

Գ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր  
Д О К Л А Д Ы

LXXXVII, № 2

1988

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՉՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. ընկեր-  
ծու (պատ. Բարտողար), Է. Կ. ԱՅՐԻՎՅԱՆ,  
ՀՍՍՀ ԿԱ ակադեմիկոս, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅՍՆ,  
ՀՍՍՀ ԿԱ ակադեմիկոս, Ա. Հ. ԳԱՐՐԻՆՅԱՆ,  
ՀՍՍՀ ԿԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ,  
ՀՍՍՀ ԿԱ րդր. անդամ, Վ. Հ. ՀԱՍԻԱՐՉՈՒՄ-  
ՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ  
ԿԱ ակադեմիկոս (պատ. Խմբագրի տեղա-  
կալ), Վ. Դ. ՄԻՒԹԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԴԱ րդր.  
անդամ, Դ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակա-  
դեմիկոս, Ի. Մ. ՍԵՂՈՎՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդր.  
անդամ (պատ. Խմբագիր), Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻ-  
ԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Բ.  
ՆԱՆԱՐՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԿԱ ակադեմիկոս:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНИЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, академик АН АрмССР, А. Т. БАБЛЯН, академик АН АрмССР, А. А. ГАБРИЕЛՅԱՆ, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), В. Г. МХИТАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Г. С. СЛАКЯН, академик АН АрмССР, Д. М. СЕДРАКЯН, чл.-корр. АН АрмССР (отв. редактор), А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, академик АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, академик АН АрмССР

Բ Ո Վ Ա Ն Գ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Մ. Կ. Կյուրեղյան—Վերջավոր դաշտերի վրա շվերածվող բազմանդամների կա-  
ռուցման նոր մեթոդ . . . . . 51

Ռ. Վ. Հաբուրյունյան—Ֆուրյե—Յակոբիի շարքերի մաքսիմալ զուգամիտության  
մասին . . . . . 56

ՇՐՈՒՐԱՐԱԿԱՆ ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Կ. Շ. Մկրտչյան—Առաձգական կիսահարթության վրա հեծանի ստացիոնար տա-  
տանումները . . . . . 60

ԱՌՈՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Մ. Մխիրաբյան, Ս. Ջ. Պետրոսյան—Շրջանային զծով բաժանվող սահմանային  
պայմաններով կիսատարածության համար մի խառը եզրային խնդրի մասին . . . 65

Ս. Ջ. Պետրոսյան—Աստիճանային օրինքով անհամասեռ կիսահարթության հա-  
մար առաձգականության տեսության Էրկու հարթ խառը եզրային խնդիրների մասին . . 70

ՖԻԶԻԿԱ

Պ. Ս. Պողոսյան—Էլեկտրամագնիսական ալիքների փնջից շերտնկովյան ճառագայի-  
ման էներգետիկ սպեկտրը . . . . . 75

ԳԵՈՄԵՏՐԻԿԱ

Հ. Մ. Ավչյան, Գ. Գ. Մաբկոսյան, Ս. Ռ. Հովհաննեսյան—Մագնիսական դաշտի  
դերը մասնիկների նստեցման համար . . . . . 79

ՄԱՎՆԿՈՒԼՅԱՐ ԿՈՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Կ. Վ. Իսենյան, Ս. Ա. Աղաջանյան, Ս. Հ. Ավետիսյան, Լ. Վ. Կաբարաչյան—Գլու-  
տամատ դեհիդրոգենազի մոդիֆիկացիան 1-լիլ-3-(3-գիմեթիլլամինոպրոպիլ)կարբոզի-  
րմիդով . . . . . 85

ԻՐՈՏԻՄԻԱ

Կ. Գ. Ղաբաղբաջյան, Գ. Հ. Մելիֆսերյան, Ջ. Ս. Մկրտչյան, Ս. Ս. Հովակիմյան,  
Հ. Ռ. Մաբադկյան, Ժ. Ի. Հակոբյան—Ֆոսֆոլիպիդների մասնակցությունը մարդու սրբ-  
տամիանի կրեատինկինազի ակտիվության կարգավորման գործում . . . . . 90

ԻՆՎԱԳՈՐԾՈՒԹՅՈՒՆ

Է. Ս. Խաբրիելյան, Ս. Է. Հակոբով—Արյան պլազմայի ազդեցությունը պրոստա-  
ցիկլինի և կալցիումի անտագոնիստների թրոմբոցիտար անոթային էֆեկտների վրա . . 93

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

- М. К. Кюрегян*—Новый метод построения неприводимых полиномов над конечными полями . . . . . 51
- Р. В. Арутюнян*—О максимальной сходимости рядов Фурье-Якоби . . . . . 56

### СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

- К. Ш. Мкртчян*—Стационарные колебания балки на упругой полуплоскости . . . . . 60

### ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- С. М. Мхитарян, С. З. Петросян*—Об одной смешанной краевой задаче для полупространства с круговой линией раздела граничных условий . . . . . 65
- С. З. Петросян*—О двух плоских смешанных задачах теории упругости для неоднородной по степенному закону полуплоскости . . . . . 70

### ФИЗИКА

- П. С. Погосян*—Энергетический спектр черенковского излучения от сгустка электромагнитных волн . . . . . 75

### ГЕОФИЗИКА

- Г. М. Авчян, Г. Г. Маркосян, С. Р. Оганисян*—Роль магнитного поля при осаждении частиц . . . . . 79

### МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

- К. В. Диноян, С. А. Агаджанян, С. Г. Аветисян, Л. В. Карабашян*—Модификация глутаматдегидрогеназы печени быка 1-этил-3-(3-диметиламинопропил) карбодимидом . . . . . 85

### БИОХИМИЯ

- К. Г. Карагезян, Г. О. Меликсетян, Э. С. Мкртчян, С. С. Оякимян, А. Р. Мартикян, Ж. И. Акоюн*—Участие фосфолипидов в регуляции активности креатинкиназы сердечной мышцы человека . . . . . 90

### ФАРМАКОЛОГИЯ

- Э. С. Габриелян, С. Э. Акопов*—Влияние плазмы крови на тромболитарно-сосудистые эффекты простагклина и антагонистов кальция . . . . . 93

## CONTENTS

### MATHEMATICS

- M. K. Kureghian*—A new method for constructing irreducible polynomials over finite fields . . . . . 51
- R. V. Harutyunian*—On the maximal convergence of the Fourier—Jacobi series . . . . . 56

### STRUCTURAL MECHANICS

- K. Sh. Mkrtchian*—Stationary oscillations of the beam on the plastic half-plane. . . . . 60

### THEORY OF ELASTICITY

- S. M. Mchitarian, S. Z. Petrosian*—On the solution of one mixed edge problem for the inhomogeneous half-space with straight line of division of boundary conditions. . . . . 65
- S. Z. Petrosian*—On two plane mixed problems of theory of elasticity for degree law nonhomogeneous halfplane . . . . . 70

### PHYSICS

- P. S. Poghosian*—Power spectrum of cerenkov radiation from the cluster of electromagnetic waves . . . . . 75

### GEOPHYSICS

- G. M. Avchian, G. G. Markosian, S. R. Hovhannissian*—The role of the magnetic field in the sedimentation of particles . . . . . 79

### MOLECULAR BIOLOGY

- K. V. Danoyan, S. A. Aghajanian, S. H. Avetissian, L. V. Karabashtan*—Modification of bovine liver glutamate dehydrogenase by 1-ethyl-3-(3-dimethylaminopropyl) carbodiimide. . . . . 85

### BIOCHEMISTRY

- K. G. Karageuzian, G. O. Meliksetian, Z. S. Mkrtchian, S. S. Hovakimian, H. R. Martikian, J. I. Akopian*—The participation of phospholipids in human heart creatine kinase activity regulation . . . . . 90

### PHARMACOLOGY

- E. S. Gabrielian, S. E. Akopov*—Influence of blood plasma on the effect of platelet-vessels induced by prostacyclin and calcium antagonists . . . . . 93

Техн. редактор Азизбекия Л. А.

Сдано в набор 8.08.88 г. Подписано к печати 28.11. 88 г. ВФ 04067

Бумага № 2, тираж 490. Высокая печать. Печ. лист 3.0. Усл. печ. л. 4.2.

Учен. редактор: А. А. Баграмян. Заказ 1002. Издат. 7473.

Адр. ред.: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г., II эт., к. 1, т. 27-97-238

Издательство Академии наук Армянской ССР. 375019, Ереван,  
пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Типография Издательства Академии наук АрмССР. 378310, г. Эчмиадзин

УДК 512.62

МАТЕМАТИКА

М. К. Кюрегян

**Новый метод построения неприводимых полиномов  
 над конечными полями**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 3/V 1988)

Одной из наиболее важных и актуальных проблем современной алгебры является проблема построения неприводимых полиномов высоких степеней в явном виде.

В настоящей работе разработан новый метод построения неприводимых полиномов высоких степеней в явном виде над полями Галуа с помощью результатов В. М. Сидельникова (1).

Пусть  $F_q$  — поле Галуа порядка  $q = p^s$ ,  $p$  — простое число,  $s$  — натуральное число.

Будем говорить, что степень элемента  $\alpha$  над полем  $F_q$  равна  $k$  или же  $\alpha$  является собственным элементом поля  $F_{q^k}$ , если  $\alpha \in F_{q^k}$  и  $\alpha \notin F_{q^d}$ , где  $d$  — любой собственный делитель  $k$ . В этом случае будем писать  $\deg_q(\alpha) = k$ .

В работе рассматриваются только нормированные полиномы, т. е. полиномы, старший коэффициент которых равен единице.

**Теорема 1.** Пусть  $f(x)$  — произвольный неприводимый над полем  $F_q$  полином степени  $2n$ , принадлежащий показателю  $e(q^n + 1)$

$x^{2q^n} + x^2 + 1 \equiv R(x) \pmod{f(x)}$  и  $\psi(x) = \sum_{u=0}^n \psi_u x^u$ , где  $\psi_u$  — нетривиальное

решение сравнения

$$\sum_{u=0}^n \psi_u (R(x))^u \equiv 0 \pmod{f(x)}. \quad (1)$$

Тогда полиномы  $\psi(x)$  и  $F(x) = x^n \psi\left(\frac{x^{q^n+1} + x^{q^n} + 1}{x}\right)$  степени  $n$

$n(q^n + 1)$  соответственно неприводимы над полем  $F_q$ .

**Доказательство.** По теореме Сидельникова (1) полином  $x^{q^2+1} - \omega x^q - (x_0 + x_1 - \omega)x + 1$ , где  $x_1 = x_0^q$ ,  $x_0 \in F_{q^2} \setminus F_q$ ,  $x_0^{q^2+1} = 1$ ,  $\omega \in F_q$ ,

неприводим тогда и только тогда, когда  $\frac{\omega - x_1}{\omega - x_0}$  порождающий эле-

мент группы  $\Pi$  корней уравнения  $y^{q^2+1} = 1$ .

Пусть  $\alpha$  — корень уравнения  $f(x) = 0$ , тогда  $\alpha^{e(q^n+1)} = \beta^{q^n+1} = 1$  и

$\deg_q(\beta) = 2n$ , значит, если  $x_0 = \beta$ ,  $x_1 = \beta^{q^n}$ , а также  $\frac{\omega - \beta^{q^n}}{\omega - \beta} = \beta^{q^n}$ , что эквивалентно  $\omega = -1$ , то полином  $x^{q^{n+1}} + x^{q^n} - (\beta^{q^n} + \beta + 1)x + 1$  неприводим над полем  $F_{q^n}$ . При  $n = 1$  доказательство теоремы следует из (1). Поэтому докажем ее для  $n > 1$ .

Ясно, что так как  $(\beta^{q^n} + \beta + 1)^{q^n} = \beta^{q^n} + \beta + 1$ , то  $\beta^{q^n} + \beta + 1 \in F_{q^n}$ . Покажем, что  $\beta^{q^n} + \beta + 1$  является собственным элементом поля  $F_{q^n}$ . Допустим противное, а именно, предположим, что максимальная степень элемента  $\beta^{q^n} + \beta + 1$  над полем  $F_q$  равна  $d$ , т. е.  $\deg_q(\beta^{q^n} + \beta + 1) = d$ , где  $d$  — собственный делитель  $n$ , тогда  $\beta^{q^n} + \beta + 1 = \gamma \in F_{q^d}$  или  $\beta^2 + (1 - \gamma)\beta + 1 = 0$  над полем  $F_{q^d}$ . Отсюда, если  $g(x)$  является минимальным полиномом элемента  $\beta$  над полем  $F_{q^d}$ , то  $g(x) | x^2 + (1 - \gamma)x + 1$ , что невозможно, так как согласно (2) степень минимального полинома  $g(x)$  элемента  $\beta$  равна  $\frac{2n}{d} > 2$ . Значит,  $\beta^{q^n} + \beta + 1$  является собственным элементом поля  $F_{q^n}$ , что в свою очередь устанавливает неприводимость полинома

$$\psi(x) = \prod_{u=0}^{n-1} (x - (\beta^{q^n} + \beta + 1)^{q^u}) \quad (2)$$

над полем  $F_q$ . Заменяя в (2)  $x$  на  $\frac{x^{q^{n+1}} + x^{q^n} + 1}{x}$  и умножив его обе части на  $x^n$ , получим

$$x^n \psi\left(\frac{x^{q^{n+1}} + x^{q^n} + 1}{x}\right) = \prod_{u=0}^{n-1} (x^{q^{n+1}} + x^{q^n} - (\beta^{q^{n+u}} + \beta^{q^u} + 1)x + 1).$$

Но согласно (2) полином  $x^n \psi\left(\frac{x^{q^{n+1}} + x^{q^n} + 1}{x}\right)$  неприводим над полем  $F_q$ , так как полином  $x^{q^{n+1}} + x^{q^n} - (\beta^{q^n} + \beta + 1)x + 1$  неприводим над полем  $F_{q^n}$  и  $\deg_q(\beta^{q^n} + \beta + 1) = n$ .

Теперь нетрудно убедиться в том, что  $\psi(R(x)) \equiv 0 \pmod{f(x)}$  или  $\sum_{u=0}^n \psi_u(R(x))^u \equiv 0 \pmod{f(x)}$ .

Итак, теорема доказана.

Для иллюстрации рассмотрим следующий пример. Полином  $f(x) = x^{10} + x^9 + x^5 + x + 1$  неприводим над полем  $F_2$  и принадлежит показателю  $2^5 + 1 = 33$  (3), т. е.  $f(x)$  удовлетворяет условию теоремы 1.

Сперва определим вычеты  $(R(x))^u$ ,  $u = \overline{0, 5}$  по модулю полинома  $x^{10} + x^9 + x^5 + x + 1$ . Так как  $x^{q^{q^n}} + x^e + 1 = x^{2^5} + x + 1 = x^{32} + x + 1$ , то  $R^0(x) = 1$ ,  $R(x) = x^9 + x^5 + x^4 + x$ ,  $R^2(x) = x^9 + x^7 + x^4 + x^3 + x^2$ ,  $R^3(x) = x^7 + x^6 + x^3 + 1$ ,  $R^4(x) = x^9 + x^5 + x^3 + x^2 + x$  и  $R^5(x) = x^5 + x^6 + x^2 + x$ .

Наконец, согласно сравнению (1) относительно коэффициентов получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \psi_0 + \psi_3 = 0 \\ \psi_1 + \psi_4 + \psi_5 = 0 \\ \psi_2 + \psi_4 + \psi_5 = 0 \\ \psi_2 + \psi_3 + \psi_4 = 0 \\ \psi_1 + \psi_2 = 0 \\ \psi_4 = 0 \\ \psi_3 + \psi_5 = 0 \\ \psi_2 + \psi_3 = 0 \\ \psi_1 + \psi_5 = 0 \\ \psi_1 + \psi_2 + \psi_4 = 0 \end{cases}$$

Нетривиальное решение этой системы суть:  $\psi_0 = 1, \psi_1 = 1, \psi_2 = 1, \psi_3 = 1, \psi_4 = 0$  и  $\psi_5 = 1$ , следовательно,  $\psi(x) = x^5 + x^3 + x^2 + x + 1$ .

Таким образом, согласно теореме 1 полином 165-ой степени

$$F(x) = x^5 \psi \left( \frac{x^{33} + x^{32} + 1}{x} \right) = (x^{33} + x^{32} + 1)^5 + x^2(x^{33} + x^{32} + 1)^4 + x^3(x^{33} + x^{32} + 1)^3 + x^4(x^{33} + x^{32} + 1)^2 + x^5(x^{33} + x^{32} + 1) + 5 = x^{165} + x^{164} + x^{161} + x^{160} + x^{152} + x^{128} + x^{101} + x^{100} + x^{99} + x^{96} + x^{89} + x^{88} + x^{67} + x^{66} + x^{37} + x^{36} + x^{35} + x^{34} + x^{33} + x^{32} + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$$

неприводим над полем  $F_2$ .

**Теорема 2.** Пусть  $f(x)$  — примитивный над полем  $F_q$  полином степени  $n$ ,  $\delta \neq 0$  некоторый произвольный элемент  $F_q$ , причем если  $n=1$ , то  $f(\delta) \neq 0$ . Тогда полином

$$F(x) = f \left( \frac{x^{q^n} + \delta x^{q^n - 1}}{\delta} \right) \left( f \left( \frac{x + \delta}{\delta} \right) \right)^{-1}$$

степени  $n(q^n - 1)$  неприводим над полем  $F_q$ .

**Доказательство.** По теореме Сидельникова (2) полином

$$\frac{x^{q+1} - \omega x^q - (x_0 + x_1 - \omega)x + x_0 x_1}{x^2 - (x_0 + x_1)x + x_1 x_0} \quad (3)$$

где  $\omega, x_1, x_0 \in F_q, x_0 \neq x_1$ , неприводим тогда и только тогда, когда  $\frac{\omega + x_0}{x + x_1}$  примитивный элемент поля  $F_q$ . Пусть  $\alpha$  — корень уравнения

$f(x) = 0$ , это значит  $\alpha$  — примитивен в поле  $F_{q^n}$ . Тогда, если  $\omega = 0, x_0 = \alpha, x_1 = \delta$ , при  $n=1$   $f(\delta) \neq 0$  полином

$$\frac{x^{q^n+1} - \delta(x+1)x + \delta^2 \alpha}{x^2 - \delta(x+1)x + \delta^2 \alpha} = \frac{x(x-\delta)^{q^n-1} - \delta \alpha}{x - \delta \alpha}$$

или, что то же самое,  $\frac{(x+\delta)x^{q^n-1} - \delta \alpha}{x + \delta - \delta \alpha}$  согласно (3) неприводим над,

полем  $F_{q^n}$ . Теперь, учитывая неприводимость полинома  $f(x)$  в поле  $F_q$ , мы получим соотношение

$$\delta^n f\left(\frac{x}{\delta}\right) = \prod_{u=0}^{n-1} (x - \delta \alpha^{q^u}). \quad (4)$$

Заменяя в (4)  $x$  на  $(x + \delta)x^{q^n-1}$  и  $x$  на  $x + \delta$ , получим

$$\delta^n f\left(\frac{(x + \delta)x^{q^n-1}}{\delta}\right) = \prod_{u=0}^{n-1} ((x + \delta)x^{q^n-1} - \delta \alpha^{q^u}) \quad \text{и}$$

$$\delta^n f\left(\frac{x + \delta}{\delta}\right) = \prod_{u=0}^{n-1} (x + \delta - \delta \alpha^{q^u}).$$

Таким образом,

$$F(x) = \frac{f\left(\frac{(x + \delta)x^{q^n-1}}{\delta}\right)}{f\left(\frac{x + \delta}{\delta}\right)} = \prod_{u=0}^{n-1} \left(\frac{(x + \delta)x^{q^n-1} - \delta \alpha^{q^u}}{x + \delta - \delta \alpha^{q^u}}\right)$$

согласно (2) будет неприводимым над полем  $F_q$ , так как полином  $\frac{x + \delta/x^{q^n-1} - \delta \alpha}{x + \delta - \delta \alpha}$  неприводим над полем  $F_{q^n}$  и  $\deg_q(\delta \alpha) = n$ .

Теорема доказана.

