

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ  
 НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ  
 ДОКЛАДЫ

Том 95 № 2

1995

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկ-  
 եաձու (պատ. Բարտողար), Է. Գ. ԱԾ-  
 ՐԻԿՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս,  
 Ա. Ա. ԹԱԼԱՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ա-  
 կադեմիկոս, Վ. Հ. ՀԱՄՐԱՐՁՈՒԹՅԱՆ,  
 ակադեմիկոս Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Հայաս-  
 տանի ԳԱԱ ակադեմիկոս (պատ. խրմ-  
 բագրի տեղակալ), Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ,  
 Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Գ. Մ.  
 ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադե-  
 միկոս (պատ. խմբագիր), Մ. Լ. ՏԵՐ-  
 ՄԻՔԱՅԵՆՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակա-  
 դեմիկոս, Վ. Բ. ՅԱՆԱՐՁՅԱՆ, Հայաս-  
 տանի ԳԱԱ ակադեմիկոս

Редакционная коллегия

Վ. Ա. ԱՄԲԱՐՇՄՅԱՆ, ակադեմիկ,  
 Գ. Ա. ԱՐՅՄԱՆՅԱՆ, կանդ. տեխ. ու-  
 ղ (օտ. ղեկավար), Յ. Գ. ԱՓՐԻ-  
 ԿՅԱՆ, ակադեմիկ ԻԱՆ Արմենի,  
 Վ. Օ. ԿԱԶԱՐՅԱՆ, ակադեմիկ ԻԱՆ  
 Արմենի (զամ. օտ. ղեկավար),  
 Գ. Ս. ՏԱԿՅԱՆ, ակադեմիկ ԻԱՆ Ար-  
 մենի, Դ. Մ. ՏԵՐԱԿՅԱՆ, ակադեմիկ  
 ԻԱՆ Արմենի (օտ. ղեկավար),  
 Ա. Ա. ԿԱԿԱՅԱՆ, ակադեմիկ ԻԱՆ Ար-  
 մենի, Մ. Լ. ԿԵՐԱԿԵՂՅԱՆ, ակա-  
 դեմիկ ԻԱՆ Արմենի, Վ. Բ. ՓԱ-  
 ՆԱՐՁՅԱՆ, ակադեմիկ ԻԱՆ Արմենի

ՄԵՐԵՄԱՆՅԻՆ

ձ. Բ. Լեւոնյան, Գ. Մ. Ատիա — Գոտենցիայի տեսության ինտեգրալ հավասարումների լուծում . . . . . 66

Վ. Գ. Միլայեյան — Խմբերի վերջավոր և վերջավոր խմբերի ընդլայնումների նույն-  
 նաթյան մասին . . . . . 78

Յու. Մ. Մովսիսյան, Վ. Կ. Մելիսյան — Բաշխման կավարների գերնայնությունները . . . . . 75

Ա. Մ. Գրիգորյան — Գծային ֆիլտրացիայի էֆեկտիվ մեթոդ . . . . . 70

Լ. Ա. Մովսիսյան — Անիզոտրոպ առածգամածուցիկ շերտավոր գլանային պանելի  
 ու գծային տատանումների մասին . . . . . 83

Մ. Վ. Բելուսեկյան, Ա. Վ. Գևորգյան — Մագնիսադաշտային սահմանային լուծումների  
 լուծումները վերջավոր հաղորդիչ միջավայրում . . . . . 86

Վ. Ս. Սարգսյան, Ս. Վ. Սարգսյան, Հ. Նուր — Կորագիծ լայնական կտրվածքով  
 ուղղ-գծային անիզոտրոպիա ունեցող ձողի ուղղման ժամանակ շրջափոզ լարումների  
 որոշման մասին . . . . . 89

ՃԵՂԻԿԱ

Ե. Ռ. Աղամալյան, Է. Ս. Վարդանյան, Բ. Ա. Ղամբարյան, Լ. Մ. Ղազարյան,  
 Թ. Ս. Միլայեյան, Ռ. Բ. Կոստանյան, Ռ. Բ. Հովսեփյան — Ֆոտոակտիվ և ցրման  
 գնեթոնների առաջացման պայմանների հետազոտությունը կապարի մոլիբդատի  
 բյուրեղներում . . . . . 94

Գ. Բ. Ալավերդյան, Ա. Ռ. Հարությունյան, Յու. Լ. Վարդանյան, Ա. Կ. Գրիգորյան —  
 Քվարցային կորիզով նեյտրոնային առտղեր . . . . . 98

Բ. Ա. Փափազյան, Լ. Խ. Մուրադյան, Ա. Վ. Զանրարյան, Հ. Լ. Մարգարյան, Ս. Գ.  
 Ելյանյան — Օպտիկական համակարգով ցանցային սեղմիչ . . . . . 103

ԵՐԿՐԱՆՈՒՔՅՈՒՆ

Մ. Ա. Սարյան — Բազմափուլային ռեֆլեկտների գոտիները Հայաստանի սելենա-  
 տեղադրության շրջանցման ժամանակ . . . . . 108

ՅԵՁՆԵՋԻԿԱ

Ա. Ա. Բաջինյան, Կ. Լ. Մարգարյան, Ս. Ա. Բարսյան, Գ. Ս. Սարիբեկյան — Էրի-  
 թրոցիտների թաղանթների ֆունկցիոնալ հատկությունների ուսումնասիրությունը սուր  
 ծուռ-գոլթային ախտահարման ժամանակ . . . . . 113

Վ. Բ. Առաքելյան, Ա. Ս. Հովնաթանյան, Ս. Ս. Հովնաթանյան — Էրիթրոցիտների  
 էլեկտրոնային հեմոլիզի կինետիկայի մասին . . . . . 116

Ա. Ա. Սիմոնյան, Ռ. Բ. Ռադալյան — ԱՏՖազային ռեակցիայի կարգավորումը ճտի  
 գոթգոցման ընթացքում թերջերմության պայմաններում . . . . . 120

ԹՃԿԱԿԱՆՈՒՔՅՈՒՆ

Վ. Ա. Աստվածատուրյան, Լ. Ա. Կծոյան, Կ. Ս. Ջիլինգադրյան, Ռ. Ա. Պետրոսյան  
 Սարսուտամոլի ազդեցությունը երեանյան հիվանդությամբ և ստամոքս-աղիքային  
 արակաթի հիվանդություններով տառապող նրբիտանների արյան լիմֆոցիտների Ս-վարդա-  
 կազոյացման վրա և նրա համեմատական անալիզ . . . . . 124

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

- А. Б. Персесян, Г. М. Агия — Решение интегральных уравнений теории потенциала . . . . . 67
- В. Г. Микаелян — О тождествах возмущенных расширений групп и расширений конечных групп . . . . . 72
- Ю. М. Мовсисян, В. Г. Мехишян — Сверхтождества дистрибутивных решеток . . . . . 75
- А. М. Григорян — Эффективный метод линейной фильтрации . . . . . 79

### МЕХАНИКА

- Л. А. Мовсисян — О нелинейных колебаниях анизотропной вязкоупругой сплошной цилиндрической панели . . . . . 82
- М. В. Белубеян, А. В. Геворкян — Магнитоупругие поверхностные сдвиговые волны в конечно проводящей среде . . . . . 86
- В. С. Саркисян, С. В. Саркисян, Х. Нур — К определению касательных напряжений при кручении стержня криволинейного поперечного сечения, обладающего прямолинейной анизотропией . . . . . 89

### ФИЗИКА

- Н. Р. Агамалян, Э. С. Вартанян, П. А. Гамбарян, Л. М. Казарян, Р. Б. Костанян, Р. С. Микаелян, Р. К. Овсепян — Исследование условий образования центров рассеяния и фотоактивных центров в кристаллах молибдата свинца . . . . . 94
- Г. Б. Алавердян, А. Р. Арутюнян, Ю. Л. Вартанян, А. К. Григорян — Нейтронные звезды с кварковым ядром . . . . . 98
- Т. А. Папазян, Л. Х. Мурадян, А. В. Зотрабян, Н. Л. Маркарян, С. П. Ишханян — Решеточный компрессор в оптической системе . . . . . 108

### ГЕОЛОГИЯ

- М. А. Сатнап — Зона полициклического рифтогенеза в сейсмогеотектонической зовальности Армении . . . . . 108

### БИОФИЗИКА

- С. А. Баджиян, К. Л. Маркарян, М. А. Бадалян, Г. А. Сарибекян — Исследование функциональных свойств мембран эритроцитов при остром лучевом поражении . . . . . 112
- В. Б. Аракелян, А. С. Оганесян, С. С. Оганесян — О кинетике гипотонического гемолиза эритроцитов . . . . . 116

### БИОХИМИЯ

- А. А. Симонян, Р. Б. Бадалян — Регуляция АТФазной реакции по ходу развития цыпленка в условиях гипотермии . . . . . 120

### МЕДИЦИНА

- В. А. Аствацатурян, Л. А. Кцолян, К. О. Чилингарян, Р. А. Петросян — Сравнительный анализ влияния салбутамола на Е-розеткообразование лимфоцитов крови детей, страдающих периодической болезнью в патологической желудочно-кишечного тракта . . . . . 124

## C O N T E N T S

### MATHEMATICS

- A. B. Neressian, G. M. Attia — Solutions of integral equations of potential theory . . . . . 67
- V. G. Mikaelian — About identity of finite extensions of groups and extensions of finite groups . . . . . 73
- Yu. M. Movsisian, V. G. Melkonian — Hyperidentities of distributive lattices . . . . . 75
- A. M. Grigorian — An effective method of the linear filtering . . . . . 79

### MECHANICS

- L. A. Movsisian — About nonlinear vibrations of anisotropic viscoelastic laminated cylindrical panel . . . . . 32
- M. V. Belubekian, A. V. Gevorkian — Magnetoelastic surface shear waves in the media with finite electroconductivity . . . . . 36
- V. S. Sarkisian, S. V. Sarkisian, H. M. Noor — About determination of shearing stresses by torsion of the bar of curvilinear transversal cross-section with rectilinear anisotropy . . . . . 39

### PHISICS

- N. R. Agamalian, E. S. Vardanian, I. A. Gambarian, L. M. Kazarian, R. B. Kostanian, R. S. Mikaelian, R. K. Hovsepian — Investigation of scattering centers and photoactive centers appearing conditions in crystals of Lead Molibdate . . . . . 94
- G. B. Alaverdian, A. R. Haroutunian, Ju. L. Vardanian, A. K. Grigorian — Neutron stars with quark nucleus . . . . . 95
- T. A. Papazian, L. Kh. Muradian, A. V. Zohrabian, N. L. Markarian, S. P. Ishkhanian — Grating compressor with optical system . . . . . 103

### GEOLOGY

- M. A. Satian — Polycyclic riftogenesis zones among the seismotectonic zones of Armenia . . . . . 108

### BIOPHYSICS

- S. A. Bajinian, K. L. Markarian, M. A. Balayan, G. A. Saribekian — The study of the functional properties of the erythrocyte membranes during the acute radiation disease . . . . . 112
- V. B. Arakelian, A. S. Oganessian, S. S. Oganessian — On the kinetics of erythrocyte hypotonic hemolysis . . . . . 116

### BIOCHEMISTRY

- A. A. Simonian, R. B. Badalian — Regulation of ATPase activity during development of chicken at hypothermia . . . . . 120

### MEDICINE

- V. A. Astvatsalrian, L. A. Ktsoyan, K. O. Tchilingarian, R. A. Petrossian — Dependive analysis of salbutamol influence upon E-rosette formation of lymphocytls in children with periodic disease and diseases of gastro-intestinal tract . . . . . 124

УДК 517.968: 519.63.64

Член-корреспондент НАН Армении А. Б. Нерсисян, Г. М. Атия

### Решение интегральных уравнений теории потенциала

(Представлено 23/XII 1992)

1. Как известно <sup>(1)</sup>, решение классических краевых задач для уравнения Лапласа и некоторых других уравнений эллиптического типа <sup>(2)</sup> сводится к решению интегральных уравнений второго рода на границе области.

В частности, если область  $D \subset R^2$  имеет гладкую спрямляемую границу  $\Gamma = \partial D$ , определяемую параметрическим уравнением

$$x = x(s), \quad y = y(s), \quad 0 \leq s \leq l < +\infty, \quad ds^2 = dx^2 + dy^2, \quad (1)$$

то интегральное уравнение

$$\pi \rho(s) + \int_0^l K(s, t) \rho(t) dt = f(s), \quad s \in [0, l], \quad (2)$$

соответствующее внутренней задаче Дирихле  $\Delta u = 0$ ,  $u|_{\Gamma} = f(s)$ , имеет ядро

$$K(x, t) = \frac{\cos \varphi}{r}, \quad s, t \in [0, l], \quad (3)$$

где  $r^2 = (x(s) - x(t))^2 + (y(s) - y(t))^2$  и  $\varphi$  — угол между внешней нормалью и вектором  $\vec{r}(x(s) - x(t), y(s) - y(t))$  в точке  $(x(t), y(t))$ . Если в этой точке кривизна  $\kappa(t)$  конечна, то  $K(s, t) \rightarrow -\frac{1}{2} \kappa(t)$

при  $t \rightarrow s$ .

Сопряженное ядро  $K^* = K(t, s)$  соответствует интегральному уравнению для внешней задачи Неймана  $\Delta u = 0$ ,  $\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma} = f(s)$ ,  $u(x, y) \rightarrow 0$ ,  $x^2 + y^2 \rightarrow \infty$ .

2. В случае, когда граница  $\Gamma$  достаточно гладкая, решение уравнения (2) с ядром  $K$  и  $K^*$  не представляет труда. Так, если  $x(s), y(s) \in C^{m-2}[0, l]$  ( $m \geq 3$ ), то применение квадратурной формулы трапеций на равномерной сети к интегралу в (2) гарантирует точность решения порядка  $O(h^{m-2})$ ,  $h \rightarrow 0$ , где  $h$  — шаг сети дискретизации.

Следует отметить, что решение краевых задач упомянутым методом потенциала обладает и тем преимуществом перед другими методами, что позволяет вычислять потенциал  $u(x, y)$  или его градиент только в интересующих нас частях области  $D$  или ее границы  $\Gamma$ , что значительно экономит вычислительные ресурсы.

Однако ситуация резко осложняется при нарушении гладкости границы  $\Gamma$ . В этом случае ядро (3) может быть не ограничено и классические квадратурные формулы в значительной степени теряют свою эффективность. Естественным образом возникает проблема разработки эффективных методов решения уравнения (2) с ядром  $K$  или  $K^*$  (и, в конечном счете, задач Дирихле и Неймана) в случае негладкой границы  $\Gamma$ .

Ниже рассматривается случай кусочно-гладкой спрямляемой границы  $\Gamma$  с изломами под прямым углом. Существование и единственность решения интегральных уравнений теории потенциала для внутренней задачи Дирихле и внешней задачи Неймана в этом случае обеспечены (1).

Изучены интегральные операторы с ядрами  $K$  и  $K^*$ , разработаны методы решения тестовых уравнений, приведены результаты численного эксперимента на персональном компьютере IBM PC/AT—286.

3. Рассмотрим следующие модельные интегральные операторы

$$K_1 \varphi = x \int_0^1 \frac{K_1(x, t)}{x^2 + t^2} \varphi(t) dt \quad (4)$$

$$K_2 \varphi = \int_0^1 \frac{tK_2(x, t)}{x^2 + t^2} \varphi(t) dt, \quad (5)$$

где  $K_1$  и  $K_2$  — гладкие функции,  $0 \leq x \leq 1$ . Заметим, что при  $K_1(t, x) = K_2(x, t)$ ,  $K_2 = K_1^*$ .

Ядра этих операторов неограничены в окрестности точки  $(x, t) = (0, 0)$  и сингулярность эта следующим образом связана с уравнением (2).

**Т е о р е м а 1.** Пусть  $0 \leq s_0 < s_1 < \dots < s_{p-1} < l_p = 1$  и функции в (1) кусочно-гладкие  $x(s), y(s) \in C_m[s_k, s_{k+1}]$ ,  $k=0, 1, \dots, p-1$ ,  $m \geq 2$ , а в точках  $(x(s_k), y(s_k))$  ( $k=0, 1, \dots, p-1$ ) кривая  $\Gamma$  изломана под прямым углом.

Тогда (см. (3)) при  $\xi = s - s_k \rightarrow 0$ ,  $\eta = t - s_k \rightarrow 0$ ,  $s, t \in [s_k, s_{k+1}]$ ,  $k=0, 1, \dots, p-1$

$$K(s, t) = \frac{\xi}{\xi^2 + \eta^2} + O\sqrt{\xi^2 + \eta^2} \quad (6)$$

Действие операторов  $K_1$  и  $K_2$  характеризуется следующим образом

**Т е о р е м а 2.** Если ядра  $K_1(x, t)$  в (4), (5) непрерывны в квадрате  $[0, 1] \times [0, 1]$  и  $K_1(0, 0) \neq 0$ , то операторы  $K_1$  не ограничены в  $L_p(0, 1)$  ( $1 < p < +\infty$ ). При этом оператор  $K_1$  ограничен в  $L_\infty$  (и  $C[0, 1]$ ), а  $K_2$  — в  $L_1$ .

4. Несмотря на очевидную связь между уравнениями

$$y(x) = K_i y + f(x), \quad x \in [0, 1], \quad i=1, 2, \quad (7)$$

вычислительные проблемы, возникающие при их решении, сильно отличаются.

Одинаковым является лишь то обстоятельство, что при  $K_1(0,0) \neq 0$  ( $i=1, 2$ ) применение к интегралам в (4) и (5) классических квадратурных формул для гладкой функции  $\varphi(x)$  в окрестности точки  $(x, t) = (0,0)$  приводит к ошибке, независящей от густоты сети дискретизации.

Действительно, пусть, например, применяется правило средней точки на равномерной сети  $x_k = (2k+1)/2N$  ( $k=0, 1, \dots, N-1$ ), соответствующей дроблению отрезка  $[0,1] = \bigcup_k \left[ \frac{k}{N}, \frac{k+1}{N} \right]$ . Тогда при  $\varphi(x) = 1$  и  $h = 1/N$

$$\arctg \frac{h}{x} = x \int_0^h \frac{dx}{x^2 + t^2} = \frac{xh}{x^2 + (h/2)^2} + r(x). \quad (8)$$

В точке  $x = x_0 = h/2$  ошибка  $r$  не зависит от  $h$  ( $r(h/2) = -1.195$ ).

Нетрудно убедиться, что такая же ситуация и в отношении ядра соответствующего сопряженного оператора  $K^*$ . Точность увеличивается ( $h \rightarrow 0$ ) лишь при  $x^2 + t^2 \geq x = \text{const} > 0$ . В результате этого (что подтверждается многочисленными экспериментами) решение уравнения (7) сведением к алгебраической системе, при применении классических квадратурных формул, приводит к крайне медленному уменьшению среднеквадратичной ошибки в зависимости от уменьшения максимального отрезка дробления интервала  $(0,1)$ .

5. При разработке эффективных методов численного решения уравнений (7) нами применялись следующие подходы:

а) разбиение отрезка  $[0,1]$  точками

$$t_k = \left( \frac{k}{N} \right)^\beta, \quad \beta > 0, \quad k = 0, 1, \dots, N. \quad (9)$$

которые при  $\beta > 1$  сгущаются к нулю, а при  $\beta < 1$  — к единице (при  $\beta = 1$  имеем равномерное разбиение);

б) комбинированное применение классических квадратурных формул на отрезках  $[t_k, t_{k+1}]$  при  $k \geq q \geq 1$  и весовых квадратурных формул при  $0 \leq k \leq q$  (в случае (4) вес имеет вид  $\frac{x^2}{x^2 + t^2}$ , а в случае (5)

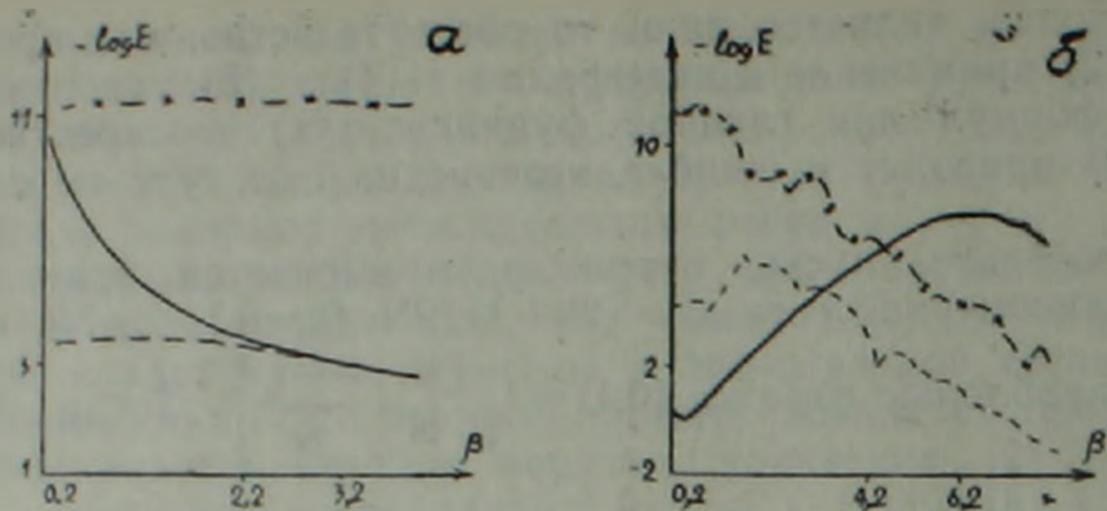
$$-\frac{t}{x^2 + t^2}).$$

Решение многочисленных тестовых уравнений позволило выбрать практически оптимальное сочетание параметров  $\beta$  и  $q$ . Типичные результаты приведены на рисунке, а и б, относящихся соответственно к решению уравнения (4) при  $K_1(x, t) = 0,7$  и  $f(x) = 1 + 0,7 \arctg(1/x)$  (точное решение —  $y \equiv 1$ ) и уравнения (5) при  $K_2(x, t) = 1$  и  $f(x) = x - 1 + \arctg(1/x)$  (точное решение —  $y(x) \equiv x$ ).

Отметим, что при применении весовой формулы Pг2 для всех  $k$  ( $= 0, 1, \dots, 16$ ) (т. е. когда в б)  $q = 16$ ) счет на персональном компьютере IBM PC/AT—286 занял 18 сек. G3— и G3+Pг3,— алгоритмы работали 14 сек, а Pг2—8 сек (см. подпись к рисунку).

На основе этого и ряда других численных экспериментов приходим к следующему выводу:

1) Для решения уравнения (7) при  $i=1$  практически оптимальным является применение подхода б) с  $1 \leq q \leq N$  и  $\beta < 1$ . При  $q=1$  удобно брать  $\beta \approx 0,2$  (рисунок, а).



Среднеквадратичная ошибка  $E$  решения уравнения (7) при  $N=16$ , в зависимости от неравномерности сети (8). (а соответствует случаю  $i=1$ ; б  $i=2$ ). G3 (пунктирная линия) — алгоритм на основе трехточечной формулы Гаусса. G3+Pr3 (жирная линия) — подход б) с  $q=1$  при применении трехточечной весовой формулы Pr3 на Гауссовой сети. Pr2 (пунктирная линия со звездочками) — применение двухточечной весовой формулы на Гауссовой сети.

2) Для решения уравнения (7) при  $i=2$  оптимальным является применение подхода б) на равномерной сети ( $\beta=1$ ) при  $q/N \geq 1/4$ . На рисунке, б  $q=N$  в алгоритме Pr2.

6. При решении внутренней задачи Дирихле и внешней задачи Неймана для областей с изломанной границей методом потенциала (см. выше п.1) уравнение (2) для плотности потенциала  $p(s)$  сводится к системе интегральных уравнений относительно вектор-функции  $u(s) = (p_1(s), \dots, p_p(s))$ , где  $p_k(s) = p(s)$  при  $s_{k-1} \leq s \leq s_k$ . В частности (см. теорему 1), если граница  $\Gamma$  изломана под прямыми углами, сингулярности матрицы, — ядра этой системы, имеют именно вид (4) и (5).

Таким образом, рекомендации п. 5 представляются эффективными при решении упомянутых граничных задач.

Несмотря на то, что при численном решении задач Дирихле и Неймана методом потенциала решение уравнения (7) является лишь одним из этапов, численный эксперимент полностью подтвердил эффективность разработанного подхода.

В заключение отметим, что разнообразные методы позволяют с высокой точностью решать ряд задач математической физики. К ним, в частности, относится классическая задача кручения сплошного цилиндрического тела с поперечным сечением в виде односвязной области <sup>(1)</sup>, а также линеаризованная задача колебаний упругого изотропного идеально проводящего тела во внешнем магнитном поле <sup>(3)</sup>.

Институт математики НАН Армении  
Мансурский государственный университет  
(г. Эль-Мансура, АРЕ)

Հայաստանի ԳԱԱ բոլորակից անդամ՝ Լ. Բ. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ, Գ. Մ. ԱՏԻՅԱ

Պոստեցիալի տեսության ինտեգրալ հավասարումների լուծում

Աշխատանքում մշակված Հապրասի հավասարման համար Դիրիխլեի և Նեյմանի խնդիրների լուծման եղանակի Ծղանակի հիմքում ընկած է խնդիրների բերումը ինտեգրալ հավասարումների ծույց է տրված, որ երբ տիրույթի

եզրագիծը ունի կոտրվածքներ ուղիղ անկյան տակ, հավասարման կորիզը ունի որոշակի եզակիություն:

Առաջարկված է մոտավոր լուծման ալգորիթմ, որի էֆեկտիվությունը բացահայտված է թվային փորձարկման միջոցով:

#### ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> Н. И. Мусхелишвили, Некоторые основные задачи математической теории упругости, М., «Наука», 1966. <sup>2</sup> В. Д. Купрадзе, Мат. сб., т 41, № 4, с.561—574. (1934). <sup>3</sup> С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян, Магнитоупругость тонких оболочек и пластин, М., Наука, 1977.

