

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LXXXVII, № 4

1988

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Գ. Ա. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. րեկտոր (պատ. ֆաբրիկա), Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Բ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղր. տեղում, Վ. Հ. ՀԱՍԻԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Գ. ՄԵՒԹԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղր. տեղում, Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ի. ՈՐ. ՍԵՂՈՒՄՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղր. տեղում (պատ. խմբագիր), ՈՐ. Լ. ՏԻՐ-ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ. ՆԱՆԱՐՁՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНИЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Г. С. СААКЯН, академик АН АрмССР, Д. М. СЕДРАКЯН, чл.-корр. АН АрмССР (отв. редактор), А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, академик АН АрмССР.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

Доклады Академии наук Армянской ССР, 1988, т. 87, № 4, с. 145—192.

Բ Ա Վ Ա Ն Գ Ա Կ Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

Մ Ա Ք Ե Մ Ա Տ Ի Կ Ա

Ս. Ն. Քոռոսյան—Վերջավոր բազմության $\{F\}$ —անջատելի ենթաբազմությունների բանակի գնահատումների մասին 147

Ա. Վ. Աբրահամյան—Մեզոյի կորիզի գրանների մասին 152

Մ Ո Ն Ա Ն Ի Կ Ա

Ս. Ա. Նազարով—Շերտի հատվածում լամբի և Ստորի համակարգերի յուծումների վարքը անվերջությունում 156

Մ. Ա. Զսոյսյան—Քաղաղրյալ մարմինների թերյարվածության խնդիրները 160

Ա Մ Ե Ա Չ Կ Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ Ա Ն Տ Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

Ք. Լ. Աբրահամյան—Անվերջ երկարությամբ գլանային թույացումով առածգական մարմնի համար մի ոչ սիմետրիկ խնդրի մասին 155

Ա Մ Տ Վ Ա Տ Ի Չ Ի Կ Ա

Վ. Ս. Հայրապետյան, Վ. Վ. Վիխրև, Ա. Գ. Նիկողոսյան—Արեգակի մթնոլորտում մազնիսական ուժային խողովակների արտամղման ժամանակ «ազատ» մազնիսական դաշտի առաջացման մասին 171

Ո Ր Դ Ա Ն Ա Կ Ա Ն Ք Ի Մ Ի Ա

Ս. Մ. Հայրապետյան, Ա. Տ. Համբարձումյան, Վ. Հ. Իսնիկյան, Լ. Ա. Հակոբյան—Լցոնների պոլիմերիզացիոն ձևափոխումը որպես պոլիմերիզացիոն լցոնավորման մասնավոր դեպք 174

Ի Մ Ո Ւ Ն Ա Ղ Ո Ւ Ի Ա

Լ. Ա. Կծոյան, Գ. Ս. Կարգանյան, Գ. Վ. Էլոյան—T-լիմֆոցիտների β-ադրենաու-ցեպտոզների պոլյուսություն համեմատական վերլուծությունը հաստ աղիքի ֆունկցիոնալ և բորբոքային ինվանդությունների ժամանակ 179

Ճ Ի Չ Ի Ո Ղ Ո Ւ Ի Ա

Ի. Ա. Հաբույանյան, Լ. Ա. Սահակովա, Գ. Ս. Սարգսյան, Ջ. Կ. Նաչատրյան—Սուրստանցիա P-ի զերր նազարների սրգանիզմի ցերմային ռոմեոստապի կարգավորման մեջ 184

Ի Վ Շ Կ Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

Ա. Ս. Լոպուկյան, Ա. Վ. Սիխին—Միզամուղ ուղիների սուր վարակի դեպքում հակամանրէային թերապիայի ուժի մի բնորոշությունը 189

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- Б. Е. Торосян*—Об оценках числа $\{F\}$ -отделимых подмножеств конечного множества 147
А. В. Абрамян—О нулях ядра Segé 152

МЕХАНИКА

- С. А. Назаров*—Поведение на бесконечности решений систем Ламе и Стокса в секторе слоя 156
М. А. Задоян—Задачи малонапряженности составных тел 160

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- Б. Л. Абрамян*—Об одной несимметричной задаче для упругого тела с круглым цилиндрическим ослаблением бесконечной длины 165

АСТРОФИЗИКА

- В. С. Айрапетян, В. В. Вихрев, А. Г. Никогосян*—О генерации «свободного» магнитного поля при всплытии магнитных силовых трубок в атмосфере Солнца 171

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- С. М. Айрапетян, А. Ф. Амбарцумян, В. А. Дачиелян, Л. А. Акопян*—Полимеризационная модификация наполнителей—частный случай полимеризационного наполнения 174

ИММУНОЛОГИЯ

- Л. А. Касоян, Г. С. Карганян, Д. В. Элоян*—Сравнительный анализ чувствительности β -адренорецепторов Т-лимфоцитов при воспалительных и функциональных заболеваниях толстой кишки 179

ФИЗИОЛОГИЯ

- Р. А. Арутюнян, Л. А. Сиакови, Д. С. Саркисян, Дж. К. Хачатрян*—Роль вещества Р в регуляции температурного гомеостаза организма у кроликов 181

МЕДИЦИНА

- А. С. Ездокян, А. В. Ухин*—Выбор режима антибиотикотерапии острой инфекции мочевыводящих путей 189

CONTENTS

MATHEMATICS

- B. E. Torossian*—On the estimates of the numbers of $[P]$ -separable subsets of the finite sets. 147
A. V. Abrahamian—On the zeroes of the kernel Szegő. 152

MECHANICS

- S. A. Nazarov*—Behavior at infinity of solutions of Lamé and Stokes systems in a sector of a layer. 156
M. A. Zadoyan—Few-stressed problems of composed bodies. 160

THEORY OF ELASTICITY

- B. L. Abramian*—On an asymmetric problem for elastic solid with cylindrical weakening of infinite length. 165

ASTROPHYSICS

- V. S. Hayrapetian, V. V. Vichrev, A. G. Nikoghosian*—On the generation of "free" magnetic field when force magnetic tubes lift in the solar atmosphere. 171

ORGANIC CHEMISTRY

- S. M. Hayrapetian, A. F. Hambartsumian, V. A. Daniellun, L. A. Hako- pian*—The polymeric modification of fillers is a private case of polymeric filling. 174

IMMUNOLOGY

- L. A. Ktsoyan, G. S. Karganian, D. V. Eloyan*—Comparative analysis of *T*-lymphocytes' β -adrenoreceptors in inflammatory and functional bowel diseases. 179

PHYSIOLOGY

- R. A. Harutunian, L. A. Suakova, D. S. Sarkisian, D. K. Khachaturian*—The role of substantia *P* in the regulation of temperature homeostasis organism of rabbits. 184

MEDICINE

- A. S. Ezdoklan, A. V. Uchin*—Antibacterial regime choice of urinary tract infection. 189

Техн. редактор *Азизбекач Л. А.*

Сдано в набор 05.11.88. Подписано к печати 07.02.89. ВФ 02324

Бумага № 2. Формат 70×108^{1/16}. Высокая печать. Печ. лист 3,0. Усл. печ. л. 4,2

Учет. изд. 3,6 л. Тираж 400. Заказ 1406. Издат. 7511. Цена 55 к.

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г., 11 эт., к. 1, т. 27-97-238

Издательство Академии наук Армянской ССР, 375019, Ереван,
пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

Б. Г. Торосян

Об оценках числа $\{F\}$ -отделимых подмножеств
 конечного множества

(Представлено чл. корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 19/VII 1988г)

Рассматриваются конечные множества точек n -мерного евклидова пространства R^n и вещественные функции, зависящие от вещественных переменных x_1, x_2, \dots, x_n (необязательно всюду определенные).

В статье приводятся некоторые результаты исследований по установлению условий отделимости подмножества $A_0 \subseteq A$ ($A \subset R^n$) от своего дополнения $A \setminus A_0$, по значениям некоторой функции из заданного класса $\{F(\bar{x}) \equiv F(x_1, x_2, \dots, x_n)\}$. Указываются возможности применений полученных условий для оценки числа таких подмножеств фиксированной мощности, а также для оценки полного их числа (исходя из описаний рассматриваемого множества $A \subset R^n$, класса $\{F(\bar{x})\}$ и структуры отделяемых подмножеств множества A).

1. Пусть зафиксированы непустое множество $A \subset R^n$ и непустой класс функций $\{F(\bar{x})\} \equiv \{F\}$.

Определение 1. Подмножество $A_0 \subseteq A$ назовем $\{F\}$ -отделимым в A , если в классе $\{F\}$ разрешима хотя бы одна из систем

$$\begin{cases} F(\bar{x}) \geq 0, \text{ при } \bar{x} \in A_0 \\ F(\bar{x}) < 0, \text{ при } \bar{x} \in A \setminus A_0; \end{cases} \quad \begin{cases} F(\bar{x}) > 0, \text{ при } \bar{x} \in A_0 \\ F(\bar{x}) < 0, \text{ при } \bar{x} \in A \setminus A_0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} F(\bar{x}) < 0, \text{ при } \bar{x} \in A_0 \\ F(\bar{x}) > 0, \text{ при } \bar{x} \in A \setminus A_0; \end{cases} \quad \begin{cases} F(\bar{x}) < 0, \text{ при } \bar{x} \in A_0 \\ F(\bar{x}) \geq 0, \text{ при } \bar{x} \in A \setminus A_0. \end{cases}$$

Определение 2. Подмножество $A_0 \subseteq A$ назовем строго $\{F\}$ -отделимым в A , если в классе $\{F\}$ разрешима хотя бы одна из систем

$$(a) \begin{cases} F(\bar{x}) > 0, \text{ при } \bar{x} \in A_0 \\ F(\bar{x}) < 0, \text{ при } \bar{x} \in A \setminus A_0; \end{cases} \quad \begin{cases} F(\bar{x}) < 0, \text{ при } \bar{x} \in A_0 \\ F(\bar{x}) > 0, \text{ при } \bar{x} \in A \setminus A_0. \end{cases}$$

Определение 3. Класс $\{F\}$ назовем полным относительно A , если для всякого слабо $\{F\}$ -отделимого подмножества $A_0 \subseteq A$ в классе $\{F\}$ разрешима система (а). Класс $\{F\}$ назовем полным, если он полон относительно произвольного множества $B \subset R^n$.

Пусть $M_{от}(\{F\}, A)$ и $M_{стр}(\{F\}, A)$ обозначают множества всех $\{F\}$ -отделимых и строго $\{F\}$ -отделимых подмножеств в A соответственно.

Теорема 1. 1) Если класс $\{F\}$ полон относительно A , то $M_{от}(\{F\}, A) = M_{стр}(\{F\}, A)$; 2) если $\{F(\bar{x})\} \equiv \{f(\bar{x}) + b / f(\bar{x}) \in \{f(\bar{x})\}, b \in R\}$,

где $\{f(\bar{x})\}$ — данное множество функций, то при любом $B \subset R^n$ имеет место равенство $M_{\text{ст}}(\{F\}, B) = M_{\text{ст}}(\{F\}, B)$.

Таким образом, для полного относительно A класса $\{F\}$ можно говорить просто об $\{F\}$ -отделимых подмножествах в A . Полное их множество обозначим через $M(\{F\}, A)$, а множество всех таких подмножеств фиксированной мощности p — через $M(\{F\}, A, p)$.

Хорошо известным полным классом является класс всех линейных функций $F(\bar{x}) = a\bar{x} + b$. Возможности и свойства $\{a\bar{x} + b\}$ -отделимых подмножеств n -мерного единичного куба $E^n = \{0, 1\}^n$ (или пороговых функций двузначной логики) исследованы в большой серии работ, и в частности, в работах (1-10). В результате исследований (1-6), в частности, получены нижняя ($2^{n/2}$) и верхняя (2^n) оценки для числа $|M(\{a\bar{x} + b\}, E^n)|$.

Рассмотрение класса $\{a\bar{x} + b\}$ продолжено в работах (11, 12). Получено необходимое и достаточное условие линейной отделимости подмножества в произвольном множестве $B \subset R^n$, что было использовано для установления верхних оценок для чисел $|M(\{a\bar{x} + b\}, B, p)|$ и $|M(\{a\bar{x} + b\}, B)|$, в зависимости от описания множества B . Из них, в частности, следовала известная оценка $|M(\{a\bar{x} + b\}, B)| < 2^n (n > 1)$.

В сообщении (13) представлена верхняя оценка для числа $|M_{\text{ст}}(\{a\bar{x}\}, B)|$ в симметрических относительно точки \bar{o} множествах $B \subset R^n$, удовлетворяющих условию $\bar{o} \in B$.

2. Опишем некоторые подходы к построению полных классов.

Определение 4. Скажем, что множество функций $\{f(\bar{x})\}$ удовлетворяет условию (*), если из факта $f(\bar{x}) \in \{f(\bar{x})\}$ следует принадлежность $-f(\bar{x}) \in \{f(\bar{x})\}$.

Теорема 2. Если множество функций $\{f(\bar{x})\}$ удовлетворяет условию (*), то класс $\{F(\bar{x}) = f(\bar{x}) + b \mid f(\bar{x}) \in \{f(\bar{x})\}, b \in R\}$ является полным.

Следствие 1. 1) Классы $\{F(\bar{x})\}$, состоящие из многочленов $F(\bar{x})$ не выше данной неотрицательной степени или же из многочленов $F(\bar{x})$ данной неотрицательной степени, являются полными;

2) класс $\{G(\bar{x}), I, J\} \equiv \left\{ \sum_{\substack{(i_1, \dots, i_k) \in I \\ (m_1, \dots, m_k) \in J}} a_{i_1, \dots, i_k} \cdot x_{i_1}^{m_1} \dots x_{i_k}^{m_k} + b \right\}$ при данных конеч-

ных семействах I и J , члены которых находятся в подходящем взаимно-однозначном соответствии, является полным. В частности, таковым является класс $\{g(\bar{x}), I, J\} \equiv \{a_1 x_{i_1}^{m_1} + \dots + a_r x_{i_r}^{m_r} + b\}$

при данных $I = \{\{i_1\}, \dots, \{i_r\}\}$ и $J = \{\{m_1\}, \dots, \{m_r\}\}$, где $i_l \in \{1, n\}$ и $m_l \in \mathbb{N}$ при $l = \overline{1, r}$.

Отметим, что расширение полного относительно A класса может не быть таковым. То же самое верно относительно подклассов полных классов.

Теорема 3. 1) Если класс $\{F\}$ удовлетворяет условию (*) и его функции не принимают нулевого значения, то он полон;

2) если класс $\{F\}$ удовлетворяет условию (*) и его функции не принимают нулевого значения в множестве A , то он полон относительно A .

Теорема 4. Всякий, полный относительно A , класс $\{F\}$ получается расширением некоторого, полного относительно A , класса $\{F^*\}$, состоящего лишь из функций, не принимающих нулевого значения в множестве A , причем $M(\{F^*\}, A) = M(\{F\}, A)$.

3. Пусть зафиксированы множество $A \subset R^n$ и полный относительно A класс $\{F\}$.

Теорема 5. Подмножество $A_0 \subseteq A$ $\{F\}$ -отделимо в A тогда и только тогда, когда в классе $\{F\}$ разрешима система

$$\begin{cases} \sum_{\bar{x} \in A_0} F(\bar{x}) - \sum_{\bar{x} \in A \setminus A_0} F(\bar{x}) = \sum_{\bar{x} \in A} |F(\bar{x})| \\ F(\bar{x}) \neq 0, \text{ при } \bar{x} \in A. \end{cases}$$

Пусть $\{F(\bar{x})\} = \{a_1 f_1(\bar{x}) + \dots + a_q f_q(\bar{x}) + b\}$, т. е. класс $\{F(\bar{x})\}$ является линейным замыканием заданного множества функций $\{f_1(\bar{x}), \dots, f_q(\bar{x}), 1\}$. Тогда из теоремы 5 выводится утверждение.

Следствие 2. Для любого подмножества $A_0 \subseteq A$ вектор $(\sum_{\bar{x} \in A_0} f_1(\bar{x}), \sum_{\bar{x} \in A_0} f_2(\bar{x}), \dots, \sum_{\bar{x} \in A_0} f_q(\bar{x}), |A_0|)$ полностью и однозначно определяет $\{F\}$ -отделимость A_0 в A . В частности, вектор $(\sum_{\bar{x} \in A_0} x_{i_1}^{m_{i_1}} \cdot \dots \cdot x_{i_k}^{m_{i_k}})_{\substack{(i_1, \dots, i_k) \in I \\ (m_{i_1}, \dots, m_{i_k}) \in J}}, |A_0|)$ полностью и однозначно определяет $\{G(\bar{x}), I, J\}$ -отделимость A_0 в A .

4. Вытекающие из теоремы 5 выводы можно использовать с целью установления оценок для числа $\{F\}$ -отделимых подмножеств. Такие оценки можно устанавливать исходя из оценок числа возможных векторов типов тех, которые мы привели в следствии 2. Вид этих оценок, вообще говоря, существенно зависит от пары $\{F\}, A$ и структуры подмножеств множества A , подлежащих рассмотрению. Ниже приводим некоторые верхние оценки для указанных чисел (при их установлении полагается, что члены непустого семейства J целочисленны и положительны; $n > 1$).

Через $i(I)$ обозначим число членов в семействе I , а через $\mu_t(I)$, $1 \leq t \leq n$, — число различных членов семейства I длины t .

Теорема 6. Имеют место оценки

- 1) $|M(\{G(\bar{x}), I, J\}, E^n, p)| \leq (p+1)^{\sum_{t=1}^n \mu_t(I)}$
- 2) $|M(\{G(\bar{x}), I, J\}, E^n)| < 2 \cdot \left[2^{(n-1) \cdot (\mu_1(I)+1)} \prod_{t=2}^n (2^{n-t} + 1)^{\mu_t(I) + \mu_1(I) + 1} \right];$
- 3) $|M(\{G(\bar{x}), I, J\}, E^n)| < 2^{(n-1) \cdot i(I)} \cdot \left[\frac{2^n}{i(I)+1} + 3 \right]$, при $n \geq 3$ и $i(I) \geq 2$

Пусть $E_{n_0}^n = \{\beta \in E^n / \sum_{i=1}^n \beta_i = n_0\}$, а $S^{(n)}(\bar{x}, r_0)$ — хэмминговский шар радиуса r_0 с центром в точке $\bar{x} \in E^n$. Ниже через $\binom{a}{b}$ обозначается би-

Нормальный коэффициент, а $[c]$ обозначает наибольшее целое, не превосходящее вещественное число c .

