

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

Том 98 № 1

1998

Խմբագրական խորհուրդ

Գ.Ա.ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. թեկնածու (պատ. քարտուղար), Է.Գ.ԱՖՐԻԿՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Գ.Ե.ԲԱԴՂԱՍՍՐՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Է.Ս.ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Վ.Վ.ԴՈՎԼԱՏՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ա.Ա.ԹԱԼԱԼՅԱՆ Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Վ.Յ.ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Կ.Գ.ՂԱՐԱԳՅՈՉՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Յու.Յ.ՇՈՒԶՈՒՐՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Ֆ.Տ.ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս, Դ.Մ.ՍԵՂՈՒԿՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Վ.Բ.ՖԱՆԱՐԶՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս

Редакционная коллегия

Դ.Ա.ԱՐԶՄԱՆՅԱՆ, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э.Г.АФРИКЯН, академик НАН Армении, Г.Е.БАГДАСАРЯН, академик НАН Армении, Э.С.ГАБРИЭЛЯН, академик НАН Армении, В.В.ДОВЛАТЯН, академик НАН Армении (зам. отв. редактора), В.О.КАЗАРЯН, академик НАН Армении, К.Г.КАРАГЕЗЯН, академик НАН Армении, Ф.Т.САՐԿԻՍՅԱՆ, академик НАН Армении, Д.М.СЕДРАКЯՆ, академик НАН Армении (отв. редактор), А.А.ТАԼԱԼՅԱՆ, академик НАН Армении, Ю.Г.ШУКУРЯՆ, академик НАН Армении, В.В.ՓԱՆԱՐԴՅԱՆ, академик НАН Армении

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Գ.Գ.Էմին – *Mod կատեգորիայի ժառանգական և ուժեղ խիստ ռադիկալները* 3

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Վ.Կ.Բրուտյան, Ա. Ռ. Բադալյան – *Մասնակի ածանցյալներով պարարունիկ հավասարումով նկարագրվող կառավարելի համակարգի ասիմպտոտիկ կայունությունը* 9

ՀԱՇՎ ՈՂԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Հ.Բ.Ներսիսյան – *Պարամետրական մոտարկում և նրա որոշ կիրառություններ* 23

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ա.Մ.Սիմոնյան, Ն.Տ.Սուրճյան – *Թելիկային կոմպոզիտներից պատրաստված փաթեթների ջերմային ընդարձակման հետազոտությունը* 31

ՀԻՂՈՍԵԽԱՆԻԿԱ

Յու. Լ. Ջավադյան, Ս. Ս. Ղազարյան – *Արարատյան հարթավայրի ստորերկրյա ջրերի ֆիլտրացիոն եզրային խնդիրների վերաբերյալ* 38

ԷԼԵԿՏՐԱՌԱՉԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ս.Ա.Մելքունյան – *Կիսաանվերջ ուղղաձիգ ճեղքով թուլացված պիեզակերամիկական կիսահարթության համաչափ կոնտակտային էլեկտրաառաձգականության խնդիրը* 45

ՖԻԶԻԿԱ

Վ.Մ.Հարությունյան, Կ.Բ.Մաթևոսյան – *էլեկտրալումինեսցենցիան վարիզոնային կիսահաղորդիչներում ոչ հիմնական լիցքակիրների երկկողմանի ինժեկցիայի բարձր մակարդակի դեպքում* 53

ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Կ.Գ.Իսախանովա, Վ.Ն.Վերբենկո, Ժ.Ա.Կծոյան, Ն.Ն.Սարգսյան, Կ.Գ.Ղարազյոզյան, Ի.Վ.Վարդերեսյան – *S. derby K89-ից pSD 89Sm^r պլազմիդայով տրանսֆորմացված Salmonella derby և Escherichia coli բակտերիալ քլիջների ռադիոզգայնության փոփոխությունը* 58

Ն.Ն.Սարգսյան, Ա.Վ.Ասոյան, Ժ.Ա.Կծոյան, Վ.Յու.Հարությունյան, Ջ.Հ.Գևորգյան, Կ.Գ.Ղարազյոզյան – *Կլինիկական նյութից անջատված Salmonella ցեղի բակտերիաների զգայնությունը հակաբակտերիալ դեղամիջոցների նկատմամբ* 62

Ա.Ջ.Փեփոյան, Մ.Ա.Բալայան, Գ.Գ.Բադալյան, Կ.Գ.Ղարազյոզյան – *Salmonella derby ոչ պլազմիդային ռադիոռեզիստենտ քլիջների որոշ առանձնահատկությունների մասին* 66

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Ռ.Ա.Հարությունյան, Ռ.Գ.Քոչարյան, Ա.Շ.Անտոնյան, Լ.Ա.Ասատուրյան – *Բարձրագույն նյարդային գործունեության տարրեր տիպերի օչխարների ջերմակարգավորման առանձնահատկությունները* 71

Ռ.Ա.Հարությունյան, Զ.Ռ.Հարությունյան, Ս.Շ.Մարտիրոսյան, Ա.Վ.Ոսկանյան – *Օձի թույնի ազդեցությունը օրգանիզմի ջերմային հոմեոստազի կարգավորման վրա* 75

Զ.Վ.Ղազարյան, Ա.Ս.Տիրայան, Ս.Ա.Մարկոսյան, Ռ.Ռ.Հակոբյան – *Ծովախոզուկի միզածորանի տարրեր հատվածների պեյսմեկերային ակտիվության համեմատական քննությամբ* 79

Ա.Ռ.Սարգսյան, Հ.Հ.Մկրտչյան, Ա.Ա.Մելքունյան – *Նեյրոնի՝ համաձայնեցված բեռնվածքով կարելային մոդելի պարամետրերի բացահայտման մեթոդ* 83

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Г.Г.Эмин – Наследственные и сильные строгие радикалы категории Mod. 3

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

В. К. Брутян, А. Р. Бадалян – Асимптотическая устойчивость управляемых систем, описываемых параболическим уравнением с частными производными. 9

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

А. Б. Нерсесян – Параметрическая аппроксимация и некоторые ее применения 23 ✓

МЕХАНИКА

А. М. Симонян, Н. Т. Сукоян – Исследование теплового расширения пакетов из волокнистых композитов 31

ГИДРОМЕХАНИКА

Ю.Л.Джавадян, С.С.Казарян – О фильтрационных краевых задачах вод Араратской равнины 38

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ

С.А.Мелкумян – Симметричная контактная задача электроупругости для пьезокерамической полуплоскости с вертикальным полубесконечным разрезом. 45

ФИЗИКА

В.М.Арутюнян, К.Б.Матевосян – Электролюминесценция в варизонных структурах с двойной инжекцией при высоком уровне инжекции неосновных носителей заряда 53

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

К.Г.Исаханова, В.Н.Вербенко, Ж.А.Кцоян, Н.Н.Саркисян, К.Г.Карагезян, И.В.Вартересян – Изменение радиочувствительности бактериальных клеток *Salmonella derby* и *Escherichia coli*, трансформированных плазмидов рSD89 Ст^r из *S. derby* К89. 58

Н.Н.Саркисян, А.В.Асоян, Ж.А.Кцоян, В.Ю.Арутюнян, З.У.Геворкян, К.Г.Карагезян – Чувствительность к ФБ-препаратам бактерий рода *Salmonella*, выделенных из клинического материала 62

А.З.Пепоян, М.А.Балаян, Г.Г.Бадалян, К.Г.Карагезян – О некоторых особенностях радиорезистентных бесплазменных клеток *Salmonella derby*. 66

ФИЗИОЛОГИЯ

Р.А.Арутюнян, Р.Г.Кочарян, А.Ш.Антонян, Л.А.Асатрян – Терморегуляционные особенности овец разного типа высшей нервной деятельности 71

Р.А.Арутюнян, К.Р.Арутюнян, С.Ш.Мартirosян, А.В.Восканян – Действие змеиного яда на регуляцию температурного гомеостаза организма 75

К.В.Казарян, А.С.Тиранян, С.А.Маркосян, А.В.Акопян – Сравнительная характеристика пейсмекерной активности различных областей мочеточника морской свинки 79

А.Р.Саркисян, О.А.Мкртчян, А.А.Мелконян – Метод определения параметров кабельной модели нейрона при согласованной нагрузке 83

CONTENTS

MATHEMATICS

- G.G.Emin* – The hereditary and the strong strict radicals of the category Mod ... 3

APPLIED MATHEMATICS

- V.K.Broutian, A.R.Badalian* – Asimptotic stability of control systems defined by parabolic equations with distributed parameters. 9

NUMERICAL MATHEMATICS

- A.B.Nersessian* – Parametric approximation and its applications. 23

MECHANICS

- A.M.Simonian, N.T.Sukojan* – Research of thermal expansion of fiber composites. 31

HYDROMECHANICS

- U.L.Djavadyan, S.S.Ghazaryan* – On groundwater filtration boundary problems in Ararat valley. 38

THEORY OF ELECTROELASTICITY

- S.A.Melkumyan* – A contact symmetric problem of electrical elasticity for a piezoceramic semi-plane with semi-infinite vertical cracks. 45

PHYSICS

- V.M.Aroutiounian, K.B.Matevosyan* – Electroluminescence in graded-gap structures with double injection at high level of injection. 53

MOLECULAR BIOLOGY

- K.G.Isakhanova, V.N.Verbenko, G.A.Ktsoyan, N.N.Sarkisyan, I.B.Varteresyan, K.G.Karageusian* – Change of radiosensitivity in *Salmonella derby* and *Excherichia coli* bacterial cells, transforming by pSD89 Cm^r plasmid from *Salmonella derby* K89. 58

- N.N.Sarkissian, A.V.Asoyan, Sh.A.Ktsoyan, V.Ju.Harutunian, Z.U.Gevorkian, K.G.Karageusian* – Sensitivity to antibiotal preparations of *Salmonella* genus bacteria, ederced from clinical material. 62

- A.Z.Pepoyan, M.A.Balayan, G.G.Badalian, K.G.Karageusian* – About several peculiarities of plasmidfree radioresistant *Salmonella derby* cells. 66

PHYSIOLOGY

- R.A.Harutunian, R.G.Kocharian, A.Sh.Antonian, L.A.Asaturian* – The termoregulation properties of sheeps different kinds of high nervous activity 71

- R.A.Harutunian, K.R.Harutunian, S.Sh.Martirosian, A.V.Voskanian* – An influence of snake venom on organism's thermal homeostasis regulation 75

- K.V.Kazarian, A.S.Tirayan, S.A.Markossian, R.R.Hakobyan* – Comparativ estimation of guinea pigs ureter different zones of pace-maker activity 79

- A.R.Sarkisyan, H.H.Mkrtchian, A.A.Melkonian* – A method for determination of parameters of the neuron's cable model with matched load 83

Сдано в набор 3.03.98. Подписано к печати 1.05.1998.

Формат А2. Набор компьютерный. Бумага офсетная. Печ. лист 5,875.

Усл. печ. л. 7,5. Тираж 200. Заказ № 7. Цена договорная.

Адр.ред. 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24-г, IIIэт, к.13, т.27-36-95

Издательство "Гитутюн" НАН РА 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

УДК 512.58 + 512.55

Г. Г. Эмин

Наследственные и сильные строгие радикалы категории *Mod*

(Представлено академиком НАН Армении Р.Р. Варшамовым 15/XI 1997)

Рассматривается категория *Mod* – модулей над всеми кольцами. Объекты этой категории – всевозможные пары (A, U) , где U – ассоциативное кольцо, не обязательно с единицей, A – правый U -модуль. Множество морфизмов модуля (A, U) в модуль (B, V) состоит из пар (φ_A, φ_U) , где φ_A – гомоморфизм абелевой группы A в абелеву группу B , а φ_U – гомоморфизм кольца U в кольцо V , причем $(a \cdot u)\varphi_A = a\varphi_A \cdot u\varphi_U$ для любых $a \in A$, $u \in U$. Такая пара называется гомоморфизмом модуля (A, U) в модуль (B, V) . Умножение морфизмов происходит покомпонентно.

Пусть \mathbf{K} – категория, удовлетворяющая всем условиям, необходимым для построения в ней общей теории радикалов в смысле Куроша (см. (1), §1 главы 5; (2), §1, п.8).

r -радикал, определенный в \mathbf{K} , назовем строгим, если r -радикал $(r(A), \mu_A]$ любого объекта $A \in \mathbf{K}$ содержит все r -подобъекты объекта A . Ясно, что в любой абелевой категории каждый r -радикал является строгим r -радикалом (см. (2), §2, п.1).

r -радикал категории \mathbf{K} назовем сильно наследственным, соответственно идеально наследственным, если для любого подобъекта, соответственно любого идеала $(U, \sigma]$ произвольного объекта A категории \mathbf{K} имеет место равенство $(r(U), \mu_U \sigma] = (r(A), \mu_A] \cap (U, \sigma]$, где $(r(U), \mu_U]$ – r -радикал объекта U и $(r(A), \mu_A]$ – r -радикал объекта A . Нетрудно проверить, что любой сильно наследственный радикал является строгим.

r -радикал категории \mathbf{K} назовем сильным, если класс всех r -полупростых объектов замкнут относительно коидеалов.

Категория *Mod* удовлетворяет всем условиям, необходимым для построения в ней общей теории радикалов в смысле Куроша (см. (3), §3).

Пусть R – некоторый строгий радикал категории ассоциативных колец

As , а $R_U (U \in As)$ – некоторые радикалы категории $Mod-U$, где $Mod-U$ – категория правых U -модулей над фиксированным кольцом U .

Систему $\{R; R_U | U \in As\}$ назовем согласованной системой строгих радикалов, если она удовлетворяет следующим условиям:

(P1) $A \cdot R(U) \subseteq R_U(A)$ для любого U -модуля A ;

(P2) $R_U(B_\varphi) \subseteq R_V(B)$ для любого V -модуля B и U -модуля B_φ , полученного из модуля B отступлением вдоль гомоморфизма колец $\varphi: U \rightarrow V$ (см. (3), с.212);

(P3) $R_U(A) = R_{R(U)}(A)$ для любого U -модуля A .

Теорема 4 работы (4) и теорема 3.1 работы (3) дают описание строгих радикалов категории Mod с помощью согласованных систем строгих радикалов, причем, если строгому радикалу r категории Mod соответствует система $\{R; R_U | U \in As\}$, то, по определению, $r(A, U) = (R_U(A), R(U))$ для любого $(A, U) \in Mod$.

Замечание 1. Радикал R_0 системы $\{R; R_U | U \in As\}$ является радикалом категории абелевых групп Ab . Поскольку $R_0(A)\eta \subseteq R_0(A)$ для любой абелевой группы A и любого эндоморфизма η этой группы, то подгруппа $R_0(A)$ является U -подмодулем для произвольного U -модуля A . Учитывая это, нетрудно проверить, что R_0 является радикалом во всех категориях $Mod-U (U \in As)$.

Если система строгих радикалов $\{R; R_U | U \in As\}$ такова, что в ней $R_U = R_0$ для любого $U \in As$, то такую систему мы будем обозначать $\{R; R_0\}$ или $\{R; R_{Ab}\}$, где $R_{Ab} = R_0$. Поскольку в такой системе условия (P2) и (P3) выполняются автоматически, то согласованность такой системы означает выполнение только лишь условия $A \cdot R(U) \subseteq R_0(A)$ для любого U -модуля A , т.е. выполнения только лишь условия (P1).

Теорема 1. Система строгих радикалов $\{R; R_U | U \in As\}$ тогда и только тогда определяет идеально наследственный строгий радикал в Mod , когда она удовлетворяет условию (P1) и имеет вид $\{R; R_0\}$, где R – идеально наследственный строгий радикал в As , а R_0 – кручение в Ab .

Доказательство. Пусть r – идеально наследственный строгий радикал в Mod и $\{R; R_U | U \in As\}$ – определенная этим строгим радикалом согласованная система строгих радикалов. Покажем, что эта согласованная, т.е. удовлетворяющая условию (P1), система строгих радикалов имеет вид $\{R; R_0\}$, где R – идеально наследственный радикал, а R_0 – кручение.

Пусть U – некоторое ассоциативное кольцо и A – произвольный U -модуль. Рассмотрим модуль (A, O) . Нетрудно проверить, что (A, O) является

идеалом модуля (A, U) (см. (3), с.227). Поэтому, поскольку r – идеально наследственный радикал, то $(R_O(A), O) = r(A, O) = (A, O) \cap r(A, U) = (A \cap R_U(A), O) = (R_U(A), O)$, т.е. $R_U(A) = R_O(A)$ для любого U -модуля A , где $U \in As$. Значит, $R_U = R_O$ для любого $U \in As$.

Пусть теперь U – произвольное ассоциативное кольцо и V – некоторый идеал кольца U . Очевидно, что (O, V) – идеал модуля (O, U) . Поэтому поскольку r – идеально наследственный радикал, то $(O, R(V)) = r(O, V) = (O, V) \cap r(O, U) = (O, V \cap R(U))$. Получили, что $R(V) = V \cap R(U)$, т.е. что R – идеально наследственный радикал в As .

Аналогичным образом, рассматривая модули вида (A, O) , можно доказать, что R_O – кручение в категории Ab .

Обратно, пусть система строгих радикалов вида $\{R; R_O\}$ удовлетворяет условиям теоремы. Поскольку эта система удовлетворяет условию (P1), то согласно замечанию 1 она является согласованной. Поэтому в силу теоремы 3.1 работы (3) эта система строгих радикалов определяет вполне определенный строгий радикал r категории Mod . Покажем, что строгий радикал r является также и идеально наследственным.

Пусть (A, U) – некоторый модуль и (B, V) – произвольный его идеал. Поскольку V – идеал кольца U , B – подгруппа абелевой группы A , R – идеально наследственный радикал в As , а R_O – кручение в Ab , то $R(V) = V \cap R(U)$ и $R_O(B) = B \cap R_O(A)$. Поэтому $r(B, V) = (R_O(B), R(V)) = (B \cap R_O(A), V \cap R(U)) = (B, V) \cap r(A, U)$. Теорема доказана.

Лемма 1. Система строгих радикалов $\{R; R_U | U \in As\}$ тогда и только тогда определяет сильно наследственный радикал в категории Mod , когда она удовлетворяет условию (P1) и имеет вид $\{R; R_{Ab}\}$, где R – сильно наследственный радикал категории As , а R_{Ab} – кручение категории Ab .

Любой идеал произвольного модуля категории Mod является подмодулем этого модуля, поэтому доказательство этой леммы аналогично доказательству теоремы 1.

Замечание 2. Известно (см.(5), 2,17 и (6), предложение 4.1), что нетривиальные кручения в категории абелевых групп и нетривиальные сильно наследственные радикалы в категории ассоциативных колец описываются с помощью наборов простых чисел.

Пусть Π и Λ – некоторые наборы простых чисел. Π -числами, соответственно, Λ -числами, назовем произведения степеней чисел из Π , соответственно, из Λ . Сильно наследственный радикал категории As , соответственно, кручение категории Ab , определенное набором простых чисел Π , соответственно, набором простых чисел Λ , обозначим через R^Π , соответственно, через R_{Ab}^Λ . Радикальный класс сильно наследственного радикала R^Π , соот-

ветственно, кручения R_{Ab}^Λ , состоит из всех таких колец U , соответственно, из всех таких абелевых групп A , что для любого $u \in U$, соответственно, для любого $a \in A$, $nu = 0$, соответственно, $ma = 0$, для некоторого Π -числа n , соответственно, для некоторого Λ -числа m .

Лемма 2. Для системы нетривиальных сильно наследственных радикалов вида $\{R^\Pi; R_{Ab}^\Lambda\}$ условие (P1) выполняется тогда и только тогда, когда $\Pi \subseteq \Lambda$. Если в системе сильно наследственных радикалов $\{R; R_{Ab}\}$ $R = O_{As}$ — нулевой радикал ($O_{As}(U) = 0$ для любого $U \in As$), то для такой системы условие (P1) выполняется при любом кручении R_{Ab} . Если в системе сильно наследственных радикалов $\{R; R_{Ab}\}$ $R_{Ab} = 1_{Ab}$ — тривиальный радикал ($1_{Ab}(A) = A$ для любого $A \in Ab$), то для такой системы условие (P1) выполняется при любом сильно наследственном радикале R . Для системы сильно наследственных радикалов вида $\{1_{As}; R_{Ab}\}$, где 1_{As} — тривиальный радикал ($1_{As}(U) = U$ для любого $U \in As$), условие (P1) выполняется тогда и только тогда, когда $R_{Ab} = 1_{Ab}$. Для системы сильно наследственных радикалов вида $\{R; O_{Ab}\}$, где O_{Ab} — нулевой радикал категории Ab , условие (P1) выполняется тогда и только тогда, когда $R = O_{As}$.

Доказательство. Если $\Pi \subseteq \Lambda$, то нетрудно проверить, что система нетривиальных сильно наследственных радикалов вида $\{R^\Pi; R_{Ab}^\Lambda\}$ согласована.

Обратно, пусть система вида $\{R^\Pi; R_{Ab}^\Lambda\}$ согласована, но $\Pi \not\subseteq \Lambda$ и $\Pi \neq \Lambda$, т.е. существует такое простое число $q \in \Pi$, что $q \notin \Lambda$. Пусть Z_q — кольцо классов вычетов по модулю q . Рассмотрим модуль $(Z_q, Z_q) \in Mod$. Имеем, что $Z_q \cdot R^\Pi(Z_q) = Z_q \cdot Z_q \not\subseteq 0 = R_{Ab}^\Lambda(Z_q)$, т.е. что условие (P1) не выполнено для модуля (Z_q, Z_q) . Получили противоречие. Значит $\Pi \subseteq \Lambda$.

Второе и третье утверждения леммы проверяются просто.

Докажем теперь два последних утверждения леммы.

Рассмотрим систему сильно наследственных радикалов вида $\{1_{As}; R_{Ab}\}$. При $R_{Ab} = 1_{Ab}$ мы получим тривиальный радикал категории Mod . Если же $R_{Ab} \neq 1_{Ab}$, то нетрудно проверить, что, например, для модуля $(Z, Z) \in Mod$, где Z — кольцо целых чисел, условие не выполняется.

Рассмотрим теперь систему сильно наследственных радикалов вида $\{R; O_{Ab}\}$. При $R = O_{As}$ мы получим нулевой радикал категории Mod . При $R = 1_{As}$, согласно предыдущему, система $\{1_{As}; O_{Ab}\}$ не является согласованной. Если же $R = R^\Pi$ для некоторого набора простых чисел Π и p — некоторое простое число из Π , то нетрудно заметить, что, например, для модуля

$(Z_p, Z_p) \in Mod$, где Z_p – кольцо вычетов, условие (P1) не выполнено.

Лемма доказана.

Теорема 2. Система строгих радикалов $\{R; R_U | U \in As\}$ тогда и только тогда будет определять сильно наследственный радикал в Mod , когда $R_U = R_O$ для любого $U \in As$, т.е. когда эта система имеет вид $\{R; R_{Ab}\}$, где или $R = R^\Pi$, $R_{Ab} = R_{Ab}^\Lambda$ для некоторых наборов простых чисел Π и Λ , удовлетворяющих условию $\Pi \subseteq \Lambda$, или $R = O_{As}$, а R_{Ab} – произвольное кручение в Ab , или же $R_{Ab} = 1_{Ab}$ и R – произвольный сильно наследственный радикал в As .

Доказательство следует из предыдущих лемм и замечаний.

Теорема 3. Согласованная система строгих радикалов $\{R; R_U | U \in As\}$ тогда и только тогда определяет сильный и строгий радикал в категории Mod , когда R – сильный и строгий радикал в категории As , а R_O – сильный радикал в категории Ab .

Доказательство. Пусть $\{R; R_U | U \in As\}$ – такая согласованная система строгих радикалов, что R и R_O являются сильными радикалами, а r – строгий радикал категории Mod , определенный этой согласованной системой строгих радикалов. Пусть (A, U) – некоторый r -полупростой модуль и $(\theta_A, \theta_U): (A, U) \rightarrow (B, V)$ – нормальный эпиморфизм. Покажем, что модуль (B, V) r -полупрост.

Действительно, так как R – сильный радикал в As , $\theta_U: U \rightarrow V$ – нормальный эпиморфизм в As и $(R_U(A), R(U)) = r(A, U) = (O, O)$, т.е. $R(U) = O$, то и $R(V) = O$. С другой стороны, поскольку r – строгий радикал в Mod , то подмодуль (A, O) r -полупростого модуля (A, U) также является r -полупростым, $(R_O(A), O) = r(A, O) = (O, O)$, т.е. $R_O(A) = O$. Отсюда, ввиду того, что $\theta_A: A \rightarrow B$ нормальный эпиморфизм в категории Ab и R_O – сильный радикал в Ab , следует, что $R_O(B) = O$. Используя условие (P3), получим, что $r(B, V) = (R_V(B), R(V)) = (R_{R(V)}(B), R(V)) = (R_O(B), O) = (O, O)$.

Обратно, пусть r – сильный строгий радикал в категории Mod и $\{R; R_U | U \in As\}$ – определенная этим строгим радикалом согласованная система строгих радикалов. Покажем, что строгий радикал R является сильным радикалом.

Пусть $\pi: U \rightarrow V$ – нормальный эпиморфизм в As и $R(U) = O$. Рассмотрим модули (O, U) и (O, V) категории Mod и гомоморфизм $(O, \pi): (O, U) \rightarrow (O, V)$, который, очевидно, является нормальным эпиморфизмом в категории Mod . Поскольку $r(O, U) = (O, R(U)) = (O, O)$ и r – сильный радикал в Mod , то $r(O, V) = (O, R(V)) = (O, O)$, т.е. $R(V) = O$. Значит, R –

сильный радикал в As . Аналогичным образом, рассматривая модули вида (A, O) , можно доказать, что R_O – сильный радикал в Ab . Теорема доказана.

З а м е ч а н и е 3. Нетрудно проверить, что сильными и строгими радикалами категории Mod будут, в частности, радикалы категории Mod , определяемые системами строгих радикалов вида $\{R; 1_{Ab}\}$ и $\{O_{As}; R_{Ab}\}$, где R – произвольный сильный строгий радикал категории As , а R_{Ab} – произвольный сильный радикал категории Ab .

Теорема 4. В категории Mod имеется ровно три сильных сильно наследственных радикала: нулевой радикал, тривиальный радикал и радикал, определенный системой $\{O_{As}; 1_{Ab}\}$.

Доказательство. Из следствия 4.20 работы (7) вытекает, что если r – сильный сильно наследственный радикал, то радикальный класс, соответствующий радикалу r , является подкатегорией локализации. Согласно же теореме 2.1 работы (8), в категории Mod имеется ровно три подкатегории локализаций, а именно, нулевая подкатегория, состоящая из одного объекта (O, O) , вся категория Mod и подкатегория $Mod(Ab)$, состоящая из всех модулей вида (A, O) . Теорема доказана.

Институт проблем информатики и автоматизации НАН Армении

Գ. Գ. ԷՄԻՆ

Mod կատեգորիայի ժառանգական և ուժեղ խիստ ռադիկալները

Նկարագրված են Mod կատեգորիայի՝ բոլոր օղակների վրա մոդուլների կատեգորիայի իդեալական ժառանգական խիստ, ուժեղ ժառանգական, ուժեղ խիստ և ուժեղ ժառանգական ուժեղ ռադիկալները: Պարզվում է, որ Mod կատեգորիայի ուժեղ ժառանգական ռադիկալները հնարավոր է նկարագրել արեյան խմբերի ոլորումներին համանմանորեն, պարզ թվերի հավաքածուների, այն է $\Pi \subseteq \Lambda$ պայմանին բավարարող Π և Λ պարզ թվերի հավաքածուների օգնությամբ, կամ էլ $\{O_{As}; R_{Ab}\}$ և $\{R; 1_{Ab}\}$ ռադիկալների զույգերի միջոցով, որտեղ O_{As} -ը՝ ասոցիատիվ օղակների կատեգորիայի զրոյական ռադիկալն է՝ ($O_{As}(U) = 0$ ցանկացած ասոցիատիվ U օղակի համար), 1_{Ab} -ը՝ արեյան խմբերի տրիվիալ ռադիկալը ($1_{Ab}(A) = A$ ցանկացած արեյան A խմբի համար), R_{Ab} -ը՝ արեյան խմբերի կատեգորիայի ցանկացած ոլորում է, իսկ R -ը՝ ասոցիատիվ օղակների կատեգորիայի ուժեղ ժառանգական կամայական ռադիկալ (դրանք նույնպես հնարավոր է նկարագրել պարզ թվերի հավաքածուների օգնությամբ):

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В.А. Андрунакиевич, Ю.М. Рябухин, Радикалы алгебр и структурная теория. М., Наука, 1979. ² Е.Г. Шульгейфер, Сиб. матем. журн., т.7, №6, с.1412-1421 (1966). ³ Г.Г.Эмин, Изв. АН АрмССР, Математика, т.14, №3, с.211-232 (1979). ⁴ Г.Г.Эмин, ДАН АрмССР, т.88, №2, с.71-76 (1989). ⁵ А.П.Мишина, Л.А.Скорняков, Абелевы группы и модули, М., Наука, 1969. ⁶ P.N.Stewart, Proc. Amer. Math. Soc., v.39, №2, p.273-278 (1973). ⁷ Е.Г.Шульгейфер, Тр. ММО, т.19, с.271-301 (1968). ⁸ Г.Г.Эмин, Изв. АН АрмССР. Математика, т.15, №2, с.81-95 (1980).

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 62-501.12

В. К. Брутян, А. Р. Бадалян

**Асимптотическая устойчивость управляемых систем,
описываемых параболическим уравнением
с частными производными**

(Представлено академиком НАН Армении Ю. Г. Шукуряном 12/XI 1997)

1. *Введение.* Задача определения управления и устойчивости для систем с распределенными параметрами, описываемых параболическим дифференциальным уравнением, привлекает большое внимание. В работах (1-3) устанавливается критерий устойчивости для различных моделей управления с обратной связью и используется теория Ляпунова, а также принцип максимума для параболических уравнений. Кроме того, в работах (4-6) применяется теория Ляпунова в задачах теплопроводности и в проблемах однородных ядерных реакторов. В работах (7,8) в задачах ядерного реактора применялся метод сравнения функций.

В этой статье метод сравнения функций применяется к общему классу систем управления с распределенными параметрами. Достаточные условия асимптотической устойчивости выводятся для двух общих законов ограниченных управлений с обратной связью. Рассмотренные ограничивающие функции сравнения представляют собой верхнюю и нижнюю границы траекторий точного решения, и устойчивость подразумевается как в норме L_2 , так и в абсолютной норме (9,10) и в случае, когда оценивающий интеграл берется во времени. Иными словами, с помощью функций сравнения определяется и время реакции системы. Таким образом, цель настоящей статьи двойкая: во-первых, ввести метод сравнения функции как средство решения задачи управления с распределенными параметрами; во-вторых, установить достаточные условия для асимптотической устойчивости при интегральных замкнутых ограниченных управлениях с обратной связью. Основные результаты иллюстрируются конкретным примером.

2. *Основные обозначения и определения.* Пусть Q есть ограниченная открытая область m -мерного пространства X и Γ – ее граница. Через x обоз-

начается точка, принадлежащая области $Q_1 = Q \cup \Gamma$, и считается, что (x_1, x_2, \dots, x_m) являются ее координатами. Предполагается, что \bar{Q} есть $(m+1)$ -мерная область пространства (X, t) , где $x \in Q_1$ и $0 \leq t \leq T$. Через M обозначаются внутренние точки этого гиперцилиндра и через Q_T — множество точек (x, t) , для которых $x \in Q$. Пусть Q_3 есть оставшаяся часть границы области \bar{Q} . Тогда $\bar{Q} = Q_2 \cup Q_3$, $Q_2 = M \cup Q_T$, где M представляет собой произведение пространств: $M = Q \cap (0 < t < T)$.

