозначим через N_β .

В двугранной области $R \times \pi_\alpha$ рассмотрим уравнение вида

$$\sum_{j=0}^n a_j \left(i \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial^{n-j} u(x, t)}{\partial t^{n-j}} = f(x, t), \quad (1)$$

где $a_j(\xi)$ — полиномы от ξ с постоянными коэффициентами, причем $a_0(0) = 0$, $a_0(\xi) \neq 0 \quad \forall \xi \neq 0$, $\sum_{j=0}^n |a_j(\xi)|^2 \neq 0 \quad \forall \xi$; $u \in M$ — искомая, а $f \in M_\beta$ — заданная функция. Корни характеристического уравнения

$$P_n(\xi, \lambda) = a_0(\xi) \lambda^n + a_1(\xi) \lambda^{n-1} + \dots + a_n(\xi) = 0 \quad (3)$$

с учетом их кратностей обозначим через $\lambda_1(\xi), \dots, \lambda_n(\xi)$.

1. Предположим, что $\lambda_j(\xi) \in \bar{\pi}_\alpha = \left\{ t \mid \frac{\pi}{2} < \arg t \leq \frac{3}{2} \pi - \alpha \right\} \quad \forall \xi \neq 0$.

Граничная задача А. Требуется найти решение $u \in M$ уравнения (2), удовлетворяющее условиям

$$D_t^j u(x, 0) = f_j(x), \quad j = 0, 1, \dots, n-1, \quad (4)$$

где $f_j \in N_\beta$ — заданные функции.

Исследование задачи А. Будем следовать схеме в (1). Рассмотрим задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения с параметром ξ :

$$a_0(\xi) \frac{d^n V_j(\xi, t)}{dt^n} + a_1(\xi) \frac{d^{n-1} V_j(\xi, t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n(\xi) V_j(\xi, t) = 0, \quad (5)$$

$$D_t^l V_j(\xi, 0) = \delta_j^l, \quad l = 0, \dots, n-1, \quad (6)$$

где $V_j(\xi, t)$ — аналитична по $t \in \pi$, степенного роста, δ_j^l — символ Кронекера, $j = 0, \dots, n-1$.

Имеем место

Лемма 1. Функция $V_j \in C^-$ $\forall \xi \neq 0$ и удовлетворяет оценкам

$$|D_\xi^k D_t^l V_j(\xi, t)| \leq c_{kl} |\xi|^{-m_{kl}} (1 + |\xi|)^{n_{kl}} (1 + |t|)^{r_{kl}}, \quad (7)$$

$$m_{kl}, n_{kl}, r_{kl} \geq 0.$$

Доказательство. Как известно (²), $V_j(\xi, t)$ представляется в виде

$$V_j(\xi, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma(\xi)} \frac{a_0(\xi) \lambda^{n-j-1} + a_1(\xi) \lambda^{n-j-2} + \dots + a_{n-j-1}(\xi)}{P_n(\xi, \lambda)} \times \\ \times \exp(\lambda t) d\lambda, \quad \xi \neq 0, \quad (8)$$

где $\gamma(\xi)$ — замкнутый контур, содержащий внутри себя все корни полинома $P_n(\xi, \lambda)$. Пусть $\delta > 0$ такое, что в области $0 < |\xi| < \delta$ кратность корней уравнения (3) постоянна. В области $|\xi| \geq \delta$ неравенство (7) доказано в (³). В области же $0 < |\xi| < \delta$, вычисляя (8) по теореме о вычетах, получим (7), если вспомнить, что в окрестности точки $\xi = 0$ корень $\lambda_j(\xi)$ разлагается в ряд Пуанзе вида

$$\lambda_j(\xi) = \sum_{k=-N_0}^{+\infty} a_{jk} (\xi^{r_j})^k, \quad N_0 \geq 0, \quad r_j \in N.$$

Пусть $\nu \gg 1$ такое, что функция $\omega_j(\xi, t) = \xi^\nu V_j(\xi, t)$ дифференцируема по ξ достаточное число раз. Тогда для преобразованной Фурье $\omega_j(x, t)$ функции $\omega_j(\xi, t)/(1 + \xi^2)^\nu$, $\nu \gg 1$, будем иметь

$$|\omega_j(x, t)| \leq \text{const} \frac{(1 + |t|)^{\beta_j}}{(1 + |x|)^{\nu+2}}.$$

Частное решение $u_0(x, t)$ задачи А вначале построим, когда правые части в (2) и (4) имеют вид $D_x^j f(x, t)$, $D_x^j f_j(x)$, $j = 0, \dots, n-1$. Следуя (¹) это решение запишется в форме

$$u_0(x, t) = \sum_{j=0}^{n-1} \omega_j(x, t) \underset{(x)}{\circ} g_j(x) + \int_0^t \omega_{n-1}(x, t-\tau) \underset{(x)}{\circ} g(x, \tau) d\tau, \quad t \in \pi,$$

где

$$g_j(x) = \left(1 - \frac{d^2}{dx^2}\right)^j f_j(x), \quad g(x, t) = \left(1 - \frac{d^2}{dx^2}\right)^j f(x, t).$$

Пусть $u_1 \in M$ решение уравнения $D_x^2 u_1(x, t) = u_0(x, t)$, а $u(x, t)$ — решение задачи А, в общем случае, тогда их разность $w(x, t) = u_1(x, t) - u(x, t)$ удовлетворяет уравнению

$$P_n \left(i \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial t} \right) w(x, t) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j(t) x^j \quad (9)$$

и граничным условиям

$$D_t^j w(x, 0) = \sum_{k=0}^{n-1} b_k^j x^k, \quad j = 0, \dots, n-1. \quad (10)$$

где $a_j(t) = \frac{1}{j!} \frac{\partial^j}{\partial x^j} \left(P_n \left(i \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial t} \right) u_1 - f \right) \Big|_{x=0}$, b_k^j — вполне определенные постоянные числа.

Лемма 2. Однородная задача (9), (10) имеет только нулевое решение, а для разрешимости неоднородной задачи необходимо и достаточно выполнение конечного числа условий.

Доказательство. Переходя в (9) и (10) к образам Фурье, нетрудно заметить, что $F[w](\xi)$ сосредоточен в нуле, поэтому

$$w(x, t) = \sum_{j=0}^N c_j(t) x^j, \quad (11)$$

где $c_j(t)$ аналитические по $t \in \tau_+$ функции степенного роста.

Подставив $w(x, t)$ из (11) в (9) и (10) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях x , получим $c_j(t) \equiv 0$, $j \geq n$. Для $c_{n-1}(t)$ имеем

$$P_n \left(0, \frac{d}{dt} \right) c_{n-1}(t) = a_{n-1}(t), \quad t \in \tau_+, \quad (12)$$

$$D_t^j c_{n-1}(0) = b_{n-1}^j, \quad j = 0, \dots, n-1. \quad (13)$$

Из $a_0(0) = 0$ следует, что оператор $P_n \left(0, \frac{d}{dt} \right)$ имеет порядок, меньший n , отсюда утверждение леммы 2 (см. лемму 3). Продолжая процесс для $c_{n-2}(t), \dots, c_0(t)$, получим лемму 2.

Таким образом получена

Теорема. Однородная граничная задача А имеет только тривиальное решение. Для разрешимости неоднородной задачи А необходимо и достаточно, чтобы функции $f(x, t)$, $f_0(x), \dots, f_{n-1}(x)$ удовлетворяли конечному числу условий ортогональности.

Теперь рассмотрим случай, когда корни характеристического уравнения (3) не принадлежат $\bar{\pi}_a^*$ для $\forall \xi \in R$. В этом случае мы покажем, что неоднородное уравнение (2) разрешимо для $\forall f$. Имеет место

Лемма 3. Уравнение

$$\frac{du(t)}{dt} - \lambda u(t) = f(t), \quad t \in \pi_a, \quad \lambda \in \bar{\pi}_a^*, \quad (14)$$

в классе аналитических функций степенного роста имеет единственное решение для $\forall f$.

Лемму 3 нетрудно доказать, интегрируя уравнение (14) стандартным образом, при этом оказывается, что формула решения зависит от положения числа λ . Приведем единую формулу решения в образах Лапласа для $\forall \lambda$. Не ограничивая общности, мы можем считать, что $f^{(j)}(0) = 0 \quad \forall j \leq r$, r — наперед заданное число, вычитая при необходимости из $f(x)$ полином $f(0) + tf'(0) + \dots + \frac{t^r}{r!} f^{(r)}(0)$. Пусть $F_1(p)$ и $F_2(p)$ — преобразования Лапласа граничных значений $f(p)$ и $f(p \exp(ia))$. Из интегральной теоремы Коши следует

$$F_1(p) = \exp(ia) F_2(\exp(ia)p), \quad \arg p = -\frac{a}{2}. \quad (15)$$

Из (15) вытекает, что $F_1(p)$ аналитически продолжается в область $\pi - \pi_a^*$ — дополнение к $\bar{\pi}_a^*$. Искомая формула решения уравнения (14) имеет вид

$$u(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\exp(pt)}{p - \lambda} F_1(p) dp, \quad (16)$$

где Γ — ломаная с вершиной на действительной оси на расстоянии $\epsilon > 0$ от начала координат, параллельная границе Γ области π_a^* . Образ Лапласа аналитической функции $g(t) = f(t) \cdot (1 + t^2)^{-q}$, $q \gg 1$ удовлетворяет оценке $|G(p)| \leq \text{cte} (1 + |p|)^{-q}$, $p \in \pi - \pi_a^*$. Это позволяет формулу (16) переписать в виде

$$u(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} G(p) \left(1 - \frac{d^2}{dp^2}\right)^q \left(\frac{\exp(pt)}{p - \lambda}\right) dp.$$

Рассмотрим функцию

$$q(x, p, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 - \frac{d^2}{dp^2}\right)^q \left[\frac{\xi^k \exp(-ix\xi + pt)}{P_n(\xi, p) (1 + \xi^2)^k} \right] d\xi,$$

$$k \gg 1, \quad \mu \gg 1, \quad p \in \Gamma.$$

Из оценки $|p - i, (\xi)| \geq \text{cte} |\xi|^{-l} (1 + |\xi|)^m$ вытекает

$$|P_n(i, p)| \geq \text{cte} |\xi|^{-l} (1 + |\xi|)^m, \quad l \geq 0, \quad p \in \Gamma,$$

что в свою очередь приводит к $|q(x, p, t)| \geq \text{cte} (1 + |t| + |p|)^l \times \times (1 + |x|)^{-l-m}$. Окончательно формула решения уравнения (2) в случае правой части $D_x^2 f(x, t)$ принимает вид

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} q(x, p, t) *_{(x)} \left(1 - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)^k Q(x, p) dp,$$

где $Q(x, p)$ — образ Лапласа функции $\left(i - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)^k D_x^2 f(x, t) \times \times (1 + t^2)^{-q}$.

В случае произвольной правой части в (2) вопрос разрешимости, как и выше, сводится к разрешимости уравнения вида

$$P_n\left(0, \frac{d}{dt}\right) v(t) = a(t),$$

которое, в силу леммы 3, имеет единственное решение.

Замечание. Если предположить, что хотя бы один корень характеристического уравнения $P_n(0, \lambda) = 0$ лежит в области $\bar{\pi}_+$, то в этом случае неоднородное уравнение (2) разрешимо, а однородное уравнение допускает бесконечно много линейно независимых решений. Положение можно исправить, например, следующим образом. Пусть k — кратность нуля многочлена $a_0(\xi)$. Правую часть в (2) предположим из класса M_β с $\beta < 0$, а решение $u(x, t)$ будем искать в классе M_α . Тогда можно доказать, что неоднородное уравнение (2) всегда имеет решение, а однородное уравнение имеет конечное число линейно независимых решений. Отметим также, что общий случай оператора $P_n\left(i \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial t}\right)$, когда часть корней характеристического уравнения (3) лежит в $\bar{\pi}_+$ и $\xi \neq 0$, а другая часть лежит вне $\bar{\pi}_+$, может быть исследована сведением к композиции рассмотренных случаев.

В заключение отметим, что аналогичные результаты справедливы и для системы вида

$$A\left(i \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial u}{\partial t} = B\left(i \frac{\partial}{\partial x}\right) u + f.$$

где $A(\xi)$, $B(\xi)$ — квадратные полиномиальные матрицы с постоянными коэффициентами в предположении, что $\det(\lambda A(\xi) - B(\xi)) \neq 0 \forall \xi$.

3. В качестве иллюстрации результата из пункта 1 приведем пример. Во введенных классах функций рассмотрим дифференциальное уравнение вида

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right) - u(x, t) = f(t), \quad (17)$$

для которого $\lambda(\xi) = -\frac{1}{\xi^2}$ принадлежит $\pi_\pm^* \forall \xi \neq 0$. Начальное условие (4) возьмем в виде $u(x, 0) = 0$. Начальное условие и уравнение (17) после применения преобразования Фурье примут вид

$$-\xi^2 \frac{d}{dt} \hat{u}(\xi, t) - \hat{u}(\xi, t) = f(t) \delta(\xi), \quad \hat{u}(\xi, 0) = 0,$$

откуда легко выводится, что $\hat{u}(\xi, t) = 0 \forall \xi \neq 0$. Тем самым $\hat{u}(\xi, t)$ сосредоточен в нуле и потому имеет вид $\hat{u}(\xi, t) = \sum_{n=0}^N c_n(t) \delta^{(n)}(\xi)$. От-

сюда $u(x, t) = \sum_{n=0}^N c_n(t) (ix)^n$; подставив это в уравнение (17), легко получить $u(x, t) = -f(t)$. Таким образом, для корректности рассмотренного примера необходимо и достаточно, чтобы $f(0) = 0$.

Ереванский политехнический институт

Ա. Ա. ԱՆԴՐՅԱՆ

Եզրային խնդիրներ երկնիստ անկյուններում բարձր կարգի ածանցյալի նկատմամբ շրջված մասնակի ածանցյալներով հավասարման համար

$$\text{Դիցուք } \pi_\pm = \{t \mid 0 < \arg t < \alpha < \pi\}, \quad \pi_\pm^* = \left\{t \mid \frac{\pi}{2} \leq \arg t \leq \frac{3}{2}\pi - \alpha\right\},$$

անալիտիկ է ըստ $t \in \pi_\pm$ և անվերջում աճում է դանդաղ. $R \times \pi_\pm$ տիրույթում դիտարկվում է հետևյալ հավասարումը՝

$$\sum_{j=0}^n a_j \left(i \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial^{n-j} u(x, t)}{\partial t^{n-j}} = f(x, t), \quad (1)$$

որտեղ $a_j(\xi)$ — հաստատուն գործակիցներով բազմանդամ է ξ -ից,

$$a_0(0) = 0, \quad a_0(\xi) \neq 0 \quad \forall \xi \neq 0, \quad \sum_{j=0}^n |a_j(\xi)|^2 \neq 0 \quad \forall \xi \in R.$$

Ենթադրելով, որ $\lambda_1(\xi), \dots, \lambda_m(\xi) \in \pi_\pm^* \forall \xi \neq 0$, իսկ $\lambda_{m+1}(\xi), \dots, \lambda_n(\xi) \notin \pi_\pm^* \forall \xi \neq 0$, որտեղ $\lambda_j(\xi)$ (1) հավասարման բնութագրիչ արմատն է, (1) հավասարման համար դիտարկվում է հոշու տիպի խնդիր:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. С. Мизохата, Теория уравнений с частными производными, Мир, М., 1977.
2. Н. А. Солонников, Тр. мат. ин-та им. В. А. Стеклова, т. 83, Наука, М., (1965).
3. А. А. Андрияк, Расширенные заседания семинара им. И. Н. Векуа, Тбилиси, 1990.

ВИЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 519.61

Член-корреспондент АН Армении А. Б. Нерсисян, Г. В. Агекян

Векторизованные алгоритмы решения систем с матрицами
 теплицева типа

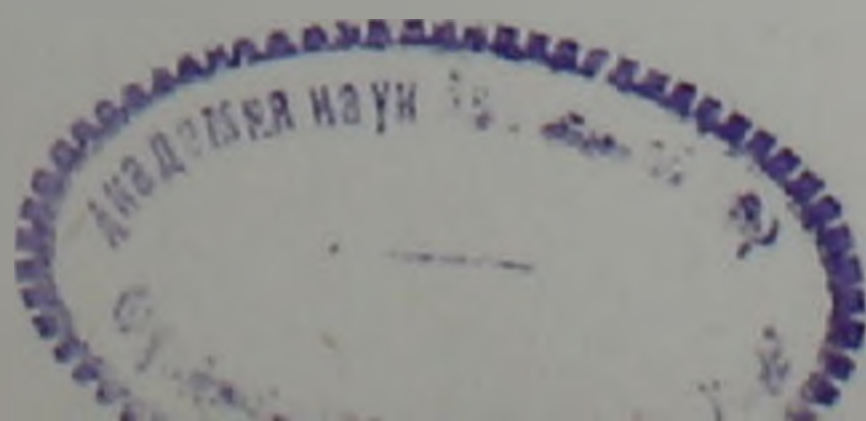
(Представлено 9/IV 1991)

Применение многопроцессорных систем является одним из главных направлений повышения производительности ЭВМ. В связи с этим особое значение придается векторизации (распараллеливанию) известных последовательных алгоритмов решения конкретных задач. В качестве первого шага естественно осуществить «абстрактное» распараллеливание, когда не ограничивается число процессоров, синхронизируется счет и не учитываются потери на пересылку данных.

Условимся считать, что алгоритм решения данной задачи, определяемой входными данными в виде $(n \times n)$ -матрицы, допускает эффективную векторизацию (линейное ускорение счета) при применении $p = p(n)$ процессоров, если независимо от n реализуема оценка $pt_p \leq \text{const } t_1$, где через t_1 обозначено время обсчета (число тактов) на k процессорах. Для определенности в дальнейшем учитываются только мультипликативные операции.

Классические алгоритмы решения задач линейной алгебры, как правило, эффективно векторизуемы (см. (1, 2)). Так, алгоритмы решения системы с невырожденной $(n \times n)$ -матрицей $A_n = [a_{ij}]$, $i, j = 1, 2, \dots, n$ по методу Гаусса требует выполнения $n^3/3 + O(n^2)$, $(n \rightarrow \infty)$ умножений, а его векторизованный вариант (метод Гаусса — Жордана) может быть обчислит на $p = n^2$ процессорах за $2n$ тактов. Решение той же системы методом ортогональных разложений распараллеливается уже непросто и здесь при счете на $3/2 n^2 - n$ процессорах требуется $7n - 10$ тактов (см. (3)).

В случае теплицевой матрицы $A_n = T_n = [t_{i-j}]$, $i, j = 1, 2, \dots, n$ алгоритм Левинсона — Тренча (см. (4, 5)) позволяет решить систему посредством $3n^2 + O(n)$ умножений, а применение $6n$ процессоров ускоряет счет в $3n$ раз (n тактов). К сожалению, эти отличные характеристики получены при условии невырожденности всех ведущих подматриц T_k , $k = 1, 2, \dots, n$. В то же время неудобны для распараллеливания модификации этого подхода, основанные на «прыжках» через нулевые миноры $\{T_k\}$, $k \leq n - 1$ и реагирующие на их расположение изменением структуры операций (см. (5, 6)).



В последнее время были разработаны несколько менее быстрые, но пригодные для обращения теплицевых матриц общего вида методы. Алгоритмы работ (7, 8) требуют выполнения соответственно порядка $25n^2$ и $19n^2$ операций, однако они оказались неустойчивыми (9, 10). Алгоритм работы (11) ($19.5n^2$ операций) устойчив, но дополнительно требует невырожденности T_{n-1} . Хорошими вычислительными качествами обладает метод обращения ортогонального разложения, предложенный Г. Цибенко ($23n^2$ операций (12, 13)).

В случае блочно-теплицевой матрицы и более общей матрицы малого теплицева ранга $T_{n,k}^l = \|a_{ij}\|_{i,j=1}^k$, состоящей из $(l \times l)$ блоков a_{ij} , удовлетворяющих соотношению

$$a_{i+1,j+1} - a_{ij} = \sum_{m=1}^k c_{mi} d_{mj}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n-1, \quad (1)$$

алгоритм Г. Цибенко был обобщен в работе (14) на основе блочно-ортогонального разложения. Вычислительный эксперимент на ряде тестовых матриц подтвердил хорошие характеристики этого метода.

Как будет показано ниже, алгоритмы (13, 14) эффективно распараллеливаются.

1°. Остановимся на случае невырожденной блочно-теплицевой матрицы $T_{n,0}^l = T_n^l = \|t_{i-j}\|$, $i, j = 1, \dots, n$, состоящей из $(l \times l)$ -блоков t_k , $|k| \leq n-1$. Отметим, что (см. (4)) уравнение с матрицей $T_{n,k}^l$ сводится к уравнению с $T_{n_1}^{l_1}$, где $l_1 = l(k+1)$, однако это сведение не всегда рационально (см. также ниже, п. 3").

Решение уравнения $T_n^l x = b$ может быть получено посредством операций следующего последовательного алгоритма (14):

: INITIALIZATIONS :

$$\left. \begin{array}{l} q_1 = t, \quad f_1^s = 0, \quad \beta_1^s = 0 \quad (s = 2, 3) \\ f_1^1 = q_1, \quad \rho_1 = 0, \quad \rho_{11} = E_l \end{array} \right| \begin{array}{l} \beta_1^1 = \rho_1, \quad u_1 = [q_1, q_1]^{-1} \\ a_1 = [q_1, b], \quad x_1 = \rho_1 u_1 a_1 \end{array}$$

: MAIN LOOP :

For $j = 2$ to n do

$$\left. \begin{array}{l} y_j^1 = -u_1 [q_1, zq_{j-1}] \\ y_j^2 = q_{2n-1, j-1} \\ y_j^3 = -q_{n-1, j-1} \\ q_j^1 = zq_{j-1} + \sum_{s=1}^3 f_{j-1}^s y_j^s \\ \rho_j = z\rho_{j-1} + \sum_{s=1}^3 \beta_{j-1}^s y_j^s \\ u_j = [q_j, q_j]^{-1} \\ a_j = [q_j, b] \end{array} \right| \begin{array}{l} x_j = x_{j-1} + \rho_j u_j a_j \\ v_j^1 = -[z^{j-1} t, f_{j-1}^1] \\ v_j^2 = q_{2n, j}^* \\ v_j^3 = (q_{n, j} - t_0 \rho_{1, j})^* \\ f_j^s = f_{j-1}^s + q_j u_j v_j^s, \quad s = 1, 2, 3 \\ \beta_j^s = \beta_{j-1}^s + \rho_j u_j v_j^s, \quad s = 1, 2, 3 \\ \text{END} \end{array}$$

Здесь приняты следующие обозначения

$$l = [l''_{-n+1}, l''_{-n+2}, \dots, l''_{-1}, l''_0, \dots, l''_{n-1}, \overbrace{0, 0, \dots, 0}^{(n-1)l}]''$$

$$z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & E_l \\ E_l & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & E_l & 0 \end{bmatrix}; \quad W = \text{diag} [\overbrace{0, \dots, 0}^{(n-1)l}, \overbrace{1, 1, \dots, 1}^{nl}, \overbrace{0, \dots, 0}^{(n-1)l}]$$

$$E_l = \text{diag} [1, 1, \dots, 1]; \quad [x, y] = x^* W y$$

Отметим, что матрицы l, q_j, f_j^s ($j = 1, 2, \dots, n; s = 1, 2, 3$) имеют размерность $(3n - 2)l \times l$, а p_j, β_j^s ($j = 1, 2, \dots, n; s = 1, 2, 3$) — $nl \times l$.

2°. Главным препятствием для эффективной векторизации является наличие в этом алгоритме «длинных» матричных (при $l = 1$ — скалярных) произведений при $j \geq 2$. Что же касается произведений $v_j^1 = -[z^{j-1}l, f_{j-1}^1]$, то их можно исключить, исходя из соотношений $v_j^1 = p_{1j}^* [l, l]$.

Обозначим теперь

$$\begin{aligned} v_{ij}^s &= [q_{ij}, z^i f_j^s]; & \omega_{ij}^s &= [z^i q_{ij}, f_j^s]; & \tau_{ij}^s &= [z^i f_j^s, b], & s &= 1, 2, 3 \\ v_{ij}^4 &= [q_{ij}, z^i q_j], & \omega_{ij}^4 &= [z^i q_{ij}, q_j], & \tau_{ij}^4 &= [z^i q_j, b]. \end{aligned} \quad (2)$$

Имеем

$$y_j^1 = -\mu_1 v_{1,j-1}^4, \quad [q_j, q_j] = p_{1j}^* \omega_{j-1,j}^4, \quad a_j = \tau_{0j}^4.$$

Векторизация основана на следующих формулах:

$$\begin{aligned} v_{ij}^s &= v_{i+1,j-1}^s + \sum_{s=1}^3 v_{i,j-1}^s y_j^s, & i &= 1, 2, \dots, n-j+1; \\ \omega_{ij}^4 &= \omega_{i-1,j-1}^4 + q_{n-i,1}^* q_{n-1,j-1} - q_{2n-i,1}^* q_{2n-1,j-1} + \sum_{s=1}^3 \omega_{i,j-1}^s y_j^s, \\ & i &= j-1, j, \dots, n-1; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\tau_{ij}^4 = \tau_{i+1,j-1}^4 + \sum_{s=1}^3 y_j^{ss} \tau_{i,j-1}^s, \quad i = 0, 1, \dots, n-j;$$

$$v_{ij}^s = v_{i,j-1}^s + v_{ij}^4 \mu_j v_j^s, \quad s = 1, 2, 3; \quad i = 1, 2, \dots, n+1-j;$$

$$\omega_{ij}^s = \omega_{i,j-1}^s + \omega_{ij}^4 \mu_j v_j^s, \quad s = 1, 2, 3; \quad i = j, j+1, \dots, n;$$

$$\tau_{ij}^s = \tau_{i,j-1}^s + \tau_j^s \mu_j^{-1} v_{ij}^4, \quad s = 1, 2, 3; \quad i = 0, 1, \dots, n-j.$$

На первом этапе необходимо (при $j = 1$) вычислить $2n + 1$ матричных произведений ω_{il}^4 ($l = 0, 1, \dots, n$) и τ_{il}^4 ($l = 0, 1, \dots, n-1$) и для этого можно задействовать максимальное количество процессоров на соответствующую серию тактов. Поскольку матрицы μ_j положительно определены, для вычисления μ_j^{-1} можно применить схему Гаусса—Жордана и при наличии l^2 процессоров произвести $2l$ тактов.

3°. Приводимая таблица содержит основные характеристики обсуждаемых алгоритмов.

Задача	Число процессоров	Память	Число тактов
$Tx = b$	$\frac{1}{n}$	$\frac{17n}{29n}$	$\frac{24,5n^2}{55n}$
$T^l x = b$	$\frac{1}{l^2 n}$	$\frac{17nl^2}{29nl^2}$	$\frac{20l^3 n^2 + 1,5l^2 n^2}{42nl + 12n}$
$T_k^l x = b, \text{ а)}$	$\frac{1}{l^2 (k+1)^2 n}$	$\frac{17l^2 (k+1)^2 n}{29l^2 (k+1)^2 n}$	$\frac{20l^3 (k+1)^2 n^2 + 1,5l^2 (k+1)^2 n^2}{42l (k+1) n + 12n}$
$T_k^l x = b, \text{ б)}$	$\frac{1}{l^2 n}$	$\frac{(4k^2 + 12k + 12)l^2 n}{(1 + 2k) l^2 n^2}$	$\frac{(8k^2 + 24k + 12) l^3 n^2 + 1,5l^2 n^2}{(13k^2 + 42k + 25) ln + 17n}$

В первой графе через T обозначена скалярная теплица $(n \times n)$ -матрица, далее через T^l ($l \geq 2$) — блочно-теплица $(nl \times nl)$ -матрица с $(l \times l)$ -блоками, а через T_k^l — $(nl \times nl)$ -матрица, удовлетворяющая условию (1). Решению уравнения с невырожденной матрицей последнего типа сведением T_k^l к блочно-теплицевому виду T^{l_1} , $l_1 = (k+1)l$ (см. п. 1°) соответствует предпоследняя строка а), а последняя строка б) относится к случаю непосредственной векторизации алгоритма работы (14) для матриц типа (1) общего вида. Эта векторизация может быть проведена совершенно аналогично п. 2°, и здесь мы на изложении этого не остановились не только из-за громоздкости формул, но и (главным образом) потому, что (см. таблицу) нам пока что не удалось освободиться от слишком (по сравнению с а)) большого объема памяти, хотя остальные характеристики в этом случае предпочтительней.

Отметим, что векторизация в изучаемых случаях не могла быть проведена по схеме Т-алгоритмов, предложенной в (5), поскольку нам не удалось преобразовать исходные алгоритмы к требуемому для этого виду.

В таблице приведены результаты распараллеливания на оптимальном, в определенном смысле, количестве процессоров (если иметь в виду линейное ускорение и устойчивый счет). Однако нетрудно использовать меньшее (большее) количество процессоров, соответственно усложнив (упростив) их функции. Это может оказаться полезным при практической реализации схемы на систолических массивах, когда необходимо найти разумный компромисс между сложностью функций каждого процессора и сложностью межпроцессорных связей (см. (2)).

4°. Остановимся теперь на использовании результатов с целью быстрого решения интегральных уравнений со скалярным разностным ядром $K = K(x - t)$

$$(\mu J - K)y \stackrel{\text{def}}{=} \mu y(x) - \int_0^1 K(x - t) y(t) dt = f(x), \quad (4)$$

где $K \in C^p([0, 1] \times [0, 1])$, $f \in C^p([0, 1])$, $p \geq 1$, $\mu = \text{const}$.

