

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ ДОКЛАДЫ

Том 97 № 3

1997

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. թեկնածու (պատ. քարտուղար), Է. Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Գ. Ե. ԲԱԴԴԱՍՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Է. Ս. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Վ. Վ. ԴՊՎԱԹՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Վ. Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՋՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Յու. Հ. ՇՈՒՔՈՒՐՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Ճ. Տ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Դ. Ս. ՍԵՂՈՍՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Վ. Բ. ՃԱՆԱՐԶՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս

Редакционная коллегия

Դ. Ա. ԱՐԶՄԱՆՅԱՆ, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик НАН Армении, Г. Е. БАГДАСАРЯН, академик НАН Армении, Э. С. ГАБРИЭЛЯН, академик НАН Армении, В. В. ДОВЛАТЯН, академик НАН Армении (зам. отв. редактора), В. О. КАЗАРЯН, академик НАН Армении, К. Г. КАРАГЕЗЯН, академик НАН Армении, Ф. Т. САРКИСЯН, академик НАН Армении, Д. М. СЕДРАКЯН, академик НАН Армении (отв. редактор), А. А. ТАЛАЛЯН, академик НАН Армении, Ю. Г. ШУКУРЯН, академик НАН Армении, В. В. ФАНАРДЖЯН, академик НАН Армении

ՀՀ ԳԱԱ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Լ. Ա. Մովսիսյան – Պիեզաէլեկտրիկ սալում ոչ գծային ալիքների մոդուլյացիոն կայունության մասին..... 3

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Վ. Մ. Բարսեղյան – Անիզոտրոպ եռաչերտի սահմանային շերտերի մասին, երբ շերտերի միջև տեղի ունի լրիվ և ոչ լրիվ կոնտակտ..... 7

Լ. Ա. Աղալովյան, Ռ. Ս. Գևորգյան, Ա. Վ. Սահակյան – Անսեղմելի նյութերից պատրաստված շերտերի եզրային խնդիրների ասիմպտոտիկ լուծման մասին..... 13

Լ. Ս. Սարգսյան – Օրթոտրոպ երկչերտի սեփական տատանումների հաճախությունների մասին..... 19

Բ. Լ. Աբրահամյան, Ա. Վ. Սահակյան, Ա. Վ. Գասպարյան – Երկչերտանի առաձգական կիսատարածության վրա ամրակցումով զետեղված կլոր կոշտ ֆունդամենտի համար առանցքասիմետրիկ կոնտակտային խնդիր..... 26

Վ. Ս. Տոնոյան, Ն. Ս. Մելքումյան – Ներքին ուղղաձիգ վերջավոր ճեղքով առաձգական քաղաղրյալ կիսատարածության համար հակահարթ կոնտակտային խնդիր..... 32

Ա. Հ. Սարգսյան – Անիզոտրոպ եռաչերտի լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակի մասին..... 40

ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Մ. Սեդրակյան, Ժ. Ա. Կծոյան, Ն. Ն. Սարգսյան, Կ. Ա. Առաքելովա, Ի. Վ. Վարդերեսյան, Կ. Գ. Ղարապյոզյան – Պլազմիդ պարունակող և պլազմիդազուրկ *Salmonella derby* շտամների թաղանթների սպիտակուցների սպեկտրները..... 49

Ա. Զ. Փեփոյան, Մ. Ա. Բալայան, Կ. Գ. Ղարապյոզյան – *Salmonella derby* քջապատերը որպես ՈՒՄ-ճառագայթման թիրախներ..... 55

Է. Ս. Գևորգյան, Է. Գ. Սարգսյան, Գ. Հ. Փանոսյան – Էստրադիոլով ինդուկցվող սպիտակուցի միջոցով էստրադիոլ-ռեցեպտորային կոմպլեքսի փոխադրման հնարավորության մասին..... 58

ԲԻՈՋԻՄԻԱ

Մ. Ա. Սիմոնյան, Ա. Ա. Գալոյան, Գ. Մ. Սիմոնյան, Ռ. Վ. Մելքոնյան – Էրիթրոցիտների թաղանթներից ստացված նոր տիպի Ե ցիտոքրոմների օպտիկական սպեկտրալ բնութագրերը..... 62

ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Վ. Հ. Ղազարյան, Վ. Ա. Դավթյան, Ռ. Հ. Հարությունյան, Վ. Վ. Ղազարյան – Պարբերաբար պտղաբերող խնձորենու կողմից ֆիզիոլոգիապես տարորակ տերևների կազմավորման հարցի շուրջը..... 67

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Զ. Ռ. Հարությունյան, Ռ. Ա. Հարությունյան, Լ. Ա. Սահակովա, Ս. Շ. Մարտիրոսյան – Անդիոտենզին 2-ի դերը օրգանիզմի ջերմային հոմեոստազի կարգավորումում..... 71

Վ. Բ. Ֆանարչյան, Լ. Ռ. Մանվելյան, Վ. Հ. Պողոսյան, Վ. Հ. Ջաքարյան, Է. Յու. Հարությունյան – Գորտի անդաստակային կորիզում անդաստակային աֆերենտ և ողնուղեղային մուտքերի ֆունկցիոնալ կազմավորումը..... 75

СОДЕРЖАНИЕ

МЕХАНИКА

- Л. А. Мовсисян* — К модуляционной устойчивости нелинейных волн в пьезоэлектрической пластинке 3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- В. М. Барсегян* — Пограничный слой трехслойной анизотропной полосы, когда между слоями выполняется полный и неполный контакт 7
- Л. А. Агаловян, Р. С. Геворкян, А. В. Саакян* — Об асимптотическом решении краевых задач для полос из несжимаемых материалов 13
- Л. С. Саркисян* — О частотах собственных колебаний двухслойной ортотропной полосы 19
- Б. Л. Абрамян, А. В. Саакян, А. В. Гаспарян* — Осесимметричная контактная задача для жесткого круглого фундамента, лежащего на двухслойном упругом полупространстве со сцеплением 26
- В. С. Тоноян, Н. С. Мелкумян* — Антиплоская контактная задача для упругого составного полупространства с внутренним вертикальным конечным разрезом 32
- А. Г. Саркисян* — О напряженно-деформированном состоянии анизотропной трехслойной полосы 40

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

- А. М. Седракян, Ж. А. Кцоян, Н. Н. Саркисян, К. А. Аракелова, И. В. Вартересян, К. Г. Карагезян* — Спектры мембранных белков плазмидных и бесплазмидных штаммов *Salmonella derby* 49
- А. З. Пепоян, М. А. Балаян, К. Г. Карагезян* — Клеточные стенки *Salmonella derby* как мишень УФ-облучения 55
- Э. С. Геворкян, Э. Г. Саркисян, Г. А. Паносян* — О возможности трансформации эстрадиол-рецепторного комплекса индуцируемым эстрадиолом белком 58

БИОХИМИЯ

- М. А. Симонян, А. А. Галоян, Г. М. Симонян, Р. В. Мелконян* — Оптические спектральные характеристики фракций новых типов цитохрома *b* из мембран эритроцитов 62

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- В. О. Казарян, В. А. Давтян, Р. Г. Арутюнян, В. В. Казарян* — К вопросу о формировании разнокачественных листьев у периодически плодоносящей яблони 67

ФИЗИОЛОГИЯ

- К. Р. Арутюнян, Р. А. Арутюнян, Л. А. Саакова, С. Ш. Мартиросян* — Роль ангиотензина II в регуляции температурного гомеостаза организма 71
- В. В. Фанарджян, Л. Р. Манвелян, В. И. Погосян, В. Л. Закарян, Э. Ю. Арутюнян* — Функциональная организация вестибулярных афферентных и спинальных входов в вестибулярные ядра лягушки 75

CONTENTS

MECHANICS

- L. A. Movsisian* – The stability modulation nonlinear waves in piezoelectric plate 3

THEORY OF ELASTICITY

- V. M. Barsegian* – Boundary layer of three layered anisotrop strip, when there are complete and incomplete contact between layeres 7
- L. A. Aghalovian, R. S. Gevorgian, A. V. Sahakian* – On asymptotic solution of boundary problems for strips of incompressible materials 13
- L. S. Sargsian* – On frequency of free vibrations of two-layer orthotrope strip 19
- B. L. Abrahamian, A. V. Sahakian, A. V. Gasparian* – An axisymmetrical contact problem for a rigid circular footing, lying on an elastic two-layered semi-space with cohesion 26
- V. S. Tonoyan, N. S. Melkounian* – An antiplane contact problem for an elastic composite half-space with an inner vertical finite cut..... 32
- A. H. Sarkisian* – On the stresses-strain state of an anisotropic tree-layered strip..... 40

MOLECULAR BIOLOGY

- A. M. Sedrakyan, G. A. Ktsoyan, N. N. Sarkisyan, K. A. Arakelova, I. V. Varteresyan, K. G. Karageusyan* – The membrane proteins of *Salmonella derby* plasmidcontain and plasmidless strains 49
- A. Z. Pepoyan, M. A. Balayan, K. G. Karageusyan* – The cell walls of *Salmonella derby* as a UV radiation targets 55
- E. S. Gevorgian, E. G. Sarkissian, G. H. Panosyan* – On opportunity of transformation of estradiol-receptor complex by estradiol-induced protein 58

BIOCHEMISTRY

- M. A. Simonyan, A. A. Galoyan, R. M. Simonyan, G. M. Simonyan, R. V. Melconyan* – Optical spectral characteristics of the fractions of a new types of cytochrome *b* from membranes of erythrocytes 62

PLANT PHYSIOLOGY

- V. O. Kazaryan, V. A. Davtyan, R. H. Arutunyan, V. V. Kazaryan* – On the question of the different quality leaves formation of the periodically fruit-bearing apple-tree 67

PHYSIOLOGY

- K. R. Harutunian, R. A. Harutunian, L. A. Saakova, S. Sh. Martirosian* – The role of angiotensin 2 in the regulation of the organisms temperature homeostasis 71
- V. V. Fanardjian, L. R. Manvelyan, V. I. Pogossian, V. L. Zakarian, E. Yu. Harutunian* – Functional organization of the vestibular afferent and spinal cord inputs to frog's vestibular nuclei 75

Сдано в набор 2.09.97. Подписано к печати 28.10.97.
Формат 70×108/16. Бумага № 1. Высокая печать. Печ. лист 4,9.
Усл. печ. л. 6,86. Тираж 200. Заказ № 9.
Цена договорная.

Адр. ред. 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г, III эт., к. 13, т. 27-36-95.
Издательство "Гигутюн" НАН РА
375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

МЕХАНИКА

УДК 539.3.532.59

Л. А. Мовсисян

К модуляционной устойчивости нелинейных волн
в пьезоэлектрической пластинке

(Представлено академиком НАН Армении М. А. Задосяном 1/IV 1997)

В работе (1) приведен интересный факт. Как известно (например, (2)), обычно при рассмотрении нелинейных колебаний пластин продольным инерционным членом пренебрегают. Получается, что нелинейная частота больше линейной, что соответствует "жесткой" характеристике нелинейности. При изучении же распространения нелинейных волн это приводит к модуляционной устойчивости (3). Однако удержание продольного инерционного члена совершенно меняет картину (1) — получается неустойчивость.

Было интересно выяснить, влияет ли пьезоэлектричество на это и каким образом? В данной статье этот вопрос рассматривается для двух пьезоэлектриков гексагональной системы классов $\bar{6}m2$ и $6mm$ (4). Для первого материала электричество индуцируется при продольном колебании, а для второго — при изгибном.

1. Одномерные уравнения колебаний возьмем в виде

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (1.1)$$

Уравнения напряженности электрического поля и электрической индукции

$$\operatorname{rot} \bar{E} = 0, \quad \operatorname{div} \bar{D} = 0 \quad (1.2)$$

для первого материала — $\bar{6}m2$ (4) в предположении параболической изменяемости электрического потенциала по высоте

$$\phi = F(x, t) \left(1 - \frac{4z^2}{h^2} \right)$$

пластинки (5) дают следующее уравнение:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{12}{h^2} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} F + \frac{3e}{2\varepsilon_1} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] = 0. \quad (1.3)$$

Система (1.1) в перемещениях выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ C_{11} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] + \frac{2}{3} h e \frac{\partial F}{\partial x} \right\} &= \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(C_{11} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] + \frac{2}{3} h e \frac{\partial F}{\partial x} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \right\} - D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} &= \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Решение систем (1.3)-(1.4) будем искать как

$$\begin{aligned} u &= u_0 + u_2 e^{2i\tau} + \bar{u}_2 e^{-2i\tau}, \quad w = w_1 e^{i\tau} + \bar{w}_1 e^{-i\tau}, \\ F &= F_2 e^{2i\tau} + \bar{F}_2 e^{-2i\tau}, \quad \tau = kx - \omega t. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Подставляя u , w и F из (1.5) в (1.3) и (1.4) и выражая все постоянные через w_1 и $\bar{w}_1$, при этом учитывая (3), приближенное равенство

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \approx c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad c = \frac{d\omega_2}{dk}, \quad \text{получим для нелинейной изгибаемой частоты}$$

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \omega_2^2 (1 - \alpha a^2 k^2), \\ a^2 &= 4w_1 \bar{w}_1, \quad \alpha = \frac{9 - C(1 - 8\mu)}{8(1 - \mu c)}, \\ \mu &= 1 + \frac{1}{12} k^2 h^2, \quad C = \frac{e^2}{A_{11} \varepsilon_1} \left(1 + \frac{3}{k^2 h^2} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

При этом линейные частоты соответственно продольным и поперечным колебаниям определяются

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{B_{11} k^2}{\rho} (1 - \beta k^2 h^2), \quad \omega_2^2 = \frac{D_{11} k^4}{\rho h}, \\ \beta &= \frac{e^2}{B_{11} (12\varepsilon_2 + \varepsilon_1 k^2 h^2)}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

2. Для второго материала вместо (1.3) будем иметь

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{12}{h^2} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} F - \frac{3}{2} \frac{e_1}{\varepsilon_1} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad (2.1)$$

а уравнениями движения пластинки будут

$$C_{11} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] = \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ C_{11} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{\partial v}{\partial x} \right\} + \frac{2}{3} e_1 h \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (2.2)$$

Решение (2.1) и (2.2) также ищется в виде (1.5). Производя необходимые процедуры для нелинейной изгибной частоты, получим

$$\omega^2 = \omega_2^2 \left(1 - \alpha a^2 k^2 \right), \quad \alpha = \frac{9}{8}. \quad (2.3)$$

При этом линейными частотами являются

$$\omega_1^2 = \frac{A_{11}}{\rho} k^2, \quad \omega_2^2 = \frac{D_{11} k^4}{\rho h} (1 - \beta). \quad (2.4)$$

Таким образом, для данного материала пьезоэффект на нелинейную часть не влияет.

3. Для обсуждения вопроса модуляционной устойчивости следует привести нелинейное уравнение Шредингера и выяснить, какую роль играет пьезоэффект в его коэффициентах для различных материалов. Как известно (3.5), дисперсионному соотношению $\omega = \omega(k, |A|^2)$ соответствует такое уравнение

$$i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{d\omega_0}{dk} \frac{\partial}{\partial x} \right) A + \frac{1}{2} \frac{d^2 \omega_0}{dk^2} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial \omega}{\partial |A|^2} \right)_0 A |A|^2 = 0, \quad (3.1)$$

где ω_0 — линейная частота, которое можно привести к каноническому виду, сначала перейдя к системе отсчета, движущейся с линейной групповой скоростью $\frac{d\omega_0}{dk}$, а затем — перенормировав переменные. Тогда в безразмерных координатах получится

$$i \frac{\partial B}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 B}{\partial \xi^2} + \gamma |B|^2 B = 0, \quad (3.2)$$

$$B = kA, \quad \theta = \omega_0 t, \quad x = \sqrt{\frac{2\omega_0}{\omega_0''}} \frac{\xi}{k^2} + \frac{\omega_0'}{\omega_0} \theta, \quad \gamma = -\frac{1}{2} \alpha.$$

В качестве линейной частоты ω_0 должны брать ω_2 . Как известно (3), условие устойчивости есть

$$\gamma \omega_0'' > 0. \quad (3.3)$$

Для рассмотренных случаев $\omega_0'' > 0$ и $\gamma < 0$ ($\alpha > 0$), т.е. пьезоэффект не нарушает неустойчивость.

Теперь, если рассмотреть задачу с начальным условием (6.7), воздействие прямоугольного импульса

$$B = \begin{cases} B_1, & \text{при } |t| \leq 0,5t_0, \\ 0, & \text{при } |t| > 0,5t_0, \end{cases} \quad (3.4)$$

где t_0 — время действия граничного импульса амплитуды B_1 . Решение (3.2) и (3.4) записывается

$$B = s \exp \left[\frac{i}{2} s^2 \gamma x \right] \operatorname{sch} \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \xi, \quad (3.5)$$

$$s = 2B_{np} \sqrt{\left(\frac{B_1}{B_{np}} \right)^2 - \eta_n^2}.$$

Пороговое значение амплитуды определяется

$$B_{np} = \sqrt{\frac{\omega_0''}{\alpha \omega_0}} \cdot \frac{\pi}{k t_0 \omega_0'}. \quad (3.6)$$

Из (3.5) и (3.6) видно, что наличие пьезоэффекта для первого материала ((1.6), (1.7)) уменьшает амплитуду солитонов, в то время как для второго материала ((2.3), (2.4)) — наоборот.

Институт механики НАН Армении

Լ. Ա. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Պիեզաէլեկտրիկ սալում ոչ գծային ալիքների մոդուլյացիոն կայունության մասին

Դիտարկվում է հեքսոգոնալ համակարգի երկու դասի պիեզաէլեկտրիկներից շերտ-սալում ոչ գծային ալիքների տարածման կայունության հարցը: Նյութերից մեկում էլեկտրականությունն ինդուկցվում է երկայնական, իսկ մյուսում՝ ընդայնական տատանումների դեպքում: Հայտնի է, որ ⁽¹⁾ շարժման հավասարումներում երկայնական իներցիայի անդամի պահելը բերում է ալիքների մոդուլյացիայի անկայունության: Հավասարումների լուծումը փնտրվում է վազոդ ալիքների տեսքով: Ցույց է տրվում, որ պիեզաէլեկտր երկու դեպքում էլ չի փոխում կայունության բնույթը. բայց տարբեր նյութերում նրա առկայությունը տարբեր ձևով է ազդում սոլիտոնների ամպլիտուդների վրա՝ մի դեպքում մեծանում է սոլիտոնների ամպլիտուդը, իսկ մյուս դեպքում՝ ընդհակառակը:

ЛИТЕРАТУРА – ՓՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А.Г.Багдоев, Л.А.Мовсисян, Изв. АН Арм ССР. Механика, т.41, №3, с.3-6 (1986).
- ² А.С.Вольмир, Нелинейная динамика пластинок и оболочек, М., Наука, 1972.
- ³ Дж.Уизем, Линейные и нелинейные волны, М., Мир, 1977, 568 с.
- ⁴ Э.Дьелссан, Д.Руайе, Упругие волны в твердых телах, М., Наука, 1982.
- ⁵ Р.Дода, Дж.Эйлбек, Дж.Гиббон и др., Солитоны и нелинейные волновые уравнения, М., Мир, 1988.
- ⁶ В.П.Лукомский, Укр. физ. журн., т.24, №7, с.975-981 (1979).
- ⁷ А.Г.Багдоев, Л.А.Мовсисян, Изв. АН Арм ССР. Механика, т.40, №6, с.14-21 (1987).

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.3.01

В. М. Барсегян

**Пограничный слой трехслойной анизотропной полосы, когда
между слоями выполняется полный и неполный контакт**

(Представлено академиком НАН Армении Л.А.Агаловяном 7/XI 1996)

Пограничный слой изотропной полосы изучен в (1), а для анизотропных пластинок — в (2). В случае первой краевой задачи теории упругости для полосы установлена тесная связь погранслоя с принципом Сен-Венана, в частности, для этого класса задач была доказана справедливость этого принципа (1). В работе исследуется пограничный слой анизотропной трехслойной термоупругой полосы. Считается, что на одной из продольных кромок полосы заданы компоненты тензора напряжений, на другой — вектор перемещения. Контакт между первым и вторым слоями полный, а между вторым и третьим — неполный.

Построено общее решение погранслоя. Доказано, что погранслоем затухает экспоненциально, выведено характерное трансцендентное уравнение, откуда определяется показатель экспоненты, характеризующий скорость затухания.

Краевые задачи теории упругости для полосы являются сингулярно-возмущенными (1-4). Поэтому для определения их решений естественно применять асимптотический метод. Асимптотический метод применяется и для решения поставленной краевой задачи.

Требуется определить решение плоского погранслоя для трехслойной анизотропной термоупругой полосы

$$\Omega = \{x, y: x \in [0, a], -h_3 \leq y \leq h_1 + h_2\},$$

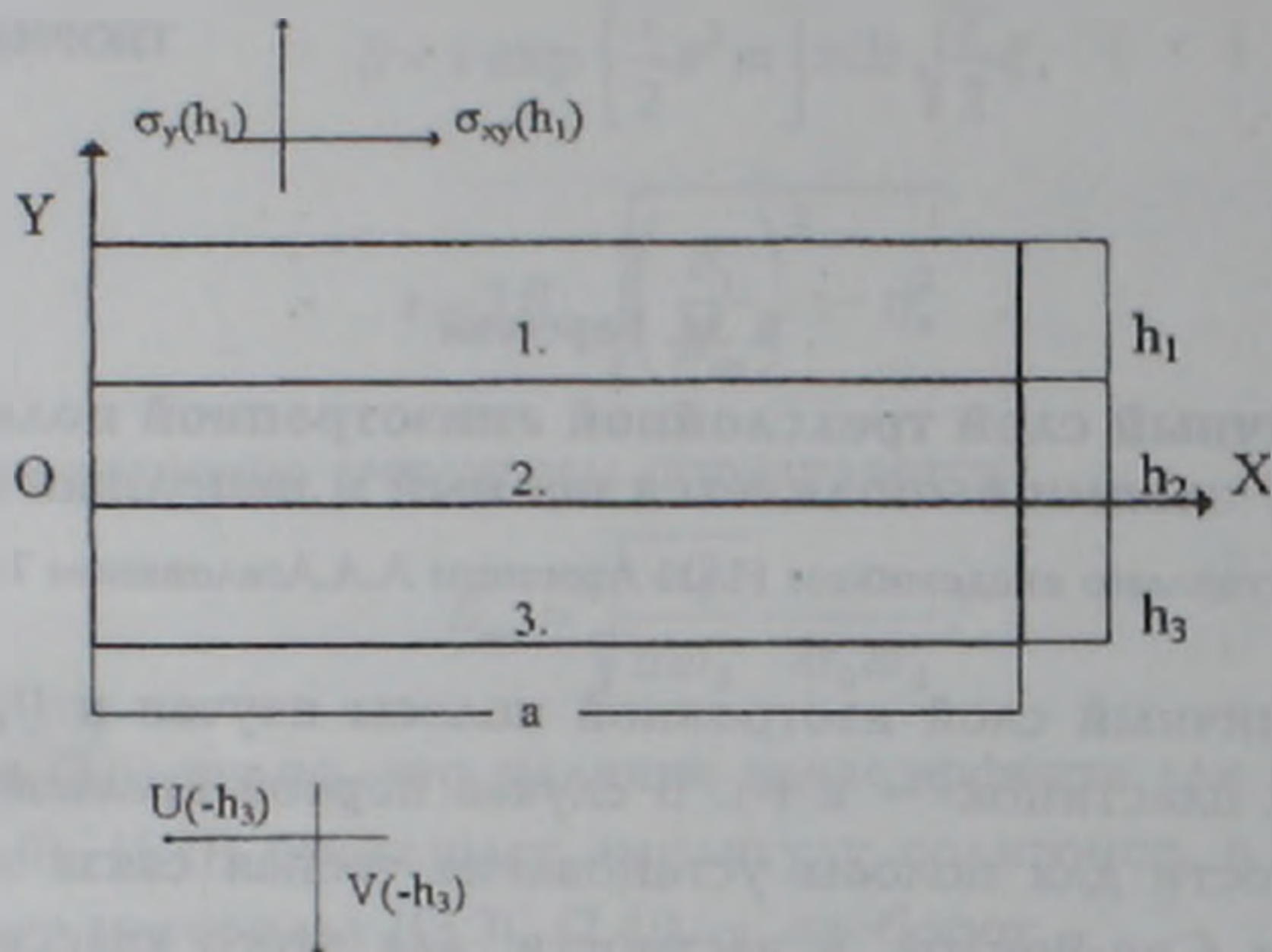
когда на лицевых поверхностях заданы однородные условия (рисунок)

$$\sigma_{xx}^{(1)}(h_1) = \sigma_{yy}^{(1)}(h_1) = 0 \text{ при } y = h_1, u^{(3)} = 0, v^{(3)} = 0 \text{ при } y = -h_3, \quad (1)$$

а на линиях контакта слоев условия полного и неполного контакта

$$\sigma_{xy}^{(1)} = \sigma_{xy}^{(2)}, \quad \sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(2)}, \quad u^{(1)} = u^{(2)}, \quad v^{(1)} = v^{(2)}, \quad \text{при } y = h_2;$$

$$\sigma_{xy}^{(2)} = \sigma_{xy}^{(3)} = 0, \quad \sigma_y^{(2)} = \sigma_y^{(3)}, \quad v^{(2)} = v^{(3)}, \quad \text{при } y = 0 \quad (2)$$



Пограничный слой будем строить вблизи торца $x=0$. Данные для погранслоя при $x = a$ можно получить от него формальной заменой переменной x на $(a-x)$. Требуется найти такое решение уравнений плоской задачи теории упругости анизотропного тела, которое удовлетворяет условиям (1), (2) и имеет затухающий характер при удалении от торца $x=0$ в глубь Ω .

Температурные воздействия и объемные силы учитываются решением внутренней задачи (3), и в силу линейности исходной краевой задачи соответствующие слагаемые непосредственно не войдут в уравнения погранслоя, т.е. погранслой определится из однородных уравнений теории упругости без сохранения в соотношениях обобщенного закона Гука температурных слагаемых.

Влияние вышеуказанных слагаемых на погранслой будет проявляться при сопряжении внутреннего и погранслоя решений на основе удовлетворения торцевым условиям.

В силу сказанного выше в качестве системы разрешающих уравнений погранслоя будет служить следующая система уравнений и соотношений теории упругости:

$$\frac{\partial \sigma_x^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}^{(i)}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y^{(i)}}{\partial y} = 0,$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} &= a_{11}^{(i)} \sigma_x^{(i)} + a_{12}^{(i)} \sigma_y^{(i)} + a_{16}^{(i)} \sigma_{xy}^{(i)}, \\
\frac{\partial V^{(i)}}{\partial y} &= a_{12}^{(i)} \sigma_x^{(i)} + a_{22}^{(i)} \sigma_y^{(i)} + a_{26}^{(i)} \sigma_{xy}^{(i)}, \\
\frac{\partial U^{(i)}}{\partial y} + \frac{\partial V^{(i)}}{\partial x} &= a_{16}^{(i)} \sigma_x^{(i)} + a_{26}^{(i)} \sigma_y^{(i)} + a_{66}^{(i)} \sigma_{xy}^{(i)}.
\end{aligned} \tag{3}$$

Чтобы решить поставленную задачу, в уравнениях и соотношениях (3) перейдем к новым независимым безразмерным переменным: $t = x/h$, $\zeta = y/h$, $u = U/a$, $v = V/a$, где $-h_3 \leq y \leq h_1 + h_2$,

$$h_1 + h_2 + h_3 \ll a, \quad h = \max(h_1, h_2, h_3).$$

В результате получим сингулярно-возмущенную малым параметром $\varepsilon = h/a$ систему. Решение этой системы отыщем в виде (4)

$$\sigma^{(i)} = \varepsilon^{-1+s} \sigma^{(i,s)}(t, \zeta), \quad u^{(i)} = \varepsilon^s \cdot u^{(i,s)}(t, \zeta), \quad S = 0, N, \tag{4}$$

где $\sigma^{(i)}$ — любое из напряжений, $u^{(i)}$ — любое из безразмерных перемещений погранслоя. Предполагается, что по немому (повторяющемуся) индексу s всегда происходит суммирование от 0 до N , N — число приближений. В свою очередь, величины $\sigma^{(i,s)}$, $u^{(i,s)}$ будем искать в виде функций типа погранслоя:

$$\begin{aligned}
& \left(\sigma_x^{(i,s)}, \sigma_{xy}^{(i,s)}, \sigma_y^{(i,s)}, u_1^{(i,s)}, v^{(i,s)} \right) = \\
& = \left(\sigma_1^{(i,s)}(\zeta), \sigma_{12}^{(i,s)}(\zeta), \sigma_2^{(i,s)}(\zeta), u_1^{(i,s)}(\zeta), u_2^{(i,s)}(\zeta) \right) \exp(-\lambda t).
\end{aligned} \tag{5}$$

После подстановки (4), (5) в преобразованные уравнения (3) получим следующую систему относительно $\sigma_{ik}^{(i,s)}(\zeta), u_k^{(i,s)}(\zeta)$:

$$\begin{aligned}
-\lambda \sigma_1^{(i,s)} + \frac{d\sigma_{12}^{(i,s)}}{d\zeta} &= 0, \quad -\lambda \sigma_{12}^{(i,s)} + \frac{d\sigma_2^{(i,s)}}{d\zeta} = 0, \\
\frac{du_1^{(i,s)}}{d\zeta} - \lambda u_2^{(i,s)} &= a_{16}^{(i)} \sigma_1^{(i,s)} + a_{26}^{(i)} \sigma_2^{(i,s)} + a_{66}^{(i)} \sigma_{12}^{(i,s)}, \\
-\lambda u_1^{(i,s)} &= a_{11}^{(i)} \sigma_1^{(i,s)} + a_{12}^{(i)} \sigma_2^{(i,s)} + a_{16}^{(i)} \sigma_{12}^{(i,s)}, \\
\frac{du_2^{(i,s)}}{d\zeta} &= a_{12}^{(i)} \sigma_1^{(i,s)} + a_{22}^{(i)} \sigma_2^{(i,s)} + a_{26}^{(i)} \sigma_{12}^{(i,s)}.
\end{aligned} \tag{6}$$