Предполагается, что рассматриваемый класс систем с распределенными параметрами описывается дифференциальным уравнением в частных производных

$$\frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = L\Psi(x, t) + U(x, t, \Psi), \quad (1)$$

а граничные и начальные условия имеют вид

$$\Psi(x, t) = 0, \quad x \in \Gamma, \quad t \geq 0, \quad \Psi(x, 0) = \Psi_0(x), \quad x \in Q_1, \quad (2)$$

где L есть оператор вида

$$L = \sum_{i=1, j=1}^m a_{ij}(x) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^m b_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} + c(x), \quad (3)$$

а закон замкнутого управления определяется уравнением

$$U(x, t, \Psi) = \int_0^t \int_{x'} R[x, t, \Psi(x, t); x', \tau, \Psi(x', \tau)] d\tau dx'. \quad (4)$$

Интеграл во времени указывает на то, что закон управления может иметь память, интеграл по области дает возможность производить выборку всех точек в области, и общая форма ядра позволяет быть нелинейным относительно всех своих аргументов и даже неразложимым, если это необходимо. Единственным условием, накладываемым на закон управления, является то, что он ограничен и что

$$U(x, t, u) = O(u) \quad \text{при} \quad u \rightarrow 0. \quad (5)$$

Предполагается также, что уравнения системы определяют ее отклонения от состояния равновесия, под которым подразумевается нулевое состояние.

В качестве примера системы (1)-(5) можно отметить распределение нейтронов в однородном ядерном реакторе с линейной обратной связью по температуре (4). Для этого случая

$$U(x, t, \Psi) = \Psi(x, t) \int_0^t \int_{x'} G(x, t; x', \tau) \Psi(x', \tau) dx' d\tau,$$

где $G(x, t, x', \tau)$ есть функция Грина для линейного уравнения теплопроводности.

В качестве другого примера можно привести распределение температуры в частице пористого катализатора при необратимой химической реакции первого порядка (7). Если число Ловица в этом случае равно единице, то закон управления представляется в виде

$$U(x, t, \Psi) = \rho \Psi(x, t) \exp \left\{ \frac{\beta \gamma [1 - \Psi(x, t)]}{1 + \beta [1 - \Psi(x, t)]} \right\},$$

где β, γ и ρ — константы реакции.

Используя компактную форму записи уравнений системы, т.е.

$$\Psi_i - F(x, t, \Psi, \Psi_{x_i}, \Psi_{x_i x_j}) = 0,$$

можно сделать ряд следующих определений.

Определение 1. Величина $\bar{\Psi}(x)$ есть состояние равновесия системы (1)-(5), если она удовлетворяет уравнению:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} U(x, t, \Psi, \Psi_{x_i}, \Psi_{x_i x_j}) = 0.$$

Определение 2. Пусть $u(x, t)$ есть решение рассматриваемой задачи. Тогда $\bar{\Psi}(x)$ будет устойчивым состоянием равновесия, когда для заданного $\varepsilon > 0$ (произвольного и конечного) существует $\eta \geq 0$ (произвольное и конечное) такое, что если $\max_{x \in Q_1} |u(x, 0) - \bar{\Psi}(x)| < \eta$, то справедливо неравенство

$$\max_{x \in Q_2} |u(x, t) - \bar{\Psi}| \leq \varepsilon.$$

Определение 3. Если $\bar{\Psi}(x)$ есть устойчивое состояние равновесия и если помимо условий определения 2 выполняется условие $\lim_{t \rightarrow \infty} |u(x, t) - \bar{\Psi}(x)| = 0, x \in Q_1$, то $\bar{\Psi}(x)$ называется асимптотически устойчивым состоянием равновесия системы.

Определение 4. Закон управления считается ограниченным, если существует положительная постоянная R (конечная) такая, что $|U(x, t, u)| \leq R, x \in Q_2$, для $u(x, t) \leq \eta$, т.е. когда u ограничено.

Определение 5. Закон управления считается положительно определенным, если $U_+(x, t, u) > 0, x \in Q_2$, для $u(x, t) \neq 0$ и $U_+(x, t, u) = 0$ для $u(x, t) = 0$. Этот тип закона управления отмечается нижним индексом "+".

3. Положительно определенное замкнутое управление. Ниже рассматриваются некоторые результаты, которые получаются для положительно определенных законов замкнутого управления и которые используются для получения критерия устойчивости в случае произвольно изменяющихся законов управления (11, 12). Пусть система с распределенными параметрами и положительно определенным законом замкнутого управления описывается уравнением $\Psi_i - U_+(x, t, \Psi, p_i, p_{ij}) = 0$, где p_i и p_{ij} есть первая и вторая частные

производные $\partial\Psi/\partial x_i$ и $\partial^2\Psi/\partial x_i\partial x_j$ соответственно.

Если функция U_+ непрерывна относительно своих аргументов и непрерывны производные $\partial U_+/\partial p_{ij}$ для всех i, j , а квадратичная форма

$\sum_{i,j} \left(\frac{\partial U_+}{\partial p_{ij}} \right) \xi_i \xi_j$ (для действительных ξ_i, ξ_j) является положительно определенной, то справедливо предложение 1.

Предложение 1. Пусть $u(x, t)$ и $v(x, t)$ есть непрерывные функции в области \bar{Q} , а частные производные $u_t, u_x, u_{x,x}, v_t, v_x, v_{x,x}$ являются функциями в области Q_2 . Более того, пусть для области Q_2 справедливо неравенство

$$v_t - U_+(x, t, v, v_x, v_{x,x}) < u_t - U_+(x, t, u, u_x, u_{x,x}),$$

где функция U_+ обладает всеми выше перечисленными свойствами. Тогда, если $v(x, t) < u(x, t)$ в области Q , то $v(x, t) < u(x, t)$ в области \bar{Q} .

Доказательство предложения 1 для случая алгебраических нелинейностей в законе замкнутого управления, приведенное в работе (13), может непосредственно использоваться для доказательства случая нелинейного положительно определенного замкнутого управления, зависящего от предыстории функции состояния (интеграл по времени типа интеграла Вольтерра в уравнении (4)), а также для интеграла Фредгольма по области в управлении (4). Следует отметить, что это доказательство не применимо в случае произвольно изменяющегося закона управления, описываемого уравнением (4).

Теперь воспользуемся предложением 1 для доказательства теоремы устойчивости нулевого состояния равновесия системы (1)-(5) в случае ограниченного положительно определенного замкнутого управления.

Теорема 1. Пусть система с распределенными параметрами, описываемая уравнениями (1)-(5), имеет ограниченный положительно определенный закон замкнутого управления и существует число η такое, что для начального условия справедливо неравенство:

$$\max_{x \in Q_1} |\Psi_0(x)| < \eta. \quad (6)$$

В этом случае существует положительная постоянная R_+ (в смысле определения 3) такая, что достаточное условие асимптотической устойчивости (в смысле определения 4) нулевого состояния равновесия определяется выражением

$$\max_{x \in Q} c(x) < \mu_0^2 - R_+, \quad (7)$$

где μ_0^2 есть наименьшее собственное значение оператора Лапласа в области Q .

Доказательство этой теоремы приводится в приложении.

З а м е ч а н и е 1. Величина постоянной R_+ , которая ограничивает закон управления, легко определяется из уравнения (П.1.6), поскольку $u(x,t) > \Psi(x,t) > -u(x,t)$. Достаточное условие асимптотической устойчивости нулевого состояния равновесия может использоваться для решения ряда задач. Для заданного $c(x) < \mu_0^2$ можно найти положительно определенное управление, ограниченное постоянной R_+ и обеспечивающее асимптотическую устойчивость системы. С другой стороны, оно может применяться для определения границы $c(x)$ при произвольном ограниченном положительно определенном управлении, зависящей от функции состояния (уравнение (7)). Кроме того, поскольку постоянная R_+ зависит от начального условия, то последнее можно рассматривать как свободный параметр и с помощью достаточного условия определить устойчивость системы при различных начальных условиях. В данном случае отсутствует ограничение, что $c(x)$ обязательно является отрицательным, т.е. коэффициент $c(x)$, выбранный в соответствии с критерием устойчивости, может быть и положительным. Кроме того, в данном случае отсутствует также ограничение и на скорость изменения функции $U_+(x,t,\Psi)$ за исключением того, что она сама ограничена. Когда система является неуправляемой, т.е. когда $U_+(x,t,\Psi) \equiv 0$, асимптотическая устойчивость гарантируется, если

$$\max_{x \in Q} c(x) < \mu_0^2. \quad (8)$$

Поскольку R_+ является числом, зависящим от величины начального условия, то уравнение (8) определяет условие абсолютной устойчивости в следующем смысле. Для произвольных начальных условий система (1)-(5) при отсутствии управления является асимптотически устойчивой относительно своего нулевого состояния равновесия, если выполняется условие (8). При введении положительного управления начальные условия ограничиваются величиной $c(x)$, определяемой уравнением (7). Выбирая в качестве нижней ограничивающей функции функцию $-u(x,t)$, можно допустить также и отрицательные начальные условия. Это необходимо, когда уравнения системы описывают ее отклонения от нетривиального состояния равновесия.

Наконец, ограничивающие функции $u(x,t)$ и $v(x,t)$ представляют собой верхнюю и нижнюю границы траекторий точного решения. Следовательно, это означает устойчивость как в смысле нормы L_2 , так и в абсолютном смысле. С помощью функций u и v также можно определить и время реакции системы.

4. Ограниченные законы управления. Рассматриваются законы управления, которые не являются положительно определенными.

Предложение 2. Пусть $u(x, t)$ и $v(x, t)$ — непрерывные функции в области \bar{Q} с непрерывными частными производными $u_t, u_x, u_{x,x}, v_t, v_x, v_{x,x}$ в области Q_2 . Более того, пусть в области Q_2

$$v_t - U(x, t, v, v_x, v_{x,x}) < u_t - U_+(x, t, u, u_x, u_{x,x}), \quad (9)$$

где функция U имеет ограниченный закон управления $U(x, t, v)$ и функция U_+ — ограниченный положительно определенный закон управления $U_+(x, t, u)$. Предполагается также, что в области Q_2

$$U(x, t, s) \leq U_+(x, t, s) \quad (10)$$

для произвольных $s(x, t)$. Тогда, если $v(x, t) < u(x, t)$ на границе Q_3 , то $v(x, t) < u(x, t)$ в области \bar{Q} .

Доказательство предложения 2 аналогично доказательству предложения 1, если в уравнениях для $v(x, t)$ функция U заменена на функцию U_+ . Более того, эти предложения для положительно определенного замкнутого управления становятся тождественными, если в уравнении (10) справедлив знак равенства. Доказательство предложения 2 также приводится в приложении.

З а м е ч а н и е 2. Предложение 2 допускает равенство на границе области Q_3 в начальном условии и в уравнении (9), если на функции U и U_+ наложено дополнительное ограничение. Однако это ограничение не может удовлетворяться теми законами управления общего вида, которые рассматриваются в настоящей статье. Кроме того, предложение 2 доказывается для алгебраических нелинейностей в законе управления и его можно применить к замкнутому управлению интегрального типа только в том случае, если ограниченный закон управления U_+ является положительным.

З а м е ч а н и е 3. Теперь можно показать необходимость требования положительности на верхней ограничивающей функции для интегрального замкнутого управления. Пусть U_+ и U определяются отрицательными законами управления вида

$$U_+(x, t, u) = - \int_{x'} R_1(x; x') u(x', \tau) dx' \quad \text{и} \quad U(x, t, v) = - \int_{x'} R_2(x; x') v(x', \tau) dx',$$

где R_1 и R_2 — положительные функции и $R_1(x; x') \leq R_2(x; x')$. Поскольку $-R_1(x; x') \geq -R_2(x; x')$, то условие (11) выполняется и в точке \tilde{P}

$$U_+(\tilde{P}, u) - U(\tilde{P}, v) = \int_{x'} \{ R_2(x; x') v(x', \tilde{t}) - R_1(x; x') u(x', \tilde{t}) \} dx'. \quad (11)$$

Если $R_2 = R_1$, то разность $U_+ - U$ является отрицательной, так как для всех $x \in Q$ и $t = \tilde{t}$, $u(x, \tilde{t}) \geq v(x, \tilde{t})$. Этот случай рассматривается в предложении 1 и приводит к нарушению условий предложения 2. Если $R_2 \geq R_1$ (как

в предложении 1), то уравнение (11) становится неопределенным и теорема опровергается. Для алгебраических нелинейностей в предложении 2 $U(\tilde{P}, u) - U(\tilde{P}, v) = 0$, поскольку закон управления выбирает только одну точку \tilde{P} , где $u(\tilde{P}) \equiv v(\tilde{P})$. Для алгебраических нелинейностей в предложении 2 верхний ограничивающий закон также является положительно определенным. Этот факт справедлив и в случае, если интеграл берется по времени. Таким образом, для интегрального замкнутого управления верхний ограничивающий закон всегда является положительно определенным. Теперь можно сформулировать следствие, которое вытекает из предложения 2 и потребуется при анализе произвольно изменяющихся законов управления.

С л е д с т в и е . Предполагается, что выполняются условия непрерывности всех функций, о которых отмечалось выше. Определим отрицательно определенный закон замкнутого управления в виде

$$U_-(x, t, s) \equiv -U_+(x, t, s). \quad (12)$$

Пусть в области Q_2

$$v_t - U(x, t, v, v_{x_i}, v_{x_i x_j}) > \omega_t - U_-(x, t, \omega, \omega_{x_i}, \omega_{x_i x_j}), \quad (13)$$

где U содержит функцию $U(x, t, v)$ и U_- - функцию $U_-(x, t, \omega)$.

Можно рассмотреть также частный случай, когда $\omega(x, t) \equiv -u(x, t)$, где функция $u(x, t)$ обладает теми же свойствами, как и функция $v(x, t)$ в вышеприведенном предложении 2. Кроме того, предполагается, что $U(x, t, v) \geq U_-(x, t, u)$. Тогда, если $v(x, t) > -u(x, t)$ на границе Q_3 , то $v(x, t) > -u(x, t)$ в области \bar{Q} .

З а м е ч а н и е 4 . Это следствие необходимо для получения нижней границы. Объединяя предложение 2 и следствие, получим

$$u_t - Lu - U_+(x, t, u) > v_t - Lv - U(x, t, v) > -u_t + Lu + U_+(x, t, u) \quad (14)$$

в области Q_2 и $u(x, t) > v(x, t) > -u(x, t)$ в области \bar{Q} , когда $U_+(x, t, s) \geq U(x, t, s) \geq -U_+(x, t, s)$. Это означает, что функция $u(x, t)$ всегда является положительной. Доказательство следствия также приводится в приложении.

З а м е ч а н и е 5 . Полученный результат может обобщаться, если положить, что $\omega(x, t)$ есть произвольная отрицательная функция, удовлетворяющая условиям предложения 2 и $U(x, t, s)$ (произвольный отрицательно определенный закон управления) не противоречит предложению 2, поскольку выполняется условие (14).

Т е о р е м а 2 . Пусть рассматривается система с распределенными параметрами, описываемая уравнениями (1)-(5) и имеющая ограниченное замкнутое управление. В этом случае если существует число η такое, что началь-

ное условие $\Psi_0(x)$ удовлетворяет неравенству $\max_{x \in Q_1} |\Psi_0(x)| < \eta$, то существует положительная постоянная R такая, что достаточное условие асимптотической устойчивости (в смысле определения (10)) нулевого состояния равновесия определяется выражением $\max_{x \in Q} c(x) \leq \mu_0^2 - R$, где μ_0^2 есть наименьшее собственное значение оператора Лапласа в области Q .

Доказательство теоремы 2 также приводится в приложении.

З а м е ч а н и е 6. Оценка R в законе управления получается из уравнения (П.3.5.). Практическое применение критериев устойчивости такое же, как в теореме 1. В этом случае, однако, должен получиться положительно определенный управляющий закон, границы которого произвольны, прежде чем он вступит в силу. Оценка R одна и та же в обоих случаях.

П р и м е р. В качестве примера рассматривается однородный ядерный реактор (плоская задача) с коэффициентом усиления, линейно изменяющимся с температурой. Если потеря тепла в каждой точке реактора пропорциональна температуре и коэффициент обратной связи ρ_0 положительный, то плоскость нейтронов удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + c_0 \Psi(x,t) + U_+(x,t, \Psi)$$

с начальным и граничным условиями

$$\Psi(x,0) = \eta \cos(\pi x), \quad x \in [-1,1], \quad \Psi(x,t) = 0, \quad x = \pm 1.$$

В этом случае закон управления имеет вид

$$U_+(x,t, \Psi) \equiv \rho_0 \Psi(x,t) \int_0^1 \Psi(x,\tau) \exp[-\beta(t-\tau)] d\tau,$$

где β есть коэффициент местной теплопередачи.

Поскольку функция $U_+(x,t, \Psi)$ есть положительно определенный ограниченный закон управления, то в силу теоремы 1 достаточным условием асимптотической устойчивости нулевого состояния является неравенство

$$c_0 < \pi^2 - R_+, \quad (15)$$

где R_+ коэффициент определяется из выражения $R_+ = \max_{x \in [-1,1], t \geq 0} U_+(x,t, u)$, а

π^2 есть наименьшее собственное значение оператора d^2/dx^2 . Для рассматриваемого случая

$$u(x,t) = A \cos \left\{ \left[\sqrt{(\pi^2 - \varepsilon)} \right] x \right\} \exp(-\varepsilon t),$$

где $A > \eta$ и ε — малая положительная постоянная.

Численное значение коэффициента R_+ можно получить путем подстановки функции $u(x, t)$ в уравнение $U_+(x, t, u)$ и соответствующего интегрирования. После выполнения указанных операций имеем

$$R_+ = \frac{\rho_0 A^2}{\beta - \varepsilon} \max_{t \geq 0} \{ \exp(-\varepsilon t) [\exp(-\varepsilon t) - \exp(-\beta t)] \}.$$

Для малых ε можно получить $R_+ \approx \frac{\rho_0 A^2}{\beta}$. Если коэффициент обратной связи меняется в пространстве, то управление $U(x, t, \Psi)$ описывается выражением $R(x, t, \Psi) = \frac{\rho(x)}{\rho_0} U_+(x, t, \Psi)$, которое дает ограниченное замкнутое

управление, если ограничена функция $\rho(x)$. На основании теоремы 2 выражение (15) является достаточным условием асимптотической устойчивости,

если $\left| \frac{\rho(x)}{\rho} \right| \leq 1$.

5. Приложение. Доказательство теоремы 1. Пусть рассматривается сравниваемая функция $u(x, t) = A\Phi_0(x)\exp(-\alpha t)$, где $\Phi_0(x)$ есть всюду положительная непрерывная собственная функция (единичной амплитуды) оператора Лапласа L_0 , соответствующая наименьшему собственному значению $(\mu_0^2 - \alpha)$ в несколько большей (чем ранее принятая для рассмотрения область Q) области Q_α . Произвольные постоянные A и α здесь подлежат определению, а функция $\Phi_0(x)$ равна нулю на границе этой увеличенной области. Можно отметить свойства, которыми обладает в области Q сравниваемая функция:

$$u(x, 0) = A\Phi_0(x), \quad x \in Q_1, \quad (\text{П.1.1.})$$

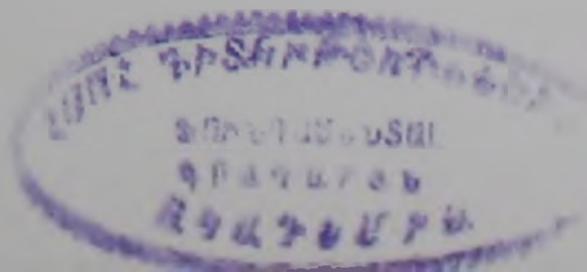
$$u(x, t) > 0, \quad x \in Q_1, \quad t \geq 0, \quad (\text{П.1.2.})$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t) = 0, \quad x \in Q_1, \quad (\text{П.1.3.})$$

а также подчеркнуть, что при построении этой функции используется свойство собственных значений оператора Лапласа (убывание по величине и по мере роста размеров области). При этом предполагается, что область Q полностью находится внутри области Q_α и отсутствуют точки x , одновременно принадлежащие границам Γ и Γ_α . Поскольку функция $\Phi_0(x)$ является непрерывной и положительной в области Q , а начальное условие $\Psi_0(x)$ удовлетворяет неравенству (6), то постоянная A всегда выбирается такой, что

$$A\Phi_0(x) > \Psi_0(x), \quad x \in Q_1, \quad (\text{П.1.4.})$$

Следовательно, постоянная A зависит от числа η . В области Q_2



$$u_t - U_+(x, t, u, u_{x_i}, u_{x_j}) = u(x, t) \{ \mu_0^2 - c(x) - 2\alpha \} - U_+(x, t, u),$$

так как $L_0 \Phi_0(x) + \mu_0^2 \Phi_0 = 0$ и $L_0 - c(x)$. Но поскольку

$$\max_{x \in Q_1, t \geq 0} u(x, t) = A \quad (\text{П.1.5})$$

и $U_+(x, t, u)$ есть положительно определенный ограниченный закон управления, то из этого следует

$$\max_{x \in Q_1, t \geq 0} U_+(x, t, u) \leq R_+, \quad (\text{П.1.6})$$

где постоянная R_+ зависит от числа η в силу выражений (П.1.4) и (П.1.5).

Более того, поскольку $U_+(x, t, u) = O(u)$ при $u \rightarrow 0$, то

$$u_t - U_+(x, t, u, u_{x_i}, u_{x_j}) > 0, \quad (x, t) \in Q_2,$$

когда

$$\max_{x \in Q_1} c(x) < \mu_0^2 - R_+ \quad (\text{П.1.7})$$

и постоянная α такая, что $0 < \alpha < \left\{ \mu_0^2 - R_+ - \max_{x \in Q_1} c(x) \right\} / 2$.

Последнее условие всегда выполняется в силу строгого неравенства (П.1.7).

Аналогичным образом рассматривается другая сравнивающая функция $v(x, t) \equiv -u(x, t)$, обладающая свойствами: 1) $v(x, 0) = -A\Phi_0(x)$, 2) $v(x, t) < 0$, 3) $\lim_{t \rightarrow \infty} v(x, t) = 0$, при $x \in Q_1, t \geq 0$.

Поскольку неравенство (П.1.7) выполняется и функция $U_+(x, t, v)$ является положительно определенной, то

$$v_t - U_+(x, t, v, v_{x_i}, v_{x_j}) < 0, \quad (x, t) \in Q_2. \quad (\text{П.1.8})$$

Используя теперь приведенные выше свойства сравнивающих функций $u(x, t)$ и $v(x, t)$ и принимая во внимание уравнение (2), можно получить $u(x, t) > \Psi(x, t) > v(x, t), x \in \Gamma, t \geq 0$. Но в силу этих же свойств сравнивающих функций и уравнения (П.1.4) имеем: $u(x, 0) > \Psi(x, 0) > v(x, 0), x \in Q_1$, следовательно, $u(x, t) > \Psi(x, t) > v(x, t)$ на границе Q_3 . Поскольку уравнения (П.1.7) и (П.1.8) справедливы в области Q_2 и $\Psi(x, t)$ есть решение уравнения (1), то на основании предложения 1 получается: $u(x, t) > \Psi(x, t) > v(x, t)$ в области \bar{Q} . Следовательно, функция Ψ в области и на ее границе всегда ограничена сверху функцией u и снизу функцией v .

Но в силу свойств сравнивающих функций $\lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} v(x, t) = 0$, откуда получается

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\Psi(x, t)| \equiv 0. \quad (\text{П.1.9})$$

Далее, используя уравнения (П.1.4), (П.1.5), (П.1.9) и определения 2 и 3, можно заключить, что уравнение (7) представляет собой достаточное условие асимптотической устойчивости нулевого состояния равновесия рассматриваемой системы.

Доказательство предложения 2. Для доказательства предложения 2 воспользуемся методами от противного. Пусть $g = u - v$. Предполагается, что множество точек области \bar{Q} , где $g(x, t) \leq 0$, является ненулевым (т.е. $v > u$). Тогда на основании непрерывности функции g , предложения о поведении функции g на границе и начального условия можно сделать вывод, что существует точка $\tilde{P} = (\tilde{x}, \tilde{t})$ такая, что $g(\tilde{P}) = 0$ и $g(x, t) > 0$ для всех $t < \tilde{t}$ и всех $x \in Q$. По предположениям точка \tilde{P} должна находиться внутри области \bar{Q} . Кроме того, из определения точки \tilde{P} следует, что $g(x, \tilde{t}) \geq 0$ для $x \in Q$. Таким образом, функция $g(x, \tilde{t})$, если ее рассматривать как функцию m переменных (x_1, \dots, x_m) , допускает внутренний минимум в точке \tilde{P} . Следовательно, в точке \tilde{P} :

$$(1) \text{ первичные частные производные } g_{x_i} = 0;$$

$$(2) \text{ квадратичная форма } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m g_{x_i x_j} \xi_{x_i} \xi_{x_j} \geq 0;$$

$$(3) g_t(\tilde{P}) \leq 0.$$

Переходя далее к функциям u и v , для точки \tilde{P} имеем:

$$(a) u(\tilde{P}) = v(\tilde{P}), \quad (b) u_{x_i}(\tilde{P}) = v_{x_i}(\tilde{P}), \quad (в) Lu - Lv \geq 0, \quad (г) u_t - v_t \leq 0.$$

Поскольку $u(x, t) > v(x, t)$ для $\tilde{t} > t \geq 0$ и $u(x, \tilde{t}) \geq v(x, \tilde{t})$ для всех $x \in Q$ и выполняется условие (10), то

$$U_+(\tilde{P}, u) - U(\tilde{P}, v) = \int_0^{\tilde{t}} d\tau \int_{x'} R_+[\tilde{P}, u(\tilde{P}); x', \tau, u(x', \tau)] dx' - \\ - \int_0^{\tilde{t}} d\tau \int_{x'} R[\tilde{P}, v(\tilde{P}); x', \tau, v(x', \tau)] dx' \geq 0.$$

Но на основании свойств (a)-(c) для точки \tilde{P} можно написать

$$Lu(\tilde{P}) + U_+(\tilde{P}, u) - Lv(\tilde{P}) + U(\tilde{P}, v) \geq Lu(\tilde{P}) - Lv(\tilde{P}) \geq 0,$$

так что

$$U_+(\tilde{P}, u, u_{x_i}, u_{x_i x_j}) - U(\tilde{P}, v, v_{x_i}, v_{x_i x_j}) \geq 0, \quad (\text{П.2.1})$$

Используя теперь свойство (г), вместо неравенства (П.2.1) можно получить выражение:

$$u_t - v_t \leq 0 \leq U_+(\tilde{P}, u, u_{x_i}, u_{x_i x_j}) - U(\tilde{P}, u, u_{x_i}, u_{x_i x_j}) \text{ или}$$

$$v_t - U(\tilde{P}, v, v_{x_i}, v_{x_i x_j}) \geq u_t - U_+(\tilde{P}, u, u_{x_i}, u_{x_i x_j}),$$

которое противоречит условию (9) в точке \bar{P} . Поскольку условие (9) должно выполняться для всех точек области Q_2 , множество точек (x, t) , где $g(x, t) \leq 0$, является нулевым, т.е. функция $u(x, t)$ нигде не может пересечь $v(x, t)$.

Доказательство следствия. Для доказательства следствия также воспользуемся методом от противного. Пусть $g(x, t) = v(x, t) - \omega(x, t)$. Тогда, используя предположения о непрерывности функций (так же, как и при доказательстве теоремы) в предполагаемой точке пересечения \bar{P} для функции $v(x, t)$ и $-u(x, t)$, получается:

$$(a) v_t + u_t \leq 0, \quad (b) Lu + Lv \geq 0, \quad (в) U_+(x, t, u) \geq U(x, t, v),$$

так что

$$Lv + Lu + U_+(x, t, u) + U(x, t, u) \geq 0.$$

Следовательно, $v_t - Lv - U(x, t, v) \leq -u_t + Lu + U_+(x, t, u)$ в точке \bar{P} . Поскольку это противоречит условию (14) и, следовательно, уравнению (13), то точка \bar{P} никогда не получится и $v(x, t) > -u(x, t)$ в области Q_2 .

Доказательство теоремы 2. Поскольку закон замкнутого управления ограничен, то существует положительно определенный закон управления такой, что $-U_+(x, t, s) \leq U(x, t, s) \leq U_+(x, t, s)$. В теореме 1 показывается, что на основании выбора сравнивающей функции $u(x, t) = A\Phi_0(x)\exp(-\alpha t)$ (в данном случае постоянные A , α и функция $\Phi_0(x)$ выбираются так же, как и в теореме 1) можно написать:

$$(a) u(x, t) > 0, \quad x \in \Gamma, \quad t \geq 0,$$

$$(б) \max_{x \in Q_1} \omega(x, 0) = A, \quad x \in Q_1,$$

$$(в) \lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t) = 0, \quad x \in Q_1,$$

$$(г) u_t - Lu - U_+(x, t, u) > 0, \quad x \in Q_2,$$

где $U_+(x, t, u)$ есть ограниченный положительно определенный закон управления, если

$$\max_{x \in Q} c(x) < \mu_0^2 - R_+. \quad (П.3.1)$$

Аналогично, рассматривая сравнивающую функцию $\omega(x, t) = -u(x, t)$, можно получить:

$$(a) \omega(x, t) < 0, \quad x \in \Gamma, \quad t \geq 0,$$

$$(б) \min_{x \in Q_2} \omega(x, 0) = -A,$$

$$(в) \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(x, t) = 0, \quad x \in Q_1,$$

$$(г) -u_t + Lu + U_+(x, t, u) < 0, \quad x \in Q_2,$$

если снова выполняется условие (П.3.1). Поскольку $\Phi_0(x)$ есть положительная и непрерывная функция в области Q и начальное условие $\Psi_0(x)$ удовлетворяет

неравенству (15), то коэффициент A всегда выбирается таким (достаточно большим), чтобы выполнялись условия $-A\Phi_0(x) < \Psi_0(x) < A\Phi_0(x)$. Следовательно, коэффициент A зависит от η . Таким образом, подводя итоги, можно иметь:

$$(1) u(x,0) > \Psi(x,0) > \omega(x,0), x \in Q_1,$$

$$(2) u(x,t) > \Psi(x,t) > \omega(x,t), x \in \Gamma, t \geq 0,$$

$$(3) u_t - Lu - U_+(x,t,u) > \psi_t - L\psi - U(x,t,\psi) > \omega_t - L\omega - U(x,t,\omega), x \in Q_2,$$

$$(4) U_+(x,t,s) \geq U(x,t,s) \geq U_-(x,t,s)$$

где $U_-(x,t,s) \equiv -U_+(x,t,s)$. Используя эти условия, предложение 2 и следствие, можно получить

$$u(x,t) \geq \Psi(x,t) \geq \omega(x,t) \quad (\text{П.3.2})$$

в области \bar{Q} . Следовательно, функция $\Psi(x,t)$ в области и на границе всегда ограничена сверху функцией $u(x,t)$ и снизу функцией $\omega(x,t)$. Поскольку

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(x,t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(x,t) = 0,$$

то

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\Psi(x,t)| \equiv 0. \quad (\text{П.3.3})$$

Так как

$$\max_{x \in Q_1, t \geq 0} |u(x,t)| = A,$$

то можно получить

$$\max_{x \in Q_1, t \geq 0} |\Psi(x,t)| < A. \quad (\text{П.3.4})$$

Используя уравнения (15), (П.3.3), (П.3.4) и определения (2), имеем $\bar{\Psi}(x) \equiv 0$, которое является асимптотически устойчивым состоянием равновесия, если $\max_{x \in Q_1} C(x) < \mu_0^2 - R_+$. Коэффициент R_+ определяется выражением

$$\max_{x \in Q_1, t \geq 0} R_+(x,t,u) \equiv R_+, \quad (\text{П.3.5})$$

так что $R \equiv R_+$ есть граница для управления $U(x,t,\Psi)$. При этом коэффициент R_+ и, следовательно, R зависят от числа η в силу условия (П.3.2).

Это завершает доказательство теоремы 2.