В случае уравнения второго рода ($\mu = 1$), если оператор $J - K$ обратим в $C([0, 1])$, квадратурные формулы порядка p ($p \geq 1$) сводят задачу приближенного решения уравнения (4) к решению системы с матрицей T_l ($l \geq p$) при ошибке порядка $O(h^p)$ (h — длина максимального интервала дискретизации). Таким образом, при достаточно гладком ядре K эффективен именно алгоритм п. 1° или его приведенный в п. 2° распараллеленный вариант

В случае уравнения первого рода ($\mu = 0$) необходимо, как известно, провести регуляризацию. Пусть, например, существование и единственность решения $y(x)$ обеспечены. Тогда при достаточно малом $\epsilon > 0$ приближенным можно считать решение уравнения (см. (15))

$$\epsilon y + K^* K y = K^* f, \quad (5)$$

где K^* — сопряженный к K оператор. Заметим, что ядро оператора KK^* (обозначим его через $K_1(x, t)$) удовлетворяет соотношению

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \right) K_1(x, t) + \overline{K(s - x)} K(s - t) \Big|_{s=0} = 0. \quad (6)$$

Отсюда следует, что дискретизация уравнения (5) сводит его решение к решению алгебраической системы с матрицей T'_l вида (1). Таким образом, и в этом случае работают последовательные или параллельные алгоритмы, изученные выше (см. также (14)).

В случае матричного ядра в уравнении (4) ситуация вполне аналогична.

Институт математики Академии наук Армении

Հայաստանի ԳԱ ԲԱԿԱԿԻԳ ԱՌԴԱՄ Հ. Ռ. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ, Գ. Ռ. ԱՂԵԿՅԱՆ

Տյուպլինցյան տիպի մատրիցներով համակարգերի լուծման վեկտորացված ալգորիթմներ

Հուծվում է (12, 14) աշխատանքներում մշակված ալգորիթմների վեկտորացման (զուգահեռացման) խնդիրը, որը ապահովում է արագ հաշվարկ բազմապարոցըսորային հաշվիչ մեքենաների օգնությամբ:

Աշխատանքում բերված են համապատասխան ալգորիթմների բնութագրիչները:

Արդյունքները օգտակար են նաև ինտեգրալ հավասարումների մոտավոր լուծման համար:

ЛИТЕРАТУРА — ЧРЦЦЦЦЦЦЦЦЦЦ

- 1 В. Н. Фаддеева, Д. К. Фаддеев, Кибернетика, № 6, с. 28—40, 1977, № 3, с. 18—31, 1982.
- 2 В. В. Воеводин, Математические модели и методы в параллельных процессах. Наука, М., 1986.
- 3 А. Н. Sameh, D. J. Kuck, J. Assoc. Comput. Mach., v. 25, № 1, p. 81—91 (1978).
- 4 В. В. Воеводин, Е. Е. Тыртышников, в кн. Вычислительные процессы и системы, вып. 1, Наука, М., с. 124—267, 1983.
- 5 В. В. Воеводин, Е. Е. Тыртышников, Вычислительные процессы с блочными матрицами. Наука, М., 1987.
- 6 G. Heintz, Wissensch. Zeitschrift d. TH Karl-Marx-Stadt, v. 25, № 3, p. 326—333, (1983).
- 7 D. R. Sweet, Numer. Math., v. 42, p. 1—21 (1984).
- 8 A. W. Bojanczyk, R. P. Brent, F. R. De Hoog, Numer. Math., v. 49, p. 81—94 (1986).
- 9 F. T. Luk, S. Qiao, J. Linear Algebra Appl., v. 88/89, p. 495—505 (1987).
- 10 G. W. Stewart, J. Inst. Math. Appl., v. 23, p. 203—213 (1979).
- 11 Sanzheng Qiao, Numer. Math., v. 53, p. 351—366 (1988).
- 12 G. Cybenko, SIAM J. Sci. Stat. Comput., v. 8, № 5, p. 734—740 (1987).
- 13 G. Cybenko, BIT, 24, p. 441—455 (1984).
- 14 Г. В. Агекян, А. Б. Персесян, Докл. в Арм. НИИТИ, № 64—Ар. 89, 1989.
- 15 А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин, Методы решения некорректных задач. Наука, М., 1974.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 538.3

К) А. Антипов, академик АН Армении Н. Х. Арутюнян

О принципе соответствия при кручении неоднородных тел вращения

(Представлено 24/V 1991)

Пусть Ω — упругое тело вращения вокруг оси Oz кусочно-гладкой кривой, составленное из двух материалов с модулями сдвига G_+ ($z > 0$) и G_- ($z < 0$), и плоскость $z = 0$ — плоскость симметрии для области Ω . К поверхности $\partial\Omega$ приложены касательные окружные усилия $\tau_{\varphi n}$. Тогда отличные от нуля компоненты тензора напряжений будут иметь вид (1)

$$\tau_{\varphi r} = G(z) r \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad \tau_{\varphi z} = G(z) r \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad \Psi = \frac{v}{r}, \quad (1)$$

$G(z) = G_{\pm}$, если $z \leq 0$, v — угловое смещение, Ψ — функция перемещения, для которой уравнения Ляме принимают следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \rho_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}, \quad (r, z) \in \Omega, \quad t > 0, \quad (2)$$

где $\rho = \rho_0 G(z)$ — плотность тела. Требуется найти решение уравнения (2), удовлетворяющее начальным условиям

$$v|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad (r, z) \in \bar{\Omega}, \quad (3)$$

граничному условию ($T_n(r, z, t)$ — нечеткая по z функция)

$$\tau_{\varphi n} = G(z) r \frac{\partial \Psi}{\partial n} = r T_n(r, z, t), \quad (r, z) \in \partial\Omega, \quad t \geq 0 \quad (4)$$

и условиям сопряжения

$$v|_{z=-0} = v|_{z=+0}, \quad \tau_{\varphi r}|_{z=-0} = \tau_{\varphi r}|_{z=+0}, \quad 0 \leq r \leq R, \quad t \geq 0, \quad (5)$$

где R — радиус поперечного сечения тела при $z = 0$.

При помощи преобразования Лапласа

$$[\Psi_p, T_{np}](r, z) = \int_0^\infty e^{-pt} [\Psi, T_n](r, z, t) dt, \quad \operatorname{Re}(p) > 0$$

на основании (1)–(5) получаем следующую разрывную краевую задачу:

$$\begin{aligned} L\Psi_p &= 0, \quad (r, z) \in \Omega, \\ Lf &= \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \rho^2 f; \quad \frac{\partial \Psi_p}{\partial n} = \frac{T_{\text{нр}}}{G(z)}, \quad (r, z) \in \partial\Omega, \\ \Psi_p|_{z=-0} &= \Psi_p|_{z=+0}, \quad G_- \frac{\partial \Psi_p}{\partial z} \Big|_{z=-0} = G_+ \frac{\partial \Psi_p}{\partial z} \Big|_{z=+0}, \quad 0 \leq r \leq R. \end{aligned} \quad (6)$$

Пусть $\Gamma_p(r, z, \xi, \zeta)$ — функция Грина задачи Неймана для оператора эллиптического типа L в области $\Omega^+ = \{(r, z) \in \Omega: z > 0\}$ при условии

$$\frac{\partial \Psi_p}{\partial n} = \frac{T_{\text{нр}}}{G_+}, \quad (r, z) \in \omega^+; \quad \frac{\partial \Psi_p}{\partial z} = \frac{\varphi_p(r)}{G_+}, \quad (r, z) \in S,$$

$$\omega^+ = \{(r, z) \in \partial\Omega: z > 0\}, \quad S = \{0 \leq r \leq R, z = 0\}.$$

Тогда решение задачи (6) с учетом симметрии области Ω примет вид

$$\begin{aligned} \pm G_{\pm} \Psi_p(r, \pm z) &= \int_{\omega^+} \Gamma_p(r, z, \xi, \zeta) T_{\text{нр}}(\xi, \zeta) d\omega^+ + \\ &+ \int_S \Gamma_p(r, z, \xi, 0) \varphi_p(\xi) dS, \end{aligned} \quad (7)$$

где функция $\varphi_p(\xi)$ — решение интегрального уравнения

$$\begin{aligned} 2\pi \int_0^R \Gamma_p(r, 0, \xi, 0) \varphi_p(\xi) \xi d\xi &= - \int_{\omega^+} \Gamma_p(r, 0, \xi, \zeta) T_{\text{нр}}(\xi, \zeta) d\omega^+ \\ (0 \leq r < R). \end{aligned}$$

При помощи обратного преобразования Лапласа, (1) и (7) находим формулы для касательных напряжений

$$\tau_{\varphi r} = \pm r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \Phi_p(r, \pm z) e^{\rho t} d\rho,$$

$$\tau_{\varphi z} = \pm r \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \Phi_p(r, \pm z) e^{\rho t} d\rho,$$

$$\gamma: \operatorname{Re}(\rho) = h > 0, \quad \Phi_p(r, \pm z) = \pm G_{\pm} \Psi_p(r, \pm z).$$

Таким образом, можно сформулировать следующий принцип соответствия.

Пусть в области Ω модуль сдвига $G(z) = G_+$ при $z > 0$ и $G(z) = G_-$ при $z < 0$, $\rho_0 = \text{const}$ и на поверхности тела $\partial\Omega$ функция $T_n(r, z, t)$ нечетна по z . Тогда поле напряжений при нестационарном кручении составного тела вращения, для которого плоскость раздела сред является одновременно и плоскостью симметрии, совпадает с полем напряжений в соответствующем однородном теле, а поле перемещений зависит от G_+ и G_- и имеет вид

$$v(r, \pm z, t) = \pm \frac{r}{G_{\pm}} \frac{1}{2\pi i} \int \Phi_p(r, \pm z) e^{pt} dp.$$

Разумеется, что сформулированный выше принцип соответствия справедлив для неоднородных тел вращения и в случае воздействия статической нагрузки. В качестве примеров рассмотрим кручение соответственно цилиндра, эллипсоида и шара с кольцевой трещиной в статической постановке.

1. *Цилиндр*. Пусть круговой цилиндр ($0 \leq r \leq R$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $-a \leq z \leq b$) скручивается касательными усилиями, приложенными на торцах. Боковая поверхность свободна от напряжений. Задача эквивалентна краевой задаче (M —величина крутящего момента):

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0, \quad 0 < r < R, \quad -a < z < b;$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=-a} = m_-(r - R_0), \quad \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=b} = m_+(r - R_0), \quad 0 \leq r \leq R; \quad (8)$$

$$m_{\pm} = \frac{M}{2\pi R_0^2 G_{\pm}} \quad (0 < R_0 < R), \quad \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right)_{r=R} = 0, \quad -a \leq z \leq b;$$

$$v|_{z=0} = v|_{z=+0}, \quad G_- \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=0} = G_+ \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=+0}, \quad 0 \leq r \leq R.$$

Применяем к задаче (8) интегральное преобразование

$$v_k(z) = \int_0^R v J_1(\lambda_k r) r dr, \quad v(r, z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{v_k(z)}{\sigma_k} J_1(\lambda_k r),$$

$$\lambda_k = R^{-1} \xi_k, \quad \sigma_k = \frac{1}{2} R^3 J_1(\xi_k) J_2(\xi_k), \quad J_2(\xi_k) = 0 \quad (k = 1, 2, \dots)$$

и находим формулы для трансформанты смещения и касательных напряжений, причем последние не зависят от G_+ , G_- тогда и только тогда, когда $a = b$. В этом случае имеем

$$v_k(z) = M_0 (\pi R_0 G(z) \lambda_k \operatorname{sh} 2\lambda_k a)^{-1} J_1(\lambda_k R_0) \operatorname{sh} \lambda_k a \operatorname{sh} \lambda_k z, \quad |z| < a.$$

2. *Сплюснутый эллипсоид вращения.* В вырожденных эллипсоидальных координатах (s, μ, φ)

$$r = a(1 + s^2)^{1/2}(1 - \mu^2)^{1/2}, \quad z = as\mu, \quad 0 \leq s < \infty, \quad |\mu| \leq 1$$

задача кручения составного сплюснутого эллипсоида вращения эквивалентна следующей краевой задаче ⁽²⁾:

$$(1 + s^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial s^2} + 4s \frac{\partial \Psi}{\partial s} + (1 - \mu^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mu^2} - 4\mu \frac{\partial \Psi}{\partial \mu} = 0, \quad (9)$$

$$0 < s < s_0, \quad |\mu| \leq 1,$$

$$\Psi(0, \mu) = \Psi(0, -\mu), \quad G_+ \frac{\partial \Psi}{\partial s}(0, \mu) = G_- \frac{\partial \Psi}{\partial s}(0, -\mu), \quad |\mu| \leq 1, \quad (10)$$

$$\Psi(s, +0) = \Psi(s, -0), \quad G_+ \frac{\partial \Psi}{\partial \mu}(s, +0) = G_- \frac{\partial \Psi}{\partial \mu}(s, -0),$$

$$0 \leq s \leq s_0,$$

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial s} \right|_{s=s_0} = \frac{T_*(\mu)}{G(\mu)}, \quad |\mu| \leq 1; \quad T_*(\mu) = \left(\frac{s_0^2 + \mu^2}{1 - \mu^2} \right)^{1/2} \frac{T(\mu)}{1 + s_0^2},$$

$$G(\mu) = G_{\pm}, \quad \mu \leq 0, \quad s_0 = a^{-1}b_1, \quad a = (b_1^2 - b_2^2)^{1/2},$$

b_1, b_2 —полуоси эллипса, вращением которого вокруг оси Oz образуется эллипсоид. Касательные напряжения связаны с функцией перемещения Ψ формулами

$$\tau_{sz} = \frac{Gr}{H_s} \frac{\partial \Psi}{\partial s}, \quad \tau_{\mu\varphi} = \frac{Gr}{H_\mu} \frac{\partial \Psi}{\partial \mu}.$$

$$H_s = a(s^2 + \mu^2)^{1/2}(s^2 + 1)^{-1/2}, \quad H_\mu = a(s^2 + \mu^2)^{1/2}(1 - \mu^2)^{-1/2}.$$

Пусть $\Psi = \Psi_{\pm}$, $\mu \geq 0$. Методом разделения переменных находим общее решение уравнения (9)

$$\Psi_{\pm}(s, \mu) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{\pm} C_m^{1/2}(\mu) C_m^{1/2}(is),$$

где $C_m^{1/2}(x)$ — многочлены Гегенбауэра. Полагая

$$T_*(\mu) = G_{\pm} T_0(\mu) + T_1(\mu), \quad \mu \geq 0;$$

$$T_0(\mu) = T_0(-\mu), \quad T_1(\mu) = -T_1(-\mu);$$

и удовлетворяя условиям (10), получаем выражения для коэффициентов

$$A_{2m}^{\pm} = A_{2m}, \quad G_{\pm} A_{2m+1}^{\pm} = A_{2m+1},$$

$$A_{2m+1} = 2 [i v_{2m+1} \sigma_{2m+1} (is_0)]^{-1} T_{2m+1},$$

$$\sigma_n(s) = \frac{d}{ds} C_n^{3/2}(s) \quad \gamma_n = \frac{(n+1)(n+2)}{n+3/2}$$

$$T_n = \int_0^1 T_1(\mu) G_n^{3/2}(\mu) (1-\mu^2) d\mu.$$

В случае нечетной нагрузки: $T(\mu) = -T(-\mu)$ имеем $T_0(\mu) = 0$, $A_n = 0$ и тогда касательные напряжения не зависят от G_+ , G_- .

