



ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ի. Վ. Իսլլակյան—Շրջանում անալիտիկ, եզրի մոտ աճ թույլ տվող ֆունկցիաների զրոների մասին . . . . . 99

Տու. Մ. Մովսիսյան—Գերնույնություններ և խմբեր . . . . . 104

Մ. Վ. Ղազարյան—Բազմաբևեռային եզակիություններ ունեցող ֆունկցիաների հոլոմորֆ շարունակության վերաբերյալ . . . . . 106

Ս. Վ. Լաբադյան, Ի. Կ. Խաչատրյան—Ֆուրյեի վերլուծություն ինքնահամալուծ դիֆերենցիալ օպերատորի ընդհանրացված սեփական ֆունկցիաների մինիմալ համակարգի միջոցով . . . . . 111

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ա. Ն. Հովհաննիսյան—Վերդրակներով ուժեղացված ծանր օղակի լարվածային վիճակի մասին . . . . . 115

ՖԻԶԻԿԱ

Ա. Վ. Հովհաննիսյան—Օպտիկական իմպուլսների հետերոդինային ընդունման համակարգերի համեմատական անալիզ և սինթեզ համաժամանակացման սխալների առկայության դեպքում . . . . . 121

ԿԵՆՅԻՋԻԿԱ

Հ. Մ. Ավչյան, Ս. Պ. Կույումջյան, Ի. Վ. Մարկոսյան—Ապարների մաշվածության ուղղորդվածությունը, հնամագնիսական շերտայնության տեսանկյունից . . . . . 126

ԲԻՈՔԻՄԻԱ

Մ. Ի. Աղաջանով, Լ. Մ. Մեմլիովյան, Փ. Ն. Միրաբյան—*a*-տոկոֆերոլի ազդեցությունը գլիկոլիզացված հեմոգլոբինի պարունակության վրա ալլոբոստինային դիարետի ժամանակ . . . . . 131

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Մ. Ցաբլոկով-Խնձուրյան—Կովկասյան երկու նոր ներկայացուցիչ *Geodromicus* Redt. սեռից (Coleoptera, Staphylinidae) . . . . . 134

ԻԺՆԿԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ն. Հ. Եպիսկոպոսյան—Սրտամկանի սուր ինֆարկտի ժամանակ տրոմբոցիտների ուռնակաբանության ինքնակարգավորման մեխանիզմի խափանումը որպես դիսֆունկցիայի արագացման գործոններից մեկը . . . . . 140

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

- Р. В. Даллакян*—О нулях аналитических в круге функций, допускающих рост вблизи его границы . . . . . 99
- Ю. М. Мовсисян*—Сверхтождества и группы . . . . . 104
- М. В. Казарян*—О голоморфном продолжении функций с плюриполярными особенностями . . . . . 106
- С. В. Бабасян, И. Г. Хачатрян*—Разложение Фурье при помощи минимальной системы обобщенных собственных функций самосопряженного дифференциального оператора . . . . . 111

### МЕХАНИКА

- А. Н. Оганесян*—О напряженном состоянии тяжелого круглого кольца, усиленного накладками . . . . . 115

### ФИЗИКА

- А. В. Оганесян*—Сравнительный анализ и синтез оптимальных систем гетеродинного приема оптических импульсов при наличии ошибок синхронизации . . . . . 121

### ГЕОФИЗИКА

- Г. М. Авчян, О. П. Гунолджян, Г. В. Миркосян*—О направленном истирании пород с позиции палеомагнитной слонности . . . . . 126

### БИОХИМИЯ

- М. И. Агаджанов, Л. М. Межлумян, Ж. Е. Миракян, В. Г. Мхитарян*—Влияние  $\alpha$ -токоферола на содержание гликолизированного гемоглобина при аллоксановом диабете . . . . . 131

### ЭТНОМОЛОГИЯ

- С. М. Яблоков—Хнзорян*—Два новых кавказских представителя из рода *Neodromicus* Redt. (Coleoptera, Staphylinidae) . . . . . 131

### МЕДИЦИНА

- Н. Г. Епископосян*—Срыв ауторегуляторного механизма рефрактерности тромбоцитов как один из факторов развития их дисфункции при остром инфаркте . . . . . 140



C O N T E N T S

MATHEMATICS

P.

*N. A. Shirokov*—On the uniform closure of polynomials in the strictly pseudoconvex domains . . . . . 99

ELECTROMECHANICS

*S. W. Gandellan, W. W. Minasian*—Magneto-electroinductive electrical machines . . . . . 102

PHYSICS

*A. H. Melikian, S. M. Sahakian*—The calculation of melting temperature of PCC lattice in high-temperature approximation . . . . . 108

*A. A. Saharian*—Vacuum expectation values of the energy-momentum tensor of the electromagnetic field for the regions with the boundaries of a cylindrical symmetry . . . . . 112

*S. T. Gevorgian, G. Yu. Kryuchkov*—Intensity time correlation functions of the four-wave mixing process in an optical resonator. . . . . 118

*N. B. Yengibarjan, M. H. Muradian*—On some inverse problems of transfer theory . . . . . 122

BIOCHEMISTRY

*R. A. Sahakian, Ch. S. Sayadian, A. V. Zilphlan, A. A. Charchoglian*—The chromatographic separation of parathyroid extract . . . . . 127

PLANT PHYSIOLOGY

*G. B. Agalarzade, A. V. Guskov*—Change of peroxidase activity during the process of regeneration of adventitious roots in kidney bean stem cutting under the influence of IAA and 2,4—D . . . . . 132

ENTOMOLOGY

*M. Y. Kalashian*—Two new species of the genus *Anthaxia* Eschsch. (Coleoptera, Buprestidae) from Armenia. . . . . 137

MEDICINE

*V. V. Rodionov, R. G. Khachatryan*—The new way of draining of hepatic ducts by T-form drainages in cancer . . . . . 141

Техн. редактор *Азизбемян Л. А.*

Сдано в набор 25.02 1988 г. Подписано к печати 15.01 1988 г. ВФ 03909

Бумага № 2, 70 X 108<sup>1/16</sup>. Высокая печать. Печ. лист 3,0. Усл. печ. л. 4,2.

Учетно-изд. л. 3,22. Тираж 445. Заказ 326. Издат. 7346

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г., 11 эт., к. 1, т. 27-97-238

Издательство Академии наук Армянской ССР. 375019, Ереван,  
пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Типография Издательства Академии наук АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин

УДК 517

МАТЕМАТИКА

Р. В. Даллакян

О нулях аналитических в круге функций, допускающих  
 рост вблизи его границы

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 31/III 1988)

Пусть  $D$  — единичный круг на комплексной плоскости,  $H(D)$  — множество всех голоморфных в  $D$  функций. Предположим, что  $\varphi$  — монотонно растущая, неотрицательная функция на  $R_+ = (0, +\infty)$ . С функцией  $\varphi$  свяжем класс

$$X_\varphi^* = \left\{ f \in H(D) : |f(z)| \leq \exp \left[ C_\varphi \varphi \left( \frac{1}{1-|z|} \right) \right], z \in D \right\}.$$

Если  $f \in H(D)$ , то символ  $Z_f$  будет обозначать множество нулей  $f$  в  $D$ . Углом Штольца, как обычно, будем называть угол раствора меньше  $\pi$ , с вершиной на единичной окружности, биссектриса которого проходит через центр круга. М. М. Джрбашяном <sup>(1)</sup> было замечено, что если  $\varphi(t) = \ln t$ ,  $f \in X_\varphi^*$ ,  $f \not\equiv 0$  и  $Z_f$  находится в некотором угле Штольца, то

$$\sum_{z \in Z_f} (1-|z|) < +\infty. \quad (1)$$

В то же время было установлено <sup>(2)</sup>, что если  $Z_f$  не находится в углах Штольца, то для любого  $\varphi(t) \uparrow +\infty$ ,  $(t \rightarrow \infty)$  существует функция  $f \in X_\varphi^*$ ,  $f \not\equiv 0$ , такая, что ряд (1) расходится. В дальнейшем Г. Шапиро и А. Шильдс <sup>(3)</sup> распространили результат <sup>(1)</sup> на случай  $\varphi(t) = t^\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1/2$ .

И, наконец, сравнительно недавно <sup>(4)</sup> было доказано\*, что если

$$J = \int_1^{+\infty} \left( \frac{\varphi(t)}{t^\alpha} \right)^{1/2} dt < +\infty,$$

то для произвольного  $f \in X_\varphi^*$ ,  $f \not\equiv 0$ , нули которого находятся в угле Штольца, выполняется условие (1). Если же  $J = +\infty$ , то такое утверждение может и не иметь места.

В этой заметке мы исследуем свойства нулей функции класса  $X_\varphi^*$  в том случае, когда  $J = +\infty$  и порядок функции  $\varphi$  равен едини-

це, т. е.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x\varphi'(x)}{\varphi(x)} = 1$  (\*). В том случае, когда порядок функции

\* Отметим, что аналогичное утверждение легко следует из результатов работ <sup>(5)</sup>, <sup>(7)</sup> (см. также <sup>(3)</sup>).

$\varphi$  строго больше единицы и конечен, полное описание нулей функции  $\varphi$  класса  $X_\varphi^\infty$  получено в работе (3). Для формулировки основного результата заметки введем также обозначение  $J(x) =$

$$= \int_0^x \left( \frac{\varphi\left(\frac{1}{1-t}\right)}{1-t} \right)^{1/2} dt, \quad x \in (0, 1).$$

**Теорема.** Пусть  $\varphi$  — монотонно растущая функция первого порядка такая, что  $\int_1^\infty \left( \frac{\varphi(t)}{t^3} \right)^{1/2} dt = +\infty$  и существует  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x\varphi'(x)}{\varphi(x)} - 1 \right) \ln x$ .

1. Предположим, что  $Z = \{z_n\}_{n=1}^\infty$  находится в некотором угле Штольца. Тогда, если

$$\sum_{n=1}^\infty \frac{1-|z_n|}{|J(|z_n|)|^2} < +\infty, \quad (2)$$

то существует функция  $f(z)$ ,  $f(z) \not\equiv 0$  из класса  $X_\varphi^\infty$ , такая, что  $Z_f = \{z_n\}$ .

2. И обратно, если  $f(z) \in X_\varphi^\infty$ ,  $f(z) \not\equiv 0$  и  $\{z_n\}$  находится в конечных числах углов Штольца, то для любого натурального числа  $m$  и для любого  $a$ ,  $a > 1$ , выполняется следующее условие:

$$\sum_{n=1}^\infty \frac{1-|z_n|}{|J(|z_n|)|^2 \cdot \prod_{j=1}^{m-1} \ln_j J(|z_n|) \cdot |\ln_m J(|z_n|)|^a} < +\infty,$$

где  $\ln_j x = \ln(\ln_{j-1} x)$ , ( $j \geq 2$ )  $\ln_0 x = 1$ ,  $\ln_1 x = \ln x$ .

Доказательство теоремы основано на следующих вспомогательных утверждениях:

**Лемма 1.** Пусть  $J(x) = \int_1^x \left( \frac{\varphi(t)}{t^3} \right)^{1/2} dt$ , где  $\varphi$  — монотонно растущая функция первого порядка, такая, что  $\int_1^\infty \left( \frac{\varphi(t)}{t^3} \right)^{1/2} dt = +\infty$ ,

тогда

1) если  $\left( \frac{x\varphi'(x)}{\varphi(x)} - 1 \right) \ln x_{x \rightarrow \infty} \rightarrow C > -2$ , то

$$J(x) \sim \frac{2}{C+2} \cdot \left( \frac{\varphi(x)}{x} \right)^{1/2} \ln x, \quad (x \rightarrow +\infty)$$

2) если  $\left( \frac{x\varphi'(x)}{\varphi(x)} - 1 \right) \ln x \rightarrow +\infty$ , при  $x \rightarrow \infty$  то

$$J(x) \sim 2 \left( \frac{\varphi(x)}{x} \right)^{1/2} \left( \frac{x\varphi'(x)}{\varphi(x)} - 1 \right)^{-1}, \quad (x \rightarrow +\infty).$$

Лемма 2. Пусть  $\varphi$  — монотонно растущая неотрицательная функция первого порядка и  $F(x) = \int_0^x (\varphi(e^y)e^{-y})^{1/2} dy$ . Тогда, если

$$\left( \frac{x\varphi'(x)}{\varphi(x)} - 1 \right) \ln^{1/2} x \leq C, \text{ то}$$

$$F(x) \leq C_1 F(x - 2 \ln F(x) - C).$$

Наметим ход доказательства теоремы. Легко видеть, что, не ограничивая общности, можно предполагать, что множество  $Z$  находится на радиусе  $(0, 1)$ . Для доказательства первой части теоремы рассмотрим случай, когда  $\left( \frac{x\varphi'(x)}{\varphi(x)} - 1 \right) \ln^{1/2} x \leq C$ .

Пусть  $\theta(S)$  — непрерывная функция на  $-\infty < S < +\infty$ , причем

$$\theta(S) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \left( 1 - 2 \cdot \left[ \frac{F'(S)}{F(S)} \right]^{-1} \right) & \text{при } S \geq S_0 \\ \pi/2 & \text{при } S \leq S^* \\ \text{дифференцируемая функция} & \text{при } S^* < S < S_0 \end{cases}$$

$S_0 \neq S^*$  некоторые точки на оси  $S$ . Далее, пусть

$$\Pi = \left\{ \xi = \sigma + i\tau : |\tau| < \frac{\pi}{2}, -\infty < \sigma < +\infty \right\},$$

$$\Omega = \{ \zeta = S + i t : |t| < \theta(S), -\infty < S < +\infty \}.$$

Предположим, что  $\xi = \phi_2(\zeta)$  конформно отображает  $\Omega$  на  $\Pi$ , тогда из теоремы Альфорса (8) и из леммы 2 следует, что существуют постоянные  $C_2$  и  $C_3$  такие, что

$$\frac{C_2}{(F(\sigma))^2} < |1 - \xi| < \frac{C_3}{(F(\sigma))^2}.$$

Пусть  $\xi = \ln \frac{1+z}{1-z}$ , где выбрана главная ветвь логарифма,  $\zeta =$

$= \phi_1^{-1}(\xi)$ ,  $w = \frac{e^\zeta - 1}{e^\zeta + 1}$ . Суперпозицию этих конформных отображений

обозначим через  $\phi(z)$ . Легко видеть, что  $w = \phi(z)$  отображает единичный круг  $z$  плоскости на некоторую область  $G$   $w$ -плоскости, причем  $G \supset D$ . Из (3) и из вида конформного отображения  $w = \phi(z)$  можно получить следующие оценки:

$$\frac{C_4 \cdot |1-z|}{\left( F \left( \ln \frac{1}{|1-z|} \right) \right)^2} < |1-w| < \frac{C_5 \cdot |1-z|}{\left( F \left( \ln \frac{1}{|1-z|} \right) \right)^2}. \quad (4)$$

Отсюда нетрудно вывести неравенство

$$|1-w| > C_6 \cdot \left( \frac{1-|z|}{\varphi \left( \frac{1}{1-|z|} \right)} \right)^{1/2} \cdot \left( F \left( \ln \frac{1}{1-|z|} \right) \right)^{-1}, \quad z \in D \setminus \Gamma, \quad (5)$$

где  $\Gamma = \{ z : z = \phi^{-1}(w), w \in D \}$ . Теперь докажем, что функция  $f(z) = B(\phi(z))$ , где

$$B(w) = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_n - w}{1 - \rho_n w} \quad \text{и } \rho_n = \Phi(r_n)$$

есть искомая нами функция. Пользуясь (4), можно получить следующее неравенство:

$$\ln|B(w)| \leq 2 \cdot \operatorname{Re} \frac{w+1}{w-1} \sum_{n=1}^{\infty} (1-\rho_n), \quad w \in G \setminus D. \quad (6)$$

Исходя из (2) и (3) легко доказать, что  $\sum_{n=1}^{\infty} (1-\rho_n) < +\infty$ . Отсюда, учитывая (5), нетрудно получить следующую оценку:

$$\ln|B(w)| \leq C_7 \cdot e^{\epsilon} \cdot \frac{F'(s)}{F(s)}, \quad w \in G \setminus D. \quad (7)$$

Теперь, используя лемму 1, учитывая оценку (7), можно показать справедливость следующего неравенства:

$$\ln|B(\Phi(z))| \leq C_8 \cdot \varphi\left(\frac{1}{1-|z|}\right), \quad z \in D \setminus \Gamma.$$

Для остальных  $z, z \in D$ , указанное неравенство следует из того, что  $B(w)$  есть произведение Бляшке.

Теперь предположим  $\left(\frac{x\varphi'(x)}{\varphi(x)} - 1\right) \ln^{1/2} x_{r_n} \rightarrow +\infty$ . В этом случае мы используем произведения М. М. Джрбашяна  $\pi_{\alpha}(z, z_n)$  (см. (1)):

$$\pi_{\alpha}(z, z_n) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{z_n}\right) \exp\left\{-\frac{2(\alpha+1)}{\pi} \int_0^1 \int_{-z}^z \frac{(1-\rho^2)^{\alpha} \ln\left|1 - \frac{\rho e^{i\theta}}{r_n}\right|}{(1-z\rho e^{-i\theta})^{\alpha+2}}\right\}, \quad z \in D.$$

Как установлено (1), указанные произведения равномерно сходятся внутри  $D$ , если  $\sum (1-|z_n|)^{\alpha+2} < +\infty$ . Учитывая лемму 1.2 работы (3) и полагая  $\alpha > 2$ , получим

$$\ln|\pi_{\alpha}(z, r_n)| \leq \operatorname{const} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left|\frac{1-r_n^2}{1-r_n z}\right|^{\alpha+2}.$$

В дальнейшем, разбивая эту сумму на два слагаемых, получим

$$\begin{aligned} \ln|\pi_{\alpha}(z, r_n)| &\leq \operatorname{const} \left( \sum_{1-(1-r_n)^{2/(\alpha+1)} < |z|} \left(\frac{1-r_n}{1-r_n|z|}\right)^{\alpha+2} + \sum_{1-(1-r_n)^{2/(\alpha+1)} \geq |z|} \left(\frac{1-r_n}{1-r_n|z|}\right)^{\alpha+2} \right) = \\ &= I_1 + I_2. \end{aligned}$$

После этого, приводя несложные выкладки, получим:

$$I_j \leq \operatorname{const} \cdot \varphi\left(\frac{1}{1-|z|}\right), \quad j=1, 2.$$

Этим первая часть теоремы доказана. Для доказательства второй части строится подходящая область  $\Omega \subset D$  со следующими свойствами: а)  $\partial\Omega \cap \partial D = \{1\}$ ; б) для любой функции  $f \in X_{\alpha}^*$  функция

$f(\varphi(z))$  имеет конечную характеристику. Здесь  $\varphi$  — конформное отображение  $\Omega$  на  $D$ .

Отметим, что аналогичные построения приведены в (3,6,7,8).

Работа выполнена под руководством Ф. А. Шамомяна.