Теорема 7. *Имеют место оценки*

- 1) $|M(\{G(\bar{x}), I, J\}, E_{n_0}^n)| < \left[\binom{n}{n_0} - 1 \right] \cdot \prod_{t=1}^{n_0} \left[\binom{n-t}{n_0-t} + 1 \right]^{v_t(t)} + 2;$
- 2) $|M(\{G(\bar{x}), I, J\}, S^{(n)}(\bar{x}, r_0))| < \left[\sum_{l=0}^{r_0} \binom{n}{l} - 1 \right] \cdot \prod_{t=1}^n \left[\sum_{l=0}^{r_0} \binom{n-t}{l} + 1 \right]^{v_t(t)} + 2.$

Если $S^{(n)}(\bar{x}, r_0) \subseteq A_0 \subseteq S^{(n)}(\bar{x}, r_0 + 1)$, то подмножество $A_0 \subseteq E^n$ называется шарообразным радиуса r_0 с центром в точке $\bar{x} \in E^n$. Пусть $M(\{F\}, E^n, A_{ш.о.}(r_0))$ есть множество всех $\{F\}$ -отделимых шарообразных подмножеств радиуса r_0 , а $M(\{F\}, E^n, A_{ш.о.})$ обозначает множества всех $\{F\}$ -отделимых шарообразных подмножеств в E^n . Далее,

пусть $m(r_0, t) = \min \left\{ \max_{0 \leq l \leq t} \left\{ \sum_{j=0}^{r_0-l} \binom{n-t}{j} \right\}; 2^{t-1} \right\} - \max \left\{ \min_{0 \leq l \leq t} \left\{ \sum_{j=0}^{r_0-l} \binom{n-t}{j} \right\}; 0 \right\} + 1$

Теорема 8. *Имеют место оценки*

- 1) $|M(\{G(\bar{x}), I, J\}, E^n, A_{ш.о.}(r_0))| < \left[\binom{n}{r_0+1} - 1 \right] \cdot \prod_{t=1}^n [m(r_0, t)]^{v_t(t)} + 2^n;$
- 2) $|M(\{G(\bar{x}), I, J\}, E^n, A_{ш.о.})| < 2 \cdot \sum_{u=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1} \left\{ \left[\binom{n}{u+1} - 1 \right] \cdot \prod_{t=1}^n [m(u, t)]^{v_t(t)} \right\} + n \cdot 2^n.$

При конкретизации рассмотрений можно получить соответствующие оценки для числа $|M(\{F\}, E^n, A_{ш.о.}(\bar{x}, r_0))|$ — мощности множества всех $\{F\}$ -отделимых шарообразных подмножеств в E^n , имеющих радиус r_0 и центр в точке $\bar{x} \in E^n$, а также для мощности множества всех таких подмножеств, имеющих одинаковый центр $\bar{x} \in E^n$. Например, имеют место оценки

$$|M(\{G(\bar{x}), I, J\}, E^n, A_{ш.о.}(\bar{o}, r_0))| < \left[\binom{n}{r_0+1} - 1 \right] \cdot \prod_{t=1}^n \left[\binom{n-t}{r_0-t+1} + 1 \right]^{v_t(t)} + 1;$$

$$|M(\{G(\bar{x}), I, J\}, E^n, A_{ш.о.}(\bar{1}, r_0))| < \left[\binom{n}{r_0+1} - 1 \right] \cdot \prod_{t=1}^n \left[\binom{n-t}{r_0+1} + 1 \right]^{v_t(t)} + 1.$$

Множество $A(s_1, s_2, \dots, s_n) = \{(t_1, \dots, t_n) / t_i \in \overline{0, s_i - 1}; i = \overline{1, n}\}$, где $s_i \in \mathbb{N}$ при $i = \overline{1, n}$, называется n -мерной целочисленной решеткой. Пусть $s_0 = |A(s_1, \dots, s_n)| = s_1 \cdot s_2 \cdot \dots \cdot s_n$.

Теорема 9. *Имеют место оценки*

- 1) $|M(\{G(\bar{x}), I, J\}, A(s_1, \dots, s_n), \rho)| < \prod_{(i_1, \dots, i_k) \in I} [p(s_{i_1} - 1)^{n_{i_1}} \cdot \dots \cdot (s_{i_k} - 1)^{n_{i_k}} + 1];$
- 2) $|M(\{G(\bar{x}), I, J\}, A(s_1, \dots, s_n))| < 2 \cdot \left\lfloor \frac{s_0}{2} \right\rfloor \cdot \prod_{(i_1, \dots, i_k) \in I} \left\lfloor \frac{s_0}{2} \right\rfloor \cdot (s_{i_1} - 1)^{n_{i_1}} \times$
 $\times \dots \times (s_{i_k} - 1)^{n_{i_k}} + 1 \Big\} + 2.$

5. Каждая из приведенных оценок, очевидно, имеет смысл только в случаях, когда правая часть неравенства не превышает полного числа подмножеств рассматриваемого типа в исходном множестве A . Понятно, что сказанное касается и всех других верхних оценок подобного рода.

Определение 5. Пусть $\{F\}$ — полный относительно A класс.
 1) Класс $\{F\}$ назовем абсолютно полным относительно A , если $M(\{F\}, A) = 2^{|A|}$ (или $|M(\{F\}, A)| = 2^{|A|}$); 2) скажем, что A вполне $(\{F\}, \rho)$ -отделимо, если $|M(\{F\}, A, \rho)| = \binom{|A|}{\rho}$.

В связи с определением 5, в частности, справедлива

Теорема 10. 1) Для того, чтобы множество E^n было вполне $(\{G(\bar{x}), I, J, \rho)$ -отделимым, необходимо, чтобы $\sum_{i=1}^n \mu_i(I) \geq \log_p \binom{2^n}{\rho}$;

2) Для абсолютной полноты класса $\{G(\bar{x}), I, J\}$ относительно E^n необходимо, чтобы $\sum_{i=1}^n \mu_i(I) \geq \frac{2^n - n}{n}$.

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР
и Ереванского государственного университета

Р. И. ՔՈՐՈՍՅԱՆ

Վերջավոր բազմության $\{F\}$ -անջատելի և նրա բազմությունների
բանալի գնահատումների մասին

Դիցուք A -ն n -չափանի էվկլիդեսյան տարածության որևէ վերջավոր բազմություն է, $A_0 \subseteq A$ ենթաբազմությունը կոչվում է $\{F\}$ -անջատելի A -ում, եթե A_0 և $A \setminus A_0$ բազմությունները կարելի է տարբերել $\{F\}$ դասին պատկանող որևէ ֆունկցիայի արժեքներով:

Հողվածում բերվում են ենթաբազմությունների $\{F\}$ -անջատելիության պայմանների հաստատման համար հեղինակի կողմից տարված հետազոտությունների որոշ արդյունքները ներկայացվում է այդ բնույթի մի անհրաժեշտ և բավարար պայման և ցուցադրվում է դրա օգտագործման հնարավորությունները նշված տիպի ենթաբազմությունների բանալի գնահատումների հարցում: Բերվում են այդ բանալիների մի շարք վերին գնահատականներ՝ կախված հիմնական A բազմության և ֆունկցիաների $\{F\}$ դասի նկարագրություններից, ինչպես նաև $\{F\}$ -անջատելիության նկատմամբ քննարկման ենթակա $A_0 \subseteq A$ ենթաբազմությունների հղորությունից և կառուցվածքային նկարագրություններից:

Զեկուցման մեջ ներկայացված արդյունքների բնույթն ունեցող արդյունքներ նախկինում հաստատված չեն և չեն:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Э. И. Печипорук, Проблемы кибернетики, вып. 11, Наука, М., 1964. ² О. Б. Лупанов, Проблемы кибернетики, вып. 26, Наука, М., 1973. ³ М. Блок, Я. Мораяк, Кибернетический сб., н. с., № 6, 1969. ⁴ С. Яджима, Т. Ибараки, Кибернетический сб., н. с., № 6, 1969. ⁵ S. Muroga, IEEE, Trans. on El. Comp., EC-14, № 2, 1965. ⁶ R. O. Winder, AIEE, S. 134, 1951. ⁷ S. H. Cantor, Bionics symposium, Rept 60-600, 1960. ⁸ E. Goto, H. Takahasi, Proc. IFIP, Publ. CO, 1963. ⁹ Б. Е. Торосян, ДАН АрмССР, т. 68, № 1 (1979). ¹⁰ Ю. А. Зуев, Л. И. Липкин, Дискр. анализ, вып. 43 (1986). ¹¹ Б. Е. Торосян, VI Всесоюз. конф. по проблемам теор. кибернетики, Тезисы докл., Саратов, 1983. ¹² Б. Е. Торосян, ДАН АрмССР, т. 84, № 2 (1987). ¹³ С. В. Архангельский, VIII Всесоюз. конф. по проблемам теор. кибернетики, Тезисы докл., ч. I, Горький, 1988.

УДК 517.5

МАТЕМАТИКА

А. В. Абрамян

О нулях ядра Сегё

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Аракелянном 27/VII 1988)

Пусть многочлены $\{\varphi_n(z)\}_{n=0}^{\infty}$ ортонормальны на единичной окружности $T = \{z; |z|=1\}$ относительно распределения $d\mu(\theta)$, где $\mu(\theta)$ — ограниченная неубывающая функция с бесконечным множеством точек роста на отрезке $[0, 2\pi]$.

Зафиксируем $\zeta \in T$ и рассмотрим ядро Сегё

$$K_n(z, \zeta) = \sum_{\nu=0}^n \overline{\varphi_{\nu}(\zeta)} \varphi_{\nu}(z).$$

При всяком $n > 0$ нули многочлена $\varphi_n(z)$ лежат в круге $U = \{z; |z| < 1\}$ (см. (1), с. 14), следовательно, многочлен $K_n(z, \zeta)$ имеет точную степень n .

Известно (см. (2)), что все нули $K_n(z, \zeta)$ лежат на окружности T и вместе с точкой ζ являются точками сосредоточения $n+1$ -точечной меры на окружности, которая оставляет без изменения моменты $c_0, c_{\pm 1}, \dots, c_{\pm n}$ меры μ , точнее:

$$c_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik\theta} d\mu = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik\theta} d\sigma_n, \quad |k|=0, 1, \dots, n, \quad (1)$$

где $d\sigma_n = \sum_{\nu=0}^n m_{\nu,n} \delta(z - \zeta_{\nu,n});$

$\zeta_{0,n} = \zeta, \zeta_{\nu,n}, \nu = 1, 2, \dots, n$ нули $K_n(z, \zeta);$

$m_{\nu,n} = K_n^{-1}(\zeta_{\nu,n}, \zeta_{\nu,n}), \delta$ — мера Дирака.

Обозначим через $C(T)$ пространство непрерывных на T комплексных функций. Если $\gamma, \gamma_n (n=1, 2, \dots)$ — конечные положительные меры на T , то символом $d\gamma_n \rightarrow d\gamma$ будем обозначать слабую сходимость: для $\forall f \in C(T)$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_T f d\gamma_n = \int_T f d\gamma.$$

Пусть $d\mu = p(\theta)d\theta + d\mu_s$ — разложение Лебега меры μ , где $p(\theta) \geq 0$ суммируемая на $[0, 2\pi]$ функция, а $d\mu_s$ — сингулярная компонента μ . Справедлива следующая

Теорема 1. Если $p(\theta) > 0$ для почти всех $\theta \in [0, 2\pi]$, то для $\forall f \in C(T)$ имеет место предельное соотношение

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(z_{1n}) + \dots + f(z_{nn})}{n} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(e^{i\theta}) d\theta, \quad (2)$$

$$\text{т. е. } d\mu_n \rightarrow \frac{d\theta}{2\pi}, \quad d\mu_n = \frac{1}{n+1} \sum_{\nu=0}^n \delta(z - z_{\nu n}), \quad z_{\nu n} = z_{\nu}.$$

Прежде чем доказать теорему 1, сформулируем в виде леммы некоторые необходимые нам известные результаты (см. (3)).

Лемма 1. Если $p(\theta) > 0$ почти всюду на отрезке $[0, 2\pi]$, то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} |\varphi_n(e^{i\theta})|^2 d\mu_n = 0;$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} \left| p(\theta) \frac{K_n(e^{i\theta}, e^{i\theta})}{n+1} - 1 \right| d\theta = 0.$$

Доказательство теоремы. Достаточно показать, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} e^{ik\theta} d\mu_n = \int_0^{2\pi} e^{ik\theta} d\theta, \quad |k| = 0, 1, \dots \quad (3)$$

Имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik\theta} d\mu_n &= \frac{1}{n+1} \sum_{\nu=0}^n \frac{m_{\nu n}}{m_{\cdot n}} = \frac{1}{n+1} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik\theta} \sum_{\nu=0}^n |\varphi_{\nu}(e^{i\theta})|^2 dz_{\nu} = \\ &= \frac{1}{n+1} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik\theta} K_{n-|k|}(e^{i\theta}, e^{i\theta}) d\mu_n + \frac{1}{n+1} \sum_{\nu=n-|k|+1}^n \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik\theta} |\varphi_{\nu}(e^{i\theta})|^2 dz_{\nu}. \end{aligned} \quad (4)$$

Мы воспользовались равенством (1). Далее

$$\left| \frac{1}{n+1} \sum_{\nu=n-|k|+1}^n \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik\theta} |\varphi_{\nu}(e^{i\theta})|^2 dz_{\nu} \right| \leq \frac{|k|}{n+1}; \quad (5)$$

$$\frac{1}{n+1} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_{n-|k|}(e^{i\theta}, e^{i\theta}) d\mu_n =$$

$$= \frac{n-|k|+1}{n+1} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left| p(\theta) \frac{K_{n-|k|}(e^{i\theta}, e^{i\theta})}{n-|k|+1} - 1 \right| d\theta =$$

$$= \frac{n-|k|+1}{n+1} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ik\theta} d\theta + \frac{1}{n+1} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_{n-|k|}(e^{i\theta}, e^{i\theta}) e^{ik\theta} d\mu_n. \quad (6)$$

Переходя к пределу в равенстве (4) при $n \rightarrow \infty$ с учетом (5), (6) и леммы 1, получим (3).

Теорема 2. Для справедливости предельного соотношения (2) необходимо и достаточно, чтобы

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|K_n(z, \cdot)| |p_n(\cdot)|^{-1}} = 1$$

равномерно (по z) внутри U .

Теорема 2 является следствием следующей леммы

Лемма 2. Пусть $\{z_{\nu n}\}_{\nu=1}^n \subset T$, $n = 1, 2, \dots$

$$p_n(z) = \prod_{\nu=1}^n (z - z_{\nu n}), \quad d\nu_n = \frac{1}{n} \sum_{\nu=1}^n \delta(z - z_{\nu n}).$$

Для того чтобы

$$d\nu_n \rightarrow \frac{d\theta}{2\pi}, \quad (7)$$

необходимо и достаточно выполнение условия

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|p_n(z)|} = 1 \quad (8)$$

равномерно внутри U .

Необходимость. Из (7) следует, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \sqrt[n]{|p_n(z)|} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln|z - e^{i\theta}| d\theta = 0$$

равномерно внутри U .

Достаточность. Так как

$$\|d\nu_n\| = \sup_{|f| \leq 1} \left| \frac{1}{2\pi} \int_T f d\nu_n \right| = \frac{1}{2\pi} \int_T d\nu_n = 1, \quad (9)$$

то в силу слабой компактности единичной сферы в сопряженном пространстве (см. (4), с. 188) из последовательности $\{d\nu_n\}$ можно выбрать слабо сходящуюся подпоследовательность.

Если $d\nu(\theta)$ произвольный слабый предел для $\{d\nu_n\}$, то согласно (8)

$$\int_0^{2\pi} \ln|z - e^{i\theta}| d\nu(\theta) = 0,$$

откуда следует

$$\int_0^{2\pi} e^{ik\theta} d\nu(\theta) = 0, \quad |k| = 1, 2, \dots \quad (10)$$

Так как тригонометрическая проблема моментов имеет единст-

пенное решение (см. (5)), то из (9), (10) получаем, что $d_1(\theta) = \frac{d\theta}{2\pi}$.

Лемма 2 доказана.

(По поводу леммы 2 см. (6), § 7. 4)

Кироваканский государственный педагогический институт

Ա. Վ. ԱՐՐԱՀԱՄԵԱՆ

Սեզյոնի կորիզի գրոնների մասին

Դիցուք $\mu(\theta)$ չնվազող սահմանափակ ֆունկցիա է որոշված $[0, 2\pi]$ միջակայքում: Իրտարկվում է միավոր շրջանագծի վրա ըստ d_1 -ի որթողունալ բաղմանդամների $\{\varphi_n(z)\}_{n=0}^{\infty}$ հաջորդականությունը և նրանց համապատասխան Սեզյոնի կորիզը՝

$$K_n(z, \bar{z}) = \sum_{k=0}^n \overline{\varphi_k(\bar{z})} \varphi_k(z)$$

Հայտնի է, որ ֆիքսած z -ի համար ($|z| = 1$), $K_n(z, \bar{z})$ -ի գրոնները պարզ են և ընկած են միավոր շրջանագծի վրա: Ելանակենք $C(T)$ -ով միավոր շրջանագծի վրա անընդհատ կոմպլեքս ֆունկցիաների տարածությունը: Աշխատանքում ապացուցված է հետևյալ թեորեմը՝

Թեև որևէ երեք $\mu'(\theta) > 0$, և ա. ա. $\theta \in [0, 2\pi]$, ապա ցունկացած f -ի համար ($f \in C(T)$) տեղի ունի հետևյալ սահմանային առնչությունը՝

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(z_{i,n}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(e^{i\theta}) d\theta,$$

որտեղ $\{z_{i,n}\}_{i=1}^n$, $n = 1, 2, \dots$, $K_n(z, \bar{z})$ -ի գրոններն են:

ЛИТЕРАТУРА—ՆՐԱՇԻՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Я. Л. Геронимус, Многочлены ортогональные на окружности и на отрезке. Физматгиз, М., 1958. ² М. Г. Крейн, А. А. Нудельман, Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи, Наука, М., 1973. ³ Е. А. Ралманов, Об асимптотике отношения ортогональных многочленов, Мат. сб., т. 103(145), с. 237—252 (1977). ⁴ А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин, Элементы теории функций и функционального анализа, Наука, М., 1981. ⁵ Н. И. Ахиезер, Классическая проблема моментов, Физматгиз, М., 1961. ⁶ Дж. Л. Уолш, Интерполяция и аппроксимация рациональными функциями в комплексной области, ИЛ, М., 1961.