**Теорема 3.** Пусть  $f(x) \neq x + 1$  — примитивный над полем  $F_q$  полином степени  $n$ . Тогда полином

$$F(x) = \frac{(x^{q^n} - 2x - 1)^n f\left(\frac{x^{q^n+1} - x^{q^n} + 2x}{x^{q^n} - 2x - 1}\right)}{(x + 1)^n f(-x)}$$

степени  $n(q^n - 1)$  неприводим над полем  $F_q$ .

**Доказательство.** Пусть  $\alpha$  — корень уравнения  $f(x) = 0$ , это значит,  $\alpha$  примитивен в поле  $F_{q^n}$ . Тогда, если  $x_0 = -1$ ,  $x_1 = -\alpha$  и  $\omega = \alpha + 1$ , то полином

$$\frac{x^{q^n+1} - x^{q^n} + 2x - \alpha(x^{q^n} - 2x - 1)}{(x + 1)(x + \alpha)} \quad (5)$$

согласно (3) неприводим над полем  $F_{q^n}$ . Теперь, учитывая неприводимость полинома  $f(x)$  над полем  $F_q$ , мы получим соотношение

$$f(x) = \prod_{u=0}^{n-1} (x - \alpha^{q^u}). \quad (6)$$

Заменяя в (6)  $x$  на  $\frac{x^{q^n+1} - x^{q^n} + 2x}{x^{q^n} - 2x - 1}$  и умножив его обе части

на  $(x^{q^n} - 2x - 1)^n$ , получим

$$(x^{q^n} - 2x - 1)^n f\left(\frac{x^{q^n+1} - x^{q^n} + 2x}{x^{q^n} - 2x - 1}\right) = \prod_{u=0}^{n-1} (x^{q^n+1} - x^{q^n} + 2x - \alpha^{q^u}(x^{q^n} - 2x - 1))$$

Таким образом,

$$\frac{(x^{q^n} - 2x - 1)^n f\left(\frac{x^{q^{n+1}} - x^{q^n} + 2x}{x^{q^n} - 2x - 1}\right)}{(x+1)^n f(-x)} = \prod_{u=0}^{n-1} \left( \frac{x^{q^{n+1}} - x^{q^n} + 2x - a^{q^u}(x^{q^n} - 2x - 1)}{(x+1)(x+a^{q^u})} \right).$$

В свою очередь, этот полином согласно (2) неприводим над полем  $F_q$ , так как полином (5) неприводим над полем  $F_{q^n}$  и  $\deg_q(x) = n$ .

Теорема доказана.

Вычислительный центр Академии наук  
Армянской ССР и Ереванского государственного  
университета

#### Մ. Կ. ԿՅՈՒՐԵՂՅԱՆ

### Վերջավոր դաշտերի վրա շվերածվող բազմանդամների կառուցման նոր մեթոդ

Վերջավոր դաշտերի վրա շվերածվող բազմանդամների տեսության կարևորագույն խնդիրներից մեկը հանդիսանում է բացահայտ տեսքով բարձր աստիճանների այդպիսի բազմանդամների կառուցման պրոբլեմը:

Աշխատանքում հետազոտված են մի քանի ձևափոխություններ, որոնց համար որպես որոշման աիրույթ հանդիսանում է Փալուայի  $F_q$  դաշտից վերցված պորժակիցներով բազմանդամների օղակը:

Ապացուցվում են մի շարք թեորեմներ, որոնք հնարավորություն են տալիս բարձր աստիճանների շվերածվող բազմանդամներ կառուցել բացահայտ տեսքով Փալուայի  $F_q$  կամայական դաշտի վրա:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> В. М. Сидельников, *Мат. сб.*, т. 133 (175), № 4 (8) (1987). <sup>2</sup> М. К. Кюрегян, *ДАН АрмССР*, т. 81, № 2 (1985). <sup>3</sup> Г. А. Гариков, *Мат. вопр. кибернетики и вычислительной техники. АН АрмССР и ЕГУ*, т. 6 (1970).

УДК 517.51

МАТЕМАТИКА

Р. В. Арутюнян

О максимальной сходимости рядов Фурье—Якоби

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашьяном 24/V 1988)

Обозначим через  $\Gamma_R$  эллипс, в который функция Жуковского отображает окружность  $|\omega|=R>1$ . Внутренность этого эллипса будем обозначать через  $G$ , и называть канонической областью, соответствующей сегменту  $[-1, 1]$ . Если функция  $f(z)$  является аналитической в области  $G_R$ , то в силу известных результатов <sup>(1,2)</sup> она разлагается в ряд Фурье—Якоби

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(f; \alpha, \beta) P_n(z; \alpha, \beta), \quad z \in G_R, \quad (1)$$

сходящийся равномерно внутри области  $G_R$ .

В настоящей работе рассматриваются песовые оценки скорости сходимости ряда (1) на сегменте  $[-1, 1]$  для различных классов аналитических в области  $G$ . Эти оценки в определенном смысле аналогичны результатам о рядах Фабера <sup>(3)</sup>.

Сначала приведем необходимые известные результаты о многочленах Якоби  $P_n(x; \alpha, \beta)$  и функциях Якоби второго рода  $Q_n(z; \alpha, \beta)$ .

В монографии <sup>(4)</sup> доказана весовая оценка для многочленов Якоби

$$A(x; \alpha, \beta) |P_n(x; \alpha, \beta)| \leq \frac{C'}{\sqrt{n}}, \quad x \in [-1, 1], \quad (2)$$

где введено обозначение

$$A(x; \alpha, \beta) = (1-x)^{\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4}} (1+x)^{\frac{\beta}{2} + \frac{1}{4}}. \quad (3)$$

Для функций Якоби второго рода  $Q_n(z; \alpha, \beta)$  имеет место асимптотическая формула <sup>(2)</sup>

$$Q_n(z; \alpha, \beta) = Q(z; \alpha, \beta) n^{-\frac{1}{2}} \omega^{-n-1}(z) \{1 + q_n(z; \alpha, \beta)\}, \quad (4)$$

где  $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n(z; \alpha, \beta) = 0, \quad z \in \mathbb{C} \setminus [-1, 1]. \quad (5)$

Далее, в монографии <sup>(2)</sup> приведена формула типа Кристоффеля—Дарбу

$$\frac{1}{z-z} = \sum_{k=0}^n \frac{1}{h_k(\alpha, \beta)} p_k(z; \alpha, \beta) Q_k(z; \alpha, \beta) + \frac{\Delta_n(z, z; \alpha, \beta)}{z-z}, \quad (6)$$

где  $\Delta_n(z, \zeta; \alpha, \beta) = i_n(z, \beta) \{ P_n(z; \alpha, \beta) Q_{n-1}(\zeta; \alpha, \beta) - P_{n+1}(z; \alpha, \beta) Q_n(\zeta; \alpha, \beta) \}$ ,  
(7)

$$\lambda_n(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(n+2)\Gamma(n+\alpha+\beta+2)}{2^{n+\beta}(2n+\alpha+\beta+2)!(n+\alpha+1)\Gamma(n+\beta+1)}. \quad (8)$$

Будем рассматривать различные классы аналитических функций в канонической области  $G_R$ . Как обычно, обозначим через  $E_p(G_R)$  класс В. И. Смирнова аналитических в области  $G_R$  функций.

Установим ряд вспомогательных утверждений, необходимых нам для получения различных весовых оценок скорости максимальной сходимости рядов Фурье—Якоби для некоторых классов аналитических функций в канонической области  $G_R$ .

**Лемма 1.** Если  $x \in [-1, 1]$ , то справедливо неравенство

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_R} \frac{|d\zeta|}{|\zeta-x|} \leq (1+R) \ln \frac{R+1}{R-1}. \quad (9)$$

**Доказательство.** В силу известных результатов (\*), используя функцию Жуковского, находим

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_R} \frac{|d\zeta|}{|\zeta-x|} \leq \frac{1}{2\pi} \int_{|t|=R} \frac{|dt|}{|t||t\omega-1|} + \frac{1}{2\pi} \int_{|t|=R} \frac{|dt|}{|t-\omega|}, \quad (10)$$

где  $|\omega|=1$ . Для первого из интегралов (10) нетрудно получить неравенство

$$\frac{1}{2\pi} \int_{|t|=R} \frac{|dt|}{|t||t\omega-1|} \leq \ln \frac{R+1}{R-1}.$$

Этим оценка (9) доказана.

**Лемма 2.** Если  $x \in [-1, 1]$  то

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_R} \frac{|d\zeta|}{|\zeta-x|^2} \leq \frac{R+1}{R(R-1)}.$$

**Лемма 3.** Если  $x \in [-1, 1]$  и  $\zeta \in \Gamma_R$ , то

$$A(x; \alpha, \beta) |\Delta_n(x, \zeta; \alpha, \beta)| \leq \frac{C_1 \sqrt{\pi} (R-1)^\alpha (R+1)^{\beta+1}}{2^{n+\beta} R^{n-1+\alpha+\beta} \sqrt{R^2-1}}. \quad (11)$$

**Лемма 4.** Если  $x \in [-1, 1]$ , то

$$A(x; \alpha, \beta) \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_R} |\Delta_n(x, \zeta; \alpha, \beta)| |d\zeta| \leq \frac{C_1 \sqrt{\pi}}{R+1} (1+R). \quad (12)$$

**Лемма 5.** Если  $x \in [-1, 1]$  и  $\zeta \in \Gamma_R$ , то

$$\frac{1}{|\zeta-x|} \leq \frac{1}{R-1}.$$

**Лемма 6.** Если  $x \in [-1, 1]$ , то

$$A^2(x; \alpha, \beta) \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_R} |\Delta_n(x, \zeta; \alpha, \beta)|^2 |d\zeta| \leq \frac{C_1^2 \pi}{2} \frac{(1+R)^2}{R^{2n+3}}. \quad (13)$$

В неравенствах (11), (12) и (13) постоянная та же, что и в неравенстве (2). Все эти леммы доказываются аналогично лемме 1 с использованием формул (2), (4) и (6).

Введем обозначение для остатка ряда (1)

$$R_n(x; f) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_R} \frac{f(\zeta) \Delta_n(x, \zeta; \alpha, \beta)}{\zeta - x} d\zeta.$$

**Теорема 1.** Если функция  $f(z)$  аналитическая в области  $G_R$  и ограничена там по модулю, т. е.  $|f(z)| \leq M$ , то при  $x \in [-1, 1]$  справедлива оценка

$$A(x; \alpha, \beta) |R_n(x; f)| \leq \frac{C_1 \sqrt{\pi}}{2^{n+\beta}} \frac{M(R-1)^2 (R+1)^{\beta+2}}{R^{n+1+\alpha+\beta} \sqrt{R^2-1}} \ln \frac{R+1}{R-1}. \quad (14)$$

**Доказательство.** Используя формулу (6), находим последовательно

$$\begin{aligned} A(x; \alpha, \beta) |R_n(x; f)| &\leq \frac{A(x; \alpha, \beta)}{2\pi} \int_{\Gamma_R} \left| \frac{f(\zeta) \Delta_n(x, \zeta; \alpha, \beta)}{\zeta - x} \right| |d\zeta| \leq \\ &\leq \frac{M}{2\pi} \int_{\Gamma} \frac{A(x; \alpha, \beta) |\Delta_n(x, \zeta; \alpha, \beta)|}{|\zeta - x|} |d\zeta|. \end{aligned}$$

Далее, применяем неравенства (9) и (11). В результате получаем неравенство (14).

**Теорема 2.** При условиях теоремы 1 справедлива оценка

$$A(x; \alpha, \beta) |R_n(x; f)| \leq \frac{C_1 \sqrt{\pi} M (R+1)}{R^{n+1} (R-1)}.$$

**Теорема 3.** При условиях теоремы 1 справедлива также следующая оценка:

$$A(x; \alpha, \beta) |R_n(x; f)| \leq \frac{\sqrt{2\pi} \pi C_1 M (1+R)^2}{R^{n+5/2} (R-1)}.$$

**Теорема 4.** Если функция  $f(z) \in E_1(G_R)$ , то при  $x \in [-1, 1]$  имеет место неравенство

$$A(x; \alpha, \beta) |R_n(x; f)| \leq \frac{C_1 \sqrt{\pi} (R-1)^{\alpha-1} (R+1)^{\beta+1}}{2^{\alpha+\beta} R^{n+1+\alpha+\beta} \sqrt{R^2-1}} E_n^{(1)}(f, \Gamma_R),$$

где  $E_n^{(1)}(f, \Gamma_R)$  — наилучшее приближение в среднем порядка  $n$  с показателем  $\rho=1$  функции  $f(z)$  на контуре  $\Gamma_R$ .

**Теорема 5.** Если функция  $f(z) \in E_2(G_R)$ , то при  $x \in [-1, 1]$  имеем:

$$A(x; \alpha, \beta) |R_n(x; f)| \leq \frac{C_1 \sqrt{\pi} (1+R)}{\sqrt{2} R^{n+3/2} (R-1)} E_n^{(2)}(f, \Gamma_R).$$

Теорема 6. При условиях теоремы 5 справедливо неравенство

$$A(x; \alpha, \beta) |R_n(x; f)| \leq \frac{C_1 \sqrt{\pi} (R-1)^{\alpha-1} (R+1)^{\beta+2}}{2^{\alpha+\beta} R^{\alpha+2+\beta} \sqrt{R^2-1}} E_n^{(\alpha)}(f, \Gamma_R).$$

Доказательство последних теорем проводится аналогично доказательству теоремы 1 с использованием вышеприведенных лемм и многочленов наилучшего приближения функции  $f(z)$  на контуре  $\Gamma_R$  в соответствующей метрике. Кроме того, с помощью неравенств, указанных в леммах, устанавливаются и некоторые другие весовые оценки остатка ряда Фурье—Якоби, аналогичные вышеприведенным.

Московский электротехнический институт связи

И. В. ЗИМНИЦКИНА

Ֆուրյե—Յակոբիի շարքերի մախիմալ գույամխորրյան մասին

Աշխատանքում բերված են կանոնական տիրույթներում անալիտիկ ֆունկցիաների որոշ դասերի համար Ֆուրյե—Յակոբիի շարքերի մաքսիմալ գույամխորրյան կշռային գնահատականներ: Որոշված է աջ մասերի կապը կանոնական տիրույթի պարամետրից:

Առանձին ուսումնասիրվում է երեք դեպք.

1.  $f(z)$  ֆունկցիան անալիտիկ է ու սահմանափակ կանոնական  $G_R$  տիրույթում.

2.  $f(z)$  ֆունկցիան կանոնական  $G_R$  տիրույթում պատկանում է Սմիթ-նովի  $E_1(G_R)$  դասին.

3.  $f(z)$  ֆունկցիան կանոնական  $G_R$  տիրույթում պատկանում է Սմիթ-նովի  $E_2(G_R)$  դասին:

Վերջին երկու դեպքերում գնահատականի մեջ մասնակցում է  $|f(z)|$  ֆունկցիան բազմանդամներով մոտարկման լավագույն մոտավորության աստիճանը:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Г. Сеге. Ортогональные многочлены, Физматгиз, М., 1962. <sup>2</sup> P. Russe. Analytical functions and classical orthogonal polynomials, Sofia, 1984. <sup>3</sup> П. К. Суетин, Ряды по многочленам Фабера, Наука, М., 1984. <sup>4</sup> П. К. Суетин, Классические ортогональные многочлены, Наука, М., 1979.

УДК 539.3:534.1

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

К. Ш. Мкртчян

Стационарные колебания балки на упругой полуплоскости

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. Н. Тер-Степаняном 23/II 1988)

При проектировании фундаментов, расчетная схема которых может быть представлена в виде балки на упругой полуплоскости, необходимо решать динамические контактные задачи. В данной работе решена динамическая контактная задача балки конечной длины, лежащей на упругой полуплоскости и находящейся под действием поверхностных волн. Задача математически формулируется относительно контактных напряжений в виде системы сингулярных интегральных уравнений, которая при помощи многочленов Якоби сводится к бесконечной квазиполной регулярной системе линейных алгебраических уравнений.

1. Пусть упругая полуплоскость на конечном отрезке  $[-a, a]$  своей границы колеблется с упругой балкой и находится в условиях плоской деформации. Требуется определить закон колебаний балки, а также нормальные и касательные контактные напряжения под действием поверхностных волн. Колебания балки в этом случае описываются следующими уравнениями (1-2):

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} - \frac{\rho_1}{E_1} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = -\frac{1}{E_1 h} \tau(x, t); \quad \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} - \frac{\rho_1}{E_1 I} \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} = -\frac{1}{E_1 I} \sigma(x, t); \quad (1.1)$$

где  $u(x, t)$ ,  $v(x, t)$  — горизонтальные и вертикальные перемещения точек балки;  $\rho_1$  — плотность материала балки;  $E_1$  — модуль Юнга;  $I$  — момент инерции;  $h$  — толщина балки.

Для определения амплитуды перемещений  $u$ ,  $v$  получим граничную задачу, решение которой после проведения отрезка  $[-a, a]$  к отрезку  $[-1, 1]$ , с которым и будем иметь дело в дальнейшем, представляется следующими выражениями:

$$u_*(ax) = -\frac{a^2}{E_1 h} \int_{-1}^1 G(ap_1 x, ap_1 s) \tau_*(as) ds; \quad (1.2)$$

$$v_*(ax) = -\frac{a^2}{E_1 I} \int_{-1}^1 \Gamma(ap_2 x, ap_2 s) \sigma_*(as) ds,$$

где  $p_1 = \omega \sqrt{\rho_1 / E_1}$ ;  $p_2 = \omega^{1/2} \sqrt{\rho_1 / E_1 I}$ ;  $\omega$  — частота колебаний балки;  $G(ap_1 x, ap_1 s)$  и  $\Gamma(ap_2 x, ap_2 s)$  — функции Грина (1,2). Далее имеем

$$\frac{\partial G(ap_1x, ap_2s)}{\partial x} = G^*(ap_1x, ap_2s) + \theta(x-s), \quad \frac{\partial \Gamma(ap_1x, ap_2s)}{\partial x} = \Gamma^*(ap_1x, ap_2s) \quad (1.3)$$

где  $\theta(x)$  — функция Хевисайда.

Последние функции непрерывны в квадрате  $-1 \leq x, s \leq 1$  и имеют по переменным  $x$  и  $s$  непрерывные в том же квадрате частные производные.

При совместных колебаниях балки и упругой полуплоскости должны соблюдаться контактные условия <sup>(4)</sup>

$$u_*(ax) = u^*(ax) + u_1(ax), \quad v_*(ax) = v^*(ax) + v_1(ax), \quad |x| \leq 1. \quad (1.4)$$

Здесь  $u^*(ax), v^*(ax)$  — стационарные части поверхности волн и согласно <sup>(5)</sup> имеют вид:

$$u^*(ax) = (-A\gamma_1 + iBk) \exp(ia k x); \quad v^*(ax) = (ikA + \gamma_2 B) \exp(ia k x),$$

где  $B = \frac{2i\gamma_1 k}{k^2 + \gamma_1^2} A$ ,  $\gamma_n^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c_n^2}$ , ( $n = 1, 2$ ),  $k = \frac{\omega}{c_R}$ , а  $c_R$  — скорость распространения волны вдоль поверхности.