3. Тело вращения с трещиной. Пусть Ω —тело вращения, имеющее в плоскости симметрии трещину (дискообразную, кольцевую или их систему) и пусть выполняются условия принципа соответствия. Тогда коэффициент интенсивности напряжений K_{III} не зависит от модулей сдвига G_+ , G_- . В частности, в случае кольцевой трещины ($b < r < a$, $\theta = \pi/2 \pm 0$) в составном шаре радиуса a , который скручивается касательными окружными усилиями с моментом M , приложенными вдоль параллелей $\theta = \theta_0$, $\theta = \pi - \theta_0$, имеем ⁽³⁾

$$K_{III} = -3/4 \pi^{-1/2} a^{-1/2} M \lambda^{-1/2} (1 - 8/3 \pi^{-1} \lambda^2 + O(\lambda^4)), \quad \lambda = ba^{-1} \rightarrow 0.$$

Одесский государственный университет
им. И. И. Мечникова

ՅՈՒ. Ա. ԱՆՏԻՊՈՎ. Հայաստանի ԳԱ ակադեմիկոս Ն. Խ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ԱՆԿԱՄԱՍԵՆ ՎԵՐՄԻՆՆԵՐԻ ՈՂՈՐՄԱՆ ՂԵՎՐՈՒՄ ՀԱՄԱՎԱՅՈՒՄԱՍԽԱՆՈՐՄԱՆ ՍԿՂՐՈՒՆԻ ՄԱՍԻՆ

Ապացուցվում է համապատասխանության հետևյալ սկզբունքի ճշմարիտությունը: Եթե երկու նյութերից կազմված կտոր առ կտոր ողորկ մակերևույթով պտտման առաձգական մարմինը, որի համար նրա բաղադրիչ մասերը բաժանող հարթությունը միաժամանակ հանդիսանում է նաև սիմետրիայի հարթություն, այդ դեպքում այդ մարմնի ոչ ստացիոնար ոլորման ղեպքում լարումների դաշտը համընկնում է համապատասխան համասեռ մարմնի ոլորման ժամանակ առաջացած լարումների դաշտի հետ: Որպես օրինակ դիտարկվել են գլանի, էլիպսոիդի և օղակաձև ճաքով գնդի ոլորման խնդիրները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 Н. Х. Арутюнян, Б. Л. Абрамян, Кручение упругих тел, Физматгиз, М., 1963.
- 2 А. И. Лурье, Теория упругости, Наука, М., 1970.
- 3 Ю. А. Антилов, Н. Х. Арутюнян, Изв. АН СССР, МТТ, № 4, 1991.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК. 539.3

В. С. Тоноян, Н. С. Мелкумян

Антиплоская контактная задача для упругой полуплоскости с вертикальной трещиной, идущей от границы полуплоскости

(Представлено чл.-корр. АН Армении Б. Л. Абрамяном 27/VII 1991)

Рассматривается антиплоская контактная задача для упругой изотропной полуплоскости ($x \geq 0$) с вертикальной конечной трещиной ($0 < x < a$), выходящей на границу. К границе полуплоскости по обе стороны от начала трещины приклеплены два симметричных штампа конечных размеров ($0 \leq |y| \leq b$).

Принимается, что на штампы действуют силы, приводящие к состоянию антиплоской деформации.

Задача решена методом Фурье в перемещениях.

В силу кососимметрии граничных условий достаточно рассматривать только квадрант ($0 < x < \infty$, $0 < y < \infty$) со смешанными граничными условиями

Решение задачи ищется в виде сумм интегралов Фурье. Для определения неизвестных плотностей интегралов Фурье получена система парных интегральных уравнений. Парные интегральные уравнения решаются в замкнутом виде методом ортогонализации, и полученная система сводится к интегральному уравнению типа Фредгольма 1-го рода. Доказана разрешимость этого уравнения, в частности, решение может быть найдено методом последовательных приближений.

Выведены формулы для определения напряжений и перемещений в любой точке полуплоскости. Получены формулы для контактных напряжений. Выделена особенность и вычислены коэффициенты интенсивности напряжений как на конце трещины, так и на конце жесткоцементированного штампа.

При приравнивании значения коэффициента интенсивности напряжений к критической величине по теории хрупкого разрушения материала получается выражение, которое определяет распространение трещины и ее устойчивость.

В частном случае, когда длина трещины стремится к нулю, получается антиплоская задача теории упругости для полуплоскости без трещины. В этом случае решение задачи получается в замкнутом виде.

В силу кососимметрии достаточно рассматривать только область квадрата при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} U_z(0, y) &= f_1(y), & 0 \leq y < b; \\ \tau_{xz}(0, y) &= f_2(y), & b < y < \infty; \\ \tau_{xy}(x, 0) &= f_3(x), & 0 < x < a; \\ U_z(x, 0) &= 0, & a \leq x < \infty. \end{aligned} \quad (1)$$

Решение задачи ищется в виде сумм интегралов Фурье ⁽¹⁾:

$$U_z(x, y) = \int_0^\infty A(\alpha) e^{-\alpha x} \sin \alpha y d\alpha + \int_0^\infty C(\beta) e^{-\beta x} \cos \beta x d\beta, \quad (2)$$

тогда для касательных напряжений имеется:

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= -G \int_0^\infty \alpha A(\alpha) e^{-\alpha x} \sin \alpha y d\alpha - G \int_0^\infty \beta C(\beta) e^{-\beta x} \sin \beta x d\beta; \\ \tau_{xy} &= G \int_0^\infty \alpha A(\alpha) e^{-\alpha x} \cos \alpha y d\alpha - G \int_0^\infty \beta C(\beta) e^{-\beta x} \cos \beta x d\beta. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $A(\alpha)$ и $C(\beta)$ неизвестные функции, подлежащие определению из граничных условий (1). После удовлетворения граничным условиям (1) получается следующая система «парных» интегральных уравнений:

$$\begin{cases} \int_0^\infty A(\alpha) \sin \alpha y d\alpha = f_1(y) - \int_0^\infty C(\beta) e^{-\beta y} d\beta, & 0 \leq y < b; \\ \int_0^\infty \alpha A(\alpha) \sin \alpha y d\alpha = -\frac{1}{G} f_2(y); & b < y < \infty. \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \int_0^\infty \beta C(\beta) \cos \beta x d\beta = -\frac{1}{G} f_3(x) + \int_0^\infty \alpha A(\alpha) e^{-\alpha x} d\alpha, & 0 < x < a; \\ \int_0^\infty C(\beta) \cos \beta x d\beta = 0, & a \leq x < \infty. \end{cases} \quad (5)$$

Подобные «парные» интегральные уравнения рассматривались в работах ⁽²⁻⁴⁾ и др).

Используя результаты работ ^(3, 4) для функций $A(\alpha)$ и $C(\beta)$, получим следующие выражения из (4) и (5):

$$A(\alpha) = \frac{2}{\pi} \int_0^b \varphi_1(r) J_0(\alpha r) dr + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \varphi_2(r) J_0(\alpha r) dr - \\ - \int_0^a C(\beta) d\beta \int_0^a \left| \beta r L_0(\beta r) + \frac{2}{\pi} - \beta r I_0(\beta r) \right| J_0(\alpha r) dr, \quad (6)$$

$$C(\beta) = \frac{2}{\pi} \int_0^a \varphi_2(t) J_0(\beta t) dt + \\ + \int_0^\infty \alpha A(\alpha) d\alpha \int_0^a t [I_0(\alpha t) - L_0(\alpha t)] J_0(\beta t) dt. \quad (7)$$

где $J_0(z)$ — функция Бесселя первого рода с действительным аргументом; $I_0(z)$ — функция Бесселя первого рода от мнимого аргумента; $L_0(z)$ — функция Струве от мнимого аргумента.

Исключая функцию $C(\beta)$ из (7) и (6), для функции $A(\alpha)$ получается следующее интегральное уравнение типа Фредгольма второго рода:

$$A(\alpha) = Q(\alpha) + \int_0^\infty A(\gamma) K(\gamma, \alpha) d\gamma, \quad (8)$$

где

$$Q(\alpha) = \frac{2}{\pi} \int_0^b \varphi_1(r) J_0(\alpha r) dr + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \varphi_2(r) J_0(\alpha r) dr - \\ - \frac{4}{\pi^2} \int_0^a t \varphi_3(t) dt \int_0^b \frac{J_0(\alpha r)}{t^2 + r^2} dr; \quad (9)$$

$$K(\gamma, \alpha) = \frac{2}{\pi} \gamma \int_0^\infty t^2 [L_0(\gamma t) - I_0(\gamma t)] dt \int_0^b \frac{J_0(\alpha r)}{t^2 + r^2} dr. \quad (10)$$

Очевидно, что функция $Q(\alpha)$ ограничена сверху и стремится к нулю, когда $\alpha \rightarrow \infty$.

С использованием результатов работы (5) доказывается, что (8) можно решить методом последовательных приближений.

Решая интегральное уравнение (8) методом последовательных приближений, получим выражение функции $A(\alpha)$. Далее, по формуле (7), можно определить искомую функцию $C(\beta)$.

Напряжения и перемещения по известным формулам (2) и (3) будут определены в любой точке полуплоскости. В частности, напряже-

նյա մեջ ընդհատումները և շարժումները որոշվում են հետևյալ բանաձևերով:

$$\begin{aligned} \tau_{xy}(x, 0) = & \frac{2}{\pi} \frac{Gx}{a} \frac{\varphi_3(a)}{\sqrt{x^2 - a^2}} + \frac{Gx}{\sqrt{x^2 - a^2}} \times \\ & \times \int_0^{\infty} \alpha [I_0(\alpha a) - L_0(\alpha a)] A(\alpha) d\alpha + \frac{2}{\pi} Gx \int_0^a \frac{\varphi_3(t) - t\varphi_3'(t)}{t^2 \sqrt{x^2 - t^2}} dt + \\ & + Gx \int_0^a \frac{dt}{\sqrt{x^2 - t^2}} \int_0^{\infty} \alpha^2 \left[L_1(\alpha t) + \frac{2}{\pi} - L_1(\alpha t) \right] A(\alpha) d\alpha + \\ & + G \int_0^{\infty} \alpha A(\alpha) e^{-\alpha x} d\alpha, \quad a < x < \infty; \\ U_x(x, 0) = & \frac{2}{\pi} \int_x^a \frac{\varphi_3(t)}{\sqrt{t^2 - x^2}} dt + \\ & + \int_x^a \frac{t dt}{\sqrt{t^2 - x^2}} \int_0^{\infty} \alpha [I_0(\alpha t) - L_0(\alpha t)] A(\alpha) d\alpha, \quad 0 < x < a. \end{aligned} \quad (12)$$

Կոэффициент интенсивности K_{III} имеет вид

$$K_{III} = Gx \left\{ \frac{2\varphi_3(a)}{\pi a} + \int_0^{\infty} \alpha [I_0(\alpha a) - L_0(\alpha a)] A(\alpha) d\alpha \right\}. \quad (13)$$

Приравнивая значение коэффициента интенсивности напряжений (13) к критической величине ($K_{III} = K_c$) по теории хрупкого разрушения⁽⁶⁾, получается выражение, которое определяет распространение трещины и ее устойчивость.

Институт механики Академии наук Армении

Վ. Ո. ՏՈՆՈՅԱՆ, Ն. Ս. ՄԵԼՔՈՒՄՅԱՆ

Կիսահարթության լեզրից սկսվող ուղղաձիգ ճախով առաձգական
կիսահարթության համար հակահարթ կոնտակտային խնդիր

Դիտարկվում է հակահարթ կոնտակտային խնդիր առաձգական, իզոտրոպ կիսահարթության համար, որն ունի եզր դուրս եկող ուղղաձիգ, վերջավոր ճաք: Կիսահարթության հորիզոնական սահմանի երկու կողմերում, ճաքի եզրից սկսած ամրակցված են վերջավոր չափերի սիմետրիկ կոշտ դրոշմներ:

Ընդունվում է, որ դրոշմների վրա ազդում են հակահարթ դեֆորմացիոն Վիճակի հանգեցնող ուժեր:

Խնդիրը լուծված է Ֆուրյեի մեթոդով տեղափոխությունների համար։
Շնորհիվ խնդրի շեղահամաչափության, բավական է դիտարկել միայն
քառորդ հարթությունը խառը եզրային պայմաններով։

Խնդրի լուծումը փնտրվում է Ֆուրյեի ինտեգրալների գումարի տեսքով։
Ֆուրյեի ինտեգրալների ինտեգրման անհայտ ֆունկցիաները որոշելու հա-
մար ստացվում է զույգ ինտեգրալ հավասարումների համակարգ՝ Զույգ ին-
տեգրալ հավասարումները լուծվում են օրթոգոնալիզացիայի մեթոդով փակ
տեսքով և ստացված համակարգը բերվում է երկրորդ կարգի Ֆրեդհոլմի տի-
պի ինտեգրալ հավասարման։ Ապացուցված է այդ հավասարման լուծելիու-
թյունը։ Մասնավորապես, լուծումը կարող է գտնվել հաջորդական մոտավո-
րությունների եղանակով։ Ինտեգրման անհայտ ֆունկցիաները որոշելուց հե-
տո կարելի է որոշել լարումները և տեղափոխությունները կիսահարթության
ցանկացած կետում։

Ստացված են ճաքից դուրս լարումների և ճաքի ներսում տեղափոխու-
թյունների որոշման համար բանաձևեր։ Առանձնացված է եզակիությունը և
հաշվարկված է լարումների ինտենսիվության գործակիցը ճաքի գագաթում։

Ըստ նյութի փխրուն քայքայման տեսության լարումների ինտենսիվու-
թյան գործակիցը հավասարեցնելով կրիտիկական արժեքին, ստացված է ար-
տահայտություն ճաքի տարածումը և նրա կայունությունը որոշելու համար։

Մասնավոր դեպքում, երբ ճաքի երկարությունը ձգտում է զրոյի ստաց-
ված է առաձգականության տեսության հակահարթ խնդրի փակ լուծումը
առանց ճաքի կիսահարթության համար։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 В. Новицкий, Теория упругости, Мир, М., 1975. 2 Я. С. Уфлянд, Метод парных уравнений в задачах математической физики. Наука, Л., 1977. 3 В. С. Токоян, Изв. АН АрмССР Механика, т. 21, № 3 (1968). 4 В. С. Токоян, ДАН АрмССР, т. 37, № 5 (1963). 5 В. С. Токоян, С. А. Мелкумян, Изв. АН АрмССР, Механика, т. 25, № 3, 1972. 6 Г. П. Черепанов, Механика хрупкого разрушения, Наука, М., 1974.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 577.1

Р. А. Захарян, М. А. Погосян

Мембранный механизм переноса молекул олигонуклеотидов в клетку

(Представлено чл.-корр. АН Армении К. Г. Карагезяном 16/I 1991)

Ранее нами (¹⁻⁴), а затем и другими авторами (⁵⁻⁶) было показано, что рецепция нуклеиновых кислот, в том числе и двуспиральных РНК, олигонуклеотидов на плазматической мембране клеток млекопитающих в определенной мере специфична, обусловлена взаимодействием с протенами и по своим характеристикам аналогична взаимодействию лиганд — рецептор.