УДК 539.375.517.946

МЕХАНИКА

С. А. Назаров

Поведение на бесконечности решений систем Ламе
 и Стокса в секторе слоя

(Представлено чл. корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 21/VI 1988)

1°. *Постановка задач.* Пусть Ω — область в R^3 , совпадающая вне достаточно большого шара B с сектором слоя $G = K \times (-1/2, 1/2)$, где $K = \{y : |z| < x\}$, $x \in (0, \pi]$; $x = (y, z)$, $y = (x_1, x_2)$ — (безразмерные) декартовы, а (r, φ, z) — цилиндрические координаты. Рассмотрим систему уравнений

$$-\nabla \cdot \nabla u + \nabla p = f, \quad \nabla \cdot u = (1 - 2\nu)r \quad \text{в } \Omega, \quad (1)$$

в которой $u = (u_1, u_2, u_3)$ и $\nu \in [0, 1/2]$. Если $\nu = 1/2$, то (1) — система Стокса, p — давление, u — вектор скоростей; на $\partial\Omega$ поставим следующие условия:

$$u = \varphi \quad \text{на } \partial\Omega. \quad (2)$$

Если $\nu < 1/2$, то уравнения (1) эквивалентны системе Ламе. Тогда u — вектор смещений, p — величина, пропорциональная среднему давлению, ν — коэффициент Пуассона. Примем краевые условия

$$u = \varphi \quad \text{на } \Gamma; \quad \sigma^{(n)}(u) = \psi \quad \text{на } \partial\Omega \setminus \Gamma, \quad (3)$$

где ψ и φ — внешние нагрузки и смещения, $\sigma^{(n)}(u)$ — нормальные напряжения, $\Gamma \setminus B \sim \{x : \varphi = \pm x, |z| < 1/2\} \setminus B$ (т. е. боковая поверхность сектора слоя жестко закреплена).

В следующих разделах строится асимптотика решений задач (1), (2) и (1), (3). Для упрощения формул предполагается, что f , φ и ψ — финитные вектор-функции.

2°. *Система Стокса.* Определим по функции $u = q(y)$ вектор $U(q; x) = (1/8(4z_2 - 1)\nabla' q(y), 0)$ (штрих оставляет в векторе лишь первые две компоненты). Гармонические в K функции $r^{-1} \cos(\lambda_j(\varphi - z))$, подчиненные однородным условиям Неймана на ∂K , обозначим q_j ; здесь $j = 0, \pm 1, \dots, \lambda_j = \pi j / 2z$.

Предложение 1. *Обладающее конечным интегралом Дирихле решение задачи (1), (2) $\nu = 1/2$ допускает представление*

$$u(x) = C_1 U(q_1; x) + o(r^{-1-\delta}(1 + r \exp(\delta r(|\varphi| - z))), \\
 p(x) = \text{const} + C_1 q_1(x) + o(r^{-1}), \quad (4)$$

где C_1 — зависящая от f , φ постоянная, $\delta < \min\{\nu_1 + 1, \nu_2\}$, $\delta > 0$.

Алгоритм построения формальных асимптотических разложений при $r \rightarrow \infty$ является модификацией известных итерационных процессов

конструирования асимптотики решений эллиптических краевых задач в тонких областях (см. (1-6) и др.). С его помощью выводится так называемая предельная задача на сечении K сектора слоя G . В рассматриваемом случае это — задача Неймана для оператора Лапласа (ср. с уравнением Рейнольдса). Вблизи боковой поверхности G возникает экспоненциально затухающий пограничный слой (из-за него оценка в (4) содержит экспоненту).

Введем декартовы координаты τ_i^\pm такие, что $\tau_2^\pm = z$, ось $O\tau_1^\pm$ совпадает с лучом $\{\varphi = \pm\alpha\}$, а ось $O\tau_1^\pm$ направлена вовнутрь G . Пусть ζ_3 — гармоническая в $\Pi = \{\tau' : |\tau_2| < 1/2, \tau_1 > 0\}$ функция, равная нулю на боковых сторонах полуполосы Π и $1/8(1-4\tau_2^2)$ на ее торце. Положим $I = \|\nabla'' \zeta_3; L_2(\Pi)\|^2$ и обозначим через ζ', ρ решение плоской задачи Стокса

$$-\nabla' \cdot \nabla' \zeta' + \nabla' \rho = 0, \quad \nabla' \cdot \zeta' = \zeta_3 \text{ в } \Pi; \quad (5)$$

$\zeta' = 0$ при $\tau_2 = \pm 1/2, \tau_1 > 0$; $\zeta' = (0, I)$ при $\tau_1 = 0, |\tau_2| < 1/2$. Можно проверить, что $|\zeta'(\tau')|, |\rho(\tau')| = o(\exp(-\delta\tau_1)), \tau_1 \rightarrow +\infty$.

Предложение 2. Для решения (4) верны формулы

$$\begin{aligned} u(x) &= \sum_{j=1}^n C_j \{U(P_j; x) + \sum_{\pm} \lambda(\tau_i^\pm) \zeta_3^{(j)}(\tau_i^\pm)\} + o(r^{-1/2-3}), \quad \rho(x) = \\ &= \text{const} + \sum_{j=1}^n C_j \{P_j(y) + \sum_{\pm} \lambda(\tau_i^\pm) \rho^{(j)}(\tau_i^\pm)\} + o(r^{-1/2-3}), \quad r \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

в которых обозначения аналогичны использованным ранее: кроме того, $n = 1 + [4\lambda/\pi]$, $P_j = q_j - I^{-1}(1+i_j)r^{-1/2} \ln(i_j(\varphi - \alpha))$,

$$\zeta_3^{(j)}(\tau) = i_j \tau^{-1/2} r^{-3/2} ((1+i_j) \zeta_3'(\tau'), -\tau_2 \zeta_3(\tau')), \quad \rho^{(j)}(\tau) = i_j (1+i_j) \tau_2^{-1/2} r^{-2} \lambda(\tau');$$

$C_0 \in [-1, 1] \exists \lambda$ — срезка, равная единице вблизи нуля.

3°. Система Ламе. Решение задачи (1), (2) при $\nu < 1/2$ экспоненциально исчезает на бесконечности (напомним, что правые части в (1) — (3) финитны). Рассмотрим задачу (1), (3). Предельной для нее служит совокупность краевых задач

$$(\nabla' \cdot \nabla') w = 0 \text{ в } K, \quad w = \partial w / \partial z = 0 \text{ на } \partial K \setminus 0; \quad (6)$$

$$\nabla' \cdot \nabla' v + (1+\nu)(1-\nu)^{-1} \nabla' \nabla' \cdot v = 0 \text{ в } K, \quad v = 0 \text{ на } \partial K \setminus 0. \quad (7)$$

По двумерному вектору v и скаляру w , зависящим от переменных $y \in K$, построим трехмерные векторы

$$\begin{aligned} V(v; x) &= (v(y), \nu(\nu-1)^{-1} z \nabla' \cdot v(y)), \\ W(w; x) &= (1/24(1-\nu)^{-1}(4(2-\nu)z^2 + 6(6-\nu))z \nabla' \cdot \nabla' - z |\nabla' w(y), \\ &w(y) + 1/24\nu(\nu-1)^{-1}(12z^2 - 1) \nabla' \cdot \nabla' w(y)). \end{aligned} \quad (8)$$

Вне конической окрестности боковой поверхности цилиндра G асимптотика решения u задачи (1), (3) представляется в виде линейной комбинации векторов (8), определенных по однородным решениям краевых задач (6), (7). Эти решения $r^{-\lambda} Z(\varphi, \ln r)$ находятся из некоторых спектральных задач на дуге $(-\alpha, \alpha)$; λ — собственное число, а коэффициенты полинома $l \rightarrow Z(\varphi, l)$ суть собственные и присоединенные векто-

ры. Известны (см., например (7)) трансцендентные уравнения, которым удовлетворяют указанные собственные значения.

Пусть раствор 2α угла K таков, что первые собственные числа λ_α и λ_β из полуплоскостей $\{\operatorname{Re} \lambda < 1\}$ и $\{\operatorname{Re} \lambda < 0\}$ простые. Отвечающие им решения задач (6) обозначим через $w^\alpha(y) = r^{-\lambda_\alpha} \Phi^\alpha(\varphi)$ и $v^\alpha(y) = r^{-\lambda_\alpha} \Psi^\alpha(\varphi)$, а вещественные части следующих корней — через γ_α и γ_β .

Вблизи боковой поверхности G возникает пограничный слой, который описывается при помощи специальных решений задач о плоской и антиплоской деформации полуполосы Π . Его конструкция весьма громоздкая и здесь опускается. Отметим лишь, что погранслоем вычисляется по тем же формулам, что и в асимптотике по ε решения задачи в цилиндре малой высоты. Упомянутые формулы приведены, например, в § 5.6 (8).

Предложение 3. *Обладающее конечной упругой энергией решение задачи (1), (3) при $\nu < 1/2$ имеет асимптотику $u(x) = C_1 V(v^0; x) + C_2 W(w^0; x) + (1, 1, r) o(r^{-1})$, $r \rightarrow \infty$, где $\gamma < \min\{\gamma_\alpha - 1, \gamma_\beta, \lambda_\alpha, \lambda_\beta + 1\}$.*

Отметим, что при помощи обсуждающейся модификации итерационных процессов (1–6) можно построить полные асимптотические разложения обеих рассмотренных задач.

4°. *Краевые задачи в слое.* Если K — полный угол $R^2 \setminus 0$ (Ω вне B совпадает со слоем единичной толщины), то пограничные слои отсутствуют, а коэффициенты асимптотических рядов выражаются через производные фундаментальных решений $Y(y) = -(2\pi)^{-1} \ln|y|$, $(8\pi)^{-1} |y|^2 \ln|y|$ операторов $\nabla' \cdot \nabla'$, $(\nabla' \cdot \nabla')^2$ и через тензор Сомильяны T , отвечающий системе Ламе в (7). Сформулируем более простое утверждение относительно решения системы Стокса.

Предложение 4. *Для решения задачи (1), (2) при $\nu = 1/2$ справедливо асимптотическое представление*

$$(u(x), p(x)) = (0, \text{const}) + \sum_{j=1}^2 \sum_{n=1}^N C_{j,n} (U(X_{j,n}(\nabla') Y; x),$$

$$X_{j,n}(\nabla') Y(y)) + (1, 1, 1, r) o(r^{-N-1}), \quad r \rightarrow \infty,$$

где $C_{j,n}$ — некоторые постоянные, $y \rightarrow X_{j,n}(y)$, $j=1, 2$ — гармонические полиномы степени n , N — произвольное натуральное число.

Ленинградский государственный
университет им. А. А. Жданова

Ս. Ա. ՆԱԶԱՐՈՎ

Շեքարի հատվածում կամերի և Ստոկսի համակարգերի
լուծումների վաղի անվերջությունում

Գտնված են դեպի անվերջություն հլք ունեցող շեքարի կամ նրա մի մասի տեսքով կռաչափ տիրույթներում առաջադասականության տեսության և հիդրոմեխանիկայի խնդիրների լուծումների ստիմպտոտիկ ներկայացումները անվերջությունում:

Ասիմպտոտիկ շարքերը պարունակում են անկյունում սահմանային խնդիրների հատուկ համասեռ լուծումներ: Համեի համակարգի համար դրանք խնդիրներ են Կիրխոֆի սալի ծուման և հարթ լարվածային վիճակի մասին, իսկ Ստորսի համակարգի համար դա նեյմանի խնդիր է Հապլասի օպերատորի համար (Ռեյնոլդսի հավասարումներ):

Շերտի հասվածի կողմնային մակերևույթի մոտակայքում առաջանում է էքսպոնենցիալ սահմանային շերտ, որը նկարագրվում է կիսաշերտում հարթ խնդիրների լուծումներով:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. Л. Гольденвейзер, Прикл. математика и механика, т. 27, № 6, с. 1057—1074 (1962). ² М. Г. Джавадов, Дифференц. уравнения, т. 5, № 10, с. 1901—1909 (1968). ³ Н. Е. Зино, Э. А. Тропп, Асимптотические методы в задачах теории теплопроводности и термоупругости, Изд. ЛГУ, 1978. ⁴ С. А. Назаров, Вестник ЛГУ, № 7, с. 65—68, 1982. ⁵ В. В. Кучеренко, В. А. Попов, ДАН СССР, т. 274, № 1, с. 58—61 (1981). ⁶ С. П. Леора, С. А. Назаров, А. В. Проскура, Журн. вычислительной математики и мат. физики, т. 26, № 7, с. 1032—1048 (1986). ⁷ В. З. Паргон, П. Н. Перлин, Методы математической теории упругости, Наука, М., 1981. ⁸ С. А. Назаров, Введение в асимптотические методы теории упругости, Изд. ЛГУ, 1983.

УДК 239.374

МЕХАНИКА

М. А. Задоян

Задачи малонапряженности составных тел

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 22/VI 1988)

Рассматривается пространственное малонапряженное состояние на крае контактной поверхности составного клиновидного тела со степенным упрочнением. Фундаментальное исследование в этой области для линейно-упругих составных тел приведено в монографии (1). Вопросы концентрации напряжений в угловой точке при степенном законе упрочнения впервые рассмотрены в (2,3). В статьях (4,5) обсуждаются вопросы малонапряженности составных тел со степенным упрочнением.

1. Пусть два призматических тела из несжимаемых степенно упрочняющиеся материалов, соединенные по боковым поверхностям полным прилипанием и нагруженные непрерывно распределенными внешними силами в других боковых поверхностях, находятся в состоянии пространственного напряженного состояния. Выделим около края контактной поверхности призматический элемент и приведем цилиндрическую систему координат r, θ, z . Величины в областях $0 \leq \theta \leq \alpha, -\beta \leq z \leq 0$ обозначим, соответственно, 1 и 2.

В каждой из этих областей имеем дифференциальные уравнения равновесия

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= 0; \end{aligned} \tag{1}$$

соотношения между компонентами деформации, перемещения и напряжения

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad 2\gamma_{r\theta} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}, \\ 2\gamma_{r\theta} &= \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}, \quad 2\gamma_{\theta z} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta}, \quad \sigma_0 = k\epsilon_0^m, \\ \sigma_r &= \sigma_0 + 2k\epsilon_0^{m-1}(\epsilon_r - \epsilon_\theta), \quad \sigma_z = \sigma_0 + 2k\epsilon_0^{m-1}(\epsilon_z - \epsilon_\theta), \\ \tau_{ij} &= 2k\epsilon_0^{m-1}\gamma_{ij}, \quad \epsilon_r + \epsilon_\theta + \epsilon_z = 0. \end{aligned}$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 6(\tau_{r\theta}^2 + \tau_{\theta z}^2 + \tau_{rz}^2)}; \quad (2)$$

$$\epsilon_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\epsilon_r - \epsilon_\theta)^2 + (\epsilon_\theta - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_r)^2 + 6(\gamma_{r\theta}^2 + \gamma_{\theta z}^2 + \gamma_{rz}^2)}.$$

Принимается, что степени упрочнения m обоих материалов одинаковы, модули деформации k различны.

2. Полагаем, что деформированное состояние элемента складывается из плоской деформации и деформации кручения. Такое деформированное состояние характеризуется отсутствием продольного удлинения элемента $\epsilon_z = 0$.

В каждой области ($i=1, 2$) решение при $\lambda \neq 1$ представим следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_{r1} &= \sigma_{\theta 1} + 4k_1 r^{(\lambda-1)m} f_1' \chi_1, & \sigma_{z1} &= \sigma_{\theta 1} + 2k_1 r^{(\lambda-1)m} f_1' \chi_1, \\ \sigma_{\theta 1} &= -\frac{k_1}{(i-1)m} r^{(\lambda-1)m} \{ (f_1' + (1-i^2)f_1) \chi_1' + 4\eta f_1' \chi_1 \}, \\ \tau_{r\theta 1} &= k_1 r^{(\lambda-1)m} [f_1' + (1-i^2)f_1] \chi_1, & \eta &= \lambda [1 + (i-1)m], \\ \tau_{rz1} &= k_1 r^{(\lambda-1)m} \varphi_1' \chi_1, & \tau_{\theta z1} &= k_1 r^{(\lambda-1)m} \varphi_1 \chi_1, \\ u_i &= r^\lambda f_i, & v_i &= (\lambda+1)r^\lambda f_i, & w_i &= r^\lambda \varphi_i, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\chi_i = \sqrt{[f_1' + (1-i^2)f_1]^2 + 4\lambda^2 f_1'^2 + \varphi_1'^2 + \varphi_1^2}^{m-1}, \quad \lambda \neq 1$$

где $f_i = f_i(r, \theta)$, $\varphi_i = \varphi_i(r, \theta)$ искомые функции от θ и параметра λ . Приведенные выражения (3) компонентов напряжений и перемещения являются решением системы уравнений (1)–(2), если функции f_i и φ_i удовлетворяют следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} (f_1' + (1-i^2)f_1) \chi_1' + 4\eta f_1' \chi_1 - (\eta - \lambda)(\eta + 1) [f_1' + (1-i^2)f_1] \chi_1 &= 0; \\ (\varphi_1' \chi_1)' + \eta \varphi_1 \chi_1 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Для краевых условий первого рода на поверхностях $\theta = \alpha$ и $\theta = -\beta$ принимаем отсутствие внешних сил

$$\begin{aligned} (f_1' + (1-i^2)f_1) \chi_1' + 4\eta f_1' \chi_1 &= 0, \\ f_1' + (1-i^2)f_1 &= 0, \quad \varphi_1 = 0, \quad \theta = \alpha, -\beta \end{aligned} \quad (5)$$

и условия на контактной поверхности

$$\begin{aligned} (f_1' + (1-i^2)f_1) \chi_1' + 4\eta f_1' \chi_1 &= \gamma \{ (f_2' + (1-i^2)f_2) \chi_2' + 4\eta f_2' \chi_2 \}; \\ (f_1' + (1-i^2)f_1) \chi_1 &= \gamma (f_2' + (1-i^2)f_2) \chi_2, \quad \varphi_1 \chi_1 = \gamma \varphi_2 \chi_2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$f_1 = f_2, \quad f_1' = f_2', \quad \varphi_1 = \varphi_2, \quad \gamma = k_2/k_1, \quad \theta = 0$$

Система дифференциальных уравнений (4) с условиями (5)–(6) трехточечная задача на собственные значения для определения f_i , φ_i и λ . Придавая различные числовые значения λ , из (4)–(6) численными способами определяются соотношения между параметрами α , β , γ , m . При условии $\lambda > 1$ в пространстве этих параметров будем иметь

область малонапряженности. Принимая $\lambda = \lambda_2 < 1$, находим гиперповерхности одинаковых степеней концентрации напряжений $f(x, \beta, \gamma, m, \lambda_2) = 0$.

