

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր

Д О К Л А Д Ы

Том 89 № 3

1989

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. բնիկա-
ծու (պատ. ֆաբրուր), է. Գ. ԱՆՐԻԿՅԱՆ,
ՀԽՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ,
ՀԽՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆՅԱՆ,
ՀԽՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԱԼՅԱՆ,
ՀԽՍՀ ԳԱ պրոֆ. անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄ-
ՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀԽՍՀ
ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղա-
կալ), Վ. Գ. ՄԵՒՔԱՐՅԱՆ, ՀԽՍՀ ԳԱ պրոֆ.
անդամ, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀԽՍՀ ԳԱ ակա-
դեմիկոս, Գ. Մ. ՍԵՂՈՒԿՅԱՆ, ՀԽՍՀ ԳԱ պրոֆ.
անդամ (պատ. խմբագիր), Մ. Լ. ՏԵՂԻՍԻ-
ՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀԽՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ.
ՅԱՆԱՐՁՅԱՆ, ՀԽՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.
АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв.
секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик
АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик
АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛЯН, ака-
демик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН,
академик АН АрмССР (зам. отв. редак-
тора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН
АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН
АрмССР, Д. М. СЕДРАКЯН, чл.-
корр. АН АрмССР (отв. редактор),
А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР,
М. Л. ТЕР-МИКЕЛЯН, академик АН
АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, ака-
демик АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Կ. Հ. Խաչատրյան, Հ. Ա. Եամոյան—Գծային կողերի մի դասի ճիշտ վերձանման հավանականության որոշումը երկուական սիմետրիկ կապուղու համար	99
Է. Ա. Իանիելյան, Գ. Ս. Մովսիսյան—Կարաթեոդորի—Ռիսի թեորեմի ճշգրտումը	105
Պ. Ս. Ավետիսյան—Մի ուղղվեճնային հավասարման Գրինի ֆունկցիայի դնահատականների մասին	109
Ան. Ա. Թալալյան—Ոռանկյունաչափական ինտեգրալների Մ _p բազմությունների դասակարգման մասին	112
Ռ. Ս. Մուսայելյան—Ասիմպտոտիկական կոորդինատներով տրված շափերի մասին	116

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Վ. Կ. Բրուտյան—Օպտիմալ ոչ գծային կառավարման բաց և փակ համակարգերի զգայնության ֆունկցիաների համեմատման մասին	120
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Մ. Մխիբարյան, Մոհամեդ Աբդալա Ահմեդ Աբդու—Կառլեմանի ինտեգրալ հավասարման լուծման տարրեր մեթոդների մասին	125
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

ԼԻՏՈԼՈԳԻԱ

Հ. Ա. Սաղոյան, Ռ. Ա. Խորենյան—Արկոզները Հայկական ԽՍՀ Փամբակի լեռնաշղթայի էոցենի նստվածքներում	130
---------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿՆՆՍԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Գ. Մխիբարյան, Գ. Լ. Հաբուրյունյան, Լ. Վ. Կարաբաշյան—ԴնԹ-ի պոլի-ԱԴՑ-ոիրոզիլացման ակտիվացման ունակության վրա միկրոկոկային նուկլեազի և ԴնԹազ 1-ի ազդեցության հետազոտումը	134
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

ՐԻՈՅԻՋԻԿԱ

Ա. Գ. Գաբրիելյան, Կ. Հ. Բակունց, Ռ. Ա. Զախարյան—ԵԹ-ՏԵՆԹ-ի ուսումնասիրումը անդրամանուշակագույն ճշգրիտ սպեկտրալուսաչափության մեթոդով	139
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Մ. Յու. Քալաշյան—Margarinotus (Mars.) Wenz. (Coleoptera, Histeridae) սեռի նոր տեսակ Հայաստանից	142
----------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- Г. Г. Хачатрян, Г. А. Шамоян—Определение вероятности правильного декодирования одного класса линейных кодов для двоичного симметричного канала 99
- Э. А. Даниелян, Г. С. Мовсисян—Уточнение теоремы Каратеодори—Рисса 105
- П. С. Аветисян—Об оценках функции Грина одного резольвентного уравнения 109
- Ан. А. Талалян—О классификации U_p^* -множеств тригонометрических интегралов 112
- Р. Ц. Мусаелян—О метраках, заданных в асимптотических координатах 116

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

- В. К. Брутян—О сравнении функций чувствительности разомкнутой и замкнутой оптимальных нелинейных систем управления 120

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- С. М. Мхитарян, Мохамед Абдалла Ахмед Абду—О различных методах решения интегрального уравнения Карлемана 125

ЛИТОЛОГИЯ

- А. А. Садоян, Р. А. Хоренян—Аркозы в эоценовых отложениях Памбакского хребта Армянской ССР 130

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

- А. Г. Мхитарян, Д. А. Арутюнян, Л. В. Карабашян—Изучение влияния микрококковой нуклеазы и ДНКазы I на активирующую способность ДНК в реакции поли-АДФ-рибозилирования гистона H1 134

БИОФИЗИКА

- А. Г. Габриелян, К. А. Бакунц, Р. А. Захарян—Изучение дс-РНК методом прецизионной УФ-спектрофотометрии 139

ЭНТОМОЛОГИЯ

- М. Ю. Калашян—Новый вид рода *Margarinotus* (Mars.) Wenz. (Coleoptera, Histeridae) из Армении 142

CONTENTS

MATHEMATICS

- G. H. Khachatryan, H. A. Shamoyan*—Definition of probabilities of correct decoding for one class of linear codes for binary symmetric channel . . . 99
- E. A. Daniellian, G. S. Mousissian*—The Carateodory—Riss theorem improvement 105
- P. S. Avetisyan*—On the estimate Green function of a resolvent equation. 109
- An. A. Talallan*—On the classification of U_p° sets of trigonometrical integrals 112
- R. T. Musuelian*—On metrics defined in asymptotic coordinates. . . 116

APPLIED MATHEMATICS

- V. K. Brutyan*—About the comparison of the sensitivity of open and closed optimal nonlinear control system 120

THEORY OF ELASTICITY

- S. M. Mchitarian, Mohamed Abd Alla Ahmed Abdow*—On different methods of solution for integral equation of Karleman 125

SEDIMENTOLOGY

- H. A. Sadoyan, R. A. Khorenian*—Arkoses in the Armentian SSR Pambak mountain ridge eocene sediments 130

MOLECULAR BIOLOGY

- A. G. Mkhitarian, D. L. Harutjunian, L. V. Karabashlan*—The effect of micrococcal nuclease and DNAase I action on the activating properties of DNA in the reaction of poly (ADP-ribosylation) of histone III 134

BIOPHYSICS

- A. G. Gabriellian, K. H. Bakunts, P. A. Zakarian*—Study of ds-RNA by the method of precise UV-spectrophotometry 139

ENTOMOLOGY

- M. Yu. Kalashian*—A new species of the genus *Margarinotus* (Mars.) Wenz. (Coleoptera, Histeridae) from Armenia. 142

Техн. редактор *Азизбекян Л. А.*

Сдано в набор 14.08.89. Подписано к печати 15.12.89. ВФ 11479

Формат 70×108^{1/16}. Бумага № 1 сыктывкарская. Высокая печать. Печ. лист 3,0.

Усл. печ. л. 4,2. Усл. кр. отт. 4,2. Учет.-изд. л. 3,23. Тираж 530. Заказ № 1117.

Издат. № 7688. Цена 55 к.

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г., II эт., к. 1, т. 27-92-33.

Издательство Академии наук Армянской ССР. 375019, Ереван,
пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин

ISSN 0021-1334 Доклады Академии наук Армянской ССР. 1989. т. 89, № 3, с. 97-144.

Предположим, что имеем $\bar{S} = (\bar{g}_1, \bar{g}_2, \dots, \bar{g}_k \bar{\varphi})$ синдром смежного класса, где \bar{g}_i — слова из алфавита $\{0, 1\}$ с длиной l ($i = \overline{1, k}$), $\bar{\varphi}$ — слова из алфавита $\{0, 1\}$ с длиной L . В дальнейшем их будем называть l -отрезками и L -отрезками соответственно.

Нетрудно доказать, что смежный класс, синдром которого равен \bar{S} , содержит вектор веса w тогда и только тогда, когда некоторая линейная комбинация w столбцов проверочной матрицы H линейного кода C_1 равна \bar{S} (1).

Пусть $\bar{V}_0 = (0, 0, \dots, 0, \bar{S})$ является образующей смежного класса. Теперь изложим алгоритм, по которому будем находить минимальный вес имеющегося элемента в смежном классе по его синдрому.

1-й шаг. — Определяем вектор $\bar{V}^{(1)}$ следующим образом: $\bar{V}^{(1)} = \bar{V}_0 + \bar{U}^{(1)}$, где $\bar{U}^{(1)} \in C_1$ и $\bar{U}^{(1)} = \sum_{i=1}^k a_i \psi_i$,

где $a_i = 0$, если $\|\bar{g}_i\| \leq \lfloor l/2 \rfloor$, и $a_i = 1$, если $\|\bar{g}_i\| > \lfloor l/2 \rfloor$; ψ_i — i -я строка матрицы G . Очевидно, что $\bar{V}^{(1)} = (a_1, a_2, \dots, a_k \bar{g}_1, \bar{g}_2, \dots, \bar{g}_k \bar{\varphi}')$.

2-й шаг. — Если $\|\bar{\varphi}'\| \leq L/2$, то в смежном классе с синдромом \bar{S} вектор $\bar{V}^{(1)}$ является минимальным элементом и алгоритм завершается работой. В противном случае переходим к следующему шагу.

3-й шаг. — Определим число i_0 такое, что в векторе $\bar{V}^{(1)}$ $a_{i_0} = 0$ не найдется такое i_0' , что $a_{i_0'} = 1$ и $\|\bar{g}_{i_0'}\| < \|\bar{g}_{i_0}\|$.

4-й шаг. — Аналогично определим число i_1 такое, что в векторе $\bar{V}^{(1)}$ $a_{i_1} = 1$ и не найдется такое i_1' , что $a_{i_1'} = 1$ и $\|\bar{g}_{i_1'}\| < \|\bar{g}_{i_1}\|$.

5-й шаг. — Если $(l - \|\bar{g}_{i_0}\| + 1) \geq \|\bar{\varphi}'\|$ и $(\|\bar{g}_{i_1}\| > \|\bar{\varphi}'\|)$, то в смежном классе с синдромом \bar{S} вектор $\bar{V}^{(1)}$ является минимальным элементом и алгоритм завершает свою работу.

6-й шаг. — Если $\|\bar{g}_{i_1}\| \leq l - \|\bar{g}_{i_0}\| + 1$, то минимальным элементом в смежном классе будет следующий вектор: $\bar{V}^{(2)} = (a_1, \dots, \bar{a}_{i_0}, \dots, a_k \bar{g}_1, \dots, \bar{g}_{i_1}, \dots, \bar{g}_k \bar{\varphi}')$ и алгоритм завершает свою работу. В противном случае переходим к следующему шагу.

7-й шаг. — Если $\|\bar{g}_{i_1}\| > l - \|\bar{g}_{i_0}\| + 1$, то искомый вектор будет:

$$\bar{V}^{(3)}(a_1, \dots, \bar{a}_{i_0}, \dots, a_k \bar{g}_1, \dots, \bar{g}_{i_0}, \dots, \bar{g}_k \bar{\varphi}')$$

Этим полностью завершается работа алгоритма. Методом от противного можно доказать, что 1-й шаг требует не более чем sn^2 операций, а остальные шаги требуют не более чем sn^2 операций. Следовательно, данный алгоритм требует не более чем sn^2 операций для каждого смежного класса.

Пример. — Пусть $n = 21$, $k = 3$, $l = 4$, $L = 6$.

Тогда порождающая матрица кода C_1 имеет следующий вид:

$$G = \left(I_3 \begin{array}{|cccc|} \hline 1111 & 0000 & 0000 & 11111 \\ \hline 0000 & 1111 & 0000 & 11111 \\ \hline 0000 & 0000 & 1111 & 11111 \\ \hline \end{array} \right)$$

Пусть дан синдром смежного класса: $\bar{S} = (11100100111110110)$, тогда $\bar{V}_0 = (00011100100111110110)$.

1-й шаг. — Определяем $\bar{V}^{(1)}$

$$\bar{V}^{(1)} = (1010001010000000110110).$$

2-ой шаг. — Поскольку $\bar{\varphi} = (110110)$ и $L = 6$, то $\|\bar{\varphi}\| > L/2$ и переходим к 3-му шагу.

3-й шаг. — Определяем i_0 : $i_0 = 2$.

4-й шаг. — Определяем i_1 : $i_1 = 1$.

5-й шаг. Поскольку $\|\bar{\varphi}'\| = 4$, $\|\bar{g}_{i_1}'\| = 3$ и $\|\bar{g}_{i_0}'\| = 1$, то переходим к 6-му шагу.

6-й шаг. — Поскольку $\|\bar{g}_{i_1}'\| \leq l - \|\bar{g}_{i_0}'\| + 1$, то искомым вектор будет:

$$\bar{V}^{(2)} = (00111010000000001001)$$

и работа алгоритма завершена.

Теперь с помощью этого алгоритма определим точное значение величины a_i ($i = \overline{1, n}$).

Очевидно, что проверочная матрица линейного кода C_1 будет:

$$H = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & \dots & 0 & & & & \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & & & & \\ 1 & 0 & \dots & \vdots & & & & \\ 0 & 1 & \dots & \vdots & & & & \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & & & & \\ \vdots & 1 & \dots & 1 & & & & \\ \vdots & 0 & \dots & \vdots & & & & \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & & & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & & & & \\ 1 & 1 & \dots & \vdots & & & & \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & & & & \\ 1 & 1 & \dots & 1 & & & & \end{array} \right) I_{n-k}$$

Первый k столбец H матрицы будем называть первой частью матрицы, а остальные столбцы будем называть второй частью матрицы H .

Задача 1. — Пусть имеем m штук l -отрезков, веса которых равны x_1, \dots, x_m соответственно, а их сумма равна M . Найти количество всевозможных таких l -отрезков, если известно, что $r \leq x_i \leq Q$ ($i = 1, 2, \dots, m$) и $0 \leq r \leq Q \leq l$.

Обозначим через $P(r, Q, m, M)$ количество этих вариантов, тогда нетрудно видеть, что имеет место следующее равенство:

$$P(r, Q, m, M) = \sum_{\substack{(x_1, \dots, x_m) \\ r \leq x_i \leq Q}} \prod_{j=1}^m C_j^{x_j}. \quad (2)$$

Уравнение (2) можно написать с помощью рекуррентного соотношения

$$P(r, Q, m, M) = \sum_{j=r}^0 C_j^r P(r, Q, m-1, M-j).$$

Нетрудно показать, что 1) $P(r, Q, 1, M) = C_r^M$, 2) для любого m имеет место $P(0, 0, m, 0) = 1$.

Задача 2. — Пусть имеем m штук l -отрезков, вес которых равен x_1, \dots, x_m соответственно, а их сумма равна M . Известно еще, что среди этих весов x является максимальным ($r \leq x \leq Q$). Найти количество всевозможных таких l -отрезков.

Обозначим через $Q(m, x, M)$ искомое количество. Нетрудно показать, что $Q(m, x, M) = \sum_{j=1}^m C_m^j (C_r^x)^j P(r, x-1, m-j, M+x-jx)$. Пусть

нам известен \bar{S} синдром смежного класса. Обозначим через T число тех l -отрезков, вес которых больше чем $\lfloor l/2 \rfloor$. Согласно вышеизложенному алгоритму для того, чтобы \bar{S} синдром представить по минимальному числу линейных комбинаций столбцов матрицы H , необходимо как минимум $T-1$ столбцов и не более $T+1$ столбцов из первой части матрицы H , которые зависят от веса L отрезка. Очевидно, что после этого для получения синдрома \bar{S} по столбцам матрицы H будем использовать некоторые столбцы, принадлежащие второй части матрицы H . Это количество будет иметь следующий вид: $x^{(1)} + x^{(0)} + I_0 + I_1 + L_0$, где $x^{(1)}$ — число нулевых координат в l -отрезке, вес которого был минимальным среди вышеуказанных T отрезков; $x^{(0)}$ соответствует весу l -отрезка, являющегося максимальным среди l -отрезков, вес которых не превышает $\lfloor l/2 \rfloor$; I_0 — количество единичных координат, имеющих в l -отрезках, веса которых не превышают $\lfloor l/2 \rfloor$, кроме $x^{(0)}$ единичных координат, о которых говорилось раньше; I_1 — количество нулевых координат, имеющих в l -отрезках, веса которых больше чем $\lfloor l/2 \rfloor$, кроме тех нулей, которые есть в этих отрезках. L_0 соответствует весу L -отрезка.

Теперь приведем несколько легко доказуемых лемм.