В (6) все неизвестные можно выразить через $\sigma_2^{(i,s)}$ по формулам:

$$\sigma_{12}^{(i,s)} = \frac{1}{\lambda} \frac{d\sigma_2^{(i,s)}}{d\zeta}, \quad \sigma_1^{(i,s)} = \frac{1}{\lambda^2} \frac{d^2 \sigma_2^{(i,s)}}{d\zeta^2},$$

$$\begin{aligned}
u_1^{(i,s)} &= -\frac{1}{\lambda} \left(\frac{a_{11}^{(i)}}{\lambda^2} \frac{d^2 \sigma_2^{(i,s)}}{d\zeta^2} + \frac{a_{16}^{(i)}}{\lambda} \frac{d\sigma_2^{(i,s)}}{d\zeta} + a_{12}^{(i)} \sigma_2^{(i,s)} \right), \\
u_2^{(i,s)} &= -\frac{a_{11}^{(i)}}{\lambda^4} \frac{d^3 \sigma_2^{(i,s)}}{d\zeta^3} - \frac{2a_{16}^{(i)}}{\lambda^3} \frac{d^2 \sigma_2^{(i,s)}}{d\zeta^2} - \\
&\quad - \left(a_{12}^{(i)} + a_{66}^{(i)} \right) \frac{1}{\lambda^2} \frac{d\sigma_2^{(i,s)}}{d\zeta} - \frac{a_{26}^{(i)}}{\lambda} \sigma_2^{(i,s)}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Для определения $\sigma_2^{(i,s)}$ из системы (6) вытекает уравнение

$$\begin{aligned}
a_{11}^{(i)} \sigma_2^{IV(i,s)} + 2a_{16}^{(i)} \lambda \sigma_2^{III(i,s)} + \left(a_{66}^{(i)} + 2a_{12}^{(i)} \right) \lambda^2 \sigma_2^{II(i,s)} + \\
+ 2a_{26}^{(i)} \lambda^3 \sigma_2^{I(i,s)} + a_{22}^{(i)} \lambda^4 \sigma_2^{(i,s)} = 0.
\end{aligned} \tag{8}$$

В силу объемистости соответствующего (7), (8) решения в дальнейшем будем рассматривать решение погранслоя для ортотропной полосы. Для ортотропной полосы $a_{16}^{(i)} = a_{26}^{(i)} = 0$ $\sigma_2^{(i,s)}$ определяется из уравнения

$$a_{11}^{(i)} \sigma_2^{IV(i,s)} + \left(a_{66}^{(i)} + 2a_{12}^{(i)} \right) \lambda^2 \sigma_2^{II(i,s)} + a_{22}^{(i)} \lambda^4 \sigma_2^{(i,s)} = 0. \tag{9}$$

В зависимости от возможных значений упругих постоянных a_{jk} характеристическое уравнение, соответствующее (9), может иметь корни следующих типов:

а) $\pm i\beta^{(i)}$, б) $\pm i\beta_1^{(i)}, \pm i\beta_2^{(i)}$, в) $\pm \alpha^{(i)} \pm i\beta^{(i)}$,

которым соответствуют решения:

$$\text{а) } \sigma_2^{(i,s)}(\zeta) = \left(A^{(i,s)} + B^{(i,s)} \zeta \right) \cos \lambda \beta^{(i)} \zeta + \left(C^{(i,s)} + D^{(i,s)} \zeta \right) \sin \lambda \beta^{(i)} \zeta, \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
\text{б) } \sigma_2^{(i,s)}(\zeta) &= \left(A^{(i,s)} \cos \lambda \beta_1^{(i)} \zeta + B^{(i,s)} \sin \lambda \beta_1^{(i)} \zeta \right) + \\
&\quad + \left(C^{(i,s)} \cos \lambda \beta_2^{(i)} \zeta + D^{(i,s)} \sin \lambda \beta_2^{(i)} \zeta \right),
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\text{в) } \sigma_2^{(i,s)}(\zeta) = A^{(i,s)} \varphi_1^{(i)} + B^{(i,s)} \varphi_2^{(i)} + C^{(i,s)} \varphi_3^{(i)} + D^{(i,s)} \varphi_4^{(i)}, \tag{12}$$

$$\varphi_1^{(i)} = ch \alpha^{(i)} \lambda \zeta \cos \lambda \beta^{(i)} \zeta, \quad \varphi_2^{(i)} = sh \alpha^{(i)} \lambda \zeta \sin \lambda \beta^{(i)} \zeta,$$

$$\varphi_3^{(i)} = ch \alpha^{(i)} \lambda \zeta \sin \lambda \beta^{(i)} \zeta, \quad \varphi_4^{(i)} = sh \alpha^{(i)} \lambda \zeta \cos \lambda \beta^{(i)} \zeta,$$

где для случая а) $\Delta^{(i)} = \left(a_{66}^{(i)} + 2a_{12}^{(i)} \right)^2 - 4a_{11}^{(i)} a_{22}^{(i)} = 0$,

$$\beta^{(i)} = \sqrt{E_1^{(i)} / E_2^{(i)}}, \tag{13}$$

для случая б) $\Delta^{(i)} > 0$,

$$\begin{aligned}\beta_1^{(i)} &= \sqrt{\frac{|a_{66}^{(i)} + 2a_{12}^{(i)}| - \sqrt{\Delta^{(i)}}}{2a_{11}^{(i)}}}, \\ \beta_2^{(i)} &= \sqrt{\frac{|a_{66}^{(i)} + 2a_{12}^{(i)}| + \sqrt{\Delta^{(i)}}}{2a_{11}^{(i)}}},\end{aligned}\tag{14}$$

для случая в) $\Delta^{(i)} < 0$,

$$\begin{aligned}\alpha^{(i)} &= \sqrt{\frac{\sqrt{a_{11}^{(i)} a_{22}^{(i)}} - \left| \frac{1}{2} a_{66}^{(i)} + a_{12}^{(i)} \right|}{2a_{11}^{(i)}}}, \\ \beta^{(i)} &= \sqrt{\frac{\sqrt{a_{11}^{(i)} a_{22}^{(i)}} + \left| \frac{1}{2} a_{66}^{(i)} + a_{12}^{(i)} \right|}{2a_{11}^{(i)}}}.\end{aligned}\tag{15}$$

Вычислив компоненты тензора напряжений и вектора перемещения по формулам (7) и удовлетворив граничным условиям (1) и условиям контакта (2), получим для каждого из трех случаев систему однородных алгебраических уравнений относительно двенадцати неизвестных постоянных коэффициентов $A^{(i,x)}, B^{(i,x)}, C^{(i,x)}, D^{(i,x)}$. Из условия существования нетривиального решения определитель Δ этой системы должен равняться нулю. В результате получим трансцендентное уравнение, откуда определяется λ , при этом каждому λ соответствует $\bar{\lambda}$. Выписывать это уравнение не сложно, из-за объемистости оно не приводится. Первый корень с $\text{Re } \lambda_1 > 0$ уравнения $\Delta = 0$ будет характеризовать скорость затухания погранслоя: $\exp(-\text{Re } \lambda_1 t)$.

В решениях (10)-(12) все постоянные можно выразить через одну, и поскольку каждому λ соответствует $\bar{\lambda}$, общее решение погранслоя будет содержать две группы произвольных вещественных констант, что в совокупности с решением внутренней задачи позволяет удовлетворить двум условиям на торце $x=0$.

Процедура сопряжения внутреннего решения и погранслоя такая же, что и в (4).

Институт механики НАН Армении

Վ. Մ. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ

Անիզոտրոպ եռաչերտի սահմանային շերտերի մասին, երբ շերտերի միջև տեղի ունի լրիվ և ոչ լրիվ կոնտակտ

Ուսումնասիրվում է անիզոտրոպ ջերմաառաձգական եռաչերտի սահմանային շերտը: Ընդունված է, որ եռաչերտի մի երկայնական կողմի վրա տրված են լարումների թեքորի բաղադրիչները. իսկ մյուս կողմի վրա տեղափոխման վեկտորը: Առաջին և երկրորդ շերտերի միջև կոնտակտը լրիվ է, իսկ երկրորդի և երրորդի միջև՝ ոչ լրիվ:

Կառուցված է սահմանային շերտի ընդհանուր լուծումը: Ապացուցված է, որ սահմանային շերտը մարում է էքսպոնենցիալ ձևով: Դուրս է բերված բնութագրող տրանսցենդենտ հավասարում, որից որոշվում է մարման արագությունը բնութագրող էքսպոնենտի ցուցիչը:

ЛИТЕРАТУРА – ՓՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Л.А.Агаловян, Изв.АН Арм.ССР, Механика, т.30, №5 (1977). ² Л.А.Агаловян, ДАН Арм.ССР, т.55, №3 (1972). ³ А.Б.Товмасян, ДАН Армении, т.94, №2 (1992). ⁴ Л.А.Агаловян, Межвуз. сб. "Механика", изд. ЕГУ, вып.3, 1984.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.3

Академик НАН Армении Л. А. Агаловян, Р. С. Геворкян, А. В. Саакян

Об асимптотическом решении краевых задач для полос
из несжимаемых материалов

(Представлено 23/І 1997)

На основе уравнений теории упругости получено асимптотически точное решение класса внутренних задач для полос из несжимаемых материалов. Выведены рекуррентные формулы для вычисления компонентов тензора напряжений и вектора перемещения, когда на продольных краях заданы кинематические условия или смешанные краевые условия теории упругости, в частности, когда полоса подвергается сжатию и сдвигу.

Необходимость решения таких задач обусловлена расчетом резинометаллических сейсмоизоляторов, применяемых в сейсмостойком строительстве. Решения аналогичных задач для тел из сжимаемых материалов, полученные асимптотическим методом (1-3), неприменимы к телам из несжимаемых материалов. Найдена отличная от (1-3), принципиально новая асимптотика. Приведены примеры применения полученного решения в расчетах эластомерных сейсмоизоляторов. Подобные задачи ранее рассматривались Дж.Келли (4) на основе принятия некоторых гипотез. Полученные в работе точные решения позволяют оценить степень точности принятых Дж.Келли допущений.

1. Пусть изотропная несжимаемая полоса конечных размеров занимает область $\Omega = \{x, z: -l \leq x \leq l, -h \leq z \leq h, h \ll l\}$. Требуется определить напряженно-деформированное состояние полосы, когда на ее продольных краях заданы кинематические условия

$$u_x(z = \pm h) = u_x^{\pm}, \quad u_z(z = \pm h) = u_z^{\pm} \quad (1.1)$$

или смешанные условия

$$\sigma_{xz}(z = h) = \sigma_{xz}^+, \quad u_x(z = -h) = u_x^-, \quad u_z(z = \pm h) = u_z^{\pm}. \quad (1.2)$$

Условия, заданные на торцах, будут конкретизированы позже.

Для решения поставленных краевых задач в уравнениях плоской деформации для несжимаемого тела перейдем к безразмерным координатам и безразмерным перемещениям по формулам

$$x = l\xi, z = h\zeta = \varepsilon l\zeta, u_x = lu, u_z = lw, \varepsilon = h/l. \quad (1.3)$$

В результате получим сингулярно возмущенную малым параметром ε систему

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial \xi} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial \zeta} &= 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial \xi} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial \zeta} = 0, \\ \sigma_{xx} &= \sigma_{zz} + 4G \frac{\partial u}{\partial \xi} \varepsilon^{-1}, \quad \varepsilon^{-1} \frac{\partial u}{\partial \zeta} = \frac{1}{G} \sigma_{xz} - \frac{\partial w}{\partial \xi}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\sigma_{zz} = \sigma_{xx} + 4G \frac{\partial w}{\partial \zeta} \varepsilon^{-1}, \quad \varepsilon^{-1} \frac{\partial w}{\partial \zeta} = -\frac{\partial u}{\partial \xi} \quad (\text{условие несжимаемости}),$$

где G — модуль сдвига.

Легко проверить, что соотношение

$$\sigma_{zz} = \sigma_{xx} + 4G\varepsilon^{-1} \frac{\partial w}{\partial \zeta}$$

тождественно удовлетворяется, если удовлетворены остальные уравнения системы (1.4), поэтому в дальнейшем оно рассматриваться не будет. Фактически оно заменяется условием несжимаемости.

Решение системы (1.4) ищется в виде (1-3)

$$Q = \sum_{s=0}^S \varepsilon^{\chi_Q + s} Q^{(s)}(\xi, \zeta), \quad (1.5)$$

где Q — любое из напряжений и перемещений, χ_Q характеризует асимптотический порядок соответствующей величины и определяется таким образом, чтобы после подстановки (1.5) в (1.4) получить непротиворечивую систему относительно $Q^{(s)}(\xi, \zeta)$. Эта цель достигается при

$$\chi_{\sigma_{xx}} = \chi_{\sigma_{zz}} = -3, \quad \chi_{\sigma_{xz}} = -2, \quad \chi_u = -1, \quad \chi_w = 0. \quad (1.6)$$

Асимптотика (1.6) принципиально отличается от асимптотики величин аналогичной краевой задачи для сжимаемого слоя (1-3):

$$\chi_{\sigma_{xx}} = \chi_{\sigma_{zz}} = \chi_{\sigma_{xz}} = -1, \quad \chi_u = \chi_w = 0, \quad (1.7)$$

т.е. несжимаемость материала коренным образом меняет картину напряженно-деформированного состояния.

Подставив (1.5) в (1.4), с учетом (1.6) получим непротиворечивую систему относительно коэффициентов разложения $Q^{(s)}(\xi, \zeta)$. Решение этой системы имеет вид:

$$\begin{aligned}\sigma_{xz}^{(s)} &= \sigma_{xz0}^{(s)}(\xi) + \sigma_{xz*}^{(s)}(\xi, \zeta), \\ \sigma_{xz}^{(s)} &= \sigma_{xz}^{(s)}(\xi, \zeta) + 4G \frac{\partial u^{(s-2)}}{\partial \xi}, \\ \sigma_{xz}^{(s)} &= \sigma_{xz0}^{(s)}(\xi) - \zeta \frac{d\sigma_{xz0}^{(s)}}{d\xi} + \sigma_{xz*}^{(s)}(\xi, \zeta), \\ u^{(s)} &= u_0^{(s)}(\xi) + \frac{1}{G} \zeta \sigma_{xz0}^{(s)} - \frac{1}{2G} \frac{d\sigma_{xz0}^{(s)}}{d\xi} + u_*^{(s)}(\xi, \zeta), \\ w^{(s)} &= w_0^{(s)}(\xi) - \frac{1}{2G} \zeta^2 \frac{d\sigma_{xz0}^{(s)}}{d\xi} + \frac{1}{6G} \zeta^3 \frac{d^2 \sigma_{xz0}^{(s)}}{d\xi^2} - \zeta \frac{du_0^{(s)}}{d\xi} + w_*^{(s)}(\xi, \zeta),\end{aligned}\tag{1.8}$$

где величины

$$\begin{aligned}\sigma_{xz*}^{(s)} &= - \int_0^\zeta \frac{\partial \sigma_{xz}^{(s-2)}}{\partial \xi} d\zeta, \quad \sigma_{xz*}^{(s)} = - \int_0^\zeta \left(\frac{\partial \sigma_{xz*}^{(s)}}{\partial \xi} + 4G \frac{\partial^2 u^{(s-2)}}{\partial \xi^2} \right) d\zeta, \\ u_*^{(s)} &= \int_0^\zeta \left(\frac{1}{G} \sigma_{xz*}^{(s)} - \frac{\partial w^{(s-2)}}{\partial \xi} \right) d\zeta, \quad w_*^{(s)} = - \int_0^\zeta \frac{\partial u_*^{(s)}}{\partial \xi} d\zeta\end{aligned}\tag{1.9}$$

для каждого s являются известными, если построены предыдущие приближения. В (1.8) неизвестные функции интегрирования $\sigma_{xz0}^{(s)}$, $\sigma_{xz0}^{(s)}$, $u_0^{(s)}$, $w_0^{(s)}$ должны быть определены из граничных условий.

Удовлетворив кинематическим граничным условиям (1.1), получим

$$\begin{aligned}u_0^{(s)}(\xi) &= u_x^{-(s)} + \frac{1}{2} U_x^{(s)} + \frac{1}{2G} \frac{d\sigma_{xz0}^{(s)}}{d\xi} - u_*^{(s)}(\zeta = -1), \\ w_0^{(s)}(\xi) &= u_z^{-(s)} - \frac{du_x^{-(s)}}{d\xi} - \frac{1}{4} \frac{dU_x^{(s)}}{d\xi} - \frac{1}{3G} \frac{d^2 \sigma_{xz0}^{(s)}}{d\xi^2} + \frac{du_*^{(s)}(\zeta = -1)}{d\xi} - w_*^{(s)}(\zeta = -1), \\ \sigma_{xz0}^{(s)} &= \frac{1}{2} G U_x^{(s)},\end{aligned}\tag{1.10}$$

$$\begin{aligned}U_x^{(s)} &= u_x^{+(s)} - u_x^{-(s)} + u_*^{(s)}(\zeta = -1) - u_*^{(s)}(\zeta = 1) \quad (x, z; u_*, w_*), \\ u_x^{\pm(0)} &= \varepsilon u_x^{\pm} / l, \quad u_z^{\pm(0)} = u_z^{\pm} / l, \quad u_x^{\pm(s)} = 0, \quad s \neq 0 \quad (x, z),\end{aligned}$$

где $\sigma_{xz0}^{(s)}$ — решение дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 \sigma_{zz0}^{(s)}}{d\xi^2} = -\frac{3}{2} G \left(\frac{d\bar{U}_x^{(s)}}{d\xi} + U_z^{(s)} \right), \quad (1.11)$$

$$\bar{U}_x^{(s)} = u_x^{+(s)} + u_x^{-(s)} - u_*^{(s)}(\zeta = -1) - u_*^{(s)}(\zeta = 1),$$

т.е.

$$\sigma_{zz0}^{(s)} = A^{(s)} \xi + B^{(s)} - \frac{3}{2} G \int_0^\xi \left(\bar{U}_x^{(s)} + \int_0^\xi U_x^{(s)} d\xi \right) d\xi. \quad (1.12)$$

В случае смешанных граничных условий (1.2) имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{xz0}^{(s)} &= \sigma_{xz}^{+(s)} - \sigma_{xz}^{(s)}(\zeta = 1) + \frac{d\sigma_{zz0}^{(s)}}{d\xi}, \\ u_0^{(s)} &= u_x^{-(s)} - u_*^{(s)}(\zeta = -1) + \frac{1}{G} \left(\sigma_{xz}^{+(s)} - \sigma_{xz}^{(s)}(\zeta = 1) \right) + \frac{3}{2G} \frac{d\sigma_{zz0}^{(s)}}{d\xi}, \\ w_0^{(s)} &= u_z^{-(s)} - w_*^{(s)}(\zeta = -1) - \frac{d}{d\xi} \left(u_x^{-(s)} - u_*^{(s)}(\zeta = -1) \right) - \\ &\quad - \frac{1}{2G} \frac{d}{d\xi} \left(\sigma_{xz}^{+(s)} - \sigma_{xz}^{(s)}(\zeta = 1) \right) - \frac{5}{6G} \frac{d^2 \sigma_{zz0}^{(s)}}{d\xi^2}, \\ \sigma_{xz}^{+(0)} &= \varepsilon^2 \sigma_{xz}^+, \quad \sigma_{xz}^{+(s)} = 0, \quad s \neq 0, \end{aligned} \quad (1.13)$$

где $\sigma_{zz0}^{(s)}$ является решением дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 \sigma_{zz0}^{(s)}}{d\xi^2} = -\frac{3G}{8} U_z^{(s)} - \frac{3}{4} \frac{d}{d\xi} \left[\sigma_{xz}^{+(s)} - \sigma_{xz}^{(s)}(\zeta = 1) + G \left(u_x^{-(s)} - u_*^{(s)}(\zeta = -1) \right) \right], \quad (1.14)$$

которое имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{zz0}^{(s)} &= A^{(s)} \xi + B^{(s)} - \frac{3}{4} \int_0^\xi \left[\sigma_{xz}^{+(s)} - \sigma_{xz}^{(s)}(\zeta = 1) + G \left(u_x^{-(s)} - u_*^{(s)}(\zeta = -1) \right) \right] d\xi - \\ &\quad - \frac{3G}{8} \int_0^\xi d\xi \int_0^\xi U_z^{(s)} d\xi. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Таким образом, решение краевой задачи (1.1), (1.4) определяется формулами (1.6)-(1.10), (1.12), а краевые задачи (1.2), (1.4) — формулами (1.6)-(1.9), (1.13), (1.15). Эти решения содержат постоянные интегрирования $A^{(s)}, B^{(s)}$, которые могут быть определены из условий, заданных на торцах $x = \pm l$. Этим условиям можно удовлетворить интегрально. В частности, если оба торца свободны, то

$$\int_{-h}^h \sigma_{xx}(x = \pm l, z) dz = 0. \quad (1.16)$$

Чтобы удовлетворить граничным условиям в каждой точке торца, необходимо привлечь решение пограничного слоя (5). Таким образом, получено решение, которое позволяет с произвольно выбранной асимптотической точностью определить все компоненты тензора напряжений и вектора перемещения во внутренних точках полосы.

2. В качестве приложения полученных рекуррентных формул приведем решения некоторых частных задач.

а) Пусть продольным краям полосы сообщены постоянные перемещения

$$u_x^+ = \text{const}, \quad u_x^- = \text{const}. \quad (2.1)$$

Используя формулы (1.6)-(1.10), (1.12), (1.16), после трех шагов итерации получается следующее замкнутое решение внутренней задачи:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{3G}{4h^3} (l^2 - x^2 + 3z^2 - h^2) (u_x^+ - u_x^-), \\ \sigma_{zz} &= \frac{3G}{4h^3} (l^2 - x^2 + 3h^2 - z^2) (u_x^+ - u_x^-), \\ \sigma_{xz} &= \frac{G}{2h} (u_x^+ - u_x^-) + \frac{3G}{2h^3} xz (u_x^+ - u_x^-), \\ u_x &= u_x^- + \frac{z+h}{2h} (u_x^+ - u_x^-) + \frac{3}{4h^3} x (z^2 - h^2) (u_x^+ - u_x^-), \\ u_z &= u_z^- + \frac{1}{4h^3} (z+h)^2 (2h-z) (u_x^+ - u_x^-). \end{aligned} \quad (2.2)$$

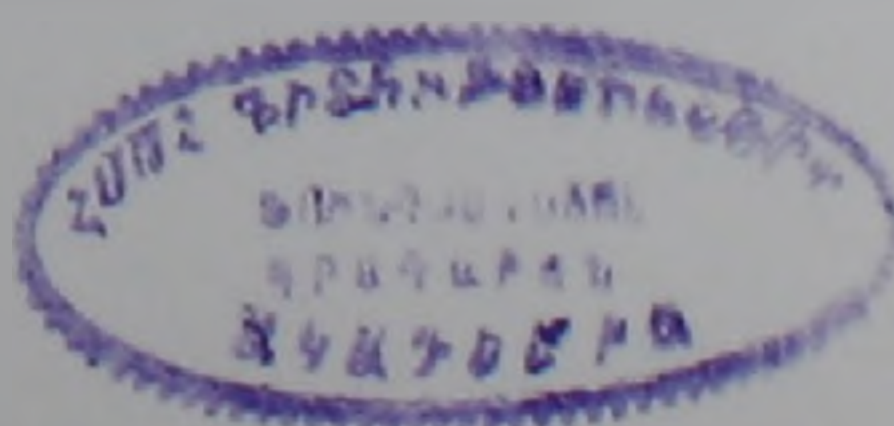
Из (2.2) следует, что нормальные напряжения σ_{xx}, σ_{zz} в зависимости от координат x, z меняются параболически и получают свои наибольшие значения в геометрическом центре полосы. В сжимаемой полосе, при таких же граничных условиях (2.1) поле напряжений однородное, а перемещения меняются по высоте полосы линейно (1).

б) Пусть лицевым граням полосы сообщены линейные нормальные перемещения (откос на угол $\pm \alpha$)

$$u_x(z = \pm h) = 0, \quad u_z(z = \pm h) = \pm \alpha x \quad (2.3)$$

После трех шагов итерация обрывается и получаем математически точное решение внутренней задачи

$$\sigma_{xx} = \frac{\alpha G}{2h^3} x (l^2 - x^2) + \frac{3\alpha G}{2h^3} x (3z^2 - h^2),$$



$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{\alpha G}{2h^3} x(l^2 - x^2) + \frac{3\alpha G}{2h^3} x(3h^2 - z^2), \\
\sigma_z &= \frac{\alpha G}{2h^3} z(3x^2 - l^2) + \frac{3\alpha G}{2h^3} z(h^2 - z^2), \\
u_x &= \frac{\alpha}{4h^3} (z^2 - h^2)(3x^2 - l^2 - z^2 - h^2), \\
u_z &= \frac{\alpha}{2h^3} xz(3h^2 - z^2).
\end{aligned}
\tag{2.4}$$

Задачи, точные решения которых приведены в этом параграфе, являются основными в расчетах сейсмоизоляторов, они рассмотрены также в (4), где получены приближенные решения, которые для некоторых величин расходятся с (2.2) и (2.4).

В заключение отметим, что рекуррентные формулы (1.5)-(1.15) позволяют вычислить напряженно-деформированное состояние полосы и при заданных на продольных краях более сложных условиях.

Институт механики НАН Армении

Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Լ. Ա. ԱՂԱԼՈՎՅԱՆ,

Ռ. Ս. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա. Վ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

Անսեղմելի նյութերից պատրաստված շերտերի եզրային խնդիրների ասիմպտոտիկ լուծման մասին

Ելնելով առաձգականության տեսության հավասարումներից, ստացված են մի դասի խնդիրների ասիմպտոտիկ ճշգրիտ լուծումները անսեղմելի նյութից պատրաստված շերտերի համար:

Գտնված է նոր ասիմպտոտիկա, որը խիստ տարբերվում է սեղմելի նյութերի նույնատիպ խնդիրների համար նախկինում որոշված ասիմպտոտիկայից: Արտածված են լարումների տինգորի և տեղափոխումների վեկտորի բաղադրիչների որոշման համար ռեկուրենտ բանաձևեր, երբ երկայնական եզրերում տրված են կինեմատիկական կամ առաձգականության տեսության խառը եզրային պայմաններ, մասնավորապես, երբ շերտը ենթարկվում է սեղմման և սահքի:

Որպես արտածված բանաձևերի կիրառություն, դիտարկված են մասնավոր խնդիրներ, որոնք մոդելավորում են ռևոլյուցիոնար տեղափոխական սեյսմամեկուսիչների լարումների ու տեղափոխումների դաշտերը, և ստացված են նրանց ճշգրիտ լուծումները:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Լ.Ա.Աղալովյան, Межвуз.сб. "Механика", Изд.ЕГУ, вып.2, 1982. ² Լ.Ա.Աղալովյան, Ր.Տ.Գեվորկյան, Тр.ІV Всесоюз.симпоз. по механике конструкций из композиционных материалов, Новосибирск, Наука, 1984. ³ Լ.Ա.Աղալովյան, Ր.Տ.Գեվորկյան, ПММ. т.50, вып.2 1986. ⁴ J.M.Kelly, The influence of plate flexibility on the buckling load of elastomeric isolators. Report №UCB/EERC-94/03, 1994. ⁵ Լ.Ա.Աղալովյան, Межвуз.сб. "Механика", Изд.ЕГУ, вып.3, 1984.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.3

А. С. Саркисян

О частотах собственных колебаний двухслойной
ортотропной полосы

(Представлено академиком НАН Армении Л.А.Агаловяном 20/III 1997)

Рассматривается вопрос определения частот собственных колебаний двухслойной ортотропной полосы. Найдена связь между частотами собственных колебаний, упругими характеристиками и толщинами слоев. Подобная проблема возникает, в частности, в сейсмостойком строительстве.

Выведены условия, при которых будет отсутствовать резонанс при сейсмических воздействиях. Ранее в работе (1) для однослойной полосы была найдена связь между частотами собственных колебаний полосы и скоростями распространения сейсмических сдвиговых и продольных волн. В данной работе показано, что нет подобной явной связи, однако в двухслойной полосе также возникают сдвиговые и продольные колебания.

1. Имеется двухслойная полоса $\Omega = \{(x, y): x \in [0, l], -h_2 \leq y \leq h_1, \max(h_1, h_2) \ll l\}$ из ортотропных слоев.

Требуется определить решение однородных динамических уравнений плоской задачи теории упругости (2) при граничных условиях

$$u_x' = 0, u_y' = 0 \text{ при } y = h_1, \quad (1.1)$$

$$u_x'' = 0, u_y'' = 0 \text{ при } y = -h_2$$

и условиях полного контакта слоев при $y=0$

$$u_x' = u_x'', u_y' = u_y'', \sigma_{xy}' = \sigma_{xy}'', \sigma_{yy}' = \sigma_{yy}''. \quad (1.2)$$

Начальные условия и условия на торцах ($x=0, x=l$) полосы пока не будем конкретизировать, поскольку, как убедимся ниже, они для данного класса задач не влияют на частоты собственных колебаний.

Искомые величины представим в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(j)} &= \sigma_{11}^{(j)}(x, y) e^{i\alpha x}, \quad \sigma_{yy}^{(j)} = \sigma_{22}^{(j)}(x, y) e^{i\alpha x}, \quad \sigma_{xy}^{(j)} = \sigma_{12}^{(j)}(x, y) e^{i\alpha x}, \\ u_x^{(j)} &= \bar{u}_x^{(j)}(x, y) e^{i\alpha x}, \quad u_y^{(j)} = \bar{u}_y^{(j)}(x, y) e^{i\alpha x}, \quad j = I, II \end{aligned} \quad (1.3)$$

и перейдем к безразмерным переменным $\xi = x/l$, $\zeta = y/h$ и безразмерным компонентам вектора перемещения $u^{(j)} = \bar{u}_x^{(j)}/l$, $v^{(j)} = \bar{u}_y^{(j)}/l$.

В результате получим систему

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}^{(j)}}{\partial \xi} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{12}^{(j)}}{\partial \zeta} &= -\varepsilon^{-2} \omega_*^2 \rho^{(j)} u^{(j)}, \quad \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{22}^{(j)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(j)}}{\partial \xi} = -\varepsilon^{-2} \omega_*^2 \rho^{(j)} v^{(j)}, \\ \frac{\partial u^{(j)}}{\partial \xi} &= a_{11}^{(j)} \sigma_{11}^{(j)} + a_{12}^{(j)} \sigma_{22}^{(j)}, \quad \varepsilon^{-1} \frac{\partial v^{(j)}}{\partial \zeta} = a_{12}^{(j)} \sigma_{11}^{(j)} + a_{22}^{(j)} \sigma_{22}^{(j)}, \\ \varepsilon^{-1} \frac{\partial u^{(j)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial v^{(j)}}{\partial \xi} &= a_{66}^{(j)} \sigma_{12}^{(j)}, \quad \omega_*^2 = h^2 \omega^2, \end{aligned} \quad (1.4)$$

и условия:

$$u' = 0, v' = 0 \quad \text{при } \zeta = \zeta_1,$$

$$u'' = 0, v'' = 0 \quad \text{при } \zeta = -\zeta_2, \quad (1.5)$$

$$u' = u'', v' = v'', \sigma_{22}' = \sigma_{22}'', \sigma_{12}' = \sigma_{12}'' \quad \text{при } \zeta = 0,$$

где $\zeta_1 = h_1/h$, $\zeta_2 = h_2/h$, $\omega_*^2 = h^2 \omega^2$, $h = \max(h_1, h_2)$.

