

Զ Ե Կ ՈՒ Յ Ց Ն Ե Ր

Д О К Л А Д Ы

Том 90 № 5

1990

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բեկե-
ծու (պատ. Բաբաջան), է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ,
ՀԽՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Բ. ԲԱՐՍԵՍՅԱՆ,
ՀԽՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆԻՅԱՆ,
ՀԽՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ,
ՀԽՍՀ ԳԱ թղթ. տեղամ, Վ. Հ. ՉԱՄՐԱՐՁՈՒՄ-
ՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀԽՍՀ
ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. Խմբագրի տեղա-
կալ), Վ. Գ. ՄԽԻԹԱՐՅԱՆ, ՀԽՍՀ ԳԱ թղթ.
տեղամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀԽՍՀ ԳԱ ակա-
դեմիկոս, Ի. Մ. ՍԵՂՈՒՄՅԱՆ, ՀԽՍՀ ԳԱ ակա-
դեմիկոս (պատ. Խմբագրի), Մ. Լ. ՏԵՐ-
ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀԽՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ.
ՅԱՆԱՐՁՅԱՆ, ՀԽՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.
АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв.
секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик
АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик
АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛЯН, ака-
демик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН,
академик АН АрмССР (зам. отв редак-
тора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН
АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН
АрмССР, Д. М. СЕДРАКЯН, ака-
демик АН АрмССР (отв. редактор),
А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР,
М. Л. ТЕР-МИКЕЛЯН, академик АН
АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, ака-
демик АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Ի Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ԹԻՔԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Կ. Ինչևյան, Ժ. Կ. Նիկողոսյան — ՅԱԶ-ի այգորիթմի գրաֆի վրա ստալաթարերի
խաղի մասին 196

Կ. Թ. Բաղդասարյան, Ի. Վ. Հովնանիսյան — Մ. Մ. Ջրբաշյանի *B₀(Z, Z₀)*
արտադրյալների եզրային հատկությունների մասին 199

ԼԵԻԱՉԿԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Վ. Տոնոյան — Գլանային խոռոչով առաձգական տրանսվերսալ-իզոտրոպ տարա-
ձույթյան համար երկու առանցքասիմետրիկ խնդիրներ 206

ՏԻՉԻԿԱ

Ա. Ա. Ալյաբալյան, Յ. Գ. Սաֆարյան — Խառնուրդային դիէլեկտրիկ բյուրեղներում,
ուչ ճառագայթային անցումների տեսության շուրջ 212

ՆՈՐՅՈՒՈՒԿԻԱ

Լ. Ն. Մկրտչյան, Բ. Ա. Ազդանյան, Կ. Ի. Սանվելյան, Գ. Մ. Իսախանյան — Ստա-
նուբուլի ֆունդալ գծերի բջիջների և ադենոկարցինոմայի ուլտրաստրուկտուրային բնու-
թագրման շուրջ 218

ԲՈՒՅՍՆԻՒԻ ՏԻՉԻՈՒՈՒԿԻԱ

Ե. Կ. Խաժակյան, Ս. Ս. Գալստյան — Հինայի բրգանների փոխհարաբերությունը և
լավսոնի առաջացումը տերեններում 226

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Մ. Յու. Քալաշյան — *Sphenoptera khosrovica* sp. nov. սսկերգեզի նոր տեսակ
Հայաստանից (Coleoptera, Huprestidae) 229

Իովանդակություն 90-րդ հատորի 232

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- С. Г. Инджеян, Ж. Г. Никогосян*—Об «игре в камни» на графе алгоритма БПФ 195
- Д. Т. Багдасарян, И. В. Оганисян*—Граничные свойства функций $B_2(z; z_k)$
М. М. Джрбашяна 199

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- А. В. Тоноян*—О двух осесимметричных задачах для упругого трансверсально-изотропного пространства с круглой цилиндрической полостью 206

ФИЗИКА

- С. А. Агабалян, Ф. П. Сафарян*—К теории многофононных безызлучательных переходов в примесных диэлектрических кристаллах 212

МОРФОЛОГИЯ

- Л. Н. Мкртчян, Б. А. Езобанян, К. Р. Манвелян, Д. М. Даллакян*—К ультраструктурной характеристике клеток фундальных желез и аденокарциномы желудка 218

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- Х. К. Хажакян, С. С. Папаян*—Взаимодействие органов и образование красителя в листьях хны 225

ЭНТОМОЛОГИЯ

- М. Ю. Калашян*—*Sphenoptera khosrovica* sp. nov. новый вид златки из Армении (Coleoptera, Buprestidae) 229
- Содержание 90-го тома 232

CONTENTS

MATHEMATICS

- S. G. Indjelun, G. G. Nicoghossian* - On the „pebble game“ on the FFT-graph 195
- D. T. Bagdasarian, I. V. Hovhannistan* - Boundary properties of M. M. Djerbashian functions $B_n(z; z_k)$ 199

THEORY OF ELASTICITY

- A. V. Tonoyun* - On two axially symmetric problems for transversely isotropic, elastic space, with circular cylindrical cavity 206

PHYSICS

- S. A. Aghabalian, F. P. Sajarlian* - On the theory of multiphonon non transitions in crystal impurities 212

MORPHOLOGY

- I. N. Mkrtchian, B. A. Ezzanton, K. R. Manvelian, D. M. Dallaktan* - On ultrastructural characteristics of fundus gland cells and stomach adenocarcinoma 218

PLANT PHYSIOLOGY

- Kh. K. Khajakian, S. S. Papian* - The organ's action and colour forming in plates of *Lawsonia* 225

ENTOMOLOGY

- M. Yu. Kalashian* - *Sphenoptera khosrovica* sp. nov. - a new species of the buprestid-beetle from Armenia (Coleoptera, Buprestidae) 229
- Contents of volume 90 232

Техн. редактор *Азизбекян Л. А.*

Сдано в набор 22. 05. 90. Подписано к печати 24. 09. 90

Формат 70X108^{1/16}. Бумага № 1, сыктывкарская. Высокая печать. Печ. лист 3.0.

Усл. печ. л. 4,2. Усл. кр. отт. 4,2. Учет-изд. л. 3,39. Тираж 510. Заказ №617

Издат. № 7815. Цена 55 к.

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г, II эт., к. 1, т. 27-92-38.

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван.

пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

С. Г. Инджеян, Ж. Г. Никогосян

Об «игре в камни» на графе алгоритма БПФ

(Представлено академиком АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 16/II 1990)

«Игра в камни» введена в работе (1) и изучена рядом авторов в работах (2-4).

«Игра в камни» определяется для бесконтурного орграфа и включает следующие правила:

- 1) камень можно поставить на любую входную вершину (вершина, где не входит ни одна дуга) в любое время;
- 2) камень можно удалить из вершины в любое время;
- 3) камень можно поставить на любую вершину (не входную) только тогда, когда все вершины, от которых идут дуги в данную вершину, в данный момент имеют камни;
- 4) «игра в камни» завершается тогда, когда любая выходная вершина в некоторый момент получила камень.

Заметим, что в момент завершения игры наличие камней на всех выходных вершинах не обязательно.

Очевидно, что «игру в камни» на графе G можно реализовать различными способами. Пусть P — некоторая стратегия (алгоритм) «игры в камни» на графе G . Шагом в стратегии P назовем операцию размещения камня на некоторую вершину. Будем считать, что t -й момент алгоритма определяет его t -й шаг. Число всех шагов стратегии P выражает время реализации стратегии P на графе G и обозначается через $T(P, G)$. Обозначим через $S(P, G, t)$ число камней, имеющееся на вершинах графа G на t -ом шаге.

Пусть

$$S(P, G) = \max S(P, G, t).$$

Число $S(P, G)$ выражает максимальный объем использованной внутренней памяти в ходе стратегии P на графе G . Обозначим

$$T(S) = \min_P T(P, G),$$

где минимум берется по всевозможным стратегиям P , для которых $S(P, G) \leq S$. Другими словами $T(S)$ — минимальное время реализации «игры в камни» с помощью S камней. Алгоритм A , реализующий «игру в камни» на G , с помощью S камней назовем оптимальным, если $T(A, G) = T(S)$. В работах (3,4) найдены оценки для $T(S)$. В настоящей работе мы приведем точную формулу для $T(S)$.

Пусть G — ориентированный граф с множеством вершин V и множеством упорядоченных пар (дуг) $E \subseteq V \times V$.

Путь — это чередующаяся последовательность $v_0, x_1, v_1, x_2, \dots, x_m, v_m$ различных вершин v_0, v_1, \dots, v_m и дуг x_1, x_2, \dots, x_m , в которой каждая дуга x_i есть $v_{i-1}v_i$ и обозначается через $v_0v_1 \dots v_m$. Полупуть — это опять-таки чередующаяся последовательность $v_0, x_1, v_1, x_2, \dots, x_m, v_m$ вершин и дуг, но дугой $x_i (1 \leq i \leq m)$ может быть как $v_{i-1}v_i$, так и $v_i v_{i-1}$. Если $v_0 = v_m$, то путь (полупуть) $v_0v_1 \dots v_m$ называется контуром (полуконтуром). Длина пути (или контура) есть число его дуг и обозначается через $|P|$. Подграф, порожденный подмножеством вершин $V_0 \subseteq V$ имеет множество вершин V_0 и множество ребер $E_0 = \{v_i v_j / v_i v_j \in E \& v_i v_j \in V_0\}$ и обозначается через $\langle V_0 \rangle$. Через $\rho^+(v)$ ($\rho^-(v)$) обозначим число дуг, входящих (выходящих) в вершину v .

$G = (V, E)$ называется обыкновенным графом или просто графом, если E состоит из неупорядоченных пар из $V \times V$. Для графа аналоги понятий путь и контур известны под названием цепь и цикл соответственно. Если существует путь из вершины u в вершину v , то будем говорить, что v достижима из u .

Источником в орграфе G называется вершина, из которой можно достичь все другие вершины орграфа.

Сток — вершина, которой можно достичь из любой вершины орграфа.

Выходящее (входящее) дерево — это орграф с источником (стоком), не имеющий полуконтуров. Множество вершин, имеющих одинаковое расстояние от стока (истока), составляет слой входящего (выходящего) дерева.

Пусть имеем входящее дерево с $d+1$ (где $d \geq 1$) слоями. k -й слой ($k \geq 0$) — это слой, расстояние всех вершин которого от стока равно $d-k$. Очевидно, сток составляет d -й слой входящего дерева.

Входящее дерево с $d+1$ слоями называется полным ориентированным бинарным деревом, если для любой вершины v из k -го слоя ($1 \leq k \leq d$) $\rho^+(v) = 2$ и $\rho^-(v) = 1$, а для нулевого слоя $\rho^+(v) = 0$ и $\rho^-(v) = 1$.

Пусть $n = 2^d$, $d \geq 0$. Под графом $F^{(d)} = (V^{(d)}, D^{(d)}, E^{(d)})$ алгоритма быстрого преобразования Фурье на последовательности длины n подразумевается граф, имеющий множество вершин $V^{(d)}$, множество дуг $E^{(d)} \subseteq V^{(d)} \times V^{(d)}$, множество выходов $D^{(d)} \subseteq V^{(d)}$, и определяется рекурсивно с помощью двух непересекающихся по вершинам графов БПФ

$${}_0F^{(d-1)} = ({}_0V^{(d-1)}, {}_0D^{(d-1)}, E^{(d-1)}), {}_1F^{(d-1)} = ({}_1V^{(d-1)}, {}_1D^{(d-1)}, {}_1E^{(d-1)})$$

следующим образом.

Пусть $D^{(d)} = \{v_0^{(d)}, v_1^{(d)}, \dots, v_{2^{d-1}}^{(d)}\}$ — множество вершин, отличных от ${}_0V^{(d-1)}$ и ${}_1V^{(d-1)}$. Тогда

$$V^{(d)} = {}_0V^{(d-1)} \cup {}_1V^{(d-1)} \cup D^{(d)},$$

$$E^{(d)} = {}_0E^{(d-1)} \cup {}_1E^{(d-1)} \cup \Delta^{(d)},$$

где

$$\Delta^{(d)} = \bigcup_{i=0}^{2^{d-1}-1} \delta_i^{(d)},$$

$$\delta_i^{(d)} = \{({}_0v_i^{(d-1)}, {}_0v_i^{(d)}), ({}_1v_i^{(d-1)}, v_i^{(d)}), ({}_0v_i^{(d-1)}, v_{i+2^{d-1}}^{(d)}), ({}_1v_i^{(d-1)}, v_{i+2^{d-1}}^{(d)})\},$$

а $F^{(0)} = (V^{(0)}, V^{(0)} \setminus \emptyset)$, где $V^{(0)} = \{v_0\}$ и \emptyset — пустое множество. Все ориентированные пути графа $F^{(d)}$, идущие от входных вершин к некоторой вершине v , порождают полное ориентированное бинарное дерево $H(v)$ со стоком v .

Выходные вершины графа $F^{(d)}$ составляют d -й слой графа $F^{(d)}$. Если i -й слой графа $F^{(d)}$ определен, то $(i-1)$ -й слой определим как множество всех вершин, от которых идут дуги к вершинам i -го слоя. Для любых двух выходных вершин x, y через $l(x, y)$ обозначим номер последнего слоя (начиная с нулевого), где пересекаются $H(x)$ и $H(y)$.

Очевидно, существует последовательность z_0, z_1, \dots, z_{n-1} элементов множества $D^{(d)}$, которая имеет следующую структуру:

$$a) Z_j^{(d-1)} = Z_{2j-1}^{(d-1+1)} \cup Z_{2j}^{(d-1+1)}, \quad i = \overline{1, d}, \quad j = \overline{1, 2^{d-1}},$$

где

$$(*) Z_i^{(d)} = \{z_0\}, \dots, Z_n^{(d)} = \{z_{n-1}\}, \quad Z^{(0)} = \{z_0, z_1, \dots, z_{n-1}\} = Z;$$

б) для любых вершин $u_1 \in Z_{2j-1}^{(d-1+1)}, u_2 \in Z_{2j}^{(d-1+1)}, w \in Z_j^{(d-1)}$ имеет место $l(u_1, u_2) = d - i + 1, l(u_1, w) = l(u_2, w)$.

Определим граф $G = (Z, E)$, где $Z = \{z_0, z_1, \dots, z_{n-1}\}$, а $E = \{z_i z_j / i, j \in \overline{0, n-1}, i \neq j\}$, причем каждому ребру $z_i z_j$ присваивается вес $\varphi(z_i, z_j) = 2^{r(i, j)}$, где $r(i, j) = l(z_i z_j)$.

Вес цепи $P' = v_1 v_2 \dots v_l$ графа G есть сумма

$$\varphi(P') = \sum_{i=1}^{l-1} \varphi(v_i v_{i+1}).$$

В работе (2) доказано, что для графа $F^{(d)}$ справедливо неравенство

$$T(S) \leq \begin{cases} \frac{2n^0}{2^j} + (j-1)n, & S \geq d + 2^j - j, \quad 1 \leq j \leq d-1, \\ n(1 + \log_2 n), & S \geq 2^d + 1, \end{cases}$$

где $n = 2^d$.

В той же работе доказано, что

$$T(d+1) \geq \frac{1}{2} n(n-d) + n - 1.$$

В настоящей работе нами доказывается

Теорема. Для графа $F^{(d)}$ с $n = 2^d$ входами имеет место

$$T(d+1) = \begin{cases} \frac{(2n+1)(n+1)}{3} & \text{для } d=1 \text{ и } d \geq 3, \\ 16 & \text{для } d=2 \end{cases}$$

Доказательство этой теоремы основывается на следующих двух леммах.

Лемма 1. Для графа $G = (Z, E)$

$$\max_{P \subset G} \varphi(P) = \sum_{i=0}^{d-1} 4^i.$$

где P — гамильтонова цепь графа G .

Для формулировки второй леммы нам понадобится следующее
Определение. Скажем, что полное бинарное дерево H с $k \geq 2$ слоями имеет L -расположение камней, если существует путь $L^* = u_1 u_2 \dots u_{k-1}$ (где u_{k-1} — сток H , а u_i ($1 \leq i \leq k-2$) — вершина i -го слоя) такой, что все вершины, находящиеся на расстоянии l от L^* , имеют камни.

Лемма 2. Пусть H — полное бинарное дерево с $k \geq 2$ слоями и пусть P — любая стратегия «игры в камни» на H , для которой $S(P, H) = k$. Тогда на некотором шаге l^* алгоритма P на дереве H существует L -расположение камней.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР
Ереванского государственного университета

Ո. Գ. ԻՆՁԵՅԱՆ, Ժ. Գ. ՆԻՆՈՂՈՍՅԱՆ

ՖԱԶ-ի ակտուրիքմի գրաֆի վրա «սալաբարերի խաղի» մասին

«Սալաբարերի խաղը» սահմանվում է ացիկլիկ կողմնորոշված գրաֆների համար և ունի հետևյալ կանոնները.

1) կամայական պահի բարը կարելի է դնել կամայական մուտքային գագաթի վրա (գագաթի, որտեղ չի մտնում ոչ մի աղեղ);

2) կամայական պահի բարը կարելի է հեռացնել գագաթից;

3) կամայական ոչ մուտքային գագաթի վրա բարը կարելի է դնել միայն այն դեպքում, եթե այդ պահին տվյալ գագաթին անմիջապես նախորդող բոլոր գագաթները (գագաթներ, որոնցից գնում են աղեղներ տվյալ գագաթին) դրված են բարեր;

4) «սալաբարերի խաղը» համարվում է ավարտված, եթե բոլոր ելքային գագաթները խաղի ընթացքում ստացել են բար:

Խաղի քայլ ասելով կհասկանանք գագաթում բար դնելու գործողությունը: $T(S)$ -ով կնշանակենք քայլերի մինիմալ քանակը, որն անհրաժեշտ է ավարտելու համար «սալաբարերի խաղը» տված գրաֆի վրա S բարերի առկայության դեպքում:

Աշխատանքում ապացուցվում է՝

Թեև ուրեմ. $n = 2^d$ մուտքերով ՖԱԶ-ի ակտուրիքմի գրաֆի համար տեղի ունի

$$T(d+1) = \begin{cases} \frac{(2n+1)(n-1)}{3} & \text{երև } d = 1 \text{ կամ } d \geq 3 \\ 16 & \text{երև } d = 2: \end{cases}$$

ЛИТЕРАТУРА—ՆՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ M. S. Paterson, C. E. Hewitt, «Comparative schematology», Concurrent Systems and parallel Computation, Woods Hole, MA, p. 119–127, June 2–5, 1970. ² J. Hopcroft, W. Paul, I. Valiant, J. of the Assoc. for Comp. Machinery, v. 24, № 2, p. 332–337 (1977). ³ J. E. Savage, S. Swamy, IEEE Transactions of Information Theory, v. IT-24, № 5, p. 564–568 (1978). ⁴ N. Pippenger, J. of the Assoc. for Comp. Machinery, v. 25, № 3, p. 500–515 (1978). ⁵ M. Tompa, J. of Comp. and Syst. Sciences, v. 20, p. 118–132 (1980).