При $\varphi \equiv 0$ из (1)–(6) имеем случай плоской деформации (4), а при $f \equiv 0$ получим случай кручения (5).

3. В случае $\nu = 1$, т. е. при конечных напряжениях, решение системы (1)–(2) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} &= \sigma_{0\theta} + 4A_i \psi_i' \gamma_i, & \sigma_{z\theta} &= \sigma_{0z} + 2A_i \psi_i' \gamma_i, \\ \sigma_{\theta z} &= B_i - 2A_i \int_0^{\theta} (1 + \psi_i') \gamma_i d\theta, & \tau_{r\theta} &= A_i (1 + \psi_i') \gamma_i, \\ \tau_{r z} &= A_i \varphi_i' \gamma_i, & \tau_{z\theta} &= A_i \varphi_i' \gamma_i, & A_i &= k_i C |C|^{m-1}, \\ u_i &= Cr \psi_i, & v_i &= -2Cr f_i + Cr \ln r, & w_i &= Cr \varphi_i, \\ \psi_i &= f_i, & \gamma_i &= \sqrt{(1 + \psi_i')^2 + 4\psi_i'^2 + \varphi_i'^2 + \varphi_i^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

где B_i и C – произвольные постоянные. Приведенные выражения компонентов напряжений и перемещений (7) будут решениями системы уравнений (1)–(2), если ψ_i и φ_i удовлетворяют системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \psi_i'' &= -4\psi_i' - \frac{4(1-m)\psi_i(1+\psi_i')}{4\psi_i'^2 + \varphi_i'^2 + m[(1+\psi_i')^2 + \varphi_i'^2]}, \\ \varphi_i'' &= -\varphi_i' - \frac{4(1-m)\psi_i\varphi_i'}{4\psi_i'^2 + \varphi_i'^2 + m[(1+\psi_i')^2 + \varphi_i'^2]}. \end{aligned} \quad (8)$$

В случае граничных условий первого рода однородные условия системы (8) будут:

$$\psi_i' = -1, \quad \varphi_i' = 0, \quad \theta = \alpha, -\beta; \quad (9)$$

на контактной поверхности имеем

$$(1 + \psi_1') \gamma_1 = \gamma (1 + \psi_2') \gamma_2, \quad \psi_1 = \psi_2, \quad (10)$$

$$\varphi_1' \gamma_1 = \gamma \varphi_2' \gamma_2, \quad \varphi_1 = \varphi_2, \quad \theta = 0$$

Из условий на поверхностях $\theta = \alpha, 0, -\beta$ для $\sigma_{\theta\theta}$ получим

$$\int_0^{\alpha} (1 + \psi_1') \gamma_1 d\theta + \gamma \int_{-\beta}^0 (1 + \psi_2') \gamma_2 d\theta = 0. \quad (11)$$

Система дифференциальных уравнений (8) с граничными условиями (9)–(11) определяет гиперповерхность $F(\alpha, \beta, \gamma, m) = 0$ конечных напряжений, отделяющую зону малонапряженности от зоны сильной концентрации.

При $m = 1$, т. е. для линейно-упругих материалов, задача распадается на две отдельные задачи – задачу плоской деформации и задачу

кручения. В случае $\varphi_i = 0$ т. е. при плоской деформации, получим уравнение

$$\psi_i' = -4\psi_i - \frac{4(1-m)\psi_i(1+\psi_i)}{4\psi_i^2 + m(1+\psi_i)^2} \quad (12)$$

с граничными условиями

$$(1+\psi_1')\chi_1 = \gamma(1+\psi_2')\chi, \quad \psi_1'(x) = \psi_2'(-\beta) = -1, \quad (13)$$

$$\psi_1(0) = \psi_2(0), \quad \chi_i = \sqrt{(1+\psi_i')^2 + 4\psi_i'^2}.$$

Уравнение (12) с условиями (13) определяет поверхность $F(\psi, \gamma, m) = 0$ малодеформации при плоской деформации. При $m=1$ из (12)–(13) будем иметь

$$F = (\gamma^2 - \gamma + 1)\cos 2\alpha \cos 2\beta + (\gamma - 1)\cos^2 \beta - \gamma(\gamma - 1)\cos 2\alpha - \gamma \sin 2\alpha \sin 2\beta + (\alpha + \gamma\beta)(\sin 2\alpha \cos 2\beta + \gamma \cos 2\alpha \sin 2\beta) - \gamma = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) совпадает с соответствующим уравнением К. С. Чобаняна (1), если в нем положить коэффициенты Пуассона равными 1/2.

4. Когда элемент края контактной поверхности совместно испытывает плоскую деформацию, деформацию кручения и продольное удлинение, конечное напряженно-деформированное состояние можно представить в следующем виде:

$$\sigma_{r1} = \sigma_{01} + 4A_1\psi_i/\chi_i, \quad \sigma_{z1} = 2A_1\left(\psi_i + \frac{\sqrt{3}}{2}p\right)\chi_i,$$

$$\sigma_{\theta 1} = B_1 - 2A_1 \int_0^{\theta} (1+\psi_i')\chi_i d\theta, \quad \tau_{r\theta 1} = A_1(1+\psi_i')\chi_i,$$

$$\tau_{rz1} = A_1\varphi_i/\chi_i, \quad \tau_{z\theta 1} = A_1\varphi_i'\chi_i,$$

$$\chi_i = \sqrt{(1+\psi_i')^2 + 4\psi_i'^2 + \varphi_i'^2 + \varphi_i^2 + p^2 m^{-1}}, \quad (15)$$

$$u_i = Cr\psi_i - \frac{Cpr}{2\sqrt{3}}, \quad v_i = -2Cf_i + Cr \ln r,$$

$$w_i = Crz_i + \frac{Cpz}{\sqrt{3}}, \quad \psi_i = f_i'$$

где p — постоянная, характеризующая деформацию удлинения элемента.

Компоненты напряжений и перемещений (15) будут решением системы уравнений (1)–(2), если функции ψ_i и φ_i удовлетворяют системе дифференциальных уравнений

$$\psi_i' = -4\psi_i - \frac{4(1-m)\psi_i(1+\psi_i)}{\rho^2 + 4\psi_i^2 + \varphi_i^2 + m[(1+\psi_i')^2 + \varphi_i'^2]}, \quad (16)$$

$$\varphi_i = -\varphi_i - \frac{4(1-m)\psi_i\varphi_i'}{p^2 + 4\psi_i^2 + \varphi_i^2 + m[(1+\psi_i')^2 + \varphi_i'^2]}$$

Граничные условия для (16) остаются прежние — (9)—(11). Система уравнений (16) с условиями (9)—(11) определяет предельную поверхность $\Phi(\alpha, \beta, \gamma, m, p) = 0$, отделяющую область малонапряженности от области сильной концентрации напряжений. Исходя из соображений непрерывности, из (16) и (9)—(11) можно заключить, что при изменении p от 0 до ∞ положение предельной поверхности $\Phi = 0$ меняется от $F(\alpha, \beta, \gamma, m) = 0$ до $F(\alpha, \beta, \gamma, 1) = 0$. В частности, при $\psi_i = 0$, т. е. при кручении, из (16) получается $\varphi_i = D_i \cos \theta + F_i \sin \theta$. Используя граничные условия, из (9)—(11) для φ_i , будем иметь

$$\frac{\gamma \lg \beta |\cos \alpha|^{1-m}}{(\sqrt{1+p^2 \cos^2 \alpha})^{1-m}} + \frac{\gamma \lg \beta |\cos \beta|^{1-m}}{(\sqrt{1+p^2 \cos^2 \beta})^{1-m}} = 0, \quad (17)$$

При $p = 0$ из (17) следует уравнение, полученное в (5), а при $p \rightarrow \infty$ приходим к соответствующему уравнению для линейно-упругого тела (1).

Институт механики Академии наук
Армянской ССР

Մ. Ա. ՉԱԿՅԱՆ

Բաղադրյալ մասերի բերանավազմության խնդիրները

Նախորդ հաղորդումներում (1,2) բննարկվել են աստիճանային ամրապնդումով բաղադրյալ մարմնի միացման մակերևույթի եզրում թերաբարձության հարցերը հարթ ղեֆորմացիայի և ոլորման պայմանների առկայությամբ: Այստեղ ուսումնասիրվում է ավելի ընդհանուր խնդիր, երբ աստիճանային ամրապնդումով բաղադրյալ մարմնի միացման մակերևույթին կից էլեմենտը գտնվում է հարթ և ոլորման ղեֆորմացիաների համատեղ ազդեցությունների պայմաններում: Խնդիրը հանդում է սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների (4-րդ) համակարգի ինտեգրմանը (5)—(6) եզրային պայմանների դեպքում, որոնք բխում են արտաքին մակերևույթների արտաքին ուժերից ազատ լինելու և միացման մակերևույթում լարումների և տեղափոխումների անընդհատության պայմաններից:

Հավասարումների (8) համակարգը՝ (9)—(11) պայմաններով սկզբունքորեն որոշում է ֆիզիկական և երկրաչափական պարամետրերի տարածության մեջ թերաբարձությունը: Այս ուսումնասիրությունից, որպես մասնավոր դեպքեր, ստացվում են (1,2) հոդվածներում բերված արդյունքները:

Հոդվածում բննարկվում է նաև այն դեպքը, երբ միացման եզրում գտնվող էլեմենտը ենթարկվում է նաև առանցքային ձգման:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 К. С. Чобанян. Напряжения в составных упругих телах. Изд-во АН АрмССР. Ереван, 1987. 2 Г. П. Черепанов, ПММ, т. 31, вып. 3 (1967). 3 Дж. Райс, Разрушение, Мир, М., 1975, т. 2. 4 М. А. Задоян, ДАН АрмССР, т. 74, № 1 (1982) 5 М. А. Задоян, ДАН СССР, т. 296, № 2 (1987).

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Б. Л. Абрамян

Об одной несимметричной задаче для упругого тела с
 круглым цилиндрическим ослаблением бесконечной длины

(Представлено 22/VII 1988)

Исследуется несимметричная задача о действии сосредоточенной силы в упругом однородном пространстве с круглым цилиндрическим ослаблением бесконечной длины, когда сила приложена во внутренней точке упругой среды на конечном расстоянии от полости и направлена перпендикулярно к оси полости.

Динамическая задача о распространении упругих волн в пространстве с цилиндрической полостью бесконечной длины, когда возбуждающая колебания нагрузка приложена к внутренней точке пространства в виде сосредоточенной силы на конечном расстоянии от полости и направлена перпендикулярно к оси полости, исследовалась в работе (1).

Здесь статическая задача для пространства с цилиндрической полостью с аналогичным образом приложенной сосредоточенной силой рассматривается для выяснения влияния расстояния между точкой приложения силы и полостью на искомые величины.

Различные случаи действия сосредоточенных сил на упругое пространство и полупространство рассматривались в работах (2-9).

1. *Постановка задачи.* Для решения задачи ось Oz берем совпадающей с осью полости. Сосредоточенную силу берем расположенной в упругой среде в точке, лежащей на оси Ox и направленной вдоль оси Ox к полости. Переходя к цилиндрической системе координат, отсчитываем угловую координату φ от оси Ox . Тогда осевые плоскости $\varphi=0$ и $\varphi=\pi$ окажутся плоскостями симметрии деформации, и станет возможным представлять перемещения и напряжения в интервале $0 \leq \varphi \leq \pi$ в виде следующих рядов Фурье:

$$\begin{aligned}
 u_r &= \sum_{k=0}^{\infty} u_k(r, z) \cos k\varphi, & u_\varphi &= \sum_{k=1}^{\infty} v_k(r, z) \sin k\varphi, & u_z &= \sum_{k=0}^{\infty} w_k(r, z) \cos k\varphi, \\
 \tau_{rz} &= \sum_{k=0}^{\infty} \tau_{rz}^{(k)}(r, z) \cos k\varphi, & \tau_{r\varphi} &= \sum_{k=1}^{\infty} \tau_{r\varphi}^{(k)}(r, z) \sin k\varphi, & \tau_{z\varphi} &= \sum_{k=1}^{\infty} \tau_{z\varphi}^{(k)}(r, z) \sin k\varphi, \\
 \sigma_s &= \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_s^{(k)}(r, z) \cos k\varphi, & (s=r, \varphi, z). & & & (1.11)
 \end{aligned}$$

В силу симметрии деформации пространства относительно плоскости $z=0$ достаточно рассматривать задачу о действии сосредоточенной си-

лы Q на пространство с полостью только для полупространства с вертикальной цилиндрической выемкой круглого сечения при следующих условиях:

$$u_z(r, 0, \varphi) = 0, \quad \tau_{z\varphi}(r, 0, \varphi) = 0, \quad \tau_{rz}(r, 0, \varphi) = \frac{Q\delta(r-r_0)\delta(\varphi)}{2r} \quad (1.2)$$

где $\delta(s)$ — функция Дирака ⁽¹⁰⁾.

$$\delta(s) = \begin{cases} 0 & s \neq 0 \\ \infty & s = 0 \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(s)\psi(s)ds = \psi(0), \quad (1.3)$$

r_0 — расстояние от точки приложения сосредоточенной силы до оси Oz .

На поверхности полости принимаем условия

$$u_r(R, z, \varphi) = u_\varphi(R, z, \varphi) = \tau_{rz}(R, z, \varphi) = 0, \quad (1.4)$$

если на поверхности полости $r=R$ имеется жесткая облицовка или в полость вставлена жесткая гладкая труба.

Если же на поверхности полости напряжения отсутствуют, тогда вместо условий (1.4) берем

$$\sigma_r(R, z, \varphi) = \tau_{rz}(R, z, \varphi) = \tau_{r\varphi}(R, z, \varphi) = 0. \quad (1.5)$$

При решении задачи, учитывая разложения (1.1), граничные условия записываются для каждого члена разложений (1.1), для каждой гармонике решения отдельно.

Используя представление функции $\delta(\varphi)$ в виде ряда Фурье ⁽¹¹⁾

$$\delta(\varphi) = \frac{1}{\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \cos k\varphi, \quad (1.6)$$

получим следующие условия:

$$w_k(r, 0) = 0, \quad \tau_{z\varphi}^{(k)}(r, 0) = 0, \quad \tau_{rz}^{(k)}(r, 0) = \begin{cases} \frac{Q}{\pi r} \delta(r-r_0) & (k=1, 2, \dots) \\ \frac{Q}{2\pi r} \delta(r-r_0) & (k=0) \end{cases} \quad (1.2')$$

$$u_k(R, z) = v_k(R, z) = \tau_{rz}^{(k)}(R, z) = 0 \quad (k=0, 1, 2, \dots) \quad (1.4')$$

и

$$\sigma_r^{(k)}(R, z) = \tau_{rz}^{(k)}(R, z) = \tau_{r\varphi}^{(k)}(R, z) = 0 \quad (k=0, 1, \dots), \quad (1.5')$$

где $\tau_{r\varphi}^{(0)} = \tau_{z\varphi}^{(0)} = v_0 = 0$

2. *Использование функций П. Ф. Папковича. Составление выражений для перемещений и напряжений в виде сумм интегралов Вебера и Фурье.* В соответствии с представлениями (1.1) в цилиндрической системе координат функции Папковича берем в виде:

$$\Phi_1(r, z, \varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_{1k}(r, z) \cos(k+1)\varphi;$$

$$\Phi_2(r, \varphi, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_{2k}(r, z) \sin(k+1)\varphi; \quad (2.1)$$

$$\Phi_i(r, \varphi, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_{ik}(r, z) \cos k\varphi,$$

где $i=3, 0$ и функции $\varphi_{ik}(r, z)$ удовлетворяют уравнениям

$$\nabla_{k+1}^2 \varphi_{1k}^2 = \nabla_k^2 \varphi_{3k} = \nabla_k^2 \varphi_{0k} = 0, \quad \nabla_m^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{m^2}{r^2}. \quad (2.2)$$

Тогда для коэффициентов разложений (1.1) получим выражения, представленные при помощи функций φ_{ik}

$$u_k(r, z) = \varphi_{1k} - \frac{1}{4(1-\nu)} \frac{\partial \Omega_k}{\partial r}, \quad v_k(r, z) = \varphi_{1k} + \frac{1}{4(1-\nu)} \frac{k \Omega_k}{r}, \quad (2.3)$$

$$w_k(r, z) = \varphi_{3k} - \frac{1}{4(1-\nu)} \frac{\partial \Omega_k}{\partial z}, \quad \Omega_k = r \varphi_{1k} + z \varphi_{3k} + \varphi_{0k}$$

и др., эти выражения приводятся в работе (12).