Полученная краевая задача (1.4), (1.5) представляет собой сингулярно возмущенную малым параметром ε задачу на собственные значения.

2. Чтобы решить поставленную сингулярно возмущенную задачу, применим метод асимптотических разложений и решение системы (1.4) отыщем в виде (3-6)

$$Q_{ik}^{(j)} = \varepsilon^{\kappa_{ik} + s} Q_{ik,s}^{(j)}, \quad s = \overline{0, N}, \quad (2.1)$$

где Q_{ik} — любая из искомых величин системы (1.4). $s = \overline{0, N}$ означает, что по неомому (повторяющемуся) индексу s происходит суммирование от 0 до числа приближений N .

После подстановки (2.1) в (1.4) получим непротиворечивую систему относительно $Q_{ik,s}^{(j)}$, если $\kappa_{ik} = -1$ для напряжений, $\kappa_{ik} = 0$ для перемещений.

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(j,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(j,s)}}{\partial \xi} = -\omega_*^2 \rho^{(j)} u^{(j,s)},$$

$$\frac{\partial \sigma_{22}^{(j,s)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(j,s-1)}}{\partial \xi} = -\omega_*^2 \rho^{(j)} v^{(j,s)}, \quad \frac{\partial u^{(j,s-1)}}{\partial \xi} = a_{11}^{(j)} \sigma_{11}^{(j,s)} + a_{12}^{(j)} \sigma_{22}^{(j,s)},$$

(2.2)

$$\frac{\partial v^{(j,s)}}{\partial \xi} = a_{12}^{(j)} \sigma_{11}^{(j,s)} + a_{22}^{(j)} \sigma_{22}^{(j,s)}, \quad \frac{\partial u^{(j,s)}}{\partial \xi} + \frac{\partial v^{(j,s-1)}}{\partial \xi} = a_{66}^{(j)} \sigma_{22}^{(j,s)}.$$

Из системы (2.2) все величины можно выразить через функции $u^{(j,s)}, v^{(j,s)}$, которые в свою очередь определяются из уравнений

$$\frac{\partial^2 u^{(j,s)}}{\partial \xi^2} + a_{66}^{(j)} \omega_*^2 \rho^{(j)} u^{(j,s)} = -\frac{\partial^2 v^{(j,s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} - a_{66}^{(j)} \frac{\partial \sigma_{11}^{(j,s-1)}}{\partial \xi},$$

(2.3)

$$\frac{\partial^2 v^{(j,s)}}{\partial \xi^2} + A_{11}^{(j)} \omega_*^2 \rho^{(j)} v^{(j,s)} = -A_{11}^{(j)} \frac{\partial \sigma_{12}^{(j,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{a_{12}^{(j)}}{a_{11}^{(j)}} \frac{\partial u^{(j,s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta}.$$

(2.4)

При $s=0$ уравнения (2.3) и (2.4) однородны и независимы. Их решения представим в виде

$$u^{(j,0)} = u_{\xi}^{(j,0)}(\xi) \cdot u_0^{(j,0)}(\zeta), \quad v^{(j,0)} = v_{\xi}^{(j,0)}(\xi) \cdot v_0^{(j,0)}(\zeta).$$

(2.5)

Подставив (2.5) в (2.3) и (2.4), получим уравнения относительно $u_0^{(j,0)}(\zeta), v_0^{(j,0)}(\zeta)$. Решив эти уравнения, получим

$$u_0^{(j,0)} = C_1^{(j,0)} \sin \sqrt{a_{66}^{(j)} \rho^{(j)}} \omega_* \zeta + C_2^{(j,0)} \cos \sqrt{a_{66}^{(j)} \rho^{(j)}} \omega_* \zeta,$$

(2.6)

$$v_0^{(j,0)} = C_3^{(j,0)} \sin \sqrt{A_{11}^{(j)} \rho^{(j)}} \omega_* \zeta + C_4^{(j,0)} \cos \sqrt{A_{11}^{(j)} \rho^{(j)}} \omega_* \zeta,$$

(2.7)

где $C_i^{(j,0)}$, $i = 1, 2, 3, 4$, $j = I, II$ — произвольные постоянные.

Удовлетворив граничным условиям (1.5), получим следующие две системы однородных уравнений:

$$C_1^{(II,0)} \sqrt{\frac{\rho^{II} a_{66}^I}{\rho^I a_{66}^{II}}} \sin \sqrt{a_{66}^I \rho^I} \omega_* \zeta_1 + C_2^{(II,0)} \cos \sqrt{a_{66}^I \rho^I} \omega_* \zeta_1 = 0,$$

(2.8)

$$-C_1^{(II,0)} \sin \sqrt{a_{66}^{II} \rho^{II}} \omega_* \zeta_2 + C_2^{(II,0)} \cos \sqrt{a_{66}^{II} \rho^{II}} \omega_* \zeta_2 = 0,$$

$$C_3^{(II,0)} \sqrt{\frac{\rho^{II} A_{11}^I}{\rho^I A_{11}^{II}}} \sin \sqrt{A_{11}^I \rho^I} \omega_* \zeta_1 + C_4^{(II,0)} \cos \sqrt{A_{11}^I \rho^I} \omega_* \zeta_1 = 0,$$

(2.9)

$$-C_3^{(II,0)} \sin \sqrt{A_{11}^{II} \rho^{II}} \omega_* \zeta_2 + C_4^{(II,0)} \cos \sqrt{A_{11}^{II} \rho^{II}} \omega_* \zeta_2 = 0.$$

Для существования ненулевых решений необходимо, чтобы определители этих систем обращались в нуль. В результате получим

трансцендентные уравнения относительно частот собственных колебаний ω_* , которые для изотропных материалов записываются:

$$\sqrt{\frac{\rho'' G''}{\rho' G'}} \sin \sqrt{\frac{\rho'}{G'}} \omega_* \zeta_1 \cdot \cos \sqrt{\frac{\rho''}{G''}} \omega_* \zeta_2 + \cos \sqrt{\frac{\rho'}{G'}} \omega_* \zeta_1 \cdot \sin \sqrt{\frac{\rho''}{G''}} \omega_* \zeta_2 = 0, \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{\rho'' E'' [1 - (\nu'')^2]}{\rho' E' [1 - (\nu')^2]}} \sin \sqrt{\frac{\rho' [1 - (\nu')^2]}{E'}} \omega_* \zeta_1 \cdot \cos \sqrt{\frac{\rho'' [1 - (\nu'')^2]}{E''}} \omega_* \zeta_2 + \\ & + \cos \sqrt{\frac{\rho' [1 - (\nu')^2]}{E'}} \omega_* \zeta_1 \cdot \sin \sqrt{\frac{\rho'' [1 - (\nu'')^2]}{E''}} \omega_* \zeta_2 = 0. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Таким образом, в двухслойной полосе будут возникать два типа собственных колебаний — первый с частотой, которая удовлетворяет уравнению (2.10), а второй — с частотой, соответствующей (2.11).

Уравнения (2.10) и (2.11) можно привести к следующему стандартному виду:

$$a \sin(b \omega_*) = c \sin(d \omega_*), \quad (2.12)$$

где для уравнения (2.10)

$$a = 1 + \sqrt{\frac{\rho'' G''}{\rho' G'}}, b = \sqrt{\frac{\rho'}{G'}} \zeta_1 + \sqrt{\frac{\rho''}{G''}} \zeta_2, c = 1 - \sqrt{\frac{\rho'' G''}{\rho' G'}}, d = \sqrt{\frac{\rho'}{G'}} \zeta_1 - \sqrt{\frac{\rho''}{G''}} \zeta_2, \quad (2.13)$$

а для уравнения (2.11)

$$\begin{aligned} a &= 1 + \sqrt{\frac{\rho'' E'' [1 - (\nu'')^2]}{\rho' E' [1 - (\nu')^2]}}, b = \sqrt{\frac{\rho' [1 - (\nu')^2]}{E'}} \zeta_1 + \sqrt{\frac{\rho'' [1 - (\nu'')^2]}{E''}} \zeta_2, \\ c &= 1 - \sqrt{\frac{\rho'' E'' [1 - (\nu'')^2]}{\rho' E' [1 - (\nu')^2]}}, d = \sqrt{\frac{\rho' [1 - (\nu')^2]}{E'}} \zeta_1 - \sqrt{\frac{\rho'' [1 - (\nu'')^2]}{E''}} \zeta_2. \end{aligned} \quad (2.14)$$

В частном случае, когда слои имеют одинаковые толщины и упругие характеристики, уравнения (2.10) и (2.11) совпадают с уравнениями частот для ортотропного слоя, выведенного в (1):

$$\sin 2 \sqrt{\frac{\rho}{G_{12}}} \omega_* = 0, \quad \sin 2 \sqrt{\frac{\rho(1 - \nu_{12} \nu_{21})}{E_2}} \omega_* = 0. \quad (2.15)$$

Из (2.15) получаются следующие частоты собственных колебаний:

$$\omega_n^{(0)} = \frac{\pi n}{2h} \sqrt{\frac{G_{12}}{\rho}}, \quad (2.16)$$

$$\omega_n^{(0)} = \frac{\pi n}{2h} \sqrt{\frac{E_2}{\rho(1 - \nu_{12}\nu_{21})}}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (2.17)$$

где $2h$ — толщина слоя, G_{12} — модуль сдвига, $C_s = \sqrt{G_{12}/\rho}$ — скорость распространения сейсмических сдвиговых волн, а $C_p = \sqrt{E_2/\rho(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$ — скорость распространения продольных волн в пластинке.

Из уравнения (2.12) следует, что, в отличие от (2.16), (2.17), нет такой же явной связи между частотами собственных колебаний двухслойной полосы и скоростями распространения сдвиговых и продольных волн. Тем не менее, в силу (2.13), (2.14), уравнению (2.10) соответствуют частоты сдвиговых колебаний, уравнению (2.11) — частоты продольных колебаний.

В дальнейшем частоты, вычисленные из уравнения (2.10), обозначим ω_*^{cd} , а частоты, соответствующие (2.11), — ω_*^p .

Из систем (2.8), (2.9), выразив постоянные $C_1^{(II,0)}$, $C_3^{(II,0)}$ через $C_2^{(II,0)}$, $C_4^{(II,0)}$ и подставив их значения в (2.6), (2.7), используя (2.2), (2.5), получим следующие значения компонентов тензора напряжений и вектора перемещения для второго слоя:

$$\begin{aligned} u^{(II,0)} &= u_{\xi}^{(II,0)}(\xi) \cdot C_2^{(II,0)} \left(\operatorname{ctg} \sqrt{\frac{\rho^{II}}{G^{II}}} \omega_*^{cd} \zeta_2 \cdot \sin \sqrt{\frac{\rho^{II}}{G^{II}}} \omega_*^{cd} \zeta + \cos \sqrt{\frac{\rho^{II}}{G^{II}}} \omega_*^{cd} \zeta \right), \\ \sigma_{12}^{(II,0)} &= u_{\xi}^{(II,0)}(\xi) \cdot C_2^{(II,0)} \sqrt{\rho^{II} G^{II}} \omega_*^{cd} \left(\operatorname{ctg} \sqrt{\frac{\rho^{II}}{G^{II}}} \omega_*^{cd} \zeta_2 \cdot \cos \sqrt{\frac{\rho^{II}}{G^{II}}} \omega_*^{cd} \zeta - \sin \sqrt{\frac{\rho^{II}}{G^{II}}} \omega_*^{cd} \zeta \right), \\ v^{(II,0)} &= v_{\xi}^{(II,0)}(\xi) \cdot C_4^{(II,0)} \left(\operatorname{ctg} \sqrt{\frac{\rho^{II} [1 - (\nu^{II})^2]}{E^{II}}} \omega_*^p \zeta_2 \cdot \sin \sqrt{\frac{\rho^{II} [1 - (\nu^{II})^2]}{E^{II}}} \omega_*^p \zeta + \right. \\ &\quad \left. + \cos \sqrt{\frac{\rho^{II} [1 - (\nu^{II})^2]}{E^{II}}} \omega_*^p \zeta \right), \\ \sigma_{22}^{(II,0)} &= v_{\xi}^{(II,0)}(\xi) \cdot C_4^{(II,0)} \sqrt{\frac{\rho^{II} E^{II}}{1 - (\nu^{II})^2}} \omega_*^p \left(\operatorname{ctg} \sqrt{\frac{\rho^{II} [1 - (\nu^{II})^2]}{E^{II}}} \omega_*^p \zeta_2 \times \right. \end{aligned}$$

$$\times \cos \sqrt{\frac{\rho'' [1 - (v'')^2]}{E''}} \omega_*^p \zeta - \sin \sqrt{\frac{\rho'' [1 - (v'')^2]}{E''}} \omega_*^p \zeta \Bigg),$$

$$\sigma_{11}^{(II,0)} = v_{\xi}^{(II,0)}(\xi) \cdot C_4^{(II,0)} \sqrt{\rho'' E'' (v'')^2} \left(\operatorname{ctg} \sqrt{\frac{\rho'' [1 - (v'')^2]}{E''}} \omega_*^p \zeta_2 \times \right.$$

$$\left. \times \cos \sqrt{\frac{\rho'' [1 - (v'')^2]}{E''}} \omega_*^p \zeta - \sin \sqrt{\frac{\rho'' [1 - (v'')^2]}{E''}} \omega_*^p \zeta \right).$$

Аналогично записываются величины для первого слоя.

Поскольку сильным землетрясениям соответствуют периоды T порядка $10^{-2} \sim 10^2$ с (7), то, используя (2.13), (2.14), можно так подобрать параметры основания и фундамента слоев, чтобы избежать резонансных явлений при сейсмическом воздействии.

Рассматривая решения системы (2.2) при $s > 0$, когда $\omega = \omega_*^{(7)}$ и $\omega = \omega_*^p$, можно убедиться, что приближения $s > 0$ не влияют на значения частот и не приводят к определению принципиально новых произвольных постоянных. Нетрудно убедиться также в том, что (1.3), (2.1), (2.18) и аналогичное решение для другого слоя содержат достаточное число произвольных функций для удовлетворения начальным условиям. Процедура их удовлетворения такая же, что и в (8).

Институт механики НАН Армении

Լ Ս ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Օրթոտրոպ երկչերտի սեփական տատանումների հաճախությունների մասին

Ուսումնասիրվում է օրթոտրոպ երկչերտի սեփական տատանումների հաճախությունների որոշման հարցը: Հաստատված են կապեր սեփական տատանումների հաճախությունների և շերտերի առաձգական բնութագրիչների ու հաստությունների միջև: Ստացված է խնդրի ասիմպտոտիկ լուծումը, արտածված են ռեկուրենտ բանաձևեր լարումների թնեզորի և տեղափոխման վեկտորի բաղադրիչների որոշման համար: Նման խնդիրները համարվում են հիմնականներից սեյսմիկ ալիքների տարածման ուսումնասիրության և սեյսմակայուն շինարարության բնագավառներում:

Նշվում են այն պայմանները, որոնց դիպքում կբացակայի ռեզոնանսի երևույթը սեյսմիկ ազդեցությունների դեպքում:

ЛИТЕРАТУРА – ՓՐԱՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ *Л.А.Агаловян*, в сб. "Юбилейн. научн. конф. к 60-летию ГПИ Армении", Гюмри, Высшая школа, 1994. ² *С.Г.Лехницкий*, Теория упругости анизотропного тела, М., Наука, 1977. ³ *Л.А.Агаловян*, Межвуз. сб. "Механика", изд-во ЕГУ, вып.2 (1982). ⁴ *А.Б.Васильева*, *В.Ф.Бутузов*, Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений, М., Наука, 1973. ⁵ *А.Л.Гольденвейзер*, ПММ, т.26, вып.4 (1962). ⁶ *А.Х.Найфе*, Методы возмущений, М., Мир, 1976. ⁷ *К.Касахара*, Механика землетрясений, М., Мир, 1985. ⁸ *В.Л.Бажанов*, *И.И.Гольденблат* и др., Пластинки и оболочки из стеклопластиков, М., Высшая школа, 1970.

УДК 539.3

Академик НАН Армении Б. Л. Абрамян, А. В. Саакян, А. В. Гаспарян

**Осесимметричная контактная задача для жесткого
круглого фундамента, лежащего на двухслойном упругом
полупространстве со сцеплением**

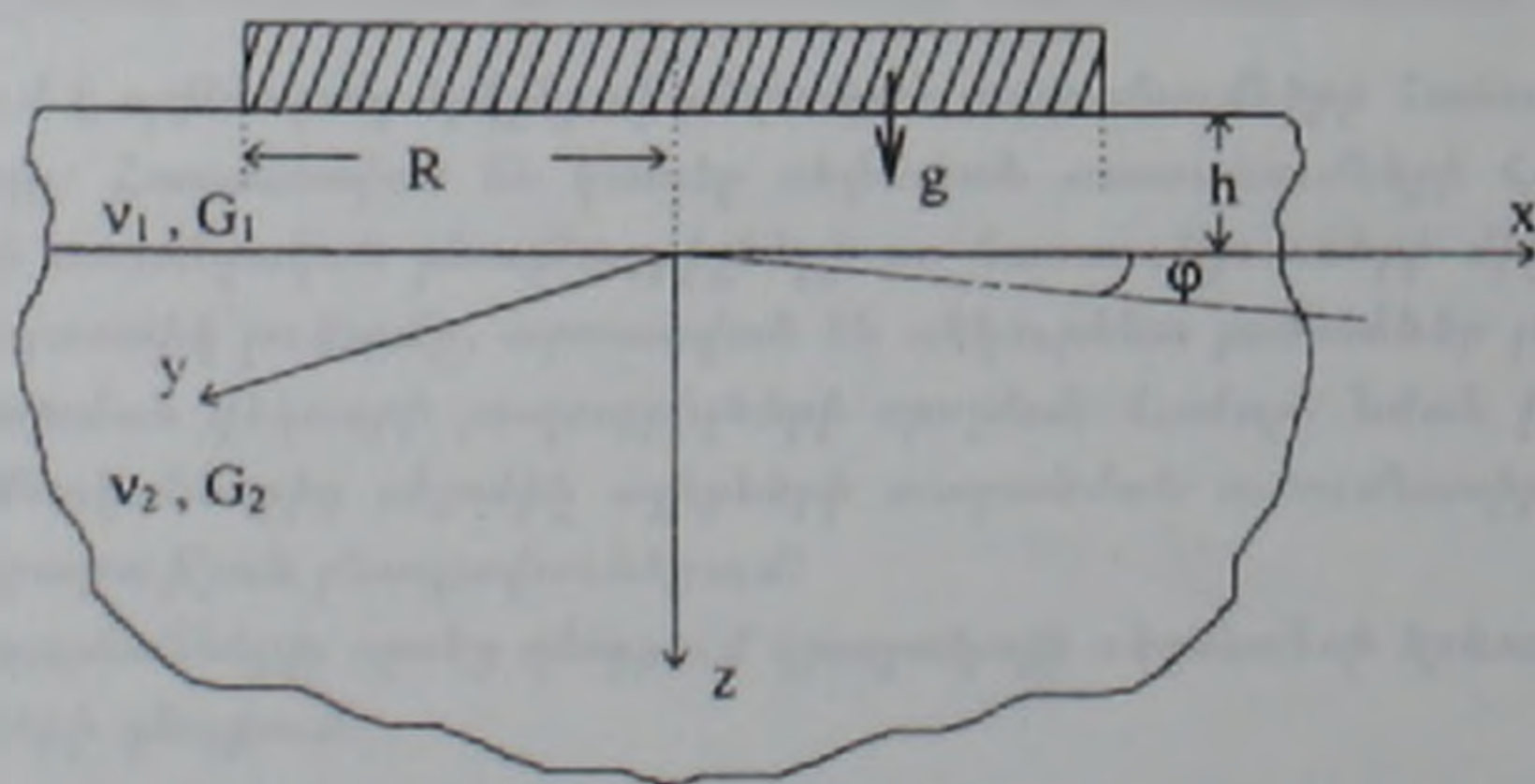
(Представлено 22/IV 1997)

Рассматривается контактная задача о вдавливании жесткого, круглого в плане фундамента в упругое двухслойное полупространство под действием собственного веса (рисунок). Предполагается, что фундамент сцеплен с основанием, тогда граничные условия и условия на поверхности соединения слоев составного полупространства запишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} u_z^{(1)}(r, -h) &= \varepsilon_h \\ u_r^{(1)}(r, -h) &= 0 \end{aligned} \right\} r \leq R, \quad \sigma_z^{(1)}(r, -h) = \tau_{rz}^{(1)}(r, -h) = 0 \quad r > 0, \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} u_z^{(1)}(r, h) &= u_z^{(2)}(r, 0), \quad \sigma_z^{(1)}(r, 0) = \sigma_z^{(2)}(r, 0) \\ u_r^{(1)}(r, h) &= u_r^{(2)}(r, 0), \quad \tau_{rz}^{(1)}(r, 0) = \tau_{rz}^{(2)}(r, 0) \end{aligned} \right\} (0 \leq r \leq \infty), \quad (2)$$

где ε_h — подлежащая определению осадка жесткого фундамента. Индексами "1" и "2" отмечены величины, относящиеся, соответственно, к верхнему и нижнему слоям полупространства.



Для определения неизвестной осадки ε_h используется условие равновесия фундамента

$$\int_0^R r \sigma_z^{(1)}(r, -h) dr = -\frac{P}{2\pi}, \quad (3)$$

где P — вес фундамента.

Бигармоническую функцию А.Лява представляем в виде

$$\varphi(r, z) = \begin{cases} \varphi_1(r, z) & (-h \leq z \leq 0, r \geq 0) \\ \varphi_2(r, z) & (0 \leq z < \infty, r \geq 0), \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(r, z) &= \int_0^\infty J_0(\lambda r) \left[A^{(1)}(\lambda) sh(\lambda z) + B^{(1)}(\lambda) ch(\lambda z) + \right. \\ &\quad \left. + C^{(1)}(\lambda) \lambda z sh(\lambda z) + D^{(1)}(\lambda) \lambda z ch(\lambda z) d\lambda \right] \\ \varphi_2(r, z) &= \int_0^\infty J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} \left[A^{(2)}(\lambda) + \lambda z C^{(2)}(\lambda) \right] d\lambda \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Выражая перемещения и напряжения через функции (5) и удовлетворяя условиям (1) и (2), решение задачи приведем к соотношениям

$$\begin{aligned} 2(1 - 2\nu_1)C^{(1)}(\lambda) - B^{(1)}(\lambda) &= -m_0 \left[2(1 - 2\nu_2)C^{(2)}(\lambda) + A^{(2)}(\lambda) \right], \\ A^{(1)}(\lambda) + D^{(1)}(\lambda) &= -m_0 \left[A^{(2)}(\lambda) - C^{(2)}(\lambda) \right], \quad m_0 = \frac{G_1}{G_2}, \\ (1 - 2\nu_1)D^{(1)}(\lambda) - A^{(1)}(\lambda) &= A^{(2)}(\lambda) + (1 - 2\nu_2)C^{(2)}(\lambda), \\ B^{(1)}(\lambda) + 2\nu_1 C^{(1)}(\lambda) &= A^{(2)}(\lambda) - 2\nu_2 C^{(2)}(\lambda), \end{aligned} \quad (6)$$

а также к системе "парных" интегральных уравнений, содержащих бесселевые функции от действительного аргумента первого рода

$J_i(\lambda r) \quad i = 0, 1$

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\infty \lambda^2 J_0(\lambda r) \left[A^{(2)}(\lambda) s_{11}(\lambda, h) + C^{(2)}(\lambda) s_{12}(\lambda, h) \right] d\lambda &= -4(1 - \nu_1)G_1 \varepsilon_h \\ \int_0^\infty \lambda^2 J_1(\lambda r) \left[A^{(2)}(\lambda) n_{11}(\lambda, h) + C^{(2)}(\lambda) n_{12}(\lambda, h) \right] d\lambda &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (r \leq R)$$

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\infty} \lambda^3 J_0(\lambda r) \left[A^{(2)}(\lambda) s_{21}(\lambda, h) + C^{(2)}(\lambda) s_{22}(\lambda, h) \right] d\lambda &= 0 \\ \int_0^{\infty} \lambda^3 J_1(\lambda r) \left[A^{(2)}(\lambda) n_{21}(\lambda, h) + C^{(2)}(\lambda) n_{22}(\lambda, h) \right] d\lambda &= 0 \end{aligned} \right\} (r > R), \quad (7)$$

где $s_{ij}(\lambda, h)$ и $n_{ij}(\lambda, h)$ — обозначения, которые содержат физические и геометрические параметры упругих слоев полупространства и гиперболические функции, заданные в верхнем слое полупространства.

Для решения системы "парных" уравнений (7) используются новые обозначения:

$$\sigma_z^{(i)}(r, -h) = \begin{cases} 0 & r > R \\ \sigma(r, h) & r < R, \end{cases} \quad \tau_{rz}^{(i)}(r, -h) = \begin{cases} 0 & r > R \\ \tau(r, h) & r < R, \end{cases} \quad (8)$$

где $\sigma(r, h)$ и $\tau(r, h)$ — контактные напряжения под фундаментом.

С учетом обозначений (8) первые два уравнения системы (7) приводятся к виду

$$\begin{aligned} & \int_0^R i\sigma(r, h) dr \int_0^{\infty} L_{11}(\lambda, h) J_0(\lambda r) J_0(\lambda) d\lambda + \\ & + \int_0^R i\tau(r, h) dr \int_0^{\infty} L_{12}(\lambda, h) J_0(\lambda r) J_1(\lambda) d\lambda = 2G_1 \varepsilon_h \quad (0 \leq r \leq R), \\ & \int_0^R i\sigma(r, h) dr \int_0^{\infty} L_{21}(\lambda, h) J_1(\lambda r) J_0(\lambda) d\lambda + \int_0^R i\tau(r, h) dr \int_0^{\infty} L_{22}(\lambda, h) J_1(\lambda r) J_1(\lambda) d\lambda = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где введены следующие обозначения

$$\begin{aligned} L_{11}(\lambda, h) &= \frac{n_{22}(\lambda, h) s_{11}(\lambda, h) - n_{21}(\lambda, h) s_{12}(\lambda, h)}{\Delta(\lambda, h)}, \\ L_{12}(\lambda, h) &= \frac{s_{21}(\lambda, h) s_{12}(\lambda, h) - s_{22}(\lambda, h) s_{11}(\lambda, h)}{\Delta(\lambda, h)}, \\ L_{21}(\lambda, h) &= \frac{n_{22}(\lambda, h) n_{11}(\lambda, h) - n_{21}(\lambda, h) n_{12}(\lambda, h)}{\Delta(\lambda, h)}, \\ L_{22}(\lambda, h) &= \frac{s_{21}(\lambda, h) n_{12}(\lambda, h) - s_{22}(\lambda, h) n_{11}(\lambda, h)}{\Delta(\lambda, h)}, \\ \Delta(\lambda, h) &= s_{21}(\lambda, h) n_{22}(\lambda, h) - s_{22}(\lambda, h) n_{21}(\lambda, h). \end{aligned} \quad (10)$$

Остальные два уравнения системы (7) удовлетворяются тождественно. Используя известные представления

$$\int_0^{\infty} J_0(\lambda r) J_0(\lambda t) d\lambda = \frac{2}{\pi} \int_0^{\min(r,t)} \frac{dx}{\sqrt{(r^2 - x^2)(t^2 - x^2)}} \quad (11)$$

$$\int_0^{\infty} J_1(\lambda r) J_1(\lambda t) d\lambda = \frac{2}{\pi t} \int_0^{\min(r,t)} \frac{x^2 dx}{\sqrt{(r^2 - x^2)(t^2 - x^2)}},$$

систему интегральных уравнений первого рода (9) приведем к виду (1)

$$\begin{aligned} \sigma(t, h) &= f(t, h) + \int_0^R \sigma(z, h) K_{11}(z, t, h) dz + \int_0^R \tau(z, h) K_{12}(z, t, h) dz \quad (0 < t < R), \\ \tau(t, h) &= \int_0^R \sigma(z, h) K_{21}(z, t, h) dz + \int_0^R \tau(z, h) K_{22}(z, t, h) dz. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь ядра системы интегральных уравнений второго рода (12) также выражаются при помощи коэффициентов $L_{ij}(\lambda, h)$. А свободный член $f(t, h)$ системы (12) имеет значение

$$f(t, h) = -\frac{4G_1 \varepsilon_h}{\pi \sqrt{R^2 - t^2}}. \quad (13)$$

Поскольку осадка жесткого фундамента в упругом составном полупространстве также является неизвестной величиной и подлежит определению, то, используя условие равновесия фундамента (3) и первое уравнение из (12), вначале выражаем ε_h через контактные напряжения под фундаментом

$$\begin{aligned} \varepsilon_h &= \frac{P}{8G_1 R} + \frac{1}{2G_1 R} \int_0^R t \sigma(t, h) dt \int_0^{\infty} [1 - L_{11}(\lambda, h)] J_0(\lambda, t) \sin(\lambda, R) \frac{d\lambda}{\lambda} - \\ &- \frac{1}{2G_1 R} \int_0^R t \tau(t, h) dt \int_0^{\infty} L_{12}(\lambda, h) J_1(\lambda, t) \sin(\lambda, R) \frac{d\lambda}{\lambda}. \end{aligned} \quad (14)$$

Далее, учитывая это значение для осадки жесткого фундамента, первое уравнение системы (12) представим в виде

$$\sigma(t, h) = F(t) + \int_0^R \sigma(z, h) K_{11}^*(z, t, h) dz + \int_0^R \tau(z, h) K_{12}^*(z, t, h) dz \quad (0 < t < R), \quad (15)$$

где

$$F(t) = -\frac{P}{2\pi R \sqrt{R^2 - t^2}}. \quad (16)$$

В (15) ядра K_{11}^* и K_{12}^* также выражаются при помощи коэффициентов $L_{ij}(\lambda, h)$. Полученная система уравнений позволяет определить контактные напряжения $\sigma(r, h)$ и $\tau(r, h)$, а использованием этих найденных значений контактных напряжений из (14) определяется осадка фундамента.

Последняя система интегральных уравнений интегрируема. Подобные системы, возникающие при исследовании статических и динамических задач теории упругости, изучали многие ученые. Этой проблеме посвящены работы В.А.Бабешко (2-5), а также монография И.И.Воровича и В.А.Бабешко (6).