$u_1(ax), v_1(ax)$  — стационарные части дополнительных перемещений, которые возникают в упругой полуплоскости в результате ее взаимодействия с балкой. С другой стороны, для стационарных частей горизонтальных и вертикальных дополнительных перемещений точек границы упругой полуплоскости, когда на конечном отрезке  $[-a, a]$  ее границы одновременно действуют горизонтальные и вертикальные гармонические силы интенсивностью амплитуд  $\tau_+(x)$  и  $\tau_-(x)$  соответственно, можно получить следующие выражения:

$$u_1(ax) = \frac{a}{\mu} \int_{-1}^1 K(ak_2|x-s|) \tau_+(as) ds - \frac{a}{\mu} \int_{-1}^1 \Pi(ak_2(x-s)) \tau_+(as) ds; \quad (1.5)$$

$$\tau_-(ax) = \frac{a}{\mu} \int_{-1}^1 K^*(ak_2|x-s|) \tau_+(as) ds + \frac{a}{\mu} \int_{-1}^1 \Pi(ak_2(x-s)) \tau_-(as) ds.$$

Здесь ядра, как и в работе <sup>(3)</sup>, можно представить в виде:

$$K(k_2^*x) = -\frac{1}{2(1-\varepsilon^2)\pi} \ln \frac{1}{|k_2^*x|} + R(k_2^*x), \quad \Pi(k_2^*x) = -\frac{\varepsilon^2}{4(1-\varepsilon^2)} \operatorname{sgn} x + D(k_2^*x);$$

$$K^*(k_2^*x) = -\frac{1}{2(1-\varepsilon^2)\pi} \ln \frac{1}{|k_2^*x|} + R^*(k_2^*x), \quad k_2^* = ak_2, \quad |x| < \infty, \quad (1.6)$$

где  $k_2 = \omega \sqrt{\rho/\mu_1}$ ;  $\varepsilon = \sqrt{(1-2\nu)/2(1-\nu)}$ ;  $\rho$  — плотность материала;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $\mu$  — постоянная Ламе для упругой полуплоскости. Функции  $R(k_2^*x)$ ,  $R^*(k_2^*x)$  и  $D(k_2^*x)$  обладают тем свойством, что вторые производные этих функций квадратично суммируемы на интервале  $[-1, 1]$ . Отметим, что в этих формулах  $K(k_2^*x)$ ,  $K^*(k_2^*x)$  и  $\Pi(k_2^*x)$  представлены в виде суммы своих главной и сингулярной частей.

Приняв во внимание (1.2), (1.4) и (1.5), получим систему интег-

ральных уравнений для амплитуды неизвестных контактных напряжений. Дифференцируя по переменной  $x$  (с учетом (1.3), (1.6)) обе ее части, получим следующую систему сингулярных интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\varphi(s) ds}{s-x} - \varepsilon^2 \Psi(x) - 2(1-\varepsilon^2) \int_{-1}^1 \frac{\partial R |K_2^*(x-s)|}{\partial x} \varphi(s) ds + 2(1-\varepsilon^2) \times \\ & \times \int_{-1}^1 \frac{\partial D |k_2^*(x-s)|}{\partial x} \Psi(s) ds - 2(1-\varepsilon^2) i^* \int_{-1}^1 G^*(p_1^* x, p_1^* s) \varphi(s) ds - 2(1-\varepsilon^2) \times \\ & \times \int_{-1}^x \varphi(s) ds = 2(1-\varepsilon^2) u''(ax); \\ & \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\Psi(s) ds}{s-x} - \varepsilon^2 \varphi(x) - 2(1-\varepsilon^2) \int_{-1}^1 \frac{\partial D |k_2^*(x-s)|}{\partial x} \varphi(s) ds - 2(1-\varepsilon^2) \times \\ & \times \int_{-1}^1 \frac{\partial K^* |K_2^*(x-s)|}{\partial x} \Psi(s) ds - 2(1-\varepsilon^2) i^* \int_{-1}^1 \Gamma^*(p_2^* x, p_2^* s) \Psi(s) ds = \\ & = 2(1-\varepsilon^2) v''(ax), \end{aligned}$$

где положено  $i^* = (E_1 h)^{-1} \mu$ ,  $p_n^* = a p_n$ , ( $n = 1, 2$ ),  $\varphi(s) = \mu^{-1} a \tau_2(as)$ ,  $\Psi(s) = \mu^{-1} a \tau_1(as)$ .

Первые интегралы уравнений системы (1.7) следует понимать в смысле главного значения по Коши. Таким образом, определение контактных напряжений балки с полуплоскостью, под действием поверхностных волн, сводится к решению системы сингулярных интегральных уравнений (1.7). Имея контактные напряжения, из (1.2) можно определить амплитуды перемещений балки.

2. Чтобы систему уравнений (1.7) свести к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений, предварительно придадим ей удобный вид. С этой целью упомянутую систему запишем относительно действительных и мнимых частей неизвестных функций, положив  $\varphi = \varphi_1 + i\varphi_2$ ,  $\Psi = \psi_1 + i\psi_2$ . Тогда получаем четыре уравнения для  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ . Далее умножим первое уравнение на мнимую единицу  $i$  и сложим со вторым, а третье уравнение после умножения на  $i$  сложим с четвертым. В результате получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\Phi(s) ds}{s-x} - i\varepsilon^2 \psi(x) - \int_{-1}^1 p_1(x, s) \Phi(s) ds - \int_{-1}^1 p_2(x, s) \bar{\Phi}(s) ds + 2(1-\varepsilon^2) \times \\ & \times \int_{-1}^x \bar{\Phi}(s) ds - 2(1-\varepsilon^2) i^* \int_{-1}^x \Phi(s) ds + \int_{-1}^1 p_3(x, s) \psi(s) ds + \end{aligned}$$

$$\int_{-1}^1 p_1(x, s) \psi(s) ds = v_1(x); \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\psi(s) ds}{s-x} - i\varepsilon^2 \psi(x) + \int_{-1}^1 p_1(x, s) \psi(s) ds - \int_{-1}^1 p_2(x, s) \bar{\psi}(s) ds + \\ & + 2(1-\varepsilon^2) \int_{-1}^1 \bar{\psi}(s) ds - 2(1-\varepsilon^2) \int_{-1}^x \psi(s) ds - \int_{-1}^1 p_3(x, s) \psi(s) ds - \\ & - \int_{-1}^1 p_4(x, s) \bar{\psi}(s) ds = v_2(x), \end{aligned}$$

где  $\Phi(x) = \psi_1(x) + i\bar{\psi}_1(x)$ ,  $\psi(x) = \psi_2(x) + i\bar{\psi}_2(x)$

$$\begin{aligned} p_1(x, s) = & -(1-\varepsilon^2)[r_1(x-s) + i^* G^*(p_1^* x, p_1^* s) + r_1^*(x-s) + \\ & + \lambda^* \Gamma^*(p_2^* x, p_2^* s) - 2id_1(x-s)] \end{aligned}$$

$$p_2(x, s) = -(1-\varepsilon^2)[r_1^*(x-s) - i^* G^*(p_1^* x, p_1^* s) - r_1(x-s) + i^* \Gamma^*(p_2^* x, p_2^* s)]$$

$$\begin{aligned} p_3(x, s) = & (1-\varepsilon^2)[r_2^*(x-s) + r_2(x-s) - 2id_2(x-s)], \quad p_4(x, s) = \\ = & (1-\varepsilon^2)[r_2^*(x-s) - r_2(x-s)] \end{aligned}$$

$$v_1 = 2(1-\varepsilon^2)[\operatorname{Re} v_1^*(ax) + i \operatorname{Re} u_1^*(ax)], \quad v_2(x) = 2(1-\varepsilon^2)[\operatorname{Im} v_1^*(ax) + i \operatorname{Im} u_1^*(ax)]$$

$$r_1(x) = \operatorname{Re} \left| \frac{\partial R(k_2^* x)}{\partial x} \right|, \quad r_2(x) = \operatorname{Im} \left| \frac{\partial R(k_2^* x)}{\partial x} \right|, \quad r_1^*(x) = \operatorname{Re} \left| \frac{\partial R^*(k_2^* x)}{\partial x} \right|$$

$$r_2^*(x) = \operatorname{Im} \left| \frac{\partial R^*(k_2^* x)}{\partial x} \right|, \quad d_1(x) = \operatorname{Re} \left| \frac{\partial D(k_2^* x)}{\partial x} \right|, \quad d_2(x) = \operatorname{Im} \left| \frac{\partial D(k_2^* x)}{\partial x} \right|$$

Очевидно, что последняя система сингулярных интегральных уравнений эквивалентна системе (1.7).

Решения этой системы (2.1) ищем в виде:

$$\Phi(x) = W(x) \left( a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n p_n^{(\alpha, \beta)}(x) \right); \quad (2.2)$$

$$\psi(x) = W(x) \left( b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n p_n^{(\alpha, \beta)}(x) \right);$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} - i\gamma, \quad \beta = -\frac{1}{2} + i\gamma, \quad \gamma = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1+\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2},$$

где  $\{p_n^{(\alpha, \beta)}(x)\}_{n=0}^{\infty}$  — полиномы Якоби, ортогональные на отрезке  $[-1, 1]$ , с весом  $W(x) = (1-x)^\alpha (1+x)^\beta$ .

Подставив выражения  $\Phi(x)$  и  $\psi(x)$  из (2.2) в (2.1) известным способом относительно коэффициентов  $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ ,  $\{b_n\}_{n=0}^{\infty}$ ,  $\{\bar{a}_n\}_{n=0}^{\infty}$ ,  $\{\bar{b}_n\}_{n=0}^{\infty}$  получим следующую бесконечную систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} \xi_m a_m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} K_{mn}^{(1)} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} K_{mn}^{(2)} \bar{a}_n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} K_{mn}^{(3)} b_n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} K_{mn}^{(4)} \bar{b}_n = \\ = a_0 \gamma_m^{(1)} + \bar{a}_0 \gamma_m^{(2)} - b_0 \gamma_m^{(3)} - \bar{b}_0 \gamma_m^{(4)} = x_m^{(1)}; \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \xi_m b_m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} K_{mn}^{(1)} b_n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} K_{mn}^{(2)} \bar{b}_n - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} K_{mn}^{(3)} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} K_{mn}^{(4)} \bar{a}_n = \\ = b_0 \gamma_m^{(1)} + \bar{b}_0 \gamma_m^{(2)} + a_0 \gamma_m^{(3)} + \bar{a}_0 \gamma_m^{(4)} + x_m^{(2)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_m \bar{a}_m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \bar{K}_{mn}^{(1)} \bar{a}_n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \bar{K}_{mn}^{(2)} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \bar{K}_{mn}^{(3)} \bar{b}_n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \bar{K}_{mn}^{(4)} b_n = \\ = \bar{a}_0 \bar{\gamma}_m^{(1)} + a_0 \bar{\gamma}_m^{(2)} - \bar{b}_0 \bar{\gamma}_m^{(3)} - b_0 \bar{\gamma}_m^{(4)} + \bar{x}_m^{(1)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_m \bar{b}_m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \bar{K}_{mn}^{(1)} \bar{b}_m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \bar{K}_{mn}^{(2)} b_n - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \bar{K}_{mn}^{(3)} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \bar{K}_{mn}^{(4)} \bar{a}_n = \\ = \bar{b}_0 \bar{\gamma}_m^{(1)} + b_0 \bar{\gamma}_m^{(2)} + \bar{a}_0 \bar{\gamma}_m^{(3)} + a_0 \bar{\gamma}_m^{(4)} + \bar{x}_m^{(2)}. \end{aligned}$$

Очевидно, что третье и четвертое уравнения являются сопряженными к первому и второму.

В связи с громоздкостью здесь обозначения не приводятся. Для определения  $a_0, b_0$  следует в выражении, полученном после подстановки (2.2) в первое уравнение системы (2.1), положить  $x = -1$ . Можно традиционным способом доказать, что бесконечная система (2.3) квазиполне регулярна<sup>(3)</sup>.

Полученные результаты позволяют решить задачу жесткости штампа при  $E_1 \rightarrow \infty$ . Отметим, что вследствие простоты полученные выражения для ядер легко поддаются расчетам на ЭВМ.

Институт геофизики и инженерной  
сейсмологии Академии наук  
Армянской ССР

#### Կ Շ. ՄԿՐՏՁՅԱՆ

Առաձգական կիսահարթուրյան վրա հեծանի ստացիոնար տատանումները

Դիտարկվում է դինամիկական կոնտակտային խնդրի առաձգական կիսահարթույթյան և վերջավոր հեծանի համար, ճակերևույթային այրի ազդեցության դեպքում: Խնդրի լուծումը բերվում է ինտեգրալ հավասարումների սիստեմի լուծմանը, որը այնուհետև Ֆակորի և սզմանդամների օգնությամբ բերվում է գծային հավասարումների անվերջ սիստեմի:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> И. М. Бабаков, Теория колебаний, М., Наука, 1968. <sup>2</sup> В. Новацкий, Динамика сооружений, М., Госстройиздат, 1963. <sup>3</sup> Э. Х. Григорян, ПММ, № 2, с. 321—330, 1974. <sup>4</sup> В. М. Сеймов, Динамические контактные задачи, Киев, Наукова думка, 1976. <sup>5</sup> В. Новацкий, Теория упругости, М., Мир, 1975.

УДК 529.3.01

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. М. Мхитарян, С. З. Петросян

Об одной смешанной краевой задаче для полупространства с  
 круговой линией раздела граничных условий

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 9/III 1988)

Многие результаты исследований обширных классов смешанных краевых задач теории упругости с круговыми или эллиптическими линиями раздела граничных условий отражены в (1-3). В этом направлении укажем также на работы (4-8), в которых получены замкнутые решения рассматриваемых смешанных задач.

В настоящей статье приводится замкнутое решение одной смешанной краевой задачи для упругого неоднородного по степенному закону полупространства с круговой линией раздела граничных условий.

1. Пусть упругое полупространство  $z < 0$ , отнесенное к правой цилиндрической системе координат  $(r, \vartheta, z)$ , обладает изменяющимся по глубине по степенному закону  $E = E_0 |z|^\nu$  ( $0 \leq \nu < 1$ ) модулем упругости и постоянным коэффициентом Пуассона. Для него рассмотрим следующую смешанную краевую задачу:

$$\begin{aligned} u_r(r, \vartheta, z)|_{z=0} &= f(r, \vartheta), \quad u_\vartheta(r, \vartheta, z)|_{z=0} = g(r, \vartheta) \quad ((r, \vartheta) \in \omega), \\ \tau_{rz}(r, \vartheta, z)|_{z=0} &= \tau_{\vartheta z}(r, \vartheta, z)|_{z=0} = 0 \quad ((r, \vartheta) \in \Pi/\omega); \\ \sigma_z(r, \vartheta, z)|_{z=0} &= 0 \quad ((r, \vartheta) \in \Pi); \quad u_r, u_\vartheta, u_z \rightarrow 0 \quad (r^2 + z^2 \rightarrow \infty); \\ \Pi &= \{z = 0; r^2 + z^2 \geq 0\}; \quad \omega = \{z = 0; r \leq a\}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $u_r, u_\vartheta, u_z$  — компоненты смещений, а  $f(r, \vartheta)$  и  $g(r, \vartheta)$  — наперед заданные функции на круге  $\omega$ .

На основании известных выражений функций влияния для указанного типа неоднородного полупространства (2, 3) и при помощи разложения компонентов напряжений и смещений в ряды Фурье по  $\vartheta$ , ограничиваясь при этом соответствующими гармониками с номером  $m$  ( $m = 1, 2, \dots$ ), после некоторых преобразований решение краевой задачи (1.1) сведем к решению следующей системы интегральных уравнений:

$$\int_0^1 W_{m+1, m-1}^{m+1}(\bar{r}, \bar{\rho}) \bar{\varphi}_m(\bar{\rho}) \bar{\rho} d\bar{\rho} + \bar{\vartheta}_m \int_0^1 W_{m+1, m+1}^{m+1}(\bar{r}, \bar{\rho}) \bar{\psi}_m(\bar{\rho}) \bar{\rho} d\bar{\rho} = \bar{f}_m(\bar{r});$$

$$(\bar{r} < 1; m = 1, 2, \dots) \quad (1.2)$$

$$\int_0^1 W_{m-1, m-1}^{v+1}(\bar{r}, \bar{\rho}) \bar{\varphi}_m(\bar{\rho}) \bar{\rho} d\bar{\rho} + \int_0^1 W_{m-1, m-1}^{v+1}(\bar{r}, \bar{\rho}) \bar{\psi}_m(\bar{\rho}) \bar{\rho} d\bar{\rho} = \bar{g}_m(\bar{r}).$$

Здесь введены обозначения

$$W_{m, n}^{v+1}(r, \rho) = \int_0^1 J_m(tr) I_n(t\rho) t^{2v+1} dt; \quad v = (\nu - 1)/2;$$

$$\bar{\vartheta}_\pm = \vartheta_\pm^+ / \vartheta_\pm^- = A_\pm^+ / A_\pm^-; \quad \vartheta_\pm^\pm = (1 \pm \kappa) \vartheta_\pm \gamma^{-1} 2^{-2v-1} \Gamma(-v); \quad (1.3)$$

$$\varphi_m(r) = p_m(r) - q_m(r); \quad \psi_m(r) = p_m(r) + q_m(r)$$

и безразмерные величины

$$\bar{r} = r/a, \quad \bar{\rho} = \rho/a; \quad \bar{\varphi}_m(\bar{r}) = \varphi_m(r)/E_0; \quad \bar{\psi}_m(\bar{r}) = \psi_m(r)/E_0;$$

$$\bar{f}_m(\bar{r}) = (2\vartheta_\pm^- E_0 a^{1-v})^{-1} [f_m^*(a\bar{r}) + g_m^*(a\bar{r})]; \quad (1.4)$$

$$\bar{g}_m(\bar{r}) = (2\vartheta_\pm^- E_0 a^{1-v})^{-1} [f_m^*(a\bar{r}) - g_m^*(a\bar{r})].$$

Отметим, что в (1.3) ядро  $W_{m, n}^{v+1}(r, \rho)$  — известный интеграл Вебера — Сонина, где  $J_n(r)$  — функция Бесселя первого рода,  $\Gamma(x)$  — гамма-функция Эйлера) а постоянные  $\gamma$ ,  $\vartheta_\pm$ ,  $\vartheta_\pm^\pm$ ,  $A_\pm^\pm$  — известные комбинации упругих постоянных полупространства, выражения которых приведены в (2.3). Кроме того, в (1.3) и (1.4) функции  $p_m(r)$  и  $q_m(r)$  — амплитуды  $m$ -ых гармоник в разложениях в ряды Фурье радиальных ( $p(r, \vartheta)$ ) и окружных ( $q(r, \vartheta)$ ) искомым напряжений в области круга  $\omega$ , причем  $\tau_{rz}(r, \vartheta, 0) = p(r, \vartheta)$ ,  $\tau_{\theta z}(r, \vartheta, 0) = q(r, \vartheta)$ , а функции  $f_m^*(r)$  и  $g_m^*(r)$  — амплитуды  $m$ -ых гармоник в разложениях в ряды Фурье функций смещений  $f(r, \vartheta)$  и  $g(r, \vartheta)$  в радиальном и окружном направлениях соответственно.

2. Опускаем далее черточки в (1.2) и его решение представим в виде бесконечных рядов

$$\bar{\varphi}_m(r) = r^{m-1} (1-r^2)^v \sum_{n=0}^{\infty} X_n^{(m)} P_n^{(m-1, v)}(1-2r^2), \quad (2.1)$$

$$\bar{\psi}_m(r) = r^{m+1} (1-r^2)^v \sum_{n=0}^{\infty} Y_n^{(m)} P_n^{(m+1, v)}(1-2r^2) \quad (0 < r < 1) \quad (2.2)$$

с неизвестными коэффициентами  $X_n^{(m)}$  и  $Y_n^{(m)}$ , где  $P_n^{(v, \sigma)}(z)$  — многочлены Якоби. Положим также

$$\left(\frac{1-x}{2}\right)^{(1-m)/2} f_m\left(\sqrt{\frac{1-x}{2}}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n^{(m)} P_n^{(m, v)}(x); \quad (2.3)$$

$$\left(\frac{1-x}{2}\right)^{(1-m)/2} g_m\left(\sqrt{\frac{1-x}{2}}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n^{(m)} P_n^{(m, v)}(x) \quad (x = 1-2r^2) \quad (2.4)$$

Подставляя (2.1) — (2.4) в систему (1.2) и воспользовавшись известными спектральными и родственными с ним соотношениями (2.3 — 2.4), после вычисления некоторых интегралов и преобразований придем к следующей системе линейных конечно-разностных уравнений первого порядка:

$$U_{n+1}^{(m)} + \bar{U}_n V_n^{(m)} - \frac{n}{m+n} [U_n^{(m)} + \bar{U}_n V_{n-1}^{(m)}] = f_n^{(m)};$$

$$\bar{U}_n U_n^{(m)} + V_{n-1}^{(m)} - \frac{n+x+1}{m+n+x+1} [\bar{U}_n U_{n+1}^{(m)} + V_n^{(m)}] = g_n^{(m)} - \delta_n K_m^x \quad (2.5)$$

$$(m=1, 2, \dots; n=0, 1, 2, \dots),$$

где приняты обозначения

$$U_n^{(m)} = 2^{2n} \frac{\Gamma(m+n+x+1)\Gamma(n+x+1)}{[(m+n-1)!n!(2n+m+x)]^{-1}} X_n^{(m)}; \quad (2.6)$$

$$V_{n-1}^{(m)} = 2^{2n} \frac{\Gamma(m+n+x+1)\Gamma(n+x)}{[(m+n-1)!(n-1)!(2n+x)]^{-1}} Y_{n-1}^{(m)};$$

$$Y_{-1}^{(m)} = V_{-1}^{(m)} = 0; \quad \delta_0 = 1, \quad \delta_n = 0 \quad (n=1, 2, \dots),$$

а  $K_m^x$  — некоторая постоянная, выражающаяся через коэффициенты  $Y_n^{(m)}$  и определяемая ниже.