Высшее военное многопрофильное командное училище МО РА

Վ. Կ. ԲՐՈՒՏՅԱՆ. Ա Ռ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ

Մասնակի ածանցյալներով պարաբոլիկ եավասարումով նկարագրվող կառավարելի համակարգի ասիմպտոտիկ կայունությունը

Դիտարկվում է կառավարման և կայունության որոշման խնդիրն ընդհանուր դասի հետադարձ կապով ընդգծված ոչ գծային համակարգի համար, որը նկարագրվում է մասնակի ածանցյալներով պարաբոլիկ դիֆերենցիալ հավասարումով: Որոշվում են կայունության հայտանիշներ, օգտագործելով Լյապունովի կայունության տեսությունը և պարաբոլիկ դիֆերենցիալ հավասարումների նկարագրվող կառավարելի համակարգերում մաթ-

սիմուլի սկզբունքը: Աշխատանքում նախ դիտարկվում է ֆունկցիաների համեմատական մեթոդը որպես տարածական պարամետրերով և հետադարձ կապով կառավարելի համակարգերի խնդրի լուծման միջոց, իսկ այնուհետև, ուսումնասիրվում է հետադարձ կապով կառավարման ժամանակ ասիմպտոտիկ կայունության բավարար պայմանները: Հիմնական արդյունքները մեկնաբանվում են կոնկրետ օրինակի օգնությամբ: Մասնավորապես, ջերմահաղորդման խնդրում կիրառվում են կայունության բավարար պայմանները միջուկային միասեռ ռեակտորների համար:

ЛИТЕРАТУРА – ՓՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ *Е.А.Барабашин*, Функции Ляпунова, М., Наука, 1970. ² *В.Г.Болтянский*, Математические методы оптимального управления, М., Наука, 1980. ³ *Ж.Л.Лионс*, Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. Пер. с франц. М., Мир, 1972. ⁴ *А.Г.Бутковский*, Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами, М., Наука, 1965. ⁵ *Р.К.С. Wong*, IEEE Trans. autom. control, v.11, №46, (1966 b). ⁶ *Р.К.С. Wong*, Int. J. Control, v.3, №139 (1966 c). ⁷ *А.Г.Бутковский, С.А.Малый, Ю.Н.Андреев*, Оптимальное управление нагревом металла, М., Metallurgy, 1972. ⁸ *В.К.Брутян*, Основные аспекты теории марковских управляемых систем и ее приложение. Ереван, Айастан, 1984. ⁹ *А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин*, Элементы теории функций и функционального анализа, М., Наука, 1988. ¹⁰ *А.Фридман*, Уравнения с частными производными параболического типа, М., Мир, 1968. ¹¹ *В.К.Брутян*, Автоматика и телемеханика, №7, с.51-61, 1980. ¹² *В.К.Брутян*, Уч. зап. Ереванск. гос. ун-та, серия Е.Н., Математика, т.141, №2, с.16-26 (1979). ¹³ *Э.Б.Ли, Л.Маркус*, Основы теории оптимального управления, М., Наука, 1972.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 519.62, 519.64, 519.65

Академик НАН Армении А. Б. Нерсисян

Параметрическая аппроксимация и некоторые ее применения

(Представлено 18/XI 1997)

Предлагается схема, позволяющая, в частности, обобщить некоторые известные аппроксимационные (интерполяционные) формулы. Выбор параметров предоставляет возможность адаптироваться к конкретным задачам. Приведены некоторые применения.

Численная реализация проведена применением символьных и вычислительных возможностей системы MATHEMATICA 3.0 (1).

1. Пусть $\{\alpha_n\}, \|\alpha_n\| = 1 (n = 0, \pm 1, \dots)$ – базис на банаховом пространстве B и $(\varphi_k, \cdot) (k = 1, 2, \dots, N)$ – некоторый набор функционалов из B^* . Пусть, далее, $\{\theta_n\} = \{\theta_n(N)\} (n = 0, \pm 1, \dots)$ – действительная последовательность такая, что $\sum |\theta_n| < +\infty$. Имея в виду приближенное представление элемента $f \in B$ по формуле

$$f \cong f_N \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^N (\varphi_k, f) a_k, \{a_k\} \subset B, \quad (1)$$

где $\{a_k\}$ от f не зависят, рассмотрим остаточный член

$$R_N(f) \stackrel{\text{def}}{=} f - \sum_{k=1}^N (\varphi_k, f) a_k \quad (2)$$

и следующую задачу минимизации (безусловной или условной) функционала $I(a) (a = (a_1, \dots, a_N))$

$$I(a) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n \|R_N(\alpha_n)\|^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Если решение этой задачи существует (хотя бы локально), то естественно поставить вопрос о поведении $\|R_N(f)\|$ при $N \rightarrow \infty$. В случае, когда $B = H$ – гильбертово пространство, нетрудно видеть, что эта задача связана с решением системы линейных уравнений с матрицей $M = \|m_{ps}\| (p, s = 1, 2, \dots, N)$

$$m_{ps} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n(\varphi_s, \alpha_n) \overline{(\varphi_p, \alpha_n)}. \quad (4)$$

Если матрица M положительно определенная, то безусловная минимизация (3) имеет единственное решение, а формула (1), как легко убедиться, — интерполяционная (т.е. $(\varphi_k, f) = (\varphi_k, f_N)$, $k = 1, 2, \dots, N$).

Расширив постановку, можно рассматривать необязательно ограниченные функционалы (φ_k, \cdot) , заданные на всюду плотном множестве $(B_0 \subset B (\overline{B_0} = B))$, при $\{\alpha_n\} \subset B_0$. Что же касается условного минимума в (3), то можно, например, потребовать, чтобы формула (1) была точной для некоторого конечного выбора $\{\psi_k\} \subset B_0$, ($k = 1, 2, \dots, p$; $p \ll N$).

2. Пусть теперь B — банахово пространство отображений $f: \overline{D} \rightarrow B_1$, где D — область из R^m , $m \geq 1$, а B_1 — банахово пространство с нормой $\|\cdot\|_1$. В этом случае параметры θ_n могут зависеть, кроме N , от x , задача (3) ставится при любом зафиксированном $x \in \overline{D}$, а коэффициенты $\{a_k\}$ будут функциями со значениями в B_1 .

Рассмотрим подробнее последнюю схему в случае $D = (-1, 1)$, $B_1 = C$, $B = L_2(-1, 1)$, $B_0 = C[-1, 1]$, $\{\alpha_n\} = \{e^{i\pi n x}\}$ ($n = 0, \pm 1, \dots$) и $(\varphi_k, f) = f(x_k)$, где $\{x_k\} \subset [-1, 1]$ — некоторая сеть разных точек ($k = 0, 1, 2, \dots, 2N$).

Теорема 1. Пусть $\{\theta_n\} \subset B_0$, $\theta_n(x) \geq 0$ ($\forall n$), и для каждой точки $x \in [-1, 1]$ существуют, по крайней мере, $(2N + 1)$ разных индексов n_p таких, что $\theta_{n_p} > 0$ ($p = 0, 1, \dots, 2N$). Тогда безусловная задача (3) однозначно разрешима.

Доказательство следует из положительной определенности матрицы (4), соответствующей необходимым условиям функционала $I(a)$.

Пусть теперь $\{x_k\}$ — равномерная сеть: $x_k = \frac{2(k - N)}{2N + 1}$, $k = 0, 1, \dots, 2N$ и $\theta_n = \theta_n(x)$. Обозначим

$$d_n = d_n(x) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \theta_{n+(2N+1)r}, \quad n = 0, \pm 1, \dots, \pm N. \quad (5)$$

Теорема 2. Если функции $\{d_n\}$ положительны на $[-1, 1]$, то единственным решением безусловной задачи (3) является вектор-функция $a = (a_0, \dots, a_{2N})$, где

$$a_k(x) = \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\theta_n(x)}{d_n(x)} \exp(i\pi n(x - x_k)) \quad (6)$$

Доказательство основано на том обстоятельстве, что матрица (4) является положительно определенным циркулянтном и, следовательно, допускает явное обращение.

Теорема 3. Пусть $f \in C^1[-1,1]$, $f(1) = f(-1)$, $\theta_n / d_n \geq 0$ ($n = 0, \pm 1, \dots, \pm N$) и

$$\left| 1 - \frac{\theta_n}{d_n} \right| \leq \varepsilon_n(N), \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^N |f_n| \varepsilon_n(N) = 0, \quad (7)$$

где f_n — коэффициенты Фурье f . Тогда $R_N(f) \rightarrow 0$ равномерно по x ($N \rightarrow \infty$).

Доказательство проводится прямой оценкой, основанной на применении формулы (6).

С параметрами θ_n ассоциируется следующая ортогональная система $\{\varphi_n\}$.

Теорема 4. Если $\{\theta_n\}$ от x не зависят, то интерполяционная формула (1) является точной для ортонормальной системы $\{\varphi_n\}$, $|n| \leq N$.

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{\omega_n} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \theta_{n+(2N+1)r} \exp(i\pi(n+(2N+1)r)x), \quad (8)$$

где $\omega_n^2 = 2 \sum_s |\theta_{n+(2N+1)s}|^2$.

Доказательство основано на непосредственной проверке.

Поведение разложений по системе $\{\varphi_n\}$ рассмотрим в более общей ситуации (см. выше, п.1). Пусть $\{\theta_n\} \in \mathbb{C}$ ($\theta_n = \theta_n(N)$, $n = 0, \pm 1, \dots$) и $\sum |\theta_n|^2 = 1$. Разложение

$$S_N(f) = \sum_{n=-N}^N (f, \varphi_n) \varphi_n, \quad f \in H, \quad \varphi_n = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \theta_{n+(2N+1)r} \alpha_{n+(2N+1)r} \quad (9)$$

очевидно, ортогональное.

Теорема 5. Для того чтобы $\lim_{N \rightarrow \infty} S_N(f) \rightarrow f$, для любого $f \in H$, необходимо и достаточно выполнение условия

$$\lim_{N \rightarrow \infty} |\theta_n(N)|^2 = 1, \quad (n = \text{const}). \quad (10)$$

Доказательство основано на прямой оценке для $S_N(\alpha_m)$, ($m = \text{const}$, $N \rightarrow \infty$).

Замечание 1. Суммы $S_N(f)$ являются проекцией f на $(2N+1)$ -мерное подпространство $l_N \subset H$, натянутое на ортогональный базис $\{\varphi_n\}$. Однако следует иметь в виду, что включение $l_{N_1} \subset l_{N_2}$ ($N_2 > N_1$), вообще говоря, неверно, даже если $N_2 = N_1 N_3$. Отметим также, что всюду выше нечетное число $(2N+1)$ введено ради удобства и его можно заменить произвольным целым числом.

3. Свобода выбора параметров $\{\theta_n\}$ в предыдущем пункте позволяет строить обширный класс интерполяционных формул. Все они непосредственно связаны со следующими функциями:

$$b_k(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n(x) e^{i\pi n(x-x_k)}, \quad k = 0, 1, \dots, 2N. \quad (11)$$

При $\{\theta_n\}$, не зависящих от x , $\{b_k(x)\}$ являются сдвигами одной и той же функции $b_0(x)$.

Замечание 2. Параметры $\{\theta_n\}$ могут выбраны так, чтобы функции $\{b_k(x)\}$ имели локальные носители. Отметим аналогию здесь с вейвлетами (см. (2)).

Имеют место следующие формулы

$$f_N(x) = \sum_{k=0}^{2N} h_k(x) b_k(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \theta_n(x) e^{i\pi n x} / d_n(x), \quad (12)$$

где

$$h_k(x) = \frac{1}{(2N+1)^2} \sum_{s=0}^{2N} G(k-s, x) f(x_s), \quad (13)$$

$$G(s, x) = \sum_{p=-N}^N \exp\left(\frac{2i\pi p s}{2N+1}\right) / d_p(x), \quad F_n(x) = \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N f(x_k) e^{-i\pi n x_k}.$$

Если $\{\theta_n\}$ от x не зависят, имеем

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{2N+1} \sum_{s=0}^{2N} e^{i\pi n x_s} b_0(x-x_s), \quad f_N(x) = \sum_{n=-N}^N \frac{F_n}{d_n} \varphi_n(x) = \sum_{s=0}^{2N} g_s b_0(x-x_s), \quad (14)$$

$$S_N(f) = \frac{1}{(2N+1)^2} \sum_{s=0}^{2N} c_s b_0(x-x_s),$$

где

$$g_s = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N \frac{F_n}{d_n} e^{i\pi n x_s}, \quad c_s = \sum_{r=-N}^N \mu_{s-r} \tilde{f}_r, \quad (15)$$

$$\mu_k = \sum_{n=-N}^N e^{i\pi n x_k} / \omega_n^2, \quad \tilde{f}_r = \int_{-1}^1 f(t) \overline{b(t-x_r)} dt.$$

Эти соотношения обеспечивают эффективную численную реализацию изучаемых аппроксимационных формул на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Замечание 3. Пусть D - m -мерный квадрат ($t \in D \Leftrightarrow t = (t_1, \dots, t_m)$, $|t_k| \leq 1$, $k = 1, \dots, m$). Тогда результаты п.2-3 сохраняют свою силу в случае сети

$$t_k = \left(\frac{2(k_1 - N_1)}{2N_1 + 1}, \dots, \frac{2(k_m - N_m)}{2N_m + 1} \right); \quad k_i = 0, 1, \dots, 2N_i; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

системы $\{\alpha_n\} = \{e^{i\pi(n,x)}\}$ и параметров $\{\theta_n\}$, если все формулировки перефразировать в терминах мультииндексов ($n = (n_1, \dots, n_m)$, $x = (x_1, \dots, x_m)$, $(n, x) = \sum n_k x_k$).

4. Система $\{\varphi_n\}$ является интерполяцией классической системы Фурье по формулам (1) + (6). Поэтому разложение $S_N(f)$ (см.(9)) можно рассматривать как приближенный ряд Фурье для f . Суммы $S_N(f)$ аналогичны суммам, возникающим при суммировании рядов. Подчеркнем, однако, что процесс $S_N(f)$ при $N \rightarrow \infty$ не является суммированием в общепринятом смысле (см. (3)).

Остановимся вкратце на некоторых типичных частных случаях. Пусть, например:

$$\text{а) } \theta_n = 1 - \frac{|n|}{2N+1} (|n| \leq 2N) \text{ и } \theta_n = 0 (|n| > 2N);$$

$$\text{б) } \theta_n = \cos^2\left(\frac{\pi n}{2(2N+1)}\right) (|n| \leq 2N) \text{ и } \theta_n = 0 (|n| > 2N);$$

$$\text{в) } \theta_n = r^{|n|} (0 < r < 1).$$

Нетрудно видеть, что суммы $S_N(f)$ для случаев а) и б) аналогичны соответственно методам суммирования Чезаро и Бернштейна-Рагозинского. Особенно интересен случай в), соответствующий методу Абеля. Этот случай находит применение при решении интегральных уравнений Вольтерра по схеме работы (4). Здесь же опишем алгоритм, позволяющий эффективно вычислять коэффициенты ряда Фурье.

Именно, заметим, что при $\theta_n = r^{|n|}$ ($0 < r < 1$, $n = 0, \pm 1, \dots$), где r от x не зависит,

$$b_0(x) = \frac{1-r^2}{1-2r \cos \pi x + r^2}, \quad x \in [-1, 1], \quad (17)$$

что позволяет (см. (14)) при вычислении коэффициентов Фурье функции $f(x)$ ограничиться интегралами от произведения функции f на соответствующие сдвиги функции (17), а затем использовать БПФ. Таблица содержит результаты численного эксперимента по вычислению коэффициентов Фурье простой функции $f(x) = x + e^x$ на отрезке $[-1, 1]$. В данном случае $r = r(N) \rightarrow 1$ и $r^N \rightarrow 0$ ($N \rightarrow \infty$), что обеспечивает устойчивый счет.

Предлагаемый здесь метод работает гораздо быстрее обычного численного интегрирования для коэффициентов, поскольку отсутствуют быстро осциллирующие гармоники (функция (17) может иметь только один пик). Отметим, однако, что это преимущество возникает лишь при достаточно большом N и при вычислении всех коэффициентов частичной суммы Фурье, а не отдельно взятых.

N	301	401	501	601	701	801	901
ε_1	$6,4 \cdot 10^{-12}$	$7,8 \cdot 10^{-12}$	$8,6 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$7,7 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$3,1 \cdot 10^{-2}$
ε_2	$2,4 \cdot 10^{-7}$	$2,6 \cdot 10^{-7}$	$2,6 \cdot 10^{-7}$	$7 \cdot 10^{-7}$	$2,7 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$6,8 \cdot 10^{-5}$
t_1 / t_2	5,5	6,9	7,6	8,3	10	11,8	8,2

N – число вычисляемых коэффициентов Фурье функции $x + e^x$ для гармоник в интервале $[-(N - 1)/2, (N - 1)/2]$, t_1 и ε_1 – соответственно время и среднеквадратичная погрешность при прямом численном интегрировании, t_2 и ε_2 – посредством предлагаемого метода.

В обоих случаях (при прямом интегрировании и при счете посредством функции (17)) численное интегрирование проводилось в одном и том же режиме. Обращает на себя внимание гораздо большая стабильность уровня ошибки во втором случае.

5. Подход п.1 может быть применен при решении определенных типов операторных уравнений. В рамках схемы п.2,3 рассмотрим уравнения с оператором L , формально обладающим (см. замечание 2) свойством

$$Le^{imx} = l_n e^{imx}, \quad (18)$$

где коэффициенты l_n от x не зависят (см. также замечание 3).

Здесь мы остановимся на конкретном примере системы дифференциальных уравнений второго порядка

$$Ly(x) \stackrel{\text{def}}{=} Ay'' + By' + Cy = f(x), \quad x \in [-1, 1], \quad (19)$$

где A, B, C – постоянные матрицы порядка $p \geq 1$, $f(x)$ – заданная вектор-функция. Очевидно, условие (18) выполнено. Рассмотрим простейшую краевую задачу $y(-1) = u$ и $y(1) = v$ и предположим, что она поставлена корректно. Хотя задача эта, с теоретической точки зрения, явно решается (если считать, что корни характеристического полинома найдены), на практике найти решение отнюдь непросто. А в случае, когда A, B, C или f зависят от параметров, эффективное получение приближенного решения и вовсе проблематично. Схема п.2 позволяет, в ряде случаев, обойти эти трудности.

Именно, исходя из равномерной сети п.2 и положив $\theta_n = 1 (|n| \leq N)$ и $\theta_n = 0 (|n| > N)$, рассмотрим сначала оператор L на вектор-функциях $y \in C^2$ таких, что $y(-1) = y(1)$. Потребуем также, чтобы на некоторой вектор-функции $\psi(x) \in C^2$, $\psi(-1) = \psi(1)$, $\psi'(-1) \neq \psi'(1)$ представление

$$y(x) = \sum a_k(x)(\varphi_k, y) + b(x)y(-1) \quad (20)$$

было точным (здесь a_k – матрицы-функции и $(\varphi_k, y) = Ly(x_k)$). Нетрудно видеть, что данный выбор $\{\theta_n\}$ приводит к тому, что формула (20) будет точной и для системы $\{e^{imx}\}$, $|n| \leq N$.

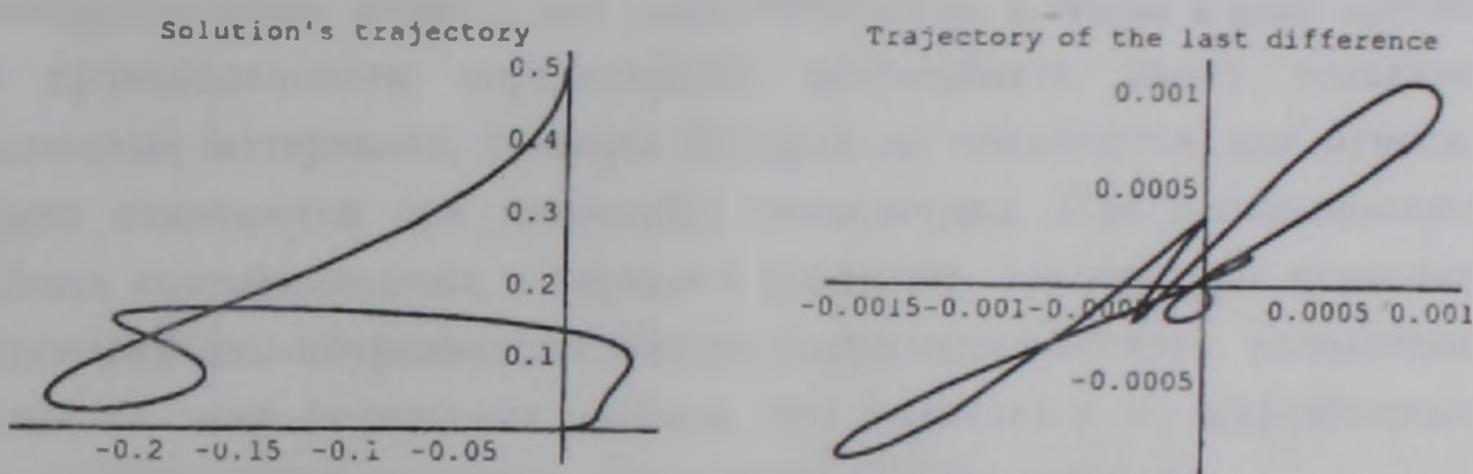
Не останавливаясь на деталях, отметим, что реализация этой схемы, — с точностью до обращения одной матрицы размерности $p \times p$, — приводит к явным формулам для коэффициентов $\{a_k(x)\}$ и $b(x)$.

Несложный анализ показывает, что в случае $f \in C^1[-1,1]$ и $u = v$ формула (20) дает приближенное решение с равномерной оценкой ошибки порядка $O(1/N^2)$. Переход к случаю $u \neq v$ очевиден.

Приведем результаты численной реализации для случая простой распадающейся системы, зависящей от двух параметров (α и β) ($Y = (y_1, y_2)^T = Y(x, \alpha, \beta)$)

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}'' + \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(3x - 1) \\ -\cos(3x + 1) \end{pmatrix} \quad (21)$$

при условиях $y_1(-1) = y_2(-1) = 0$, $y_1(1) = 0$, $y_2(1) = \beta$ и $\psi(x) = \cos x$.



Траектории решения и разности $y_9 - y_7$.

На рисунке слева изображена траектория решения $y(x, \alpha, \beta)$ уравнения (21) в фазовом пространстве (y_1, y_2) при значениях параметров $\alpha = \sin 7x$, $\beta = x^3 / 2$ и $N = 4$, $-1 < x < 1$ (т.е., когда сумма в (20) содержит всего 9 членов). Справа приведена траектория разности этого решения Y_9 и решения Y_7 , соответствующего $N = 3$. Как показывает сравнение с точным решением, реальная ошибка $\varepsilon_9 = Y(x, \sin 7x, x^3 / 2) - Y_9$ примерно в 4 раза меньше.

Институт математики НАН Армении

Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Հ. Բ. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ

Պարամետրական մոտարկում և նրա որոշ կիրառություններ

Առաջարկվում է մի եղանակ, որի միջոցով ընդհանրացվում են որոշ Հայտնի մոտարկման բանաձևեր: Պարամետրների ընտրությունը թույլ է տալիս հարմարվել խնդիրներին: Նկարագրված է համապատասխան օրթոգոնալ համակարգը: Ստացված են զուգամիտության թեորեմներ:

Նկարագրված են կիրառություններ տվյալ ֆունկցիաների Ֆուրյեի շարքի գործակիցները որոշելու համար, ինչպես նաև երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի: Առաջարկված եղանակը թույլ է տալիս արագ հաշվել Ֆուրյեի գործակիցների մեծ քանակություն:

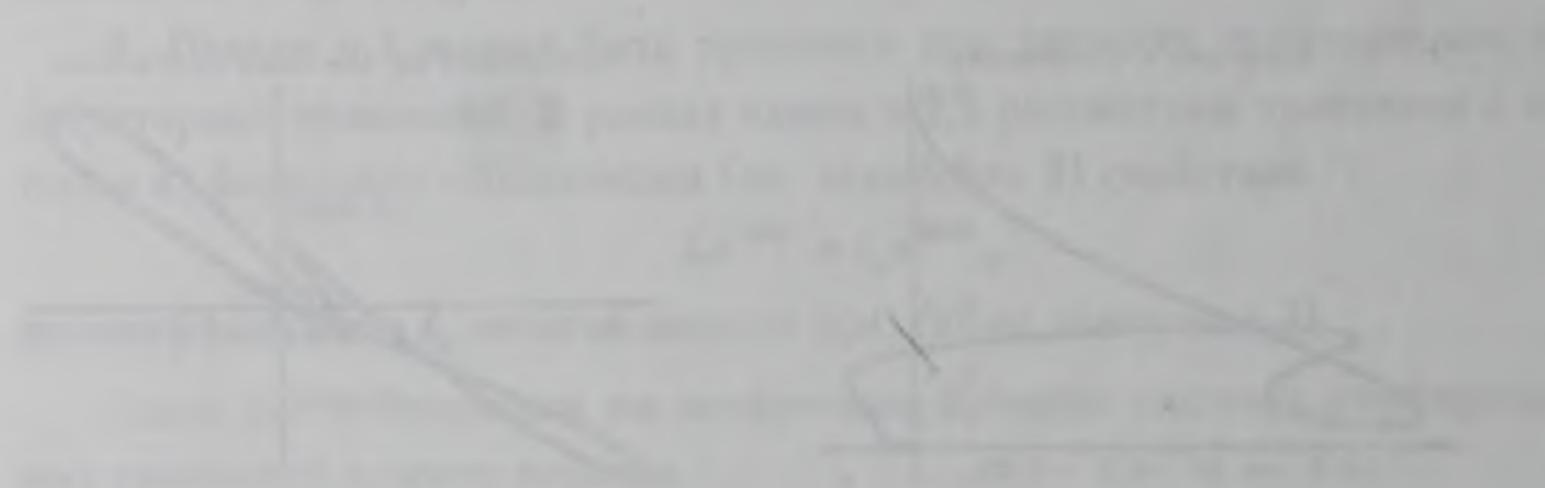
Պարամետրներից կախված հաստատուն գործակիցներով դիֆերենցիալ հավասարումներով համակարգի մոտավոր լուծումը ներկայացվում է բացահայտ բանաձևով:

Թվային փորձարկումը անց է կացված MATHEMATICA 3.0 համակարգի օգնությամբ: Արդյունքները ցույց են տալիս, որ առաջարկվող եղանակը առանձնապես էֆեկտիվ է, երբ խնդիրը կախված է պարամետրներից, իսկ պահանջվող ճշտությունը համեմատաբար փոքր է:

ЛИТЕРАТУРА – ՊՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ S. Wolfram, The MATHEMATICA book, Third Edition, Wolfram Media, Cambridge University Press, 1996. ² G. Kaiser, A Friendly Guide to Wavelets, Birkhäuser, 1994. ³ А.Зигмунд, Тригонометрические ряды, М., Мир, 1965. ⁴ А.В.Нерсисян, Theory of functions and applications. Collection of Works Dedicated to the Memory of Mkhitar M. Djrbashian. Yerevan, Louys, p.133-138, 1995.

(15)
$$y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$$



Երևանի պետական համալսարանի ֆիզիկո-մաթեմատիկական գիտությունների ֆակուլտետի մաթեմատիկական ֆիզիկայի ամբիոնի դոկտոր Կարեն Գևորգյանի և ասպիրանտ Գրիգոր Գրիգորյանի համատեղ աշխատանքը:

Հոկտեմբերի 2015 թվականի 15-րդ համաժողովի քննարկման արդյունքում ընդունվել է:

Հոկտեմբերի 2015 թվականի 15-րդ համաժողովի քննարկման արդյունքում ընդունվել է:

Հոկտեմբերի 2015 թվականի 15-րդ համաժողովի քննարկման արդյունքում ընդունվել է:

УДК 539.3

А. М. Симонян, Н. Т. Сукоян

**Исследование теплового расширения пакетов
из волокнистых композитов**

(Представлено академиком НАН Армении Л. А. Агаловяном 14/XI 1997)

В приборостроении, космической и робототехнике, а также в ряде других отраслей промышленности определенную актуальность имеет создание конструкционных материалов, размеры которых не изменяются или относительно мало изменяются при изменении температуры. При использовании многослойных композиционных материалов изменение температуры приводит к возникновению взаимоуравновешивающих напряжений в слоях, вследствие анизотропии их теплофизических свойств, что отражается на эффективных значениях коэффициента теплового расширения (КТР) материала.

В настоящей работе получены формулы для расчета эффективных значений КТР многослойных волокнистых композиционных материалов с учетом возникающих напряжений в слоях. Приведено сравнение расчетных и экспериментальных данных, полученных на плоских и трубчатых углепластиковых образцах, и рассмотрены возможности получения терморазмеростабильных композиций на основе стеклопластика.

1. *Расчет коэффициента теплового расширения пакета композита.* В основе расчета принимаются следующие допущения (1-6):

а) Каждый слой рассматривается как однородный, для всех точек которого принимаются усредненные значения деформаций и напряжений в слое.

б) Принимается, что слои композита упруго-ортотропны и не имеют взаимного проскальзывания.

в) Пакет композита рассматривается как бесконечная пластинка, пренебрегаются напряжения в направлении, перпендикулярном плоскости пакета.

Пусть x и y – некоторые ортогональные оси в плоскости пакета композита, а оси 1 и 2 – ортогональные оси вдоль и поперек армирования i -го слоя композита. Углы φ_i , определяющие наклон оси 1 i -го слоя относительно оси x , а также толщины h_i , определяют структуру пакета композита.

Согласно допущению б), деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ и γ_{xy} всех слоев одинаковы. Запишем выражения для деформации i -го слоя в зависимости от деформаций пакета:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1^i &= \varepsilon_x \cos^2 \varphi_i + \varepsilon_y \sin^2 \varphi_i + \gamma_{xy} \sin \varphi_i \cos \varphi_i; \\ \varepsilon_2^i &= \varepsilon_x \sin^2 \varphi_i + \varepsilon_y \cos^2 \varphi_i - \gamma_{xy} \sin \varphi_i \cos \varphi_i; \\ \gamma_{12}^i &= (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin 2\varphi_i + \gamma_{xy} \cos 2\varphi_i.\end{aligned}\quad (1.1)$$

Согласно закону Гука, при температурном воздействии для каждого i -го слоя, с учетом его ортотропии, имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\sigma_1^i &= \frac{1}{1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i} \left[E_1^i (\varepsilon_1^i - a_1^i T) + E_2^i \mu_{21}^i (\varepsilon_2^i - a_2^i T) \right] \\ \sigma_2^i &= \frac{1}{1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i} \left[E_2^i (\varepsilon_2^i - a_2^i T) + E_1^i \mu_{12}^i (\varepsilon_1^i - a_1^i T) \right]; \\ \tau_{12}^i &= G_{12}^i \gamma_{12}^i,\end{aligned}\quad (1.2)$$

где E_1^i, E_2^i, G_{12}^i — модули упругости i -го слоя вдоль и поперек волокон и модуль сдвига соответственно, μ_{21}^i — коэффициент Пуассона, соответствующий деформации поперек волокон при растяжении вдоль волокон, $\mu_{12}^i = E_2^i \cdot \frac{\mu_{21}^i}{E_1^i}$, a_1^i, a_2^i — КТР вдоль и поперек волокон соответственно.

Для напряжений $\sigma_x^i, \sigma_y^i, \tau_{xy}^i$ в i -м слое, в направлениях x и y можем записать следующие выражения:

$$\begin{aligned}\sigma_x^i &= \sigma_1^i \cos^2 \varphi_i + \sigma_2^i \sin^2 \varphi_i - \tau_{12}^i \sin 2\varphi_i; \\ \sigma_y^i &= \sigma_1^i \sin^2 \varphi_i + \sigma_2^i \cos^2 \varphi_i + \tau_{12}^i \sin 2\varphi_i; \\ \tau_{xy}^i &= (\sigma_1^i - \sigma_2^i) \sin \varphi_i \cos \varphi_i + \tau_{12}^i \cos 2\varphi_i,\end{aligned}\quad (1.3)$$

Поскольку КТР пакета определяется при отсутствии внешних сил, справедливы следующие соотношения:

$$\sum_{i=1}^n h_i \sigma_x^i = 0; \quad \sum_{i=1}^n h_i \sigma_y^i = 0; \quad \sum_{i=1}^n h_i \tau_{xy}^i = 0,\quad (1.4)$$

где n — число слоев в пакете.