Одновременно нами же было показано (⁹), что интерферониндуцирующая активность дсРНК в комплексе с Ca^{2+} (in vitro и in vivo) возрастает в 4—5 раз и Са-дсРНК обладает более высокой антивирусной активностью, что позднее было подтверждено в работе (¹⁰).

В данном исследовании показано, что комплексы Ca^{2+} -дсРНК и Ca^{2+} -ДНК связываются с теми же участками на поверхности плазматической мембраны, что и дсРНК и ДНК, соответственно, и что трансмембранный перенос молекул нуклеиновых кислот осуществляется совместно со специфическим рецептором в составе эндомитарной клатринсодержащей везикулы.

В экспериментах использованы: [³H]дсРНК— $6,5 \times 10^3$ имп/мкг/мин, дрожжевая киллерная РНК с мол. массой 1,6 МД (Ин-т вирусологии им. Д. Ивановского АМН СССР); [¹⁴C] ДНК тимуса телят 8×10^4 имп/мкг/мин.; поли dA, поли dT; поли rA, поли rU; поли dЦ, поли rИ; поли rИ, поли rЦ [³H] полинуклеотиды с активностью около $6,1 \times 10^3$ имп/мин/мкг были получены в тритиевой воде с У. А. 5 Кю/мл.

Кальциевые комплексы полинуклеотидов получали их инкубацией в среде MEM в присутствии 25мМ CaCl_2 при 37°C в течение 2 ч.

Получение антител к белкам 35 КД и 54 КД и 60 КД. По 300 мкг очищенного белка в 1 мл PBS интенсивно смешивали с 1 мл полного адъюванта Фройнда («Difco») до получения гомогенной эмульсии. По 0,05 мл полученной эмульсии вводили подкожно кроликам в 40 уколов по поверхности спины и лапок. Эту процедуру иммунизации повторяли дважды через каждые две недели. К концу двух недель от последней иммунизации антитела выделяли во фракции иммуноглобулинов.

При изучении кинетики связывания ДНК и дсРНК с поверхностью клеток (2×10^6 кл), предварительно обработанных антителами, в среду с клетками вводили [^{14}C] ДНК 0,4 мкг, 32×10^3 имп/мин или дсРНК 0,48 мкг, 3×10^3 имп/мин; после инкубации радиоактивность, связавшуюся с клетками, определяли в радиосчетчике SL—30 (Франция).

Получение клеток и эндоцитарных везикул описано в работе (4).

Первичные клетки почек кролика РК выращивали в среде MEM, содержащей 10% сыворотки теленка, после достижения монослоя концентрацию сыворотки снижали до 5%. [^{32}P] поли *rH*, поли *rC* и [^{32}P] поли *rA*, поли *rU* получали 5' фосфорилированием этих полинуклеотидов T_4 -полинуклеотидкиназой, согласно работе (11).

Ввиду большей биологической активности Са-дсРНК (10^{10}) была изучена возможная конкуренция между молекулами Са-дсРНК Са-ДНК и ДНК за места связывания на мембране.

Связывание [^3H] Са $^{2+}$ -дсРНК с клетками первичной культуры почек кролика РК существенно ингибировалось в присутствии дсРНК. Одинаковым образом связывание Са-[^3H] ДНК с клетками печени ингибировалось в присутствии избытка ДНК (табл. 1).

Таблица 1

Конкуренция в связывании между дсРНК и Са-[^3H]дсРНК (10 мкг/мл, ДНК и Са-[^{14}C]ДНК (15 мкг/мл) на клетках печени и РК-13

„Холодные“ полнуклеотиды	Связывание Са-[^3H]дсРНК мкг/кл РК-13 2×10^6	Связывание Са-[^{14}C]ДНК мкг/кл печени $2 \cdot 10^6$
В отсутствие дсРНК, 100 мкг/мл	0,42 0,043	— —
В отсутствие ДНК, 100 мкг/мл	— —	0,35 0,028

K_d для Са $^{2+}$ -форм дсРНК и ДНК составляли около 10^{-10} и 2×10^{-10} М относительно K_d для дсРНК и ДНК 10^{-9} М, соответственно, что указывает на формирование в условиях комплексообразования с Са $^{2+}$, по-видимому, биологически более активной конформации молекулы нуклеиновой кислоты, взаимодействующей с поверхностью клетки.

Посли *dA*, поли *dT* и поли *rA*, поли *rU*, поли *dH*, поли *dC* и поли *rH*, поли *rC*, равно как и поли *rA*, поли *rU* и поли *rH*, поли *rC*, не конкурировали за места связывания на поверхности клеток первичной культуры почек кролика (табл. 2).

Полученные данные свидетельствуют о достаточной специфичности процесса связывания изученных полинуклеотидов на плазматической мембране клеток млекопитающих.

В прежних наших работах было показано, что фактор связывания ДНК тимуса быка на поверхности клеток печени крысы представлен в основном белком с мол. массой в 35 КД. фактор связывания дсРНК

из *Sach. cerevisiae* на тех же клетках представлен в основном белком с мол. массой в 52 КД; сорбция дсРНК на клетках больших полушарий мозга крысы обусловлена взаимодействием молекул РНК преимущественно с белками в 60–54 КД.

Таблица 2
Связывание [³H] полинуклеотидов на клетках РК-13

Холодные, полинуклеотиды 20х избыток	Связывание (имп/2х10 ⁶ клеток)		
	поли гА-поли гУ	поли дИ-поли сЦ	поли тТ-поли гЦ
В отсутствие	2400	—	—
Поли гА-поли сТ	2100	—	—
В отсутствие	—	3100	—
Поли гИ-поли гЦ	—	2800	—
В отсутствие	—	—	2150
Поли гА-поли гУ	—	—	1900

В табл. 3 приведены данные по связыванию молекул ДНК и дсРНК с поверхностной мембраной клеток печени, предварительно обработанных антителами к ДНК-связывающему белку 35 КД и дсРНК-связывающему белку 54 КД.

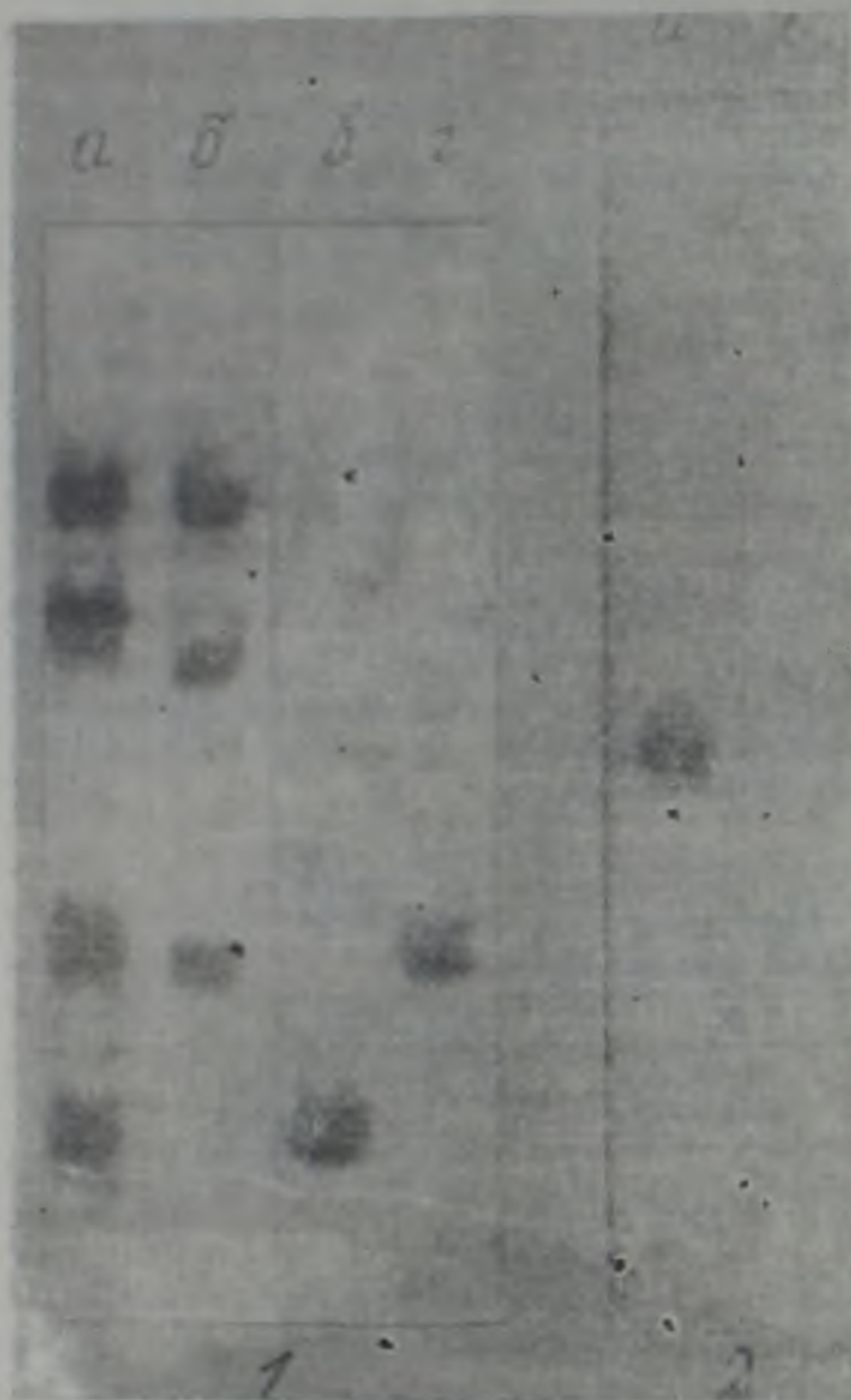
Таблица 3
Связывание ДНК и дсРНК с поверхностной мембраной
клеток печени, обработанных антителами к белку
35 и 54 КД (имп/мин/2х10⁶ кл)

Время инкубации, мин	[¹⁴ C] ДНК		[³ H] дсРНК	
	контроль	обработка антителами	контроль	обработка антителами
5	7х10 ³	6х10 ³	5х10 ³	60
10	12х10 ³	9х10 ³	11х10 ³	90
20	15х10 ³	11х10 ³	15х10 ³	120
40	16х10 ³	12х10 ³	17х10 ³	140

Результаты свидетельствуют, что антитела к белку 35 и 54 КД значительно подавляли адсорбцию ДНК или дсРНК на поверхности клеток печени, что указывает на определенную роль этих белков в процессах адсорбции и трансмембранного переноса нуклеиновых кислот внутрь клетки. С целью возможного выявления этих белков в составе ДНК или дсРНК-клатринсодержащих эндоцитарных везикул мы изолировали последние из клеток печени крыс (4) через 45 мин после внутривенной инъекции 100 мкг ДНК или 100 мкг дсРНК в форме комплекса с Са²⁺.

Гель-электрофорез белков выделенных эндоцитарных везикул показал, что они содержат белок клатрин с мол. массой в 180, 33–36 КД, а также белки в 110 и 50–55 КД (1).

Одновременно в составе эндоцитарных везикул по Стутерну были выявлены нитратные молекулы ДНК (4) и методом Вестерн-блота белок в 35 КД: в составе везикул, содержащих деРНК, был обнаружен белок 34 КД (рисунок).



Вестерн-блот анализ полинуклеотидсвязывающих белков плазматической мембраны в составе эндоцитарных везикул. 1 -- гель-электрофорез в 10% ПААГ белков эндоцитарных везикул из печени; а -- белки эндоцитарных везикул; б -- маркеры: белки с мол. массой 180, 90 и 51х10³; в -- в составе ДНК содержащих везикул идентифицирован белок 35 КД; г -- в составе деРНК-содержащих везикул идентифицирован белок 34 КД. 2 -- гель-электрофорез в 10% ПААГ белков и перенос на нитроцеллюлозу и фальт белков эндоцитарных везикул из клеток РК, обработанных поли И поли Ц или поли Г поли У: а -- в составе поли И поли Ц-содержащих везикул идентифицирован белок 60 КД; б -- в составе поли А поли У содержащих везикул белок 60 КД отсутствует.

Ранее нами было показано, что ДНК-связывающий белок 35 КД является лигандом к А—Т парам (4). В аналогичном эксперименте *in vitro* в везикулах из клеток РК, содержащих поли ГИ, поли ГЦ, был выявлен рецепторный белок для поли ГИ, поли ГЦ в 60 КД, ранее описанный в работе (3) (рисунок).

Данный белок не был обнаружен в поли ГА, поли ГУ содержащих эндоцитарных везикулах из клеток РК—13.

Полученные данные свидетельствуют, что факторы связывания нуклеиновых кислот на плазматической мембране проявляют специфичность в узнавании конформации определенных последовательностей в структуре молекулы нуклеиновой кислоты и в составе эндоцитарной везикулы участвуют в трансмембранном переносе полинуклеотидов внутрь клетки.

Согласно устному сообщению Азума и др., сработка клеток РК—13 моноклональными антителами (к рецепторному белку для поли γ И, поли γ Ц в 60 КД) подавляла индукцию интерферона в клетках РК—13. Наши исследования, проведенные в условиях эксперимента Азума в присутствии антител к белку в 60 КД, показали, что действительно индукция поли γ И, поли γ Ц интерферона в РК—13 подавлена, несмотря на то, что определенная доля поли γ И, поли γ Ц обнаруживается в эндоцитарных везикулах, выделенных из клеток РК—13. Вместе с тем в этих эндоцитарных везикулах не обнаруживался белок 60 КД. Этот результат позволяет заключить что рецепторный белок к полинуклеотиду не только участвует в процессе трансмембранного их переноса, но и в ряде случаев, по-видимому, в комплексе с полинуклеотидом обеспечивает узкоспецифическую биологическую активность последнего.