УДК 512.542

В. Г. Микаелян

О тождествах конечных расширений групп и расширений конечных групп

(Представлено чл.-корр. НАН Армении А. Б. Нерсисяном 17/II 1994)

Содержательность теории, полученной при изучении групп с точки зрения тождеств, которые в них выполняются, наводит на мысль о целесообразности изучения важной операции расширения групп с помощью тождеств произведения многообразий, порожденных верхней и нижней группами расширения (все определения и обозначения см. в (1)). Такой подход применяется, например, при доказательстве существования конечного базиса тождеств группы, являющейся расширением группы  $H$  посредством  $G$ , где  $H$  — нильпотентная, метабелева и т. д. группа, а  $G$  имеет конечный базис тождеств (см. 2<sup>3</sup>). Однако указанная выше связь не всегда достаточно тесна — можно привести примеры случаев, когда для некоторых групп  $H$  и  $G$  все расширения группы  $H$  посредством  $G$  удовлетворяют некоторому тождеству, которое, однако, нарушается в произведении  $V \cdot U$ , где  $V = \text{Var } H$ ,  $U = \text{Var } G$  (см. (1)), т. е. которое не лежит в  $V(U)$ , где  $V$  и  $U$  — вербальные подгруппы, соответствующие многообразиям  $V$  и  $U$ . Приведем сначала теоремы, каждая из которых позволяет построить обширный класс таких примеров.

**Теорема 1.** Пусть  $H$  есть любая конечная не нильпотентная группа. Тогда для любой неединичной группы  $G$  с нетривиальным тождеством любое расширение группы  $H$  посредством  $G$  имеет тождество, не лежащее в  $V(U)$  (т. е. всевозможными подстановками тождеств из  $U$  в  $V$ ).

**Теорема 2.** Пусть  $H$  есть любая конечная неединичная группа,  $G$  — любая неабелева группа с нетривиальным тождеством. Тогда любое расширение группы  $H$  посредством  $G$  имеет тождество, не лежащее в  $V(U)$ . Причем в этом случае мы можем указать вид тождества  $v \equiv 1$  (всех таких расширений) обладающего нужным свойством. Именно:

$$v \equiv [u(x_1, \dots, x_n), (y_1 \cdot y_1^{-1})^{2^{1,2}}, (y_1 \cdot y_2^{-1})^{2^{1,3}}, \dots, (y_{l-1} \cdot y_l^{-1})^{2^{1,l-1}}] \equiv 1, \quad (1)$$

где  $u(x_1, \dots, x_n)$  есть некоторое тождество из  $U$ ,  $l$  — любое число, большее, чем  $|H|!$ , а  $x^y = y^{-1}xy$ .

**Теорема 3.** Пусть  $H$  есть любая неединичная группа, порождающая регулярное многообразие  $U$  (т. е. ни одна  $U$ -свободная группа не вкладывается в  $U$ -свободную группу меньшего ранга). Тогда для

любой конечной неабелевой группы  $G$  расширение группы  $H$  посредством  $G$  имеет тождество, не лежащее в  $V(U)$ .

Класс регулярных многообразий очень широк: регулярными являются все локально разрешимые многообразия и даже все подмногообразия произведения нескольких локально разрешимых и локально конечных многообразий.

**Теорема 4.** Если  $V$ —регулярное нетривиальное многообразие, и  $U$ —локально конечное неабелево многообразие, то любая конечно порожденная группа  $R$  из произведения  $V \cdot U$  имеет тождество, не лежащее в  $V(U)$ .

Заметим, что теорему 4 можно перефразировать так: для любых многообразий  $V, U$  (с теми же условиями) произведение  $V \cdot U$  имеет бесконечный базисный ранг, т. е. не порождается своей никакой конечно порожденной группой. (Этот результат был анонсирован в (6) и представляет отдельный интерес, так как является значительным усилением соответствующих результатов из (2.4).

В работе расширения групп изучаются с помощью двух специально сконструированных видов многообразий. Приведенные выше теоремы являются следствиями двух фактов об этих конструкциях.

**Определение 1.** Для многообразия  $V$  и группы  $G$  через  $V \cdot G$  обозначается многообразие, порожденное всеми расширениями групп из  $V$  посредством группы  $G$ .

**Определение 2.** Для группы  $H$  и многообразия  $U$  через  $H \circ U$  обозначается многообразие, порожденное всеми расширениями группы  $H$  посредством групп из  $U$ .

Построенные конструкции мы будем называть, соответственно,  $g$ -произведением (многообразия  $V$  и группы  $G$ ) и  $l$ -произведением (группы  $H$  и многообразия  $U$ ).

Если  $H, G$ —группы, а  $R$  есть любое расширение группы  $H$  посредством  $G$ , то очевидны включения:

$$R \in V \cdot G \subseteq V \cdot U, \quad R \in H \circ U \subseteq V \cdot U \quad (2)$$

(как и раньше,  $V = \text{Var } H, U = \text{Var } G$ ). Поэтому тождества  $g$ - и  $l$ -произведений  $V \circ G$  и  $H \circ U$  будут «ближе» к тождествам группы  $R$ , чем тождества  $V \cdot U$  (т. е. множество слов  $V(U)$ ). Теоремы 1, 2 вытекают из следующего факта.

**Теорема 5.** Если  $H$  есть конечная группа, то для выполнения равенства  $H \circ U = \text{Var } H \cdot U$  ( $U$ —любое многообразие, отличное от многообразия всех групп) необходимо, чтобы:

- а)  $U$  было абелевым многообразием;
- б)  $H$  было нильпотентной группой;
- в) экспонента многообразия  $U$  была взаимно простой с экспонентой группы  $H$ .

**Теорема 6.** Если  $V$ —регулярное нетривиальное многообразие, а  $G$ —любая конечная группа, то из равенства  $V \circ G = V \cdot \text{Var } G$  следует, что  $G$  есть абелева группа.

Из этой теоремы следуют теоремы 3, 4.

Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю А. Ю. Ольшанскому за постановку задачи, многочисленные полезные обсуждения, замечания и за постоянное внимание к работе.

Խմբերի վերջավոր ընդլայնումների և վերջավոր խմբերի ընդլայնումների  
 նույնությունների մասին

Աշխատանքում բերվում են երեք թեորեմներ, որոնցից յուրաքանչյուրը ներկայացնելով ինքնուրույն հետաքրքրություն, հնարավորություն է տալիս նաև կառուցելու օրինակների բավականին լայն դասեր, երբ  $H$  և  $G$  խմբերի յուրաքանչյուր ընդլայնում բավարարում է ինչ-որ նույնության, որը տեղի չունի  $\text{Var}R \cdot \text{Var}G$  բազմաձևության մեջ: Արդյունքների հաջորդ շարքը նվիրված է խմբերի բազմաձևությունների հայտնի արտադրյալի հետ՝ հեղինակի կողմից մտցված երկու կոնստրուկցիաների կապի ուսումնասիրությանը:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> X. Нейман, Многообразия групп, Мир, М., 1969. <sup>2</sup> G. Higman, Quart. J. Math. Oxford, v. 2, № 10, p. 165—178 (1959!). <sup>3</sup> И. Д. Иванюта, Математика, т. 5, № 1, 137—144 (1969). <sup>4</sup> А. Н. Красильников, А. Л. Шмелькин, Алгебра и логика, Семинар, т. 20, № 5, 546—554 (1981). <sup>5</sup> В. Г. Микаелян, ДНАН Армении, т. 94, № 5, с. 277—280 (1993). <sup>6</sup> В. Г. Микаелян, Об. тезисов III междунар. конф. по алгебре. Красноярск, с. 228, 1993.

УДК 512.57

Ю. М. Мовсисян, В. Г. Мелконян

Сверхтождества дистрибутивных решеток

(Представлено академиком НАН Армении Р. В. Амбарцумяном 13/VII 1993)

Предварительные сведения о сверхтождествах см. в (1,2). Рангом сверхтождества  $\pi = \omega$  назовем мощность множества  $[\pi] \cup \omega$ . Через  $H(L_D)$  обозначим множество всех сверхтождеств многообразия дистрибутивных решеток  $L_D$ . Через  $H^n(L_D)$  обозначим множество тех сверхтождеств  $L_D$ , ранг которых  $\leq n$ . Цель настоящей работы — найти базисы сверхтождеств для  $H^n(L_D)$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) и  $H(L_D)$ . Для решения этих задач используется понятие  $J^n$ -нормального T-слова. Будем писать  $M \subseteq 2^I$ , если  $M$  является  $J$ -замкнутой системой подмножеств множества  $I$  ((3), с. 79)\*.

1. Заметим, что в многообразии  $L_D$  выполняются следующие сверхтождества ранга 1:

$$F(x, x) = x, \quad (id)$$

$$F(x, y) = F(y, x), \quad (com)$$

$$F(x, F(y, z)) = F(F(x, y), z). \quad (ass)$$

Очевидно, что с помощью этих сверхтождеств любое T-слово  $\pi$  ранга 1, где  $[\pi] = \{x_1, \dots, x_m\}$ ,  $T = \{2\}$ ,  $[\pi] = \{F\}$ , можно привести к следующему виду:

$$\pi' = F(x_1, F(x_2, \dots, F(x_{m-1}, x_m) \dots))$$

который в дальнейшем обозначается через  $F\{x_i\}_{x_i \in [\pi]}$ . Таким образом\*\*

(id), (com), (ass)  $\vdash \pi = \pi'$ . С другой стороны ясно, что  $L_D \models \pi = \omega \Rightarrow [\pi] = [\omega]$ . Исходя из этих двух фактов, получаем следующий базис сверхтождеств для  $H^1(L_D)$ :

$$\{(id), (com), (ass)\}.$$

2. Дадим определения  $J^n$ -замкнутой системы и  $J^n$ -нормальной системы.

\* В работе (3) находится базис для сверхтождеств с бинарными функциональными переменными, выполняющихся в полномальных алгебрах решеток.

\*\* Знаки « $\vdash$ » и « $\models$ » означают выводимость (следствие) и выполняемость соответственно.

2.1.  $J^n$ -замкнутая система подмножеств конечного множества  $I$ , обозначаемая через  $J_n(I)$ , определяется следующим образом.

$J_n(I)$  состоит из нулевой компоненты  $N^{\circ}_1 \subseteq 2^I$  и из  $m$ -компонент —  $N_{A_1, \dots, A_m}^{i_1, \dots, i_m}$  для любого  $m \in \overline{1, n-2}$ , которые определяются индуктивно:

а) для любого  $A_1 \in N^{\circ}_1$  и для любого  $i_1 \in \overline{1, n-1}$ , существует единственная 1-компонента  $N_{A_1}^{i_1} \subseteq 2^{A_1}$ ;

б) если уже даны все  $g$ -компоненты для  $g \leq m-1$ , то для любых  $N_{A_1, \dots, A_{m-1}}^{i_1, \dots, i_{m-1}}$ ,  $A_m \in N_{A_1, \dots, A_{m-1}}^{i_1, \dots, i_{m-1}}$  и  $i_m \in \overline{1, n-m}$  существует един-

ственная  $m$ -компонента  $N_{A_1, \dots, A_{m-1}, A_m}^{i_1, \dots, i_{m-1}, i_m} \subseteq 2^{A_m}$ .

Кратко можно писать:

$$J_n(I) = \left\{ N^{\circ}_1, N_{A_1, \dots, A_m}^{i_1, \dots, i_m} \mid \begin{array}{l} 1 \leq m \leq n-2, \quad A_t \in N^{\circ}_1 \quad (t \in \overline{1, m}) \\ 1 \leq i_t \leq n-t, \quad A_s \in N_{A_1, \dots, A_{s-1}}^{i_1, \dots, i_{s-1}} \quad (s \in \overline{2, m}) \end{array} \right\}$$

$J^2$ -замкнутая система состоит только из нулевой компоненты:

$$J_2(I) = \{N^{\circ}_1\}.$$

2.2. Пусть  $J_n(I)$  — некоторая  $J^n$ -замкнутая система. Зафиксируем любые  $A_1 \in N^{\circ}_1$  и  $i_1 \in \overline{1, n-1}$  и рассмотрим все те компоненты  $J_n(I)$ , нижним и верхним первыми индексами которых являются соответственно  $A_1$  и  $i_1$ . Легко заметить, что их совокупность представляет  $J^{n-1}$ -замкнутую систему подмножеств  $A_1$ . Обозначим эту систему через  $J_{n-1}^{(A_1, i_1)}(A_1)$  и назовем  $J^{n-1}$ -замкнутой подсистемой  $J_n(I)$ . Количество таких подсистем для любой  $J_n(I)$  будет  $|N^{\circ}_1| \times (n-1)$ .

2.3. Из определения  $J^n$ -замкнутой системы вытекает, что в любой  $J_n(I)$  содержится компонента  $N_{A_1, \dots, A_m}^{i_1, \dots, i_m}$  для любых  $A \in N^{\circ}_1$ ,  $m \in \overline{1, n-2}$  и  $i_t \in \overline{1, n-t}$  ( $t \in \overline{1, m}$ ). Эту компоненту кратко будем обозначать через  $(i_1, \dots, i_m)_A$ .

2.4. Скажем, что компонента  $(i_1, \dots, i_m)_A$   $J^n$ -замкнутой системы  $J_n(I)$  имеет  $\{1, n-m\}$ -формулу, если для любого  $t \in \overline{1, m}$  либо  $i_t = 1$ , либо  $i_t = n-m$ . Каждой компоненте  $(j_1, \dots, j_m)_A$  соответствует некоторая компонента  $(i_1, \dots, i_m)_A$ , имеющая  $\{1, n-m\}$ -форму. Это соответствие определяется с помощью индукции следующим образом:

$$1) \quad \begin{array}{l} i_m = 1, \text{ если } j_m < n-m, \\ i_m = n-m, \text{ если } j_m = n-m; \end{array}$$

2) допустим, что значения для  $i_{t+1}, \dots, i_m$  уже определены, определим значение  $i_t$  по правилу:

$$i_t = 1, \text{ если } j_t < n-m,$$

$$i_t = n-m, \text{ если } j_t = n-m,$$

$$i_t = i_{t+1-j_t}, \text{ если } j_t > n-m.$$

Корректность определения в третьем случае вытекает из того, что

$$j_i \leq n-t \Rightarrow n+1-j_i \geq t+1, \\ j_i > n-m \Rightarrow n+1-j_i < m+1, \text{ т. е. } t+1 \leq n+1-j_i < m.$$

Из этого построения следует, что  $(i_1, \dots, i_m)_A$  определяется единственным образом. Эта компонента называется  $\{1, n-m\}$ -формой для  $(j_1, \dots, j_m)_A$  и обозначается через  $(j_1, \dots, j_m)_A | \{1, n-m\}$ . Ясно, что  $\{1, n-m\}$ -форма не зависит от выбора  $A \in N^{\circ_1}$ .

2.5 Пусть  $A \subseteq B$ ;  $\alpha \subseteq 2^A$ ,  $\alpha \neq \emptyset$ ,  $\emptyset \notin \alpha$ ;

$$\beta \subseteq 2^B, \beta \neq \emptyset, \emptyset \notin \beta.$$

1) Скажем, что  $\alpha$  является  $\odot$ -редактом  $\beta$  на  $A$  и обозначим  $\alpha = \beta | \odot_A$ , если  $\alpha = \{K = K^* \cap A \mid K^* \in \beta\}$ .

2) Скажем, что  $\alpha$  является  $\oplus$ -редактом  $\beta$  на  $A$  и обозначим  $\alpha = \beta | \oplus_A$ , если  $\alpha = \beta \cap 2^A$ .

2.6  $J^n$ -замкнутая система  $J_n(I)$  называется  $J^n$ -нормальной системой подмножеств  $I$ , если она удовлетворяет следующим условиям:

а) для любых  $A \in N^{\circ_1}$ ,  $m \in I$ ,  $n-2$  и  $i_1 \in I$ ,  $n-t$  ( $t \in I$ ,  $m$ ) имеет место равенство  $(i_1, \dots, i_m)_A = (i_1, \dots, i_m)_A | \{1, n-m\}$ ;

б) для любого  $A \in N^{\circ_1}$  и для любых компонент  $(i_1, i_2, \dots, i_m)_A$ ,  $(n-m, i_2, \dots, i_m)_A$ , имеющих  $\{1, n-m\}$ -форму, имеет место включение

$$(i_1, i_2, \dots, i_m)_A \subseteq (n-m, i_2, \dots, i_m)_A;$$

в) для любого  $A \in N^{\circ_1}$  и для любого  $(i_1, \dots, i_m)_A$ , имеющего  $\{1, n-m\}$ -форму, имеет место равенство

$$(i_1, \dots, i_m)_A = \begin{cases} (i_1, \dots, i_m)_A | \odot_A, & \text{если } i_1 = 1, \\ (i_1, \dots, i_m)_A | \oplus_A, & \text{если } i_1 = n-m. \end{cases}$$

3. Понятие  $J^n$ -замкнутого Т-слова ( $n \geq 2$ ) определяется индукцией по  $n$ .

3.1.  $n=2$ . Для любой  $J^2$ -замкнутой системы  $J_2(I) = \{N^{\circ_1}\}$  и для любой упорядоченной пары функциональных переменных  $(F_2, F_1)$  следующее Т-слово ранга 2

$$f_{J_2(I)}(F_2, F_1, x_j | j \in I) = F_2 \left\{ F_1(x_j) \right\}_{A \in N^{\circ_1} \quad I \in A}$$

называется  $J^2$ -замкнутым Т-словом, соответствующим  $J_2(I)$  и  $(F_2, F_1)$ . Допустим, для  $k \leq n-1$  уже определено  $J^k$ -замкнутое Т-слово, соответствующее любым  $J_k(I)$  и  $(F_k, \dots, F_1)$ , определим его для  $k=n$ . Пусть

$J_n(I)$ -любая  $J^n$ -замкнутая система,  $J_{n-1}^{(A)}(A)$ ,  $A \in N^{\circ_1}$ ,  $I \in \overline{I, n-1}$  — ее

$J_{n-1}$ -замкнутые подсистемы, а  $(F_n, F_{n-1}, \dots, F_1)$  — любой  $n$ -вектор функциональных переменных. Тогда следующее Т-слово ранга  $n$

$$f_{J_n(I)}(F_n, \dots, F_1, x_j | j \in I) = F_n \left\{ F_n \left\{ F_n \left\{ \dots \left\{ F_{n-1} \left\{ F_{n-1} \left\{ \dots \left\{ F_1(x_j) \right\} \right\} \right\} \right\} \right\} \right\}_{A \in N^{\circ_1} \left\{ I \in \overline{I, n-1} \left\{ f_{J_{n-1}^{(A)}}(A) \right\} \right\} \right\} \quad (*)$$

называется  $J^n$ -замкнутым Т-словом, соответствующим  $J_n(I)$  и  $(F_n, \dots, F_1)$ .

Замечание. В этом определении не учитывается расположение  $A \in N^{\circ_1}$  в Т-слове (\*). Однако ясно, что Т-слова, имеющие различные расположения  $A \in N^{\circ_1}$ , получаются друг от друга с помощью

сверхтождеств (com) и (ass). Поэтому будем считать, что каждой  $J_n(I)$  и  $(F_n, \dots, F_1)$  соответствует единственное  $J^n$ -замкнутое  $T$ -слово (с точностью сверхтождеств (com) и (ass)).

3.2.  $J^n$ -замкнутое  $T$ -слово, соответствующее  $J_n(I)$  и  $(F_n, \dots, F_1)$ , называется  $J^n$ -нормальным  $T$ -словом, если  $J_n(I)$  является  $J^n$ -нормальной системой.

3.3 В многообразии  $L_D$ , очевидно, выполняется сверхтождество дистрибутивности ранга 2:

$$(F_1(x, F_2(y, z))) = F_2(F_1(x, y), F_1(x, z)) \quad (\text{dis})$$

При доказательстве основного результата часто применяются следующие два сверхтождества  $L_D$ :

$$F_2(F_1(y, z), F_2(x, F_1(x, y))) = F_2(F_1(y, z), x),$$

$$F_2(x, F_2(y, F_1(x, y))) = F_2(x, y).$$

Сформулируем основной результат.

**Теорема.** 1) Для любого  $T$ -слова  $\pi$  ранга  $n \geq 2$  (где  $T = \{2\}$ ) существует, причем единственное,  $J^n$ -нормальное  $T$ -слово  $\pi'$  такое, что  $(\text{id}), (\text{com}), (\text{ass}), (\text{dis}) \vdash \pi = \pi'$ .

2) Для любого сверхтождества  $\pi = \omega \in H^n(L_D)$

$$(\text{id}), (\text{ass}), (\text{com}), (\text{dis}) \vdash \pi = \omega.$$

В качестве следствия из второй части теоремы получаем одинаковый базис  $\{(\text{id}), (\text{com}), (\text{ass}), (\text{dis})\}$  для  $H^n(L_D)$  и  $H(L_D)$ , где  $n \geq 2$ .

Ереванский государственный университет

ՅՈՒ. Մ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ, Վ. Գ. ՄԵԼԻՔՆՅԱՆ

### Բաշխման կապարների գերնույնությունները

Աշխատանքը նվիրված է բաշխական կապարների գերնույնությունների նկարագրությանը: Հիմնական արդյունքը ստանալու համար ներմուծվում են  $J^n$ -փակ և  $J^n$ -կանոնավոր համակարգերի և բառերի գաղափարները: Ապացուցվում է, որ երկտեղ ֆունկցիոնալ փոփոխականների յուրաքանչյուր բառ վերջավոր թվով գերնույնությունների օգնությամբ կարելի է բերել  $J^n$ -կանոնական տեսքի: Արդյունքում ստացվում է գերնույնությունների վերջավոր բազիս բաշխական կապարների (բազմաձևության) համար:

### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> Ю. М. Мовсисян, Введение в теорию алгебр со сверхтождествами, Изд. Ереванского ун-та, 1986. <sup>2</sup> Ю. М. Мовсисян, Сверхтождества и сверхмногообразия в алгебрах, Изд. Ереванского ун-та, 1990. <sup>3</sup> Г. Биркгоф, Теория решеток, М., Наука, 1984. <sup>4</sup> R. Padmanabhan, P. Penner, Subdirectly irreducible n-quasilattices.

УДК 517.968.21

А. М. Григорян

Эффективный метод линейной фильтрации

(Представлено чл.-корр. НАН Армении А. Б. Нерсисяном 10/VIII 1993)

Рассматривается метод реализации одномерной линейной фильтрации сигналов в частотной области, основанный на спаренном представлении дискретного преобразования Фурье (1). Показано, что предлагаемый метод позволяет выполнить фильтрацию N-точечного сигнала с помощью N умножений, против  $O(N \log N)$  в известных алгоритмах.

Пусть  $f = \{f_n\}$  и  $g = \{g_n\}$  N-точечные последовательности, соответствующие входному и выходному сигналам линейного фильтра, передаточная функция которого  $Y_p$ ,  $p = 0 \div N-1$ , известна. Предположим, что  $N = 2^r$ , где  $r \gg 1$  достаточно большое целое.

Рассмотрим уравнение линейной фильтрации в частотной области

$$G_p = Y_p F_p, \quad p = 0, \dots, N-1, \quad (1)$$

где  $F_p$  и  $G_p$  компоненты Фурье-спектра сигналов  $f$  и  $g$  в отсчете  $p$ :

$$F_p = \sum_{n=0}^{N-1} f_n W^{np}, \quad G_p = \sum_{n=0}^{N-1} g_n W^{np}, \quad W = \exp(2\pi i/N). \quad (2)$$

В силу свойства спаренного представления (1) составляющие  $F_p$  и  $G_p$  описываются соответствующими N/2-мерными векторами:

$$\bar{F}'_p = \text{col}(f'_{p,0}, f'_{p,1}, \dots, f'_{p,N/2-1}), \quad (3)$$

$$\bar{G}'_p = \text{col}(g'_{p,0}, g'_{p,1}, \dots, g'_{p,N/2-1}), \quad (4)$$

компоненты которых  $f'_{p,t} = x'_{p,t} \cdot f$ ,  $g'_{p,t} = x'_{p,t} \cdot g$ ,  $t = 0 \div N/2-1$ , определяются спаренными функциями  $x'_{p,t}(n) = M(\cos(2^i(np-t)/N))$ ,  $n = 0 \div N-1$ , где  $M$  функция, принимающая ненулевые значения только в отсчетах  $\pm 1$ , в которых  $M(\pm 1) = \pm 1$ .

Так как ортогональное спаренное преобразование  $x'_n$  составляют функции (1)

$$x'_{2^n, 2^{n+1}}, \quad t = 0, 1, \dots, 2^{r-n}-1, \quad n = 0, \dots, r, \quad (5)$$

уравнение (1) достаточно описать в спаренной форме только в  $r+1$  отсчетах  $2^n$  ( $n = 0 \div r-1$ ), 0. Передаточную функцию  $Y_p$  заданного ли-

нейного фильтра в каждом таком отсчете  $p$  рассмотрим в полярном виде  $(|Y_p|, \Phi_p)$ , где  $|Y_p|$  модуль комплексного значения  $Y_p$ , а  $\Phi_p < 2\pi$  его фаза. Обозначим через  $\downarrow_p = \lfloor \Phi_p / (2\pi N) \rfloor$  целую часть числа  $\Phi_p / (2\pi N)$ , а через  $\Phi(p) = \downarrow_p \bmod (N/2)$ . Тогда ясно, что передаточную функцию фильтра можно представить в виде

$$Y_p \approx \hat{Y}_p = \pm |Y_p| W^{\Phi(p)}, \quad p=2^n, \quad n=0, \dots, r-1, \quad (6)$$

где знак перед модулем определяется известной функцией Хевисайда  $\vartheta$ , которая принимает значения  $\vartheta(x) = 0$  при  $x < 0$  и  $\vartheta(x) = 1$  при  $x \geq 0$ .