Построим замкнутое решение системы (2.5), для чего положим

$$U_n^{(m)} + \bar{U}_n V_{n-1}^{(m)} = W_n^{(m)},$$

$$\bar{U}_n U_n^{(m)} + V_{n-1}^{(m)} = Z_n^{(m)} \quad (n=0, 1, 2, \dots). \quad (2.7)$$

В результате (2.5) сведем к следующим двум отдельным системам линейных конечно-разностных уравнений первого порядка:

$$W_{n+1}^{(m)} - \frac{n}{m+n} W_n^{(m)} = f_n^{(m)}; \quad (2.8)$$

$$Z_n - \frac{n+x+1}{m+n+x+1} Z_{n+1} = g_n^{(m)} - \delta_n K_m^x \quad (n=0, 1, 2, \dots). \quad (2.9)$$

Далее, следуя известной процедуре решения конечно-разностных уравнений первого рода (10-11), решения (2.8) и (2.9) представим соответственно в виде

$$W_n^{(m)} = \frac{\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)} \sum_{k=0}^{n-1} f_k^{(m)} \Gamma(m+k+1) [\Gamma(k+1)]^{-1} \quad (n=1, 2, \dots); \quad (2.10)$$

$$Z_n^{(m)} = \frac{\Gamma(m+n+x+1)}{\Gamma(n+x+1)} \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} g_k^{(m)} \Gamma(k+x+1) [\Gamma(m+k+x+1)]^{-1} - \right. \\ \left. - \Gamma(x+1) [\Gamma(m+x+1)]^{-1} [Z_0^{(m)} + K_m^x] \right\} \quad (n=1, 2, \dots).$$

Отметим, что коэффициент  $Z_0^{(m)}$  в (2.11), причем согласно (2.7)  $Z_0^{(m)} = \bar{U}_0 U_0^{(m)} = \bar{U}_0 W_0^{(m)}$ , как постоянная интегрирования уравнений (2.9) пока не определен. С целью определения этого коэффициента заметим, что на основании известной асимптотической формулы Дарбу для многочленов Якоби (12) для равномерной сходимости рядов (2.1) — (2.2) на отрезке  $[z, 1-\varepsilon]$  ( $\varepsilon > 0$ ) достаточно, чтобы  $X_n^{(m)}, Y_n^{(m)} = O(n^{-1/2-\delta})$  ( $\delta > 0, n \rightarrow \infty$ ), что накладывает соответствующие ограничения на коэф-

коэффициенты  $f_n^{(m)}$ ,  $g_n^{(m)}$ . Отсюда при помощи (2.6) – (2.7) вытекает, что должны потребовать, чтобы  $W_n^{(m)}$ ,  $Z_n^{(m)} \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ . Приняв во внимание последнее обстоятельство, из (2.11) находим

$$\begin{aligned}
 Z_0 &= -C_m + \frac{\Gamma(m+x+1)}{\Gamma(x+1)} (1+E_m^x) \sum_{k=0}^{\infty} g_k^{(m)} \frac{\Gamma(k+x+1)}{\Gamma(m+x+1)}; \\
 C_m &= \frac{\bar{\vartheta}_v}{\bar{\vartheta}_v^2-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(m+n+1)} L_{m,n}^x M_{m,n}^x + \frac{g_0^{(m)}}{\bar{\vartheta}_v^2-1} \cdot \frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(m+x+1)} \times \\
 &\times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(m+n+x+2)}{\Gamma(n+x+2)} L_{m,n}^x + \frac{1}{\bar{\vartheta}_v^2-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(m+n+x+2)}{\Gamma(n+x+2)} L_{m,n}^x N_{m,n}^x; \\
 M_{m,n}^x &= \sum_{k=0}^n f_k^{(m)} \frac{\Gamma(m+k+1)}{\Gamma(k+1)}; \quad N_{m,n}^x = \sum_{k=1}^n g_k^{(m)} \frac{\Gamma(k+x+1)}{\Gamma(m+k+x+1)}; \\
 E_m^x &= \frac{1}{\bar{\vartheta}_v^2-1} \frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(m+x+1)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(m+n+x+2)}{\Gamma(n+x+2)} L_{m,n}^x; \quad L_{m,n}^x = \\
 &= (-1)^n \frac{2n+m+x+2}{m+n+1} \cdot \{\Gamma(n+x+1) | (m+n+x+1)(n+1)! \Gamma(x) \}^{-1} - \\
 &\quad - 4\pi^{-1} \sin(\pi x) D_{m,n}^x;
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

$$D_{m,n}^x = 4^{-1} \int_1^{\infty} Q_n^{(x,m+1)}(u) du \quad (m=1, 2, \dots; n=0, 1, 2, \dots), \text{ где}$$

$Q_n^{(x,m+1)}(u)$  – функции Якоби второго рода (12). При этом будем иметь

$$K_m^x = (C_m^x - E_m^x Z_0^m) / (1 + E_m^x). \tag{2.13}$$

Теперь, воспользовавшись (2.7) и (2.20) – (2.13), окончательно получим

$$\begin{aligned}
 U_n^{(m)} &= -\frac{1}{\bar{\vartheta}_v^2-1} \frac{\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)} M_{m,n-1}^x + \frac{\bar{\vartheta}_v}{\bar{\vartheta}_v^2-1} \frac{\Gamma(m+n+x+1)}{\Gamma(n+x+1)} \times \\
 &\times (N_{m,n}^x - N_{m,n-1}^x); \quad U_0^{(m)} = \bar{\vartheta}_v^{-1} Z_0^{(m)} \quad (n=1, 2, \dots); \\
 V_n^{(m)} &= \frac{\bar{\vartheta}_v}{\bar{\vartheta}_v^2-1} \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(m+n+1)} M_{m,n}^x - \frac{1}{\bar{\vartheta}_v^2-1} \frac{\Gamma(m+n+x+2)}{\Gamma(n+x+2)} \times \\
 &\times (N_{m,n}^x - N_{m,n}^x) \quad (n=0, 1, 2, \dots)
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

и при помощи (2.14) из (2.15) из (2.6) сразу находим  $X_n^{(m)}$  и  $Y_n^{(m)}$ .

Рассмотрим частный случай, когда  $f(r, \vartheta) = \delta \cos \vartheta$ ,  $g(r, \vartheta) = -\delta \sin \vartheta$ ;  $\delta = \text{const}$ , что физически соответствует контакту абсолютно жесткого в горизонтальном направлении и абсолютно гибкого в вертикальном направлении круглого диска  $\omega$  с упругим полупространством, причем этот диск компланарно скреплен с полупространством на его границе и совершает жесткое перемещение вдоль оси  $\vartheta$  на величину  $\delta$ . В разбираемом случае  $m=1$  и

$$f_1^*(r) = \delta; \quad g_1^*(r) = -\delta; \quad f_k^{(1)} = 0 \quad (k=0, 1, 2, \dots) \quad g_k^{(1)} = 0 \quad (k=1, 2, \dots);$$

$$K_1 = 0, \quad g_1^{(0)} = i/10^2 E_0 a^{1-\nu}, \quad \psi_1(r) = 0.$$

Следовательно, на основании (2.12) – (2.15) и (2.6) будем иметь

$$U_n^{(0)} = 0 \quad (n = 1, 2, \dots); \quad V_n^{(0)} = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots); \quad U_0^{(0)} = g_0^{(0)} / \bar{h}_0;$$

$$X_0^{(0)} = 2^{1-\nu} \left| \Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right) \right|^{-2} g_0^{(0)} / \bar{h}_0, \quad X_n^{(0)} = 0 \quad (n = 1, 2, \dots); \quad Y_n^{(0)} = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Учитывая последние формулы и (1.3), получим  $(p_1(r) = p_+, q_1(r) = p_-)$

$$p_{\pm}(r) = \pm 2^{-\nu} g_0^{(0)} \bar{h}_0^{-1} \left| \Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right) \right|^{-2} (1-r^2)^{(\nu-1)/2} \quad (0 < r < 1). \quad (2.16)$$

Формулы (2.16) при  $\nu = 0$  совпадают с известными (8).

В заключение отметим, что при помощи результатов из (16) можно найти смещения граничных точек полупространства вне круга  $\omega$ . Кроме того, аппроксимируя функции  $f_m(r)$  и  $g_m(r)$  многочленами и подходящим образом выбирая их коэффициенты, можно обеспечить условия отсутствия концентрации напряжений на крае  $\omega$ .

Институт механики Академии наук Армянской ССР  
Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Ս. Մ. ԻՆԻՔԱՐՅԱՆ, Ս. Չ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Շրջանային զծով բաժանվող սահմանային պայմաններով  
կիսատարածության համար մի խառը եզրային խնդրի մասին

Կիսատարածության տիրույթի համար, որի առաձգականության մոդուլը ըստ խորության փոփոխվում է աստիճանային օրենքով, դիտարկվում է խառը եզրային խնդիր, երբ այդ տիրույթի եզրային մակերևույթի մի մասի վրա՝ շրջանի տեսքով տրված են տեղափոխությունների հորիզոնական բաղադրիչները, մակերևույթի մնացած մասի վրա շոշափող լարումների բաղադրիչները հավասար են զրոյի, իսկ նորմալ լարումը մակերևույթի վրա ամենուրեք բացակայում է: Յակոբիի բաղմանդամների մեթոդի օգնությամբ խառը խնդիրը նկարագրող ինտեգրալ հավասարումների համակարգը բերվում է գծային վերջավոր տարրերությունների հավասարումների համակարգի: Կառուցված է վերջինիս փակ լուծումը:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Развитие теории контактных задач в СССР, Наука, М., 1976. <sup>2</sup> Г. Я. Попов, Контактные задачи для линейно-деформируемого основания, Вища школа, Киев—Одесса, 1982. <sup>3</sup> Г. Я. Попов, Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений, Наука, М., 1982. <sup>4</sup> Я. С. Уфлянд, Интегральные преобразования в теории упругости, Наука, Л., 1968. <sup>5</sup> В. М. Александров, А. С. Соловьев, Изв. АН СССР, МТГ, № 2, с. 135—139, 1966. <sup>6</sup> В. Н. Моссаковский, ПММ, т. 18, вып. 2, с. 187—196 (1954). <sup>7</sup> В. Л. Abramian, Proc. Symp. IUTAM "The Mechanics of The Contact Between Deformable Bodies", Delft Univ. Press, p. 84—98, 1975. <sup>8</sup> Р. Уэстмен, Прикладная механика, Тр. амер. о-ва инж. мех., сер. E, т. 32, № 2, с. 178—185 (1965). <sup>9</sup> С. М. Мхитарян, ПММ, т. 48, вып. 1, с. 105—113 (1984). <sup>10</sup> А. О. Гельфонд, Исчисление конечных разностей, Физматгиз, М., 1967. <sup>11</sup> А. А. Самарский, Е. С. Уиколаев, Методы решения сеточных уравнений, Наука, М., 1978. <sup>12</sup> Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Высшие трансцендентные функции, Т. 2, Наука, М., 1974.

УДК 529.3.01

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. З. Петросян

О двух плоских смешанных задачах теории упругости для неоднородной по степенному закону полуплоскости

(Представлено чл. корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 11/IV 1988)

Вслед за классическими контактными и смешанными задачами теории упругости, основные результаты исследования которых отражены в (1), особое место в указанной области занимают смешанные задачи, когда на части граничной поверхности упругого однородного изотропного тела заданы компоненты тангенциальных смещений, на остальной части границы — компоненты тангенциальных напряжений, а нормальные напряжения везде на границе равны нулю. Эти задачи будучи связаны с важными для инженерной практики задачами контактного взаимодействия тонких пластин, лишенных изгибной жесткости, с массивными телами, в ряде случаев допускают замкнутые решения. В этом направлении укажем на работы (2-4), а также на монографию (5).

Некоторые задачи из упомянутой области обобщены на случай неоднородного по степенному закону упругого полупространства (6-7). Отметим также работу (8).

В настоящей статье рассматриваются две плоские смешанные задачи указанного типа для полупространства, модуль упругости которого по глубине изменяется по степенному закону и который находится в условиях антиплоской или плоской деформации. К таким двум отдельным задачам сводится соответствующая смешанная краевая пространственная задача для упругого полупространства, модуль упругости которого по глубине изменяется по степенному закону, при прямой линии раздела граничных условий и при надлежащем нагружении.

1. Пусть упругое полупространство  $z \leq 0$ , отнесенное к правой прямоугольной системе координат  $O_{xyz}$ , обладает изменяющимся по глубине по степенному закону модулем упругости  $E = E_0 |z|^n$  ( $0 \leq n < 1$ ) и постоянным коэффициентом Пуассона  $\nu$ . Пусть далее на границе этого полупространства имеется совокупность взаимно непересекающихся полос

$$\Omega = \left\{ z = 0; \bigcup_{k=1}^N |a_k \leq x \leq b_k|, -\infty < y < \infty \right\} \quad (a_{k-1} < b_{k-1} < a_k \quad k = 2, 3, \dots, N, \\ b_N > a_N)$$

и полупространство подвержено воздействию таких силовых факторов или поля смещений, что находится в условиях антиплоской деформации в направлении оси  $O_z$  с базовой плоскостью  $O_{xz}$  или в условиях плоской деформации опять с той же самой базовой плоскостью. Эти два состояния, как хорошо известно, отделяются друг от друга, и их можно рассматривать отдельно.

Сначала рассмотрим антиплоскую деформацию полупространства и, обозначив через  $L = \left\{ z=0; \bigcup_{k=1}^N [a_k, b_k] \right\}$  след в плоскости  $O_{xz}$  совокупности областей  $\Omega$ , для полуплоскости  $\Pi = \{z \leq 0; -\infty < x < \infty\}$  рассмотрим следующую смешанную краевую задачу:

$$\begin{aligned} u_y(x, z)|_{z=0} &= f(x) \quad (x \in L); \quad \tau_{xy}(x, z)|_{z=0} = 0 \quad (x \in L'); \\ \sigma_z(x, z)|_{z=0} &= 0 \quad (x \in R) \quad (L' = R/L; \quad R = \{z=0; -\infty < x < \infty\}); \\ \tau_{yz} + \tau_{yx} &\rightarrow 0 \quad (x^2 + z^2 \rightarrow \infty, \quad (x, z) \in \Pi). \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $u_y$  — компонент смещения вдоль оси  $O_y$ , а  $f(x)$  — наперед заданная функция смещений на  $L$ .

Выведем разрешающее интегральное уравнение задачи (1.1) относительно неизвестных тангенциальных напряжений  $\tau(x)$ , действующих на  $L$ . Приняв во внимание известное выражение функции влияния для разбираемого случая (<sup>9,10</sup>), сразу приходим к интегральному уравнению

$$\int_L \frac{\tau(s) ds}{|x-s|^\nu} = A_\nu^{-1} f(x) \quad (x \in L), \quad (1.2)$$

$$A_\nu = 2(1+\mu)\Gamma(1+\nu/2)\{\sqrt{\pi}E_0\Gamma[(1+\nu)/2]\}^{-1},$$

где  $\Gamma(x)$  — известная гамма-функция Эйлера.

Если теперь уравнение (1.2) представить в виде

$$A_\nu \left| \int_L \frac{|x-s|^{\nu-1} - 1}{\nu} \tau(s) ds + \frac{1}{\nu} \int_L \tau(s) ds \right| = f(x)$$

и совершить предельный переход  $\nu \rightarrow 0$ , то учитывая, что  $(a^\nu - 1)/\nu \rightarrow -\ln a$  ( $a > 0$ ), после дифференцирования обеих частей полученного равенства, чтобы избавиться от бесконечной постоянной в известной задаче Флмана, из (1.2) получим следующее интегральное уравнение:

$$\int_L \frac{\tau(s) ds}{s-x} = A_0^{-1} f(x) \quad (x \in L, \quad A_0 = 2(1+\mu)/\pi E_0)$$

для поставленной задачи (1.1) в случае обычного однородного полупространства, находящегося в условиях антиплоской деформации.

Обратимся теперь к случаю плоской деформации полупространства и для полуплоскости  $\Pi$  рассмотрим такую смешанную краевую задачу:

$$u_x(x, z)|_{z=0} = f(x) \quad (x \in L); \quad \tau_{xz}(x, z)|_{z=0} = 0 \quad (x \in L'), \quad (1.3)$$

$$\sigma_z(x, z)|_{z=0} = 0 \quad (x \in R); \quad \sigma_z^2 + \sigma_x^2 \rightarrow 0, \quad \sigma_z \rightarrow 0 \quad (x^2 + z^2 \rightarrow \infty \quad (x, z) \in \Pi).$$

На основании известных результатов из (2.10) решение задачи (1.3) сведем к решению следующего интегрального уравнения:

$$\int_L \frac{z(s) ds}{|x-s|} = K_0^{-1} f(x) \quad (K_0 = \theta_0^1/\nu; \quad x \in L). \quad (1.4)$$

Здесь  $\theta_0^1$  — определенная комбинация упругих постоянных полупространства, приведенная в (2.10).

Таким образом, поставленные смешанные краевые задачи и в случае антиплоской деформации, и в случае плоской деформации математически описываются, с точностью до постоянного коэффициента, одним и тем же интегральным уравнением (1.2) или (1.4).

2. Далее задачи (1.1) и (1.3) будем рассматривать в случаях: 1)  $L = \{z=0; -a < x < a\}$ ; 2)  $L = \{z=0; x > 0\}$ .

В первом случае уравнение (1.2) примет вид

$$\int_{-a}^a \frac{z(s) ds}{|x-s|} = A_0^{-1} f(x) \quad (-a < x < a). \quad (2.1)$$

Если на участке  $[-a, a]$  задана равнодействующая тангенциальных напряжений, то будем иметь условие

$$\int_{-a}^a z(s) ds = T. \quad (2.2)$$

Теперь в уравнении (2.1) и в условии (2.2) перейдем к безразмерным координатам

$$t = x/a, \quad u = s/a$$

и безразмерным величинам

$$\varphi(t) = E_0^{-1} z(at), \quad g(t) = a^{-1} f(at), \quad \theta = (E_0 A_0)^{-1} a^2, \quad T_0 = (a E_0)^{-1} T. \quad (2.3)$$

В результате уравнение (2.1) перейдет в уравнение

$$\int_{-1}^1 \frac{\varphi(u) du}{|t-u|} = \theta g(t) \quad t \in (-1; 1), \quad (2.4)$$

а условие (2.2) — в условие

$$\int_{-1}^1 \varphi(u) du = T_0 \quad (2.5)$$

Решение уравнения (2.4) представим в форме бесконечного ряда

$$\varphi(t) = (1-t^2)^{(-1)/2} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n C_n^{(-1/2)}(t) \quad t \in (-1; 1), \quad (2.6)$$

где  $\{\varphi_n\}_{n=0}^{\infty}$  — неизвестные коэффициенты, подлежащие определению, а

$C_n^{\nu/2}(t)$  — полиномы Гегенбауэра. Далее (2.6) подставим в (2.4) и воспользуемся известным спектральным соотношением <sup>(9,10)</sup>, а также условием ортогональности полиномов Гегенбауэра. В результате найдем

$$\varphi_n = \iint g_n / \lambda_n^{(\nu)} \quad (n=0, 1, 2, \dots); \quad \lambda_n^{(\nu)} = \pi(\nu)_n \left( \cos \frac{1}{2} \pi \nu \cdot n! \right)^{-1}; \quad (2.7)$$

$$g_n = \frac{n!(2n-\nu) |\Gamma(\nu/2)|^2}{\pi 2^{2-\nu} \Gamma(\nu+n)} \int_{-1}^1 g(u) (1-u^2)^{\nu-1} C_n^{\nu/2}(u) du.$$

В частном случае, когда  $g(t) = \delta_0$ , согласно условию (2.5) и равенствам (2.7) придем к соотношению

$$T_0 = \iint \cos \frac{1}{2} \pi \nu |(\nu+1)/2| |\sqrt{\pi} \Gamma(1-\nu/2)|^{-1} \delta_0.$$

Воспользовавшись известным результатом <sup>(11)</sup>, на основании (2.7) можем определить смещение  $u_n(x, 0)$  при  $|x| > 0$ . После перехода к безразмерным величинам и несложных преобразований будем иметь

$$u_n^0(t) = \frac{1}{\nu} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n \nu_n [H(t) + (-1)^n H(-t)] (|t| - \sqrt{t^2 - 1})^{n-1}.$$

$$\cdot F(\nu/2, n+\nu; n+1+\nu/2; 2t^2 - 2|t|\sqrt{t^2-1} - 1) \quad (|t| > 1);$$

$$u_n^0(t) = u_n(at, 0)/a; \quad \nu_n = \frac{\sqrt{\pi} 2^\nu \Gamma[(1+\nu)/2] \Gamma^2(n+\nu)}{\Gamma^2(\nu) n! \Gamma(n+1+\nu/2)} \quad (n=0, 1, 2, \dots),$$

где  $H(t)$  — известная функция Хевисайда, а  $F(z, \beta; \gamma; t)$  — гипергеометрическая функция Гаусса.