В частном случае, когда вместо двухслойного полупространства под фундаментом имеется однородное упругое полупространство, положив в выражениях $L_{ij}(\lambda, h)$ $\nu_1 = \nu_2 = \nu$, $G_1 = G_2 = G$, $a_1 = a_2 = a$, $b_1 = b_2 = b$ и $h=0$, получим

$$L_{12}(\lambda, 0) = L_{21}(\lambda, 0) = 1 - L_{11}(\lambda, 0) = 1 - L_{22}(\lambda, 0) = -(1 - 2\nu).$$

Далее, пользуясь значениями интегралов

$$\int_0^\infty J_0(\lambda, z) \sin(\lambda, R) \frac{d\lambda}{\lambda} = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & z \leq R \\ \arcsin \frac{R}{z} & z \geq R \end{cases},$$

$$\int_0^\infty J_1(\lambda, z) \sin(\lambda, R) \frac{d\lambda}{\lambda} = \begin{cases} R - \sqrt{R^2 - z^2} & z \leq R \\ \sin\left(\arcsin \frac{R}{z}\right) & z \geq R \end{cases}$$

и условием равновесия фундамента (3), из (14) получим

$$\varepsilon_0 = \frac{P(1-\nu)}{4GR} + \frac{1-2\nu}{2GR} \int_0^R \tau(z, 0) \left[R - \sqrt{R^2 - z^2} \right] dz. \quad (17)$$

Подобный выражению (17) результат для дополнительной осадки жесткого фундамента от действия сосредоточенной вертикальной нагрузки, приложенной на конечном расстоянии от центра фундамента, получен в работе (7).

Институт механики НАН Армении

**Երկչերտանի առաձգական կիսատարածության վրա ամրակցումով զետեղված
կլոր կոշտ ֆունդամենտի համար առանցքասիմետրիկ կոնտակտային խնդիր**

Ուսումնասիրվում է երկչերտանի առաձգական կիսատարածության մակերևյալի վրա ամրակցումով զետեղված կլոր կոշտ ֆունդամենտի ազդեցությունը կիսատարածության վրա:

Կշռելի կլոր հիմքով, կոշտ ֆունդամենտի նստվածքի որոշման համար ստացվել է բանաձև որոշիչ նստվածքն արտահայտվել է ֆունդամենտի և առաձգական կիսատարածության բաղադրիչ շերտերի երկրաչափական և ֆիզիկական հատկությունների պարամետրերը պարունակող արտահայտությունով, ընդ որում նստվածքը կախված է նաև ֆունդամենտի տակ առաջացած կոնտակտային լարումների մեծություններից:

Կոնտակտային լարումները որոշելու համար ստացվել է երկրորդ սերի ինտեգրալ հավասարումների համակարգ:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Б.Л.Абрамян, А.В.Гаспарян. Изв. НАН Армении. Механика, т.47, №3-4, с.10-12 (1994). ² В.А.Бабешко, ПММ, т.33, вып.1, с.52-60 (1969). ³ В.А.Бабешко, ДАН СССР, т.210, вып.6, с.1310-1313 (1973). ⁴ В.А.Бабешко, ДАН СССР, т.220, вып.6, с.1293-1296 (1975). ⁵ В.А.Бабешко, ДАН СССР, т.217, вып.4, с.777-780 (1974). ⁶ В.А.Бабешко, И.И.Ворович, Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей, М., Наука, 1979. ⁷ Б.Л.Абрамян, А.В.Саакян, А.В.Гаспарян, ДНАН Армении, т.96, №1, с.16-19 (1996).

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.3

В. С. Тоноян, Н. С. Мелкумян

Антиплоская контактная задача для упругого составного полупространства с внутренним вертикальным конечным разрезом

(Представлено академиком НАН Армении Б.Л.Абрамяном 1/V 1997)

Рассматривается антиплоская контактная задача для упругого составного полупространства ($x \geq 0$, $-\infty < y < \infty$, $-\infty < z < \infty$) с внутренним вертикальным конечным разрезом вдоль линии раздела материалов ($a < x < d$, $-\infty < z < \infty$). Полупространство состоит из двух однородных и изотропных четверть-пространств (правое $x \geq 0$, $y > 0$, $-\infty < z < \infty$ и левое $x \geq 0$, $y < 0$, $-\infty < z < \infty$) с различными упругими свойствами, линия раздела материалов которых перпендикулярна к границе полупространства. К границе полупространства по обе стороны разреза прикреплены два несимметричных штампа конечных размеров (соответственно $|c_1 - b_1|$ и $|c_2 - b_2|$ с основанием произвольной гладкой формы). Принимается, что на штампах и на берегах разреза действуют силы, приводящие к состоянию антиплоской деформации. Для простоты принимается также, что граница полупространства вне штампов свободна от внешних усилий. На линии раздела материалов вне разреза заданы условия полного контакта.

Решение поставленной задачи математически приводится к решению гармонического уравнения (1), соответственно для правого ($i=1$) и левого ($i=2$) четверть-пространства, при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} U_z^{(i)}(0, y) &= \delta_i \quad (b_i \leq |y| \leq c_i), \quad \tau_{xy}^{(i)}(x, 0) = f_i(x) \quad (a < x < d), \\ \tau_{xy}^{(i)}(0, y) &= 0 \quad (0 \leq |y| \leq b_i) \quad (c_i < |y| < \infty) \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (1)$$

и условиях полного контакта:

$$\tau_{xy}^{(1)}(x, 0) = \tau_{xy}^{(2)}(x, 0), \quad U_z^{(1)}(x, 0) = U_z^{(2)}(x, 0) \quad (0 < x < a, d < x < \infty) \quad (2)$$

Решение задачи ищем в виде сумм интегралов Фурье:

$$U_i^{(i)}(x, y) = (-1)^{i+1} \int_0^{\infty} A^{(i)}(\alpha) e^{-\alpha x} \sin \alpha y d\alpha + \int_0^{\infty} C^{(i)}(\beta) e^{(-1)^i \beta x} \cos \beta y d\beta \quad (i = 1, 2). \quad (3)$$

Здесь $A^{(i)}(\alpha)$ и $C^{(i)}(\beta)$ — неизвестные функции интегрирования, подлежащие определению из граничных условий задачи. Удовлетворяя граничным условиям (1), получаем следующую систему "тройных" интегральных уравнений и интегральных соотношений:

$$\begin{cases} \int_0^{\infty} \alpha A^{(1)}(\alpha) \sin \alpha y d\alpha = 0 & (0 < y < b_1) \\ \int_0^{\infty} A^{(1)}(\alpha) \sin \alpha y d\alpha = F_1(y) & (b_1 \leq y \leq c_1); \\ \int_0^{\infty} \alpha A^{(1)}(\alpha) \sin \alpha y d\alpha = 0 & (c_1 < y < \infty) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \int_0^{\infty} \alpha A^{(2)}(\alpha) \sin \alpha y_1 d\alpha = 0 & (0 < y_1 < b_2) \\ \int_0^{\infty} A^{(2)}(\alpha) \sin \alpha y_1 d\alpha = F_2(y_1) & (b_2 \leq y_1 \leq c_2); \\ \int_0^{\infty} \alpha A^{(2)}(\alpha) \sin \alpha y_1 d\alpha = 0 & (c_2 < y_1 < \infty) \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} G_1 \int_0^{\infty} \alpha A^{(1)}(\alpha) e^{-\alpha x} d\alpha - G_1 \int_0^{\infty} \beta C^{(1)}(\beta) \cos \beta x d\beta &= f_1(x) \quad (a < x < d); \\ -G_2 \int_0^{\infty} \alpha A^{(1)}(\alpha) e^{-\alpha x} d\alpha + G_2 \int_0^{\infty} \beta C^{(2)}(\beta) \cos \beta x d\beta &= f_2(x) \quad (a < x < d), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{где } y_1 = -y, \quad F_1(y) = \delta_1 - \int_0^{\infty} C^{(1)}(\beta) e^{-\beta y} d\beta, \quad F_2(y_1) = \delta_2 - \int_0^{\infty} C^{(2)}(\beta) e^{-\beta y_1} d\beta, \quad (7)$$

G_i — модуль упругости материалов при сдвиге.

Из (6) можно получить:

$$\int_0^{\infty} \beta \left[G_1 C^{(1)}(\beta) + G_2 C^{(2)}(\beta) \right] \cos \beta x d\beta =$$

$$= f(x) + \int_0^{\infty} \alpha \left[G_1 A^{(1)}(\alpha) + G_2 A^{(2)}(\alpha) \right] e^{-\alpha x} d\alpha \quad (a < x < d), \quad (8)$$

$$\int_0^{\infty} \beta \left[C^{(1)}(\beta) + C^{(2)}(\beta) \right] \cos \beta x d\beta = f^*(x) + \int_0^{\infty} \alpha \left[A^{(1)}(\alpha) + A^{(2)}(\alpha) \right] e^{-\alpha x} d\alpha \quad (a < x < d), \quad (9)$$

где $f^*(x) = f_2(x) - f_1(x)$; $f(x) = \left(\frac{1}{G_1} f_1(x) + \frac{1}{G_2} f_2(x) \right)$. (10)

Удовлетворяя условиям полного контакта (2) имеем:

$$\int_0^{\infty} \beta \left[G_1 C^{(1)}(\beta) + G_2 C^{(2)}(\beta) \right] \cos \beta x d\beta = \int_0^{\infty} \alpha \left[G_1 A^{(1)}(\alpha) + G_2 A^{(2)}(\alpha) \right] e^{-\alpha x} d\alpha \quad (0 < x < a, d < x < \infty), \quad (11)$$

$$\int_0^{\infty} \left[C^{(1)}(\beta) + C^{(2)}(\beta) \right] \cos \beta x d\beta = 0 \quad (0 < x < a, d < x < \infty). \quad (12)$$

Используя формулы обращений для преобразования Фурье из (8) и (11), получаем:

$$G_1 C^{(1)}(\beta) + G_2 C^{(2)}(\beta) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\beta} \int_a^d f(x) \cos \beta x dx + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\beta} \int_0^{\infty} \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2} \left[G_1 A^{(1)}(\alpha) + G_2 A^{(2)}(\alpha) \right] d\alpha, \quad (13)$$

а из (9) и (13) получаем следующие "тройные" интегральные уравнения:

$$\begin{cases} \int_0^{\infty} \left[C^{(1)}(\beta) - C^{(2)}(\beta) \right] \cos \beta x d\beta = 0 & 0 < x \leq a \\ \int_0^{\infty} \beta \left[C^{(1)}(\beta) - C^{(2)}(\beta) \right] \cos \beta x d\beta = f^*(x) + \int_0^{\infty} \alpha \left[A^{(1)}(\alpha) - A^{(2)}(\alpha) \right] e^{-\alpha x} d\alpha; & a < x < d \\ \int_0^{\infty} \left[C^{(1)}(\beta) - C^{(2)}(\beta) \right] \cos \beta x d\beta = 0 & d \leq x < \infty \end{cases} \quad (14)$$

Для решения (4) и (5) неизвестные функции ищем в виде (2)

$$\alpha A^{(1)}(\alpha) = B(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_{2n+1}(c_1 \alpha); \quad \alpha A^{(2)}(\alpha) = D(\alpha) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m J_{2m+1}(c_2 \alpha). \quad (15)$$

Здесь: $J_\nu(z)$ — функция Бесселя первого рода с действительным аргументом, A_n и A_m — неизвестные пока коэффициенты, подде-

жащие определению. Подставляя (15) в (4) и (5), изменяя порядок интегрирования и суммирования, используя значение интеграла Вебер-Шефхейтлина (3), имеем:

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \frac{\sin \left[(2n+1) \arcsin \frac{y}{c_1} \right]}{\sqrt{c_1^2 - y^2}} = 0 & 0 < y < b_1 \\ \sum_{n=0}^{\infty} A_n \frac{1}{2n+1} \sin \left[(2n+1) \arcsin \frac{y}{c_1} \right] = F_1(y) & b_1 < y \leq c_1 \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} A_m \frac{\sin \left[(2m+1) \arcsin \frac{y_1}{c_2} \right]}{\sqrt{c_2^2 - y_1^2}} = 0 & 0 < y_1 < b_2 \\ \sum_{m=0}^{\infty} A_m \frac{1}{2m+1} \sin \left[(2m+1) \arcsin \frac{y_1}{c_2} \right] = F_2(y_1) & b_2 < y_1 \leq c_2 \end{cases} \quad (17)$$

Обозначим $y = c_1 \cos \frac{\theta}{2}$; $b_1 = c_1 \cos \frac{\lambda}{2}$; $y_1 = c_2 \cos \frac{\theta_1}{2}$; $b_2 = c_2 \cos \frac{\lambda_1}{2}$;

$$(2n+1)^{-1} (-1)^n A_n = A_n^*, (2m+1)^{-1} (-1)^m A_m = A_m^*. \quad (18)$$

Тогда (16) и (17) можно привести к виду:

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} A_n^* \cos \left(n + \frac{1}{2} \right) \theta = F_1 \left(c_1 \cos \frac{\theta}{2} \right) & 0 < \theta < \lambda \\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2} \right) A_n^* \cos \left(n + \frac{1}{2} \right) \theta = 0 & \lambda < \theta < \pi, \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} A_m^* \cos \left(m + \frac{1}{2} \right) \theta_1 = F_2 \left(c_2 \cos \frac{\theta_1}{2} \right) & 0 < \theta_1 < \lambda_1 \\ \sum_{m=0}^{\infty} \left(m + \frac{1}{2} \right) A_m^* \cos \left(m + \frac{1}{2} \right) \theta_1 = 0 & \lambda_1 < \theta_1 < \pi. \end{cases} \quad (20)$$

Используя результаты (4), из (19) и (20) соответственно получаем:

$$A_n^* = \frac{2n+1}{\pi\sqrt{2}} \int_0^{\lambda} P_n(\cos \varphi) \sin \varphi d\varphi \int_0^{\varphi} \frac{F_1 \left(c_1 \cos \frac{\theta}{2} \right)}{\sqrt{\cos \theta - \cos \varphi}} d\theta,$$

$$A_m^* = \frac{2m+1}{\pi\sqrt{2}} \int_0^{\lambda_1} P_m(\cos \varphi_1) \sin \varphi_1 d\varphi_1 \int_0^{\varphi_1} \frac{F_2 \left(c_2 \cos \frac{\theta_1}{2} \right)}{\sqrt{\cos \theta_1 - \cos \varphi_1}} d\theta_1, \quad (21)$$

где $P_n(\xi)$ — полиномы Лежандра.

Для решения (14) неизвестные функции ищем в виде (5):

$$\beta[C^1(\beta) - C^2(\beta)] = \sum_{q=0}^{\infty} C_q J_{2q+1}(\beta d). \quad (22)$$

Здесь C_q — неизвестные пока коэффициенты, подлежащие определению.

Подставляя (22) в (14), изменяя порядок интегрирования и суммирования, используя значение интеграла Вебер-Шефхейтлина (3), получаем:

$$\begin{cases} \sum_{q=0}^{\infty} C_q \frac{1}{2q+1} \cos\left[(2q+1) \arcsin \frac{x}{d}\right] = 0 & (0 < x \leq a) \\ \sum_{q=0}^{\infty} C_q \frac{\cos\left[(2q+1) \arcsin \frac{x}{d}\right]}{\sqrt{d^2 - x^2}} = F_3(x) & (a < x \leq d) \end{cases} \quad (23)$$

где
$$F_3(x) = f^*(x) + \int_0^{\infty} \alpha \left[A_{(\alpha)}^{(1)} - A_{(\alpha)}^{(2)} \right] e^{-\alpha x} d\alpha. \quad (24)$$

обозначим $x = d \cos \frac{\theta_2}{2}; a = d \cos \frac{\lambda_2}{2}; (2q+1)^{-1} (-1)^q C_q = C_q^*. \quad (25)$

Тогда (23) приводится к виду:

$$\begin{cases} \sum_{q=0}^{\infty} (2q+1) C_q^* \sin \frac{2q+1}{2} \theta_2 = F_3^*(\theta_2) & 0 < \theta_2 < \lambda_2 \\ \sum_{q=0}^{\infty} C_q^* \sin \frac{2q+1}{2} \theta_2 = 0 & \lambda_2 < \theta_2 < \pi, \end{cases} \quad (26)$$

где
$$F_3^{**}(\theta_2) = d \sin \frac{\theta_2}{2} F_3\left(d \cos \frac{\theta_2}{2}\right). \quad (27)$$

Решение (26) по результатам (4) имеет вид:

$$C_q^* = \sin \frac{2q+1}{\pi \sqrt{2}} \int_0^{\lambda_2} P_q(\cos \varphi_2) \sin \varphi_2 d\varphi_2 \int_0^{\varphi_2} \frac{F(\theta_2)}{\sqrt{\cos \theta_2 - \cos \varphi_2}} d\theta_2, \quad (28)$$

где
$$F(\theta_2) = -2 \int_0^{\varphi_2} F_3^*(\theta_2) d\theta_2 + C; C = \sum_{q=0}^{\infty} C_q^{**}. \quad (29)$$

Имея в виду (21), (18), (15), (7) и (29), (25), (22), (13), исключая $C^{(1)}(\beta)$ и $C^{(2)}(\beta)$ из (21), для определения $B(\alpha)$ и $D(\alpha)$ получаем

следующую систему интегральных уравнений типа Фредгольма второго рода:

$$\begin{cases} B(\alpha) = \Omega_1(\alpha) + \int_0^\infty K_1(\alpha, \mu) B(\mu) d\mu \int_0^\infty K_2(\alpha, \mu) D(\mu) d\mu \\ D(\alpha) = \Omega_2(\alpha) + \int_0^\infty K_3(\alpha, \mu) B(\mu) d\mu \int_0^\infty K_4(\alpha, \mu) D(\mu) d\mu, \end{cases} \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega_1(\alpha) = & \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1)^2 J_{2n+1}(c_1\alpha) \int_0^\lambda P_n(\cos\varphi) \sin\varphi d\varphi \int_0^\varphi \frac{1}{\sqrt{\cos\theta - \cos\varphi}} \times \\ & \times \left\{ \delta_1 - \int_0^\infty \left[\psi_2(\beta) + \frac{G_2}{G_2 + G_1} \psi_1(\beta) \right] e^{-c_2\beta \cos \frac{\theta}{2}} d\beta \right\} d\theta, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \Omega_2(\alpha) = & \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m (2m+1)^2 J_{2m+1}(c_2\alpha) \int_0^{\lambda_1} P_m(\cos\varphi_1) \sin\varphi_1 d\varphi_1 \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{\sqrt{\cos\theta_1 - \cos\varphi_1}} \times \\ & \times \left\{ \delta_2 - \int_0^\infty \left[\psi_2(\beta) - \frac{G_1}{G_1 + G_2} \psi_1(\beta) \right] e^{-c_2\beta \cos \frac{\theta_1}{2}} d\beta \right\} d\theta_1, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} K_1(\alpha, \mu) = & \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1)^2 J_{2n+1}(c_1\alpha) \int_0^\lambda P_n(\cos\varphi) \sin\varphi d\varphi \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta - \cos\varphi}} \times \\ & \times \int_0^\infty \left\{ \frac{2}{\pi} \frac{G_1}{G_1 + G_2} \frac{\mu}{\beta(\mu^2 + \beta^2)} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{d^2}{\beta} \frac{G_2}{G_1 + G_2} \sum_{q=0}^{\infty} (-1)^q (2q+1)^2 J_{2q+1}(\beta d) \times \right. \\ & \times \left. \int_0^{\lambda_2} P_q(\cos\varphi_2) \sin\varphi_2 d\varphi_2 \int_0^{\varphi_2} \frac{\mu}{\sqrt{\cos\theta_2 - \cos\varphi_2}} \left[e^{-\mu d \cos \frac{\theta_2}{2}} e^{-\mu d} \right] d\theta_2 e^{-c_1\beta \cos \frac{\theta}{2}} d\beta \right\}, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} K_2(\alpha, \mu) = & \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1)^2 J_{2n+1}(c\alpha) \int_0^\lambda P_n(\cos\varphi) \sin\varphi d\varphi \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta - \cos\varphi}} \times \\ & \times \int_0^\infty \left\{ \frac{2}{\pi} \frac{G_2}{G_1 + G_2} \frac{\mu}{\beta(\mu^2 + \beta^2)} + \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{d^2}{\beta} \frac{G_2}{G_1 + G_2} \sum_{q=0}^{\infty} (-1)^q (2q+1)^2 J_{2q+1}(\beta d) \times \right. \\ & \times \left. \int_0^{\lambda_1} P_q(\cos\varphi_2) \sin\varphi_2 d\varphi_2 \int_0^{\varphi_2} \frac{\mu}{\sqrt{\cos\theta_2 - \cos\varphi_2}} \left[e^{\mu d \cos \frac{\theta_2}{2}} e^{-\mu d} \right] d\theta_2 e^{-c_1\beta \cos \frac{\theta}{2}} d\beta \right\}, \end{aligned} \quad (34)$$

$$K_3(\alpha, \mu) = -\frac{1}{\pi\sqrt{2}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m (2m+1) J_{2m+1}(c_2 \alpha) \int_0^{\lambda_1} P_m(\cos \varphi_1) \sin \varphi_1 d\varphi_1 \int_0^{\varphi_1} \frac{d\theta_1}{\sqrt{\cos \theta_1 - \cos \varphi_1}} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \left\{ \frac{2}{\pi} \frac{G_1}{G_1 + G_2} \frac{\mu}{\beta(\mu^2 + \beta^2)} + \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{d^2}{\beta} \frac{G_1}{G_1 + G_2} \sum_{q=0}^{\infty} (-1)^q (2q+1)^2 J_{2q+1}(\beta d) \times \right.$$

$$\times \int_0^{\varphi_2} \frac{\mu}{\sqrt{\cos \theta_2 - \cos \varphi_2}} \left[e^{\frac{\mu d \cos \theta_2}{2}} e^{-\mu d} \right] d\theta_2 e^{-c_1 \beta \cos \frac{\theta_2}{2}} d\beta, \quad (35)$$

$$K_4(\alpha, \mu) = -\frac{1}{\pi\sqrt{2}} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m (2m+1) J_{2m+1}(c_2 \alpha) \int_0^{\lambda_1} P_m(\cos \varphi_1) \sin \varphi_1 d\varphi_1 \int_0^{\varphi_1} \frac{d\theta_1}{\sqrt{\cos \theta_1 - \cos \varphi_1}} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \left\{ \frac{2}{\pi} \frac{G_2}{G_1 + G_2} \frac{\mu}{\beta(\mu^2 + \beta^2)} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{d^2}{\beta} \frac{G_2}{G_1 + G_2} \sum_{q=0}^{\infty} (-1)^q (2q+1)^2 J_{2q+1}(\beta d) \times \right. \quad (36)$$

$$\times \int_0^{\lambda_2} P_q(\cos \varphi_2) \sin \varphi_2 d\varphi_2 \int_0^{\varphi_2} \frac{\mu}{\sqrt{\cos \theta_2 - \cos \varphi_2}} \left[e^{\frac{\mu d \cos \theta_2}{2}} e^{-\mu d} \right] d\theta_2 e^{-c_1 \beta \cos \frac{\theta_2}{2}} d\beta.$$

Исходя из (2), (5) и асимптотического разложения функций Бесселя для больших α ,

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \Omega_1(\alpha) = 0; \quad \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \Omega_2(\alpha) = 0 \quad \text{и} \quad \int_0^{\infty} K_1(\alpha, \mu) d\mu + \int_0^{\infty} K_2(\alpha, \mu) d\mu < 1,$$

$$\int_0^{\infty} K_3(\alpha, \mu) d\mu + \int_0^{\infty} K_4(\alpha, \mu) d\mu < 1. \quad (37)$$

Доказав разрешимость системы (30) и решая ее далее по формулам (29), (28), (27), (25), (22), (13), можно определить все искомые функции. Перемещения и напряжения по известным формулам (3) и (1), будут определены в любой точке полупространства. В частности, напряжения вне разреза на линии раздела материалов определяются по формулам:

$$\tau_{\alpha}^{(1)}(x_0) = -\frac{G_1}{G_1 + G_2} \frac{1}{\sqrt{d^2 - x^2}} \sum_{q=0}^{\infty} C_q \cos \left[(2q+1) \arcsin \frac{x}{d} \right] - \frac{2}{\pi} \frac{G_1}{G_1 + G_2},$$

$$\left\{ f(x) + \int_0^{\infty} [G_1 B(\alpha) + G_2 D(\alpha)] e^{-\alpha x} d\alpha \right\} + G_1 \int_0^{\infty} B(\alpha) e^{-\alpha x} d\alpha, \quad (0 < x < a).$$

$$\tau_{zy}^{(1)}(x_1, 0) = -\frac{G_1}{G_1 + G_2} \frac{1}{\sqrt{x^2 - d^2}} \sum_{q=0}^{\infty} \frac{C_q d^{(2q+1)} \sin \frac{2q+1}{2} \pi}{\left[x + \sqrt{x^2 - d^2}\right]^{2q+1}} - \quad (38)$$

$$\frac{2}{\pi} \frac{G_1}{G_1 + G_2} \left\{ f(x) + \int_0^{\infty} [G_1 B(\alpha) + G_2 D(\alpha)] e^{-\alpha x} d\alpha \right\} + G_1 \int_0^{\infty} B(\alpha) e^{-\alpha x} d\alpha, \quad (d < x < \infty),$$

Коэффициенты интенсивности напряжения, соответственно, имеют вид:

$$K_{III} = -\frac{G_1}{G_1 + G_2} \sum_{q=0}^{\infty} C_q^* \cos \left[(2q+1) \arcsin \frac{a}{d} \right]; \quad K_{III} = -\frac{G_1}{G_1 + G_2} \sum_{q=0}^{\infty} C_q^* \sin \frac{2q+1}{2} \pi. \quad (39)$$

Приравнявая значения коэффициентов интенсивности напряжений (39) к критическому значению материала ($K_{III} = K_c$) по теории хрупкого разрушения (6), получаем выражение, которое определяет распространение трещины.

Институт механики НАН Армении

Վ. Ս. ՏՈՆՈՅԱՆ, Ն. Ս. ՄԵԼԿՈՒՄՅԱՆ

Ներքին ուղղաձիգ վերջավոր ճեղքով առաձգական բաղադրյալ կիսատարածության համար հսկահարթ կոնտակտային խնդիր

Դիտարկված է ներքին ուղղաձիգ վերջավոր ճեղքով առաձգական բաղադրյալ կիսատարածության համար հակահարթ կոնտակտային խնդիր: Կիսատարածությունը բաղկացած է հրկու տարբեր առաձգական հատկություններով համասեռ իզոտրոպ քառորդ տարածություններից: Նյութերի բաժանման գիծը ուղղահայաց է կիսատարածության եզրին և իր երկայնքով ունի ներքին վերջավոր ճեղք: Կիսատարածության եզրի վրա ճեղքի երկու կողմերում ամրացված են ոչ սիմետրիկ դասավորված կամայական հիմքերով երկու դրոշմներ: Ենթադրվում է, որ շտամպի և ճեղքի ափերի վրա ազդում են այնպիսի ուժեր, որոնք ստեղծում են հակահարթ դեֆորմացիոն վիճակ: Խնդիրը լուծված է Ֆուլյրեի մեթոդով: Լուծումը փնտրված է Ֆուլյրեի երկու ինտեգրալների գումարի տեսքով: Բավարարելով եզրային և կոնտակտային պայմաններին, խնդրի լուծումը սկզբում բերվել է «եռակի» ինտեգրալ հավասարումների համակարգի, իսկ հետագայում Ֆրեդհոլմի տիպի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարումների համակարգի լուծմանը: Ցույց է տրված այդ համակարգի լուծելիությունը: Ստացված են անայիտիկ բանաձևեր կոնտակտային լարումների և նրանց ինտենսիվության գործակիցների համար:

ЛИТЕРАТУРА -ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В.Новацкий, Теория упругости, М., Мир, 1975. ² В.С.Тоноян, ДАН Арм.ССР, т.37, №3, с.121-124 (1963). ³ И.С.Градштейн, И.М.Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М., Наука, 1971. ⁴ А.А.Баблоян, ДАН Арм.ССР, т.39, №3, с.149-157 (1964). ⁵ В.С.Тоноян, С.А.Мелкумян, ДАН Арм.ССР, т.64, №2, с.122-127 (1977). ⁶ Г.П.Черепанов, Механика хрупкого разрушения, М., Наука, 1974.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.3

А. Г. Саркисян

О напряженно-деформированном состоянии анизотропной
трехслойной полосы

(Представлено академиком НАН Армении Л.А. Агаловяном 19/V 1997)

1. Рассматривается вопрос определения напряженно-деформированного состояния анизотропной трехслойной полосы длины l и ширины $2h$ ($h \ll l$), верхний и нижний слои которого одинаковы и имеют толщину h_1 и коэффициенты упругости $a_{ij}^{(1)}$, а средний слой имеет толщину $2h_2$ и коэффициенты упругости $a_{ij}^{(2)}$. Предполагается, что на лицевых поверхностях полосы заданы компоненты тензора напряжений

$$\sigma_{xy} = \pm \frac{l}{h} q_x^\pm(x), \quad \sigma_y = \pm q_y^\pm(x) \quad \text{при } y = \pm h, \quad (1.1)$$

а на торцах могут быть заданы различные условия краевых задач теории упругости (рис.1).

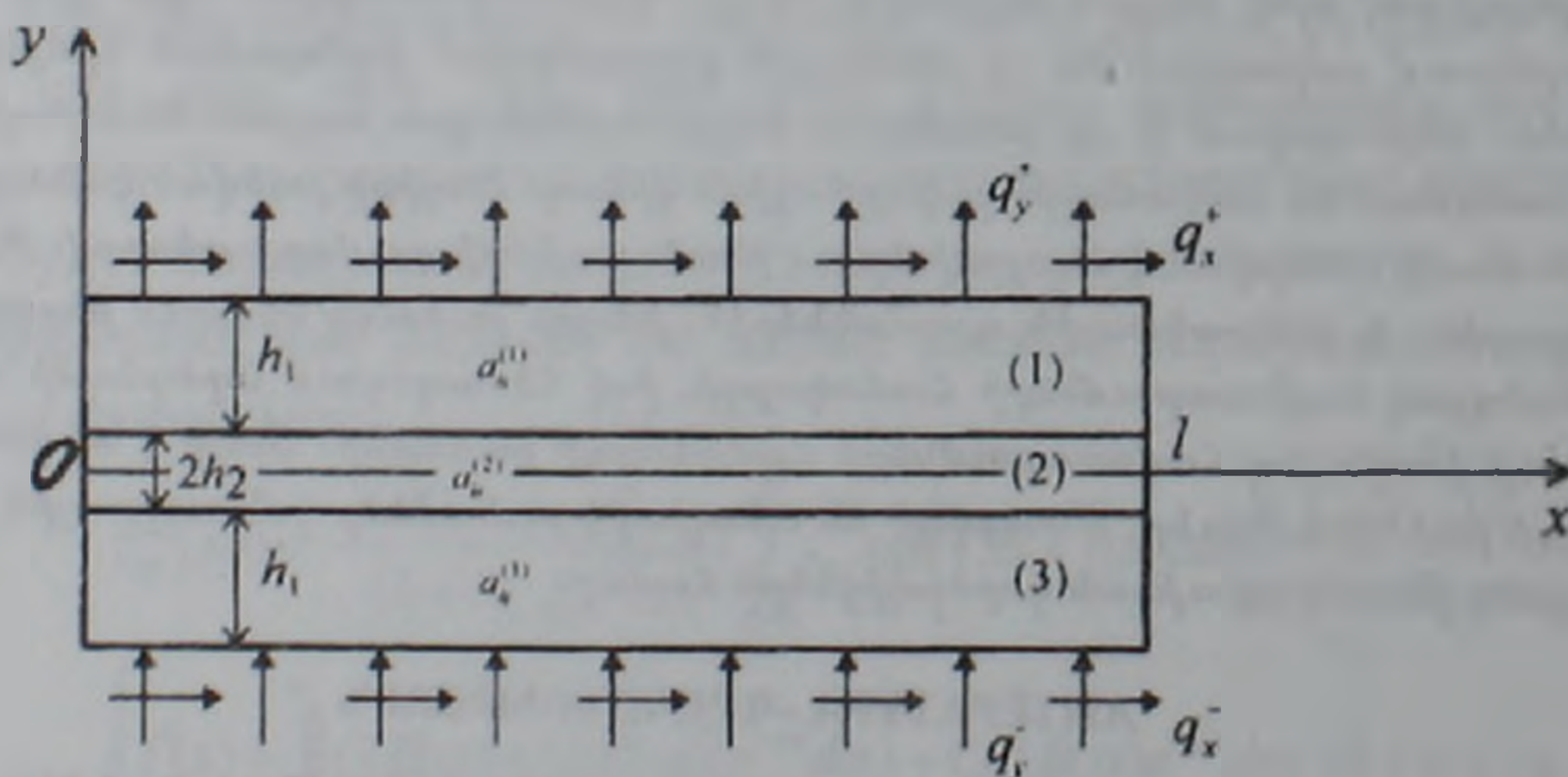


Рис.1

Для решения задачи введем безразмерные координаты и компоненты вектора перемещения $\xi = x/l$, $\zeta = y/h$, $U_k = u_k/l$, $V_k = v_k/l$, а

также малый параметр $\varepsilon = h/l$. Здесь k — номер слоя, u_k и v_k — компоненты вектора перемещения в соответствующем слое.