Институт экспериментальной
биологии Академии наук Армении

Խ. Ա. ԶԱԽԱՐՅԱՆ, Մ. Ա. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Բջջում օլիգոնուկլեոտիդային մոլեկուլների բաղանդային տեղափոխման
մեխանիզմը

Ստացված տվյալները ցույց են տալիս, որ նուկլեինաթթուների կապվածության ֆակտորները՝ պրոտեինները ցուցաբերում են սպեցիֆիկություն նուկլեինաթթուների մոլեկուլների որոշակի հաջորդականության ճանաչման և կապվածության հանդեպ Ca^{2+} -երկշ. ՌՆԹ-ի և Ca^{2+} -ԴՆԹ-ի կոմպլեքսները կապվում են թաղանթի այն նույն հատվածներին, ինչ որ երկշղ. ԴՆԹ-ն և ԴՆԹ-ն համապատասխանաբար, նուկլեինաթթուների մոլեկուլների միջ-թաղանթային տեղափոխումը իրականանում է էնդոցիտար վեզիկուլի կազմի մեջ մտնող հատուկ ռեցեպտորների միջոցով:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

- 1 Р. А. Захарян, Тезисы докл. IV симпозиум СССР—ФРГ «Структура и транскрипция генома», Ереван, с. 19, 1981.
- 2 Р. А. Захарян, К. Г. Карагезян, и сб.: Структура и функция белков и нуклеиновых кислот, Мат-лы VI Двустороннего симп. СССР—Франция, Цхалтубо, с. 132, 1982.
- 3 Р. А. Захарян, К. А. Бакунц, Н. А. Скобелева, Неярохимия, т. 8, № 1, с. 34—38 (1989).
- 4 Р. А. Захарян, В. А. Овсепян, А. Г. Аракелян, Биол. журн. Армении, т. 42, № 9/10, с. 923—926 (1989).
- 5 G. Lachet, R. M. Benoit, Biochem. Biophys. Res. Commun., v. 122, № 3, p. 1034—1039 (1981).
- 6 S. L. Loke, C. A. Stein, X. H. Zhang et al., Proc. Natl. Acad. Sci. USA, v. 86, p. 6451—6458 (1989).
- 7 L. A. Yashin, E. A. Decua, V. E. Zarytova et al., Proc. Natl. Acad. Sci. USA, v. 86, p. 6454—6458 (1989).
- 8 I. Yoshida, M. Azuma, H. Kawan et al., J. Interferon Res. (1990).
- 9 Л. А. Рухкян, Р. А. Захарян, в сб.: Лекарственные и биологически активные вещества в животноводстве и ветеринарии, Ереван, вып. 59, с. 89—94 (1986).
- 10 Т. М. Соколова, Н. А. Родонская, А. Ю. Антонов и др., в сб.: Изучение индуктора интерферона-двухспиральной РНК в различных биологических системах, Зинатне, Рига, с. 47—53, 1989.
- 11 J. R. L. Hough, K. Kluge, Biochemistry, v. 14, p. 1221—1225 (1975).

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.827

Э. А. Оганесян

Фоновая импульсная активность нейронов центральных ядер
мозжечка бодрствующей кошки

(Представлено академиком АН Армении В. В. Фанарджяном 9/VII 1991)

Многочисленные данные указывают на различие механизмов функционирования ядер мозжечка соответственно их принадлежности к палео- и неомозжечковым структурам (¹⁻³). Наряду с этим отмечается и специфика в цитоархитектоническом строении каждого из внутри-мозжечковых ядер (⁴). Имеются литературные данные, свидетельствующие об информативности фоновой электрической активности (ФИА) нейронов мозга, в параметрах которой получают отражение особенности различных функциональных состояний (⁵). Изучению ФИА нейронов центральных ядер (ЦЯ) мозжечка посвящено всего несколько работ (⁶⁻⁷). Сопоставление полученных в этих исследованиях данных затруднено из-за использования различных видов животных, наркоза, способов обработки результатов и пр. (^{6,7}).

Целью настоящего исследования было проведение анализа ФИА нейронов всех трех ядер мозжечка у одной и той же бодрствующей кошки в условиях хронического эксперимента с применением различных методов статистического анализа на компьютере.

Опыты проведены на трех взрослых кошках. Была использована методика жесткой фиксации головы ненаркотизированной кошки в стереотаксическом аппарате (⁸). Осуществляли внеклеточное отведение активности нейронов и последующий гистологический контроль точек отведения. Анализировали межимпульсные интервалы (МИ) ФИА 111 нейронов, 15 в фастигиальном (ФЯ), 49 в промежуточном (ПЯ) и 47 в латеральном (ЛЯ) ядрах мозжечка. Предварительно была определена стационарность ФИА исследованных нейронов по непараметрическому критерию Колмогорова—Смирнова (⁹). Строили графики скользящей частоты, гистограммы МИ 1 порядка (ГМИ), аутокоррелограммы до 8 порядка (АКГ) и коррелограммы сериальных коэффициентов корреляции (СКГ). Подсчитывали значения средней частоты (F), средние интервалы разрядов (M), их среднеквадратичные отклонения (CM) и коэффициенты вариации (CV%). коэффициенты

симметрии ($\bar{A}s$) и эксцесса ($\bar{E}x$), а также основные моды ($\bar{M}o$) и вероятности ($\bar{P}$) мод в ГМИ.

Благодаря применению метода статистического анализа представлялась возможность не только адекватно охарактеризовать ФИА нейронов ЦЯ мозжечка, но и выявить особенности ФИА нейронов различных ядер в сравнительном аспекте.

Оценка характера импульсного потока нейронов трех ядер была произведена по нейрограммам, по типам АКГ и СКГ, а также по другим статистическим характеристикам распределения МИ ФИА нейронов ЦЯ. Показано, что различие в первую очередь выражается в неодинаковых соотношениях отдельных разновидностей ФИА нейронов. Во всех ядрах превалировала ФИА нейронов, характеризующаяся нерегулярными последовательностями одиночных разрядов (66,7% в ФЯ, 63,4% в ПЯ и 64,2% в ЛЯ). Наряду с этим ЛЯ характеризовалось сравнительно большим числом нейронов с залповым типом импульсной активности, выявляющей систематические изменения в частоте разрядов (учащение или замедление) (31%—13 нейронов из 41).

Нейроны с ФИА, характеризующейся постоянными МИ и имеющей регулярную составляющую, регистрировались только в ФЯ и ПЯ (13,3 и 9,8%, соответственно). Четкая организация ФИА в пачечную или групповую (по 2—3 импульса высокой частоты или 5—10 импульсов, в группе) встречалась крайне редко: в 3 нейронах ПЯ и в 1 нейроне ЛЯ. В большинстве случаев каждая разновидность ФИА выделялась характерным распределением МИ, особенностями АКГ и СКГ.

При сопоставлении статистических показателей распределения МИ в ядрах мозжечка от ФЯ к ПЯ и ЛЯ прослеживалось снижение средней частоты ($\bar{F}$), увеличение усредненных значений $\bar{C}M$ и $\bar{C}V$ %, усиления $\bar{A}s$ ГМИ. Выявлено, что большая вариабельность ФИА нейронов ЛЯ выражается также в превалировании полимодальных нейронов, несовпадении значений $\bar{M}$ и $\bar{M}o$, меньших значениях $\bar{P}$ моды (см. таблицу).

Статистические характеристики распределений межимпульсных интервалов фоновой импульсной активности нейронов центральных ядер мозжечка

	$\bar{F}$, гц	$\bar{M}$, мс	$\bar{C}M$, мс	$\bar{C}V$, %	$\bar{A}s$	$\bar{E}x$	$\bar{M}o$, мс	$\bar{P}$
ФЯ	22,7	83,1	55,2	68,9	1,5	6,0	82,9	0,18
ПЯ	20,6	100,8	75,3	67,7	1,5	4,9	81,6	0,07
ЛЯ	17,2	187,6	202,0	101,3	2,4	12,7	120,7	0,03

Примечание: усредненные значения, $\bar{F}$ —средней частоты, $\bar{M}$ —среднего межимпульсного интервала, $\bar{C}M$ —среднеквадратичного отклонения, $\bar{C}V$ %—коэффициента вариации, $\bar{A}s$ —асимметрии, $\bar{E}x$ —эксцесса, $\bar{M}o$ —моды, $\bar{P}$ —вероятности мод

Наряду с преобладанием во всех ядрах типов АКГ, указывающих на равновероятное проявление МИ (нерегулярность) ФИА нейронов, в ПЯ чаще, чем в ЛЯ, встречались нейроны, характеризующиеся АКГ, что свидетельствовало о низком уровне возбудимости нейрона после генерации потенциала действия. Поскольку нейроны с залповым типом активности чаще встречались в нейронах ЛЯ, то соответственно этому больше отмечались АКГ, имеющие продолжительное начальное отклонение, указывающее на повышенную вероятность генерации спайка. Определенными типами АКГ характеризовались нейроны с регулярной составляющей в своем ФИА и нейроны с пачечными и групповыми разрядами.

Динамика следования МИ определялась вычислением сериальных коэффициентов корреляции (СКК) и их графическим представлением (СКГ). Достоверность отличия СКК от нуля оценивалась по таблице критических значений коэффициента корреляции (¹⁰). Для большинства нерегулярных нейронов и нейронов с регулярной составляющей в своем ФИА были характерны СКГ с нулевыми значениями СКК, что указывало на независимое случайное появление МИ той или иной длительности в анализируемом импульсном потоке.

При втором типе СКГ коэффициенты более низкого порядка были положительными. Они характерны для нейронов с залповым типом ФИА и отчасти для ФИА нерегулярных нейронов. Значения первых пяти СКК были сравнительно велики в нейронах ЛЯ с залповым типом ФИА, доходя иногда до 0,5—0,6. Коррелограммы с отрицательными СКК встречались реже. Сравнительно чаще они наблюдались в нейронах ПЯ.

Таким образом, в условиях хронического эксперимента при использовании различных методов статистического анализа были выявлены различия в соотношении отдельных разновидностей ФИА нейронов как по паттерну активности, так и по динамике следования межимпульсных интервалов, а также по другим статистическим характеристикам распределения МИ ФИА нейронов в каждом ядре. Надо полагать, что вариации в ФИА нейронов отдельных ядер определяются их цитоархитектоническими особенностями и различной выраженностью коррелирующих тонических афферентных и мозжечковых корковых влияний.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели
Академии наук Армении

Է. Ա. ՀՈՎԱՆՆԻՍՅԱՆ

Ուղեղիկի կենտրոնական կորիզների ներոնների ֆունկցիոնալ ակտիվությունը

Արթուր Կատուների մոտ խրոնիկ փորձի պայմաններում ուսումնասիրվել է ուղեղիկի կենտրոնական կորիզների ֆունկցիոնալ արտաբնական ակտիվությունը

թյունը տարրեր տեսակի վիճակագրական անալիզի մեթոդների օգնությամբ:

Ուղեղիկի յուրաքանչյուր կորիզում դրանցված նեյրոնների ֆոնային ակտիվություներ բնորոշվել է տարատեսակ նեյրոգրամների և միջնեյրոնային հաջորդականությունների տարրեր բանական հարաբերակցությունների առկայությամբ, ինչպես նաև միջնեյրոնային ինտերվալների բաշխման այլ վիճակագրական բնութագրիչների արժեքների տարբերություններով: Ենթադրվում է, որ ուղեղիկի տարրեր կորիզներում նեյրոնների ֆոնային ակտիվության տարատեսակության առկայությունը պայմանավորված է այդ կորիզների բջջա-կառուցվածքային առանձնահատկություններով և ուղեղիկի կեղևային և աղբյուրից կարգավորող ազդեցությունների տարրեր արտահայտվածությամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ G. I. Allen, N. Tsubahara, *Physiol. Rev.*, v. 54, № 4, p. 957—1005 (1974).
² M. Ito, *The cerebellum and neuronal control*, Raven Press, N. Y., 1984. ³ Э. А. Озмисян, В. В. Фанарджян, О. А. Мадамян, *Физиол. журн. СССР*, т. 74, № 5, с. 640—647 (1983). ⁴ V. Chan-Palay, *Cerebellar dentate nucleus*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, N. Y., 1977. ⁵ С. В. Куркун, М. Н. Жадин, *Журн. высшей нервной деятельности*, т. 30, № 4, с. 738—746 (1980). ⁶ С. Palmer, *EEG Clin. Neurophysiol.*, v. 46, № 4, p. 357—70 (1979). ⁷ R. Giuffrida, F. Licata, G. L. Volsi et al., *Neuroscience*, v. 9, № 1, p. 421—427 (1983). ⁸ В. В. Фанарджян, С. А. Саакян, С. А. Арутюнян и др., *Физиол. журн. СССР*, т. 56, № 7, с. 1060—1062 (1970). ⁹ Л. Н. Большев, Н. В. Смирнов, *Таблицы математической статистики*, Наука, М., 1983. ¹⁰ Г. Ф. Лакин, *Биометрия. Высшая школа*, М., 1980.

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.825

В. Л. Городнов, академик АН Армении В. В. Фанарджян

Быстрые реакции рубро-спинальных нейронов на корковые сигналы

(Представлено 20/III 1991)

Красное ядро (КЯ) является одной из основных инстанций на выходе мозжечково-корковой петли. Имеется отчетливое различие между афферентными входами в КЯ из сенсомоторной области коры мозга (СМ) и промежуточного ядра мозжечка (ПЯ): корковая проекция оканчивается на дендритах нейронов КЯ, мозжечковая — на соматических клетках этого образования (¹⁻⁴). При внутриклеточном отведении такая структурная организация выражается в различной форме отводимых потенциалов ВПСП, вызванные раздражением ПЯ, характеризуются быстрой фазой нарастания, в то время как ВПСП возникающие на стимуляцию СМ, имеют медленную фазу подъема (^{5,6}).