Другими словами, в (6) имеет место

$$\hat{Y}_p = (1 - 2\vartheta(\Phi(p) - N/2)) |Y_p| W^{\Phi(p)}, \quad p=2^n, \quad n=0, \dots, r-1. \quad (7)$$

Таким образом, передаточную функцию  $Y_p$  фильтра мы представляем в виде  $(\pm |Y_p|, \Phi(p))$ , где значения фазы  $\Phi_p$  рассматриваются целыми из интервала  $\{0, N/2-1\}$ , т. е. фаза фильтра проквантована в нем. Ясно, что при больших значениях  $N$  (а такими можно считать  $N \geq 1024$ ) нормированная фаза  $\downarrow_p = \lfloor \Phi_p / (2\pi/N) \rfloor \approx \Phi_p / (2\pi/N)$ . Поэтому для таких  $N$  будем предполагать, что  $\downarrow_p = \Phi_p / (2\pi/N)$  и  $Y_p = \hat{Y}_p$ .

В спаренном представлении составляющую (1), точнее его оценку  $\hat{G}_p$ , в отсчете  $p$  можно записать в виде

$$\bar{G}'_p \approx \hat{\bar{G}}'_p = \pm |Y_p| T^{\Phi(p)} \bar{F}'_p, \quad (8)$$

где  $T$ —оператор циклического сдвига  $N/2$ -мерного вектора  $\bar{F}'_p$  на один элемент вправо

$$T(\bar{F}'_p) = \text{col}(-f'_{p, N/2-1}, f'_{p, 0}, f'_{p, 1}, \dots, f'_{p, N/2-2}). \quad (9)$$

а  $T^{\Phi(p)}$  его  $\Phi(p)$ -я степень. Матрица оператора  $T^{\Phi(p)}$  имеет вид

$$[T^{\Phi(p)}] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & -1 & \dots \\ 1 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \Phi(p) \quad (10)$$

Так как в векторах (2), (3) для указанных отсчетов  $p$  компоненты  $f'_{p,t}, g'_{p,t} = 0$ , если  $\text{НОД}(p, t) \neq p$ , то, отбрасывая такие неинформативные компоненты, будем рассматривать указанные векторы как  $L_p$ -мерные, где  $L_p = N/(2p)$ . Поэтому значения  $\Phi(p)$  в (8) нужно считать равными  $\Phi(p)/p$ , а размеры матриц (10) равными  $L_p \times L_p$ .

Формула (8) указывает, как определяются все спектральные составляющие отфильтрованного сигнала по спаренному преобразованию

$$\hat{g}'_{p,t} = \begin{cases} \pm |Y_p| f'_{p, t+\Phi(p)}; & t+\Phi(p) < N/2p, \\ \pm |Y_p| f'_{p, (t+\Phi(p)) \bmod (N/2)}; & t+\Phi(p) \geq N/2p \end{cases} \quad (11)$$

после чего для получения оценки  $\hat{g}$  исходного сигнала нужно выполнить обратное ортогональное спаренное преобразование. Поэтому для  $\hat{g}$  имеет место простое матричное представление:

$$\hat{g} = [(x'x)^{-1}] \left[ \left( \bigoplus_{n=1}^r (\pm |Y_{2^n}| \otimes [I_{2^{n-1}}]) \right) [T^{\Phi(2^n)}] \right] [x'x] f,$$

где  $I$  есть тождественное преобразование, знак  $\otimes$  обозначает операцию прямого произведения матриц. Здесь, чтобы не усложнять запись матричного представления, считаем, что  $|Y_{2^r}| = |Y_0|$ , а  $\Phi(2^r) = \Phi(0) \equiv 0$ .

Из полученного матричного представления прямо следует, что для реализации описанной фильтрации нужно выполнить:

- $N$  вещественных умножений на  $r-1$  модулей функции  $Y_p$ ;
- $N$  вещественных операций умножений и  $4N-4$  сложений, так как число операций сложений для реализации спаренных преобразований равно  $2N-2$  (2).

Таким образом, описанный метод требует выполнения  $O(N)$  арифметических операций. Для сравнения отметим, что известный метод быстрого преобразования Фурье требует  $O(rN)$  комплексных таких операций (3,4). Так как число комплексных умножений для  $N$ -точечного ДПФ равно  $2^{r-1}(r-3)+2$  (1), то в методе Фурье нужно выполнить  $2[2^{r-1}(r-3)+2]+2^r$  комплексных умножений и почти столько же сложений. Поэтому предлагаемый метод требует выполнения арифметических операций почти в  $3/2r$  раза меньше, чем в методе Фурье.

Институт проблем информатики и автоматизации  
НАН Армении

Ա. Մ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

### Գծային ֆիլտրացիայի էֆեկտիվ մեթոդ

Դիտարկվում է հաճախականությանների տարածքում գծային ֆիլտրացիայի էֆեկտիվ մեթոդ, որը հիմնված է Ֆուրյեի դիսկրետ ձևափոխության սուբֆունկցիաների վրա:

Ձույգված միաշափ ձևափոխությունների օգտագործմամբ ստացված է այնպիսի գծային ֆիլտրացիայի մատրիցային հավասարում, որի հիմքի վրա կարելի է կատարել մեծ երկարության սուբֆունկցիաների գծային ֆիլտրացիա, օգտագործելով՝

—  $N$  իրական բազմապատկումներ ֆիլտրի տրված փոխանցումային ֆունկցիայի  $r-1$  մոդուլներում:

—  $N$  իրական բազմապատկումներ և  $4N-4$  գումարներ:

Ցույց է տրված, որ առաջարկված մեթոդը կրճատում է թվաբանական գործողությունների քանակը մոտավորապես  $1,51 \log N$  անգամ համեմատած հայտնի Ֆուրյեի արագ ձևափոխության մեթոդի հետ:

### ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> А. М. Григорян, Изв. вузов СССР, Радиоэлектроника, т. 31, № 5, с. 47–52 (1988). <sup>2</sup> А. М. Григорян, Изв. вузов СССР, Радиоэлектроника, т. 34, № 8, с. 100–103 (1991). <sup>3</sup> N. Ahmed, K. K. Rao, Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing, N. Y., Springer-Verlag, 1975. <sup>4</sup> D. E. Dudgeon, R. M. Mersereau, Multidimensional Digital Signal Processing, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, Inc., 1984.

УДК 539.3

Л. А. Мовсисян

О нелинейных колебаниях анизотропной вязкоупругой  
 слоистой цилиндрической панели

(Представлено чл.-корр. НАН Армении В. С. Саркисяном 4 X 1993)

Изучаются одномерные нелинейные (геометрически) вынужденные колебания цилиндрической панели, изготовленной из анизотропных вязкоупругих слоев, симметрично или антисимметрично собранных относительно срединной поверхности (1). Рассмотрены два случая крайних условий.

1. Одномерные уравнения колебаний цилиндрической оболочки имеют вид (1,2).

$$\frac{\partial S}{\partial y} = \bar{\rho}h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial y} = \bar{\rho}h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial y^2} + \frac{T}{R} + \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \bar{\rho}h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q(y, t)$$

( $\bar{\rho} = 2\rho r$ ,  $2n$ —число слоев,  $\rho$ —плотность материала).

Для усилий и момента будем иметь (1).

$$T = \tilde{C}_{33}\epsilon, \quad S = \tilde{C}_{66}\gamma + \tilde{K}_{30}x, \quad M = \tilde{D}_{32}x + \tilde{K}_{30}\dot{\gamma} \quad (1.2)$$

при антисимметричном расположении слоев и

$$T = \tilde{C}_{22}\epsilon + \tilde{C}_{26}\gamma, \quad S = \tilde{C}_{20}\epsilon + \tilde{C}_{66}\gamma, \quad M = \tilde{D}_{22}x \quad (1.3)$$

при симметричном расположении слоев.

Для компонент деформаций имеем

$$\epsilon = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2, \quad \gamma = \frac{\partial u}{\partial y}, \quad x = - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (1.4)$$

Как обычно (2), инерционными членами в первых двух уравнениях будем пренебрегать.

В выражения  $\tilde{C}_{ij}$ ,  $\tilde{K}_{ij}$ ,  $\tilde{D}_{ij}$  входят упругая и вязкая части согласно формулам (1.6) и (1.9) по (1):

$$\tilde{C}_{ij} = C_{ij}(1 - c_{ij}\Gamma^*), \quad \tilde{K}_{ij} = K_{ij}(1 - k_{ij}\Gamma^*), \quad \tilde{D}_{ij} = D_{ij}(1 - d_{ij}\Gamma^*) \quad (1.5)$$

Рассмотрим два случая краевых условий:

2. В случае антисимметричного расположения слоев, когда края панели свободно оперты —

$$w = T = S = M = 0 \text{ при } y = 0, y = l, \quad (2.1)$$

в предположении, что

$$q = q_0 \sin \lambda y \sin p t, \quad \lambda = \pi/l, \quad (2.2)$$

решение уравнений колебания будем искать в виде

$$u = \varphi \cos \lambda y, \quad v = \psi \cos \lambda y, \quad w = f \sin \lambda y. \quad (2.3)$$

Тогда между  $f$  и  $\varphi$  получится следующая связь:

$$f = A \sin (pt + \alpha), \quad \varphi = B \sin (pt + \alpha + \gamma) \quad (2.4)$$

$$B = \frac{K_{23}}{C_{66}} X_1 A, \quad X_1 = \frac{1 - k_{26}\Gamma_c}{(1 - c_{66}\Gamma_c)\cos\gamma - c_{66}\Gamma_s \sin\gamma} \quad (2.5)$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{(k_{26} - c_{66})\Gamma_s}{(1 - c_{66}\Gamma_c)(1 - k_{26}\Gamma_c) - k_{26}c_{66}\Gamma_s^2}$$

$\Gamma_c, \Gamma_s$  — с точностью до множителя косинус и синус преобразования ядра оператора  $\Gamma^*$ .

А уравнения для определения  $A$  и  $\alpha$  будут:

$$\omega_1^2 A + X_2 A^2 = \rho^2 A + \frac{q_0}{\rho h} \cos \alpha, \quad (2.6)$$

$$\omega_2^2 A + X_3 A^2 = -\frac{q_0}{\rho h} \sin \alpha,$$

$$\omega_1^2 = \frac{\lambda}{\rho h} \left( \lambda^2 - \frac{1}{R^2} \right) \left( D_{11}^{(1)} - \frac{K_{26}^2}{C_{66}} \Gamma_{cs}^{(1)} \right),$$

$$\omega_2^2 = \frac{\lambda^2}{\rho h} \left( \lambda^2 - \frac{1}{R^2} \right) \left( D_{22}^{(2)} - \frac{K_{26}^2}{C_{66}} \Gamma_{cs}^{(2)} \right),$$

$$D_{11}^{(1)} = D_{22}(1 - d_{22}\Gamma_c), \quad D_{22}^{(2)} = D_{22}d_{22}\Gamma_c,$$

$$\Gamma_{cs}^{(1)} = |\cos\gamma - k_{26}(\Gamma_c \cos\gamma + \Gamma_s \sin\gamma)| X_1$$

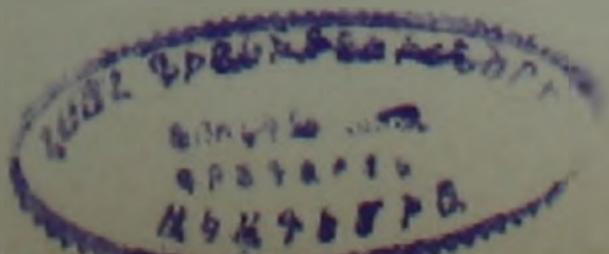
$$\Gamma_{cs}^{(2)} = |\sin\gamma(1 - k_{26}\Gamma_s) + k_{26}\Gamma_s \cos\gamma| X_1$$

$$X_2 = \frac{9C_{22}}{32\rho h} \lambda^4 (1 - c_{22}\Gamma_c), \quad X_3 = \frac{9C_{22}}{32\rho h} \lambda^4 c_{22}\Gamma_s.$$

На основании (2.6) резонансная кривая будет

$$\rho^2 = \omega_1^2 + X_2 A^2 \pm \left[ \left( \frac{q_0}{\rho h A} \right)^2 - (\omega_2^2 + X_3 A^2)^2 \right]^{1/2}. \quad (2.7)$$

разность фаз определится из (2.6). Амплитудно-частотная кривая (2.7) имеет характерный вид (см., например, (2)). От (2) (с. 214) отличается членом  $X_3 A^2$ . Наличие такого члена приводит к тому, что кривая типа изображенной на рис. 13.10 (3) деформируется, правая ветвь ого-



двигается налево, а левая — направо, петля суживается, причем чем больше амплитуда, тем больше ее влияние.

В упругом случае в вышеприведенных формулах надо положить  $\Gamma_c = \Gamma_s = 0$ , а собственная частота определится формулой

$$\omega^2 = \omega_0^2 \left( 1 + \frac{3}{4} \beta A^2 \right), \quad \beta = \frac{3C_{22}\lambda^4}{8\omega_0^2}, \quad (2.8)$$

$$\omega_0^2 = \left( D_{22} - \frac{K_{26}^2}{C_{66}} \right) \frac{\lambda^2}{\rho h} \left( \lambda^2 - \frac{1}{R^2} \right).$$

Из приведенных формул получится и случай симметричного расположения слоев — необходимо только  $D_{22} - K_{26}^2/C_{66}$  заменить на  $D_{22}$ .

3. В случае шарнирного закрепления на концах панели будем иметь условия

$$u = v = w = M = 0, \quad y = 0, \quad y = l. \quad (3.1)$$

Здесь приведем решение для случая симметричного распределения слоев. Сжимающее усилие определяется как в (2); при предположении  $w = f \sin \lambda y$  для него получим

$$T = \tilde{C}_{22} \left( \frac{\pi^2}{4} \frac{f^2}{l^2} - \frac{2}{\pi} \frac{f}{R} \right), \quad (3.2)$$

а для неизвестной  $f$

$$\frac{d^2 f}{d t^2} + a_1 f - a_2 f^2 + a_3 f^3 = \frac{Q_0 \sin \pi t}{\rho h}, \quad (3.3)$$

где

$$a_1 = \frac{1}{\rho h} \left( \tilde{D}_{22} \lambda^4 + \frac{8\tilde{C}_{22}}{\pi^2 R^2} \right),$$

$$a_2 = \frac{3\tilde{C}_{22}\pi}{Rl^2}, \quad a_3 = \frac{\tilde{C}_{22}\pi^4}{4l^4}.$$

Решение (3.3) строится, как и в предыдущем пункте, лишь с той разницей, что осреднение по  $t$  осуществляется по четверти периода, и окончательно для амплитудно-частотной кривой получим

$$P^2 = \omega_1^2 - \frac{X_1^2}{4X_2} + \frac{1}{X_3} (AX_2 - X_1)^2 \pm \left\{ \left( \frac{Q_0}{\rho h A} \right)^2 - \left[ \omega_2^2 - \frac{Y_1}{4Y_2} + \frac{1}{4Y_2} (AY_2 - Y_1)^2 \right] \right\}^{1/2}. \quad (3.4)$$

Здесь

$$\omega_1^2 = \frac{1}{\rho h} \left[ D_{22} \lambda^4 (1 - d_{22} \Gamma_c) + \frac{8C_{22}}{\pi^2 R^2} (1 - c_{22} \Gamma_c) \right],$$

$$\omega_2^2 = \frac{\Gamma_s}{\rho h} \left( D_{22} d_{22} \lambda^4 + \frac{8}{\pi^2 R^2} C_{22} c_{12} \right),$$

$$X_1 = \frac{8C_{22}}{\rho h R^2} \left[ 1 - \frac{C_{22}}{4} (3\Gamma_1 - \Gamma_{2c} + 2\Gamma_{2s}) \right],$$

$$X_2 = \frac{3\pi^2 C_{22}}{16\rho h l^4} (1 - c_{22}\Gamma_c),$$

$$Y_1 = \frac{4C_{22}}{\rho h R^2} [1 - 0,5c_{22}(3\Gamma_1 - \Gamma_{2c} + 2\Gamma_{2s})],$$

$$Y_2 = \frac{3\pi^4}{16\rho h l^4} C_{22}c_{22}\Gamma_{2s},$$

$$\Gamma_1 = \int_0^{\bar{z}} \Gamma(z) dz, \quad \Gamma_{2c} = \int_0^{\bar{z}} \Gamma(z) \cos 2\rho z dz, \quad \Gamma_{2s} = \int_0^{\bar{z}} \Gamma(z) \sin 2\rho z dz.$$

По сути кривая (3.4) имеет такой же вид, что и (2.7), однако следует отметить, что наличие подчеркнутых членов нарушают «симметричность» от А относительно оси  $\rho$ .

Свободная частота упругой панели будет

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{8}{3\pi} \bar{a}_2 A + \frac{3}{4} \bar{a}_3 A^2. \quad (3.5)$$

где линейная частота

$$\omega_0^2 = \frac{1}{\rho h} \left( D_{22} \lambda^4 + \frac{8C_{22}}{\pi^2 R^2} \right), \quad (3.6)$$

а  $\bar{a}_2$  и  $\bar{a}_3$  есть  $a_2, a_3$ , только с упругими частями в  $\bar{C}_{22}$ .

Антисимметричный случай получается совершенно аналогично: не приводятся потому, что формулы более длинные. В упругом случае частота имеет вид (3.5) и (3.6), где только  $D_{22}$  должен быть заменен на  $D_{22} - K^2_{26}/C_{66}$ .

Институт механики  
НАН Армении

Լ. Ա. ՄՈՎՍԵՅԱՆ

Անիզոտրոպ առաձգամածուցիկ շերտավոր գլանային պանելի ոչ գծային տատանումների մասին

Դիտարկվում է անիզոտրոպ շերտավոր առաձգամածուցիկ գլանային թաղանթի երկրաչափորեն ոչ գծային միաչափ ստիպողական տատանումները: Շերտերը միջին մակերևույթի նկատմամբ բաշխված են երկու ձևով՝ սիմետրիկ և հակասիմետրիկ: Ինչպես սովորաբար, միջին մակերևույթի իներցիոն ուժերը արհամարվում են: Երկու տիպի եզրային պայմանների դեպքում (ազատ հենված և հողակապային ամրակցված) ստացված են ուղղանկյունային կորերի արտահայտությունները:

Որպես մասնավոր դեպք ստացված են առաձգական ազատ և ստիպողական հաճախությունների մեծությունները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> Л. А. Мовсеян, Изв. АН АрмССР. Механика, т. 42, № 3, с. 37—44 (1989).

<sup>2</sup> А. С. Вольмир, Нелинейная динамика пластинок и оболочек. Наука, М., 1972.

<sup>3</sup> М. И. Рабинович, Д. И. Трубецков. Введение в теорию колебаний и волн. Наука, М., 1984.

УДК 539.3.

М. В. Белубекян, А. В. Геворкян

Магнитоупругие поверхностные сдвиговые волны в  
 конечно проводящей среде

(Представлено академиком НАН Армении С. А. Амбарцумяном 29/X 1993)

В работе (1) установлено, что в присутствии внешнего постоянно-го магнитного поля, параллельного границе конечно проводящего полупространства, диссипация является причиной существования магнитоупругих поверхностных сдвиговых волн. Обсуждается влияние диссипации на существование поверхностных сдвиговых волн в конечно проводящем полупространстве при наличии внешнего постоянного магнитного поля, перпендикулярного границе полупространства.

Пусть упругое конечно проводящее полупространство отнесено к прямоугольной декартовой системе координат  $ox_1x_2x_3$ : ось  $x_1$  направлена вдоль границы, ось  $x_2$  — в глубь полупространства.

Начальное магнитное поле  $H(0, H_0, 0)$  направлено по оси  $x_2$ . Магнитная проницаемость среды принимается равной единице.

Учитывая, что в антиплоской деформации поле смещений и характеристики индуцированного электромагнитного поля имеют вид, соответственно,  $\bar{u} = [0, 0, u_3(x_1, x_2, t)]$ ,  $\bar{h} = [0, 0, h_3(x_1, x_2, t)]$ ,  $\bar{e} = [e_1(x_1, x_2, t), e_2(x_1, x_2, t), 0]$ , из системы линеаризованных уравнений магнитоупругости, описывающей поведение электромагнитного поля и движение проводящего упругого тела, при пренебрежении током смещения относительно тока проводимости, получим следующую систему уравнений (2-4):

$$G \nabla^2 u_3 + \frac{H_0}{4\pi} \frac{\partial h_3}{\partial x_1} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \quad x_2 > 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 h_3 - \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{\partial h_3}{\partial t} = - \frac{4\pi\sigma}{c^2} u_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2 \partial t}$$

где  $\sigma$  — удельная электропроводимость,  $c$  — электродинамическая постоянная,  $G$  — модуль сдвига,  $\rho$  — плотность материала полупространства.

В области  $x_2 < 0$  имеем уравнение Максвелла и вытекающее из них волновое уравнение

$$\nabla^2 h_3 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 h_3}{\partial t^2} \quad (2)$$

Граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial u_3}{\partial x_2} = 0, \quad h_3 = h_3^*, \quad e_1 = e_1^* \quad \text{при } x_2 = 0. \quad (3)$$

Решения уравнения (1) и (2) будем искать в виде

$$u_3 = u(x_2) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad (4)$$

где  $k$  — действительное волновое число,  $\omega$  — комплексная частота.

Характеристическое уравнение соответствующей системы (1) получается в виде

$$\lambda^4 - k^2(2 - \alpha(1+s)z + z^2)\lambda^2 + k^4(1+z^2)(1 - \alpha z) = 0, \quad (5)$$

где

$$\alpha = \frac{4\pi\sigma c_2}{kc^2}, \quad z = \frac{i\omega}{kc_2}, \quad c_2^2 = \frac{G}{\rho}, \quad s = \frac{v^2}{c_2^2}, \quad v^2 = \frac{H_0^2}{4\pi\rho}.$$

Так как рассматриваются поверхностные волны, то из корней уравнения (5) выберем только те, которым соответствует уменьшение амплитуд волны с глубиной:

$$\lambda_{1,2} = -k \sqrt{1 - \frac{1}{2}\alpha(1+s)z + \frac{1}{2}z^2 \pm \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\alpha(1+s)z + \frac{1}{2}z^2\right)^2 - (1+z^2)(1-\alpha z)}} \quad (6)$$

при ограничении

$$\operatorname{Re} \lambda_{\pm}(z) > 0. \quad (7)$$

и для того, чтобы эти волны уходили от границы, должно выполняться условие (5)

$$\operatorname{Im} \lambda_{\pm}(z) < 0. \quad (8)$$

Таким образом, решения системы (1) и уравнения (2) запишутся в следующем виде:

$$u_3 = (A_+ e^{-k_+ x_2} + A_- e^{-k_- x_2}) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad (9)$$

$$h_3 = \frac{kH_0}{s} \left( \frac{\lambda_+^2 - z^2 - 1}{\lambda_+} A_+ e^{-k_+ x_2} + \frac{\lambda_-^2 - z^2 - 1}{\lambda_-} A_- e^{-k_- x_2} \right) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad (10)$$

$$h_3^* = D e^{k_+ x_2} e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad (11)$$

где

$$v_{\pm} = \sqrt{1 + c_2^2 z^2} \sim 1, \quad \operatorname{Re} v_{\pm} \approx 1; \quad \operatorname{Im} v_{\pm} \approx 0.$$

Удовлетворяя граничным условиям, приходим к дисперсионному уравнению

$$\alpha v_+ (1+z^2)(\lambda_+ + \lambda_-) - c_2^2 c^{-2} z \lambda_+ (\lambda_+ \lambda_- + 1 - \lambda_- s z + z^2) = 0. \quad (12)$$

Ввиду ограниченности величины напряженности внешнего магнитного поля ( $s < 0,1$ ) и в пределах макроскопической теории ( $\alpha \gg c_2^2 \cdot c^{-2}$ ) вторым членом в уравнении (12), по сравнению с первым, можно пренебречь,

В результате приходим к выводу, что при наличии внешнего магнитного поля, перпендикулярного границе конечно проводящего полупространства, поверхностные сдвиговые волны не существуют.

Этот же вывод подтверждается при рассмотрении аналогичной задачи для двух конечно проводящих полупространств одного и того же материала с проскальзывающей границей раздела.

В этом случае решения системы (1) при  $x_2 < 0$  имеют вид

$$u_3^{(1)} = (B_+ e^{k\lambda_+ x_2} - B_- e^{k\lambda_- x_2}) e^{i(kx_1 - \omega t)}, \quad (13)$$

$$h_3^{(1)} = -\frac{kH_0}{s} \left( \frac{\lambda_+^2 - z^2 - 1}{\lambda_+} B_+ e^{k\lambda_+ x_2} + \frac{\lambda_-^2 - z^2 - 1}{\lambda_-} B_- e^{k\lambda_- x_2} \right) e^{i(kx_1 - \omega t)}. \quad (14)$$

При  $x_2 > 0$  имеем решения (9) и (10), а граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0, \quad h_3^{(1)} = h_3, \quad e_1^{(1)} = e_1, \quad x_2 = 0. \quad (15)$$

Отметим, что рассматриваемая задача как при отсутствии внешнего магнитного поля, так и в случае идеально проводящих сред теряет смысл.

Здесь дисперсионное уравнение выглядит так

$$\lambda_+ \lambda_- + 1 - \alpha s z + z^2 = 0 \quad (16)$$

После преобразований приходим к кубическому уравнению

$$z^3 + \alpha(1 - 2s)z^2 + (1 + s^2\alpha^2)z + \alpha(1 - 2s) = 0. \quad (17)$$

По теореме Рауса-Гурвица (6) алгебраическое уравнение не имеет решения, удовлетворяющего условиям задачи. Однако, если магнитное поле направлено параллельно границе раздела полупространств, то в этом случае дисперсионное уравнение совпадает с аналогичным уравнением (13), полученным в работе (1).

Таким образом, влияние диссипации на существование магнитоупругих поверхностных сдвиговых волн является эффективным в случае внешнего магнитного поля, параллельного границе полупространства.