Используя решения уравнений (2.2), функции φ_{ik} для решения задачи берем в виде следующих сумм интегралов:

$$\begin{aligned} \varphi_{1k} &= \int_0^{\infty} A_1^{(k)}(\lambda) e^{-\lambda z} W_{k+1}^{(s)}(\lambda r) d\lambda + \int_0^{\infty} B_1^{(k)}(\gamma) K_{k+1}(\gamma r) \cos(\gamma z) d\gamma; \\ \varphi_{3k} &= \int_0^{\infty} A_3^{(k)}(\lambda) e^{-\lambda z} W_k^{(s)}(\lambda r) d\lambda + \int_0^{\infty} B_3^{(k)}(\gamma) K_k(\gamma r) \sin(\gamma z) d\gamma; \\ \varphi_{0k} &= \int_0^{\infty} A_0^{(k)}(\lambda) e^{-\lambda z} W_k^{(s)}(\lambda r) d\lambda + \int_0^{\infty} B_0^{(k)}(\gamma) K_k(\gamma r) \cos(\gamma z) d\gamma, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где введено обозначение

$$W_k^{(s)}(\lambda r) = J_k(\lambda r) Y_s(\lambda R) - Y_k(\lambda r) J_s(\lambda R); \quad (2.5)$$

$J_n(x)$ и $Y_n(x)$ — функции Бесселя от действительного аргумента, соответственно первого и второго рода, $K_n(t)$ — функция Бесселя от мнимого аргумента второго рода.

Представления (2.4) согласованы с тем, чтобы перемещение $w_k(r, z)$ и напряжения $\tau_{rz}^{(k)}(r, z)$ и $\tau_{\varphi z}^{(k)}(r, z)$ на плоскости $z=0$ были бы выражены только интегралами Вебера.

На основе (2.4) и уравнений (2.2) могут быть использованы также и представления

$$r \varphi_{1k} = - \int_0^{\infty} A_1^{(k)}(\lambda) z e^{-\lambda z} W_{k+1}^{(s)}(\lambda r) d\lambda + \int_0^{\infty} B_1^{(k)}(\gamma) r K_{k+1}(\gamma r) \cos(\gamma z) d\gamma; \quad (2.6)$$

$$z \varphi_{3k} = \int_0^{\infty} A_3^{(k)}(\lambda) z e^{-\lambda z} W_k^{(s)}(\lambda r) d\lambda - \int_0^{\infty} B_3^{(k)}(\gamma) r K_{k+1}(\gamma r) \cos(\gamma z) d\gamma.$$

При помощи формул (2.3) — (2.6) коэффициенты перемещений и напряжений из разложений (1.1) представляются в виде сумм интегралов Вебера и Фурье.

3. *Использование преобразований Вебера—Орра.* При удовлетворении граничных условий на плоскости $z=0$ используются преобразования типа Вебера—Орра

$$\int_0^{\infty} \beta W_n^{(s)}(\beta r) \psi(\beta) d\beta = g(r) \quad (0 < R < r < \infty); \quad (3.1)$$

$$\psi(\beta) [J_n^2(\beta R) + Y_n^2(\beta R)] = \int_R^{\infty} r W_n^{(s)}(\beta r) g(r) dr,$$

рассматриваются случаи $s = n-1, n, n+1, n+2$.

Такие формулы преобразования можно получить, следуя методу Е. Титчмарша (13). Подобные формулам (3.1) формулы преобразования получены в работах Гриффитса (14–16).

В данной работе использованы формулы преобразований (3.1) и вычислены значения следующих интегралов, которые входят в искомые величины коэффициентов разложений (1.1)

$$\int_0^{\infty} \frac{\lambda W_n^{(n)}(\lambda r) d\lambda}{(\lambda^2 + \gamma^2) [J_n^2(\lambda R) + Y_n^2(\lambda R)]} = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{R}{r}\right)^n \quad (\gamma \geq 0; R < r < \infty; n=0, 1, \dots) \quad (3.2)$$

Это значение для случая $n=0$ приводится в работе (17):

$$\int_0^{\infty} \frac{W_n^{(n)}(\lambda r) d\lambda}{\lambda [J_n^2(\lambda R) + Y_n^2(\lambda R)]} = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{R}{r}\right)^n \quad (R < r < \infty; n=0, 1, \dots). \quad (3.3)$$

Это значение получается из (3.2) предельным переходом при $\gamma \rightarrow 0$ и дается в работе (17):

$$\int_0^{\infty} \frac{W_n^{(n)}(\lambda r) d\lambda}{\lambda (\lambda^2 + \gamma^2) [J_n^2(\lambda R) + Y_n^2(\lambda R)]} = \frac{\pi}{2\gamma^2} \left| \frac{K_n(\gamma r)}{K_n(\gamma R)} - \left(\frac{R}{r}\right)^n \right| \quad (3.4)$$

$(\gamma \geq 0; R < r < \infty; n=2, 3, \dots);$

$$\int_0^{\infty} \frac{W_n^{(n)}(\lambda r) d\lambda}{\lambda^3 [J_n^2(\lambda R) + Y_n^2(\lambda R)]} = -\frac{\pi R^2}{8(n-1)} \left(\frac{R}{r}\right)^{n-2} \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) \quad (3.5)$$

$(R < r < \infty; n=2, 3, \dots);$

$$\int_0^{\infty} \frac{\lambda W_n^{(n)}(\lambda r) d\lambda}{(\lambda^2 + \gamma^2)^2 [J_n^2(\lambda R) + Y_n^2(\lambda R)]} = -\frac{\pi}{4\gamma} \left[\frac{r K_{n-1}(\gamma r)}{K_n(\gamma R)} - \frac{R K_{n-1}(\gamma R) K_n(\gamma r)}{K_n^2(\gamma R)} \right] \quad (3.6)$$

$(\gamma \geq 0; R < r < \infty; n=2, 3, \dots);$

$$\int_0^{\infty} \frac{W_{n-1}^{(n)}(\lambda r) dr}{(\lambda^2 + \gamma^2) [J_n^2(\lambda R) + Y_n^2(\lambda R)]} = \frac{\pi K_{n-1}(\gamma R)}{2; K_n(\gamma R)} \quad (3.7)$$

($\gamma \geq 0$; $R < r < \infty$; $n = 2, 3, \dots$);

$$\int_0^{\infty} \frac{W_{n-1}^{(n)}(\lambda r) d\lambda}{\lambda^3 [J_n^2(\lambda R) + Y_n^2(\lambda R)]} = -\frac{\pi R}{4(n-1)} \left(\frac{R}{r}\right)^{n-1} \quad (R < r < \infty; n = 2, 3, \dots) \quad (3.8)$$

և ար.

При определении значений интегралов подобного типа используются также рекуррентные соотношения между функциями Бесселя.

4. Об определении произвольных функций интегрирования. Для определения произвольных функций интегрирования для различных гармоник разложений (1.1) параметр s , входящий в выражения (2.4) — (2.6), берется следующим образом:

$s = 1$ при $k = 0$, $s = 2$ при $k = 1$ и $s = k$ при $k = 2, 3, \dots$

Удовлетворение условий (1.2'), (1.4') дает для произвольных функций замкнутые выражения.

Для нулевой гармоники имеем

$$B_1^{(0)}(\gamma) \equiv 0, A_1^{(0)}(\lambda) \equiv 0, B_3^{(0)}(\gamma) = B_0^{(0)}(\gamma) = 0, \lambda A_0^{(0)}(\lambda) = -(3 - 4\nu) A_3^{(0)}(\lambda),$$

где
$$A_3^{(0)}(\lambda) = \frac{Q}{2\pi G} \frac{W_1^{(0)}(\lambda r_0)}{J_1^2(\lambda R) + Y_1^2(\lambda R)}$$

Произвольные функции интегрирования определены также и для других гармоник.

Институт механики

Академии наук Армянской ССР

Ր. Լ. ԱՐՐԱՀԱՄՅԱՆ

Անվերջ երկարությամբ գլանային բուլաղումով առաձգական մաքմնի համար մի ոչ սիմետրիկ խնդրի մասին

Աշխատանքում կառուցվում է անվերջ երկարությամբ գլանային բուլաղում ունեցող առաձգական մաքմնի վրա նրա ներքին, գլանային խոռոչի առանցքից վերջավոր հեռավորության վրա գտնվող, կետում կիրառված կենտրոնացած ուժի ալդեցության մասին խնդրի լուծումը, երբ կենտրոնացած ուժը ուղղված է խոռոչի առանցքին ուղղահայաց ուղղությամբ:

Խնդրի լուծումը կառուցվում է Պ. Ֆ. Պասյկովիչի հարմոնիկ ֆունկցիաների օգնությամբ: Այդ ֆունկցիաները վերցվում են եռանկյունաչափական շարքերի տեսքով, որտեղ վերլուծության գործակիցները ներկայացված են վերերի և Ֆուրյեի ինտեգրալներ պարունակող գումարների տեսքով:

- ¹ Б. Л. Абрамян, Г. Э. Геворкян, ДАН АрмССР, т. 83, № 2, с. 73—77 (1986).
- ² Thomson W. (*Kelvin*), Note on the Integrati n of the Equations of Equilibrium of an Elastic Solid. Math. and Phys. papers, v. 1, Cambridge, p. 97—99 (1882). (From the Cambridge and Dublin Math. J., Febr. 1845).
- ³ J. Boussinesq. Applications des potentielles a l'etude de l'equilibre et du mouvements de solides elastiques. Paris, 1885.
- ⁴ V. Cerruti, Ricerche intorno all'equilibrio de corpi elastici isotropi. Atti della R. Accademie dei Lincei. Memorie della classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 13, p. 81 (1881—1882).
- ⁵ H. A. Elliott, Proceedings of the Cambr. Philos. Soc., v. 44, № 4, p. 522—533 (1919).
- ⁶ W. T. Chen, J. Appl. Mech. Trans. ASME, ser. E, v. 33, № 2 (1966).
- ⁷ R. D. Mindlin, Physics, v. 7, № 5, p. 195—202 (1936).
- ⁸ R. D. Mindlin, D. Cheng, J. of Applied Physics, v. 21 № 9 (1950).
- ⁹ Г. Г. Чанквстадзе, Труд грузинского политехн. ин-та, № 1 (62), с. 71—74, 1958 (1959).
- ¹⁰ И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов, Обобщенные функции и действия над ними. 2-е изд., Физматгиз, М., 1959.
- ¹¹ M. R. Spiegel, J. of Appl. Physics, v. 23, № 8, p. 906—909 (1952).
- ¹² Б. Л. Абрамян, ДАН АрмССР, т. 35, № 4, с. 151—159 (1962).
- ¹³ Е. Титчмарш, Разложение по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка, т. 1, ИЛ, М., 1960.
- ¹⁴ J. L. Griffith, J. Proc. Roy. Soc. New South Wales, v. 89 (1955), 232—248 (1956).
- ¹⁵ J. L. Griffith, J. Proc. Roy. Soc. New South Wales, v. 90 (1956), 157—162 (1957).
- ¹⁶ J. L. Griffith, Proc. Roy. Soc. New South Wales, v. 91, p. 189 (1957).
- ¹⁷ Г. Бейтман, А. Эрдейи, Таблицы интегральных преобразований, т. 2, Наука, М., 1970.

УДК 52.64

АСТРОФИЗИКА

В. С. Айрапетян, В. В. Вихрев, А. Г. Никогосян

О генерации «свободного» магнитного поля при всплытии силовых магнитных трубок в атмосфере Солнца

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 4/IV 1988)

По современным представлениям магнитные поля на Солнце генерируются в конвективных слоях на глубине порядка 10^{10} см. Напряженность этих полей не превосходит 300 Гс ⁽¹⁾, поскольку в противном случае всплытие магнитных полей происходило бы быстрее, чем это требуется для объяснения многолетнего цикла солнечной активности. Исходя из этой оценки, отношение давления магнитного поля к давлению плазмы в конвективной зоне $\beta^{-1} = B^2/8\pi nkT$ составляет 10^{-3} . При всплытии плазмы с магнитным полем в фотосферные слои величина β^{-1} вследствие вмороженности поля в плазму ($B \sim v$) и уменьшения плотности ρ становится еще меньше. В результате давление всплывающих магнитных полей в фотосфере должно быть незначительным по сравнению с плазменным давлением, в то время как наблюдения указывают на существование фотосферных магнитных полей, для которых $\beta^{-1} > 1$ ⁽²⁾. Для объяснения этого факта были предложены, в частности, следующие два механизма усиления магнитного поля: за счет сходящихся потоков плазмы ⁽³⁾ и вследствие опускания охлажденной плазмы внутри вертикальной магнитной трубки ⁽⁴⁾.

В настоящей работе предлагается другой механизм усиления магнитного поля, связанный с всплытием магнитной силовой трубки из конвективной зоны и появлением «свободного» (очищенного от плазмы) поля. Магнитная энергия в трубке возрастает из-за продольного растяжения ее элементов, которое обусловлено действием выталкивающей силы, возникающей вследствие конвективных движений.

Рассмотрим зависимость относительного давления β^{-1} от степени растяжения трубки l/l_0 . Будем считать, что сумма давлений плазмы внутри трубки P_{int} и магнитного поля $B^2/8\pi$ уравнивается давлением плазмы извне

$$P_{int} + \frac{B^2}{8\pi} = P_{ext} \quad (1)$$

при этом температура плазмы вне и внутри трубки одинакова. Учитывая постоянство магнитного потока в сечении трубки и числа частиц в ней, получаем, что при растяжении относительное давление магнитного поля β^{-1} растет пропорционально $(l/l_0)^2$, если $nkT \gg B^2/8\pi$, и $\sim l/l_0$, если $nkT \ll B^2/8\pi$. Таким образом, при продольном растяжении трубки ве-

личина β^{-1} растет как при малых, так и при больших ее значениях. Отметим, что такой же зависимостью от l/l_0 характеризуется изменение энергии магнитного поля.

Возможность усиления магнитного поля и его очистки от плазмы при всплытии трубки в атмосфере Солнца связана с тем, что работа, совершаемая выталкивающей силой, оказывается больше энергии магнитного поля этой трубки в нижних конвективных слоях. Действительно, работа, совершаемая силой, действующей на трубку, определяется выражением

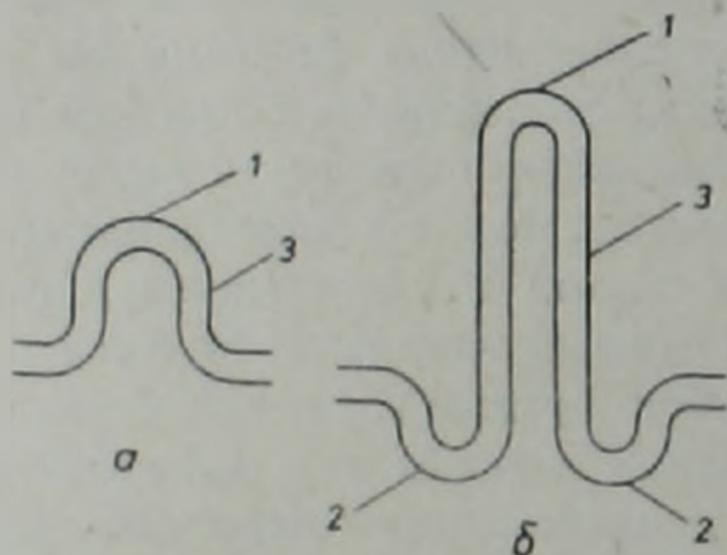
$$A = (\rho_{ext} - \rho_{int}) g \cdot h V, \quad (2)$$

где g — ускорение свободного падения на поверхности Солнца, V — объем трубки, h — высота всплытия. С учетом формулы (1)

$$A = \frac{m_H g \cdot h}{kT} \frac{B^2}{8\pi} V, \quad (3)$$

где m_H — масса атома водорода. Отношение этой работы к энергии магнитного поля, вызывающего всплытие, равно $W = m_H g \cdot h / kT$. Для характерных размеров и температуры конвективной зоны эта величина больше единицы.

Таким образом, если какой-либо участок магнитной трубки в конвективной зоне всплывает несколько быстрее, чем ее остальные части, то это приводит к растяжению трубки и образованию арки (рисунок, а).



Динамика магнитных силовых трубок при всплытии:

а — в начальной стадии; б — в развитой стадии всплытия, 1 — верхние арки, 2 — нижние арки, 3 — растягивающиеся участки магнитной трубки

Неравномерное всплытие магнитной трубки вызывает в гравитационном поле Солнца перераспределение плотности плазмы в ней. В верхних областях арки плотность становится меньше плотности окружающей ее среды. В результате для арочных областей появляется выталкивающая сила, которая приводит к продольному растяжению магнитной трубки, способствующему увеличению энергии магнитного поля и повышению значения β^{-1} . Растяжение трубки одновременно ведет и к охлаждению плазмы в ней. Охлажденная плазма имеет тенденцию пе-

ремещаться в нижние части трубки, прогибая ее, как это показано на рисунке, б, и вызывая тем самым ее дополнительное растяжение.

Описанный механизм может в значительной степени снять трудности, связанные с объяснением появления свободного магнитного поля в верхних слоях солнечной атмосферы.

Бюраканская астрофизическая обсерватория Академии наук
Армянской ССР
Институт атомной энергии им. Курчатова
Академии наук СССР

Վ. Ո. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ, Վ. Վ. ՎԻՆԻՍԻ, Ա. Գ. ՆԻՎԻՂՈՍՅԱՆ

Արեգակի մթնոլորտում մագնիսական ուժային խողովակների արտամղման մասանակ «ազատ» մագնիսական դաշտի առաջացման մասին

Առաջարկվում է Արեգակի մթնոլորտի վերին շերտերում մագնիսական դաշտի ուժեղացման մի նոր մեխանիզմ, որը կապված է կոնվեկտիվ տիրույթից մագնիսական ուժային խողովակի արտամղման և «ազատ» (պլազմայից «մաքրված») մագնիսական դաշտի առաջացման հետ:

Մագնիսական դաշտի ուժեղացումը պայմանավորված է նրանով, որ արտամղիչ ուժի կողմից կատարվող աշխատանքը գերազանցում է ստորին կոնվեկտիվ տիրույթներում խողովակի մագնիսական դաշտի էներգիան: Նթե մագնիսական խողովակի որևէ մի մասը մյուսների նկատմամբ ավելի արագ է արտամղվում կոնվեկտիվ տիրույթից, ապա նա ձգվում է, առաջացնելով կամար: Այդ անհավասարաչափ արտամղումը Արեգակի գրավիտացիոն դաշտում բերում է նրան, որ խողովակի ներսում պլազման վերաբաշխվում է: Կամարի վերին մասերում նյութի խտությունը դառնում է շրջապատող միջավայրի խտության նկատմամբ ավելի ցածր: Արդյունքը լինում է այն, որ կամարի տիրույթների վրա սկսում է ազդել արտամղիչ ուժ, որը բերում է մագնիսական խողովակի երկայնական ձգման, օժանդակելով մագնիսական դաշտի էներգիայի և β^{-1} մեծության արժեքի մեծացմանը: Խողովակի ձգվելու հետ մեկտեղ նրա մեջ պարունակվող պլազման սառչում է ու շարժվելով դեպի խողովակի ստորին մասերը, առաջացնում է լրացուցիչ ձգվածություն:

Նկարագրված մեխանիզմը թույլ է տալիս զգալի չափով հաղթահարել Արեգակի մթնոլորտի վերին շերտերում ազատ մագնիսական դաշտի առաջացման բացատրելու հետ կապված դժվարությունները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ E. Parker, Космические магнитные поля, т. 1. Мир, М., 1982. * Солнечные вспышки, Наука, М., 1982. ² E. Parker, Ap. J., v. 186, № 643, p. 665 (1973).