Подставляя соотношения (1.1) - (1.3) в (1.4), получим:

$$\begin{aligned}A_{11} \varepsilon_x + A_{12} \varepsilon_y + A_{13} \gamma_{xy} &= TB_1; \\ A_{21} \varepsilon_x + A_{22} \varepsilon_y + A_{23} \gamma_{xy} &= TB_2; \\ A_{31} \varepsilon_x + A_{32} \varepsilon_y + A_{33} \gamma_{xy} &= TB_3,\end{aligned}\quad (1.5)$$

где

$$A_{11} = \sum_{i=1}^n \left[\left(E_1^i \cos^4 \varphi_i + E_2^i \mu_{21}^i \cdot \frac{\sin^2 2\varphi_i}{4} + E_2^i \sin^4 \varphi_i \right) \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{1}{1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i} + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \Big] h_i; \\
A_{12} = & \sum_{i=1}^n \left[(E_1^i + E_2^i) \frac{\sin^2 2\varphi_i}{4} + E_2^i \mu_{21}^i (\sin^4 \varphi_i + \cos^4 \varphi_i) - \right. \\
& \left. - G_{12}^i (1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i) \sin^2 2\varphi_i \right] \times \frac{h_i}{1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i}; \\
A_{22} = & \sum_{i=1}^n \left[E_1^i \sin^4 \varphi_i + E_2^i \mu_{21}^i \cdot \frac{\sin^2 2\varphi_i}{2} + E_2^i \cos^4 \varphi_i + \right. \\
& \left. + G_{12}^i (1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i) \sin^2 2\varphi_i \right] \times \frac{h_i}{1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i}; \\
A_{13} = A_{31} = & \sum_{i=1}^n \left[(E_1^i \cos^2 \varphi_i - E_2^i \sin^2 \varphi_i) \cdot \frac{\sin 2\varphi_i}{2} + E_2^i \mu_{21}^i \frac{\sin 4\varphi_i}{4} - \right. \\
& \left. - G_{12}^i (1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i) \frac{\sin 4\varphi_i}{2} \right] \frac{h_i}{1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i}; \\
A_{23} = A_{32} = & \sum_{i=1}^n \left[(E_1^i \sin^2 \varphi_i - E_2^i \cos^2 \varphi_i) \cdot \frac{\sin 2\varphi_i}{4} - E_2^i \mu_{21}^i \frac{\sin 4\varphi_i}{4} - \right. \\
& \left. - G_{12}^i (1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i) \frac{\sin 4\varphi_i}{2} \right] \frac{h_i}{1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i}; \\
A_{33} = & \sum_{i=1}^n \left[(E_1^i + E_2^i - 2E_2^i \mu_{21}^i) \frac{\sin^2 2\varphi_i}{4(1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i)} + G_{12}^i \cos^2 2\varphi_i \right] h_i; \\
B_1 = & \sum_{i=1}^n \left[a_1^i E_1^i (\cos^2 \varphi_i + \mu_{21}^i \sin^2 \varphi_i) + a_2^i E_2^i (\sin^2 \varphi_i + \mu_{21}^i \cos^2 \varphi_i) \right] \times \\
& \times \frac{h_i}{1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i}; \\
B_2 = & \sum_{i=1}^n \left[a_1^i E_1^i (\sin^2 \varphi_i + \mu_{12}^i \cos^2 \varphi_i) + a_2^i E_2^i (\cos^2 \varphi_i + \mu_{21}^i \sin^2 \varphi_i) \right] \times \\
& \times \frac{h_i}{1 - \mu_{12}^i \mu_{21}^i}; \\
B_3 = & \sum_{i=1}^n \left[a_1^i E_1^i (1 - \mu_{12}^i) - a_2^i E_2^i (1 - \mu_{21}^i) \right] \sin 2\varphi_i \cdot \frac{h_i}{2}.
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Соотношения (1.5) позволяют определить деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ и γ_{xy} , возникающие в пакете при изменении температуры на значение T . Легко видеть,

что эффективные значения КТР a_x, a_y и a_{xy} могут быть определены как $\varepsilon_x / T, \varepsilon_y / T$ и γ_{xy} / T соответственно. Отметим, что при несимметричном армировании имеет место коэффициент a_{xy} , соответствующий скосу пакета.

Решая систему уравнений (1.5), получим:

$$a_x = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} B_1 A_{12} A_{13} \\ B_2 A_{22} A_{23} \\ B_3 A_{32} A_{33} \end{vmatrix}; \quad a_y = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} A_{11} B_1 A_{13} \\ A_{12} B_2 A_{23} \\ A_{13} B_3 A_{33} \end{vmatrix};$$

$$a_{xy} = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} A_{11} A_{12} B_1 \\ A_{21} A_{22} B_2 \\ A_{31} A_{32} B_3 \end{vmatrix}; \quad \Delta = \begin{vmatrix} A_{11} A_{12} A_{13} \\ A_{21} A_{22} A_{23} \\ A_{31} A_{32} A_{33} \end{vmatrix}.$$
(1.7)

Формулы (1.7) позволяют рассчитывать коэффициенты теплового расширения пакета композита в зависимости от коэффициентов теплового расширения и модулей упругости его слоев, а также их углов армирования.

В случае симметричного армирования относительно оси x получим $A_{13} = A_{31} = A_{23} = A_{32} = B_3 = 0$, и формулы (1.7) примут вид:

$$a_x = \frac{B_1 A_{22} - B_2 A_{21}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2}, \quad a_y = \frac{B_2 A_{11} - B_1 A_{21}}{A_{11} A_{22} - A_{12}^2}, \quad a_{xy} = 0.$$
(1.8)

2. *Экспериментальное исследование температурного расширения пакета из углепластика.* Испытанию были подвергнуты образцы, изготовленные прессованием углеленты ЛУП-0,2, пропитанной связующим Э-341А (смолы ЭД-20 и СФ-341А в спиртацетоновой смеси в соотношении 1 : 1). Содержание смолы в пропитанной углеленте составляло 38-41%, содержание летучих компонентов – до 3%. Режим отверждения был следующим: повышение температуры до 100°C и выдержка в течение 1 ч, затем повышение до 110° с выдержкой в течение 1 ч, далее: 120° – 1 ч, 130° – 1ч, 140° – 1 ч, 150° – 2 ч, 160° – 3 ч, 180° – 4 ч, понижение температуры до комнатной осуществлялось в выключенной печи. Количество слоев углеленты составляло 28. Размеры образцов для определения КТР были приняты следующими: 20×4×3,5 мм и 200×10×3,5 мм – для механических испытаний.

Однонаправленный углепластик, полученный после прессования при давлении 5 атмосфер, имел следующие характеристики:

$$E_1 = 1,73 \cdot 10^5 \text{ Мпа}, \quad E_2 = 0,175 \cdot 10^5 \text{ Мпа}, \quad G = 0,116 \cdot 10^5 \text{ Мпа}, \quad \mu_{12} = 0,0266,$$

$$\mu_{12} = 0,26, \quad a_1 = (-1,006 \div +0,116) \cdot 10^{-6} \text{ 1/град}, \quad a_2 = (23,3 \pm 6,6) \cdot 10^{-6} \text{ 1/град}.$$

Были изготовлены пакеты углепластика со следующими схемами армирования: 1(78°), 7(0°), 1(-78°); 1(69°), 7(0°), 1(-69°). Результаты испытания образцов приведены в таблице.

Значения коэффициентов теплового расширения пакетов

Схема армирования	Направление продольной оси образцов	Экспериментальные значения $\alpha, (10^{-6}) 1/\text{град}$	Расчетные значения $\alpha, (10^{-6}) 1/\text{град}$
1(78°), 7(0°), 1(-78°);	0°	-0,50 + +0,86	0,517
	90°	6,26 - 7,14	6,55
1(69°), 7(0°), 1(-69°).	0°	-0,09 ÷ +0,13	0,311
	90°	10,08 + 10,66	7,47

Экспериментальные значения α , приведенные в таблице, даны с их средними квадратичными отклонениями на базе 5 испытаний. Учитывая существенную нестабильность экспериментальных данных α для однонаправленного углепластика (несмотря на небольшие разбросы их в пределах одного листа, из которых выпиливались образцы), видимо, можно считать приемлемым соответствие экспериментальных и теоретических данных.

Кроме того, были изготовлены трубы прямоугольного сечения (38×24 мм) толщиной 1 мм и длиной 760 мм с теми же схемами армирования: 1(78°), 7(0°), 1(-78°) и 1(69°), 7(0°), 1(-69°). Изготовление осуществляли следующим образом: сначала на алюминиевую оправку, обработанную жидкостью 1376-11, наматывали один спиральный слой ленты под углом 78° (или 69°), затем укладывали 7 слоев углеленты, ориентированной в продольном направлении (0°), после чего наматывали внешний спиральный слой под углом -78° (или -69°).

Полученный полуфабрикат помещали в пресс-форму и подвергали термоотверждению.

Проведенные эксперименты дали следующие результаты:

$\alpha = (0,07 - 0,57) \cdot 10^{-6}$ (1/град) при расчетном значении $0,517 \cdot 10^{-6}$ (1/град) для первой схемы армирования и $\alpha = (0,14 - 0,47) \cdot 10^{-6}$ (1/град) при расчетном значении $0,311 \cdot 10^{-6}$ (1/град) для второй схемы армирования, т.е. соответствие экспериментальных и теоретических данных для труб оказалось лучше, чем для плоских образцов.

Отметим, что напряжения, возникающие в каждом i -ом слое композита при действии температуры, могут быть рассчитаны по формулам (1.2) при использовании (1.1).

3. *О возможностях получения терморазмеростабильных элементов из композитов.* При проведении численных расчетов было обнаружено, что значения КТР пакета могут находиться вне интервала α_1, α_2 определяемого экспериментальными значениями КТР для одного слоя. Это означает, что принципиально возможно создание пакета композита с $\alpha_x = 0$, хотя для каждого элементарного слоя имеют место положительные значения КТР в

любом направлении. Возникает, например, вопрос, можно ли получить терморазмеростабильные элементы из стеклопластика? Как показали расчеты, это возможно, но не для любого стеклопластика: чем больше различие значений a_1 и a_2 , а также чем выше значение E_2 и ниже G , тем больше удаление эффективного значения a_x от интервала (a_1, a_2) , а следовательно и возможность достижения $a_x = 0$. Этому можно дать следующее физическое объяснение. Представим себе стержневую решетку с шарнирными закреплениями (рис.1). Если попытаться в такой решетке отдалить параллельные стержни друг от друга (имитируя $a_1 > a_2$), то, очевидно, точки A и B будут приближаться друг к другу, если угол $\varphi < 45^\circ$. Этому препятствует сопротивляемость сдвигу. При приближении φ к 45° взаимное сближение точек A и B соответствует ничтожно малому отдалению стержней решетки. (Формально, отдаление параллельных стержней решетки приводит к бесконечному сближению точек A и B).

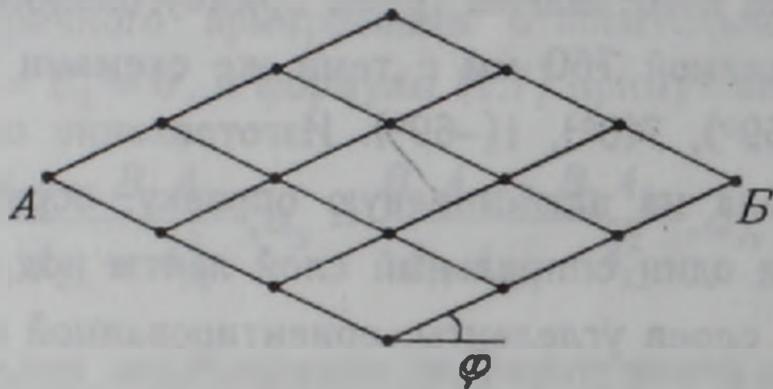


Рис.1.

Ниже рассмотрим стеклопластик со следующими характеристиками:
 $a_1 = 7 \cdot 10^{-6}$ (1/град), $a_2 = 40 \cdot 10^{-6}$ (1/град), $E_1 = 5,04 \cdot 10^4$ Мпа,
 $E_2 = 1,0 \cdot 10^4$ Мпа, $G = 0,2 \cdot 10^4$ Мпа, $\mu_{12} = 0,04$, $\mu_{21} = 0,2$.

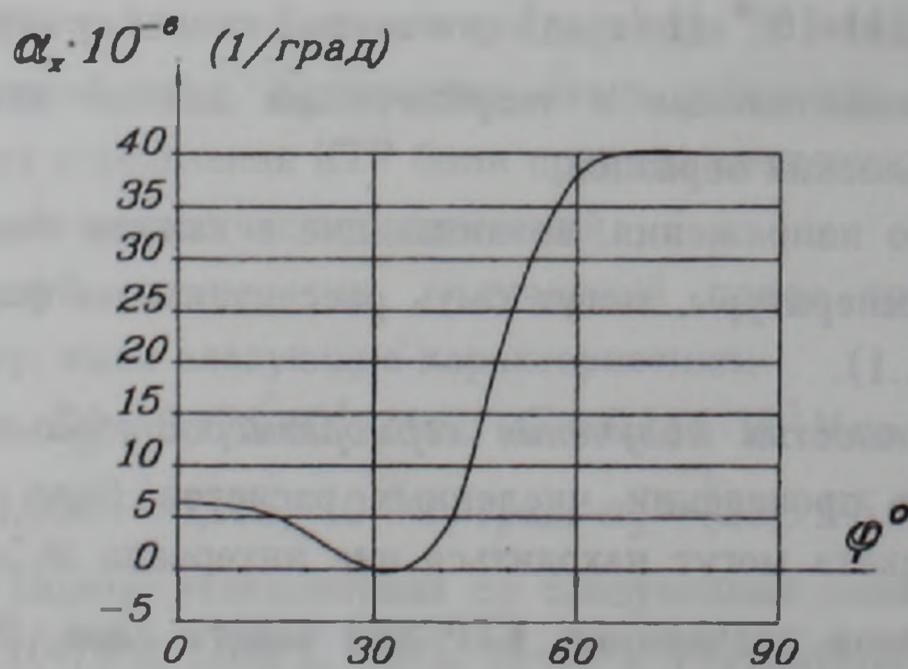


Рис.2.

Расчеты, проведенные с этими характеристиками для симметричной системы армирования $n(\varphi)$ и $n(-\varphi)$ в зависимости от угла φ , приведены на рис.2, откуда видно, что при $\varphi = 30^\circ$ такой пакет в направлении x имеет КТР, значение которого близко к нулю. Формально рассмотрим предельный случай: $E_1 = E_2, G = 0$. Для симметричного армирования $n(\varphi), n(-\varphi)$ из соотношений (1.8) получим:

$$a_x = a_1 - (a_2 - a_1) \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{\cos 2\varphi} \quad (3.1)$$

Естественно, что при $a_1 = a_2 = a$, независимо от угла φ , согласно (3.1) $a_x = a$. Для случая же $a_2 > a_1$, обычно имеющего место для волокнистых композитов, a_x может приобретать и отрицательные значения в интервале

$\arctg \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} < \varphi < \frac{\pi}{4}$, причем $a_x = 0$ при $\varphi = \arctg \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}$. Однако у реальных

композитов $E_2 < E_1$ и $G \neq 0$ и возможности получения пакета со значениями $a_x = 0$ более ограничены.

Институт механики НАН Армении

Ա. Մ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Ն. Տ. ՍՈՒՔՈՅԱՆ

Թեղիկային կոմպոզիտներից պատրաստված փաթեթների ջերմային ընդարձակման հետազոտությունը

Ստացված են բանաձևեր բազմաշերտային կոմպոզիտ նյութերի ջերմային ընդարձակման օպտիմալ արժեքների հաշվարկի համար շերտերում առաջացած լարումների հաշվառմամբ:

Արված է հաշվարկային և հարթ ու խողովակաձև նմուշների վրա կատարված էքսպերիմենտալ հետազոտությունների արդյունքների համեմատություն:

Հետազոտված են ապակեպլաստի հիման վրա ջերմաչափակայուն կոմպոզիտ նյութ ստանալու հնարավորությունները:

ЛИТЕРАТУРА – ՓՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ И.Ф.Образцов, В.В.Васильев, В.А.Бунаков, Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов, М., Машиностроение, 1997. ² Ю.М.Тарнопольский, А.М.Скудра, Конструкционная прочность и деформативность стеклопластиков, Рига, Занатне, 1966. ³ Ю.В.Немировский, ПМТФ, №6, 1966. ⁴ Г.А.Ван Фо-Фы, Механика полимеров, №2, 1965. ⁵ В.В.Болотин, Расчеты на прочность, вып.12, М., Машиностроение, 1966. ⁶ С.Цай, В.Адзи, Ракетная техника и космонавтика, №2, 1966.

ՀԻՎԻՈՄԵԽԱՆԻԿԱ

ՌՏԴ 551.491.:556.3

Յու. Լ. Ջավադյան, Ս. Ս. Ղազարյան

**Արարատյան հարթավայրի ստորերկրյա ջրերի ֆիլտրացիոն
եզրային խնդիրների վերաբերյալ**

(Ներկայացված է ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս Ֆ.Տ.Սարգսյանի կողմից 23.07. 1997)

Հայաստանի հանրապետության ջրային ռեսուրսների կազմում որոշակի տեղ են գրավում Արարատյան հարթավայրի ստորերկրյա ջրերը, որոնց հետազոտման ընդհանրացման և օգտագործման համար բազմադարյան աշխատանքներ են կատարված երկրաբանական վարչության, Հայջրտնտի և ուրիշ կազմակերպությունների կողմից ⁽¹⁾: Գիտական աշխատանքների ցանկում բացառիկ արժեք են ներկայացնում Գ. Վ. Աբիխի, Վ. Ֆ. Չախարովի, Գ. Գ. Օզանեզովի ⁽²⁾, Ա. Տ. Ասլանյանի ⁽³⁾, Ա. Կ. Անանյանի ⁽⁴⁾, Ս. Ս. Ղազարյանի ⁽⁵⁾ և ուրիշների աշխատանքները:

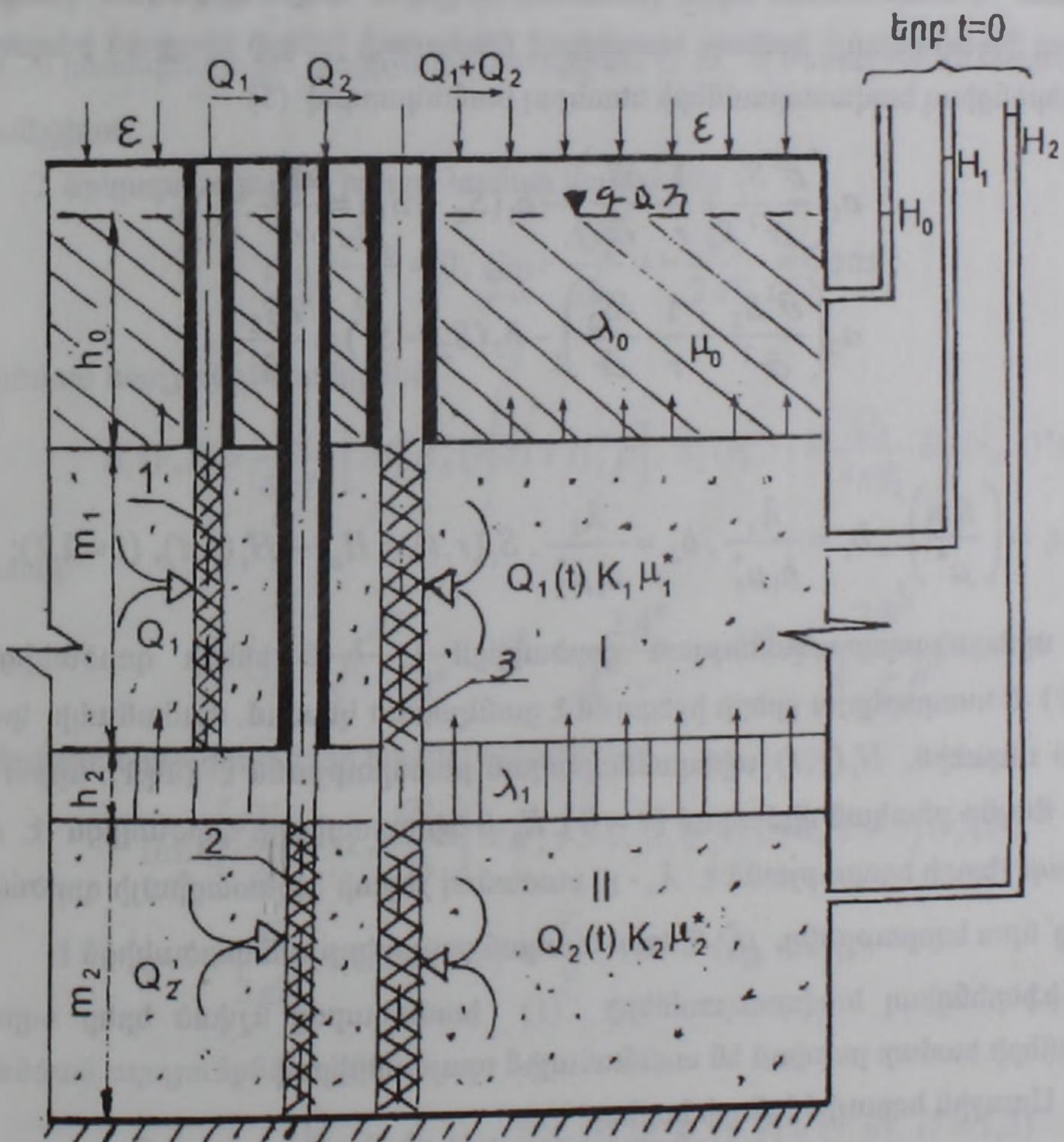
Ըստ հետազոտման տվյալների Արարատյան հարթավայրը ներկայացնում է ստորերկրյա ջրերի բեռնաթափման վայր, որոնք գոյանում են մեծ և փոքր Արարատ լեռների և Արագած-Գեղամա լեռնահամակարգերից, իջնելով հարթավայր տեղավորվում են նրա բազմաշերտ ֆիլտրացիոն միջավայրի ծակոտիներում ⁽³⁾: Հարթավայրի տարածքում տեղավորված են հիմնականում երկու ճնշումային ջրաշերտեր, որոնք իրարից բաժանվում են թույլ ջրաթափանցելիություն ունեցող լճային կավերի շերտով, որը տարածվելով լրիվ տարածքով, դուրս է գալիս եզրերում, հնարավորություն տալով խառնվելու ջրատար շերտերին:

Վերին ճնշումային շերտը փակվում է, այսպես կոչված ծածկող շերտով, որտեղ տեղավորված են գրունտային ջրերը, անմիջական կապի մեջ լինելով մակերևութային ջրերի հետ: Արարատյան հարթավայրի բոլոր ջրատար շերտերը (վերին, ներքին ճնշումային և գրունտային) ներառյալ նաև աղբյուրները, գտնվում են իրար հետ հիդրավիկական կապի մեջ և միասին կազմում են մեկ ընդհանուր բարդ գրունտա-ճնշումային համակարգ:

Հետազոտությունները ցույց են տվել, որ որքան ջուր է մտնում Արարատյան հարթավայր հոսքի գոյացման տիրույթից, նույնքան բեռնաթափվում է մեծ և փոքր աղբյուրների տեսքով: Հետևաբար, ստորերկրյա ջրերի օգտագործումը ոռոգման և այլ նպատակներով կարելի է իրականացնել միայն նրանց ռեժիմի կարգավորման միջոցով, վեգետացիայի ընթացքում վերցնելով այնքան ջրի քանակություն, որ նրա

դադարումից հետո հնարավոր լինի վերականգնելու ջրերի նախնական ռեժիմը, որանով ապահովելով ամեն տարվա երաշխավորված քանակի ջրառումը սահմանված ժամանակահատվածում:

Նշված հիմնահարցի լուծումը կարելի է իրականացնել օգտվելով ֆիլտրացիայի տեսությունից, որտեղ հիմնարար աշխատանքներ են կատարվել Ն.Ե.Ժուկովսկու, Ն.Ն.Պավլովսկու, Ս.Ֆ.Ավերյանովի, Ս.Ն.Նումիրովի և ուրիշների կողմից: Ընդհանուր դրվածքով ֆիլտրացիոն խնդիրների լուծումները հնարավորություն կտան, տվյալ քանակի ջրառման պայմաններում, գնահատելու ստորերկրյա ջրերի իջեցումը, միջավայրի ցանկացած կետում և ժամանակի կամայական պահին և, դրա հետ կապված, փնտրելու բազմաթիվ բարդ ճարտարագիտական նոր խնդիրների լուծումներ: Այդ նպատակով նկատի ունենալով, բնական հիդրոերկրաբանական պայմանների բարդությունները, նրանք պարզեցվում են վերլուծական մեթոդների կիրառման համար:



Նկ.1. Ջրատար շերտերից տարբեր ռեժիմներով ջրհանման հիդրոերկրաբանական սխեման

Հետազոտության նպատակն է Արարատյան հարթավայրի պարզեցված սխեմայի համար (նկ.1), լուծելու ֆիլտրացիոն մի շարք եզրային խնդիրներ, որոնք հնա-

րավորություն կտան ճշտելու ստորերկրյա ջրերի շահագործական պաշարները, պահպանելով կենսալորտի կայունությունը և պահանջները:

Նախատեսվում է նկ.1-ի սխեմայի համար սահմանել և լուծել ֆիլտրացիոն երեք եզրային խնդիրներ, որոնք մեկնաբանում են ֆիլտրացիոն միջավայրի ճնշումների փոփոխությունները, երբ ջրառումը կատարվում է՝ 1) միայն վերին ճնշումային ջրատար շերտից Q_1 հաստատուն ելքով, 2) միայն ներքին ճնշումային շերտից Q_2 հաստատուն ելքով, 3) միաժամանակ վերին (I) եվ ներքին (II) ճնշումային շերտերից $Q = Q_1(t) + Q_2(t)$ հաստատուն ելքով: Մեկնաբանվելու և լուծվելու են նաև ֆիլտրացիոն հակադարձ խնդիրները: Դա հնարավորություն կտա որոշելու միջավայրի հիդրոերկրաբանական պարամետրերը փորձնական ջրհանման տվյալների օգնությամբ:

Ստորերկրյա ջրերի ոչ հաստատված շարժումը դեպի ջրհորը, երբ նրանից կատարվում է հաստատուն ելքով ջրհանում, երկշերտ հիդրավիլիկական կապի մեջ գտնվող ֆիլտրացիայի համար, առանցքով համաչափ խնդրի դեպքում բնորոշվում է դիֆերենցիալ հավասարումների հետևյալ համակարգով (5)

$$\begin{aligned} a_1 \left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial S_1}{\partial r} \right) - b_1 (S_2 - S_1) &= \frac{\partial S_1}{\partial t}, \\ a_2 \left(\frac{\partial^2 S_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial S_2}{\partial r} \right) - b_2 (S_2 - S_1) &= \frac{\partial S_2}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

որտեղ՝

$$a_i = \left(\frac{Km}{\mu^*} \right)_i, \quad b_1 = \frac{\lambda_1}{h_1 \mu_1^*}, \quad b_2 = \frac{\lambda_1}{h_1 \mu_2^*}, \quad S_i(r, t) = H_{ie} - H_i(r, t), \quad (i = 1, 2); \quad (2)$$

a_i -ն պիեզահաղորդականության գործակիցն է, b_i -ն հոսքի գործակիցն է, $S_i(r, t)$ -ն ստորերկրյա ջրերի իջեցումն է ցանկացած կետում, ժամանակի կամայական t պահին, $H_i(r, t)$ պիեզամետրական բարձրությունն է (նկ.1), երբ $t > 0$, H_{ie} - նույնը բնական վիճակում ($t = 0$). K_i -ն ֆիլտրացիայի գործակիցն է, m_i -ն ջրատար շերտի հզորությունն է, λ_1 -ը բաժանող շերտի ֆիլտրացիայի գործակիցն է, h_1 -ը՝ նրա հզորությունը, μ_i^* -ն առածական ջրատվության գործակիցն է:

Դիֆերենցիալ հավասարումների (1) համակարգը նշված երեք եզրային խնդիրների համար լուծվում են սահմանային պայմաններով:

1. Առաջին եզրային խնդրի համար՝

$$\begin{aligned} S_i(r, t) &= 0, t = 0, \quad S_i(r, t) = 0, \quad t > 0, r \rightarrow \infty, \\ \lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial S_1}{\partial r} &= -\frac{Q_1}{2\pi T_1} = \text{Const}, \quad \lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial S_2}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (2')$$

Լուծման արդյունքները մեծ ժամանակների համար ներկայացնում են՝

$$S_i(r, t) = \frac{Q_1}{4\pi T_1} [M_i^u R_\delta^u(r, t) + U_i^u \beta], \quad (i=1,2),$$

$$S_1(r_0, t) = \frac{Q_1}{4\pi T_1} R_\delta(r_0, t):$$
(3)

որտեղ $R_\delta^u(r, t)$ բնորոշում է հիդրավիկական դիմադրությունը և որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$R_\delta^u(r, t) = -Ei\left(-\frac{r^2}{4a^*t}\right), R_\delta(r_0, t) = \ln \frac{2,25a^*t}{r_0^2}, U_1^u = \frac{2A^o}{A^o + B^o}, U_2^u = -\frac{2B^o}{A^o + B^o},$$

$$M_i^u = \frac{B^o}{A^o + B^o}, a^* = \frac{T}{\mu^*}, T = T_1 + T_2, \mu^* = \mu_1^* + \mu_2^*, A^o = \frac{a_2}{a_1}, B^o = \frac{b_2}{b_1}, a^o = A^o + 1, \quad (4)$$

$$A_{1,2}^o = A^o \mp B^o, B_1^o = 1 + B^o, \beta = K_0 \left(\sqrt{r^2 cb_1 / A^o a_1} \right), C = A^o B_1^o + B_2^o, N^o = A^o - 1:$$

Ei -ն ինտեգրալային ցուցիչային ֆունկցիան է. K_0 -ն Բեսսելի կեղծ արգումենտով ֆունկցիան

2. երկրորդ եզրային խնդրի համար կունենանք՝

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial \mathcal{S}_1}{\partial r} = 0, \lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial \mathcal{S}_2}{\partial r} = -\frac{Q_2}{2\pi T_2} = \text{Const}: \quad (5)$$

Լուծման արդյունքները կլինեն՝

$$S_i(r, t) = \frac{Q_1}{4\pi T_2} [M_i^u R_\delta^u(r, t) + U_i^u \beta], S_2(r_0, t) = \frac{Q_2}{4\pi T_2} R_\delta(r_0, t): \quad (6)$$

որտեղ՝

$$M_{1,2}^u = \frac{A^o}{A^o + B^o}, U_1^u = \frac{2A^o}{A^o + B^o}, U_2^u = \frac{2B^o}{A^o + B^o}: \quad (7)$$

3. երրորդ եզրային խնդրի համար կունենանք՝

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \left(\frac{\partial \mathcal{S}_1}{\partial r} + \alpha_T \frac{\partial \mathcal{S}_2}{\partial r} \right) = q, \quad t > 0, S_1(r_0, t) + \Delta H = S_2(r_0, t),$$

$$q = -\frac{Q}{2\pi T_1} = \text{Const}, \alpha_T = \frac{T_2}{T_1}, \Delta H = H_{2e} - H_{1e}: \quad (8)$$