УДК 517.547

МАТЕМАТИКА

Д. Т. Багдасарян, И. В. Оганисян

Граничные свойства функций $B_\alpha(z; z_k)$ М. М. Джрбашяна

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР В. С. Захаряном 26/III 1990)

На пути построения общей теории факторизации мероморфных в круге $D: \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ функций М. М. Джрбашян (1) конструктивно построил произведения $B_\alpha(z; z_k)$, зависящие от непрерывного параметра $\alpha \in (-1, \infty)$, сходимость которого имеет место только при условии

$$\sum_{k=1}^{\infty} (1 - |z_k|)^{1+\alpha} < +\infty. \quad (1)$$

Эти произведения, переходящие к классической функции Бляшке $B(\cdot)$ лишь при условии $\alpha = 0$, строились таким образом:

$$B_\alpha(z; z_k) = \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right) e^{-W_\alpha(z; z_k)}, \quad (2)$$

где

$$W_\alpha(z; z_k) = \omega_\alpha^{(1)}(z; z_k) - \omega_\alpha^{(2)}(z; z_k), \quad (3)$$

$$\omega_\alpha^{(1)}(z; z_k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(1+\alpha+k)}{\Gamma(1+\alpha)\Gamma(1+k)} \left(\frac{z}{z_k}\right)^k \int_{|z|}^1 (1-x)^2 x^{-k-1} dx, \quad (4)$$

$$\omega_\alpha^{(2)}(z; z_k) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma(1+\alpha+k)}{\Gamma(1+\alpha)\Gamma(1+k)} \left(\frac{z}{z_k}\right)^k \int_0^{|z|} (1-x)^\alpha x^{k-1} dx. \quad (5)$$

Далее М. М. Джрбашян (1) путем эффективного применения аппарата операторов $D^{-\alpha}$ ($-1 < \alpha < +\infty$) дробного интегрирования Римана—Лиувилля дал широкое обобщение класса N мероморфных функций в D Неванлинны: класс N_α ($-1 < \alpha < +\infty$), совпадающий с N при $\alpha = 0$. Классы N_α обладают свойствами:

$$N_{\alpha_1} \subset N_{\alpha_2}, \quad (-1 < \alpha_1 < \alpha_2 < +\infty), \quad B_\alpha(z; z_k) \in N_\alpha.$$

Как известно (см. (2)), множество E , измеримое ν , имеет положительную γ -емкость ($0 < \gamma < 1$), если найдется такая $\mu \ll E$, т. е.

$$\int_E d\mu = 1,$$

для которой функция

$$V_1(x, r) = \int_0^{2\pi} \frac{du}{|e^{iu} - re^{ix}|^r}$$

остаётся равномерно ограниченной по x при $r \rightarrow 1-0$.

Если же для любой меры $\mu < E$ имеет место

$$V_1(\mu) = \sup_{0 < r < 1} \{ \max_{0 \leq x < 2\pi} V_1(x, r) \} = +\infty,$$

то E имеет γ -емкость, равную нулю, и тогда будем писать

$$\text{cap}_\gamma E = 0.$$

Известно, что если $\text{cap}_\gamma E_k = 0$ ($k = 1, 2, \dots, p$), то имеем также

$$\text{cap}_\gamma \left\{ \bigcup_1^p E_k \right\} = \text{cap}_\gamma \left\{ \bigcap_1^p E_k \right\} = 0.$$

В совместной работе М. М. Джрбашяна и В. С. Захаряна ((³), теорема 2, при $\omega(x) = (1-x)^\alpha$) была установлена следующая

Теорема А. Если $F(z) \in N_\alpha (-1 < \alpha < 0)$, то предел

$$F(e^{i\theta}) = \lim_{r \rightarrow 1-0} F(re^{i\theta}) \quad (6)$$

существует для любого $\theta \in]0, 2\pi[$, кроме, быть может, некоторого множества $E \subset]0, 2\pi[$, $(1+\alpha)$ -емкость которого равна нулю.

В работе (⁴) доказывается неулучшаемость теоремы А.

Цель нашей работы исследовать граничные свойства произведений $B_\alpha(z; z_k)$ М. М. Джрбашяна для положительных α , если нули $\{z_k\}$ удовлетворяют более сильному условию, чем (1). В частности, теорема А распространяется и на случай $0 < \alpha < 1$.

Сначала докажем следующую лемму.

Лемма 1. Если

$$\sum_{k=1}^{\infty} (1 - |z_k|)^\alpha < +\infty, \quad 0 < \alpha < \infty, \quad (7)$$

то имеет место представление

$$B_\alpha(z; z_k) = B_{\alpha-1}(z; z_k) \exp \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ 2 \int_{|z_k|}^1 \frac{(1-x)^{\alpha-1}}{\left(1 - \frac{z_k}{x} z\right)^\alpha} dx - \frac{(1-|z_k|)^\alpha}{\alpha} \right\}. \quad (8)$$

Доказательство. Из (4) имеем

$$\begin{aligned} \omega_\alpha^{(k)}(z; \cdot) - \omega_{\alpha-1}^{(k)}(z; \cdot) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(1+k)} (\bar{z})^k \left\{ \frac{\alpha+k}{\alpha} \int_{|z_k|}^1 (1-x)^\alpha x^{-k-1} dx - \right. \\ &\quad \left. - \int_{|z_k|}^1 (1-x)^{\alpha-1} x^{-k-1} dx \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

С помощью интегрирования по частям получаем

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha+k}{\alpha} \int_{|z|}^1 (1-x)^\alpha x^{k-1} dx - \int_{|z|}^1 (1-x)^{\alpha-1} x^{k-1} dx = \int_{|z|}^1 (1-x)^\alpha x^{k-1} dx - \\ & - \int_{|z|}^1 (1-x)^{\alpha-1} x^{k-1} dx + \frac{k}{\alpha} \int_{|z|}^1 (1-x)^\alpha x^{k-1} dx = - \int_{|z|}^1 (1-x)^{\alpha-1} x^{k-1} dx - \\ & - \frac{1}{\alpha} \int_{|z|}^1 (1-x)^\alpha x^{k-1} dx = -2 \int_{|z|}^1 (1-x)^{\alpha-1} x^{k-1} dx + \frac{1}{\alpha} \frac{(1-|z|)^\alpha}{|z|^k}. \end{aligned} \quad (10)$$

Следовательно, из (9) получаем

$$\begin{aligned} \omega_\alpha^{(1)}(z; \bar{z}) - \omega_{\alpha-1}^{(1)}(z; \bar{z}) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(1+k)} \frac{(1-|z|)^\alpha}{\alpha} \left(\frac{\bar{z}}{|z|}\right)^k - \\ &- 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(1+k)} (\bar{z})^k \int_{|z|}^1 (1-x)^{\alpha-1} x^{k-1} dx. \end{aligned}$$

Но так как

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(1+k)} z^k = \frac{1}{(1-z)^\alpha}, \quad |z| < 1, \quad (11)$$

то получаем

$$\omega_\alpha^{(1)}(z; \bar{z}) - \omega_{\alpha-1}^{(1)}(z; \bar{z}) = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1-|z|}{1-\frac{\bar{z}}{|z|}} \right)^\alpha - 2 \int_{|z|}^1 \frac{(1-x)^{\alpha-1}}{\left(1-\frac{\bar{z}}{|z|}x\right)} dx. \quad (12)$$

Аналогично из (5) получаем

$$\begin{aligned} \omega_\alpha^{(2)}(z; \bar{z}) - \omega_{\alpha-1}^{(2)}(z; \bar{z}) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(1+k)} \left| \frac{\alpha+k}{\alpha} \int_0^{|z|} (1-x)^\alpha x^{k-1} dx - \right. \\ &- \left. \int_0^{|z|} (1-x)^{\alpha-1} x^{k-1} dx \right| = \frac{1}{\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(1+k)} (1-|z|)^\alpha \left(\frac{|z|}{z}\right)^k. \end{aligned}$$

Откуда из (11) и (3) находим

$$\omega_\alpha^{(2)}(z; \bar{z}) - \omega_{\alpha-1}^{(2)}(z; \bar{z}) = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1-|z|}{1-\frac{\bar{z}}{|z|}} \right)^\alpha - \frac{(1-|z|)^\alpha}{\alpha}, \quad (13)$$

$$W_\alpha(z; \bar{z}) = W_{\alpha-1}(z; \bar{z}) + \frac{(1-|z|)^\alpha}{\alpha} - 2 \int_{|z|}^1 \frac{(1-x)^{\alpha-1}}{\left(1-\frac{\bar{z}}{|z|}x\right)} dx. \quad (14)$$

Так как из условия (7) следует и условие (1), то из (14) получаем доказательство леммы.

Применяя несколько раз формулы (8), получаем следующее.

Теорема 1. Пусть $\alpha > 0$, $\alpha = n + \beta$, где $0 < \beta \leq 1$, n — целое число, тогда, если

$$\sum_{k=1}^{\infty} (1 - |z_k|)^\alpha < +\infty, \quad (15)$$

то имеет место представление

$$B_\alpha(z; z_k) = B_{\beta-1}(z; z_k) \exp \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ 2 \int_{|z_k|}^1 \left[\frac{(1-x)^{\alpha-1}}{\left(1 - \frac{\bar{z}_k z}{x}\right)^\alpha} + \dots + \frac{(1-x)^{\beta-1}}{\left(1 - \frac{\bar{z}_k z}{x}\right)^\beta} \right] dx - \left[\frac{(1-|z_k|)^\alpha}{\alpha} + \dots + \frac{(1-|z_k|)^\beta}{\beta} \right] \right\}. \quad (16)$$

В частном случае, так как при условии (15) $B_{\beta-1}(z; z_k) \in \mathcal{H}$, то

$$B_\alpha(z; z_k) = B_0(z; z_k) \exp \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ 2 \int_{|z_k|}^1 \left[\frac{(1-x)^{\alpha-1}}{\left(1 - \frac{\bar{z}_k z}{x}\right)^\alpha} + \dots + \frac{(1-x)^{\beta-1}}{\left(1 - \frac{\bar{z}_k z}{x}\right)^\beta} \right] dx - \left[\frac{(1-|z_k|)^\alpha}{\alpha} + \dots + \frac{(1-|z_k|)^\beta}{\beta} \right] - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{i\theta} + z}{e^{i\theta} - z} d\psi(\theta) \right\}, \quad (17)$$

где $B_0(z; z_k)$ — функция Бляшке, $\psi(\theta)$ — действительная функция с конечным полным изменением на $[0, 2\pi]$.

Если $\alpha = n$, то условие (7) заменяется более слабым условием и мы получаем следующую теорему.

Теорема 2. Если нули функции $B_n(z; z_k)$ удовлетворяют условию

$$\sum_{k=1}^{\infty} (1 - |z_k|) < +\infty, \quad (18)$$

то имеет место представление

$$B_n(z; z_k) = B(z) \exp \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} 2 \int_{|z_k|}^1 \left[\frac{(1-x)^{n-1}}{\left(1 - \frac{\bar{z}_k z}{x}\right)^n} + \dots + \frac{1}{1 - \frac{\bar{z}_k z}{x}} \right] dx - \left[\frac{(1-|z_k|)^n}{n} + \dots + \frac{1-|z_k|}{1} \right] \right\}. \quad (19)$$

Из леммы 1 получаем следующие граничные свойства функции $B_\alpha(z; z_k)$ ($\alpha > 0$) М. М. Джрбашяна.

Теорема 3. Пусть $\{z_k\}_1$ удовлетворяет условию

$$\sum_{k=1}^{\infty} (1 - |z_k|) < +\infty, \quad (20)$$

тогда, если

$$\sum_{k=1}^{\infty} \int_0^1 \frac{(1-x)^{\alpha-1}}{|z_k| \left| 1 - \frac{\bar{z}_k}{x} e^{i\theta} \right|^{\alpha}} dx < +\infty, \quad (21)$$

то в точке $e^{i\theta}$ функции $B_{\alpha-1}(z; z_k)$ и $B_{\alpha}(z, z_k)$ одновременно имеют или не имеют радиального предела (6).

Доказательство. Имеем

$$\begin{aligned} \left| 1 - \frac{\bar{z}_k}{x} r e^{i\theta} \right| &\geq 1-r, & \left| 1 - \frac{\bar{z}_k}{x} r e^{i\theta} \right| &\geq \left| 1 - \frac{\bar{z}_k}{x} e^{i\theta} \right| - \\ & & - \left| \frac{\bar{z}_k}{x} \right| (1-r) &\geq \left| 1 - \frac{\bar{z}_k}{x} e^{i\theta} \right| - (1-r). \end{aligned}$$

Складывая эти неравенства, находим

$$\left| 1 - \frac{\bar{z}_k}{x} r e^{i\theta} \right| \geq \frac{1}{2} \left| 1 - \frac{\bar{z}_k}{x} e^{i\theta} \right|. \quad (22)$$

откуда вытекает, что вместе с (21) абсолютно и равномерно сходится и следующий ряд:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \int_0^1 \frac{(1-x)^{\alpha-1}}{|z_k| \left(1 - \frac{\bar{z}_k}{x} r e^{i\theta} \right)^{\alpha}} dx, \quad 0 \leq r \leq 1.$$

Следовательно, существует предел

$$\lim_{r \rightarrow 1-0} \sum_{k=1}^{\infty} 2 \int_0^1 \frac{(1-x)^{\alpha-1}}{|z_k| \left(1 - \frac{\bar{z}_k}{x} r e^{i\theta} \right)^{\alpha}} dx. \quad (23)$$

Теорема 4. Пусть нули $\{z_k\}_1$ функции $B_{\alpha}(z; z_k)$, $0 < \alpha < 1$, удовлетворяют вместо (1) более сильному условию

$$\sum_{k=1}^{\infty} (1 - |z_k|)^{\alpha} < +\infty, \quad (24)$$

тогда радиальный предел

$$\lim_{r \rightarrow 1-0} B_{\alpha}(r e^{i\theta}; z_k) - B_{\alpha}(e^{i\theta}; z_k)$$

существует для всех $\theta \in [0, 2\pi]$, кроме, быть может, некоторого множества $E \subset [0, 2\pi]$, для которого $\text{cap}_{\alpha} E = 0$.

Доказательство. Согласно теореме 3 достаточно показать, что условие (21) имеет место для всех $\theta \in [0, 2\pi]$, кроме, быть может, некоторого множества E , для которого $\text{cap}_{\alpha} E = 0$.

Вопреки утверждению, предположим, что ряд (21) расходится на множестве $E \subset [0, 2\pi]$, $\text{cap}_{\alpha} E > 0$. Тогда найдется мера $\mu \ll E$, $\mu(E) = 1$, для которой

$$\int_E \frac{d\mu(\theta)}{|1 - z_k e^{-i\theta}|^{\alpha}} \leq C_0 < +\infty, \quad (25)$$

где $C_0 > 0$ постоянная, не зависящая от z_k .

Так как имеем

$$\begin{aligned} \left| 1 - \frac{\bar{z}_k}{x} e^{i\theta} \right| &= \left| 1 - \bar{z}_k e^{i\theta} + \bar{z}_k e^{i\theta} - \frac{\bar{z}_k}{x} e^{i\theta} \right| = \\ &= |1 - \bar{z}_k e^{i\theta}| \left| 1 - \frac{\bar{z}_k e^{i\theta} (1-x)}{x(1 - \bar{z}_k e^{i\theta})} \right| \Rightarrow |1 - \bar{z}_k e^{i\theta}| \frac{x - |z_k|}{x(1 - |z_k|)}, \end{aligned}$$

то получаем

$$\int_{|z_k|}^1 \frac{(1-x)^{\alpha-1}}{\left| 1 - \frac{\bar{z}_k}{x} e^{i\theta} \right|^\alpha} dx \leq \frac{(1-|z_k|)^\alpha}{|1 - \bar{z}_k e^{-i\theta}|^\alpha} \int_{|z_k|}^1 \frac{(1-x)^{\alpha-1}}{(x-|z_k|)^\alpha} dx. \quad (26)$$

Но при $0 < \alpha < 1$

$$\begin{aligned} \int_{|z_k|}^1 \frac{(1-x)^{\alpha-1}}{(x-|z_k|)^\alpha} dx &= \int_{|z_k|}^{\frac{1+|z_k|}{2}} \frac{dx}{(1-x)^{1-\alpha}(x-|z_k|)^\alpha} + \int_{\frac{1+|z_k|}{2}}^1 \frac{dx}{(1-x)^{1-\alpha}(x-|z_k|)^\alpha} \leq \\ &\leq \frac{2^{1-\alpha}}{(1-|z_k|)^{1-\alpha}} \int_{|z_k|}^{\frac{1+|z_k|}{2}} \frac{dx}{(x-|z_k|)^\alpha} + \frac{2^\alpha}{(1-|z_k|)^\alpha} \int_{\frac{1+|z_k|}{2}}^1 \frac{dx}{(1-x)^{1-\alpha}} \leq \text{const} = C_1. \end{aligned}$$

Отсюда и из (26) получаем

$$\int_{|z_k|}^1 \frac{(1-x)^{\alpha-1}}{\left| 1 - \frac{\bar{z}_k}{x} e^{i\theta} \right|^\alpha} dx \leq C_1 \frac{(1-|z_k|)^\alpha}{|1 - \bar{z}_k e^{-i\theta}|^\alpha}. \quad (27)$$

Из (25) и (27) следует, что

$$\begin{aligned} \int_E \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \int_{|z_k|}^1 \frac{(1-x)^{\alpha-1}}{\left| 1 - \frac{\bar{z}_k}{x} e^{i\theta} \right|^\alpha} dx \right\} d\mu &\leq C_1 \int_E \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(1-|z_k|)^\alpha}{|1 - \bar{z}_k e^{-i\theta}|^\alpha} \right\} d\mu \leq \\ &\leq C_1 \sum_{k=1}^{\infty} (1-|z_k|)^\alpha \int_E \frac{d\mu}{|1 - \bar{z}_k e^{-i\theta}|^\alpha} \leq C_0 C_1 \sum_{k=1}^{\infty} (1-|z_k|)^\alpha < \text{const}, \end{aligned}$$

что противоречит нашему допущению о том, что на множестве E ряд (21) расходится. Отсюда, по теореме 3 и теореме А, получается доказательство теоремы.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Մ. Մ. Զրբաշյանի $B_\alpha(z; z_k)$ արտադրյալների եզրային հատկությունների մասին

Միավոր շրջանում մերոմորֆ ֆունկցիաների դասերին նվիրված աշխատանքներից է Մ. Մ. Զրբաշյանի կողմից սահմանված $N_\alpha (-1 < \alpha < \infty)$ դասը, որը հանդիսանում է Ռ. Նևանլինայի $N = N_0$ դասի բնական ընդհանրացումը:

Հայտնի է նաև, որ $N_\alpha \supset N_0$, երբ $-1 < \alpha < 0$ և $N_0 \supset N_\alpha$, երբ $0 < \alpha < \infty$.

Զրբաշյանի $B_\alpha(z; z_k)$ արտադրյալները հանդիսանում են N_α դասերի դրոների և բևեռների կրողները, որոնք, մասնավորապես $\alpha = 0$ դեպքում համընկնում են Բլյաշկեի $B(z)$ ֆունկցիաների հետ:

Պարամետրի $-1 < \alpha \leq 0$ արժեքների համար N_α դասերի եզրային հատկությունները ուսումնասիրված են Մ. Մ. Զրբաշյանի և Վ. Ս. Զաքարյանի կողմից: Ներկա աշխատանքում ստացված են եզրային հատկություններ $B_\alpha(z; z_k)$ արտադրյալների համար, երբ $0 < \alpha < \infty$ Մասնավորապես սպա-
ցուցված է հետևյալը:

Խ Լ Ե Ր Ե Վ. Թող $B_\alpha(z; z_k)$ արտադրյալների $\{z_k\}$ զրոները բավարարում են հետևյալ պայմանին՝

$$\sum_{k=1}^{\infty} (1 - |z_k|)^\alpha < +\infty, \quad 0 < \alpha < 1,$$

ապա՝

$$\lim_{r \rightarrow 1-0} B_\alpha(re^{i\theta}; z_k) = B_\alpha(e^{i\theta}; z_k)$$

շառավղային սահմանները գոյություն ունեն բոլոր $\theta \in [0, 2\pi]$ համար, բացի գուցե մի բազմություն, որի α ունակությունը հավասար է զրոյի:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ М. М. Джрбашян, Интегральные преобразования и представление функций в комплексной области, Наука, М., 1966. ² Н. К. Барн, Тригонометрические ряды, Физматгиз, М., 1961. ³ М. М. Джрбашян, В. С. Захарян, Изв. АН СССР. Сер. мат. т. 34 (1970). ⁴ В. С. Захарян, С. В. Мадоян, ДАН АрмССР, т. 79, № 1, с. 7—9 (1984).