Ереванский  
государственный университет

Ռ. Վ. ԳԱԼԱՔՅԱՆ

Շրջանում անալիտիկ. եզրի մոտ ան բուլլ տվող ֆունկցիաների  
գրոնների մասին

Աշխատանքում ստացվել է հետևյալ արդյունքը՝

Թեորեմ. Եթե  $\varphi$ -ն առաջին կարգի մոնոտոն անոդ ֆունկցիա է,

այնպիսին, որ  $\int_1^\infty \left(\frac{\varphi(t)}{t^3}\right)^{1/2} dt = +\infty$  և գոյություն ունի  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x\varphi'(x)}{\varphi(x)} - 1\right) \ln x$ :

1. Ենթադրենք  $\{z_n\}_{n=1}^\infty$  գտնվում է Շտույցի անկյան ներսում: Այդ ժամանակ, եթե

$$\sum_{n=1}^\infty \frac{1-|z_n|}{\left(\int_0^{|z_n|} \left(\frac{\varphi\left(\frac{1}{1-t}\right)}{1-t}\right)^{1/2} dt\right)^2} < +\infty,$$

ապա գոյություն ունի  $f(z)$ ,  $f(z) \neq 0$   $X_\varphi^\infty$  դասից, այնպիսին, որ  $f(z_n) = 0$ :

2. Հակառակը, եթե  $f(z) \in X_\varphi^\infty$ ,  $f(z) \neq 0$  և  $\{z_n\}$  գտնվում է վերջավոր քանակությամբ Շտույցի անկյունների ներսում, ապա ցանկացած բնական  $m$ -ի և ցանկացած  $a$ -ի համար,  $a > 1$  տեղի ունի այսպիսի պայման

$$\sum_{n=1}^\infty \times \frac{1-|z_n|}{\left(\int_0^{|z_n|} \left(\frac{\varphi\left(\frac{1}{1-t}\right)}{1-t}\right)^{1/2} dt\right)^2 \cdot \prod_{j=0}^{m-1} \ln_j \int_0^{|z_n|} \left(\frac{\varphi\left(\frac{1}{1-t}\right)}{1-t}\right)^{1/2} dt \cdot \left[\ln_m \int_0^{|z_n|} \left(\frac{\varphi\left(\frac{1}{1-t}\right)}{1-t}\right)^{1/2} dt\right]^a} < +\infty:$$

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 М. М. Джрбашян. Сообщ. Ин-та математики и механики АН АрмССР, вып. 2, с. 3—48, (1948). 2 F. Bagemihl, P. Erdos, W. Seldel. Ann. Sci. Ecole Norm., Sup. (3), v. 70, p. 135—147 (1953). 3 W. K. Hayman, B. Korenblum, Michigan Math. J. v. 27 p. 21—30 (1980). 4 H. S. Shapiro, A. L. Shields, Math. Z., v. 80, p. 196—216 (1962). 5 Ф. А. Шамомян, Изв. АН АрмССР. Мат. т. 13, № 5—6, с. 405—422. (1978). 6 В. И. Мацаев, Е. З. Мозульский, Зап. науч. семинаров ЛОМИ, т. 56, с. 90—104 (1976). 7 Н. К. Пикольский Тр. Ордена Ленина Мат. ин-та им В. А. Стеклова, 1974. 8 L. Ahlfors, Acta Soc. Sci. Fenn., Nova Series A, v. 1:9 p. 1—40, (1930). 9 B. Hanson, Proc. London Math. Soc. (3), v. 51, p. 339—368 (1985).

УДК 519.48

МАТЕМАТИКА

Ю. М. Мовсисян

### Сверхтождества и группы

(Представлено академиком АН Армянской ССР Р. В. Амбарцумяном 19/IV 1988)

Задача об абстрактном описании мультипликативной группы поля — одна из старых задач алгебры. «Большой проблемой является описание тех групп, которые могут быть мультипликативными группами полей» ((<sup>1</sup>), с. 379). В настоящей работе с помощью сверхтождеств (предварительные сведения о сверхтождествах см. в (<sup>2</sup>)) характеризуется класс мультипликативных групп полей.

Множество всех бинарных операций, определенных на  $Q$ , обозначим через  $F_Q^2$  и, следуя Манну (<sup>3</sup>), на этом множестве определим следующую операцию:  $A \cdot B(x, y) = A[x, B(x, y)]$ , где  $A, B \in F_Q^2$ ,  $x, y \in Q$ . Множество  $F_Q^2$  — моноид относительно этого умножения, в котором совокупность всех обратимых справа операций множества  $Q$  образует подгруппу. Операция  $E(x, y) = y$  — единица полугруппы  $F_Q^2$ .

Гомоморфизм  $\varphi: \Gamma \rightarrow F_Q^2$  из полугруппы  $\Gamma$  в полугруппу  $F_Q^2$  назовем *бинарным представлением полугруппы  $\Gamma$* . Если задано бинарное представление полугруппы  $\Gamma$ , то элементы из  $\Gamma$  действуют на множестве  $Q$  как бинарные операции. Следовательно, множество  $Q$  становится бинарной  $\Gamma$ -алгеброй с тождеством  $\alpha \cdot \beta(x, y) = \alpha[x, \beta(x, y)]$ , называемой бинарным  $\Gamma$ -полигоном. Если эта  $\Gamma$ -алгебра удовлетворяет сверхтождеству  $w_1 = w_2$ , то будем говорить, что исходное представление удовлетворяет этому сверхтождеству.

Если  $\Gamma$  — моноид с единицей  $e \in \Gamma$ , то в определении его бинарного представления добавляется условие  $\varphi(e) = E$ , или в соответствующем бинарном  $\Gamma$ -полигоне — условие  $e(x, y) = y$ .

Пусть  $\Gamma$  — полугруппа. Бинарное представление  $\varphi: \Gamma \rightarrow F_Q^2$  называется:

- 1) обратимым справа, если соответствующий бинарный  $\Gamma$ -полигон обратим справа, т. е. для любого  $\alpha \in \Gamma$  и для любых  $a, b \in Q$  уравнение  $\alpha(a, x) = b$  имеет единственное решение  $x \in Q$ ;
- 2) точным, если гомоморфизм  $\varphi$  — мономорфизм;
- 3) транзитивным (0-транзитивным), если для любых  $a, b, c \in Q$  существует  $\alpha \in \Gamma$  такой, что  $\alpha(a, b) = c$ ;
- 4) 1-транзитивным, если для любых  $a, b, c \in Q$ , где  $a \neq b$ , существует  $\alpha \in \Gamma$  такой, что  $\alpha(a, b) = c$ ;
- 5) 2-транзитивным, если для любых  $a, b, c \in Q$ , где  $b \neq a \neq c$ , существует  $\alpha \in \Gamma$  такой, что  $\alpha(a, b) = c$ ;

6) 3-транзитивным, если для любых попарно различных элементов  $a, b, c \in Q$  существует такой  $x \in \Gamma$ , что  $x(a, b) = c$ ;

Предложение 1. Если  $\Gamma$  — группа, тогда любое ее бинарное представление обратимо справа.

Предложение 2 (бинарная теорема Кели). Каждая полугруппа имеет точное бинарное представление, удовлетворяющее сверхтождеству  $X(x, y) = X(z, y)$ .

Теорема 1. Моноид является группой тогда и только тогда, когда он имеет точное  $i$ -транзитивное ( $i = 0, 1, 2$ , или  $3$ ) и обратимое справа бинарное представление, удовлетворяющее сверхтождеству левой дистрибутивности

$$X[x, Y(y, z)] = Y[X(x, y), X(x, z)]. \quad (d_1)$$

Бинарное представление полугруппы  $\Gamma$  называется регулярным, если оно точно,  $i$ -транзитивно ( $i = 2$  или  $3$ ), обратимо справа и удовлетворяет сверхтождеству левой дистрибутивности ( $d_1$ ).

Следствие 1. Моноид является группой тогда и только тогда, когда он имеет бинарное регулярное представление.

Теорема 2. Моноид является мультипликативной группой некоторого поля тогда и только тогда, когда он имеет бинарное регулярное представление, удовлетворяющее сверхтождеству идемпотентности  $X(x, x) = x$ .

Группа  $\Gamma$  называется сверхидемпотентной (гиперидемпотентной), если некоторое ее бинарное регулярное представление (существующее согласно следствию 1) удовлетворяет сверхтождеству идемпотентности.

Следствие 2. Группа является мультипликативной группой некоторого поля тогда и только тогда, когда она сверхидемпотентна.

Ереванский государственный университет

ՅՈՒՐ. Մ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Պերնույնութիւններ և խմբեր

Դաշտի արտադրյալին խմբի նկարագրության խնդիրը հանրահազվի ամենահին խնդիրներից մեկն է: Աշխատանքում ներկայացվում է այդ խնդրի լուծումը գերնույնութիւնների օգնութեամբ:

Սահմանվում է կիսախմբի երկտեղ ներկայացման գաղափարը և այդ ներկայացման երեք հատկութիւնների օգնութեամբ տրվում է խմբի նկարագիրը: Այնուհետև այդ հատկութիւններին ավելացնելով ինքնահամընկնման

$$X(x, x) = x$$

գերնույնութիւնը, ստանում ենք դաշտի արտադրյալին խմբի նկարագիրը:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Л. Фукс. Бесконечные абелевы группы. Т. 2. Мир, М., 1977. \* К. М. Мовсисян. Введение в теорию алгебр со сверхтождествами. Изд-во Ереванского гос. ун-та, 1986.  
<sup>2</sup> H. B. Mann, Bull. Amer. Math. Soc., v. 50, p. 249—257 (1944).

УДК 517.554

МАТЕМАТИКА

М. В. Казарян

О голоморфном продолжении функций  
 с плюриполярными особенностями

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 26/V 1988)

1. В работе изучается возможность аналитического продолжения голоморфных функций с плюриполярными особенностями при условии, что такое продолжение есть по некоторой группе переменных. Доказываются аналоги основной леммы Гартогса и их обобщения (см. например (1, 2)).

В работе автора (3) доказано, что если функция  $f = f(z, w)$  голоморфна в области  $D \times G$  в  $C_z^n \times C_w^m$  и при каждом фиксированном  $a \in D$  функция  $f_a(w) = f(a, w)$  продолжается на всю плоскость  $C_w$  до голоморфной функции с единственной особой точкой, то  $f$  голоморфно продолжается в область  $(D \times C_w) \setminus S$ , где  $S$  — аналитическое множество.

Аналогичное утверждение справедливо и в случае, когда особенности функции  $f_a(w)$  — конечное множество точек в  $C_w$ .

А. Садуллаев и Е. М. Чирка (4) рассматривали функции с более общими — полярными особенностями. Ими доказано, что глобальное голоморфное продолжение с полярными особенностями возможно при минимальных естественных условиях на множество сечений, вдоль которых есть такое продолжение. В случае, когда эти сечения многомерны, а соответствующие исключительные множества плюриполярны, справедлива следующая

**Теорема 1.** Пусть функция  $f = f(z, w)$  голоморфна в области  $D \times G \subset C_z^n \times C_w^m$ ,  $n \geq 1$ ,  $m \geq 1$ , за исключением замкнутого и плюриполярного в  $D \times G$  множества  $S$  и пусть  $E \subset D$  — неплюриполярное множество. Предположим, что при каждом фиксированном  $a \in E$  функция  $f_a(w)$  продолжается до функции, голоморфной в  $C_w^m$  за исключением плюриполярного множества особенностей. Тогда  $f$  голоморфно продолжается в  $(D \times C_w^m) \setminus \bar{S}$ , где  $\bar{S}$  — замкнутое плюриполярное подмножество в  $D \times C_w^m$ , причем  $\bar{S} \cap (D \times G) \subset S$ .

Следующая теорема является аналогом основной леммы Гартогса для функций с плюриполярными особенностями.

**Теорема 2.** Пусть функция  $f = f(z, w)$  голоморфна в области  $D \times G \subset C_z^n \times C_w^m$ ,  $m \geq 1$ ,  $n \geq 1$ , за исключением замкнутого и плюриполярного в  $D \times G$  множества особенностей  $S$  и пусть  $S' = \{z : z \times G \subset S\}$ . Предположим, что при каждом фиксированном  $a \in D \setminus S'$

функция  $f(a, w)$  голоморфно продолжается в область  $\bar{U} \subset G$  за исключением плюриполярного множества особенностей. Тогда  $f$  голоморфно продолжается в  $(D \times G) \setminus \bar{S}$ , где  $\bar{S}$  — замкнутое плюриполярное множество в  $D \times G$  и  $\bar{S} \cap (D \times G) = S$ .

Доказательство этих теорем получается индукцией по числу переменных  $w$ . При  $m=1$  они доказаны в работе А. Садуллаева и Е. М. Чирки (\*), где предполагается голоморфность  $f$  всюду в  $D \times G$ . Чтобы применять индукцию, убедимся сначала, что они справедливы и в случае, когда  $f$  имеет плюриполярное множество особенностей в  $D \times G$ . Ограничимся случаем теоремы 1. Пусть точка  $b \in G$  такова, что  $D \times \{b\} \not\subset S$ ; тогда множество  $S^b = \{z : (z, b) \in S\}$  плюриполярно в  $D$ . Положим  $D_0 = D \setminus S^b$  и возьмем произвольную подобласть  $D_1 \subset D_0$ . По построению существует окрестность  $V$  в  $G$  такая, что  $f$  голоморфна в  $D_1 \times V$ . Если  $D_1 \cap E$  непусто, то по теореме 1 из (\*)  $f$  голоморфно продолжается в  $D_1 \times C_w$  вне замкнутого плюриполярного множества. Ввиду произвольности  $D_1 \subset D_0$  и по теореме единственности отсюда следует, что  $f$  голоморфно продолжается в  $(D_0 \times C_w) \setminus S_1$ , где  $S_1$  замкнуто и плюриполярно в  $D_0 \times C_w$ . Так как  $(D_0 \times C) \setminus S_1 = (D \times C) \setminus (S_1 \cup (S^b \times C))$ , то  $f$  голоморфно продолжается в  $(D \times C_w) \setminus \bar{S}$ , где множество  $\bar{S} = S_1 \cup (S^b \times C_w)$  очевидно, замкнуто и плюриполярно в  $D \times C_w$ .

2. Доказательство теоремы 1. Пусть теорема 1 верна при  $w \in C^m$  и докажем ее для  $m+1$  переменных  $(w, w') \in C^m \times C$ . Пусть функция  $f = f(z, w, w')$  голоморфна в области  $\Omega = D \times G \times G' \subset C^n \times C^m \times C_w$  за исключением замкнутого и плюриполярного в  $\Omega$  множества  $S$  и при каждом фиксированном  $a \in E$  функция  $f(a, w, w')$  продолжается до функции, голоморфной в  $C^{n+1} = C^m \times C_w$  за исключением плюриполярного множества особенностей. Обозначим через  $E_1 = (E \times G) \setminus \{(z, w) : z \times w \times G' \subset S\}$  и рассмотрим функцию  $f(a, b, w')$ , где  $(a, b) \in E_1$  — произвольная фиксированная точка. Она по условию голоморфна в  $G'$  и продолжается до функции, голоморфной в  $C_w$  вне плюриполярного множества особенностей. Так как множество  $E_1$  очевидно, неплюриполярно в  $D \times G$ , а функция  $f$  голоморфна в  $\Omega \setminus S$  по совокупности переменных, то по теореме 1 при  $m=1$  отсюда следует, что  $f$  продолжается до функции, голоморфной в  $\Omega_1 = D \times G \times C_w$  за исключением некоторого замкнутого и плюриполярного в  $\Omega_1$  множества особенностей  $S_1$ . Пусть теперь  $E' = (E \times C_w) \setminus S_1$ , где  $S_1 = \{(z, w') : z \times G \times w' \subset S_1\}$ . Из плюриполярности  $S_1$  в  $\Omega_1$  следует, что  $S_1$  плюриполярно в  $D \times C_w$ , а значит множество  $E'$  неплюриполярно в  $D \times C_w$ . Фиксируем произвольную точку  $(a, c) \in E'$  и рассмотрим функцию  $f(a, w, c)$ . По условию она голоморфно продолжается в  $C_w^m$  за исключением плюриполярного множества особенностей. Таким образом, учитывая, что  $f$  голоморфна в  $\Omega_1 \setminus S_1$ , по индуктивному предположению заключаем, что  $f$  голоморфно продолжается в  $(D \times C_w^m \times C_w) \setminus \bar{S}$ , где  $\bar{S}$  замкнуто и плюриполярно в  $D \times C_w^{m+1}$ . Легко также видеть, что  $\bar{S} \cap \Gamma(D \times G) = S$ .

Из теоремы 1 следует геометрическое утверждение о голоморфном продолжении с плюриполярными особенностями вдоль семейства комплексных прямых, проходящих через фиксированную точку.

**Следствие 1.** Пусть функция  $f=f(z, w)$  голоморфна в единичном шаре  $B^{n+1} \subset C^{n+1} = C^n \times C$ , за исключением замкнутого и плюриполярного в  $B^{n+1}$  множества  $S$  и при каждом фиксированном  $i$  из некоторого неплюриполярного множества  $E \subset C^n$  функция  $f(i, w, w)$  голоморфно продолжается на всю  $C$  за исключением полярного множества особенностей. Тогда  $f$  голоморфно продолжается в  $C^{n+1} \setminus \bar{S}$ , где  $S$ —замкнутое плюриполярное множество в  $C^{n+1}$  и  $\bar{S} \cap B^{n+1} \subset S$ .

Доказательство с помощью дробно-линейной замены координат  $z'=z/w, w'=w$  сводится к теореме 1 (см. также следствие 3 в (3)).

**Следствие 2.** Пусть  $E \subset C^n$  и  $F \subset C^m$ —неплюриполярные множества и функция  $f=f(z, w)$  голоморфна в некоторой окрестности  $E \times F$ . Если любая из функций  $f(a, w), a \in E$  и  $f(z, b), b \in F$ , продолжается до функции, голоморфной в  $C^m$  (соответственно в  $C^n$ ) за исключением плюриполярного множества особенностей, то  $f$  продолжается в  $C_{z,w}^{n+m}$  до голоморфной функции с плюриполярным множеством особенностей.

Доказательство очевидно.

Доказательство теоремы 2 по существу такое же, как теоремы 1: доказывается справедливость теоремы 2 из (1) в случае, когда  $f$  имеет плюриполярные особенности в  $D \times G$  и применяется индукция.

3. В заключение приведем две теоремы о голоморфном продолжении со специальных подмножеств для функций с аналитическими особенностями.

**Теорема 3.** Пусть  $D_1 \subset D \subset C^n$  и  $G_1 \subset G \subset C^m$ —области,  $E \subset D_1$  и  $F \subset G_1$ —плюрирегулярные компакты,  $X=(D \times F) \cup (E \times G)$  и  $S$ —аналитическое множество в  $D_1 \times G_1$ . Пусть функция  $f=f(z, w)$  голоморфна в области  $(D_1 \times G_1) \setminus S$ . Предположим, что при любом фиксированном  $(a, b) \in E \times F$

а) функция  $f(a, w)$  продолжается в область  $G$  до голоморфной функции с аналитическим множеством особенностей;

б) функция  $f(z, b)$  продолжается в область  $D$  до голоморфной функции с аналитическим множеством особенностей.

Тогда  $f$  голоморфно продолжается в  $\Omega \setminus \bar{S}$ , где  $\Omega$ —оболочка голоморфности  $X$ , а  $\bar{S}$ —аналитическое множество в  $\Omega$ , причем  $\bar{S} \cup (D \times G) \subset S$ .

Оболочка голоморфности множества  $X$  описывается с помощью экстремальной плюрисубгармонической функции  $\omega(\cdot, K, U)$  множества  $K$  относительно области  $U: \Omega = \{(z, w) \in D \times G: \omega(z, E, D) + \omega(w, F, G) < -1\}$ . Аналогичная теорема справедлива и в случае, когда голоморфное продолжение с аналитическими особенностями рассматривается по каждому переменному в отдельности.

Теорема 4. Пусть  $D_j \subset \mathbb{C}^2_j$  — область,  $E_j \subseteq D_j$  — относительно замкнутое регулярное подмножество и  $X = (D_1 \times E_2 \times \dots \times E_n) \cup \dots \cup \cup (E_1 \times \dots \times E_{n-1} \times D_n)$ ,  $j=1, 2, \dots, n$ . Пусть функция  $f = f(z_1, \dots, z_n)$  голоморфна в некоторой окрестности  $U$  множества  $E = E_1 \times \dots \times E_n$  за исключением аналитического в  $U$  множества  $S$ . Предположим, что при любом фиксированном  $a \in E$  функция  $f(a_1, \dots, a_{j-1}, z_j, a_{j+1}, \dots, a_n)$  продолжается в  $D_j$  до голоморфной функции с аналитическим множеством особенностей. Тогда  $f$  продолжается в оболочку голоморфности  $\Omega$  множества  $X$  до голоморфной функции с аналитическим множеством особенностей  $\bar{S}$  и  $\bar{S} \cap U \subset S$ .

В случае функции с плюриполярными особенностями в условиях теорем 3 и 4, как показали А. Садуллаев и Е. М. Чирка (\*), удается лишь доказать, что  $f$  продолжается до функции, голоморфной в некоторой окрестности множества  $X$  за исключением некоторого плюриполярного замкнутого и плюриполярного множества особенностей. Продолжение в оболочку голоморфности  $\Omega$  в случае функций с аналитическими особенностями следует из работы Г. Длуски (\*\*), где он доказал, что если функция  $f$  голоморфна в некоторой области  $D \subset \mathbb{C}^n$  за исключением аналитического в  $D$  множества особенностей  $S$ , то  $f$  продолжается в оболочку голоморфности области  $D$  до голоморфной функции с аналитическим множеством особенностей  $\bar{S}$ , причем  $\bar{S} \cap D \subset \bar{S}$  либо  $\bar{S} = \emptyset$ .