Լուծման արդյունքները կլինեն՝

$$S_i(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} R_\delta(r, t) + \frac{\Delta H}{T} T_1 [M_i R_\delta(r, t) + U_i \beta], \quad (i=1,2)$$

$$S_1(r_0, t) = \frac{Q}{4\pi T} R_\delta(r_0, t) - \frac{T_2}{T} \Delta H,$$

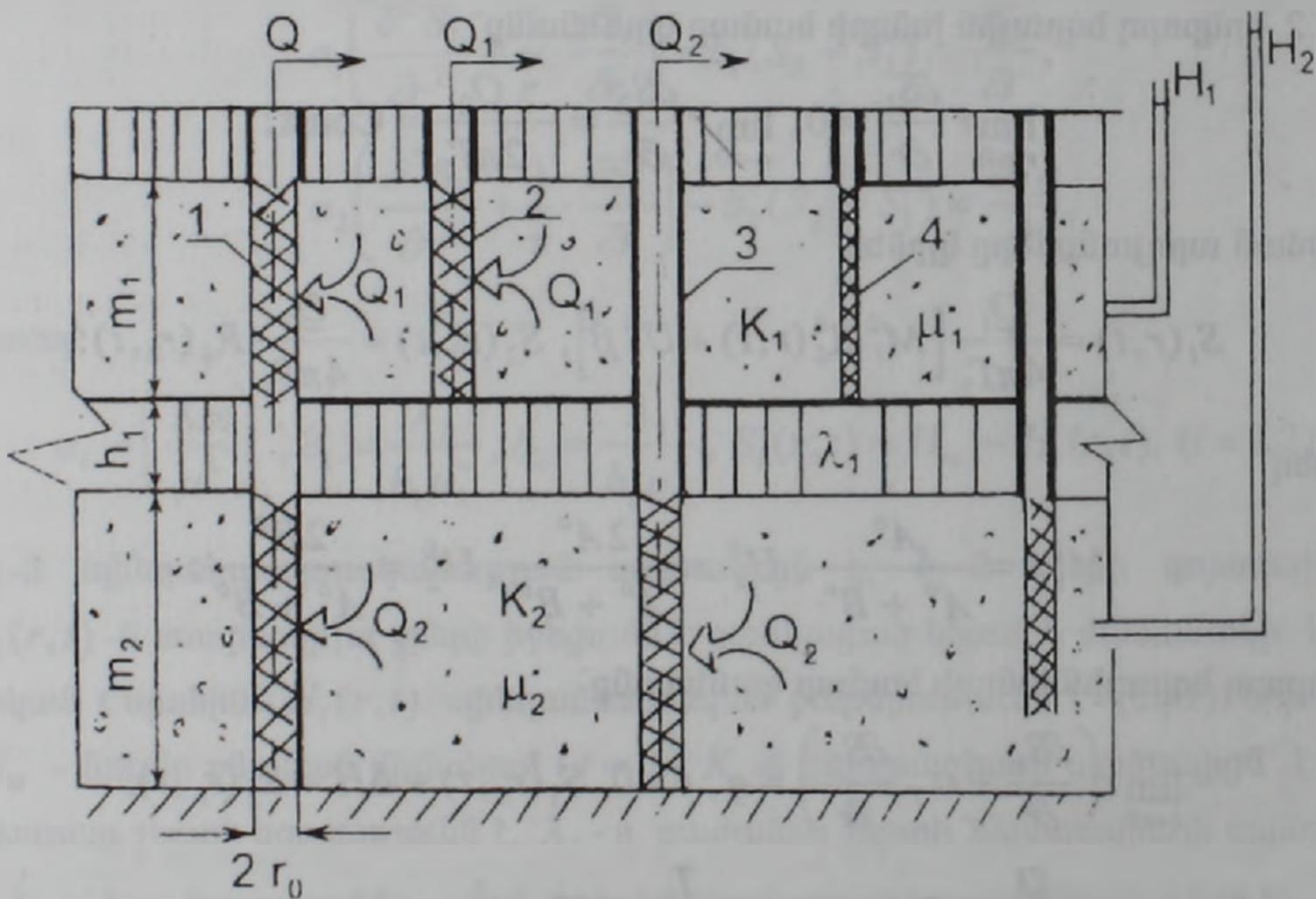
$$S_2(r_0, t) = \frac{Q}{4\pi T} R_\delta(r_0, t) + \frac{T_1}{T} \Delta H:$$
(9)

որտեղ՝

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{D_2^o}{2\beta}, \quad M_2 = \frac{D_4^o}{2\beta}, \quad U_1 = \frac{D_1^o}{\beta}, \quad U_2 = -\frac{D_3^o}{\beta}, \\ D_1^o &= \frac{A^o(1+\alpha_T)}{A^o+B^o}, \quad D_2^o = \frac{A^o-\alpha_T B^o}{A^o+B^o}, \quad D_3^o = -\frac{B^o(1+\alpha_T)}{A^o+B^o}, \quad D_4^o = D_2^o: \end{aligned} \quad (10)$$

Ստացված (3), (6) և (9) բանաձևերով կարելի է որոշել ստորերկրյա ջրերի մակարդակների իջեցումները, երբ ջրառունը կատարվում է հաստատուն ելքերով համապատասխանաբար միայն I, միայն II և միաժամանակ I և II շերտերից:

Կիրառելով ստացված հավասարումները փոքր ժամանակների համար, արտածված են հաշվային բանաձևեր հիդրոերկրաբանական պարամետրերի որոշման համար, օգտագործելով նկ.2-ում ցույց տված ջրհորների փորձնական թփից տարբեր ռեժիմներով ջրհանման տվյալները: Նկ.2-ում ջրհորներ 1,2,3-կոչվում են կենտրոնական ջրհորներ, որտեղից կատարվում է ջրհանումը, իսկ 4,5-դիտահորեր, որտեղ դիտվում է մակարդակների իջեցումները ջրհանումների հետևանքով:



Նկ.2. Փորձնական ջրհանման ջրհորների թփի հաշվարկային սխեման մեկական դիտահորերով. 1,3 – կենտրոնական ջրհորներ, 4,5 – դիտահորեր

Պարամետրերի որոշման բանաձևերը բերված են ստորև՝

$$T = \frac{Q}{4\pi} \cdot \frac{\ln(t_2/t_1)}{S_2(r_{01}, t_2) - S_2(r_{02}, t_1)}, \quad T_2 = \frac{Q_2}{4\pi} \cdot \frac{\ln(t_2/t_1)}{S_2(r_{03}, t_2) - S_2(r_{03}, t_1)},$$

$$T_1 = \frac{Q_1}{4\pi} \cdot \frac{\ln(t_2/t_1)}{S_1(r_{02}, t_2) - S_1(r_{02}, t_1)}, \quad T = T_1 + T_2,$$

$$\begin{aligned}
A^{\circ} a_1 &= \frac{r_{01}^2}{2,25t_i} \exp \left[S_{1,2}(r_0, t_i) \pm \frac{\Delta H}{T} T_1 \right] \frac{4\pi T}{Q}, \\
a_1 &= \frac{r_{02}^2}{2,25t_i} \exp \left[S_1(r_{02}, t_i) \frac{4\pi T_1}{Q_1} \right], \\
b_1 &= \frac{4\pi T_2}{Q_2 A^{\circ}} \cdot \frac{N^{\circ} S_1(r_{34}, t_i)}{\varphi_1(r_{34}^2 / a_1, t_i) - \varphi_1(r_{34}^2 / A^{\circ} a_1, t_i)}, \\
b_2 &= \frac{4\pi T_1}{Q_1} \cdot \frac{S_2(r_{25}, t_i)}{\varphi_1(r_{25}^2 / a_1, t_i) - \varphi_1(r_{25}^2 / A^{\circ} a_1, t_i)}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Ունենալով անչափակազմ պարամետրերը (11) և m_i , h_i -ը կարող ենք որոշել՝

$$K_i = T_i / m_i, \mu_i^* = \left(\frac{T_i}{a_i} \right)_i, \lambda_1 = b_1 h_1 \mu_1^* = b_2 h_1 \mu_2^*, (i = 1, 2): \tag{12}$$

Եզրակացություն: Ներկայացված նկ.2-ի փորձնական ջրհորների թվի սխեմայով անհրաժեշտ է կազմակերպել երեք ռեժիմներով (միայն I, միայն II և միաժամանակ I և II) ջրհանում և չափել նրանց համապատասխան իջեցումները և կենտրոնական (1,2,3) ջրհորներում և դիտահորում (4,5):

Օգտագործելով այդ փորձնական ջրհանման տվյալները, ներկայացված (11) բանաձևերով որոշել ֆիլտրացիոն միջավայրի երկրաբանական բոլոր պարամետրերը: Ըստ հաշվարկված պարամետրերի, որոշել ստորերկրյա ջրերի իջեցումներն առանձին ջրհորներում և ֆիլտրացիոն միջավայրի ցանկացած կետերում, ժամանակի կամայական պահերին՝ (3), (6) և (9) բանաձևերի օգնությամբ:

Օգտագործելով առանձին ջրհորների հաշվային բանաձևերը կարելի է գնահատել նրանց խմբի աշխատանքը և լուծելով ֆիլտրացիոն անենահամապատասխան խնդիրը կորոշվի ստորերկրյա ջրերի շահագործական պաշարները:

Ջրային հիմնահարցերի և հիդրոտեխնիկայի գիտաարտադրական միավորում

Ю. Л. ДЖАВАДЯН, С. С. КАЗАРЯН

О фильтрационных краевых задачах вод Араратской равнины

Рассмотрены решения краевых задач фильтрации для гидрогеологических условий Араратской равнины при различных режимах откачки воды из напорных водоносных слоев.

Получены расчетные формулы для определения понижений уровней подземных вод при большом времени откачки воды из одиночных скважин, только из нижнего и одновременно из обоих слоев.

Используя результаты решения указанных краевых задач фильтрации при малых временах откачки воды, выведены расчетные формулы для определения

гидрогеологических параметров с использованием по предложенной схеме опытного куста данных откачек.

Результаты указанных решений могут служить основой для решения фильтрационных запасов подземных вод.

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ – ЛИТЕРАТУРА

¹ Մ.Ե.Ոսկանյան, Յու.Լ.Չափադրյան, Հ.Վ.Թորմազյան, Արարատյան հարթավայրի բնական ռեսուրսների օգտագործման և բնակչության սոցիալ-տնտեսական պայմանների բարելավման մասին: Երևան, Արարատ, 1966: ² Г.Г.Оганезов, Подземные воды Ара-ратской котловины, Ереван, Айастан, т.1, 1957; т.2, 1958; т.3, 1962; т.4, 1964. ³ А.Т.Ас-ланиян, Региональная геология Армении, Ереван, Айпетрат, 1956, ⁴ А.К.Ананян, Дренаж при освоении содовых солончаков, М., Колос, 1971. ⁵ С.М.Казарян, Водный обмен на фоне вертикального дренажа, Ереван, Айастан, 1988.

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ

УДК 539.3:534.1

С. А. Мелкумян

**Симметричная контактная задача электроупругости
 для пьезокерамической полуплоскости с вертикальным
 полубесконечным разрезом**

(Представлено академиком НАН Армении Г. Е. Багдасаряном 25/IX 1997)

Рассматривается плоская симметричная контактная задача электроупругости для упругой пьезокерамической полуплоскости ($z \geq 0$) с вертикальным полубесконечным разрезом ($z \geq b$). На конечном участке границы ($|x| \leq a$) полуплоскости приложен жесткий штамп с основанием произвольной гладкой формы, симметрично расположенный относительно оси разреза ($x = 0$). Предполагается, что направление предварительной поляризации перпендикулярно к границе ($z = 0$) и трение между штампом и полуплоскостью отсутствует. Принимается, что полуплоскость граничит с вакуумом и имеет заряженное электродное покрытие только под штампом. Для простоты принимается также, что на границе полуплоскости вне штампа и на берегах полубесконечного разреза действуют только внешние нормальные затухающие механические напряжения. Рассматривается плоское деформированное состояние ($|y| < \infty$). Так как задача симметрична относительно оси вертикального разреза, то можно ограничиться рассмотрением только правого квадранта ($0 < x < \infty, 0 < z < \infty$). Известно, что поставленная электроупругая задача математически сводится к решению уравнений равновесия (1.72), электростатики (1.73) и состояния сред (1.74), а также соотношений Коши (1.75) работы (1), со следующими граничными условиями:

$$\tau_{zx}(x,0) = 0, 0 < x < \infty; \tau_{xz}(0,z) = 0; D_x(0,z) = 0, 0 < x < \infty; \quad (1)$$

$$U_z(x,0) = f_1(x); \psi(x,0) = V_0, 0 \leq x \leq a; \quad (2)$$

$$\sigma_z(x,0) = f_2(x); D_z(x,0) = 0, a < x < \infty; \quad (3)$$

$$U_x(0,z) = 0, 0 \leq z \leq b; \sigma_x(0,z) = f_3(x), b < z < \infty, \quad (4)$$

где $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$ – компоненты тензора механических напряжений, U_x, U_z – проекции вектора упругих перемещений, D_x, D_z – компоненты вектора электрической индукции, ψ – электрический потенциал. В качестве основных неизвестных функций выбраны упругие перемещения ($U_x(x, z), U_z(x, z)$) и электростатический потенциал ($\psi(x, z)$).

Решения задачи ищем в виде суммы интегралов Фурье:

$$\begin{aligned} U_x(x, z) &= \frac{1}{C_{11}^E} \int_0^\infty \alpha \bar{U}(\alpha, z) \sin \alpha x d\alpha - \frac{1}{C_{11}^E} \int_0^\infty \beta \bar{U}(\beta, z) \sin \beta x d\beta; \\ U_z(x, z) &= \frac{1}{C_{44}^E} \int_0^\infty \alpha \bar{W}(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha + \frac{1}{C_{44}^E} \int_0^\infty \beta \bar{W}(\beta, z) \cos \beta x d\beta; \\ \psi(x, z) &= -\frac{1}{e_{15}} \int_0^\infty \alpha \bar{\psi}(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha - \frac{1}{e_{15}} \int_0^\infty \beta \bar{\psi}(\beta, z) \cos \beta x d\beta; \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{U}(\alpha, z) &= \sum_{j=1}^3 t_j \Delta_1(t_j) A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z}; \quad \bar{U}(\beta, x) = \sum_{k=1}^3 t_k \Delta_1(t_k) B_k(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}}; \\ \bar{W}(\alpha, z) &= \sum_{j=1}^3 \Delta_2(t_j) A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z}; \quad \bar{W}(\beta, x) = \sum_{k=1}^3 \Delta_2(t_k) B_k(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}}; \\ \bar{\psi}(\alpha, z) &= \sum_{j=1}^3 \Delta_3(t_j) A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z}; \quad \bar{\psi}(\beta, x) = \sum_{k=1}^3 \Delta_3(t_k) B_k(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $A_j(\alpha)$ и $B_k(\beta)$ – неизвестные функции интегрирования, которые необходимо определить из граничных условий (1)–(4).

$\Delta_1(t_k), \Delta_2(t_k), \Delta_3(t_k)$ определяются по формулам:

$$\Delta_1(t_k) = \chi t_k^2 + \chi_1; \quad \Delta_2(t_k) = \eta t_k^4 + \eta_1 t_k^2 + 1; \quad \Delta_3(t_k) = \nu t_k^4 + \nu_1 t_k^2 + 1, \quad (7)$$

причем

$$\begin{aligned} \chi &= \left(\frac{e_{31}}{e_{15}} + 1 \right) \frac{c_{33}^E}{c_{44}^E} - \left(\frac{c_{13}^E}{c_{44}^E} + 1 \right) \frac{e_{33}}{e_{15}}; \quad \chi_1 = \frac{c_{13}^E}{c_{44}^E} - \frac{e_{31}}{e_{15}}; \\ \eta &= \frac{c_{44}^E}{c_{11}^E} \cdot \frac{e_{33}}{e_{15}}; \quad \eta_1 = \left(\frac{e_{31}}{e_{15}} + 1 \right) \left(\frac{c_{13}^E}{c_{11}^E} + \frac{c_{44}^E}{c_{11}^E} \right) - \frac{c_{44}^E}{c_{11}^E} - \frac{e_{33}}{e_{15}}; \\ \gamma &= \frac{c_{33}^E}{c_{11}^E}; \quad \gamma_1 = \left(\frac{c_{13}^E}{c_{44}^E} + 1 \right) \left(\frac{c_{13}^E}{c_{11}^E} + \frac{c_{44}^E}{c_{11}^E} \right) - \frac{c_{44}^E}{c_{11}^E} - \frac{c_{33}^E}{c_{44}^E}, \end{aligned} \quad (8)$$

а t_k^2 – корни бикубического уравнения

$$t^6 - Pt^4 + Qt^2 - R = 0, \quad (9)$$

где

$$P = \left(\frac{e_{33}}{c_{44}^E} \eta + \frac{\varepsilon_{33}^s}{e_{15}} \nu \right)^{-1} \left[\left(\frac{e_{31}}{c_{11}^E} + \frac{e_{15}}{c_{11}^E} \right) \chi - \frac{e_{33}}{c_{44}^E} \eta_1 + \frac{e_{15}}{c_{11}^E} \eta - \frac{\varepsilon_{33}^s}{e_{15}} \nu_1 + \frac{\varepsilon_{11}^s}{e_{15}} \nu \right];$$

$$Q = \left(\frac{e_{33}}{c_{44}^E} \eta + \frac{\varepsilon_{33}^s}{e_{15}} \nu \right)^{-1} \left[\frac{e_{33}}{c_{44}^E} + \frac{\varepsilon_{33}^s}{e_{15}} - \left(\frac{e_{31}}{c_{11}^E} + \frac{e_{15}}{c_{11}^E} \right) \chi_1 - \frac{e_{15}}{c_{11}^E} \eta_1 - \frac{\varepsilon_{11}^s}{e_{15}} \nu_1 \right]; \quad (10)$$

$$R = \left(\frac{e_{33}}{c_{44}^E} \eta + \frac{\varepsilon_{33}^s}{e_{15}} \nu \right)^{-1} \left(\frac{e_{15}}{c_{44}^E} + \frac{\varepsilon_{11}^s}{e_{15}} \right).$$

В этих соотношениях $c_{11}^E, c_{13}^E, c_{33}^E, c_{44}^E$ – модули упругости материала при нулевом электрическом поле, e_{11}, e_{33}, e_{15} – пьезомодули, $\varepsilon_{11}^s, \varepsilon_{33}^s$ – диэлектрические проницаемости при нулевой деформации.

Отметим, что относительно t^2 кубическое уравнение (9) имеет три корня, причем известно, что один из них действителен, а два других в общем случае – комплексно сопряженные. Положительные корни уравнения (9) для пьезокерамики марки PZT4 следующие: $t_1 = 1,204$, $t_{2,3} = 1,069 \pm 10,200$.

Используя основные соотношения теории электроупругости (1) и учитывая (5), (6), можно все компоненты электроупругого поля выразить через $A_j(\alpha)$ и $B_k(\beta)$:

$$\sigma_x(x, z) = \int_0^\infty \alpha^2 \bar{\sigma}_x(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha + \int_0^\infty \beta^2 \bar{\sigma}_x(\beta, x) \sin \beta z d\beta;$$

$$\sigma_z(x, z) = \int_0^\infty \alpha^2 \bar{\sigma}_z(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha + \int_0^\infty \beta^2 \bar{\sigma}_z(\beta, x) \sin \beta z d\beta;$$

$$\tau_{zx}(x, z) = - \int_0^\infty \alpha^2 \bar{\tau}_{zx}(\alpha, z) \sin \alpha x d\alpha - \int_0^\infty \beta^2 \bar{\tau}_{zx}(\beta, x) \cos \beta z d\beta;$$

$$D_x(x, z) = - \frac{e_{15}}{c_{11}^E} \int_0^\infty \alpha^2 \bar{D}_x(\alpha, z) \sin \alpha x d\alpha - \frac{e_{15}}{c_{11}^E} \int_0^\infty \beta^2 \bar{D}_x(\beta, x) \cos \beta z d\beta; \quad (11)$$

$$D_z(x, z) = \frac{e_{15}}{c_{11}^E} \int_0^\infty \alpha^2 \bar{D}_z(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha + \frac{e_{15}}{c_{11}^E} \int_0^\infty \beta^2 \bar{D}_z(\beta, x) \sin \beta z d\beta;$$

$$E_x(x, z) = - \frac{1}{e_{15}} \int_0^\infty \alpha^2 \bar{E}_x(\alpha, z) \sin \alpha x d\alpha - \frac{1}{e_{15}} \int_0^\infty \beta^2 \bar{E}_x(\beta, x) \cos \beta z d\beta;$$

$$E_z(x, z) = -\frac{1}{e_{15}} \int_0^{\infty} \alpha^2 \bar{E}_z(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha - \frac{1}{e_{15}} \int_0^{\infty} \beta^2 \bar{E}_z(\beta, x) \sin \beta z d\beta,$$

где

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_x(\alpha, z) &= \sum_{j=1}^3 t_j \left[\Delta_1(t_j) - \frac{c_{13}^E}{c_{44}^E} \Delta_2(t_j) + \frac{e_{31}}{e_{15}} \Delta_3(t_j) \right] A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z}; \\ \bar{\sigma}_x(\beta, x) &= \sum_{k=1}^3 \left[\Delta_1(t_k) - \frac{c_{13}^E}{c_{44}^E} \Delta_2(t_k) + \frac{e_{31}}{e_{15}} \Delta_3(t_k) \right] B_k(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}}; \\ \bar{\sigma}_z(\alpha, z) &= \sum_{j=1}^3 t_j \left[\frac{c_{13}^E}{c_{11}^E} \Delta_1(t_j) - \frac{c_{33}^E}{c_{44}^E} \Delta_2(t_j) + \frac{e_{33}}{e_{15}} \Delta_3(t_j) \right] A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z}; \\ \bar{\sigma}_z(\beta, x) &= \sum_{k=1}^3 \left[\frac{c_{13}^E}{c_{11}^E} \Delta_1(t_k) - \frac{c_{33}^E}{c_{44}^E} \Delta_2(t_k) + \frac{e_{33}}{e_{15}} \Delta_3(t_k) \right] B_k(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}}; \\ \bar{\tau}_{zx}(\alpha, z) &= \sum_{j=1}^3 \left[\frac{c_{44}^E}{c_{11}^E} \Delta_1(t_j) t_j^2 + \Delta_2(t_j) - \Delta_3(t_j) \right] A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z}; \\ \bar{\tau}_{zx}(\beta, x) &= \sum_{k=1}^3 \left[\frac{c_{44}^E}{c_{11}^E} \Delta_1(t_k) t_k + \frac{\Delta_2(t_k)}{t_k} - \frac{\Delta_3(t_k)}{t_k} \right] B_k(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}}; \\ \bar{D}_x(\alpha, z) &= \sum_{j=1}^3 \left[\Delta_1(t_j) t_j^2 + \frac{c_{11}^E}{c_{44}^E} \Delta_2(t_j) + \frac{c_{11}^E}{e_{15}} \frac{\varepsilon_{11}^s}{e_{15}} \Delta_3(t_j) \right] A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z}; \\ \bar{D}_x(\beta, x) &= \sum_{k=1}^3 \left[\Delta_1(t_k) t_k + \frac{c_{11}^E}{c_{44}^E} \frac{\Delta_2(t_k)}{t_k} + \frac{c_{11}^E}{e_{15}} \frac{\varepsilon_{11}^s}{e_{15}} \frac{\Delta_3(t_k)}{t_k} \right] B_k(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}}; \\ \bar{D}_z(\alpha, z) &= \sum_{j=1}^3 t_j \left[\frac{e_{31}}{e_{15}} \Delta_1(t_j) - \frac{c_{11}^E}{c_{44}^E} \frac{e_{33}}{e_{15}} \Delta_2(t_j) - \frac{c_{11}^E}{e_{15}} \frac{\varepsilon_{33}^s}{e_{15}} \Delta_3(t_j) \right] A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z}; \\ \bar{D}_z(\beta, x) &= \sum_{k=1}^3 \left[\frac{e_{31}}{e_{15}} \Delta_1(t_k) - \frac{c_{11}^E}{c_{44}^E} \frac{e_{33}}{e_{15}} \Delta_2(t_k) - \frac{c_{11}^E}{e_{15}} \frac{\varepsilon_{33}^s}{e_{15}} \Delta_3(t_k) \right] B_k(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}}; \\ \bar{E}_x(\alpha, z) &= \sum_{j=1}^3 \Delta_3(t_j) A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z}; & \bar{E}_x(\beta, x) &= \sum_{k=1}^3 \frac{\Delta_3(t_k)}{t_k} B_k(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}}; \\ \bar{E}_z(\alpha, z) &= \sum_{j=1}^3 t_j \Delta_3(t_j) A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z}; & \bar{E}_z(\beta, x) &= \sum_{k=1}^3 \Delta_3(t_k) B_k(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}}. \end{aligned} \tag{12}$$

Удовлетворяя (1), получим (2):

$$B_k(\beta) = b_k B_1(\beta); \tag{13}$$

$$A_j(\alpha) = a_j^{(1)} A_1(\alpha) + a_j^{(2)} A_2(\alpha) + \frac{d_j}{\alpha} \sum_{k=1}^3 t_k^2 b_{1k} b_k \int_0^{\infty} \frac{\beta^2 B_1(\beta)}{\beta^2 + \alpha^2 t_k^2} d\beta. \quad (14)$$

Здесь

$$\begin{aligned} b_1 &= 1; b_2 = \frac{b_{13}b_{21} - b_{11}b_{23}}{b_{12}b_{23} - b_{13}b_{22}}; b_3 = \frac{b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}}{b_{12}b_{23} - b_{13}b_{22}}; \\ a_1^{(1)} &= 1; a_1^{(2)} = 0; d_1 = 0; a_2^{(1)} = 0; a_2^{(2)} = 1; d_2 = 0; \\ a_3^{(1)} &= -\frac{a_{11}}{a_{13}}; a_3^{(2)} = -\frac{a_{12}}{a_{13}}; d_3 = -\frac{2}{\pi} \frac{1}{a_{13}}; \\ b_{1k} &= \frac{c_{44}^E}{c_{11}^E} \Delta_1(t_k) + \frac{\Delta_2(t_k)}{t_k} - \frac{\Delta_3(t_k)}{t_k}; \\ b_{2k} &= \Delta_1(t_k) t_k + \frac{c_{11}^E}{c_{44}^E} \frac{\Delta_2(t_k)}{t_k} + \frac{c_{11}^E}{e_{15} e_{15}} \frac{\Delta_3(t_k)}{t_k}; \\ a_{1j} &= \frac{c_{44}^E}{c_{11}^E} \Delta_1(t_j) t_j^2 + \Delta_2(t_j) - \Delta_3(t_j). \end{aligned} \quad (15)$$

Имея в виду (13), (14), удовлетворяя (2)-(4), получаем следующие системы из парных интегральных уравнений:

$$\begin{cases} \int_0^{\infty} \beta B_1(\beta) \sin \beta z d\beta = 0 & 0 \leq z \leq b \\ \int_0^{\infty} \beta^2 B_1(\beta) \sin \beta z d\beta = \frac{1}{m_{12}} f_3(z) - \frac{1}{n_{12}} \sum_{j=1}^3 a_{2j} \int_0^{\infty} \alpha^2 A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z} d\alpha & b < z < \infty \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \int_0^{\infty} \alpha [m_{11} A_1(\alpha) + m_{12} A_2(\alpha)] \cos \alpha x d\alpha = c_{44}^E f_1(x) - \\ - \sum_{k=1}^3 b_{1k} b_k \int_0^{\infty} \beta B_1(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}} d\beta & 0 \leq x \leq a \\ \int_0^{\infty} \alpha^2 [m_{21} A_1(\alpha) + m_{22} A_2(\alpha)] \cos \alpha x d\alpha = f_2 x - \\ - m_{23} \sum_{k=1}^3 t_k^2 b_{1k} b_k \int_0^{\infty} \alpha \cos \alpha x d\alpha \int_0^{\infty} \frac{\beta^2 B_1(\beta)}{\beta^2 + \alpha^2 t_k^2} d\beta & a < x < \infty \end{cases} \quad (17)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_0^{\infty} \alpha [m_{31} A_1(\alpha) + m_{32} A_2(\alpha)] \cos \alpha x d\alpha = -e_{15} V_0 - \\ & - \sum_{k=1}^3 b_{1k}^{**} b_k \int_0^{\infty} \beta B_1(\beta) e^{-\frac{\beta x}{t_k}} d\beta \quad 0 \leq x \leq a \\ & \int_0^{\infty} \alpha^2 [m_{41} A_1(\alpha) + m_{42} A_2(\alpha)] \cos \alpha x d\alpha = \\ & = m_{43} \sum_{k=1}^3 t_k^2 b_{1k} b_k \int_0^{\infty} \alpha \cos \alpha x d\alpha \int_0^{\infty} \frac{\beta^2 B_1(\beta)}{\beta^2 + \alpha^2 t_k^2} d\beta \quad a < x < \infty \end{aligned} \right. \quad (18)$$

где

$$n_{12} = \sum_{k=1}^3 b_{3k} b_k; \quad b_{1k}^* = \frac{\pi}{2} m_{13} t_k b_{1k} + A_2 t_k; \quad b_{1k}^{**} = \frac{\pi}{2} m_{33} t_k b_{1k} + A_3 t_k;$$

$$\left\{ \begin{matrix} m_{21} \\ m_{22} \\ m_{23} \end{matrix} \right\} = \sum_{j=1}^3 a_{3j} \left\{ \begin{matrix} a_j^{(1)} \\ a_j^{(2)} \\ d_j \end{matrix} \right\}; \quad \left\{ \begin{matrix} m_{31} \\ m_{32} \\ m_{33} \end{matrix} \right\} = \sum_{j=1}^3 \Delta_3(t_j) \left\{ \begin{matrix} a_j^{(1)} \\ a_j^{(2)} \\ d_j \end{matrix} \right\}; \quad \left\{ \begin{matrix} m_{41} \\ m_{42} \\ m_{43} \end{matrix} \right\} = \sum_{j=1}^3 a_{4j} \left\{ \begin{matrix} a_j^{(1)} \\ a_j^{(2)} \\ d_j \end{matrix} \right\};$$

$$b_{3k} = \frac{c_{13}^E}{c_{11}^E} \Delta_1(t_k) + \frac{c_{33}^E}{c_{44}^E} \Delta_2(t_k) + \frac{e_{33}}{e_{15}} \Delta_3(t_k); \quad (19)$$

$$a_{2j} = t_j \left[\Delta_1(t_j) - \frac{c_{13}^E}{c_{44}^E} \Delta_2(t_j) + \frac{e_{31}}{e_{15}} \Delta_3(t_j) \right]$$

$$a_{3j} = t_j \left[\frac{c_{13}^E}{c_{11}^E} \Delta_1(t_j) - \frac{c_{33}^E}{c_{44}^E} \Delta_2(t_j) + \frac{e_{33}}{e_{15}} \Delta_3(t_j) \right];$$

$$a_{4j} = t_j \left[\frac{c_{31}^E}{c_{15}^E} \Delta_1(t_j) - \frac{c_{11}^E}{c_{44}^E} \frac{e_{33}}{e_{15}} \Delta_2(t_j) + \frac{c_{11}^E}{e_{15}} \frac{e_{33}^s}{e_{15}} \Delta_3(t_j) \right].$$

Решая парное уравнение (16) методом преобразующих операторов (3), получаем

$$B_1(\beta) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_b^{\infty} r \varphi_3(r) J_0(\beta r) dr + \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_b^{\infty} r F_1(r) J_0(\beta r) dr. \quad (20)$$

Здесь

$$\varphi_3(r) = \frac{1}{n_{12}} \int_r^{\infty} \frac{f_3(z)}{\sqrt{z^2 - r^2}} dz, \quad (21)$$

$$F_1(r) = -\frac{1}{n_{12}} \sum_{j=1}^3 a_{2j} \int_0^{\infty} \alpha^2 A_j(\alpha) K_0(\alpha, r) d\alpha, \quad (22)$$

$J_\nu(\beta r)$ – функция Бесселя первого рода с действительным аргументом,
 $K_0(\alpha, r)$ – функция Макдональда.

После некоторых простых преобразований, решая систему парных уравнений (17) и (18) методом преобразующих операторов (4), имеем

$$A_q(\alpha) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\alpha} \int_0^a t \varphi_q(t) J_1(\alpha t) dt + \frac{2}{\pi} \frac{1}{\alpha} \int_a^{\infty} t \varphi_q^*(t) J_1(\alpha t) dt + \\ + \frac{2}{\pi} \frac{1}{\alpha} \int_0^a t \Psi_q(t) J_1(\alpha t) dt + \frac{2}{\pi} \frac{1}{\alpha} \int_0^a t \Phi_q(t) J_1(\alpha t) dt; \quad (q=1,2), \quad (23)$$

где

$$\varphi_q(t) = -\frac{d}{dt} \int_0^t \frac{f_q^*(x)}{\sqrt{t^2 - x^2}} dx; \quad \varphi_q^*(t) = -\frac{1}{t} \int_t^{\infty} \frac{x f_q^{**}(x)}{\sqrt{t^2 - x^2}} dx; \quad (24)$$

$$\Psi_q(t) = -\frac{\pi}{2} \sum_{k=1}^3 \frac{c_{qk}}{t_k} \int_0^{\infty} \beta^2 \left[I_1\left(\frac{\beta}{t_k} t\right) - L_1\left(\frac{\beta}{t_k} t\right) - \frac{2}{\pi} \right] B_1(\beta) d\beta; \quad (25)$$

$$\Phi_q(t) = -\frac{\pi}{2} \frac{1}{t} \sum_{k=1}^3 \frac{c_{qk}^*}{t_k^2} \int_0^{\infty} \beta^2 \left[I_1\left(\frac{\beta}{t_k} t\right) - L_1\left(\frac{\beta}{t_k} t\right) - \frac{2}{\pi} \right] B_1(\beta) d\beta; \quad (26)$$

$$f_1^*(x) = \frac{c_{44}^E m_{32} f_1(x) + m_{12} e_{15} V_0}{m_{11} m_{32} - m_{12} m_{31}}; \quad f_1^{**}(x) = \frac{m_{42} f_2(x)}{m_{21} m_{42} - m_{22} m_{41}}; \quad (27)$$

$$f_2^*(x) = \frac{c_{44}^E m_{31} f_1(x) + m_{11} e_{15} V_0}{m_{12} m_{31} - m_{11} m_{32}}; \quad f_2^{**}(x) = \frac{m_{41} f_2(x)}{m_{22} m_{41} - m_{21} m_{42}}$$

$$c_{1k} = \frac{m_{12} b_{1k}^{**} - m_{32} b_{1k}^{**}}{m_{11} m_{32} - m_{12} m_{31}} b_k; \quad c_{2k} = \frac{m_{11} b_{1k}^{**} - m_{31} b_{1k}^{**}}{m_{12} m_{31} - m_{11} m_{32}} b_k; \quad (28)$$

$$c_{1k}^* = \frac{m_{22} m_{43} - m_{23} m_{42}}{m_{21} m_{42} - m_{22} m_{41}} t_k^2 b_{1k} b_k; \quad c_{2k}^* = \frac{m_{21} m_{43} - m_{23} m_{41}}{m_{22} m_{41} - m_{21} m_{42}} t_k^2 b_{1k} b_k.$$

Имея в виду (22), (14), (25), (26), исключая $A_q(\alpha)$ из (20) и (23), для определения $B(\beta) = \beta B_1(\beta)$ получаем интегральные уравнения типа Фредгольма второго рода:

$$B(\beta) = \Omega(\beta) + \int_0^{\infty} K(\gamma, \beta) B(\gamma) d\gamma. \quad (29)$$

По причине громоздкости формулы определение $\Omega(\beta)$ и $K(\gamma, \beta)$ здесь не приведено.