Задача решается асимптотическим методом. Имеем сингулярно возмущенную относительно малого параметра ε систему уравнений теории упругости для каждого слоя. Как известно, решение такой системы состоит из внутреннего решения и решения типа погранслоя (1.4). Решение внутренней задачи ищется в виде (1.2)

$$\begin{aligned} \sigma_{xk} &= \varepsilon^{-2+s} \sigma_{xk}^{(s)}, \quad \sigma_{xyk} = \varepsilon^{-1+s} \sigma_{xyk}^{(s)}, \quad \sigma_{yk} = \varepsilon^s \sigma_{yk}^{(s)}, \\ U_k &= \varepsilon^{-2+s} U_k^{(s)}, \quad V_k = \varepsilon^{-3+s} V_k^{(s)}, \quad s = \overline{0, N}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

После подстановки (1.2) в основные уравнения теории упругости и приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях ε получим систему дифференциальных уравнений относительно коэффициентов представления (1.2), интегрируя которую, для определения компонентов тензора напряжений и безразмерных перемещений будем иметь рекуррентные формулы

$$\begin{aligned} V_k^{(s)} &= v_k^{(s)}(\xi) + v_k^{*(s)}(\xi, \zeta), \quad U_k^{(s)} = -\frac{dv_k^{(s)}}{d\xi} \zeta + u_k^{(s)}(\xi) + u_k^{*(s)}(\xi, \zeta), \\ \sigma_{xk}^{(s)} &= \frac{1}{a_{11}^{(k)}} \left(-\frac{d^2 v_k^{(s)}}{d\xi^2} \zeta + \frac{du_k^{(s)}}{d\xi} \right) + \sigma_{xk}^{*(s)}(\xi, \zeta), \\ \sigma_{xyk}^{(s)} &= \sigma_{xyk0}^{(s)}(\xi) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a_{11}^{(k)}} \cdot \frac{d^3 v_k^{(s)}}{d\xi^3} \zeta^2 - \frac{1}{a_{11}^{(k)}} \cdot \frac{d^2 u_k^{(s)}}{d\xi^2} \zeta + \sigma_{xyk}^{*(s)}(\xi, \zeta), \\ \sigma_{yk}^{(s)} &= \sigma_{yk0}^{(s)}(\xi) - \frac{d\sigma_{xyk0}^{(s)}}{d\xi} \zeta - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{a_{11}^{(k)}} \cdot \frac{d^4 v_k^{(s)}}{d\xi^4} \zeta^3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a_{11}^{(k)}} \cdot \frac{d^3 u_k^{(s)}}{d\xi^3} \zeta^2 + \sigma_{yk}^{*(s)}(\xi, \zeta), \end{aligned} \quad (1.3)$$

где

$$\begin{aligned} v_k^{*(s)} &= \int_0^\zeta \left(a_{12}^{(k)} \sigma_{xk}^{(s-2)} + a_{22}^{(k)} \sigma_{yk}^{(s-4)} + a_{26}^{(k)} \sigma_{xyk}^{(s-3)} \right) d\zeta, \\ u_k^{*(s)} &= \int_0^\zeta \left(a_{16}^{(k)} \sigma_{xk}^{(s-1)} + a_{26}^{(k)} \sigma_{yk}^{(s-3)} + a_{66}^{(k)} \sigma_{xyk}^{(s-2)} - \frac{\partial v_k^{(s)}}{\partial \xi} \right) d\zeta, \\ \sigma_{xk}^{*(s)} &= \frac{1}{a_{11}^{(k)}} \left(-a_{12}^{(k)} \sigma_{yk}^{(s-3)} - a_{16}^{(k)} \sigma_{xyk}^{(s-1)} + \frac{\partial u_k^{(s)}}{\partial \xi} \right), \\ \sigma_{xyk}^{*(s)} &= -\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\int_0^\zeta \sigma_{xk}^{*(s)} d\zeta \right), \quad \sigma_{yk}^{*(s)} = -\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\int_0^\zeta \sigma_{xyk}^{*(s)} d\zeta \right), \end{aligned} \quad (1.4)$$

$Q^{(s)} = 0$ при $s < 0$ (Q – любое из напряжений и безразмерных перемещений), $k=1$ для $\zeta_0 \leq \zeta \leq 1$, $k=2$ для $-\zeta_0 \leq \zeta \leq \zeta_0$ и $k=3$ для $-1 \leq \zeta \leq -\zeta_0$ ($\zeta_0 = h_2 / h$), $a_{ij}^{(1)} = a_{ij}^{(3)}$.

$u_k^{(s)}$, $v_k^{(s)}$, $\sigma_{xyk0}^{(s)}$, $\sigma_{y2k0}^{(s)}$ – 12 неизвестных функций от ξ , определяемых из граничных условий (1.1) и условий контакта слоев

$$u_1 = u_2, v_1 = v_2, \sigma_{xy1} = \sigma_{xy2}, \sigma_{y1} = \sigma_{y2} \text{ при } y = h_2, \quad (1.5)$$

$$u_2 = u_3, v_2 = v_3, \sigma_{xy2} = \sigma_{xy3}, \sigma_{y2} = \sigma_{y3} \text{ при } y = -h_2. \quad (1.6)$$

После удовлетворения условиям (1.1), (1.5), (1.6) все величины выражаются через функции $u_2^{(s)}$ и $v_2^{(s)}$:

$$\begin{aligned} u_1^{(s)} &= u_2^{(s)} + \zeta_0 \frac{dV^{+(s)}}{d\xi} + U^{+(s)}, \quad v_1^{(s)} = v_2^{(s)} + V^{+(s)}, \\ u_3^{(s)} &= u_2^{(s)} - \zeta_0 \frac{dV^{-(s)}}{d\xi} + U^{-(s)}, \quad v_3^{(s)} = v_2^{(s)} + V^{-(s)}, \\ \sigma_{xy10}^{(s)} &= q_x^{+(s)} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^3 v_2^{(s)}}{d\xi^3} + \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^2 u_2^{(s)}}{d\xi^2} - \frac{1}{2} (1 - 2\zeta_0) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^3 V^{+(s)}}{d\xi^3} + \\ &+ \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^2 U^{+(s)}}{d\xi^2} - \sigma_{xy1}^{*(s)}(\zeta = 1), \\ \sigma_{y10}^{(s)} &= q_y^{+(s)} + \frac{dq_x^{+(s)}}{d\xi} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^4 v_2^{(s)}}{d\xi^4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^3 u_2^{(s)}}{d\xi^3} - \\ &- \frac{1}{6} (2 - 3\zeta_0) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^4 V^{+(s)}}{d\xi^4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^3 U^{+(s)}}{d\xi^3} - \frac{d}{d\xi} \left(\sigma_{xy1}^{*(s)}(\zeta = 1) \right) - \sigma_{y1}^{*(s)}(\zeta = 1), \\ \sigma_{xy20}^{(s)} &= \frac{1}{2} \left(q_x^{+(s)} - q_x^{-(s)} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \zeta_0^2}{a_{11}^{(1)}} + \frac{\zeta_0^2}{a_{11}^{(2)}} \right) \frac{d^3 v_2^{(s)}}{d\xi^3} - \frac{1}{4} (1 - \zeta_0)^2 \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \\ &\cdot \frac{d^3}{d\xi^3} \left(V^{+(s)} + V^{-(s)} \right) + \frac{1}{2} (1 - \zeta_0) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^2}{d\xi^2} \left(U^{+(s)} + U^{-(s)} \right) - \\ &- \frac{1}{2} \left[\sigma_{xy1}^{*(s)}(\zeta = 1) - \sigma_{xy1}^{*(s)}(\zeta = \zeta_0) + \sigma_{xy2}^{*(s)}(\zeta = \zeta_0) + \right. \\ &+ \left. \sigma_{xy2}^{*(s)}(\zeta = -\zeta_0) - \sigma_{xy3}^{*(s)}(\zeta = -\zeta_0) + \sigma_{xy3}^{*(s)}(\zeta = -1) \right], \\ \sigma_{y20}^{(s)} &= \frac{1}{2} \left(q_y^{+(s)} - q_y^{-(s)} \right) + \frac{1}{2} (1 - \zeta_0) \frac{d}{d\xi} \left(q_x^{+(s)} + q_x^{-(s)} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{(1 - \zeta_0)^2}{a_{11}^{(1)}} - \frac{\zeta_0^2}{a_{11}^{(2)}} \right) \frac{d^3 u_2^{(s)}}{d\xi^3} - \frac{1}{6} (1 - \zeta_0)^3 \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \frac{d^4}{d\xi^4} \left(V^{+(s)} - V^{-(s)} \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4}(1-\zeta_0)^2 \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^3}{d\xi^3} (U^{+(s)} + U^{-(s)}) - \frac{1}{2}(1-\zeta_0) \frac{d}{d\xi} [\sigma_{xy1}^{*(s)}(\zeta=1) - \\
& - \sigma_{xy3}^{*(s)}(\zeta=-1)] - \frac{1}{2} [\sigma_{y1}^{*(s)}(\zeta=1) - \sigma_{y1}^{*(s)}(\zeta=\zeta_0) + \sigma_{y2}^{*(s)}(\zeta=\zeta_0) + \\
& + \sigma_{y2}^{*(s)}(\zeta=-\zeta_0) - \sigma_{y3}^{*(s)}(\zeta=-\zeta_0) + \sigma_{y3}^{*(s)}(\zeta=-1)], \quad (1.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{xy30}^{(s)} = & -q_x^{-(s)} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^3 v_2^{(s)}}{d\xi^3} - \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^2 u_2^{(s)}}{d\xi^2} \cdot \frac{1}{2}(1-2\zeta_0) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^3 V^{-(s)}}{d\xi^3} - \\
& - \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^2 U^{-(s)}}{d\xi^2} - \sigma_{xy3}^{*(s)}(\zeta=-1),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{y30}^{(s)} = & -q_y^{-(s)} + \frac{dq_x^{-(s)}}{d\xi} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^4 v_2^{(s)}}{d\xi^4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^3 u_2^{(s)}}{d\xi^3} + \frac{1}{6}(2-3\zeta_0) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \\
& \cdot \frac{d^4 V^{-(s)}}{d\xi^4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^3 U^{-(s)}}{d\xi^3} + \frac{d}{d\xi} (\sigma_{xy3}^{*(s)}(\zeta=-1)) - \sigma_{y3}^{*(s)}(\zeta=-1),
\end{aligned}$$

где

$$U^{+(s)} = u_2^{*(s)}(\zeta=\zeta_0) - u_1^{*(s)}(\zeta=\zeta_0), \quad U^{-(s)} = u_2^{*(s)}(\zeta=-\zeta_0) - u_3^{*(s)}(\zeta=-\zeta_0),$$

$$V^{+(s)} = v_2^{*(s)}(\zeta=\zeta_0) - v_1^{*(s)}(\zeta=\zeta_0), \quad V^{-(s)} = v_2^{*(s)}(\zeta=-\zeta_0) - v_3^{*(s)}(\zeta=-\zeta_0),$$

$$q_x^{\pm(0)} = q_x^{\pm}, \quad q_y^{\pm(0)} = q_y^{\pm}, \quad q_x^{\pm(s)} = q_y^{\pm(s)} = 0, \quad s \neq 0,$$

а для определения $u_2^{(s)}$ и $v_2^{(s)}$ получаются следующие уравнения:

$$2 \left(\frac{1-\zeta_0}{a_{11}^{(1)}} + \frac{\zeta_0}{a_{11}^{(2)}} \right) \frac{d^2 u_2^{(s)}}{d\xi^2} = F_1^{(s)}, \quad \frac{2}{3} \left(\frac{1-\zeta_0^3}{a_{11}^{(1)}} + \frac{\zeta_0^3}{a_{11}^{(2)}} \right) \frac{d^4 v_2^{(s)}}{d\xi^4} = F_2^{(s)}, \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned}
F_1^{(s)}(\xi) = & - (q_x^{+(s)} + q_x^{-(s)}) + \frac{1}{2}(1-\zeta_0)^2 \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^3}{d\xi^3} (V^{+(s)} - V^{-(s)}) - \\
& - (1-\zeta_0) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^2}{d\xi^2} (U^{+(s)} + U^{-(s)}) + \sigma_{y1}^{*(s)}(\zeta=1) - \sigma_{y1}^{*(s)}(\zeta=\zeta_0) + \sigma_{y2}^{*(s)}(\zeta=\zeta_0) - \\
& - \sigma_{y2}^{*(s)}(\zeta=-\zeta_0) + \sigma_{y3}^{*(s)}(\zeta=-\zeta_0) - \sigma_{y3}^{*(s)}(\zeta=-1),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_2^{(s)}(\xi) = & q_y^{+(s)} + q_y^{-(s)} + \frac{d}{d\xi} (q_x^{+(s)} - q_x^{-(s)}) - \frac{1}{6}(1-\zeta_0)^2 (2+\zeta_0) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \times \\
& \times \frac{d^4}{d\xi^4} (V^{+(s)} - V^{-(s)}) + \frac{1}{2}(1-\zeta_0^2) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \cdot \frac{d^3}{d\xi^3} (U^{+(s)} - U^{-(s)}) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\zeta_0 \frac{d}{d\xi} [\sigma_{xy2}^{*(s)}(\zeta = \zeta_0) - \sigma_{xy1}^{*(s)}(\zeta = \zeta_0) + \sigma_{xy2}^{*(s)}(\zeta = -\zeta_0) - \sigma_{xy3}^{*(s)}(\zeta = -\zeta_0)] - \\
& - \frac{d}{d\xi} [\sigma_{xy1}^{*(s)}(\zeta = 1) + \sigma_{xy3}^{*(s)}(\zeta = -1)] - [\sigma_{y1}^{*(s)}(\zeta = 1) - \sigma_{y1}^{*(s)}(\zeta = \zeta_0) + \\
& + \sigma_{y2}^{*(s)}(\zeta = \zeta_0) - \sigma_{y2}^{*(s)}(\zeta = -\zeta_0) + \sigma_{y3}^{*(s)}(\zeta = -\zeta_0) - \sigma_{y3}^{*(s)}(\zeta = -1)] .
\end{aligned}$$

Произвольные постоянные, появляющиеся при интегрировании уравнений (1.8), определяются из условий на торцах $\xi = 0$ и $\xi = 1$. При определении внутреннего напряженно-деформированного состояния этим условиям можно удовлетворить в интегральной форме.

Из полученного общего решения, варьируя толщинами слоев и упругими характеристиками, можно получить решения для тонких прослоек и тонких включений.

2. В качестве приложения полученных результатов рассмотрим две задачи.

1. Трехслойная балка заделана одним концом, а средний слой растягивается силой P (рис.2).

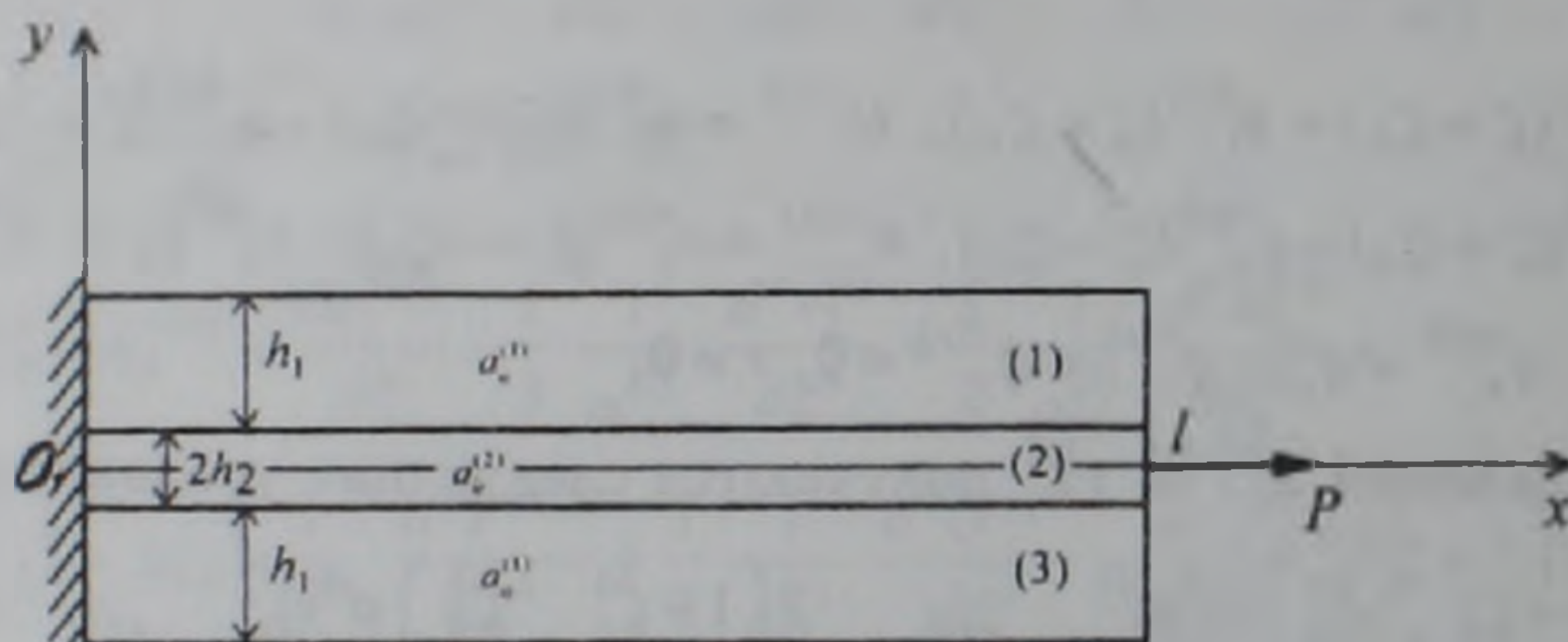


Рис.2

Для определения компонентов тензора напряжений и вектора перемещения для каждого слоя используем решение системы (1.8) и соотношения (1.3), (1.4) и (1.7). Постоянные интегрирования, характеризующие жесткое смещение, определяем из условий закрепления центра сечения $x=0$ и отсутствия вращения вокруг оси, проходящей через эту точку перпендикулярно к плоскости полосы:

$$u_2(0,0) = 0, v_2(0,0) = 0, \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) \bigg|_{\substack{x=0 \\ y=0}} = 0.$$

Остальные же постоянные определяем из записанных в интегральной форме условий на торце $x=l$, что основывается на очень важном свойстве решения пограничного слоя о самоуравновешенности по

высоте полосы напряжений погранслоя $\sigma_{xp}, \sigma_{xyp}$ в произвольном сечении $x = x_k$ (2.4):

$$\int_{-(h_1+h_2)}^{h_1+h_2} \sigma_{xp} dy = 0, \quad \int_{-(h_1+h_2)}^{h_1+h_2} y \sigma_{xp} dy = 0, \quad \int_{-(h_1+h_2)}^{h_1+h_2} \sigma_{xyp} dy = 0.$$

Отметим, что приближения $s=0,1,2$ дают точное решение:

$$\sigma_{x1} = \frac{P}{2h} \cdot \frac{B}{a_{11}^{(1)}}, \quad \sigma_{xy1} = 0, \quad \sigma_{y1} = 0, \quad (h_2 \leq y \leq h_1 + h_2)$$

$$u_1 = \frac{P}{2h} Bx + \frac{P}{4h} B \left[2(y - h_2) \frac{a_{16}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} - (y - 2h_2) \frac{a_{16}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} \right], \quad (2.1)$$

$$v_1 = \frac{P}{4h} Bx \frac{a_{16}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} + \frac{P}{2h} B \left[(y - h_2) \frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} + h_2 \frac{a_{12}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} \right],$$

$$\sigma_{x2} = \frac{P}{2h} \cdot \frac{B}{a_{11}^{(2)}}, \quad \sigma_{xy2} = 0, \quad \sigma_{y2} = 0, \quad (-h_2 \leq y \leq h_2)$$

$$u_2 = \frac{P}{2h} Bx + \frac{P}{4h} By \frac{a_{16}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}}, \quad (2.2)$$

$$v_2 = \frac{P}{4h} Bx \frac{a_{16}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} + \frac{P}{2h} By \frac{a_{12}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}},$$

$$\sigma_{x3} = \frac{P}{2h} \cdot \frac{B}{a_{11}^{(1)}}, \quad \sigma_{xy3} = 0, \quad \sigma_{y3} = 0, \quad (-(h_1 + h_2) \leq y \leq -h_2)$$

$$u_3 = \frac{P}{2h} Bx + \frac{P}{4h} B \left[2(y + h_2) \frac{a_{16}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} - (y + 2h_2) \frac{a_{16}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} \right], \quad (2.3)$$

$$v_3 = \frac{P}{4h} Bx \frac{a_{16}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} + \frac{P}{2h} B \left[(y + h_2) \frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} - h_2 \frac{a_{12}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} \right].$$

Здесь $B = \left(\frac{1 - \zeta_0}{a_{11}^{(1)}} + \frac{\zeta_0}{a_{11}^{(2)}} \right)^{-1}$, $\zeta_0 = h_2 / h$, $h = h_1 + h_2$.

Решение (2.1)-(2.3) является точным решением поставленной задачи вне зоны влияния решений погранслоя. Оно удовлетворяет всем уравнениям теории упругости (уравнения равновесия, соотношения состояния — обобщенный закон Гука, соотношения деформации-перемещения), граничным условиям при $y = \pm h$ и условиям контакта слоев (1.5) и (1.6). Условия же при $x=l$ удовлетворяются интегрально.

Из (2.1) видно, что отлично от нуля только нормальное напряжение σ_x , постоянное для каждого слоя. Согласно формулам (2.1)-(2.3),

$$\frac{\sigma_{x1}}{\sigma_{x2}} = \frac{a_{12}^{(2)}}{a_{11}^{(1)}}, \quad \sigma_{x3} = \sigma_{x1}.$$

В частности, если материалом первого и третьего слоев является сталь ($E_{ст} = 1,96078 \cdot 10^{11}$ Па), а среднего слоя — эпоксид ($E_{эп} = 2,94118 \cdot 10^9$ Па), то

$$\frac{\sigma_{x1}}{\sigma_{x2}} = \frac{E_{ст}}{E_{эп}} = 66,7.$$

На рис.3 приведено распределение напряжений по толщине для трехслойной полосы.

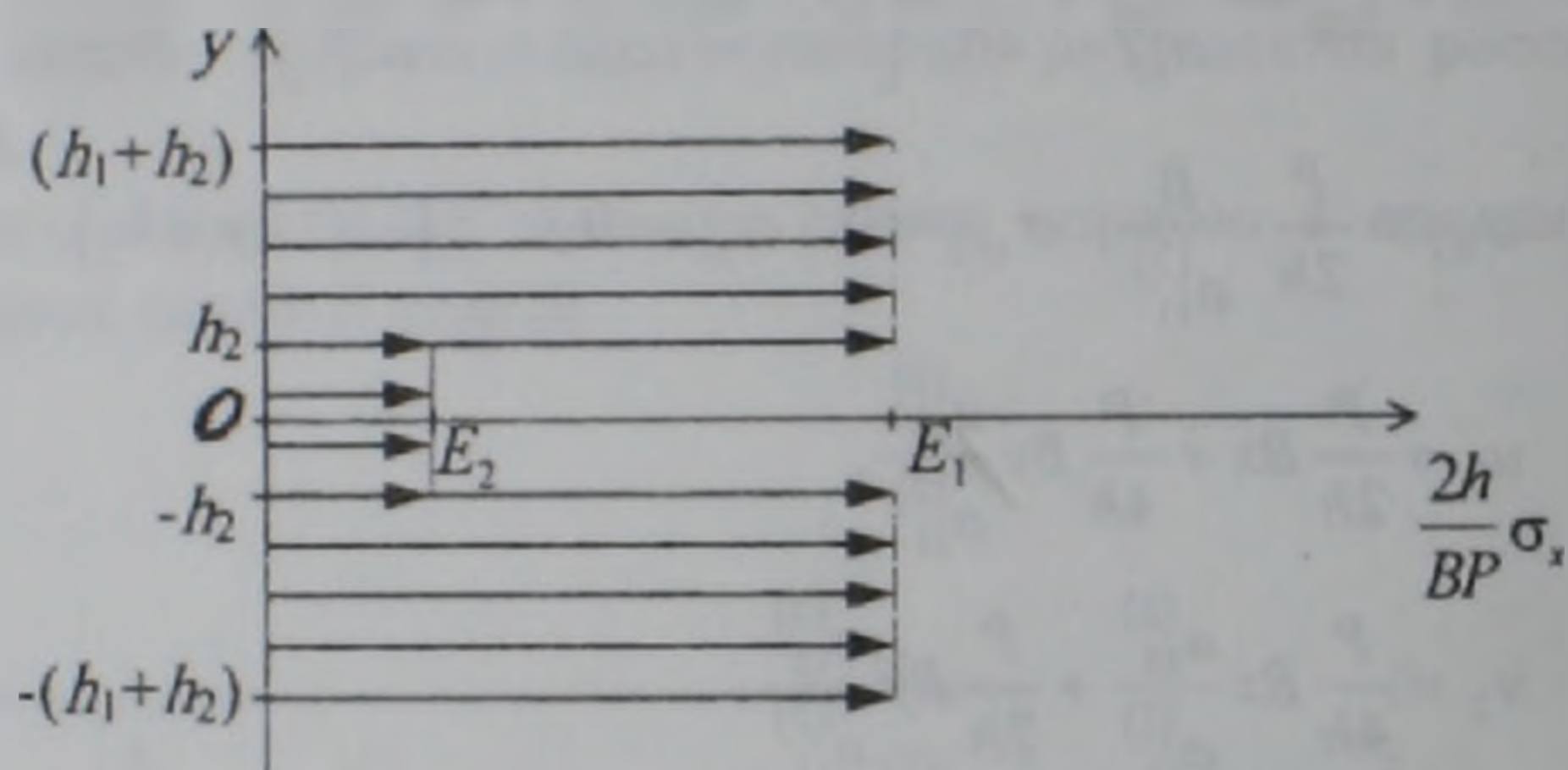


Рис.3

В рассмотренной задаче тангенциальное напряжение отсутствует. Оно отсутствует и тогда, когда имеем двухслойную полосу с тонкой прослойкой, растягиваемой силой Р. Полученный результат интересен тем, что в известных моделях контактных задач для полос с тонкими прослойками предполагается наличие контактных тангенциальных напряжений, под действием которых прослойка растягивается, ведя себя как обыкновенный стержень (6,7). Из полученного точного решения внутренней задачи следует, что в действительности картина иная, поскольку касательное напряжение вообще отсутствует. Вблизи торцов же имеется зона погранслоя, где все напряжения практически равноправны (2,5). Таким образом, на основе полученных результатов можно сделать вывод о некорректности модели одноосного напряженного состояния стрингера, где главную роль играют касательные напряжения.

2. Трехслойная балка одним концом заделана, а на лицевую поверхность верхнего слоя действует тангенциальная нагрузка постоянной интенсивности:

$$\sigma_{xy1} = \varepsilon^{-1} q'' = q \quad (q = \text{const}) \quad \text{при } y=h.$$

Во избежание громоздкости приводимых формул рассмотрим случай ортотропных слоев, т.е. примем $a_{16}^{(1)} = a_{26}^{(1)} = a_{16}^{(2)} = a_{26}^{(2)} = 0$.