Автор весьма благодарен Е. М. Чирке и А. Садуллаеву за помощь в работе.

ВЦ Госплана  
Армянской ССР

#### Խ. Վ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

Բազմաբևեռային եզակիություններ ունեցող ֆունկցիաների հոլոմորֆ շարունակության վերաբերյալ

Հոդվածում դիտարկվում են բազմաբևեռային եզակիություններ ունեցող ֆունկցիաների հոլոմորֆ շարունակության որոշ հարցեր, երբ այդպիսի շարունակության առկայությունը հայտնի է փոփոխականների մի որևէ խմբով: Հիմնական արդյունքներից մեկը հետևյալն է:

\* և որ եթե  $f = f(z, w)$  ֆունկցիան հոլոմորֆ է  $D \times G \subset \mathbb{C}^n \times \times \mathbb{C}^m$  տիրույթում բացի  $D \times G$ -ում փակ և բազմաբևեռային  $S$  բազմությունից և  $E \subset D$  բազմությունը բազմաբևեռային չէ: Ենթադրենք, որ ցանկացած ֆիքսած  $a \in E$  կետի համար  $f(a, w)$  ֆունկցիան հոլոմորֆ շարունակվում է  $\mathbb{C}^m$  բացի որևէ բազմաբևեռային եզակիությունների բազմությունից: Այդ դեպքում  $f$ -ը հոլոմորֆ շարունակվում է  $(D \times \mathbb{C}^m) \setminus \bar{S}$ , որտեղ  $\bar{S}$ -ը մի

\* Как недавно сообщил мне Е. М. Чирка, теорема Длуски справедлива и в случае функций с плюриполярными особенностями. Следовательно, для этих функций справедливы также теоремы 3 и 4.

փակ բազմաբևեռային բազմություն  $D \times C_{\mathbb{C}}^m$ -ում, ընդ որում  $S \cap (D \times G) = S$ .

Բացի դրանից հողվածում բերվում են նաև մի քանի ավելի ընդհանուր արդյունքներ անալիտիկ կապիտոթյուններով ֆունկցիաների հոլոմորֆ շարունակության մասին:

#### ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- \* В. С. Владимиров, Методы теории функций многих комплексных переменных, Наука, М., 1961. \* Б. В. Шабут, Введение в комплексный анализ, Наука, М., 1976. \* М. В. Казарян, ДМ АрмССР, т. 76, № 1, с. 13—17 (1983). \* А. Садуллаев, Е. М. Чирка, Мат. сб., т. 132(174), № 3, с. 383—390 (1987). \* М. В. Казарян, Мат. сб., т. 125(167), № 3 с. 381—398 (1984). \* G. Dloussky, Lecture Notes in Mathem., 578, Seminaire P. Leiong p. 217—236, 1975—1976.

УДК 517.984.52

МАТЕМАТИКА

С. В. Бабасян, И. Г. Хачатрян

Разложение Фурье при помощи минимальной системы  
 обобщенных собственных функций самосопряженного  
 дифференциального оператора

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 2/VI 1988)

Рассматривается в  $L^2(0, \infty)$  самосопряженный дифференциальный оператор  $L$ , порожденный дифференциальным выражением (1)

$$L[y] = \frac{1}{t^{2\alpha}} y^{(2n)} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{t^{2k}} [p_{2k}(x)y^{(k)}]^{(k)} + \sum_{k=1}^{n-2} \frac{1}{2t^{2k+1}} \{ [p_{2k+1}(x)y^{(k+1)}]^{(k+1)} + [p_{2k+1}(x)y^{(k+1)}]^{(k)} \}, \quad 0 < x < \infty,$$

где коэффициенты  $p_k(x)$  ( $k=0, 1, \dots, 2n-2$ ) — вещественные функции и удовлетворяют условиям

$$\int_0^1 x^{2n-1-k} |p_k(x)| dx + \int_1^{\infty} |p_k(x) - a_k| dx < \infty, \quad k=0, 1, \dots, 2n-2,$$

с некоторыми постоянными  $a_k$ . Область определения оператора  $L$  описывается при помощи  $n$  краевых условий в нуле (их вид не является существенным для последующего).

Выводится разложение Фурье, в котором используется минимальная система обобщенных собственных функций оператора  $L$ . В случае, когда  $a_k=0$  ( $k=0, 1, \dots, 2n-2$ ), такое разложение получено в работах (2-5). Здесь применяется метод, указанный в работе (6).

При любом комплексном  $\mu$  уравнение  $Q(\xi)=\mu$ , где  $Q(\xi)=\xi^{2n} + \sum_{k=0}^{2n-2} a_k \xi^k$ , имеет в верхней открытой полуплоскости столько же корней, сколько в нижней. Обозначим через  $M$  множество всех тех вещественных значений параметра  $\mu$ , при которых уравнение  $Q(\xi)=\mu$  имеет комплексные кратные корни, а через  $\mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_m$  — все те значения  $\mu$  из  $M$ , при которых указанное уравнение имеет вещественные кратные корни. Ясно, что число точек множества  $M$  не превышает  $2n-1$  и, кроме того,  $m \geq 1$ . В каждом из интервалов  $(\mu_k, \mu_{k+1})$  ( $k=1, 2, \dots, m; \mu_{m+1}=\infty$ ) число вещественных корней уравнения  $Q(\xi)=\mu$  постоянно. Это число обозначим через  $2r_k$  ( $k=1, 2, \dots, m$ ). Заметим, что  $r_m=1$ , кроме того, при  $\mu < \mu_1$  уравнение  $Q(\xi)=\mu$  не имеет вещественных корней. Пусть  $\xi_\nu(\mu)$  ( $\nu=1, 2, \dots, 2r_k$ ) — вещественные корни уравнения  $Q(\xi)=\mu$ ,  $\mu \in (\mu_k, \mu_{k+1})$ , причем они как функции от  $\mu$  непре-

рывают на интервале  $(\mu_k, \mu_{k+1})$ , монотонно убывают при  $1 \leq v \leq r_k$  и монотонно возрастают при  $r_k + 1 \leq v \leq 2r_k$ .

Непрерывный спектр оператора  $L$  заполняет весь интервал  $[\mu_1, \infty)$ . Точечный спектр  $T$  ограничен снизу и не имеет конечных точек сгущения, отличных от точек множества  $M$ . Если, дополнительно, коэффициенты  $p_k(x)$  ( $k=0, 1, \dots, 2n-2$ ) суммируемы в окрестности нуля, то точечный спектр оператора  $L$  ограничен.

При каждом  $\mu \in (\mu_k, \mu_{k+1})$ ,  $\mu \in M \cup T$ , дифференциальное уравнение  $L[\varphi] = \mu\varphi$  имеет  $r_k$  линейно независимых ограниченных решений  $\varphi_\nu(x, \mu)$  ( $\nu=1, 2, \dots, r_k$ ), удовлетворяющих краевым условиям, соответствующим оператору  $L$ . Эти решения обладают при  $x \rightarrow \infty$  асимптотикой

$$\varphi_\nu(x, \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \sum_{j=1}^{r_k} \sqrt{|\xi_{\nu,j}(\mu)|} S_{\nu,j}(\mu) e^{i x \xi_{\nu,j}(\mu)} + \sum_{j=r_k+1}^{2r_k} \sqrt{|\xi_{\nu,j}(\mu)|} S_{\nu,j}(\mu) e^{i x \xi_{\nu,j}(\mu)} \right\} + o(1),$$

где матрицы  $(S_{\nu,j}(\mu))_{j=1}^{r_k}$  и  $(S_{\nu,j+r_k}(\mu))_{j=1}^{r_k}$  невырожденные и связаны

$$\text{соотношением } \sum_{j=1}^{r_k} S_{\nu,j}(\mu) \overline{S_{\nu,j}(\mu)} = \sum_{j=r_k+1}^{2r_k} S_{\nu,j}(\mu) \overline{S_{\nu,j}(\mu)}, \quad \nu=1, 2, \dots, r_k.$$

Одну из этих матриц можно взять произвольно, а по ней вторая матрица и решения  $\varphi_\nu(x, \mu)$  определяются однозначно. Впредь будем предполагать, что указанные матрицы унитарны и их элементы измеримые функции.

**Теорема 1.** Для любой функции  $f \in L^2(0, \infty)$  имеет место разложение

$$f(x) = \sum_k \psi_k(x) \int_0^\infty f(t) \overline{\psi_k(t)} dt + \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{r_k} \int_{\mu_k}^{\mu_{k+1}} \Phi_{k,j}(\mu) \varphi_{k,j}(x, \mu) d\mu + \int_{\mu_m}^\infty \Phi_1(\mu) \varphi_1(x, \mu) d\mu, \quad (1)$$

а также равенство Парсеваля

$$\int_0^\infty |f(x)|^2 dx = \sum_k \left| \int_0^\infty f(t) \overline{\psi_k(t)} dt \right|^2 + \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{r_k} \int_{\mu_k}^{\mu_{k+1}} |\Phi_{k,j}(\mu)|^2 d\mu + \int_{\mu_m}^\infty |\Phi_1(\mu)|^2 d\mu,$$

где  $\{\psi_k(x)\}$  — ортонормированная система всех собственных функций оператора  $L$ , а

$$\Phi_{k,j}(\mu) = \int_0^\infty f(x) \overline{\varphi_{k,j}(x, \mu)} dx, \quad \mu_k < \mu < \mu_{k+1}, \quad 1 \leq j \leq r_k, \quad 1 \leq k \leq m. \quad (2)$$

При этом последний интеграл в (1) и интеграл (2) сходятся по метрике  $L^2(0, \infty)$  и  $L^2(\mu_k, \mu_{k+1})$  соответственно.

При помощи замены переменной  $\mu = Q(i)$  полученное разложение (1) можно упростить. При любом  $i \in (-\infty, \infty)$ , для которого  $Q(i) \in M \cup T$ , уравнение  $L[u] = Q(i)u$  имеет единственное решение

$u(x, \lambda)$ , удовлетворяющее краевым условиям, соответствующим оператору  $L$ , и обладающее асимптотикой

$$u(x, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ e^{i\lambda x} + \sum_{v=1}^{r(\lambda)} \sqrt{|\zeta_v(\lambda)|} S_v(\lambda) e^{i\zeta_v(\lambda)x} \right\} + o(1), \quad x \rightarrow \infty, \quad (3)$$

где  $\zeta_v(\lambda)$  ( $v=1, 2, \dots, r(\lambda)$ ) — все те вещественные корни уравнения  $Q(\cdot) = Q(\lambda)$ , которые как функции от  $\lambda$  непрерывны и монотонно убывают на каждом интервале, не содержащем точек множества  $\bigcup_{k=1}^m \{\lambda; Q(\lambda) = \mu_k\}$ . В формуле (3) функции  $S_v(\lambda)$  удовлетворяют равенству  $\sum_{v=1}^{r(\lambda)} |S_v(\lambda)|^2 = 1$ .

**Теорема 2.** Для любой функции  $f \in L^2(0, \infty)$  интеграл

$$F(\lambda) = \int_0^{\infty} f(x) \overline{u(x, \lambda)} dx, \quad -\infty < \lambda < \infty, \quad (4)$$

сходится по метрике  $L^2(-\infty, \infty)$  и имеет место разложение

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda) u(x, \lambda) d\lambda + \sum_k \psi_k(x) \int_0^{\infty} f(t) \overline{\psi_k(t)} dt, \quad 0 < x < \infty, \quad (5)$$

а также равенство Парсеваля

$$\int_0^{\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\lambda)|^2 d\lambda + \sum_k \left| \int_0^{\infty} f(t) \overline{\psi_k(t)} dt \right|^2$$

При этом первый интеграл в (5) сходится по метрике  $L^2(0, \infty)$ .

Сужение  $\bar{L}$  оператора  $L$  на ортогональном дополнении  $\bar{L}^2(0, \infty)$  линейной оболочки всех собственных функций  $\psi_k(x)$  совпадает с абсолютно непрерывной частью оператора  $L$ . Кроме того, формулы (4) и

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda) u(x, \lambda) d\lambda, \quad 0 < x < \infty,$$

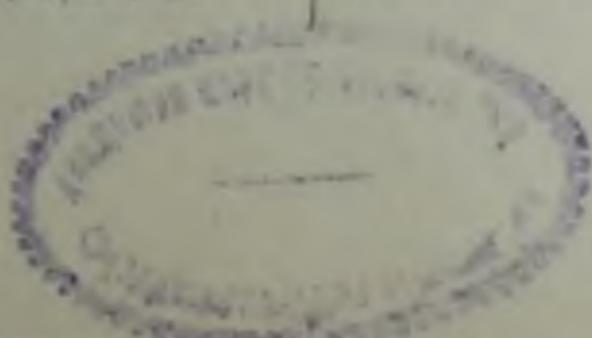
устанавливают взаимно-обратные изометрические отображения  $\bar{L}^2(0, \infty)$  на  $L^2(-\infty, \infty)$  и  $L^2(-\infty, \infty)$  на  $\bar{L}^2(0, \infty)$  соответственно, переходящие друг в друга оператор  $\bar{L}$  и оператор умножения на функцию  $Q(\lambda)$  в  $L^2(-\infty, \infty)$ .

**Замечание 1.** Пусть  $\lambda_0$  и  $\lambda_1$  ( $\lambda_0 \leq \lambda_1$ ) — наименьший и наибольший вещественные корни уравнения  $Q(\lambda) = \mu_m$  соответственно. Тогда можно получить разложение

$$f(x) = \int_{\lambda_0}^{\infty} F(\lambda) u(x, \lambda) d\lambda + \sum_k \psi_k(x) \int_0^{\infty} f(t) \overline{\psi_k(t)} dt, \quad 0 < x < \infty,$$

где решение  $u(x, \lambda)$  обладает асимптотикой (3) при  $\lambda \in (\lambda_0, \lambda_1)$  и асимптотикой

$$u(x, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ e^{i\lambda x} + \sum_{v=1}^{r(\lambda)} \sqrt{|\zeta_v(\lambda)|} S_v(\lambda) e^{i\zeta_v(\lambda)x} \right\} + o(1), \quad x \rightarrow \infty, \quad \text{при } \lambda > \lambda_1,$$



Замечание 2. В случае  $a_{2k+1}=0$  ( $k=0, 1, \dots, n-2$ ) можно получить разложение

$$f(x) = \int_0^{\infty} F(\lambda)u(x, \lambda)d\lambda + \sum_k \psi_k(x) \int_0^{\infty} f(t)\overline{\psi_k(t)} dt, \quad 0 < x < \infty,$$

где решение  $u(x, \lambda)$  обладает асимптотикой

$$u(x, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ e^{i\lambda x a(\lambda)} + \sum_{\nu=1}^{r(\lambda)} \sqrt{|\zeta_{\nu}(\lambda)|} S_{\nu}(\lambda) e^{i\lambda x \zeta_{\nu}(\lambda) a(\lambda)} \right\} + o(1), \quad x \rightarrow \infty.$$

Здесь  $\zeta(\lambda) = \operatorname{sgn} Q(\lambda)$ .

Ереванский государственный университет  
Институт математики Академии наук Армянской ССР

Ս. Վ. ԲԱՐՍԵՅԱՆ, Ի. Գ. ԿԱԶԱՏՐՅԱՆ

Ֆուրյեի վերլուծություն ինֆնահամարում դիֆերենցիալ օպերատորի  
րնդհանրացված սեփական ֆունկցիաների միևիմալ համակարգի միջոցով

Դիտարկվում է  $L^2(0, \infty)$  տարածությունում ինքնահամարում դիֆերենցիալ  $L$  օպերատորը.

$$L = \frac{1}{i^{2n}} \frac{d^{2n}}{dx^{2n}} + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{i^{2k}} \frac{d^k}{dx^k} \left[ p_{2k}(x) \frac{d^k}{dx^k} \right] + \\ + \sum_{k=0}^{n-2} \frac{1}{2i^{2k+1}} \left[ \frac{d^k}{dx^k} \left[ p_{2k+1}(x) \frac{d^{k+1}}{dx^{k+1}} \right] + \frac{d^{k+1}}{dx^{k+1}} \left[ p_{2k+1}(x) \frac{d^k}{dx^k} \right] \right], \quad 0 < x < \infty,$$

որտեղ՝  $p_k(x)$  ( $k=0, 1, \dots, 2n-2$ ) գործակիցները իրական ֆունկցիաներ են և որոշ  $a_k$  հաստատունների հետ բավարարում են

$$\int_0^1 x^{2n-1-k} |p_k(x)| dx + \int_1^{\infty} |p_k(x) - a_k| dx < \infty, \quad k=0, 1, \dots, 2n-2,$$

պայմաններին:  $L$  օպերատորի որոշման տիրույթը նկարագրվում է  $n$  ելրային պայմաններով զրո կետում:

Արտածվում է Ֆուրյեի վերլուծություն  $L$  օպերատորի րնդհանրացված սեփական ֆունկցիաների միևիմալ համակարգի միջոցով:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> М. А. Наймарк, Линейные дифференциальные операторы, Наука, М., 1969.  
<sup>2</sup> И. М. Рапопорт, О некоторых асимптотических методах в теории дифференциальных уравнений, Изд-во АН УССР, Киев, 1954. <sup>3</sup> В. И. Фунтаков, Изв. АН АрмССР, Сер. физ.-мат. и тех. наук, № 1, с. 3—21 (1961). <sup>4</sup> Г. М. Кесельман, Дифференциальные уравнения, т. 5, № 9 с. 1700—1714 (1969). <sup>5</sup> И. Г. Хачатрян, Функци. анализ и его прилож., т. 17, № 1 с. 40—52 (1983). <sup>6</sup> И. Г. Хачатрян, Изв. АН АрмССР, Сер. мат., т. 19, № 4 с. 265—279 (1984).