Для пьезокерамики PZF4 доказана разрешимость уравнения (29). Решая (29) методом последовательных приближений, определяем $B(\beta) = \beta B_1(\beta)$, далее по формулам (26), (25), (23), (14), (22), (20) и (13) определяем все искомые функции.

Используя формулы (12), (11), (6) и (5), можно определить все компоненты сопряженного электроупругого поля в любой точке полуплоскости.

Ереванский архитектурно-строительный институт

Ս. Ա. ՄԵԼՔՈՒՄՅԱՆ

Կիսաանվերջ ուղղաձիգ ճեղքով թուլացված պիեզակերամիկական կիսահարթության համաչափ կոնտակտային էլեկտրաառաձգականության խնդիրը

Դիտարկվում է էլեկտրաառաձգականության տեսության հարթ համաչափ կոնտակտային խնդիրը կիսաանվերջ ուղղաձիգ ճեղքով թուլացված, վակուումին սահմանակցող պիեզակերամիկական կիսահարթության համար, երբ վերջինս ունի լիցքավորված էլեկտրոդային ծածկույթ միայն դրոշմի տակ: Կիսահարթության եզրում, ճեղքի առանցքին համաչափ, վերջավոր երկարության վրա ճնշում է ցանկացած ողորկ հիմքով կոշտ դրոշմը: Ենթադրվում է, որ պիեզակերամիկայի նախնական բեռնացման ուղղությունը ուղղահայաց է կիսահարթության եզրին, ինչպես նաև դրոշմի և կիսահարթության միջև շփման ուժերը բացակայում են: Դիտարկվում է հարթ դեֆորմացիոն վիճակի խնդիր:

Օգտվելով «զույգ» ինտեգրալ հավասարումների մեթոդից՝ խնդրի լուծումը բերվել է Ֆրեդհոլմի տիպի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարման լուծման, որի լուծելիությունը ցույց է տրված PZF4 մակնիշի պիեզակերամիկայի համար:

ЛИТЕРАТУРА – ՓՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ В.Т.Гринченко, А.Ф.Улитко, Н.А.Шульга, Электроупругость, Киев, Наукова думка, 1989. ² И.С.Градштейн, И.М.Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М., Изд. физ.-мат. лит., 1971. ³ В.С.Тоноян, С.А.Мелкумян, Изв. АН АрмССР, Механика, т.24, №4, с.3-15 (1971). ⁴ В.С.Тоноян, С.А.Мелкумян, ДАН АрмССР, т.51, №3, с.144-149 (1970).

УДК 621.38

Академик НАН Армении В. М. Арутюнян, К. Б. Матевосян

**Электролюминесценция в варизонных структурах с двойной
 инжекцией при высоком уровне инжекции неосновных
 носителей заряда**

(Представлено 8/X 1997)

Инжекционные явления в полупроводниковых структурах во многом определяют многие их параметры и характеристики. Значительный интерес вызывают исследования двойной инжекции носителей заряда в полупроводниках (см. например, (1)), в том числе в структурах из твердых растворов переменного состава (т.н. варизонных полупроводников) (2). Особое место занимают фотоприемники, фотопреобразователи, светоизлучающие структуры (лазеры, светодиоды, преобразователи излучения) на этой основе. На наш взгляд, учет двойной инжекции необходим при интерпретации явления электро- и фотолюминесценции из пористого кремния, к которому в последнее время проявляется огромный интерес. Соображения по этому поводу изложены нами в (3).

Рассмотрим прохождение тока через p^+np^+ структуру, ширина запрещенной зоны E_g n -базы которой изменяется линейно с координатой x . Наличие градиента ширины запрещенной зоны сводится к формированию некоторого дополнительного "квазиэлектрического" поля E_0 , действующего на носители заряда, которое описывается как

$$E_0 = -\frac{1}{e} \frac{dE_g(x)}{dx}. \quad (1)$$

Здесь e – заряд электрона.

Используя соотношения для J_n и J_p с учетом E_0 , условия квазинейтральности, уравнения непрерывности и пренебрегая членом с квадратом первой производной концентрации дырок p от координаты x , получим дифференциальное уравнение для распределения концентрации дырок в n -базе в виде

$$\frac{d^2 p}{dx^2} + \frac{1}{2kT} \frac{dE_g(x)}{dx} \frac{dp}{dx} - \left(\frac{1}{L^2} - \frac{1}{2kT} \frac{d^2 E_g(x)}{dx^2} \right) p = 0. \quad (2)$$

При записи (2) предполагается выполнение в исследуемой области токов неравенств

$$m(m-1)N_D^2 \ll (p + mN_D)^2, eU_n(p + mN_D)^2 E_0 \gg jmN_D. \quad (3)$$

В (2-3) $L^2 = 2mD_p\tau_p$, $b = U_n/U_p$, $m = b/(b+1)$, k – постоянная Больцмана, T – температура, U_n , U_p – подвижности электронов и дырок, N_D – концентрация мелких доноров, D_p – коэффициент диффузии дырок. Для простоты рассмотрения используем граничные условия, характерные для "идеально" инжектирующих контактов,

$$J_n(0) = 0, J_p(d) = 0. \quad (4)$$

где d – длина п-базы, а плотность тока J , как обычно, складывается из электронной и дырочной составляющих $j = j_n + j_p$.

Решая уравнение (2), получим выражение для распределения концентрации дырок по базе

$$p(x) = \left\{ \left(\frac{j}{2ebD_p} - \frac{1}{2kT} \frac{dE_g}{dx}(d) p(d) \right) \left(\frac{e^{K_2 x}}{K_2} - \frac{e^{K_1 x}}{K_1} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{j}{2eD_p} - \frac{1}{2kT} \frac{dE_g}{dx}(0) p(0) \right) \left(\frac{e^{K_2 x}}{K_2} e^{K_1 d} - \frac{e^{K_1 x}}{K_1} e^{K_2 d} \right) \right\} \frac{1}{e^{K_2 d} - e^{K_1 d}}, \quad (5)$$

где

$$K_{1,2} = -\frac{1}{4kT} \frac{dE_g}{dx} \pm \frac{1}{2} \sqrt{4 \left(\frac{1}{L^2} - \frac{1}{2kT} \frac{d^2 E_g}{dx^2} \right) + \left(\frac{1}{2kT} \frac{dE_g}{dx} \right)^2}. \quad (6)$$

Рассчитаем интенсивность рекомбинационного излучения. Ее можно найти, как обычно, из выражений для интенсивностей излучательной рекомбинации через центры

$$\Phi_1 = \int_0^d \frac{p(x) - p_T}{\tau} dx \quad (7)$$

или излучательной рекомбинации типа зона-зона

$$\Phi_2 = \int_0^d \beta(np - n_i^2) dx. \quad (8)$$

Ниже рассматривается случай отсутствия куммулятивного эффекта, т.е. случай линейной зависимости E_g от x , поэтому при вычислении выражений для Φ_1 и Φ_2 в дальнейшем член с $d^2 E_g / dx^2$ в (6) опускается. Таким образом, предполагается, что ширина запрещенной зоны изменяется по закону

$$E_g(x) = E_{g0} - (\alpha + \beta)x, \quad (9)$$

где E_{g0} — ширина запрещенной зоны в точке $x=0$, а α и β характеризуют изменение потолка валентной зоны E_v и дна зоны проводимости E_c , соответственно.

Все последующие результаты получены для случая "сильной" варизонности, т.е. при выполнении условия

$$\frac{4}{L^2} \left(\frac{2kT}{\alpha + \beta} \right)^2 \leq 1. \quad (10)$$

Введем обозначения $a = (\alpha + \beta)L/2kT$, $\varpi = d/L$, $i = j/j_0$, $j_0 = 2eD_p p_T / L$.

Тогда выражение для интенсивности рекомбинационного излучения Φ_1 примет вид

$$\Phi_1^* = \frac{\Phi_1 \tau}{p_T L} = i F_1(a, b, \varpi) - \varpi, \quad (11)$$

где

$$F_1(a, b, \varpi) = \frac{a^2}{(a^2 + 1)^2} \left(\frac{a^2}{b} + \frac{1}{m} \right). \quad (12)$$

Для интенсивности межзонного излучения Φ_2^* получим выражение

$$\Phi_2^* = \frac{\Phi_2}{p_T^2 L \beta} = i^2 F_2(a, b) + i \frac{N_D}{p_T} F_3(a, b) - \frac{n_{im}^2}{p_T^2} \varpi, \quad (13)$$

где

$$F_2 = a^3 \left[\frac{1}{2} \left(1 + a^5 \frac{a^2 + 2}{a^2 + 1} \right) + \frac{1}{b} \left(\frac{1}{2(a^3 + 1)^3} + \frac{a^2(a^2 + 2)}{(a^2 + 1)^4} - a^2 \right) \right], \quad (14)$$

$$F_3 = \frac{a^2}{a^2 + 1} \left[\frac{1}{m} - a^2(a^2 + 1) \right]. \quad (15)$$

На анализе зависимостей (11) и (13) мы остановимся позже. Сейчас отметим, что в частном случае, когда $\beta = 0$, т.е. когда ширина запрещенной зоны изменяется по закону

$$E_g(x) = E_{g0} - \alpha x, \quad (16)$$

протягивание встроенным электрическим полем электронов в базу затруднено. В выражениях (11)-(15) нужно учесть, что

$$a = \alpha L / 2kT. \quad (17)$$

Случай, когда закон изменения ширины запрещенной зоны имеет вид

$$E_g(x) = E_{g0} - \beta x, \quad (18)$$

наиболее благоприятен для режима двойной инжекции. В выражениях (11)-(15) нужно учесть, что

$$a = \beta L / 2kT. \quad (19)$$

Анализируя результаты рассмотренных выше случаев, заметим общую закономерность – электролюминесценция должна иметь место лишь после достижения некоторого тока отсечки i_c , равного, например, в случае рекомбинационного излучения через центры (11)

$$i_c = \frac{d}{F_1(a, b, m)L}. \quad (20)$$

В случае межзонного рекомбинационного излучения ток отсечки равен

$$i_c = \frac{-N_D F_3 + \sqrt{N_D^2 F_3^2 + 4F_2 n_{im}^2 \varpi}}{2F_2 P_T}, \quad (21)$$

соответственно.

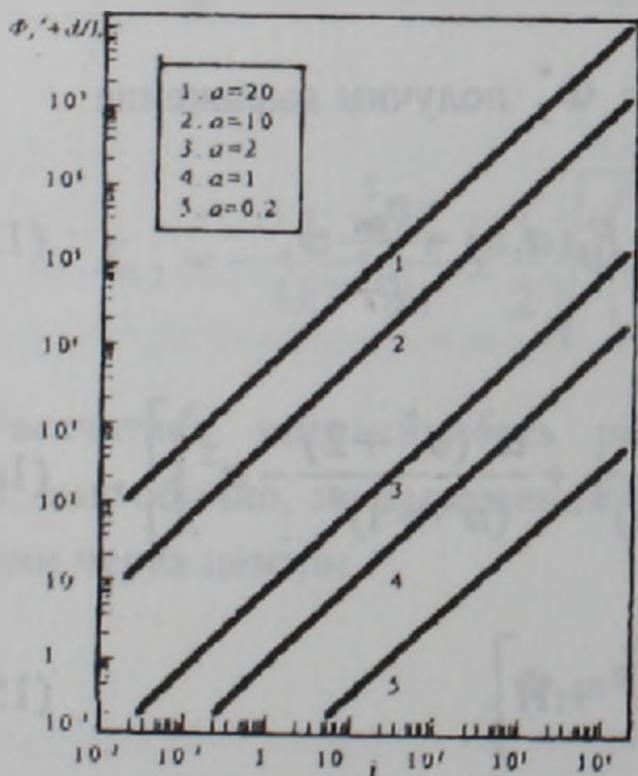


Рис. 1 Зависимость интенсивности рекомбинационного излучения через центры от безразмерного тока I .

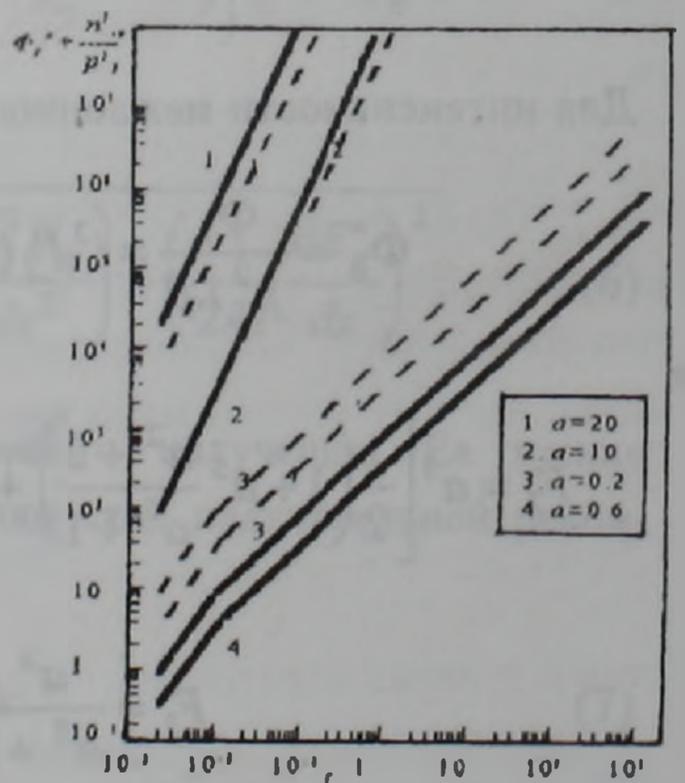


Рис. 2 Графическая зависимость интенсивности межзонного рекомбинационного излучения от безразмерного тока i .

Графическая зависимость интенсивности рекомбинационного излучения через центры от безразмерного тока i изображена на рис.1. Предсказываемая теорией линейная зависимость находится в согласии с рядом экспериментальных данных, полученных на структурах из полупроводников A_3B_5 и пористого кремния. Существование вышеотмеченного тока отсечки подтверждается на эксперименте, в частности, в работах (4).

Графическая зависимость интенсивности межзонного рекомбинационного излучения от безразмерного тока для различных соотношений N_D и P_T показана на рис.2. Из него следует, что при малых токах и "слабой" варизонности преобладает линейная зависимость $\Phi^*(i)$, которая затем сменяется на квадратичную зависимость интенсивности электролюминесценции от тока. При "сильной" варизонности (больших a) квадратичная зависимость от тока интенсивности имеет место с самого начала. Полученные нами теоретические результаты также находятся в соответствии с экспериментальными результатами, полученными в работах (4-5) на пористом кремнии.

Ереванский государственный университет

Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Վ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Կ. Բ. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ

Էլեկտրալուսնեացնցիան վարիզոնային կիսահաղորդիչներում ոչ հիմնական լիցքակիրների երկկողմանի ինժեկցիայի բարձր մակարդակի դեպքում

Քննարկված են վարիզոնային կիսահաղորդիչներում էլեկտրալուսնեացնցիոն երևույթները ոչ հիմնական լիցքակիրների երկկողմանի ինժեկցիայի բարձր մակարդակի դեպքում: Ստացվել է գոտի-գոտի ճառագայթային ռեկոմբինացիայի ինտենսիվության արտահայտությունը: Կատարվել է ճառագայթային ինտենսիվության հոսանքից ունեցած կախվածության համեմատական քննարկում A_3B_5 տեսակի կիսահաղորդիչների և ծակոտկեն նյութերի համար:

ЛИТЕРАТУРА – ՊՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ В.М.Арутюнян, Генерационно-рекомбинационные эффекты и двойная инжекция в полупроводниках, Ереван, Изд. АН АрмССР, 1977. ² Г.П.Пека, В.Ф.Коваленко, А.Н.Смоляр, Киев, Высшая школа, 1989. ³ В.М.Арутюнян, ДНАН Армении, т.95, №3, 4 (1995). ⁴ W.Lang, P.Steiner, F.Kozlowski, J. of luminescence, v.57, p.341-349 (1993); IEEE Electron Device Letters, v.14, №7, p.317-319 (1993). ⁵ L.Pavesi, M.Ceschini, G.Mariotto e.a., J. Appl. Phys., v.75, №2, p.1118-1126 (1994).

УДК 576.858.9:756.815.48

К. Г. Исаханова, В. Н. Вербенко, Ж. А. Кцоян, Н. Н. Саркисян,
академик НАН Армении К. Г. Карагезян, И. В. Варгересян

**Изменение радиочувствительности бактериальных клеток
Salmonella derby и *Escherichia coli*, трансформированных
плазмидой pSD89 Sm^r из *S. derby* K89**

(Представлено 11/IX 1996)

Эффективным подходом как для изучения этапов репарации, лимитирующих репаративный потенциал бактериальных клеток, так и для управления устойчивостью к неблагоприятным факторам среды является клонирование генов систем репарации и рекомбинации. Однако высокая концентрация белковых продуктов, как правило, возникающая при использовании многокопийных плазмид для клонирования, может интерферировать с нормальной репарацией и рекомбинацией. В то же время ряд природных плазмид, например, pR46, ее производная pKM101, pTR110, pColl, а также сенсibiliзирующая плаزمида pR391 обладают способностью усиливать или ослаблять устойчивость к инактивирующему действию УФ-света и ряда химических агентов.

Природная плазмида pR89 из штамма *Salmonella derby* K89, выделенная из клинического материала, в связи с проблемой множественной лекарственной устойчивости (Sm, Sm, Pn) привлекла внимание ввиду предварительных указаний на то, что излеченный от плазмид вариант *S. derby* K82 отличается по чувствительности к инактивирующему воздействию УФ-света (1) от родительского штамма. Результаты, полученные нами (2), показали, что содержащий плазмиду штамм оказался более чувствителен к действию ионизирующей радиации в сравнении с бесплазмидным вариантом. Методом электрофореза в агарозе было подтверждено наличие нескольких плазмид в штамме *S. derby* K89 с молекулярными весами от 2 до 60 Мд. В этой же работе были выявлены защитные фенотипические свойства плазмиды pSD89 Sm^r – участка валовой плазмидной ДНК с молекулярным весом 13,2 Мд, ранее рассматриваемым в связи с аналогом ДНК-полимеразы I *E. coli* (1).

Исходя из электрофоретических результатов, показавших, что валовая плазмидная ДНК содержит несколько плазмид, а также из предварительных

указаний на то, что дикий тип *S. derby* K89 устойчив к нескольким типам антибиотиков, было высказано предположение о том, что именно с плазмидами, несущими другую, отличную от *Sm* лекарственную резистентность, связана повышенная радиочувствительность дикого типа *S. derby* K89 по сравнению с *S. derby* K82.

В отношении *Sm* подтвердились ранее полученные результаты по жизнеспособности плазмидного штамма *S. derby* K89 (3) на среде, содержащей высокую концентрацию этого антибиотика (8 тыс. мкг/мл). Выживаемость клеток штамма *S. derby* K82 в этих условиях крайне низкая. Целью настоящей работы стало получение однородной бактериальной культуры, несущей именно данный участок плазмиды, сцепленный с маркером устойчивости к *Sm*. Перенос исследуемого плазмидного участка на генетический фон *E. coli* и изучение последствий трансформации для радиочувствительности штаммов *S. derby* и *E. coli*.

Работы проводили на природном, условно-патогенном штамме *S. derby* K89, изолированном из клинического материала (4), его бесплазмидном производном *S. derby* K82, а также на диком типе *E. coli* K-12 – AB1157.

Для выращивания бактериальных культур использовали: максимальную среду, среду со стрептомицином в концентрации действия 8 тыс. мкг/мл. Для разведения и облучения клеток использовали буфер M9. Культуры штаммов выращивали при 30°C в АП-бульоне с добавлением стрептомицина в случае плазмидных вариантов. Выделение плазмидной ДНК методом щелочного лизиса, трансформацию клеток кальциевым методом и электрофоретическое разделение плазмидной ДНК проводили по общепринятым методикам (5).

В наших исследованиях проведена проверка на наличие плазмидной ДНК в трансформантах AB1157/*pSD89 Sm^r* и K82/*pSD89 Sm^r*, полученных путем переноса плазмиды *pSD89 Sm^r* в бесплазмидные клетки реципиентных штаммов *S. derby* и *E. coli*.

После трансформации штаммов K82 и AB1157 с отбором по устойчивости к стрептомицину обнаруживается только одна плазида. Сравнение с маркерными плазмидными ДНК позволяет оценить молекулярный вес плазмиды *pSD89 Sm^r* как равный 3,6 Мд.

Трансформанты K82/*pSD89 Sm^r* и AB1157/*pSD89 Sm^r* оказались значительно более чувствительными к γ -лучам, чем их бесплазмидные варианты. ФИД=1,8 при $S=0,37$ и 1,9 при $S=10^{-7}$ в случае K82/*pSD89 Sm^r*. Радиочувствительность трансформанта AB1157/*pSD89 Sm^r* оказалась также почти вдвое выше, чем у реципиента. ФИД=2,02 при $S=0,37$ и ФИД=1,5 при выживаемости, равной 10^{-7} .

Для проверки полученных путем трансформации бактериальных штаммов на устойчивость к воздействию УФ-света был проведен спот-тест. Все полученные в данной работе трансформанты отличались от исходных штаммов по

своим радиобиологическим характеристикам. Было убедительно продемонстрировано значительное снижение выживаемости штаммов *S. derby* K82 и *E. coli* AB1157 после занесения в них плазмиды pSD89 Sm^r в условиях УФ-облучения.

Учитывая тот факт, что трансформанты AB1157/pSD89 Sm^r и K82/pSD89 Sm^r оказались более радиочувствительными по сравнению с реципиентными штаммами, можно предположить, что фенотип Gam^s сцеплен с детерминантой устойчивости к стрептомицину и что, что всей видимости, эта плазида несет ген, продукт которого может снижать репаративный потенциал бактериальных клеток *S. derby*.

Исходя из результатов настоящей работы, можно утверждать, что нам удалось получить другую, отличную от pSD89 Sm^r плазмиду pSD89 Sm^r, сцепленную с маркером устойчивости к стрептомицину, входящую в состав валовой плазмидной ДНК *S. derby*, и что, возможно, именно этой плазмидой обусловлена повышенная чувствительность дикого типа *S. derby* K89 к воздействию радиации по сравнению с бесплазмидным вариантом *S. derby* K82. Вероятно, тут мы имеем дело с двумя автономно-реплицирующимися плазмидами, одна из которых, pSD89 Sm^r, обуславливает защитные фенотипические свойства донорного штамма, в то время как другая, pSD89 Sm^r, экспрессирует сенсibiliзирующий эффект в ответ на воздействие как γ -лучей, так и УФ-света, и специфическое взаимодействие этих двух плазмид является причиной столь значительной разницы в выживаемости плазмидного и бесплазмидного штаммов *S. derby* в процессе облучения.

В свою очередь, может быть вполне обоснованной альтернатива опосредованного механизма защиты бактериальной клетки, обусловленного отсутствием R-плазмиды и связанного с изменениями в структуре мембраны биохимическими процессами, происходящими в ней, так как отсутствие плазмиды влияет на липидный состав клеточной стенки, меняя физико-химическую характеристику липидов (6). К тому же отсутствие плазмиды приводит к резкому, почти 10-кратному уменьшению фосфолипидов мембраны (6). Было показано (6), что R-плазида влияет на антирадикальную активность клеточной стенки, которая, как известно, имеет важное значение в ответе бактериальных клеток на воздействие радиации (7).

Таким образом, можно заключить, что белковые продукты, экспрессируемые с R-плазмиды pR89, либо прямо, как показали результаты предыдущей работы (2), полученные на мутантных штаммах *E. coli*, а также эксперименты, проведенные в настоящем исследовании, участвуя в различных репаративных процессах клетки, либо опосредованно, через антирадикальный механизм защиты могут обуславливать ту или иную степень устойчивости бактериальной клетки к воздействию облучения.

Институт молекулярной биологии НАН Армении

Կ. Գ. ԻՍԱԽԱՆՈՎԱ, Վ. Ն. ՎԵՐԲԵՆԿՈ, Ժ. Ա. ԿՇՈՅԱՆ, Ն. Ն. ՍԱՐԳՍՅԱՆ,
Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Կ. Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՉՅԱՆ, Ի. Վ. ՎԱՐԴԵՐԵՍՅԱՆ

**S. derby K89-ից pSD 89Sm^r պլազմիդայով տրանսֆորմացված Salmonella derby
և Escherichia coli բակտերիալ բջիջների ռադիոզգայնության փոփոխությունը**

pSD 89 բնական պլազմիդան մեկուսացվել է S. derby K89 կլինիկական նյութից, այդ
պլազմիդան S. derby K89 և E. coli K12 պլազմիդազուրկ բջիջներ տրանսֆորմացնելու
միջոցով, ընտրելով Sm^r-տրանսֆորմատորները:

Ստացված S. derby K82 (pSD89Sm^r և E. coli K12) pSD89Sm^r տրանսֆորմանտներ
ընդ էլեկտրոֆորեզի մեթոդով ցույց է տրված մեկ պլազմիդի առկայությունը՝ 3,6 Md
մոլ. կշռով: Sm-ի նկատմամբ կայուն տրանսֆորմատորները դրսևորում են զգայնություն
γ-ճառագայթների և ՈՒՑ-լույսի նկատմամբ, ռեցիպիենտ բջիջների հետ համեմատած:

Ինքնուրույն ռեպլիկացվող պլազմիդան 3,6 Md մոլ կշռով, պայմանավորում է
S. derby դոնոր շտամի և E. coli տրանսֆորմանտների զգայնության ֆենոտիպը ՈՒՑ-
լույսի և γ-ճառագայթների նկատմամբ:

ЛИТЕРАТУРА – ՓՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Н.Н.Саркисян, Р.Г.Антонян, М.Г.Светлова и др., Биохимия, т.50, №4, с.673-679 (1985). ² К.Г.Исаханова, В.Н.Вербенко, Тезисы науч. школы "Мол. биология: конец XX века", Черноголовка, 1995. ³ Ж.А.Кцоян, А.С.Таисова и др., Антибиотики и химио-терапия, т.33, №10, с.760 (1988). ⁴ М.К.Вартанян, Б.П.Карабеков, Материалы II науч. конф. ИЭБ АН АрмССР, Ереван, вып.22, 1968. ⁵ Э.Маниатис, Э.Фрич, Дж.Самбрук, Методы генной инженерии. Молекулярное клонирование, М., Мир, 1984. ⁶ А.З.Пепоян, Ж.А.Кцоян, А.А.Шагинян и др., Биофизика, т.36, №3, с.475-479 (1991). ⁷ Е.Б.Бурлакова, Л.Н.Шишкина, Инф. бюл., Научный совет АН СССР по проблемам радиобиологии, №35, с.11-12 (1989).

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 576:858.095.5

Н. Н. Саркисян, А. В. Асоян, Ж. А. Кцоян, В. Ю. Арутюнян,
З. У. Геворкян, академик НАН Армении К. Г. Карагезян

**Чувствительность к АБ-препаратам бактерий рода *Salmonella*,
выделенных из клинического материала**

(Представлено 14/IV 1997)

В настоящее время распространение антибиотико (АБ)-резистентных штаммов патогенных и условно-патогенных микроорганизмов носит повсеместный и массовый характер. Среди кишечных инфекций у детей раннего возраста одним из распространенных инфекционных заболеваний являются сальмонеллезы (1). Хорошо известно, что за последние годы в распространении внутрибольничных инфекций ведущую роль приобрели грамотрицательные бактерии, чему в немалой степени способствуют характерные для этих микроорганизмов так называемые конъюгативные экстрахромосомальные элементы – плазмиды, придающие клетке лекарственную устойчивость, что затрудняет подбор АБ-препарата в процессе лечения (2,3). Ясно, что для проведения рациональной АБ-терапии целесообразно использовать информацию о резистентности циркулирующих в настоящее время в данном регионе штаммов, поскольку структура и уровни АБ-резистентности микробов различаются в зависимости от географического района их выделения и с течением времени постепенно меняются (4).

В связи с вышесказанным представилось необходимым изучение чувствительности к АБ-препаратам *Salmonella*, выделенных от больных детской инфекционной клиники г.Еревана, для более успешного и правильного маневрирования средствами терапии.

В работе использованы свыше 100 штаммов *Salmonella*, выделенных в течение одного года от больных различных возрастных групп города Еревана и районов Армении. Клетки *Salmonella* выращивали на полноценной среде при 37° 24 ч. С использованием штамма-репликатора определялась чувствительность культур к АБ-препаратам (20-60-120 γ/мл) следующих групп: а) пенициллина, б) цефалоспоринов, в) тетрациклина, г) аминогликозидов,

д) левомицетина, е) рифампицина, ж) АБ разных групп, а также производные нитрофурана, нафтиридина и сульфаниламидов. В работе использованы АБ, часто применяемые в клинике.

Среди исследованных 102 штаммов не было обнаружено ни одного штамма, чувствительного ко всем указанным препаратам, причем 90% исследованных культур относились к группе ABCDE, большинство к *Salmonella typhimurium*, среди которых встречались штаммы, резистентные к ампициллину, стрептомицину, хлорамфениколу, тетрациклину, невигамонону, цефазолину, т.е. к АБ самых разных групп. Однако следует отметить, что по отношению к аминогликозидам штаммы проявили резистентность к наиболее доступному стрептомицину, в то время как эти же штаммы чувствительны к гентамицину. Особо высокая активность уже при малых дозах к бактериальной клетке выявлена со стороны амикацина. Большой активностью в отношении *Salmonella* обладают также рифампицин, полимиксин. В последующей серии экспериментов были увеличены дозы АБ-препаратов от 60 до 120 γ /мл в зависимости от группы АБ, за исключением тех АБ, чувствительность клеток *S. typhimurium* к которым уже была велика при 20 γ /мл. Среди проверенных культур *S. typhimurium* преобладали штаммы с резистентностью не менее чем к пяти АБ-препаратам (примерно 96%). Наиболее распространенным спектром АБ-резистентности среди *S. typhimurium* оказался спектр устойчивости к шести препаратам: Амп, См, Ст, Тс, Цеф., Фур. Он был характерен для 80% от числа резистентных штаммов, 35% составили (от числа устойчивых) культуры со спектром резистентности к восьми АБ.

Из восьми проверенных АБ-препаратов при увеличении доз до 120 γ /мл активность по отношению к бактериальной клетке до 80-60% была выявлена только со См и невигамоном из общего числа исследованных культур, а в остальных случаях зависимость устойчивости клеток от дозы АБ не выявлена (см. таблицу). Существенных различий в спектрах АБ-резистентности *Salmonella*, циркулирующих в различных регионах Армении, не было выявлено. Приведенные результаты, хотя и частично, но отражают особенности существования *Salmonella* в данной экологической нише.