Во втором случае уравнение (1.2) после введения величин (2.3) преобразуется в следующее уравнение:

$$\int_0^1 \frac{\varphi(u) du}{|t-u|^\nu} = \iint g(t) \quad (t \in (0; \infty)). \quad (2.8)$$

Решение уравнения (2.8) представим в виде интеграла

$$\varphi(t) = t^{z/2} \int_0^\infty J_z(\alpha \sqrt{t}) \Phi(\alpha) d\alpha \quad (t \in (0; \infty)), \quad (2.9)$$

где  $z = (\nu - 1)/2$ ,  $J_z(x)$  — функция Бесселя первого рода порядка  $z$ , а  $\Phi(\alpha)$  — неизвестная функция, подлежащая определению. Подставив (2.9) в уравнение (2.8) и воспользовавшись спектральным соотношением <sup>(12)</sup>, а также формулой обращения Хаункеля, находим

$$\Phi(\alpha) = \iint \frac{\Gamma(\nu) \cos\left(\frac{1}{2} \pi \nu\right)}{\pi 2^{2-\nu} \alpha^{\nu-2}} \int_0^\infty t^{\nu/2} g(t) J_\nu(\alpha \sqrt{t}) dt \quad (\nu > 0). \quad (2.10)$$

При этом на основании <sup>(12)</sup>

$$a_n^0(t) = \frac{1}{n} \cdot \frac{(-t)^{-1/2}}{2^{n-1} \Gamma(n)} \int_0^\infty \Phi(x) x^{2n} K_n(x\sqrt{-t}) dx, \quad (t < 0),$$

где  $K_n(t)$  — известная функция Макдональда.

Таким образом, решение интегрального уравнения дается формулами (2.9) и (2.10).

Автор благодарит С. М. Мхитаряна за постановку задачи и ценные указания.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

## Ս. Զ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

### Աստիճանային օրենքով անհամասեռ կիսահարթուրչան համար առաձգականության տեսության երկու հարց խառը եզրային խնդիրների մասին

Կիսատարածության տիրույթի համար, որի առաձգականության մոդուլը ըստ խորության փոփոխվում է աստիճանային օրենքով և որը գտնվում է հարթ կամ հակահարթ ղեֆորմացիոն պայմաններում, դիտարկվում են երկու հարթ խառը եզրային խնդիրներ, երբ կիսահարթության եզրագծի որոշ ինտերվալների համախմբի վրա տրված են ճորիզոնական ուղղությամբ տեղափոխությունների բաղադրիչները, իսկ մնացած մասի վրա շոշափող յարման բաղադրիչը հավասար է զրոյի, ընդ որում յարումների նորմալ բաղադրիչը կիսահարթության եզրագծի վրա ամենուրեք հավասար է զրոյի:

Գեղենքաուերի օրթոգոնալ բաղմանդամների մաթեմատիկական մեթոդի և Բեսելի ֆունկցիաներ պարունակող սպեկտրալ ինտեգրալ առնչությունների օգնությամբ նշված խնդիրները նկարագրող ինտեգրալ հավասարումների լուծումները կառուցվում են փակ ձևով՝ շարքերի և ինտեգրալ բանաձևերի տեսքերով:

## ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Развитие теории контактных задач в СССР, Наука, М., 1976. <sup>2</sup> Р. Уэстмен, Прикл. мех. Тр. амер. о-ва инж. мех., сер. Е, т. 32, № 2, с. 178—185 (1965). <sup>3</sup> В. М. Александров, А. С. Соловьев, Изв. АН СССР, МТТ, № 2, с. 135—139, 1966. <sup>4</sup> В. L. Abramian, Proc. Symp. II TAM, "The Mechanics of the Contact Between Deformable Bodies", Delft Univ. Press, p. 84—92, 1975. <sup>5</sup> Я. С. Уфлянд, Интегральные преобразования в задачах теории упругости, Наука, Л., 1968. <sup>6</sup> С. М. Мхитарян, С. З. Петросян, Аннотации докладов VI Всесоюзного съезда по теор. и прикл. мех., Ташкент, 1986. <sup>7</sup> С. М. Мхитарян, С. З. Петросян, Тезисы докладов II Всесоюзной конф. по механике неоднородных структур, Львов, 1987. <sup>8</sup> С. М. Мхитарян, С. З. Петросян, ДАН АруССР, т. 82, № 1 с. 38—32 (1986). <sup>9</sup> Г. Я. Полов, Контактные задачи для линейно-деформируемого основания, Виша школа Киев—Одесса, 1982. <sup>10</sup> Г. Я. Полов, Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений, Наука, М., 1982. <sup>11</sup> С. М. Мхитарьян, ПММ, т. 47, вып. 2 с. 219—227, (1983). <sup>12</sup> С. М. Мхитарян, Изв. АН СССР, МТТ, № 1, с. 63—72, 1983.

УДК 621.378.325

ФИЗИКА

П. С. Погосян

### Энергетический спектр черенковского излучения от сгустка электромагнитных волн

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 10/X 1987)

Черенковское излучение от сгустка электромагнитных волн <sup>(1)</sup> относится к числу наименее изученных нелинейных явлений. Для практических приложений особый интерес представляет случай, когда оно возбуждается от ультракоротких лазерных пучков.

В настоящей работе приведена зависимость спектральных характеристик черенковского излучения от временной структуры возбуждающих импульсов. Показана возможность определения их длительности при помощи спектральных измерений.

За основу расчетов принята известная формула Тамма и Франка <sup>(2)</sup>

$$Q = \frac{vq}{2c^2} \int \mu\omega \left(1 - \frac{1}{\epsilon\mu v^2}\right) d\omega, \quad (1)$$

где  $Q$  — мощность черенковского излучения,  $v$  — скорость пролетающей через среду частицы,  $q$  — ее заряд,  $\epsilon$  и  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды на частоте  $\omega$ .

Если в (1) вместо  $q^2$  подставить среднеквадратичное значение связанных зарядов, возникающих за счет взаимодействия лазерных импульсов с нелинейной средой, то получим аналогичное выражение для черенковского излучения от сгустка электромагнитных волн <sup>(3)</sup>.

С целью упрощения расчетов будем считать, что возбуждающее излучение можно представить в виде пакета волны <sup>(4)</sup>, т. е. предположить, что

$$k(\omega) \approx k(\omega_0) + \left(\frac{\partial k}{\partial \omega}\right)_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0), \quad (2)$$

где  $k$  — волновое число возбуждающего излучения,  $\omega_0$  — его средняя частота. Тогда напряженность электрического поля возбуждающих импульсов можно написать в следующем виде:

$$\vec{E} = \vec{A} \left(x, t, y - \frac{z}{v_{гр}}\right) \exp \left[ i\omega_0 \left(t - \frac{z}{v_{ф}}\right) \right], \quad (3)$$

где  $A$  — амплитуда поля,  $v_{ф}$  и  $v_{гр}$  — фазовая и групповая скорости импульсов.

Пусть среда обладает квадратичной нелинейностью. В такой сре-

Де черенковское излучение можно рассматривать как возбуждение когерентных волн на частотах биевой спектральной компонент падающих импульсов. В приближении заданного поля нелинейная поляризация среды на этих частотах определится следующим выражением:

$$\vec{P}_{\omega}^{NL} = \vec{p}_{\omega, \omega_0}(\omega, \omega_0) |\vec{A}(x, y, \omega)|^2 \exp\left(i \frac{\omega}{v_{gr}} z\right), \quad (4)$$

где  $\vec{p}$  — единичный вектор в направлении нелинейной поляризации  $P^{NL}$ ,  $\chi_{\omega, \omega_0}(\omega, \omega_0)$  — эффективное значение тензора нелинейной восприимчивости. В (4) не учтена дисперсия среды на частотах возбуждающего излучения, т. е. принято, что спектр падающих импульсов лежит в полосе прозрачности кристаллов.

Используя соотношение между объемной плотностью связанных зарядов и нелинейной поляризацией среды  $\rho_{cb} = -\text{div} P^{NL}$ , для среднеквадратичного значения связанных зарядов получим

$$(2\pi)^2 q_{cb}^2 = \left| \left( x \vec{P}_{\perp \omega, z}^{NL} \right) \right|^2 + \frac{\omega^2}{v_{gr}^2} \left| P_{z, \omega, z}^{NL} \right|^2, \quad (5)$$

где  $x$  — проекция волнового вектора излучения в плоскости  $x, y$ , а  $\vec{P}_{\perp \omega, z}^{NL}$  и  $P_{z, \omega, z}^{NL}$  поперечный и продольный составляющие вектора  $\vec{P}_{\omega, z}^{NL}$ , который определяется выражением

$$\vec{P}_{\omega, z}^{NL} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \vec{P}_{\omega}^{NL} \exp(-iz r_1) d\Gamma_1, \quad (6)$$

т. е.  $\vec{P}_{\omega, z}^{NL}$  представляет собой частотно-угловой спектр вектора нелинейной поляризации.

Учитывая (1) и (5), для мощности черенковского излучения от сгустка фотонов получим

$$Q = \frac{(2\pi)^3}{2c^2 v_{gr}} \int_0^{\infty} \omega^2 \mu \left( 1 - \frac{c^2}{\epsilon_{\mu} v_{gr}^2} \right) \frac{\epsilon_{\mu} v_{gr}^2}{c^2} \left( 1 - \frac{c^2}{\epsilon_{\mu} v_{gr}^2} \right) \left( \left| \vec{P}_{\perp \omega, z}^{NL} \right|^2 + 2 \left| P_{z, \omega, z}^{NL} \right|^2 \right) d\omega. \quad (7)$$

В (7) введено следующее обозначение:

$$\kappa_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\mu} \left( 1 - \frac{c^2}{\epsilon_{\mu} v_{gr}^2} \right). \quad (8)$$

Выражение (7) можно было получить также исходя из формул Франка (5) или Гинзбурга (6) для черенковского излучения моментов.

Следует заметить, что задача взаимодействия ультракоротких лазерных импульсов с нелинейной средой в общем случае должна рассматриваться как статистическая (7-9). Здесь мы ограничимся рассмотрением простейшего случая, а именно, когда падающие импульсы имеют гаусовую пространственно-временную форму, при этом замечая, что основные выводы, приведенные ниже, остаются в силе и в случае импульсов произвольной формы. Предполагая также, что

$\vec{p}^{NL} = 0$ ,  $\vec{p}^{NL} = \vec{p}^{NL}$  из (7) для энергии излучения от единицы длины нелинейного кристалла получим следующее выражение:

$$Q = \frac{1}{2c^4} \int_0^{\omega} |\vec{p}_{\perp \omega, \tau_0}^{NL}|^2 \omega^3 \varepsilon \mu \left(1 - \frac{c^2}{\varepsilon \mu v_{гр}^2}\right)^2 d\omega. \quad (9)$$

Падающее поле представим в виде

$$\vec{E} = \vec{A}_0 \exp \left[ -\frac{r_{\perp}^2}{a^2} - \tau^{-2} \left( t - \frac{z}{v_{гр}} \right)^2 + i\omega_0 \left( t - \frac{z}{v_{гр}} \right) \right], \quad (10)$$

где  $a$  — эффективный диаметр пучка,  $\tau$  — длительность импульса.

Из (6), (9), (10) для энергетического спектра черенковского излучения получаем

$$W(\omega) = \chi_{эф}^2 \frac{32\pi^2 W_0^2}{c^3 \varepsilon_0} \omega^3 \varepsilon \mu \left(1 - \frac{\omega^2}{\varepsilon \mu v_{гр}^2}\right)^2 \exp \left( -\frac{\omega^2}{2c^2} \varepsilon \mu a^2 \sin^2 \Theta_1 - \frac{\omega^2 \tau^2}{2} \right), \quad (11)$$

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость среды на частоте возбуждающего излучения,  $W_0$  — энергия падающего импульса  $\left( W_0 = c \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{16\pi} \times \int_{-\infty}^{\infty} |E|^2 dx dy dt \right)$ ,  $\Theta_1$  — угол черенковского излучения  $\left( \cos^2 \Theta_1 = \frac{v_{гр}}{c} \right)$ .

Выражение (11) предельно упрощается, если пренебречь дисперсией среды на частотах возбуждаемого излучения, т. е. считать, что  $\varepsilon$  и  $\mu$  не зависят от частоты. Это допущение в широком диапазоне радиочастот справедливо для большинства электрооптических кристаллов, например, в танталате лития дисперсия не существенна вплоть до инфракрасной области длин волн. Из (11) следует, что энергетический спектр черенковского излучения имеет явно выраженный максимум. Максимальное значение спектральной плотности мощности излучения определяется из следующего условия:

$$\varepsilon = c \sqrt{3(\varepsilon \mu a^2 \sin^2 \Theta_1 + c^2 \tau^2)}^{-\frac{1}{2}}. \quad (12)$$

Если поперечные размеры падающего импульса сделать значительно меньше его продольного размера, т. е. считать, что  $\sqrt{\varepsilon \mu} a \sin \Theta_1 \ll c\tau$ , то вместо (12) получим  $\omega\tau = \sqrt{3}$ .

Таким образом, исходя из спектральных исследований черенковского излучения, можно определить временные характеристики самих возбуждающих лазеров. Такие исследования особенно легко провести с пикосекундными импульсами. В этом случае спектр излучения, в основном, сосредоточен в радиодиапазоне частот, где имеются высокочувствительные и малоперцизионные приемники. Например, при длительности импульса  $\tau = 10$  пс максимальное значение спектральной плотности мощности черенковского излучения соответствует длине волны  $\lambda \approx 15$  м.

Предлагаемый метод определения временных характеристик ультра-

тракоротких импульсов приобретает большую ценность для лазеров, работающих в инфракрасной и ультрафиолетовой областях спектра, где невозможно применять методы, основанные на других нелинейных явлениях (двухфотонная люминесценция, генерация второй гармоники и т. д.).

В недавно опубликованной работе <sup>(10)</sup> черенковское излучение применяется для электрооптического стробоскопирования ультракоротких лазерных импульсов видимого диапазона. Однако в инфракрасной и ультрафиолетовой областях спектра этот метод также неприменим из-за недостаточной разрешающей способности оптической аппаратуры.

Автор признателен академику АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за ценные обсуждения.

Ереванский государственный  
университет

#### Պ. Ս. ԳՈՂՈՍՅԱՆ

#### Էլեկտրամագնիսական ալիքների փնջից շերենկովյան նառագայթման էներգետիկ սպեկտրը

Աշխատանքում ուսումնասիրված է ոչ գծային միջավայրում էլեկտրամագնիսական ալիքների փնջից շերենկովյան նառագայթման էներգետիկ սպեկտրը: Ցույց է տրված, որ շերենկովյան ճառագայթման սպեկտրալ էնտալպիայի փոփոխությունների օգնությամբ հնարավոր է որոշել գերկարճ լազերային իմպուլսների տևողությունը:

#### ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ, т. 42, с. 1360 (1962); т. 45, с. 643 (1963) <sup>2</sup> И. Е. Тамм, И. М. Франк, ДАН СССР, т. 14, с. 107 (1937). <sup>3</sup> В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, УФН, т. 131, с. 83 (1982). Переходное излучение и переходное рассеяние, Наука, М., 1984 <sup>4</sup> М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики, Наука, М., 1970 <sup>5</sup> И. М. Франк, Изв. АН СССР, Сер. физич., т. 6, с. 3 (1942); Излучение Черенкова для мультиполей, в сб.: Памяти Сергея Ивановича Вавилова, Изд. АН СССР, 1952. <sup>6</sup> В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, т. 10, с. 589 (1940). <sup>7</sup> J. Duiring, N. Bloembergen, Phys. rev. v. 133 A, p. 1493 (1964) <sup>8</sup> И. Керман, Б. Вильгельми, Лазеры сверхкоротких световых импульсов, Мир, М., 1986. <sup>9</sup> С. Л. Шапиро, Д. Бредли, Э. Инпен, Сверхкороткие световые импульсы, Мир, М., 1981. <sup>10</sup> D. H. Auston, I. A. Valdmants, D. A. Kleinman, Phys. rev. lett., v. 53, p. 1555 (1984).

УДК 552.22:537.63(179.25)

ГЕОФИЗИКА

Г. М. Аветян, Г. Г. Маркосян, С. Р. Оганесян

## Роль магнитного поля при осаждении частиц

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Т. Аслабяном 15/IV 1988)

В работе (1) было показано, что разрушение пород при приложении сосредоточенной силы происходит по направлению, перпендикулярному первичной остаточной намагниченности, т. е. перпендикулярно направлению геомагнитного поля эпохи образования пород  $T_{op}$ . Известно, что между геологическими разломами и складчатостью имеется тесная связь. Следовательно, при наличии связи между разрушением и направлением древнего геомагнитного поля должна быть связь и между складчатостью и направлением  $T_{op}$ . Такая связь была установлена для тектонических структур Армении (2) и Азербайджана (3). Было показано, что угол между осью образованных или активизированных вытянутых структур мезозоя и кайнозоя и направлением геомагнитного поля данного времени близок к перпендикулярности (около  $90 \pm 10^\circ$ ). Истолкование рассмотренных результатов базировалось на предположении о наличии в породах «палеомагнитной слоистости», т. е. слоев, образование которых связано не только с гравитационными силами, обычно приводящими к горизонтальной слоистости, но и с магнитным полем, приводящим к направленному движению частиц в процессе их осаждения в водных бассейнах. Это приводит к образованию «слоев», ортогональных или параллельных направлению магнитного поля Земли, т. е. в каждом слое осадочных пород имеется визуально невидимая слоистость в распределении минеральных и цементирующих частиц. Данная слоистость предопределяет в дальнейшем анизотропию физических свойств среды и, в частности, направленность разрушения. До настоящего времени предполагается, что взвешенные в водных бассейнах мелкие частицы, обладающие остаточной намагниченностью, осаждаются вертикально, а впоследствии, под действием магнитного поля Земли, происходит упорядочение магнитных моментов этих частиц по направлению поля. Интегральная величина возникшей остаточной намагниченности носит название ориентационной, а направление этой намагниченности соответствует направлению геомагнитного поля эпохи образования пород. Дальнейшее исследование процесса образования ориентационной намагниченности привело к выводам, что наличие в осадке, кроме сферических, и дискообразных частиц, магнитные моменты которых расположены в плоскости диска, приводит к несоответствию наклона осадка наклону магнитного поля. Причиной этого является то, что дискообразные части-

цы ложатся горизонтально (6). Кроме того, ошибки наклона возникают также из-за явления «скатывания» частиц на дне бассейна, наклона подстилающей поверхности, наличия донного течения и т. д.