УДК 529.3.01

МЕХАНИКА

А. Н. Оганесян

### О напряженном состоянии тяжелого круглого кольца, усиленного накладками

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 9/II 1988)

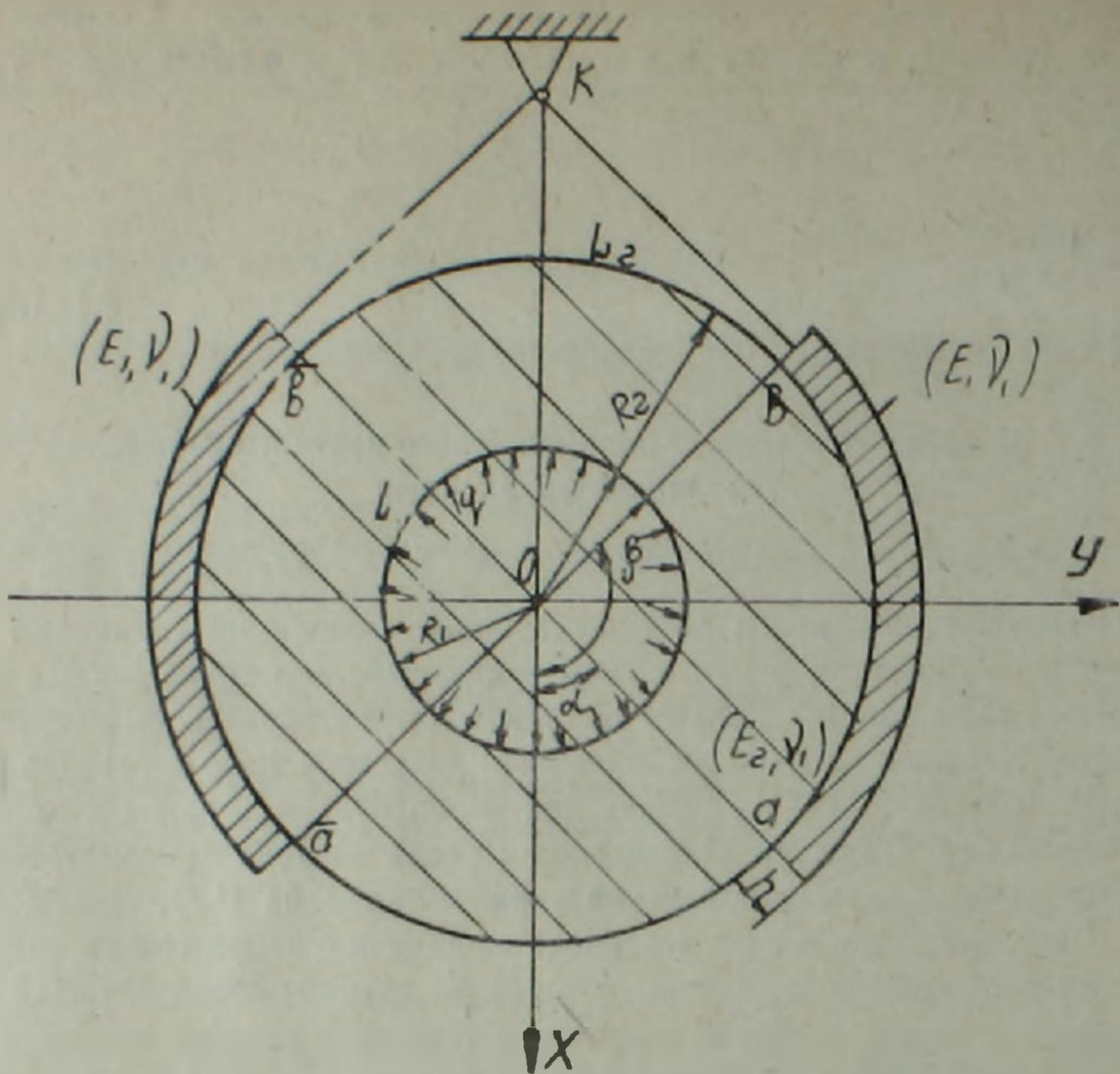
Основные результаты по исследованию смешанных граничных задач теории упругости о контактом взаимодействии тонкостенных элементов в виде прямолинейных накладок (стрингеров) с массивными деформируемыми телами, восходящих к известной работе Мелана (1), отражены в (2). Такие же задачи для кольцеобразных накладок с круговыми осями в рамках обобщенной модели Мелана рассмотрены в (3). Из работ в этом направлении укажем также на (4,5).

В настоящей статье рассматривается задача о напряженном состоянии тяжелого круглого кольца, которое по границе своей внешней окружности усилено двумя одинаковыми кольцеобразными накладками.

1. Пусть упругое круглое кольцо плотности  $\rho$ , ограниченное двумя концентрическими окружностями  $L_1$  и  $L_2$  радиусов  $R_1$  и  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ) и находящееся в условиях плоской деформации, подвержено действию сил тяжести и равномерно распределенного по внутренней окружности  $L_1$  нормального давления  $q_1$ . На своей внешней окружности  $L_2$  вдоль дуг  $\bar{b\bar{a}}$  и  $\bar{a\bar{b}}$ , где  $a = R_2 e^{i\alpha_1}$ ,  $b = R_2 e^{i\beta_1}$  ( $0 < \alpha_1 < \beta_1 < \pi/2$ ;  $\alpha_1 + \beta_1 = \pi$ ), кольцо усилено двумя одинаковыми и симметрично расположенными накладками малой толщины  $h$ , имеющими форму в виде неполных круговых колец. Далее при помощи последних кольцевой диск подвешен на двух нерастяжимых лентах, сводящихся к одной неподвижной точке (рисунок). Как в (3), накладки будут трактоваться в рамках теории тонких круговых оболочек, лишенных изгибной жесткости. Требуется определить радиальные ( $q_-(\theta)$ ) и окружные ( $\tau_-(\theta)$ ) контактные напряжения.

Чтобы вывести определяющее уравнение поставленной задачи, сначала рассмотрим равновесие кольца при наличии сил тяжести, когда на его внутренней окружности  $L_1$  действует равномерно распределенное нормальное давление  $q_1$ , а на двух симметрично расположенных дугах  $\bar{b\bar{a}}$  и  $\bar{a\bar{b}}$  его внешней окружности  $L_2$  действуют радиальные и тангенциальные напряжения соответственно интенсивностей  $q_-(\theta)$  и  $\tau_-(\theta)$  ( $\alpha_1 < |\theta| < \beta_1$ ), причем  $q_-(-\theta) = q_-(\theta)$ ,  $\tau_-(-\theta) = -\tau_-(\theta)$ .

Найдем на  $L_2$  деформацию кольца в окружном направлении  $\epsilon_\theta^{(0)}$ . С этой целью, как в (6), воспользуемся следующим граничным условием:



Кривые зависимости относительной эффективности систем гетеродинного приема от уровня принимаемого сигнала при  $\sigma_1^2 = 0,8 \text{ мкА}^2$ ,  $\tau = 5 \cdot 10^{-9} \text{ с}$ ,  $\Delta F = 10^6 \text{ Гц}$ ,  $\Delta F_{\text{н}} = 10^7 \text{ Гц}$ ,  $\Delta F_{\text{сч}} = 10^8 \text{ Гц}$ ,  $K = 10$ . Для кривых 1, 3  $W'$  соответственно равно  $2 \cdot 10^{-9} \text{ с}$ ;  $0,5 \cdot 10^{-9} \text{ с}$ ; для кривых 2, 4–6  $W' = 10^{-9} \text{ с}$ . Для а  $G = 1$ ,  $\bar{i}_r = 10 \text{ мкА}$ ; для б  $G = 10^4$ ; кривым 4, 5, 6 соответствует  $\bar{i}_r$ , равное 1,  $10^2$ ,  $10^3 \text{ мкА}$

$$N - iT = \Phi(t) + \overline{\Phi(\bar{t})} - e^{2i\theta} [i\Phi'(t) + \Psi(t)] - \rho g(t + \bar{t})(1 + e^{2i\theta})/4 \quad t \in L_i \quad (i = 1, 2), \quad (1.1)$$

где последний член учитывает влияние сил тяжести ( $g$  — ускорение свободного падения),  $N$  и  $T$  — радиальный и тангенциальный компоненты внешнего напряжения, действующего на границах кольца  $L_i$  ( $i = 1, 2$ ), а  $\Phi(z)$  и  $\Psi(z)$  — комплексные потенциалы (<sup>6</sup>). В разбираемом случае

$$N|_{L_1} = -q_1; N|_{L_2} = q_-(\theta); T|_{L_1} = 0, T|_{L_2} = \tau_-(\theta), \quad (1.2)$$

причем функции  $q_-(\theta)$  и  $\tau_-(\theta)$  ( $-\pi < \theta < \pi$ ) вне интервалов  $\alpha_1 < \theta < \beta_1$  считаются продолженными тождественным нулем.

Далее, приняв во внимание известные результаты из (<sup>6</sup>), при помощи (1.1) и (1.2) после несложных преобразований получим

$$\varepsilon_{\theta}^{(2)} = \frac{z+1}{8\pi\mu_2} \int_{\alpha_1}^{\beta_1} \left[ \text{ctg} \left( \frac{u-\theta}{2} \right) + \text{ctg} \left( \frac{u+\theta}{2} \right) \right] \tau_-(u) du -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{x+1}{8\pi\mu_2} \int_{\alpha_1}^{\beta_1} H(u, \theta) \tau_-(u) du + \frac{x-1}{4\mu_2} q_-(\theta) + \frac{(x+1)q_1}{8\mu_2(\delta-1)} - \\
& - \frac{(x+1)p(\delta-1)}{32\pi\mu_2\delta\sin\alpha_1} q(\theta) - \frac{(x+1)p\beta_1}{16\pi\mu_2\delta\sin\alpha_1} - \frac{p(x+\delta)}{8\pi\mu_2\delta(\delta+1)} \cos\theta + \\
& + \frac{x+1}{4\pi\mu_2(\delta-1)} \int_{\alpha_1}^{\beta_1} u \tau_-(u) du + \frac{x+1}{\pi\mu_2(\delta^2-1)} \cos\theta \int_{\alpha_1}^{\beta_1} \sin u \tau_-(u) du;
\end{aligned} \tag{1.3}$$

$$H(u, \theta) = \sum_{k=2}^{\infty} h_k \sin k u \cos k \theta; \quad g(\theta) = \sum_{k=2}^{\infty} g_k \cos k \theta,$$

$$h_k = 4[2\delta^{1-k} - k(k-1)\delta^2 + 2(k^2-1)\delta - k(k+1)]/\Delta_k.$$

$$g_k = 4k \sin(k\beta_1)(\delta-1)^2/\Delta_k \quad (k=2, 3, \dots; 0 < \theta < \pi); \quad x = 3 - 4\nu_2;$$

$$\Delta_k = \delta^{k+1} + \delta^{1-k} - k^2\delta^2 + 2(k^2-1)\delta - k^2; \quad \delta = R_2^2/R_1^2; \quad p = 2\pi\rho g R_1.$$

Здесь  $\nu_2$  — коэффициент Пуассона, а  $\mu_2 = E_2/2(1 + \nu_2)$  — параметр Ляме.

Теперь, ограничиваясь ввиду симметрии только правой накладкой и записав ее основные уравнения (3) ( $\alpha_1 < \theta < \beta_1$ )

$$\frac{dq}{d\theta} = -\tau_-(\theta); \quad q_-(\alpha_1) = 0, \quad q_-(\beta_1) = -p/2R\sin\alpha_1,$$

где  $p = \pi\rho g(R_2^2 - R_1^2)$  — вес кольцевого диска, будем иметь (3)

$$\varepsilon_k^{(1)}(\theta) = \frac{1-\nu_1^2}{hE_1} R \int_{\alpha_1}^{\theta} \tau_-(u) du \quad (\alpha_1 < \theta < \beta_1). \tag{1.4}$$

Здесь  $\varepsilon_k^{(1)}$  — осевая деформация накладки, а  $\nu_1$  и  $E_1$  — ее упругие постоянные.

Далее из условия контакта

$$\varepsilon_k^{(1)}(\theta) = \varepsilon_k^{(2)}(\theta) \quad (\alpha_1 < \theta < \beta_1)$$

при помощи (1.3) и (1.4) после перехода к новым переменным  $\xi = \theta - \frac{\pi}{2}$ ,  $\eta = u - \frac{\pi}{2}$  получим следующее сингулярное интегро-дифференциальное уравнение:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{\xi} \left[ \operatorname{ctg} \frac{\eta - \xi}{2} - \operatorname{tg} \frac{\xi + \eta}{2} - K(\xi, \eta) \right] \varphi'(\eta) d\eta = \lambda \varphi(\xi) + f(\xi), \tag{1.5}$$

которое должно рассматриваться при граничных условиях

$$\varphi(-x) = 0, \quad \varphi(x) = \sec x/4. \tag{1.6}$$

Здесь приняты обозначения

$$\varphi(\xi) = \int_{-\alpha}^{\xi} \tau(\eta) d\eta, \quad \tau(\xi) = \tau_-(\theta)/p = \tau_-(\xi + \pi/2)/p \quad (-\alpha \leq \xi \leq x),$$

$$x = \frac{\pi}{2} - \alpha_1, \quad \lambda_1 = \frac{(1-\nu_1^2)E_2 R_2}{(1-\nu_2^2)E_1 h}, \quad \lambda_1' = \frac{1-2\nu_2}{1-\nu_2}, \quad \lambda = \lambda_1 + \lambda_1',$$

$$K(\xi, \eta) = \sum_{k=1}^{\infty} h_{2k} \cos(2k\xi) \cdot \sin(2k\eta) - \sum_{k=1}^{\infty} h_{2k-1} \sin(2k-1)\xi \cos(2k-1)\eta -$$

$$- \frac{\pi+2\eta}{\delta-1}, \quad f(\xi) = \frac{\pi+2\alpha}{4\pi\delta} \sec\alpha - \frac{2\bar{q}_1}{\delta-1} + \frac{\delta-1}{\pi\delta} \sec\alpha \times$$

$$\times \left[ \sum_{k=1}^{\infty} f_{2k} \cos(2k\xi) + \sum_{k=1}^{\infty} f_{2k-1} \sin(2k-1)\xi \right], \quad h_1 = \frac{8}{1-\delta^2},$$

$$f_1 = 4(x+\delta)/(x+1)(\delta^2-1), \quad f_{2k} = 2k \sin(2k\alpha)(\delta-1)^2/\Delta_{2k} \quad (k=1, 2, \dots),$$

$$f_{2k+1} = (2k+1) \cos[(2k+1)\alpha](\delta-1)^2/\Delta_{2k+1}, \quad \bar{q}_1 = q_1/p.$$

После того, как построено решение уравнения (1.5)–(1.6), остальные механические характеристики задачи будут определяться по формулам

$$T_1^0(\xi) = \varphi(\xi), \quad q(\xi) = -\varphi(\xi) \quad (-\alpha \leq \xi \leq \alpha),$$

$$T_1^u(\xi) = T_1(\theta)/pR_2 = T_1(\xi + \pi/2)/pR_2, \quad q(\xi) = q_-(\xi + \pi/2)/p,$$

где  $T_1(\theta)$  – осевое усилие в накладке.

2. Определяющее интегродифференциальное уравнение (1.5) при граничных условиях (1.6) сведем к эквивалентной бесконечной системе линейных уравнений, для чего положим

$$\tau(\xi) = \varphi'(\xi) = \frac{\sec(\xi/2)}{\sqrt{2(\cos\xi - \cos\alpha)}} \sum_{n=0}^{\infty} x_n T_n \left[ \frac{\operatorname{tg}(\xi/2)}{\operatorname{tg}(\alpha/2)} \right] \quad |\xi| < \alpha, \quad (2.1)$$

где  $T_n(\xi)$  – многочлены Чебышева первого рода. Далее следуя известной процедуре ((<sup>3</sup>), § 3, гл. III), уравнение (1.5)–(1.6) сведем к бесконечной системе

$$x_m - \frac{1}{2\pi} \operatorname{ctg}\alpha/2 \sum_{n=1}^{\infty} K_{mn} x_n = a_m \quad (m=1, 2, \dots),$$

$$K_{mn} = \lambda K_{mn}^{(1)} + K_{mn}^{(2)} + K_{mn}^{(3)} \quad (m, n=1, 2, \dots), \quad (2.2)$$

$$a_m = \frac{1}{2\pi} \operatorname{ctg}\alpha/2 |C_m + (K_{m,0} - \sec\alpha/2b_m)x_0|,$$

$$c_m = \int_{-\alpha}^{\alpha} f(\xi) U_{m-1} \left[ \frac{\operatorname{tg}(\xi/2)}{\operatorname{tg}(\alpha/2)} \right] \sec(\xi/2) \sqrt{2(\cos\xi - \cos\alpha)} d\xi,$$

$$K_{m,n}^{(3)} =$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \int_{-\alpha}^{\alpha} K(\xi, \eta) U_{m-1} \left[ \frac{\operatorname{tg}(\xi/2)}{\operatorname{tg}(\alpha/2)} \right] T_n \left[ \frac{\operatorname{tg}(\eta/2)}{\operatorname{tg}(\alpha/2)} \right] \frac{\sec \frac{\xi}{2} \sec \frac{\eta}{2} \sqrt{2(\cos\xi - \cos\alpha)}}{\sqrt{2(\cos\eta - \cos\alpha)}} d\xi d\eta.$$

Здесь  $U_m(\xi)$  – многочлены Чебышева второго рода. Выражения  $K_{m,n}^{(1)}$ ,  $b_m$  и  $K_{m,n}^{(2)}$  приведены в ((<sup>3</sup>), § 3, гл. III).

Теперь на основании свойства вырожденности ядра  $K(\xi, \eta)$  и функции  $f(\xi)$  из (1.7) после несложных преобразований будем иметь

$$K_{mn}^{(3)} = \frac{4\operatorname{tg}^2(\alpha/2)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} h_{2k} \alpha_k^{(n)} \beta_k^{(m)} - \sum_{k=1}^{\infty} h_{2k-1} \left[ \gamma_k^{(n)} \delta_k^{(m)} - \frac{\alpha_0^{(n)} \beta_0^{(m)}}{\delta-1} \right] \quad (m=1, 2, \dots; n=0, 1, 2, \dots);$$

$$C_m = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \left\{ \left| \frac{\pi+2\alpha}{4\pi\delta} \operatorname{seca} - \frac{2q_1}{\delta-1} \right| \beta_0^{(m)} + \frac{\delta-1}{\pi\delta} \operatorname{seca} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} f_{2k} \beta_k^{(m)} + \sum_{k=1}^{\infty} f_{2k-1} \delta_k^{(m)} \right] \right\};$$

$$\alpha_k^{(n)} = \int_0^{\pi} \sin \left[ 4k \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cos \varphi \right) \right] \cos n\varphi d\varphi;$$

$$\beta_k^{(m)} = \int_0^{\pi} \cos \left[ 4k \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cos \theta \right) \right] D(\alpha, \theta) \sin(m\theta) \sin \theta d\theta;$$

$$\gamma_k^{(n)} = \int_0^{\pi} \cos \left[ 2(2k-1) \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cos \varphi \right) \right] \cos n\varphi d\varphi;$$

$$\delta_k^{(m)} = \int_0^{\pi} \sin \left[ 2(2k-1) \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cos \theta \right) \right] D(\alpha, \theta) \sin(m\theta) \sin \theta d\theta;$$

$$\alpha_0^{(n)} = \int_0^{\pi} \left[ \pi + 4 \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cos \varphi \right) \right] \cos n\varphi d\varphi;$$

$$\beta_0^{(m)} = \int_0^{\pi} D(\alpha, \theta) \sin(m\theta) \sin \theta d\theta, \quad D(\alpha, \theta) = \left( 1 + \cos^2 \theta \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \right)^{-1}.$$

Коэффициенты  $\alpha_k^{(n)}$ ,  $\beta_k^{(m)}$ ,  $\gamma_k^{(n)}$ ,  $\delta_k^{(m)}$ ,  $\alpha_0^{(n)}$ ,  $\beta_0^{(m)}$ , представляющие собой коэффициенты Фурье достаточно простых функций, в некоторых частных случаях вычисляются аналитически, а в общем случае эффективно могут быть вычислены численными методами (<sup>1</sup>).

Так как согласно (1.7) ядро  $K(\xi, \eta)$  в квадрате  $-\alpha \leq \xi, \eta \leq \alpha$  имеет непрерывные частные производные любого порядка, то при помощи интегрирования по частям можем записать

$$K_{m,n}^{(3)} = L_{m,n}^{(3)} / n \quad (n=1, 2, \dots).$$

Аналогичным образом

$$K_{m,n}^{(j)} = L_{m,n}^{(j)} / n \quad (j=1, 2; n=1, 2, \dots).$$

Исходя из

$$S_m^{(j)} = \sum_{n=1}^{\infty} |K_{m,n}^{(j)}| \quad (j=1, 2),$$

на основании последних формул и при помощи известной методикки

((<sup>1</sup>), § 3, гл. III) показывается, что  $S_m^{(j)} = o(m^{-\frac{1}{2} + \epsilon})(m \rightarrow \infty)$ ,  $a_m = o(1)$ , где  $\epsilon$  — сколь угодно малое положительное фиксированное число, откуда вытекает квазиполная регулярность бесконечной системы (2.2).

Институт механики  
Академии наук Армянской ССР

## Ա. Ն. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

### Վերդրակներով ուժեղացված կլոբ ծանր օղակի լարվածային վիճակի մասին

Դիտարկվում է ծանրության ուժերի ազդեցության տակ գտնվող կլոբ առաձգական օղակի լարվածային վիճակի վերաբերյալ խնդիրը, երբ օղակը իր արտաքին շրջանագծի երկու ադիզների երկայնքով, որոնք ունեն միևնույն երկարությունը և կենտրոնի նկատմամբ դասավորված են համաչափ, ուժեղացված է երկու միատեսակ շրջանային օղակաձև առաձգական վերդրակներով: Վերջիններիս միջոցով երկու շրջանային ժայռավեններով օղակը կախված է մեկ անշարժ կետից: Խնդրի լուծումը բերվում է Հիլբերտի կորիզով սինգուլյար ինտեգրալ հավասարման լուծման, որը Չեբիշևի բազմանդամների մեթոդի օգնությամբ իր հերթին բերվում է գծային հավասարումների ուղղակի անվերջ համակարգի:

## ЛИТЕРАТУРА—ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> E. Melan, Ingr. Arch., 1132, Vol 3, № 2. <sup>2</sup> Развитие теории контактных задач в СССР. Наука, М., 1976. <sup>3</sup> В. М. Александров, С. М. Мхитарян, Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и простояками. Наука, М., 1983. <sup>4</sup> С. М. Мхитарян, Ф. С. Торосян, Изв. АН АрмССР. Механика т. 31, № 5, с. 3—19 (1978). <sup>5</sup> С. М. Мхитарян, Ф. С. Торосян. Изв. АН АрмССР. Механика, т. 36, № 1, с. 3—16 (1983). <sup>6</sup> Н. И. Мусхелишвили, Некоторые основные задачи математической теории упругости, Наука, М., 1966. <sup>7</sup> К. Ланцош, Приближенные методы прикладного анализа, Физматгиз, М., 1961.