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. В. Тоноян

О двух осесимметричных задачах для упругого
 трансверсально-изотропного пространства
 с круглой цилиндрической полостью

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 26/IV 1990)

Рассматриваются две осесимметричные задачи для упругого трансверсально-изотропного пространства с круглым цилиндрическим ослаблением бесконечной длины, когда на конечном участке на поверхности полости действуют равномерно распределенные осесимметричные нагрузки (приложенные нормально к поверхности полости или касательно-параллельно к оси полости).

Получены выражения для определения в упругой среде перемещений и напряжений. Из полученных выражений найдены соответствующие значения для искомых величин, для случая, когда упругое тело является изотропным.

1. *Постановка и решение симметричной задачи.* Вначале рассматривается симметричный случай (на поверхности полости нагрузка на участке $-\varepsilon < z < \varepsilon$ задается приложенной нормально к поверхности). В этом случае достаточно задачу рассматривать для половины пространства $z > 0$ с граничными условиями

$$u_z|_{z=0} = \tau_{rz}|_{z=0} = \tau_{rz}|_{r=R} = 0, \quad \sigma_r|_{r=R} = \begin{cases} -p & 0 < z < \varepsilon, \\ 0 & z > \varepsilon \end{cases}, \quad (1.1)$$

где R — радиус цилиндрической полости.

Решение задачи строится при помощи функций Эллиотта (^{1,2}) $\Phi_1(r, z)$ и $\Phi_2(r, z)$, которые удовлетворяют уравнениям

$$\nabla_i^2 \Phi_i = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + i_i^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Phi_i = 0 \quad (i=1, 2). \quad (1.2)$$

Перемещения и напряжения выражаются при помощи этих функций соотношениями

$$u_r(r, z) = \frac{\partial}{\partial r} (\Phi_1 + \Phi_2), \quad u_z = k_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} + k_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial z}; \quad (1.3)$$

$$\sigma_z(r, z) = A_{44} \left[(1+k_1) i_1^2 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} + (1+k_2) i_2^2 \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial z^2} \right];$$

$$\sigma_r(r, z) = -\frac{A_{11} - A_{12}}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\Phi_1 + \Phi_2) + A_{44} \left[(1+k_1) \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} + (1+k_2) \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial z^2} \right];$$

$$\tau_{rz}(r, z) = A_{44} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \left[(1+k_1) \Phi_1 + (1+k_2) \Phi_2 \right].$$

где $i_1^2 (i=1, 2)$ – неравные корни уравнения,

$$A_{11}A_{44}i^4 + [A_{12}(A_{12} + 2A_{44}) - A_{11}A_{22}]i^2 + A_{11}A_{44} = 0, \quad (1.4)$$

$$k_i = \frac{A_{11}i_1^2 - A_{44}}{A_{12} + A_{44}}, \quad (i=1, 2), \quad (1.5)$$

а A_{ij} – упругие постоянные из уравнений обобщенного закона Гука (2)

$$\sigma_r = A_{11} \frac{\partial u_r}{\partial r} + A_{12} \frac{u_r}{r} + A_{13} \frac{\partial u_z}{\partial z};$$

$$\sigma_z = A_{12} \frac{\partial u_r}{\partial r} + A_{11} \frac{u_r}{r} + A_{13} \frac{\partial u_z}{\partial z}; \quad (1.6)$$

$$\sigma_{rz} = A_{13} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{u_r}{r} \right) = A_{23} \frac{\partial u_z}{\partial z};$$

$$\tau_{rz} = A_{44} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right).$$

Решения уравнений (1.2) для упомянутой задачи берутся в виде

$$\Phi_i(r, z) = \int_0^\infty C_i(\gamma) \cos(\gamma z) K_0(i_1 \gamma r) d\gamma \quad (i=1, 2). \quad (1.7)$$

Используя функции (1.7) по формулам (1.3), будем иметь

$$u_r = - \int_0^\infty \gamma \cos(\gamma z) [i_1 C_1(\gamma) K_1(i_1 \gamma r) + i_2 C_2(\gamma) K_1(i_2 \gamma r)] d\gamma;$$

$$u_z = - \int_0^\infty \gamma \sin(\gamma z) [k_1 C_1(\gamma) K_0(i_1 \gamma r) + k_2 C_2(\gamma) K_0(i_2 \gamma r)] d\gamma;$$

$$\sigma_r = \frac{A_{11} - A_{12}}{r} \int_0^\infty \gamma \cos(\gamma z) [i_1 C_1(\gamma) K_1(i_1 \gamma r) + i_2 C_2(\gamma) K_1(i_2 \gamma r)] d\gamma + \quad (1.8)$$

$$+ A_{44} \int_0^\infty \gamma^2 \cos(\gamma z) [(1 + k_1) C_1(\gamma) K_0(i_1 \gamma r) + (1 + k_2) C_2(\gamma) K_0(i_2 \gamma r)] d\gamma;$$

$$\tau_{rz} = A_{44} \int_0^\infty \gamma^2 \sin(\gamma z) [(1 + k_1) i_1 C_1(\gamma) K_1(i_1 \gamma r) + (1 + k_2) i_2 C_2(\gamma) K_1(i_2 \gamma r)] d\gamma;$$

$$\sigma_z = - A_{44} \int_0^\infty \gamma^2 \cos(\gamma z) [(1 + k_1) i_1^2 C_1(\gamma) K_0(i_1 \gamma r) + (1 + k_2) i_2^2 C_2(\gamma) K_0(i_2 \gamma r)] d\gamma.$$

Удовлетворив граничным условиям (1.1) и переходя к пределу для случая, если нормальная нагрузка приложена на боковой поверхности в сечении $z=0$ в виде распределенных сосредоточенных сил с интенсивностью P

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} p_2 = \frac{P}{2}, \quad (1.9)$$

для неизвестных функций интегрирования найдем

$$C_1(\gamma) = \frac{P}{\pi \gamma \Omega} (1+k_2)^{i_2} K_1(i_2 \gamma R) \quad (1.10)$$

и

$$C_2(\gamma) = -\frac{P}{\pi \gamma \Omega} (1+k_1)^{i_1} K_1(i_1 \gamma R), \quad (1.11)$$

где введено обозначение

$$\Omega(\gamma) = \frac{A_{11} - A_{12}}{R} i_1 i_2 (k_2 - k_1) K_1(i_1 \gamma R) K_1(i_2 \gamma R) + \quad (1.12)$$

$$- A_{44} i_1 (1+k_1)(1+k_2) i_2 K_0(i_1 \gamma R) K_1(i_2 \gamma R) - i_1 K_0(i_2 \gamma R) K_1(i_1 \gamma R).$$

Используя найденные значения для перемещений и напряжений, будем иметь

$$u_r = \frac{P}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{i_1 i_2 \cos(\gamma z)}{\Omega(\gamma)} [(1+k_1) K_1(i_1 \gamma R) K_1(i_2 \gamma r) - (1+k_2) K_1(i_2 \gamma R) K_1(i_1 \gamma r)] d\gamma; \quad (1.13)$$

$$u_z = \frac{P}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(\gamma z)}{\Omega(\gamma)} [i_1 (1+k_1) k_2 K_1(i_1 \gamma R) K_0(i_2 \gamma r) - \\ - i_2 (1+k_2) k_1 K_1(i_2 \gamma R) K_0(i_1 \gamma r)] d\gamma; \quad (1.14)$$

$$\sigma_z = \frac{A_{44} P}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\gamma i_1 i_2 (1+k_1)(1+k_2)}{\Omega(\gamma)} \cos(\gamma z) [i_2 K_0(i_2 \gamma r) K_1(i_1 \gamma R) - \\ - i_1 K_0(i_1 \gamma r) K_1(i_2 \gamma R)] d\gamma; \quad (1.15)$$

$$\tau_{rz} = \frac{(A_{11} - A_{12}) P}{\pi r} \int_0^{\infty} \frac{i_1 i_2 \cos(\gamma z)}{\Omega(\gamma)} [(1+k_2) K_1(i_1 \gamma r) K_1(i_2 \gamma R) - \\ - (1+k_1) K_1(i_2 \gamma r) K_1(i_1 \gamma R)] d\gamma + \frac{A_{44} P}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\gamma (1+k_1)(1+k_2)}{\Omega(\gamma)} \times \\ \times \cos(\gamma z) [i_2 K_0(i_1 \gamma r) K_1(i_2 \gamma R) - i_1 K_0(i_2 \gamma r) K_1(i_1 \gamma R)] d\gamma; \quad (1.16)$$

$$\tau_{rz} = \frac{A_{44} P}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\gamma i_1 i_2 (1+k_1)(1+k_2)}{\Omega(\gamma)} \sin(\gamma z) [K_1(i_1 \gamma r) K_1(i_2 \gamma R) - K_1(i_2 \gamma r) K_1(i_1 \gamma R)] d\gamma. \quad (1.17)$$

Для изотропного пространства, учитывая значения $A_{11} = A_{33} = \lambda + 2G$; $A_{12} = A_{21} = \lambda$; $A_{44} = G$ и переходя в выражениях (1.13)–(1.17) к пределу при $i_l \rightarrow 1$, $K_l \rightarrow 1$ ($l = 1, 2$), будем иметь

$$u_r = \frac{RP}{2\pi G} \int_0^\infty \frac{\cos(\gamma z)}{\Omega_0(\gamma)} [\gamma r K_1(\gamma R) K_0(\gamma r) - \gamma R K_0(\gamma R) K_1(\gamma r) + 2(1-\nu) K_1(\gamma R) K_1(\gamma r)] d\gamma.$$

$$u_z = -\frac{RP}{2\pi G} \int_0^\infty \frac{\sin(\gamma z)}{\Omega_0(\gamma)} [\gamma R K_0(\gamma R) K_0(\gamma r) + 2(1-\nu) K_1(\gamma R) K_0(\gamma r) - \gamma r K_1(\gamma R) K_1(\gamma r)] d\gamma.$$

$$\sigma_z = \frac{RP}{\pi} \int_0^\infty \frac{\gamma \cos(\gamma z)}{\Omega_0(\gamma)} [\gamma r K_1(\gamma R) K_1(\gamma r) - 2K_1(\gamma R) K_0(\gamma r) - \gamma R K_0(\gamma R) K_0(\gamma r)] d\gamma.$$

$$\tau_{rz} = \frac{RP}{\pi r} \int_0^\infty \frac{\cos(\gamma z)}{\Omega_0(\gamma)} [\gamma^2 r R K_0(\gamma R) K_0(\gamma r) - \gamma^2 r K_1(\gamma R) K_0(\gamma r) - \gamma r K K_0(\gamma R) K_1(\gamma r) - (2-2\nu + \gamma^2 r^2) K_1(\gamma R) K_1(\gamma r)] d\gamma.$$

$$\tau_{rz} = \frac{RP}{\pi} \int_0^\infty \frac{\gamma^2 \sin(\gamma z)}{\Omega_0(\gamma)} [R K_0(\gamma R) K_1(\gamma r) - r K_0(\gamma r) K_1(\gamma R)] d\gamma.$$

где

$$\Omega_0(\gamma) = \gamma^2 R^2 K_0^2(\gamma R) - (2-2\nu + \gamma^2 R^2) K_1^2(\gamma R).$$

2. *Решение антисимметричной задачи.* Здесь рассматривается антисимметричный случай (на поверхности полости нагрузка на участке $-\epsilon < z < \epsilon$ задается приложенной касательно к поверхности, направленной параллельно оси полости). В этом случае задача рассматривается для половины пространства $z > 0$ с граничными условиями

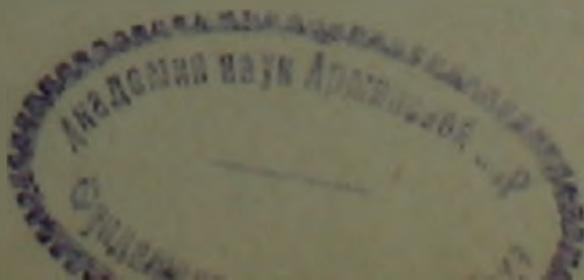
$$u_r|_{z=0} = \sigma_z|_{z=0} = \tau_{rz}|_{z=0} = 0; \quad \tau_{rz} = \begin{cases} q & 0 < z < \epsilon \\ 0 & z > \epsilon \end{cases} \quad (2.1)$$

Для решения этой задачи пользуемся соотношениями (1.2) — (1.6) и решения уравнений (1.2) берем в виде

$$\Phi_i(r, z) = \int_0^\infty B_i(\gamma) \sin(\gamma z) K_0(\gamma r) d\gamma \quad (i=1, 2). \quad (2.2)$$

Составляя выражения для перемещений и напряжений, соответствующие выражениям (1.8), удовлетворив граничным условиям (2.1) и используя также обозначение вида (1.9) для случая, если $\epsilon \rightarrow 0$, определим неизвестные функции интегрирования $B_i(\gamma)$ ($i=1, 2$). Далее для определения перемещений и напряжений в упругой среде в этом случае получим следующие выражения:

$$u_r = \frac{Q}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin(\gamma z)}{\gamma M(\gamma)} \left\{ \gamma [(1+k_1)^{-1/2} K_0(\gamma_1 R) K_1(\gamma_2 \gamma r) - (1+k_2)^{-1/2} K_0(\gamma_2 R) K_1(\gamma_1 \gamma r)] + \right.$$



$$+ \frac{A_{11} - A_{12}}{A_{44}R} \gamma_{12} \left| K_1(i_1 \gamma R) K_1(i_2 \gamma r) - K_1(i_2 \gamma R) K_1(i_1 \gamma r) \right| d\gamma, \quad (2.3)$$

$$u_z = \frac{Q}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(\gamma z)}{\gamma M(\gamma)} \left\{ \gamma [k_1(1+k_2) K_0(i_1 \gamma r) K_0(i_2 \gamma R) - k_2(1+k_1) K_0(i_2 \gamma r) K_0(i_1 \gamma R)] + \right. \\ \left. + \frac{A_{11} - A_{12}}{A_{44}R} \gamma_{12} [k_1 i_2 K_0(i_1 \gamma r) K_1(i_2 \gamma R) - k_2 i_1 K_0(i_2 \gamma r) K_1(i_1 \gamma R)] \right\} d\gamma, \quad (2.4)$$

$$\sigma_z = \frac{Q}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(\gamma z)}{M(\gamma)} \left\{ \gamma A_{44} (1+k_1)(1+k_2) [i_2^2 K_0(i_1 \gamma R) K_0(i_2 \gamma r) - i_1^2 K_0(i_2 \gamma R) K_0(i_1 \gamma r)] + \right. \\ \left. + \frac{A_{11} - A_{12}}{R} \gamma_{12} [(1+k_2) i_2 K_0(i_2 \gamma r) K_1(i_1 \gamma R) - (1+k_1) i_1 K_0(i_1 \gamma r) K_1(i_2 \gamma R)] \right\} d\gamma, \quad (2.5)$$

$$\sigma_r = \frac{Q}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(\gamma z)}{M(\gamma)} \left\{ \frac{A_{11} - A_{12}}{r} \gamma_{12} [i_1(1+k_2) K_1(i_1 \gamma r) K_0(i_2 \gamma R) - i_2(1+k_1) K_1(i_2 \gamma r) K_0(i_1 \gamma R)] + \right. \\ \left. + \frac{A_{11} - A_{12}}{A_{44}R} \gamma_{12} [K_1(i_1 \gamma r) K_1(i_2 \gamma R) - K_1(i_2 \gamma r) K_1(i_1 \gamma R)] \right\} + \\ + (1+k_1)(1+k_2) A_{44} \gamma^2 [K_0(i_1 \gamma r) K_0(i_2 \gamma R) - K_0(i_2 \gamma r) K_0(i_1 \gamma R)] + \\ + \frac{(A_{11} - A_{12}) \gamma_{12}}{R} [(1+k_2) i_2 K_1(i_2 \gamma R) K_0(i_1 \gamma r) - (1+k_1) i_1 K_1(i_1 \gamma R) K_0(i_2 \gamma r)] \Big\} d\gamma. \quad (2.6)$$

$$\tau_{rz} = \frac{Q}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(\gamma z)}{M(\gamma)} \left\{ A_{44} \gamma (1+k_1)(1+k_2) [i_2 K_1(i_2 \gamma r) K_0(i_1 \gamma R) - i_1 K_1(i_1 \gamma r) K_0(i_2 \gamma R)] + \right. \\ \left. + \frac{A_{11} - A_{12}}{R} \gamma_{12} [(1+k_2) K_1(i_2 \gamma r) K_1(i_1 \gamma R) - (1+k_1) K_1(i_1 \gamma r) K_1(i_2 \gamma R)] \right\} d\gamma, \quad (2.7)$$

где использовано обозначение

$$M(\gamma) = A_{44} (1+k_1)(1+k_2) \gamma \left| i_2 K_0(i_1 \gamma R) K_1(i_2 \gamma r) - i_1 K_0(i_2 \gamma R) K_1(i_1 \gamma r) \right| + \\ + \frac{A_{11} - A_{12}}{R} \gamma_{12} (k_2 - k_1) K_1(i_1 \gamma R) K_1(i_2 \gamma r). \quad (2.8)$$

Из выражений (2.3) — (2.8), переходя к пределу при $i_i \rightarrow 1$ и $k_i \rightarrow 1$ ($i = 1, 2$), получим значения искомых величин перемещений и напряжений для соответствующей задачи для изотропного пространства.

Другие задачи для трансверсально-изотропной среды рассмотрены в работах (3-9).

Институт механики Академии наук
Армянской ССР

Պլանային խոռոչով առաձգական տրանսվերսալ-իզոտրոպ տարածության համար երկու առանցքասիմետրիկ խնդիրներ

Դիտարկված են անվերջ երկարությամբ գլանային թուլացումով առաձգական, տրանսվերսալ-իզոտրոպ տարածության համար երկու առանցքասիմետրիկ խնդիրներ, երբ հանվածքի մակերևույթի վերջավոր մասում ազդում են ռադիալաչափ բաշխված առանցքասիմետրիկ ուժեր (որոնք կիրառված են խոռոչի մակերևույթին ուղղահայաց կամ շոշափող՝ դուգաճև խոռոչի առանցքին)։

Ստացված են առաձգական միջավայրում տեղափոխությունների և լարումների որոշման համար արտահայտություններ։ Ստացված արտահայտություններից գտնված են փնտրվող մեծությունների համար համապատասխան արժեքներ այն դեպքում, երբ առաձգական տարածությունը իզոտրոպ է։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ H. A. Elliott, Proc. Camb. Philos. Society, v. 41, part 4, p. 522–533 (1918).
² С. Г. Лехницкий, Теория упругости анизотропного тела. М., 1977. ³ H. A. Elliott, Proc. Camb. Philos. Society, v. 45, part 4, p. 621–631 (1949). ⁴ А. А. Баблюк, ДАН АрмССР, т. 32, № 4, с. 189–195 (1961). ⁵ А. А. Баблюк, Изв АН-АрмССР. Серия ФМН, т. 14, № 4, с. 61–70 (1961). ⁶ Deutsche Bulletin Acad. Polon. Sci., ser. sci-techn, v. 11, № 9, p. 312–320 (1963). ⁷ Д. В. Грилицкий, Я. М. Кизыма, ИМ (журн. АН УкрССР), т. 10, вып. 3, с. 297–304 (1964). ⁸ Чен, Прикладная механика (Тр. Американского общества инженеров-механиков, рус. пер.), т. 33, № 2, с. 98–107 (1966). ⁹ A. Atsumi, H. Parhi, Intern. Journal Eng. Sci. v. 13, № 7-8 p. 675–685 (1975).