УДК 678.02.66.095.26+678.0463+678.763

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

С. М. Айрапетян, А. Ф. Амбарцумян, В. А. Даниелян, Л. А. Акопян

Полимеризационная модификация наполнителей—частный случай полимеризационного наполнения

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Г. Мацосяном 21/IV 1988)

Полимеризационную модификацию наполнителей можно рассматривать как частный случай полимеризационного наполнения⁽¹⁾, когда в композите полимер—наполнитель преобладает последний. Осуществлению этим методом модификации мела полихлоропреном (ПХП) и изучению закономерностей процесса, проводимого в вододисперсионной системе в присутствии смеси ионогенного и неионного компонентов эмульгатора—канифолевого мыла (КМ) и поливинилового спирта (ПВС), было посвящено наше предыдущее сообщение⁽²⁾. Процесс осложнялся образованием «осадочной» и «латексной» частей композита, и хотя удалось достичь практически одинаковых составов мел—ПХП в обеих частях, однако, в отличие от осадочной части, где равномерное покрытие формировалось по ходу полимеризации, в латексной части наполнитель и полимер присутствовали раздельно.

Настоящее сообщение посвящено исследованию закономерностей модификации наполнителей с целью усовершенствования метода. В качестве наполнителя использовали природный обогащенный мел с удельной поверхностью, определенной методом седиментации в воде, равной ~ 1000 см²/г. Как показали наши исследования (эксперимент описан в⁽²⁾) исключение ионогенного компонента упростило технологическое осуществление процесса и позволило глубже понять механизм процесса. Было установлено, что: 1) при низких концентрациях ПВС в дисперсионной среде ($C_{\text{ПВС}} = 0 \div 0,7$ масс. %) образования латекса практически не наблюдается; по окончании полимеризации с прекращением перемешивания выпадает тонкодисперсный, покрытый полимером мел, водный слой лишь слабо опалесцирует. Сухой остаток опалесцирующей жидкости не превышает 0,5% и соизмерим с содержанием различных добавок—инициатора, ПВС, гидроксида калия. Осевший композит представляет собой небольшие сферические агломерации с диаметром 1 мм, состоящие, как видно под оптическим микроскопом ($\times 7$), из значительно более мелких частиц; 2) при повышении концентрации ПВС ($C_{\text{ПВС}} = 0,7 \div 2,4$ масс. %) помимо осадочной образуется вторая—латексная фаза, в которой, в отличие от латексной части продуктов, полученных при синтезе с использованием КМ, практически отсутствует мел. Доказательством послужило отсутствие ста-

статически значимого различия. Проверку проводили по критерию Стьюдента между содержаниями минеральной части (СМЧ) в продуктах осаждения латексных фаз, синтезированных при различных концентрациях ПВС, и СМЧ в промышленном образце каучука Наирит КР—50. СМЧ определяли путем обжига образцов по методике, описанной в монографии (3).

Известно, что ПВС из водного раствора адсорбируется на поверхности мела (4). Очевидно, при малых концентрациях ПВС адсорбированная часть его достаточна для локализации мономера в зоне поверхности мела, а растворенной части недостаточно для стабилизации дисперсии мономера, и в результате полимеризация протекает лишь в объемах, ограниченных поверхностными слоями мела. Отсутствие же мела в латексной части следует объяснять отсутствием в системе ионогенного ПАВ, способного придавать ему агрегативную и седиментационную устойчивость. Это справедливо не только при сочетании КМ с ПВС. Нами специально показано, что при использовании неионного ПАВ ОП—10 (оксиэтилированный алкилфенол) в концентрации 0,216 масс. % полимер образуется с выходом 30,6 %, что очень близко к полученному в опытах с ПВС такой же концентрации, причем, как и при использовании ПВС, исключительно на поверхности наполнителя, образования латекса практически не наблюдается. При добавке такой же массы ионогенного эмульгатора Е—30 алкилсульфонат калия также приводит к образованию латексной части с увеличением общего выхода полимера.

Исследования показали, что суммарный выход полимера при определенной продолжительности процесса (4,5 ч) растет с увеличением концентрации ПВС до значений $C_{\text{ПВС}} = 0,7$ масс. % и далее запределивает (рис. 1). Возрастание скорости воднодисперсионной полимеризации стирола в присутствии мела с увеличением концентрации ПВС известно в литературе (5). Следует отметить, что кривая зависимости выхода полимера от $C_{\text{ПВС}}$ построена с вычетом количества ПВС, поскольку без такой коррекции формальные выходы полимера при высоких значениях $C_{\text{ПВС}}$ принимают значения, превышающие 100%. Несомненно, значительная часть ПВС вовлекается в привитую сополимеризацию с образованием нерастворимого в воде сополимера, однако не сополимеризованная часть ПВС также выделяется с ПХП, поскольку осадителем служил метанол. Применение электролитов в качестве коагулянтов, как и следовало ожидать, оказалось неэффективным (6). Такая коррекция обоснованна, скорректированные зависимости близки к истинной картине.

Для выяснения влияния наполнителя на ход полимеризации проведена полимеризация хлоропрена в отсутствие мела при тех же концентрациях ПВС. Как видно из рис. 1, при соблюдении общей закономерности повышения выхода полимера с увеличением концентрации ПВС, при прочих равных условиях, и тенденции указанной зависимости к запределиванию, наблюдаются и отличия. Без ПВС и до $C_{\text{ПВС}} = 0,2$ масс. % скорости полимеризации выше в присутствии наполнителя, а при значениях $C_{\text{ПВС}} > 0,2$ масс. % — в его отсутствие. Мел, имея

свойство стабилизировать дисперсию (⁷), хотя и гораздо слабее выраженное, чем у классических ПАВ и защитных коллоидов, будет способствовать более быстрому протеканию процесса в целом. Повышение концентрации ПВС в воде повлечет за собой изменение дисперсионного состава реакционной смеси и может привести к тому, что частицы мела с локализованным на его поверхности мономером станут наиболее

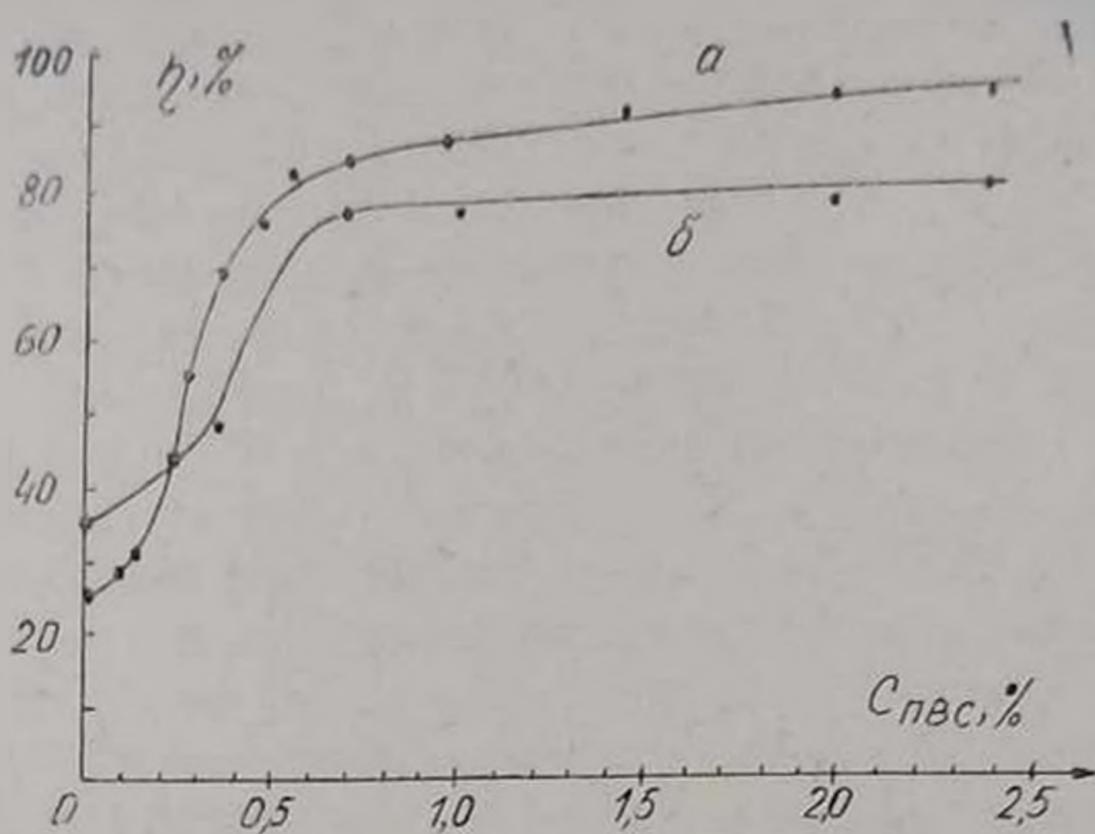


Рис. 1. Зависимость суммарного выхода ПХП от концентрации ПВС в воде: а—в отсутствие мела, б—в присутствии мела (концентрации мономера 69 г/л, мела 183 г/л)

лее крупной фракцией. Возможно, именно этими факторами обусловлены наблюдаемые закономерности изменения конверсии процесса от концентрации ПВС в воде. Кроме того, ПВС, взаимодействуя по цепному механизму с инициатором—персульфатом калия (⁸⁻⁹), увеличивает скорость инициирования. В присутствии же мела, адсорбирующего частично ПВС, истинная концентрация последнего в воде уменьшается, что проявляется в его отрицательном влиянии на скорость полимеризации. Именно адсорбцией ПВС на меле можно также объяснить второе различие, а именно проявление тенденции к запределиванию в отсутствие мела при меньших концентрациях ПВС, чем в его присутствии.

Информацию о распределении полимера на поверхности мела и в объеме даст изучение зависимости выходов полимера от концентрации ПВС в отдельности в осадочной и латексной частях системы (см. рис. 2). О концентрационном интервале $C_{пвс} = 0 \div 0,7$ масс. %, где полимер образуется практически только на поверхности мела, было сказано выше. При дальнейшем увеличении концентрации ПВС, наряду с растворенной частью, растет также количество адсорбированного на меле ПВС и, естественно, повышаются выходы полимера как в осадочной, так и в латексной частях. Однако при концентрации ПВС выше 1,0 масс. % при продолжении роста выхода латексного полимера выходы полимера на меле с ростом $C_{пвс}$ падают. По-видимому, при $C_{пвс} = 1,0$ масс. % наступает адсорбционное насыщение мела и далее

ցատրված են ՊՎԱ բաշխմամբ կալի մակերեսին (ադսորբված) և ծափալուծ
(լուծված) ՊՎԱ փոքր կոնցենտրացիաների դեպքում, երբ առաջանում է մի-
այն կոմպոզիտային արգասիք՝ ձևափոխված կալիձ, պրոցեսը կարող է ունե-
նալ գործնական նշանակություն:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С. С. Иванчев, А. В. Дмитриенко, Усп. химии, т. 51, с. 1178 (1982). ² С. М. Айрингтян, А. Ф. Амбарцумян, В. А. Даниелян и др., Арм. хим. журнал, т. 11, с. 286 (1988). ³ А. Н. Малышев, А. С. Помогайло, Анализ резины, Химия, М., 1977. ⁴ Н. Е. Айрингтян, А. Ф. Нечаян, К. Ф. Паус, Изв. ВУЗов. Сер. «Химия и хим. технологии», т. 28, с. 116 (1985). ⁵ А. А. Исаков, Г. К. Горячева, Н. А. Варгацова и др., ЖТХ, № 3, 719 (1985). ⁶ В. Н. Елисеева, С. С. Иванчев, С. И. Кучанов и др., Эмульсионная полимеризация и ее применение в промышленности, Химия, М., 1976. ⁷ Д. А. Фридрихсберг, Курс коллоидной химии, Химия, М., 1984. ⁸ А. Л. Самвелян, О. А. Чалтыкян, И. М. Бейлерян, ДАН АрмССР, т. 45, с. 32 (1966). ⁹ Н. М. Бейлерян, А. Л. Самвелян, О. А. Чалтыкян, Арм. хим. журн. т. 20, с. 338 (1967).

УДК 616.348—002.44:615.373

ИММУНОЛОГИЯ

Л. А. Кцоян, Г. С. Карганян, Д. В. Эдоян

Сравнительный анализ чувствительности β -адренорецепторов
Т-лимфоцитов при воспалительных и функциональных
заболеваниях толстой кишки

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Ю. Т. Александяном 7/1 1988)

В настоящее время многие вопросы этиологии, патогенеза, ранней диагностики и дифференцирования таких заболеваний, как воспалительные, в частности неспецифический язвенный колит, и функциональные заболевания толстой кишки еще окончательно не решены.

Наличие гистаминовых, α , β -адренергических и простагландиновых рецепторов на поверхности лимфоцитов животных и человека убедительно доказано (¹⁻³). Установлено, что воздействие медиаторов различного фармакологического действия на иммунокомпетентные клетки приводит к изменению функциональной активности лейкоцитов и лимфоцитов как в системе *in vitro* (⁴⁻⁷), так и в системе *in vivo* (⁸⁻¹⁰) на различных стадиях иммуногенеза путем активации циклических нуклеотидов (ц. 3',5' АМФ, ц. 3',5' ГМФ)—универсальной внутриклеточной системы, которая обеспечивает формирование клеточного ответа на внеклеточные гуморальные воздействия (¹¹).

Задача настоящего исследования: изучить и сравнить чувствительность Т-лимфоцитов у больных неспецифическим язвенным колитом (НЯК), катаральным колитом (КК) и синдромом раздраженной толстой кишки (СРТК) до начала лечения к пропранололу—блокатору β -адренергических рецепторов в системе *in vitro* и влияние препарата на плотность рецепторов (ПР) Т-лимфоцитов к эритроцитам барана (ЭБ).

Учитывая, что на лимфоцитах человека имеются α и β -адренорецепторы, мы решили выяснить: существует ли разница в чувствительности β -адренорецепторов лимфоцитов и каково их функциональное значение у больных неспецифическим язвенным колитом, катаральным колитом и синдромом раздраженной толстой кишки.

Иммунологическое изучение *in vitro* проводили у 55 больных: у 15 больных НЯК (I группа), у 17 больных КК (II группа) и у 23 больных СРТК (III группа). Контрольная группа состояла из 10 практически здоровых людей.

Мононуклеарные клетки выделяли из периферической крови больных центрифугированием в одноступенчатом градиенте фиколла-верографина по методу Босма (¹²). Количественную оценку Т-лимфоцитов проводили общепринятым методом спонтанного розеткообразо-

вания с ЭБ (¹⁵). За высокоаффинные лимфоциты принимали лимфоциты, к которым прикреплены 7 и более ЭБ.

Для оценки влияния пропранолола на изучаемый параметр препарат—пропранолол вводили в параллельные культуры мононуклеарных клеток в дозах $4 \cdot 10^{-1} \text{М}$ и 10^{-6}М в среде 199, после чего выдерживали в термостате при 37°C в течение 30 мин, отмывали и определяли количество Е—РОК. В контрольные пробы вместо препарата добавляли среду 199 и инкубировали в аналогичных условиях. Индекс сдвига выражали в процентах Е-розеткообразования: $\frac{K-P}{K} \cdot 100\%$, где К и

П—процент Е—РОК в контрольных и опытных пробах. За изменение индекса сдвига принимали изменение количества Т-клеток на 20% и более.

Статистическую обработку данных проводили общепринятым методом вариационной статистики.

Как видно из табл. 1, при всех рассматриваемых заболеваниях достоверно снижается относительное содержание Т-лимфоцитов в крови по сравнению с контролем. При этом межгрупповых заметных колебаний в количестве Т-РОМ не наблюдается.

Результаты исследований по чувствительности Т-лимфоцитов к пропранололу в дозе $4 \cdot 10^{-1} \text{М}$ приведены в табл. 1. В контрольных пробах—пробах лимфоцитов, инкубированных в аналогичных условиях без препарата,—и у здоровых, и у больных всех трех групп имеет место незначительное, статистически недостоверное снижение количества клеток. Из табл. 1 видно, что при инкубации клеток крови здоровых с препаратом в дозе $4 \cdot 10^{-1} \text{М}$ наблюдается достоверное снижение числа клеток на 25% до 41% по сравнению с контрольными пробами. При сравнении содержаний Т-клеток после инкубации с β -адреноблокатором в дозе $4 \cdot 10^{-1} \text{М}$ между нозологическими группами найдено, что независимо от формы заболевания, у всех больных имеет место существенное одинаковое снижение числа Е—РОК: в среднем содержание Т-клеток понижается на 73%, доходя до 11%.