Приближения $\varepsilon=0,1,2$ дают точное решение. В частности, для напряжений имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{x1} &= \frac{q}{2}(1-\xi)(B_1 + 3B_2\xi) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \varepsilon^{-1} = \frac{q}{2h^2}(1-x)(B_1h + 3B_2y) \frac{1}{a_{11}^{(1)}}, \quad (\zeta_0 \leq \zeta \leq 1) \\ \sigma_{xy1} &= \frac{q}{4} \left[4 - (1-\xi)(2B_1 + 3B_2(1+\xi)) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \right] = \\ &= \frac{q}{4h^2} \left[4h^2 - (h-y)(2B_1h + 3B_2(h+y)) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \right], \quad \sigma_{y1} = 0 \\ \sigma_{x2} &= \frac{q}{2}(1-\xi)(B_1 + 3B_2\xi) \frac{1}{a_{11}^{(2)}} \varepsilon^{-1} = \frac{q}{2h^2}(1-x)(B_1h + 3B_2y) \frac{1}{a_{11}^{(2)}}, \quad (-\zeta_0 \leq \zeta \leq \zeta_0) \\ \sigma_{xy2} &= \frac{q}{4} \left[2 - 3B_2 \left(\frac{1-\zeta_0^2}{a_{11}^{(1)}} + \frac{\zeta_0^2 - \zeta^2}{a_{11}^{(2)}} \right) + 2B_1\xi \frac{1}{a_{11}^{(2)}} \right] = \\ &= \frac{q}{4h^2} \left[2h^2 - 3B_2 \left(\frac{h^2 - h_2^2}{a_{11}^{(1)}} + \frac{h_2^2 - y^2}{a_{11}^{(2)}} \right) + 2B_1hy \frac{1}{a_{11}^{(2)}} \right], \quad \sigma_{y2} = 0 \\ \sigma_{x3} &= \frac{q}{2}(1-\xi)(B_1 + 3B_2\xi) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \varepsilon^{-1} = \frac{q}{2h^2}(1-x)(B_1h + 3B_2y) \frac{1}{a_{11}^{(1)}}, \quad (-1 \leq \zeta \leq -\zeta_0) \\ \sigma_{xy3} &= \frac{q}{4}(1+\xi)(2B_1 - 3B_2(1-\xi)) \frac{1}{a_{11}^{(1)}} = \frac{q}{4h^2}(h+y)(2B_1h - 3B_2(h-y)) \frac{1}{a_{11}^{(1)}}, \quad \sigma_{y3} = 0, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где

$$\begin{aligned} B_1 &= \left(\frac{1-\zeta_0}{a_{11}^{(1)}} + \frac{\zeta_0}{a_{11}^{(2)}} \right)^{-1} = h \left(\frac{h-h_2}{a_{11}^{(1)}} + \frac{h_2}{a_{11}^{(2)}} \right)^{-1}, \\ B_2 &= \left(\frac{1-\zeta_0^3}{a_{11}^{(1)}} + \frac{\zeta_0^3}{a_{11}^{(2)}} \right)^{-1} = h^3 \left(\frac{h^3 - h_2^3}{a_{11}^{(1)}} + \frac{h_2^3}{a_{11}^{(2)}} \right)^{-1}. \end{aligned}$$

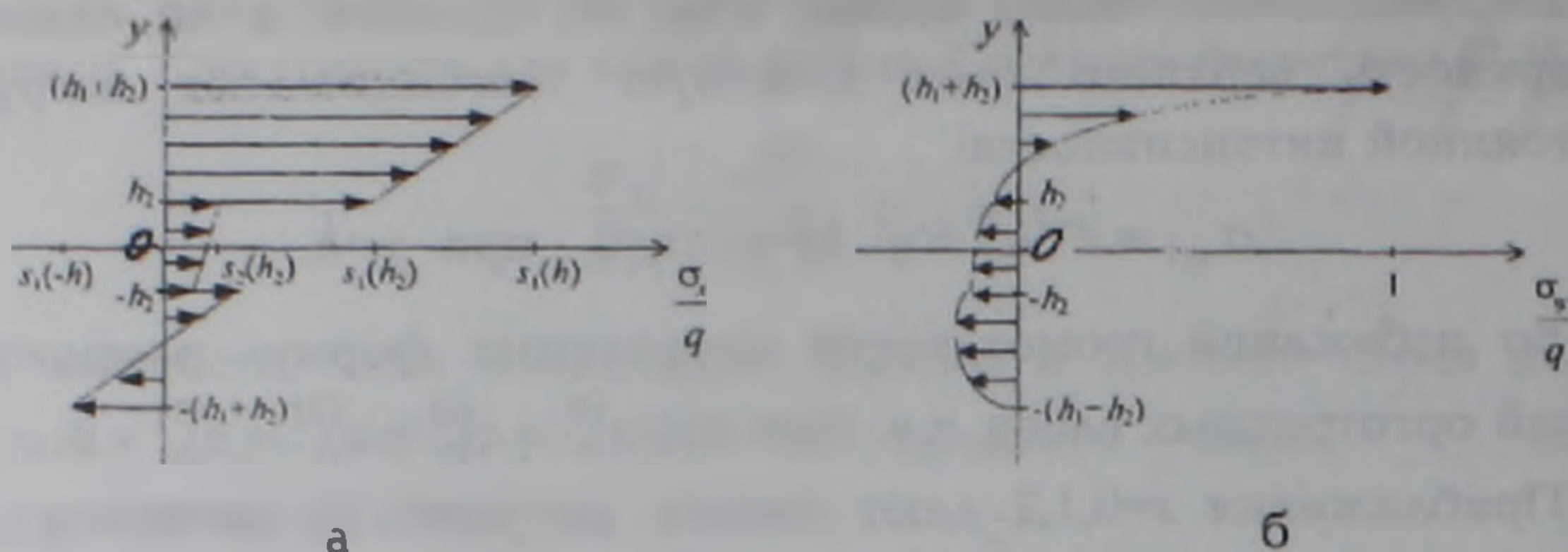


Рис.4

На рис.4 а,б приведены графики напряжений σ_x и σ_{xy} в произвольном сечении $x = x_k \neq l$ ($s_m(y) = (1 - x_k)(B_1 h + 3B_2 y)E_m / (2h^2)$, $m = 1, 2$).

Из решения (2.4) следует, что, если трехслойная полоса загружена на лицевой поверхности тангенциальными силами, то на линиях контакта возникают касательные напряжения, однако они порядком меньше нормального напряжения σ_x .

Автор выражает благодарность академику НАН РА Л.А.Агаловяну за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

Институт механики НАН Армении

Ա. Հ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Անիզոտրոպ եռաշերտի լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակի մասին

Դիտարկված է անիզոտրոպ եռաշերտի լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակի որոշման հարցը. երբ նրա երեսային մակերևույթների վրա տրված են լարման տենզորի բաղադրիչները: Կառուցված է խնդրի ասիմպտոտիկ լուծումը: Ուսումնասիրված է եռաշերտի լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակը տարբեր բեռնավորումների դեպքում: Քննարկված է բարակ ներդրակներով շերտերի մոդելների կիրառելիությունը:

ЛИТЕРАТУРА –ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А.Л.Гольденвейзер, ПММ, т.26, №4 (1962). ² Л.А.Агаловян, Изв. АН Арм.ССР, Механика, т.30, №5 (1977). ³ Л.А.Агаловян, А.М.Хачатрян, Изв. АН Арм.ССР, Механика, т.39, №2 (1986). ⁴ А.Б.Васильев, В.Ф.Бутузов, Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений, М., Наука, 1973. ⁵ А.М.Хачатрян, Изв. АН Арм.ССР, Механика, т.40, №2 (1987). ⁶ E.Melan, Ingenieur Archiv, Bd.3, Heft 2 (1932). ⁷ Р.Муки, Е.Стернберг, Прикл. механика, Тр. Амер. О-ва инженеров-механиков, т.35, сер. Е, №4 (1968).

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 579.842.14:579.252.5:577.352.33] 08.04

А. М. Седракян, Ж. А. Кцоян, Н. Н. Саркисян, К. А. Аракелова,
И. В. Вартересян, академик НАН Армении К. Г. Карагезян

**Спектры мембранных белков плазмидных и бесплазмидных
штаммов *Salmonella derby***

(Представлено 8/VIII 1996)

Плазмидоносительство — существенный фактор изменчивости и эволюции бактерий. Способность генетической информации плазмид расширять адаптивные возможности бактерий приобрела особо важное значение для их выживаемости в условиях повышенной агрессивности окружающей среды вследствие загрязнения ее химическими реагентами, а также целенаправленного создания и массового применения антибактериальных агентов.

Исследование R-фактора pGK101 клеток *Salmonella derby* представляет интерес в связи с множественностью эффектов плазмиды, которая, наряду с формированием лекарственной устойчивости бактерий (1), оказывает влияние на их формообразование и ультраструктуру мембран (2), метаболизм мембранных фосфолипидов (3), УФ-чувствительность и фагочувствительность (4).

Ранее проведенные исследования показали, что многие структурно-функциональные свойства клеток *S. derby*, ассоциированные с R-фактором, обусловлены организацией их клеточных оболочек, что предопределяло интерес к исследованию их структурных компонент. Данная работа посвящена исследованию влияния плазмиды на спектр мембранных белков *S. derby* и их функциональную организацию.

Природный условно-патогенный штамм *S. derby* K89 содержит конъюгативный R-фактор pGK101 длиной около 100 т.п.н. и более короткие плазмидные молекулы, длиной около 22 т.п.н. и менее. В работе использованы производные от клеток дикого типа штаммы: радиочувствительный мутантный штамм *S. derby* K134, содержащий

R-фактор pGK101, и бесплазмидные штаммы *S. derby* K6 и *S. derby* K82.

В качестве питательных сред использовали: мясопептонный бульон, 2 %-ный мясопептонный агар, минимальную среду М-9.

Бактерии выращивали при температуре 37°C до стационарной фазы (20 – 24 ч). Собранные 3-4 г влажных клеток дважды центрифугировали в 10 mM трис-буфере pH 7,4 при 5000 об/мин в течение 30 мин.

Мембраны клеток выделяли по методу Инойе (5). SDS-электрофорез белков проводили по методу Лэммли (6) в двухступенчатом 3- и 10 %-ном полиакриламидном геле. Электрофореграммы сканировали на приборе Ultrascan XI (LKB) при 633 нм.

Концентрацию полипептида в образце характеризовали по площади соответствующего ему пика на кривой сканирования электрофореграммы. Молекулярные веса полипептидов определяли, используя кривую калибровки геля, построенную по данным об относительной миграции в геле SDS-маркеров (Sigma).

Аминокислотный состав мембранных белков бактериальных клеток определяли на аминокислотном анализаторе ААА 339 фирмы "Microtehn" (ЧСФР) после гидролиза препаратов 6 н HCl в течение 24 ч при 105°C.

SDS-электрофорезом в 10%-ном ПААГ получены спектры мембранных белков клеток *S. derby* (рис. 1), белковые профили которых изображены на рис.2.

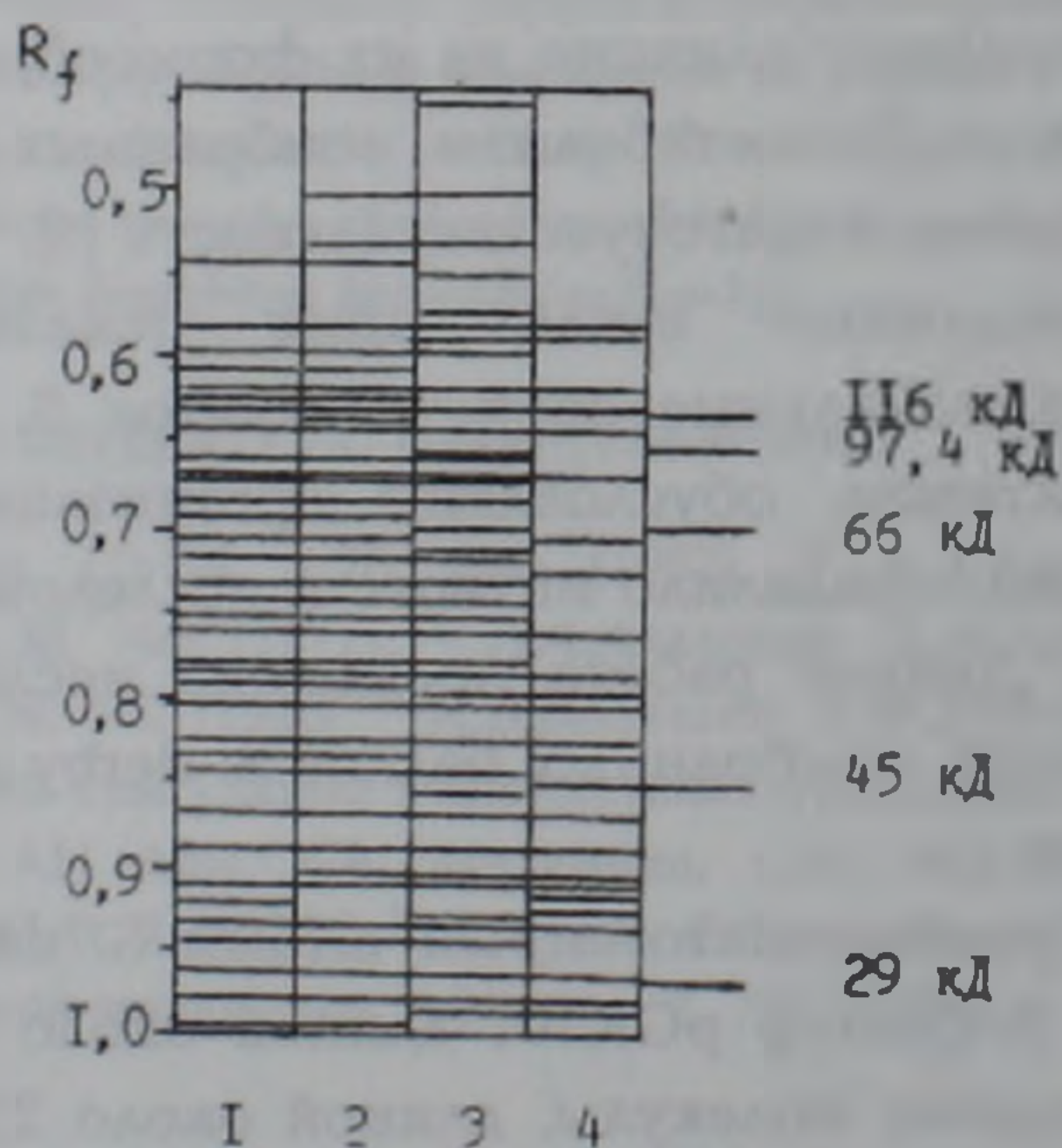


Рис.1. Относительная миграция (R_f) мембранных белков *S. derby* (SDS-электрофорез в 10% ПААГ с последующим окрашиванием в кумасси): 1 – *S. derby* K134; 2 – *S. derby* K89; 3 – *S. derby* K6; 4 – *S. derby* K82

633 нм

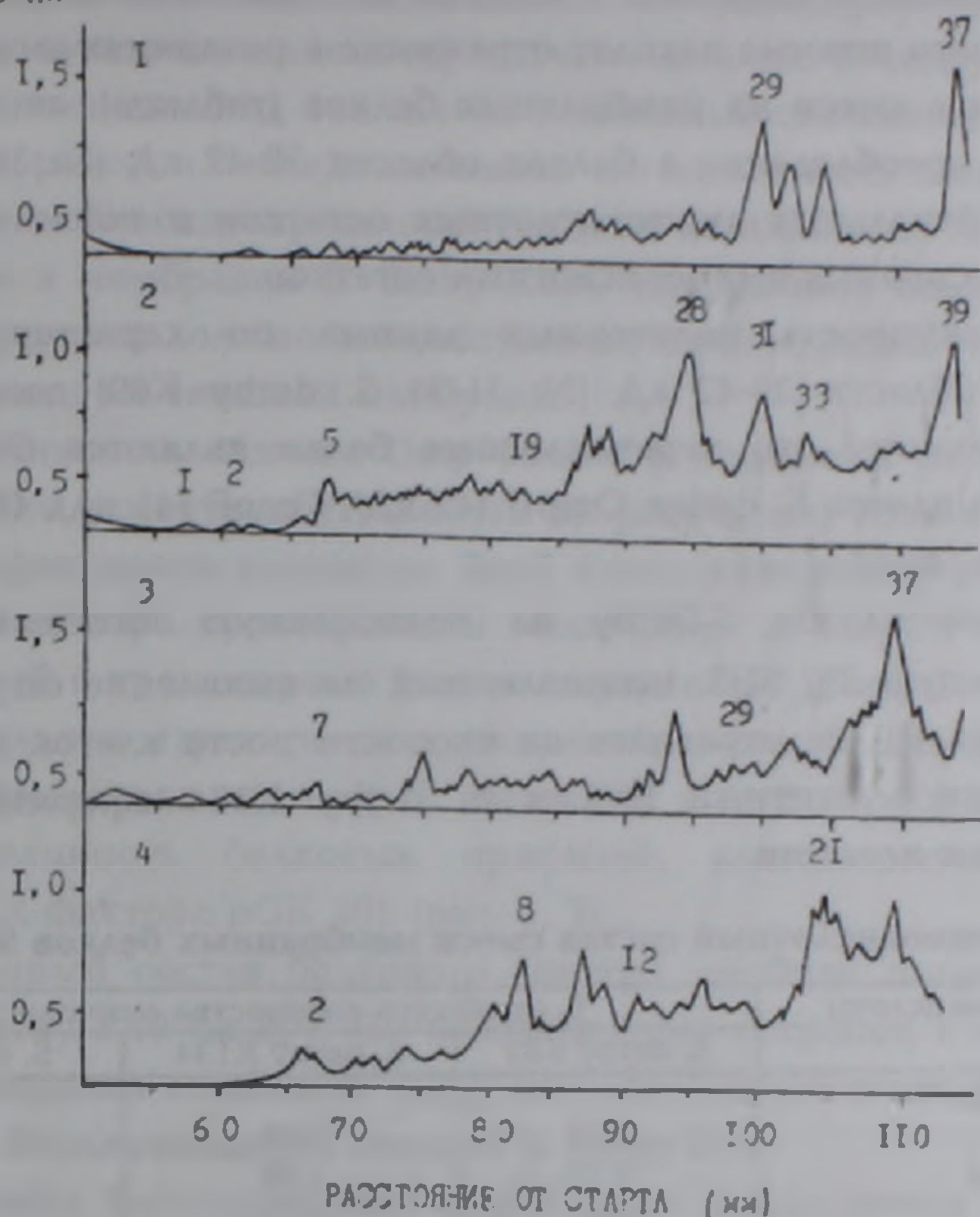


Рис.2. Кривые сканирования электрофореграмм мембранных белков *S. derby*: 1 — *S. derby* K134; 2 — *S. derby* K89; 3 — *S. derby* K6; 4 — *S. derby* K82

Сравнительное исследование белковых спектров плазмидных штаммов *S. derby* выявило их идентичность по качественному составу, за исключением одной полосы, местоположение которой соответствует полипептиду с молекулярной массой около 40 кД. В мембранах бактерий дикого типа *S. derby* K89 белок №33 с молекулярной массой около 40 кД содержится в количестве, составляющем 3,2% от общего количества мембранных белков, тогда как в мембранах штамма *S. derby* K134 белок 40 кД не наблюдается.

Следует отметить различия плазмидных штаммов *S. derby* по концентрациям мембранных белков. Белки мембран *S. derby* K134 с молекулярными массами 39-42 кД (№ 29-31) проявляются конститутивно, при этом их суммарное содержание (30%) почти в два раза превышает их содержание в мембранах штамма дикого типа (17%). Наряду с этим, помимо перечисленных белков, содержание мембранных белков *S. derby* K134 снижено по сравнению с белками клеток дикого типа примерно в 1,9 раза.

Различия в белковых спектрах мембран клеток дикого типа и мутантного штамма находят отражение в различиях аминокислотного состава смеси их мембранных белков (таблица), анализ которых выявил преобладание в белках области 39-42 кД (№ 31-34 *S. derby* K89) нейтральных аминокислотных остатков и пониженное содержание основных аминокислотных остатков.

Совокупность полученных данных по характеру профилей белков области 39-42 кД (№ 31-34 *S. derby* K89) дает основание предположить, что перечисленные белки являются Omp белками мембран клеток *S. derby*: OmpC (42 кД), OmpF (41 кД), OmpD (40 кД) и OmpA (39 кД).

Посев клеток *S. Derby* на полноценную питательную среду, содержащую 3% SDS, направленный на выявление *ompF*⁻ *ompC*⁻ фенотипа (7), не отразился на скорости роста клеток дикого типа, тогда как мутантный штамм *S. derby* K134 сформировал лишь отдельные колонии.

Аминокислотный состав смеси мембранных белков *S. derby*

Аминокислоты	% от общего количества аминокислот		
	<i>S. derby</i> K89	<i>S. derby</i> K134	<i>S. derby</i> K82
Основные:			
лизин	4,75	0,44	2,52
гистидин	5,71	1,66	0,72
аргинин	10,84	3,11	27,1
всего	21,3	5,21	30,35
Кислотные:			
аспарагин	13,6	9,9	4,37
глутамин	7,36	4,6	3,87
всего	20,96	14,5	8,24
Нейтральные:			
треонин	3,94	7,07	2,36
серин	6,88	5,86	2,1
пролин	5,56	26,24	18,46
глицин	9,4	7,77	17,6
аланин	10,3	8,83	12,59
всего	36,06	65,87	53,11
Гидрофобные:			
метионин	1,14	1,64	0,59
валин	1,82	2,73	2,38
изолейцин	1,77	2,0	1,41
лейцин	7,06	2,77	1,02
тирозин	5,83	3,7	1,61
фенилаланин	3,97	1,56	1,27
всего	21,63	14,4	8,28

Чувствительность мутантного штамма к SDS нельзя объяснить отсутствием OmpF и OmpC белков, что противоречило бы как данным электрофоретического анализа белковых спектров (рис. 1,2).

так и отсутствию недостаточности клеток по транспорту метаболитов. Природа чувствительности мутантного штамма к содержанию SDS в среде, по-видимому, заключена в стабильности связей между внешней мембраной и пептидогликаном, что может быть следствием дефектности по биосинтезу липопротеидных компонентов мембран. Наблюдаемое в мембранах *S. derby* K134 повышенное содержание белков Omp группы должно способствовать стабилизации структурной организации их внешней мембраны.

Конститутивность синтеза Omp белков в штамме *S. derby* K134 (т.е. нарушение осмочувствительности их регуляции) возможна как следствие дефектности клеток по EnvZ белку (фосфатаза и киназа OmpR — активатора транскрипции генов *ompF* и *ompC*), так и в случае мутаций в промоторном участке генов *ompF* и *ompC*.

Сравнительное изучение спектров мембранных белков *S. derby* K89 и бесплазмидных штаммов *S. derby* K82 и *S. derby* K6 выявило модифицированность белковых профилей, ассоциированную с отсутствием R-фактора pGK 101 (рис. 1, 2).

Качественный состав белкового спектра мембран плазмидного штамма *S. derby* K89 на 80% (30 полипептидов) сохранен в мембранах бесплазмидного штамма *S. derby* K6 и на 50% (19 полипептидов) в мембранах бесплазмидного штамма *S. derby* K82.

В мембранах бесплазмидных штаммов не наблюдаются некоторые полипептиды мембран плазмидного штамма *S. derby* K89, при этом № 3, 6, 10, 26, 39 (рис.1, 2) плазмидного штамма отсутствуют в мембранах обоих бесплазмидных штаммов.

Вместе с тем в бесплазмидных штаммах наблюдаются полипептиды, не выявленные в клетках дикого типа, при этом обнаружены различия по составу полипептидов и между белковыми профилями мембран двух бесплазмидных штаммов.

Среди белков, появившихся в мембранах клеток *S. derby* после потери R-фактора, следует отметить белки с молекулярными массами 180, 52,5, 27,5 кД, которые наблюдаются в обоих бесплазмидных штаммах (соответственно № 7, 25, 39 штамма *S. derby* K6 и № 2, 12, 26 штамма *S. derby* K82). Выявлены различия и в концентрациях мембранных полипептидов сравниваемых штаммов.

Таким образом, в исследованных бесплазмидных штаммах наблюдается разная степень модифицированности белковых спектров мембран по сравнению с плазмидным штаммом, что коррелирует с функциональными особенностями сравниваемых штаммов.

Общими признаками бесплазмидных штаммов, отличающими их от плазмидного штамма, являются: округлая форма клеток (возможно вследствие дефектности RBP2), ауксотрофность, пониженная скорость роста, чувствительность к стрептомицину, пенициллину, хлорамфениколу и устойчивость к фагу dr8 (4). Бесплазмидный штамм *S. derby* K82 устойчив к тетрациклину и отличается повышенной толщиной клеточной оболочки (1,2).

Таким образом, R-фактору pGK101 *S. derby* принадлежит важная роль в жизнедеятельности этих клеток. Плазида наделяет клетки *S. derby* рядом селективных преимуществ, способствует формированию гетерогенной структуры микробной популяции, расширяя возможность микроэволюции, реализации различных типов стратегий развития популяции.

Институт молекулярной биологии НАН Армении

Ս. Մ. ՍԵՂՐԱՎՅԱՆ, Ժ. Ա. ԿՇՈՅԱՆ, Ն. Ն. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Կ. Ա. ԱՌԱՔԵԼՈՎԱ,
Ի. Վ. ՎԱՐԴԵՐԵՍՅԱՆ. Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Կ. Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՉՅԱՆ

Պլազմիդ պարունակող և պլազմիդազուրկ *Salmonella derby* շտամների թաղանթների սպիտակուցների սպեկտրները

Թաղանթների կազմավորմամբ պայմանավորված *S. derby* բջիջների մի շարք հատկությունների՝ բջիջների ձևի, թաղանթային ֆոսֆոլիպիդների կազմի, ֆազազգայնության կախվածությունը pGK101 R-գործոնից հետաքրքրություն առաջացրեց ուսումնասիրելու այդ բջիջների թաղանթային սպեկտրը և R-գործոնի ազդեցությունը նրա վրա:

Մուտանտ պլազմիդակիր *S. derby* K134 շտամի թաղանթները տարբերվում են վայրի տիպի բջիջների թաղանթներից 40 կդ սպիտակուցի բացակայությամբ և 39-ից մինչև 42 կդ մոլեկուլային զանգվածներով սպիտակուցների անփոփոխ և գրեթե կրկնակի պարունակությամբ, ինչը նպաստում է բջջաթաղանթի կայունացմանը:

Վայրի տիպի *S. derby* շտամի, նրա պլազմիդակիր և պլազմիդազուրկ ածանցյալների համեմատական ուսումնասիրությունը բացահայտեց pG101 -գործոնի զգալի ազդեցությունը թաղանթային սպիտակուցների սպեկտրի վրա:

ЛИТЕРАТУРА - ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Ж.А.Кцоян, А.С.Тансова, Н.Н.Саркисян и др., Антибиотики и химиотерапия, т.33, №10, с.760-767 (1988). ² Ж.А.Кцоян, Н.Н.Саркисян, В.И.Чернов, ЖМЭИ, №2, с.14, 1991. ³ А.З.Перолян, С.А.Ктсоян, FEBS, p.503 (1990). ⁴ Р.Г.Антонян, Н.Н.Саркисян, К.Г.Данагулян и др., ДАН Арм ССР, т.77, №3, с.132-135 (1983). ⁵ S.Inouye, K.Takeishi, N.Lee e.a., J.Bacteriol., v.127, p.555-563 (1976). ⁶ U.K.Laemmli, Nature, v.227, p.680-685 (1970). ⁷ I.Gilbert, J.Cassadesus, FEMS Microbiol. Lett., p.205-210 (1989).

ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

УДК 577.352.335:579

Ա. Չ. Փեփոյան, Մ. Ա. Բալայան, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Կ. Գ. Ղարապյոզյան
Salmonella derby բջջապատերը որպես ՈՒՄ-ճառագայթման քիրախներ

(Ներկայացվել է 10/VII 1996)

Ուլտրամանուշակագույն ճառագայթումը (ՈՒՄ-ճառագայթում) կարևոր էկոլոգիական և թերապևտիկ գործոն է: Հաշվի առնելով, որ միկրոօրգանիզմների տարբեր տեսակների և նույնիսկ նույն տեսակի տարբեր շտամների ռադիոզգայնության բնույթում նկատվում են տարբերություններ, որոնց պատճառները գրեթե հայտնի չեն, ուսումնասիրողների ուշադրությունը կենտրոնացել է մի կողմից՝ ամենափոքր գործոնների, որոնք որոշում են բջիջների ճառագայթման նկատմամբ զգայնությունը (ռադիոզգայնության գենետիկական վերահսկողության, վերահսկողության մեխանիզմների և ձևերի), և մյուս կողմից՝ ներբջջային տարբեր կարևորագույն կառուցվածքների ու պաշտպանողական համակարգին պատկանող նյութերի ուսումնասիրության վրա:

Համաձայն գրականության, օրգանիզմների ռադիոկայունությունը հիմնականում պայմանավորված է նրանց գենետիկական ապարատում ԳՑ և ԱԹ զույգերի հարաբերակցությամբ: Մեր խնդիրն էր *S. derby* տարբեր ռադիոկայունությամբ (կարճալիք ՈՒՄ և γ -ճառագայթազգայնությամբ) պլազմիդային բջիջների ԴՆԹ-ի հալման դիֆերենցիալ կորերի առանձնահատկությունների բացահայտումը:

S. derby բջիջներից ԴՆԹ-ն ստացվել է համաձայն Մարմուրի մեթոդիկայի (1) մեր կողմից կատարված որոշակի փոփոխությունների (2): Նմուշների մաքրությունը ստուգվել է սպեկտրաֆոտոմետրի օգնությամբ:

ԴՆԹ-ի թերմիկ դենատուրացիան իրականացվել է SP-8-100 սպեկտրաֆոտոմետրով (Pye Unicam, England) տեֆլոնային խցաններով հերմետիկորեն ծածկված կվարցային կյուվետներում 20-30 մկգ/մլ 0,1/SSC կոնցենտրացիաների դեպքում: Տաքացումը կատարվել է 0,25 գրադ/րոպ գծային արագացմամբ ջերմաստիճանային ծրագրավորման սարքի միջոցով: ԴՆԹ-ի ԳՑ զույգերի միջին պարունակությունը որոշվել է նախկինում առաջարկված բանաձևի միջոցով (2):

Ինչպես երևում է աղյուսակից, *S. derby* վայրի, համեմատաբար ռադիոկայուն և *S. derby* ռադիոզգայուն մուտանտի բջիջները տարբերվում են ԴՆԹ-ի հալման ջերմաստիճանային միջակայքերով, ԳՑ և ԱԹ զույգերի միջին պարունակությամբ:

Մյուս կողմից, Հայտնի է, որ բջիջների ՈՒՄ-զգայնության կարգավորման մեջ վճռական նշանակություն ունեն մի շարք մատրիցային ֆերմենտներ, ներառյալ ԴՆԹ-պոլիմերազները, որոնք ռեպլիկացիոն և ռեպարացիոն կարևորագույն ֆերմենտներ են:

ԴՆԹ-ի հալման պարամետրերը *Salmonella derby* բջիջներում

<i>S. derby</i>	Հալման ջերմաստիճան	Հալման միջակայք	ԳՑ-պարունակություն
<i>S. derby</i> K89 ռադիոկայուն	73,85	8	47,82
<i>S. derby</i> K134 ռադիոզգայուն մուտանտ	72,5	11	45,38

Կլինիկական նյութից առանձնացված *S. derby* պլազմիդակիր և նրա ռադիոկայուն պլազմիդազուրկ շտամի բջիջների նախնական ուսումնասիրությունները պարզել են, որ R-պլազմիդի բացակայությունը *S. derby* բջիջներում Հանգեցնում է տեր-բջիջների ԴՆԹ-պոլիմերազ 1-ի ակտիվության ցածրացմանը (3), փոփոխում բջիջների մորֆոլոգիան և ուլտրակառուցվածք, պահպանելով, սակայն, նրանց ռադիոկայունությունը: Միաժամանակ, ինչպես պետք էր սպասել, ռադիոզգայուն մուտանտ *S. derby*-ում ԴՆԹ-պոլիմերազային ակտիվությունը՝ զրեթե չի տարբերվում վայրի *S. derby* բջիջներում այդ ֆերմենտի ակտիվության մակարդակից:

Նման արդյունքներն առանձնապես հետաքրքրական են ռադիոկենսաբանության տասանկյունից և բարձրացնում են *S. derby* բջիջների՝ ԴՆԹ-ից բացի այլ ՈՒՄ-ճսուղաբաշխման թիրախների (Հիմնականում կենսաբանական թաղանթների) որոնման պրոցեսում: Ըստ մի շարք հետազոտողների, բակտերիաների ռադիոզգայնության գենետիկական կարգավորումը կարող է իրականանալ բջջաթաղանթի տարբեր կոմպոնենտների սինթեզին մասնակցող գենների միջոցով:

Մեր կողմից կատարված ուսումնասիրությունները ցույց են տվել, որ *S. derby* բջիջներում R-պլազմիդի բացակայությունը, զուգորդվելով բջիջների ռադիոկայունության ուժեղացման հետ, բջիջների ֆոսֆոլիպիդային մետաբոլիզմում առաջացնում է նշանակալից տալաշարժեր (4,5): Արդյունքում կատարվում է ֆոսֆոլիպիդների և նրանց ճարպաթթուների քանակական կազմի խիստ նվազեցում և Հակաօքսիդանտների՝ (α -տոկոֆեոլի) Համեմատական բարձր քանակության ֆոնի վրա ֆերմենտատիվ և ոչ ֆերմենտատիվ պերօքսիդ առաջացման պրոցեսների ուժգնացում:

Բևեռային միկրոսկոպիայի և ռենտգենային ճառագայթների մեծ և փոքր անկյունների տակ դիֆրակցիայի միջոցով Հաստատվում է նախկինում պարզաբանված *S. derby* բջիջների պլազմիդային ԴՆԹ-ով պայմանավորված հետերոգենությունը: Հայտնաբերված է կոռելյացիա R-պլազմիդի և *S. derby* թաղանթային սուպենդիաների հեղուկ-բյուրեղական կառուցվածքի միջև:

Միջբջջային փոխազդեցությունները, բջջապատ-ջուր բարձրկոնցենտրիկ սուպենդիոն Համակարգում զգալիորեն պայմանավորված են բջջապատի մա-

կերևույթին ֆոսֆոլիպիդային մոլեկուլների հիդրոֆիլ-հիդրոֆոբ փոխազդեցություններով և բջիջների լիպիդային պերոքսիդացիոն պրոցեսների հետ զուգահեռ ազդում են ոչ պլազմիդային *S.derby* բջիջների նյութափոխանակության վրա, դանդաղեցնելով վերջիններիս աճն ու բազմացումը:

Հայտնի է, որ հակառակակալային, հակաօքսիդացիոն պրոցեսները վճռական դեր են խաղում միկրոօրգանիզմների բնական և արհեստական ռադիոռեսիստենտության որոշման մեջ: Փորձերը չեն բացառում, որ պլազմիդազուրկ *S.derby* բջիջների խիստ ռադիոկայունությունը կարող է պայմանավորված լինել նաև բջիջներում հակաօքսիդացիոն պրոցեսների՝ պերոքսիդային պրոցեսների հետ համեմատած բարձր մակարդակով:

Այսպիսով, *S.derby* բջիջների վրա կատարված ուսումնասիրությունները առաջ են քաշում այլընտրանք՝ *S.derby* բջիջների ռադիոկայունությունը կարող է պայմանավորված լինել (անկախ անմիջականորեն գենետիկական ապարատի ներգործությունից) բջիջների բակտերիալ սուպենզիաներում ցայտուն արտահայտված միջբջջային փոփոխություններով:

Վերոհիշյալ ուսումնասիրությունները չեն բացառում ՈՒՄ-հառազայթների անմիջական ազդեցությունը թաղանթային կառուցվածքների վրա և որոշակի կարևորություն ունեն ռադիոկենսաբանական խնդիրների լուծման ճանապարհին, նախ՝ ուսումնասիրման համար օբյեկտների նորություն տեսանկյունից, և երկրորդ՝ առաջադրվում է ևս մեկ խնդիր՝ այն է՝ *S.derby* բջիջների ռադիոզգայնության և բջջապատերի հեղուկ-բյուրեղական կառուցվածքի կոռելյատիվ կապի պարզաբանում:

Հայաստանի ԳԱԱ մոլեկուլային կենսաբանության ինստիտուտ

А. З. ПЕПОЯН, М. А. БАЛАЯН, академик НАН Армении К. Г. КАРАГЕЗЯН

Клеточные стенки *Salmonella derby* как мишень УФ-облучения

Исследована роль клеточных стенок при определении радиорезистентности клеток *S.derby*, изучены структурные особенности ДНК, получены кривые плавления ее молекулы, установлены фосфолипидный и жирнокислотный состав фосфолипидов, особенности липидной пероксидации бактериальных клеток. Рассмотрено также влияние межклеточных взаимодействий на радиустойчивость бесплазмидных клеток *S.derby*.