УДК 535.341

ФИЗИКА

С. А. Агабалян, Ф. П. Сафарян

К теории многофононных безызлучательных переходов
 в примесных диэлектрических кристаллах

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 6/IV 1990)

1. Для вычисления вероятности многофононных безызлучательных переходов (МБП) до сих пор учитывался или вклад линейного по фононным операторам члена гамильтониана электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ) (¹⁻⁵), или *n*-фононный член (¹⁻⁶). Однако такой подход не имеет достаточного обоснования.

В настоящей работе сделана попытка получения формулы для вероятности МБП на основе учета вкладов всех членов гамильтониана ЭФВ.

На конкретном примере показывается, что заранее нельзя пренебречь вкладом того или иного члена гамильтониана ЭФВ и что величина вклада каждого из этих членов зависит от рассматриваемой системы, от конкретного электронного перехода и от числа фононов, участвующих в процессе МБП. Кроме того, для проведения сравнительно простых количественных вычислений, применительно к примесным РЗ-ионам, мы преобразуем эту формулу к виду, позволяющему, отвлекаясь от штарковской структуры мультиплетов, вычислить вероятность МБП непосредственно между электронными уровнями.

2. Вероятность МБП. Выражение для вероятности МБП, полученное в рамках общей теории электрон-фононной релаксации энергии электронного возбуждения, имеет вид (⁵⁻⁷):

$$W_{\lambda\mu}^{(n)} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} |B_{\alpha_1, \dots, \alpha_n}^{*(n)}(i, \mu)|^2 \prod_{l=1}^n (1 + \nu_{\alpha_l}) \delta\left(\Delta_{\lambda\mu} - \sum_{l=1}^n \omega_{\alpha_l}\right), \quad (1)$$

где $\Delta_{\lambda\mu} = \frac{1}{\hbar} \Delta\varepsilon_{\lambda\mu} = \frac{1}{\hbar} (\varepsilon_\lambda - \varepsilon_\mu)$ (ε_λ — энергия электрона в штарковском состоянии λ).

Формула (1) соответствует МБП из верхнего уровня λ на нижний примесный уровень μ с участием *n* фононов типа $\alpha_1, \dots, \alpha_n$. $\nu_\alpha = [\exp(\hbar\omega_\alpha/kT) - 1]^{-1}$ — число заполнения фононов. Коэффициенты ЭФМ $B_{\alpha_1, \dots, \alpha_n}^{*(n)}(i, \mu)$ можно представить с помощью рекуррентной формулы (⁷)

$$B_{\alpha_1, \dots, \alpha_n}^{*(n)}(i, \mu) = B_{\alpha_1, \dots, \alpha_n}^{*(n)}(i, \mu) + \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{\nu_1} \frac{B_{\alpha_1, \dots, \alpha_k}^{*(k)}(i, \nu_1) B_{\alpha_{k+1}, \dots, \alpha_n}^{*(n-k)}(\nu_1, \mu)}{\hbar\left(\Delta_{\nu_1\lambda} + \sum_{l=1}^k \omega_{\alpha_l}\right)} \quad (2)$$

В каждом члене выражения $B_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(n)}(i, \mu)$ (2), проводя суммирование по промежуточным состояниям ν_l (ν_l принимает значения λ_l и μ_l , нумерующие штатковские состояния верхнего и нижнего мультиплетов) способом, описанным в (9), мы получим следующее выражение:

$$B_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(n)}(i, \mu) = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} B_{\alpha_1 \dots \alpha_{n-k}}^{(n-k)}(i, \mu) \Delta B_{\alpha_{n-k+1} \dots \alpha_n}^{(k)} \quad (3)$$

где $\binom{n}{k}$ биномиальные коэффициенты, $\Delta B^{(1)} = 1$,

$$\Delta B_{\alpha_{j+1} \dots \alpha_{j+k}}^{(k)} = \Delta B_{\alpha_{j+1} \dots \alpha_{j+k}}^{(k)} + \sum_{l=1}^{k-1} \binom{k}{l+1} \sum_{m_1, \dots, m_l} \Delta B_{\alpha_{j+1} \dots \alpha_{j+l}}^{(k-l)} \times k \times \prod_{g=1}^l \Delta B_{\alpha_{j+1+\sigma_{g-1}} \dots \alpha_{j+\sigma_g}}^{(m_g)} \quad (4)$$

$$(1 \leq m_1 \leq m_2 \leq \dots \leq m_l \leq k - \sigma_l), \quad m_0 = 0, \quad \sigma_l = \sum_{j=1}^l m_j, \quad \sigma_l \leq k-1,$$

где

$$\Delta B_{\alpha_j \dots \alpha_{j+k}}^{(k)} = \frac{\sum_{\lambda_1} B_{\alpha_j \dots \alpha_{j+k}}^{(k)}(i, \lambda_1)}{h \left(\Delta_{\lambda_1 \lambda_1} + \sum_{i=j}^{j+k} \omega_{\alpha_i} \right)} - \frac{\sum_{\mu_1} B_{\alpha_j \dots \alpha_{j+k}}^{(k)}(i, \mu_1)}{h \left(\Delta_{\mu_1 \mu_1} + \sum_{i=j}^{j+k} \omega_{\alpha_i} \right)} \quad (5)$$

Выражение (5) для $\Delta B_{\alpha_j \dots \alpha_{j+k}}^{(k)}$ записано в наиболее общем виде.

Выражение $\Delta B_{\alpha_j \dots \alpha_{j+k}}^{(k)}$ для адиабатического приближения можно получить из формулы (5), записывая ее для случая двух изолированных друг от друга невырожденных уровней ($\lambda_i = \lambda$, $\mu_i = \mu$)

$$\Delta B_{\alpha_j \dots \alpha_{j+k}}^{(k)} = \frac{B_{\alpha_j \dots \alpha_{j+k}}^{(k)}(i, \lambda) - B_{\alpha_j \dots \alpha_{j+k}}^{(k)}(i, \mu)}{\sum_{i=j}^{j+k} \omega_{\alpha_i}} \quad (6)$$

Подставляя в (1) выражение коэффициентов $\Delta B_{\alpha_j \dots \alpha_{j+k}}^{(k)}$ (6), получим формулу вероятности МБП в адиабатическом приближении, где учтены все члены гамильтониана ЭФВ. При этом последний член полученной формулы ($k=n-1$, $i=k-1$) совпадает с выражением вероятности МБП, полученным в (1.2).

3. Вероятность МБП в случае вырожденных уровней. Формулу (5) можно упростить также для случая двух вырожденных уровней λ и μ , если в нее подставить $\Delta_{\lambda, \lambda} = \Delta_{\mu, \mu} = 0$.

Переход от коэффициентов ЭФВ к соответствующим матричным элементам можно осуществить с помощью соотношения (7.9)

$$B_{\alpha_1 \dots \alpha_k}^{(k)}(v, v') = \left| \frac{h}{M v_0 \delta} \right|^{k/2} \prod_{i=1}^k \omega_i^{1/2} \langle v | V^{(k)} | v' \rangle \sin \delta_{k, v} \quad (7)$$

где M — масса кристалла, v_0 — средняя скорость акустических волн в кристалле, δ_k — случайная фаза нормальных колебаний, $V^{(k)}$ — k -ый

член в разложении гамильтониана ЭФВ по фононным операторам ⁽¹⁰⁾,

$$V^{(n)} = \sum_{l=2,4,6} V_l^{(n)}$$

$$V_l^{(n)} = \frac{(4\pi)^{3/2}}{2n+2l+1} \left| \frac{(2n+2l+1)!}{(2n+1)!(2l+1)!} \right|^{1/2} \sum_j \frac{Ze^2 r^l (\Delta U_j)^n}{R_{0j}^{l+1} (R_{0j})} \sum_{m_r, m_x, m_j} \times \\ + C_{l, n, m_x}^{(1+l), m_j} C_{l, m_r}^{(2), m_x} Y_{l, m_x}^*(\Omega_{0j}) Y_{l, m_x}(\Omega_r), \quad (8)$$

где введены следующие обозначения: Z — эффективный заряд лигандов первой координационной сферы, (r_{0j}, Ω_{0j}) , (r, Ω_r) и $(\Delta U_j, \Omega)$ — сферические координаты радиус-вектора j -ого лиганда, радиус-вектора оптического электрона примесного иона и вектора относительного смещения j -ого лиганда, соответственно, $Y_{l, m}$ — нормированные сферические функции, $C_{l, m, m_x}^{l, m}$ — коэффициенты Клебша-Гордана.

Выражение для относительного смещения ΔU_j в длинноволновом приближении приведено в ⁽⁶⁾. Подставляя в (8) и используя известные формулы разложения тензорного произведения сферических функций ⁽¹¹⁾, для потенциальной функции $V_l^{(n)}$ нетрудно получить выражение

$$V_l^{(n)} = \frac{(4\pi)^{3/2}}{(2l+1)(2l+1)} \left| \frac{(2n+2l)!}{(2l)(2n)!(2n+2l+1)} \right|^{1/2} \sum_j \frac{Ze^2 r^l}{R_{0j}^{l+1}} \times \\ \times \sum Y_{L_j, M_j}^*(\Omega_{0j}) Y_{L_x, M_x}(\Omega_x) Y_{L_r, M_r}(\Omega_r), \quad (9)$$

где

$$l \leq L_j \leq 2n+l, \quad 0 \leq L_x \leq 2n, \quad -M_j + M_x + m_r = 0.$$

Заменяя в (9) сферические функции Y_{L_x, M_x} их среднеквадратичными значениями, для коэффициентов ЭФВ получим

$$B_{l, n, m_x}^{(n)}(\omega) = \left(\frac{\hbar}{2Mv_0^2} \right)^{n/2} \prod_{i=1}^n \omega_i^{1/2} S_n^{(l)} X_{l, m_x}; \quad (10)$$

$$\Delta B_{l, n, m_x}^{(n)} = \left(\frac{\hbar}{2Mv_0^2} \right)^{n/2} \prod_{i=1}^n \omega_i^{1/2} S_n^{(l)} \Delta X \left(\hbar \sum_{i=1}^n \omega_i \right)^{-1}, \quad (11)$$

где введены следующие обозначения:

$$S_n^{(l)} = \frac{(4\pi)^{1/2}}{(2l+1)(2n+1)^2} \left| \frac{(n+1)!(2n+2l)!}{(2n)!(2l)(2n+2l+1)} \right|^{1/2} \sum_{j=1}^n Y_{l, m_x}(\Omega_{0j}), \quad (12)$$

(видно, что параметр $S_n^{(l)}$ зависит от расположения лигандов, окружающих примесный ион, и от числа фононов (n), участвующих в процессе МБП);

$$X_{l, m_x} = \frac{Ze^2 r^l}{R_{0j}^{l+1}} (4\pi)^{1/2} \sum_{m'} \langle l, Y_{l, m'} | \mu \rangle, \quad (13)$$

$$\Delta X = \frac{Ze^2 r^l}{R_{0j}^{l+1}} (4\pi)^{1/2} \sum_{m'} \left| \sum_{m_1} \langle l, Y_{l, m_1} | \mu_1 \rangle - \sum_{m_2} \langle m | Y_{l, m} | \mu_2 \rangle \right|. \quad (14)$$

Отметим, что значения l и m_x определяются правилами отбора электронных переходов.

Подставляя выражение (3) (с учетом (10) и (11)) в формулу (1), для вероятности МБП получим

$$W_{\lambda_0}^{(n)} = \frac{2\pi}{h} \left(\frac{3h}{4\pi\rho v_0^5} \right)^n |X_{\lambda_0}|^2 J^{(n)}, \quad (15)$$

где интеграл $J^{(n)}$ имеет вид

$$J^{(n)} = \int_0^{\omega_D} \dots \int_0^{\omega_D} \delta\left(\Delta_{\lambda_0} - \sum_{l=1}^n \omega_l\right) |f^{(n)}|^2 \prod_{l=1}^n (1 + v_l) \omega_l^3 d\omega_l, \quad (16)$$

$$f^{(n)} = S_n^{(l)} + \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n}{k} S_{n-k}^{(l)} \left| S_k^{(l)} \Delta X \left(h \sum_{j=n-k+1}^n \omega_j \right)^{-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{k}{i+1} \right) \times \right. \\ \left. \times \Delta X^{i+1} \sum_{m_1, \dots, m_i} S_{k-i}^{(l)} \left(h \sum_{j=n-k+i+1}^n \omega_j \right)^{-1} \prod_{l=1}^i S_{m_l}^{(l)} \left(h \sum_{j=n-k+i+1}^{n-k+i+1} \omega_j \right) \right|. \quad (17)$$

В частном случае, когда при распаде электронного возбуждения образуются фононы равных частот*, для интеграла $J^{(n)}$ нетрудно получить выражение

$$J^{(n)} = \left(\frac{\Delta_{\lambda_0}}{n} \right)^{2n-1} |f_1^{(n)}|^2 \frac{\exp(h\Delta_{\lambda_0}/kT)}{|\exp(h\Delta_{\lambda_0}/nkT) - 1|^n}, \quad (18)$$

где

$$f_1^{(n)} = S_n^{(l)} + \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n}{k} S_{n-k}^{(l)} \sum_{i=0}^{k-1} \binom{k}{i+1} a_{i+1}^k \Delta Y^{i+1}, \quad (19)$$

$$\Delta Y = \frac{n\Delta X}{\Delta_{\lambda_0}}, \quad a_i^k = \frac{S_i^{(l)}}{k}, \quad a_{i+1}^k = \sum_{m_1, \dots, m_i} \frac{S_{k-i}^{(l)} \prod_{l=1}^i S_{m_l}}{k-i}. \quad (20)$$

Для решеток типа граната параметр $f_1^{(n)}$ принимает следующие значения:

$$f_1^{(2)} = -1.5 + 1.8\Delta Y, \quad f_1^{(3)} = -0.8 + 6.2\Delta Y - 2.5\Delta Y^2, \\ f_1^{(4)} = 0.2 + 10.7\Delta Y - 15.6\Delta Y^2 + 3.2\Delta Y^3. \quad (21)$$

Отметим, что по величине каждого из членов выражений (17) и (19) можно судить об относительном вкладе в вероятность МБП того или иного члена разложения гамильтониана ЭФВ. В частности, первый член ($S_n^{(l)}$) дает вклад n -фононного члена, а последний ($k = n-1, i = k-1$) — вклад линейного члена гамильтониана ЭФВ. Их относительные величины посредством ΔY зависят от конкретного иона и электронного перехода.

Формулой (18) целесообразно пользоваться для проведения оценочных вычислений вероятностей МБП.

Так как в формуле (15) учитываются колебания по всем направлениям, то ненулевой вклад дают только те члены в (16) и (18), которые содержат четные степени параметра ΔX .

* Известно, что такие процессы имеют большую вероятность [12].

Если отвлечься от старковской структуры, способом, предложенным в (9), для усредненных значений параметров $\lambda_{\lambda\mu}$ и $\Delta\lambda$ получим:

$$|\lambda_{\lambda\mu}|^2 = \left| \frac{Ze^2 r_{\lambda\mu}^{l_i}}{R_0^{l_i+1}} \right|^2 4\pi \frac{|\langle J_\lambda \| Y_{l_i} \| J_\mu \rangle|^2}{(2J_\lambda + 1)(2J_\mu + 1)};$$

$$|\Delta\lambda|^{2n} = 4\pi \left[\frac{Ze^2 r^l}{R_0^{l+1}} \right]^{2n} \sum_{m=0}^n \binom{2n}{2m} \left| \frac{\langle J_\lambda \| Y_{l_i} \| J_\lambda \rangle}{\sqrt{2J_\lambda + 1}} \right|^{2(n-m)} \left| \frac{\langle J_\mu \| Y_{l_i} \| J_\mu \rangle}{\sqrt{2J_\mu + 1}} \right|^{2m} \quad (22)$$

где $\langle J_\lambda \| Y_{l_i} \| J_\mu \rangle$ — приведенные матричные элементы, величины которых для РЗ-ионов табулированы в (13) (J_λ — полный угловой момент в состоянии λ).

Формулу (15) можно использовать также для вычисления вероятностей МБП между электронными уровнями примесных РЗ-ионов (9), так как старковские расщепления этих ионов малы.

Результаты вычислений вероятностей МБП для кристаллов ИАГ- Nd^{3+} и ИАГ- Er^{3+} , проведенных для температуры $T = 0^\circ\text{K}$ и значения $Z = 1$ ат. ед, сведены в таблицу.