УДК 621.396.32.029.7

ФИЗИКА

А. В. Оганесян

**Сравнительный анализ и синтез оптимальных систем  
 гетеродинного приема оптических импульсов при наличии  
 ошибок синхронизации**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Казаряном 18/IV 1988)

К числу ключевых задач приема оптических импульсов относится задача синтеза оптимальных приемных систем с учетом ошибок синхронизации в синхроканале приемной системы. Некоторые вопросы, связанные с ошибками синхронизации в оптических системах, рассмотрены в (1), где, в отличие от системы радиодиапазона с аддитивными гауссовыми шумами, учтены также квантовые шумы сигнала фотоприемника. Однако в (1) не затронуты вопросы синтеза и анализа оптимальных приемных систем с учетом мультипликативных помех, неизбежно влияющих, наряду с ошибками синхронизации, на эффективность приемной системы. На необходимость совместного учета упомянутых выше факторов при синтезе оптимальных приемных систем указывают результаты, полученные в (2) для оптических импульсов, прошедших турбулентный канал.

Ниже рассмотрены гетеродинные приемные системы импульсов колоколообразного вида:

$$\langle I_c(r, t) \rangle = \frac{2I_c(r)\tau}{\sqrt{2\pi}W} \exp\left(-\frac{2t^2}{W^2}\right), \quad -\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2} \quad (1)$$

где  $r$  — радиус-вектор, задающий координаты точки в плоскости приема,  $W$  и  $\tau$  — ширина и длительность импульса,  $\langle I_c(r, t) \rangle$  — значение оптической интенсивности, статистически усредненное по ансамблю случайных реализаций ее мгновенной интенсивности  $I_c(r, t)$ , а  $I_c(r)$  — среднее значение интенсивности  $\langle I_c(r, t) \rangle$  на временных интервалах  $(-\tau/2, \tau/2)$ , определяемое как

$$I_c(r) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \langle I_c(r, t) \rangle dt. \quad (2)$$

При гетеродинном приеме относительно легко реализуются условия  $I_s(r) \gg I_c(r, t)$ ,  $I_s(r) \gg I_\Phi(r, t)$ , где  $I_s(r)$ ,  $I_\Phi(r, t)$  — интенсивности гетеродинного и фонового излучений в плоскости приема. Для реальных приемных систем оптических импульсов, прошедших турбулентный канал, можно считать, что время когерентности отфильтрованного фонового излучения много меньше  $\tau$  (2), поэтому интермодуляцией ге-

гетеродинного и фонового излучений можно пренебречь. Принимается также, что радиус когерентности сигнального излучения в плоскости приема много больше диаметра приемной апертуры системы, и, следовательно, фазовые искажения оптического сигнала по сравнению с амплитудными слишком малы, и ими также можно пренебречь (3.1).

В дальнейшем анализируются системы обработки сигнала фотоприемника со стробированием, пиковым детектированием и накоплением энергии импульса. Полученные в работе результаты показывают, что структура оптимального приемника наиболее проста в случае пикового детектирования и наиболее сложна для систем с накоплением. Отсюда возникает вопрос правильного выбора того или иного метода обработки сигнала в зависимости от конкретных требований, предъявляемых к системе в целом, с учетом сложности структуры и эффективности приема каждой системы. В рассматриваемом случае сравнительный анализ эффективности систем может быть проведен на основе отношения сигнал/шум (с/ш). Для систем со стробированием отношение с/ш для достаточно узких импульсов, удовлетворяющих условию  $\tau/2W \gg 1$ , задается в виде (2)

$$(с/ш)_{ст} = \frac{8\bar{i}_c \bar{i}_r \gamma_r \cos^2(\theta_{cr})}{\sqrt{2\pi} W (\gamma_r + 2) (2e\Delta F_{ст} G \bar{i}_r + \sigma_{ст}^2)}, \quad (3)$$

где  $\bar{i}_c$ ,  $\bar{i}_r$  — средние значения токов, обусловленных оптическим сигналом и гетеродинным излучением,  $\theta_{cr}$  — разность фаз гетеродинного и сигнального полей в плоскости приема,  $G$  — коэффициент внутреннего усиления фотоприемника,  $\Delta F_{ст} > \frac{1}{\tau}$  и  $\sigma_{ст}^2$  — полоса пропускания и дисперсия тепловых шумов электронных цепей стробирования,  $e$  — заряд электрона,  $\gamma_r$  определяется как

$$\gamma_r = \frac{4\bar{i}_{сн} \bar{i}_r \cos^2(\theta_{cr})}{2e\Delta F_L G \bar{i}_r + \sigma_{FL}^2}, \quad (4)$$

где  $\bar{i}_{сн}$  — средний ток, обусловленный синхроимпульсом,  $\Delta F_L$  и  $\sigma_{FL}^2$  — полоса пропускания и дисперсия тепловых шумов электронных цепей контура обратной связи синхронизирующего устройства. Приведенные выражения для  $(с/ш)_{ст}$  применимы в случае малости ошибок синхронизации  $\tau_0$ , когда плотность вероятности  $\tau_0$  является гауссовой (см. (1)). При малых  $\tau_0$ , когда заведомо выполняется условие  $\tau/2 \gg \tau_0$ , наличие ошибок синхронизации не влияет на эффективность работы систем с пиковым детектированием. Для отношения с/ш в этом случае с учетом (1) можно получить

$$(с/ш)_{пк} = \frac{8\bar{i}_c \bar{i}_r \cos^2(\theta_{cr})}{\sqrt{2\pi} W (2e\Delta F_{пк} G \bar{i}_r + \sigma_{пк}^2)}, \quad (5)$$

где  $\Delta F_{пк} < 1/\tau$  и  $\sigma_{пк}^2$  — полоса пропускания и дисперсия тепловых шумов электронных цепей пикового детектирования.

Последовательное рассмотрение процессов накопления заряда на интервалах длительности импульса, его считывания за время  $\tau_{сч}$  с учетом усреднения анализируемого сигнала по ансамблю реализаций оши-

бок синхронизации приводит к следующему выражению для отношения  $c/\omega$  в системе с накоплением энергии импульса:

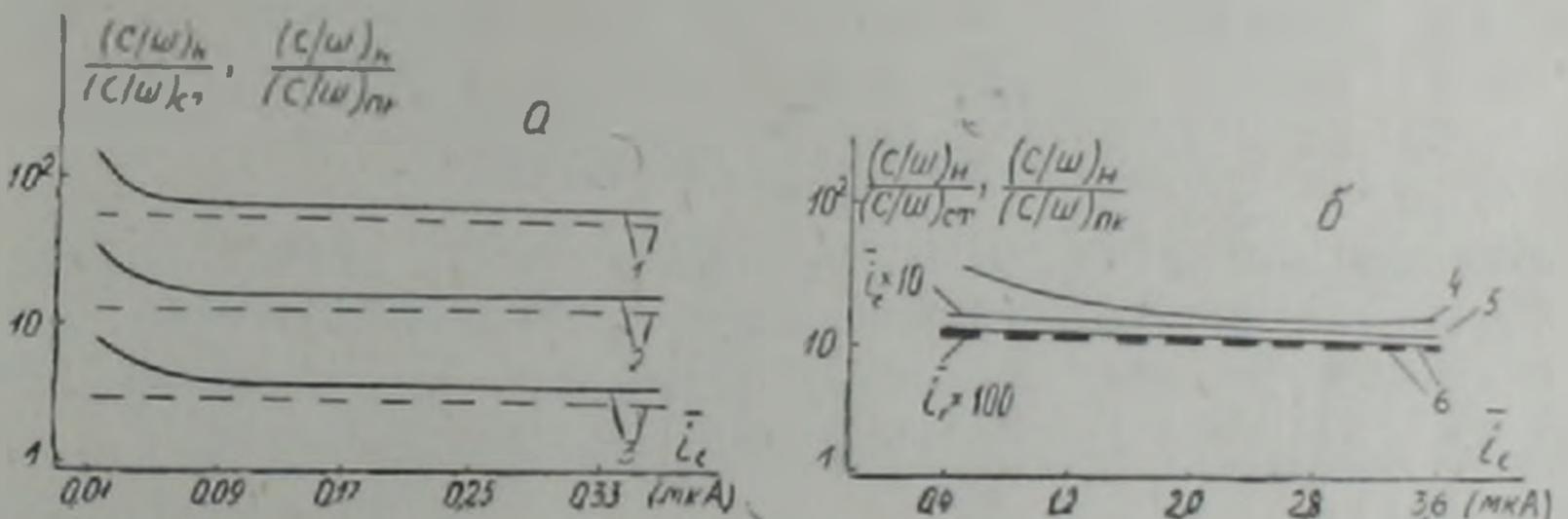
$$(c/\omega)_{II} = \frac{\langle i_{сч} \rangle^2}{2e\Delta F G (i_r K \tau \Delta F_{II} / \tau_{сч} \Delta F + \sigma_{сч}^2)} \quad (6)$$

где  $\Delta F_{II}$  и  $\Delta F = 1/2\tau$  — частотные полосы накопителя и сигнала до накопления,  $\sigma_{сч}^2$  — дисперсия тепловых шумов в полосе считывания накопленного заряда,  $\Delta F_{сч} = 1/2\tau_{сч}$ , а среднее значение тока считанного заряда при  $\tau/2W \gg 1$  определяется как

$$\begin{aligned} \langle i_{сч} \rangle &= \frac{KV \sqrt{\gamma_r \Delta F \Delta F_{сч}}}{W \Delta F} \left( \frac{8 \bar{i}_c \bar{i}_r}{\sqrt{2\pi} W} \right)^{1/2} \cos(\theta_{сч}) \times \\ &\times \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \exp\left(-\frac{(t-\tau_0)^2 + \gamma_r \tau_0^2}{W^2}\right) dt d\tau_0 = \sqrt{\pi} A_{нр} W \\ A_{нр} &= \frac{K \Delta F_{II} \Delta F_{сч}}{\Delta F} \left( \frac{8 \bar{i}_c \bar{i}_r}{\sqrt{2\pi} W} \right)^{1/2} \cos(\theta_{сч}), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $K$  — коэффициент усиления усилителя в устройстве накопления.

На рисунке изображены кривые зависимости отношения



$(c/\omega)_{II}/(c/\omega)_{ст}$  и  $(c/\omega)_{II}/(c/\omega)_{пк}$  (пунктир) от значения среднего тока, обусловленного оптическим импульсом при  $\bar{i}_{сч} = \bar{i}_c$ ,  $\theta_{сч} = 0$ ,  $\Delta F_{пк} = \Delta F_{ст} = \Delta F_{сч}$ ,  $\sigma_{пк}^2 = \sigma_{ст}^2 = \sigma_{сч}^2 = \sigma_r^2$ ,  $\sigma_{fL} = \sigma_r \Delta F_{TL} / \Delta F$ . Из рисунка видно, что наибольшую эффективность системы с накоплением, по сравнению с системами со стробированием, обеспечивают при слабых оптических сигналах. Кроме того, несмотря на то, что при  $\tau_0 \ll \tau/2$  ошибки синхронизации не влияют на эффективность приема систем с пиковым детектированием, эффективность систем с накоплением при наличии ошибок синхронизации остается более высокой. Сходимость кривых к пунктирам указывает на примерно одинаковую эффективность работы систем с пиковым детектированием и стробированием при больших  $\bar{i}_c$ , что наиболее ярко выражается для фотоприемников, работающих в режиме ограничения дробовыми шумами (рисунок, б).

Для приемной системы с накоплением стационарную плотность вероятности тока  $i$  для импульсов, прошедших турбулентный канал, можно представить в виде

$$p_0(i) = \frac{2\sqrt{\tau} \exp(y_0)}{\sqrt{2\pi} B \sigma_{cy} W (1 - \exp(y_0))^2} \times \exp \left[ - \frac{(i - \bar{i}_r - \bar{i}_ш - A_{nr} \psi(y_0) \exp(y_0))^2}{2\sigma_{cy}^2} - \frac{\tau \exp(2y_0)}{2W^2 (1 + \exp(y_0))^2} - \frac{(x_0 + \sigma_y^2)^2}{2\sigma_y^2} \right], \quad (8)$$

где

$$B = b_1^2 b_2^2 - b_{12}^2$$

$$b_1 = - \frac{A_{nr}^2 \psi^2(y_0)}{\sigma_{cy}^2} \exp(2x_0) + \frac{x_0 + \sigma_y^2 - 1}{\sigma_y^2},$$

$$b_2 = - \frac{A_{nr}^2 (\psi'(y_0))^2}{\sigma_{cy}^2} \exp(2x_0) + \frac{(x_0 + \sigma_y^2) \psi''(y_0)}{\sigma_y^2 \psi(y_0)} - \frac{2 \exp(y_0)}{(1 + \exp(y_0))^4} - \frac{\tau \exp(2y_0) (2 - 3 \exp(y_0))}{W^2 (1 + \exp(y_0))^4},$$

$$b_{12} = \frac{A_{nr}}{\sigma_{cy}^2} \exp(x_0) \psi'(y_0) (i - \bar{i}_r - \bar{i}_ш - A_{nr} \exp(x_0) \psi(y_0)) - \frac{A_{nr}^2}{\sigma_{cy}^2} \exp(2y_0) \psi(y_0) \psi'(y_0).$$

$$\psi(y_0) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \exp \left( - \frac{1}{W^2} \left( t - \frac{\tau \exp(y_0)}{1 + \exp(y_0)} \right)^2 \right) dt. \quad (9)$$

Для  $\psi'(y_0) = d\psi(y_0)/dy_0$  и  $\psi''(y_0) = d^2\psi(y_0)/dy_0^2$  в (9), при использовании известных правил дифференцирования под знаком интеграла, легко получить выражения, не содержащие операции интегрирования. Значения  $x_0$ ,  $y_0$  в (8), (9) определяются из системы уравнений

$$\frac{A_{nr}}{\sigma_{cy}^2} (i - \bar{i}_r - \bar{i}_ш - A_{nr} \exp(x_0) \psi(y_0)) \psi'(y_0) \exp(x_0) - \frac{x_0 + \sigma_y^2}{\sigma_y^2} = 0;$$

$$\frac{A_{nr}}{\sigma_{cy}^2} (i - \bar{i}_r - \bar{i}_ш - A_{nr} \exp(x_0) \psi(y_0)) \exp(x_0) \psi'(y_0) + \frac{1 - \exp(y_0)}{1 + \exp(y_0)} - \frac{\tau \exp(2y_0)}{W^2 (1 + \exp(y_0))^2} = 0. \quad (10)$$

Полученные выражения (8) — (10) позволяют синтезировать оптимальный приемник для гетеродинной присмной системы с накоплением.

Таким образом, структура приемника с накоплением сложна по сравнению с оптимальным приемником пикового детектирования, где при условии  $\tau_0 \leq \tau/2$  ошибки синхронизации не меняют статистики сигнала. Однако проведенный в работе анализ показывает, что при предельно низких уровнях сигнала использование системы с накоплением может обеспечить значительно более высокую эффективность приема, чем система с пиковым детектированием, и, следовательно, в этих случаях применение систем с накоплением целесообразно. В случае обеспечения достаточно высокого уровня сигнала наиболее целесообразно

ным является применение систем с пиковым детектированием ввиду их относительной простоты по сравнению с системами со стробированием и накоплением. При этом синтез соответствующего оптимального приемника может быть легко осуществлен при применении ранее полученных выражений для плотности вероятности выходного тока фотоприемника, принимающего импульсы амплитудно-стабилизированного излучения, прошедшего турбулентный канал (<sup>5</sup>).

Институт физических исследований  
Академии наук Армянской ССР

#### Ա. Վ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Օպտիկական իմպուլսների հետերոդինային ընդունման համակարգերի համեմատական անալիզ և սինթեզ համաժամանակացման սխալների առկայության դեպքում

Աղղանշան/աղմուկ հարաբերության հիման վրա համեմատվում են ստորալորման, պիկային դիտեկտման և աղղանշանի կուտակման հետերոդինային ընդունման օպտիմալ համակարգեր: Ցույց է տրվում աղղանշանի կուտակման համակարգի վերադասելիությունը թույլ աղղանշանների ընդունման դեպքում: Աղղանշանի կուտակման համակարգի համար ստացված են հոսանքի վիճակագրական բաշխումը նկարագրող բանաձևեր, որոնք թույլ են տալիս սինթեզել համապատասխան օպտիմալ ընդունման համակարգ:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- <sup>1</sup> P. M. Гельярди, Ш. Карп, Оптическая связь, Связь, М., 1972. <sup>2</sup> А. В. Оганесян, Изв. АН АрмССР, Физика, т. 23, № 1 (1988). <sup>3</sup> J. H. Churnside, Ch. M. McIntyre, Applied Optics, v. 17, № 14, p. 2141 (1978). <sup>4</sup> J. H. Churnside, Ch. M. McIntyre, Applied Optics, v. 17, № 14 p. 2148 (1978). <sup>5</sup> P. A. Казарян, А. В. Оганесян, К. П. Погосян и др. Оптические системы передачи информации по атмосферному каналу, Радио и связь, М., 1985.

УДК 552.08.53(03)

ГЕОФИЗИКА

Г. М. Авчян, О. П. Гукмджин, Г. В. Маркосян

О направленном истирании пород с позиции  
 палеомагнитной слоистости

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Т. Асланяном 11/IV 1988)

В работах (1-3) показано, что под действием внешнего геомагнитного поля эпохи образования пород в них возникает палеомагнитная слоистость. В осадочных породах она проявляется относительным расположением зерен, а в магматических породах — анизотропией распределения внутреннего напряжения, обусловленной магнитострикцией ферро- и ферримагнитных частиц при первичном намагничивании после остывания и кристаллизации расплава.

Экспериментальная проверка прогноза направления разрушения сплошности пород при объемно-напряженном состоянии с позиции наличия в породах палеомагнитной слоистости была проведена на различных породах (4). При этом подтвердилась справедливость предположения о наличии в породах слоистости, связанной с направлением древнего геомагнитного поля. Для 61 образца из 66 угол между направлением разрушения и азимутом древнего геомагнитного поля в плоскости внедрения штампа составил  $88^\circ$  (4). На основе палеотектонических и палеомагнитных данных на территории Армянской ССР и Азербайджанской ССР была изучена вероятная связь между осями заложения геологических структур и направлением магнитного поля Земли данного времени. В большинстве случаев они составляют угол в среднем  $90 \pm 10^\circ$  (2).

Дальнейший теоретический анализ выявленной закономерности и последующее сопоставление с экспериментальными результатами по разрушению пород различного состава и возраста показали, что разрушение идет параллельно палеомагнитной слоистости. Из 52 образцов для 42 прогноз направления разрушения с позиции палеомагнитной слоистости был уверенным, т. е. отклонение от теоретически рассчитанного направления не превышало  $\pm 15^\circ$  (4).

Указанные результаты подтвердили наличие в породах палеомагнитной слоистости, связанной с направлением древнего геомагнитного поля, и вытекающие из этого закономерности разрушения и анизотропии физических свойств.