А. Н. Храмовым (7) было учтено дезориентирующее явление броуновского движения, из-за чего намагниченность среды не является суммой произведения числа и магнитных моментов частиц.

Еще раз отметим, что во всех рассмотренных случаях предполагается, что частицы осаждаются под действием силы тяжести вертикально, а ориентация частиц по магнитному полю происходит после осаждения частиц на дне бассейна. Если же ориентация частиц происходит в взвешенном состоянии, то она сохраняется до конца осаждения частиц на дне бассейна. Частицы осаждаются вертикально, не меняя свою ориентацию относительно магнитного поля.

Как было отмечено, в осадках присутствуют дискообразные частицы, магнитные моменты которых расположены в плоскости диска (7). В шлифах осадочных пород только в редких случаях можно обнаружить сферические зерна. Последние обычно имеют форму двух- или трехосного эллипса, т. е. одна из осей эллипса по длине превосходит остальные. Причиной этого является ориентационное «истирание» частиц на основе рассматриваемого в данной работе явления. Известно, что направление остаточной намагниченности микрочастиц магматического происхождения совпадает с направлением их длинной оси. Это обусловлено кристаллографической анизотропией, а для относительно более крупных частиц — явлением ориентированного «истирания». Такие частицы, естественно, в жидкой среде ориентируются длинными осями в направлении внешнего поля. Внешнее магнитное поле приобретает роль «направляющей» силы в процессе движения частиц под действием силы тяжести, тогда как поверхность сплюснутой стороны частицы является планирующей поверхностью. На рис. 1 показана схема действия сил на частицу. Составляющая силы тяжести, направленная перпендикулярно плоскости диска (совпадающей с малой осью эллипса), компенсируется выталкивающей силой воды, дей-

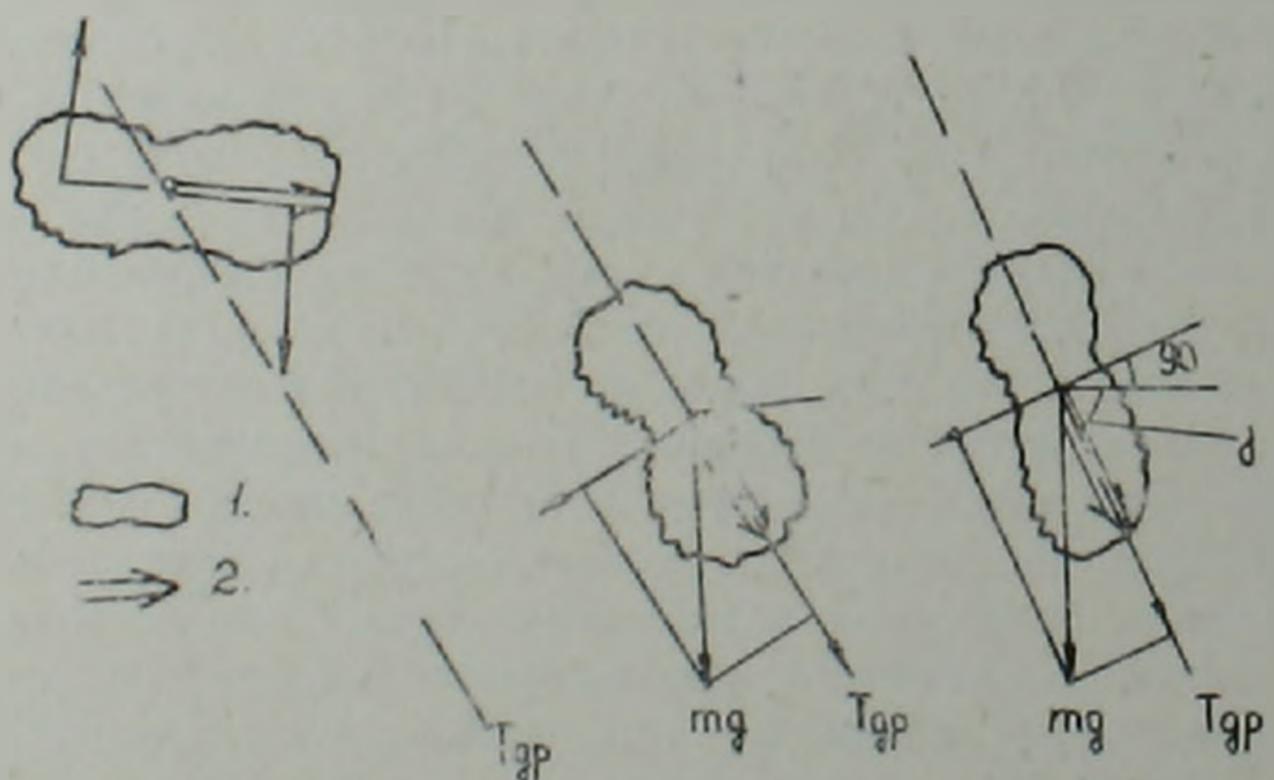


Рис. 1. Схема осаждения частиц в магнитном поле  $T_{gr}$ :  
1—частица; 2—направление намагниченности частицы;  $mg$ —сила тяжести;  $i$ —наклоение геомагнитного поля  $T$

ствующей на эту поверхность. В этом случае движение частицы происходит главным образом под действием составляющей, параллельной плоскости диска. Плоские стороны частиц ориентируются по направлению геомагнитного поля с азимутом 0 или 90°.

При вышерассмотренных случаях, естественно, не исключается также вероятность вертикального осаждения частиц, масса которых значительно превышает критические значения, при которых частица в состоянии вращаться под действием магнитного поля и ориентироваться по полю.

Такие частицы наряду с диамагнитными и слабо парамагнитными частицами осаждаются вертикально, образуя горизонтальную слоистость, названную нами в дальнейшем «гравитационной» слоистостью.

Таким образом, в осадке до литификации, кроме горизонтальной (гравитационной) слоистости, по нашему мнению, образуются также слои по трем взаимно перпендикулярным направлениям, названным нами «гравимагнитными» и «магнитными» слоями или в совокупности «палеомагнитной слоистостью» среды (рис. 2). Гравимагнитные слои

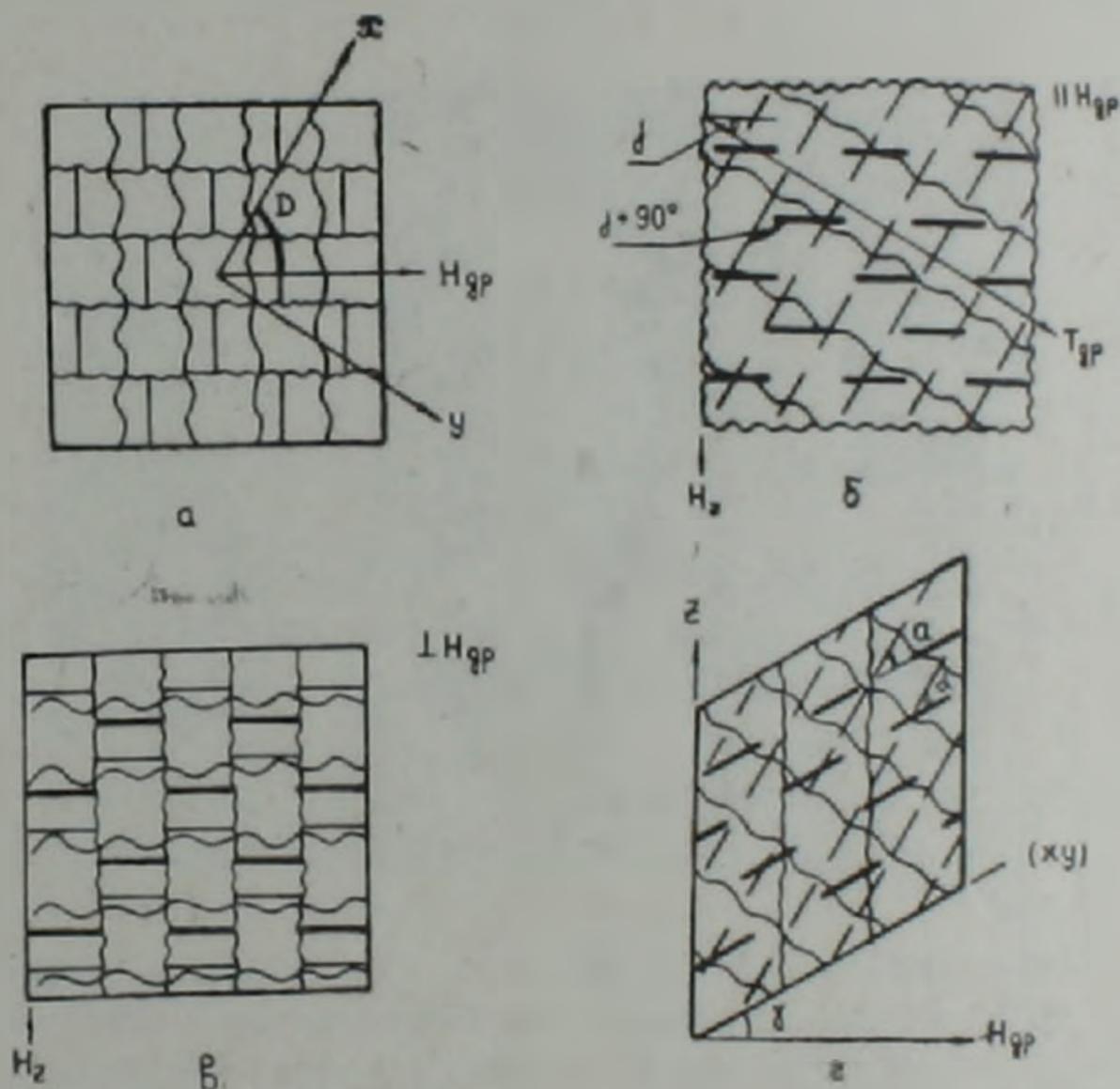


Рис. 2. Схема палеомагнитной слоистости: а—в горизонтальной плоскости; б—в вертикальной плоскости, параллельной магнитному меридиану  $T_{gr}$  (II;  $H_{gr}$ ); в—в вертикальной плоскости, перпендикулярной магнитному меридиану  $T_{gr}$  (I;  $H_{gr}$ ); г—в вертикальной плоскости под углом  $j$  относительно магнитного меридиана. Простая линия—направление гравимагнитной слоистости, жирная линия—направление гравитационной слоистости, крупноволнистая линия—направление магнитной слоистости I вида, мелковолнистая линия—направление магнитной слоистости II вида

перпендикулярны направлению полного вектора геомагнитного поля эпохи образования осадка, т. е. направлению движения частиц при осадконакоплении, и наклонены относительно горизонтальной плоско-

сти под углом  $(90^\circ + j)$ , где  $j$  — наклонение геомагнитного поля эпохи осадконакопления. Магнитные слои параллельны вектору геомагнитного поля, а их плоскости составляют угол  $j$  с горизонтальной составляющей этого же поля. Эта слоистость названа нами магнитной слоистостью I вида. Магнитные слои II вида параллельны магнитному меридиану древнего геомагнитного поля и составляют  $90^\circ$  относительно горизонтальной плоскости.

С целью дальнейшей проверки высказанных предположений о возникновении палеомагнитной слоистости в осадочных породах вследствие ориентирующего действия геомагнитного поля в процессе осаждения частиц были проведены опыты по переосаждению в лабораторных условиях. Опыты проводили по общепринятой методике, известной из работ (4-8). Осаждение проводили в стеклянных трубках диаметром 5,6 см и высотой 2,60 м. Для осаждения использовали глины из района с. Арпи. Ежедневно засыпали в трубки не более 10 г глинистой суспензии. Общая длительность переосаждения превышала 6 месяцев.

Как видно из фотографий осадков (рис. 3), толщина осадка в се-

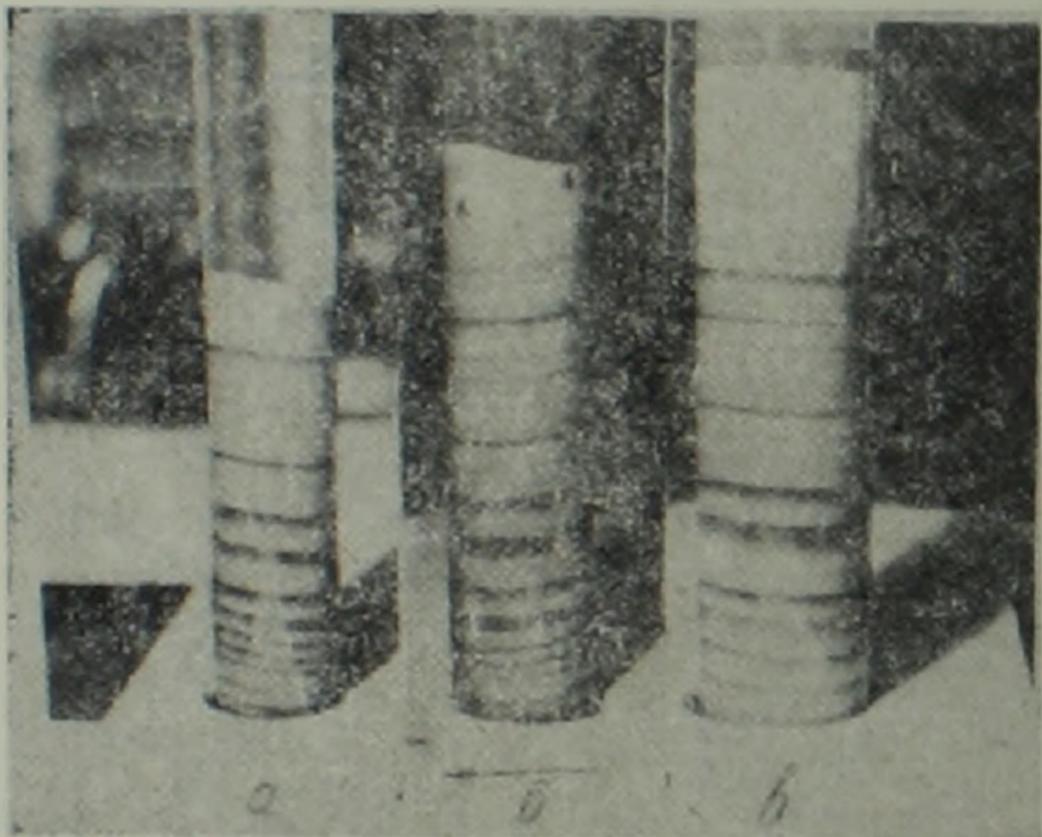


Рис. 3 Результаты переосаждения глин: а и б—в земном магнитном поле; в—при сканировании сосуда пермоллом. Стрелкой указано направление геомагнитного меридиана. В момент А сосуд повернули на  $180^\circ$  относительно вертикальной оси

верном направлении больше, чем в южном, т. е. подтверждается наше мнение, что при осаждении имеет место движение частиц в сторону севера. Следовательно, при других равных условиях пласты в северном направлении должны иметь большую мощность и более высокую относительную глинистость, чем в южном. Большая мощность с севера и меньшая—с юга должна приводить к образованию наклонных слоев относительно горизонтальной плоскости. При этом возникающая слоистость, названная гравимагнитной слоистостью, составляет угол, близкий к магнитному наклонению на месте осаждения. Разница между направлением гравимагнитной слоистости и магнитным наклоне-

нием в нашем эксперименте, по-видимому, объясняется небольшой высотой (2,60 м) стеклянных труб, в которых производили переосаждение. При такой высоте не все частицы успевают ориентироваться в жидкости по направлению геомагнитного поля, вследствие чего многие частицы осаждаются вертикально, уменьшается количество частиц со стороны севера и тем самым наклон гравимагнитной слоистости. Между тем в эксперименте могла иметь место и обратная картина — увеличение мощности осадка с севера, т. е. увеличение наклона видимых на фотографии «микрослоев» из-за ограничивающего действия стенки стеклянной трубки, в связи с чем было затруднительно количественно установить соответствие угла наклона слоев наклонению геомагнитного поля.

Для проверки достоверности выводов относительно возникновения гравимагнитной слоистости под влиянием геомагнитного поля, приводящего к наклону слоистости относительно горизонтальной плоскости, стеклянные трубки были повернуты на  $180^\circ$  вокруг вертикальной оси. Таким образом в опыте изменяли направление действия лабораторного (в опыте — геомагнитного) поля. Как видно (рис. 3), азимут слоистости, возникшей после изменения направления поля, изменялся на  $180^\circ$ . Чтобы окончательно убедиться, что направление слоистости относительно горизонтальной плоскости является следствием влияния магнитного поля, аналогичные опыты по переосаждению проводили в стеклянных сосудах, экранированных пермаллоевыми экранами. Как видно на рис. 3, в, при экранировании все слои расположены горизонтально, т. е. частицы осаждаются под действием силы тяжести, без «направляющего» эффекта магнитного поля. Здесь уместно отметить результаты опытов А. Я. Власова и Г. В. Коваленко (4) при изучении анизотропии искусственных осадков и осадочных пород, установивших, что частицы своими длинными осями выровнены преимущественно в направлении магнитного поля, действовавшего в процессе осадконакопления.

Таким образом, результаты переосаждения в лабораторных условиях подтверждают наши предположения о наличии в осадочных породах гравимагнитных слоев, обусловленном геомагнитным полем эпохи их осадения. Слоистость по направлению магнитного поля (магнитная слоистость) в экспериментах визуально не заметна. Эти слои могут быть выявлены путем изучения петрографических шлифов больших размеров, изготовленных перпендикулярно направлению ориентационной намагниченности пород. Предварительное изучение шлифов различных пород с помощью диапросекторов показывает наличие в ряде случаев четкой ориентации зерен по направлению первичной намагниченности.

Выявленная в породах палеомагнитная слоистость предопределяет анизотропию физических свойств среды, что в свою очередь предопределяет характер геофизических полей в пространстве. Палеомагнитная слоистость, являющаяся результатом ранее неизвестной, объективно существующей в природе закономерности формирования структуры породы в геомагнитном поле, предопределяет анизотропию физи-

ческих свойств среды, направления разрушения пород, направления максимальной проницаемости газа или жидкости, соотношения направлений осей палеоструктур и геомагнитного поля периода их заложения, ориентированность разломов и т. д. Наличие в породах палеомагнитной слонистости предопределяет и характер распределения геофизических полей на поверхности Земли, в скважинах и шахтах, что естественно требует учета с целью повышения точности и эффективности геологической интерпретации результатов многочисленных геофизических исследований.

Результаты переосаждения пород приводят к важному заключению о закономерностях пространственного распределения мощности и глинистости осадочных пород. Как отмечалось, в северном направлении магнитного поля эпохи образования осадков (при других идентичных условиях) мощность и глинистость их должна быть больше, чем в направлении юга, а в современных водных бассейнах, при прочих равных условиях, глубина в северном направлении должна быть меньше, чем в южном. Вывод о мощности осадочных пород, их глинистости и ее пространственном распределении может служить новым информативным параметром в общем комплексе геологических исследований осадочных формаций.