Nd^{3+}	Переход	$\lambda_{\lambda\mu}$ (см^{-1})	n	$\Delta\lambda$	λ 10^3 (с^{-1})	$W_{\text{теор}}$ (с^{-1}) $\times 10^6$	Лит
	${}^1G_7/2 \rightarrow {}^3D_5(0)$	1150	3	1.4	1.6	> 1	(15)
	${}^3F_4(2) \rightarrow {}^4F_9/2$	827	2	1.2	4	> 1	(15)
	${}^4F_9/2 \rightarrow {}^4F_7/2$	913	2	1	30	> 1	(15)
	${}^4F_5/2 \rightarrow {}^4F_3/2$	860	2	1.2	20	> 1	(15)
	${}^4H_5/2 \rightarrow {}^4H_3/2$	1750	3	2.9	3	—	—
	${}^4H_3/2 \rightarrow {}^4H_1/2$	1400	3	2.4	10	—	—
	${}^4H_1/2 \rightarrow {}^4G_7/2$	1150	3	3	3	1	(14)
Er^{3+}	${}^4F_3/2 \rightarrow {}^4F_5/2$	1520	3	1.1	8	—	—

$\lambda_{\lambda\mu}$ — энергетическое расщепление мультиплетов;

n — число фононов;

$W_{\text{теор}}^{(n)}$ — расчетное значение вероятности МБП;

$W_{\text{эксп}}$ — экспериментальные значения вероятностей МБП, взятые из литературы, приведенной в последнем столбце.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Ս. Ա. ԱՂԱԲԱԼՅԱՆ, Յ. Պ. ՍԱՅԱՐՅԱՆ

Խառնուրդային դիէլեկտրիկ բյուրեղներում, ոչ ճառագայթային անցումների տեսության շուրջ

Հոդվածում ոչ ճառագայթային անցումների հավանականություն համար ստացվել է բանաձև, որտեղ հաշվի է առնված էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության համախառն ֆոնոնային ուղեբառերների վերլուծության բոլոր անգամների ներդրումը Ֆույյե է տրված, որ այդ վերլուծության յուրաքանչյուր անդամի ներդրման մեծությունը կախված է դիտարկվող համակարգից, տվյալ

էլեկտրոնային անցումից և անցմանը մասնակցող ֆոնոնների բանալից: Այժմ ճանապարհային անցումների հաճախակիության մոտավոր հաշիվարրների համար ստացված է բանաձև, որը թույլ է տալիս վերանայ մուլտիպլիցետների շտարկյան բաղադրութունից:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ը Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ Yu. E. Perlin, A. A. Kaminskii, Phys. Stat. Sol. (b), v. 132, №1, p. 11—40 (1985). ² Ю. Е. Перлин, УФН, т. 0, №4, с. 553—595 (1963). ³ Б. З. Малкин, ФТТ, т. 4, №8, с. 2214—2222 (1962). ⁴ L. A. Risaterg, H. W. Moos, Phys. Rev. v. 174, №2, p. 429—438 (1968). ⁵ Փ. Ս. Տաֆարյան, ФТТ, т. 19, №7, с. 1947—1952 (1977). т. 20, №5, с. 1563—1565 (1978). ⁶ К. К. Рухов, V. P. Sakun, Phys. Stat. Sol. (b), v. 95, №2, p. 391—402, (1979). ⁷ Փ. Ս. Տաֆարյան, Изв. АН АрмССР, физ., т. 14, №1, с. 16—25 (1979). ⁸ Փ. Ս. Տաֆարյան, ДАН АрмССР, т. 72, №5, с. 296—303 (1981). ⁹ Փ. Ս. Տաֆարյան, С. А. Агабалян, Н. А. Григорян, ФТТ, т. 30, №2, с. 557—563 (1988). ¹⁰ Г. Г. Демирханян, Փ. Ս. Տաֆարյան, Уч. записки. ЕрГУ, №2, с. 61—70 (1981). ¹¹ Д. А. Варшалович, А. И. Москалев, В. К. Херсонский, Квантовая теория углового момента, Наука, Л., 1975. ¹² С. В. Иорданский Л. П. Путиевский, ЖЭТФ, т. 76, №2, с. 769—783 (1979). ¹³ C. W. Nielson, G. F. Koster, Spectroscopic Coefficients for p^n , d^n and f^n configuration, The M. I. T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1963. ¹⁴ Н. А. Кулагин, Д. Т. Свиридов, Методы расчета электронных структур свободных и примесных ионов, Наука, М., 1986. ¹⁵ T. Kushida, S. Kinoshita, T. Ohtsuki e. a., Solid. State Comm., v. 44, 1363 (1982). ¹⁶ В. В. Григорянц, М. Е. Жаботинский, В. М. Марушев, Квантовая электроника, т. 9, №7, с. 1576—1579 (1982).

УДК 611.616—076.4:616.9—092.6/9.616—006.34.04

МОРФОЛОГИЯ

Л. Н. Мкртчян, Б. А. Езданян, К. Р. Манвелян, Д. М. Даллакян

К ультраструктурной характеристике клеток фундальных желез
и аденокарциномы желудка

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 6/III 1990)

Электронная микроскопия внесла много нового в вопросы морфологии слизистой оболочки желудка с ее железистым аппаратом в норме и при патологии, в частности опухолевой, однако некоторые аспекты этой проблемы до сих пор остаются недостаточно полно изученными. В связи с большим разнообразием морфологических картин при раке желудка представления о гистогенетических особенностях опухолей этой локализации все еще нуждаются в уточнении (1-9).

Для данного сообщения мы выбрали шесть случаев аденокарциномы желудка человека, когда опухоли были расположены в пилорической части органа и имели сходные гистологические признаки низкой дифференциации. В качестве контроля электронно-микроскопическому изучению были подвергнуты кусочки слизистой оболочки из здоровых участков тела желудка, удаленных вместе с опухолью. Контрольный и опухолевый материал фиксировали в 2,5%-ном растворе глутаральдегида в фосфатном буфере, pH=7,2—7,4. После промывки проводили постфиксацию 1%-ным раствором тетраоксида осмия, обезвоживали в ацетоне восходящей концентрации и заливали в смесь аралдитов. Контрастирование ультратонких срезов проводили уранилацетатом и цитратом свинца по Рейнольдсу. Исследование и фотографирование препаратов проводили в электронном микроскопе Тесла-500.

В материале, взятом из здоровой ткани, окружающей опухоль, по частоте попадания в срезы у нас на первом месте оказались главные клетки фундальных желез, на втором—обкладочные, поверхностно-ямочные, добавочные и, наконец, клетки шейки желез. Как правило, с наружной стороны железистые поля всегда окружены характерными коллагеновыми волокнами. Базальная мембрана под железистыми клетками не всегда четко выражена.

Секреторные трубочки фундальных желез представлены весьма характерными главными (зимогенными), обкладочными и добавочными клетками. Большая часть просвета образована главными клетками, заполненными зимогенными гранулами малой электронно-оптической плотности. На свободной поверхности этих клеток обнаруживаются довольно регулярно расположенные короткие микроворсинки.

Главные клетки содержат зимогенные гранулы не только в апикальной, но и в околядерной и даже в базальной зонах цитоплазмы (рис. 1). Эти клетки расположены на тонкой базальной мембране и окружены нежными пучками соединительнотканых волокон. Ядро главных клеток имеет волнистые контуры, хроматин в карноплазме распределен мелкими глыбками и довольно равномерно. Яд-

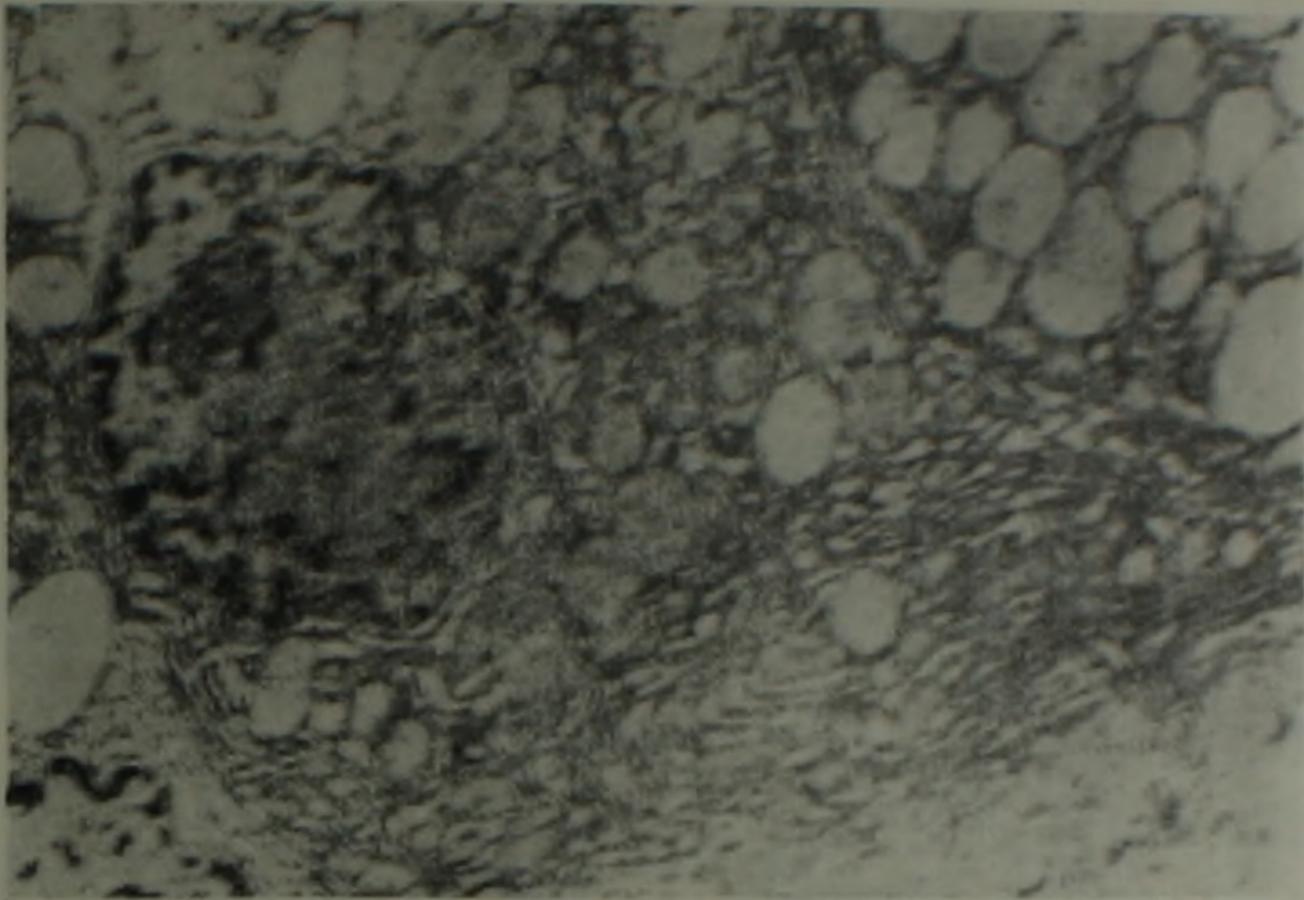


Рис. 1. Ядро, цистерны ШЭР и зимогенные гранулы главных клеток фундальных желез желудка. $\times 12000$

рышко содержит нежную зернистость. Ясно видимой наружной ядерной мембраны в этих клетках нет. Зимогенные гранулы имеют мелкозернистое строение. Между цистернами шероховатого эндоплазматического ретикулума (ШЭР) имеются довольно расширенные щели, в которых, особенно в базальной части клетки, обнаруживаются палочковидные митохондрии, имеющие речетко выростывающиеся кристы.

Цитоплазма добавочных клеток также богата рибосомами, однако здесь они больше находятся в свободном состоянии, а контуры ШЭР не образуют сколько-нибудь значительных пакетов в цитоплазме. Большинство митохондрий в этих клетках также удлиненной формы. Апикальная часть добавочной клетки содержит плотно расположенные округлой формы секреторные (мукоидные) гранулы, в отличие от таковых у главных клеток и подобно таковым у покровно-ямочных клеток почти не рассеивающие электроны. Свободная поверхность этих клеток также имеет короткие микроворсинки.

Обкладочные клетки фундальных желез желудка, как и главные клетки, имеют весьма характерную ультраструктурную организацию (рис. 2). Их количество в этих железах велико и потому они часто попадают в ультратонкий срез и хорошо изучены в электронном микроскопе. Овальной или неправильной формы их ядро имеет относительно небольшую величину и отличается бедностью хроматина. Обширная же цитоплазма заполнена митохондриями, а каждая мито-

хондрия в свою очередь плотно упакованными кристами и большим количеством тубуловеникул. Исключительной особенностью этих клеток является наличие в цитоплазме внутриклеточных канальцев, местами даже трудно отличить в продольных сечениях внутриклеточ-

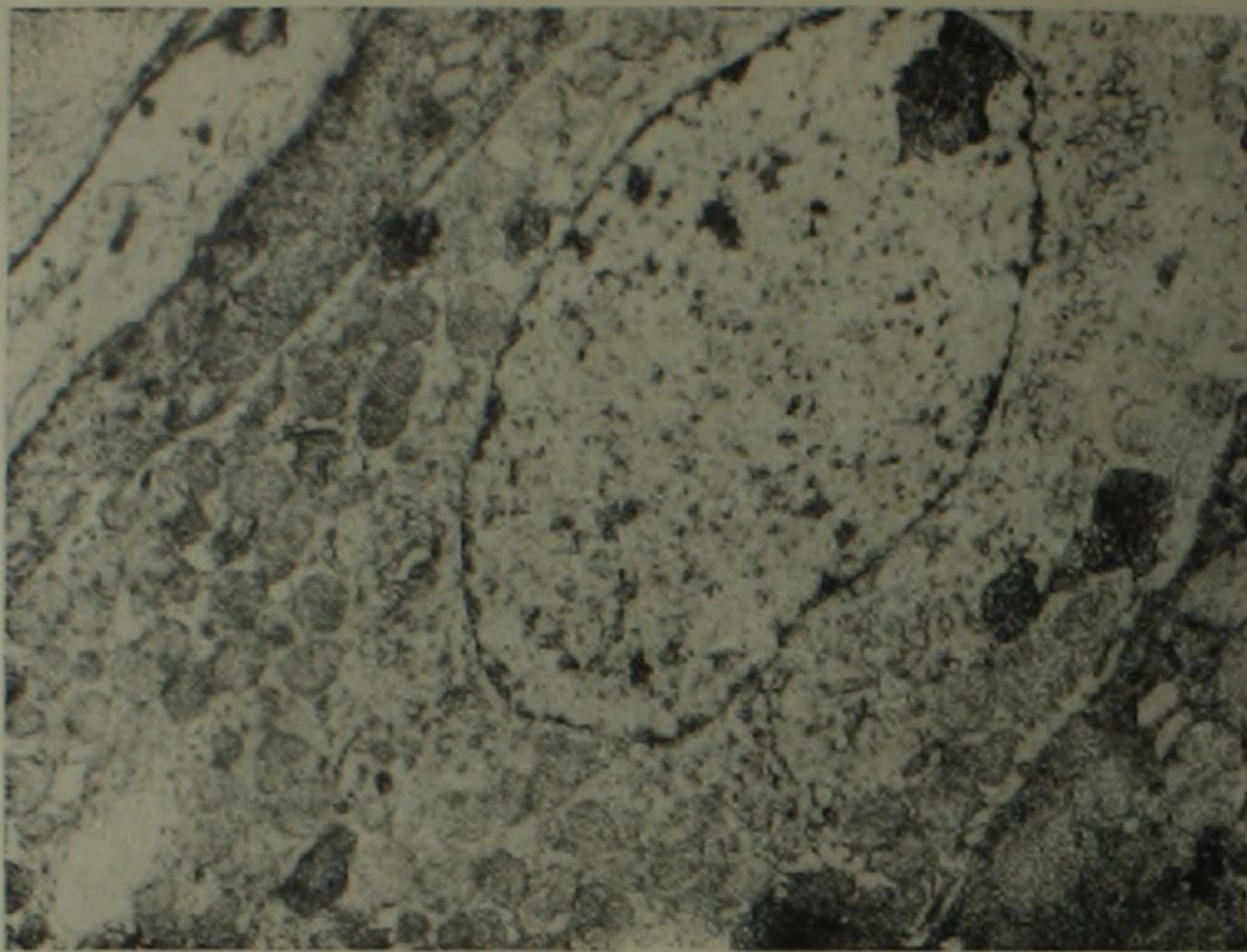


Рис. 2. Типичное ядро обкладочной клетки, рядом с которым проходит внутриклеточный каналец. $\times 12000$

ные канальцы от скопления трубочек и пузырьков. В этих клетках постоянно присутствуют также лизосомы в различных функциональных состояниях.

Наконец, в этой части мы должны коснуться двух клеточных форм, которые встречаются нередко среди описанных железистых клеток желудка за пределами опухоли и, как нам кажется, нуждаются в идентификации. Обе формы клеток имеют свои весьма характерные ультраструктурные особенности (рис. 3). Одна из этих клеточных форм встречается все же значительно чаще, чем другая и, в отличие от последней, не изолированно, а небольшими группами. Ядро их большей частью имеет овальную форму с гладкими контурами, хроматин в нем расположен больше пристеночно, как бы большими пятнами, эухроматиновые участки очень светлые и потому пятнистость ядра выступает всегда четко. Иногда в ядре видно одно округлой формы плотное ядрышко. Цитоплазма клетки может быть сплошь заполненной цистернами ШЭР, содержать их в умеренном количестве или, наконец, содержать единичные контуры, или даже вовсе их не содержать. Цистерны ШЭР, особенно тогда, когда их много, расширены и содержат электронно-оптически плотный материал. С наружной стороны мембраны цистерны покрыты рибосомами. В каждом срезе клетки определяются минимум несколько митохондрий, которые имеют округлую или овальную форму. В части из них кристы хорошо сохранены, в других они редуцированы, а в отдель-

ных митохондриях идет процесс кристаллиза с образованием псевдомиелиновых фигур. В каждом срезе клетки в цитоплазме обнаруживаются одно или несколько плотных телец овальной или несколько удлиненной формы, плазматическая мембрана на поверхности клетки образует невысокие неровности или микроворсинки, которые выступают в расширенные межклеточные щели.

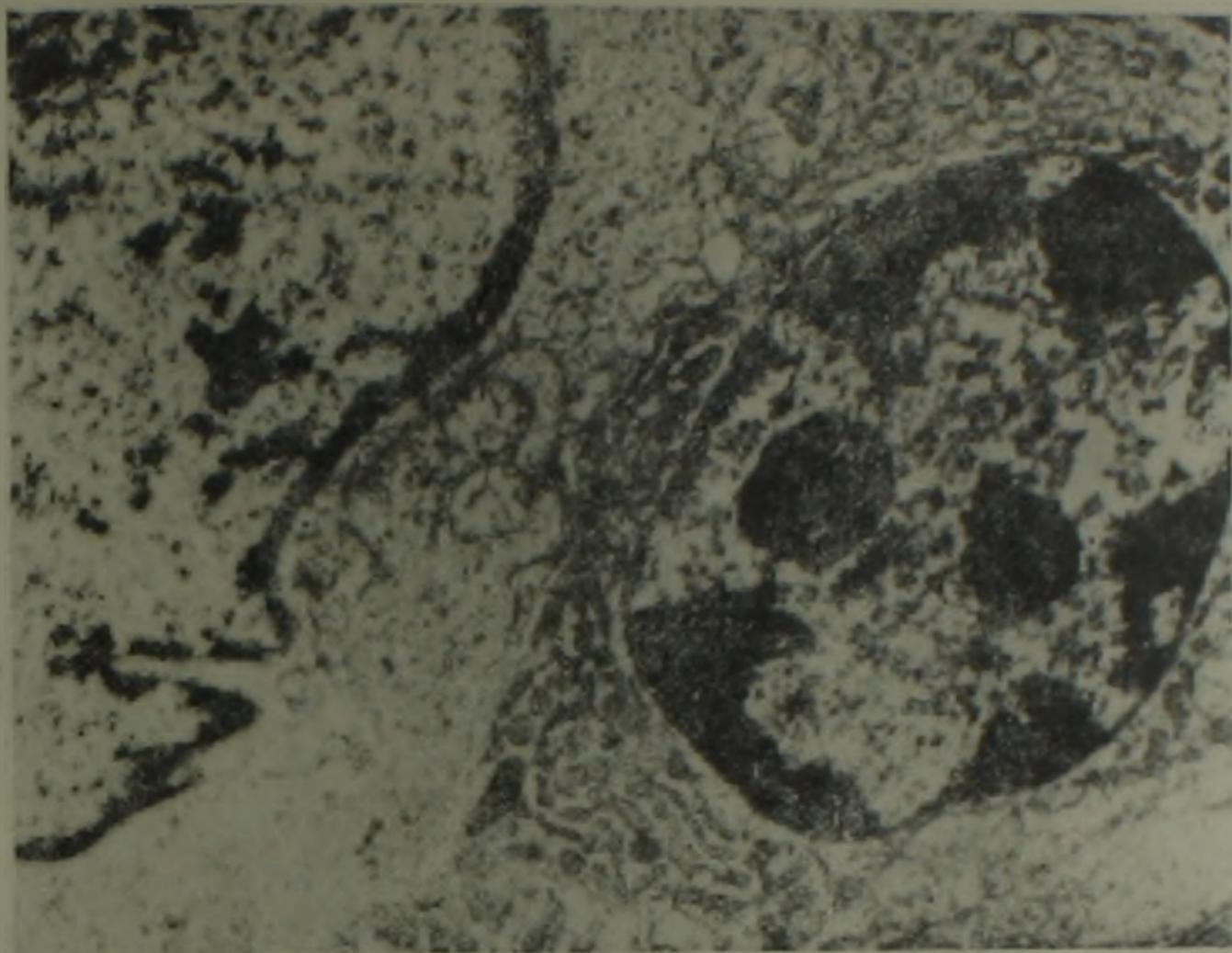


Рис. 3. Две различные формы клеток, предположительно отражающие дистрофические процессы в железистом эпителии. X16000

Другая клеточная форма характеризуется ядром овальной формы, которое очень бедно гетерохроматизмом. Ядрышко имеет большей частью неправильную форму и пристеночное расположение. Цитоплазма клетки богата свободными рибосомами, образующими характерные розетковидные структуры. Митохондрии имеют овальную или удлиненную форму и занимают незначительную часть цитоплазмы. В некоторых из них на фоне резко редуцированных крист попададут в срез псевдомиелиновые фигуры. В цитоплазме этих клеток также выявляются плотные тельца, однако они несравненно мельче и образуют небольшие скопления. Характерными же субмикроскопическими структурами в этих клетках являются разбросанные по всей цитоплазме мембранные контуры, расположенные в виде прямых или изогнутых на концах палочек.