ЛИТЕРАТУРА-ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ F.Martur, J.Moles. Biology, v.3, p.208 (1961). ² Л.А.Минасбекян, П.О.Вардеванян, Г.А.Паносян, Биол. науки, №11, с.20, 1991. ³ Н.Н.Саркисян, Р.Г.Антонян, М.П.Светлова и др., Биохимия, т.50, с.673-677 (1985). ⁴ А.З.Пепоян, Л.М.Овсепян и др., Биохимия, т.58, №12, с.1880 (1993). ⁵ А.З.Пепоян, Ж.А.Кцоян, А.А.Шагинян и др., Биофизика, т.36, №3, с.475-479 (1991).

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 615.591.466:577.158.5

Э. С. Геворкян, Э. Г. Саркисян, Г. А. Паносян

**О возможности трансформации эстрадиол-рецепторного
комплекса индуцируемым эстрадиолом белком**

(Представлено академиком НАН Армении М.А.Давтяном 29/1 1997)

Известно, что основной механизм воздействия стероидов на клетки-мишени включает активацию биосинтетических процессов путем непосредственного взаимодействия гормон-рецепторных комплексов с акцепторными участками ядра. Для такого взаимодействия внутриклеточный гормон-рецепторный комплекс предварительно трансформируется, т.е. становится способным высокоаффинно и специфически связываться с ядром (1). Трансформация комплекса нередко осуществляется посредством его связывания с неким белковым фактором, существенно повышающим его сродство к ядру. В литературе имеются некоторые сведения о таких белковых факторах, приводятся их характеристики (2,3). Однако несравнимо мало известно о регуляции синтеза таких факторов, выяснение которой во многом будет способствовать пониманию интимных механизмов действия стероидных гормонов. При этом не исключается возможность стероидного контроля синтеза таких факторов.

В настоящем сообщении приводятся данные о повышении связываемости эстрадиол-рецепторного комплекса с ДНК пробами щелочной фракции цитозоля матки кролика, содержащими белковый фактор, индуцируемый на первичном этапе его воздействия.

Исследования проводились на неполовозрелых кроликах-самках армянской породы Мардер массой соответственно 500-800 г и 2-3 кг. Неполовозрелым животным вводили внутрибрюшинно препарат 17- β эстрадиола ("Sigma", США) в концентрации 20 мкг/100 г массы. Животных декапитировали через 1 ч после введения гормона. Мечение белков матки ^{14}C -лейцином ("Chemapol", Чехословакия) и ^3H -лейцином ("Amersham", Великобритания), получение

цитозольной фракции, отделение щелочной фракции цитозоля, ультрафильтрация на мембранах PM-10 и UM-10 описаны ранее (4). В качестве показателя биосинтетической активности использовали отношение $^3\text{H}/^{14}\text{C}$ (4). Образцы просчитывали в жидкостном сцинтилляционном спектрометре SL-4221 ("ROCHE bioelectronique", Франция), в сцинтилляторе Брея. Молекулярную массу белка с высоким отношением $^3\text{H}/^{14}\text{C}$ определяли по Веберу и Осборну, изoeлектрическую точку — по методу О'Фарелла, ^3H -эстрадиол ("Amersham", Великобритания) с пробами растворимой фракции клеток матки половозрелых кроликов — по методу Спелсберга. ДНК из печени кролика выделяли по методу Баттерворда. Количество ДНК определяли по методу Бартонa, белок — по Лоури, используя БСА в качестве стандарта.

Ранее проводимые нами исследования с использованием метода двойной изотопной метки выявили повышение биосинтетической активности в пуле щелочных белков цитозоля клеток матки кроликов уже на первом часу после воздействия эстрадиола (4). Стимуляция биосинтеза белка в цитозоле клеток матки, происходящая задолго до индукции маркерных белков-ферментов (таких как пероксидаза, орнитиндекарбоксилаза и др.), индукция которых проявляется через 2-4 ч после введения гормона, может свидетельствовать о важности явления "ранней индукции" для дальнейшего развертывания механизма действия гормона. Определение молекулярной массы и изoeлектрической точки индуцированного белка (с высоким отношением $^3\text{H}/^{14}\text{C}$) показало, что он имеет массу, равную примерно 25 кД, и pI, равную 8,3.

Об эстрадиоловой индукции щелочных белков в клетках матки в литературе имеются единичные данные (5,6). Вместе с тем более чем десять лет назад Тампаном и Кларком (3) был выявлен белковый фактор щелочной природы во фракции цитозоля матки половозрелых крыс, который сам не связывался с гормоном, однако заметно повышал степень связываемости эстрадиол-рецепторного комплекса с ДНК и ядром. Последнее привело авторов к предположению, что этот белковый фактор может играть важную роль в процессе трансформации гормон-рецепторного комплекса из формы 4S в форму 5S, т.е. в форму, способную взаимодействовать с акцепторными участками ядра (3). Примечательно, что этот "рецептор-трансформирующий фактор" находится в той же щелочной фракции тотальных белков цитозоля клеток матки половозрелых животных, не адсорбируемой на ДЭАЭ-целлюлозе, что и обнаруженный нами индуцированный белок, и имеет сходные с ним пара-

метры. Это побудило нас изучить возможную роль обнаруженного нами индуцированного щелочного белка в процессе связывания эстрадиол-рецепторного комплекса с ДНК. С этой целью изучалось связывание 3H -эстрадиол-рецепторного комплекса (ЭРК) с ДНК в присутствии и отсутствии щелочной фракции цитозоля (т.е. фракции, содержащей данный щелочной белок) матки контрольных (Φ_1) и обработанных $17-\beta$ эстрадиолом неполовозрелых животных (Φ_2) (таблица).

Связывание разных количеств цитозоля матки половозрелых кроликов, содержащих 3H -ЭРК с ДНК, в присутствии щелочной фракция белков из цитозоля контрольных (Φ_1) и обработанных эстрадиолом животных (Φ_2)

Варианты проб (1×10^{-3} DPM)	Количество белка, мкг		
	100	500	1000
ДНК + ЭРК	0,262	0,428	0,586
ДНК + ЭРК + Φ_1	0,504	0,578	0,800
ДНК + ЭРК + Φ_2	0,676	0,634	0,1097

Примечание. Приведены средние значения пяти серий экспериментов.

Эти результаты свидетельствуют о важной роли белков щелочной фракции цитозоля в процессах, приводящих к повышению связываемости гормон-рецепторного комплекса с ДНК, причем, по всей вероятности, в контрольной фракции клеток матки половозрелых животных имеется какое-то изначальное количество такого "трансформирующего фактора", количество которого заметно повышается на самых ранних стадиях воздействия эстрадиола.

Таким образом, можно заключить, что для эстрадиол-зависимой активации биосинтетических процессов (основного пула индуцируемых белков) в клетках матки необходима так называемая "ранняя эстрадиоловая индукция" белкового фактора, способствующего трансформации гормон-рецепторного комплекса, т.е. белковый фактор, способствующий трансформации эстрадиол-рецепторного комплекса, находится под контролем самого эстрадиола.

Ереванский государственный университет

Էստրադիոլով ինդուկցվող սպիտակուցի միջոցով էստրադիոլ-ռեցեպտորային
կոմպլեքսի փոխադրման հնարավորության մասին

Ուսումնասիրվել են էստրադիոլի ազդեցության վաղ փուլում հագարի արգանդում
էստրադիոլ-ռեցեպտորային կոմպլեքսի փոխադրման պրոցեսները: Ցույց է տրված, որ
էստրադիոլ-ռեցեպտորի կոմպլեքսի կապվածությունը ԴՆԹ-ի հետ ավելանում է էստրա-
դիոլի ազդեցության վաղ փուլում ինդուկցվող սպիտակուցային գործոն պարունակող ճա-
գարի արգանդի ցիտոզոլի հիմնային ֆրակցիայի նմուշների առկայության դեպքում:

Արվել է եզրակացություն, որ էստրադիոլ-ռեցեպտորային կոմպլեքսի փոխադրումը
խթանող սպիտակուցային գործոնը գտնվում է էստրադիոլի ազդեցության ներքո:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ K.R.Yamamoto, B.M.Alberts, Ann.Rev.Biochem., v.45, p.721-746 (1976).
- ² A.Muroyama, Fukai, T.Hazato e.a., J.Biochem., v.88, №4, p.969-976 (1980).
- ³ T.N.R.V.Thampan, J.H.Clark, Nature, v.290, №5802, p.152-154 (1981).
- ⁴ Э.Г.Саркисян, Э.С.Геворкян, Г.А.Паносян, Биол.науки, №11, с.24-27, 1984.
- ⁵ R.J.B.King, D.Somjen, A.M.Kaye e.a., Mol.Cell.Endocrin., v.1, №1, p.21-36 (1974).
- ⁶ J.W.Pollard, L.Martin, Mol.Cell.Endocrin., v.6, №3, p.223-229 (1977).

УДК 577.23

М. А. Симонян, академик НАН Армении А. А. Галоян,
Г. М. Симонян, Р. В. МелконянОптические спектральные характеристики фракций новых
типов цитохрома *b* из мембран эритроцитов

(Представлено 15/VII 1997)

При выделении из мембран эритроцитов цитохромов b_{558}^{III} и b_{558}^{IV} путем хроматографирования фракции солюбилизованных белков на целлюлозах ДЭ-52 и КМ-52 (1,2) имеют место потери (25-30%) белковых фракций в результате их задерживания на этих целлюлозах. Изменение рН, ионной силы элюационного буфера, а также присутствие в нем органического растворителя не приводит к элюированию этих белковых фракций.

Целью настоящей работы являлось выявление подходящих условий элюирования, наряду с цитохромами b_{558}^{III} и b_{558}^{IV} , "неэлюированных" фракций сильноокислых и сильноосновных гемопротейнов и идентификация их по оптическим спектральным характеристикам.

Белковые фракции мембран эритроцитов крови (15-20 мл или больше) человека (крыс, быка) получили путем их солюбилизации 1%-ным неионным детергентом Нонидетом Р-40 (Швеция). Хроматографирование белковых фракций проводили на колонках с целлюлозами ДЭ-52 и КМ-52 (фирма "Whatman" Англия). Оптические спектры поглощения регистрировали на спектрофотометре "Beckman-26" (США), с длиной оптического пути 1 см при 20°C. В процедуре выделения белковых фракций использовали центрифуги К-24 и К-70 (MLW Zentrifugenbaum Engelsdorf, Германия).

Белковую фракцию, полученную из мембран эритроцитов после солюбилизации белков мембран 1%-ным детергентом, подвергли диализу против воды (1:200 об/об) в течение ночи при 10°C. Процедура диализа повторялась дважды, для лучшего удаления сопутствующего детергента. После центрифугирования диализата (600×g,

20 мин) его пропускали через колонку с КМ-52 (2×5 см) целлюлозой, уравновешенную 0,01 М калий фосфатным буфером, рН 7,4. Содержимое колонки промывали 0,01 М калий фосфатным буфером, рН 7,4 (до получения бесцветного элюата) и фракцию цитохрома b_{558}^{IV} элюировали 0,02 М этим же буфером. Далее колонку промывали 1 М натрий ацетатным буфером (также до получения бесцветного элюата). Красно-коричневую фракцию, осевшую на верхней части колонки, элюировали 1 М натрий ацетатным буфером, содержащим 1%-ный Нонидет Р-40 (фракция сильнощелочной формы цитохрома b_{558}^{IV}). Не задержавшуюся на этой колонке КМ-52 белковую фракцию пропускали через колонку с целлюлозой ДЭ-52 (3×10 см), уравновешенную 0,01 М калий фосфатным буфером, рН 7,4. Содержимое колонки промывали 0,02 М калий фосфатным буфером, рН 7,4, а фракцию цитохрома b_{558}^{III} элюировали 0,4 М буфером. Далее колонку промывали 1 М ацетатным буфером, рН 5,6. Белковую фракцию сильноокислого цитохрома b_{558}^{III} элюировали натрий ацетатным буфером (1 М, рН 5,6), содержащим 0,5%-ный детергент. После этого содержимое колонки промывали этим же буфером для удаления следов сильноокислого цитохрома b_{558}^{III} . Фракцию сильноокислого гемопротейна (как покажут спектральные параметры, это фракция цитохрома b_{600}) элюировали 1%-ным детергент содержащим натрий ацетатным буфером (1 М, рН 5,6). Последовательность выделения и количественные показатели приведены в таблице.

По описанной методике из мембран эритроцитов 15-20 мл крови одновременно получают фракции цитохрома b_{558} четырех типов и цитохрома b_{600} . Метод, позволяющий одновременно получать и четыре антиоксидантных металлопротеина, широко используется в экспериментальной медицине и клинике для выявления характерных количественных (качественных) изменений металлопротеинов прооксидантного характера при различных проявлениях оксидативного стресса (8).

Оптические спектры поглощения фракций сильноосновного b_{558}^{II} , сильноокислого цитохрома b_{558}^{III} (рисунок) по форме не отличаются от такового у цитохрома b_{558}^{III} . Приведенные цитохромы резко отличаются друг от друга по кислотно-основным характеристикам, что выражается в данном случае разностями молярностей элюионных буферов. Оптический спектр поглощения цитохрома b_{600} характеризуется отклонением максимальных поглощений α и β полос на 42 нм в длинноволновую область спектра. Максимумы

поглощения цитохрома b_{600} таковы: в окисленном состоянии 600 (α -полоса), 570 (β) и 395 нм (γ), в восстановленном состоянии 570, 550 и 421 нм (рисунок). Хотя максимумы поглощения цитохрома b_{600} и цитохромов b_{558} сильно отличаются, однако по форме они схожи (в окисленном состоянии), отсюда и название цитохрома b_{600} . В восстановленном же состоянии спектр цитохрома b_{600} резко отличается от таковых у цитохромов b_{558} .

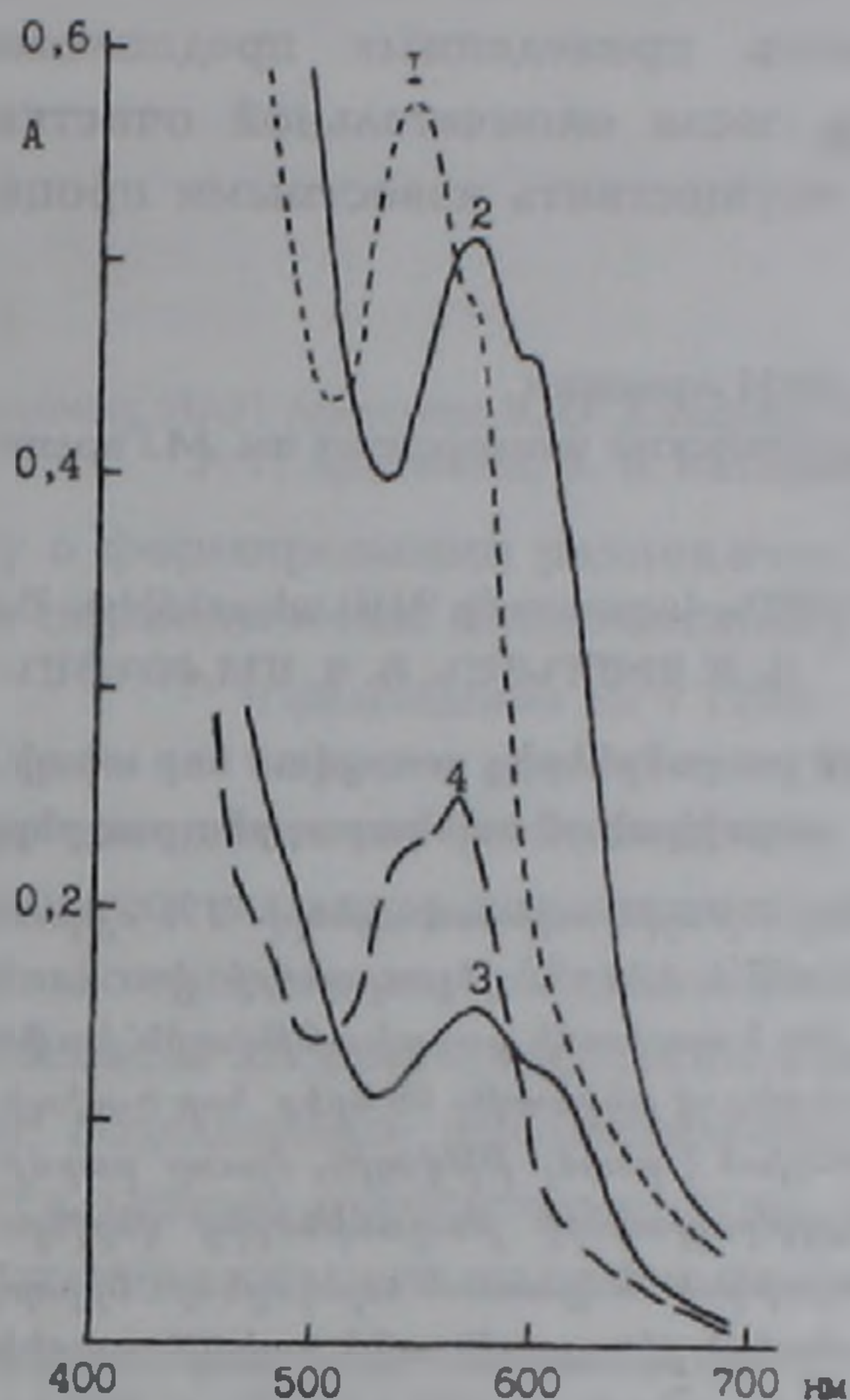
Ход выделения мембран эритроцитов фракций цитохромов b_{558}^{III} , b_{558}^{II} , сильноокислого цитохрома b_{558}^{III} , сильноосновного цитохрома b_{558}^{IV} , сильноокислого цитохрома b_{600} и количественные показатели

Этапы выделения	Молярность элюационного буфера	Объем, мл	A_{530}	Содержание фракций, %
Очистка мембран эритроцитов	—	5	—	—
Солюбилизация белков, диализ, удаление нерастворимых остатков	—	22	0,8	100
Разделение фракции цитохрома b_{558}^{II}	0,02	5	0,4	
Разделение фракции цитохрома b_{558}^{III}	0,4	14	0,7	67
Разделение фракции сильноосновного цитохрома b_{558}^{III}	1M + 1% детергант	3	0,2	
Разделение фракции сильноокислого цитохрома b_{558}^{III}	1M + 0,5% детергант	10	0,3	25
Разделение сильноокислого цитохрома b_{600}	1M + 1% детергант	5	0,2	

Примечание. Содержание фракций цитохромов b_{558} определяли по величине плотности оптического поглощения при 530 нм, а цитохрома b_{600} — при 600 нм.

К настоящему времени цитохромы b различных типов, выделенные из различных биосистем, имеют также различные максимумы поглощения α -полосы: 558 (3), 559 (4), 560 (5), 561 (6), 562 (7) и т.д. Приведенные максимумы поглощения у этих цитохромов b отличаются друг от друга всего на 1-4 нм. Такое отклонение у цитохрома

b_{600} составляет 42 нм! В литературе отсутствуют какие-либо сведения о таком гемопротеине. Возможно, цитохром является новым типом цитохрома b из биосистем.



Оптические спектры поглощения фракций цитохромов b из мембран эритроцитов: 1 — часть спектра фракции цитохромов b_{558}^{III} , b_{558}^{IV} , сильнокислой фракции цитохрома b_{558}^{III} и фракции сильноосновного цитохрома b_{558}^{IV} ; 2 — часть спектра фракции цитохрома b_{600} ; 3 — как у 2, после разбавления; 4 — 3, после восстановления цитохрома b_{600} дитионитом натрия. Спектры фракций цитохромов также не отличаются друг от друга после их восстановления (α -полоса — 558 нм, β — 530 нм, γ — 412 нм) (2), они имеют характерные для белков максимумы поглощения при 275-280 нм (спектры не приводятся).

Большое сродство этих цитохромов с остатками целлюлозных групп ДЭ-52 и КМ-52 говорит о возможном сходстве связей этих гемопротеинов с целлюлозными остатками мембран эритроцитов. Только детергент-содержащий высокомолекулярный буфер способен расщеплять гидрофобные связи и элюировать указанные цитохромы из целлюлозы ДЭ-52 и КМ-52. Не исключается, что различие кислотно-основных свойств этих цитохромов обусловлено содержанием и составом липидных остатков, с помощью которых цитохро-

мы связываются с целлюлозами или с соответствующими участками мембран эритроцитов. Легкость расщепления и восстановления гидрофобных связей даст возможность "пересадки" цитохромов b_{558} и b_{600} в мембранах эритроцитов или других биообразований. Объективность приведенных предположений может быть проверена только после окончательной очистки этих цитохромов (это пока трудно осуществить известными процедурами) и глубокого исследования.

Институт биохимии НАН Армении

Государственный медицинский университет им. М.Гераци

Մ. Ս. ՍԻՄՈՆՅԱՆ. Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Ա. Ա. ԳԱԼՈՅԱՆ.

Գ. Մ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ. Ռ. Վ. ՄԵԼԻՔՈՆՅԱՆ

**Էրիթրոցիտների թաղանթներից ստացված նոր տիպի և ցիտոքրոմների
օպտիկական սպեկտրալ բնութագրերը**

Էրիթրոցիտների թաղանթային սպիտակուցների՝ 1% ոչ իոնական դետերգենտով լուծելիացման, դրանց DE-52 և KM-52 ցելյուլոզների վրա նստեցման և 0,5-1% դետերգենտ պարունակող, 1 մոլ նատրիումի քաղախաթթվային բուֆերով (рН5.6) արտահոսման (էլյուացման) հետևանքով անջատվել են երեք՝ նոր և տիպի ցիտոքրոմների ֆրակցիաներ. որոնցից մեկը օժտված է բարձր թթվային, մյուսը՝ բարձր հիմնային հատկանիշներով: Սրանք ունեն էրիթրոցիտների թաղանթներից վերջերս անջատված ցիտոքրոմ b-558 – երին բնորոշ օպտիկական կլանման սպեկտրներ: Երրորդ՝ դարձյալ ուժեղ թթվային հատկանիշներով օժտված ցիտոքրոմն ունի նախկինում չնկարագրված օպտիկական կլանման սպեկտր, 600 նմ (α – չերտ), 570 նմ (β) և 395 նմ (γ) մաքսիմումներով՝ սպիտակուցի օքսիդացված վիճակում:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М.А.Симонян, Г.М.Симонян, Р.В.Мелконян, Изобретение №000610, Патентное управление РА, Ереван, 1996.
- ² М.А.Симонян, Г.М.Симонян, М.А.Бабаян, Биохимия, т.60, с.1977-1987 (1995).
- ³ М.Т.Quinn, Methods Enzymol., v.255, p.476-487 (1995).
- ⁴ V.Koshkin, Biochim.Biophys.Acta, v.1232, p.225-229 (1995).
- ⁵ B.R.Crous, FEBS Lett., v.367, p.1-4 (1995).
- ⁶ M.Srivastava, J.Biol.Chem., v.270, p.22714-22720 (1995).
- ⁷ Y.Feng, Nat.Struct.Biol., v.1, p.30-35 (1994).
- ⁸ М.А.Симонян, Автореф.док.дис., Ереван, НАН Армении, 1996.

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

УДК 581.1:581.45

Академик НАН Армении В. О. Казарян, В. А. Давтян,
Р. Г. Арутюнян, В. В. Казарян

**К вопросу о формировании разнокачественных листьев
у периодически плодоносящей яблони**

(Представлено 10/V 1997)

Проблемы периодичности плодоношения плодовых культур с давних пор находятся в центре внимания плодоводов и физиологов (1). В частности показаны мелколистность и высокая фотосинтетическая активность листьев плодоносных кольчаток, что по некоторым данным обусловлено положительным влиянием смежных плодов. Имеются данные относительно того, что листья плодоносящей яблони в отличие от листьев неплодоносящей проявляют в два и более раза повышенную фотосинтетическую активность (2). По-видимому, такая повышенная физиологическая деятельность обусловлена не только положительным влиянием плодов, но и эндогенными особенностями листьев. Исходя из этого нами предприняты исследования с целью изучения природы тех внутренних факторов, которые, стимулирующе влияя на плоды, обеспечивают также повышенную жизнедеятельность листьев плодоносящих деревьев.

Исследования проводились на листьях кольчаток 25-27-летних плодоносящих (ПК) и неплодоносящих (НПК) в данном году деревьев яблони сорта Ренет Симиренко, произрастающих на плодovом участке Ереванского ботанического сада. Определялись площадь листьев, густота и размеры устьичных клеток на эпидермисе листа, число ксилемных и флоэмных сосудов на единице площади листа, интенсивность фотосинтеза и содержание хлорофилла (3).

Проведенные исследования показали (табл.1), что общая площадь прекративших рост листьев ПК значительно меньше (примерно в два раза), чем листьев НПК, но на единицу их поверхности приходится гораздо больше проводящих элементов черешков, что является показателем более повышенной представленности

транспортных каналов черешков листьев ПК. Это обстоятельство свидетельствует о более обильном снабжении листьев ПК водой, минеральными элементами, корневыми метаболитами и в соответствии с этим активном фотосинтезе (4).

Таблица 1

Представленность проводящих элементов черешков листьев плодonoсящих и неплодonoсящих кольчаток

Варианты	Отношение числа ксилемных сосудов к единице площади листьев (М ± м)		Отношение числа ситовидных сосудов к единице площади листьев (М ± м)	
	число/см ²	по общей площади, мкм/см ²	число/см ²	по общей площади, мкм/см ²
ПК	10,6	1806,8	56,8	1279,2
НПК	8,1	1586,6	39,6	958,2

Обильно снабженные водой листья ПК, как нам кажется, должны иметь на эпидермисе гораздо больше устьичных клеток, чтобы обеспечить как активную транспирацию, так и непрерывное поступление двуокиси углерода в хлорофиллоносные клетки листа для интенсивного фотосинтеза.

Полученные данные (табл.2) показывают, что при одинаковой суммарной площади устьичных клеток на единице площади листьев опытных кольчаток интенсивность транспирации листьев ПК больше по сравнению с НПК на 17,6%.