Возможно, большое число полирезистентных штаммов *Salmonella* обусловлено источником их выделения, а именно тем, что исследовались госпитальные штаммы, в распространении устойчивости к АБ которых, как известно, велика роль трансмиссибельных R-факторов, что и отягощает течение и лечение заболевания. Этим можно объяснить, что примерно в 50% случаев заболевание имело хроническое течение и протекало в генерализованной форме, в результате чего в большинстве случаев наблюдались осложнения сальмонеллезной инфекции.

Особо следует отметить, что из всех исследуемых штаммов 10% составляли *Salmonella* редких групп, которые не проявили полирезистентности к

АБ-препаратам, что, возможно, связано с малым распространением микроорганизмов этих сероваров среди госпитальных штаммов.

В литературе имеются данные о множественной лекарственной устойчивости, характерной для серовара *S. typhimurium*, контролируемой R-плазмидой, что коррелирует с полученными нами данными (4). Для исследования механизмов формирования и распространения резистентных к АБ штаммов патогенных микроорганизмов необходим анализ и выявление R-плазмид, контролирующих основные виды лекарственной устойчивости бактерий.

АБ-резистентность *Salmonella*, выделенных из клинического материала

Антибактериальные препараты	Устойчивость клеток, %		
	20 γ/мл	60 γ/мл	120 γ/мл
Ампициллин	100	100	100
Стрептомицин	100	94,5	62
Хлорамфеникол	96	95	94
Тетрациклин	96	95	89
Цефазолин	90	87	82
Фуразолидон	90	87	85
Невиграмон	90	—	22
Рифампицин	75	10	—
Гентамицин	40	—	—
Полимиксин	21	—	2
Амикацин	10	—	—

Подобные исследования могут иметь большое эпидемиологическое и практическое значение, поскольку в основном однотипность сероваров и высокая полирезистентность штаммов к легко доступным и широко применяемым АБ-препаратам указывают на необходимость учета полученных данных в терапии заболевания и в правильном подборе АБ-препарата. Отсюда возникает целесообразность периодической информации о резистентности к АБ циркулирующих в данное время в настоящем регионе штаммов *Salmonella*, что важно для своевременной смены препаратов резерва (5).

Институт молекулярной биологии НАН Армении

Ն. Ն. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ա. Վ. ԱՍՈՅԱՆ, Ժ. Ա. ԿՇՈՅԱՆ, Վ. ՅՈՒ ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ,
Ջ. Հ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Կ. Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՉՅԱՆ

Կլինիկական նյութից անջատված *Salmonella* ցեղի բակտերիաների զգայնությունը հակաբակտերիալ դեղամիջոցների նկատմամբ

Ուսումնասիրվել է Երևան քաղաքի Մանկական ինֆեկցիոն հիվանդանոցի հիվանդներից անջատված *Salmonella* ցեղի միկրոօրգանիզմների զգայնությունը հակաբակտերիալ դեղամիջոցների նկատմամբ՝ նպատակ ունենալով պարզել տվյալ աշխարհագրական գոտում տարածված *Salmonella* ցեղի հակաբակտերիալ զգայնության սպեկտրը, որը կարող է նշանակություն ունենալ բուժման ընթացքում հակաբակտերիալ միջոցների ճիշտ ընտրության համար: Հայտնաբերվել է, որ գերակշռող մաս է կազմում *Salmonella typhimurium* տեսակը, որը ցուցաբերում է բազմակայունություն տարբեր խմբերի հակաբակտերիալ միջոցների նկատմամբ, ի տարբերություն հազվագյուտ խմբերի պատկանող *Salmonella*-ների, որոնք կազմում են հետազոտված շտամների 10% և հակաբիոտիկների նկատմամբ չեն ցուցաբերում բազմակայունություն: Հնարավոր է, որ *Salmonella typhimurium* բազմակայունությունը կապված է պլազմիդակրության հետ, որը ներկայումս հակաբիոտիկների նկատմամբ կայունության տարածման հիմնական գործոնն է հանդիսանում:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 С.Г.Пак, М.Х.Турьянов, М.А.Пальцев, Сальмонеллез, М., Медицина, 1988.
- 2 Ж.А.Кцоян, А.С.Таисова, Н.Н.Саркисян и др., Антибиотики и химиотерапия, т.33, №10, с.760 (1988).
- 3 Н.С.Козлова, В.П.Иванов, В.А.Кузьмин и др., Антибиотики и химиотерапия, т.40, №3, с.28 (1995).
- 4 Н.С.Козлова, В.П.Иванов, В.А.Кузьмин и др., Антибиотики и химиотерапия, т.40, №3, с.35 (1995).
- 5 Л.Н.Милютин, Н.В.Воротыщева, Антибиотики и химиотерапия, т.38, №1, с.46 (1993).

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 577.1:577:15:577.152

А. З. Пепоян, М. А. Балаян, Г. Г. Бадалян, академик НАН Армении К. Г. Карагезян

**О некоторых особенностях радиорезистентных бесплазмидных
клеток *Salmonella derby***

(Представлено 27/V 1997)

Природа различий в радиочувствительности у разных видов микроорганизмов и разных штаммов одного и того же вида до сих пор остается невыясненной и является одним из наиболее загадочных разделов современной радиобиологии. Возможным подходом к изучению радиобиологических проблем является сравнительное изучение эффектов плазмид на радиочувствительность разных штаммов бактерий, поскольку известно (1), что наличие плазмид придает бактериальной клетке ряд важных признаков, включая способность к генетическому обмену, устойчивость к антибиотикам, УФ- и γ-чувствительность и т.п. Ранее были получены радиочувствительные плазмидные и бесплазмидные варианты *S. derby* (2). Целью настоящей работы было получение из радиочувствительных мутантов *S. derby* K134 радиорезистентных бесплазмидных вариантов и сравнительное изучение некоторых особенностей клеток *S. derby*, различных по радиочувствительности и плазмидоносительству.

В работе использованы условно-патогенный штамм *S. derby* K89, несущий плазмиду, его бесплазмидный вариант *S. derby* K82 и радиочувствительный плазмидный мутант *S. derby* K134.

Питательными средами для выращивания бактериальных культур служили 2%-ный мясопептонный агар (МПА), в качестве жидкой среды – питательный бульон. Рост клеток определяли в разных моментах инкубационного времени с помощью ФЭК.

Элиминацию плазмиды осуществляли обработкой клеток бромистым этидием (в количестве 100 клеток на 1 мл и концентрации бромистого этидия 100 мг/мл). Обработанные клетки инкубировали при 37°C 24 ч, а затем высевали на полноценной среде. Малое количество выживших клеток высевалось на селективные чашки с антибиотиками для отбора излеченных от плазмиды

клеток. Антибиотики использовались в следующих концентрациях (мкг/мл): тетрациклина гидрохлорид (Тс) – 20, стрептомицин сульфат (Sm) – 200, пенициллин натриевая соль (Pn) – 20, хлорамфеникол (Cm) – 20.

Плазмидную ДНК из клеток выделяли методом получения осветленных лизатов (3). Анализ плазмидной ДНК проводили электрофорезом в 0,8%-ном агарном геле в трис-боратном буфере. Гели окрашивали в растворе бромистого этидия (1 мкг/мл).

Облучение УФ-светом производили под лампой БУВ-30 на расстоянии 50 см. Облучали дозами $1,25 \cdot 10^{-5}$, $2,5 \cdot 10^{-5}$, $3,5 \cdot 10^{-5}$, $5 \cdot 10^{-5}$, $7 \cdot 10^{-5}$, $15 \cdot 10^{-5}$ Дж/см². Культуру перед облучением разводили в физиологическом растворе.

В табл.1 приведены данные по антибиотикорезистентности клеток *S. derby* и их производных. Как видно из таблицы, оба плазмидных штамма (бесплазмидные клетки *S. derby* K82, полученные из диких клеток *S. derby* K89, и бесплазмидные клетки *S. derby* K95, полученные из мутантных плазмидных клеток *S. derby* K134) характеризуются пониженной скоростью роста на полноценной среде. Отсутствие в клетках плазмиды проверялось при анализе электрофорезом.

Таблица 1

Антибиотикорезистентность клеток *Salmonella derby*

Штаммы	Sm (200мкг/мл)	Cm (20мкг/мл)	Pn (20мкг/мл)	Tc (20мкг/мл)	Рост на полноценной среде	Рост на минималь- ной среде
<i>S. derby</i> K89, дикий, плазмидный	++	++	++	-	+++	++
<i>S. derby</i> K82, бесплазмидный (от K89)	-	-	-	++	+	-
<i>S. derby</i> K134, плазмидный радиочувстви- тельный	++	++	++	-	+++	++
<i>S. derby</i> K95 бесплазмидный (от K134)	-	-	-	-	+	-

Примечание: +++ – нормальный рост клеток на полноценной среде;

+ – пониженный рост клеток на полноценной среде.

Общими признаками бесплазмидных штаммов *S. derby*, отличающими их от плазмидных штаммов (табл.1), является также ауксотрофность и чувствительность клеток к антибиотикам Sm, Pn, Cm. Из табл.1 явствует, что в отличие от штамма *S. derby* K95 бесплазмидный вариант *S. derby* K82 устойчив к Тс, в то время как плазмидные клетки неустойчивы к этому антибиотику, что,

по-видимому, связано со взаимодействиями плазмидных и хромосомных геномов в этих клетках.

Таблица 2

УФ-чувствительность клеток *Salmonella derby*

Штамм	Выживаемость				
	Доза облучения				
	$1,25 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$3,5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-5}$
<i>S. derby</i> K89, дикий, плазмидный	63±2,2	45±1,0	38±2,21	23±3,44	6±0,54
<i>S. derby</i> K82, бесплазмидный	85±0,51	65±2,5	35±2,72	17±1,54	4±0,25
<i>S. derby</i> K134, плазмидный мутант	34±1,32	22±0,74	18±0,9	8±0,53	7±1,2
<i>S. derby</i> K95, бесплазмидный	82±2,03	64±1,8	36±0,88	15±1,7	3±1,1

Таблица 3

УФ-чувствительность клеток *Salmonella derby*

Штамм	Выживаемость		
	Концентрация клеток (плотность клеточной суспензии по ФЭК)		
	0,2	0,4	0,7
<i>S. derby</i> K89, дикий, плазмидный	a) 65±1,01 b) 46±2,54 c) 39±3,1	a) 63±2,2 b) 45±1,0 c) 38±2,21	a) 64±1,5 b) 41±2,47 c) 40±1,81
<i>S. derby</i> K82, бесплазмидный	a) 84±0,41 b) 57±1,94 c) 18±3,5	a) 85±0,31 b) 65±2,5 c) 35±2,7	a) 96±2,73 b) 80±3,51 c) 75±2,14
<i>S. derby</i> K134, плазмидный мутант	a) 33±2,01 b) 23±1,71 c) 17±3,2	a) 34±1,32 b) 21±0,74 c) 18±0,9	a) 35±0,0 b) 22±3,2 c) 17±1,73
<i>S. derby</i> K95, бесплазмидный	a) 80±1,94 b) 56±2,4 c) 20±0,94	a) 82±2,03 b) 64±1,8 c) 36±0,88	a) 94±2,74 b) 80±1,75 c) 71±3,4

Примечание: доза облучения – а) $1,25 \cdot 10^{-5}$, б) $2,5 \cdot 10^{-5}$, с) $3,5 \cdot 10^{-5}$, Дж/см².

Результаты экспериментов по сравнительному изучению УФ-резистентности исследуемых клеток свидетельствуют о почти одинаковой УФ-резис-

тентности бесплазмидных клеток *S. derby*, несмотря на то, что плазмидные варианты этих клеток проявляют разную УФ-чувствительность (табл.2,3).

Чувствительность бактерий к излучению определяется, как известно, по утрате способности облученных клеток к "бесконечному" делению (4), следовательно, проблема радиочувствительности по существу является проблемой чувствительности процессов клеточного деления к излучению. Клеточное деление – процесс чрезвычайно сложный, и в суспензионной культуре микроорганизмов, в частности, также и клеток *S. derby* (5), переход культуры из log фазы в стационарную фазу роста главным образом определяется межклеточными взаимодействиями. Изучение УФ-чувствительности клеток при низких дозах облучения (табл.3) и разных концентрациях клеток в физиологическом растворе выявило, что для плазмидных радиочувствительных и диких штаммов *S. derby* уровень выживаемости не меняется. Как показывают данные табл.3, разность концентрации клеток важна для определения радиочувствительности бесплазмидных вариантов *S. derby*. Установлено, что при изменении концентрации клеток от $K=0,2$ до $K=0,7$ наблюдается увеличение выживаемости обоих бесплазмидных штаммов *S. derby*, что объясняется усиленными межклеточными взаимодействиями этих клеток.

Таким образом, изучение радиочувствительности штаммов *S. derby* выявило, что отсутствие R-плазмиды в этих клетках приводит к изменению их УФ-чувствительности, что четко выражается при низких дозах облучения. и, что изученные бесплазмидные клетки *S. derby* сходны по радиобиологическим характеристикам; последнее и заслуживает особо внимательного исследования с целью выявления молекулярных механизмов участия как R-плазмиды, так и точечных мутаций в обеспечении радиочувствительности клеток *S. derby*.

Институт молекулярной биологии НАН Армении

**Ա. Չ. ՓԵՓՈՅԱՆ, Մ. Ա. ԲԱԼԱՅԱՆ, Գ. Գ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ,
Հայաստանի ԳԱԱ ակադեմիկոս Կ. Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՉՅԱՆ**

**Salmonella derby ոչ պլազմիդային ադիոսեզիստենտ բջիջների
որոշ առանձնահատկությունների մասին**

Ուսումնասիրվել է *S. derby* K89 վայրի պլազմիդակիր բջիջների, նրանց *S. derby* K134 մուտանտների և ոչ պլազմիդակիր *S. derby* K82 տարբերակների որոշ ադիոսեզիստենտ սարանական առանձնահատկություններ:

R-պլազմիդի էլիմինացիայի հետևանքով *S. derby* K134 մուտանտներից ստացվել է նոր՝ *S. derby* K95 շտամը, որը ՈւՄ զգայունությունը նման է վայրի *S. derby* K89-ից ստացված ոչ պլազմիդային *S. derby* K82 բջիջներին, ի տարբերություն պլազմիդակիր շտամների:

Բացահայտվել է, որ *S. derby* ոչ պլազմիդային բջիջների ռադիոկենսաբանական բնութագրիչների որոշման պրոցեսում որոշակի դեր են խաղում բջջային սուսպենզիաներում միջբջջային փոխազդեցությունները:

ЛИТЕРАТУРА – ՊՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Л.С.Чернин, Участие плазмид в генетических процессах бактериальной клетки. Докт. дис., М., 1981. ² Н.Н.Саркисян, Исследование трансмиссбельного R-фактора, обеспечивающего восстановление активности ДНК-полимеразы в *rol*-штаммах *Salmonella derby*. Канд. дис., Ереван, 1984. ³ P.Gueggi, D.J.Lebanc, S.J.Falkow, J. Bacter., v.116, p.1064-1066 (1973). ⁴ Б.Льюин, Гены, М., Мир, 1987. ⁵ А.З.Пепоян, ДАН Армении, т.91, №5, с.219-226 (1990).

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 591128

Р. А. Арутюнян, Р. Г. Кочарян, А. Ш. Антонян, Л. А. Асатурян

Терморегуляционные особенности овец разного типа высшей нервной деятельности

(Представлено академиком НАН Армении В.В.Фанарджяном 19/VIII 1996)

Вопросы зависимости физиологических функций организма от типа высшей нервной деятельности у сельскохозяйственных животных изучены сравнительно недостаточно. Имеющиеся данные (1-3) показывают, что у коров сильного уравновешенного подвижного типа торможение молокоотдачи возникает реже и выражено слабее, чем у коров с уравновешенными, но мало подвижными (инертными) нервными процессами. В.В.Науменко (4) установил достоверную связь между типом высшей нервной деятельности и продуктивностью у свиней. В его опытах наивысшей плодовитостью и молочностью обладали свиньи сильного уравновешенного типа. По данным М.Н.Андреева (5), у овец сильного типа формирование иммунитета и резистентность к ионизирующему воздействию значительно выше. Что касается зависимости регуляции теплообмена от типологических свойств нервной системы животных, то эксперименты И.И.Хренова (6) показали, что у собак сильного типа теплопродукция после кормления составила в среднем 3,75, у собак слабого типа – 3,45 ккал/кг. ч. Потребление кислорода у первых составляло 230 мл/мин, а у вторых – 200. Выделение углекислого газа составляло, соответственно, 214 и 179, частота дыхания – 20 и 15, а глубина дыхания – 370 и 340 мл. Ю.О.Раушенбах (7) доказал, что коровы подвижного типа имеют более хорошую адаптивную способность к высоким и низким температурам. В его опытах среди коров черно-пестрой породы с высокой теплоустойчивостью 93% составляли животные подвижного типа, а 7% – инертного. Установлено, что у животных сильного типа высшей нервной деятельности преобладает физический тип терморегуляции, а у животных слабого типа – химический.

Приведенные данные показывают, что сведения о зависимости терморегуляционных особенностей от типов высшей нервной деятельности у сельскохозяй-

зьяйственных животных весьма ограничены, что и побудило нас провести эксперименты подобного характера на овцах.

Эксперименты проводились в условиях опытной базы Института зоологии НАН Армении в течение 1995 г. Под опытом находились 4 овцы сильного уравновешенного подвижного типа и 4 – сильного уравновешенного инертного типа высшей нервной деятельности. Типы высшей нервной деятельности определяли по методике ушно-сердечного рефлекса. Для этого при помощи ушной закрутки закручивалась ушная раковина и в это время определялась частота пульса в одну минуту. Если частота пульса повышалась на 14-24 удара в минуту, то животное условно относилось к уравновешенному подвижному типу реактивности, а если повышалась на 8-13 ударов в минуту – к уравновешенному инертному.

В опытах учитывались температура "ядра" и "оболочки" организма, тепло-содержание в организме, теплоотдача излучением и частота пульса.

Температуру "ядра" организма определяли в области ободочной кишки электротермометром типа ТЭМП-60, а температуру "оболочки" организма – в области кожи спины, с точностью до 0,1°C. Частоту пульса определяли с помощью тактильной рецепции хвостовой артерии в течение 60 с. Теплоотдачу излучением определяли согласно методическому уравнению Стефана–Больцмана $Q = A - E \cdot \delta [T_{\text{ж}}^4 - T_{\text{с}}^4]$, где Q – теплоотдача в кал/мин·м², A – эффективная излучающая поверхность тела в м², E – излучающая способность кожи животного, равная 0,95; δ – постоянная Стефана–Больцмана, равная $1,38 \cdot 10^{-12}$ кал/см² град⁴, $T_{\text{с}}$ – абсолютная температура окружающей среды, $T_{\text{ж}}$ – абсолютная температура поверхности животного.

Излучательную поверхность тела определяли по формуле $S(A) = K\sqrt{W^2}$, где K – коэффициент, равный 9,75; W – масса животного. Теплосодержание определяли по формуле $Q = mct$, где m – масса животного, c – теплоемкость тканей, равная 0,86 кал/кг С°, t – средняя температура "ядра" организма.

Всего было проведено 64 опыта (32 на овцах сильного уравновешенного подвижного типа и 32 на овцах сильного уравновешенного инертного типа). Результаты экспериментов обработаны статистически по критерию Стюдента.

Результаты сравнительного изучения терморегуляторных показателей овец подвижного (I группа) и инертного (II группа) типов высшей нервной деятельности показали, что температура "ядра" организма у овец первой группы в среднем на 0,07°, а "оболочки" – на 3,33° выше, чем у овец второй группы ($P < 0,001$).

Что касается отдачи тепла излучением, то оказалось, что у животных подвижного типа она протекает значительно активнее, чем у животных инертного типа. Из данных таблицы видно, что у овец первой группы она составляла в среднем 1480 кал/мин·м², а у второй – 1300 кал/мин·м², или слабее на

13,8%, что следует объяснить низким содержанием общего тепла в организме. Действительно, общее тепло у овец инертного типа в среднем на каждый килограмм массы на 34 кал меньше, чем у овец подвижного типа.

Терморегуляционные особенности у овец разного типа высшей нервной деятельности

Показатели	Сильный уравновешенный подвижный тип	Сильный уравновешенный инертный тип	P
Температура "оболочки" организма	40,8±0,2	37,57±0,27	0,001
Температура "ядра" организма	39,44±0,006	39,37±0,07	0,4
Теплосодержание, кал/кг	1593	1559	—
Теплоотдача излучением, кал/мин·м ²	1480	1300	—
Частота пульса, мин	100±1,83	95±1,78	0,05

В терморегуляционных механизмах у овец большую роль играет сердечно-сосудистая система. Нами установлено, что частота сердечных сокращений у овец инертного типа в среднем на 5 ударов в минуту меньше, чем у овец подвижного типа ($P < 0,05$).

Полученные данные свидетельствуют, что между механизмом терморегуляции у овец и свойствами их высшей нервной деятельности существует корреляция, проявляющаяся в зависимости химических и физических механизмов терморегуляции от силы нервных процессов. Высокое теплосодержание в организме и теплоотдача излучением, высокая температура "оболочки" организма и активная работа сердечно-сосудистой системы у овец первой группы, по сравнению с овцами второй группы, позволяют заключить, что как химические, так и физические механизмы терморегуляции у овец подвижного типа протекают функционально активнее, что является основой их хорошей адаптационной способности к действию термического фактора окружающей среды. Такое заключение может быть использовано в качестве теоретической предпосылки для практического решения вопросов ухода, содержания, выращивания и повышения продуктивности овец в разных эколого-климатических условиях Армении.

Институт физиологии им. Л.А.Орбели НАН Армении
Институт зоологии НАН Армении

**Բարձրագույն նյարդային գործունեության տարբեր տիպերի ոչխարների
ջերմակարգավորման առանձնահատկությունները**

Ապացուցված է, որ ոչխարների բարձրագույն նյարդային գործունեության և ջերմակարգավորման մեխանիզմների միջև գոյություն ունի դրական կոռելյացիա: Օրգանիզմից ջերմարձակման և նրանում ջերմարտադրության պրոցեսները ուժեղ հավասարակշռված, բայց շարժուն տիպի ոչխարների մոտ ընթանում են ավելի ակտիվ, քան ուժեղ հավասարակշռված, բայց իներտ տիպի մոտ, որի պատճառով առաջինները ավելի լավ են ադապտացվում միջավայրի ջերմային գործոնի ազդեցությանը, քան երկրորդները: Ստացված փաստերը տեսականից բացի ունեն նաև գործնական նշանակություն ոչխարների խնամքի, աճի և բարձր մթերատվության խթանման համար:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Э.П.Кокорина, в кн.: Руководство по физиологии с.-х. животных, Л., Наука, с.581-587 (1978). ² В.Ф.Рубин, в кн.: Физиологические механизмы адаптации крупного рогатого скота к термическому фактору, Краснодар, с.55-95, 1971. ³ А.А.Толманов, Тр. Ульяновского с.-х. ин-та, т.10, вып.3, с.26-34 (1964). ⁴ В.В.Науменко, Вестник с.-х. науки, №11, с.19-21, 1966. ⁵ М.Н.Андреев, с.-х. биология, т.8, №2, с.193-196 (1973). ⁶ И.И.Хренов, в кн.: Обмен веществ и продуктивность с.-х. животных, Л., Наука, с.104-109, 1965. ⁷ Ю.О.Раушенбах, в кн.: Физиологические исследования адаптации у животных, Л., Наука, с.95-110, 1967.

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612-57

Р. А. Арутюнян, К. Р. Арутюнян, С. Ш. Мартиросян, А. В. Восканян

Действие змеиного яда на регуляцию температурного
гомеостаза организма

(Представлено академиком НАН Армении В. В. Фанарджяном 6/III 1997)

Принимая во внимание широкий спектр действия змеиного яда и его клиническое применение в качестве болеутоляющего и противовоспалительного средства при невралгиях, моно- и полиартритах, миозитах, вегетативной дистрофии, эпилепсии, в качестве кровоостанавливающего средства и многое другое, а также исходя из отсутствия в доступной нам литературе (1-7) данных о его терморегулирующем эффекте, в настоящей работе мы попытались выяснить особенности влияния яда гюрзы на температурный гомеостаз и механизмы теплообмена организма в условиях термoneйтральной зоны (20-22°C) окружающей среды.

Методом хронической регистрации термограмм высокочувствительными термодами у подопытных животных в качестве показателей температурного гомеостаза организма определялась температура "ядра" в области ободочной кишки и бедренных мышц и температура "оболочки" в области хвостовой артерии. Регистрацию температуры исследуемых областей производили с помощью термопар, изготовленных из медной и константановой проволок, диаметром 100 микрон на 12-канальном самопишущем потенциометре ЭПП-09-МЗ. Последний был подключен к выходу фотоэлектрического усилителя Ф-116/2 с чувствительностью 0,013°C для определения температуры "ядра" и 0,13°C – "оболочки" и термокамеры.

Для оценки участия механизмов сократительного термогенеза в регуляции температурного гомеостаза змеиным ядом "рабочие" спай термопар вводили в мякоть бедренной мышцы на длину 1,5-2 см, а с целью изучения особенности изменения несократительного термогенеза – в ободочную кишку, на глубину 5 см. "Свободные" спай всех термопар помещали в ультратермостат У-10, где поддерживалась эталонная температура.

Теплосодержание в организме определяли по формуле $Q=C \cdot m \cdot (t^\circ)$, где m – масса животного, C – удельная теплоемкость тканей, равная 0,83 кал/г °С, t° – температура "ядра" организма. Эксперимент проводили параллельно на трех крысах. Во время каждого эксперимента в течение 30-40 мин проводилась контрольная синхронная регистрация исследуемых показателей с целью установления их нормального фона, затем двум экспериментальным крысам внутривенно вводили яд гюрзы в дозе 25 и 50 мкг/100 г массы тела, а третьей, контрольной, крысе вводили физиологический раствор в той же аликвоте. Далее в течение 90 мин проводили синхронное термографирование исследуемых показателей под воздействием яда гюрзы. Расчеты полученных данных производили через каждый 30 мин.

Работа выполнена на 13 крысах; проведено 39 опытов. Во время каждого опыта животные находились в специальных индивидуальных камерах, к которым приучались заранее, что позволяло сохранять естественную позу и вести эксперимент без выраженных эмоциональных реакций.

Полученными результатами показано, что через 30 мин после внутривенного введения яда гюрзы в дозе 25 мкг/100 г индуцируется гипотермический эффект, который постепенно углубляется и в течение 1,5 ч температура ободочной кишки снижается в среднем на 0,56°. В это время кишечная температура у контрольных крыс снижалась всего на 0,16°, или в 3,5 раза меньше (таблица).

Из данных таблицы видно, что в аналогичных условиях опыта температура скелетных мышц экспериментальных крыс снижалась в среднем на 0,5°, а у контрольных – на 0,2°, т.е. в 2,5 раза меньше.

Что касается влияния яда гюрзы на сосудистую терморегуляторную реакцию и общее теплосодержание в организме, то было установлено, что яд гюрзы в дозе 25 мкг/100 г индуцирует вазодилатацию и приводит к повышению температуры кожных артериальных сосудов в среднем на 0,59° против 0,23° у контрольных ($P < 0,01$) и снижает количество содержащегося тепла в организме на 42 кал/100 г массы тела, или в 2,3 раза больше, чем у контрольных крыс. Показано, что динамика изменения некоторых терморегуляторных механизмов организма зависит от дозы вводимого яда гюрзы. Действительно, при внутривенном введении яда гюрзы в дозе 50 мкг/100, если кишечная температура снижалась в той же степени, что при дозе 25 мкг/100 г, то температура скелетной мускулатуры снижалась в среднем на 0,69° ($P < 0,05$) или на 0,19° больше, чем при низкой дозе. Дозозависимый эффект наблюдается и в механизме сосудистой терморегуляторной реакции организма. Данные таблицы показывают, что при внутривенном введении высокой дозы яда температура кожных артериальных сосудов повышалась почти в два раза больше, чем при введении низкой дозы (соответственно 1,1 и 0,59°).

Влияние яда гюрзы на различные показатели теплообмена у крыс

Ход опыта Показатель	Контроль до введения яда и физиологического раствора		Через 90 мин после введения яда и физиологического раствора		Достоверность Р
	контрольные крысы	экспериментальные крысы	контрольные крысы	экспериментальные крысы	
Температура ободочной кишки	$38,70 \pm 0,30$	$39,28 \pm 0,20$	$38,54 \pm 0,39$	$38,72 \pm 0,29$	$< 0,1$
	$39,14 \pm 0,13$	$39,31 \pm 0,16$	$38,94 \pm 0,13$	$38,77 \pm 0,14$	$< 0,01$
Температура бедренных мышц	$38,34 \pm 0,60$	$38,87 \pm 0,29$	$38,13 \pm 0,50$	$38,37 \pm 0,26$	$< 0,2$
	$38,86 \pm 0,27$	$38,93 \pm 0,18$	$38,70 \pm 0,21$	$38,24 \pm 0,18$	$< 0,05$
Температура артерильных сосудов кожи	$20,32 \pm 0,23$	$20,51 \pm 0,34$	$20,75 \pm 0,40$	$21,1 \pm 0,14$	$< 0,1$
	$26,60 \pm 0,70$	$25,30 \pm 0,80$	$26,00 \pm 0,80$	$26,4 \pm 0,40$	$< 0,2$
Теплосодержание в кал / 100 г массы тела	3182	3226	3164	3184	
	3248	3262	3232	3217	

Примечание: в верхней половине клетки приводятся данные по дозе 25 мкг / 100 г, в нижней – 50 мкг / 100 г.

Что касается динамики изменения теплосодержания в организме при высокой дозе яда, то в этом механизме терморегуляции дозозависимый эффект не наблюдается, и оно снижалось всего на 47 кал/100 г.

Исходя из полученных данных, можно заключить, что яд гюрзы несколько смещает температурный гомеостаз организма и вызывает гипотермический эффект, тонкий механизм которого сложен и неясен. Можно предполагать, что яд гюрзы действует как на несократительные, так и сократительные механизмы химической терморегуляции организма. Такое предположение подтверждается не только снижением температуры кишечника как одного из основных эффекторов несократительного термогенеза, но и снижением температуры скелетной мускулатуры как органов сократительного термогенеза. Кроме того, можно заключить, что яд гюрзы действует и на физические механизмы теплообмена организма, активируя сосудистую терморегуляторную реакцию, вызывая вазодилатацию и повышая уровень теплоотдачи организма. Такое заключение подтверждается повышением температуры хвостовой артерии, которая благодаря обильной сети артерио-венозных анастомозов является у крыс основным теплообменником между организмом и средой и может резко менять кровообращение и действовать на радиационную теплоотдачу организма.

Полученные данные позволяют сделать вывод, что внутривенное введение яда гюрзы вызывает гипотермический эффект, увеличивает уровень радиационной теплоотдачи и снижает активность сократительного и несократительного термогенеза в организме.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели НАН Армении

**Ռ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ք. Ռ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ս. Շ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ,
Ա. Վ. ՈՍԿԱՆՅԱՆ**

Օձի թույնի ազդեցությունը օրգանիզմի ջերմային հոմեոստազի կարգավորման վրա

Ապացուցված է, որ գյուրգա օձի թույնի ներերակային ներարկումը հարուցում է հիպոթերմիկ արդյունք, իջեցնելով օրգանիզմի կորիզի ջերմությունը միջինը 0,59-0,69° (P<0,05): Ենթադրվում է, որ հիպոթերմիկ արդյունքը պայմանավորված է օրգանիզմի քիմիական ջերմակարգավորման կծկողական և ոչկծկողական ջերմագենեզի նվազմամբ և ֆիզիկական ջերմակարգավորման անոթային մեխանիզմների ակտիվացմամբ:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Ю.Б.Исахаки, Яд змеи гюрзы, Душанбе, Ирфан, 1968. ² Л.Н.Зилле, в кн.: Ядовитые животные Средней Азии, Ташкент, с.273-275, 1970. ³ А.Т.Бердыева, Автореф. докт. дис., Ашхабад, 1971. ⁴ Б.Н.Орлов, И.А.Вальцева, Яды змей, Ташкент, Медицина, 1977. ⁵ R.Schrocter, W.Vogt, Arch. Pharm., №2, p.253-265 (1973). ⁶ W.Lusz, P.Rosenberg, Toxicon, №9, p.201-207 (1974). ⁷ O.H.Osman, M.Ismail, Toxicon, №5, p.501-508 (1974).