Описанные две клеточные формы, вероятно, представляют собой отражение дистрофических процессов, которыми сопровождаются физиологические процессы в железистом эпителии. В частности, может быть, это клетки потерявшие свою функциональную способность и подлежащие элиминации из ткани.

Переходя к описанию опухолевых клеток изученных нами аденокарцином желудка, прежде всего следует отметить, что несмотря на весьма сходную гистологическую картину по ультраструктурным характеристикам клетки в этих опухолях имели ясные отличительные

особенности. Доминирующие во всех опухолях недифференцированные опухолевые клетки характеризуются резким повышением ядерно-цитоплазматического соотношения (рис. 4). Увеличенные в размерах ядра принимают очень часто уродливые формы, в них соответственно увеличиваются количество и размеры ядрышек, а вокруг этих ядер всегда четко вырисовываются внутренние и наружные мембраны. В цитоплазме этих клеток попадаются единичные митохондрии, липидные капли, а ее основная масса представлена свободными рибосомами.

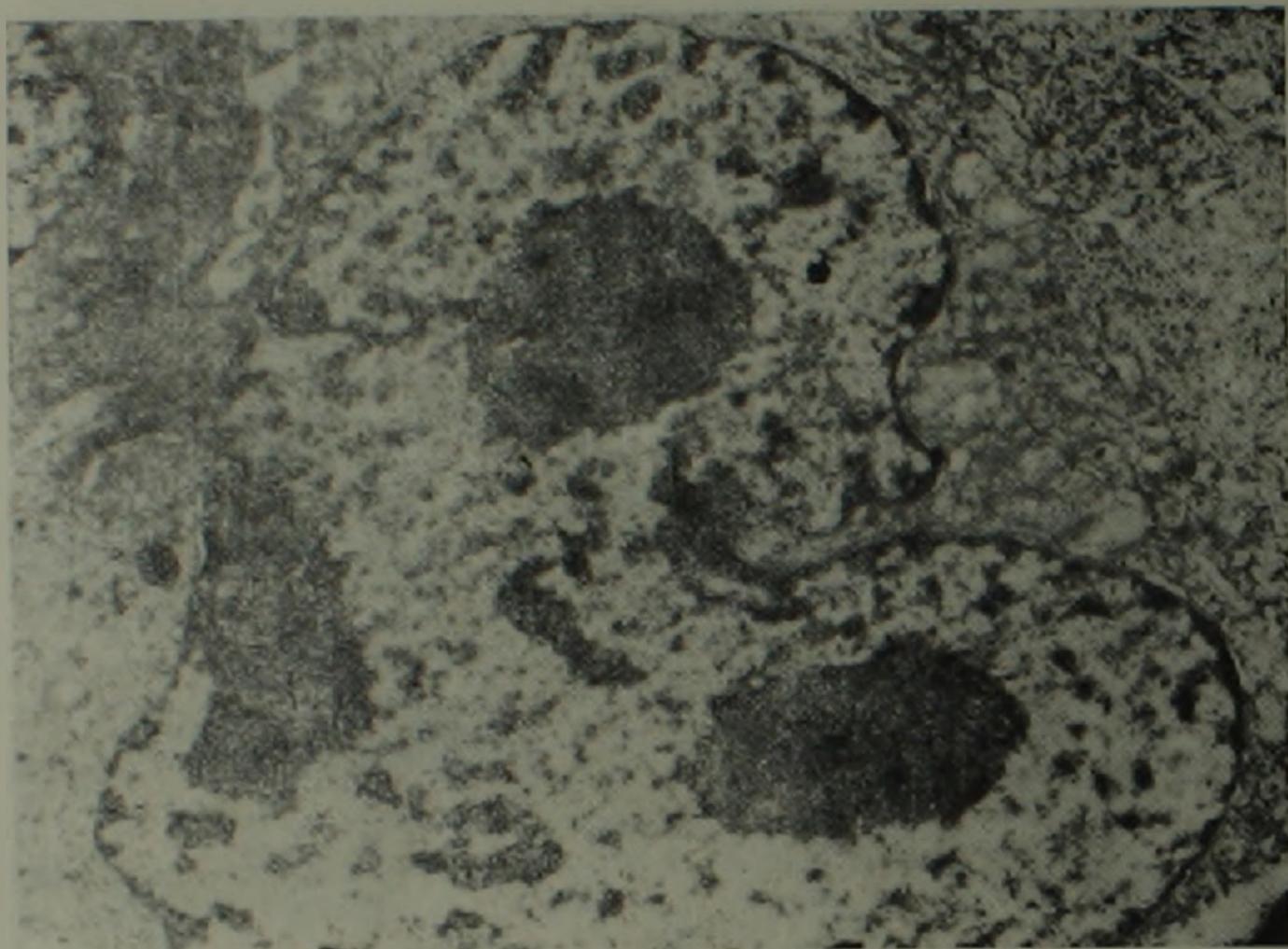


Рис. 4. Недифференцированная клетка аденокарциномы желудка с тремя ядрышками. $\times 12000$

Клетки шейки желудочных желез из здоровых участков являются по своей ультраструктуре малодифференцированными клетками, и их опухолевая трансформация, естественно, приводит к пролиферативным процессам не только без дальнейшей дифференциации образовавшихся клеточных популяций, но и к заметной потере имевшихся у клеток некоторых признаков дифференциации. Проявлением этой закономерности является то, что изученные аденокарциномы желудка, действительно, или представлены недифференцированными опухолевыми клетками, или же последние составляют преобладающее большинство в тех популяциях клеток, из которых состоит опухоль. Недифференцированные опухолевые клетки имеют свою четкую ультраструктурную характеристику, и в ней отражена суть тех функциональных нарушений, которые порождаются малигнизацией клеток.

Однако этим мы не ставим под сомнение высказывания многих авторов ⁽³⁾ о том, что при других гистологических разновидностях рака желудка в части опухолевых клеток могут сохраняться и даже сочетаться ультраструктурные признаки различных клеток слизистой оболочки желудка или даже кишечника.

Исходя из наших наблюдений, при оценке ультраструктурных картин, наводящих на мысль о созревании в опухолевых клетках некоторых органоспецифических свойств, следует допустить и возможность замурования в опухоли участков нормальных железистых трубок с последующим их длительным переживанием, в процессе которого, естественно, происходит некоторая атипизация и деформация нормальных железистых клеток.

Здесь уместно привести также возможное объяснение того, почему до сих пор не были описаны в электронном микроскопе среди нормальных клеток фундальных желез те клетки двух видов, о которых шла речь выше? На наш взгляд, это объясняется тем, что в стенках нормальных желез их количество настолько мало, что они могут быть обнаружены только случайно. Усиление скрытых функциональных нарушений железистых клеток под влиянием опухолевой интоксикации организма может увеличить количество описанных клеток и тем самым создать условия для частого их попадания в срезы при изучении слизистой оболочки желудка вокруг опухоли.

В конце считаем нужным подчеркнуть значение ультраструктурной картины ядра для идентификации клеток. Этот признак, безусловно, является одной из главных отличительных черт клеток и потому должен быть использован в качестве критерия истины как при визуальных наблюдениях, так и при составлении программ для количественного анализа с использованием вычислительной техники.

Таким образом, электронная микроскопия значительно обогатила наши представления о характере желудочных желез в норме и при патологии, в частности опухолевой. Проведенные нами исследования вскрыли ряд новых сторон проблемы, ставящей целью на основании изучения ультраструктурной характеристики элементов опухолей и непораженной ею слизистой оболочки желудка, с одной стороны, улучшить морфологическую диагностику гистогенетических разновидностей опухолей желудка, с другой,—подготовить почву для дальнейших работ по переходу к более объективному количественному анализу процессов опухолевой пролиферации в конкретных условиях организма.

Онкологический научный центр
им. В. А. Фанарджяна Министерства здравоохранения
Армянской ССР

Լ. Ն. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Ռ. Ա. ԵԶԴԱՆՅԱՆ, Կ. Ռ. ՄԱՆՎԻԼՅԱՆ, Դ. Մ. ԴԱԼԼԱՔՅԱՆ

Ստամոքսի ֆունդալ գեղձերի քիչիչների և ադենոկարցինոմայի ու լուրսաուրուկոուրային բնութագրման շուրջ

էլեկտրոնային միկրոսկոպիան նշանակալիորեն հարստացրել է նորմալ և ախտարանական պայմաններում՝ մասնավորապես ուռուցքների դեպքում, ստամոքսի գեղձերի բնույթին վերաբերվող պատկերացումները: Սույն ուսումնասիրություններով բացահայտվել են այն հիմնահարցի մի շարք նոր կողմերը, որը նպատակադրել է ստամոքսի ուռուցքների և դրանով շախտահար-

ված նույն օրգանի լորձաթաղանթի համեմատական ուսումնասիրման հիման վրա մի կողմից բարձրել ստամոքսի ուռուցքների հիստոգենետիկ տարասե- սակների մորֆոլոգիական ախտորոշումը, մյուս կողմից հող նախապատրաս- տել հետազայում ծրագրվող այն աշխատանքների համար, որոնք կարող են տալ օրգանիզմի կոնկրետ պայմաններում ուռուցքային աճի պրոցեսների ա- վելի սբյեկտիվ բանական անալիզի երաշխիքներ:

ЛИТЕРАТУРА—ԻՐԱՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. В. Берестова, Арх. пат., вып. 1, с. 38—46, 1988. ² И. А. Морозов, Л. И. Аруин, Г. А. Нежданова, Арх. пат., вып. 3, с. 11—16, 1977. ³ Н. Т. Райхлин, А. Г. Первоициков, И. Б. Бузвалов, в кн.: Ультраструктура и гистохимия нормальных и опухолевых клеток, Наук. думка, Киев, с. 21—29, 1980. ⁴ Н. Т. Райхлин, А. Г. Первоициков, В. И. Роттенберг и др., в кн.: Ультраструктура опухолей человека, под ред. Н. Т. Райхлина, Г. Давида, К. Лапиша и др. Медицина, М., с. 148—169, 1981. ⁵ В. И. Роттенберг, Арх. пат., вып. 3, с. 32—39, 1977. ⁶ В. И. Роттенберг, в кн.: Ультраструктура и гистохимия нормальных и опухолевых клеток, Наук думка, Киев, с. 30—37, 1980. ⁷ В. В. Серов, Л. И. Аруин, В. И. Роттенберг и др., Арх. пат., вып. 11, с. 6—13, 1985. ⁸ Н. И. Шеренешева, Ю. В. Машковцев, Экспериментальная онкология № 2, с. 29—35, 1985. ⁹ G. A. Rothery, D. W. Day, J. clin. Path., v. 38, p. 613—621 (1985).

УДК 581.132; 581.13:577.13

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Х. К. Хажакян, С. С. Папян

Взаимодействие органов и образование красителя в листьях хны

(Представлено академиком М. Х. Чайлахяном 31/III 1990)

Коммерческая ценность хны связана с биосинтезом красителя лавсона в листьях, поэтому встала задача изучить роль и взаимодействие органов в этом процессе. С этой целью использовали хирургические методы исследования ⁽¹⁾—формовку, декапитацию, дефолиацию и деризоидацию, с помощью которых изучали взаимодействие между верхушечной стеблевой почкой, зрелыми листьями и корнями растений хны при биосинтезе красителя. Результаты этого взаимодействия рассматривали с точки зрения представлений о донор-акцепторных связях ⁽²⁾, обеспечивающих органы-продуценты красителя фотоассимилятами.

Хну неколючую (*Lawsonia inermis*, L.) выращивали в фитокамере—температура 25°C, относительная влажность воздуха 70%, освещенность 10 тыс. лк от ламп ДРЛФ-400, длина светового дня 12 ч—на гидропонных установках, где в качестве наполнителя использовали вулканический шлак. Растения в гидропонике поливали питательным раствором Давтяна ⁽³⁾. В опытах использовали компактные 12—15-сантиметровые регенерирующие после удаления главного стебля побеги с 5—7 парами закончивших рост супротивных листьев на корнях 9-месячных растений.

Первый опыт проводили в течение 10 дней на гидропонике при освещенности 10 тыс. лк по схеме, приведенной на рис. 1. Вариант 1 (контроль)—на корнях растений оставляли один побег с парой закончивших рост зрелых листьев среднего яруса и пару молодых растущих верхушечных листьев. Остальные листья и боковые пазушные почки удаляли. Вариант 2—то же, с удалением центральной верхушечной почки с молодыми растущими листьями. Вариант 3—то же, что в варианте 1, с удалением закончивших рост зрелых листьев среднего яруса.

Второй опыт проводили в течение 4 суток в 100-миллиметровых химических стаканчиках, заполненных 30 мл дистиллированной воды при освещенности 1 тыс. лк по той же схеме, но на побегах с удаленными корнями (рис. 2). Воду в стаканчиках ежедневно заменяли свежей. Экспериментальное снижение уровня освещенности до 1 тыс. лк во втором опыте было связано с предохранением листьев на побегах без корневой системы от потери тургоросцентности под влиянием теплового излучения ламп в фитокамере.

Пробы листьев отбирали у всех растений (10 повторностей) каждого варианта, высушивали, превращали в порошок и в нем определяли содержание красителя по методике М. К. Вартанян с соавт. (4). Цифры на рисунках представляют собой средние арифметические значения процентного содержания лавсона и их стандартные ошибки пяти аналитических проб одного из трех характерных опытов.

Удаление верхушки в первом опыте (рис. 1) повышало содержа-

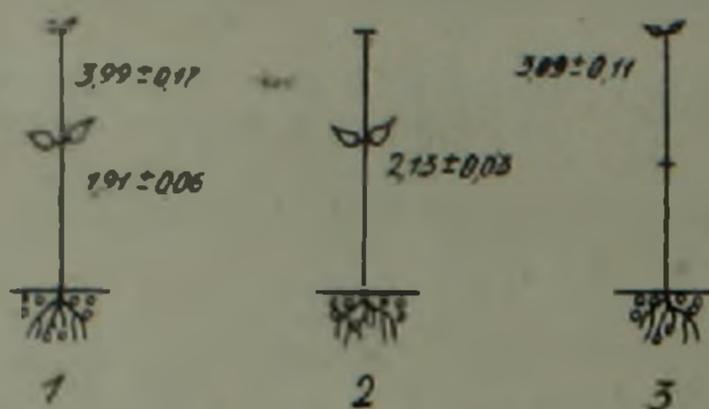


Рис. 1. Растения хны на гидропонике при освещенности 10 тыс. лк: 1—контроль; 2—удаление верхушки; 3—удаление зрелых листьев

ние лавсона в зрелых листьях (вариант 2), а удаление зрелых листьев понижало содержание красителя в верхушке (вариант 3). Удаление же верхушки во втором опыте (рис. 2), наоборот, понижало содержание лавсона в зрелых листьях (вариант 2), а удаление зрелых листьев повышало содержание лавсона в верхушке (вариант 3).

В первом опыте у растений с нормально функционирующими корнями поток фотоассимилятов, естественно, направлялся из зрелых листьев к растущей верхушке. Этим, вероятно, и объясняется повышение содержания красителя в зрелых листьях при декапитации акцептора (верхушки) и снижение содержания красителя в верхушке при дефолиации донора (зрелых листьев).

Во втором опыте у деризоидированных побегов хны картина распределения красителя изменялась противоположным образом. Одной из наиболее вероятных причин подобной реакции является изменение направления флоэмного транспорта под влиянием факторов, вызывающих ослабление фотосинтетической деятельности взрослых листьев, являющихся источником ассимилятов для растущих частей растения (2). В исследованиях (5) было показано, что при длительном затенении листьев в сторону лишеного света побега может обращаться транспорт органических веществ даже из молодых плодов, несмотря на то, что в нормальных условиях последние проявляют высокую аттрагирующую способность. Ослабление фотосинтетической деятельности листьев может быть вызвано также при утрате корневой системы с прекращением транспорта ассимилятов в верхнюю часть растения (6,7). Сказанное дает основание допустить, что во втором опыте у побегов хны, лишенных корней и выдержанных в условиях слабой освещенности, поток фотоассимилятов направлялся из верхушки к зрелым листьям, чем, вероятно, и можно объяснить снижение содержания красителя в зрелых листьях при декапитации вер-

хушки и повышение содержания красителя в верхушке при дефолиации зрелых листьев.

Данные двух обсуждаемых опытов позволили предположить, что отток фотосинтетических ассимилятов из зрелых листьев в верхушку происходит сильнее у растений на гидропонике с нормально функционирующими корнями при освещенности 10 тыс. лк (рис. 1, вариант 1). Между тем, естественный отток фотосинтетических ассимилятов из зрелых листьев в верхушку побегов хны без корней на дистиллированной воде в условиях освещенности 1 тыс. лк нарушался (рис. 2, вариант 1). Следовательно, использованные в двух опытах различные экспериментальные условия позволили выявить противоположные эффекты взаимодействия органов, распределения фотоассимилятов и красителя в листьях хны неколючей.

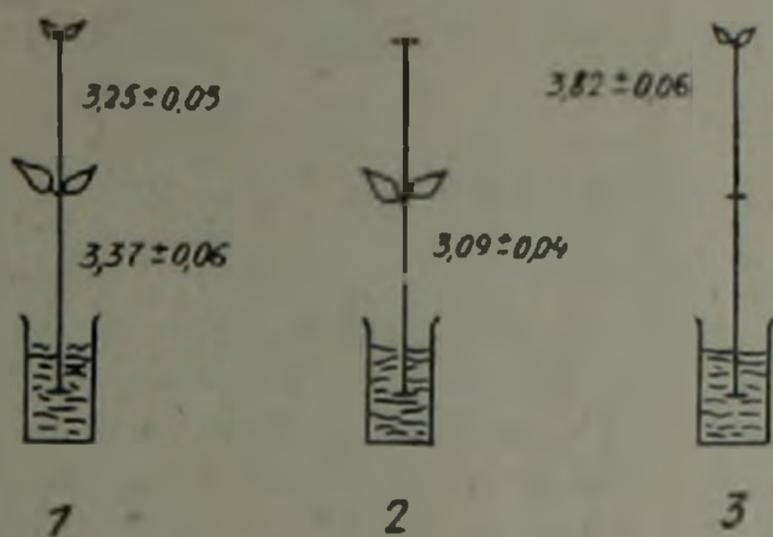


Рис. 2. Деризондированные побеги хны на дистиллированной воде при освещенности 1 тыс. лк: 1—контроль; 2—удаление верхушки; 3—удаление зрелых листьев

Обсуждение представленных опытов не исключает альтернативных подходов объяснения полученных биологических реакций. В этой связи необходимо отметить также роль гормональных факторов, регулирующих биосинтез красителя на уровне взаимодействия органов целостных растений.