Пусть $E_1 = \{(I_0, I_1, L_0, T) / 1 \leq T = 2t + 1 \leq k, 0 \leq L_0 \leq \lfloor L/2 \rfloor, 0 \leq I_0 \leq (k - T) \lfloor l/2 \rfloor, 0 \leq I_1 \leq T \cdot (\lfloor l/2 \rfloor - 1)\}$,

$$E_2 = \{(I_1, I_0, L_0, T) / 0 \leq T = 2t \leq k; 1 + \lfloor l/2 \rfloor \leq L_0 \leq L; 0 \leq I_0 \leq (k - T) \lfloor l/2 \rfloor; 0 \leq I_1 \leq T(\lfloor l/2 \rfloor - 1)\}$$

Лемма 1. Пусть \bar{S} синдром смежного класса с параметром L_0, I_0, I_1, T . Известно, что если $T = 2t + 1$, то $0 \leq L_0 \leq \lfloor L/2 \rfloor$ и если $T = 2t$, то $\lfloor L/2 \rfloor + 1 \leq L_0 \leq L$. Тогда число таких СК будет

$$z^{(1)} = \sum_{\substack{(I_0, I_1, L_0, T) \in E_1 \\ I_0 + I_1 + L_0 + T = l}} C_k^{L_0} C_k^{I_1} P(0, \lfloor l/2 \rfloor, k - T, I_0) \cdot P(0, \lfloor l/2 \rfloor - 1, T, I_1) + \\ + \sum_{\substack{(I_0, I_1, L_0, T) \in E_2 \\ I_0 + I_1 + L_0 + T = l}} C_k^{I_1} C_k^{L_0} P(0, \lfloor l/2 \rfloor, k - T, I_0) \cdot P(0, \lfloor l/2 \rfloor - 1, T, I_1) \quad (3)$$

Пусть $B = C_k^{I_1} C_k^{L_0} Q(k - T, x_0, I_0) \cdot Q(T, x_1, I_1)$ и $E_3 = \{(T, x_0, x_1, L_0, I_0, I_1) / 1 \leq T = 2t + 1 \leq k; 0 \leq x_0 \leq \lfloor l/2 \rfloor; 0 \leq x_1 \leq \lfloor l/2 \rfloor - 1, 0 \leq L_0 \leq \lfloor L/2 \rfloor; 0 \leq I_0 \leq (k - T - 1) \cdot x_0; 0 \leq I_1 \leq (T - 1) \cdot x_1\}$.

Лемма 2. Пусть $x^{(0)}, x^{(1)}, T$ и L_0 параметры \tilde{S} синдрома такие, что $0 \leq L_0 \leq \lfloor L/2 \rfloor$, $T = 2l + 1$ и

1) если $1 + l - x_0 + L_0 \leq l - x_1 + L_0$ и $1 + l - x_0 + L_0 \leq x_0 + l - L_0 + 1$, то в таких смежных классах вес минимального элемента будет $T + 1 + x_1 + l - x_0 + l_0 + l_1$, а их число равно B ;

2) если $l - x_1 + L_0 \leq l - x_0 + 1 + L_0$ и $l - x_1 + L_0 \leq 1 + x_1 + L - L_0$, то в таких смежных классах вес минимального элемента будет $T - 1 + l - x_1 - L_0 + x_0 + l_0 + l_1$, а их количество равно B ;

3) если $x_0 + L - L_0 \leq 1 + l - x_0 + L_0$ и $l - x_1 + L_0 \geq l - x_1 + L_0$, то в таких смежных классах вес минимального элемента будет $T + x_0 + x_1 + L - L_0 + l_0 + l_1$, а их число будет равно B .

Тогда в таких смежных классах $\alpha_i^{(2)}$ число тех смежных классов, в которых вес минимального элемента равен i , будет:

$$\alpha_i^{(2)} = \sum_{\substack{(T, x_0, x_1, L_0, l_0, l_1) \in E_2 \\ i = T + 1 + x_1 + l - x_0 + L + l_0 + l_1 \\ \text{или} \\ i = T + x_0 + x_1 + L - L_0 + l_0 + l_1 \\ \text{или} \\ i = T - 1 + l - x_1 + L_0 + x_0 + l_0 + l_1}} C_k^T C_L^{L_0} Q(k - T, x_0, l_0) \cdot Q(T, x_1, l_1) \quad (4)$$

Лемма 3. Пусть x_0, x_1, T и L_0 параметры \tilde{S} синдрома такие, что T четно, а $0 \leq L_0 \leq \lfloor L/2 \rfloor$ и

1) если $1 + l - x_0 + L - L_0 \leq l - x_1 + L - L_0$ и $1 + l - x_0 + L - L_0 \leq x_0 + L_0 - 1$, то в таких смежных классах вес минимального элемента будет $T + 1 + l - x_0 + L - L_0 + l_0 + l_1 + x_1$, а их количество равно B ;

2) если $l - x_1 + L - L_0 \leq 1 + l - x_0 + L - L_0$; $l - x_1 + L - L_0 \leq 1 + x_1 + l_0 - 1$ и $T \geq 2$, то в та их смежных классах вес минимального элемента будет $T - 1 + l - x_1 + L - l_0 + x_0 + l_0 + l_1$, а их количество будет равно B ;

3) если $x_0 + L_0 \leq 1 + l - x_0 + L - L_0$ и $1 + x_1 + L_0 \leq l - x_1 + L - L_0$, то в таких смежных классах вес минимального элемента будет $T + x_0 + x_1 + L_0 + l_0 + l_1$, а их количество будет равно B .

Тогда в таких смежных классах число $\alpha_i^{(3)}$ таких смежных классов, в которых вес минимального элемента равен i , будет:

$$\alpha_i^{(3)} = \sum_{\substack{(T, x_0, x_1, L_0, l_0, l_1) \in E_3 \\ i = T + 1 + l - x_0 + L - L_0 + l_0 + l_1 + x_1 \\ \text{или} \\ i = T - 1 + l - x_1 + L - L_0 + x_0 + l_1 + l_0 \\ \text{или} \\ i = T + x_0 + x_1 + L_0 + l_1 + l_0}} C_k^T C_L^{L_0} Q(k - T, x_0, l_0) \cdot Q(T, x_1, l_1) \quad (5)$$

где

$$E_3 = \{(T, x_0, x_1, L_0, l_0, l_1) / 0 \leq T = 2l \leq k; 0 \leq x_0 \leq \lfloor l/2 \rfloor; 0 \leq x_1 \leq \lfloor l/2 \rfloor - 1; 0 \leq l_0 \leq x_0(k - T - 1); 0 \leq l_1 \leq x_1(T - 1)\}.$$

Имея в виду эту лемму, получим, что количество тех смежных классов, в которых вес минимального элемента равен i , будет

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(j)}$$

С помощью ЭВМ, используя формулы (1, 3, 4, 5), подсчитано значение P_c для различных значений скорости R_1 линейного кода и приведено их сравнение с $P_c^{гар}$ для линейного кода с наилучшим известным минимальным расстоянием (³).

№ п/п	(n,k)	l	L	d	p=0.1		p=0.2		p=0.3	
					P_c	$P_c^{гар}$	P_c	$P_c^{гар}$	P_c	$P_c^{гар}$
1	(8,2)	2	2	5	0.9778	0.9679	0.8818	0.7969	0.6743	0.5517
2	(11,3)	2	2	5	0.9608	0.9104	0.7895	0.6174	0.5348	0.3127
3	(14,3)	3	2	6	0.9720	0.9558	0.8210	0.6982	0.5491	0.3552
4	(14,2)	5	2	8	0.9945	0.9903	0.9328	0.8702	0.7590	0.5842
5	(17,5)	2	2	5	0.9205	0.8396	0.6425	0.4294	0.3312	0.1297
6	(20,3)	5	2	8	0.9916	0.9887	0.8987	0.8072	0.6557	0.4164
7	(24,5)	3	4	8	0.9690	0.9149	0.7488	0.4598	0.2481	0.1111

Вычислительный центр Академии наук
Армянской ССР и Ереванского государственного университета

Գ. Հ. ԽԱԶԱՏՐԵԱՆ, Հ. Ա. ՇԱՄՈՑԱՆ

Գծային կոդերի մի դասի ճիշտ վերծանման հավանականության
որոշումը երկուական սիմետրիկ կապուղու համար

Սույն հոդվածում գծային կոդերի C_1 դասի համար որոշված է α_i մեծու-
թյունը, որը ըստ C_1 գծային կոդի այն հարակից գույների քանակությունն է,
որոնցում մինիմալ տարրի կշիռը հավասար է i :

Հնդհանուր դեպքում α_i մեծությունների որոշման խնդիրը բավակա-
նին բարդ պրոբլեմ է:

Շնորհիվ α_i արժեքների, այս աշխատանքում որոշված է նաև C_1 գծային
կոդի ճիշտ վերծանման P_c հավանականությունը:

Հոդվածում բերված աղյուսակից երևում է, որ C_1 գծային կոդի որոշ
պարամետրերի դեպքում P_c ճիշտ վերծանման հավանականությունը գերա-
զանցում է հայտնի գծային կոդերին համապատասխանող $P_c^{гар}$ մեծությա-
նը:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ У. Питерсон, Э. Уэлдон, Коды, исправляющие ошибки, Мир, М., 1976. ² Дж.
Мак-Вильямс, Н. Дж. А. Слоэн, Теория кодов, исправляющих ошибки, Связь, М.,
1979.

УДК 517.5

МАТЕМАТИКА

Э. А. Даниелян, Г. С. Мовсисян

Уточнение теоремы Каратеодори—Рисса

(Представлено академиком АН Армянской ССР Р. В. Амбарцумяном 16/V 1989)

При изучении связанных с обобщенной конечной проблемой моментов экстремальных задач на классе всех функций распределения (ФР) \mathcal{F}_0 на $[a, b]^*$ ($-\infty < a < b < +\infty$) важную роль играет теорема Рисса (см. (1)), с. 30), утверждающая, что для любой системы непрерывных функций

$$u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t), n \geq 1, t \in [a, b]$$

моментное пространство

$$M(\mathcal{F}_0) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ c = (c_1, \dots, c_n) : \int_a^b u_k(t) d\sigma(t) = c_k, k = \overline{1, n}, \sigma \in \mathcal{F}_0 \right\}$$

совпадает с замкнутой выпуклой оболочкой множества точек кривой

$$U = \{ u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t)) : t \in [a, b] \} \subset R^n.$$

Классическая теорема Каратеодори (см., например (2), с. 169) занимает центральное место в выпуклом анализе. Она дает представление точек выпуклого множества в R_n в виде выпуклой комбинации не более чем $n + 1$ крайних точек данного выпуклого множества.

Объединение вышеупомянутых двух утверждений приводит для класса \mathcal{F}_0 к следующему утверждению, называемому в (1), с. 31, теоремой Каратеодори—Рисса.

1) Каждая точка $c \in M(\mathcal{F}_0)$ представима в виде

$$c = \lambda_1 u(t_1) + \dots + \lambda_n u(t_n) + \lambda_{n+1} u(t_{n+1}),$$

где $t_i \in [a, b], \lambda_i \geq 0, (i = \overline{1, n+1}), \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i = 1.$

2) Если $c \in \partial M(\mathcal{F}_0)$, то

$$c = \lambda_1 u(t_1) + \dots + \lambda_n u(t_n),$$

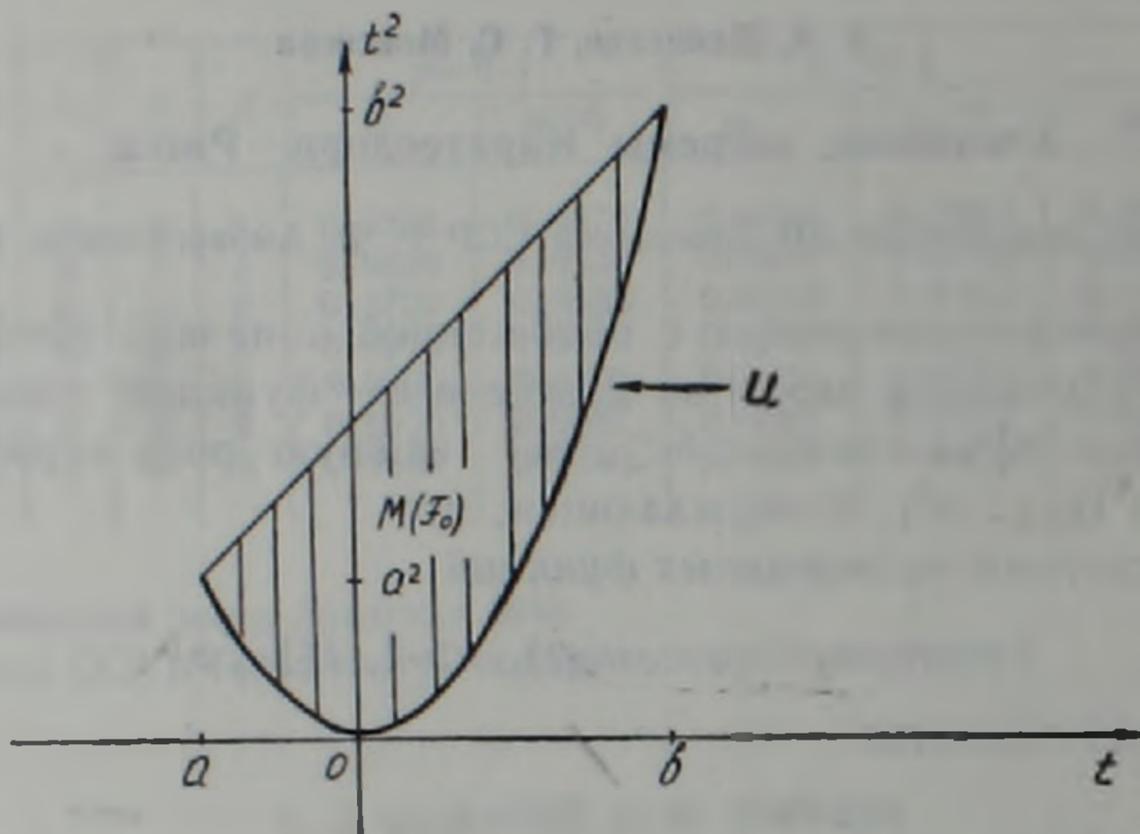
где $t_i \in [a, b], \lambda_i \geq 0, (i = \overline{1, n}), \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1.$

Во многих вопросах выпуклого анализа важно иметь выпуклое

* ФР σ на $[a, b]$ — неубывающая, непрерывная слева функция, не имеющая точек роста вне $[a, b]$ и такая, что $\sigma(a) = 0, \sigma(b+) = 1.$

линейное представление $c \in M(\mathcal{F}_0)$ через возможно меньшее число точек кривой u .

Во всех примерах удается построить представление для c через не более чем n точек кривой u . Рассмотрим простейший пример. Пусть $n=2$, $u_1(t)=t$, $u_2(t)=t^2$. Тогда моментным пространством согласно теореме Рисса будет замкнутая выпуклая оболочка кривой $u(t)=\{(t, t^2) : t \in [a, b]\} \subset R^2$ (рисунок).



Из рисунка видно, что каждая точка $c \in \text{Int} M(\mathcal{F}_0)$ может быть представлена в виде выпуклой комбинации ровно двух точек кривой U .

Цель настоящей заметки—доказать следующую теорему.

Теорема. Каждая точка $c \in M(\mathcal{F}_0)$ представима в виде

$$c = \lambda_1 u(t_1) + \dots + \lambda_n u(t_n),$$

где $t_i \in [a, b]$, $\lambda_i \geq 0$, $(i = \overline{1, n})$, $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$.

Отметим, что утверждение теоремы не может быть улучшено.

Замечание. Без ограничения общности можно считать, что $c=0$. В противном случае можно перейти к вектор-функции $u(t)-c$. Согласно теореме Каратеодори—Рисса имеем

$$0 = \lambda_1 u(t_1) + \dots + \lambda_n u(t_n) + \lambda_{n+1} u(t_{n+1}). \quad (1)$$

Доказательству теоремы предположим доказательство двух лемм. Обозначим через S выпуклую оболочку множества $\{u(t_i)\}_{i=1}^{n+1} \subset R^n$, а через K наименьший выпуклый конус, содержащий точки $-u(t_1), \dots, -u(t_n)$. Очевидно, что K замкнутый конус.

Лемма 1. Пусть точки $u(t_1), \dots, u(t_n), u(t_{n+1})$ не лежат в одной гиперплоскости в R^n и $0 \in \text{Int} S$. Тогда

1) $u(t_i) \in K$, $(i = \overline{1, n})$;

2) $u(t_{n+1}) \in K$.

Доказательство 1). Рассмотрим гиперплоскость $(a, x) = h$,

проходящую через точки $u(t_1), \dots, u(t_n)$. Допустим, что эта гиперплоскость проходит через точку o , т. е. $h=0$. Пусть $(a, u(t_{n+1})) > 0$, тогда $(a, x) \geq 0$ для всех $x \in S$, т. е. гиперплоскость является опорной к S , что противоречит условию $o \in \text{Int} S$ ((¹), с. 20). Таким образом $h \neq 0$. Рассмотрим параллельную гиперплоскости $(a, x) = h$ гиперплоскость $(a, x) = 0$. Пусть $(a, u(t_i)) > 0, (i = \overline{1, n})$. Тогда $(a, x) < 0$ для всех $x \in K$ и $u(t_i) \in K, (i = \overline{1, n})$.

2) Допустим, что $u(t_{n+1}) \in K$. Проведем гиперплоскость $(b, x) = 0$, отделяющую конус K от точки $u(t_{n+1})$ ((¹), с. 25). Пусть $(b, u(t_{n+1})) > 0$ и $(b, x) \leq 0$ для всех $x \in K$. В частности $(b, u(t_i)) \geq 0, (i = \overline{1, n})$. Тогда $(b, x) \geq 0$ для всех $x \in S$, что противоречит условию $o \in \text{Int} S$. Лемма 1 доказана.

Как известно ((²), с. 31), каждая точка $x \in K$ представляется в виде

$$x = -\mu_1 u(t_1) - \dots - \mu_n u(t_n), \quad (2)$$

где $\mu_i \geq 0, (i = \overline{1, n})$.

Лемма 2. Пусть точки $u(t_1), \dots, u(t_n), u(t_{n+1})$ не лежат в одной гиперплоскости, $o \in \text{Int} S$ и в представлении (2) все $\mu_i > 0, (i = \overline{1, n})$. Тогда точка $x \in \text{Int} K$.

Доказательство. Допустим противное — пусть $x \in \partial K$. Проведем через x гиперплоскость $(d, x) = 0$, опорную к K ((¹), с. 25). Тогда $-\mu_1 (d, u(t_1)) - \dots - \mu_n (d, u(t_n)) = 0$. Так как все $\mu_i > 0$, то $(d, u(t_i)) = 0, (i = \overline{1, n})$ и точки $u(t_1), \dots, u(t_n)$ лежат в гиперплоскости, проходящей через точку o , что противоречит условию $o \in \text{Int} S$. Лемма 2 доказана.