Институт механики НАН Армении

Մ. Վ. ԲԵԼՈՒԹԵԿՅԱՆ, Ա. Վ. ԴԵՎՈՐԳՅԱՆ

Մագնիսաառաձգական սահքի մակերևութային ալիքների վերջավոր հաղորդիչ միջավայրում

Աշխատանքում քննարկված են դիսիպացիայի ազդեցության հետևանքները մագնիսաառաձգական սահքի մակերևութային ալիքների տարածման վրա՝ վերջավոր հաղորդիչ կիսատարածությունում՝ եզրին ուղղահայաց արտաքին հաստատուն մագնիսական դաշտի առկայությամբ:

Հաստատված է, որ դիսիպացիայի ազդեցությունը հանգեցնում է սահքի մակերևութային ալիքների զոյությունը՝ կիսատարածության եզրին զուգահեռ արտաքին հաստատուն մագնիսական դաշտի առկայությամբ (1)।

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 А. В. Геворкян, Изв. АН Армении. Механика, т. 46, № 1 (1993). 2 Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Наука, М., 1982. 3 Л. И. Седов, Механика сплошной среды, т. 1, М., Наука, 1983. 4 В. Новацкий, Теория упругости, М., Мир, 1975. 5 Л. М. Бреховский, Волны в слоистых средах, Изд. АН СССР, М., 1957. 6 Г. Корн, Т. Корн, Справочник по математике, М., Наука 1984,

УДК 539.3

Член-корреспондент НАН Армении В. С. Саркисян, С. В. Саркисян, Х. Нур

К определению касательных напряжений при кручении стержня  
 криволинейного поперечного сечения, обладающего  
 прямолинейной анизотропией

(Представлено 11/XI 1993)

Исследованию задач кручения анизотропных стержней посвящено много работ (1-5). В них в основном рассмотрены анизотропии таких видов, когда главные направления ортотропии совпадают с координатными линиями, в которых решаются задачи, например, прямолинейная анизотропия — область, ограниченная прямолинейными координатными линиями, и т. п.

В настоящей работе исследуется кручение призматического стержня криволинейного поперечного сечения, обладающего прямолинейной анизотропией.

1. Рассмотрим кручение стержня с сечением в виде кругового сектора, материал которого обладает прямолинейной анизотропией (неортотропией) (2-4).

Представим исследуемую краевую задачу в полярной координатной системе

$$[1 + \delta a_1(\theta)] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} - [1 - \delta a_1(\theta)] \cdot \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \right] -$$

$$- 2\delta a_2(\theta) \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) = -A_0, \quad (1.1)$$

$$\Phi(r, 0) = \Phi(r, \alpha) = 0, \quad \Phi(a, \theta) = 0 \quad (1.2)$$

Здесь приняты обозначения работы (4) и кроме того введены

$$\delta = \frac{a_{44} - a_{55}}{a_{44} + a_{55}} < 1 \quad (a_{44} > a_{55}), \quad k_1 = \frac{2a_{45}}{a_{44} - a_{55}}, \quad (1.3)$$

$$A_0 = \frac{4\theta}{a_{44} + a_{55}}, \quad a_1(\theta) = \cos 2\theta - k_1 \sin 2\theta, \quad a_2(\theta) = \sin 2\theta + k_1 \cos 2\theta. \quad (1.4)$$

Нетрудно заметить, что частное решение краевой задачи (1.1) — (1.2) можно представить так:

$$\Phi^*(r, \theta) = -\frac{\partial r^2}{2a_{45}(1+k_1 \operatorname{tg} \alpha)} \left[ 1 - \frac{\cos(2\theta - \alpha)}{\cos \alpha} \right] \left( \bar{k}_1 = \frac{a_{45}}{a_{35}} \right). \quad (1.5)$$

Для нахождения однородного решения дифференциального уравнения (1.1) представим

$$\Phi^0(r, \theta) = r^\lambda \cdot \varphi(\theta) \quad (1.6)$$

и, полагая

$$V(\theta) = \varphi(\theta) \cdot \left| \frac{1 - \delta a_1(\theta)}{1 - \delta a_1(\alpha)} \right|^{\frac{1-\lambda}{2}}, \quad (1.7)$$

получим следующее нормальное дифференциальное уравнение:

$$V''(\theta) + l(\theta) \cdot V(\theta) = 0, \quad (1.8)$$

где  $\lambda$  — произвольный параметр,

$$l(\theta) = |1 - \delta a_1(\theta)|^{-2} \cdot |\lambda^2 - 2\delta a_1(\theta) - \delta^2(\lambda^2 b_0 + a_3(\theta))|. \quad (1.9)$$

$$b_0 = i + k_1^2, \quad a_3(\theta) = \tilde{C}_0 - \tilde{C}_1 \cos 4\theta + k_1 \sin 4\theta,$$

$$\tilde{C}_0 = -\frac{3}{2}(1+k_1^2), \quad \tilde{C}_1 = \frac{1}{2}(k_1^2-1) \quad (1.10)$$

Учитывая, что  $|\delta a_1(\theta)| < 1$ , (1.9) можно записать

$$l(\theta) = \lambda^2 - 2\delta(\lambda^2 - i)a_1(\theta) + \sum_{n=2}^{\infty} \{\lambda^2 \delta^n [(n+1)a_1^n(\theta) + (1-n)b_0 a_1^{n-2}(\theta)] - \delta^n [2n a_1^n(\theta) + (n-1)a_3(\theta) a_1^{n-2}(\theta)]\} \quad (1.11)$$

Собственные значения (числа)  $\lambda_k$  нашей задачи, согласно граничным условиям (1.2), определяются из следующего уравнения:

$$\tilde{V}_1(0, \lambda) \cdot \tilde{V}_2(\alpha, \lambda) - \tilde{V}_1(\alpha, \lambda) \cdot \tilde{V}_2(0, \lambda) = 0, \quad (1.12)$$

где  $\tilde{V}_1(\theta, \lambda)$ ,  $\tilde{V}_2(\theta, \lambda)$  — фундаментальные решения уравнения (1.8).

Следовательно, общее решение неоднородной задачи (1.1) — (1.2) будет

$$\Phi(r, \theta) = -\frac{\partial r^2}{2a_{45}(1+k_1 \operatorname{tg} \alpha)} \left[ 1 - \frac{\cos(2\theta - \alpha)}{\cos \alpha} \right] + \sum_{k=1}^{\infty} r^{\lambda_k} \left| \frac{1 - \delta a_1(\theta)}{1 - \delta a_1(\alpha)} \right|^{\frac{1-\lambda_k}{2}} (C_{k1} \tilde{V}_{k1}(\theta, \lambda_k) + C_{k2} \tilde{V}_{k2}(\theta, \lambda_k)). \quad (1.13)$$

В общем случае нахождение  $\tilde{V}_{k1}(\theta, \lambda_k)$  и  $\tilde{V}_{k2}(\theta, \lambda_k)$  представляет из себя почти непреодолимую математическую проблему. Ниже приведем некоторые конкретные случаи, когда бывает возможно найти эти функции.

1°. Материал стержня изотропный ( $\delta=0$ ). Тогда

$$\begin{aligned} V_{1k}(\theta, \lambda_k) &= \sin \lambda_k \theta, \quad V_{2k}(\theta, \lambda_k) = \cos \lambda_k \theta, \\ \lambda &= \lambda_k = \frac{\pi k}{2} \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad l(\theta) = \lambda^2, \end{aligned} \quad (1.14)$$

что совпадает с результатами, полученными в (1).

2°. Предположим, что материал стержня обладает слабой ортотропией ( $k_1=0$ ) так, что в (1.11) можно пренебречь степенью  $\delta^2$  и членами высшего порядка. Тогда из (1.11) будем иметь

$$I(\theta) = \lambda^2 + 2\delta(\lambda^2 - 1)\cos 2\theta, \quad (1.15)$$

а дифференциальное уравнение (1.8) приводится к уравнению Матье (6).

$$\frac{d^2V}{d\theta^2} + (a + 16q\cos 2\theta)V = 0, \quad a = \lambda^2, \quad q = \frac{\delta}{8}(\lambda^2 - 1). \quad (1.16)$$

Решением уравнения (1.16) являются функции Матье порядка  $n$   $se_n(\theta, q)$  и  $ce_n(\theta, q)$ , и, следовательно, из (1.12) можно определить  $\lambda_n$  и функцию напряжений  $\Phi(r, \theta)$ .

3°. Пусть материал стержня неортотропен и имеет место такая анизотропия, что в (1.11) можно пренебречь степенью  $\delta^2$  и членами высшего порядка. Тогда

$$I(\theta) = \lambda^2 + 2\delta(\lambda^2 - 1)(\cos 2\theta - k_1 \sin 2\theta), \quad (1.17)$$

а уравнение (1.8) приводится к уравнению Хилла (7)

$$\frac{d^2V}{d\theta^2} + (a + 16q\Psi(2\theta))V = 0, \quad (1.18)$$

где  $\Psi(2\theta) = \cos 2\theta - k_1 \sin 2\theta$  имеет период  $\pi$  по аргументу  $\theta$ .

4°. Материал стержня обладает прямолинейной ортотропией общего вида и нет ограничений на  $\delta$  (разумеется, кроме единственного ограничения  $\delta < 1$ ). Это всегда имеет место, если материал ортотропен ( $k_1=0$ ). Тогда (1.11) можно представить так:

$$I(\theta) = q_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \cos 2n\theta, \quad (1.19)$$

где

$$q_0 = \lambda^2 - \frac{\delta^2(\lambda^2 - 1)}{2} + \frac{3\delta^4(\lambda^2 - 1)}{8} - \dots,$$

$$2q_1 = 2\delta(\lambda^2 - 1) + \delta^3(\lambda^2 - 1) - \dots,$$

$$2q_2 = \frac{3}{2}\delta^2(\lambda^2 - 1) + \delta^4(\lambda^2 - 1) - \dots,$$

$$2q_3 = \delta^3(\lambda^2 - 1) + \dots,$$

$$2q_4 = \frac{5}{8}\delta^4(\lambda^2 - 1) + \dots$$

В этом случае приходим к уравнению Хилла (8)

$$\frac{d^2V}{d\theta^2} + \left( q_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q_n \cos 2n\theta \right) V = 0. \quad (1.20)$$

Для решения задачи до конца необходимо определить  $q_i$  ( $i=0, 1, \dots$ ), т. е.  $\lambda$ .

2. **Метод решения задачи.** Займемся определением собственных значений (чисел) и собственных функций уравнения (1.8) с однородным граничным условием.

Здесь предлагается метод, который позволяет определить собственные числа с любой наперед заданной точностью. Так как дифференциальное уравнение (1.8) содержит малый параметр  $\delta$ , то собственные значения и соответствующие собственные функции будут зависеть от  $\delta$ . Поэтому естественно функцию  $V(\theta)$  и  $\lambda^2$  представить в виде рядов по степеням  $\delta$ :

$$V = V_0 + \delta V_1 + \delta^2 V_2 + \dots, \quad \lambda^2 = \lambda_0 + \delta \lambda_1 + \delta^2 \lambda_2 + \dots \quad (2.1)$$

Согласно (2.1) и (1.11) из (1.8) для определения  $V_0(\theta)$  получим однородное уравнение, а для  $V_i(\theta)$  ( $i=1, 2, \dots$ ) — неоднородные уравнения. Решение полученного однородного уравнения с учетом граничных условий будет

$$V_0(\theta) = V_{0n}(\theta) = A_n \sin \sqrt{\lambda_0} \theta, \quad \lambda_0 = \lambda_{0n} = \frac{\pi^2 n^2}{\alpha^2} \quad (2.2)$$

Из условия разрешимости полученных неоднородных уравнений и условия ортогональности их решений с решением нулевого приближения (4) находятся  $\lambda_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ) для данного приближения. Таким образом, получается процесс, где шаг за шагом улучшаются найденные значения собственных чисел. Выполняя эту процедуру, например, для  $\lambda_1$  и  $V_1(\theta)$ , будем иметь

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{2} [k_1 - (\sin 2\alpha + k_1 \cos 2\alpha)], \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} V_{1n}(\theta) = A_n \sin \sqrt{\lambda_0} \theta & \left\{ 1 + \frac{1}{4\sqrt{\lambda_0}} (\lambda_0 - 1) \left( \frac{\cos 2(1 + \sqrt{\lambda_0})\theta - k_1 \sin 2(1 - \sqrt{\lambda_0})\theta}{1 + \sqrt{\lambda_0}} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\cos 2(\sqrt{\lambda_0} - 1)\theta + k_1 \sin 2(\sqrt{\lambda_0} - 1)\theta}{\sqrt{\lambda_0} - 1} \right) + \lambda_1 \frac{\cos \sqrt{\lambda_0} \theta}{\sqrt{\lambda_0}} \right\} - \\ & - A_n \cos \sqrt{\lambda_0} \theta \left\{ \frac{k_1 \sqrt{\lambda_0}}{2} + \frac{1}{4\sqrt{\lambda_0}} (\lambda_0 - 1) \left( -2(\sin 2\theta + k_1 \cos 2\theta) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\sin 2(1 + \sqrt{\lambda_0})\theta + k_1 \cos 2(1 + \sqrt{\lambda_0})\theta}{1 + \sqrt{\lambda_0}} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\sin 2(\sqrt{\lambda_0} - 1)\theta - k_1 \cos 2(\sqrt{\lambda_0} - 1)\theta}{\sqrt{\lambda_0} - 1} \right) + \right. \\ & \left. + \lambda_1 \left( \frac{\sin 2\sqrt{\lambda_0} \theta}{\sqrt{\lambda_0}} - 2\theta \right) \right\}. \quad (2.4) \end{aligned}$$

Итак, можно определить все  $\lambda_i$  и  $V_i(\theta)$  ( $i \geq 2$ ) и далее при помощи (2.1), (1.13), (1.7), (1.6) можно записать выражение для функции  $\Phi(r, \theta)$ . Ограничиваясь первым приближением, решение исследуемой краевой задачи будет

$$\Phi(r, \theta) = - \frac{\theta r^2}{2a_{33}(\cos \alpha + k_1 \sin \alpha)} [\cos \alpha - \cos(2\theta - \alpha)] +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma \lambda_n^*(\delta, \alpha) \left[ \frac{1 - \delta a_1(\theta)}{1 - \delta a_1(z)} \right]^{\frac{1-\delta}{2}} (V_{on} + \delta V_{:n}), \quad (2.5)$$

где

$$\lambda_n^*(\delta, \alpha) = \frac{\pi n}{\alpha} \sqrt{1 + 0,5\delta |k_1 - (\sin 2\alpha + k_1 \cos 2\alpha)|}.$$

Имея функцию  $\Phi(r, \theta)$ , с помощью известных формул определяются компоненты касательных напряжений и жесткость стержня.

Ереванский государственный университет  
Мансурский университет, Египет

Հայաստանի ԳԱԱ րդրակից անդամ Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ս. Վ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Հ. ՆՈՒՐ

Կորագիծ լայնական կտրվածքով ուղղագծային անիզոտրոպիա ունեցող ձողի ոլորման ժամանակ շոշափող լարումների որոշման մասին

Անիզոտրոպ ձողերի ոլորման խնդիրներին նվիրված աշխատանքներում հիմնականում դիտարկվում են այնպիսի անիզոտրոպիաներ, երբ օրթոտրոպիայի գլխավոր առանցքները համընկնում են կոորդինատական գծերի հետ. օրինակ, ուղղագծային անիզոտրոպիա՝ ուղղագիծ կոորդինատական գծերով սահմանափակված տիրույթ և այլն:

Աշխատանքում հետազոտվում է ուղղագծային անիզոտրոպիա ունեցող սեկտորիալ լայնական կտրվածքով ձողի ոլորման խնդիրը: Կիրառելի փոփոխականների անջատման մեթոդը, ստացվում է անհայտ ֆունկցիայի նկատմամբ նորմալ դիֆերենցիալ հավասարում:

Ցույց են տրված խնդրի լուծման մի շարք դեպքեր, երբ հնարավոր է լինում կառուցել ֆունկցիաները լուծումները: Ունենալով լարման ֆունկցիան, կարելի է որոշել շոշափող լարումների վարքը սկզբնականի շրջակայքում:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 Н. Х. Арутюнян, Б. Л. Абрамян, Кручение упругих тел. Гос. изд-во физ.-мат. лит., М., 1963. 2 С. Г. Лехницкий. Кручение анизотропных и неоднородных стержней, М., Наука, 1971. 3 С. Г. Лехницкий. Теория упругости анизотропных тел. М., Наука, 1977. 4 В. С. Саркисян, Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. Изд-во ЕГУ, 1976. 5 J. Mamrilla, A. Mamrillova, V. Sarkisjan. Niektore problémy matematickej teorie pružnosti anizotropného a nehomogénneho tela. Vydala Univerita Komenského v Bratislave, 1988. 6 Э. Т. Уиттекер, Дж. Н. Ватсон, Курс современного анализа. Т. 2. М., Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963.

УДК 535.37

Ս. Ր. Ագամալյան, Յ. Տ. Վարդանյան, Մ. Ա. Գամբարյան, Լ. Մ. Կազարյան,  
Ր. Բ. Կոստանյան, Ր. Տ. Միքաելյան, Ր. Կ. Օվսեյան

### Исследование условий образования центров рассеяния и фотоактивных центров в кристаллах молибдата свинца

(Представлено академиком ИАН Армении М. Л. Тер-Микаеляном 5/VII 1993)

Кристаллы молибдена свинца ( $PbMoO_4$ ) нашли широкое применение в устройствах управления лазерным излучением. Несмотря на разработанность технологии его получения, наличие рассеивающих центров и подверженность фотохромизму ограничивают применение кристаллов  $PbMoO_4$ . В настоящей работе рассматриваются причины, обуславливающие указанные недостатки и возможность их устранения.

Фотохромные свойства кристаллов молибдата свинца проявляются в увеличении поглощения кристалла под воздействием оптического излучения УФ диапазона. Наведенное изменение поглощения сохраняется около пяти лет и восстанавливается при нагревании кристалла выше  $200^\circ C$ . Дефекты, приводящие к возникновению центров рассеяния и фотоактивных центров, могут быть обусловлены нарушением стехиометрии кристаллов или неконтролируемыми примесями (<sup>1-7</sup>). Поэтому во всех исследуемых образцах неконтролируемые примеси были сведены к минимуму очисткой исходных компонент до уровня обнаружения их атомно-абсорбционным анализом.

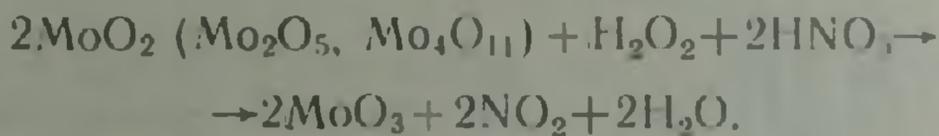
Образцы, выращенные из шихты, изготовленной керамическим или гидрометаллургическим способами (<sup>8</sup>), не проявили различий в спектральных и фотохромных свойствах. Кристаллы выращивались методом Чохральского. Скорости вытягивания кристалла из расплава и вращения составили 2 мм/ч и 30 об/мин, соответственно. Скорость охлаждения  $50^\circ C/ч$ . Ввиду чрезвычайной узости области гомогенности (<sup>9</sup>) в процессе синтеза или выращивания  $PbMoO_4$  возможно включение в кристалл как фазы  $Pb_2MoO_5$ , так и избытков  $Pb$  или  $Mo$ . Все включения приводят к рассеянию света в кристаллах из-за существенных различий в их коэффициентах преломления. Так, фаза  $Pb_2MoO_5$  (пространственная группа  $2/m-C_{2h}$ ) имеет показатели преломления  $n_x = 2,183$ ,  $n_y = 2,191$  и  $n_z = 2,318$ , а  $PbMoO_4$  (пространственная группа  $4/m-C_{4h}$ ) —  $n_x = 2,481$  и  $n_y = 2,33$  (<sup>10</sup>).

Для исключения такого рассеяния необходимо синтезирование шихты стехиометрического состава. Это достигалось избирательным растворением непрореагировавших окислов  $PbO$  и  $MoO_3$  уксусной кислотой

( $\text{CH}_3\text{COOH}$ ), и аммиачной водой ( $\text{NH}_4\text{OH}$ ), соответственно. Ни один из указанных растворителей не растворяет  $\text{PbMoO}_4$ . Из синтезированной таким образом шихты выращивались кристаллы с добавлением 1 мас. %  $\text{MoO}_3$ , или 1 мас. %  $\text{PbO}$ .

Во всех выращенных по этой методике кристаллах наблюдались центры рассеяния. В кристаллах, выращенных с добавкой  $\text{PbO}$ , фотохромного эффекта не наблюдалось, а кристаллы, выращенные с добавкой  $\text{MoO}_3$  и без добавок, обладали фотохромным эффектом. Наличие фотохромного эффекта в них, по-видимому, обусловлено избытком ионов  $\text{Mo}$ . Это возможно, если предположить наличие в шихте помимо  $\text{MoO}_3$  других низковалентных окислов  $\text{Mo}$  ( $\text{MoO}_2$ ,  $\text{Mo}_2\text{O}_5$ ,  $\text{Mo}_4\text{O}_{11}$  и т. д.), которые не растворяются в  $\text{NH}_4\text{OH}$  и остаются в системе.

Поэтому в разработанной нами методике выращивания кристаллов молибдата свинца было осуществлено доокисление низковалентных окислов  $\text{Mo}$  до состояния  $\text{MoO}_3$  азотной кислотой ( $\text{HNO}_3$ ), перекисью водорода ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ) или их смесью. В последнем случае соотношение кислоты и перекиси водорода брали согласно реакции



Доокисленный до  $\text{MoO}_3$  избыток  $\text{Mo}$  можно вывести из шихты, как указывалось выше, растворением в  $\text{NH}_4\text{OH}$ . Возможный избыток  $\text{PbO}$  из шихты выводится в виде водорастворимого нитрата свинца.

В кристаллах молибдата свинца, выращенных из шихты, изготовленной по предложенной методике, исследовался фотохромный эффект. Образцы для спектральных исследований представляли собой плоскопараллельные пластинки с оптической осью  $\text{C}$ , лежащей в плоскости образца. Поляризованные спектры пропускания регистрировались спектрофотометром Spesord M-40. В качестве источника УФ-излучения для наведения фотохромного эффекта использовалась ртутная лампа ДРШ-100 с набором фильтров. Плотность мощности на поверхности кристалла составляла  $1,2 \text{ мВт/см}^2$ , максимальное время засветки составляло 50 ч.

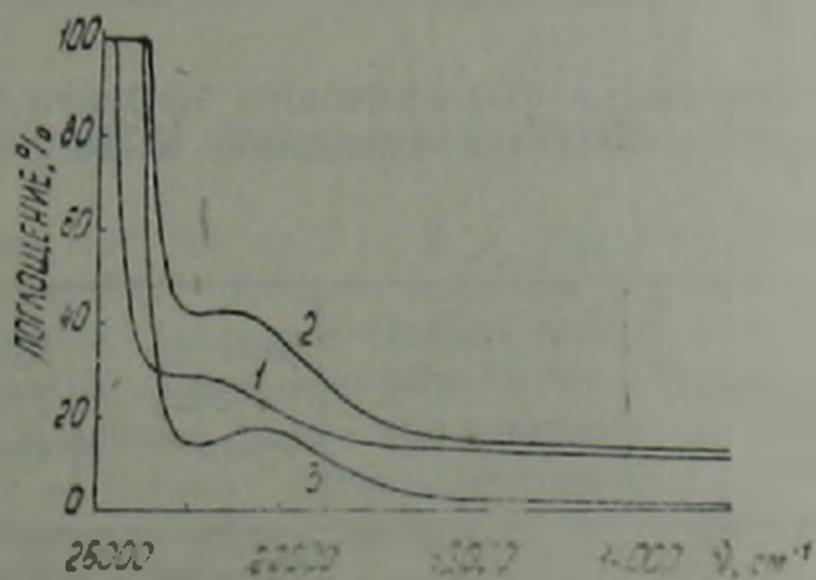


Рис. 1. Поляризационные  $\pi$  (1;  $\lambda_{\text{max}}=426 \text{ нм}$ ) и  $\sigma$  (2;  $\lambda_{\text{max}}=437 \text{ нм}$ ) спектры поглощения кристалла  $\text{PbMoO}_4$  (кристалл № 1 в таблице). 3 — разностный между  $\pi$  и  $\sigma$  поляризационный спектр того же кристалла ( $\lambda_{\text{max}}=450 \text{ нм}$ )

На рис. 1 показаны поляризованные спектры поглощения кристаллов  $\text{PbMoO}_4$  с 1 мас. %  $\text{PbO}$ . В кристаллах молибдата свинца, выращенных с добавкой  $\text{PbO}$  и имеющих характерный желтый цвет, в  $\pi$  (оптическая ось  $\text{C}$  параллельна вектору  $\text{E}$  световой волны) и  $\sigma$  (опти-

ская ось С перпендикулярна вектору Е световой волны) поляризованных спектрах присутствует известная полоса поглощения, длина волны которой в максимуме составляет 437 нм в  $\sigma$  и 426 нм в  $\pi$ -спектрах. Под воздействием УФ-излучения эти кристаллы не изменяют своего цвета, оптической прозрачности и местоположения полосы поглощения.

Кристаллы молибдата свинца, выращенные с добавкой 1 мас. %  $\text{MoO}_3$ , не имеют характерной полосы в области 430—450 нм и являются практически бесцветными, но после воздействия УФ-излучения ведут себя по-разному (таблица).