Вместе с тем, приведенные результаты дали основание для вывода о том, что регуляция биосинтеза красителя в листьях хны сопряжена с функциональной деятельностью и взаимодействием корней, верхушек и зрелых листьев целостных растений.

Институт агрохимических проблем
и гидропоники Академии наук Армянской ССР

Խ. Կ. ԽԱԺԱԿՅԱՆ, Ս. Ս. ՊԱՊՅԱՆ

Հինալի օրգանների փոխհարաբերությունը և լավառնի առաջացումը տերևներում

Տարրեր ձևով ձևավորված և տարրեր փորձի պայմաններ ունեցող անփուշ հինալի (*Lawsonia inermis*, L.) մոտ ուսումնասիրվել է գագաթների.

հասուն տերևների և արմատների դերը լավսոն-ներկանյութի առաջացման վրա:

Հիդրոպոնիկայում, բարձր լուսավորության պայմաններում աճեցված արմատ ունեցող բույսերի գազաթնային մասի հեռացնելուց, բարձրանում է լավսոնի քանակությունը հասուն տերևներում, իսկ վերջիններիս հեռացման հետևանքով՝ հակառակը ներկանյութը նվազում է գազաթում: Դրա հետ մեկտեղ, ցածր լուսավորության պայմաններում թորած ջրի մեջ տեղադրված արմատազուրկ բույսերի գազաթի հեռացումը հանգեցնում է լավսոնի քանակության նվազեցմանը հասուն տերևներում, իսկ հասուն տերևների քաղակայության դեպքում բարձրանում է ներկանյութի քանակությունը գազաթում:

Այսպիսով, կիրառելով տարբեր փորձի պայմաններ, հնարավոր է դարձել պարզաբանել հինայի տարբեր օրգանների փոխհարաբերության դեպքում ի հայտ եկող հակադարձ երևույթները, ինչպես նաև ֆոստասինիլյատների և ներկանյութի տեղաբաշխումը անփուշ հինայի տերևներում:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. Х. Чайлахян, Регуляция цветения высших растений, Наука, М., 1988.
² А. Л. Курсаков, Транспорт ассимилятов в растении, Наука, М., 1976. ³ Справочная книга по химизации сельского хозяйства. Под ред. В. М. Борисва, Колос, М., 1980. ⁴ М. К. Вартанян, С. А. Нерсисян, Н. С. Машанова, Бюл. журн. Армении, т. 39, № 5 (1986). ⁵ R. Veschofen H. Wopler, 1962. Цит. по: А. Л. Курсаков, Транспорт ассимилятов в растении, Наука, М., 1976. ⁶ А. Г. Мокроносков, Онтогенетический аспект фотосинтеза, Наука, М., 1981. ⁷ G. Chobrial, J. Exp. Bot. v. 34, N 133 (1983).

УДК 595.765.8

ЭНТОМОЛОГИЯ

М. Ю. Калашян

Sphenoptera khosrovica sp. nov.
новый вид златки из Армении
(Coleoptera, Buprestidae)

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. О. Мовсесяном 12/III 1990)

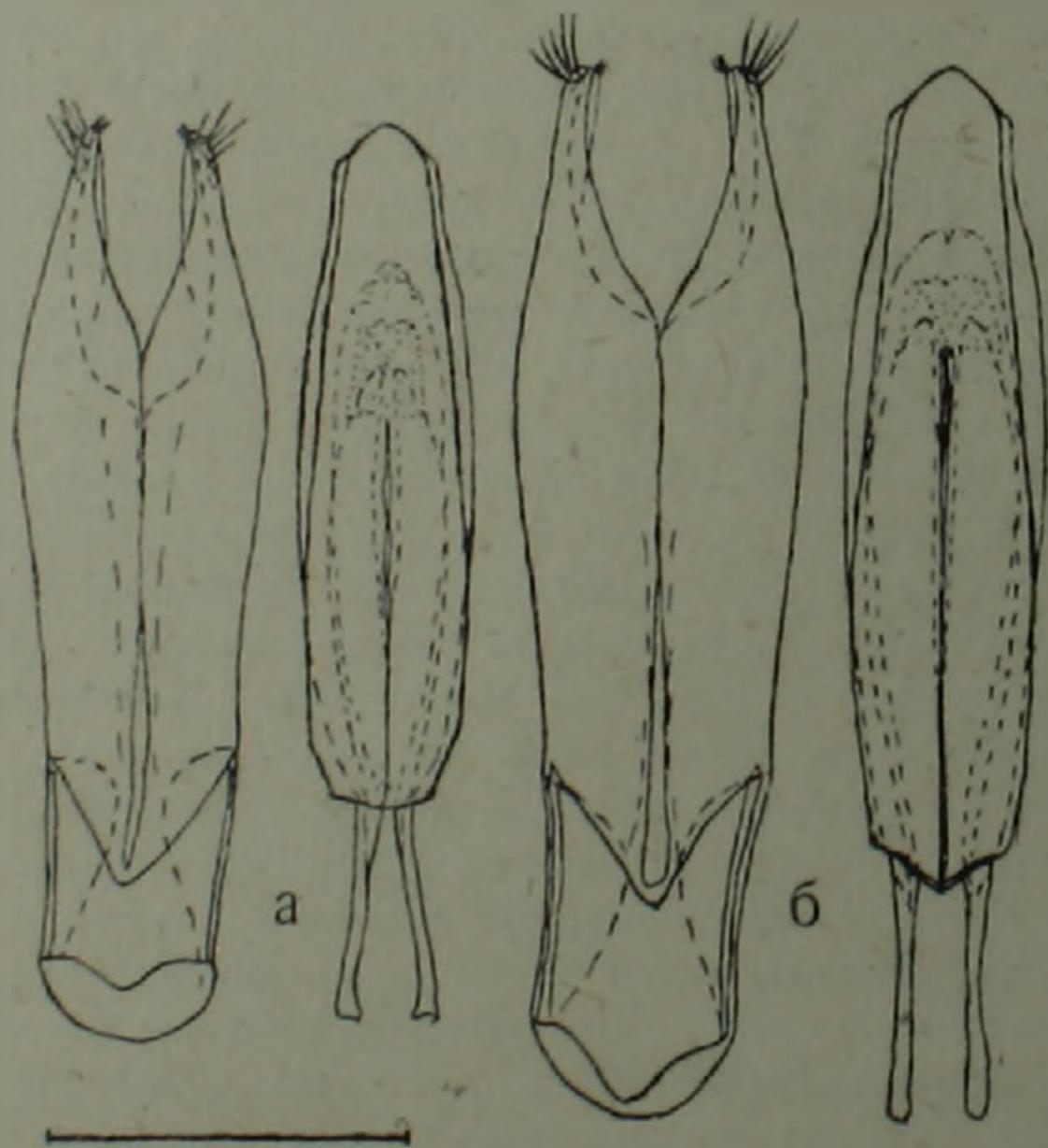
Sphenoptera khosrovica Kalashian, sp. nov.

АрмССР, Араратский р-н, Вединский участок Хосровского заповедника, 1—10.06.1986 г., К. Н. Еранян. Голотип, самец, в коллекциях Института зоологии АН АрмССР.

Тело бронзовое, выпуклое, довольно широкое, верх голый, кроме немногочисленных коротких светлых волосков в передней части лба, низ в недлинных блестящих прилегающих волосках, довольно густых на боках груди и брюшка, к середине изреженных, отросток переднегруди и узкое продольное вдавление у середины заднегруди в густых торчащих волосках. Длина 11,6, ширина 4,4 мм.

Антенны пильчатые, начиная с 4-го членика, их 2-й членик заметно короче 3-го и приблизительно равен по длине 4-му. Лоб выпуклый, едва сужен назад, у середины с парой слабых неправильных рельефов, отграничивающих очень неглубокое вдавление, начинающееся от переднего края лба и треугольно сужающееся между рельефами; позади рельефов имеется пара нерезких почти округлых маленьких вдавлений. Пунктировка лба образована глубокими округлыми точками, сгущенными во вдавлениях и почти отсутствующими на рельефах. Темя в 4,5 раза шире глаза, его пунктировка мельче, чем на лбу. Голова в мелкосетчатой шагреневке, матовая. Переднеспинка в 1,45 раза шире длины, наибольшей ширины приблизительно у основной трети, вперед сужена заметно сильнее, чем назад, к острым притупленным основным углам, перед которыми боковой край слегка вогнут. Передний край переднеспинки слабо двувыемчатый, между ее передними углами и уровнем внутреннего края глаза со слабо обособленной краевой бороздкой. Боковые кили переднеспинки достигают ее передней трети, на большей части длины почти прямолинейные, сзади отогнуты вниз, к основным углам (см. сбоку). Основание переднеспинки двувыемчатое, с коротко срезанной перед щитком срединной лопастью. Диск у середины с большим овальным слабо выпуклым полем, достигающим ее переднего и заднего краев, полностью разделенным узким срединным продольным вдавлением; латерально это поле отграничено слабым продольным вдавлением, впереди почти совсем сглаженным, у передней трети разделенным

слабым косым узким рельефом, направленным от бокового края овального поля к передним углам переднеспинки, которых он далеко не достигает. Кнаружи от вдавления край переднеспинки в основных $2/3$ приподнят в виде слабого широкого бортика. Срединное вдавление переднеспинки густоточечное на фоне мелкосетчатой шагренировки, слегка выходящей за пределы вдавления, овальное поле гладкое, блестящее, с немногочисленными грубыми округлыми точками, бока переднеспинки шагренированные, матовые, латеральные вдавления в густых округлых точках, кнаружи от вдавления точки более или менее вытянуты продольно, сильнее вдавлены у своего наружного края, сглажены у внутреннего и при косом освещении выглядят полулунными. Приблизительно вдоль основных $2/3$ внешнего края латеральных вдавлений расположена группа четких извилистых длинных морщинок, спереди прерванная вышеописанным косым рельефом, кпереди эта структура продолжена группой коротких изогнутых черточек. Помимо описанной скульптуры, переднеспинка в почти равномерных редких мельчайших точках (заметны при увеличении $\times 30$). Щиток небольшой, поперечный, его основная часть полукруглая со слегка угловатыми боками. Надкрылья в 1,9 раза длиннее ширины, с выступающими плечевыми буграми, слабо слегка вогнуто сужены к вершинным $2/5$, затем резко и почти прямолинейно—к порознь угловато закругленным вершинам; имеется четкий пришовный зубчик. Ряды надкрылий образованы короткими четкими черточками, четные промежутки плоские, местами со слабыми поперечными морщинками, нечетные резко килевидно приподнятые,



Sphenoptera sp., пеннсы. а—*Sph. sculpticollis* Heyd. (синтип); б—*Sph. Khosrovica* sp. n. (синтип) Длина масштабной линейки соответствует 1 мм

кили 5-го и 9-го промежутков слиты дистально, киль 7-го достигает приблизительно вершинной трети надкрылий. Надкрылья в немногочисленных мелких слегка вытянутых продольно точках, расположенных на четных промежутках в 2, на нечетных—в 1 слабо различимый ряд. Покровы на плечевых буграх, приподнятой прищитковой области и первых трех киях надкрылий почти совсем гладкие, блестящие, остальная поверхность мелкосетчатая, матовая. Киль бокового края надкрылий четкий до их вершины. Бока груди в неравномерных густых точках, частью сливающихся в извилистые морщинки, брюшко в округлых негустых точках. Отросток переднегруди слабо выпуклый, с параллельными боками, окаймленными четкой бороздкой, прерванной у его задних боковых углов и отграничивающей узкие блестящие бортики, середина отростка в густых округлых точках и длинных торчащих волосках; заднегрудь вдоль середины узко вдавлена, на это вдавление с отростка переднегруди продолжена густо точечная и волосистая полоска. Анальный стернит коротко срезан дистально. Передние голени резко изогнуты, средние в вершинной трети внутреннего края с дуговидной вырезкой, дистально отграниченной четким коротким зубцом. Пенис—рисунок, б.

Новый вид наиболее близок к *S. sculpticollis* Heyd., отличается формой переднеспинки и надкрылий (у *S. sculpticollis* переднеспинка наибольшей ширины приблизительно у середины, сильнее, чем у нового вида, сужена назад, надкрылья в основных 2/3 почти параллельнобокне), более четким и широким продольным срединным вдавлением переднеспинки, а также строением гениталий самца (пенис *S. sculpticollis* — рисунок, а).

Институт зоологии
Академии наук Армянской ССР

Մ. Յու. ՔԱՆԵՅԱՆ

Sphenoptera khosrovica sp. nov. սկիւրգեզի նոր տեսակ
Հայաստանից (Coleoptera, Buprestidae)

Նկարագրվում է *S. khosrovica* sp. nov. նոր տեսակը խոսրովի արգելանոցի վեդի տեղամասից: Նոր տեսակը մոտ է *S. sculpticollis* Heyd. տեսակին, տարբերվելով նրանից արտաքին կառուցվածքի և արուի գենիտալների որոշ առանձնահատկութիւններով:

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ 90-րդ հատորի

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Ա. Ալեխանյան—Դժային ֆունկցիաների նկատմամբ զիզյունկտիվ նորմալ ձևերով բուլյան ֆունկցիաների իրականացման բարդության հետ կապված որոշ էքստրեմալ խնդրի վերաբերյալ 51

Հ. Մ. Մաբախրադյան—Մոմենտների պրոբլեմի լուծելիության մի պայմանի մասին 56

Կ. Ո. Աղեկյան—Համարյա տարրերակային կորիզով ինտեգրալ հավասարման լուծման խնայողական ալգորիթմ 60

Յ. Ա. Շամոյան—Նեանյիսենա—Ջրբաշյանի դասերի սյարսմետրական ներկայացման մասին 99

Ա. Խ. Սիմոնյան, Ե. Ի. Սատրովսկի—Գաուսյան դաշտի սեգրեսիոն սպլայններով մոտարկման ճշտությունը 104

Հ. Բ. Ներսիսյան, Կ. Ա. Սուդյան—Հապլասի հավասարման համար Դիրիխլեի խնդրի լուծումը լեմնիակատով սահմանափակված տիրույթում 110

Ո. Կ. Ինչեյան, Փ. Կ. Նիկոլոսյան—ՑԱԶ-ի ալգորիթմի գրաֆի վրա «սալաթարների խաբի» մասին 195

Կ. Թ. Իսախանյան, Ի. Վ. Հովհաննիսյան—Մ. Մ. Ջրբաշյանի $B_1(z; z)$ արտադրյալների կերպին հատկությունների մասին 199

ԿԻՐԱԽԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Վ. Կ. Սրուտյան—Ոչ ստացիոնար բարդ համակարգի ձևափոխումը լրիվ կառավարելի ու ղիտարկելի համակարգի 65

Կ. Վ. Զաղոյան—Լրիվ բուլյան ֆունկցիա 147

ԿԻՐՆՌՆԵՏԻԿԱ

Յու. Մ. Գուսարյան, Ե. Վ. Գաբրյան, Կ. Ո. Հովհաննիսյան—Իրենք վիճակ ունեցող տարրերից բաղկացած համակարգերի հուսալիության վերլուծության մեթոդ 116

ՄՆԽԱՆԻԿԱ

Մ. Վ. Բելուրեյան—Պարբերական անհարթ մակերևույթով սահքի ալիքների տարածման մասին 71

Ի. Մ. Կիրակոսյան—Փոփոխական հաստության գլանային անիզոտրոպ սալերի ճշգրտված տեսությունը 151

Վ. Վ. Գևունի—Կամպոզիցիոն նյութից պատրաստված առանցքային ուժով սեղմված ելտիմալ գլանային թաղանթի նախագծումը ամրության և սեփական տատանումների հաճախականության վրա սահմանափակումների դեպքում 156

ՀԻՒՐՈՄԵՆՆԵՏԻԿԱ

Հ. Վ. Թոմազյան—Ջրի տարածական կտրուկ փոփոխվող շարժումը ջրալազանում ջրհեռ և ջրընդունելի կառուցվածքների սոկայության դեպքում 3

ԷԼԵԿՏՐԱՄՆԽԱՆԻԿԱ

Ո. Մ. Մամիկոնյան—Ունակային տվիչով ոչ-գծային քառարևոտանու իմպուլսային սնումը 161

ԱՌՍԶԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՄՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Մ. Մխիթարյան, Մոնալեզ Աբղայա Ահմեդ Աբղու—Կառվածանի ինտեգրալ

հավասարման լուծման տարրեր միթողների համեմատման մասին առաձգականության տեսության մեջ	6
Ս. Մ. Մխիթարյան, Մոնամեղ Աբլյալա Անմեղ Աբգու—Առաձգականության տեսության հարթ կենտակտային խնդրի լինտեղրալ հավասարման լուծման տարրեր միթողների համեմատման մասին	75
Ա. Վ. Տոնոյան—Դլանային խոռոչով առաձգական տրանսվերսալ-իզոտրոպ տարածության համար երկու առանցքասիմետրիկ խնդիրներ	206

ՅԻՋԻԿԱ

Ս. Ս. Գասպարյան, Տ. Ա. Մնացականյան—Ջգայուն բոլոմետր գերհազորդիչ թիթեղի վրա	11
Ի. Բ. Հակոբյան, Ս. Ի. Հաբուրյունյան, Վ. Ս. Վարդանյան, Ս. Խ. Փիլոսյան, Ա. Պ. Վոլոդին, Ի. Վ. Տալկովսկի—Միկրոկոնտակտային սպեկտրոսկոպիան բարձրատիճանային գերհազորդիչների թաղանթներում	13
Է. Հ. Հաբուրյունյան, Ս. Խ. Գալոյան, Ս. Պ. Պողոսյան—Մակերևութամերձ այրատարային թիթեղների բեկման ցուցչի ճշգրիտ որոշումը	16
Հ. Գ. Բախշյան, Մ. Գ. Գրիգորյան, Կ. Ս. Կարապետյան—H ₂ O մուկուլի պատողական ռեզոնանսային գծի ($\lambda = 1,35$ սմ) ճեղքումը Մազնուսի ուժի ազդեցության տակ	20
Ա. Ս. Վարդանյան, Ի. Լ. Հովնանիսյան—Գերկարձ իմպուլսի տեսքի որոշումը ժամանակի մեջ փոխադրված փնջերի ոչ կոլինեար ՆՉԳ դեպքում	31
Հ. Գ. Բախշյան—Գազի ճնշման և միջմուկուլային ուժերի ազդեցության տակ սյուտողական սպեկտրալ գծերի լայնացումը Նոր արդյունքներ	168
Ս. Ս. Աղսարալյան, Յ. Պ. Սաֆարյան—Խառնուրդային դիէլեկտրիկ բյուրեղներում, ոչ ճառագայթային անցումների տեսության շուրջ	212

ԱՍՏՂԱՑԻՋԻԿԱ

Գ. Մ. Սևյուրյան—Տարման էֆեկտը նեյտրոնային ասուղի գերհոսելի կորիզում	86
Վ. Կ. Չուլկյան—Մազնեգիումային գունուրտների հարաբերական հզորությունների որոշման եղանակ	121

ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՏԻՎՆԵՐ

Ցու. Ա. Գասպարյան, Ս. Ա. Մարգարյան, Բ. Ցու. Գասպարյան—Ցածր հաճախականության ռեզոնատորի իմպեդանսի որոշումը հաշվի առնելով ձայնադիտական կորուստները	23
Կ. Ս. Կարապետյան—Միջավայրի տարրեր խոնավային պայմաններում բետոնի ամրության և դեֆորմացիաների հետազոտումը ժամանակի ընթացքում	29
Ցու. Ա. Գասպարյան, Ա. Վ. Արշակյան, Բ. Ցու. Գասպարյան, Ա. Գ. Մանուշաբյան—Ալիքային պրոցեսը ձայնակլանիչ շինարարական կոնստրուկցիաների բազմառեզոնանսային համակարգում	172

ԳԵՅՐՈԳՐԱՅԻԱ

Կ. Կ. Շիրինյան, Վ. Ա. Ջադոյան—Հայաստանի ուշօրագենային բազալտների պետրոգենետիկական դասակարգումը	125
--	-----

ԸՈՐՑՈՂՈՒԹՅԱՆ

Լ. Ն. Ոկրտչյան, Բ. Ա. Եզգանյան, Կ. Ի. Մանվելյան, Ի. Մ. Դավաբյան—Ստամբուլի ֆունդալ գեոլոգիայի և ագենոկարցիտումային ուլտրասերուկտուրային բնութագրման շուրջ	218
--	-----

ԷԿՈԼՈԳԻԱ

Ի. Բ. Բաբայան, Ի. Հ. Թեազյան, Լ. Ա. Արաբասյան—Հողերում ժանր մետաղների և բորի շրջանի միգրացիայի մասին	34
--	----

ԲՈՒՑՍՆԵՐԻ ՑԻՋԻՈՂՈՒԹՅԱՆ

Վ. Ա. Դավթյան, Մ. Ա. Սալում—Տերևների և արմատների ֆիզիոլոգիական ակտիվության զուգակցված իսոփոխությունը լույսի տարրեր վազահաստության սորտերի ռեպրոդուկցիայի գենետիկում	92
---	----

Լ. Կ. Խամակյան, Ս. Ս. Պապյան—Հինայի օրգանների փոխարարությունը և
 յափսոսի առաջացումը տերևներում 225

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Մ. Յարյուկով-Խնձորյան—*Larinus Germ.* սեռի երկարակենձիթ թզեզների նոր
 տեսակ *Քուրբմենիայից* (Coleoptera, Curculionidae) 131

Ս. Ա. Բելոկորբիլսկի—*Bracon buprestivorus* sp. n. որպես *Anthaxia Igockii*
Obenb. մակարույծ Հայաստանում 135

Բ. Մ. Մաման, Լ. Ս. Միրումյան—Հայաստանում սվեդայի (*Suaeda altissima*
 (L.) Pall վրա գալ առաջացնող *Arafavilla terteriani* gen. et sp. n. (Diptera, Ceci-
 domyidae) նոր տեսակի գալամյակի նկարագրությունը 139

Ա. Մ. Յարյուկով-Խնձորյան—Երկարակենձիթ թզեզների նոր տեսակներ *Larinus*
Germ. սեռից (Coleoptera, Curculionidae) 180

Մ. Յու. Փայաչյան—*Zibus saulgy* (Coleoptera, Pselaphidae) սեռի նոր տեսակ
 Արևելի շրջակայքից 188

Մ. Յու. Փայաչյան—*Sphenoptera khosrovica* sp. nov. ոսկեթզեզի նոր տեսակ
 Հայաստանից (Coleoptera, Buprestidae) 229

ԿԵՂԱԿՈՐԾՈՒԹՅՈՒՆ

Է. Ս. Կարիբեկյան, Ս. է. Ակոսյով, Կ. Ս. Քումասյան—Ուղեղի արյան շրջանա-
 ռության վրա β -ադրենոլոկատորների ներգործության հետազոտումը 39

ԲԻՇԿԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Լ. Ա. Կծոյան, Պ. Ս. Սիմավորյան, է. Ա. Շիրինյան, Ռ. Տ. Ղարիբջանյան— α_2 -ադ-
 րենոլոկատորների ազդեցությունը մարդու արյան լիմֆոցիտների E-վարդակազոյացման
 վրա 142

Է. Ս. Կարիբեկյան, Ա. Վ. Նազարյան, Տ. Ս. Շիրինյան, Ս. է. Ակոսյով—Անդրո-
 լեմիկ փոխներգործության վիճակի ուսումնասիրությունը գլխուղեղային աթերոսկլերո-
 զով սառնապոզ հիվանդների մոտ 188

ՅԻՋԻՈՒՄԻԱ

Ի. Ա. Հարությունյան, Լ. Ա. Սահակովա, Կ. Ս. Սարգսյան, Զ. Կ. Նաչատրյան,
 Հ. Լ. Սահակյան, Ք. Ի. Հարությունյան—Լեյցին-լեկեֆալինային կենտրոնական և ծայ-
 րամասային ազդեցությունը օրգանիզմի շերտային հոմեոստազի վրա 45

СОДЕРЖАНИЕ 90-го тома

МАТЕМАТИКА

А. А. Александян—Об одной экстремальной задаче, связанной со сложностью реализации булевых функций в классе д.н.ф. над линейными функциями	51
Р. М. Муртиросян—Об одном условии разрешимости проблемы моментов	56
Г. В. Агекян—Экономичный алгоритм решения интегрального уравнения с почти разностным ядром	60
Ф. А. Шамоян—О параметрическом представлении классов Неванлинны—Джрбашяна	99
А. Х. Симонян, Е. И. Островский—Точность аппроксимации гауссовского поля регрессионными сплайнами	104
А. Б. Нерсисян, К. А. Сугян—Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в области, ограниченной лемнискатоид	110
С. Г. Инджеян, Ж. Г. Никогосян—Об «игре в камни» на графе алгоритма БПФ	195
Д. Т. Багдисарян, Н. В. Оганесян—Граничные свойства функции $V_2(z; z_1)$	199
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА	
В. К. Брутян—Преобразование сложной системы в полностью управляемую и наблюдаемую подсистемы	65
К. В. Задоян—Полная булева функция	147

КИБЕРНЕТИКА

Ю. М. Гаспарян, Н. В. Гатрджян, Д. Р. Оганесян—Анализ надежности систем, состоящих из элементов с тремя состояниями	116
---	-----

МЕХАНИКА

М. В. Белубекян—О распространении упругих сдвиговых волн вдоль периодически неровной поверхности	71
Р. М. Киракосян—Уточненная теория цилиндрически анизотропных пластин переменной толщины	151
В. В. Гюни—Проектирование оптимальных цилиндрических оболочек из композиционных материалов, нагруженных осевой силой, при ограничениях на прочность и частоты собственных колебаний	156

ГИДРОМЕХАНИКА

О. В. Токмаджян—Пространственное резкоизменяющееся движение воды в водоеме при наличии водосбросного и водоприемного сооружений	3
---	---

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА

Б. М. Мамиконян—Импульсное питание нелинейного четырехполосника с емкостным датчиком	161
--	-----

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. М. Мхитарян, Мохамед Абдулми Ахмед Абду—О сравнении различных методов решения интегрального уравнения Карлемана, встречающегося в теории упругости	6
---	---

- С. М. Мхитарян, Мохамед Абдалла Ахмед Абду—О сравнении различных методов решения интегрального уравнения плоской контактной задачи теории упругости 76
- А. В. Тоноян—О двух осесимметричных задачах для упругого трансверсально-изотропного пространства с круглой цилиндрической полостью 206

ФИЗИКА

- С. С. Гаспарян, М. А. Мнацаканян—Чувствительный болометр на сверхпроводящей пленке 11
- Р. Б. Акобян, С. Р. Арутюнян, В. О. Варганян, С. Х. Пилосян, А. П. Володим, И. В. Фальковский—Микроконтактная спектроскопия на пленках высокотемпературных сверхпроводников 13
- Э. А. Арутюнян, С. Х. Галоян, С. П. Погосян—Прецизионное определение показателя преломления приповерхностных волноводных пленок 16
- Г. Г. Бахшян, М. Г. Григорян, К. Е. Карапетян—Расщепление вращательных резонансных линий ($\lambda = 1.35$ см) молекул H_2O под действием силы Магнуса 20
- А. О. Варданян, Д. Л. Оганесян—Определение формы СКИ неколлинеарной ГВГ взаимобращенными во времени пучками 81
- Г. Г. Балшян—Уширение вращательных спектральных линий вследствие давлений и межмолекулярных сил. Новые результаты 168
- С. А. Агбалаян, Ф. П. Сафарян—К теории многофононных безызлучательных переходов в примесных диэлектрических кристаллах 212

АСТРОФИЗИКА

- Д. М. Седракян—Эффект увлечения в сверхтекучем ядре нейтронной звезды 86
- В. Г. Чолакян—Метод определения относительной мощности «магниевых» атмосфер 121

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

- Ю. А. Гаспарян, С. А. Маргарян, Б. Ю. Гаспарян—Определение импеданса низкочастотного резонатора с учетом акустических потерь 23
- К. С. Карапетян—О закономерностях изменения прочностных и деформационных свойств бетона во времени в условиях различной влажности среды 29
- Ю. А. Гаспарян, А. В. Аршакян, Б. Ю. Гаспарян, А. Г. Манучарян—Волновой процесс в многорезонансной колебательной системе звукопоглощающих строительных конструкций 172

ПЕТРОГРАФИЯ

- К. Г. Ширинян, В. А. Задоян—Петрогенетическая систематика позднеорогенных базальтоидов Армении 125

МОРФОЛОГИЯ

- Л. Н. Мкртчян, Б. А. Езюкян, К. Р. Манвелян, Д. М. Даллакян—К ультраструктурной характеристике клеток фундальных желез и аденокарциномы желудка 218

ЭКОЛОГИЯ

- Г. Б. Бабаян, Р. Г. Ревазян, Л. А. Араратян—О волной миграции тяжелых металлов и бора в почвах 34

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- В. А. Давтян, М. А. Салум—Сопряженное изменение физиологической активности листьев и корней в онтогенезе различных по скороспелости сортов томата 92
- Х. К. Хажакя, С. С. Папян—Взаимодействие органов и образование красителя в листьях хны 225

ЭНТОМОЛОГИЯ

- С. М. Яблоков-Хизорян—Новый вид жесткокрылых долгоносиков рода *Larinus* Germ. из Туркмении (Coleoptera, Curculionidae) 131
- С. А. Белокобыльский—*Viggen burgessivorus* sp. n. *Anthaxia* Igockii Obenb. в Армении 135
- Б. М. Мамаев, Л. С. Мирумян—Описание галлицы *Arafastila terterian/* gen. et sp. n. (Diptera, Cecidomyiidae), вызывающей галлы на свече *Suaeda altissima* (L.) Pall. в Армении 139
- С. М. Яблоков-Хизорян—Новые виды жуков-долгоносиков из рода *Larinus* Germ. (Coleoptera, Curculionidae) 180
- М. Ю. Калашян—Новый вид рода *Zitrus* Sav. et (Coleoptera, Psephenidae) из окрестностей Еревана 185
- М. Ю. Калашян—*Spilopera khosrovica* sp. nov. новый вид элатки из Армении (Coleoptera, Vurgesitidae) 229

ФАМАКОЛОГИЯ

- Э. С. Габриелян, С. Э. Акопов, К. С. Тумасян—Исследование влияния β -адреноблокаторов на мозговую кровоток 39

МЕДИЦИНА

- Л. А. Кцоян, П. С. Симаворян, Э. А. Ширинян, Б. Т. Гарибджанян—Эффект β -адреноблокаторов на E-розеткаобразование лимфоцитов крови человека 142
- Э. С. Габриелян, А. В. Назарян, Г. С. Ширинян, С. Э. Акопов—Исследование состояния ангиогемических взаимодействий у больных с церебральным атеросклерозом 188

ФИЗИОЛОГИЯ

- Р. А. Арутюнян, Л. А. Саакова, Д. С. Спрхисян, Дж. К. Хачатрян, Г. Х. Саакян, К. Р. Арутюнян—Центральное и периферическое влияние лейцина-энкефалина на температурный гомеостаз организма 45

CONTENTS of volume 90

MATHEMATICS

<i>A. A. Alexanian</i> —On an extremal problem, concerned the complexity of realization of Boolean functions by disjunctive normal forms over linear functions	51
<i>H. M. Martirosian</i> —On a condition of the moment problem solution	56
<i>G. V. Agekian</i> —Economical algorithm of decision integral equation with almost kernel difference	60
<i>F. A. Shamoyan</i> —On the parametric representation of classes of Nevanlinna-Djrbashian	99
<i>A. H. Simonian, E. I. Ostrovskii</i> —The exactness of approximation of the Gaussian field by regression splines	100
<i>H. B. Nersesian, K. A. Sughlan</i> —The solution of the Dirichlet problem for the Laplace equation in the domain bounded by lemniscate	110
<i>S. G. Indjelan, G. G. Nicoghossian</i> —On the „pebble game“ on the FFT-graph	195
<i>D. T. Bagdasarian, I. V. Hovhannissian</i> —Boundary properties of M. M. Djrbashian functions $B_n(z; z_k)$	199

APPLIED MATHEMATICS

<i>V. K. Brutlan</i> —Transformation of the complex system into completely controllable and observable sub-systems.	65
<i>K. V. Zadoyan</i> —Complete Boolean function	147

CYBERNETICS

<i>Yu. M. Gasparian, N. V. Gatrjan, D. R. Oganessian</i> —Reliability analysis of three-state device network	116
--	-----

MECHANICS

<i>M. V. Belubekian</i> —On the propagation of shear waves along a corrugated surface.	71
<i>R. M. Kirakosian</i> —The specified theory of cylindrical anisotropic variable thickness plates	151
<i>V. V. Gnun</i> —Designing of optimal cylindrical shells from composite material (CM) loading by axial force under restrictions on strength and frequencies of intrinsic vibrations.	156

HYDROMECHANICS

<i>H. V. Tchemjian</i> —Spacious abrupt-changed flow in reservoir with spill and water-reception construction	3
---	---

ELECTROMECHANICS

<i>B. M. Mamikonian</i> —Impulse power of nonlinear network with capacitive transducers	161
---	-----

THEORY OF ELASTICITY

<i>S. M. Mhktartun, Mohamed Abd Alla Ahmed Abdow</i> —On comparison of different methods of solving of integral equation of plane contact problem of theory of elasticity	6
---	---

<i>G. M. Mkhitarian, Mohamed Abd Alla Ahmed Abdow</i> —On comparison of different methods of solving Karleman's integral equation, met in the theory of elasticity	75
<i>A. V. Tonoyan</i> —On two axially symmetric problems for transversely isotropic, elastic space, with circular cylindrical cavity	206

PHYSICS

<i>S. S. Gasparian, T. A. Mnatsakanian</i> —High sensitive bolometer on YBaCuO superconductive film	11
<i>R. B. Akopian, S. R. Arutunian, V. O. Vartunian, S. Kh. Pilosian, A. P. Volodin, I. V. Falkovski</i> —Microcontact spectroscopy of high temperature superconductive films.	13
<i>E. A. Arutunian, S. Kh. Galoyan, S. P. Pogosian</i> —Exact determination of surface bound waveguide films.	16
<i>G. G. Bakshian, M. G. Grigorian, K. E. Karapetian</i> —Rotational resonance line ($\lambda=1.35$ cm) splitting for H ₂ O molecules under the Magnus force	20
<i>A. O. Vardanian, D. L. Oganessian</i> —USP shape determination using non-collinear SHO with time inversed beams	81
<i>G. G. Bakhshian</i> —Rotational spectral line broadening due to pressure and intermolecular forces. The new results	168
<i>S. A. Aghabalian, F. P. Safarian</i> —On the theory of multiphonon nonradiation transitions in crystal impurities	212

ASTROPHYSICS

<i>D. M. Sedrakian</i> —The effect of generation of the magnetic field in the superconducting core of the Neutron Star	86
<i>V. G. Cholakian</i> —A method for determination of relative power of "magnesium" chromospheres	121

BUILDING CONSTRUCTIONS

<i>J. A. Gasparian, S. A. Marcarian, B. J. Gasparian</i> —Determination of the impedance of low frequency resonators with the calculation of acoustical losses	23
<i>K. S. Karapetian</i> —About the regularity of changes of firmness and deformative qualities of concrete in different conditions of environmental humidity	29
<i>Ya. A. Gasparian, A. V. Arshakian, B. Yu. Gasparian, A. G. Manucharian</i> —Wave process in multifrequency oscillating system of sound-absorbing building constructions.	172

PETROGRAPHY

<i>K. O. Shrinian, V. A. Zadoyan</i> —Petrogenetic systematics of the late orogenic basaltoids of Armenia.	125
--	-----

MORPHOLOGY

<i>L. N. Mkrtchian, B. A. Ezdarian, K. R. Manvelian, D. M. Dallakian</i> —On ultrastructural characteristics of fundus gland cells and stomach adenocarcinoma	218
---	-----

ECOLOGY

<i>G. B. Babayan, R. H. Revazian, L. A. Araratian</i> —On water migration of heavy metals and boron in soils	34
--	----

PHYSIOLOGY OF PLANTS

<i>V. A. Davtian, M. A. Saloum</i> —The correlative of physiological activity of leaves and roots in ontogenesis of different earlyripening sorts of tomato	92
<i>Kh. K. Khajakian, S. S. Papian</i> —The organ's action and colour forming in plates of Lawsonia	225

ENTOMOLOGY

- S. M. Iablokoff-Khuzorian*—A new species of Curculionid—beetles of the genus *Larinus* from Turkmenia 131
- S. A. Belokobitski*—*Bracon buprestivorus* as a parasite of the *Anthaxia Igockii* Obenb in Armenia. 135
- B. M. Mamaev, L. S. Mirumian*—Description of *Arafavilla tertentani* gen. et sp. n. (Diptera, Cecidomyiidae), which forms galls on *Suaeda altissima* (L.) Pall. in Armenia 131
- S. M. Iablokoff-Khuzorian*—New species of the Curculionid-beetle genus *Larinus* Germ. (Coleoptera, Curculionidae) 180
- M. Yu. Kalashian*—A new species of the genus *Zibus* Sauley (Coleoptera, Pselaphidae) from the environs of Yerevan. 185
- M. Yu. Kalashian*—*Sphenoptera khosrovica* sp. nov. —a new species of the buprestid-beetle from Armenia (Coleoptera, Buprestidae) 229

PHARMACOLOGY

- E. S. Gabrielian, S. E. Akopov, K. S. Tuniasian*—The investigation of the influence of β -adrenoblockaders on the brain blood flow 39

MEDICINE

- L. A. Ktsoyan, P. S. Simavorian, E. A. Shirinian, B. T. Garibjanian*—Effect of α_2 -Adrenoblockators on *E*-rosetteformation by human blood lymphocytes 142
- E. S. Gabrielian, A. V. Nazarian, T. S. Shirinian, S. E. Akopov*—The examination of the state of angiogenic actions of patients with cerebral atherosclerosis 188

PHYSIOLOGY

- R. A. Harutjunian, L. A. Sahakova, D. S. Sargsian, D. K. Khachatryan, H. Kh. Sahakian, K. R. Harutjunian*—The central and periphtric influence of leucin-enkephalin on the temperature homeostase of the organism 45