Доказательство теоремы. Пусть точки $u(t_1), \dots, u(t_n), u(t_{n+1})$ лежат в одной гиперплоскости. Тогда множество S лежит в некотором подпространстве пространства R^n размерности не более $n-1$. В этом случае утверждение теоремы является прямым следствием классической теоремы Каратеодори.

Рассмотрим теперь тот случай, когда точки $u(t_1), \dots, u(t_n), u(t_{n+1})$ не лежат в одной гиперплоскости. Тогда S является телом в R^n ((¹), с. 18). Если точка $o \in \partial S$ и так как S замкнутое множество, то утверждение теоремы следует из теоремы Каратеодори для замкнутых выпуклых множеств (см. например (¹), с. 21).

Остается тот случай, когда $o \in \text{Int} S$. Рассмотрим точки $u(t_1)$ и $u(t_{n+1})$. По лемме 1 $u(t_1) \in K, u(t_{n+1}) \in K$. Так как эти точки лежат на непрерывной кривой U , то найдется точка $t' \in [a, b]$ такая, что $u(t') \in \partial K$. Тогда

$$u(t') = -\mu_1 u(t_1) - \dots - \mu_n u(t_n),$$

где $\mu_i \geq 0, (i = \overline{1, n})$. Но по лемме 2 хотя бы один из $\mu_i, (i = \overline{1, n})$ равен нулю. Пусть для определенности $\mu_n = 0$. Таким образом

$$u(t') + \mu_1 u(t_1) + \dots + \mu_{n-1} u(t_{n-1}) = 0,$$

т. е. $0 = \lambda_1 u(t_1) + \dots + \lambda_{n-1} u(t_{n-1}) + \lambda_n u(t')$,

где $\lambda_l = \frac{\mu_l}{1 + \sum_{j=1}^{n-1} \mu_j}$, $(l = \overline{1, n-1})$, $\lambda_n = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{n-1} \mu_j}$, $\lambda_k \geq 0$, $(k = \overline{1, n})$,

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1.$$

Теорема доказана

В заключение приведем другую формулировку доказанной нами теоремы.

Теорема*. Если c_1, \dots, c_n — обобщенные моменты некоторой ФР на $[a, b]$, то существует ступенчатая ФР на $[a, b]$ с не более чем n скачками, имеющая те же моменты.

Ереванский государственный университет

Է. Ա. ԳԱՆԻԵԼՅԱՆ, Գ. Ս. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Կարաբեղորի—Խիսի բերեմի նշգրտումը

Իրացուք \mathcal{F}_0 -ը $[a, b]$ հատվածի վրա բոլոր բաշխման ֆունկցիաների դասն է, իսկ

$$u_1(t), \dots, u_n(t), n \geq 1, t \in [a, b]$$

անընդհատ ֆունկցիաների համակարգ է:

$$c_i = \int_a^b u_i(t) d\sigma(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad \sigma \in \mathcal{F}_0$$

ինտեգրալները կոչվում են $\sigma(t)$ բաշխման ֆունկցիայի ընդհանրացված մոմենտներ:

Աշխատանքում ապացուցված է հետևյալ թեորեմը:

Թեորեմ. Իթե c_1, \dots, c_n -ը $[a, b]$ հատվածի վրա ինչ որ բաշխման ֆունկցիայի ընդհանրացված մոմենտներն են, ապա գոյություն ունի ոչ ավելի քան n թռիչքներով թռիչված բաշխման ֆունկցիա $[a, b]$ հատվածի վրա նույն ընդհանրացված մոմենտներով:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ М. Г. Крейн, А. А. Нудельман, Проблемы моментов Маркова и экстремальные задачи, Наука, М., 1973. ² Р. Рокафеллар, Выпуклый анализ, Мир, М., 1973.

УДК 517.95

МАТЕМАТИКА

П. С. Аветисян

Об оценках функции Грина одного резольвентного уравнения

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Аракелян 12/VI 1989)

Рассматривается вопрос о разрешимости уравнения

$$\lambda U(x) + P(x, D)U(x) = f(x) \quad (1)$$

во всем евклидовом пространстве R_n . Здесь $P(x, D)$ равномерно квази-эллиптический оператор с коэффициентами, удовлетворяющими анизотропному условию Гельдера, λ — комплексный параметр, f принадлежит определенному анизотропному пространству Гельдера.

В настоящей заметке построена функция Грина (фундаментальное решение) уравнения (1) по классическому методу Леви (1, 2) и установлены поточечные оценки этой функции и ее производных по пространственной переменной $x \in R_n$.

Эти оценки позволяют получить разрешимость уравнения (1) в классе функций $C^m(K)$ при достаточно больших $|\lambda|$.

Отметим, что построение и описание свойств функции Грина (фундаментального решения) уравнения (1) в случае, когда $P(x, D)$ равномерно эллиптический оператор произвольного порядка с коэффициентами, удовлетворяющими обычному условию Гельдера, проводились ранее в работе (3).

Отметим также работы (4, 5), где изучалось уравнение (1) с постоянными коэффициентами.

Пусть R_n — n -мерное евклидово пространство точек $x = (x_1, \dots, x_n)$; N_n^+ — пространство мультииндексов, т. е. векторов $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ с целыми неотрицательными координатами. Пусть $m = (m_1, \dots, m_n)$ — вектор с натуральными компонентами, $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$, где $\mu_j = \frac{1}{m_j}$ ($j = 1, \dots, n$). Если $\xi \in R_n$, $\alpha \in N_n^+$, то положим $\xi^\alpha = \xi_1^{\alpha_1} \dots \xi_n^{\alpha_n}$, $\|\xi\|_\mu = \sum_{j=1}^n |\xi_j|^{\mu_j}$, $(\mu, \alpha) = \sum_{j=1}^n \mu_j \alpha_j$, $D^\alpha = D_x^\alpha = D_1^{\alpha_1} \dots D_n^{\alpha_n}$, где $D_j = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_j}$ ($j = 1, \dots, n$).

Определим необходимые для дальнейшего функциональные классы.

Обозначим через $C^m(R_n)$ пространство функций V на R_n , имеющих непрерывные ограниченные производные $D^\alpha V$, $(\mu, \alpha) \leq 1$, с нормой

$$\|V\|_{C^m} = \sum_{(\mu, \alpha) \leq 1} \sup_{x \in R_n} |D^\alpha V(x)|. \quad (2)$$

Пусть $0 < \epsilon < 1$ такое, что $0 < \max m_j < 1$.

Определим $C^{\mu, \alpha}(R_n)$ как пространство всех непрерывных ограниченных функций V на R_n , для которых

$$\|V\|_{C^{\mu, \alpha}} = \sup_{x \in R_n} |V(x)| + \sup_{\substack{x \neq y \\ x, y \in R_n}} \frac{|V(x) - V(y)|}{\|x - y\|_{\mu}^{\alpha}} < \infty. \quad (3)$$

Пусть $P(x, D) = \sum_{(\mu, \alpha) \leq 1} a_{\alpha}(x) D^{\alpha}$ линейный дифференциальный оператор с действительными коэффициентами $a_{\alpha} \in C^{\mu, \alpha}(R_n)$, $(\mu, \alpha) \leq 1$ и $P(x, \xi) = \sum_{(\mu, \alpha) \leq 1} a_{\alpha}(x) \xi^{\alpha}$ отвечающий ему характеристический многочлен, относительно которого предполагаем, что он является равномерно квазиэллиптическим, т. е. существует число $\delta > 0$ такое, что при всех $\xi \in R_n, x \in R_n$

$$\delta \|\xi\|_{\mu} \leq \sum_{(\mu, \alpha) \leq 1} a_{\alpha}(x) \xi^{\alpha} \leq \delta^{-1} \|\xi\|_{\mu}. \quad (4)$$

Сформулируем основной результат заметки.

Теорема. Пусть $\varphi_0 \in (0, \pi)$, λ_0 — достаточно большое положительное число, $\lambda = |\lambda| \exp(i \arg \lambda)$, $|\arg \lambda| \leq \pi - \varphi_0$, $|\lambda| \geq \lambda_0$, $\tau \in (0, \epsilon]$.

Тогда для любой функции $f \in C^{\mu, \alpha}(R_n)$ уравнение (1) имеет решение $U \in C^{\mu, \alpha}(R_n)$, задаваемое формулой

$$U(x; \lambda) = \int K(x, y; \lambda) f(y) dy, \quad (5)$$

где $K(x, y; \lambda)$ — функция Грина (фундаментальное решение) уравнения (1) со следующими свойствами:

1°. Функция $K(x, y; \lambda)$ определена и непрерывна по совокупности переменных при $x \neq y$ вместе со своими производными

$$D_x^{\alpha} K(x, y; \lambda), \quad (\mu, \alpha) \leq 1.$$

2°. $(\lambda I + P(x, D))K(x, y; \lambda) = 0$ при $x \neq y$.

3°. Пусть $\alpha = \sum_{j=1}^n \frac{1 + \alpha_j}{m_j} - 1$, $\alpha_j \in N_n^+$, $(\mu, \alpha) \leq 1$, тогда

$$|D_x^{\alpha} K(x, y; \lambda)| \leq \begin{cases} M e^{-d \left(\sum_{j=1}^n |\lambda|^{1/m_j} |x_j - y_j| \right)} \cdot |\lambda|^{\sum_{j=1}^n \frac{1 + \alpha_j}{m_j} - 1} & (x < 0), \\ M e^{-d \left(\sum_{j=1}^n |\lambda|^{1/m_j} |x_j - y_j| \right)} \cdot \left(1 + \left| \ln \left(\sum_{j=1}^n |\lambda|^{1/m_j} |x_j - y_j| \right) \right| \right) & (x = 0), \\ M e^{-d \left(\sum_{j=1}^n |\lambda|^{1/m_j} |x_j - y_j| \right)} \cdot \|x - y\|_{\mu}^{1 - \sum_{j=1}^n \frac{1 + \alpha_j}{m_j}} & (x > 0), \end{cases}$$

где $M = M(\varphi_0, \lambda_0, \alpha, n, m)$, $d = d(\varphi_0, \lambda_0, \alpha, n, m)$ — положительные константы.

Доказательство этой теоремы проводится модификацией методов, разработанных в (3, 6) с использованием свойств функции Грина (фундаментального решения) уравнения (1) с постоянными коэффициентами (6).

Ереванский государственный
университет

Մի ուղղվածության հավասարման Գրինի ֆունկցիայի
գնահատականների մասին

Աշխատանքում ուսումնասիրվում է հետևյալ ուղղվածության հավասարումը՝

$$iU(x) + P(x, D)U(x) = f(x), \quad (1)$$

$P(x, D)$ -ն հավասարաչափ քվադրիլիպտիկ օպերատոր է, i -ն կոմպլեքս պարամետր է, f ֆունկցիան որոշակի անիզոտրոպ Գյուրեռի տարածությունից է:

Այս հավասարման համար, ինչի դասական մեթոդով կառուցված է Գրինի ֆունկցիան: Ստացված են գնահատականներ ինչպես այդ ֆունկցիայի, այնպես էլ նրանց ածանցյալների համար, որոնք թույլ են տալիս բավականաչափ մեծ $|\lambda|$ -ների համար $C^m(\mathbb{R}^n)$ տարածությունում պարզել (1) հավասարման լուծելիության հարցը:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ *Е. Е. Леви*, УМН, вып. 8, с. 249—292 (1940). ² *К. Миранда*, Уравнения с частными производными эллиптического типа, ИЛ, М., 1957. ³ *Е. П. Соболевский*, рукопись деп. в ВИНТИ, № 3385—85 ДЕП. 1985. *Е. П. Соболевский*, рукоп. деп. в ВИНТИ, № 3386—85 ДЕП, 1985. ⁴ *П. С. Аветисян*, Математика. Межвузовский сб. науч. трудов, Изд. ЕГУ, вып. 6, с. 5—16 (1988). ⁵ *А. Фридман*, Уравнения с частными производными параболического типа, М., Мир, 1968.

УДК 517.518.3

МАТЕМАТИКА

Ал. А. Талалян

О классификации U_p^* -множеств тригонометрических интегралов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Арджелянном 9/VI 1989)

Следуя работе (1), введем

Определение. Скажем, что $E \subset R$ является U_p^* -множеством, если из того, что $f(x) \in L_p(R)$ и $\lim_{A \rightarrow \infty} \int_{-A}^A f(t) e^{-itx} dt = 0$ для всех $x \notin E$, следует $f(x) = 0$ почти всюду на R .

В работе (1) доказано, что при любом p , $1 < p \leq 2$, существует множество $E \subset R$, которое не является U_p^* -множеством, но является $U_{p'}^*$ -множеством при всех $p' < p$. А для $1 < p < 2$ установлено, что существует U_p^* -множество, которое не является $U_{p'}^*$ -множеством для $p' > p$.

Аналогичные вопросы для ортогональных рядов и характеров локально компактных абелевых групп рассмотрены в (2-7).

В настоящей работе рассматриваются U_p^* -множества тригонометрических интегралов при $2 < p < \infty$. Получены аналоги результатов работ (1,2).

Верны следующие теоремы.

Теорема 1. Для любого p , $2 < p \leq \infty$, существует множество E , которое не является U_p^* -множеством и является $U_{p'}^*$ -множеством при любом $p' < p$.

Теорема 2. Для любого p , $2 < p < \infty$, существует множество E , которое является U_p^* -множеством и не является $U_{p'}^*$ -множеством при всех $p' > p$.

При доказательстве теорем 1, 2 мы в основном следуем схеме, предложенной в работах (1,2). Рассматриваются следующие функции $\lambda_h(x)$, $\varphi(x)$, $f(x)$,

$$\lambda_h(x) = \begin{cases} \frac{(9h+x)^2}{6h^2}, & -9h \leq x \leq -7h, \\ 1 - \frac{(x+6h)^2}{3h^2}, & -7h \leq x \leq -6h, \\ 1, & -6h \leq x \leq -3h, \\ 1 - \frac{(x+3h)^2}{3h^2}, & -3h \leq x \leq -2h, \\ \frac{x^2}{6h^2}, & -2h \leq x \leq 0, \\ 0, & -\infty \leq x \leq -9h, \end{cases}$$

$$\lambda_n(-x) = -\lambda_n(x).$$

Для определения функций $\varphi(x)$ и $f(x)$ отрезок $\left[\frac{x-1}{2^k} \pi, \frac{x}{2^k} \pi \right]$, $k \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{Z}$, разделяется на 2^v равные части $\left[\frac{x-1}{2^k} \pi + \frac{j-1}{2^{k+v}} \pi, \frac{x-1}{2^k} \pi + \frac{j}{2^{k+v}} \pi \right]$, $j = 1, 2, \dots, 2^v$ и полагается

$$\varphi(x) = \sum_{j=1}^{2^v} \lambda_n(x - \gamma_{k,v}^{j,j}),$$

где

$$\gamma_{k,v}^{j,j} = \frac{x-1}{2^k} \pi + \frac{j-1}{2^{k+v}} \pi \quad \text{и} \quad h = \frac{\pi}{2^{k+v+m}},$$

$$f(x) = \begin{cases} 2^m - 1 & \text{на } \bigcup_{j=1}^{2^v} |\gamma_{k,v}^{j,j} - 5h, \gamma_{k,v}^{j,j} - 4h| \\ -1 & \text{на } \left[\frac{x-1}{2^k} \pi, \frac{x}{2^k} \pi \right] \setminus \left(\bigcup_{j=1}^{2^v} |\gamma_{k,v}^{j,j} - 5h, \gamma_{k,v}^{j,j} - 4h| \right) \\ 0 & \text{вне } \left[\frac{x-1}{2^k} \pi, \frac{x}{2^k} \pi \right] \end{cases}$$

Основную роль в доказательстве теорем играет следующая

Лемма 1. Пусть $2 < p < \infty$, N и ε — любые положительные числа. Тогда существует некоторая константа C такая, что при достаточно больших v имеют место следующие неравенства:

$$1) \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}(x)|^p dx \leq C 2^{(1-p)k+m};$$

$$2) \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\varphi}(x)|^q dx \leq C 2^{(k+m)/(1-p)};$$

$$3) |\hat{f}(x)| < \varepsilon, |\hat{\varphi}(x)| < \varepsilon \quad \text{при} \quad |x| \leq N.$$

Применяя лемму 1, мы строим множества E_j , G_j , функции $f_j(x)$, $\varphi_j(x)$ и числа n_j , k_j , m_j , которые удовлетворяют нижеперечисленным свойствам:

1) $E_1 \supset E_2 \supset \dots \supset E_j \supset \dots$ и каждое E_j является объединением конечного числа интервалов вида $\left(\frac{x}{2^k} \pi, \frac{x+3}{2^k} \pi \right)$. Если $\left(\frac{x}{2^k} \pi, \frac{x+3}{2^k} \pi \right)$ — составляющий интервал множества G_j , $j \geq 2$, то $\left(\frac{x+1}{2^k} \pi, \frac{x+2}{2^k} \pi \right)$ — составляющий интервал множества G_j и наоборот;

$$2) \varphi_j(x) = 1 \quad \text{на} \quad E_j \quad \text{и} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\varphi}_j(x)| |x| dx < +\infty, \quad j \geq 2;$$



$$3) \sum_{\alpha=1}^j f_{\alpha}(x) = 2^{\frac{1}{\alpha-2} m_{\alpha}} \text{ на } G_j \text{ и } \sum_{\alpha=1}^j f_{\alpha}(x) = 0 \text{ на } [-\pi, \pi] \setminus G_j,$$

причем $\mu(G_j) = 2\pi 2^{-\frac{1}{\alpha-2} m_{\alpha}}$;

$$4) \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\varphi}_j(x)|^{q_j} dx < C 2^{\frac{m_j+k_j}{1-p_j}}, \text{ где } q_j \text{ сопряженная к } p_j = p - \frac{p-r}{j};$$

$$5) f_1(x) = 1 \text{ и для } j \geq 2 \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}_j(x)|^p dx < C 2^{m_j - k_j(p-2) + (p-1) \sum_{\alpha=2}^{j-1} m_{\alpha}};$$

$$6) \int_{|x| < n_{j-1}} |\hat{f}_j(x)|^p dx < 2^{-j};$$

$$7) \int_{|x| > n_j} \left| \sum_{\alpha=1}^j \hat{f}_{\alpha}(x) \right|^p dx < 2^{-j};$$

$$8) \left(p - \frac{p-2}{j} - 2 \right) k_j + \left(1 - p + \frac{p-2}{j} \right) \left(\sum_{\alpha=2}^{j-1} m_{\alpha} - 1 \right) < m_j;$$

$$9) m_j < -j + k_j(p-2) - (p-1) \sum_{\alpha=2}^{j-1} m_{\alpha}.$$

После этого доказывается, что в случае $2 < p < \infty$ множество $E = \bigcap E_j$ удовлетворяет требованиям теоремы 1.