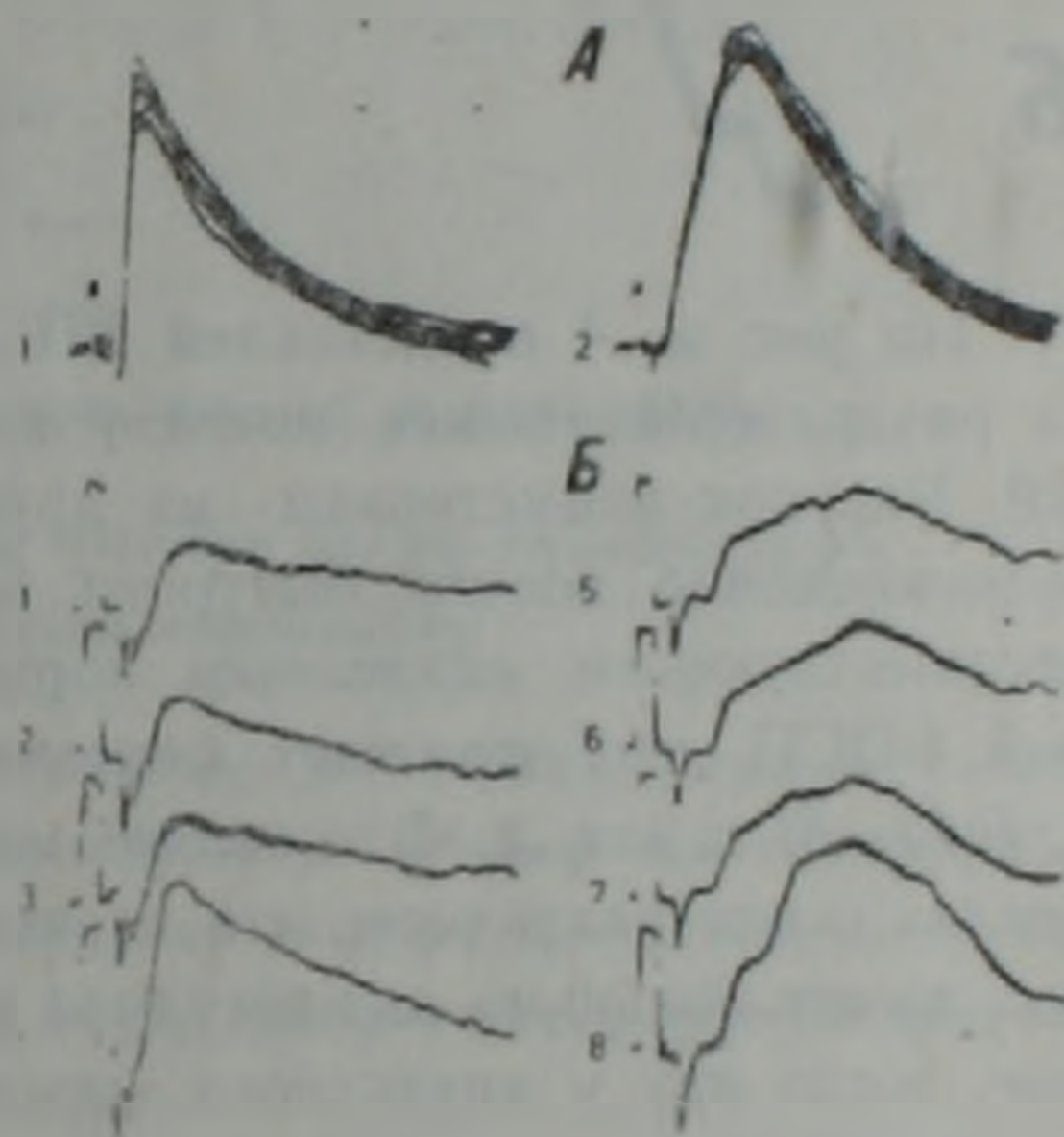
Окончание корковых и мозжечковых волокон на различных участках сома-дендритной мембраны рубро-спинальных нейронов определяет неодинаковую эффективность указанных проекций, что обнаруживается на примере реорганизации синаптических входов и функционирования новых синапсов (феномен спраутинга) при различных воздействиях, начиная с частичной деафферентации КЯ и кончая выработкой специального двигательного условного рефлекса (⁷⁻⁹). При передислокации синапсов на мембране нейронов КЯ электрофизиологически наблюдается изменение и усложнение отводимых ВПСП, что отражает новую локализацию афферентных входов и феномен «спраутинг». Такая картина наблюдается в корковых ВПСП после разрушения ПЯ, приводящего к дегенерации мозжечково-рубральных волокон. Одним из показателей «спраутинга» является появление нового быстрого компонента, возникающего в результате образования коллатералей аксонов корковых клеток к соматическим нейронам КЯ. Синапсы, устанавливаемые на теле рубро-спинальных нейронов, генерируют быстрые ВПСП, которые суммируясь с медленными ВПСП, вызванными предшествующими аксо-дендритными синапсами, образуют сложные ВПСП (⁷).

Наряду с этим показано, что у определенной части рубро-спинальных нейронов интактных животных также регистрируются сложные ВПСП (¹⁰⁻¹²). В настоящей работе приведены доказательства

тому, что такие сложные ВПСН нормальных кошек могут предваряться коротколатентным быстрым компонентом, который имеет те же характеристики, что и коротколатентный быстрый потенциал, отражающий феномен «спраутинга» у оперированных животных.

Эксперименты были выполнены на 15 взрослых кошках, наркотизированных нембуталом (40 мг/кг). Особенности стимуляции и отведения интраклеточных потенциалов рубро-спинальных нейронов описаны ранее (¹⁰). Дополнительно отводились электроды для стимуляции рубро-спинального тракта в области продолговатого мозга и раздражения ножек мозга.

Рис. 1. Постинанптические потенциалы рубро-спинальных нейронов красного ядра на мозжечковые и корковые стимулы. А — ВПСН на стимуляцию ПЯ (1) и СМ (2) в рубро-спинальном нейроне. Каждая кривая представляет собой наложение из 10 пробегов луча. Б — одиночные мозжечковые (1—4) и корковые (5—8) ВПСН в другом нейроне КЯ (1—3, 5—7) — при одной и той же силе стимуляции и (4; 8) — при увеличении силы стимуляции. Калибровка: на А и Б — 1 мВ, 1 мс.



Было исследовано 65 рубро-спинальных нейронов со стабильным уровнем потенциала покоя не ниже 50 мВ, у которых регистрировались корковые и мозжечковые ВПСН. На рис. 1, А показаны ВПСН, отведенные из одного и того же рубро-спинального нейрона на раздражение ПЯ (1) и СМ (2). Отмечается более быстрая фаза подъема деполяризации на стимуляцию ПЯ. В то же время ВПСН на СМ имеют более сложную форму. Используя различные приемы (¹⁰), можно определить комплексную природу ВПСН, а иногда и выделить отдельные компоненты. В проведенных экспериментах 72% исследованных корковых ВПСН имели сложную природу, а у 45% можно было выделить первый компонент. Такие же сложные ответы в рубро-спинальных нейронах возникали на раздражение ножек мозга.

На рис. 1, Б представлен другой нейрон КЯ, у которого были зарегистрированы мозжечковые (1—4) и корковые (5—8) ВПСН. Верхние три кривые получены при строго пороговом раздражении; нижние три кривые — при увеличении интенсивности стимуляции. Корковые ВПСН имеют более сложную структуру, возникающую в результате суммации компонентов с различными скрытыми периодами и фазами нарастания. Время нарастания первого компонента коркового и мозжечкового ВПСН приблизительно одинаково. У 18,5% от всех исследованных

корковых ВПСН фаза нарастания первого компонента не превышала 2,0 мс.

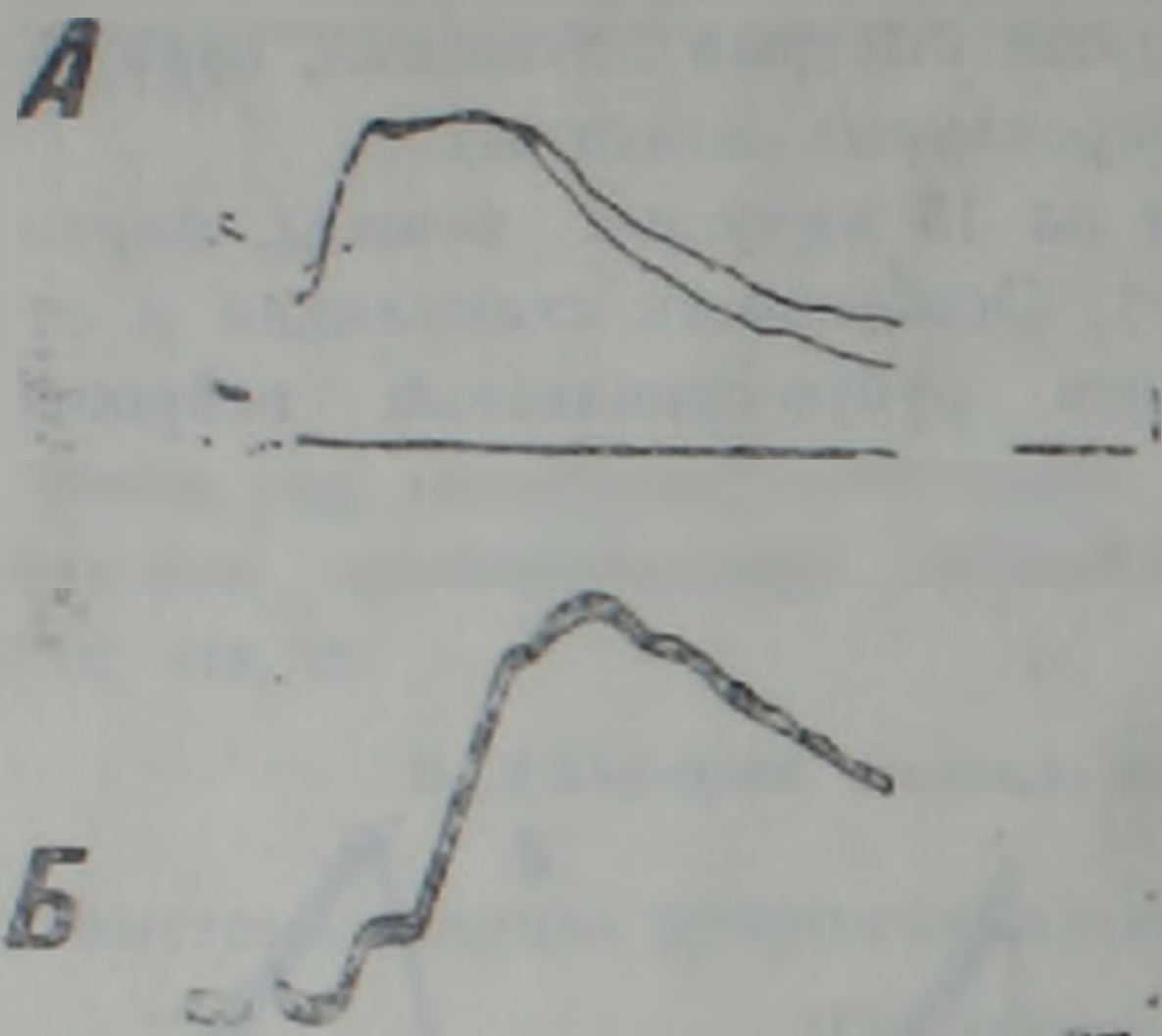
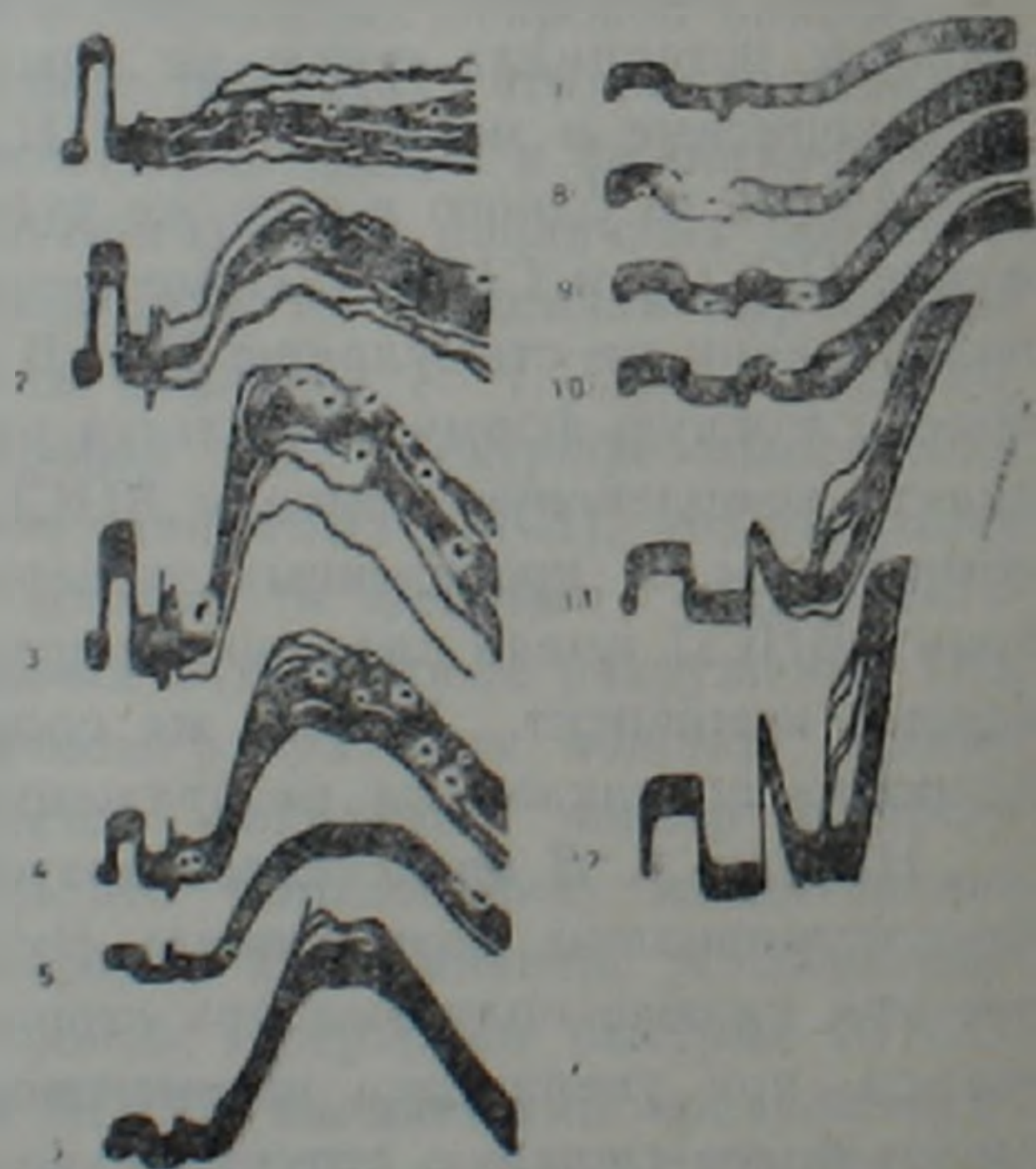


Рис. 2. Выявление новых быстрых компонентов кортико рубральных ВПСН у кошек с разрушенным ПЯ. А — ВПСН вызванный в рубро спинальном нейроне при раздражении ножек мозга — верхняя кривая, запись потенциала поля после выхода микроэлектрода из клетки — нижняя кривая. Калибровка: 2 мВ, 2 мс. Б — ВПСН, вызванный стимуляцией СМ. Калибровка: 1 мВ, 1 мс (приведено по (7))

На рис. 2, А представлен ВПСН, зарегистрированный в нейроне КЯ на раздражение ножек мозга у кошки с предварительно удаленным ПЯ. Рисунок заимствован из другой работы (7). Он демонстрирует возникновение нового быстрого компонента, который, суммируясь с преобладающим медленным корковым потенциалом, образует сложный ВПСН, что отражает феномен «спраутинга». Сравнение рис. 1, Б (5—8) с рис. 2, А выявляет много общего в регистрируемых потенциалах с тем различием, что первый компонент у оперированных животных имеет большую амплитуду и суммируется с медленным потенциалом, тогда как у интактного животного наблюдается суммация первого быстрого компонента с последующим быстрым компонентом.

Рис. 3. ВПСН рубро-спинального нейрона, вызванные стимуляцией коры мозга. ВПСН зарегистрированы при разных силах раздражения СМ (1—6) и (7—12) — разные развертки луча. Каждая кривая представляет собой наложение 2м—3м пробегов луча. Калибровка: 0,5 мВ, 1 мс



На рис. 2, Б показан другой тип коркового ВПСН в рубро-спинальном нейроне у животного с предварительно разрушенным ПЯ (7). У

этот ВПСН быстрый компонент возникает с короткой латенцией. Аналогичный тип ответа был зарегистрирован нами у 7 нейронов интактных животных (рис. 3). Скрытые периоды ранних компонентов равнялись 0,9—1,5 мс. Средняя скорость проведения по волокнам, вызывающим эти компоненты, составила 39,5 м/с, что соответствует скорости, вычисленной для волокон, ответственных за начальный взрыв образованный компонент ВПСН после разрушения ПЯ (⁷). Следовательно, у интактных животных возможна регистрация потенциалов, которые имеют одинаковые характеристики с аналогичными компонентами корковых ВПСН рубральных нейронов, отражающих феномен «спраутинга».