Экспериментальная проверка направленного истирания пород с позиции палеомагнитной слоистости была проведена на более чем 100 гальках из пяти речных бассейнов Армянской ССР. Можно предполагать, что речные гальки, являющиеся обломками пород, приобретают

форму, окатанность и отшлифованность благодаря переносу по речным руслам и истиранию в определенном направлении, которое должно совпадать с направлением палеомагнитной слоистости пород. Последняя для магматических пород параллельна направлению намагниченности. Следовательно, при правильности предположения об ориентированном истирании галек параллельно палеомагнитной слоистости должно иметь место совпадение направления намагниченности с длинной осью гальки. С этой же осью должно совпадать и направление максимальной скорости распространения упругих волн, поскольку для анизотропной слоистой среды направление максимальной скорости распространения акустических волн совпадает с направлением слоистости.

На всех гальках были измерены скорости по трем взаимно перпендикулярным направлениям. После термомагнитной чистки для 27 образцов были измерены значения остаточной намагниченности и определены условные значения азимута  $D$  и наклона  $\delta$ .

В результате обобщения этих данных было установлено:

1. Из бассейна р. Раздан был отобран 41 образец. Для 38 образцов скорость по длинной оси гальки  $v_x$  (рис. 1) была больше, чем по

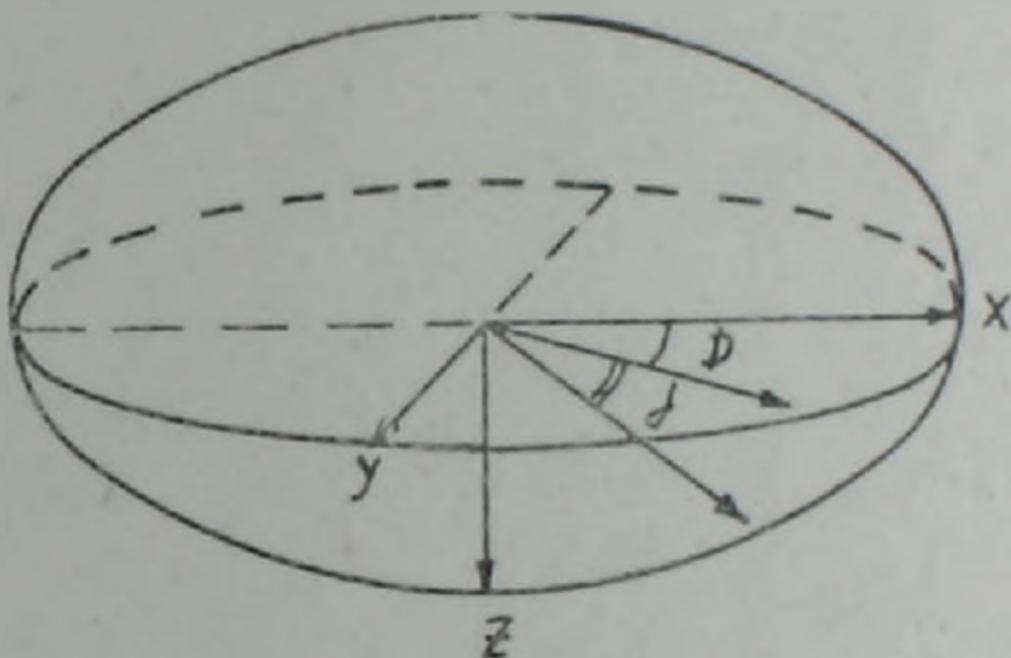


Рис. 1. Схема расположения осей в речных гальках.

вертикальному направлению  $v_z$ . По направлению  $v_y$  скорость близка к  $v_x$ . Все гальки имеют магматическое происхождение (базальты, андезиты-базальты и др.).

2. Из бассейна р. Воротан было отобрано 13 образцов. Для всех 13 образцов скорость  $v_z < v_y < v_x$ . Гальки представлены дацитами, диабазами, габбро-диоритами и порфиритами.

3. Из бассейна р. Азат отобрано 13 образцов. Из них только у одного образца  $v_z > v_x$ . В остальных 12 случаях, как и для других бассейнов,  $v_x > v_z$ .

4. Из бассейна р. Арпа отобрано 23 образца. Гальки представлены дацитами, базальтами и андезито-дацитами. Для 20 образцов  $v_x > v_y$ .

5. Из бассейна оз. Севан (р. Астхадзор) отобрано 13 образцов андезито-базальтов. Во всех случаях  $v_x > v_z$ .

Следует отметить, что скорость измерялась как в воздушно-сухом состоянии, так и после сушки образцов (абсолютно сухое состояние) или их насыщения. При изменении состояния пород вышеуказанное со-

отношение между  $v_x$  и  $v_z$  почти что не изменялось (только для 2 образцов при насыщении скорость  $v_z$  стала больше, чем  $v_x$ ).

На рис. 2 показана равнопромежуточная полярная проекция с условными значениями азимута  $D$  и наклона  $j$  галек. Азимут рассчитан относительно длинной оси эллипса (условное направление магнит-

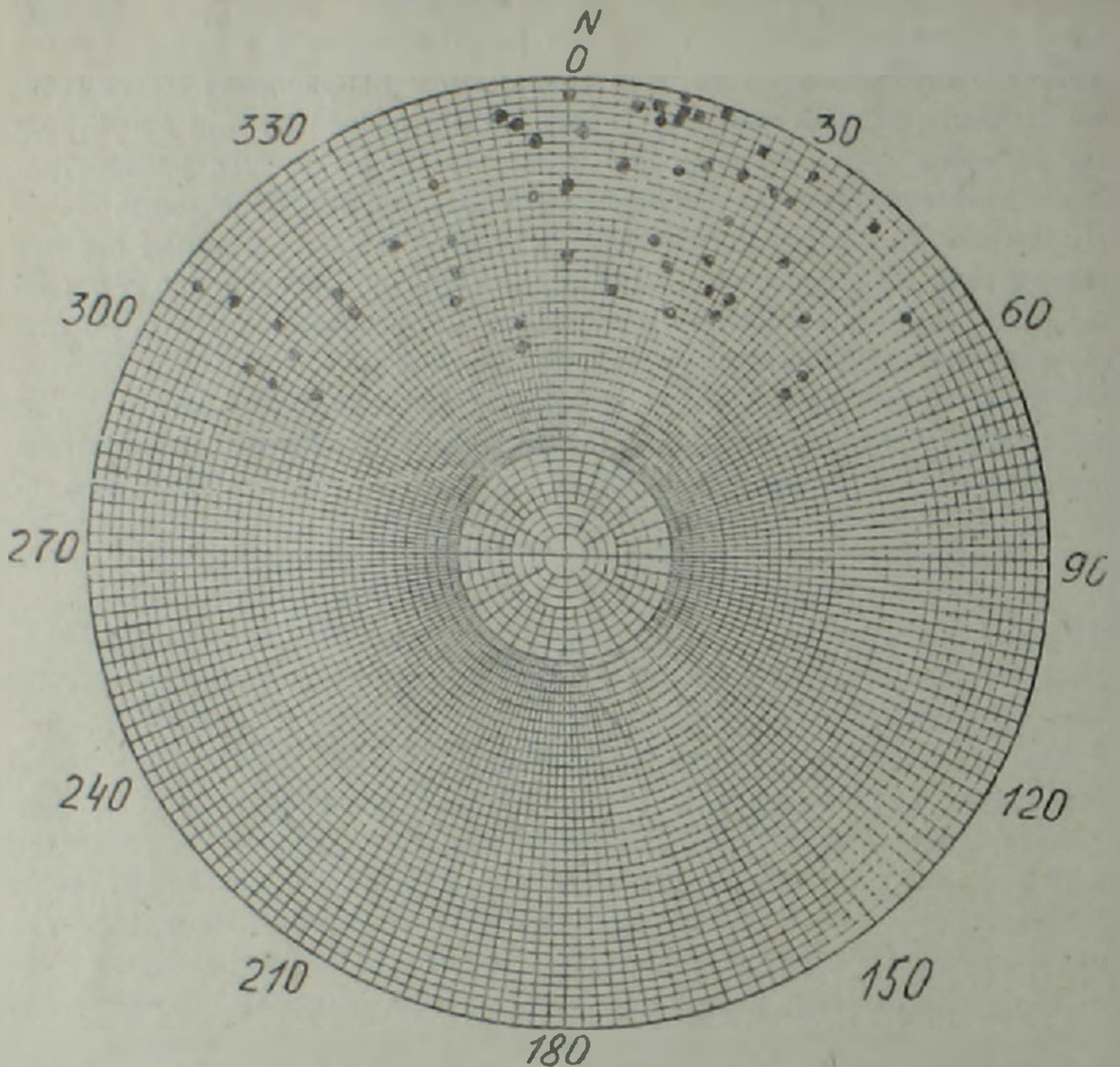


Рис. 2. Равнопромежуточная полярная проекция. Точками указано направление остаточной намагниченности речных галек

ного поля Земли) в плоскости  $xu$ , где  $x$ —длинная ось, а  $u$ —средняя ось. Наклонение  $j$  рассчитано как отношение значения составляющей остаточной намагниченности  $J_{rz}$  по короткой оси (ось  $-z$ ) к горизонтальной составляющей намагниченности  $J_{rk} = \sqrt{J_{rx}^2 + J_{ry}^2}$ , где  $J_{rx}$  и  $J_{ry}$  соответственно значения намагниченности по осям  $x$  и  $y$ .

В табл. 1 приведены значения  $D$  и  $j$ , полученные в результате статистического анализа направления  $J_r$  по Фишеру. Из данных таблицы следует, что в пределах ошибки условной ориентировки галек и измерения  $J_r$  образцов геометрически неправильной формы остаточная намагниченность направлена по длинной оси эллипса, т. е. совпадает с направлением максимальной скорости распространения продольной волны.

Интересны результаты изучения петрографических шлифов. Последние были изготовлены параллельно и перпендикулярно длинной оси

Значения  $D$  и  $j$  для галек по статистике Фишера, в градусах

Параметры	Бассейн				Для всех галек
	Астхадзор	Лзат	Арпа	Раздан	
$D$	$\pm 32$	$\pm 32.4$	$\pm 18$	$\pm 23.4$	$\pm 28$
$j$	$\pm 2$	$\pm 22$	$\pm 14$	$\pm 23.4$	$\pm 20$

гальки (рис. 1). В большинстве случаев в шлифах четко выделяется направленность распределения вкрапленников плагиноклаза, микролитов основной массы, лироксена, трещин, микротрещин пустот и т. д. Последние главным образом имеют такую же направленность, что и вкрапленники и их удлинение. Часто пустоты заполнены вторичными минералами, имеющими аналогичную ориентировку. Во всех случаях эта ориентировка совпадает с направлением максимальной скорости распространения  $v_0$  и первичной термоостаточной намагниченности.

На фотографиях шлифов, при рассмотрении всей поверхности шлифа с помощью проекционных аппаратов, часто визуально заметна линейность или «слоистость». В качестве примера на рис. 3 приведена

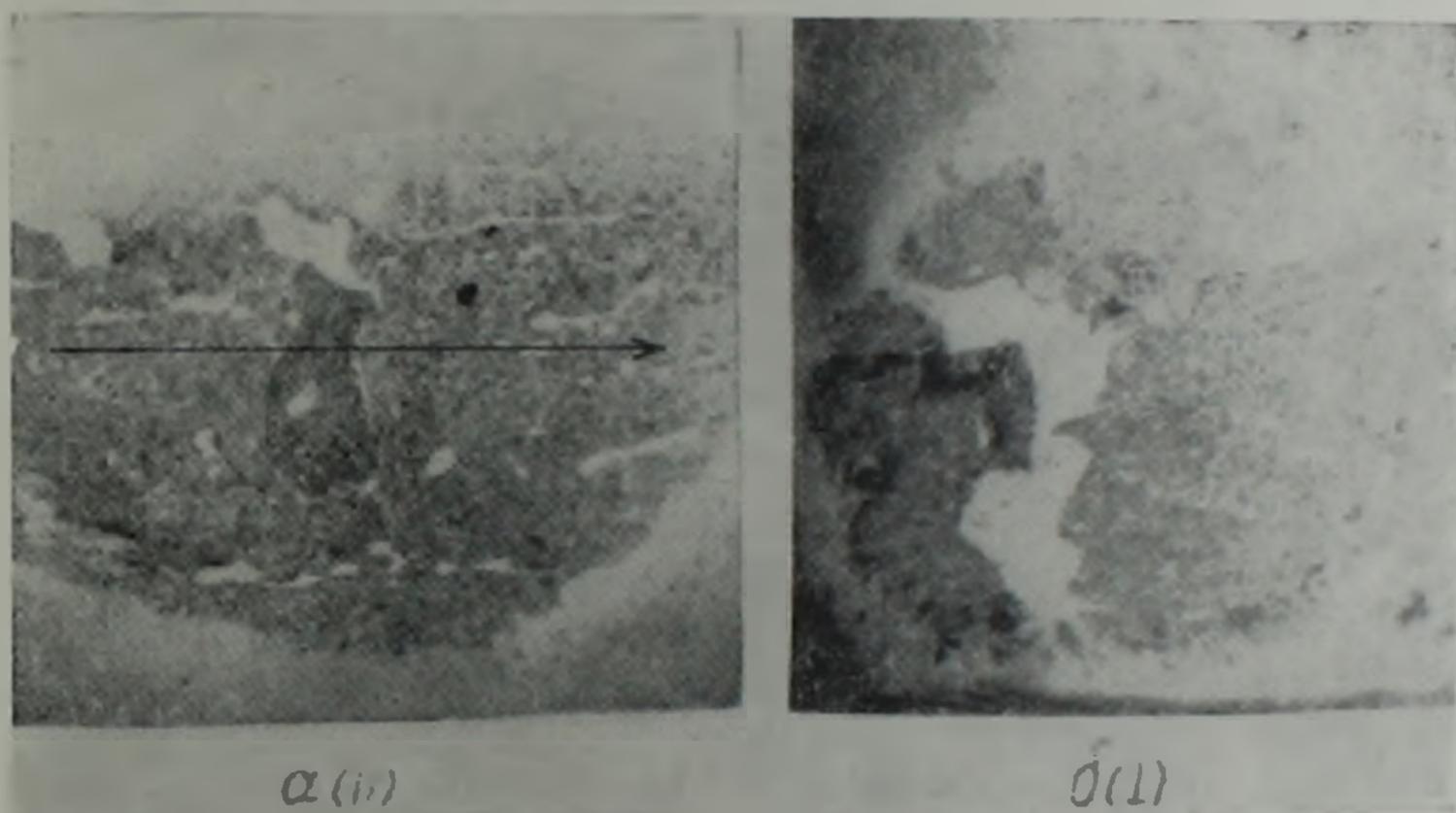


Рис. 3. Фотография шлифа гальки андезито-дацитового состава. Шлифы изготовлены параллельно плоскости  $xz$  (а) и  $yz$  (б). Стрелкой указано направление остаточной намагниченности

фотография шлифов гальки андезито-дацитового состава. Шлифы изготовлены параллельно плоскости  $xz$  и  $yz$ . Как видно, в направлении большей оси эллипса имеется заметная ориентировка минералов и трещин. Длинная ось многих минералов направлена в сторону оси  $x$ . Весьма важно то, что пустоты и трещины также имеют направленность, совпадающую с направлением остаточной намагниченности. Для рассматриваемой гальки скорость по оси  $x$  равна 4250 м/с, а в перпендикулярном направлении (по оси  $z$ ) — 3820 м/с. Азимут направления намагниченности  $12^\circ$ , наклонение  $4^\circ$ . Аналогичные результаты получены на 34 образцах галек, независимо от района отбора.

Таким образом, совместный анализ результатов изучения характера распределения скорости в гальках относительно их геометричес-

кой формы, направления намагниченности и ориентированных шлифов показывает, что истирание галек происходило не в случайном направлении, а параллельно направлению палеомагнитной склонности.

Следовательно, во время горно-технических работ при использовании горных пород в технических сооружениях, при строительстве из горных пород различных объектов необходимо учитывать ориентированное истирание и разрушение пород на основе предварительного исследования направления палеомагнитной склонности.

Ереванский государственный  
университет.

Հ. Մ. ԱՎԵՅԱՆ, Օ. Պ. ԳՈՒՅՈՒՄՋՅԱՆ, Կ. Վ. ՄԱՐԿՈՍՅԱՆ

Ապարների մաշվածության ուղղորդվածությունը, հնամագիսական  
շերտայնության տեսանկյունից

Գետային գլաբարերի երկրաչափական ձևից ելնելով, նրանցում առաձգական ալիքների տարածման արագության բնույթի, առաջնային մնացորդային մագնիսականության ուղղության, ինչպես նաև կողմնորոշված պետրոգրաֆիական շիֆների ուսումնասիրությունների համատեղ քննարկումը, ցույց է տալիս, որ գլաբարերի մաշվածության ուղղությունը պատահական չէ, այլ այն ուղղված է հնամագիսական շերտայնությանը զուգահեռ: Աերջինս համարվում է հետևանք ապար առաջացման ժամանակաշրջանի երկրի մագնիսական դաշտի կողմնորոշված ազդեցության, երբ առաջանում են ստրուկտուրաներ, թև նստվածքային և թև մագմատիկ ծագման ապարների մոտ:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Г. М. Авчян, Г. В. Маркосян, Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 40, № 1, с. 63—66 (1987). 2. Г. М. Авчян, Г. Г. Маркосян, С. Н. Назаретян, Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 38, № 6, с. 49—55 (1985). 3. Г. М. Авчян, Г. Г. Маркосян, С. Р. Оганесян, ДАН АрмССР т. 87, № 2 (1988). 4. Г. М. Авчян, Г. В. Маркосян, Изв. АН АрмССР. Науки о Земле, т. 41, № 6 (1988). 5. Л. Н. Храмов, Л. Е. Шолло, Палеомагнетизм. Принципы, методы и геологические приложения палеомагнетологии Л. Недра, 1967.

УДК 612.397.8.015

БИОХИМИЯ

М. И. Агаджанов, Л. М. Межлумян, Ж. Բ. Миракян, член-корреспондент АН  
 Армянской ССР В. Г. Мхитарян

Влияние  $\alpha$ -токоферола на содержание гликозилированного  
 гемоглобина при аллоксановом диабете

(Представлено 8/VII 1988)

Одним из отличительных признаков диабета, в том числе и экспериментального аллоксанового, является гипергликемия. Гипергликемия является результатом понижения толерантности к глюкозе, т. е. нарушения функционирования системы выведения глюкозы из крови. Такое состояние является не только следствием диабета, оно указывает также на опасность развития диабета, по степени толерантности можно выявить потенциальных диабетиков. В настоящее время тестом на толерантность к глюкозе является «сахарная нагрузка», однако этот способ слишком громоздок и неприятен.

В 1976 г. Э. Серами и др. (1) было установлено, что при снижении толерантности к глюкозе в эритроцитах возрастает содержание гемоглобина  $A_{1c}$  — разновидности гемоглобина, присутствующей в крови в очень небольших количествах и содержащей в своем составе глюкозу. Оказалось, что глюкоза, помимо ферментативных реакций, необходимых живому организму, может сама по себе, неферментативным путем, вступать в реакцию с белками, гликозилировать их, этим нарушать функцию соответствующих белков, что и наблюдается у диабетиков. Присоединение глюкозы к альбумину приводит к усилению его сорбции почечными мембранами и нарушению их фильтрующих свойств. Глюкоза сшивает молекулу коллагена, нарушает эластичность соединительной ткани, кожи. Гликозилированный коллаген активирует тромбоциты, что ведет к тромбозам.

Эти и некоторые другие последствия гликозилирования белков при диабете могли бы очень скоро полностью выводить из строя организм. Однако вопрос в том, что реакции гликозилирования из двух возможных форм глюкозы — карбонильной и циклической, способна давать только первая, концентрация которой в свободном виде незначительна.

Таким образом, гликозилирование белков является развитием диабета и может приводить к тяжелым последствиям. Исходя из этого, определение гликозилированных белков сыворотки крови может иметь большое диагностическое и прогностическое значение при сахарном диабете (2-3).

Целью нашего исследования было провести дальнейший поиск препаратов, которые предотвратили бы процесс глубокого гликозили-

рования. Известно, что аллоксановый диабет (АД) сопровождается усилением перекисного окисления липидов (ПОЛ) (6). Использование  $\alpha$ -токоферола нормализует процесс липидной пероксидации, снижает содержание глюкозы в крови (7). Представляет интерес проследить действие  $\alpha$ -токоферола на гликозилирование белков. О степени гликозилирования белков судили по содержанию гликозилированного гемоглобина. Для сравнения нами использовался аминогуанидин, было изучено его влияние на ПОЛ.