Для доказательства утверждения теоремы 1 при $p = \infty$ строятся множества E_j, G_j , функции $f_j(x), \varphi_j(x)$ числа n_j, k_j, m_j , удовлетворяют требованиям теоремы 1.

$$8') m_j < k_j - \sum_{\alpha=1}^{j-1} m_{\alpha};$$

$$9') 2(j-1) + 2 \left(1 - \frac{1}{j} \right) \sum_{\alpha=1}^{j-1} m_{\alpha} + k_j \left(1 - \frac{2}{j} \right) < m_j.$$

При доказательстве теоремы 2, в случае $2 < p < \infty$, строим множества E_j, G_j , функции $f_j(x), \varphi_j(x)$ и числа n_j, k_j, m_j , удовлетворяющие условиям 1)–7) и неравенствам

$$8'') m_j < k_j \left(p - 2 + \frac{p-2}{j} \right) + \left(\sum_{\alpha=2}^{j-1} m_{\alpha} \right) \left(1 - p - \frac{p-2}{j} \right);$$

$$9'') (p-2)k_j + j(p-1) + (1-p) \sum_{\alpha=2}^{j-1} m_{\alpha} < m_j.$$

Для доказательства теоремы 2, в случае $p = 2$, строятся множества E_j, G_j , функции $f_j(x), \varphi_j(x)$ и числа n_j, k_j, m_j , удовлетворяющие условиям 1)–7), и требуется, чтобы

$$8''') \quad 2 \leq m_j;$$

$$9''') \quad m_j < \frac{k_j}{j} + \left(\sum_{\alpha=2}^{j-1} m_\alpha \right) \left(1 + \frac{1}{j} \right) - j.$$

Заметим, что в случае $p = \infty$ теорему 1 можно сформулировать следующим образом.

Теорема 3. Среди M -множества тригонометрических интегралов существует такое множество E , что не эквивалентная нулю функция, тригонометрический интеграл которой сходится к нулю вне E , не может принадлежать ни к какому классу $L_p(R)$, $p > 0$.

Институт математики
Академия наук Армянской ССР

ԱՆ. Ա. ԲԱԿԱՅԱՆ

Եռանկյունաչափական ինտեգրալների U_p° բազմությունների
դասակարգման մասին

Հոդվածում ուսումնասիրվում են այն զրո չափի բազմությունները, որոնցից դուրս եռանկյունաչափական ինտեգրալների զրոյի զուգամիտումից բխում է ինտեգրալի նույնաբար զրո լինելը կախված այդ ինտեգրալի մեջ մասնակցող ֆունկցիայի ինտեգրելիության աստիճանից: Ստացված են վերջնական արդյունքներ, որոնք հանդիսանում են ⁽¹⁾ աշխատանքում ստացված արդյունքների տարածումը $p \geq 2$ դեպքում:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Г. Г. Геворкян, Сибирский мат. журн., т. 26, № 5 (1985). ² Г. Г. Геворкян, Изв. АН АрмССР, т. 20, № 5 (1985). ³ Г. Г. Геворкян, Изв. АН АрмССР, Математика, т. 18, № 6, с. 448—475 (1983). ⁴ С. Cecchini, A. Flga-Talamanca, Pacific J. Math., v. 51, p. 37—47 (1974). ⁵ A. Flga-Talamanca, G. I. Gaudry, Michigan Math. J., v. 17, p. 179—191 (1970). ⁶ I. I. Hirschman, Y. Katznelson, Israel J. Math, v. 3, p. 221—231 (1965). ⁷ A. M. Mantero, Pacific J. Math., v. 63, p. 467—480, (1976).

УДК 514.752.43

МАТЕМАТИКА

Р. Ц. Мусасяни

О метриках, заданных в асимптотических координатах

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 12/VI 1989)

1. В настоящей работе будем рассматривать некоторые двумерные метрики, заданные в асимптотических координатах. Одна из рассматриваемых метрик допускает регулярное погружение в E^3 , а другая — нет.

Рассмотрим метрику

$$ds^2 = \lambda(x, y)(dx^2 + dy^2), \quad (1)$$

заданную в области $\Pi_0 = \{x^2 + y^2 \neq 0, -\infty < x, y < +\infty\}$.

Справедливо следующее утверждение:

Теорема 1. Для того, чтобы метрика (1) могла быть изометрически погружена в E^3 в виде регулярной поверхности, на которой линии x и y — асимптотические, необходимо и достаточно выполнение условия

$$\Delta \ln \lambda(x, y) = \frac{c_1}{\lambda(x, y)}, \quad (2)$$

где $c_1 = \text{const} > 0$, а Δ — двумерный оператор Лапласа.

Будем рассматривать также метрику

$$ds^2 = f^2(y)dx^2 + g^2(x)dy^2,$$

заданную на всей плоскости xy .

Имеет место следующая

Теорема 2. Метрика (3) не может быть изометрически погружена в E^3 в виде регулярной поверхности, на которой линии x и y образуют асимптотическую сеть.

2. Задача погружения в E^3 метрики сводится к отысканию коэффициентов $L(x, y)$, $M(x, y)$, $N(x, y)$ второй квадратичной формы искомой поверхности, удовлетворяющих системе уравнений Петерсона — Кодацци и Гаусса (см. (2)). Запишем эту систему в случае, когда метрика задана в общем виде (т. е. когда $ds^2 = E(x, y)dx^2 + 2F(x, y)dxdy + G(x, y)dy^2$):

$$l_y - m_x = -\Gamma_{22}^2 l + 2\Gamma_{12}^2 m - \Gamma_{11}^2 n;$$

$$n_x - m_y = -\Gamma_{22}^1 l + 2\Gamma_{12}^1 m - \Gamma_{11}^1 n;$$

$$ln - m^2 = -k^2.$$

Здесь $l(x, y)$, $m(x, y)$, $n(x, y)$ — приведенные коэффициенты второй квадратичной формы, связанные с коэффициентами $L(x, y)$, $M(x, y)$.

$N(x, y)$ соотношениями $L(x, y) = l \cdot W'$, $M(x, y) = m \cdot W$, $N(x, y) = n \cdot W'$, где $W = \sqrt{EG - F^2}$. Отметим, что $-k^2$ — кривизна рассматриваемой метрики, а коэффициенты Γ_{ij}^α ($i, j, \alpha = 1, 2$) (символы Кристоффеля) правой части системы (4) в заданной метрике являются определенными функциями (см. (2)).

3. Доказательство теорем. Доказательство теоремы 1. Известно (см. (2)), что если координатные линии x и y являются асимптотическими, то коэффициенты второй квадратичной формы $L(x, y) = N(x, y) = 0$. Тогда система (4) для линейного элемента (1) примет вид:

$$\begin{aligned} M_x(x, y) &= M_y(x, y) = 0; \\ M(x, y) &= k(x, y) \cdot \lambda(x, y). \end{aligned} \quad (5)$$

Из первого равенства системы (5) получим $M(x, y) = \text{const} = c$. Из второго уравнения системы (5) следует, что

$$k^2(x, y) \cdot \lambda^2(x, y) = c^2. \quad (6)$$

Гауссова кривизна $K(x, y)$ метрики (2) вычисляется по формуле $K = -\frac{1}{2\lambda} \Delta \ln \lambda$, где Δ — двумерный оператор Лапласа. Учитывая последнее, из уравнения (6) нетрудно получить условие (2) теоремы 1.

Доказательство обратного утверждения теоремы 1 очевидно. Отметим только, что уравнение (2) имеет решение в некоторой области.

В работе (1) доказано, что нелинейное эллиптическое дифференциальное уравнение второго порядка

$$\Delta U(x, y) + a e^{U(x, y)} = 0,$$

где $a = \text{const} > 0$, имеет решение, определенное в области $\Pi_0 = \{x^2 + y^2 \neq 0, -\infty < x, y < \infty\}$. В этой работе приведена конкретная функция, удовлетворяющая уравнению (7). Подстановка $\ln \lambda(x, y) = -v(x, y)$ приводит уравнение (2) к форме

$$\Delta v(x, y) + c_1 e^{v(x, y)} = 0.$$

Следовательно, уравнение (2) в области Π_0 имеет решение.

З а м е ч а н и е. Любая постоянная удовлетворяет системе (5), однако нашей задаче удовлетворяет только $c \neq 0$, так как асимптотическая сеть существует только на многообразиях отрицательной гауссовой кривизны.

Доказательство теоремы 2. Доказательство приведем методом от противного. Пусть метрика (3) регулярно и изометрически погружается в E^3 . Это означает, что система (4) для метрики (3) допускает регулярное решение. Запишем эту систему:

$$\begin{aligned} M_x(x, y) &= -\frac{g'(x)}{g(x)} M(x, y); \\ M_y(x, y) &= -\frac{f'(y)}{f(y)} M(x, y); \end{aligned} \quad (8)$$

$$M(x, y) = x(x, y) \cdot f(y) \cdot g(x).$$

Здесь $\kappa(x, y) = \sqrt{-K(x, y)}$, а $K(x, y)$ — кривизна метрики (3). Система (8) сводится к следующей системе относительно функции $\kappa(x, y)$:

$$\kappa_x(x, y) = -\frac{2g'(x)}{g(x)} \kappa(x, y); \quad \kappa_y(x, y) = -\frac{2f'(y)}{f(y)} \kappa(x, y).$$

Последняя система имеет решение

$$\kappa(x, y) = \frac{c_2}{g^2(x)f^2(y)}, \quad (9)$$

где $c_2 = \text{const} > 0$. С учетом кривизны метрики (3) соотношение (9) превращается в дифференциальное уравнение

$$f^2(y) \cdot f''(y) + f^2(y) \cdot g(x) \cdot g''(x) - \frac{c_2}{g^2(x)} = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) является нелинейным дифференциальным уравнением относительно, например, функции $f(y)$ (переменную x можно рассматривать в качестве параметра). Подстановка $f^2(y) = \varphi(y)$ приводит уравнение (10) к соотношению

$$\varphi(y) \cdot \varphi''(y) - \frac{1}{2} \varphi'^2(y) + 2G_1(x)\varphi(y) + 2G_2(x) = 0, \quad (11)$$

где $G_1(x) = g(x) \cdot g''(x)$, $G_2(x) = -\frac{c_2}{g^2(x)}$.

Используем теперь подстановку $\varphi'(y) = \sqrt{\Omega(\varphi)}$ применительно к уравнению (11):

$$\varphi \frac{d\Omega(\varphi)}{d\varphi} = \Omega(\varphi) - 4G_1(x) \cdot \varphi - 4G_2(x). \quad (12)$$

Уравнение (12) является линейным, и его решение можно определить в общем случае. Если теперь провести обратные рассуждения, учитывая подстановки, то нетрудно прийти к выводу, что функции $f(y)$ и $g(x)$, а следовательно, y и x находятся в функциональной зависимости. Этот факт противоречит тому, что x и y независимые переменные.

Таким образом, в пространстве E^3 не может быть погружена метрика (3), для которой координатные линии x и y являлись бы асимптотическими.

Армянский государственный педагогический институт
им. Х. Абовяна

Բ. Մ. ՄՈՒՍԱՅԵԼՅԱՆ

Ասիմպտոտիկական կոորդինատներով տրված շափերի մասին

Այս աշխատանքում դիտարկվում են հետևյալ շափերը.

$$ds^2 = \lambda(x, y)(dx^2 + dy^2) \text{ և } ds^2 = f^2(y)dx^2 + g^2(x)dy^2.$$

Ապացուցվում է, որ որոշ անհրաժեշտ և բավարար պայմանի գեղարվեստ, առաջին շափը տրված $\Pi_0 = \{x^2 + y^2 \neq 0, -\infty < x, y < +\infty\}$ տիրույթում, թույլատրում է իզոմետրիկ ընկղմելիության էվկլիդեսյան հաստատի տարածու- տոտական են: Երկրորդ շափը, տրված ամբողջ է-թույթում վրա, չի թույլա- տրում իզոմետրիկ ընկղմելիության E^2 սեղանային մակերևույթի տեսքով, որի վրա x և y գծերը ասիմպ- տոտական են: Որևորդ շափը, տրված ամբողջ է-թույթում վրա, չի թույլա- տրում իզոմետրիկ ընկղմելիության E^2 սեղանային մակերևույթի տեսքով, որի վրա x և y գծերը լինեն ասիմպտոտական: Ուրիշ խոսքով, E^2 -ում գոյություն չունի սեղանային մակերևույթ, որի վրա x և y գծերը լինեն ասիմպտոտական և որը որպես մակերևույթի առաջին քառակուսային ձև ունենա երկրորդ շափը:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ И. Каметака, О. А. Олейник, Мат. сб., т. 107 (149), № 4 (12) (1978) • А. П. Погорелов, Дифференциальная геометрия, М., 1974.

УДК 517.27

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

В. К. Брутян

О сравнении функций чувствительности разомкнутой и замкнутой оптимальных нелинейных систем управления

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 15/V 1989)

Постановка задачи. Рассматривается управляемая система, поведение которой описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = \psi(t, x, u, \mu), \quad x(t_0) = x_0, \quad t \in [t_0, T] \stackrel{\Delta}{=} I, \quad (1)$$

где x — n -мерный вектор состояния, u — r -мерный вектор управления, μ — m -мерный вектор параметров, являющихся непрерывными функциями времени t .

Задача управления состоит в оптимальном переводе системы из начального состояния x_0 в некоторую точку $x(T) = x_T$ пространства состояний системы. Критерием оптимальности служит минимум функционала

$$J = \Phi(T, x(T)) + \int_{t_0}^T L(t, x, u) dt, \quad (2)$$

где Φ и L скалярные функции, непрерывные по t и дважды непрерывно дифференцируемые по x и u .

Номинальное значение вектора параметров $\mu(t)$ обозначим $\bar{\mu}(t)$.

Предполагается: 1) функция ψ непрерывна по t и дважды дифференцируема по x и μ ; 2) для параметров $\mu(t) = \bar{\mu}(t)$ существует единственное непрерывное оптимальное решение, которое обозначается через $\{x^*(t), u^*(t)\}$; 3) существует однозначный оптимальный закон управления $v(t, x)$, непрерывный по t и дифференцируемый по x ; 4) функция v определяется в некоторой $(n+1)$ -мерной окрестности решения $x^*(t)$ при $t \in I$; 5) закон оптимального управления определяется выражением $u^*(t) = -v(t, x^*(t))$, кроме того, для всех (t, x) , для которых функция $v(t, x)$ определена, закон управления $u = -v(t, x)$ является единственным.

Из этих предположений следует, что решение задачи оптимизации имеет обычную форму и что отсутствуют сингулярные точки (1, 2).

Пусть непрерывные вариации параметров $\varepsilon \delta \mu(t)$ определяются равенством $\varepsilon \delta \mu(t) = \mu(t) - \bar{\mu}(t)$, а соответствующие им вариации — выражением $\varepsilon \delta x(t)$. При $\varepsilon \rightarrow 0$ вариация δx удовлетворяет известному дифференциальному уравнению в вариациях:

$$\delta x = \psi_x \delta x + \psi_\mu \delta \mu + \psi_u \delta u, \quad \delta x(t_0) = 0, \quad (3)$$

где матрицы частных производных ψ_x , ψ_u и ψ_μ вычисляются по переменным $\{x^*(t), u^*(t), \bar{\mu}(t)\}$ (3). Из сделанного предположения 2 следует, что решение дифференциального уравнения (3) также существует на интервале I_1 . При этом нормы вариаций $\delta x(t)$ являются мерами чувствительности (4).

Целью исследования является сравнение по чувствительности замкнутой системы с управлением $u(t, x) = -v(t, x)$ и разомкнутой системы с управлением $u(t) = u^*(t; t_0, x_0, \bar{\mu}(t))$. Для нахождения условий малой чувствительности замкнутого контура используется критерий

$$\int_{t_0}^{t_1} \delta x'_z(t) R(t) \delta x_z(t) dt < \int_{t_0}^{t_1} \delta x'_p(t) R(t) \delta x_p(t) dt, \quad t_1 \in (t_0, T], \quad (4)$$

где индексы „z“ и „p“ относятся к замкнутой и разомкнутой системам соответственно, верхний индекс означает транспонирование матрицы, $R(t)$ неотрицательно определенная симметричная матрица.