Ереванский  
государственный  
университет

Հ. Մ. ԱՎԵՅԱՆ, Գ. Գ. ՄԱՐԿՈՍՅԱՆ, Ս. Ռ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Մագնիսական դաշտի դերը մասնիկների նստեցման ժամանակ

Հողվածում դիտարկված է հնամագնիսական շերտայնության առաջացման տեսակետը նստվածքային ապարներում և փորձնական արդյունքները ստացված լարորատոր պայմաններում կազմային մասնիկների նստեցմամբ, երկրի մագնիսական դաշտի ազդեցության տակ: Ցույց է տրված, որ մասնիկները ջրային ալազանում նստեցման ժամանակ կողմնորոշվում են երկրի մագնիսական դաշտի ուղղությամբ և հետագա շարժումը ծանրության ուժի ազդեցության տակ տեղի է ունենում մագնիսական դաշտի ուղղությամբ: Մասնիկների կողմնորոշված շարժմամբ պայմանավորված, միներալների մասնիկները բաշխվում են ապարի մեջ օրինաչափորեն, որի հետևանքով առաջանում է աչքին անտեսանելի շերտայնություն, որը և անվանվում է հնամագնիսական շերտայնություն:

#### ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Г. М. Авчян, Г. В. Маркосян, Изв. АН АрмССР, Науки о Земле, т. 40, № 1, с. 63—66 (1987). <sup>2</sup> Г. М. Авчян, Г. Г. Маркосян, С. Н. Назаретян, Изв. АН АрмССР, Науки о Земле, т. 39, № 6, с. 49—54 (1986). <sup>3</sup> Г. М. Авчян, Т. А. Исмаил-Зиде, Г. Г. Маркосян и др., Изв. АН АрмССР, Науки о Земле, т. 10, № 4, 61—63, 1987. <sup>4</sup> А. Я. Власов, Г. В. Коваленко, в кн.: Настоящее и прошлое магнитного поля Земли, Наука, М., 1985. <sup>5</sup> Палеомагнитология (А. Н. Храмов, Г. Н. Гончаров, Р. А. Комиссарова и др.). Под ред. А. Н. Храмова, Наука, Л., 1982. <sup>6</sup> А. Н. Храмов, Изв. АН СССР, Сер. физика Земли, № 1, с. 115—118, 1968. <sup>7</sup> А. Н. Храмов, Д. Е. Шоло, Палеомагнетизм. Принципы, методы и геологические приложения палеомагнитологии, Недра, Л., 1967. <sup>8</sup> А. Н. Шмелева, в кн.: Палеомагнитно-стратиграфические исследования (Труды ВНИГРИ вып. 204), Л., 1963.

УДК 577.158

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

К. В. Даноян, С. А. Агаджанян, С. Г. Аветисян, Л. В. Карабашян

Модификация глутаматдегидрогеназы печени быка  
 1-этил-3-(3-диметиламинопропил)карбодимидом

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР К. Г. Карагесяном 11/IV 1988)

Карбодимиды, в особенности их водорастворимые формы, в последнее время широко используются для химической модификации карбоксильных групп остатков аспарагиновой и глутаминовой кислот в белках и ферментах (<sup>1-7</sup>). Карбодимид, взаимодействуя с протонированной карбоксильной группой, приводит к образованию O-ацилизомочевины, которая, будучи нестабильным соединением, либо изомеризуется до N-ацилмочевины, либо в присутствии нуклеофильных агентов взаимодействует с ними, высвобождая при этом мочевины (<sup>1-8</sup>). Следует отметить, что образующаяся N-ацилмочевина крайне неустойчива в щелочных средах. Вследствие этого при мягкой щелочной обработке происходит регенерация модифицированных карбоксильных групп белка (<sup>1</sup>). При химической модификации белков и ферментов следует также учитывать, что карбодимиды в определенных условиях могут взаимодействовать и с SH-группами остатков цистеинов (<sup>9</sup>), а также с OH-группами остатков тирозинов (<sup>10</sup>). Однако образующиеся при этом продукты реакции, в отличие от N-ацилмочевины, стабильны в щелочных средах (<sup>1-8</sup>). Использование в качестве модифицирующих реагентов карбодимидов позволило выявить участие карбоксильных групп в функционировании некоторых ферментов, в частности, цитохром C оксидазы (<sup>4</sup>), митохондриальной АТФазы (<sup>3</sup>), различных аминоацил-тРНК-синтетаз (<sup>5-6</sup>), креатинкиназы (<sup>7</sup>).

В настоящем сообщении приведены данные по результатам изучения модификации глутаматдегидрогеназы (ГДГ) водорастворимым карбодимидом 1-этил-3-(3-диметиламинопропил)карбодимидом (далее—карбодимид), которое проводили с целью выяснения роли некоторых групп этого фермента в его функционировании.

ГДГ из печени быка получали по ранее описанному методу (<sup>11</sup>). Ферментативную активность определяли по изменению экстинкции в полосе поглощения кофермента (340 нм) в условиях, описанных в работе (<sup>12</sup>). Модификацию ГДГ карбодимидом проводили в 0,1 М MOPS/KOH или HEPES/KOH буферах, содержащих 0,1 М NaCl.

На рис. 1, а и б показаны кинетические зависимости активности ГДГ от времени инкубации в растворах с различной концентрацией карбодимида при pH 5,5 и аналогичные зависимости при инкубации

фермента в растворах, содержащих 50 мМ карбодимид при различных рН. Как видно из приведенных данных, взаимодействие ГДГ с карбодимидом сопровождается инактивацией фермента. Анализ этих данных в полупологарифмических координатах показал, что процесс инактивации подчиняется кинетике псевдо-первого порядка и константа

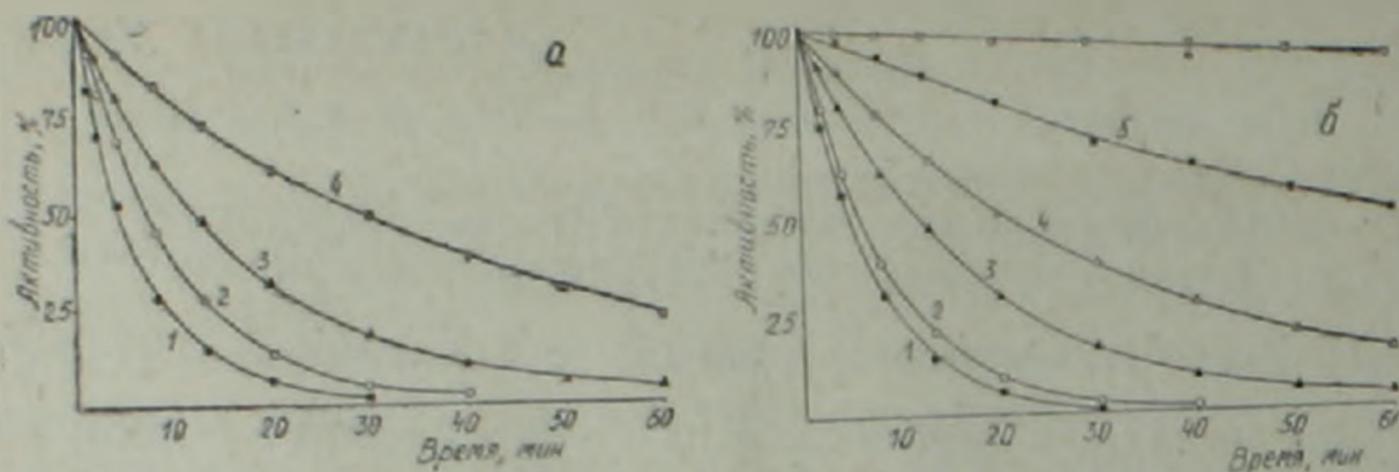


Рис. 1. а) Кинетика инактивации ГДГ при инкубации в растворах, содержащих различные концентрации карбодимида (мМ): 1—170, 2—100; 3—50; 4—20; рН инкубационной смеси 5,5.

б) Аналогичные зависимости при вариации рН инкубационной смеси: 1—5,0; 2—5,2; 3—5,5; 4—5,7; 5—6,0; 6—6,5; концентрация карбодимида—50 мМ. Концентрация ГДГ—0,5 мг/мл, температура инкубации 25°C

скорости инактивации повышается с повышением концентрации карбодимида и понижением рН инкубационной среды. Порядок реакции по концентрации ингибитора, оцененный по методу (13), при различных рН варьирует в пределах 0,85—1,05, что позволяет предположить, что инактивация фермента обусловлена модификацией единственной группы ГДГ. Как показало изучение рН-зависимости константы скорости инактивации, кажущаяся рК инактивации не превышает 5,5. Это обстоятельство указывает на то, что карбодимид взаимодействует с одной из карбоксильных групп фермента. Попытка восстановления ферментативной активности модифицированной ГДГ обработкой инкубационной смеси в слабощелочной среде (рН 9,0) не увенчалась успехом. Эти данные позволяют предположить, что образующаяся в результате реакции *O*-ацелизомочевина подвергается атаке внутримолекулярной нуклеофильной группой. Не исключено, что ответственной за инактивацию ГДГ является эта нуклеофильная группа фермента. Однако, как показали проведенные исследования, фермент инактивируется под влиянием карбодимида также и в присутствии экзогенного нуклеофильного агента—метилового эфира глицина (1 М). Следовательно, обсуждаемая инактивация ГДГ является следствием блокирования протонированной карбоксильной группы фермента. Следует отметить, что карбодимид в этих условиях вызывает инактивацию ГДГ как в реакциях с бикарбоксильными субстратами фермента (2-оксоглутаратом и глутаматом), так и в реакциях с монокарбоксильными субстратами (пируватом, 2-оксовалериатом, аланином и валином). Эти данные позволяют предполагать, что модифицируемая карбоксильная группа, скорее всего, принимает участие в катализе. Приведенные результаты подтверждают гипотезу, выдвинутую Райфом и Клеландом (14), согласно которой механизм реакций, катализируемых ГДГ, вклю-

чающий в себя стадию образования карбиноламина, происходит с участием карбоксильной группы фермента с рК около 5,2.

Из данных, приведенных на рис. 1, б, видно, что при рН 6,5 и выше инкубация ГДГ с карбодимидом не приводит к заметной инактивации фермента. Однако, как это видно из данных, приведенных на рис. 2, при добавлении в реакционную смесь НАДН и 2-оксоглутарата (кофермента и субстрата) происходит инактивация фермента при значениях рН 6,5 и выше. Следует отметить, что подобный эффект не наблюдается при добавлении каждого из этих компонентов в отдельности. Анализ кинетических зависимостей (рис. 2) в полулогарифмических координатах показал, что процесс инактивации подчиняется ки-

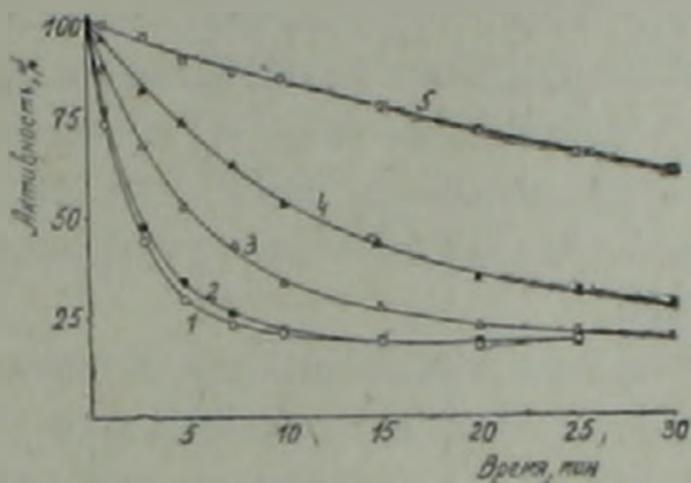


Рис. 2. Кинетика инактивации ГДГ 50 мМ карбодимидом в присутствии 0,2 мМ НАДН и 10 мМ 2-оксоглутарата при вариации рН инкубационной смеси: 1—6,5; 2—7,0; 3—7,5; 4—8,0; 5—8,5. Концентрация ГДГ—0,5 мг/мл, температура инкубации 25°C

нетике псевдо-первого порядка. Судя по рН-зависимости константы скорости инактивации ГДГ рК инактивации составляет 7,4—7,8, что позволяет предположить о взаимодействии карбодимида с SH-группой остатка цистеина или OH-группой остатка тирозина фермента. Следует отметить, что при добавлении в реакционную среду, наряду с коферментом и субстратом, метилового эфира глицина (конечная концентрация 1 М) не происходит заметной инактивации фермента. Это обстоятельство свидетельствует о том, что в отсутствие экзогенного нуклеофила активированная карбодимидом группа белка взаимодействует с внутримолекулярной нуклеофильной группой. Вследствие этого можно предположить, что инактивация фермента является следствием блокирования этой нуклеофильной группы. В связи с этим следует заметить, что 80%-ная инактивация фермента, при его обработке карбодимидом в присутствии специфических лигандов, наблюдается лишь в реакциях превращения бикарбоксильных субстратов (2-оксоглутарата и глутамата). В реакциях же превращения монокарбоксильных субстратов (пирувата, 2-оксовалериата, аланина и валина) заметного изменения ферментативной активности не происходит. Эти данные однозначно свидетельствуют о том, что ни одна из групп, участвующих в образовании внутримолекулярной «сшивки» (группа, акти-

вируемая карбодимидом, и взаимодействующий с ней нуклеофил), непосредственного участия в катализе не принимает. Изучение каталитических характеристик ГДГ показало, что при модификации карбодимидом в присутствии НАДН и 2-оксоглутарата наряду с инактивацией фермента в реакциях превращения бикарбоксильных субстратов происходит понижение значений  $K_m$  субстратов (от 0,6 мМ до 0,2 мМ для 2-оксоглутарата и от 3,5 мМ до 1,5 мМ для глутамата). Значения же  $K_m$  коферментов (НАДН и НАД) существенных изменений не претерпевают. Эти данные, очевидно, свидетельствуют о том, что модификация ГДГ сопровождается улучшением сродства бикарбоксильных субстратов к ферменту. Этот эффект, по всей видимости, обусловлен фиксацией путем образования внутримолекулярной «сшивки» специфической конформации ГДГ, которую она приобретает при образовании тройного комплекса фермент-НАДН-2-оксоглутарат. Однако образование внутримолекулярной «сшивки» приводит также и к ограничению конформационной подвижности ГДГ, что, по всей видимости, и определяет потерю ферментом активности в реакциях превращения бикарбоксильных субстратов.

Таким образом, проведенные исследования позволили установить, что при pH ниже 6,5 карбодимид взаимодействует с карбоксильной группой ГДГ с рК ионизации  $< 5,5$ , принимающей участие в ферментативном катализе. В области же pH 6,5—8,5, в присутствии насыщающих концентраций НАДН и 2-оксоглутарата, карбодимид способствует образованию внутримолекулярной «сшивки», приводящей к фиксации конформации ГДГ, которую фермент приобретает при образовании Михаэлисова комплекса с коферментом и субстратом.

Институт экспериментальной  
биологии Академии наук  
Армянской ССР

Կ. Վ. ԴԱՆՈՅԱՆ, Ս. Ա. ԱՂԱՋԱՆՅԱՆ, Ս. Հ. ԱՂԵՏԻՍՅԱՆ, Է. Վ. ԿԱՐԱՔԱՇՅԱՆ

Քլուտամատ դեհիդրոգենազի մոդիֆիկացիան  
1-էթիլ-3-(3-դիմէթիլամինոպրոպիլ)կարբոդիմիդով

Բացահայտված է, որ գլուտամատ դեհիդրոգենազի ինկուբացիան 1-էթիլ-3-(3-դիմէթիլամինոպրոպիլ)կարբոդիմիդի հետ pH-ի 6,0 և ցածր արժեքների դեպքում հանգեցնում է վերջինիս կողմից ֆերմենտի  $pK < 5,5$  իոնիզացիայի արժեքով կարբոքսիլ խմբի բլոկադայի, որը մասնակցում է ֆերմենտատիվ կատալիզում: pH-ի շեղոք արժեքների դեպքում (6,5—8,5) վերականգնված կոֆերմենտի և սուբստրատի (2-օքսոգլուտարատի) հազեցած կոնցենտրացիաների ներկայութեամբ, կարբոդիմիդը բերում է միջմոլեկուլյար կապերի առաջացման, որոնք ֆիքսում են ֆերմենտի այն կոնֆորմացիան, որը նա ստանում է կոֆերմենտի և սուբստրատի հետ Միքաէլիսի կոմպլեքսի ղոյացման ժամանակ:

ЛИТЕРАТУРА — ҶУМҶУМЌИ ҶУМЌИ

- <sup>1</sup> K. L. Carraway, D. E. Koshland Jr., in: *Methods Enzymol.*, v. 25, pt. B Eds C. H. W. Hirs, S. N. Timashell, N. Y. Acad. Press, 1972, p. 616—623 (1972).  
<sup>2</sup> C. Lau, F. M. Richards, *Biochemistry*, 1976, v. 15, p. 3856—3863. <sup>3</sup> R. Pongede, M. Satre, P. V. Vignals, *Biochemistry*, v. 18, p. 1408—1413 (1979). <sup>4</sup> R. P. Casey, M. Thelen, A. Azzl, *J Biol. Chem.*, v. 255, p. 3894—3900 (1980). <sup>5</sup> И. И. Горшкова, О. И. Лаврик, В. В. Филиппов, *Молекулярная биология*, т. 15, с. 62—70 (1981).  
<sup>6</sup> М. К. Нурбеков, Е. С. Суджова, О. О. Фаворова, *Биоорганическая химия*, т. 8, с. 200—207 (1982). <sup>7</sup> Г. А. Невинский, М. Г. Галерниц, *Биоорганическая химия*, т. 13, с. 494—505 (1977). <sup>8</sup> F. Kurzer, K. Douglah-Zadik, *Chem. Rev.*, v. 67, p. 107—152 (1967).  
<sup>9</sup> K. L. Carraway, R. B. Triplett *Biochim. et Biophys. Acta*, v. 200, p. 504—511 (1970). <sup>10</sup> K. L. Carraway, D. E. Koshland Jr., *Biochim. et Biophys. Acta*, v. 160, p. 272—274 (1978). <sup>11</sup> С. А. Агаджанян, А. А. Арутюнян, Л. В. Карабашин, *Биоорганическая химия*, т. 10, с. 1171—1176 (1984). <sup>12</sup> С. А. Агаджанян, Л. В. Карабашин, *Биохимия*, т. 47, с. 1022—1026 (1982). <sup>13</sup> H. M. Levy, P. D. Leber, E. M. Ryan, *J. Biol. Chem.*, v. 238, p. 3654—3659 (1963). <sup>14</sup> E. J. Rife, W. W. Cleland, *Biochemistry*, v. 19, p. 2328—2333 (1980).

УДК 612.173.1.015.1:577.152.273

БИОХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР К. Г. Карагезян, Г. О. Меликсетян,  
 З. С. Мкртчян, С. С. Овакимян, А. Р. Мартикян, Ж. И. Акопян

Участие фосфолипидов в регуляции  
 активности креатинкиназы сердечной мышцы человека

(Представлено 14/III 1988)

Результатами исследований последних лет установлено, что центральную роль в процессе внутриклеточного транспорта энергии в мышцах, в регуляции энергетического метаболизма и сокращения сердечной мышцы играет креатинфосфат—креатинкиназная система (1-3). В связи с этим заслуживает внимания изучение закономерностей влияния различных метаболитов на регуляцию активности креатинкиназы (КК).

Фосфолипиды, составляющие преобладающую часть липидов биологических мембран, выступают не только в роли факторов, участвующих в структурной организации этих образований, но выполняют также важную в функциональном отношении миссию. Они фигурируют как соединения, создающие определенное липидное окружение, характерное своей гидрофобностью, имеющей важнейшее значение в регуляции физико-химических свойств белков клеточных мембран, что обуславливает изменение активности многочисленных мембраносвязанных липидзависимых ферментов (4-6). Имеющиеся литературные данные свидетельствуют о роли фосфолипидов как аллостерических эффекторов для некоторых ферментов (4-6), а также не исключают возможности их прямого участия в качестве коферментов или специфических кофакторов ферментов (7-8).

Известно, что на мембранах митохондрий КК связывается с кардиолипином, и активность КК может регулироваться в результате обратимого связывания с ним. Поскольку изоферменты КК функционально идентичны (1-2), то представляется интересным исследование влияния фосфолипидов на каталитические свойства цитозольной ММ (мышечной) КК из сердца человека, тем более, что сведения о влиянии фосфолипидов на функциональные показатели сердечно-сосудистой системы и сократительную способность миокарда весьма малочисленны.

Выделение и очистку ММ КК проводили по методу (9). Активность фермента в обратной реакции определяли колориметрическим методом (10).

Как явствует из данных, приведенных на рис. 1, фосфатидилинозитол, фосфатидилхолин и лизофосфатидилхолин оказывают ингибирующее действие на активность КК, степень которого зависит от концентрации фосфолипидов и достигает 80—100% от исходной актив-

ности. Примечательно, что фосфатидилхолин ингибирует фермент в концентрациях, значительно меньших, чем лизофосфатидилхолин и фосфатидилинозит. Для выяснения специфичности действия необходимы более детальные кинетические исследования, что входит в наши дальнейшие планы.