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.73+612.468

К. В. Казарян, А. С. Тираян, С. А. Маркосян, Р. Р. Акопян

**Сравнительная характеристика пейсмекерной активности
различных областей мочеточника морской свинки**

(Представлено академиком НАН Армении В. В. Фанарджяном 24/XI 1997)

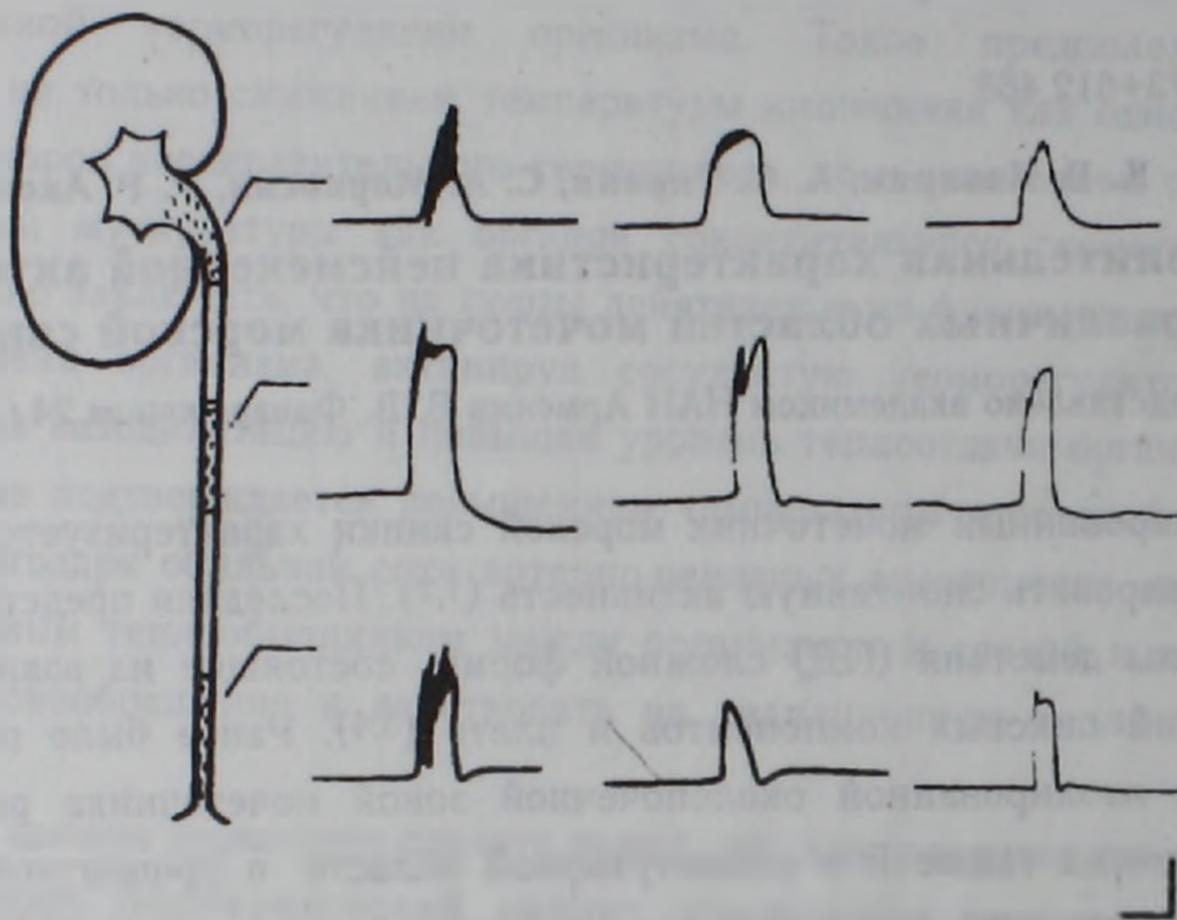
Изолированный мочеточник морской свинки характеризуется способностью генерировать спонтанную активность (1,2). Последняя представляет собой потенциалы действия (ПД) сложной формы, состоящие из взаимосвязанных осциллирующих пиковых компонентов и плато (3,4). Ранее было показано, что наряду с изолированной околопочечной зоной мочеточника ритмогенность была отмечена также и в околопузырной области: в процентном отношении количество ритмогенных мышц для этой зоны не превышало 60%. В дальнейшем детальное исследование пейсмекерной активности остальных областей мочеточника позволило выявить активные мышцы и из зоны, непосредственно граничащей с центральной частью мочеточника (не более 20%) (2).

Настоящая работа посвящена анализу характеристик ПД при регистрации активностей из различных областей мочеточника, а также выявлению причин, обуславливающих эти изменения.

Эксперименты проводили на изолированных мочеточниках морских свинок описанным ранее (2) методом "сахарозного мостика". Мембранную поляризацию осуществляли с помощью токов, интенсивностью от 0,3 до 0,9 мкА и продолжительностью 90-120 с. Все экспериментальные растворы готовили на основе нормального раствора Кребса. Мембранные потенциалы отводили каломельными электродами.

На рисунке показаны наиболее типичные формы потенциалов, зарегистрированных из трех областей мочеточника, способных генерировать спонтанную активность: I – околопочечной, II – непосредственно граничащей с центральной и III – околопузырной (центральная часть мочеточника, как правило, не проявляла спонтанной активности). Область II в дальнейшем для простоты будем называть средней. Из рисунка следует, что ПД из средней части мочеточника превосходят по амплитуде таковые для крайних областей.

Если к потенциалу действия из зоны I применимо предположение, что медленные восходящие токи являются первичными и создают базовую деполяризацию для быстрых пиковых компонентов (4), то в области II начальная фаза деполяризации протекает более быстро и представляет собой как бы пиковый компонент. Для области III также, несмотря на уменьшение амплитуды ПД до таковых из области I, начальный подъем спайка более быстрый.



Характеристики потенциалов действия из трех областей (сверху вниз: I — околопочечная, II — средняя, III — околопузырная) мочеточника морской свинки. Типичные формы потенциалов действия отмеченных областей. Слева показана спонтанная активность в %.

Вместе с тем на рисунке отмечаются также определенные изменения в соотношениях между амплитудами быстрого и медленного компонентов для этих областей. В отличие от области I фаза плато ПД средней части мочеточника после исчезновения на ней быстрых осцилляций продолжает увеличиваться и в большинстве случаев превосходит амплитуду начального пикового компонента.

Анализ остальных показателей активности (количество пиков осцилляций, длительность ПД, частота их генерации) выявил и другие различия в характеристиках спонтанных потенциалов действия из трех областей мочеточника (таблица). Как видно из цифр, приведенных в таблице, наблюдаются относительно близкие значения показателей активности для области I и III.

Приведенные изменения в характеристиках активности могут быть связаны с уровнем поляризации мембраны, как это наблюдалось для желудочных и кишечных мышц (5-7).

**Показатели спонтанных потенциалов действия
из различных областей мочеточника**

Экспериментальные группы мышц	Число измерений	Продолжительность ПД, с	Амплитуда ПД, мВ	Частота генерации ПД, кол./мин	Количество осцилляций, шт.
Пейсмекерная область	32	2,23±0,23	38,5±0,42	2,6±0,2	6,7±0,7
Околопейсмекерная область	20	2,3±0,3	55,6±0,48	1,8±0,2	3,5±0,4
Околопузырная область	18	2,2±0,2	40,7±4,2	1,9±0,2	6±0,6

Действительно, как ранее было отмечено (2), порог возбудимости пейсмекерных клеток мочеточника находится в определенном небольшом интервале величин мембранного потенциала. Однако приложение к спонтанно активным мышцам гиперполяризующих либо деполяризующих токов, смещающих поляризацию на мембране в пределах указанного интервала потенциалов, позволило выявить влияние уровня поляризации мембраны на величину ПД. Амплитуда ПД при гиперполяризующих токах до 0,6 мкА возрастала, а при соответствующих деполяризациях наблюдалось ее уменьшение. Видимо, увеличение амплитуд ПД из центральной области мочеточника связано с более высоким уровнем потенциала покоя.

С целью выявления причин, обуславливающих различия в характеристиках для трех областей мочеточника, были проведены эксперименты по определению зависимости разности мембранных потенциалов от логарифма концентрации ионов K^+ в среде. При увеличении K^+ до 20 ммоль/л получены линейные зависимости с наклонами, равными соответственно для каждой области: I – $42 \pm 5,5$ мВ; II – $53,5 \pm 6,2$ мВ; III – $44 \pm 5,3$ мВ. Отсюда следует, что области I и III мочеточника более деполяризованы по сравнению с его центральной частью, для которой десятикратное изменение концентрации K^+ среды уменьшает поляризацию мембраны на величину, которая близка значениям, полученным по уравнению Нернста для градиента ионов K^+ . Возможно, области II и III проявляют большую мембранную проницаемость к ионам Na^+ , и поэтому в покое клетки этих зон могут быть более деполяризованы. Подобные изменения в проницаемых свойствах мембран трех исследуемых областей мочеточника наряду с уровнем потенциала покоя могут также явиться причиной дифференциации характеристик спонтанной активности.

Институт физиологии им. Л.А.Орбели НАН Армении

Ք. Վ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա. Ս. ՏԻՐԱՅԱՆ, Ս. Ա. ՄԱՐԿՈՍՅԱՆ, Ռ. Ռ. ՀԱԿՈՔՅԱՆ

**Ծովախոզուկի միզածորանի տարբեր հատվածների պեյսմեկերային
ակտիվության համեմատական բնութագիրը**

Ուսումնասիրվել է ծովախոզուկի մեկուսացված միզածորանի տարբեր հատվածների ինքնաբուխ ակտիվությունը: Միզածորանի միջին հատվածից գրանցված գործողության պոտենցիալի ամպլիտուդան ավելի մեծ է, քան եզրային հատվածներից գրանցվածները: Նկատվել է նաև գործողության պոտենցիալի ձևի որոշակի փոփոխություն: Ուսումնասիրվել է նաև միջավայրում կալիումի իոնների կոնցենտրացիայի փոփոխությունների ազդեցությունը մեմբրանային պոտենցիալի մակարդակի վրա:

Մկանների վրա համապատասխան էլեկտրական հոսանքի ազդեցության դեպքում նկատվում են փոփոխություններ պոտենցիալի բնութագրի վրա:

ЛИТЕРАТУРА – ՊՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С.А.Бакунц, Вопросы физиологии мочеточников, Л., Наука, 1970. ² К.В.Казарян, А.С.Тираян, Р.Р.Акопян, Физиол. журн. им. И.М.Сеченова, т.76 (10), с.1456-1464 (1990). ³ В.А.Бурый, М.Ф.Шуба, Физиол. журн. им. И.М.Сеченова, т.60 (8), с.1288-1297 (1974). ⁴ V.A.Bury, M.F.Shuba, in: Physiology of Smooth Muscle, Raven Press, N. Y., p.65-75, 1976. ⁵ A.J.Bauer, J.B.Reed, K.M.Sanders, J.Physiol, v.366, p.221-232 (1985). ⁶ V.Hara, J.H.Szurszewski, J. Physiol., v.372, p.521-537 (1986). ⁷ K.T.Smith, J.B.Reed, K.M.Sanders, Am. J. Physiol., v.255 (6), p.C828-C834 (1988).

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.8.52-50

А. Р. Саркисян, О. А. Мкртчян, А. А. Мелконян

Метод определения параметров кабельной модели нейрона
при согласованной нагрузке

(Представлено академиком НАН Армении В. В. Фанарджяном 28/XI 1997)

В настоящее время является общепринятым применение математического аппарата теории кабеля при исследовании переходных процессов в нейроне (1,2). Кабельная модель обеспечивает правильное в качественном аспекте описание основных особенностей электрической активности нейрона и в большинстве случаев демонстрирует хорошее согласие расчетных данных с экспериментом (3,4). Проблемы, которые при этом возникают, связаны главным образом с трудностями идентификации параметров кабельной модели (4-7). Поэтому важное значение имеет разработка эффективных методов идентификации этих параметров по экспериментальным кривым постсинаптических потенциалов. Основными требованиями, предъявляемыми к таким методам, являются способность адекватной оценки реальных параметров исследуемых систем и возможность их использования непосредственно в ходе нейрофизиологического эксперимента.

Рассмотрим модель нейрона в виде пассивной электрической линии длиной l , на конце которой подключена некоторая произвольная нагрузка, имеющая комплексное сопротивление Z_L (рис.1,А). Элементарный участок линии показан на рис.1,Б.

В терминах описываемой модели входное воздействие на нейрон (субсинаптический ток) представляется током I_1 , подаваемым на начало кабеля (дендрит), а постсинаптический потенциал (ПСП) – напряжением U_2 на нагрузке кабеля (сома).

Исходя из этого в качестве уравнения модели берется выражение для передаточного сопротивления линии, связывающее ток I_1 и напряжение U_2 ,

$$Z = \frac{U_2}{I_1} = \frac{2Z_L Z_C}{(Z_L + Z_C)e^{\gamma l} - (Z_L - Z_C)e^{-\gamma l}}, \quad (1)$$

где $Z_c = \sqrt{\frac{R}{G + j\omega C}} = \frac{R_0}{\sqrt{1 + j\omega\tau}}$ – волновое сопротивление линии,

$\gamma = \sqrt{R(G + j\omega C)} = \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 + j\omega\tau}$ – коэффициент распространения, R , G и C –

соответственно продольное сопротивление, проводимость и емкость линии,
 $\tau = G/C$ – постоянная времени линии,

$\lambda = \sqrt{\frac{1}{RG}}$ – постоянная длины линии,

$R_0 = \sqrt{R/G}$ – характеристическое сопротивление линии (волновое сопротивление линии при нулевой частоте).

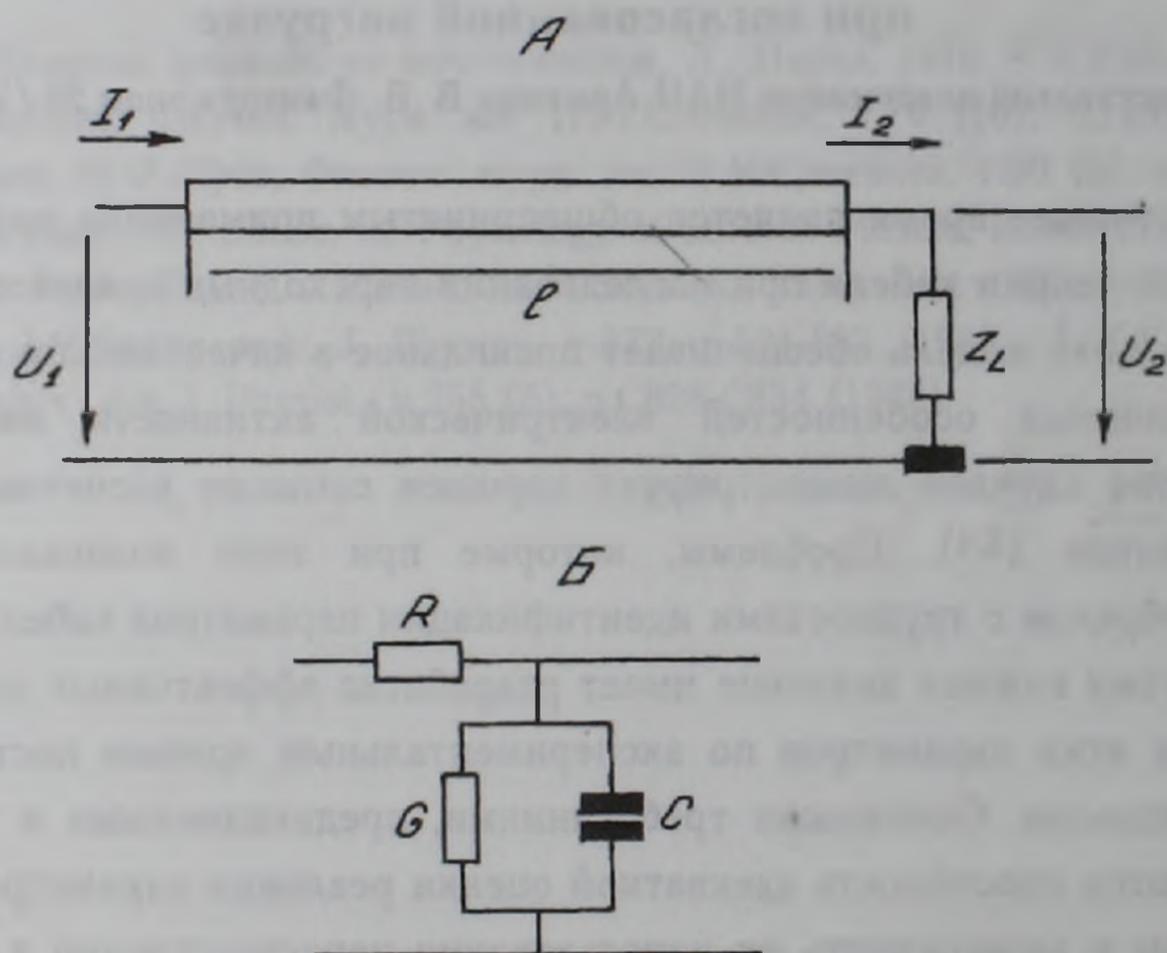


Рис.1. *А* – схема замещения нейрона в виде длинной линии (кабеля) длиной l с сосредоточенной нагрузкой, имеющей комплексное сопротивление Z_L . I_1, U_1 – ток и напряжение в начале линии, I_2, U_2 – ток и напряжение в конце линии. *Б* – электрическая схема элементарного участка кабеля. R , G и C – продольные сопротивление, проводимость и емкость кабеля, соответственно.

Рассмотрим частный случай модели, когда сопротивление нагрузки равно волновому сопротивлению кабеля (случай согласованной нагрузки): $Z_L = Z_c$.

В этом случае

$$Z = Z_c e^{-\gamma l} = \frac{R_0}{\sqrt{1 + j\omega\tau}} e^{-L\sqrt{1 + j\omega\tau}}, \quad (2)$$

где $L = l/\lambda$ – относительная (электротоническая) длина линии. В этом уравнении фигурируют три параметра: R_0 , L и τ .

Уравнение (2) намного проще уравнения (1), что позволило выявить взаимосвязь между параметрами модели и графиками ее частотных характеристик, а следовательно и получить метод для прямого определения параметров по частотным характеристикам экспериментального потенциала.

Выражение для Z с разделенной действительной и мнимой частью будет иметь вид

$$Z = \operatorname{Re}(Z) + j \operatorname{Im}(Z) = \frac{R_0}{e^{La} \sqrt{a^2 + b^2}} \cos(Lb + \varphi) - j \frac{R_0}{e^{La} \sqrt{a^2 + b^2}} \sin(Lb + \varphi), \quad (3)$$

где:

$$a = \sqrt{1/2(\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} + 1)}, \quad b = \sqrt{1/2(\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} - 1)}, \quad \varphi = \arctan(b/a).$$

Отметим здесь, что a , b и, следовательно φ , являются функциями от величины $\omega\tau$ (а не просто от ω).

Параметр L . Рассмотрим условие, при котором действительная часть (3) обращается в 0 (т.е. график действительной частотной характеристик (ДЧХ) модели пересекает ось абсцисс, рис.2,А). Поскольку $\frac{R_0}{e^{La} \sqrt{a^2 + b^2}} > 0$ для любых ω (т.к. $R_0 > 0$ и $\tau > 0$), то $\operatorname{Re}(Z) = 0$ только когда $\cos(Lb + \varphi) = 0$, откуда

$$Lb + \varphi = \pi/2 + k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (4)$$

Здесь b и φ – функции от величины $\omega\tau$. Обозначим $v = \omega\tau$. Пусть v_1 – это значение переменной v , удовлетворяющее уравнению (4) для $k=0$, а v_2 – значение переменной v , удовлетворяющее уравнению (4) для $k=1$:

$$Lb(v_1) + \varphi(v_1) = \pi/2, \quad (5)$$

$$Lb(v_2) + \varphi(v_2) = 3\pi/2. \quad (6)$$

Из этих уравнений можно было бы определить L как некоторую функцию от v_1 или от v_2 , однако сами величины v_1 и v_2 зависят от τ . Отношение же

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\omega_2 \tau}{\omega_1 \tau} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

от τ не зависит, поэтому можно попытаться определить параметр L как некоторую функцию от ω_2/ω_1 . Сделать это можно численным способом.

Примем $\tau = \text{const}$ (например, 1). Определим вначале возможный допустимый диапазон изменения параметра L . Меняя L в этом диапазоне с некоторым шагом, будем рассчитывать каждый раз функцию $y = Lb + \varphi$ и находить

ω_1 и ω_2 , решая соответственно уравнения (5) и (6) любым численным способом. В результате мы получим таблично заданную зависимость отношения ω'_2 / ω'_1 от L или наоборот (рис.2.Б).

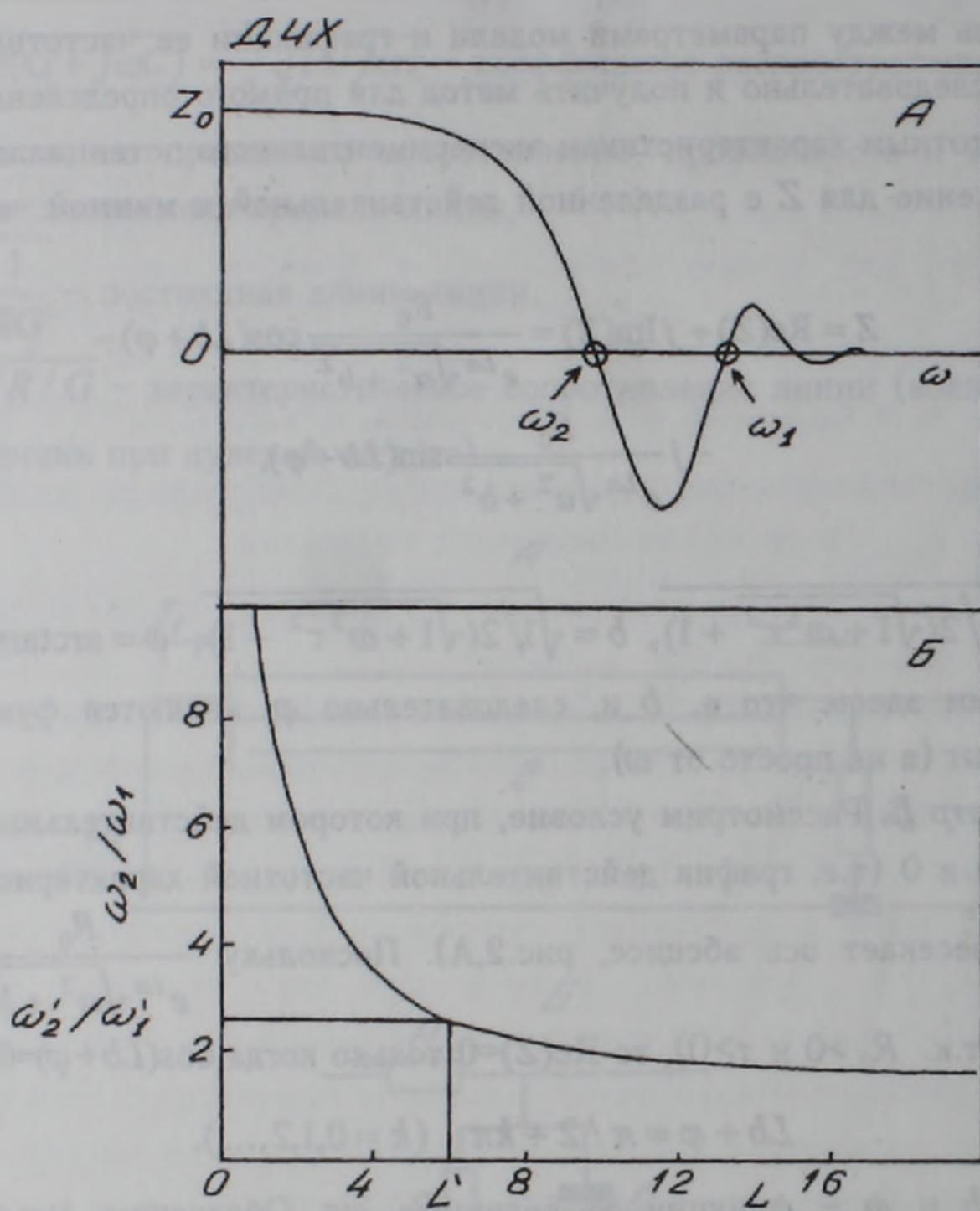


Рис. 2. *А* – действительная частотная характеристика (ДЧХ) передаточного сопротивления кабеля с согласованной нагрузкой (логарифмическая шкала). ω_1 и ω_2 – значения частот, в которых ДЧХ пересекает ось частоты. Z_0 определяется как значение первого отсчета ДЧХ. *Б* – численно рассчитанная зависимость параметра L от ω_2 / ω_1 . Имея конкретное значение ω'_2 / ω'_1 , по ней легко можно получить соответствующее значение L' .

Параметр τ . Так как (2) фактически есть функция от $\omega\tau$ и фигурирует только как множитель ω , то роль этого параметра заключается (при прочих фиксированных параметрах) только в растягивании или сжатии графика функции (2) по оси абсцисс.

Примем, что $y_1 = f(\omega)$ – это ДЧХ модели при $\tau = 1$ и $y_2 = f(\omega\tau)$ – это ДЧХ модели при $\tau \neq 1$. При этом, если определенная точка на графике y_1

имеет абсциссу ω_1 и соответствующая точка на растянутом (или сжатом) графике y_2 имеет абсциссу ω'_1 , то τ вычисляется как

$$\tau = \omega_1 / \omega'_1. \quad (7)$$

В качестве ω_1 и ω'_1 можно принять те значения частоты, при которых y_1 и y_2 первый раз обращаются в 0 (см. (5)).

Пусть зависимость L от ω_2 / ω_1 рассчитывается при $\tau = 1$ и при этом в таблице хранятся также значения ω_1 . Тогда, если определить значение частоты ω'_1 , при котором ДЧХ модели (при $\tau \neq 1$) первый раз обращается в 0, то τ можно определить по (7).

Параметр R_0 . Подставив в (2) $\omega = 0$, получим

$$Z(0) = Z_0 = R_0 e^{-L}, \text{ откуда } R_0 = Z_0 e^L.$$

Величина Z_0 определяется по графику ДЧХ передаточного сопротивления как значение первого отсчета (т.е. при $\omega=0$).

Таким образом, для кабеля с согласованной нагрузкой все три параметра, фигурирующие в уравнении (2), можно непосредственно получить по известным частотным характеристикам (вернее, по трем точкам ДЧХ — Z_0 , ω_1 и ω_2) передаточного сопротивления модели. Это означает, что при использовании данной модели для описания экспериментальных данных параметры модели могут быть непосредственно определены по частотным характеристикам экспериментального передаточного сопротивления.

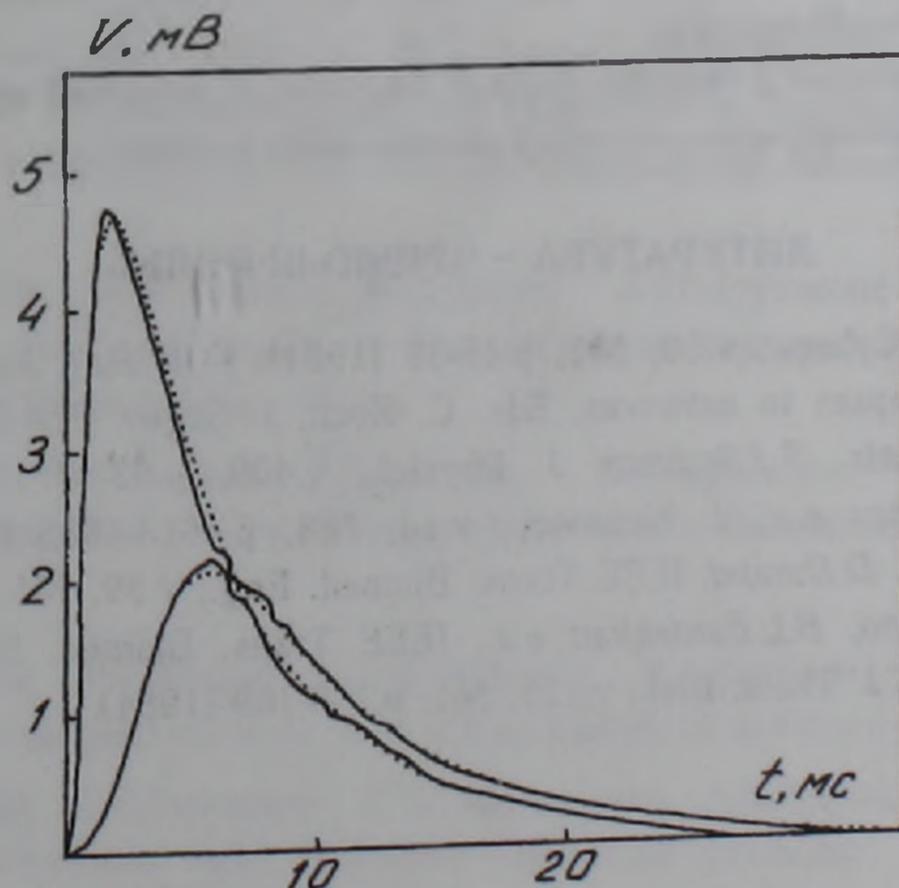


Рис.3. Экспериментальные кривые аксо-соматического (1) и аксо-дендритного (2) ПСП (сплошные линии) и модельные кривые (точечные линии).

Проверка предложенного метода была проведена при анализе внутриклеточных ПСП, записанных из руброспинального нейрона красного ядра кошки. Результаты моделирования аксо-соматического и аксо-дендритного ПСП, записанных из одного нейрона, иллюстрированы на рис.3. Полученные при этом параметры таковы: постоянная времени $\tau = 6,9$ мс, электротоническая длина $L=0,85$ (для аксо-соматического ПСП) и $\tau = 6$ мс, $L=1,25$ (для аксо-дендритного ПСП).

Для оценки адекватности предложенного метода были обработаны данные из нескольких нейронов красного ядра. Полученные постоянные времени лежали в пределах 5,1-7 мс, а электротонические длины – в пределах 0,87-0,89 для аксо-соматических и 1,24-1,65 для аксо-дендритных ПСП.

Институт физиологии им. Л.А.Орбели НАН Армении

Ա. Ռ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Հ. Հ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Ա. Ա. ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ

Նեյրոնի՝ համաձայնեցված բեռնվածքով կաբելային մոդելի պարամետրերի բացահայտման մեթոդ

Ներկայացված է համաձայնեցված բեռնվածք ունեցող կաբելի հավասարումով նկարագրվող համակարգի պարամետրերի իդենտիֆիկացիայի նոր մեթոդ, որը օգտագործում է տվյալ համակարգի ելքը ի պատասխան կամայական հայտնի մուտքային ազդեցության: Մեթոդը հիմնված է հաճախականային ասպարեզում կաբելային հավասարման լուծման վրա: Զուգակցելով անալիտիկ և թվային մեթոդները, սահմանված են ֆունկցիոնալ հարաբերությունները մոդելային պարամետրերի և մոդելի հաճախականային բնութագրերի որոշ յուրահատուկ կետերի միջև: Մեթոդը թույլ է տալիս գնահատել հետազոտվող իրական համակարգի պարամետրերը անմիջապես այդ համակարգի փորձարարական հաճախականային բնութագրերից:

Մոդելը օգտագործված է Կարմիր Կորիզի նեյրոնների անցողիկ պրոցեսների վերլուծության և էլեկտրատոնիկ պարամետրերի գնահատման համար:

ЛИТЕРАТУРА – ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ C.Koch, Biol. Cybern., v.50, №1, p.15-33 (1984).
- ² W.Rall, Methods in neuronal modeling: from synapses to networks, Eds. C. Koch, I. Segev. The MIT Press, p.9-62, 1989.
- ³ J.D.Clements, S.J.Redman, J. Physiol., v.409, p.63-87 (1989).
- ⁴ G.Major, A.U.Larkman, P.Jonas e.a., J. Neurosci., v.14, №8, p.4613-4638 (1994).
- ⁵ W.A.Ali-Hassan, G.M.Saidel, D.Durand, IEEE Trans. Biomed. Eng., v.39, №5, p.493-501 (1992).
- ⁶ P.Fu, A.D'Aguzzo, B.L.Bardakjian e.a., IEEE Trans. Biomed. Eng., v.36, p.55-64 (1989).
- ⁷ M.Kawato, J. Theor. Biol., v.111, №1, p.149-169 (1984).