Решение задачи. Для разомкнутой системы, когда $\delta u = 0$, уравнение (3) примет вид

$$\delta \dot{x}_p = \psi_x \delta x_p + \psi_\mu \delta \mu, \quad \delta x_p(t_0) = 0,$$

а для замкнутой системы, когда $\delta u = -v_x \delta x_z$, получим

$$\delta \dot{x}_z = \psi_x \delta x_z + \psi_\mu \delta \mu - \psi_u v_x \delta x_z, \quad \delta x_z(t_0) = 0,$$

где матрицы ψ_x , ψ_u , ψ_μ и v_x вычисляются по совокупности переменных $\{x^*(t), u^*(t), \bar{\mu}(t)\}$. Пусть $A(t, \tau)$ — переходная матрица, соответствующая функции ψ_x , т. е. $\frac{\partial}{\partial t} A(t, \tau) = \psi_x A(t, \tau)$, $A(\tau, \tau) = 1$. Тогда

$$\delta x_p(t) = \int_{t_0}^t A(t, \tau) \psi_\mu \delta \mu(\tau) d\tau$$

и

$$\delta x_z(t) = \int_{t_0}^t A(t, \tau) [\psi_\mu \delta \mu(\tau) - \psi_u v_x \delta x_z(\tau)] d\tau,$$

или

$$\delta x_p(t) = \delta x_z(t) + w(t), \quad w(t) = \int_{t_0}^t A(t, \tau) \psi_u v_x \delta x_z(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Отсюда запишем равенство

$$\delta x'_p(t) R(t) \delta x_p(t) - \delta x'_z(t) R(t) \delta x_z(t) = 2 \delta x'_z(t) R(t) w(t) + w'(t) R(t) w(t).$$

Для выполнения критерия (4) необходимо и достаточно в данном случае удовлетворить неравенство

$$\int_{t_0}^{t_1} [2\delta x_3'(t)R(t)w(t) + w'(t)R(t)w(t)] dt \geq 0, \quad t_1 \in (t_0, T]. \quad (6)$$

Уравнение (5) не зависит от $\delta \mu$ и $\delta \psi$, и следовательно, можно представить соотношение между вариациями δx_3 и δx_p в следующей форме: $\delta x_3 = p \delta x_p$. Оператор p носит название оператора сравнительной чувствительности (³).

Далее следует получить неравенство (6), используя условия оптимальности. Функция Гамильтона имеет вид $H(t, x, u, \lambda) = L(t, x, u) + \lambda' \psi(t, x, u)$. В точке (t, x, λ) H минимизируется с помощью единственного управления $u = K(t, x, \lambda)$, которое является непрерывным по t , непрерывно дифференцируемым по x и λ .

При анализе чувствительности интерес представляет матрица v_x , которая определяется соотношением (^{1,3}): $v_x = -(K_x + K_x \Gamma)$, где матрица усиления Γ является решением уравнения Риккати

$$-\dot{\Gamma} = \Gamma H_{\lambda x}^* + H_{x\lambda}^* \Gamma + \Gamma H_{\lambda\lambda}^* \Gamma + H_{xx}^*, \quad H^* = H(t, x, K(t, x, \lambda), \lambda). \quad (7)$$

Если на управление не наложено ограничений, то тогда в соответствии с общей теорией оптимизации (⁵) $v_x = H_{uu}^{-1}(H_{ux} + \psi_u' \Gamma)$. Отсюда получим: $-\dot{\Gamma} = \Gamma \psi_x + \psi_x' \Gamma - (\Gamma \psi_u + H_{xu}) H_{uu}^{-1} (H_{ux} + \psi_u' \Gamma) + H_{xx}$, $\Gamma(T) = \Gamma_T$. Граничное условие Γ_T приводится к условию трансверсальности исходной задачи оптимизации и либо зависит от T , либо является свободным. Если T задан, то некоторые элементы матрицы Γ_T могут быть бесконечно большими и $\|v_x(T)\| \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow T$. Ниже предполагается, что существует ограниченное решение $\Gamma(t)$ при $t \in [t_0, T)$. В этом случае имеется конечная матрица v_x и отсутствуют сингулярные точки. Более того, поскольку совокупность функций $\{x^*(t), u^*(t)\}$ определяет минимум критерия качества (2), то отсюда следует, что $\Gamma(t)$ при $t \in I_1$ является по крайней мере неотрицательно определенной.

Лемма. Пусть в условии (4) матрица $R(t)$ задана формулой

$$R(t) = -\Gamma(t) H_{\lambda\lambda}^*(t) \Gamma(t), \quad (8)$$

а управление принадлежит области с гладкими границами. Тогда необходимым и достаточным условием оптимальности системы (1) по (2) при малой чувствительности замкнутого контура к непрерывным вариациям параметров в соответствии с условием (4) является выполнение неравенства

$$w'(t_1) \Gamma(t_1) w(t_1) + \int_{t_0}^{t_1} [w'(H_{xx}^* + 2K_x' \psi_u' \Gamma) w + 2\delta x_3' K_x' \psi_u' \Gamma w] dt \geq 0, \quad (9)$$

где $w(t)$ определена формулой (5). Если на управление не накладывается ограничений, то (8) и соотношение (9) можно представить в виде

$$R(t) = v_x'(t, x^*(t)) H_{uu}(t) v_x(t, x^*(t)) \quad (8')$$

и

$$w'(t_1)\Gamma(t_1)w(t_1) + \int_{t_0}^{t_1} [w'N_{xx}w + 2\delta x'_p v'_a H_{u,x}w] dt \geq 0. \quad (9')$$

Следует заметить, что основным препятствием, которое затрудняло доказательство справедливости условий (9) и (9'), является наличие членов, содержащих матрицы K_x и $H_{u,x}$ соответственно. Эти члены исчезают для класса задач, рассматриваемых ниже.

Класс систем. Пусть управляемая система описывается уравнением

$$\dot{x} = \psi_1(t, x, u) + D(t, u, \mu), \quad x(t_0) = x_0, \quad (10)$$

где ψ_1 и D — n -мерные векторы, непрерывные по t , непрерывно дифференцируемые по μ и дважды дифференцируемые по x и u . Критерий качества представляется в виде

$$J = \Phi(x_T, T) + \int_{t_0}^T [B(t, x) + E(t, u)] dt, \quad (11)$$

где Φ , B и E скалярные функции, непрерывные по t и дважды непрерывно дифференцируемые по x и u . В остальном задача ставится так же, как и в предыдущем случае. Предполагается, что $N_{xx} \geq 0$. Это предположение является достаточным, чтобы гарантировать ограниченность решения уравнения Риккати. Рассматриваемую задачу можно трактовать как частный случай предыдущей общей задачи. Прямым следствием основной леммы является следующая теорема.

Теорема. Пусть матрица $R(t)$ определяется формулой (8) или (8'), а управление принадлежит области с гладкими границами. Пусть, кроме того, $N_{xx} \geq 0$. Тогда замкнутый контур оптимальной системы (10), полученной в соответствии с критерием качества (11), является менее чувствительным по сравнению с разомкнутым контуром к непрерывным вариациям параметров первого порядка в соответствии с условием (4). Знак равенства в этом условии имеет место тогда и только тогда, когда выполняется тождество $w'(t_1)\Gamma(t_1)w(t_1) +$

$+ \int_{t_0}^{t_1} w'N_{xx}w dt = 0$, где $w(t)$ определяется формулой (5), в которой

принято $\psi_u = D_u$. Если матрица $N_{xx} > 0$, то вдоль оптимального решения при номинальных параметрах знак равенства в условии (4) будет тогда и только тогда, когда выполняется тождество $\delta x_p(t) \equiv \delta x_r(t)$, $t \in [t_0, t_1]$.

Ереванский институт народного хозяйства

Վ. Կ. ԲՐՈՒՏՅԱՆ

Օպտիմալ ոչ գծային կառավարման բաց և փակ համակարգերի
զգայնության ֆունկցիաների համեմատման մասին

Աշխատանքում ցույց է տրված, որ զգայնության ֆունկցիայի ինվարիանտ-
տեսությամբ կառավարման օրենքի նկատմամբ, կապված է օպտիմալ համա-

կարգերի նոմինալության հետ ջույգ է տրված, որ կառավարման ընտրված տեսակը փոխում է օպտիմալ համակարգի զգայնության չափը և այս փաստը չի հակասում գոյություն ունեցող արդյունքներին, բայց առաջարկում է կոնկրետ խիստ պայմաններ օպտիմալ համակարգերի զգայնության ֆունկցիաների ինվարիանտության համար: Ապացուցված է, որ փակ կառավարման համակարգերի զգայնության մասին վերջնական տվյալները կախված են զգայնության չափի այս աշխատանքում ընդունված հարաբերակցությունից:

ЛИТЕРАТУРА—ԻՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ В. К. Брутян, Основные аспекты теории непрерывных марковских управляемых систем и ее приложения, Аиастан, Ереван, 1984. ² В. К. Брутян, ДАН АрмССР, т. 77, № 3 (1983). ³ У. Флеминг, Р. Ритсел, Оптимальное управление детерминированными и стохастическими системами, Мир, М., 1978. ⁴ В. К. Брутян, Уч. зап. Ереванск. гос. ун-та, Серия Е. Н., т. 141, № 2 (1979). ⁵ В. И. Зубов, Лекции по теории управления, Наука, М., 1975.

УДК 529.3.01

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. М. Мхитарян, Мохамед Абдалла Ахмед Абду

О различных методах решения интегрального уравнения Карлемана

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 24/V 1989)

Многие контактные и смешанные задачи теории упругости, когда модуль упругости основания по вертикальной координате изменяется по степенному закону, а коэффициент Пуассона постоянен^(1,2), или в первом приближении нелинейной теории установившейся ползучести при степенной зависимости между интенсивностями напряжений и скоростей деформаций⁽³⁾, сводятся к интегральному уравнению

$$\int_{-a}^a \frac{\varphi(s) ds}{|t-s|^h} = f(t) \quad (0 < h < 1) \quad (0.1)$$

Это уравнение впервые было рассмотрено в работе⁽⁴⁾, где его решение построено методом продолжения уравнения в комплексную плоскость. Этим же методом в сочетании с зависимостями, устанавливающими связь между операторами дробного интегрирования с сингулярным интегралом с ядром Коши⁽⁵⁾, в^(5,6) построено эффективное решение более общего, нежели (0.1), уравнения. Довольно простое решение уравнения (0.1) в обычных квадратурах получено в^(7,8). Решение этого уравнения методом ортогональных многочленов Гегенбауэра дано в^(2,9,10), а методом парных интегральных уравнений—в⁽¹¹⁾, причем решение по последнему методу имеет фактически ту же самую структуру, что и решение по методу М. Г. Крейна^(7,8)

Указанными методами решение уравнения (0.1) выражается формулами различных аналитических структур, и естественно установить их непосредственную взаимосвязь. Выяснение этого вопроса, который одновременно представляет и самостоятельный интерес, важно также для выработки эффективного алгоритма численной реализации упомянутого выше класса контактных и смешанных задач, чего можно достичь сравнением вычислительных характеристик этих формул. В настоящей статье показывается, что в достаточно широком классе функций $f(t)$ различные формулы решения уравнения (0.1), полученные в⁽⁵⁻⁹⁾, переходят одна в другую. Здесь же отмечается, что уравнение (0.1) является частным случаем интегрального уравнения с ядром в виде интеграла Вебера—Сони́на. Это обстоятельство позволяет на уравнение (0.1) и различные формулы его решения смотреть с единой и общей точки зрения, как в плане его аналитического, так и численного решения.

1. В дальнейшем будем предполагать, что $f(t) \in C_1[-a, a] \cap (C_1[-a, a])$ — класс непрерывных и непрерывно дифференцируемых на сегменте

$[-a, a]$ функций) и, кроме того, $f(t)$ удовлетворяет условиям разложимости в ряд по ортогональным многочленам Гегенбауэра ⁽¹²⁾ в интервале $(-a, a)$.

Положив

$$\varphi(t) = \varphi_+(t) + \varphi_-(t), \quad f(t) = f_+(t) + f_-(t) \quad (|t| < a)$$

$$(\varphi_{\pm}(-t) = \pm \varphi_{\pm}(t), \quad f_{\pm}(-t) = \pm f_{\pm}(t)),$$

уравнение (0.1) сведем к следующим уравнениям:

$$\int_0^a \left[\frac{1}{|t-s|^h} \pm \frac{1}{(t+s)^h} \right] \varphi_{\pm}(s) ds = f_{\pm}(t) \quad (0 < t < a). \quad (1.1)$$

Далее, поскольку ⁽¹³⁾, с. 19, формула 1.3 (1))

$$\int_0^{\infty} \cos(\lambda t) \lambda^{h-1} d\lambda = \Gamma(h) \cos(\pi h/2) t^{-h} \quad (t > 0),$$

где $\Gamma(h)$ — гамма-функция Эйлера, уравнения (1.1) можем представить в виде $(0 < t < a)$

$$\int_0^a \sqrt{t, s} W_{\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}}(t, s) \varphi_{\pm}(s) ds = \pi^{-1} \Gamma(h) \cos(\pi h/2) f_{\mp}(t),$$

где

$$W_{\nu, \nu}^{\mu}(t, s) = \int_0^{\infty} J_{\nu}(\lambda t) J_{\nu}(\lambda s) \lambda^{\mu} d\lambda \quad (\operatorname{Re}(2\nu + 1) > -\operatorname{Re}\mu > -1)$$

известный интеграл Вебера — Сонина, а $J_{\nu}(x)$ — бесселева функция первого рода индекса ν .

Теперь, согласно ⁽⁸⁾, решение уравнения (1.1) при четной правой части $f_+(t)$ выражается формулой

$$\varphi_+(t) = C(h) \left\{ a^{1-h} (a^2 - t^2)^{(h-1)/2} J(a) - \int_t^a (\xi^2 - t^2)^{(h-1)/2} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{d}{d\xi} [\xi^{1-h} J(\xi)] d\xi \right\}; \quad J(\xi) = \frac{d}{d\xi} \int_0^{\xi} (\xi^2 - s^2)^{(h-1)/2} f_+(s) ds; \quad (1.2)$$

$$C(h) = \pi^{-5/2} \Gamma(h/2) \Gamma[(1-h)/2] \cos^2(\pi h/2); \quad 0 < t < a;$$

а уравнения (1.1) при нечетной правой части $f_-(t)$ — формулой

$$\varphi_-(t) = -C(h) \frac{d}{dt} \int_t^a \left(1 - \frac{t^2}{\xi^2}\right)^{(h-1)/2} d\xi \int_0^{\xi} \frac{f_-(s) ds}{(\xi^2 - s^2)^{(1-h)/2}}. \quad (1.3)$$

В дальнейшем в формулах (1.2) — (1.3) и везде положим, без нарушения общности, $a=1$.

Далее по известным результатам ^(5, 6)

$$\Phi_h(t) = \int_{-1}^t \frac{\varphi(s) ds}{(t-s)^h} = \frac{1}{2} f(t) - \frac{1}{2\pi} \operatorname{ctg}(\pi h/2) \times \quad (1.4)$$

$$\times (1-t^2)^{(1-h)/2} \int_{-1}^1 \frac{(1-s^2)^{(h-1)/2} f(s) ds}{s-t} \quad (|t| < 1),$$

где последний интеграл при $t=s$ понимается в смысле главного значения по Коши, откуда решение исходного интегрального уравнения (0.1) получится простым обращением уравнения Абеля.

Наконец, в уравнении (0.1) положим

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n C_n^{h/2}(t) \quad (|t| < 1) \quad (1.5)$$

и воспользуемся известным спектральным соотношением (2.9, 10)

$$\int_{-1}^1 \frac{C_n^{h/2}(s) ds}{|t-s|^h (1-s^2)^{(1-h)/2}} = \lambda_n C_n^{h/2}(t) \quad (|t| < 1), \quad (1.6)$$

$$\lambda_n = \pi \Gamma(n+h) [n! \Gamma(h) \cos(\pi h/2)]^{-1} \quad (n=0, 1, 2, \dots),$$

где $C_n^h(t)$ — ортогональные многочлены Гегенбауэра. В результате (2.9) получим следующую формулу решения уравнения (0.1):

$$\varphi(t) = (1-t^2)^{(h-1)/2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \lambda_n^{-1} C_n^{h/2}(t) \quad (|t| < 1). \quad (1.7)$$

Приведенные формулы (1.2) — (1.5) и (1.7) имеют разные аналитические и вычислительные характеристики. Формулы М. Г. Крейнз (1.2) — (1.3) имеют стройную аналитическую структуру и не содержат сингулярные в смысле Коши интегралы. С другой стороны, ввиду того, что в эти формулы входят производные по параметрам, при их численной реализации из-за большой сложности алгоритма могут возникать трудности. Формула (1.4) обладает довольно простой структурой, но содержит сингулярный интеграл, берущийся в смысле главного значения по Коши, вычисление которого наталкивается на известные трудности. Формулы (1.5) и (1.7) также довольно просты. Однако в случае негладких функций $f(t)$ ряды (1.7), как правило, оказываются медленно сходящимися, что затрудняет их вычисление. С учетом этих характеристик в дальнейшем мы намерены выработать эффективные алгоритмы численной реализации указанных формул, о чем будет сообщено позже.

Здесь же покажем, что исходя из формул (1.2) — (1.3) и (1.4) можно получить формулу (1.7). Тем самым будет показано, что эти различные по своим структурам формулы совпадают между собой.

2. Обращаясь к формуле (1.4), положим в ней $f(t) = C_n^{h/2}(t)$ ($n=0, 1, 2, \dots$) и вычислим появившийся при этом интеграл с ядром Коши. С этой целью на основании известного представления (12) (с. 86, формулы 4.61.4 — 4.61.5) показывается, что имеет место интегральное соотношение

$$\int_{-1}^1 \frac{(1-s^2)^x C_n^{h/2}(s) ds}{s-t} = -\pi \operatorname{tg}(\pi h/2) (1-t^2)^x C_n^{h/2}(t) + \\ + \pi \sqrt{\pi} 2^{-x} |\Gamma(h/2) \cos(\pi h/2)|^{-1} (1-t^2)^{x/2} P_{n+x}^x(t) \quad (|t| < 1). \quad (2.1)$$

($n=0, 1, 2, \dots; x=(h-1)/2$).

Здесь $F_\nu(t)$ —функция Лежандра первого рода. Из (2.1) в частных случаях получается ряд известных соотношений.