Кристаллы, которые выращены из компонент, подвергнутых обработке только азотной кислотой или только перекисью водорода, показывают равномерное уменьшение оптической прозрачности—в широкой спектральной области кристаллы чернеют (рис. 2). Те же кристаллы

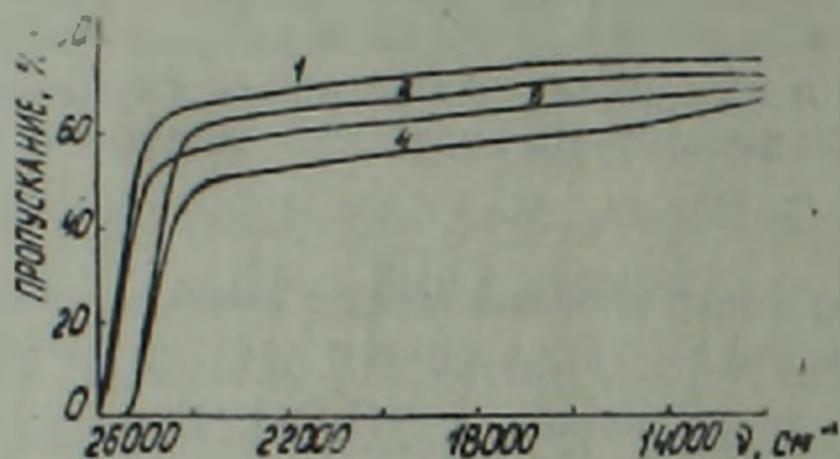


Рис. 2. Поляризационные  $\pi$  (1 и 3) и  $\sigma$  (2 и 4) спектры пропускания кристалла  $\text{PbMoO}_4$  (кристалл № 2 в таблице) до (1 и 2) и после УФ облучения (50 ч).

молибдата свинца с добавкой 1 мас. %  $\text{MoO}_3$ , которые выращены из компонент, подвергнутых обработке смесью азотной кислоты и перекиси водорода под воздействием УФ-излучения, не изменяют своей оптической прозрачности. После нагревания потемневших кристаллов молибдата свинца на воздухе выше  $200^\circ\text{C}$  их оптическая прозрачность восстанавливается.

Результаты исследования фотохромного эффекта в кристаллах молибдата свинца, выращенных по описанной в работе методике, сведены в таблице.

N	Кристалл	Тип химической обработки окислов при синтезе	Цвет до УФ-облучения	Цвет после УФ-облучения	Рассеяние
1	$\text{PbMoO}_4$ 1 мас. % $\text{PbO}$	—	Желтый	Желтый	Есть
2	$\text{PbMoO}_4$ 1 мас. % $\text{MoO}_3$	$\text{HNO}_3$	Бесцветный	Черный	Есть
3	$\text{PbMoO}_4$ 1 мас. % $\text{MoO}_3$	$\text{H}_2\text{O}_2$	Бесцветный	Черный	Есть
4	$\text{PbMoO}_4$ 1 мас. % $\text{MoO}_3$	$\text{HNO}_3 + \text{H}_2\text{O}_2$	Бесцветный	Бесцветный	Есть
5	$\text{PbMoO}_4$	$\text{HNO}_3 + \text{H}_2\text{O}_2$	Бесцветный	Бесцветный	Нет

Из таблицы видно, что наилучший результат (отсутствие фотохромного эффекта) достигается при доокислении шихты смесью азотной кислоты и перекиси водорода.

Таким образом, можно утверждать, что:

фотохромными центрами являются дефекты, обусловленные низковалентными ионами молибдена в шихте, из которой выращивался кристалл  $PbMoO_4$ ;

доокислением окислов молибдена до состояния  $MoO_3$  и избирательным растворением избытков  $MoO_3$  и  $PbO$  можно получить шихту, из которой можно выращивать кристаллы  $PbMoO_4$ , не подверженные фотохронизму и не обладающие центрами рассеяния.

Институт физических исследований  
Национальной академии наук Армении

Ն. Ռ. ԱՂԱՄԱԼՅԱՆ, Է. Ս. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Ի. Ա. ՂԱՄԲԱՐՅԱՆ,  
Լ. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ռ. Ս. ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, Ռ. Բ. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ, Ռ. Կ. ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ

Ֆոտոտակտիվ և ցրման կենտրոնների առաջացման պայմանների  
հետազոտությունը կապարի մոլիբդատի բյուրեղներում

Աշխատանքում ուսումնասիրված են կապարի մոլիբդատի բյուրեղների կիրառմանը խոչընդոտող այնպիսի դեֆեկտների առաջացման և նրանց վերացման պայմանները, ինչպիսիք են ֆոտոտակտիվ ու ցրման կենտրոնները:

Ցույց է տրված, որ, մասնավորապես, ֆոտոտակտիվ կենտրոններ են հանդիսանում այն դեֆեկտները, որոնք պայմանավորված են բովախառնուրդում ցածր վալենտականություն ունեցող մոլիբդենի օքսիդների առկայությամբ:

Առաջարկված է ստեխիոմետրիկ բաղադրությամբ բովախառնուրդ ստանալու եղանակ՝ մոլիբդենի ցածր վալենտականություն ունեցող օքսիդների թթվեցում մինչև  $MoO_3$  վիճակը, այնուհետև հիմնական կոմպոնենտների ավելցուկի  $MoO_3$  և  $PbO$  անջատումը՝ ընտրողական լուծման եղանակով:

Այս եղանակով ստացված բովախառնուրդն ապահովում է կապարի մոլիբդատի բյուրեղների աճեցում՝ առանց ցրման ու ֆոտոտակտիվ կենտրոնների:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> H. J. Bernhard, Phys. stat. sol. (a), v. 45, p. 353. (1978). <sup>2</sup> W. Van Loo, J. Solid stat. chem., v. 14, p. 359 (1975). <sup>3</sup> T. Satou, A. Ohhara, N. Fuyii, e. a., J. Crystal Growth, v. 24—25, p. 437 (1975). <sup>4</sup> S. Takano, S. Esashi, K. Mori, e. a., J. Crystal Growth, v. 24—25, p. 411 (1974). <sup>5</sup> K. Scedharen, Pillat, M. A. Jityachen, J. Crystal Growth, v. 37, p. 287 (1977). <sup>6</sup> Z. Vesselinov, Krist. und Tech., B 12, s. K 36. (1977). <sup>7</sup> K. Savage, J. Crystal Growth v. 21, p. 1 (1974). <sup>8</sup> Гидрометаллургия, М., 1978. <sup>9</sup> М. В. Мочо-хоев, Ж. Г. Базарова, Сложные оксиды молибдена и вольфрама с элементами I—IV групп, М., Наука, 1990. <sup>10</sup> Акустические кристаллы, М., Наука, 1982.

УДК: 524.354.6:539.12

Г. Б. Алавердян, А. Р. Арутюнян, Ю. Л. Вартанян, А. К. Григорян

### Нейтронные звезды с кварковым ядром

(Представлено академиком НАН Армении Д. М. Седракяном 31/VIII 1993)

1. При плотностях, больших плотности обычной ядерной материи, вещество может быть подвергнуто фазовому переходу из состояния, в котором кварки заключены внутри барионов, в состояние сплошной кварковой плазмы. В последнее время в ряде теоретических работ были рассмотрены фазовые переходы в ядерной плазме к кварковой фазе с образованием вещества, имеющего странность  $(^{1-3})$ . Такое вещество с приходящейся на барион странностью, равной  $-1$ , энергетически выгоднее, чем нестранное кварковое вещество. Высказанная в  $(^3)$  гипотеза о том, что при нулевых давлении и температуре приходящаяся на барион энергия в «странном» кварковом веществе меньше, чем в случае обычной ядерной материи, была детально исследована Фэри и Джаффи  $(^4)$ , работа которых указывает на то, что с учетом трудностей теории сильных взаимодействий абсолютная стабильность странного кваркового вещества вполне вероятна. В отличие от обычных ядер, переходы которых в странное состояние посредством слабых взаимодействий затруднены из-за их пренебрежимо малых скоростей, физические условия внутри нейтронных звезд более благоприятны для таких переходов.

В данной работе на основании двух моделей сверхплотного холодного вещества, учитывающих возможность перехода к кварковой фазе в нуклонной среде, изучаются сферически-симметричные распределения материи, представляющие два типа существенно различающихся звездных конфигураций. Реализация рассмотренных моделей кваркового вещества предполагает существование двух классов сверхплотных объектов: звезд, состоящих из кваркового ядра и тонкой нуклонной оболочки с веществом обычной нейтронной звезды, и так называемых странных кварковых звезд, целиком состоящих из кваркового вещества и удерживаемых за счет кварк-глюонного взаимодействия.

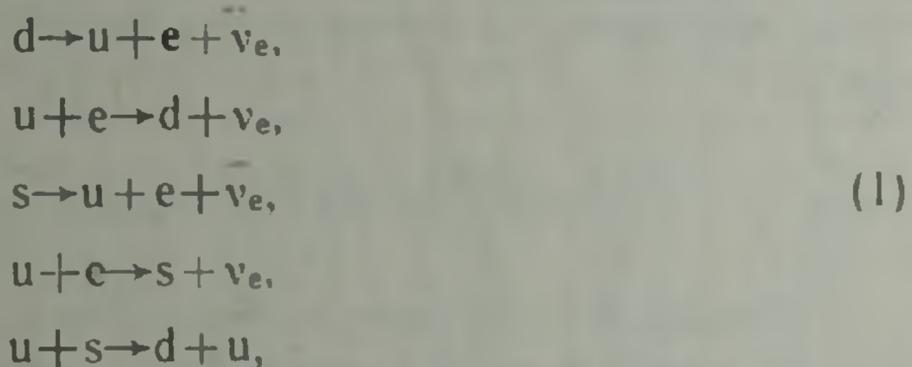
В зависимости от центрального давления подробно исследованы интегральные и структурные характеристики кварковых звезд со скачком плотности. В отличие от  $(^{1,2})$  вычислена энергия связи, что весьма важно для исследования устойчивости таких конфигураций. Если параметры слонстых конфигураций с кварковым ядром сходны с аналогичными параметрами обычных нейтронных звезд, то странные кварковые звезды обладают рядом отличительных свойств, сближающих

их с пионными звездами, детально исследованными в (5).

2. Для описания кварковой фазы вещества используется разработанная в Массачусетском технологическом институте модель «мешка» (6). Рассмотрим термодинамику плазмы, состоящей из  $u$ ,  $d$ ,  $s$ -кварков и электронов. В такой плазме нет других ароматов кварков, а также  $\mu$ -мезонов, так как их массы больше значений соответствующих химических потенциалов в рассматриваемой области.

Уравнение состояния странного кваркового вещества определяется феноменологическими параметрами модели «мешка» — постоянной «мешка»  $B$ , характеризующей вакуумное давление области, в которой находятся кварки, постоянной кварк-глюонного взаимодействия  $\alpha_c$  и массой странного кварка  $m_s$ . Массами  $u$ ,  $d$ -кварков и вырожденных электронов пренебрегаем вследствие их малости. Мы используем в расчетах следующие значения параметров модели:  $B = 60 \text{ MeV/fm}^3$ ,  $m_s = 200 \text{ MeV}$  и два значения постоянной кварк-глюонного взаимодействия  $\alpha_c = 0,45$  и  $\alpha_c = 0,17$ .

Свойства странного кваркового вещества определяются полученными в линейном приближении по  $\alpha_c$  термодинамическими и потенциалами  $\Omega_i$  ( $i = u, d, s, e$ ) (4). Химическое равновесие кварковой фазы поддерживается посредством реакций



определяющих связь между химическими потенциалами компонентов

$$\mu_d = \mu_u + \mu_e, \quad (2)$$

$$\mu_d = \mu_s = \mu. \quad (3)$$

Условие электронейтральности имеет вид

$$\frac{2}{3} n_u - \frac{1}{3} n_d - \frac{1}{3} n_s - n_e = 0, \quad (4)$$

$$\text{где } n_i(\mu_i) = - \frac{\partial \Omega_i}{\partial \mu_i}. \quad (5)$$

Давление, соответствующее заданному  $\mu$ , включает плотность энергии вакуума  $B$  в модели «мешка»:

$$P(\mu) = - \sum_i \Omega_i(\mu) - B. \quad (6)$$

Наконец, плотность энергии  $\rho_Q$ , барионная плотность  $n_Q$  и барионный химический потенциал  $\mu_Q$  в кварковой фазе определяются выражениями

$$\rho_Q c^2 = \sum_i (\Omega_i + \mu_i n_i) + B, \quad (7)$$

$$n_Q = \frac{1}{3} (n_u + n_d + n_s), \quad (8)$$

$$\mu_Q(P) = \frac{\rho_Q(P) c^2 + P}{n_Q(P)}, \quad (9)$$

где индекс  $Q$  указывает на принадлежность данных величин кварковой фазе (соответствующие величины для нуклонной фазы —  $\rho_N$ ,  $n_N$ ,  $\mu_N$ ).

Фазовый переход первого рода нуклонной фазы, описываемой в данной работе моделью Бете—Джонсона I (<sup>7</sup>), в кварковую происходит при давлении  $P_0$ , если выполняются условия  $\mu_N(P_0) = \mu_Q(P_0)$  и  $\mu_N(P) > \mu_Q(P)$  при  $P > P_0$ . В случае модели с  $\alpha_c = 0,45$  мы имеем переход к кварковой фазе при  $P_0 = 0,407 \cdot 10^{34}$  дин/см<sup>2</sup>, характеризуемый параметрами перехода

$$n_Q = 0,291 \text{ fm}^{-3}, \quad n_N = 0,142 \text{ fm}^{-3},$$

$$\rho_Q = 5,030 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3, \quad \rho_N = 2,449 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3.$$

Для модели с  $\alpha_c = 0,17$  кварковое вещество не может находиться в термодинамически равновесном состоянии с нуклонной фазой. Реализация этой модели обуславливает существование так называемых странных кварковых звезд, целиком состоящих из кваркового вещества и удерживаемых за счет кварк-глюонного взаимодействия. Характерные плотности на поверхности таких самоудерживающихся конфигураций

$$n_Q(0) = 0,290 \text{ fm}^{-3}, \quad \rho_Q(0) = 4,807 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3.$$

3. Основные параметры сферически-симметричных сверхплотных звезд получают путем численного интегрирования релятивистских уравнений звездного равновесия (уравнений Толмена—Оппенгеймера—Волкова), дополненных уравнениями для определения релятивистского момента инерции (<sup>8</sup>). Вычисления были проведены с использованием двух рассчитанных уравнений состояния, соответствующих двум значениям постоянной кварк-глюонного взаимодействия  $\alpha_c$ . В зависимости от центрального давления  $P_c$  в табл. 1, 2 приведены значения звездного радиуса  $R$  ( $P(R) = 0$ ), полной массы  $M$  ( $M = 4\pi \int_0^R \rho r^2 dr$ ), массы покоя  $M_0$  ( $M_0 = m_N \cdot 4\pi \int_0^R r^2 n e^{1/2} dr$ ), собственной массы  $M_p$  ( $M_p = 4\pi \int_0^R r^2 \rho e^{1/2} dr$ ), релятивистского момента инерции  $I$  (<sup>9</sup>) и красного смещения с поверхности  $z$  для нейтронных звезд с кварковым ядром (модель  $Q$ ,  $\alpha_c = 0,45$ ) и странных кварковых звезд (модель  $SQ$ ,  $\alpha_c = 0,17$ ) соответственно. Последние два столбца табл. 1 дают значения массы  $M_c$  и радиуса  $R_c$  центрального кваркового ядра модели  $Q$ , а последний столбец табл. 2—значения плотности на поверхности для моделей  $SQ$ .

Из табл. 1, 2 следует, что для обеих моделей энергия связи отрицательна:  $M < M_0$ . Мы обращаем на это внимание в связи с тем, что в (<sup>1,2</sup>) рассчитывалась лишь полная масса  $M$  и дефект массы не был оценен.

Зависимость массы от центрального давления в области фазового перехода характеризуется параметром скачка плотности  $\lambda$ , который в случае релятивистских моделей определяется как (<sup>10</sup>)

Нейтронные звезды с кварковым ядром ( $\alpha_c=0,45$ )

Таблица 1.

$\rho_c$ $10^{35}$ дин/см <sup>2</sup>	R, км	M, M <sub>⊙</sub>	M <sub>o</sub> , M <sub>⊙</sub>	M <sub>p</sub> , M <sub>⊙</sub>	I, 10 <sup>44</sup> г·см <sup>2</sup>	Z,	M <sub>c</sub> , M <sub>⊙</sub>	R <sub>c</sub> км
0,008	12,598	0,088	0,088	0,088	0,542	0,010	—	—
0,032	11,190	0,205	0,207	0,210	1,254	0,028	—	—
0,041	11,236	0,242	0,245	0,248	1,559	0,033	0,001	0,365
0,079	10,644	0,228	0,230	0,234	1,220	0,033	0,033	3,145
0,119	10,046	0,255	0,258	0,263	1,192	0,040	0,088	4,340
0,158	9,751	0,304	0,308	0,316	1,387	0,049	0,150	5,165
0,396	10,002	0,650	0,681	0,702	4,042	0,112	0,521	7,660
0,792	10,628	1,063	1,152	1,195	8,751	0,191	0,953	9,120
1,583	10,931	1,460	1,639	1,717	14,055	0,284	1,374	9,900
2,375	10,868	1,624	1,853	1,961	16,028	0,337	1,552	9,995
3,958	10,565	1,738	2,006	2,160	16,588	0,393	1,681	9,865
5,540	10,265	1,758	2,035	2,222	15,900	0,421	1,710	9,635
9,894	9,654	1,716	1,975	2,221	13,536	0,450	1,678	9,105

Таблица 2.

Странные кварковые звезды ( $\alpha_c=0,17$ )

$\rho_c$ $10^{35}$ дин/см <sup>2</sup>	R, км	M, M <sub>⊙</sub>	M <sub>o</sub> , M <sub>⊙</sub>	M <sub>p</sub> , M <sub>⊙</sub>	I, 10 <sup>44</sup> г·см <sup>2</sup>	Z,	$\rho_s$ , 10 <sup>14</sup> г/см <sup>3</sup>
0,040	3,383	0,040	0,040	0,040	0,036	0,018	4,808
0,158	6,137	0,245	0,257	0,254	0,763	0,064	4,808
0,396	8,269	0,635	0,692	0,685	3,741	0,137	4,808
0,554	8,955	0,836	0,926	0,919	5,879	0,175	4,808
0,792	9,552	1,063	1,201	1,195	8,674	0,220	4,807
1,266	10,074	1,347	1,561	1,562	12,522	0,285	4,808
2,375	10,269	1,626	1,935	1,964	16,061	0,370	4,807
3,166	10,189	1,702	2,040	1,090	16,614	0,404	4,807
3,958	10,069	1,737	2,090	2,158	16,568	0,427	4,807
4,749	9,941	1,751	2,111	2,197	16,262	0,443	4,805
5,540	9,816	1,755	2,117	2,217	15,844	0,454	4,805
7,124	9,587	1,745	2,103	2,230	14,925	0,469	4,808
8,707	9,389	1,726	2,075	2,223	14,044	0,478	4,807

$$\lambda = \frac{\rho_0}{\rho_N + \rho_0/c^2} \quad (10)$$

Если  $\lambda > 3/2$  (в нашем случае  $\lambda = 2,017$ ), то на устойчивой ветви нейтронных звезд образуется дополнительный максимум — область неустойчивости. Конфигурации, для которых  $dM/d\rho_c < 0$ , неустойчивы.

У странных звезд масса не ограничена снизу и растет параллельно с ростом радиуса, что обусловлено весьма малой сжимаемостью таких объектов. Возможность существования сколь угодно малых масс является одной из основных особенностей странных кварковых звезд, сближающей их с пионными звездами.

В табл. 3 приведены максимальные массы и соответствующие им радиусы и моменты инерции для нейтронных звезд с пиконденсатным ядром (модель ВJ  $a=0,411$ )<sup>(8)</sup>, пионных звезд (модель ВJ  $a=0,55$ )<sup>(5)</sup>, нейтронных звезд с кварковым ядром (модель Q  $\alpha_c=0,45$ ) и странных кварковых звезд (модель SQ  $\alpha_c=0,17$ ). Наиболее точно определены в настоящее время масса пульсара PSR 1913+16 ( $M/M_{\odot} = 1,43 \pm 0,07$ ) и момент инерции пульсара PSR 0531+21 ( $I > 0,12 \cdot 10^{45}$  г см<sup>2</sup>)<sup>(11)</sup>.

Параметры конфигураций максимальной массы

Модель	$M_{\max}$ , $M_{\odot}$	$I$ , $10^{45} \text{ г см}^2$	$R$ , км
BJ $a=0,411$	1,448	0,699	8,295
BJ $a=0,55$	1,163	0,843	4,850
Q $a_c=0,45$	1,758	1,590	10,265
SQ $a_c=0,17$	1,755	1,584	9,816

В отличие от пионных звезд, удовлетворяющих наблюдательным ограничениям лишь при предельно жестком уравнении состояния <sup>(12)</sup>, странные кварковые звезды удовлетворяют этим критериям. Сопоставление астрономических наблюдений с результатами теоретических расчетов позволит выяснить, какая из теоретических моделей реализуется в природе.

Ереванский государственный университет

Գ. Ք. ԱՎԱԿԵՐԻՅԱՆ, Ա. Ռ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, ՅՈՒ. Լ. ՎԱՐԻԱՆՅԱՆ, Ա. Կ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

#### Քվարկային կորիզով նեյտրոնային աստղեր

Գերխիտ սառը նյութի մոդելի հիման վրա, որը հաշվի է առնում նուկլոնային միջավայրում քվարկային փուլի անցման հնարավորությունը, ուսումնասիրվում են քվարկային կորիզով նեյտրոնային աստղերը և տարրորինակ քվարկային աստղերը: Հիդրոստատիկ հավասարակշռության ռելյատիվիստական հավասարումների թվային ինտեգրման միջոցով կենտրոնական ճնշման տարբեր արժեքների դեպքում հաշվարկված են աստղային կոնֆիգուրացիաների  $M$  լրիվ զանգվածը,  $M_0$  հանգստի զանգվածը,  $M_p$  սեփական զանգվածը,  $R$  շառավիղը,  $I$  իներցիայի ռելյատիվիստական մոմենտը և  $Z$  կարմիր շեղումը: Կատարված է առավելագույն զանգված ունեցող այդպիսի աստղերի ինտեգրալ պարամետրերի համեմատություն նմանատիպ պիոնային և պիկոնդենսատային կորիզով աստղերի բնութագրերի հետ:

#### ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> C. Alcock, E. Farhi, A. Olinto, *Astrophys. J.*, v. 310, p. 261 (1986). <sup>2</sup> P. Haensel, J. L. Zdunik, R. Schaeffer, *Astron. Astrophys.*, v. 160, p. 121 (1986). <sup>3</sup> E. Witten, *Phys. Rev. D*, v. 30, p. 272 (1984). <sup>4</sup> E. Farhi, R. L. Jaffe, *Phys. Rev. D*, v. 30, p. 2379 (1984). <sup>5</sup> Ю. Л. Вартамян, Г. С. Аджян, Г. Б. Алавердян, *Астроф. ж.*, т. 61, с. 677 (1984). <sup>6</sup> G. Baym, Proc. 1977 Les Houches Summer School, eds. R. Balian, G. Ripka, North-Holland, Amsterdam, p. 745, 1978. <sup>7</sup> R. C. Malone, M. B. Johnson, H. A. Bethe, *Astrophys. J.*, v. 199, p. 741 (1975). <sup>8</sup> Ю. Л. Вартамян, Г. Б. Алавердян, Тем. сб. Физика нейтронных звезд, Л., с. 45, 1988. <sup>9</sup> G. Baym, C. Pethick, P. Sutherland, *Astrophys. J.*, v. 199, p. 471 (1971). <sup>10</sup> З. Ф. Сеидов, *Астроф. ж.*, т. 253, с. 908 (1971). <sup>11</sup> P. Haensel, M. Proszynski, *Astrophys. J.*, v. 258, p. 306 (1982). <sup>12</sup> Ю. Л. Вартамян, Г. Б. Алавердян, *Астрофизика*, т. 24, с. 420 (1986).

ФИЗИКА

УДК 621.373.826

Т. А. Паназян, Л. Х. Мурадян, А. В. Зограбян,  
Н. Л. Маркарян, С. П. Ипханян

### Решеточный компрессор с оптической системой

(Представлено чл.-корр. НАН Армении В. М. Арутюняном 18/VIII 1993)

Интенсивные исследования, направленные на расширение и освоение пико-фемтосекундного диапазона длительностей сверхкоротких лазерных импульсов (СКИ), стимулируют разработки разного типа дисперсионных линий задержек (ДЛЗ). Разные по исполнению ДЛЗ—на базе дифракционных решеток и призм<sup>(1-7)</sup>, паров металлов с резонансом вблизи линии излучения<sup>(8)</sup>, интерферометра Фабри-Перо<sup>(9)</sup>, с использованием нелинейной дисперсии кристаллов<sup>(10)</sup> и жидкокристаллические<sup>(11)</sup> в настоящее время широко используются как внутри резонаторов лазерных источников<sup>(7)</sup>, так и в схемах волоконно-оптической компрессии (ВОК)<sup>(2-6, 8-11)</sup> для регистрации<sup>(12)</sup> и укорочения<sup>(3)</sup> СКИ, управления спектром, огибающей и статистическими параметрами излучения<sup>(4)</sup>. Несмотря на обилие разновидностей таких устройств область групповых задержек в оптическом диапазоне длин волн практически ограничивается значениями  $\tau \ll 10$  пс, что в свою очередь ограничивает возможности методов регистрации и управления параметрами СКИ.

В настоящей работе, с целью разработки ДЛЗ в области  $\tau \sim 100$  пс, предлагается и на основе расчетов и эксперимента анализируется схема эффективного компрессора.

1. В основе предлагаемой схемы ДЛЗ лежит идея сокращения базы традиционного решеточного компрессора. Решеточный компрессор, предложенный Треси<sup>(1)</sup>, состоит из параллельно расположенных одинаковых дифракционных решеток. Спектральные компоненты излучения, падающего на первую из решеток под углом к нормали  $\gamma$ , отражаются под разными углами  $\Theta$  в соответствии с формулой решетки

$$\sin\gamma + \sin\Theta = m\lambda d^{-1}, \quad (1)$$

где  $\lambda$ —длина волны,  $d$ —период решетки,  $m$ —порядок дифракции. При отражении излучения от второй решетки пучок становится параллельным, между спектральными компонентами возникает временная задержка, обусловленная разностью оптических ходов<sup>(13)</sup>,

$$\Delta T = Bm^2\lambda d^{-2}\Delta\lambda / (c \times \cos^2\Theta). \quad (2)$$

В (2)  $B$ —расстояние между решетками,  $m$ —порядок дифракции,  $\lambda$  и

$\Delta\lambda$ —длина волны и спектральная ширина линии излучения,  $d$ —период решетки,  $c$ —скорость света. Недостатком компрессора Треси является неудобство его применения в пико-наносекундном диапазоне длительностей: значение параметра  $B\Delta\lambda/\Delta T$  ограничивает использование устройства длительности импульсов  $\tau \sim 10$  пс. Для уменьшения базы устройства можно обратиться к схеме Мак-Муллена<sup>(5)</sup>, где решетки используются при углах скольжения  $\Theta \sim \pi/2$ , что, однако, приводит к энергетическим потерям и деформации сжатого импульса.