Таблица 1

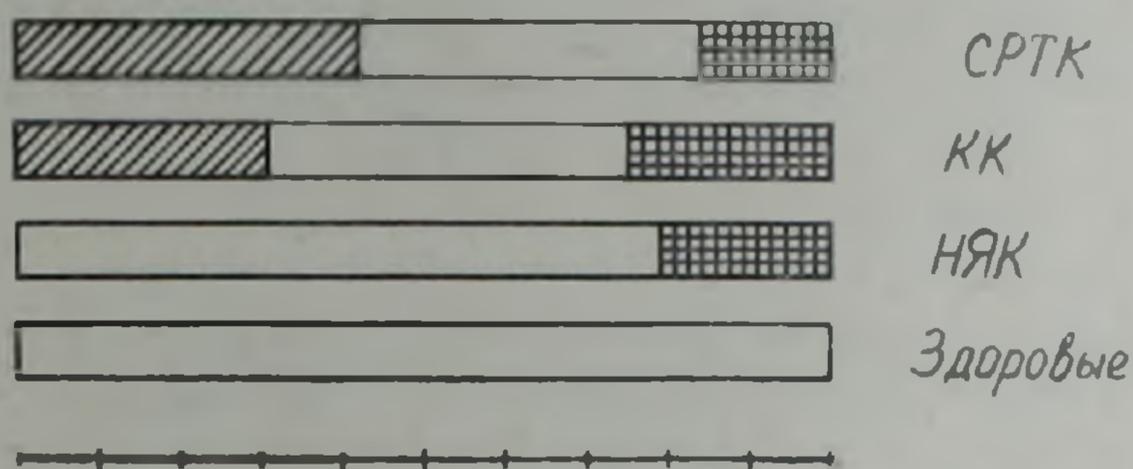
Влияние пропранолола в дозе $4 \cdot 10^{-1} \text{М}$ на количество Т-клеток здоровых и больных НЯК, КК, СРТК при режиме инкубации 30 мин при 37°C

Исследуемые группы	Исходное содержание Т-клеток, %	Содержание Т-клеток после инкубации, %	
		без препарата	с препаратом $4 \cdot 10^{-1} \text{М}$
Здоровые	59 ± 2.1 (n=10)	55 ± 2.4 (n=10)	41 ± 2.1 (n=10)
I—НЯК	$37^* \pm 3.7$ (n=11)	$37^* \pm 3.03$ (n=13)	$10^* \pm 2.52$ (n=8)
II—КК	$41^* \pm 3.2$ (n=12)	$35^* \pm 2.56$ (n=16)	$11^* \pm 2.16$ (n=9)
III—СРТК	$42^* \pm 2.6$ (n=20)	$38^* \pm 2.5$ (n=21)	$11^* \pm 2.7$ (n=8)

Примечание *—статистически достоверная разница с контролем

Таким образом, полученные данные свидетельствуют о чувствительности Т-клеток к пропранололу в дозе $4 \cdot 10^{-1}$ М при режиме инкубации 0,5 ч при 37°C . При этом у больных, независимо от формы болезни, эта чувствительность примерно в 3 раза выше, чем у здоровых.

Инкубация в течение 30 мин мононуклеарных клеток здоровых лиц с препаратом в дозе 10^{-6} М практически не влияла на общее количество Е-розеткообразующих клеток. При анализе влияния пропранолола в дозе 10^{-6} М на количество Т-РОЛ у больных НЯК ($n=14$) выяснилось, что в большинстве случаев—79% исследуемых—количество Т-клеток не изменяется, а у 21% снижается. Детальный индивидуальный анализ влияния препарата в дозе 10^{-6} М на число Е-РОК показал, что у больных КК ($n=16$) количество Е-РОК уменьшается в 25%, но в 31%—увеличивается и в 44% случаев не изменяется. Такой разнонаправленный характер изменения выявлен и у больных СРТК ($n=19$): число Т-лимфоцитов уменьшается у 16%, увеличивается у 42% и у 42% случаев не изменяется (рисунок).



Процентное соотношение наблюдений при изучении влияния пропранолола в дозе 10^{-6} М у здоровых и у больных НЯК, КК и СРТК. Снизу—шкала наблюдений, одно деление соответствует 10% наблюдений; клетка—лица с пониженным числом Т-клеток, %; штриховка—лица с повышенным числом Т-клеток, %

Известно, что β -адреноблокаторы, снижая уровень ц. $3',5'$ АМФ в лимфоцитах, усиливают иммунологические функции, а значит, увеличивают и образование розеток, требующее затрат энергии и регулирующееся внутриклеточным уровнем циклических нуклеотидов (¹⁴). Мы получили картину, когда при инкубации клеток здоровых и больных с пропранололом в дозе $4 \cdot 10^{-1}$ М снижается уровень Е—РОК. На наш взгляд, объяснение этому такое: имеет место несоответствие между концентрацией β -блокатора, требуемой для ответа клетки, и концентрацией внутриклеточного ц. $3',5'$ АМФ, необходимого для стимуляции реакции розеткообразования при данном режиме инкубации.

При анализе влияния пропранолола в дозе 10^{-6} М выявлена иная картина. Если у здоровых лиц не выявлено изменений в количестве Е-РОК, а при НЯК лишь в 21% случаев имеется снижение количества Т-лимфоцитов, то при КК и СРТК получены однонаправленные сдвиги в сторону увеличения или уменьшения, выраженные в различной степени. Эта концентрация препарата, вероятно, больше соответствует концентрации внутриклеточных ц. $3',5'$ АМФ, требуемой для форми-

рования клеточного ответа. Эта однотипность изменений при КК и СРТК позволяет предположить общность патогенетических механизмов этих заболеваний.

Мы исследовали влияние пропранолола в дозах $4 \cdot 10^{-1} \text{М}$ и 10^{-6}М на плотность рецепторов Т-клеток к эритроцитам барана в системе *in vitro* у здоровых и больных НЯК, КК и СРТК. Из табл. 2 видно, что во всех изучаемых группах выявлено достоверное снижение ПР по

Таблица 2

Влияние пропранолола в дозах $4 \cdot 10^{-1} \text{М}$ и 10^{-6}М на плотность рецепторов к ЭБ Т-клеток у больных НЯК, КК и СРТК при режиме обработки 0,5 ч при 37°C

Исследуемые группы	Исходное содержание высокоаффинных клеток, %	Содержание высокоаффинных клеток после инкубации, %		
		без П	с П 10^{-6}М	с П $4 \cdot 10^{-1} \text{М}$
Здоровые	35 ± 2.6	35 ± 2.4	35 ± 1.6	35 ± 3.1
I—НЯК	$17^* \pm 2.8$	25 ± 5.3	$19^* \pm 4.3$	$13^* \pm 5.2$ ($P < 0.001$)
II—КК	$22^* \pm 2.92$	22 ± 2.51	28 ± 3.55	$20^* \pm 5.1$ ($P < 0.01$)
III—СРТК	$23^* \pm 1.8$	24 ± 2.7	$22^* \pm 1.52$	28 ± 8.2 ($P > 0.05$)

Примечание. *—статистически достоверная разница с контролем.

сравнению с группой здоровых. Как показали наши исследования, существенной разницы в ПР между контрольными и опытными пробами у здоровых и больных не имеется. Установлено, что при инкубации с пропранололом в дозе 10^{-6}М больных всех трех групп имеется снижение средних величин ПР, по сравнению со здоровыми, причем статистически достоверное у больных НЯК и СРТК и недостоверное незначительное у больных КК.

Сравнение усредненных данных проведенных исследований по влиянию пропранолола в дозе $4 \cdot 10^{-1} \text{М}$ на ПР у здоровых и больных выявило следующее. У больных, страдающих СРТК, имеется лишь тенденция к снижению ПР; у больных КК ПР снижается существенно ($P < 0,01$), а у больных НЯК это снижение становится наиболее выраженным ($P < 0,001$).

Таким образом, во всех нозологических группах выявлено снижение ПР, по сравнению с ПР у здоровых, особенно выраженное при НЯК.

Полученные данные могут открыть перспективу применения адреnergических веществ для ранней диагностики и дифференцирования функциональных и воспалительных заболеваний толстой кишки.

Институт проктологии
Министерства здравоохранения Армянской ССР

Դ-լիմֆոցիտների β -ադրենաոնեցեսայտոբների զգայունության
համեմատական վերլուծությունը հաստ աղիքի ֆունկցիոնալ
և բորբոքային հիվանդությունների ժամանակ

Ուսումնասիրվել է ոչ սպեցիֆիկ խոցային կոլիտով, կատարալ կոլիտով
և գրգռված հաստ աղիքի սինդրոմով հիվանդների Դ-լիմֆոցիտների զգայու-
նությունը β -ադրենարյուկատոր-պրոստրանոլոլի նկատմամբ՝ $4 \cdot 10^{-1} \text{M}$ և 10^{-6}M
դոզաներում:

Հաստատված է, որ անկախ հիվանդության ձևից, $4 \cdot 10^{-1} \text{M}$ պրոստրանոլո-
լով ինկուբացիայի ժամանակ Դ-բջիջների զգայունությունը Երևր անգամ բար-
ձրր է, քան առողջների մոտ 10^{-6}M դոզայի դեպքում առողջների մոտ
Դ-բջիջների քանակության փոփոխություն չկա, նրանք նվազում են ոչ սպե-
ցիֆիկ խոցային կոլիտի քիչ դեպքերում, իսկ կատարալ կոլիտի և գրգռված
հաստ աղիքի սինդրոմի ժամանակ ստացվել են մի ուղղության նվազող կամ
աճող, արտահայտման տարբեր առտիճաններ ունեցող առաջխաղացումներ:

Ստացված տվյալները հաստ աղիքի բորբոքային և ֆունկցիոնալ հի-
վանդությունների վաղ ախտորոշման և տարբերակման բնագավառում կարող
են ազդենեղգիկ նյութերի կիրառման հեռանկարներ բացել:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Ն Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ M. Plaut, L. M. Lichtenstein, C. S. Henney, Nature, №244, p. 284--287 (1973). ² J. Weinstein, K. L. Melmon, H. R. Bourne e. a., J. Clin. Invest., v. 52, №6, p. 1349--1361 (1973). ³ Y. Weinstein, K. L. Melmon, Immuno! Communs, 5, №5, p. 401--416 (1976). ⁴ J. W. Hadden, E. M. Hadden, G. Meetz e. a., Federation Proc. №32, p. 1022 (1973). ⁵ R. Hirschhorn, J. Grossman, G. Weissmann, Proc. Soc. Exp. Biol. Med., 133, p. 1361--1365 (1970). ⁶ T. Ishizaka, K. Ichizaka, R. Orange e. a., J Immunol., 106, p. 1267--1273 (1971). ⁷ A. Novogrodsky, E. Katchalski, Biochim. Biophys. Acta, 215, p. 291--296 (1970). ⁸ H. R. Bourne, L. M. Lichtenstein, K. L. Melmon e. a., Science, 181, p. 19--28 (1974). ⁹ A. Fügner, Int. Archs Allergy appl. Immunol., 54, p. 78--87 (1977). ¹⁰ J. H. Di Liberti, J. Pediatr., 89 (5), p. 865--867 (1976). ¹¹ Н. А. Юдаев, С. А. Афиногенова, Б. В. Покровский и др., Усп. совр. биологии т. 80, вып. 36, с. 351--169 (1975). ¹² A. Boyum, Scand. J. Clin. Lab. Invest., v. 21, №97, p. 77 (1968). ¹³ M. Jondal, Q Holm, H. Witzell, J. Exp. Med., v. 136, p. 207 (1972). ¹⁴ J. Augusto, N. Machado, L. J. Antunes e. a., Rev. Bras. de Pesquisas Med. e Biol., v. 10 (4), p. 241--246 (1977).

УДК 612.57

ФИЗИОЛОГИЯ

Р. А. Арутюнян, Л. А. Саакова, Д. С. Саркисян, Дж. К. Хачатрян

Роль вещества Р в регуляции температурного
гомеостаза организма у кроликов

Представлено академиком АН Армянской ССР В. В. Фанарджяном 6/VI 1988)

В последние годы вопросы, связанные с влиянием нейропептидов на различные физиологические функции организма, привлекают внимание многих исследователей (1-4). Показано, что пептиды изменяют пищевое и питьевое поведение, стимулируют выброс гонадотропных гормонов, регулируют сосудистый тонус, участвуют в модуляции и переработке информации о боли, «переносе памяти» и т. п. Что касается роли нейропептидов в регуляции температурного гомеостаза организма, то этот вопрос изучен еще недостаточно (5-9). Полученные данные иной раз противоречивы и не позволяют делать определенных выводов.

В настоящей работе мы попытались выяснить особенности внутригипоталамического действия вещества Р на температурный гомеостаз организма у кроликов в хронических условиях опыта.

С помощью высокочувствительной термометрии у животных производили одновременную полуторачасовую непрерывную регистрацию температуры «ядра» организма в области ободочной кишки и переднего гипоталамуса и «оболочки» организма в области центральной артерии ушных раковин. Для хронической регистрации гипоталамической температуры «рабочие» спай медно-константановых термопар диаметром 0,1 мм вживляли в медиальную преоптическую область гипоталамуса по координатам атласа Ц. К. Сойера и др. (10). Для внутригипоталамического введения вещества Р по указанным координатам вместе с термопарой в передний гипоталамус вживляли канюли, сделанные из инъекционной иглы диаметром 1 мм. «Рабочие» спай термопар, измеряющие температуру ободочной кишки и сосудов ушных раковин, прикрепляли перед каждым опытом с помощью липкого пластыря и коллодия. «Свободные» спай термопар помещали в ультратермостат типа У-10, где поддерживалась эталонная температура. Запись температуры исследуемых точек производилась в течение всего опыта потенциометром типа ЭППО9МЗ, который был подключен к выходу фотоэлектрического усилителя типа Ф-116/2 с чувствительностью измерения температуры 0,02° С для органов «ядра» и 0,1° С для органов «оболочки» и термокамеры.

Порядок ведения опыта был следующий. В течение 30 мин производили контрольную синхронную регистрацию температуры переднего гипоталамуса, ободочной кишки, сосудов ушных раковин и термокаме-

ры. Затем в гипоталамус вводили вещество Р в средней дозе 6 и 13 мкг/кг в объеме 10 мкл/кг бидистиллята. Далее, в течение 1,5 ч вели непрерывное синхронное термограммирование указанных органов «ядра» и «оболочки» организма. Во время каждого опыта животное находилось в специальном станке, ограничивающем свободу движений, но позволяющем сохранить естественную позу.

Полученными результатами установлено, что при введении вещества Р в центр теплоотдачи гипоталамуса в первые 30 мин наблюдается гипотермический эффект, глубина которого зависит от дозы вводимого препарата и органов «ядра» организма. Если при введении в гипоталамус вещества Р в дозе 6 мкг/кг температура ободочной кишки в первые 30 мин не менялась, то при введении вещества Р в дозе 13 мкг/кг она снизилась в среднем на $0,04^{\circ}\text{C}$ (рис. 1), а максимум на $0,31^{\circ}\text{C}$. Температура гипоталамуса под воздействием вещества Р снижалась больше, чем температура ободочной кишки. Данные рис. 2 показывают, что в первые 30 мин после внутригипоталамического введения вещества Р в дозе 6 мкг/кг температура гипоталамуса снижалась в среднем на $0,07^{\circ}\text{C}$, а при дозе 13 мкг/кг—на $0,19^{\circ}\text{C}$ ($P < 0,2$), максимум—на $0,87^{\circ}\text{C}$.

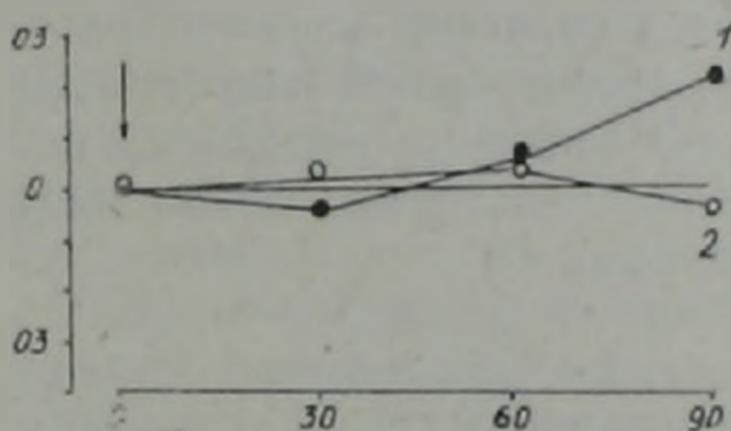


Рис. 1

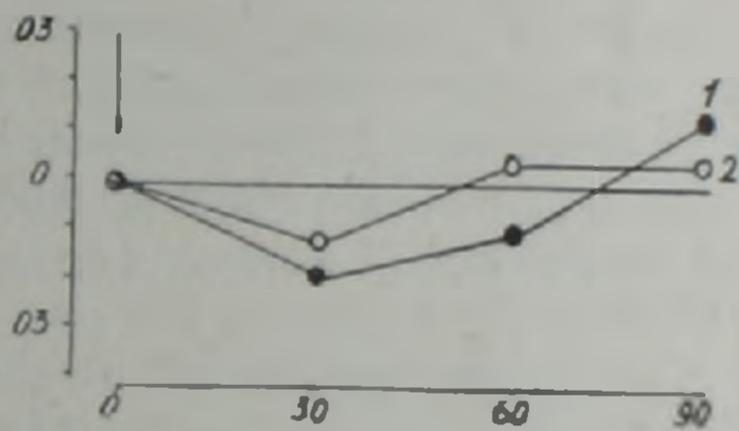


Рис. 2

Рис. 1 Действие внутригипоталамического введения различных доз вещества Р на температурный гомеостаз ободочной кишки: 1—температура ободочной кишки при введении в гипоталамус вещества Р в дозе 13 мкг/кг; 2—температура ободочной кишки при введении в гипоталамус вещества Р в дозе 6 мкг/кг. По оси абсцисс—время опыта в мин, по оси ординат—изменение Δt

Рис. 2. Действие внутригипоталамического введения различных доз вещества Р на температурный гомеостаз переднего гипоталамуса: 1—температура переднего гипоталамуса при введении вещества Р в дозе 13 мкг/кг в гипоталамус; 2—температура переднего гипоталамуса при введении вещества Р в дозе 6 мкг/кг в гипоталамус. По оси абсцисс—время опыта в мин, по оси ординат—изменение Δt

Из данных таблицы и рис. 1 и 2 видно, что через 30 мин после внутригипоталамического введения вещества Р гипотермический эффект постепенно заменяется гипертермическим. Так, если к 60-той минуте после введения вещества Р в гипоталамус в дозе 6 мкг/кг температура ободочной кишки превышала исходный фон в среднем на $0,04^{\circ}\text{C}$ (максимум $0,42^{\circ}\text{C}$), а в гипоталамусе соответственно на $0,12^{\circ}\text{C}$ и $0,35^{\circ}\text{C}$, то при введении вещества Р в организм в дозе 13 мкг/кг температура ободочной кишки в гипертермическом периоде превышала исходный фон в среднем на $0,27^{\circ}\text{C}$, а в гипоталамусе на $0,33^{\circ}\text{C}$ ($P < 0,1$). Максимальная температура в гипертермическом периоде в этих органах повышалась соответственно на 1,3 и $0,8^{\circ}\text{C}$.