Подставляя теперь выражение упомянутого интеграла с ядром Коши из (2.1) в формулу (1.4), получим

$$\int_{-1}^1 \frac{\varphi(s) ds}{(t-s)^h} = (-1)^n \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{cosec}(\pi h/2)}{2^{(h+1)/2} \Gamma(h/2)} (1-t^2)^{-x/2} P_{n+x}^x(-t) \quad (|t| < 1). \quad (2.2)$$

Далее (2.2) обращаем как интегральное уравнение Абеля, а затем воспользуемся известной формулой из (14) (с. 140, формула (54)). В результате будем иметь ($|t| < 1$)

$$\varphi(t) = (-1)^n \frac{2^{-x} \cos(\pi h/2) \Gamma(h)}{\sqrt{\pi} \Gamma(h/2)} \frac{d}{dt} \left\{ (1-t^2)^{(x+1)/2} P_{n+x}^{-1-x}(-t) \right\}.$$

Учитывая известные соотношения между функциями Лежандра $P_\nu^x(x)$, $Q_\nu^x(x)$, $P_\nu^{-x}(x)$ и $P_\nu^x(\pm x)$ ((15), с. 145, формулы (13), (14), (17)), отсюда находим

$$\varphi(t) = - \frac{2^{-x/2} \Gamma(h) \cos(\pi h/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(h/2)} \frac{d\gamma_n^h(t)}{dt} \quad (n=0, 1, 2, \dots; |t| < 1), \\ \gamma_n^h(t) = (1-t^2)^{(x+1)/2} P_{n+x}^{-1-x}(t) \quad (n=1, 2, \dots; x=(h-1)/2). \quad (2.3)$$

$$\gamma_0^h(t) = (1-t^2)^{(x+1)/2} \left[P_x^{-1-x}(t) - \frac{\pi \operatorname{sec}(\pi h/2)}{\Gamma(1+h)} P_x^{1+x}(t) \right].$$

Дальнейшее использование формул из (15) (с. 162, формула (16), с. 177, формула (4)) позволяет записать

$$\frac{d\gamma_n^h(t)}{dt} = \frac{2^{-x} \Gamma(h) \Gamma(n)}{\Gamma(n+h) \Gamma(1+x)} \frac{d}{dt} \left\{ (1-t^2)^x \left[t C_n^{h/2}(t) - \frac{n+1}{n+h} C_{n+1}^{h/2}(t) \right] \right\} \\ (n=1, 2, \dots; |t| < 1).$$

Далее, применяя формулу дифференцирования многочленов Гегенбауэра и рекуррентные соотношения между ними, отсюда, в соответствии с (2.3), получим

$$z(t) = i^{-1} (1-t^2)^{(h-1)/2} C_n^{h/2}(t) \quad (n=1, 2, \dots; |t| < 1). \quad (2.4)$$

Таким же путем, исходя из функции $\gamma_0^h(t)$ формулы (2.3), покажем, что (2.4) имеет место также при $n=0$.

Если обратить интегральное уравнение Абеля (1.4), когда $f(t) = C_n^{h/2}(t)$ ($n=0, 1, 2, \dots$), то полученный результат эквивалентен тому, что имеет место соотношение

$$\frac{\sin(\pi h)}{2\pi} \frac{d}{dt} \left[\int_{-1}^t \frac{C_n^{h/2}(s) ds}{(t-s)^{1-n}} - \frac{1}{\pi} \operatorname{ctg}(\pi h/2) \int_{-1}^1 L(t, s) C_n^{h/2}(s) ds \right] =$$

$$= \lambda_n^{-1} (1-t^2)^{(h-1)/2} C_n^{h/2}(t) \quad (n=0, 1, 2, \dots; |t| < 1); \quad (2.5)$$

$$L(t, s) = (1-s^2)^{(h-1)/2} \int_{-1}^1 (1-u^2)^{(1-h)/2} (t-u)^{h-1} (s-u)^{-1} du.$$

Очевидно, что соотношения (2.4) или (2.5) эквивалентны спектральному соотношению (1.6). Следовательно, если в (1.4) подставить разложение (1.5), то на основании изложенных результатов придем к (1.7), что и требовалось показать.

Переход же от формул (1.2), (1.3) к (1.7) более сложен и требует отдельного рассмотрения.

Институт механики Академии наук Армянской ССР
Ереванский государственный университет

Ս. Մ. ՄԵԼԻՔԱՆԸ, ՄՈՂԱՄԵԳ ԱՐԴԱԼԱ ԱՀՄԵԳ ԱՐԻՈՒ

Կառլեմանի ինտեգրալ հավասարման լուծման տարբեր մեթոդների մասին

Աշխատանքում բերվում են առաձգականության տեսության խառը և կոնտակտային խնդիրների բնագավառում հաճախ հանդիպող Կառլեմանի ինտեգրալ հավասարման լուծման բանաձևերը եզակի ինտեգրալ հավասարումների մեթոդով, Մ. Գ. Կրեյնի մեթոդով և Գեգենբաուերի օրթոգոնալ բազմանդամների մեթոդով: Այդ բանաձևերը ունեն տարբեր անալիտիկ կառուցվածքներ և տարբեր հաշվողական բնութագրիչներ, որոնց հաշվառումը անհրաժեշտ է Կառլեմանի ինտեգրալ հավասարման թվային իրագործման միասնական ուարդյունավետ ալգորիթմ մշակելու համար: Նշված ճանապարհին անհրաժեշտություն է առաջանում ցույց տալու ստացված անալիտիկ բանաձևերի փոխկապակցությունը և անցում մեկը մյուսին, որը և արվում է ներկա աշխատանքում: Միաժամանակ աշխատանքում ստացված են Գեգենբաուերի բազմանդամներ պարունակող հրկու նոր ինտեգրալ առնչություններ, որոնցից մեկը համարժեք է նույն բազմանդամներ պարունակող հայտնի սպեկտրալ առնչությանը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Развитие теории контактных задач в СССР, Наука, М., 1976. ² Г. Я. Попов, Контактные задачи для линейно-деформируемого основания, Вища школа, Киев—Одесса, 1982. ³ Н. Х. Арутюнян, ПММ, т. 23, вып. 5, с. 901—924 (1959). ⁴ Т. Carleman, Mat. Z., Bd. 15, H 1/2, S. 111—120 (1922). ⁵ С. Г. Самко, А. А. Килбас, О. И. Марицев, Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения, Наука и техника, Минск, 1987. ⁶ Ф. Д. Гахов, Краевые задачи, Наука, М., 1977. ⁷ М. Г. Крейн, ДАН СССР, т. 100, № 3, с. 413—416 (1955). ⁸ И. Ц. Гохберг, М. Г. Крейн, Теория вольтерровых операторов в гильбертовом пространстве и ее приложения, Наука, М., 1967. ⁹ Г. Я. Попов, ПММ, т. 27, вып. 5 с. 821—832 (1963). ¹⁰ С. М. Мхитарян, ПММ, т. 47, вып. 2, с. 219—227 (1983). ¹¹ Я. С. Уфлянд, Метод парных уравнений в задачах математической физики, Наука, Л., 1977. ¹² Г. Сеге, Ортогональные многочлены, ФМ, М., 1962. ¹³ Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Таблицы интегральных преобразований. Т. 1, Наука, М., 1969. ¹⁴ Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Таблицы интегральных преобразований. Т. 2, Наука, М., 1970. ¹⁵ Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Высшие трансцендентные функции. Т. I, Наука, М., 1973.

УДК 552.14

ЛИТОЛОГИЯ

А. А. Садоян, Р. А. Хоренян

Аркозы в эоценовых отложениях Памбакского хребта Армянской ССР

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. А. Габриеляном 14/VI 1989)

Аркозы являются преимущественно продуктом механического разрушения кислых и близких к ним по составу глубинно-магматических образований (1-3 и др.). Главными поставщиками обломочных компонентов для аркозов и субаркозов являются интрузивные образования, которые интенсивнее других кварц-полевошпатовых пород подвергаются механическому разрушению. В разрезах эоцена Армянской ССР аркозы не были известны до 1989 г., хотя они являются одним из распространенных типов песчаников (4). Нами впервые в эоценовых отложениях Памбакского хребта выявлены участки распространения аркозовых песчаников.

В среднем эоцене большая часть рассматриваемой территории характеризовалась островодужной геодинамической обстановкой (Понтиды—Малый Кавказ—Северо-Иранская магматическая островная дуга с окружающими ее морями). В среднеэоценовых бассейнах этой дуги в основном накапливались вулканокластические и вулканогенно-осадочные отложения, и здесь трудно было ожидать заметных скоплений аркозов. Действительно, аркозы обнаружены пока только в одном участке Северной Армении, между с. Лернаван, Армянский Памб и Цахкабер (район высоты 2301 м Памбакского хребта), севернее Гехаротского тоналитового массива, возраст которого по данным геологических наблюдений и радиологических исследований датируется неомкомским (5-7). Становление массива рассматривается как последовательное внедрение следующих фаз: тоналиты, кварцевые диориты (главная фаза), лейкократовые тоналиты (фаза дополнительных интрузий), аплиты (жильная фаза). Большим развитием пользуются дайковые тела гранитов, пегматиты, а также дайки, штокообразные тела габбро, диоритов и гранодиоритов.

В рассматриваемом участке (водораздельная часть Памбакского хребта) на фаунистически охарактеризованной зоне *Nimmulites laevigatus* (низы среднего эоцена), представленной светло-серыми известковистыми терригенными и зеленовато-серыми вулканогенно-осадочными породами, преимущественно турбидитного генезиса, мощностью около 150 м залегает маломощная (до 10 м) пачка белых, серовато-желтых, крупно-среднеслоистых гравелигов, песчаников, реже алевролитов аркозового типа. Субаркозы имеют сравнительно большее распространение и кроме областей развития аркозовыми они отмечены

также и в восточной части Ширакского хребта. Хотя слои верхней (белой, серовато-желтой) и нижней (серой) пачек в основном имеют одинаковое залегание (азимут падения $S3-330^{\circ}-CB-10^{\circ}$, под углом $10-20^{\circ}$), в разрезе верхней части сероцветной пачки наблюдается интервал мощностью 12 м, имеющий олистостромовый характер.

Прослеживание слоев аркозов водораздела Памбакского хребта по элементам залегания, сравнение их с почти аналогичными по составу песчаниками нижней части среднего эоцена у с. Лернаван дают основание предполагать, что пачка аркозов подстилается и согласно перекрывается терригенными (преимущественно субаркозы) и вулканогенно-осадочными флишондными, а также вулканокластическими образованиями среднего эоцена. Пачка аркозов характеризуется нечетко выраженной градационной слоистостью, с преобладанием песчаников. С юга на север наблюдается уменьшение мощности слоев и размера зерен аркозов. Структура их псаммо-гравийная, алевро-псаммитовая, псаммо-алевритовая. Форма зерен угловатая, полуокатанная, реже окатанная. Сортировка зерен плохая, средняя. Редко, в породах почти без цемента, наблюдаются конформные и инкорпорационные структуры. Цемент порово-контактный, контактный, реже поровый или отсутствует. Состав цемента глинисто-карбонатный, глинистый с примесью гидроокислов железа. В субаркозах цемент нередко поровый, карбонатный.

Основными породообразующими компонентами аркозов и субаркозов являются полевые шпаты (40—60%) и кварц (30—40%). Полевые шпаты представлены в основном плагиоклазом (№48—50—в ядрах, № 25—28 в краевых зонах и мелких кристаллах), реже калинагровым полевым шпатом. Многие кристаллы плагиоклаза, в основном их ядра, интенсивно пелитизированы и приобрели буровато-коричневую окраску; наблюдается и серицитизация. Зерна кварца угловатые, реже округлые. Часть кристаллов кварца и полевых шпатов трещиноватая. Угасание кварца в основном прямое, зерна чистые, редко наблюдаются включения циркона, рудного минерала. В аркозах и субаркозах встречаются также обломки туфов кислого и среднего состава, тоналитов, аплитов, пегматитов, кварцитов, вулканитов среднего-основного состава. Обломки туфов характерны для субаркозов. Цветные минералы в отмеченных образованиях представлены обыкновенной розовой обманкой, биотитом, которые почти нацело эпидотизированы, хлоритизированы с выделением кварца и рудного минерала. В тяжелой фракции обнаружены магнетит, ильменит, циркон, обыкновенная розовая обманка, биотит, эпидет, лейкоксен, цоизит, лимонит, сфен, апатит. Характерны сравнительно высокие содержания циркона (до 8%) и сфена (до 2%), которые наряду с обломками гранитоидов и кварца являются дополнительными критериями, указывающими на существование в эоцене выходов гранитоидов в качестве источников сноса (Цахкуняцкий гранитоидный комплекс). Часть трещиноватых кристаллов полевых шпатов и кварца, обломки андезито-дацитовых, риодацитовых туфов, присутствующие преимущественно в субаркозах, связаны с эоценовыми эксплезивными процессами приблизительно катмайского типа, генерировавшими отложения морских пирокластических потоков (4, 8).

Результаты химических анализов эоценовых аркозов и субаркозов, туфов пирокластических потоков и неокомских гранитоидов приведены в таблице. Заслуживает внимания сходство аркозов, субаркозов и интрузивных образований. Очевиден натриевый уклон этих образований, хотя во многих регионах мира в более древних аркозах K_2O преобладает над Na_2O (3).

Результаты химического анализа эоценовых аркозов, субаркозов, туфов морских пирокластических потоков и раннемеловых (неокомских) тоналитовых интрузивов

Номер пробы	SiO_2	TiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO	MnO	CaO	MgO	P_2O_5	Na_2O	K_2O	H_2O	п.п.п.	Сумма
6988	71.28	0.12	14.71	2.97	0.56	не об.	3.29	1.35	0.23	4.60	1.00	0.01	0.10	99.92
210 ^a /23	70.90	0.25	14.10	3.09	0.55	0.05	3.09	1.33	0.07	4.40	1.10	0.05	1.60	100.59
186/23	67.20	0.45	16.05	3.40	0.56	0.09	4.63	2.00	0.07	3.10	0.75	0.20	5.34	100.85
6151	63.17	0.19	14.89	3.64	0.87	0.09	4.07	2.46	0.27	2.20	1.70	2.71	4.42	100.61
22	64.90	0.75	11.11	7.19	3.04	0.06	5.27	2.64	—	3.75	1.30	0.01	0.71	100.73
418	70.86	0.30	14.88	1.52	1.44	0.03	3.80	0.58	—	3.75	3.00	—	0.98	100.64
95	63.06	0.72	15.85	4.48	2.88	0.04	4.73	2.44	—	3.88	1.88	0.04	0.69	100.69

6988, 210^a/23—аркозовые песчаники; 186/23—субаркозовый песчаник; 6151—дацитовый туф морского пирокластического потока; 22, 95—тоналиты; 418—аплит.

Данные спектрального анализа аркозов приводятся ниже: $Si > 10\%$; Al, Ca, Na, Fe —5,6—1,0%; Mg, K —0,75%; Ti, Zr —0,13%; Mn, Sr, Ba, V —0,042—0,013%; Cr, Cu, Zn, Ga, Co —0,032—0,0013%; Ni, Pb, Li, Be —0,00075—0,0001%. Характерно сравнительно высокое содержание циркония.

На основании вышесказанного можно заключить, что преобладающая часть обломочного материала аркозов и несколько меньше—субаркозов поступала из дресвы—продуктов механического выветривания гранитоидов Цахкуняцкого комплекса. Вторым важным источником обломочного вещества (особенно для субаркозов) является вулканокластический материал среднекислого состава среднеэоценовых эксплозивных извержений катмайского типа.

Несмотря на то, что в типичных белых, желтых аркозах фауна еще не обнаружена, их среднеэоценовый возраст устанавливается занимаемым стратиграфическим положением—они подстилаются и перекрываются отложениями, в том числе и субаркозами, содержащими раковины и детрит нуммулитов среднего эоцена. В участках развития указанных образований разрезы эоценовых отложений достигают наибольшей мощности, по-видимому, создавая геостатическое давление на аркозы. В результате этого они часто заметно уплотнены с появлением конформных, инкорпорационных структур.

Относительно условий формирования аркозов исследованного района можно добавить следующее. Цахкуняцкий гранитоидный комплекс (Гехаротский, Анкаванский, Такарлинский массивы) и коньякское время были источником сноса обломочного материала, что устанавливается наличием галек и валунов пород этих интрузивов в коньякских базальных конгломератах Памбакского хребта. Однако в разрезах коньякских отложений Памбакского и Цахкуняцкого хребтов по скудным литературным данным и устному сообщению М. А. Сатяна

слои аркозовых песчаников не обнаружены. Здесь терригенные отложения нижнего сенона перекрываются карбонатными и терригенно-карбонатными отложениями верхнего сенона и палеоцен-нижнего эоцена. Разрез среднего эоцена в исследованном районе частично начинается андезито-дацитовыми и рио-дацитовыми туфами морских пирокластических потоков, которые почти согласным залеганием чередуются пачками терригенных и вулканогенно-осадочных отложений, входящих в зону *Nannulites laevigatus*. В пачках терригенных пород наблюдаются слои субаркозов, реже аркозов, формировавшихся в морских бассейнах подножья островного склона в виде верхних конусов выноса подводных гравитационных (в том числе и песчаных) потоков.