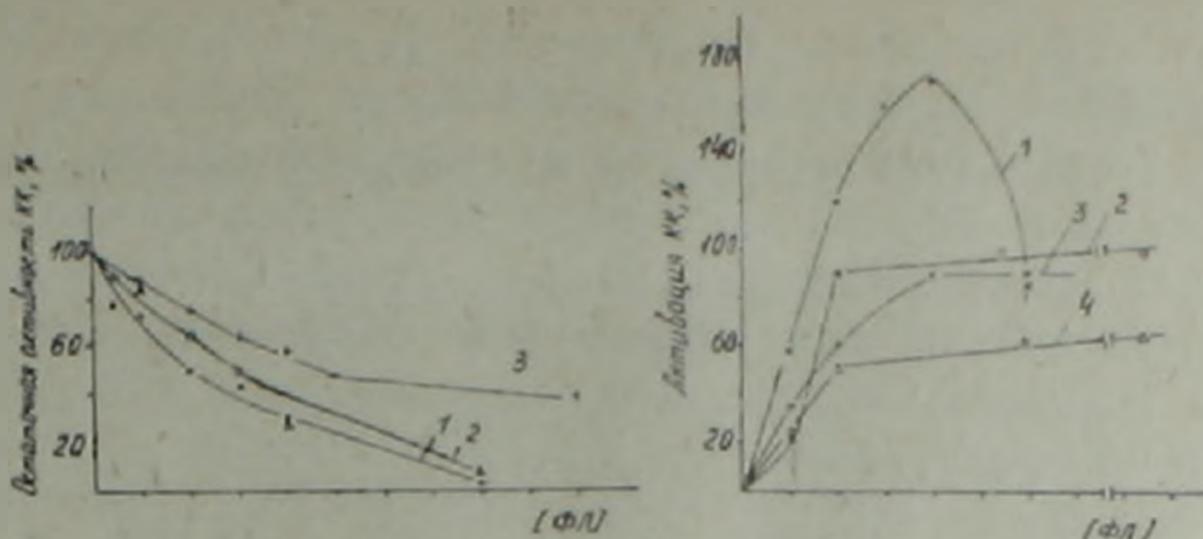


Рис. 1. Концентрационная зависимость ингибирующего действия фосфолипидов на активность КК: 1—фосфатидилинозитол (диапазон концентраций в инкубационной смеси  $2 \times 10^{-5}$ — $1 \times 10^{-4}$  М); 2—лизофосфатидилхолин ( $8 \times 10^{-6}$ — $2 \times 10^{-4}$  М); 3—фосфатидилхолин ( $7 \times 10^{-5}$ — $2 \times 10^{-3}$  М)

Рис. 2. Концентрационная зависимость активирующего действия фосфолипидов на активность КК: 1—фосфатидная кислота (диапазон концентраций в инкубационной смеси  $1 \times 10^{-3}$ — $8 \times 10^{-2}$  М); 2—фосфатидилсерин ( $6 \times 10^{-3}$ — $3 \times 10^{-2}$  М); 3—кардиолипин ( $1 \times 10^{-3}$ — $6 \times 10^{-1}$  М); 4—фосфатидилхолин дипальмитоил ( $9 \times 10^{-6}$ — $9 \times 10^{-1}$  М)

Данные рис. 2 свидетельствуют об активирующем действии на КК фосфатидной кислоты, кардиолипина, фосфатидилсерина и фосфатидилхолин дипальмитоила. Интересно заметить, что в случае фосфатидной кислоты активность фермента повышается до 170%, кардиолипина и фосфатидилсерина до 90—100%, а фосфатидилдипальмитоила до 60%.

Поскольку КК является диссоциирующей ферментной системой

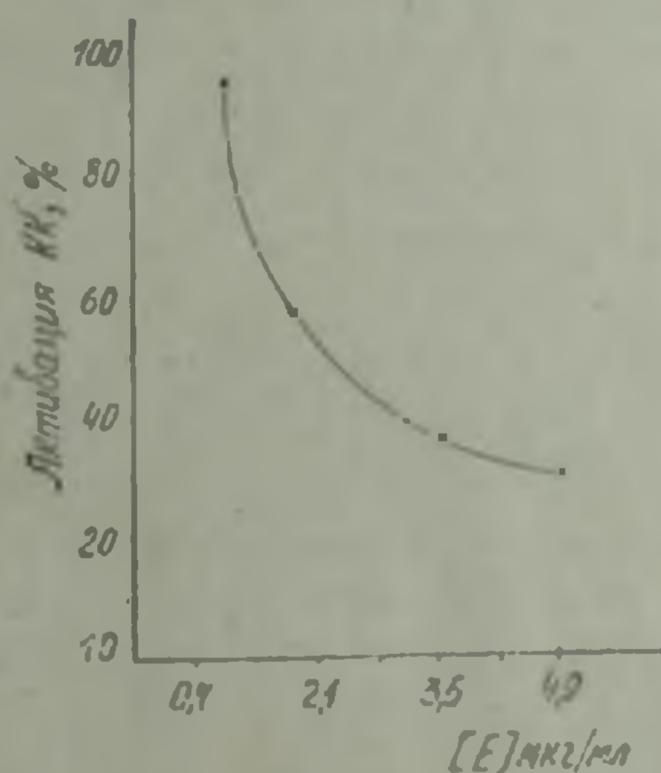


Рис. 3. Зависимость активирующего действия фосфатидной кислоты от концентрации КК. Концентрация фосфатидной кислоты— $3 \times 10^{-3}$  М

(<sup>1</sup>), то можно предположить, что фосфолипиды, по-видимому, смещают динамическое равновесие  $MM \rightleftharpoons M+M$  в сторону образования более активных мономерных форм. С целью подтверждения высказанной мысли были предприняты специальные исследования по изучению влияния фосфатидной кислоты на активность КК, использованной в разных концентрациях. Результаты, представленные на рис. 3, показывают, что в случае малых концентраций фермента, при достаточной степени вероятности смещения динамического равновесия в сторону мономеров, активирующее действие фосфатидной кислоты оказывается намного сильнее. По всей вероятности, присутствие фосфолипидов ускоряет процесс образования кинетически более активных мономерных форм. Не исключена также возможность существования на молекуле фермента аллостерических участков, через которые и осуществляются связывание фосфолипидов и реализация их ингибирующего или активирующего действия.

Сложность в детализации и интерпретации полученных результатов с позиции освещения механизмов действия фосфолипидов как аллостерических эффекторов состоит в отсутствии детальных кинетических исследований, которые оказались бы принципиальными в объяснении природы взаимодействия фосфолипид—креатинкиназа.

Институт экспериментальной биологии  
Академии наук Армянской ССР

ՀԱՅԿ ՎԱՐՊՔԱԿԻԳ ԱՆԳՈՒՄ Կ. Գ. ՂԱՐԱԿՅՈՋՅԱՆ, Գ. Հ. ՄՆԸԲՍԵՆՔՅԱՆ,  
Չ. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Ս. Ս. ՀՈՂԱԿՈՄՅԱՆ, Հ. Ռ. ՄԱՐՏԻՍՅԱՆ, Ճ. Ի. ՀԱԿՈՐՔԵԱՆ

Ֆոսֆոլիպիդների մասնակցությունը մաքուր սրտամկանի  
կրեատինկինազի ակտիվության կարգավորման գործում

Կրեատինկինազի համասեռ պատրաստուկների վրա ցույց է տրված, որ ֆոսֆատիդիլինոզիտոլը, ֆոսֆատիդիլսոլինը, լիզոֆոսֆատիդիլսոլինը ճրնշում են ֆերմենտի ակտիվությունը 80—100%-ով: Ֆոսֆոլիպիդների մեկ այլ խումբ՝ ֆոսֆատիդաթթուն, ֆոսֆատիդիլսերինը, կարդիոլիպինը և ֆոսֆատիդիլսոլին-դիպալմիտոլը—բարձրացնում է ֆերմենտի ակտիվությունը 20—160%-ով: Ընդ որում այդ բարձրացումը կախված է ինչպես ֆոսֆոլիպիդների խտությունից, այնպես էլ՝ ֆերմենտի:

#### ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> В. А. Сакс, Усп. биологии и химии, т. 24, с. 40—64 (1983). <sup>2</sup> Т. Ю. Липская, Биол. науки, т. 9, с. 5—15 (1986). <sup>3</sup> S. P. Bessman, W. C. T. Yang, P. Glier, с. а., Biochem and biophys Res Comm., v. 96, p. 448—452 (1981). <sup>4</sup> Биоксиданты и регуляции метаболизма в сердце и патология, Наука, М., 1982. <sup>5</sup> Мюннозит и фосфоинозитиды, Наука, М., 1987. <sup>6</sup> С. С. Cunningham, L. P. Hager, J. B. C., v. 24<sup>6</sup>, № 6, p. 1575—1582 (1971). <sup>7</sup> Х. Микелсаар, И. И. Северина, В. И. Скулачев, Усп. совр. биологии, т. 78, № 3 (6) (1974). <sup>8</sup> В. Г. Булгаков, А. А. Моргунов, М. В. Блещко, Бюлл. эксп. биологии и медицины, № 2, 1987. <sup>9</sup> Г. О. Меликсетян, З. С. Мкртчян, Ж. И. Акопян, Вопр. мед. науки, № 2, с. 112—116, 1987. <sup>10</sup> А. И. Еппор, H. Rosenberg, Biochem. J., v. 51, p. 606—610 (1952). <sup>11</sup> Г. А. Невинский, В. Н. Анкилова, О. И. Лаврик и др., Биохимия, т. 48, № 2, с. 339—349 (1983).

УДК 616.156.2

ФАРМАКОЛОГИЯ

Член-корреспондент АН АрмССР Э. С. Габриелян, С. Э. Акопов

**Влияние плазмы крови на тромбоцитарно сосудистые эффекты  
простациклина и антагонистов кальция**

(Представлено 9/IV 1988)

Воздействие на сосудистый тонус и агрегацию тромбоцитов является одной из основных целей фармакотерапии расстройств регионарного кровообращения. При этом необходимо учитывать, что эффект используемых лекарственных средств развивается в условиях постоянного воздействия на сосуды и тромбоциты разнообразных по природе и физиологической активности факторов плазмы. Показано, что физиологическая активность плазмы в патологии, в частности при сердечно-сосудистых заболеваниях, изменяется. Плазма приобретает способность влиять на сосудистый тонус и агрегацию тромбоцитов, приводя в основном к их повышению (<sup>1</sup>). Однако остается неясным, какое значение имеет данное явление для реализации сосудисто-тромбоцитарных эффектов лекарственных средств. Целью настоящей работы явилось изучение влияния плазмы на фармакодинамику простациклина (ПГІ<sub>2</sub>) и антагонистов кальция. Выбор этих препаратов определяется тем, что они реализуют свое воздействие на сосуды и тромбоциты двумя различными, но взаимодополняющими механизмами.

Проведен анализ влияния на сосуды и тромбоциты 20 образцов плазмы крови здоровых лиц и 69—больных с нарушениями мозгового кровообращения (ИМК). Среди них было 37 образцов плазмы больных атеросклеротической энцефалопатией и 32—больных инфарктом мозга. Используемые образцы добавлялись к исследуемым объектам в разведении 1:9.

Изучение влияния плазмы на агрегацию тромбоцитов и сократимость спиральной полоски сонной артерии кошки проводилось, как это было описано ранее (<sup>1, 2</sup>). В качестве индуктора агрегации использовали АДФ ( $10^{-5}$  М). Сосудистые препараты сокращались под действием калиевой деполяризации (50 мМ), ПГF<sub>2</sub> ( $10^{-5}$  М) и кофеина ( $10^{-4}$  М). Концентрация внутритромбоцитарного Ca<sup>2+</sup> оценивалась по флуоресценции кальциевого хелатора квин-2АМ на спектрофлуориметре РФ-500 (Япония) (<sup>3</sup>). Определение уровня циркулирующих иммунных комплексов (ЦИК) в образцах плазмы проводили методом преципитации ЦИК полиэтиленгликолем—6000 (<sup>4</sup>).

Анализ воздействия плазмы на агрегацию кровяных пластинок показал, что пробы плазмы здоровых лиц не оказывают в наших условиях существенного влияния на тромбоциты. Среди больных атеро-

склеротической энцефалопатией в 35% случаев, а больных инфарктом — в 41% случаев наблюдалось усиление агрегации под действием плазмы в 1,5–2 раза. Гораздо реже отмечали понижение агрегируемости клеток — всего в 11,5% случаев. В поисках причин подобного явления было изучено содержание в исследованных образцах плазмы ЦИК, мощных стимуляторов кровяных пластинок (1). Оказалось, что в пробах плазмы, которые оказывают стимулирующее действие на тромбоциты, содержание ЦИК составляет  $3,19 \pm 0,32$  отн. ед. ( $n=26$ ) а в пробах, не влиявших на них, — только  $0,85 \pm 0,12$  отн. ед. ( $n=34$ ,  $p < 0,01$ ). Допустимо, что уровень ЦИК является одной из причин, определяющих воздействие плазмы на кровяные пластинки.

Исследование влияния нифедипина и ПГ<sub>12</sub> на агрегацию тромбоцитов в контроле и в условиях влияния на них плазмы больных людей показало, что для проб плазмы, стимулирующей агрегацию кровяных пластинок, антиагрегантный эффект ПГ<sub>12</sub> понижается, менее четко аналогичное явление прослеживается и для нифедипина (табл. 1). При

Таблица 1

Влияние плазмы крови больных ИМК на функциональное состояние тромбоцитов

Исследуемый параметр	Контроль	В присутствии плазмы ( $n=20$ )
Агрегация тромбоцитов, %	59.0 $\pm 2.4$	79.1* $\pm 3.8$
Антиагрегантный эффект ПГ <sub>12</sub> , %	67.9 $\pm 1.9$	31.4** $\pm 4.1$
Антиагрегантный эффект нифедипина, %	70.8 $\pm 6.4$	51.2 $\pm 3.9$
Базальный уровень Ca <sup>2+</sup> в тромбоцитах, нмоль	66.7 $\pm 9.4$	94.3 $\pm 15.5$
Уровень Ca <sup>2+</sup> в стимулированных тромбоцитах, нмоль	256.5 $\pm 13.8$	599.2** $\pm 17.4$
Уровень Ca <sup>2+</sup> в стимулированных тромбоцитах на фоне ПГ <sub>12</sub>	125.7 $\pm 18.9$	418.6* $\pm 26.4$
Уровень Ca <sup>2+</sup> в стимулированных тромбоцитах на фоне нифедипина	95.6 $\pm 4.1$	147.2 $\pm 11.5$

Примечание. ПГ<sub>12</sub> и нифедипин использовались в концентрациях, соответствующих ЕС<sub>50</sub>. Здесь и в табл. 2 звездочками отмечены варианты, достоверно отличающиеся от контрольных цифр. Одна звездочка —  $p < 0,05$ , две —  $p < 0,01$ .

этом оказалось, что обладающие этим свойством образцы плазмы способны потенцировать поступление в цитозоль тромбоцитов Ca<sup>2+</sup>, способность же ПГ<sub>12</sub> и нифедипина препятствовать накоплению Ca<sup>2+</sup> в цитозоле уменьшается (табл. 1). Следовательно, можно заключить, что по крайней мере у части больных ИМК плазма приобретает свойство активировать тромбоциты и уменьшать их чувствительность к некоторым препаратам, причем в основе данного явления лежит увеличение поступления в тромбоциты при активации Ca<sup>2+</sup>.

Поскольку усиление поступления  $Ca^{2+}$  весьма важно и для изменений сосудистого тонуса, представлял интерес вопрос о возможности влияния плазмы и на реактивность сосудов. Для его изучения было отобрано 11 проб плазмы с максимальной выраженной способностью потенцировать агрегацию тромбоцитов и поступление в них  $Ca^{2+}$ . Оказалось, что эти пробы плазмы способны также усиливать сокращение спиральных полосок сонной артерии, вызванных  $PGF_2$  и калиевой деполяризацией, но не влияют на сокращение, вызванное кофеином (табл. 2). Поскольку кофеин вызывает сокращение в основном за счет мобилизации внутриклеточных запасов  $Ca^{2+}$ , вышеприведенные данные можно считать доказательством преимущественного влияния плазмы на потоки  $Ca^{2+}$  в гладкую мускулатуру извне (1). Усиление его поступления, по-видимому, объясняет уменьшение в присутствии этих образцов плазмы способности  $PGI_2$  и в меньшей степени нифедипина вызывать расширение сосудов (табл. 2).

Таблица 2

Влияние плазмы крови больных ИМК на функциональное состояние сосудов

Исследуемый параметр	Контроль	В присутствии плазмы (n=11)
Сокращение сосуда под действием $PGF_{2\alpha}$ , отн. ед.	4.93 ±0.30	9.10* ±0.65
Сокращение сосуда под действием калиевой деполяризации, отн. ед.	7.00 ±1.51	11.30* ±1.24
Сокращение сосуда под действием кофеина, отн. ед.	3.51 ±0.50	2.64 ±0.71
Сосудорасширяющий эффект $PGI_2$ ( $5 \cdot 10^{-6} M$ ), %	69.2 ±3.7	23.7* ±6.4
Сосудорасширяющий эффект нифедипина ( $2 \cdot 10^{-6} M$ ), %	51.4 ±4.6	24.3* ±8.9

Таким образом, проведенное исследование позволяет заключить, что у части больных ИМК имеет место изменение физиологической активности плазмы, которая приобретает способность потенцировать эффекты агентов, вызывающих спазм сосудов и развитие внутрисосудистой агрегации тромбоцитов. Это явление связано с нарушениями кальциевого гомеостаза кровяных пластинок и гладкомышечных клеток, приводящими к усилению поступления  $Ca^{2+}$  извне в их цитоплазму. При этом в большей или меньшей степени клетки утрачивают чувствительность к физиологическим и фармакологическим корректирующим агентам, в частности  $PGI_2$  и нифедипину. Следовательно, изменение физиологической активности плазмы может в какой-то мере обусловить вариабельность клинической эффективности данных агентов у больных ИМК. Можно рекомендовать воздействие на физиологическую активность плазмы в качестве одного из методов, как улучшающих состояние больного, так и влияющих на фармакодинамику используемых для его терапии лекарственных средств.

Остается не вполне ясным, какие именно изменения физико-хими-

ческих свойств плазмы ответственны за вышеописанные явления. Изменение уровня ЦИК, по-видимому, является лишь одним таким фактором. Необходимо также отметить, что плазма может приобрести и противоположные свойства, а именно подавлять агрегацию тромбоцитов. Вероятно, это наложит определенный отпечаток на течение заболевания у данных больных, в частности, может явиться причиной развития геморрагических осложнений. Во всяком случае ясно, что изменение свойств плазмы должно учитываться при обследовании больных ИМК и разработке тактики их терапии.

Ереванский  
медицинский институт

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ բոլորակից անդամ է. Ս. ԳԱԹՐԻԵԼՅԱՆ, Ս. Է. ՀԱԿՈԲՈՎ

Արյան պլազմայի ազդեցությունը պրոստացիկլինի և կալցիումի անտագոնիստների քրոմոբացիտառ-անորալին էֆեկտների վրա

Ցույց է տրված, որ գլխուղեղային շրջանառության ինտենսիվացումը տառապող հիվանդների արյան պլազման ձեռք է բերում ունակություն ուժեղացնել թրոմբոցիտների ադրեյացիան, ախտների կրճատումը և թուլացնել պրոստացիկլինի և կալցիումի անտագոնիստների ազդեցությունը նրանց վրա:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Վ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- <sup>1</sup> Э. С. Габриелян, С. Э. Акопов, Клетки крови и кровообращение, Ереван, 1985  
<sup>2</sup> Э.С. Габриелян, С. Э. Акопов, С. М. Ерзинкян и др. Сов. медицина, № 5, 1987.  
<sup>3</sup> K. Tsten, T. Pozzan, T. Rink, J. Cell Biol, v. 94, № 2 (1982)    <sup>4</sup> П. В. Барановский, В. С. Данилишина. Лаб дело, № 5 (1982).    <sup>5</sup> K. Saida, C. Van Breemen, Blood Vessels, v. 20, № 3 (1983).