Рассмотрим оптическую систему, состоящую из короткофокусной отрицательной и длиннофокусной положительной линз, помещенную между решетками компрессора Треси. Пусть система настроена в «субтелескопический» режим: расходимости пучка на входе  $\Delta\theta_1$  и на выходе  $\Delta\theta_2$  равны  $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = \Delta\theta$ . Тогда следует ожидать существенное сокращение базы  $B$ .

Для расчета параметров оптической системы воспользуемся аппаратом матричной оптики. Связь между диаметром  $D$  и углом расходимости  $\Theta$  пучка на входе в систему и на выходе из нее задается выражением<sup>(14)</sup>

$$\begin{bmatrix} D_2 \\ \Delta\theta_2 \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} D_1 \\ \Delta\theta_1 \end{bmatrix}.$$

где матрица оптической системы  $[M]$  есть произведение матриц, соответствующих линзам, и матрицы свободного пространства ( $t$ —расстояние между линзами)

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-t/f_1 & t \\ -1/f_2 - 1/f_1 + t/(f_1 f_2) & 1-t/f_2 \end{bmatrix}.$$

Потребовав, согласно условию субтелескопичности, чтобы  $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2$  для  $t$  и  $D_2$  получим

$$t = D_1(f_1 + f_2) / (D_1 - f_1 \Delta\theta), \quad (3)$$

$$D_2 = D_1(1 - t/f_1) + t\Delta\theta.$$

Увеличение системы  $N = -D_2/D_1$  составит

$$N = -f_2/f_1. \quad (4)$$

Очевидно, что такой компрессор с увеличивающей в  $N$  раз оптической системой аналогичен компрессору Треси с базой  $B \approx D_2/\Delta\theta$ . База же предлагаемого компрессора  $G$  практически задается расстоянием между линзами  $t - G \approx t$ .

Эквивалентная база компрессора Треси составляла бы

$$B \approx D_1 N / \Delta\theta = D_1 N d \cos\Theta / m \Delta\lambda.$$

Следовательно, компрессор с оптической системой обеспечивает задержку

$$\Delta T = m \lambda d^{-1} D_1 N / (c \times \cos\Theta).$$

Тем самым выигрыш в базе, относительно компрессора Треси, составляет

$$K = B/G = f_2(f_1 \Delta\lambda d^{-1} - D_1 \cos\Theta) / (f_1 \Delta\lambda d^{-1}(f_1 + f_2)). \quad (5)$$

Следует отметить, что линзовая система в решеточном компрессоре ранее использовалась и в схеме Мартинца<sup>(6)</sup> для изменения знака и величины дисперсии устройства. Однако функции оптических систем в этих схемах, несмотря на внешнюю схожесть, принципиально отлич-

чаются: в схеме Мартинца линзы применяются для изменения углов  $\Delta\theta_{1,2}$  и этим изменения знака и величины параметра  $\Delta\lambda/\Delta\theta_{1,2}$  для отдельных решеток, в то время как в нашей схеме решетки не «чувствуют» наличия оптической системы, настроенной в субтелескопический режим.

2. Экспериментальные исследования направлены на апробацию предлагаемой схемы компрессора и проверку проведенных расчетов. Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Она состоит из трех основных частей — задающего генератора, оптического компрессора и системы регистрации.

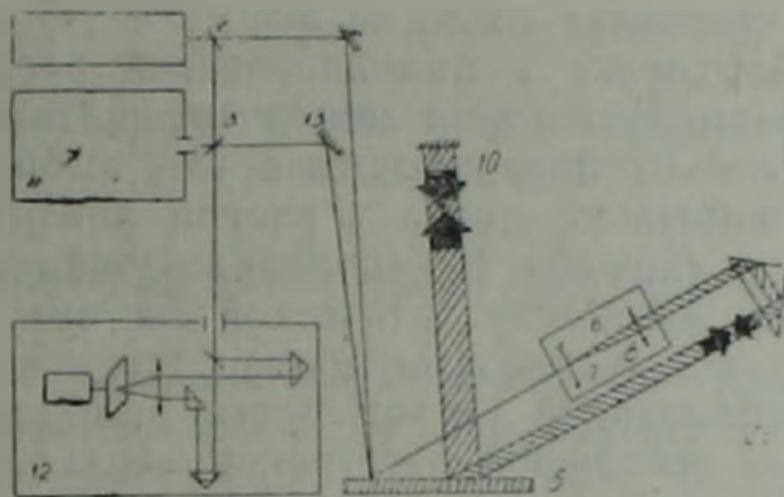


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1—задающий генератор 2, 3, 4, 10, 13—зеркала; 5—дифракционная решетка; 6—телескопическая система; 7, 8—отрицательная и положительная цилиндрические линзы; 9—призма «крыша»; 11—интерферометр Фабри—Перо; 12—коррелятор

Задающим генератором 1 служит твердотельный YAG:Nd лазер с пассивной синхронизацией мод, работающий с частотой повторения 50 Гц. Для удобства в юстировке компрессора используется вторая гармоника (ВГ) излучения— $\lambda=0,53$  мкм.

Лабораторный вариант апробируемой схемы выполнен на базе усовершенствованной «четырёхпроходной» схемы компрессора Треси: замена второй решетки призмой-«крышей» и помещение на выходе возвращающего зеркала позволяет четырежды сократить базу компрессора и избавиться от нежелательного эффекта пространственного разделения спектральных компонент в поперечном сечении выходного пучка<sup>(15)</sup>. Для реализации предлагаемой схемы компрессора между решеткой 5 и призмой 7 помещена оптическая система 6, состоящая из короткофокусной отрицательной и длиннофокусной положительной линз.

Для исключения методических ошибок в эксперименте предусмотрены измерения как временных, так и спектральных параметров излучения на входе в компрессор и на выходе из него. Система регистрации, в соответствии с этим, построена на базе коррелятора 12 и интерферометра Фабри—Перо 11. Коррелятор выполнен по схеме интерферометра Майкельсона. В нем по стандартной методике измерения длительности СКИ<sup>(16)</sup>, в кристалле KDP толщиной 2 мм, генерируется неколлинеарная вторая гармоника на длине волны  $\lambda=0,265$  мкм и с помощью ФЭУ-18А прописывается корреляционная функция интенсивности (интенсивность ВГ в зависимости от разницы оптических ходов между плечами коррелятора). Для спектральных измерений была выбрана база интерферометра (толщина кольца) 5 мм, что соответствует области свободной дисперсии  $\Delta\nu=1$  см<sup>-1</sup>,

Экспериментальные исследования на описанной выше установке проводили следующим образом. Часть излучения генератора с помощью полупрозрачного зеркала 2 подавалась в систему регистрации. Параметры излучения на входе в компрессор составляли: длительность импульсов  $\tau=30$  пс, спектральная ширина линий  $\Delta\lambda=0,14$  А. Зеркало 4 направляло другую часть излучения на дифракционную решетку 5 с периодом  $1200$   $\text{мм}^{-1}$ . Исходя из энергетических соображений угол сражения выбран  $\Theta \approx 60^\circ$ , что соответствует углу падения  $\gamma \approx -14^\circ$ . Далее дифрагированный пучок проходил через оптическую систему 6. Фокусные расстояния линз системы составляли  $f_1 = -12$  см и  $f_2 = 100$  см. Таким образом увеличение согласно формуле (4) составляло  $N=8,33$ . Поперечный размер пучка у цилиндрической рассеивающей линзы 7 составлял  $D_1 \sim 0,3$  см. Расстояние между отрицательной (7) и положительной (8) линзами, согласно формуле (3), выбрано  $t \approx 88$  см. Поперечный размер уширенного пучка у второй линзы достигал значения  $D_2=2,5$  см. Призма «крыша» 9 направляла уширенный пучок обратно на решетку. Точная настройка оптической системы достигалась вариациями расстояния между линзами вблизи теоретически рассчитанного значения (3) минимизацией расходимости выходного из компрессора пучка. С помощью небольшой расстройки зеркала 10, служащей для обеспечения четырехпроходной конфигурации, излучение выводили из системы и зеркалами 3 и 13 направляли на систему регистрации. Контрольное спектральное измерение не выявило изменений значения ширины линии излучения. Измеренная в корреляторе временная задержка составляла  $\Delta T \sim 120$  пс, в хорошем согласии с теоретической оценкой (см. формулу (2)). Таким образом достигается выигрыш в базе  $K \approx 850$  (5).

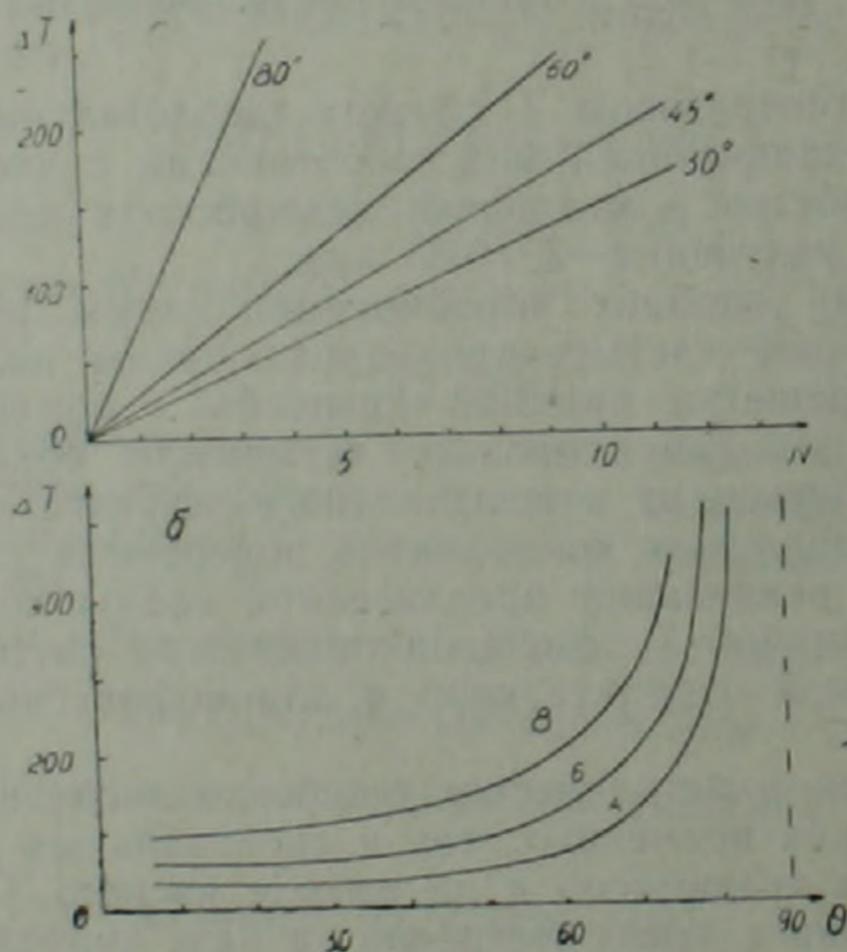


Рис. 2. Время группового запаздывания  $\Delta T$  в зависимости: от увеличения оптической системы  $N$ , при разных углах дифракции:  $\Theta=30; 45; 60; 80^\circ$  (а); от угла дифракции  $\Theta$  при разных значениях увеличения оптической системы:  $N=4; 6; 8$  (б)

Кривые на рис. 2а и 2б, построенные для удобства пользования

предложенной схемой, отражают соответствие расчетных и экспериментальных результатов. На рис. 2а приведена зависимость времени группового запаздывания  $\Delta T$  от увеличения оптической системы  $N$ , при разных углах дифракции  $\Theta$ . На рис. 2б показана зависимость времени группового запаздывания  $\Delta T$  от угла дифракции  $\Theta$  при разных значениях  $N$ .

В заключение отметим, что данный компрессор может использоваться в схеме спектральной компрессии, предложенной авторами (17).

Ереванский государственный университет

Բ. Ա. ՓԱՓԱԶՅԱՆ, Լ. Խ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ, Ա. Վ. ԶՈՀՐԱՐՅԱՆ և Լ. ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ,  
Ս. Պ. ԻՇԽԱՆՅԱՆ

### Օպտիկական համակարգով ցանցային սեղմիչ

Հարյուրավոր պիկովայրկյանների տիրույթում էֆեկտիվ դիսպերսիոն հապաղման գծի մշակման նպատակով առաջարկվում է և թատրիցական օպտիկայի օգնությամբ վերլուծվում օպտիկական համակարգով ցանցային սեղմիչ:

Ստացված են խմբային հապաղման ժամանակի կախվածությունները օպտիկական համակարգի պարամետրերից և սարքավորման երկրաչափությունից:

Իրագործված է փորձարկվող համակարգի լաբորատոր տարբերակը: Փորձնական և հաշվարկային արդյունքները գտնվում են լավ համապատասխանության մեջ:

### ЛИТЕРАТУРА—ԻՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> E. B. Treacy, Phys. Lett. v. A-28, p. 112 (1986).
- <sup>2</sup> Femtosecond Optical Interactions, J. Opt. Soc. Am., v. B-52, № 4 (1985).
- <sup>3</sup> A. Laubereau, Phys. Lett. v. A—19, p. 539 (1969).
- <sup>4</sup> A. M. Weiner, J. P. Heritage, Thurson, Opt. Lett., v. 11, № 3, p. 153 (1986).
- <sup>5</sup> J. D. McMullen, Appl. Opt. v. 18, № 5, p. 737 (1979).
- <sup>6</sup> O. E. Martinez, J. P. Gordon, R. L. Fork, Opt. Soc. Am., v. 1, № 10 (1984).
- <sup>7</sup> J. P. Gordon, R. L. Fork, Optics Lett., v. 9, p. 156 (1984).
- <sup>8</sup> H. Nakatsuka, D. Grischkowsky, Optics Lett. v. 6, p. 13 (1981).
- <sup>9</sup> M. A. Duguay, J. W. Hansen, Appl. Phys. Lett., v. 14, p. 14 (1969).
- <sup>10</sup> А. П. Сухоруков, Изв. АН СССР, Физика, т. 46, № 10, с. 2017, (1982).
- <sup>11</sup> Р. Б. Алавердян, С. М. Аракелян и др. ЖТФ, т. 7, № 12, с. 188 (1991).
- <sup>12</sup> А. О. Варданян, Д. Л. Оганесян, ДАН АрмССР, т. 90, № 2 (1990); Д. Л. Оганесян, Изв. АН АрмССР, Физика, т. 23, вып. 1, с. 25—28 (1988); А. О. Варданян, Д. Л. Оганесян, ДАН АрмССР, т. 91, № 4 (1990).
- <sup>13</sup> С. А. Ахманов, В. А. Вислоух, А. С. Чиркин. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов, Наука, М., 1988.
- <sup>14</sup> А. Джеррард, Дж. Берч, Введение в матричную оптику, Мир, М., 1978.
- <sup>15</sup> A. M. Johnson, R. H. Stolen, W. M. Simpson, Appl. Phys. Lett., v. 44, p. 729 (1984).
- <sup>16</sup> M. Maier, W. Kaiser, J. A. Giordmaine, Phys. Rev. Lett., v. 17, p. 1275 (1966).
- <sup>17</sup> Н. Л. Маркарян, Л. Х. Мурадян, Т. А. Напазян, Квантовая электроника, т. 18, № 7 (1991).

УДК 551.242.1

М. А. Сатнян

### Зоны полициклического рифтогенеза в сейсмотектонической зональности Армении

(Представлено академиком НАН Армении Г. А. Габриеляном 31/VIII 1992)

В рассмотренной схеме зон полициклического рифтогенеза континентальной коры (ЗПРК) мезозоя (<sup>1</sup>) обозначены Севано-Акеринская, Зангезурская и Вединская зоны, начальная станция рифтогенеза которых относится к позднему триасу, главная, офиолитовая, — к поздней юре-доверхнеконьякскому времени. В последующей истории геологического развития региона преобладающая компрессия предопределила замыкание ЗПРК. В современной структуре региона это узкие и протяженные сутуры с офиолитами. Разрез коры выражен в нарушенности по всей ее мощности, в отсутствии горизонтов отражения обменных золь (<sup>2</sup>).

Релаксация напряжений сжатия современной коры происходит преимущественно в ЗПРК: очевидно проявление в пределах ЗПРК большинства крупных землетрясений ( $M \geq 6$ ), что отражено на рисунке.

Особенности сейсмоактивности ЗПРК предопределены неоднородностями в строении каждой из них по вертикальному разрезу и по латерали.

Выявлена весьма разная насыщенность разреза ЗПРК породами-пластификаторами — серпентинизированными ультрабазитами\*. Выдвижение серпентинитов к поверхности вызвано разрывом континентальной коры и последующим мантийным диапиризмом. Реликты мантийного диапира в последующей истории при сжатии коры достигают верхнего уровня в виде серпентинитовых протрузий (<sup>3</sup>). Серпентинизированные ультрабазиты в строении современной коры слагают близвертикальные пластины, в верхах разреза нередко переходящие в пологие выклинивающиеся тела (kozyrki). В качестве своеобразной «смазки» серпентиниты облегчают релаксацию напряжений в коре. Насыщенные ими ЗПРК не концентрируют напряжений сжатия коры. Разрядка напряжений сжатия коры происходит в виде мелких и частых землетрясений. Концентрации напряжений более вероятны в тех ЗПРК и их фрагментах, где нет серпентинитов или же их объемы малы. Эти рассуждения подтверждаются свидетельствами о наиболее крупных землетрясени-

\* Прочность на сдвиг серпентинитов весьма низкая и оценивается в 1–10 кг/см<sup>2</sup>.

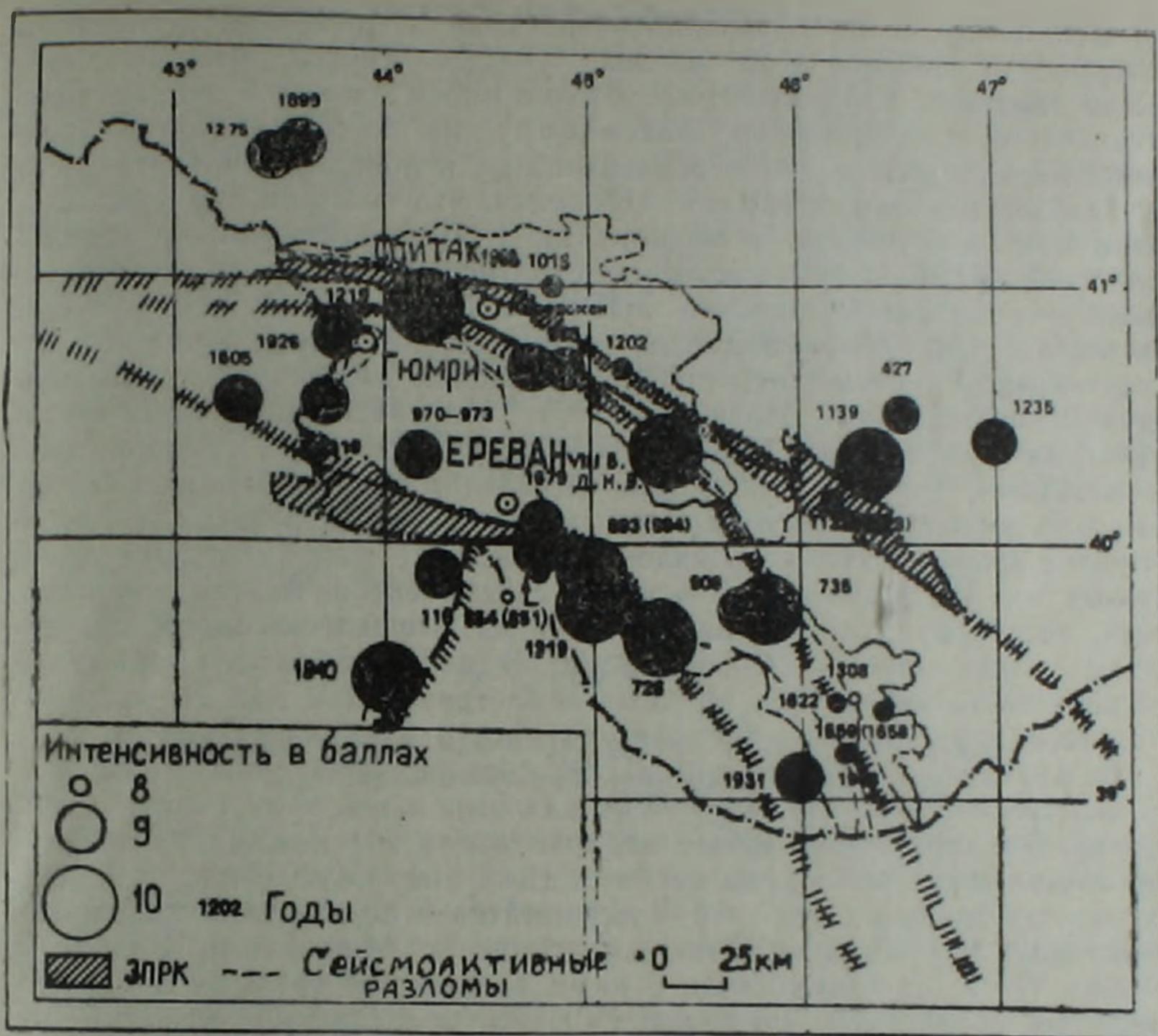


Схема пространственного соотношения полициклического рифтогенеза континентальной коры мезозоя и эпицентров крупных землетрясений (по (1)) с дополнением для акватории Севана по автору. Сейсмоактивные разломы голоцена — по Караханяну А. С.

ях, происшедших в Вединской и Зангезурской ЗПРК, наименее насыщенных серпентинитами по сравнению с Севано-Акеринской зоной.

Размещение эпицентров землетрясений в ЗПРК на глубинах 10—15 км вызвано нарастанием на этих глубинах горизонтальных напряжений сжатия. Именно на этих глубинах происходит наибольшее сближение, а возможно и стыковка фронтальных частей коры обрамления. При этом ожидается возникновение под зоной стыковки глубинных поддвигов мантийных масс, верхняя же часть мантийного диапира будет выдвинута в форме протрузии (4). Соотношение объемов серпентинизированных ультрабазитов с офиолитовыми габбро в строении офиолитового «корня» также окажет существенное влияние на реологию этой части разреза коры. Фазовые переходы: оливин—серпентин, как показано, могут быть причиной существенных концентраций напряжений и землетрясений (5).

Неоднородности строения ЗПРК вызваны и перекрытием офиолитов породами «чехла». Мощности и протяженность комплекса «чехла», а также площади выходов офиолитов и более древних пород доофиолитового основания составляют важнейшую характеристику ЗПРК. Наибольшие мощности комплекса «чехла» выявлены в Вединской и Зангезурской ЗПРК. Выходы офиолитов и пород основания составляют в этих зонах не более 5—10% от общей их протяженности, в Севано-Акеринской зоне они гораздо значительнее, до 30—40%. Очевидна прямая корреляция

площади выходов пород офиолитовой серии и протрузий серпентинизированных ультрабазитов в них. Предполагается, что воздымание насыщенных ультрабазитами офиолитовых блоков в форме горст-антиклинорий (Севанского, Базумского) на постофиолитовом этапе явилось следствием подъема серпентинитов к поверхности (антиклинали с серпентинитовыми ядрами). Отметим, что соотношение комплекса надофиолитового «чехла» с офиолитами и более древними породами в Вединской ЗПРК преимущественно стратиграфическое; те же соотношения и в Севано-Акеринской ЗПРК. В Зангезурской ЗПРК, на ее юго-востоке, они преимущественно тектонические, в виде встречных пологих надвигов на офиолиты пород обрамления, включающих пластины пород доофиолитового основания<sup>(3,4)</sup>. Маскированные встречными надвигами офиолитовые сутуры обнаруживаются лишь геофизическими методами, бурением либо при выявлении простирающихся вдоль них узких выходов офиолитокластов в нижней части разреза, коррелируемого с надофиолитовым «чехлом». Выделение таких «слепых» офиолитовых зон<sup>(3)</sup> особо важно в целях сейсмотектонического районирования, поскольку для них, как следует из вышесказанного, показательны малые объемы серпентинитов. В целом обращает внимание приуроченность эпицентров крупных землетрясений к полосе развития мощного надофиолитового «чехла».

Из сказанного следует, что ЗПРК представляют зоны почти полной нарушенности коры — глубинные разломы в широком смысле этого понятия. Это структуры высшей иерархической позиции, надрегиональные, протяженные на многие сотни и даже тысячи километров. Офиолитовые сутуры или зоны глубинного смятия с офиолитами прослеживаются по всей Передней Азии, сочленяясь с офиолитами Балкан и Апеннин<sup>(3,4,6)</sup>; на взаимосвязь с ними эпицентров крупных землетрясений уже обращалось внимание<sup>(6,7)</sup>. По простирацию офиолитовые сутуры то сходятся, формируя зоны синтаксиса, то разобщаются крупными или мелкими, как в Закавказье, срединными массивами, сложенными породами байкальского кристаллического фундамента, с мало мощными платформенным палеозой-триасовым чехлом, мало мощными разрезами мезозоя, обычно лишенными вулканических пород, а также флишондными и молассовыми формациями палеогена-миоцена, наземно-вулканогенным комплексом позднего плиоцена четвертичного времени. Размеры срединных массивов, степень их «вырожденности» — важные признаки сейсмоактивности. Статистика подсказывает, что в областях крупных срединных массивов катастрофических землетрясений гораздо меньше, чем в областях сближения офиолитовых сутур, и особенно в узких и протяженных зонах нарушенности земной коры в виде мегабрекций — зонах синтаксиса, как например, Эрзинджанского или Эрзинджан-Севанского<sup>(4,7)</sup>. Сжатие земной коры в пересечении зон синтаксиса, видимо, обусловлено направлением давления главных ограничительных плит региона Передней Азии, прежде всего фронта Аравийской плиты к северу, в результате чего в Закавказье перемещение мелких плит вдоль ЗПРК выражено правосторонними сдвигами<sup>(6,8)</sup>.