Наличие туфов среднекислого состава в разрезах среднего эоцена свидетельствует о начале эксплозивной вулканической деятельности, о вовлечении Понтиды-Малый Кавказ-Северо-Иранской островной дуги в новый цикл тектоно-магматического развития. Именно в это время раннемеловые тоналитовые массивы Цахкуняцкого и западной части Памбакского хребтов вновь стали областями сноса.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Հ. Ա. ՍԱԻՌՅԱՆ, Ռ. Ա. ԽՈՐԵՆՅԱՆ

Արկոզների Հայկական ԽՍՀ Փամբակի լեռնաշղթայի էոցենի նստվածքներում

Առաջին անգամ Հյուսիսային Հայաստանի պալեոգենի կտրվածքներում բացահայտվել, սահմանադատվել և նկարագրվել են արկոզներ և ենթաարկոզներ: Համալիր երկրաբանական (նստվածքաբանական, ապարագրական, հանքա-երկրաքիմիական, հնէաբանական) հետազոտությունները ցույց են տալիս, որ այս նստվածքները հիմնականում կուտակվել են միջին էոցենի սկզբում և նրանց համար սնուցման գլխավոր աղբյուր են հանդիսացել նեոկոմի տոնալիտային ներծայթուկները և, մասնակիորեն, էոցենի միջին-թթու կալմի հրաբեկորային հոսքի տուֆերը:

Քննարկվել են նաև էոցենի արկոզների և ենթաարկոզների առաջացման ֆուցիա-հնէաշխարհագրական և երկրադինամիկական պայմանները: Վարկած է առաջարկվում այն մասին, որ միջին էոցենում Պոնտիդներ—Փոքր Կովկաս—Հյուսիս-Իրանական մագմատիկ կղզային աղեղը վերին սենոն—պալեոցենյան հարաբերական դադարից հետո ներթաշվել է իր զարգացման նոր, ակտիվ սուբդուկցիոն տեկտոնա-մագմատիկ զարգացման փուլի մեջ:

ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԸՎԵԼՈՒՄՆԵՐ

- 1 Н. Б. Логвиненко, Петрография осадочных пород, Высшая школа, М., 1967.
- 2 Ф. Дж. Петтиджон, Осадочные породы, Недр, М., 1981.
- 3 Л. Б. Рухин, Основы литологии, Недр, Л., 1969.
- 4 А. А. Садоян, Литология палеогена Армянской ССР, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1989.
- 5 Г. П. Багдаварян, О возрастном расчленении интрузивов Северной Армении в свете радиологических данных и геологических представлений, Наука, М., 1966.
- 6 С. И. Баласанян, в кн.: Геология СССР, т. 43, М., с. 265—267, 1970.
- 7 Р. А. Хоренян, Мезозойский магматизм Цахкуняцкого хребта, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1982.
- 8 А. А. Садоян, Изв. АН АрмССР, Науки о Земле, т. 38, № 1, с. 10—16 (1985).

УДК 577.152.24:577.156

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

А. Г. Мхитарян, Д. Л. Арутюняч, Л. В. Карабашян

Изучение влияния микрококковой нуклеазы и ДНКазы I на активизирующую способность ДНК в реакции поли-АДФ-рибозилирования гистона H1

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР К. Г. Карагесяном 10/V 1989)

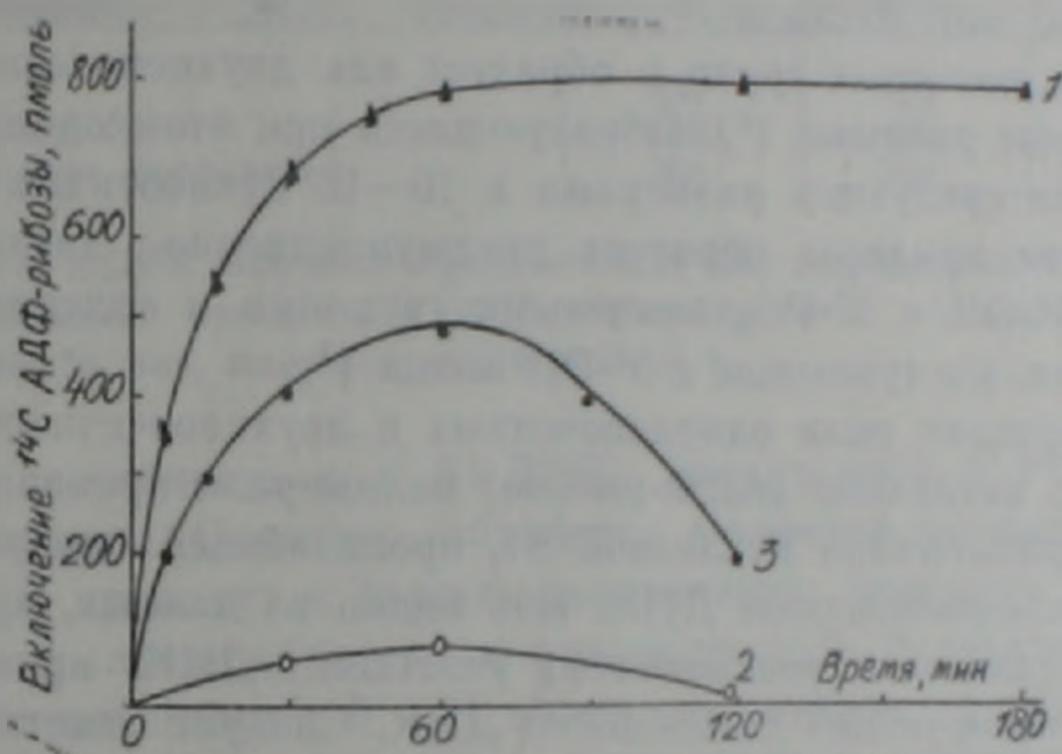
(АДФ-рибоза) полимераза (К. Ф. 2. 4. 2. 30) катализирует реакции поли-АДФ-рибозилирования структурных белков хроматина и ряда ферментов ядра, используя в качестве донора модифицирующей группы НАД. (АДФ-рибоза) полимераза—ДНК-зависимый фермент, однако активизирующая способность ДНК зависит от ее структурных характеристик. Согласно результатам исследований ряда авторов, для активации фермента ДНК должна содержать одно- и двухцепочечные разрывы цепей (^{1,2}), что обычно сопутствует процессам репарации и репликации ДНК. Обработка лизированных детергентом клеток HeLa ДНКазой-I или микрококковой нуклеазой приводит к возрастанию уровня поли-АДФ-рибозилирования внутриклеточных белков. При этом микрококковая нуклеаза, по сравнению с ДНКазой-I, оказывает на этот процесс более эффективное действие (³). По всей видимости, повышение уровня поли-АДФ-рибозилирования связано с повышением активизирующей способности эндогенной ДНК при ее гидролизе нуклеазами. Очевидно, что различия в эффективности действия нуклеаз могут быть обусловлены специфичностью их гидролитических активностей.

Настоящая работа посвящена изучению особенностей активации (АДФ-рибоза) полимеразы фрагментами ДНК, полученными в результате обработки микрококковой нуклеазой и ДНКазой-I высокомолекулярной тимусной ДНК.

Выделение (АДФ-рибоза)полимеразы из семенников быка и определение ферментативной активности проводили по методам, описанным ранее (⁴). Гидролиз нуклеазами проводили при температуре 37° С и концентрации ДНК 0,3 мг/мл. Гидролиз высокомолекулярной тимусной ДНК микрококковой нуклеазой проводили из расчета 8 ед. фермента на 1 мг ДНК в 20 мМ трис-НСl буфере рН 8,0, содержащем 20 мМ NaCl, 5 мМ CaCl₂. Реакцию высокомолекулярной ДНК с ДНКазой-I проводили из расчета 3 ед. фермента на 1 мг ДНК в 20 мМ трис-НСl буфере рН 7,7, содержащем 5 мМ MgCl₂, 1 мМ CaCl₂. Обработку ДНК нуклеазой SI (2,5 ед. фермента на 1 мг ДНК) проводили в 0,02 М натрий ацетатном буфере рН 4,5, содержащем 0,2 М NaCl, 1 мМ ZnSO₄. Дефосфорилирование ДНК бактериальной щелочной

фосфатазой (5 ед. фермента на 1 мг ДНК) проводили при температуре 25°C в буфере 50 mM трис-HCl pH 9,0, содержащем 0,1 mM CaCl₂, 1 mM MgCl₂. Реакции останавливали добавлением равного объема фенола. Дальнейшую депротенизацию продолжали смесью хлороформ:изоамиловый спирт (24:1). Далее ДНК осаждали этанолом. Полученные препараты растворяли в 10 mM трис-HCl pH 8,0, содержащем 20 mM NaCl. Размеры фрагментов ДНК оценивали методом электрофореза в 1,5%-ном агарозном и 7,5%-ном полиакриламидном гелях (5). Концентрацию ДНК определяли по поглощению при 260 нм, пользуясь коэффициентом экстинкции $A_{260}=20$ при концентрации ДНК 1 мг/мл.

На рисунке показана кинетическая зависимость изменения уровня поли-АДФ-рибозилирования гистона III, активируемого тимусной ДНК после ее обработки микрококковой нуклеазой и ДНКазой-1. Из этих



Кинетическая зависимость изменения активирующей способности высокомолекулярной тимусной ДНК от обработки микрококковой нуклеазой (1) и ДНКазой-1 (2,3). Концентрация ДНК в пробах 1—0,8, 2—0,8, 3—4 мкг/мл

данных следует, что высокомолекулярная ДНК в концентрации 4 мкг/мл и ниже практически не активирует (АДФ-рибоза) полимеразу. Вместе с тем в результате расщепления нуклеазами активирующая способность ДНК возрастает и достигает максимума примерно через 60 мин инкубации. Однако активирующая способность фрагментов ДНК, полученных в результате ее обработки микрококковой нуклеазой (м-ДНК) и ДНКазой-1 (д-ДНК), резко отличается. Как видно из представленных данных, через 60 мин инкубации активирующая способность м-ДНК в концентрации 0,8 мкг/мл примерно в 10 раз превышает активирующую способность д-ДНК в той же концентрации.

Электрофоретический анализ препаратов м-ДНК и д-ДНК показал, что размер фрагментов ДНК понижается в результате ее инкубации с нуклеазами. Препарат м-ДНК, полученный через 60 мин инкубации, представляет собой гетерогенную смесь фрагментов с размерами от 267 до 26 п. о., а д-ДНК—от 90 до 9 п. о. При дальнейшей инкубации до 3 ч размер фрагментов м-ДНК понижается до пределов от

124 до 9 п.о. и ниже. Однако при этом активирующая способность остается на прежнем уровне. Вместе с тем активирующая способность д-ДНК после достижения максимума через 60 мин понижается при дальнейшей инкубации.

Согласно данным Бенджамна и Джилла (1) активация (АДФ-рибоза) полимеразы осуществляется при взаимодействии с одноцепочечными и двухцепочечными разрывами полинуклеотидных цепей ДНК. Было показано, что одноцепочечные разрывы, по сравнению с двухцепочечными, менее эффективно активируют (АДФ-рибоза) полимеразу, и существенное значение при этом имеет химическое строение концевых групп ДНК. Исходя из этих данных, мы полагаем, что различия в активирующей способности м-ДНК и д-ДНК могут быть обусловлены либо разным соотношением одно- и двухцепочечных разрывов в структуре этих фрагментов, либо различиями в структуре концевых участков ДНК.

Известно, что ДНКаза-1 расщепляет ДНК с образованием 3'-ОН и 5'-РО₄ концевых групп и образует как двухцепочечные, так и одноцепочечные разрывы (6). Образующиеся при этом одноцепочечные участки характеризуются размерами в 10—15 нуклеотидов, тогда как микрококковая нуклеаза образует преимущественно двухцепочечные разрывы с 5'-ОН и 3'-РО₄ концевыми группами и содержит непарные основания, выступающие с 5'-ОН конца (7).

Для изучения роли одноцепочечных и двухцепочечных разрывов цепей ДНК в активации (АДФ-рибоза) полимеразы препараты м-ДНК и д-ДНК обрабатывали нуклеазой S1, проявляющей высокую специфичность к одноцепочечной ДНК. Как видно из данных, приведенных в таблице, удаление одноцепочечных участков д-ДНК приводит к повышению активирующей способности ДНК. Следует отметить, что при этом сохраняется химическая структура концевых групп. Эти данные свидетельствуют об ингибирующей роли одноцепочечных участков ДНК и подтверждаются данными Ешихара и др. (8) об ингибировании (АДФ-рибоза)полимеразы денатурированной ДНК. Обработка м-ДНК нуклеазой S1 (с образованием производного м S1-ДНК) приводит к понижению ее активирующей способности. Отщепление непарных оснований с 5'-ОН конца, с образованием 5'-РО₄ группы, приводит к «затуплению» концов ДНК. Снижение активирующей способности м-ДНК в результате такой модификации можно объяснить либо изменением концевой 5'-гидроксильной группы на фосфатную, либо «затуплением» концевого участка ДНК. Однако последнее предположение представляется менее вероятным, так как согласно данным Бенджамна и Джилла (1) отщепление 5'-концевой фосфатной группы сопровождается повышением активирующей способности различных рестриктов ДНК. Кроме того, согласно данным тех же авторов, ДНК с «тупыми» концами активирует (АДФ-рибоза)полимеразу эффективнее, чем ДНК, содержащая концевые непарные основания.

Для выяснения роли концевой 3'-РО₄ группы в активации (АДФ-рибоза) полимеразы полученные образцы м-ДНК и м S1-ДНК подвергали обработке щелочной фосфатазой (таблица). Как видно из

представленных данных, обработка щелочной фосфатазой приводит к заметному понижению активирующей способности м-ДНК (в 2,5 раза). Следует заметить, что при подобной обработке понижается акти-

Влияние нуклеазы S1 и щелочной фосфатазы на активирующую способность м-ДНК и д-ДНК в реакции поли-АДФ-рибозилирования

Образец ДНК*	Включение АДФ-рибозы, пмоль/мин		
	Концентрация ДНК в проре, мкг/мл		
	2	4	8
м-ДНК	730	800	800
м-ДНК + нуклеаза S1	600	750	800
м-ДНК + щелочная фосфатаза	130	200	260
м-ДНК + нуклеаза S1 + щелочная фосфатаза	120	200	240
д-ДНК	100	160	—
д-ДНК + нуклеаза S1	260	400	—
д-ДНК + щелочная фосфатаза	200	320	—

* м-ДНК и д-ДНК получены в результате 10 мин гидролиза высокомолекулярной ДНК микрококковой нуклеазой и ДНКазой-1. Обработка нуклеазой S1 проводилась в течение 30 мин, щелочной фосфатазой—3 ч.

вирующая способность и м S1-ДНК, содержащей 3'-PO₄ и 5'-PO₄ концевые группы. Очевидно, обработка щелочной фосфатазой м-ДНК и м S1-ДНК приводит к дефосфорилированию фрагментов ДНК. Причем в первом случае образуются фрагменты с 2—3 непарными основаниями, выступающими с 5'-ОН конца, во втором—фрагменты с «ступеными» концами. Несмотря на эти различия в структуре концевых участков, оба фрагмента ДНК активируют фермент с одинаковой эффективностью.

Полученные данные позволяют заключить, что 3'-PO₄ группа ДНК имеет решающее значение для активации (АДФ-рибоза)полимеразы, однако ДНК, не содержащая концевой 3'-PO₄ группы, также способна активировать фермент, хотя при этом наблюдается более низкий уровень максимальной активации.

Институт экспериментальной биологии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Գ. ՄԵՐԱՐՅԱՆ, Գ. Լ. ՀԱՐՈՒՅՈՒՆՅԱՆ, Լ. Վ. ԿԱՐԱՐԱՇՅԱՆ

ԴՆԹ-ի պոլի-ԱԴՖ-սինթեզի ակտիվացման ունակության վրա միկրոկոկային նուկլեազի և ԴՆԹազ 1-ի ազդեցության հետազոտումը

Արցազեղծի բարձրամոլեկուլյար ԴՆԹ հիդրոլիզի է ենթարկվել միկրոկոկային նուկլեազի և ԴՆԹազ 1-ի միջոցով: Ցույց է տրված, որ հիդրոլիզի հետևանքով ստացված ԴՆԹ-ի հատվածները, (ԱԴՖ-սինթեզ) պոլիմերազը ակտիվացնելու իրենց ունակությամբ գերազանցում են բարձրամոլեկուլյար ԴՆԹ-ի ունակությունը: նուկլեազ S1 և ալկալիական ֆոսֆատազի օգնությամբ

ցույց է տրված, որ (ԱՒՖ-սիրոզա) պոլիմերազի ակտիվացման համար էական նշանակություն ունի ԴՆԹ-ի 3'-ծայրային ֆոսֆատային խումբը, սակայն այդպիսի խումբ չպարունակող ԴՆԹ նույնպես կարող է ակտիվացնել ֆերմենտին, թեև այդ դեպքում ֆերմենտի ակտիվացման առավելագույն մակարդակը զգալիորեն ցածր է:

ЛИТЕРАТУРА—ԻՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ R. C. Benjamin, D. M. Gill, J. Biol. Chem., v. 255, p. 10502—10508 (1980).
² P. Zahradka, K. Ebisuzaki, Eur. J. Biochem., v. 127, p. 579—585 (1982). ³ R. C. Benjamin, D. M. Gill, J. Biol. Chem., v. 255, p. 10493—10501 (1980). ⁴ Լ. Վ. Կարաբաշյան, Դ. Լ. Արությունյան, Ա. Ա. Սոգոսյան և ըր., Биохимия, т. 53, вып. 4, с. 580—585 (1988). ⁵ Դ. Մանուս. Յ. Փրիչ, Ժ. Շեմբրուկ, в кн.: Молекулярное клонирование. М., Мир, 1984. ⁶ D. E. Riley, Biochemistry, v. 19, p. 2977—2992 (1980). ⁷ B. Jollner-Webl, W. Melchior, G. Felsenfeld, Cell, v. 14, p. 611—627 (1978). ⁸ K. Yoshihara, T. Hashida, Y. Tanaka et al., J. Biol. Chem., v. 253, p. 6459—6466 (1978).

УДК 577.323

БИОФИЗИКА

А. Г. Габриелян, К. А. Бакунци, Р. А. Захарян

Изучение дс-РНК методом прецизионной УФ-спектрофотометрии

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР К. Г. Карагезяном 7/VI 1989)

Двуспиральная РНК (дс-РНК) играет важную роль в формировании антивирусной резистентности клеток, а также в регуляции клеточной пролиферации (¹⁻³). Однако структура дс-РНК недостаточно хорошо изучена. В данной работе методом УФ-плавления высокого разрешения изучаются особенности структурной организации дс-РНК киллерных дрожжей *S. cerevisiae*.