Таблица 2

Некоторые морфо-анатомические показатели листьев ПК и НПК

Вариан-ты	Общая листовая площадь, см ²	Число устьиц/мм ² листа	Размеры устьиц, мкм (М±м)*	Площадь устьиц**	Площадь устьиц от общей площади листа, %	Интенсив-ность транспи-рации, мг/г ч
ПК	106 ± 7,1	446 ± 6	$\frac{25,3 \pm 0,4}{19,1 \pm 0,39}$	$\frac{379,34}{0,169}$	16,9	1634 ± 62,2
НПК	132,5 ± 4,9	334 ± 5	$\frac{29,4 \pm 0,43}{21,0 \pm 0,41}$	$\frac{486,66}{0,163}$	16,3	1346 ± 65,3

* В числителе — длина, в знаменателе — ширина.

** В числителе — одной устьичной клетки мкм², в знаменателе — на 1 мм² листа.

При достижении листьями окончательной величины процент площади устьиц от общей площади листовой пластинки ПК и НПК оказался практически одинаковым. В данном случае, несомненно, в

повышении функциональной активности листьев ПК решающую роль играет физиологическое состояние растения.

Таким образом, при равных устьичных площадях и их процентном соотношении листа ПК оказываются функционально более активными. По всей вероятности, в данном случае решающую роль играет не поверхность, а число устьиц, что обусловлено их интенсивным газообменом и транспирацией. Усиленная транспирация листьев ПК обеспечивает интенсивное поступление корневых метаболитов в надземные органы, что в свою очередь способствует активации синтеза хлорофилла и фотосинтеза (5). Это положение подтверждается данными табл.3.

Таблица 3

Интенсивность фотосинтеза и содержание хлорофилла
в листьях опытных деревьев

Варианты	Фотосинтез, мг СО ₂ дм ² /ч	Хлорофилл, мг/г сухого вещества
Плодоносящее дерево	14,6 ± 0,63	3,52 ± 0,07
Неплодоносящее дерево	8,8 ± 0,04	2,30 ± 0,03
Кольчатки с удаленными плодами	10,3 ± 0,46	2,51 ± 0,07

Если исходить из имеющихся в литературе утверждений, высокий фотосинтез листьев ПК следует приписать лишь положительно-му влиянию плодов. Для проверки этого положения за 20 дней до определения фотосинтеза удаляли плоды у кольчаток одновозрастных плодоносящих деревьев. Это привело к значительному снижению интенсивности фотосинтеза (41,7%). Тем не менее активность фотосинтеза оказалась выше, чем у листьев неплодоносящего в данном году дерева. Этот факт показывает, что способность ассимиляции СО₂ листьями подопытных деревьев определяется их качественным состоянием. Подобная закономерность обнаружена и в отношении содержания хлорофилла.

Результаты проведенных экспериментов убеждают, что периодически плодоносящие яблони в урожайные годы на плодовых кольчатках формируют в функциональном и структурном отношении более развитые листья, которые характеризуются повышенной фотосинтетической активностью, интенсивной транспирацией, высоким содержанием хлорофилла и воды. В структурном отношении они отличаются густой представленностью на поверхности листа мелкоразмерных устьичных клеток, а также большим числом

проводящих элементов черешков, приходящихся на единицу площади листа.

Таким образом, в годы плодоношения на кольчатках яблони формируются в функциональном отношении более развитые листья, способные обеспечить рост и созревание заложенных на кольчатках плодовых зачатков.

Ботанический институт НАН Армении

Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Վ. Ա. ԴԱՎԹՅԱՆ,

Ռ. Հ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Վ. Վ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

Պարբերաբար պտղաբերող խնձորենու կողմից ֆիզիոլոգիապես տարրակ տերևների կազմավորման հարցի շուրջը

Ուսումնասիրվել են տվյալ տարում պտղաբերող և չպտղաբերող խնձորենիների օղանիստերի տերևների մորֆո-ֆիզիոլոգիական առանձնահատկությունները:

Ցույց է տրված, որ պարբերաբար պտղաբերող ծառերը պտղաբերման տարում կազմակերպում են համեմատաբար մանր, սակայն ֆունկցիոնալ և կառուցվածքային տեսակետից ավելի զարգացած, ռեպրոդուկտիվ օրգանների աճն ու հասունացումն ապահովող տերևներ: Վերջիններս բնորոշվում են ֆոտոսինթեզի բարձր ակտիվությամբ և ինտենսիվ տրանսպիրացիայով, քլորոֆիլի և ջրի ավելի բարձր պարունակությամբ:

Կառուցվածքային տեսակետից այդ տերևներն աչքի են ընկնում մանր և խիտ դասավորված հերձանցքներով, ինչպես նաև միավոր մակերեսին ընկնող տերևակոթունների փոխադրող էլեմենտների բարձր քանակով:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ И.А.Коломиец, Преодоление периодичности плодоношения яблони, Киев, Госсельхозиздат УССР, 1961. ² В.О.Казарян, Н.В.Балагезян, К.А.Карапетян, Физиология растений, т.12, вып.2 (1965). ³ Ф.Д.Сказкин, Е.И.Ловчиновская, М.С.Миллер и др., Практикум по физиологии растений, М., Наука, 1958. ⁴ В.О.Казарян, Старение высших растений, М., Наука, 1969. ⁵ Б.А.Рубин, В.Ф.Германова, Успехи совр. биологии, т.45, вып.3 (1958).

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.53

К. Р. Арутюнян, Р. А. Арутюнян, Л. А. Саакова, С. Ш. Мартиросян

**Роль ангиотензина II в регуляции температурного
гомеостаза организма**

(Представлено академиком НАН Армении О.Г.Баклаваджяном 23/ II 1996)

Экспериментальные данные, полученные за последние 10-15 лет в области нейробиологии и нейроэндокринологии, показывают, что нейропептиды (нейроактивные пептидные гормоны — кортикотропин, окситоцин, вазопрессин) участвуют в реализации различных поведенческих реакций, улучшают процессы обучения и консолидации памяти, а опиатные пептиды (эндорфины и энкефалины) повышают порог к болевым стимулам. Ряд пептидов (вещество Р, холицистокинин, тиролиберин и др.) регулируют процессы сна, чувство жажды, сытости и т.п. Нейропептиды в качестве физиологических адаптогенов участвуют в обеспечении гомеостатических процессов организма (1-4).

Относительно физиологической роли ангиотензина доказано, что данный тканевой гормон существует в организме в виде ангиотензина I, II и III, из которых наиболее активным считается ангиотензин II. Разными исследователями (5,6) высказано предположение, что ангиотензин II модулирует питьевое поведение, участвует в негативных эмоциональных реакциях, а также ингибирует теплопродукцию в организме (7).

Учитывая мультифункциональность ангиотензина и предположение Лин (7) о его терморегуляторном эффекте, мы задались целью изучить роль ангиотензина II в регуляции температурного гомеостаза организма животных в термoneйтральных условиях окружающей среды.

Методом многочасового и высокочувствительного термограммирования регистрировалась динамика изменения температуры "ядра" в области ободочной кишки, бедренных мышц и "оболочки" организма в области хвостовой артерии. Температуру ободочной кишки

измеряли на глубине 4-5 см. "Рабочие" спай медно-константановых термопар, регистрирующих мышечную температуру, с помощью инъекционной иглы вводили в мышцы бедра перед каждым опытом на глубину 1,5-2 см. Термопара, измеряющая артериальную температуру, прикреплялась к хвостовой артерии. Запись исследуемых точек производилась на 12-канальном электронном потенциометре типа ЭП09-М3, который подключался к выходу фотоэлектрического усилителя типа Ф-116/2 с чувствительностью 0,013° для температуры "ядра" и 0,13° для температуры "оболочки" организма и термокамеры.

В ходе экспериментов в течение 30-40 мин проводилось контрольное термограммирование исследуемых показателей до установления плато. Затем двум экспериментальным крысам вводили ангиотензин II в дозе 3,3 мкг на 100 г живой массы, в объеме 0,07 мл на 100 г массы животного, а третьей крысе — физиологический раствор в той же дозе. После введения нейропептида термограммирование продолжалось в течение 90 мин. Работа была выполнена на 15 крысах; проведено 39 многочасовых хронических экспериментов.

В результате экспериментов установлено, что внутривенное введение ангиотензина II вызывает достоверный ($P < 0,01$) гипотермический эффект, который характеризовался понижением температуры в ободочной кишке и в скелетных мышцах на 0,36 и 0,51°C. Количество теплосодержания в организме уменьшилось в среднем на 23 кал (от 341 до 318 кал/100 г массы животного). Изменение температуры "оболочки" организма зависело от исходного тонуса артериальных сосудов. На фоне вазоконстрикции нейропептид ангиотензин II вызывал расширение периферических кровеносных сосудов и повышал их температуру в среднем на 1,5°C (от 30,0 до 31,5°C). Если периферические кровеносные сосуды были первоначально расширены, то препарат, вызывая вазоконстрикцию, снижал температуру в них от 33,3 до 30,8°C ($\Delta T = 2,5^\circ$).

Контрольные эксперименты с внутривенным введением физиологического раствора особых изменений в температурном гомеостазе организма не выявили.

Приведенные результаты свидетельствуют о том, что гипотермический эффект ангиотензина II связан с его ингибирующим влиянием на механизмы химической теплопродукции, в основе которого лежат процессы выделения катехоламинов и, особенно, норадреналина в организме. Такое предположение подтверждено Лин (?), который доказал, что ангиотензин способен блокировать процессы теплопродукции в организме посредством подавления центральных

адренергических процессов. В наших экспериментах выявлено, что данный нейропептид понижает температуру как в эффекторах несократительного термогенеза (в ободочной кишке), так и в эффекторах сократительного термогенеза (в скелетных мышцах).

Изменение теплосодержания и температуры "ядра" и "оболочки" организма белых крыс после внутривенного введения ангиотензина II

Показатели	Характер опыта		
	Контроль	Ангиотензин	Значение "Р"
Теплосодержание, кал/100 г массы	341	318	—
Температура ободочной кишки, °С	38,95	38,44 ± 0,01	0,01
Температура бедренных мышц, °С	38,55	38,19 ± 0,09	0,001
Температура артериальных сосудов, °С	30,0	31,5*	—
	33,3	30,8*	

* В числителе указано изменение температуры периферических кровеносных сосудов на фоне вазоконстрикции, а в знаменателе — на фоне вазодилатации.

Следует отметить, что ангиотензин II способен оказывать модулирующее влияние на физические механизмы теплообмена (таблица), что подтверждается разнонаправленным изменением температуры артериальных сосудов кожи, зависящим от их исходного состояния.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что ангиотензин II влияет на процессы теплопродукции в организме, а в качестве физиологического адаптогена может корректировать периферический кровоток, тем самым модулируя температуру "оболочки" организма.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели НАН Армении

Բ. Ռ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ռ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Լ. Ա. ՍԱՀԱԿՈՎԱՆ
Ս. Շ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Անգիոտենզին 2-ի դերը օրգանիզմի ջերմային հոմեոստազի կարգավորումում

Ապացուցված է, որ անգիոտենզին 2-ը ազդում է օրգանիզմի քիմիական և ֆիզիկական ջերմակարգավորման մեխանիզմների վրա: Նրա ներերակային ներարկումը հարուցում է հիպոթերմիկ արդյունք՝ ճնշելով քիմիական ջերմակարգավորման կծկողական և ոչ կծկողական ջերմագեները, իջեցնելով ընդհանուր ջերմապարունակության քանակը օրգանիզմում ավելի քան 23 կալ: յուրաքանչյուր 100 գրամ կենդանի զանգվածին: Իսկ ֆիզիկական ջերմակարգավորման անոթային ռեակցիայի վրա անգիոտենզին 2-ը թողնում է մոդուլյացիոն ազդեցություն:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ *Н.А.Абиссова*, в кн.: Всесоюз. симп. по изысканию физиологически активных веществ, Рига, т.18 (1981). ² *И.Т.Ашмарин*, Молекулярная биология, т.12, №5, с.965-975 (1978). ³ *Ж.Д.Беспалова*, Фармакология и токсикология, №2, с.39-44, 1982. ⁴ *В.Е.Клуша*, в кн.: Нейрофармакология пептидов, М., с.31-39 (1982). ⁵ *I.Y.P.Benet*, J.Biol.Chem., v.25, p.4723-4730, (1976). ⁶ *C.B.Daul*, Neuropharmacology, v.14, p.75-80 (1975). ⁷ *M.T.Lin*, Experientia, v.36, p.1077-1088, (1980).

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.827:612.82

Академик НАН Армении В. В. Фанарджян, Л. Р. Манвелян, В. И. Погосян,
В. А. Закарян, Э. Ю. Арутюнян

**Функциональная организация вестибулярных афферентных и
спинальных входов в вестибулярные ядра лягушки**

(Представлено 18/II 1997)

Комплекс вестибулярных ядер (КВЯ) представляет центральные структуры, которые интегрируют сигналы, поступающие из лабиринта, мозжечка, спинного мозга и ретикулярной формации, и распределяют свое влияние на различные двигательные центры. Благодаря этому осуществляется регуляция равновесия тела, его ориентация в трехмерном пространстве и модификация мышечного тонуса (1). Для лучшего понимания деятельности КВЯ является важным исследование функциональных отношений в системе вестибулярный аппарат — бульбарный КВЯ, а также вестибуло-спинальных взаимосвязей (2). В то время как у млекопитающих эти вопросы получили достаточно широкое освещение (3-6), они нуждаются в более систематическом исследовании у низших позвоночных, таких как лягушка (7-9).

В настоящей работе проведено электрофизиологическое исследование фокальных, полевых потенциалов КВЯ, возникающих на посылки из вестибулярного нерва и спинного мозга. Эксперименты выполнялись на разработанном в лаборатории перфузируемом препарате взрослой лягушки *Rana Ridibunda*. Животное наркотизировалось MS-222 (0,2 г на 1 кг веса, внутривентрально), перфузия осуществлялась через сердце раствором Рингера (10), насыщенным карбогеном (98% O₂ и 2% CO₂). Посредством краниотомии обнажалась область вестибулярных ядер и дорсальная поверхность спинного мозга. Тщательно выделялись передняя и задняя ветви вестибулярного нерва. После хирургического вмешательства животное иммобилизовалось раствором дитилина (50 мг на 1 кг веса). Биполярные стимулирующие электроды накладывались на перед-

ную ветвь VIII нерва, а также вводились в дорсо-вентральном направлении в шейный и грудной отделы спинного мозга. Отведение электрических потенциалов из КВЯ осуществлялось с помощью стеклянных микропипеток (диаметр кончика около 2 мкм), заполненных 3 М раствором лимоннокислого калия. Запись и обработка электрических потенциалов осуществлялись с использованием компьютера, в который вводились и сохранялись преобразованные в цифровые сигналы осциллограммы каждого пробега луча. Статистический и графический анализ производился при помощи двух компьютерных программ, разработанных в лаборатории, и программы MS Excel 7.0.

Электрическое раздражение передней ветви вестибулярного нерва вызывало афферентный потенциал поля в ипсилатеральном КВЯ, который состоял из двух компонентов, известных в литературе как N_0 и N_1 (рис. 1,Б) (7-10). Первый, равный, компонент (N_0) представлял быстрое двухфазное положительно-отрицательное, более часто монофазное отрицательное отклонение, отражающее синхронизированную активность афферентных волокон (пресинаптический потенциал). N_0 мог следовать двойному удару активации при коротких интервалах с незначительным уменьшением его амплитуды; N_0 увеличивался в амплитуде в латеральных областях ствола мозга, т.е. в поле, где нервные волокна вступают в мозг.

Второй компонент (N_1) состоял из моносинаптического, отрицательного потенциала поля, который представлял постсинаптическую деполяризацию центральных вестибулярных нейронов. Область отведения указанных потенциалов охватывала поле, расположенное на уровне входа VIII нерва и распространяющееся каудально на 1,5-2,0 см. Медιο-латеральная протяженность поля достигала 300-400 мкм латеральнее дорсальной верхушки ствола мозга. Центральная часть этого поля (рис. 1,А) характеризовалась более выраженной вызванной активностью, которая постепенно уменьшалась каудальнее и медиальнее. Область больших и постоянно выявляемых вестибулярно-вызванных потенциалов в общих чертах соответствовала морфологически показанной локализации КВЯ (11).

Соответствие с морфологическими данными имелось и при дорсо-вентральном обследовании КВЯ. При углублении отводящего электрода увеличивалась амплитуда афферентного вестибулярного полевого потенциала, достигая максимума, как правило, на глубине 400-600 мкм от поверхности ствола мозга. Затем при дальнейшем углублении электрода регистрируемый потенциал начинал быстро

уменьшаться в амплитуде. Однако во многих случаях вестибулярно-вызванные потенциалы могли быть зарегистрированы и из более глубоко расположенных точек.

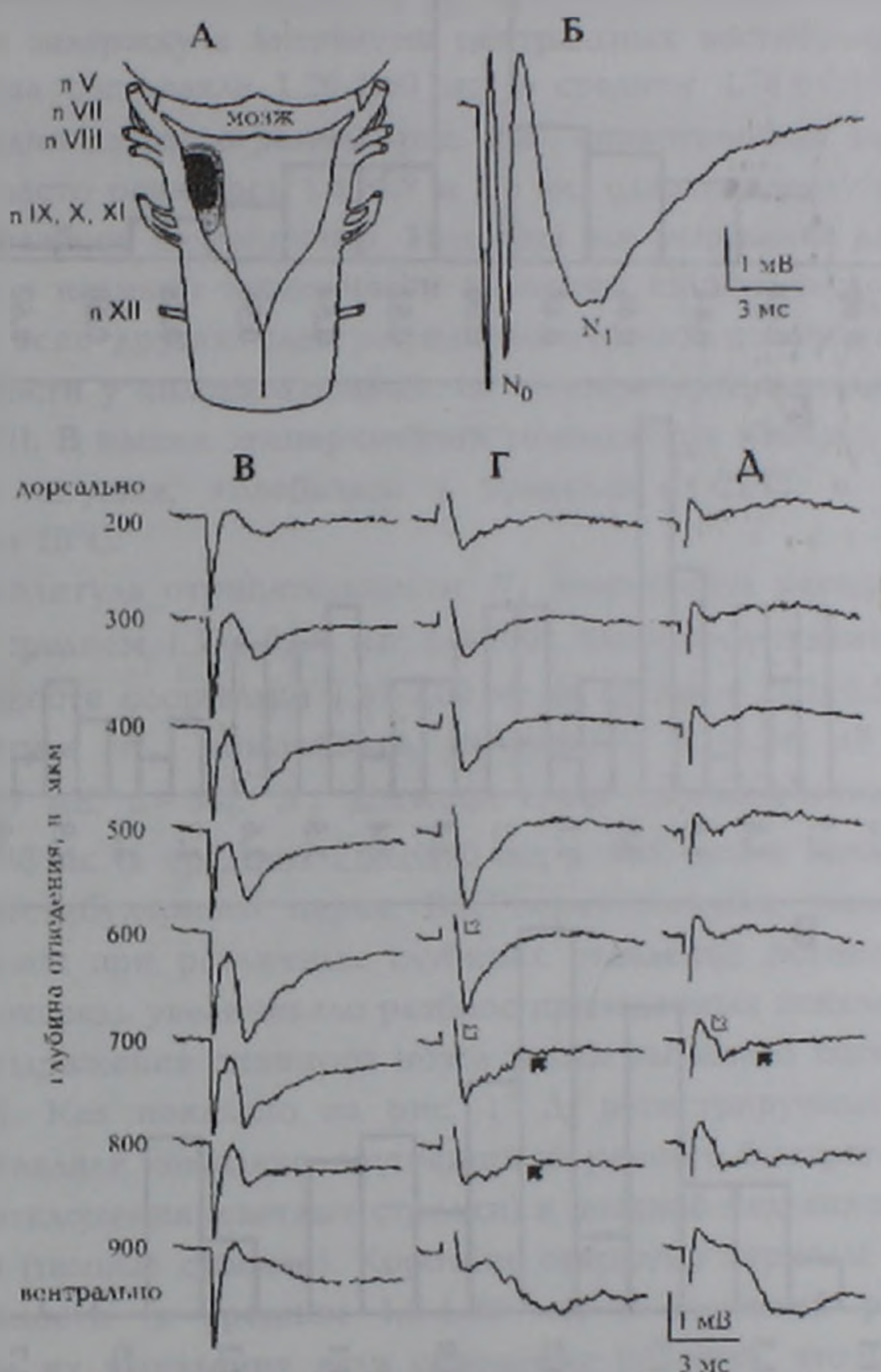


Рис. 1. Фокальные потенциалы КВЯ, вызванные раздражением ипсилатерально-го вестибулярного нерва (Б,В) и спинного мозга (Г,Д): А — область отведения вестибулярно-вызванных потенциалов в продолговатом мозге лягушки (затемне-но, соответственно величине вызванных потенциалов); Б — фокальный потен-циал на раздражение вестибулярного нерва в КВЯ с двумя последовательными негативными компонентами (N_0 , N_1); В-Д — регистрация потенциалов на раздражение вестибулярного нерва (В), шейного (Г) и грудного (Д) отделов спинного мозга на различных глубинах КВЯ. Глубина отведения показана в цифрах (мкм). На Г и Д светлые стрелки указывают на антидромные, темные стрелки — на синаптические фокальные потенциалы.

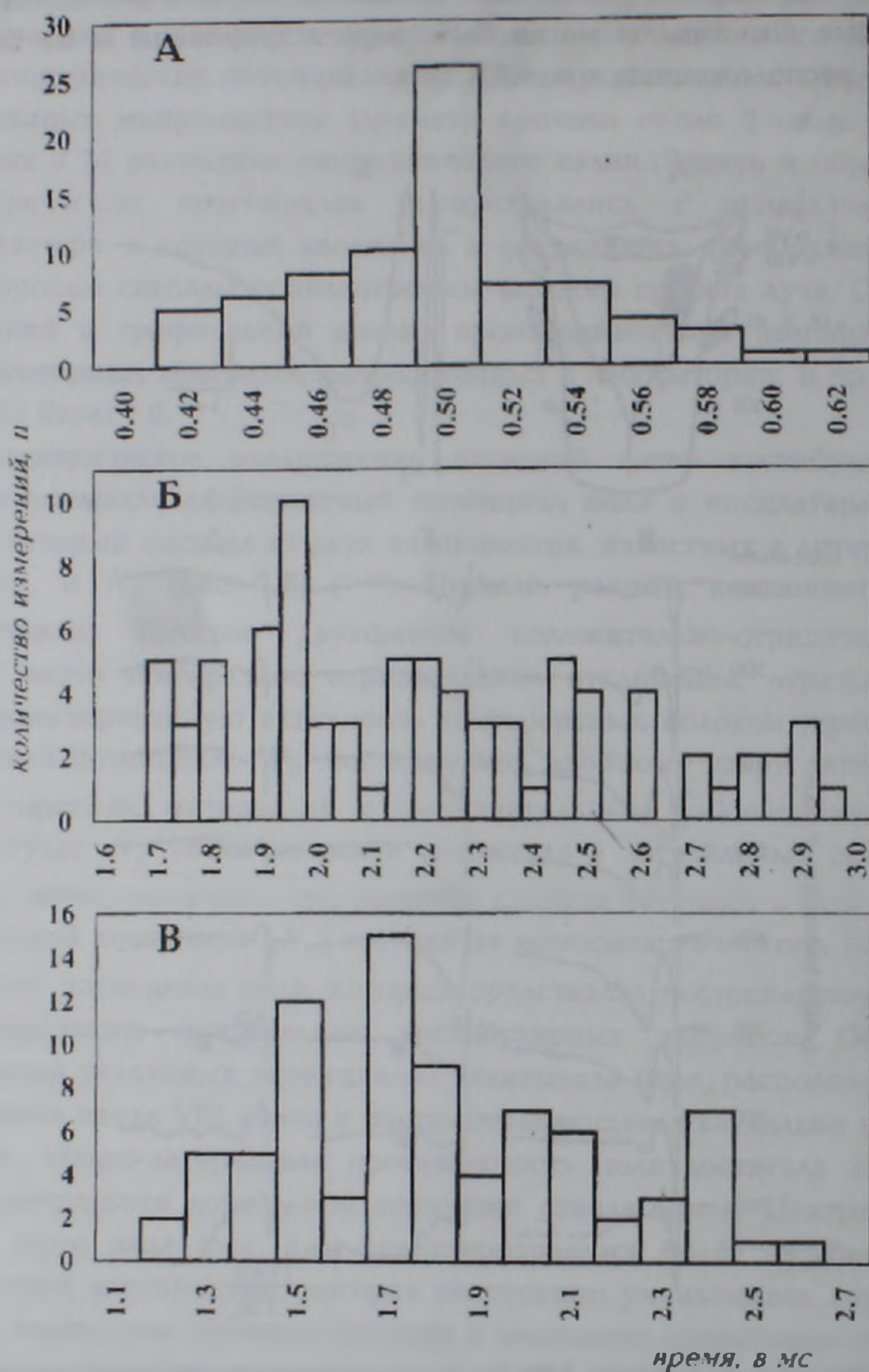


Рис. 2. Характеристики основных компонентов фокальных потенциалов, вызванных на раздражение вестибулярного нерва. Представлены гистограммы распределения скрытых периодов N_0 (А), N_1 (Б) и величины синаптической задержки (В).

Скрытые периоды возникновения N_0 компонента колебались в пределах 0,41-0,61 мс (в среднем $0,49 \pm 0,04$ мс; $n=78$) (рис. 2,А). N_1 отрицательность характеризовалась скрытым периодом в 1,66-2,92 мс

(в среднем $2,18 \pm 0,35$ мс; $n=82$) (рис. 2,Б). Как правило, скрытые периоды отмеченных двух компонентов (N_0 и N_1) имели тенденцию к увеличению при их регистрации из более глубоких структур.

Разность между N_1 и N_0 компонентами представляла синаптическую задержку в активации центральных вестибулярных нейронов. Она составляла 1,20-1,60 мс (в среднем $1,76 \pm 0,33$ мс; $n=82$). Как видно из гистограммы (рис. 2,В), синаптическая задержка наиболее часто равнялась 1,5, 1,7 и 1,8 мс, однако наряду с этим отмечался разброс ее величины. Имеются все основания для предположения о наличии зависимости величины синаптической задержки, как и всех других электрофизиологических показателей нервной активности у холоднокровных, от температуры окружающей среды (см. (12)). В наших экспериментах температура камеры, где располагалась лягушка, колебалась в пределах 11-22°C, в большинстве случаев 18°C.

Амплитуда отрицательности N_1 компонента равнялась 0,23-3,91 мВ (в среднем $1,33 \pm 0,66$ мВ; $n=100$). Фаза восхождения этой отрицательности составляла 1,02-3,89 мс (в среднем $2,21 \pm 0,54$ мс; $n=92$). Амплитуда N_0 компонента измерялась 0,1-4,34 мВ (в среднем $1,3 \pm 0,97$ мВ; $n=98$). N_0 достигал своей пиковой величины спустя 0,77-1,58 мс (в среднем $1,08 \pm 0,20$ мс; $n=95$) после начала раздражения вестибулярного нерва. Все перечисленные показатели были измерены при различных глубинах отведения потенциалов, что в свою очередь увеличивало разброс приведенных показателей.

Раздражение спинного мозга также вызывало потенциалы поля в КВЯ. Как показано на рис. 1,Г,Д, регистрируемые потенциалы представляли комплекс, состоящий из раннего быстрого отрицательного отклонения (светлые стрелки) и поздней медленной негативной волны (темные стрелки). Короткие открытые периоды ранней отрицательности (в среднем 1,2-1,32 мс) и короткий рефрактерный период их выявления дали основание полагать, что они представляют антидромный полевой потенциал вестибулоспинальных нейронов (?). Как правило, глубинный профиль антидромных ответов соответствовал таковому вестибулярного афферентного потенциала на стимуляцию VIII нерва (рис. 1,В-Д). Медленная негативность представляла синаптически вызванный потенциал поля. Ее латенция в среднем составляла 2,61-2,68 мс, и она, как правило, возникала в более глубоких точках отведения активности. Выяснение природы отмеченных синаптических потенциалов представляет значительный интерес. Оно связано с определением вентральной границы КВЯ и с

проведением четкой дифференцировки между вестибулярными и ретикулярными нейронами, которые способны активизироваться при стимуляции одних и тех же участков спинного мозга.

Институт физиологии им. Л.А.Орбели НАН Армении

Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Վ. Բ. ՖԱՆԱՐՋՅԱՆ, Լ. Ռ. ՄՈՆՎԵԼՅԱՆ,

Վ. Հ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ, Վ. Լ. ՋԱՔԱՐՅԱՆ, Է. ՅՈՒ ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Գորտի անդամատակային կորիզում անդամատակային աֆերենտ և ողնուղեղային մուտքերի ֆունկցիոնալ կապմավորումը

Աշխատանքում ներկայացված է անդամատակային նյարդի և ողնուղեղի գրգռման ազդեցությունը գորտի անդամատակային կորիզի նեյրոնների ֆոկալ ակտիվության վրա: Ցույց է տրված, որ իպսիլատերալ նյարդի գրգռումը անդամատակային կորիզներում առաջացնում է երկբաղադրիչ բացասական պոտենցիալ, որի վաղ բաղադրիչն արտացոլում է նախասինապսային նյարդաթելերի ակտիվությունը, իսկ ուշ բաղադրիչը ներկայացնում է անդամատակային նեյրոնների սինապսային ակտիվությունը: Երկբաղադրիչային բնույթի պոտենցիալները անդամատակային կորիզներում առաջանում են նաև ողնուղեղի գրգռման ժամանակ: Ավելի վաղ կարճ գաղտնի շրջանով բաղադրիչը ներկայացնում է անդամատակ-ողնուղեղային նեյրոնների անտիդրոմ, իսկ ավելի ուշ բաղադրիչը՝ նրանց սինապտիկ ակտիվությունը:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ V.J.Wilson, G.Melville Jones, Mammalian Vestibular Physiology, Plenum Press, N.Y., London, 1979. ² А.Бродак, Ф.Вальберг, О.Помпеано, Вестибулярные ядра, М.-Л., Наука, 1962. ³ R.H.Schor, Vestibulospinal Control of posture and locomotion, Elsevier, Amsterdam, p.77-81, 1988. ⁴ V.V.Fanardjian, V.A.Sarkisian, Vestibulospinal Control of posture and locomotion, Elsevier, Amsterdam, p.45-60, 1988. ⁵ V.V.Fanardjian, V.A.Sarkisian, Neuroscience, v.21, p.135-142 (1988). ⁶ M.Ito, The Cerebellum and Neural Control, Raven Press, N.Y., 1984. ⁷ W.Precht, A.Richter, S.Ozawa e.a., Exp. Brain Res., v.19, p.377-393 (1974). ⁸ A.W.Kunkel, M.Dieringer, J. Comp. Physiol. A, v.174, p.621-632 (1994). ⁹ N.Dieringer, Prog. In Neurobiology, v.46, p.97-129 (1995). ¹⁰ S.L.Cochran, P.Kasik, W.Precht, Synapse, v.1, p.102-123 (1987). ¹¹ C.Matesz, Neuroscience, v.4, p.2061-2071 (1979). ¹² H.Straka, N.Dieringer, Europ. J. Neuroscience, vol. 5, p. 251-260 (1993).