Опыты ставили на 70 белых крысах-самцах массой 150—200 г. Экспериментальный диабет вызывали путем однократного внутрибрюшинного введения аллоксана в количестве 14 мг на 100 г массы животного. С 7-го дня заболевания на фоне развившейся стойкой гипергликемии одной группе животных в течение 10 дней вводили внутрибрюшинно  $\alpha$ -токоферол ( $\alpha$ -ТФ) по 0,1 мг/100 г (8), другой—водный раствор аминогуанидина (АГ) по 10 мг/100г массы животного. Содержание гликозилированных гемоглобинов (HbA<sub>1c</sub>) определяли колориметрическим методом (9). Аскорбатзависимое (АЗП) и НАДФН-зависимое перекисное окисление (НЗП) липидов определяли по содержанию малонового диальдегида (10), глюкозу—орто-толуидиновым методом.

Проведенные исследования показали (см. таблицу), что при АД содержание глюкозы в крови возрастает почти в 2,5 раза, уровень ПОЛ также повышается (АЗП—в 1,7 раза, НЗП—2,1 раза). Что касается гликозилированных гемоглобинов, то отмечен рост их содержания в 3,1 раза.

Влияние  $\alpha$ -токоферола (1 мг/кг) и аминогуанидина (100 мг/кг) на содержание глюкозы (ммоль/л), уровень АЗП, НЗП (нмоль/мл) и образование гликозилированных гемоглобинов (в%) в крови у крыс при аллоксановом диабете

Тест	Контроль	АД	АД+—ТФ	АД+ АГ
Глюкоза	2,86±0,10 n=13	6,69±0,72 n=24 p<0,001	3,67±0,28 n=15 p<0,002	3,11±0,06 n=15 p<0,001
АЗП	4,12±0,07 n=6	7,29±0,34 n=6 p<0,001	3,55±0,68 n=6 p<0,01	4,74±0,18 n=9 p<0,002
НЗП	2,66±0,17 n=6	5,78±0,34 n=6 p<0,001	3,81±0,35 n=6 p<0,01	4,34±0,3 n=9 p<0,02
Hb A <sub>1c</sub>	1,18±0,11 n=11	3,79±0,38 n=17 p<0,001	1,05±0,04 n=14 p<0,001	0,8±0,06 n=14 p<0,001

Введение аминогуанидина в избранной нами дозе резко подавляет содержание гликозилированных гемоглобинов, уровень их снижается даже ниже нормы. При этом впервые установлено, что аминогуанидин тормозит ПОЛ. Содержание глюкозы приближается к нормальному уровню. Полученные данные относительно нормализации содержания глюкозы и уровня ПОЛ под влиянием  $\alpha$ -токоферола подтверждают результаты других авторов (6). Особый интерес представляют исследования по влиянию  $\alpha$ -токоферола на содержание гликозилированных белков. Оказалось, что  $\alpha$ -токоферол оказывает выраженное тормозящее

действие на образование продуктов глубокого гликозилирования и по своему эффекту близок к аминугуанидину.

Полученные данные позволяют с новых позиций подойти к положительному действию  $\alpha$ -токоферола, которое сводится не только к подавлению избыточного ПОЛ, нормализации структуры и функции биомембран, но и к предотвращению глубокого гликозилирования белков, которое играет немаловажную роль не только в патогенезе диабета, но также старения и других процессов, связанных с избыточной липидной пероксидацией.

Ереванский государственный медицинский институт

Մ. Ի. ԱՂԱԶԱՆՈՎ, Լ. Մ. ՄԵԻՆՈՒՄՅԱՆ, Ժ. Խ. ՄԻՐԱԲՅԱԿ,  
Հայկական ՍՍՀ ԳԱ բրազիլից անդամ Վ. Գ. ՄԵԻՆՈՒՄՅԱՆ

### $\alpha$ -տոկոֆերոլի ազդեցությունը գլիկոզիլացված հեմոգլոբինի սպրունակությամբ վրա ալլոխանային դիաբետի ժամանակ

Ալլոքսանային դիաբետի ժամանակ ուսումնասիրվել է  $\alpha$ -տոկոֆերոլի և ամինոգուանիդինի ազդեցությունը լիպիդային գերօքսիդների, գլյուկոզայի և գլիկոզիլացված հեմոգլոբինի սպրունակության վրա:

Ցույց է տրված, որ  $\alpha$ -տոկոֆերոլի (1մգ/կգ) և ամինոգուանիդինի (100մգ/կգ մասսային) ներարկումները կարուկ իջեցրել են վերոհիշյալ ցուցանիշների քանակները:

### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> Э. Серами, Э. Влассара, М. Браунли, Scientific American, v. 256, № 5 (1987).  
<sup>2</sup> Я. Л. Геранюк Клин. мед., № 10 (1982). <sup>3</sup> H. F. Vunn, Amer. J. med., v. 70 (1981).  
<sup>4</sup> E. C. Abraham, Stallings. A. Abraham et al., Biochim. Biophys. Acta. v. 747 (1983). <sup>5</sup> J. Shin, J. Clin. Chem clin Biochem., v. 22 (1984). <sup>6</sup> В. Г. Мхитарян, М. И. Агаджанов, Е. А. Мелик-Агаян, III Всес. биохим. съезд, книга, 1974, Рефераты научных сообщ. 1 1974. <sup>7</sup> Д. М. Геворкян, Л. В. Мхитарян, Л. В. Семерджян, В. Г. Мхитарян, Журн. exper. и клин. мед., т. 27, № 5 (1987). <sup>8</sup> М. И. Агаджанов, Л. В. Семерджян, Л. М. Межлумян, Журн. exper. и клин. мед., т. 17, № 2 (1977). <sup>9</sup> Л. А. Дикилов, Н. И. Лопатина, Лаб. дело, № 5 (1986). <sup>10</sup> К. А. Владимиров, А. И. Арчаков, Перекисное окисление липидов в биологических мембранах, М., 1972.

УДК 595 763 33

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хнзорян

Два новых кавказских представителя из рода  
*Geodromicus* Redt. (Coleoptera Staphyllinidae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. О. Мовсисяном 14/VI 1988)

1. *Geodromicus svaneticus* Iablokoff-Khuzorian sp. nov.

ГССР: Сванетия, окр. Местии, 8.7. 1968, минеральный источник, голотип и 3 паратипа, ♂♂. Местнурия, у потока, 29.6. 1968, 6 паратипов; 2 ♂ и 4 ♂, там же в лесу, 4.7. 1968, паратип, ♂. Рис. 1, 1-3.

Тело черно-бурое, конечности светлые или, чаще, темные, волосистость тонкая, светлая, равномерная, неустая. 5—6,5 мм.

Весь верх тела в равномерной вдавленной точечности. Усики почти достигают вершины надкрылий, их членики 4—8 ± втрое длиннее ширины. Длина надкрылий равна их общей ширине или превышает ее до 1,2 раза. Все голени прямолинейные. Коготки вздуты у основания без зубца. У ♂ передние лапки расширены резко. Пенис (рис. 1, 2) с крышеобразновыпуклой остроконечной трубкой, достигающей вершины парамер. слабо и постепенно суженной дистально. Ее внутренний мешок с длинным и узким жгутом. Парамеры узкие, слабо изогнутые, дистально расширены ложкообразно, с длинным овальным апикальным полем. 9-й урит ♂ (рис. 1, 3).

2. *Geodromicus armeniacus* Iablokoff-Khuzorian sp. nov.

АрмССР: о. Севлич. 3000 м над ур. м. выше Гориса, у горы Мец Ишхан ♂. Рис. 1, 4. Тело, усики и бедра темно-бурые, голени и лапки светлые. 4,5 мм.

От предыдущего этот вид отличается лишь немногими признаками: усики не достигают середины надкрылий, ни один из их члеников, кроме последнего, не превышает более чем вдвое его ширину. Переднеспинка с укороченной продольной бороздкой (всегда?). Длина надкрылий равна их общей ширине. У ♂ передние лапки расширены слабо (рис. 1, 4). 4,5 мм. Пенис (рис. 2, 3) с выпуклой остроконечной трубкой, частично прикрытой остроконечной укороченной пластинкой, от трубки четко обособленной по всему контуру (такой пластинки не обнаружено ни у одного другого вида этого рода), с двумя дистальными бороздками, сходящимися у вершины трубки. Парамеры выпрямлены, дистально слабо ложкообразно расширенные вокруг небольшого апикального поля.

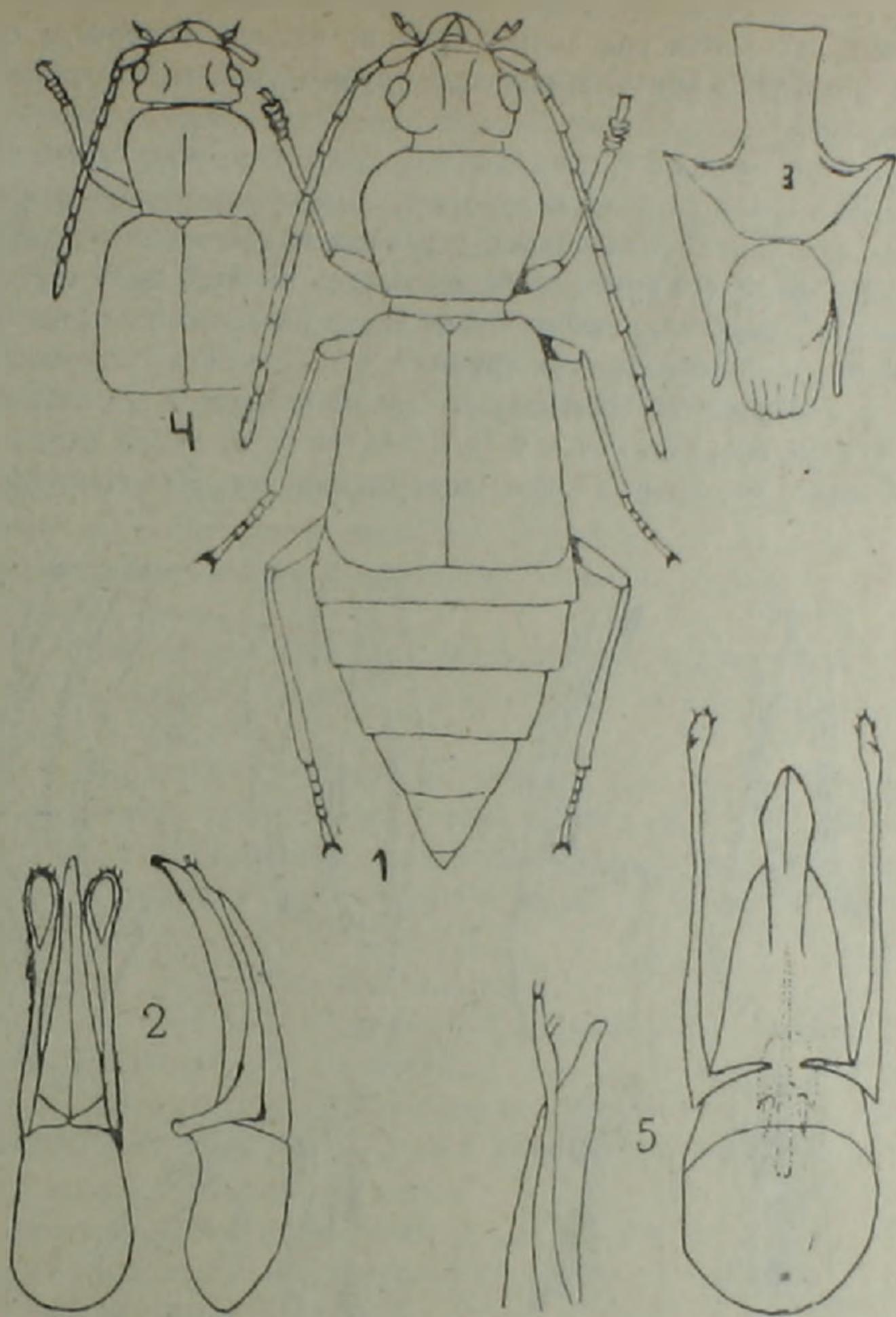


Рис. 1. 1—3—*Geodromicus svaneticus* sp. nov.: 1—голотип; 2—его пенис вентрально и латерально; 3—урит 9 ♂ вентрально; 4—*G. armeniacus* sp. n. —голотип; 5—*G. roulei* Bordoni—пенис вентрально и его вершина латерально (по Bordoni, 1984)

Недавно Бордони <sup>(1)</sup> впервые приступил к серьезному изучению голарктического рода *Geodromicus* Redt и строения внутреннего мешка его пениса для всех видов, указанных с Кавказа, кроме трех, описанных нами <sup>(2)</sup>, ряда видов из Европы, Анатолии и одного из Средней Азии (этот вид пока спорный). Сам Бордони считает свою работу предварительной, но, как им правильно указано, в этом роде все наружные признаки, раньше считавшиеся специфическими, ненадежны (а терминалии однообразны), так что виды он определяет лишь по строению пениса. Но, увы, и этот признак ненадежен, так что ряд обычных европейских видов Бордони отличает лишь по их местообит-

танию (низменность, нагорье), хотя все эти виды обитают в горных странах и разносятся паводками. Судя по нашему материалу особенно ненадежна форма контура пенисной трубки, гораздо постояннее строение параметров.

Согласно Бордони у его группы *G. plagiatus* вооружение внутреннего мешка сводится к двум параллельным складкам,  $\pm$  укороченным дистально и едва отличающимся у разных видов, но отсутствующим у *G. lituratus* Kr. У его групп *major* и *longipes* имеется жгут и ряд коротких складок, вырисовывающих букву Н, но развитых по-разному и разной формы у каждой из этих групп, а у *G. ponticus* Fag. вооружения нет. У его подрода *Brachydromicus* также имеется жгут и 2—4 короткие основные складки, как и у *G. gousi* Bord. (с двумя складками), у прочих видов его группы *gousi* вооружения нет. Это вооружение, по-

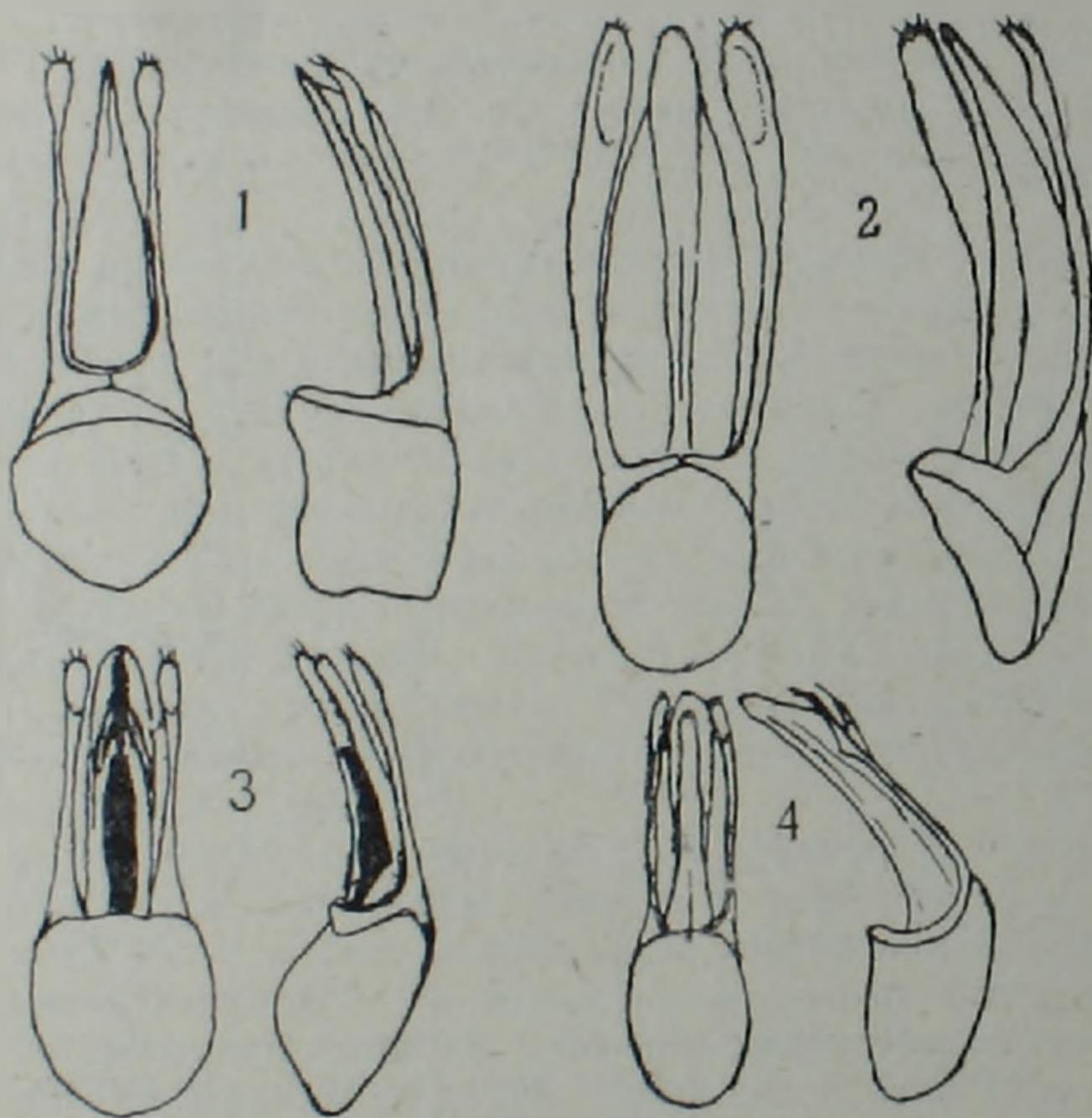


Рис. 2. Пенисы видов рода *Geodromicus* Redt.: 1—*G. major* Motsch. из Цахкадзора; 2—*G. rivularis* Khnz. голотип; 3—*G. armeniacus* sp. nov. голотип; 4—*G. brevicollis* Fauvel из Абастумани (Грузия)

видимому, специфично, но, как это описано для сходных структур в женских гениталиях некоторых жувелиц (<sup>3</sup>), оно развивается постепенно по мере созревания имаго, так что различать виды по степени развития этих складок нельзя, что побудило нас свести в синонимы ряд видов; те из них, которые известны из Анатолии или с Кавказа, указаны ниже.

Определительная таблица видов рода *Geodromicus* Redt. фауны

Кавказа (тело темное, надкрылья иногда пятнистые, конечности темные или светлые)

1(2) У ♂ передние голени ± резко дугообразно изогнутые, их лапки расширены резко, переднеспинка крупная. Усики едва достигают середины надкрылий, их членики 4—8 ± в 2.5 раза длиннее их ширины. Тело одноцветное, конечности часто светлые, волосистость верха длинная и толстая, иногда желтоватая. 6—7 мм. Пеннисная трубка (рис. 2, 2) с закругленной вершиной и цельным продольным вальковатым вздутием, постепенно суженным к основанию. Парамеры толстые, слабо дугообразно изогнутые, постепенно расширены дистально, с плохо обособленным апикальным полем.

1. *G. rivularis* Klnz.

2(1) Все голени прямолинейные. Оба пола сходные. Волосистость тела короче и толще, не желтоватая. Пеннисной, парамеры тонкие, изогнуты у основания и вершины, дистально ± четко расширены, с четким полем.

3(12) Членики усиков 4—8 параллельнобокие, ± втрое длиннее их ширины. Надкрылья одноцветные. 5—7 мм. Пеннисная трубка без бороздок.

4(5) Пеннисная трубка широкая, с перехватом (рис. 1,5), ее проксимальная часть сужена постепенно, из нее выступает дистальная, ромбовидного очертания, с проксимально укороченным срединным кантом. Парамеры выпрямлены, у вершины со слабым изгибом и полем.

2. *G. rousi* Bordoni

5(4) Пеннисная трубка уже, без перехвата.

6(9) Пеннисная трубка равномерно треугольно сужена от основания до вершины. Парамеры расширены вокруг крупного апикального поля. Усики почти достигают вершины надкрылий.