Наконец, особо важны в оценке сейсмоактивности узлы пересечения ЗПРК с разломами антикавказского простиранения. Требуют тщательного изучения сейсмоузлы с сейсмоактивными голоценовыми разломами, затрагивающими комплекс надофиолитового «чехла» (рисунок). В узлах пересечения возникают зубчатые формы сочленения, которые способствуют концентрации напряжений регионального сжатия, и приуроченность к таким узлам катастрофических землетрясений отмечалась неоднократно<sup>(6,8,9)</sup>. Выделение узлов разломов представляет важную задачу для региона.

Особую категорию сейсмоузлов представляют пересечения ЗПРК

с надрегиональными неоднородностями мантии, выраженными в верхних частях разреза коры в виде зон разрывов, флексуобразных перегибов и др. (<sup>10</sup>) (близмеридиональное транскавказское поднятие Ван—Ставрополь, пересекающее все три выделенные ЗПРК). Наконец, отметим также различия возраста и строения комплекса основания ЗПРК субплатформенного (Pz<sub>2</sub>—T) в Вединской ЗПРК, на котором тектонически, в форме параавтохтона залегают офиолиты геосинклинального (Pz<sub>3</sub>) в Севано-Акеринской ЗПРК и гетерогенного, промежуточного между ними — в Зангезурской ЗПРК. Оценка сейсмоактивности ЗПРК представляет, как видно, многофакторную задачу, решение которой на количественном уровне представляет цель будущих исследований. На сегодняшнем этапе исследований при разномасштабном сейсмотектоническом районировании региона ЗПРК как зоны наиболее катастрофических землетрясений заслуживают подробнейшего сейсмогеологического анализа.

Институт геологических наук  
НАН Армении

Մ. Լ. ՍԱԹՅԱՆ

### Բազմափուլային ուֆտոգենեզի գոտիները Հայաստանի սեյսմատեկտոնական շրջանցման ժամանակ

Բացահայտվել է ուժեղ երկրաշարժի ( $M \geq 6$ ) կապակցվածությունը մեզոզոյի մայրցամաքային կեղևի բազմափուլային ուֆտոգենեզի գոտիներին (ԵՐՈԿ)՝ Սևան-Հազարուի, Զանգեզուրի և Վեդու (<sup>1</sup>):

Ռեգիոնալ լարվածության դաշտում սեյսմակտիվության լրացուցիչ գործոններ են հանդիսանում:

— սերպենտինացված պլաստիկ գերբազիտային ապարներով գերհագեցվածությունը:

— վերոֆիոլիտային «ծածկոցի» ապարների հզորությունը և կազմը:

— ԵՐՈԿ-ի միջև միջադիր զանգվածների շափերը:

— օֆիոլիտային կառույցներում սինտակսիսի գոտիների առկայությունը:

— ԵՐՈԿ-ի և տարբեր խորություն ու ծագում ունեցող կովկասյանին մոտ և անտիկովկասյան տարածմամբ երիտասարդ սեյսմակտիվ խզումների հատումներից սեյսմակտիվ հանգույցների ձևավորումը:

Այսպիսով ԵՐՈԿ-ի և խոշոր երկրաշարժերի տարածական կապերի հայտնաբերումը առաջ է քաշում գոյություն ունեցող սեյսմատեկտոնական սխեմաների վերամշակումը:

### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> М. А. Сатян, ДАН Армении, т. 92, № 2, с. 81—85 (1991). <sup>2</sup> Г. В. Егоркина, И. А. Соколова, Л. М. Егорова, Разведочная геофизика, вып. 72, 1976. <sup>3</sup> М. А. Сатян, Офиолитовые прогибы Мезотетиса, Ереван. Изд. АН АрмССР, 1984. <sup>4</sup> А. Т. Асланян, М. А. Сатян, Тектонические условия становления офиолитовых зон. Изд. АН АрмССР, Ереван, 1987. <sup>5</sup> Г. В. Егоркина, О. А. Кузьмина, Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 35, № 5, с. 37—46 (1982). <sup>6</sup> А. А. Габриелян, Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 32, № 4, с. 19—29, (1989). <sup>7</sup> E. Ihan, In.: Geology and History of Turkey, Tripoli, Libia, 1971. <sup>8</sup> В. Г. Трифонов, А. С. Караханян, А. И. Кошурин, Геотектоника, № 6, с. 46—60, 1990. <sup>9</sup> А. А. Габриелян, Г. П. Симонян, С. А. Пирюзян и др. Изв. АН АрмССР, Науки о Земле, т. 32, № 4, с. 3—10 (1989). <sup>10</sup> А. А. Габриелян, С. А. Пирюзян, Э. А. Чаргорян, ДАН АрмССР, т. 40, № 1, с. 41—44 (1985). <sup>11</sup> А. А. Никонов, Природа, № 12, с. 39—46, 1989.

УДК 577.37

В. Б. Аракелян, А. С. Оганесян, член-корреспондент НАН Армении  
С. С. Оганесян

### О кинетике гипотонического гемолиза эритроцитов

(Представлено 7/IX 1993)

В работе (1) теоретически исследован осмотический лизис липидных везикул. Показано, что лизис обусловлен появлением и ростом гидрофильных пор в мембране. Рассчитано критическое растяжение мембраны, при котором возникает пора. Появление поры приводит к уменьшению натяжения. При достаточно больших растяжениях мембраны образование квазиравновесной поры становится возможным. Осмотический лизис везикул реализуется в том случае, если, начиная с некоторого значения радиуса поры, его рост становится энергетически выгодным. Анализ поведения поры можно проводить исходя из выражения для изменения свободной энергии  $\Delta\Phi$  растянутой мембраны при появлении на ней гидрофильной поры радиуса  $r$  (1) (рис. 1)

$$\Delta\Phi = \Gamma \cdot \frac{(\Delta S - \pi r^2)^2}{S_0} + 2\pi\gamma r, \quad (1)$$

где  $\Delta S$  — начальное растяжение мембраны,  $S_0$  — площадь нерастянутой мембраны,  $\Gamma$  — коэффициент упругости,  $\gamma$  — линейное натяжение кромки поры. Из (1) видно, что если  $\Delta S$  мало, то появление поры энергетически не выгодно, так как в этом случае с ростом  $r$  будет монотонно увеличиваться  $\Delta\Phi$ . Если же  $\Delta S$  превышает критическое значение, то рост поры становится энергетически выгодным. Это обстоятельство показано на рис. 1. Из него видно также, что на мембране существует квазиравновесная пора радиуса  $r_0$ , поскольку дальнейший рост поры связан с увеличением  $\Delta\Phi$ . Важной особенностью кривой, изображенной на рисунке, является то, что квазиравновесная пора может «залечиваться», при этом пора должна преодолеть энергетический барьер  $W_0$ . Образование квазиравновесной поры связано с преодолением барьера  $W_0$ . В работе (1) проанализированы различные режимы осмотического лизиса липидных везикул. Показано, что если осмотический поток воды через мембрану, направленный внутрь везикулы, меньше, чем раствор, выбрасываемый из везикулы через пору, то наиболее вероятным является пульсирующий режим осмотического лизиса везикул. Так как при этом выбрасывается из везикулы 5% внутреннего раствора, то после «залечивания» поры концентрация осмотически активного ве-

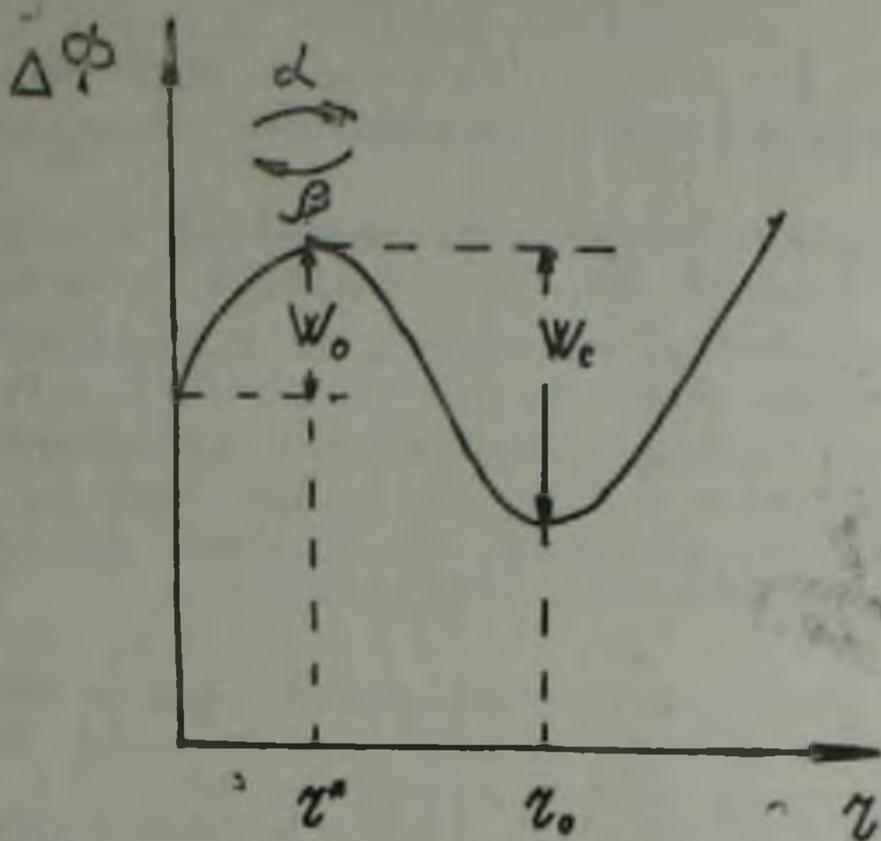


Рис. 1. Зависимость свободной энергии мембраны эритроцита от радиуса поры.  $r^*$ —критический радиус поры

щества (ОАВ) в везикуле остается все еще достаточно большой и появляется осмотический поток воды, направленный внутрь везикулы. Везикула набухает и на растянутой мембране снова возникает квазиравновесная пора. Этот цикл повторяется много раз до тех пор, пока оставшиеся в везикуле ОАВ могут обеспечить необходимое критическое растяжение мембраны.

Основываясь на результатах работы (1), проанализируем начальный этап гипотонического гемолиза эритроцитов в пульсирующем режиме. Мерой гемолиза служит выход гемоглобина из эритроцитов. Экспериментально кинетику выхода гемоглобина из эритроцитов наблюдают в суспензии эритроцитов (2,3), а также на одиночном эритроците (4). Рассмотрим кинетику разрушения одиночного эритроцита. Формально можно представить, что эритроцит находится в двух состояниях: состоянии 1, соответствующем тому, что на мембране эритроцита нет пор, и состоянии 2, когда на мембране эритроцита имеется квазиравновесная пора. Количество вышедшего из эритроцита гемоглобина будет пропорционально времени, в течение которого эритроцит будет находиться в состоянии 2. Переходы между этими состояниями происходят случайным образом. Формализованная таким образом задача представляет из себя типичный марковский процесс в двухуровневой системе и допускает полный стохастический анализ этого процесса стандартным способом (5). Если обозначить вероятности состояний 1, через  $P_1(t)$ , а 2 через  $P_2(t)$ , то их изменения со временем описываются уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{dt} &= -\alpha P_1 - \beta P_2; \\ \frac{dP_2}{dt} &= \alpha P_1 - \beta P_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$ —константы скоростей перехода из состояния 1 в 2 и из 2 в 1 соответственно. Если принять, что в начальный момент система находилась в состоянии 1, то имеем следующие начальные условия

$$P_1(0)=1, P_2(0)=0 \quad (4)$$

Уравнения (2) и (3) с начальными условиями (4) легко решаются. Интересующее нас решение  $P_2(t)$  имеет вид

$$P_2(t) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} (1 - \exp(-(\alpha + \beta)t)). \quad (5)$$

Очевидно, что количество вышедшего из эритроцита гемоглобина будет пропорционально  $P_2(t)$ . Таким образом реализуется экспоненциальная кинетика гемолиза эритроцитов. Если кинетика гемолиза эритроцита регистрируется в виде некоторого сигнала  $I(t)$  (например интенсивность светопропускания), то согласно (5) временная зависимость будет иметь вид

$$I(t) = I_{\infty} (1 - \exp(-(\alpha + \beta)t)), \quad (6)$$

где  $I_{\infty}$ —величина сигнала при  $t \rightarrow \infty$ . Сопоставление теоретической кривой с экспериментальной (рис. 2) показывает, что экспоненциаль-

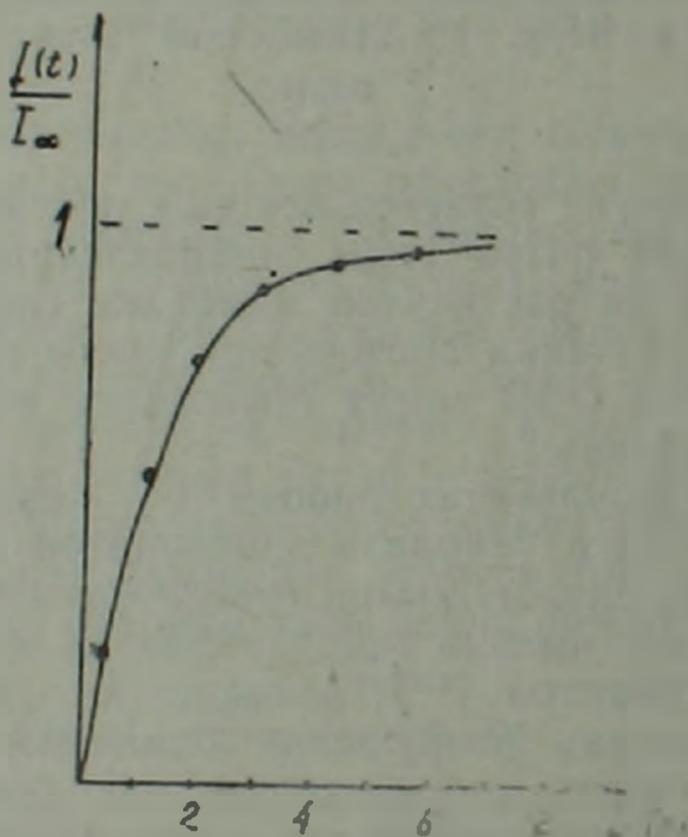


Рис. 2. Кинетика гемолиза эритроцитов. Сплошная линия—эксперимент ( $t=37^{\circ}\text{C}$ ,  $\text{pH}=7,4$ , наружный раствор— $0,35\%$   $\text{NaCl}$ ). Точки построены по уравнению (6) (при  $\alpha + \beta = 0,09 \text{ c}^{-1}$ )

ная кинетика гемолиза—точки на рис. 2, построенные по теоретической формуле (6), достаточно точно ложатся на экспериментальную кривую. Это обстоятельство может служить основанием считать, что «быстрый» осмотический гемолиз эритроцитов реализуется в пульсирующем режиме.

Таким образом кинетика пульсирующего гемолиза эритроцитов имеет экспоненциальный вид, что хорошо подтверждается экспериментально и расширяет объем информации при исследовании кинетики гемолиза в условиях патологии.

### Էրիթրոցիտների հիպոտոնիկ հեմոլիզի կինետիկայի մասին

Առաջարկված է արյան կարմիր գնդիկների էրիթրոցիտների թաղանթի հիպոտոնիկ քայքայման ֆիզիկական բնույթի փուլային պատկերացում: Առաջին փուլը՝ գծային, էքսպոնենցիալ կախումի ձևով, իսկ երկրորդը՝ ինքնաբերաբար ընթացող: Փորձնական ճանապարհով հաստատվել է տեսական կորերի իրականությունը:

### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՑԻՔՈՒՆ

<sup>1</sup> М. М. Козлов, В. С. Маркин, Биологические мембраны, т. 1, № 1, с. 74—89 (1984). <sup>2</sup> А. Г. Агамалян, С. С. Оганесян, Косм. биол. и авиакосм. медицина, № 5, с. 60—62, 1983. <sup>3</sup> А. Katchalsky, O. Kedem, С. Klibansky, et al., in: Flow properties of blood and other biological systems, N. Y., Pergamon Press., 1984. <sup>4</sup> R. P. Rand, Biophys J., v. 4, p. 303—316 (1964). <sup>5</sup> В. И. Тихонов, М. А. Миронов, Марковские процессы. Советское радио, М., 1977.

ԲԻՈԳԵՄԻԱ

УДК 577.15+577.3

Ա. Ա. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Ռ. Բ. ԲԱԴԱՆՅԱՆ

ԱՏՖազային ռեակցիայի կարգավորումը ճտի զարգացման ընթացքում  
թերջերմության պայմաններում

(Ներկայացվել է Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Ա. Ա. ԳԱՆՏՅԱՆԻ կողմից,  
10/XI 1994)

Մեր նախկին աշխատանքներում (<sup>1,2</sup>) ցույց էր տրվել, որ համոյոթերմ փոխանակային ռեակցիաների դրսևորում հավի ճտի տարբեր հյուսվածքներում դիտվում է դեռևս սաղմնային զարգացման պտղային շրջանի սկզբում: Հատկապես ցույց էր տրվել, որ սաղմնային զարգացման 10-րդ օրից սկսած ձվերի պարբերաբար պաղեցումները բերում են, ավելի շատ մկաններում, և համեմատաբար պակաս լյարդում օքսիդացիոն ֆոսֆորիլացման փեղեքման: Նման փաստը բացատրվում է նրանով, որ պաղեցման դեպքում շնչառության բարձրացումը բերում է ջերմարտադրության մեծացման, իսկ օքսիդացման փոխադրումը ոչ ֆոսֆորիլային ուղի առավելագույն չափով պարզեցնում է շնչառության ֆունկցիան և նախադրյալներ ստեղծում մարմնի կայուն ջերմաստիճանի պահպանման համար, քանի որ այդ դեպքում օքսիդացող նյութերի էներգիան անմիջապես փոխարկվում է ջերմության, շրջանցելով ԱՏՖ-ի առաջացման և օգտագործման մեխանիզմները: Ինչպես երևում է, սաղմերի պարբերաբար պաղեցումների դեպքում շնչառության ու ֆոսֆորիլացման փեղեքումը, թթվածնի կյանման աճի հետ միասին, հանդիսանում է ջերմության մորիլիդացման շուտափույտ մեխանիզմ:

Բերված տվյալների հիման վրա այս աշխատանքում մենք ուսումնասիրել ենք ադենոզինեոֆոսֆատազային (ԱՏՖազային) ակտիվության կարգավորումը հավի սաղմի հյուսվածքներում զարգացման տարբեր փուլերում ինկուբացվող ձվերի պարբերաբար պաղեցման պայմաններում:

Ձվերի ինկուբացումը կատարվել է ԻԼՈՒ-Ֆ-ՈՅ ինկուբատորում՝ համապատասխան ջերմաստիճանի և խոնավության պայմաններում: Փորձերի համար նախատեսված ձվերն ինկուբացման 12-րդ օրից՝ օրական 3 անգամ, որոշակի ընդմիջումներով, ենթարկվել են պաղեցման, մինչև կճեպի մակերեսին ջերմությունը հասել է 28°-ի: Փորձերը դրվել են 15, 20 օրական սաղմերի և 5 օրական ճտերի վրա:

Հետազոտվել է  $Mg^{2+}$ -կախյալ,  $Na^+$ ,  $K^+$ -ակտիվացվող և  $Na^+$   $K^+$ -ԱՏՖ ազանների ակտիվության փոփոխությունները ճտի պլսուղեղից, կմախքային և սրտի մկաններից անջատված միկրոսոմային ֆրակցիայում: Միկրոսոմներն անջատվել են վերնստվածքային հեղուկը 30 րոպե 105000 ց-ի պայմաններում ցենտրիֆուգելու եղանակով:  $Na^+$ ,  $K^+$ -ԱՏՖազային ակտիվությունը որոշվել է  $Na^+$ ,  $K^+$ ,  $Mg^{2+}$ -ի և այդ իոնների ու ուաբախի ներկայությամբ ստացված տվյալների տարբերությամբ: Ինկուբացման հեղուկում  $NaCl$ -ի խտությունը կազմել է 120,  $KCl$ -ինը՝ 20,  $MgCl$ -ինը՝ 5 միլիմոլ:

Անօրգանական ֆոսֆոտի որոշումը կատարվել է ըստ Լոուրիի և Լոպեզի. (3), սպիտակուցը՝ Լոուրիի և աշխ. (4):

Հետազոտություններից ստացված արդյունքները ցույց են տալիս, որ ստուգիչ փորձերում ուղեղի միկրոսոմներում  $Mg^{2+}$ -կախյալ  $Na^+$ ,  $K^+$  ԱՏՖազայի ակտիվությունը հավի սաղմի զարգացման ընթացքում աճել է մինչև ձվից ճտի դուրս գալը (աղյուսակ 1): Ֆերմենտի ակտիվության հետադա աճ դիտվել է 5 օրական ճտերի ուղեղում: Ֆերմենտի ակտիվության դինամիկայի նման օրինաչափություն ստացվել է նաև ձվերի պարբերաբար պաղեցման դեպքում: Ինչպես ցույց են տալիս այս աղյուսակում բերված տվյալները, պաղեցման դեպքում, ստուգիչի համեմատությամբ, ֆերմենտի ակտիվությունը աճում է (13 և 22% 15 և 20 օրական սաղմերի և 24% 5 օրական ճտերի ուղեղում):

Աղյուսակ 1

$Na^+$ ,  $K^+$  և  $Mg^{2+}$ -ի ազդեցությունը ԱՏՖազային ակտիվության վրա բերչեմոսթյան դեպքում հավի էմբրիոգենեզում / $\Delta P$  մկ. առում/ մգ. սպիտակուցին /300 բուլե/  $M \mp m$ .

Սաղմի հասակը	Ստուգիչ	Պաղեցում	Ակտիվության աճը
<b>Ուղեղ</b>			
15 օրական	$4,13 \pm 0,13$	$4,69 \pm 0,09$	13
20 օրական	$6,51 \pm 0,37$	$7,96 \pm 0,41$	22
5 օրական ճուտ	$7,09 \pm 0,17$	$8,82 \pm 0,27$	24
<b>Լյարդ</b>			
15 օրական	$4,82 \pm 0,14$	$3,46 \pm 0,18$	
20 օրական	$4,95 \pm 0,20$	$4,92 \pm 0,18$	
5 օրական ճուտ	$4,12 \pm 0,03$	$3,95 \pm 0,03$	
<b>Կմախքային մկաններ</b>			
15 օրական	$22,2 \pm 0,01$	$29,6 \pm 0,68$	33
20 օրական	$26,0 \pm 0,17$	$35,3 \pm 0,48$	35
5 օրական ճուտ	$23,1 \pm 0,27$	$24,9 \pm 0,47$	8
<b>Որտամկան</b>			
15 օրական	$10,39 \pm 0,35$	$13,7 \pm 0,23$	32
20 օրական	$8,68 \pm 0,24$	$9,65 \pm 0,23$	11
5 օրական ճուտ	$8,77 \pm 0,16$	$11,30 \pm 0,12$	29

Փորձերի քանակը՝ 8—15:

Ձվերի պաղեցման դեպքում սաղմի զարգացման տարբեր շրջաններում ֆերմենտի ակտիվությունը լյարդի միկրոսոմներում էական փոփոխությունների չի ենթարկվում, մինչդեռ կմախքային մկաններում սաղմնային շրջանում ձվերի պաղեցման հետևանքով ֆերմենտի ակտիվության աճը կազմել է 33—35% (աղյուսակ 1): Կարելի է ենթադրել, որ լյարդի ենթաբջջային մասնիկներն ավելի կայուն են տատանողական ջերմաստիճանների ազդեցությանը, որը համընկնում է պրականության տվյալներին (5):

Ձվերի պաղեցման հետևանքով ֆերմենտի ակտիվության վերաբերյալ հետաքրքիր տվյալներ են ստացվել նաև սրտամկանի միկրոսոմներում (աղյուսակ 1): 15 օրական սաղմերի սրտամկանում պաղեցման հետևանքով ֆերմենտի ակտիվությունը զգալիորեն (ստուգիչի համեմատությամբ մինչև 32%) աճել է: Սակայն 20 օրական սաղմերի մոտ այն գրեթե 3 անգամ կործատվել է և բարձրացել միայն հետսաղմնային շրջանում՝ 5 օրական ճտերի սրտամկանում:

$Na^{2+}$ ,  $K^+$ -ԱՏՖազային ակտիվության վերաբերյալ տվյալները բերված են աղյուսակ 2-ում: Ինչպես ցույց են տալիս այդ տվյալները ուղեղի միկրոսոմներում առանց պաղեցման փորձերում  $Na^+$ ,  $K^+$ -ԱՏՖազային ակտիվությունը

Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup>-ԱՏՖազային ակտիվությունը միկրոսոմներում բերքբերմության ղեպհում ճավի էմբրիոգենեզում ( $\Delta P$  մկ ատոմ մգ սպիտակուցին/30 րոպե/  $M \pm m$ ).