Дс-РНК вирусоподобных частиц киллерных дрожжей *S. cerevisiae* (штамм М 437) с молекулярной массой $1,2 \div 1,8 \times 10^6$ была любезно предоставлена Ф. И. Ершовым (Институт эпидемиологии и иммунологии АМН СССР). Препарат дс-РНК был разделен на фракции (L и M) на колонке с сефакрилом S—1000 с помощью микроколоночного жидкостного хроматографа «Обь», буфер 0,02 трис, 0,001 М ЭДТА, 0,1 М NaCl. Непосредственно перед плавлением L дс-РНК переводили в буфер 0,1x SSC гельфильтрацией на колонке S—300. Кривые плавления дс-РНК были получены на спектрофотометре «Сагу—219» с термоприставкой. Скорость нагрева 0,4°/мин. Кривая, записанная на перфоленту, дифференцировалась с помощью ЭВМ «Искра—226» с использованием программы DCF—K («Бейсик»).

Суммарный препарат дс-РНК содержит L и M формы дс-РНК. Они представляют собой фрагментированный и пространственно разделенный геном вирусов дрожжей (⁴), заключенный в одинаковые белковые оболочки, содержащие транскриптазную активность (⁵). Меньшая по размеру M форма (M дс-РНК), состоящая из 1,8 т. п. н., кодирует токсин, обуславливающий проявление киллерных свойств соответствующих штаммов дрожжей, а также фактор устойчивости к токсину (⁶). L форма (L дс-РНК) содержит 4,5 т. п. н. Основной функцией является кодирование капсидного белка и обеспечение в определенных условиях стабильности M дс-РНК (^{7,8}).

На рис. 1 показана ДКП тотального препарата дс-РНК в 0,1xSSC. В отличие от кривой плавления суммарного препарата, приведенной в работе (⁹), ДКП получена не графическим дифференцированием интегральных кривых, а машинным дифференцированием кривых, записанных на перфоленте. Это позволило получить кривые плавления с большим разрешением. Основные очертания кривой на рис. 1 и кривой, полученной в (⁹), совпадают. Это свидетельствует, в частности, об отсутствии примесей ДНК, способных исказить кривую плавления.

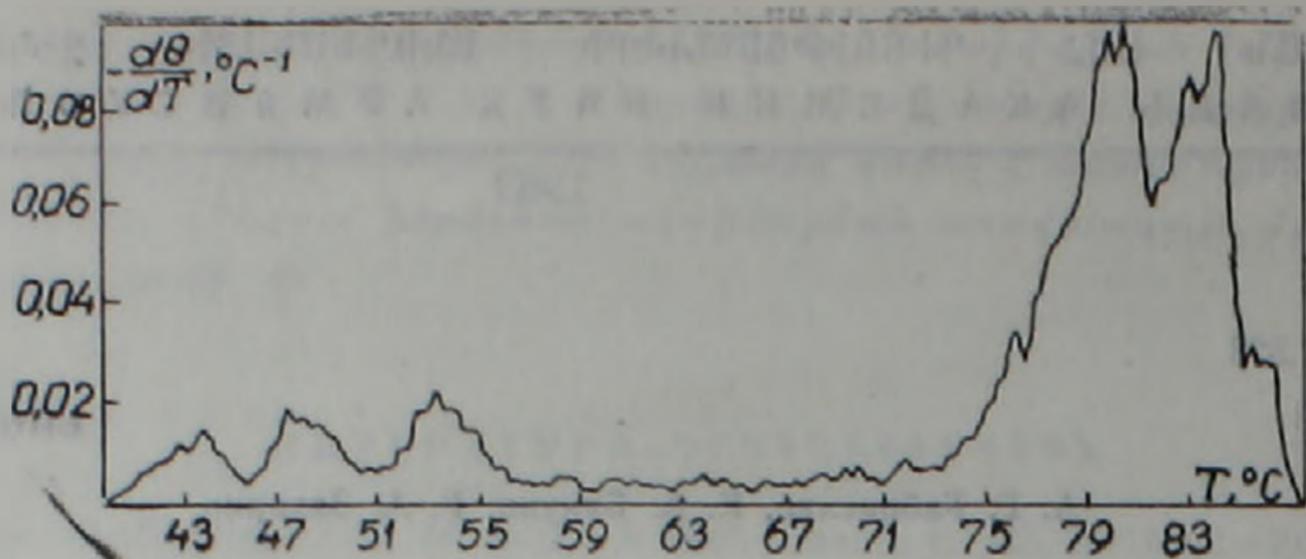


Рис. 1. ДКП суммарного препарата ds-РНК в 0.1XSSC

Обращают на себя внимание большие величины ширины плавления и ширины локальных переходов, что согласуется с литературными данными (9, 10). В одном переходе участвуют ~ 400 нуклеотидных пар. Оценка производилась по площади пиков локальных переходов. По сравнению с ДНК на $8-10^\circ$ выше температура плавления ds-РНК ($\sim 81^\circ\text{C}$). В ДКП суммарного препарата вносят вклад отдельно М и L формы ds-РНК. Низкотемпературный переход, наблюдаемый на ДКП суммарной ds-РНК, обусловлен М ds-РНК, но не L формой. На рис. 2

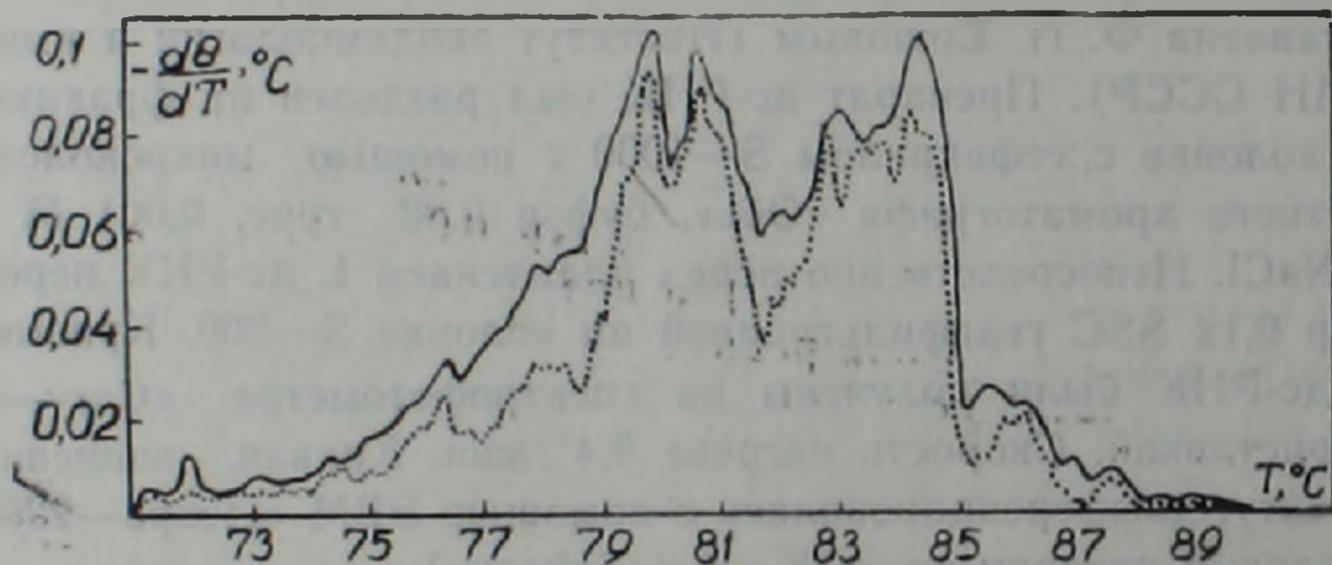


Рис. 2. ДКП L ds-РНК (- - -) и суммарной ds-РНК (—)

приведены ДКП ds-РНК и L ds-РНК. Разностная кривая соответствует высокотемпературной части ДКП М ds-РНК. Из сравнения двух кривых на рис. 2 можно видеть, что суммарный препарат ds-РНК состоит главным образом из L ds-РНК. Действительно, было показано (9), что соотношение L:M ds-РНК = 9:1.

Институт экспериментальной биологии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Վ. ԳԱՐԻԵԼՅԱՆ, Կ. Ն. ԲԱԿՈՒՆՅ, Խ. Ա. ԶԱՔԱՐՅԱՆ

ԵՔ-ՌՆՔ-ի օւղղմնասիրումը աճըրամահուշակագույն Նշգրիտ սպեկտրալուսաշարփության մերոդով

Բարձր լուծման հալման մեթոդով ուսումնասիրվել են *S. cerevisiae* կլոնա-խմորիչի (M 437) վիրուսանման մասնիկների ԵՔ-ՌՆՔ-ի կառույ-վածքային կազմակերպման առանձնահատկությունները: ԵՔ-ՌՆՔ-ի գումա-
140

րային պատրաստուկը բաժանվել էր L և M շափամասերի S1000 սեֆակրիլի սյունակի վրա «Յր» մանրասյունակային հեղուկային բրոմատագրիչի օգնությամբ: ԵՔ-ՌՆՔ-ի և ԼԵՔ-ՌՆՔ-ի հալման կորերը ստացվել են «Cary—219» սպեկտրալուսաչափի վրա: Մակոտածապավինի վրա գրանցված այդ կորերը դիֆերենցվել են «Բսկրա—226» էՀՄ-ի միջոցով, ուր օգտագործվել է DCF—K («Բեյսիկ») ծրագիրը: Ստացվել են բարձր լուծման հալման կորեր: Քուամրային պատրաստուկի հալման դիֆերենցիալ կորի մեջ M—L-ձևերը ներդնում են անկախ ալիանդ, L-ձևի գերակշռությամբ (L:M հարաբերությունը հաճախար է 9:1):

ЛИТЕРАТУРА—ԻՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ A. B. Иткес, В. Л. Туницкая, Е. С. Северин, Успехи биол. химии, т. 26, с. 125—152 (1985). ² M. A. Minks, D. K. West, C. Benven, J. Biol. Chem., v. 251, p. 10180—10183 (1979). ³ A. B. Rice, I. M. Kerr, J. Virol., v. 50, p. 229—236 (1984). ⁴ A. J. Herring, E. A. Bevan, J. Gen. Virol., v. 22, p. 387—394 (1974). ⁵ A. J. Herring, E. A. Bevan, Nature, v. 263, p. 464—466 (1974). ⁶ K. A. Bostlan, J. A. Sturgeon, D. O. Tipper, J. Bacteriol., v. 143, p. 463—470 (1980). ⁷ A. J. Bostlan, J. E. Hopper, D. T. Rogers e. a., Cell., v. 19, p. 403—414 (1980). ⁸ K. B. Wickner, Mol. Cell. Biol., v. 9, p. 654—661 (1983). ⁹ А. Б. Дужак, С. Г. Лохов, А. И. Закабунин, и др., Мол. биол., т. 19, № 6, с. 1573—1584 (1985). ¹⁰ D. L. Vizard, A. T. Anselin, G. B. Thornton e. a., Biochim. Biophys. Acta, v. 519, p. 138—148 (1978).

УДК 595.763.3

ЭНТОМОЛОГИЯ

М. Ю. Калашян

Новый вид рода *Margarinotus* (Mars.) Wenz.
(Coleoptera, Histeridae) из Армении

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. О. Мовсисяном 12/IV 1989)

Margarinotus pseudomirabilis Kalashian, sp. nov.

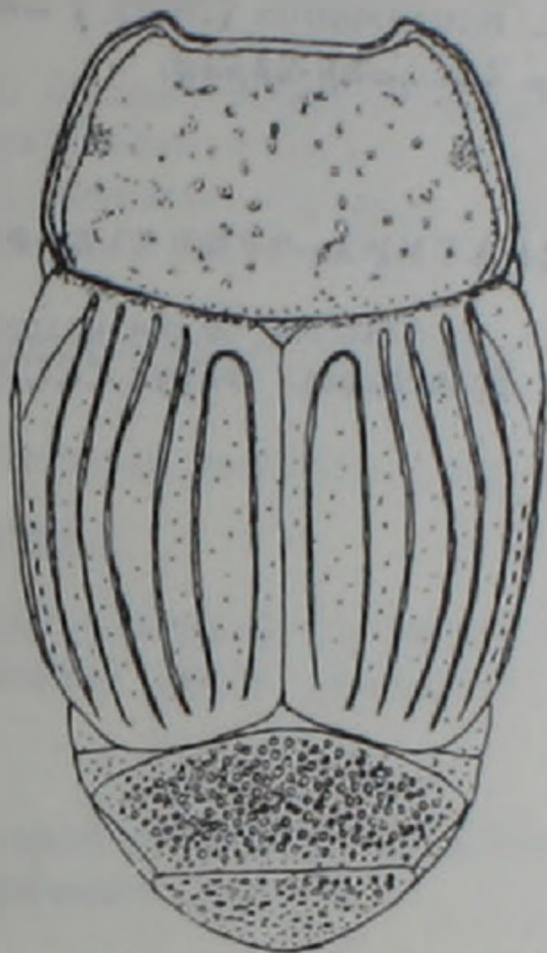
АрмССР, окр. Еревана, п. Советашен, из растительных отбросов на муравейнике *Messor caducus caucasicola* Arnoldi, 31.03.88 г. Голотип, самка, в коллекциях Института зоологии АН АрмССР.

Тело овальное, выпуклое, красно-бурое, как ротовые части и конечности, голова и пара маленьких округлых пятен у середины внутренней боковой бороздки переднеспинки черные, основание надкрылий узко зачернено. Длина 6,5 мм, длина от переднего края переднеспинки до вершины надкрылий—4,5 мм.

Лоб слабо выпуклый, в мелкой редкой двойной пунктировке, лобная бороздка четкая, едва изогнута у середины. Переднеспинка с закругленными боками, слабо сужена к выступающим передним углам, ее скульптура такая же, как на лбу, ее краевая бороздка четкая, спереди прервана позади головы, сзади слегка заходит за основные углы переднеспинки. Внутренняя боковая бороздка цельная, слегка изогнута у середины, спереди продолжена вдоль переднего края переднеспинки и здесь не прервана, наружная боковая цельная, спереди изогнута и упирается во внутреннюю боковую, сзади почти достигает основного края переднеспинки. Обе бороздки глубокие и точечные. Проплевры голые, в немногочисленных мелких точках, усиковые впадины глубокие и гладкие. Надкрылья наибольшей ширины у слабо обособленных плечевых бугорков, слабо сужены кзади. Все 6 дорсальных бороздок цельные, 5-я и 6-я немного не достигают основания надкрылий и здесь соединены между собой; наружная подплечевая бороздка четкая, слегка укорочена спереди, внутренняя подплечевая представлена несколькими вытянутыми точками в вершинной половине надкрылий. Скульптура надкрылий такая же, как на лбу.

Пропигидий слабо выпуклый, в густых плоских глазчатых точках, в промежутках между которыми имеются почти столь же многочисленные мелкие вдавленные точки; на пигидии скульптура приблизительно такая же, но глазчатые точки мельче и немного глубже, кзади изреживаются и мельчают и здесь не отличаются от мелких точек промежутков. Переднегрудь между передними тазиками слегка вдавлена; кайма воротничка цельная. Среднегрудь спереди с глубокой выемкой, с четкой цельной краевой бороздкой. Бока средне- и заднегруды голые,

в крупных глубоких густых точках. Боковые линии заднегруди и первого видимого стернита брюшка четкие, цельные. Передние голени у наружного края с 4 зубцами, 3 передних крупные, задний маленький; внутренняя поверхность голени груботочечная. Средние и задние голени по наружному краю с крупными зубцами и многочисленными длинными желтыми щетинками, внутренняя поверхность голени точечная и волосистая.



Margaritotus pseudomirabilis sp.
nov. — переднеспинка, надкрылья и
вершина брюшка.

Этот вид относится к подроду *Eucalohister* Keitt.; наличие шести цельных дорсальных бороздок сближает его с *M. mirabilis* (Khnz.) и некоторыми особями *M. kurdistanus* (Mars.). От них новый вид отличается уже окраской (тело *M. mirabilis* черное, с просвечивающей желтым вершинной каймой надкрылий; у *M. kurdistanus*, судя по его описанию ((¹), с. 377), тело черное, надкрылья от черных до темно-красных или красно-бурых). От нового вида *M. mirabilis* отличается также более выпуклым и широким телом, более мелкой пунктировкой лба, переднеспинки и надкрылий, строением внутренней краевой бороздки переднеспинки, которая более резко изогнута у середины, а сзади сближена с наружной краевой. Пунктировка пропигидия и пигидия у *M. mirabilis* представлена более мелкими, редкими и глубокими однородными глазчатыми точками, средние голени без щетинок по наружному краю, задние — с немногочисленными короткими щетинками. *M. kurdistanus*, помимо окраски, отличается укороченной наружной краевой бороздкой переднеспинки, обычно не заходящей за середину ее бокового края, а также волосистыми боками средне- и заднегруди.

Институт зоологии
Академии наук Армянской ССР

Margarinotus (Mars.) Wenz. (Coleoptera, Histeridae)
սեռի նոր տեսակ Հայաստանից

Հոդվածում նկարագրվում է *Margarinotus pseudomirabilis* Kalashian sp. nov. տեսակը Երևանի շրջակայքից (Սոփետաշեն):

Այս տեսակը պատկանում է *Eucalohister* Reitt. ենթասեռին և մոտ է *M. mirabilis* (Khnz.) և *M. Kurdistanus* (Mars.) տեսակներին, տարբերվելով նրանցից մի շարք կարևոր հատկանիշներով:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 О. Л. Крыжановский, А. Н. Рейхардт, Жуки надсемейства Histeroidea (семейства Sphaeritidae, Histeridae, Syntelidae). Фауна СССР, т. V, вып. 4, Наука, Л 1976.