7(8) Пеннисная трубка (рис. 1,2) уже, крышеобразно выпуклая. Передние лапки ♂ расширены резко.

3. *G. svaneticus* sp. nov.

8(7) Пеннисная трубка шире (рис. 2, 1), вентрально совсем плоская, у вершинной трети или четверти со следом канта. Передние лапки ♂ расширены слабо.

4. *G. majer* Motsch

9(6) Пеннисная трубка плоская, за основанием параллельнобокая до вершинного сужения. Парамеры расширены слабо, с маленьким полем.

10(11) Пеннисная трубка у основания расширена четко, у вершины вытянута в треугольник с выпуклыми боками. 6 мм...

5. *G. schoenmanni* Bordoni

11(10) Пеннисная трубка у основания едва расширена, у вершины закруглена, с вершинным зубчиком. 5 мм...

6. *G. Klimai* Bordoni

12(3) Усики ± достигают середины надкрылий, их членики 4—8 к вершине слегка расширены, ± вдвое длиннее их ширины. Надкрылья, каждое, часто со светлым удлиненным пятном у середины. 3,5—

4,5 мм. Пенисная трубка в разрезе трапециевидная, вентрально с двумя параллельными или спереди сближенными бороздками, между ними иногда вогнутая. Парамеры узкие, изогнуты слабо, у вершины не или едва расширенные, с узким полем

13(14) Пенисная трубка длиннее, без вентральной пластинки, ее бороздки не достигают вершины трубки (рис. 2,4). Переднеспинка без бороздки. . . . . 7. *G. brevicollis* Fauvel

14(13) Пенисная трубка короче, с вентральной пластинкой, ее бороздки достигают вершины, перед ней слиты (рис. 2,3). Переднеспинка с бороздкой (всегда?)..... . . . . 8. *G. armeniacus* sp. nov.

1. *G. rivularis* Khnz., 1952—*convexus* Khnz., 1962. Типы обоих видов из Мегри, в Ереване. Вид известен также с берегов о. Севан и из Нюснюса.

2. *G. gousi* Bordoni, 1984. Описан из Гагр, тип в колл. Бордони, нам неизвестен.

3. *G. svaneticus* sp. nov., описан из Местии, типы в Ереване.

4. *G. major* Motsch., 1860. Наш лектотип с этикеткой: Alp. Cauc. Touch. и все типы в Москве—*asiaticus* Bernh., 1901, описан из Анатолии (Булгар-Маден)—*languidus* Luze, 1903, и *gracilicornis* Luze, 1903, —оба с гор на восток от Казбека, типы в Вене—*striatus* Khnz., 1962, описан из Нюснюса, типы в Ереване, —*ponticus* Fagel, 1976, описан из Анатолии (Бисик)—*caucasianus* Bord., 1984—из Красной Поляны, типы в колл. Бордони—*luzianus* Bord., 1984, описан из Шавнабада (?), в „Армении“, типы в Вене. Этот вид нам известен от Домбая до Тушетии, из Армянской ССР (Цахкадзор, Гехард, Шурнух), НахАССР (Нюснюс) и АзССР (Аджикент).

5. *G. schoenmanni* Bord., 1984, описан с „Кавказа“, тип в Вене, нам неизвестен. Бордони считает его викариатом *G. plagiatus* F.

6. *G. klimai* Bord., 1984. Описан с „Кавказа“, тип в Вене. Нам неизвестен. Бордони считает его викариатом *G. nigrita* Mueller. *G. plagiatus* и *nigrita* обычны в средней Европе до Карпат. Как указано выше, оба вида неотличимы, впрочем, почти все виды группы *plagiatus*, по-видимому, синонимы. Из Приморья описан *G. kirschenblatti* Tichomir., 1973, судя по нашим сборам из Хасана, он от *klimai* отличается лишь по слегка укороченным парамерам.

7. *G. brevicollis* Fauv., 1872, описан с „Кавказа“—*latiusculus* Erp., 1878—из Хевсурии, но имеется и „тип“ с Казбека, все типы в Вене—*constricticollis* Erp., 1890: голотип с г. Фишт и ряд типов в Вене. Этот изменчивый вид обычен на альпийских лугах всего Кавказа под камнями. В Средней Азии встречаются близкие виды.

8. *G. armeniacus* sp. nov. Описан из АрмССР, голотип в Ереване.

Институт зоологии  
Академии наук Армянской ССР

Կովկասյան երկու նոր ներկայացուցիչ *Geodromicus* Redt.  
սեռից (Coleoptera, Staphylinidae)

Նկարագրված է կարծրաթևավորների երկու նոր տեսակ *Geodromicus*  
սեռից. *G. svaneticus* sp. nov. Մեսսիալից և *G. armeniacus* sp. nov. Մեծ  
Իշխան սար լեռից (Ջանդեզուր)։ Կազմված է որոշիչ աղյուսակ այս սեռի  
Կովկասի ֆաունայի բոլոր տեսակների համար և այդ տեսակների ցուցակ՝  
հեղինակի կողմից ընդունված հումանիչներով։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> A. Bordoni, Redia, v. 47, p. 19—59, 16 fig. (1984). <sup>2</sup> С. М. Яблоков-Хло-  
ряк. Зоосборник, т. 12, с. 105—110, рис. 5, 1—3 (1962). <sup>3</sup> H. Franz, Z. f. wiss. Zo-  
ologie, v. 135 (1—2), p. 163—213, 56 Abb. (1929).

УДК 616.127-005.8-07:616.151.5.547.915

МЕДИЦИНА

Н. Г. Епископян

**Срыв ауторегуляторного механизма рефрактерности тромбоцитов  
 как один из факторов развития их дисфункции  
 при остром инфаркте**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. О. Бадалянном 22/III 1988)

Известно, что в происхождении ишемической болезни сердца (ИБС) определенную роль играет увеличение адгезивно-агрегационной активности тромбоцитов, их повышенная склонность к образованию агрегатов не только при повреждениях сосудистого эндотелия, но и в общем кровотоке (<sup>1</sup>), что может, с одной стороны, частично или полностью блокировать коронарные сосуды, особенно в местах их атеросклеротических поражений (<sup>2</sup>), с другой — при образовании агрегатов высвобождать вазоконстрикторные соединения, способствующие развитию коронароспазма (<sup>3</sup>).

Тромбоциты крови больных находятся в частично стимулированном состоянии при ИБС и немедленно реагируют при воздействии индуктора, с образованием крупных агрегатов (<sup>4</sup>). Установлена роль микрогемореологических расстройств в происхождении ИБС, обусловленная нарушениями тромбоцитарного звена системы регуляции агрегатного состояния крови (РАСК) (<sup>5</sup>). Показано, что в крови больных острым инфарктом миокарда (ОИМ) параллельно с повышением агрегационной активности тромбоцитов наблюдается понижение их дезагрегационной способности (<sup>6</sup>).

С процессом агрегации тромбоцитов тесно сопряжена реакция высвобождения, которая представляет собой избирательное высвобождение из агрегированных тромбоцитов эндогенных соединений, сосредоточенных в их гранулах.

Все увеличивающееся число данных свидетельствует о том, что в регуляции функциональной активности тромбоцитов важное значение имеет и их способность переходить в состояние рефрактерности. Установлено, что при повторных воздействиях АДФ чувствительность тромбоцитов к индуктору снижается (<sup>7</sup>). Функциональная активность тромбоцитов, в частности их способность агрегировать, существенно уменьшается в ходе преинкубации с АДФ (<sup>8</sup>). Одновременно указанными авторами выявлено, что при добавлении высоких концентраций АДФ в плазму, содержащей тромбоциты, наблюдается отчетливая убыль количества АДФ в диапазоне от 2 до 40 мин. Предполагалось, что постепенная убыль АДФ является причиной уменьшения агрегационной активности тромбоцитов, однако расчеты показали, что количества ос-

тавшейся после преникубации АДФ достаточно для индукции агрегации тромбоцитов. Следовательно, убыль концентрации АДФ в плазме не может быть решающей и единственной причиной снижения агрегационной активности тромбоцитов. Другое объяснение рефрактерности — появление в плазме, наряду с уменьшением уровня АДФ, продуктов деградации, причем особая роль отводится АМФ и аденозину, которые обладают антиагрегантным действием (<sup>9-10</sup>). Однако, как показали исследования ряда авторов, развитие рефрактерности тромбоцитов не может быть в полной степени объяснимо и как следствие образования из АДФ аденозина и АМФ (<sup>8-11</sup>).

Впервые Розенберг и Холмсен (<sup>12</sup>) выдвинули представление о существовании рефрактерности тромбоцитов крови человека по отношению к АДФ, получившее свое подтверждение в экспериментальных работах отечественных исследователей (<sup>6-13</sup>). Под рефрактерностью подразумевается способность тромбоцитов при взаимодействии с АДФ переходить в качественно иное (рефрактерное) состояние, характеризующееся понижением агрегационной способности, что не может быть полностью объяснимо ни исчезновением из плазмы индуцирующего агрегацию агента, ни ингибированием реакции агрегации образующимися антиагрегантами.

Отсутствие данных относительно проявлений феномена рефрактерности со стороны тромбоцитов крови больных ОИМ предопределило цель настоящего исследования: изучить явление рефрактерности тромбоцитов крови больных ОИМ, с определением роли АДФ и продукта ее превращения — АМФ в происхождении указанного феномена.

Исследовали агрегационную активность тромбоцитов крови больных ОИМ (1—3 сутки). Из 25 обследованных больных у 20 был диагностирован крупноочаговый инфаркт, у 5 — мелкоочаговый. Средний возраст больных составлял 51 года. В качестве контроля использовали кровь 20 практически здоровых лиц (доноров).

Кровь забиралась венепункцией из локтевой вены, стабилизировалась 3,8%-ным раствором цитрата натрия в соотношении 1:9, centrifугировалась в течение 10 мин при 1000 об/мин. Богатая тромбоцитами плазма (БТП) индуцировалась АДФ в конечной концентрации  $10^{-7}$  моль. Агрегацию тромбоцитов определяли по Борну (<sup>14</sup>). При анализе агрегограмм оценивались следующие величины: максимальная агрегация тромбоцитов ( $t_{max}$ ), время максимальной агрегации ( $t_{maxa}$ ), средняя скорость агрегации ( $\Delta a$ ), максимальная дезагрегация ( $t_{mda}$ ), время максимальной дезагрегации ( $t_{maxda}$ ), средняя скорость дезагрегации ( $\Delta da$ ). При изучении развития феномена рефрактерности тромбоцитов методом тонкослойной хроматографии на пластинках «Silufol UV — 254» (ЧССР) определялось количественное содержание адениновых нуклеотидов (<sup>15</sup>). Сканирование пластины проводили на сканирующей приставке флуоресцентного спектрофотометра MRF-4 «Hitachi» (Япония), присоединенной к флуоресцентному спектрофотометру MRF-2 той же фирмы. Полученный материал был подвергнут статистической обработке с оценкой достоверности по критерию Стьюдента.

Исходя из поставленных задач в исследованиях использовали два

методических приема: в первом случае АДФ в конечной концентрации  $10^{-7}$  моль добавляли к БТП в условиях ее размешивания, с регистрацией процесса агрегации и последующей дезагрегации тромбоцитов; во втором БТП предварительно преинкубировали с АДФ ( $10^{-7}$  моль) без размешивания и мешалка включалась с 10-минутным запаздыванием.

Полученные данные показали, что в условиях стандартного изучения АДФ-индуцированная агрегация тромбоцитов крови практически здоровых лиц (та) составляет  $27,4 \pm 4,0\%$  (таблица). При 10-минутной задержке размешивания БТП эта величина заметно снижается, доходя до  $4,0 \pm 0,2\%$ . Указанный факт свидетельствует о резком уменьшении чувствительности тромбоцитов крови к АДФ, поскольку агрегационная активность понижается на 85,4%.

Интересными оказались данные, полученные при изучении развития рефрактерности тромбоцитов к АДФ у больных ОИМ. Установлено, что та тромбоцитов крови больных, составляя  $50,0 \pm 3,3\%$ , при 10-минутном запаздывании размешивания БТП с АДФ снижается до  $20,3 \pm 1,7\%$ , следовательно, уменьшается лишь на 60%. Полученные данные свидетельствуют о том, что и тромбоциты крови больных ОИМ проявляют гипочувствительность к АДФ, впадают в состояние рефрактерности, однако выраженность указанного феномена при ОИМ проявляется в меньшей степени, чем в контроле, что указывает на срыв ауторегуляторных механизмов функционирования тромбоцитов.

Для анализа механизмов, лежащих в основе формирования рефрактерности тромбоцитов к АДФ, использовали следующий методический прием. К БТП крови доноров и больных ОИМ в условиях размешивания добавляли АДФ в конечной концентрации 5 мкг/мл и регистрировали процесс агрегации. В момент развития максимальной агрегации тромбоцитов добавляли 6%-ный раствор  $\text{HClO}_4$  (2 мл на 1 мл БТП) и в надосадочной жидкости определяли содержание адениновых нуклеотидов. Аналогичные исследования проведены в параллельных пробах, где БТП подвергалась предварительной 10-минутной преинкубации с тем же количеством АДФ, после чего начинался процесс размешивания.

Как показали результаты исследований, в условиях максимальной АДФ-индуцированной агрегации тромбоцитов крови доноров на хроматограммах четко выявляются пятна АДФ и АМФ, между тем как АТФ присутствует лишь в следовых количествах и при сканировании пластины не выявляется. Аналогичная в качественном отношении картина была получена и при изучении аденинских нуклеотидов в пробах, предварительно преинкубированных с АДФ. Таким образом, обнаружено, что при добавлении АДФ как в условиях размешивания БТП, так и при 10-минутном интервале между добавлением АДФ и началом размешивания в условиях максимальной агрегации тромбоцитов в пробах выявляется наличие АДФ и АМФ.

Данные количественных определений свидетельствуют, что в условиях максимальной АДФ-индуцированной агрегации тромбоцитов крови доноров содержание АДФ в БТП составляет  $0,96 \pm 0,05$  мкг/мл, а АМФ —  $0,72 \pm 0,04$  мкг/мл. При 10-мин. запаздывании размешивания БТП количество АДФ в последней снижается до  $0,62 \pm 0,05$  мкг/мл, а

Сравнительная характеристика рефрактерной реакции тромбоцитов крови больных ОИМ и практически здоровых лиц (АДФ  $10^{-7}$  моль)

Группа	Агрегация			Дезагрегация		
	та, %	tmax, мин	Δt, %/мин	тад, %	tmaxд, мин	Δtд, %/мин
В условиях размешивания БТП						
Практически здоровые лица	27.4±4.0	7.0±3.8	4.7±1.7	20.2±4.0	8.3±2.0	2.7±0.4
Больные ОИМ	50.0±3.3	9.7±0.1	5.3±0.3	10.0±4.0	13.0±3.3	1.0±0.3
При 10-минутном запаздывании размешивания БТП						
Практически здоровые лица	4.0±2.0 P < 0.001	14.5±5.0 < 0.05	0.4±0.1 < 0.05	-	-	-
Больные ОИМ	20.3±1.7 P < 0.001	10.8±1.7 > 0.05	1.8±0.1 < 0.05	5.6±1.2 < 0.001	3.5±0.4 > 0.05	1.4±0.2 > 0.05

P—степень достоверности различий между рефрактерными и нерефрактерными тромбоцитами

уровень АДФ возрастает до  $0,92 \pm 0,08$  мкг/мл.

Аналогичные исследования, проведенные в отношении тромбоцитов крови больных ОИМ, показали, что на высоте пика их АДФ-индуцированной агрегации в БТП обнаруживается наличие АДФ и АМФ, между тем как АТФ вновь выявляется лишь в виде следов. В указанных условиях содержание АДФ в БТП составляет  $1,56 \pm 0,09$  мкг/мл, а АМФ  $1,24 \pm 0,8$  мкг/мл. При 10-минутном запаздывании размешивания эти величины составляют соответственно  $0,93 \pm 0,05$  и  $1,62 \pm 0,08$  мкг/мл. Следовательно, в процессе развития рефрактерности, как и при обычных условиях изучения агрегационной реакции тромбоцитов, в БТП крови больных ОИМ и практически здоровых лиц развиваются однонаправленные изменения содержания АДФ и АМФ. Существующие представления о рефрактерности тромбоцитов как своеобразного, качественно иного состояния клетки, разновидности ауторегуляции, дают основание считать, что при ОИМ одной из причин развития дисфункции тромбоцитов является срыв ауторегуляторного механизма рефрактерной реакции.

Ереванский медицинский институт

Ե. Հ. ԵՂԻՍԿԱՆՅԱՆ

Արտամկանի սուր ինֆարկտի ժամանակ առոմբոցիտների ռեֆրակտիվության ինֆնակարգավորման մեխանիզմի խախտումը որպես պաթոֆիզիոլոգիալ արագացման գործոններից մեկը

Սուր ինֆարկտով հիվանդների մոտ ուսումնասիրվել է արյան առոմբոցիտների ռեֆրակտիվությունը: Բացահայտվել է, որ արտամկանի սուր ինֆարկտի ժամանակ առոմբոցիտների ռեֆրակտիվությունը բացահայտվել է որպես պաթոֆիզիոլոգիալ արագացման գործոններից մեկը

Ֆարկաի շրջանում, ինչպես և առողջ մարդկանց մոտ, ԱՂԾ-ի նկատմամբ թրոմբոցիտները ձեռք են բերում ուֆրակտերոթյան հատկություն, որը ինդուկտորի հետ երկարատև փոխազդեցության պայմաններում արտահայտվում է նրանց ԱՂԾ-ի խթանված ագրեգացիայի նվազումով:

Հայտնաբերված է, որ սրտամկանի սուր ինֆարկտով տառապող հիվանդների արյան թրոմբոցիտների ուֆրակտերոթյունը հանդես է գալիս ԱՂԾ-ի զարգանում է համեմատաբար ավելի թույլ, քան թե պրակտիկորեն առողջ մարդկանց մոտ:

Ստացված տվյալները վկայում են այն մասին, որ թրոմբոցիտների ուֆրակտերոթյան դալգացումը չի կարելի վերագրել ԱՂԾ-ի քայքայմանը և նրա հետ զուգահեռ ընթացող ԱՂԾ-ի կուտակմանը:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Н. А. Грацианский, Д. И. Чиквашияли, В. П. Мосенко, Бюлл. ВКНЦ АМН СССР, т. 10, № 2 (1987). <sup>2</sup> G. D. Folts, K. Gallagher, G. G. Rowe, *ibid*, v. 65 (1982). <sup>3</sup> J. Mekle, P. Mehta, *Amer. J. Cardiol.*, v. 48 (1981). <sup>4</sup> В. В. Горбачев, А. Б. Самалъ, А. В. Хапалюк, *Лабор. дело*, № 5 (1982). <sup>5</sup> В. А. Люсов, Ю. Б. Белоусов, *Тер. архив*, т. 14, № 5 (1981). <sup>6</sup> Г. О. Бадалян, И. Г. Епископосян, О. П. Соцкий и др., *Кардиология*, т. 26, № 5 (1986). <sup>7</sup> M. C. Rosenberg, H. Holmsen, *Biochim. Biophys. Acta*, v. 155 (1968). <sup>8</sup> И. Л. Люсовская, Р. И. Волкова, Е. Я. Позин, *Физиол. журн. СССР*, т. 66, № 3 (1976). <sup>9</sup> J. Caen, Y. Sultan, H. Michel, *Acta Med. Scand.*, v. 525 (1971). <sup>10</sup> A. I. Hellem, *Adv. Intern. Med.* v. 17 (1971). <sup>11</sup> H. Holmsen, M. C. Rosenberg, *Acta, Med. Sc.*, v. 113 (1971). <sup>12</sup> M. C. Rosenberg, H. Holmsen, *Biochim. Biophys. Acta*, v. 151 (1968). <sup>13</sup> И. Р. Волкова, С. А. Королева, И. Л. Люсовская и др., *Физиол. журн. СССР*, т. 60, № 1 (1971). <sup>14</sup> G. V. R. Born, *Nature*, v. 194 № 9 (1962). <sup>15</sup> И. В. Зарубин, В. И. Криворученко, *Укр. биохим. журн.*, т. 54 № 4 (1982).