Սաղմի հասակը	Մտուցիչ	Պաղեցում	Ակտիվության աճը %
<i>Ուղեղ</i>			
15 օրական	0.92 ± 0.07	1.02 ± 0.03	10
20 օրական	1.85 ± 0.09	1.77 ± 0.10	5 (ճնշվել է)
5 օրական ճուտ	1.74 ± 0.04	1.86 ± 0.01	7
<i>Կմախքային մկաններ</i>			
15 օրական	4.70 ± 0.35	8.50 ± 0.18	80
20 օրական	5.80 ± 0.45	7.00 ± 1.09	20
5 օրական ճուտ	7.0 ± 0.62	9.20 ± 0.70	31
<i>Սրտամկան</i>			
15 օրական	3.04 ± 0.22	2.60 ± 0.10	15 (ճնշվել է)
20 օրական	1.24 ± 0.12	2.02 ± 0.11	62
5 օրական ճուտ	1.44 ± 0.11	1.96 ± 0.03	36

Փորձերի քանակը՝ 8—15:

Նավի սաղմի էմբրիոգենեզում աճում է մինչև ձվից ճտի դուրս գալը: Ֆերմենտի ակտիվության աճն այդ ղեպքում, 15 օրական սաղմերի համեմատությամբ, 20 օրականների և 5 օրական ճտերի մոտ կազմել է 100 և 89% համապատասխանաբար: Նման օրինաչափություն ստացվել է նաև ձվերի պարբերաբար պաղեցման պայմաններում (15 օրականների համեմատությամբ 20 օրական սաղմերի և 5 օրական ճտերի ֆերմենտի ակտիվության աճը կազմել է 73 և 82%): Սակայն ձվերի պաղեցման հետևանքով Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup>-ԱՏՖազային ակտիվության աճը մեծ չէ, իսկ 20 օրականներինը նույնիսկ ճնշվել է:

Կմախքային մկաններում Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup>-ԱՏՖազային ակտիվությունը էմբրիոգենեզում նույնպես աճում է, բնդ որում պաղեցումները զգալիորեն խթանում են այն (հատկապես 15 օրական սաղմերի՝ 80% և 5 օրական ճտերի մոտ՝ 31%):

Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup>-ԱՏՖազայի բարձր ակտիվություն դիտվում է 15 օրական սաղմերի սրտամկանում, սակայն հետագա փուլերում այն գրեթե երկու անգամ իջնում է: Սակայն ձվերի պաղեցման հետևանքով ֆերմենտի ակտիվության աճը 20 օրական սաղմերի և 5 օրական ճտերի մոտ անհամեմատ բարձր է 15 օրականների հետ համեմատած:

Ատացված փորձարարական տվյալները թույլ են տալիս եզրակացնել, որ ձվերի ինկուբացման շրջանում սաղմերի պարբերաբար պաղեցումները ոչ միայն փեղեքում են օքսիդացիոն ֆոսֆորիլացումը <sup>(1)</sup>, այլև խթանում են Mg<sup>2+</sup>-կախյալ, Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup>-ակտիվացվող, ինչպես նաև Na<sup>+</sup> K<sup>+</sup>-ԱՏՖազաների ակտիվությունը (ավելի շատ մկանային հյուսվածքում և համեմատաբար թույլ լյարդում): Այդ տեսակետից շնչառության անջատումը ֆոսֆորիլացումից և ֆերմենտի ակտիվության փոփոխությունները լյարդում կարելի է համարել որպես «դանդաղ ադապտացիա, իսկ մկաններում «արագ ադապտացում» <sup>(2)</sup>: Հավանաբար լյարդում կատարվող դանդաղ փոփոխությունները հանդիսանում են նյր ջերմային պայմաններում նյութափոխանակության բնդհանուր վերակառուցման արդյունք:

Որգանիզմի վրա ցածր ջերմաստիճանների ազդեցության վերաբերյալ հետազոտությունները, հատկապես երբ այդ կախված է արհեստական պայմաններում ցրտին հարմարվելու ֆիզիոլոգիական մեխանիզմների բացահայտման հետ, կարևոր են ոչ միայն ջերմային հարմարողականության տիպերը բացահայտելու, այլև ջերմային ադապտացիայի գնահատման տեսակետից

(7): Ջերմակարգավորման ժամկետների հաստատումը և դրա արդյունավետությունը ճշի մոտ մեծ մասամբ կախված է սաղմնային զարգացման ջերմային պայմաններից: Ցածր ջերմաստիճանների պարբերական ազդեցությունը ոչ միայն բերում է պսիլոցումների միջև փոխանակային պրոցեսների կոմպենսատոր ուժեղացմանը, այլև արագացնում է քիմիական ջերմակարգավորման միացումը, որի ձևավորումը բնախույս թռչունների մոտ դիտվում է դեռևս զարգացման պսիլային շրջանում (8): Ինկուբացման ջերմաստիճանի իջեցումը հանդիսանում է առաջին թափը քիմիական ջերմակարգավորման միացման համար: Հմբրիոգենեզի ընթացքում ցածր ջերմաստիճանների նկատմամբ ադապտացման զարգացումը ապահովում է ցրտի ազդեցության նկատմամբ դիմադրողականության ձեռք բերումը, արագացնում է մարմնի կայուն ջերմաստիճանի հաստատումը, որն անվիճելի գործնական նշանակություն ունի՝ բարձրացնելով մատղաշի ելքը և որակը շատեցված ձվերից ստացված ձտերի համեմատությամբ:

Հայաստանի ԳԱԱ կենսաքիմիայի ինստիտուտ

А. А. Симонян, Р. Б. Бадалян

### Регуляция АТРазной реакции по ходу развития цыпленка в условиях гипотермии

Полученные результаты показывают что  $Mg^{2+}$ -зависимая,  $Na^+$ ,  $K^+$ -активируемая АТРазная активность в микросомах мозга по ходу развития куриного эмбриона до вылупления возрастает. При гипотермии активность фермента в тех же частицах у 15- и 20-дневных эмбрионов, по сравнению с контролем, увеличивается на 13 и 22% соответственно, а у 5-дневных цыплят—на 24%. В скелетных мышцах прирост активности фермента в тех же условиях эксперимента в разные периоды эмбрионального развития составляет 33—35%. Однако в печени активность АТРазы заметным изменениям не подвергается.

$Na^+$ ,  $K^+$ -АТРазная активность в микросомальной фракции мозга резко возрастает по ходу эмбрионального развития цыпленка. Прирост активности фермента у 20-дневных эмбрионов и 5-дневных цыплят, по сравнению с 15-дневными эмбрионами составляет 100 и 89% соответственно. Аналогичные сдвиги каталитической активности фермента в мозгу получены также при гипотермии. Колебательные температуры инкубирования яиц стимулируют также ферментативную активность в скелетных мышцах.

### ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 А. А. Симонян, Р. А. Степанян, Е. Б. Мееромян, Журнал эволюционной биохимии и физиологии, т. 24, № 3, с. 432—436 (1988). 2 А. А. Симонян, Р. А. Степанян, Р. А. Симонян и др., Биол. турн. Армении, т. 41, № 1, с. 64—67 (1988). 3 О. Н. Lowry, J. A. Lopez, J. Biol. Chem., № 162, p. 421—433 (1946). 4 О. Н. Lopez, N. J. Rosebrough, A. L. Farr, et al., J. Biol. Chem., № 193, p. 265—275 (1951). 5 С. Е. Северин, В. П. Скулачев, С. П. Маслов и др. ДАН СССР, т. 131, № 6, с. 1447—1450 (1960). 6 В. П. Скулачев, С. П. Маслов, Биохимия, т. 25, № 6, с. 1055—1064 (1960). 7 Р. П. Ольянская, О гомеостатических реакциях организма и его физиологических состояниях, Наука, Л., с. 43 (1969). 8 В. В. Хаскин, Журн. общей биологии, № 32, с. 451—459 (1971). 9 И. Г. Макаров, Птицеводство № 5, с. 23—25 (1965). 10 А. Шапскова, Птицеводство, № 8, с. 28 (1967). 11 И. Третьяков, Ц. Руус, А. Эссенсон и др. Журн. общей биологии, т. 25, № 3, с. 237—239 (1964).

УДК 576.314

С. А. Баджиян, К. Л. Маркрян, М. А. Балаян, Г. А. Сарибекян

Исследование функциональных свойств мембран эритроцитов при остром лучевом поражении

(Представлено чл.-корр НАН Армении С. С. Оганесяном 25/VIII 1992)

Лучевое поражение биомембран — один из первичных механизмов действия радиации на клетку. Многочисленные исследования, проведенные на различных типах биомембран, позволили в определенной мере охарактеризовать ряд эффектов облучения на структурную лабильность липидных и белковых фаз мембраны, но во многом остается неясным значение этих изменений для клетки в целом, а значит и для механизмов поражающего эффекта облучения. В настоящем сообщении приведены данные о характерных изменениях уровня мембранного потенциала эритроцитов и выходного потока ионов калия из этих клеток в динамике острого лучевого поражения. Приводятся также результаты измерения ионной проводимости модельных мембран из фосфолипидов эритроцитов облученных животных.

Исследования проведены на 25 половозрелых белых крысах массой 150—180 г. Облучение проводили на аппарате РУМ-17 в дозе 7,1 Гр, мощность дозы 0,26 Гр/мин, кожно-фокусное расстояние 60 см. Кровь забирали в количестве 3 мл и стабилизировали гепарином в соотношении 1:9. Эритроциты отмывали изотоническим раствором трис-НСI-буфером рН 7,4. Двухкратным центрифугированием при 3000 об/мин получали эритроцитарную массу, затем брали 0,1 мл эритроцитарной массы и разбавляли в 2,9 мл изотонического раствора NaCl. В полученной среде измеряли мембранный потенциал эритроцитов и калиевый поток <sup>(1)</sup>. Формирование бислойных модельных мембран из общих фосфолипидов эритроцитов и измерение проницаемости для K<sup>+</sup> и Ca<sup>2+</sup> проводили соответственно в 0,1 М растворах KCl и CaCl<sub>2</sub>.

Ранее нами было обнаружено, что при лучевой болезни наблюдаются нарушения упругомеханических свойств эритроцитов и изменения спектра распределения этих клеток по объему <sup>(2)</sup>. Очевидно, что в основе этих изменений лежат определенные деструктивные процессы в эритроцитах, которые в принципе должны отражаться и в таких важнейших показателях гомеостаза клеток, какими являются уровень мембранного потенциала, а также проницаемость мембран для различных ионов.

Действительно, как показывают экспериментальные данные, приведенные в табл. 1, в начальном периоде лучевого поражения мембран-

ный потенциал эритроцитов значительно повышается, а в разгаре лучевой болезни (3-е сутки) понижается по сравнению с нормой.

Таблица 1

Изменения уровня мембранного потенциала (мВ) эритроцитов белых крыс в различные сроки пострadiационного периода (n=5)

Контроль	3 ч.	1 сутки	3 суток	7 суток
12,8±0,5	13,2±0,4 P<0,01	10,1±0,3 P<0,05	9,6±0,5 P<0,01	7,8±0,5 P<0,05

По всей видимости, в этих сдвигах уровня мембранного потенциала проявляются фазные изменения активности различных ион-транспортных систем мембран эритроцитов, происходящие в результате как первичного повреждающего воздействия ионизирующего излучения на мембрану, так и вторичных функциональных преобразований в клетках, носящих защитно-компенсаторный характер. О фазных изменениях в функциональном состоянии эритроцитов облученных животных свидетельствуют и данные, полученные при измерении выходного потока  $K^+$  в различные сроки постлучевого периода.

Как видно из табл. 2, сразу после облучения (3-й час) выход ионов  $K^+$  из эритроцитов возрастает, затем снижается к 3-им суткам и вновь увеличивается к 7-м суткам (превышая в 2,5 раза контроль) пострadiационного периода. Возможно, это связано с постепенным обеднением цитоплазмы ионами калия и накоплением в ней  $Na^+$  в результате трансмембранных встречных потоков этих ионов по электрохимическим градиентам в условиях дефицита систем активного транспорта.

Таблица 2

Изменение выходного потока  $K^+$  из эритроцитов облученных крыс в различные сроки пострadiационного периода (n=7)

Срок	Поток $K^+$ (ммоль/л клетка·ч) <sup>-1</sup>	P
Контроль	2,09±0,04	<0,01
3 ч.	3,77±0,09	<0,01
1 сутки	4,85±0,10	<0,01
3 суток	4,00±0,13	<0,001
7 суток	5,78±0,12	<0,002

Что касается возможных коррелятов между поведением мембранного потенциала и выходным потоком калия из патологически измененных эритроцитов, то проведение таких коррелятов в связи с некоторыми отличительными особенностями организации эритроцитов представляется несколько затруднительным. В первую очередь, это связано с тем, что в эритроцитах, где проницаемость для  $Cl^-$  на 3—4 порядка выше, чем для  $K^+$  или  $Na^+$  (2), уровень мембранного потенциала не зависит непосредственно от электрохимического градиента ионов калия и определяется равновесным потенциалом для  $Cl^-$ . К тому же специальных энергозависимых систем активного транспорта  $Cl^-$  в эритроцитах не обнаружено. Следовательно, взаимосвязь между вне- и внутриклеточ-

ным распределением  $\text{Cl}^-$  и  $\text{K}^+$  несомненно существует. Если учесть и то, что в мембранах эритроцитов обнаружен специальный тип облегченной диффузии, реализующий так называемый  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$  +  $2\text{Cl}^-$  симпорт (3), то можно заключить, что корреляционные взаимоотношения между динамикой мембранного потенциала эритроцитов и выходом ионов калия из них неизбежны, хотя они могут носить неоднозначный и непрямолинейный характер.

В последние годы в литературе появляется все больше данных, свидетельствующих о том, что в ионном гомеостазе клеток, помимо различных функциональных белков, важнейшую роль играет и липидная матрица клеточных мембран. В то же время имеются данные (4), свидетельствующие о более высокой радиочувствительности липидной фазы биомембран по сравнению с белковой компонентой. Это и послужило основой для проведения нами исследований, направленных на выяснение изменений проводимости модельных мембран, полученных из фосфолипидов эритроцитов облученных животных. Полученные результаты показали, что, действительно, проницаемость липидных мембран существенно изменяется под воздействием ионизирующей радиации (табл. 3). Примечательно, что эти изменения, как и в случае мембранного потенциала и выходного потока  $\text{K}^+$ , также носят фазный характер. Однако следует отметить, что в отличие от поведения мембранного потенциала уровень проницаемости липидных мембран облученных животных в исследуемые сроки так и не возвращается к норме.

Таблица 3

Проводимость ( $\text{См см}^{-2}$ ) модельных мембран из общих фосфолипидов эритроцитов облученных животных в 0,1 М  $\text{KCl}$  и 0,1 М  $\text{CaCl}_2$  (рН 7,4; 26°)

Контроль	Время после облучения животных			
	3 ч.	1-е сутки	3-е сутки	7-е сутки
	0,1 М $\text{KCl}$			
$1,6 \cdot 10^{-8}$	$7,1 \cdot 10^{-9}$	$4,3 \cdot 10^{-7}$	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$2,4 \cdot 10^{-6}$
	0,1 М $\text{CaCl}_2$			
$2,5 \cdot 10^{-7}$	$1,6 \cdot 10^{-7}$	$2,5 \cdot 10^{-7}$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	$1,6 \cdot 10^{-5}$

По-видимому, следует полагать, что в нормализации уровня мембранного потенциала и выходного калиевого потока в эритроцитах на 7-е сутки пострационационного периода принимают участие защитно-компенсаторные механизмы, не связанные с липидной компонентой биомембран.

Таким образом, обобщая вышесказанное, можно отметить, что под воздействием больших доз ионизирующей радиации в эритроцитах облученных животных происходят существенные нарушения их функционального состояния: изменяются уровень мембранного потенциала, выход ионов калия из клеток, а также проводимость модельных фосфолипидных мембран.

Էրիթրոցիտների թաղանթների ֆունկցիոնալ հատկությունների ուսումնասիրությունը սուր ճառագայթային ախտահարման ժամանակ

Ուսումնասիրվել է ճառագայթման ազդեցությունը թաղանթային պոտենցիալի, կալիումի հոսքի և մոդելային ֆոսֆոլիպիդային թաղանթների հաղորդականության վրա:

Աշխատանքում ցույց է տրված թաղանթային պոտենցիալի փոփոխությունները, ստրատիստիկորեն հավաստի  $Ka^{+}$ -ի հոսքի արագության մեծացումը, ինչպես նաև երկչերտ թաղանթների թափանցելիության ավելացումը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> С. А. Баджиян, Э. Г. Геворкян и др., Журн. эксп. и клинич. медицины, т. 29, № 1 (1989). <sup>2</sup> Э. С. Габриелян, С. А. Баджиян и др., Радиобиология, т. 26, № 1, с. 78—81 (1987). <sup>3</sup> Ю. В. Постнов, С. И. Орлов, в кн.: Первичная гипертензия как патология клеточных мембран, М., Наука, 1987. <sup>4</sup> S. Suzuki, O. Doio, J. Akamatsu, J. Radiat. Res., v. 21, № 1, p. 52 (1980).

МЕДИЦИНА

УДК 612.017.1:615.217.24

В. А. Аствацатрян, Л. А. Кцоян, К. О. Чилингарян, Р. А. Шетросян

Сравнительный анализ влияния салбутамола на  
Е-розеткообразование лимфоцитов крови детей,  
страдающих периодической болезнью и  
патологией желудочно-кишечного тракта

(Представлено чл.-корр. НАН Армении Ю. Т. Алексаняном 25/VII 1993)

Дифференциальная диагностика периодической болезни и многих заболеваний желудочно-кишечного тракта сложна из-за схожести их клинической картины. Известно также об участии нервной системы, в частности ее вегетативного отдела, и иммунной системы в патогенезе как периодической болезни, так и заболеваний желудочно-кишечного тракта (1-3). Взаимосвязь между симпато-адреналовой системой и иммунитетом, которая обеспечивается адрено- и иммунорецепторами, в настоящее время доказана многими работами (4-7).

Целью настоящего исследования являлось изучение и сравнительный анализ рецепторной чувствительности Т-лимфоцитов к β-адреномиметику у детей, страдающих периодической болезнью и заболеваниями желудочно-кишечного тракта.

Материалом исследования служила кровь 45 детей, из которых 16 страдали периодической болезнью (ПБ), 16 — патологией желудочно-кишечного тракта. Контрольную группу составили 13 практически здоровых детей. В качестве β-адреномиметика использовали салбутамола, один из наиболее селективных и известных β<sub>2</sub>-адреномиметиков в концентрациях 10<sup>-5</sup> и 10<sup>-9</sup> М (8).

Мононуклеарные клетки (МНК) получали центрифугированием гепаринизированной крови детей на градиенте плотности фиколл-верографина (9). Для оценки влияния β<sub>2</sub>-адреномиметика на Е-розеткообразование лимфоциты в количестве 2·10<sup>6</sup> клеток/мл инкубировали с испытуемым препаратом 15 мин, отмывали и ставили реакцию спонтанного розеткообразования. В качестве контроля к МНК добавляли эквивалентное количество среды 199. Для количественной оценки Т-лимфоцитов использовался тест спонтанного розеткообразования с эритроцитами барана (Е-РОК) по Джондалу и соавт. (10).

Результаты исследований были обработаны методом вариационной статистики (11), достоверность разности средних определена по «t» критерию Стьюдента.

Все 32 больных как ПБ, так и заболеванием желудочно-кишечного тракта ребенка в возрасте от 3 до 13 лет находились в межприступном периоде заболевания. 75% больных страдали смешанной формой

ПБ, а 25% —торакальной. Заболевания желудочно-кишечного тракта во всех 16 случаях были органического характера (гастро-дуодениты, язва желудка, спастический колит, панкреатиты, холецистит калькулезный, холангиохолециститы, долихоколон), в 8 случаях органические изменения сочетались с функциональными (дискинезии желчевыводящих путей, диспанкреатизм). Органические и (или) функциональные поражения желудочно-кишечного тракта выявлены у всех 16 больных ПБ. Исследования как ПБ, так и заболеваний желудочно-кишечного тракта у большинства больных проводились в процессе дифференциации и диагностики изучаемых патологий на фоне лечения (витамины, спазмолитики и седативные средства).

Полученные данные приведены в таблице. Инкубация в течение 15 мин мононуклеарных клеток практически здоровых детей с  $\beta_2$ -адреномиметиком салбутамолом в дозах  $10^{-5}$  и  $10^{-9}$  М практически не влияла на Е-розеткообразование. Анализ эффекта салбутамола на Е-РОК у больных детей показал, что нозологическая форма заболевания определяет влияние препарата на Е-розеткообразование. Так, в группе детей, страдающих заболеванием желудочно-кишечного тракта,  $\beta_2$ -адреномиметик независимо от испытываемой дозы не вызывал изменений в числе Е-РОК, тогда как при ПБ со средним исходным содержанием Т-клеток, равным  $59 \pm 2,5$ , инкубация с салбутамолом приводила к угнетению экспрессии Е-рецептора на Т-лимфоцитах. При этом достоверный ингибирующий эффект препарата дозозависимый.

Для уточнения вопроса, как влияет лекарственная терапия на эффект препарата (на Е-розеткообразование), всех детей, больных заболеванием желудочно-кишечного тракта, разделили на 2 группы: 1) дети, получившие лечение; 2) дети, не получившие лечение. Поскольку кровь детей с ПБ в большинстве случаев ( $n=12$ ) исследовалась на фоне лечения, больных разбить на 2 группы не удалось.

Установлено, что в группах больных детей с патологией желудочно-кишечного тракта, получивших и не получивших лечение, одинаково отсутствует эффект салбутамола на Е-РОК: 1-ая гр.— $55 \pm 4,2$ ,  $58 \pm 2$ ,  $54 \pm 3,8$ ; 2-ая гр.— $51 \pm 5,8$ ,  $50 \pm 5,8$ ,  $50 \pm 5,4$ .

У детей с ПБ ингибирующий эффект препарата в группе из 12 больных, получивших лекарственную терапию, в среднем по своей интенсивности не отличался от эффекта препарата при ПБ у всех 16 больных. Полученные результаты доказывают, что эффект адренергического вещества и его выраженность не зависят от лекарственной терапии как при ПБ, так и при заболеваниях желудочно-кишечного тракта.

Влияние салбутамола на Е-розеткообразование при периодической болезни и заболеваниях желудочно-кишечного тракта у детей

Группа	Содержание Т-лимфоцитов после инкубации, %		
	без препарата	с препаратом	
		$10^{-5}$ М	$10^{-9}$ М
Здоровые	$55 \pm 1,8$	$56 \pm 2,2$	$55 \pm 2,3$
ПБ	$59 \pm 2,5$	* $48 \pm 2,3$	* $48 \pm 2,4$
Патология желудочно- кишечного тракта	$53 \pm 3,5$	$54 \pm 3,5$	$53 \pm 3,1$

Примечание. \* — статистически достоверная разница с контролем соответствующей группы.

Таким образом, селективный  $\beta_2$ -адреномиметик салбутамол, не влияя на экспрессию E-рецептора на Т-лимфоцитах практически здоровых детей и детей, больных патологией желудочно-кишечного тракта, оказывает дозозависимый ингибирующий эффект у детей, страдающих периодической болезнью.

Полученные данные могут открыть перспективу для применения адренергических веществ с целью диагностики и изучения патогенетических аспектов ПБ.

Ереванский государственный  
медицинский институт

Վ. Ա. ԱՍՏՎԱԾԱՏՐՅԱՆ, Լ. Ա. ԿՄՈՅԱՆ, Կ. Օ. ՉԻԼԻՆԻԱՐՅԱՆ,  
Ռ. Ա. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Սալբուտամոլի ազդեցությունը երևանյան հիվանդությամբ և ստամոքս-աղիքային տրակտի հիվանդություններով տառապող երեխաների արյան լիմֆոցիտների Ե-վարդակազոյացման վրա և նրա համեմատական անալիզ

Ուսումնասիրվել է  $\beta$ -ադրենամիմետիկի ազդեցությունը պարբերական հիվանդությամբ և ստամոքս-աղիքային տրակտի հիվանդություններով տառապող երեխաների արյան լիմֆոցիտների Ե-վարդակազոյացման վրա: Որպես  $\beta$ -ադրենամիմետիկ օգտագործվել է սալբուտամոլը՝ հայտնի սելեկտիվ  $\beta$ -ադրենամիմետիկ: Պրեպարատը օգտագործվել է  $10^{-5}$  և  $10^{-6}$  կոնցենտրացիաներով: Լիմֆոցիտների ինկուբացիայի տևողությունը պրեպարատի հետ՝ 15 րոպե:

Հայտնաբերվել է, որ ընտրողական  $\beta_2$ -ադրենամիմետիկ սալբուտամոլի ազդեցություն չգործելով ստամոքս-աղիքային տրակտի հիվանդություններով տառապող երեխաների արյան լիմֆոցիտների Ե-վարդակազոյացման վրա, ցույց է տալիս դոզայից անկախ ինհիբիտորային ազդեցություն պարբերական հիվանդությամբ տառապող երեխաների արյան լիմֆոցիտների Ե-վարդակազոյացման վրա:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> В. А. Аствацатрян, Е. Х. Торосян, Периодическая болезнь у детей. Ереван, 1989.
- <sup>2</sup> Заболевания вегетативной нервной системы. Руководство для врачей. Под ред. А. М. Вейна, М., Медицина, 1991.
- <sup>3</sup> А. А. Айвазян, Периодическая болезнь, Ереван, Айастан 1982.
- <sup>4</sup> А. Н. Чередеев, В. А. Избекова, Педиатрия, № 5, с. 55, 1987.
- <sup>5</sup> E. Kouassi, J. P. Revillard, Eur. J. Pharmacolog, v. 144, № 1, p. 97—100 (1987).
- <sup>6</sup> J. Weinsttin, K. L. Melmon, Immunol Communs, v. 5, p. 401—416 (1976).
- <sup>7</sup> R. J. Cross, Th. L. Roszman, J. Neuroimmunol, v. 19, № 1—2, p. 33—45 (1988).
- <sup>8</sup> О. М. Авакян, Симпатико-адреналовая система, Наука, Л., 1977.
- <sup>9</sup> A. Bojum, Scand. J. Clin. Lab. Inv. v. 21, № 97, p. 77 (1968).
- <sup>10</sup> M. Jondal, Q. Holm, H. Wigzell, J. Exp. Med, v. 136, p. 207 (1972).
- <sup>11</sup> Б. С. Бессмертный, Математическая статистика в клинической, профилактической и экспериментальной медицине, М., 1967.