Прецизионное длительное термограммирование «оболочки» организма показало, что введение вещества Р в гипоталамический центр теплоотдачи вызывало вазодилатацию и повышало температуру сосудов ушных раковин в среднем на $0,71-2,42^{\circ}\text{C}$ (таблица).

Анализируя полученные данные, можно заключить, что в пределах термонейтральной зоны окружающей среды внутригипоталамическое введение вещества Р вызывает двухфазное изменение в температурном гомеостазе «ядра» организма. В первой фазе происходит гипотермический, а во второй — гипертермический эффект. Глубина гипо- и гипертермического эффекта зависит от органов «ядра» организма и дозы вещества Р. При одной и той же дозе вещества Р гипотермический эффект в мозгу проявляется более сильно и температура гипоталамуса снижается сравнительно больше (в среднем на $0,15^{\circ}\text{C}$), чем в ободочной кишке. Кроме того, высокие дозы вещества Р снижают температуру органов «ядра» больше, чем низкие дозы.

Механизм гипотермического эффекта вещества Р сложен и неясен. Исходя из наших данных мы предполагаем, что снижение температуры «ядра» организма в первые 30 мин после внутригипоталамического введения вещества Р связано с вазодилатацией сосудов ушных раковин и усилением теплоотдачи через них, так как последние благодаря их огромной васкуляризации являются у кроликов особыми теплообменниками организма и среды. Такое предположение подтверждается повышением температуры сосудов ушных раковин в среднем на $1,13^{\circ}\text{C}$, а в отдельных опытах до 9°C . Кроме того это предположение согласуется с имеющимися литературными данными (3).

Изменение температуры «ядра» и «оболочки» организма при введении в гипоталамус вещества Р

Органы «ядра» и «оболочек»	К	Время после введения вещества Р, мин		
		30	60	90
Ободочная кишка	$38,90 \pm 0,11$	$38,90 \pm 0,20$	$38,94 \pm 0,20$	$38,87 \pm 0,17$
	$38,6 \pm 0,17$	$38,56 \pm 0,17$	$38,66 \pm 0,16$	$38,83 \pm 0,17^*$
Передний гипоталамус	$39,79 \pm 0,30$	$39,72 \pm 0,35$	$39,84 \pm 0,35$	$39,83 \pm 0,35$
	$38,90 \pm 0,20$	$38,71 \pm 0,18^*$	$38,80 \pm 0,18$	$39,04 \pm 0,12^*$
Сосуды ушных раковин	$30,0 \pm 1,6$	$31,13 \pm 1,28$	$30,54 \pm 1,61$	$32,42 \pm 0,96^*$
	$33,7 \pm 0,79$	$34,44 \pm 0,52$	$33,44 \pm 0,92$	$32,93 \pm 1,12$

Примечание: в числителе указано изменение температуры при дозе 6 мкг/кг, в знаменателе — при дозе 13 мкг/кг; в точках, отмеченных крестиком, достоверность составляет 80–90% ($P < 0,2-0,1$) по сравнению с гипотермическим периодом

Что касается вопроса о том, почему в гипотермической фазе действия вещества Р температура гипоталамуса при одной и той же дозе снижается больше, чем температура ободочной кишки, то механизм этого явления можно объяснить следующим образом. Известно (11), что температура любого органа является результатом трех перемен: температуры артериальной крови, согревающей или охлаждающей данный орган, местного кровотока и теплопродукции как результата

метаболических процессов в данных органах. Исходя из этой точки зрения следует предположить, что введение вещества Р непосредственно в гипоталамус возбуждает α -адренорецепторы пиальных сосудов, вызывает их сужение, снижает мозговое кровообращение и приводит к понижению гипоталамической температуры больше, чем в ободочной кишке. Такое предположение, с одной стороны, согласуется с литературными данными (¹²), указывающими, что вещество Р действует через норадренореактивные структуры организма, с другой—согласуется с данными (¹¹), согласно которым температура сонной артерии, питающая мозг, в ряде случаев в пределах 0,2—0,3°С превышает температуру гипоталамуса.

Механизм гипертермического эффекта внутригипоталамического действия вещества Р также сложен и малонизучен. Так как гипертермическая фаза возникает позже и длится в 1,5 раза дольше, чем гипотермическая, нам кажется, что в основе гипертермии лежат уже метаболические процессы, т. е. под воздействием вещества Р возбуждаются норадренергические структуры гипоталамуса и усиливается выброс норадреналина. Последний стимулирует процессы гликолиза, происходящие в нервных клетках и других эффекторах химической терморегуляции, способствует выделению тепла и повышает температуру в «ядре» организма (в гипоталамусе и ободочной кишке). Такое предположение согласуется с данными (¹³), указывающими, что введение в организм вещества Р в дозе 250 мкг/кг вызывает долговременное повышение уровня норадреналина и дофамина в гипоталамусе и в среднем мозге у крыс.

Полученные данные позволяют сделать вывод, что изменение температурного гомеостаза организма при внутригипоталамическом введении вещества Р зависит от дозы последнего и температурного фона органов «ядра» и проявляется в первой фазе гипотермией, а во второй—гипертермией.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Լ. Ա. ՍԱԼԱԿՈՎԱ, Գ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Զ. Կ. ԿԱԶԱՏՔՅԱՆ

Սուրստանցիա P-ի դերը նազադների օրգանիզմի ջերմային հոմեոստազի կուրզավորման մեջ

Ապացուցված է, որ սուրստանցիա P-ի ներհիպոթալամոսային ներարկման դեպքում նկատվում է ջերմային հոմեոստազի երկփուլային փոփոխություն: Առաջին 30 րոպեում հարուցվում է հիպոթերմիա և ուղեղի ու շրջանաձև աղիի ջերմությունը իջնում է 0,04-ից մինչև 0,19°, իսկ երկրորդ փուլում նկատվում է հիպոթերմիա, որի ժամանակ ուղեղի ու աղիի ջերմությունը բարձրանում է 0,04-ից մինչև 0,33°:

Ստացված արդյունքների հիման վրա եզրակացվում է, որ սուրստանցիա P-ի ջերմակարգավորման հատկությունը պայմանավորված է նրա դոզայով և օրգանների ֆունկցիոնալ առանձնահատկությամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ЦИТИРОВАНІ

- ¹ П. К. Климов, Клинич. медицина, т. 65, № 3, с. 3—12 (1987). ² П. К. Климов, А. Т. Марьянович и др. Физиол. журн. СССР, т. 71, № 2, с. 145—168 (1985). ³ Т. Киво, М. Китага, Brain. Res., v. 413, № 2, p. 379—383 (1987). ⁴ Р. Реттиг, Р. Е. Ланг, Усп. физиол. наук, т. 14, № 3, с. 98—118 (1983). ⁵ А. Т. Марьянович, Е. В. Кудрявцева, Физиол. журн. СССР, т. 73, № 1, с. 111—119 (1987). ⁶ D. D. Avery, S. B. Calicet, Neuropharmacology, v. 21, № 10, p. 1059—1064 (1982). ⁷ M. Brown, J. Rivier, Science, v. 196, № 4293, p. 998—999 (1977). ⁸ M. R. Brown, Fed. Proc. v. 40, № 13, p. 2765—2768 (1981). ⁹ R. Francesconi, M. Mager, Brain. Res. Bull, v. 7, № 1, p. 63—68 (1981). ¹⁰ C. H. Sawyer et al. Comp. Neurol, v. 101, p. 801—821 (1984). ¹¹ К. П. Иванов Биоэнергетика и температурный гомеостазис, Наука, Л., 1972. ¹² L. Stjärne, Neuroscience, v. 18, № 1, p. 151—161 (1986). ¹³ Е. А. Юматов, Журн. высш. нерв. деят., т. 37, № 2, с. 371—373 (1987).

ՀԱԿ 616.6:616.9

МЕДИЦИНА

А. С. Ездокян, А. В. Ухни

Выбор режима антибиотикотерапии острой инфекции мочевыводящих путей

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. Х. Геворкяном 28/1 1988)

Традиционные курсы длительного применения антибиотиков в настоящее время не всегда оправданы из-за наличия побочных эффектов, таких как аллергические реакции, быстрое формирование антибиотикоустойчивости и др. В связи с этим наметились тенденции к уменьшению сроков применения антибактериальных препаратов при лечении инфекционных заболеваний различных локализаций (1-8).

Целью настоящей работы было сравнительное изучение эффективности различных режимов антибиотикотерапии (традиционных и укороченных) при лечении неосложненных урологических инфекций. Исходной предпосылкой для назначения антибиотиков явилось наличие острого неокклюзионного воспалительного процесса в органах мочевого выделения (цистит, пиелонефрит).

Было обследовано 48 стационарных больных, находящихся на лечении в урологической клинике II МОЛГМИ им. Н. И. Пирогова и урологическом отделении больницы скорой медицинской помощи г. Кировакана. Все больные предъявляли характерные жалобы на дизурию, боли соответствующей локализации и ухудшение общего состояния. При лабораторном исследовании у них зарегистрированы лейкоцитурия различной интенсивности, наличие лейкоцитоза со сдвигом формулы влево и ускорение СОЭ.

Для исключения окклюзионных процессов верхних мочевых путей производили рентгенологическое обследование (экскреторная урография), изотопную ренографию или хромоцистоскопию, ультразвуковое исследование. Выбор одного или нескольких указанных методов исследования определялся в зависимости от формы заболевания, наличия беременности и др. Лечение начинали при установке клинического диагноза до получения результатов бактериологического исследования в виде эмпирической монотерапии одним из антибиотиков широкого спектра действия, активного в отношении большинства возбудителей уринарных инфекций в комплексе с общеукрепляющей, дезинтоксикационной терапией.

Больные были распределены на две группы, близкие по возрастному составу и степени клинических проявлений воспаления. В I группе (25 больных) антибиотикотерапия проводилась по схемам традиционной продолжительности—10—14 дней. Во II группе (23 больных) те же

антибиотики назначались только 1 или максимум 3 дня. Во всех случаях у больных обеих групп были использованы преимущественно полусинтетические пенициллины (ампициллин, ампиокс), цефалоспорины (цефазолин, цефуроксим, цефотаксим). Суточная доза препаратов при их длительном или сокращенном применении была одинаковой и составляла для ампициллина 2,0—3,0 г, цефазолина 3,0—4,0 г, цефуроксима 3,0 г, клафорана 2,0 г. Интервал дозирования у всех больных обеих групп был одинаковым. Единственным различием оставалась продолжительность курса лечения для больных разных групп.

Результаты лечения были оценены по комплексу клинико-лабораторных показателей, включающих в себя оценку общего состояния, температурной реакции и изменения в анализе мочи и крови.

Лечение расценивалось как хорошее в случаях быстрой регрессии клинических симптомов (на протяжении первых-вторых суток), исчезновения лейкоцитурии и отсутствия возбудителя в анализе мочи, который проводили с интервалом в 3—5 дней на протяжении первых двух недель лечения.

Удовлетворительные результаты характеризовались положительной клинической картиной заболевания, но при этом отмечалась более поздняя (на 5—7 день) нормализация лабораторных показателей. Результаты расценивались как неудовлетворительные, когда несмотря на проведенное лечение сохранялись или уменьшались незначительно клинико-лабораторные показатели активности воспалительного процесса. Данные обследования обеих групп больных приведены в табл. 1.

При оптимизации клинико-лабораторных показателей для сведения их в таблицу были использованы следующие критерии: боль как симптом острого заболевания расценивалась положительно при наличии любой степени дискомфорта в области поясницы и надлобковой области. Симптом считался отрицательным, когда боли исчезали полностью или приобретали явно тупой характер без необходимости дополнительного применения анальгетиков для их купирования.

Дизурия регистрировалась в том случае, когда мочеиспускание было в 2 раза чаще по сравнению с нормой для конкретного больного и сопровождалось болями. Отсутствие симптома рассматривалось при полной нормализации ритма мочеиспускания, а также в случае исчезновения болей, но при сохранении некоторого дискомфорта. Повышение температуры тела учитывалось от 37°C и выше. Ухудшение общего состояния оценивалось субъективно больным с дополнительной оценкой пульса, тахикардии, одышки. Лейкоцитоз считался повышенным свыше 8000, СОЭ—ускоренной свыше 18 мм/час. Положительная динамика со стороны этих показателей отмечалась при их нормализации или снижении более чем на 75% от исходного. Лейкоцитурия регистрировалась как положительный симптом при увеличении числа форменных элементов более чем в 20 раз в поле зрения. Бактериурия считалась положительной при наличии микроорганизмов бактериоскопического исследования мочи или их выявлении по результатам посева.

При оценке результатов лечения (от 1 до 4 недель) была отмечена быстрая динамика регрессии клинических симптомов у подавляюще-

Основные клинико-лабораторные показатели воспаления у больных с острой инфекцией мочевых путей на фоне антибиотикотерапии различной продолжительности

Таблица 1

Клинико-лабораторные показатели	I группа (25 больных). Продолжительность лечения 10—14 дней					II группа (23 больных). Продолжительность лечения 1—3 дня				
	контрольные сроки (дни) наблюдения					контрольные сроки (дни) наблюдения				
	фон	1—3	5—7	9—14	21—28	фон	1—3	5—7	9—14	1—28
Боль	19	8	2	1	1	17	7	2	2	—
Дизурия	17	3	1	—	—	16	4	1	1	1
Повышение температуры тела	23	2	—	—	1	21	4	1	1	—
Ухудшение общего состояния	25	5	1	—	—	23	5	1	—	—
Лейкоцитоз	25	7	3	2	—	23	9	4	1	—
СОЭ	24	16	5	2	—	23	18	6	2	1
Лейкоцитурия	23	16	4	4	1	21	14	6	4	2
Бактериурия	25	8	3	1	1	23	10	4	2	2

го большинства больных в обеих группах, что выражалось в улучшении общего самочувствия, купировании болей, прекращении дизурии и нормализации температуры тела.

Эти данные коррелировали с результатами лабораторных показателей по снижению СОЭ и лейкоцитоза. Лейкоцитурия обследованных больных сохранялась дольше у пациентов второй группы.

Спектр возбудителя представлен в табл. 2.

Таблица 2

Спектр возбудителя

Возбудитель	Количество больных
Кишечная палочка	33
Стафилококк	10
Гр. протея	3
Клебсиелла энтеробактер	2

При ретроспективной оценке результатов бактериологических исследований быстрая элиминация возбудителя наступала в случаях первичного обнаружения в моче стафилококка, кишечной палочки. В меньшей степени это было характерно при единичном выявлении представителей группы протея, клебсиелла энтеробактер, что можно объяснить меньшей чувствительностью указанных возбудителей к применяемым антибактериальным агентам.

При наблюдении больных в ближайшем периоде не было зарегистрировано случаев реверсии клинических симптомов заболевания.

После улучшения состояния больные были выписаны на амбулаторное лечение с наблюдением в течение месяца (табл. 1). Для дополнительной оценки эффективности различных режимов антибиотикотерапии проведено контрольное обследование больных в сроки от 4 ме-

сяцев до 2 лет. Обследование проведено в виде анкетирования по оценке общего состояния, наличия эпизодов обострения воспалительного процесса и наличия лабораторных признаков латентного течения пиелонефрита.

Из 25 больных I группы по указанной выше схеме обследовано 15, из 23 больных II группы—19. Результаты обследования не выявили существенного различия в динамике течения воспалительного процесса в обеих группах.

У всех больных отсутствовали анамнестические данные, указывающие на обострение процесса, а при лабораторном исследовании у одной больной I группы и двух больных II группы выявлена асимптоматическая бактериурия до 10^7 КОЕ/мл, которая сопровождалась умеренной лейкоцитурией. Все 3 женщины, имевшие бактериурию, лейкоцитурию, страдали дополнительно воспалительным заболеванием гениталий (у 2—аднексит, у 1—эрозия шейки матки).

Таким образом, результаты проведенного исследования показывают, что эффективность применения укороченных курсов антибиотикотерапии при острых формах неокклюзионных воспалительных заболеваний мочевыводящих путей не уступает традиционным (10—14 дней). При этом снижается риск развития побочных реакций и уменьшается стоимость лечения.

Урологическое отделение Кировоаканской
больницы скорой медицинской помощи
Клиника урологии и оперативной нефрологии
II МОЛГМИ им. Н. И. Пирогова

Ա. Ս. ԵԶԴՈՎՅԱՆ, Ա. Վ. ՈՒԽԻՆ

Միզամուղ ուղիների սուբ փառակի դեպում հակամանրէային բերապիայի ուժիմի բնութայուն

Կատարված հետազոտությունների արդյունքները վկայում են միզամուղ ուղիների սուբ ոչ-օկլիզիոն բորբոքային հիվանդությունների դեպում հակամանրէային բերապիայի կարճացված ուժիմի բարձր արդյունավետության մասին:

Հաստատվոր զննման արդյունքների և հետախոր զննման սվյալների երկամներում բորբոքային պրոցեսների ընթացքի դինամիկայում տարբերություններ չեն հայտնարերված, անկախ սուբ պրոցեսի բուժման ընթացքում հակամանրէային միջոցների օգտագործման տևողությունից:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Վ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

- ¹ М. Ю. Коткин, Профилактика острого пиелонефрита и его рецидивов у беременных. Автореф. канд. дис., М., 1986.
- ² D. Adam, Scand. J. Infect. Dis, Suppl. 49, p. 196—200 (1986).
- ³ E. J. Berggqvist, A. M. Sheila, Med. clin. North. Amer., v. 71, № 3, p. 357—367 (1987).
- ⁴ F. Falker, P. Ma, D. Murphy, J. Urol, v. 129, № 4, p. 766—768 (1983).
- ⁵ J. W. Fang, Can. Fam. Phys., v. 33, № 5, p. 1239—1242 (1987).
- ⁶ T. C. Gasser, P. H. Graversen, P. O. Madsen, New Engl. J. Med., v. 316, № 1, p. 1089 (1986).
- ⁷ I. E. Nicolle, Can. Fam Phys., v. 33, № 5, p. 1247—1251 (1987).
- ⁸ A. R. Ronald, Ann. Intern. Med., v. 106, № 3, p. 467—468 (1987).