Институт физиологии им Л. А. Орбели
Академии наук Армении

Վ. Լ. ԳՈՐՈԴՆՈՎ, Հայաստանի ԳԱ ակադեմիկոս Վ. Բ. ՖԱՆԱՐՋՅԱՆ

Կեղևային ազդանշաններին տրվող կարմիր կորիզ-ողնուղեղային նեյրոնների արագ պատասխաններ

Ուր փորձի պայմաններում նեմբուլային անդգայացման տակ գտնվող կատուների մոտ ներբջջային գրանցման մեթոդով ուսումնասիրվել են կարմիր կորիզ-ողնուղեղային նեյրոնների սինապտիկ պրոցեսները, որոնք ծագում են կարմիր կորիզում գլխուղեղի կեղևի զգայաշարժիչ շրջանի գրգռման ժամանակ:

Ցույց է տրվել արագ սինապտիկ պատասխանների ծագման հնարավորությունը կարմիր կորիզի նեյրոններում, որոնք բնորոշվում են այնպիսի չափանիշներով, ինչպիսիք ունի նեյրոնային լանցներում «սպրաուտինգ» ֆենոմենը արտացոլող կարճ գաղտնի շրջան ունեցող արագ պոտենցիալը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Y. Nambu, N. Mitsuho, Brain Res., v. 35, № 2, p. 283—286 (1971).
- ² J. S. King, C. F. Martin, J. B. Conner, Brain Res., v. 38, № 2, p. 251—265 (1972).
- ³ J. S. King, R. M. Dom, J. B. Conner et al., Brain Res., v. 52, № 1, p. 61—78 (1973).
- ⁴ L. T. Brown, J. Comp. Neurol., v. 147, p. 149—168 (1974).
- ⁵ N. Tsukahara, K. Kosaka, Exp. Brain Res., v. 5, № 2, p. 102—107 (1968).
- ⁶ K. Toyama, N. Tsukahara, K. Kosaka et al., Exp. Brain Res., v. 11, № 2, p. 187—198 (1970).
- ⁷ N. Tsukahara, H. Hultborn, F. Murakami, Y. Fujito, J. Neurophysiol., v. 38, № 6, p. 1359—1372 (1975).
- ⁸ N. Tsukahara, Y. Fujito, Brain Res., v. 106, № 1, p. 184—185 (1976).
- ⁹ F. Murakami, N. Tsukahara, Y. Fujito, Exp. Brain Res., v. 30, № 2—3, p. 215—258 (1977).
- ¹⁰ B. B. Фанарджян, В. Л. Городнов, Нейрофизиология, т. 17, № 5, с. 607—613 (1985).
- ¹¹ V. V. Fanardjan, V. L. Gorodnov, Brain Res., v. 425, № 1, p. 65—72 (1987).
- ¹² V. V. Fanardjan, V. L. Gorodnov, Behaviour. Brain Res., v. 28, № 1, p. 131—137 (1988).

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.827

В. Е. Адамян Р. С. Акопян, Р. Б. Алавердин, А. Л. Маркрян,
Г. Х. Мелконян, С. Р. Нерсисян, В. А. Саркисян, Н. В. Табирян

Импульсное направленное световое излучение человека

(Представлено академиком АН Армении О. Г. Баклаваджяном 26/IX 1991)

Известны различные модели информационного обмена между объектами природы (см., например (1)). Согласно модели, выдвинутой одним из авторов настоящей работы (Г. Х. Мелконяном), биологический организм является многоуровневой системой. Информационный обмен между уровнями системы происходит не непрерывно, а лишь при изменениях на каждом уровне, например, возникающих под внешними воздействиями. Так как оптический диапазон электромагнитного излучения является во многих аспектах оптимальным для информационной связи (в том числе в биологических системах), была поставлена задача о детектировании светового излучения человека, которое могло бы в дальнейшем быть приведено в соответствие со «словами» и «предложениями», переданными в моменты информационного обмена.

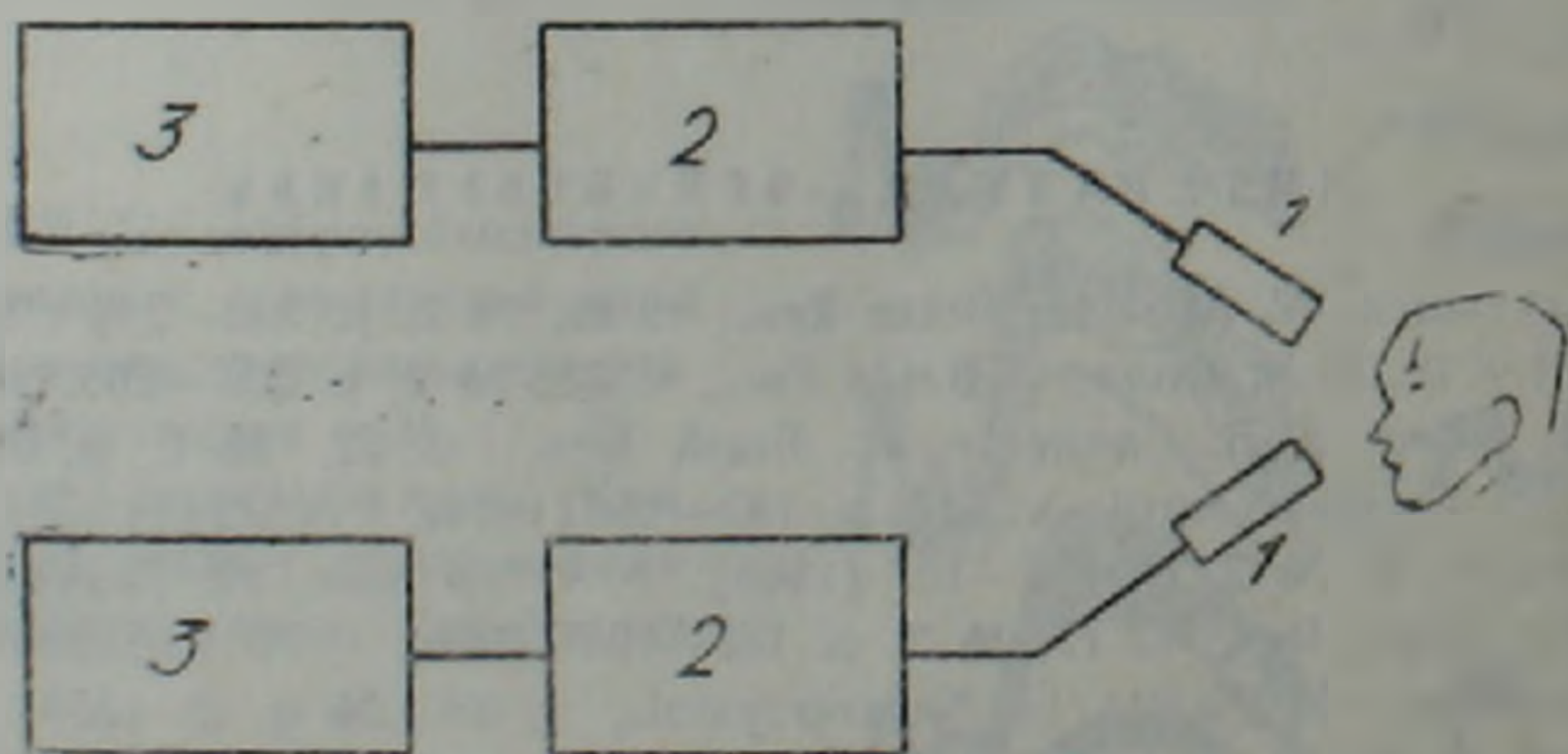


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 — фотоэлектронный умножитель; 2 — предусилитель; 3 — многоканальный анализатор импульсов

На рис. 1 представлена схема экспериментальной установки, состоящей из двух независимых каналов регистрации фотонов. Каждый канал состоял из фотоумножителя, чувствительного в области 300—650 нм, предусилителя и многоканального анализатора импульсов.

Фотоумножители были установлены в темной комнате на расстоянии 5-20 см от человека.

В процессе набора амплитудного спектра импульсов, поступающих на вход анализаторов, было замечено, что помимо шумовых импульсов регистрируются также сигнальные импульсы значительно большей амплитуды. После тщательного анализа возможных причин возникновения подобных сигналов было установлено, что сигнальные импульсы возникают вследствие световых вспышек, испускаемых человеком.

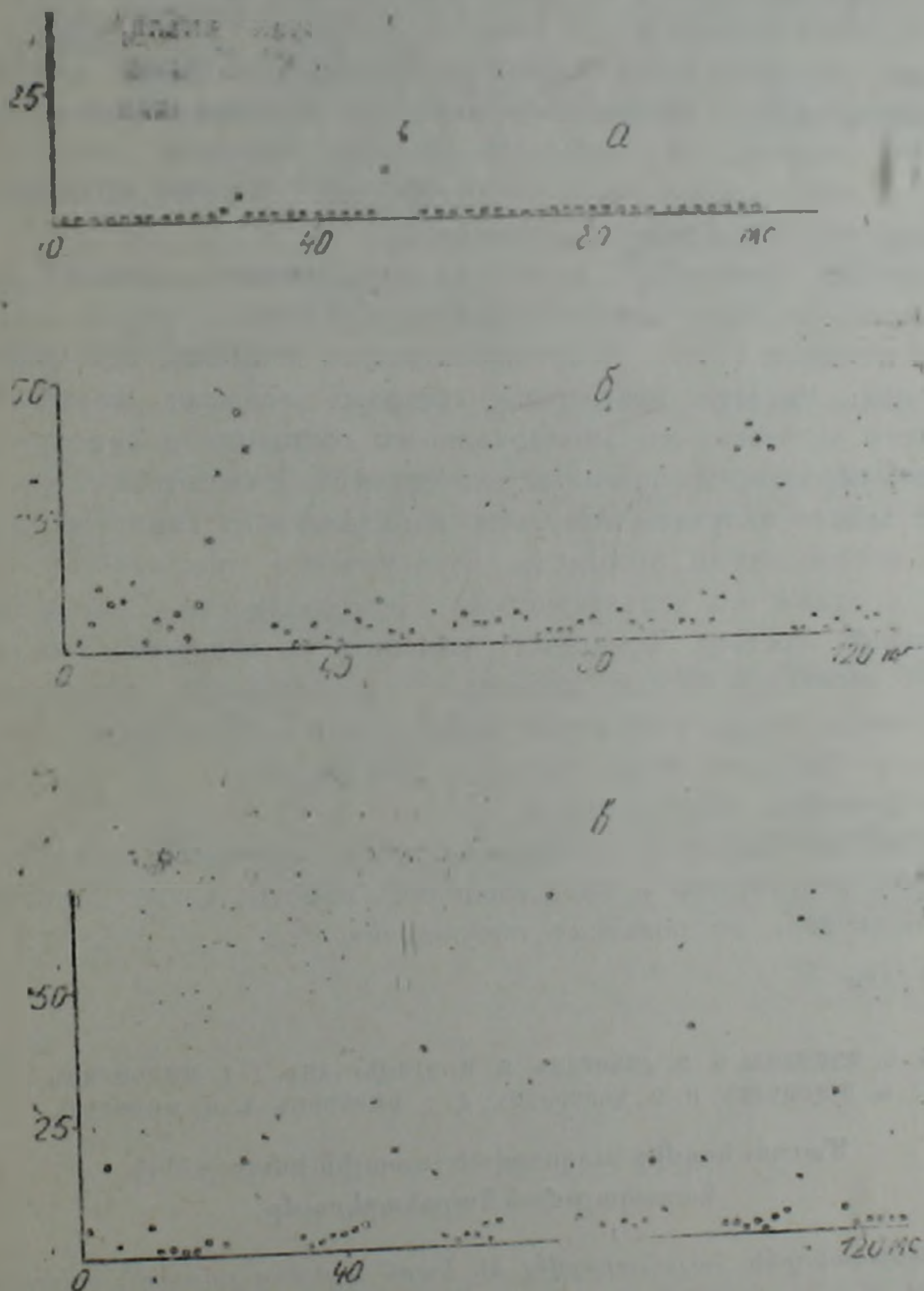


Рис. 2. Временное распределение интенсивности световых вспышек.
По оси ординат число импульсов

Световые вспышки наблюдались по разным каналам регистрации независимо и не совпадали во времени друг с другом. Это указывает

на то, что исходящие от человека световые вспышки—направленные.

Временное распределение интенсивности световых вспышек измерялось в медленном временном режиме анализатора. Типичные распределения представлены на рис. 2. Длительность отдельных импульсов составляла 4—200 мс.

Для оценки интенсивности наблюдаемых световых вспышек из фотоумножитель направлялось излучение лазера мощностью 0,3 мВт и длиной волны 633 нм, прошедшее через нейтральный светофильтр, ослабляющий излучение в 10^3 раз. Возникающие при этом сигнальные импульсы регистрировались в младших каналах анализатора, в то время как импульсы, возникающие от световых вспышек, попадали в старшие каналы, а иногда и выходили за пределы шкалы анализатора. Это означает, что мощность световых вспышек, испускаемых человеком, может значительно превышать 10^{-6} Вт, что соответствует интенсивности 10^{13} фотонов в секунду.

Намерения проводились в течение трех месяцев в ночное время. В отдельные дни были зарегистрированы единицы, а иногда—десятки световых вспышек за час. Чаше наблюдались вспышки, исходящие из области лба. Частота повторения световых вспышек зависела от конкретного человека, его эмоционального состояния и самочувствия.

Таким образом, проведенные эксперименты показывают, что тело человека может излучать импульсы направленного света достаточно большой интенсивности. Механизм возникновения этого необычного излучения, а также его характеристики (когерентность, поляризацию, спектральный состав) предстоит выяснить и изучить. Это может позволить прояснить многие процессы, происходящие при энергоинформационном обмене в объектах живой и неживой природы, а также привести к созданию новых методов диагностики.

Исследования продолжаются.

Авторы благодарят О. Г. Баклаваджяна, взявшего на себя труд обсуждения результатов и представления работы, С. М. Минасян и Д. С. Мелконяна за полезные обсуждения.

ММ П. Ани-

Վ. Ե. ԱԴԱՄՅԱՆ, Ի. Ս. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Ի. Բ. ԱԼԱՎԵՐԴՅԱՆ, Հ. Լ. ՄԱՐԴԱՐՅԱՆ,
Հ. Կ. ՄԵԼԵՈՆՅԱՆ, Ս. Բ. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ, Վ. Հ. ՍԱՐԴՍՅԱՆ, Ն. Վ. ԹԱՐԻՐՅԱՆ

Մարդու կողմից ուղղորդված լուսային իմպուլսների
ճառագայթման հայտնաբերումը

Փորձնականորեն հայտնաբերվել է ն կարճ և ուժեղ լուսային իմպուլսներ
առաքված մարդու կողմից: Իկյդ իմպուլսները ուղղորդված են տարածության
մեջ, բայց այդ ուղղությունը փոփոխվում է իմպուլսից իմպուլս:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 Ю. М. Романовский, Н. В. Степанов, Д. С. Чернявский, Математическая биофизика, Наука М., 1984